



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**PREDIÇÃO DE VIDA À FADIGA DE EIXO ENTALHADO SOB
FLEXÃO-TORÇÃO BASEADA NA ABORDAGEM
DEFORMAÇÃO-VIDA**

Por,

Luiz Henrique Bresser Cardoso de Mello

Brasília, 14 de Outubro de 2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

PREDIÇÃO DE VIDA À FADIGA DE EIXO ENTALHADO SOB FLEXÃO-TORÇÃO BASEADA NA ABORDAGEM DEFORMAÇÃO-VIDA

POR,

Luiz Henrique Bresser Cardoso de Mello

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. Fábio Comes de Castro, D.Sc. (ENM-UnB)
(Orientador)

Prof. Edgar Nobuo Mamiya, D.Sc. (ENM-UnB)

Prof. Edson Paulo da Silva, Dr. Ing. (ENM-UnB)

Brasília, 14 de Outubro de 2013.

Dedicatória

Dedico esse trabalho à minha mãe Gisela, meu pai Geraldo, à minha irmã Giovanna e à Isabela por me apoiarem em todos os desafios que enfrentei para chegar até aqui.

Luiz Henrique Bresser Cardoso de Mello.

Agradecimentos

A realização desse trabalho só foi possível com a colaboração de algumas pessoas a qual devo o meu reconhecimento. Primeiramente, agradeço a todos os professores da Engenharia Mecânica pelo conhecimento ensinado e pela preocupação com a formação do engenheiro.

Gostaria de prestar um agradecimento especial ao Professor Fábio Comes pela excelente orientação, disponibilidade constante e por ter compartilhado comigo suas elevadas competências científicas. Também gostaria de agradecer o Professor Edgar Mamiya por todo o apoio e orientação inicial que tiveram grande peso na construção desse trabalho.

Por fim agradeço a todos os amigos que fiz na UnB pelos momentos e apoio durante esses anos. Especialmente gostaria de agradecer ao meu amigo André Togawa por ter cedido seu computador para a realização das simulações desse trabalho.

Luiz Henrique Bresser Cardoso de Mello.

RESUMO

Esse trabalho tem o objetivo de avaliar uma metodologia de estimativa de vida à fadiga baseada na abordagem deformação-vida. A metodologia emprega o modelo de encruamento cinemático de Chaboche para obtenção das tensões e deformações e o modelo de Fatemi-Socie para estimar o número de ciclos para falha por fadiga. Para avaliar a metodologia foram utilizados dados experimentais disponíveis na literatura obtidos em um eixo entalhado, fabricado em aço SAE 1045, submetido a carregamentos de flexão e torção em fase e fora de fase. Os resultados apresentaram uma correlação entre as vidas estimadas e observadas dentro de uma banda de fator 3, na região de baixo até alto número de ciclos para falha (até 10^6 de ciclos). Para vidas observadas acima de 10^6 de ciclos, as vidas estimadas foram conservativas e ficaram dentro de uma banda de fator 10.

ABSTRACT

The aim of the work is to assess a fatigue life prediction methodology based on the strain-life approach. Stresses and strains were estimated by means of the kinematic hardening model developed by Chaboche, while the number of cycles to failure was estimated by means of the critical plane based model proposed by Fatemi and Socie. Assessment was carried out with experimental data available in the literature obtained with a notched shaft, made of SAE 1045 steel, subjected to in-phase and out-of-phase bending and torsion. Correlations were within a factor of 3 in the low-high life regions (observed lives less than 10^6 cycles). For observed lives greater than 10^6 cycles, life estimates were conservative and were in error by a factor of 10 in fatigue life.

SUMÁRIO

1. ESCOPO E OBJETIVOS.....	1
2. DEFINIÇÕES E CONCEITOS PRELIMINARES.....	3
2.1. COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICO	3
2.2. CURVA DEFORMAÇÃO-VIDA.....	6
2.3. CONCEITOS DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO NO CONTEXTO MULTIAXIAL	9
2.3.1. Tensão	9
2.3.2. Deformação	11
2.4. MODELAGEM DO COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO SOB CARREGAMENTO CÍCLICO..	12
2.4.1. Decomposição Aditiva da Deformação	12
2.4.2. Superfície de Escoamento	13
2.4.2. Lei de Fluxo Plástico.....	14
2.4.3. Leis de Encruamento	16
2.5. MODELOS DE FADIGA MULTIAXIAIS	17
3. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.....	21
3.1. CASO UNIAXIAL	21
3.2. CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA	23
3.2.1. Modelo de encruamento linear.....	23
3.2.2. Modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.....	24
3.2.3. Modelo de encruamento de Chaboche	26
4. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS EM EIXO ENTALHADO COORDENADOS PELA SAE 29	
5. ANÁLISE DE TENSÃO-DEFORMAÇÃO E FADIGA	34
5.1. CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO	34
5.2. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA	38
5.3. ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA.....	43
5.3.1. Identificação de parâmetros do modelo de Chaboche.....	43
5.3.2. Laços de Histerese	45
5.4. ESTIMATIVA DE VIDA.....	47
6. CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	49
REFERÊNCIAS.....	50
ANEXO	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Ponta de eixo do VW Gol (b) Virabrequim que falhou por fadiga na região do entalhe (fonte: http://www.autopecasemgeral.com.br).....	2
Figura 2 – Resposta tensão-deformação de cobre totalmente recozido (a), parcialmente recozido (b) e laminado à frio (c) (Morrow, 1965).....	4
Figura 3 – Laço de histerese estabilizado (Stephens et al., 2001).	5
Figura 4 - Curva tensão-deformação cíclica (Stephens et al., 2001).	5
Figura 5 – Curvas deformação-vida do aço SAE 1045. Dados experimentais obtidos por Leese e Morrow (1985).	8
Figura 6 - Plano material.	9
Figura 7 - Componentes da tensão em um ponto material.	10
Figura 8 – Representação do estado plano de tensão.	11
Figura 9 - Ilustração da superfície de escoamento de von Mises para o estado de tensão axial-torcional e uma tensão desviadora arbitrária menor do que a tensão de escoamento (domínio elástico).	14
Figura 10 – Representação dos tensores $S - \alpha$ e n na superfície de escoamento para o espaço axial-torcional.	16
Figura 11 - Planos previstos para a nucleação da trinca e trinca real no material para 2 casos (Shamsaei e Fatemi, 2010).	18
Figura 12 - (a) Representação do modelo de Brown-Miller (b) Representação do modelo de Fatemi-Socie.	18
Figura 13 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o encruamento cinemático linear.	24
Figura 14 - Curva tensão deformação cíclica segundo modelo de encruamento linear.	24
Figura 15 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.	25
Figura 16 - Curva tensão deformação cíclica segundo modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.	26
Figura 17 – Representação dos parâmetros materiais no modelo de Chaboche com $M=3$	28
Figura 18 – Geometria e dimensões do eixo entalhado.	29
Figura 19 - Aparato experimental para condução dos ensaios (Miller & Brown, 1982).	31
Figura 20- Regiões de engaste e aplicação dos carregamentos.	31
Figura 21 - Carregamentos utilizados nos ensaios.	32
Figura 22 – Comparação entre a geometria modelada (esquerda) e real (direita) dos corpos de prova.	35
Figura 23 - Engaste do corpo de prova.	35
Figura 24 - Carregamento de (a) flexão pura e (b) torção pura.	36
Figura 25 - Janela de definição da amplitude periódica do carregamento (Abaqus CAE).	37
Figura 26 – Variação dos momentos na raiz do entalhe para carregamentos fora de fase (90°).	37
Figura 27 - Malhas com 8 divisões circunferenciais (a) e malha com 40 divisões (b).	40
Figura 28 - Convergência da malha para divisões circunferenciais.	40
Figura 29 - Convergência da malha para divisões transversais no entalhe.	41
Figura 30 - Malha utilizada nas simulações.	41
Figura 31 - Resultados para a simulação elástica de flexão pura – Tensões axiais (1 N.m no entalhe)	42
Figura 32 – Resultado em MPa para a simulação elástica de torção pura – Momento torsor de 1 N.m.	42
Figura 33 - (a) Ajuste com 1 termo não linear (b) 1 termo não linear e 1 linear (c) 2 termos não lineares (d) 2 termos não lineares e 1 termo linear	44
Figura 34 - Janela de entrada dos parâmetros do modelo de Chaboche (Abaqus CAE).	45

Figura 35- Sistema de coordenadas adotado no nó da raiz do entalhe.	45
Figura 36 - Curvas tensão-deformação no caso RN-XR3-1 (a) Axial - x (b) Cisalhante - xy (c) Circunferencial - y e relação entre as tensões axiais e cisalhantes (d).	46
Figura 37 - Curvas tensão-deformação no caso fora de fase JD-XR03-1 (a) Axial - x (b) Cisalhante - xy (c) Circunferencial - y e relação entre as tensões axiais e cisalhantes (d).	47
Figura 38 - Comparação entre vidas observadas e estimadas do eixo entalhado.	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Propriedades mecânicas do aço SAE 1045 (Socie et al., 1989).	30
Tabela 2 – Resultados dos ensaios de flexão.	32
Tabela 3 – Resultados dos ensaios de torção.....	32
Tabela 4 – Resultados dos ensaios de flexão-torção em fase.	33
Tabela 5 – Resultados dos ensaios de flexão-torção fora de fase.	33
Tabela 6 - Parâmetros utilizados nas simulações	44

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

b	Expoente de resistência à fadiga	
b_0	Expoente de resistência à fadiga torcional	
c	Expoente de ductilidade à fadiga	
c_0	Expoente de ductilidade à fadiga torcional	
C	Módulo Plástico Generalizado	
E	Módulo de Elasticidade	[GPa]
G	Módulo de Elasticidade sob Cisalhamento	[GPa]
H	Módulo de Encruamento Linear	[GPa]
I	Tensor identidade	
K_t	Fator de concentração de tensão à flexão	
K_{ts}	Fator de concentração de tensão à torção	
K'	Coefficiente de encruamento cíclico	[MPa]
M	Número de <i>backstresses</i>	
M_b	Momento Fletor	[N]
M_t	Momento Torsor	[N]
n'	Expoente de encruamento cíclico	
N_f	Número de ciclos até a falha	
Q	Matriz de transformação de tensão	[MPa]
S	Tensor tensão desviador	[MPa]
s	Constante material de Brown-Miller	
t	Vetor tensão	[MPa]

Símbolos Gregos

α	<i>Backstress</i>	
δ	Diferença Absoluta teórica com o resultado analítico	
ε	Deformação Total	
ε'_f	Coefficiente de ductilidade à fadiga	
γ'_f	Coefficiente de ductilidade à fadiga em torção	
λ	Multiplicador Plástico	
κ	Parâmetro material de Fatemi-Socie	
σ	Tensor Tensão	[MPa]
σ	Tensão	[MPa]
σ_Y	Tensão de escoamento monotônica	[MPa]
σ_u	Tensão de ruptura	[MPa]
σ_f	Coefficiente de resistência à fadiga	[MPa]
σ_h	Tensão hidrostática	[MPa]
φ	Ângulo de Fase	[°]
ϕ	Ângulo de rotação do plano material	[°]
θ	Ângulo de rotação do plano material	[°]
ν	Coefficiente de Poisson	
τ'_f	Coefficiente de resistência à fadiga em torção	[MPa]
τ_b	Tração de superfície que gera flexão	[MPa]

τ_t	Tração de superfície que gera torsão	[MPa]
ζ	Parâmetro material do modelo de Armstrong-Frederick	
ω	Frequência do carregamento	[rad/s]

Subscritos

e	elástica
p	plástica
a	amplitude
x,y,z	componente da tensão no plano x,y ou z
max	máximo
min	mínimo

Siglas

SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>

1. ESCOPO E OBJETIVOS

Componentes mecânicos de máquinas ou de veículos estão frequentemente experimentando carregamentos cíclicos que podem levá-los a falha, mesmo em níveis de tensão abaixo do limite de resistência do material. Esses carregamentos geram pequenas falhas no material, as chamadas microtrincas, que podem se desenvolver até a falha catastrófica do componente. A esse processo, dá-se o nome de fadiga (Dowling, 2007). Os estudos de fadiga começaram efetivamente em meados do século XIX, quando Rankine (1842) decidiu estudar a causa da falha do eixo de uma locomotiva que se acidentou próximo à Versalhes na França e várias pessoas perderam suas vidas. A partir daí, diversos modelos de estimativa da vida surgiram para que esse tipo de falha fosse evitado e atualmente o dimensionamento à fadiga é essencial em um bom projeto de uma peça sujeita à carregamentos cíclicos.

Nesse trabalho, será feita uma modelagem de um eixo entalhado submetido a diversos tipos de carregamentos cíclicos. Componentes mecânicos com entalhe sujeito a carregamentos cíclicos multiaxiais são bastante comuns, pois o entalhe é uma ferramenta do projeto para restringir o deslocamento de qualquer peça que vá sobre o eixo, como engrenagens, rolamentos ou a estrutura principal de apoio do eixo. Um exemplo de um eixo com entalhe é a ponta de eixo de um automóvel (Fig. 1a), que é a peça responsável por ligar o cubo da roda à manga de eixo e que está sujeita a cargas cíclicas durante todos os instantes em que o carro se movimenta. Também podemos citar como exemplo o virabrequim do motor, que é uma peça rotativa que possui entalhes no rebaixo do apoio da biela. A Figura 1 (b) apresenta um virabrequim que falhou por fadiga (veja as marcas de praia apontadas pelas setas amarelas) na região do entalhe (seta vermelha).

Devido à importância desse tipo de componente na indústria automotiva, a SAE (*Society of Automotive Engineers*) desenvolveu um programa de ensaios experimentais que visava analisar a vida de eixos entalhados quando submetidos a diferentes tipos de carregamentos cíclicos e multiaxiais (veja Socie & Leese, 1989). Esses ensaios forneceram dados experimentais que puderam ser comparados com modelos de estimativa de vida à fadiga.



Figura 1 – (a) Ponta de eixo do VW Gol (b) Virabrequim que falhou por fadiga na região do entalhe (fonte: <http://www.autopecasemgeral.com.br>).

O objetivo geral do trabalho é avaliar a metodologia para análise de fadiga multiaxial em corpos entalhados baseada na abordagem de modelos baseados em deformação ($\epsilon - N$). Em particular, as simulações para obtenção das tensões e deformações na região crítica do entalhe serão realizadas com o programa de elementos finitos comercial Simulia Abaqus 6.10, com a utilização do modelo elasto-plástico de Chaboche. A análise de fadiga será baseada no modelo de Fatemi-Socie, um modelo multiaxial para estimativa de vida a fadiga baseado no conceito de plano crítico.

A organização desse trabalho se dá na seguinte ordem: primeiramente são apresentados no capítulo 2 os conceitos teóricos fundamentais para a compreensão do texto; depois é apresentada uma metodologia para identificação de parâmetros dos modelos elasto-plásticos de Prager, Armstrong-Frederick e Chaboche no capítulo 3; no capítulo 4 os ensaios coordenados pela SAE são detalhados; o capítulo 5 apresenta a modelagem dos ensaios no programa de elementos finitos, exemplos de curvas tensão-deformação obtidas e uma comparação das vidas estimadas obtidas aplicando a metodologia apresentada nesse trabalho com as vidas experimentais observadas no programa da SAE. Por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

2. DEFINIÇÕES E CONCEITOS PRELIMINARES

Este capítulo contém as principais definições e conceitos relacionados ao comportamento tensão-deformação cíclico e à fadiga de materiais. Inicia-se, nas seções 2.1 e 2.2, com a apresentação das relações que governam esses comportamentos no contexto de materiais submetidos à deformação cíclica uniaxial e cisalhante. Em seguida, nas seções 2.3 a 2.5, apresentam-se definições e conceitos relacionados à descrição do comportamento multiaxial de materiais submetidos a carregamento cíclico. Na seção 2.3 os conceitos de estados de tensão e deformação são apresentados. Modelos elasto-plásticos para descrição da resposta tensão-deformação cíclica de materiais são descritos na seção 2.4. Por fim, na seção 2.5, apresenta-se a abordagem de plano de crítico para fadiga multiaxial e seus principais modelos.

2.1. COMPORTAMENTO TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICO

O comportamento de um material submetido a carregamento cíclico pode ser observado a partir da evolução das tensões e deformações que nele agem ao longo do tempo. Para estudar esse comportamento, Morrow (1965) conduziu uma série de experimentos em corpos de prova de cobre com diferentes tratamentos térmicos (totalmente recozido, parcialmente recozido e laminado a frio) e submetidos à deformação uniaxial cíclica de amplitude constante. As curvas tensão-deformação registradas encontram-se reproduzidas na Fig. 2. Três tipos de comportamento foram observados dependendo do tipo de tratamento térmico empregado: endurecimento cíclico, amolecimento cíclico e comportamento misto.

Para o cobre totalmente recozido observou-se o comportamento denominado endurecimento cíclico (Fig. 2a), no qual para manter o nível de deformação prescrito, a amplitude de tensão aumenta a cada reversão de carregamento até atingir o seu valor máximo após 1100 reversões de carregamento. A partir desse ciclo, o material para de endurecer e a amplitude de tensão se mantém constante até o final do ensaio. Para o cobre laminado a frio observou-se um comportamento denominado amolecimento cíclico (Fig. 2c). A cada reversão de carregamento os níveis de tensão diminuíram, até que após 1232 reversões as tensões e deformações estabilizaram com uma amplitude de tensão menor do que a inicial. O comportamento apresentado na Fig. 2b, do cobre parcialmente recozido, é um misto dos dois fenômenos descritos anteriormente. Até a 21ª reversão de carregamento a amplitude de tensão

aumenta (endurecimento) e então começa a diminuir (amolecimento) até atingir o ciclo estabilizado, que apresenta amplitude de tensão inferior à do primeiro ciclo.

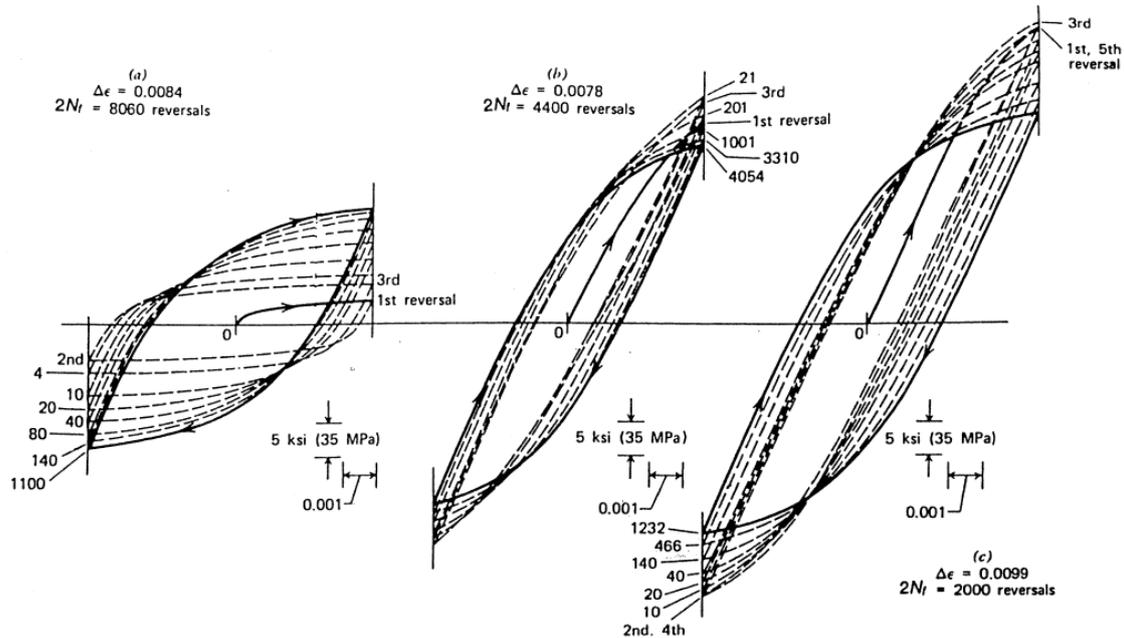


Figura 2 – Resposta tensão-deformação de cobre totalmente recozido (a), parcialmente recozido (b) e laminado a frio (c) (Morrow, 1965).

Como pode ser observado na Fig. 2, a resposta tensão-deformação de um material submetido à deformação cíclica possui uma fase transiente, na qual os laços de tensão-deformação variam em função do número de ciclos aplicados, e uma fase estacionária ou estabilizada, na qual os laços de tensão-deformação permanecem inalterados. São os laços de tensão-deformação na fase estabilizada, mais comumente chamados laços de histerese estabilizados, que são utilizados para caracterizar o comportamento à fadiga. Segundo Stephens et al. (2001), a estabilização dos laços de histerese geralmente ocorre entre 10% a 40% do número de ciclos para falha. Como consequência desta observação, em análises de fadiga costuma-se utilizar um laço de histerese obtido em torno da metade do número de ciclos para falha, pelo fato do mesmo ser representativo do comportamento estabilizado do material. Apresenta-se na Fig. 3 um desenho esquemático de um laço de histerese estabilizado e os principais parâmetros que o definem. Observa-se que a amplitude de deformação total pode ser decomposta de forma aditiva em uma parcela elástica e uma plástica, conforme a expressão (2.1):

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{pa}, \quad (2.1)$$

onde $\varepsilon_a = \Delta\varepsilon/2$, $\varepsilon_{ea} = \Delta\varepsilon_e/2$ e $\varepsilon_{pa} = \Delta\varepsilon_p/2$ são as amplitudes de deformação total, elástica e plástica, respectivamente. Note que a amplitude de deformação elástica obedece à lei de Hooke, $\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$, onde $\sigma_a = \Delta\sigma/2$ é a amplitude de tensão.

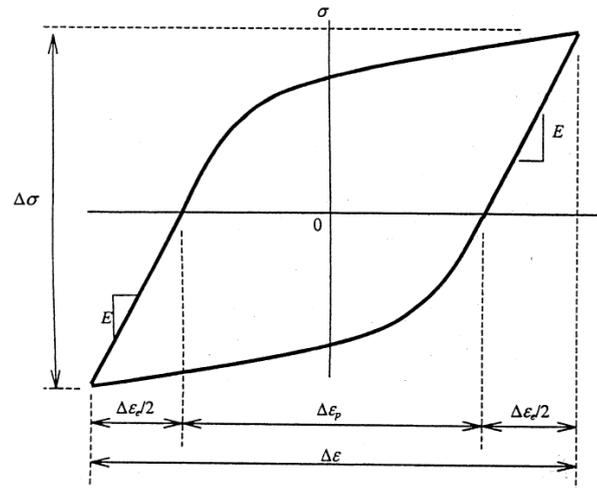


Figura 3 – Laço de histerese estabilizado (Stephens et al., 2001).

Se diversos laços de histerese como os da Fig. 3 forem produzidos, cada um associado a uma gama de deformação prescrita diferente, e forem colocados em um mesmo gráfico, teremos um conjunto de laços de histerese de tamanhos distintos, conforme ilustra a Fig. 4. Conectando-se o ponto de maior deformação de cada laço (ponto superior à direita) com o próximo, obtém-se uma curva denominada curva tensão-deformação cíclica, conforme a representada na Fig. 4 em vermelho. Observa-se que esta curva é diferente da curva tensão-deformação monotônica.

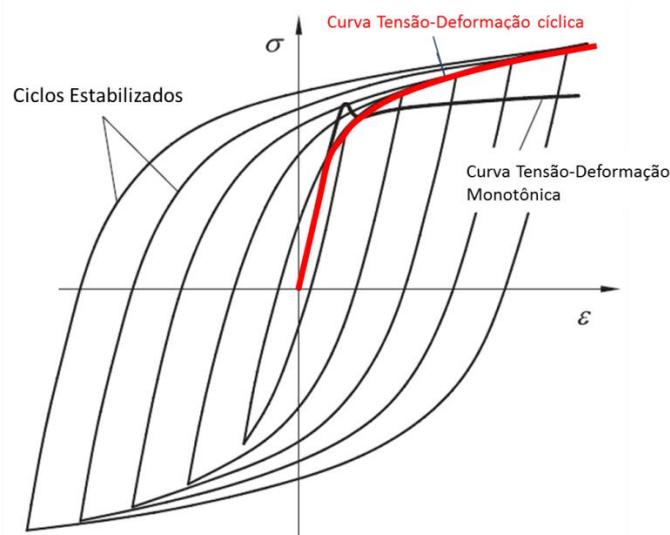


Figura 4 - Curva tensão-deformação cíclica (Stephens et al., 2001).

A relação matemática que descreve a curva tensão-deformação cíclica pode ser obtida observando-se que em um gráfico log-log as amplitudes de tensão e de deformação plástica correspondentes a diferentes laços de histerese estabilizados resultam em uma reta representada pela relação de potência

$$\sigma_a = K' \varepsilon_{pa}^{n'} , \quad (2.2)$$

onde K' e n' são o coeficiente de encruamento cíclico e o expoente de encruamento cíclico, respectivamente. Substituindo a Eq. (2.2) na Eq. (2.1) e utilizando a lei de Hooke, $\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$, chega-se à relação que representa a curva tensão-deformação cíclica:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'}\right)^{\frac{1}{n'}} . \quad (2.3)$$

Analogamente às relações obtidas para as deformações normais ε com ensaios que aplicam somente tensão normal, podem ser obtidas relações similares para deformações cisalhantes com ensaios de cisalhamento puro, como o de torção.

$$\gamma_a = \gamma_{ea} + \gamma_{pa} , \quad (2.4)$$

$$\gamma_{ea} = \frac{\tau_a}{G} , \quad (2.5)$$

$$\tau_a = K'_0 \left(\frac{\Delta\gamma_p}{2}\right)^{n'_0} , \quad (2.6)$$

$$\gamma_a = \frac{\tau_a}{G} + \left(\frac{\tau_a}{K'_0}\right)^{\frac{1}{n'_0}} . \quad (2.7)$$

A Eq. (2.4) mostra a decomposição aditiva para o cisalhamento, em que γ_a é a amplitude de deformação cisalhante, γ_{ea} é a amplitude de deformação cisalhante elástica e γ_{pa} é a amplitude de deformação plástica. As equações para o cálculo dessas grandezas são apresentadas nas Eq. (2.5) e (2.7), em que K'_0 e n'_0 são o coeficiente e o expoente de encruamento cíclico em torção e τ_a é a amplitude de tensão cisalhante.

2.2. CURVA DEFORMAÇÃO-VIDA

As curvas deformação-vida são obtidas a partir de ensaios de fadiga nos quais o corpo de prova é submetido à deformação cíclica controlada e de amplitude constante, conforme os procedimentos descritos na norma ASTM E606 (ASTM, 1980). A tensão durante o ensaio é também medida e o número de ciclos para falha é registrado. A partir de um laço de histerese

como o da Fig. 3, medem-se as amplitudes de tensão, deformação total e deformação plástica (σ_a , ε_a e ε_{pa} , respectivamente). O laço de histerese escolhido deve ser obtido em torno da metade do número de ciclos para falha, de forma a representar o comportamento tensão-deformação estabilizado, ou seja, após o comportamento transiente de endurecimento ou amolecimento ter sido completado.

Conforme discutido na Seção 2.1, a amplitude da deformação total é igual à soma das amplitudes de deformação elástica e plástica:

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{ea} + \varepsilon_{pa}, \quad (2.8)$$

onde a amplitude de tensão e deformação elástica obedecem à relação $\varepsilon_{ea} = \sigma_a/E$. Basquin (1910) observou que a relação entre a amplitude de tensão e o número de ciclos para falha podia ser representada por uma reta no gráfico log-log. A partir dessa observação, Basquin propôs a relação

$$\sigma_a = \sigma_f'(2N_f)^b, \quad (2.9)$$

onde σ_f' e b são chamados coeficiente e expoente de resistência à fadiga, respectivamente. Coffin (1954) e Manson (1952) também observaram, de forma independente, que a relação entre a amplitude de deformação plástica e o número de ciclos para falha podia ser representada por uma reta no gráfico log-log. A partir dessa observação, a seguinte relação foi proposta:

$$\varepsilon_{pa} = \varepsilon_f'(2N_f)^c, \quad (2.10)$$

onde ε_f' e c são chamados coeficiente e expoente de ductilidade à fadiga, respectivamente. Substituindo as Eqs. (2.9) e (2.10) na Eq. (2.8), chega-se na seguinte relação entre a amplitude de deformação total e o número de ciclos para falha:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_f'}{E}(2N_f)^b + \varepsilon_f'(2N_f)^c. \quad (2.11)$$

A Figura 5 ilustra as curvas deformação-vida do aço SAE 1045 laminado a quente e normalizado num gráfico log-log, construídas a partir dos dados experimentais obtidos por Leese & Morrow (1985). Cabe notar que esse aço é o mesmo utilizado no corpo de prova entalhado analisado neste trabalho.

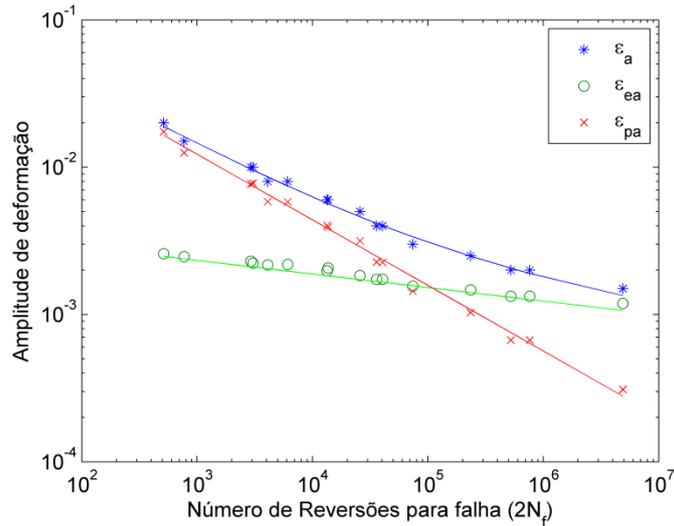


Figura 5 – Curvas deformação-vida do aço SAE 1045. Dados experimentais obtidos por Leese e Morrow (1985).

No caso de cisalhamento puro, expressões análogas às Eqs. (2.8)-(2.11) são utilizadas para descrever o comportamento deformação-vida do material. A decomposição aditiva da amplitude da deformação cisalhante total em parcelas elástica e plástica é expressa por

$$\gamma_a = \gamma_{ea} + \gamma_{pa}, \quad (2.12)$$

onde a amplitude da deformação cisalhante elástica e a amplitude da tensão cisalhante obedecem a relação $\gamma_{ea} = \tau_a/G$ na qual G é o módulo de elasticidade ao cisalhamento do material.

Assume-se que as amplitudes da deformação cisalhante elástica e plástica e o número de ciclos para falha seguem as relações de potências

$$\gamma_{ea} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0}, \quad (2.13)$$

$$\gamma_{pa} = \gamma'_f (2N_f)^{c_0}, \quad (2.14)$$

onde τ'_f, γ'_f, b_0 e c_0 são parâmetros denominados coeficiente resistência à fadiga em torção, coeficiente de ductilidade à fadiga em torção, expoente de resistência à fadiga em torção e expoente de ductilidade à fadiga em torção, respectivamente. Substituindo as Eqs. (2.13) e (2.14) na Eq. (2.12), chega-se na seguinte relação entre a amplitude de deformação cisalhante total e o número de ciclos para falha:

$$\gamma_a = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma'_f (2N_f)^{c_0}. \quad (2.15)$$

2.3. CONCEITOS DE TENSÃO E DEFORMAÇÃO NO CONTEXTO MULTIAXIAL

Para a compreensão do fenômeno de fadiga multiaxial, é fundamental que sejam conhecidas as tensões e deformações existentes na seção crítica de um componente sujeito a um carregamento. Esse assunto será tratado nessa sessão e será dado um destaque para o estado plano das tensões, que é o que ocorre na análise do eixo com entalhe.

2.3.1. Tensão

Para a definição de tensão, adota-se um plano qualquer π do material sujeito a um carregamento e obtém-se a representação da Fig. 6, em que \mathbf{n} é o vetor normal ao plano e \mathbf{t} é o vetor das tensões. O vetor normal faz ângulos θ e ϕ com o eixo x e z , respectivamente.

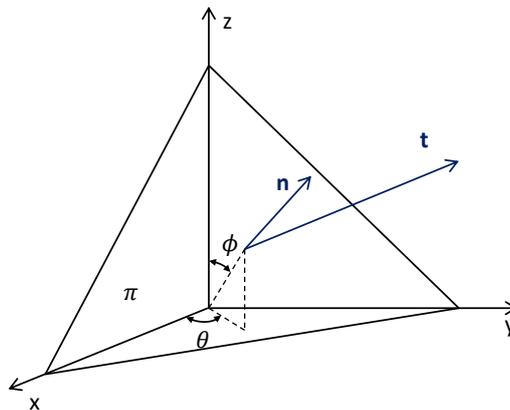


Figura 6 - Plano material.

O estado das tensões em um ponto pode ser definido completamente a partir do tensor das tensões de Cauchy σ , que está relacionado com o vetor das tensões pela equação (2.16):

$$\mathbf{t} = \sigma \mathbf{n}. \quad (2.16)$$

O vetor das tensões pode ser decomposto em componentes normais e cisalhantes:

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}_n + \boldsymbol{\tau}, \quad (2.17)$$

$$\mathbf{t}_n = [(\sigma \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n}] \mathbf{n}, \quad (2.18)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \sigma \mathbf{n} - \mathbf{t}_n. \quad (2.19)$$

Em um componente mecânico sujeito a carregamentos externos, um pequeno volume de material pode ser extraído de uma parte qualquer do componente e seu estado de tensão pode ser descrito a partir de nove componentes atuando em três planos ortogonais, como mostra a Fig. 7:

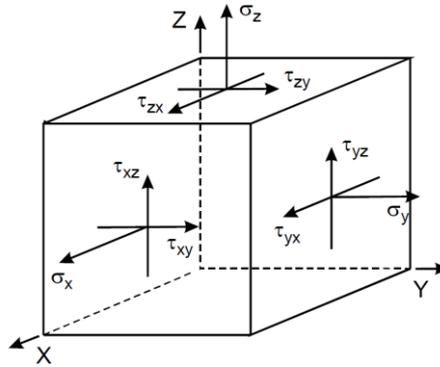


Figura 7 - Componentes da tensão em um ponto material.

Existem três componentes normais (σ_x, σ_y e σ_z) e seis componentes cisalhantes ($\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$ e τ_{zx}) no sistema de coordenadas cartesianas da figura. Os subscritos das tensões normais σ indicam o plano em que a tensão é perpendicular, enquanto que os subscritos das tensões cisalhantes τ indicam a direção da normal de superfície e a direção da tensão, respectivamente.

Repare que para o equilíbrio do cubo da Fig. 7, as componentes opostas de cisalhamento devem ser iguais, ou seja: $\tau_{yx} = \tau_{xy}$, $\tau_{zy} = \tau_{yz}$ e $\tau_{zx} = \tau_{xz}$. Assim, o número de componentes de tensão é reduzido de nove para seis. Desse modo, podemos escrever o tensor das tensões como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Em algumas aplicações o ponto material precisa ser representado em orientações diferentes das do sistema de eixos primário do componente para as tensões possam ser representadas em outros planos. Para fazer isso, o plano material π da Fig. 6 deve ser rotacionado seguindo os ângulos ϕ e θ com a seguinte transformação:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{Q}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{Q}^T, \quad (2.21)$$

onde a matriz \mathbf{Q} é a matriz de transformação dada por:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \text{sen } \phi \cos \theta & \text{sen } \phi \text{sen } \theta & \cos \phi \\ -\text{sen } \phi & \cos \theta & 0 \\ -\cos \phi \cos \theta & -\cos \phi \text{sen } \theta & \text{sen } \phi \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Um estado de tensão muito comum ocorre quando as tensões na superfície de um componente são nulas. Nesse caso, ele é denominado estado plano de tensão e pode ser ilustrado pela Fig. 8, em que foi assumida a direção Z como normal à superfície livre de tensão, de modo que $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$. Esse caso é bastante importante, pois há muitos

casos em que as trincas de fadiga surgem em pontos materiais localizados na superfície livre do componente mecânico e particularmente é o estado de tensão que descreve o ponto crítico em um eixo entalhado, já que esse ponto se encontra na raiz do entalhe.

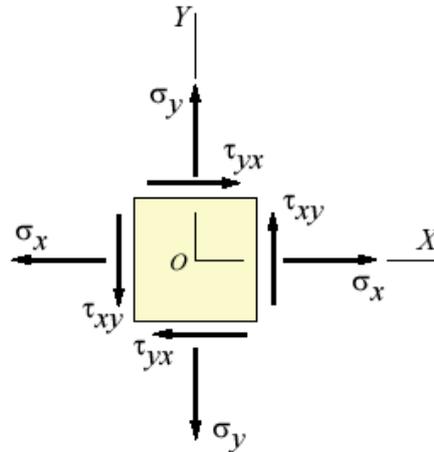


Figura 8 – Representação do estado plano de tensão.

O tensor das tensões para o estado plano de tensão representado acima é então:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{xy} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Os modelos de fadiga usados nesse trabalho necessitam que algumas tensões sejam calculadas para vários planos materiais. As equações de transformação dessas tensões para o estado plano de tensão são apresentadas a seguir.

$$\sigma_{x'} = \left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) \right) \sin^2 \phi, \quad (2.24)$$

$$\tau_{x'y'} = \left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta) \right) \sin \phi, \quad (2.25)$$

$$\tau_{x'z'} = -\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\theta) + \tau_{xy} \sin(2\theta) \right) \frac{\sin(2\phi)}{2}. \quad (2.26)$$

2.3.2. Deformação

Sempre que uma força é aplicada sobre um corpo, esta tende a mudar a forma e o tamanho dele. Essas mudanças são chamadas de deformações. Assim como no caso das tensões, para a definição de um estado de deformação, são necessárias seis componentes de deformação; 3 normais (ϵ_x , ϵ_y e ϵ_z) e 3 cisalhantes (ϵ_{xy} , ϵ_{yz} e ϵ_{zx}). O tensor das deformações é apresentado na forma genérica:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

De modo análogo às equações de tensão (2.24), (2.25) e (2.26) apresentadas acima, é possível obter as equações de deformação para um plano material arbitrário. A única diferença é que um estado plano de tensão não obrigatoriamente induz um estado plano de deformação, pela presença do efeito de Poisson, que pode gerar uma componente de deformação na superfície livre. As equações para transformação das deformações para um plano material definido pelos ângulos θ e ϕ são as apresentadas a seguir:

$$\varepsilon_{x'} = \left(\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\theta) + \varepsilon_{xy} \sin(2\theta) \right) \sin^2 \phi, \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_{x'y'} = \left(-\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin(2\theta) + \varepsilon_{xy} \cos(2\theta) \right) \sin \phi, \quad (2.29)$$

$$\varepsilon_{x'z'} = -\left(\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos(2\theta) - \varepsilon_z + \varepsilon_{xy} \sin(2\theta) \right) \frac{\sin(2\phi)}{2}. \quad (2.30)$$

2.4. MODELAGEM DO COMPORTAMENTO ELASTO-PLÁSTICO SOB CARREGAMENTO CÍCLICO

Nesta seção serão apresentados os conceitos para caracterizar o comportamento elasto-plástico de um material sob carregamento cíclico. Um modelo de plasticidade cíclica necessita de três definições: uma superfície de escoamento, uma lei de fluxo plástico e uma lei de encruamento. Esses três tópicos serão abordados a seguir nessa ordem. Na seção das leis de encruamento, serão abordadas três leis de encruamento cinemático. Para uma descrição mais detalhada dos conceitos apresentados a seguir, consulte Prager (1949), Armstrong-Frederick (1966), Chaboche (1979) e Socie (2000).

2.4.1. Decomposição Aditiva da Deformação

Assume-se que a deformação total é pequena e pode ser decomposta de forma aditiva em uma parcela elástica e uma parcela plástica

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p, \quad (2.31)$$

onde $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ e $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ são tensores que representam as deformações total, elástica e plástica, respectivamente.

No caso em que a resposta elástica do material é isotrópica e linear, a deformação elástica obedece à lei de Hooke generalizada dada por

$$\boldsymbol{\varepsilon}_e = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2G} - \frac{\nu}{E} (\text{tr } \boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I}, \quad (2.32)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor tensão, E é módulo de Young, G é o módulo de elasticidade sob cisalhamento, ν é o coeficiente de Poisson, tr denota o traço de um tensor e \mathbf{I} é o tensor identidade. Deve-se observar que as constantes materiais obedecem à relação:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (2.33)$$

2.4.2. Superfície de Escoamento

Admite-se que o comportamento mecânico do material seja elástico se o estado de tensão estiver confinado no interior de uma região à qual se denomina domínio elástico do material. Esse domínio elástico é delimitado por uma superfície de escoamento definida em termos matemáticos como:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = 0. \quad (2.34)$$

O estado de tensão pode ser decomposto na forma em uma parcela desviadora, \mathbf{S} , e uma parcela hidrostática:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{S} + \sigma_h \mathbf{I}, \quad (2.35)$$

onde \mathbf{S} é o tensor desviador cujo traço é nulo ($\text{tr } \mathbf{S} = 0$) e $\sigma_h = (1/3)\text{tr } \boldsymbol{\sigma}$ é a tensão hidrostática. Pode-se reescrever a Eq. (2.34) com termos do tensor desviador e da tensão hidrostática:

$$f(\mathbf{S}, \sigma_h) = 0. \quad (2.36)$$

Para metais cujo escoamento plástico é insensível à presença de tensão hidrostática, a superfície deve depender somente da tensão desviadora, ou seja:

$$f(\mathbf{S}) = 0. \quad (2.37)$$

O critério de von Mises estabelece a seguinte condição de admissibilidade plástica:

$$f(\mathbf{S}) = c \|\mathbf{S}\| - k \leq 0, \quad (2.38)$$

onde k representa a tensão de escoamento e c é uma constante como o valor de $\sqrt{3/2}$ nesse caso. Dessa forma, a superfície de escoamento de von Mises é dada por:

$$f(\mathbf{S}) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\mathbf{S}\| - k = 0. \quad (2.39)$$

A superfície de escoamento tem a mesma dimensão do tensor desviador, que no caso geral é uma hipersfera com 5 dimensões no espaço euclidiano. No caso de um espécime submetido a um carregamento axial-torcional, a Eq. (2.39) pode ser reescrita na forma da Eq. (2.40), que é a equação de uma circunferência de raio k centrada na origem. Essa superfície de escoamento de von Mises e uma tensão desviadora arbitrária no domínio elástico do material são apresentadas na Fig. 9.

$$(\sigma_x)^2 + (\sqrt{3}\tau_{xy})^2 = (k)^2. \quad (2.40)$$

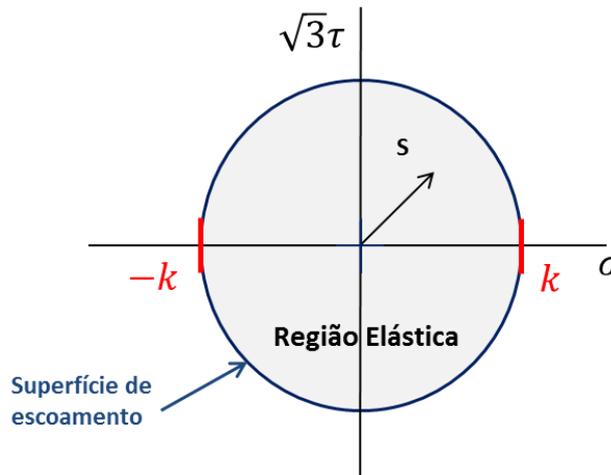


Figura 9 - Ilustração da superfície de escoamento de von Mises para o estado de tensão axial-torcional e uma tensão desviadora arbitrária menor do que a tensão de escoamento (domínio elástico).

2.4.2. Lei de Fluxo Plástico

Na seção anterior obteve-se uma expressão que indica quando é que ocorre o fenômeno de plasticidade. Nessa seção, será abordado como ocorre o fenômeno, ou seja, para onde o material escoar e a quantidade dele que se deforma. A lei de fluxo plástico, também chamada de lei de evolução da deformação plástica, estabelece uma relação entre a taxa de deformação plástica e a taxa do tensor tensão. A lei mais utilizada para metais utiliza a regra da normalidade da plasticidade e assume que a taxa de deformação plástica é colinear à normal da superfície de escoamento no ponto de carga (veja Dunne & Petrinic, 2006). Essa lei pode ser expressa em termos da função da superfície de escoamento f como:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}, \quad (2.41)$$

onde $\dot{\lambda}$ é um escalar denominado multiplicador plástico e $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ pode ser interpretado como um vetor normal à superfície de escoamento que determina a direção da taxa de deformação plástica. Essa equação indica que a taxa de deformação plástica acontece sempre na mesma direção da normal a superfície de escoamento. A relação (2.41) também pode ser expressa como (ver, por exemplo, Lee et al. (2011))

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \frac{1}{C} (\dot{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad (2.42)$$

onde

$$\mathbf{n} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \right\|}, \quad (2.43)$$

é o tensor unitário normal à superfície de escoamento e C é o módulo plástico generalizado. Em particular, para a função de escoamento de von Mises:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \frac{1}{C} (\dot{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}, \quad (2.44)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}}{\|\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}\|}, \quad (2.45)$$

onde $\boldsymbol{\alpha}$ é denominado backstress e é um tensor que determina o centro da superfície de escoamento, que pode transladar, e esse fato será abordado na seção posterior. Para melhor visualização, as grandezas apresentadas são mostradas na Fig. 13. Repare que o tensor $\mathbf{S} - \boldsymbol{\alpha}$ tem sempre a mesma direção e sentido do vetor $\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$ normal à superfície de escoamento. Isso significa que o centro da superfície de escoamento $\boldsymbol{\alpha}$ sempre se desloca na direção das deformações plásticas.

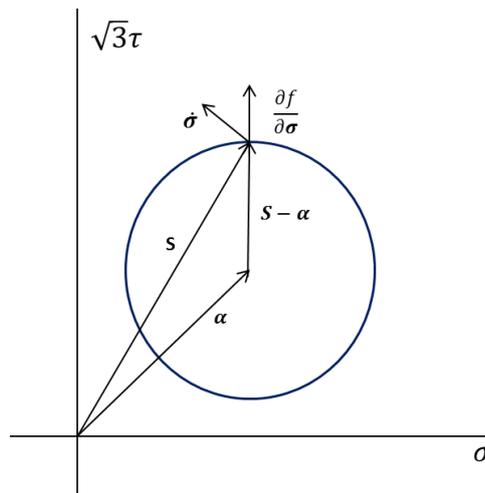


Figura 10 – Representação dos tensores $S - \alpha$ e n na superfície de escoamento para o espaço axial-torcional.

2.4.3. Leis de Encruamento

Leis de encruamento são utilizadas para descrever mudanças na condição de escoamento induzidas pelo carregamento aplicado ao material. Dois tipos de leis têm sido desenvolvidas para descrever esse comportamento. Nos modelos elasto-plásticos com lei de encruamento isotrópico, a forma da superfície de escoamento permanece constante, mas seu tamanho é modificado ao longo do processo de plastificação do material. Nos modelos com lei de encruamento cinemático, a superfície de escoamento mantém sua forma e tamanho, mas pode transladar no espaço das tensões. Modelos que combinam essas duas leis têm sido propostos na tentativa de descrever de forma mais realística o comportamento constitutivo dos materiais. Em particular, para descrição da resposta tensão-deformação estabilizada dos materiais, inúmeros modelos elasto-plásticos com lei de encruamento cinemático encontram-se disponíveis na literatura. Nesta seção apresentam-se as leis de encruamento cinemático linear, de Armstrong-Frederick e de Chaboche. Outras leis que têm recebido bastante atenção na literatura são as propostas por Ohno e Wang (1991) e Jiang (1993).

Para materiais cuja plastificação é descrita pelo modelo de Mises, a representação matemática do encruamento cinemático é feita introduzindo-se o tensor desviador α que define o centro da superfície de escoamento, que será então expressa na forma

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}\| - k = 0. \quad (2.46)$$

A diferença fundamental entre os diversos modelos com encruamento cinemático propostos na literatura refere-se à lei de evolução do centro da superfície de escoamento, ou seja, à escolha da função que define $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$. Com o objetivo de descrever o efeito Bauschinger, Prager (1949) propôs uma lei de encruamento dada por

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{2}{3} c \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p, \quad (2.47)$$

onde c é um parâmetro material. Armstrong e Frederick (1966) propuseram um lei de encruamento não-linear, expressa por

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \frac{2}{3} c \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \zeta \boldsymbol{\alpha} \dot{p}, \quad (2.48)$$

onde ζ é um parâmetro material e

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}} \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p\|. \quad (2.49)$$

Chaboche (1979) propôs uma lei de encruamento não-linear na qual o centro da superfície de escoamento é expresso na forma da seguinte expansão em série:

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\alpha}^{(i)}, \quad (2.50)$$

onde M é o número de termos da expansão. Assume-se que a lei de evolução de cada termo $\boldsymbol{\alpha}^{(i)}$ é governada pela relação

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}}^{(i)} = \frac{2}{3} c^{(i)} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p - \zeta^{(i)} \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \dot{p}, \quad (2.51)$$

onde $c^{(i)}$ e $\zeta^{(i)}$ são parâmetros materiais.

2.5. MODELOS DE FADIGA MULTIAXIAIS

Existem diversos modelos de fadiga multiaxial para a previsão da vida à fadiga de componentes mecânicos. Dentre eles, podem ser citados os modelos baseados no conceito de plano crítico, desenvolvidos a partir de observações experimentais de nucleação e crescimento de microtrincas em um material carregado ciclicamente (Socie, 1993). Dependendo do material, estado de tensão e deformação, condições do ambiente e nível do carregamento, observa-se que a nucleação de trincas ocorre em planos materiais preferenciais, os chamados

planos críticos. A Figura 11 mostra os planos previstos para iniciação de trincas (mostrados pelas retas vermelhas) e as trincas que surgiram no corpo de prova após experimentos.

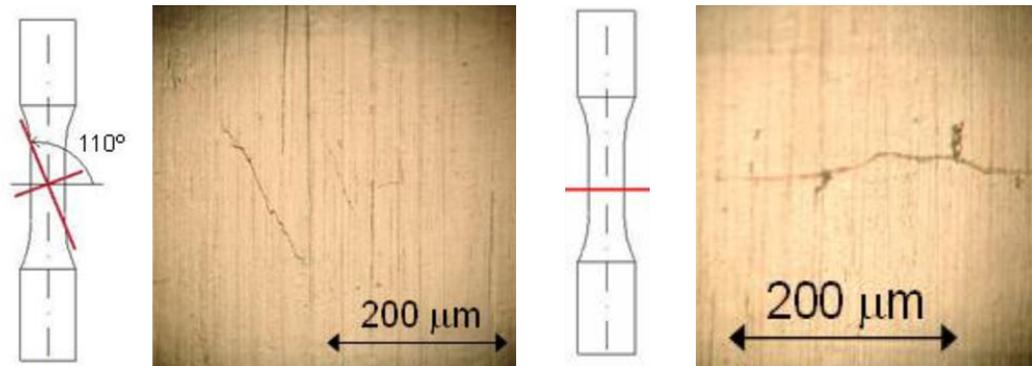


Figura 11 - Planos previstos para a nucleação da trinca e trinca real no material para 2 casos (Shamsaei e Fatemi, 2010).

Baseado nessas observações sobre o processo de nucleação de trincas, essa abordagem utiliza parâmetros obtidos a partir das tensões e deformações cisalhantes e normais atuantes nos planos materiais para estimar o número de ciclos para iniciação de trincas de fadiga. Nesse trabalho, a estimativa de vida a fadiga será feita com o modelo de Fatemi-Socie, mas destaca-se antes a importância da apresentação do primeiro modelo de plano crítico baseado em deformações; o modelo de Brown e Miller (1973).

Esse modelo é baseado na hipótese de que a nucleação de trincas ocorre nos planos materiais onde a amplitude das deformações cisalhantes é mais severa, e que as deformações normais a esses planos de máximo cisalhamento contribuem para o crescimento de microtrincas, como mostra a Fig. 12 (a). Nesse caso, as deformações cisalhantes cíclicas ajudariam na nucleação da trinca e as deformações normais contribuiriam para o seu crescimento.

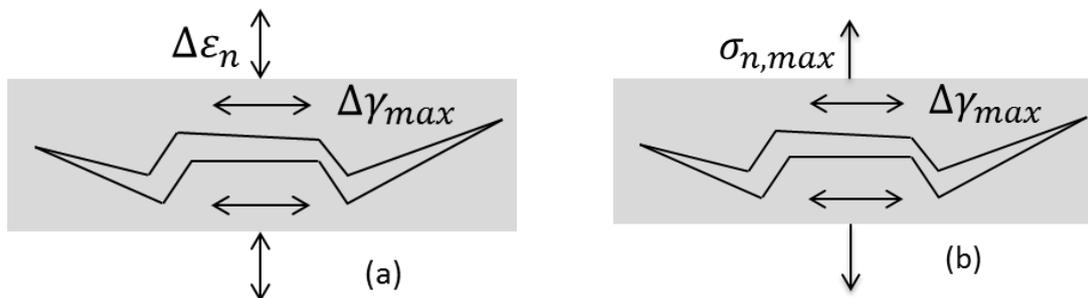


Figura 12 - (a) Representação do modelo de Brown-Miller (b) Representação do modelo de Fatemi-Socie.

Posteriormente, Kandil, Brown e Miller (1982) propuseram o seguinte parâmetro de fadiga baseado na hipótese de Brown-Miller expresso, para uma dada vida à fadiga, como:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = f(N_f), \quad (2.52)$$

onde $\Delta\gamma_{max}/2$ é o valor máximo da amplitude das deformações cisalhantes, $\Delta\varepsilon_n$ é a gama de deformação normal no plano de máximo cisalhamento, e S é um parâmetro material que pode ser obtido a partir de dados experimentais gerados sob carregamento axial e torcional, por exemplo. A função $f(N_f)$ relaciona a vida (número de ciclos até a falha) com o dano da fadiga e tem como base a equação de Coffin-Manson dada pela Eq. (2.11). A equação completa para o modelo de Brown e Miller, como mostrada por Socie e Marquis (2000) pode então ser dada por:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_n = A \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + B \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (2.53)$$

onde A e B são constantes materiais definidas por:

$$A = 1.3 + 0.7S \quad (2.54)$$

$$B = 1.5 + 0.5S \quad (2.55)$$

A diferença do modelo de Fatemi & Socie (1988) em relação ao de Brown e Miller é que os parâmetros governantes do dano de fadiga são a máxima amplitude da tensão cisalhante $\Delta\gamma_{max}/2$ e a tensão normal máxima, $\sigma_{n,max}$ que atua no plano de maior amplitude da deformação cisalhante. A base conceitual para o modelo de dano é mostrado esquematicamente na Fig. 12 (b). As deformações cisalhantes contribuem para a nucleação da trinca enquanto que as tensões normais abriam-na e aumentariam o seu tamanho. Segundo Socie & Marquis (2000), durante um carregamento cisalhante cíclico são geradas forças de atrito devido à forma irregular das microtrincas, que diminuem as tensões nas pontas das trincas e conseqüentemente aumentam a vida a fadiga. No entanto, as tensões normais perpendiculares à superfície da microtrinca tenderiam a separar as superfícies da trinca e assim reduziriam as forças de atrito, o que aumentaria as forças nas pontas das trincas e acabaria por reduzir a vida à fadiga.

Assim, a relação que representa o modelo de Fatemi-Socie é muito parecida com a equação de Brown e Miller, exceto que o modelo a seguir deve ser interpretado com as deformações cíclicas cisalhantes modificadas pela tensão normal para incluir o efeito de abertura da trinca descrito acima. O modelo é expresso como:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left(1 + \kappa \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_Y} \right) = f(N_f), \quad (2.56)$$

onde $\sigma_{n,max}$ é a tensão normal máxima no plano crítico e κ é um parâmetro material que governa o impacto das tensões normais em cada material. Segundo Socie & Marquis (2000), esse parâmetro pode ser calibrado com dados experimentais e assumido constante sem grandes implicações se estivermos em uma zona de vida entre 10 e 10^5 ciclos. A Equação (2.56) pode ser escrita em função da vida à fadiga com o auxílio de dados de ensaios de torção totalmente alternado e da Eq. (2.15):

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} \left(1 + \kappa \frac{\sigma_{n,max}}{\sigma_Y} \right) = \frac{\tau_f'}{G} (2N_f)^{b_0} + \gamma_f' (2N_f)^{c_0} \quad (2.57)$$

Para o cálculo dos modelos de plano crítico, é necessário que as amplitudes das deformações cisalhantes sejam calculadas para todos os planos materiais na seção crítica para que sejam selecionados possíveis candidatos a plano crítico. Depois, com o cálculo das deformações ou tensões normais nesses planos, é/são selecionado(s) o(s) plano(s) crítico(s). Esse método só é viável se existir um auxílio computacional para o computo das histórias de tensão e deformação, que devem ser transformadas para cada plano de análise conforme as Eqs. (2.24) a (2.26) e (2.28) a (2.30).

Para a obtenção de uma estimativa de vida a fadiga do eixo da SAE para os diversos tipos de carregamentos, foi elaborada uma rotina no software MATLAB que usa o modelo de plano crítico de Fatemi-Socie. O programa prevê a vida do espécime utilizando como entrada de dados as histórias de tensões e deformações em um ponto material na raiz do entalhe, que está no estado plano de tensão. É apresentada no anexo I desse trabalho a rotina utilizada para a estimativa de vida a fadiga dada pelo modelo de Fatemi-Socie. O algoritmo foi testado e validado com um exemplo de Socie & Marquis (1997) de um espécime submetido a um carregamento multiaxial não proporcional.

3. IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

Os parâmetros dos modelos elasto-plásticos com encruamento cinemático apresentados na seção 2.4 podem ser identificados a partir da curva tensão-deformação cíclica do material obtida em laboratório. Para isso, é necessário obter a relação matemática que descreve a curva tensão-deformação cíclica correspondente a cada modelo. Então, deve-se encontrar os parâmetros que melhor ajustem a curva tensão-deformação cíclica do modelo em relação à curva experimental. Esse ajuste de curvas pode ser realizado, por exemplo, por meio de um método de regressão não linear.

O objetivo deste capítulo é desenvolver as relações matemáticas que descrevem as curvas tensão-deformação cíclica estimadas pelos modelos descritos na seção 2.4. Essas relações serão utilizadas no capítulo 5 para encontrar os parâmetros do modelo de Chaboche correspondentes ao aço SAE 1045 utilizado no eixo entalhado estudado neste trabalho.

3.1. CASO UNIAXIAL

Para um estado de tensão uniaxial, o tensor tensão possui a forma

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.1)$$

onde σ é a componente de tensão associada à direção do carregamento. A parcela desviadora deste tensor é dada por

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{S}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{S}{2} \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

onde $S = 2/3\sigma$. Como consequência da forma das Eqs. (2.41) e (2.48) e da hipótese que $\boldsymbol{\varepsilon}^p = \mathbf{0}$ e $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ no instante inicial, a deformação plástica e o centro da superfície de escoamento devem ter, respectivamente, as seguintes formas:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \begin{bmatrix} \varepsilon_p & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\varepsilon_p}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\varepsilon_p}{2} \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\alpha}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\alpha}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Substituindo as Eqs. (3.2) e (3.4) na Eq. (2.46) obtém-se a condição de escoamento no contexto uniaxial:

$$f = |\sigma - A| - k = 0, \quad (3.5)$$

onde $A = 3/2 \alpha$. Durante um processo de plastificação com carregamento crescente (carregamento plástico) tem-se $\sigma - A > 0$. Portanto, resulta da Eq. (3.5) que a tensão é dada pela expressão

$$\sigma = A + k. \quad (3.6)$$

Para plastificação com carregamento decrescente (descarregamento plástico) tem-se $\sigma - A < 0$. Nesse caso a tensão é obtida pela expressão

$$\sigma = A - k. \quad (3.7)$$

Resulta da Eq. (2.50) que

$$A = \sum_{i=1}^M A^{(i)}. \quad (3.8)$$

Substituindo as Eqs. (3.3) e (3.4) na Eq. (2.51) e notando que $\dot{p} = |\dot{\varepsilon}_p|$ obtém-se a relação

$$\dot{A}^{(i)} = c^{(i)} \dot{\varepsilon}_p - \zeta^{(i)} A^{(i)} |\dot{\varepsilon}_p|. \quad (3.9)$$

Durante carregamento plástico $\dot{\varepsilon}_p > 0$. Então, a Eq. (3.9) pode ser escrita na forma

$$\dot{A}^{(i)} = (c^{(i)} - \zeta^{(i)} A^{(i)}) \dot{\varepsilon}_p. \quad (3.10)$$

Por sua vez, durante descarregamento plástico $\dot{\varepsilon}_p < 0$. Nesse caso, a Eq. (3.9) torna-se

$$\dot{A}^{(i)} = (c^{(i)} + \zeta^{(i)} A^{(i)}) \dot{\varepsilon}_p. \quad (3.11)$$

3.2. CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA

A curva tensão-deformação cíclica descreve a relação entre as amplitudes de tensão e de deformação plástica do laço de histerese estabilizado. O objetivo desta seção é desenvolver as expressões matemáticas das curvas tensão-deformação cíclica descritas pelos modelos de encruamento linear, de Armstrong-Frederick e de Chaboche.

3.2.1. Modelo de encruamento linear

O modelo de encruamento linear corresponde ao caso em que $M = 1$ e $\zeta^{(1)} = 0$. Portanto, resulta das Eqs. (3.8), (3.10) e (3.11) que durante carregamento e descarregamento plásticos tem-se

$$\dot{A} = c\dot{\varepsilon}_p, \quad (3.12)$$

ou, equivalentemente,

$$\frac{dA}{d\varepsilon_p} = c. \quad (3.13)$$

A solução dessa equação diferencial ordinária é

$$A = A_0 + c(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0}), \quad (3.14)$$

onde ε_{p0} e A_0 são os valores de ε_p e A no início do processo de plastificação, respectivamente. Para calcular as tensões durante carregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (3.6) e Eq. (3.14). Durante descarregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (3.7) e (3.15).

Considere agora um carregamento controlado por deformação, totalmente alternado. Após a estabilização do comportamento plástico, tem-se o laço de histerese mostrado na Fig. 13. A condição para que ocorra a estabilização é dada por

$$A_{\max} + A_{\min} = 0. \quad (3.15)$$

Aplicando a Eq. (3.14) no ramo superior do laço de histerese (carregamento plástico) obtém-se a relação

$$A_{\max} = A_{\min} + 2c\varepsilon_{pa}. \quad (3.16)$$

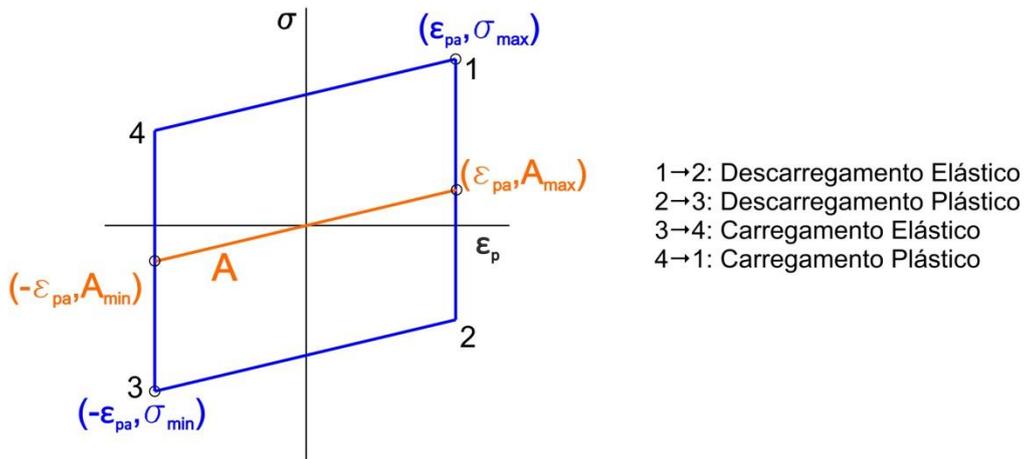


Figura 13 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o encruamento cinemático linear.

Das Eqs. (3.15) e (3.16) resulta que

$$A_{\max} = c\varepsilon_{pa}. \quad (3.17)$$

Aplicando a Eq. (3.6) ao estado de tensão correspondente à extremidade direta do laço de histerese tem-se

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = A_{\max} + k. \quad (3.18)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (3.17) na Eq. (3.18), chega-se à expressão que descreve a curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de encruamento linear:

$$\sigma_a = c\varepsilon_{pa} + k \quad (3.19)$$

A Fig. 14 ilustra a reta representada pela Eq. (3.17).

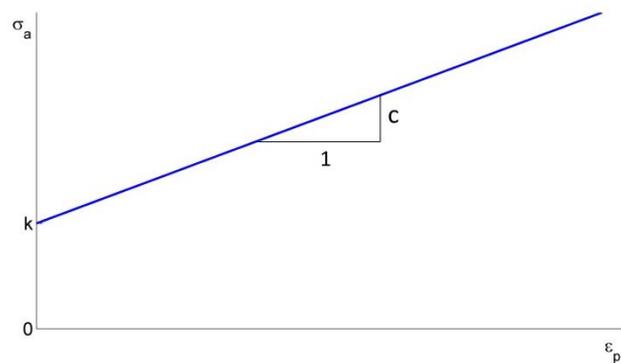


Figura 14 - Curva tensão deformação cíclica segundo modelo de encruamento linear.

3.2.2. Modelo de encruamento de Armstrong-Frederick

O modelo de encruamento de Armstrong-Frederick corresponde ao caso em que $M = 1$ e $\zeta^{(1)} \neq 0$. Portanto, resulta das Eqs. (3.8) e (3.10) que durante carregamento plástico

$$\dot{A} = (c - \zeta A)\dot{\varepsilon}_p, \quad (3.20)$$

ou, equivalentemente,

$$\frac{dA}{d\varepsilon_p} = c - \zeta A. \quad (3.21)$$

A solução dessa equação diferencial ordinária é

$$A = \frac{c}{\zeta} + \left(A_0 - \frac{c}{\zeta}\right) e^{-\zeta(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})}, \quad (3.22)$$

onde ε_{p0} e A_0 são os valores de ε_p e A no início do processo de plastificação, respectivamente. Para calcular as tensões durante carregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (3.6) e Eq. (3.22). Durante descarregamento plástico, utilizam-se as Eqs. (3.7) e (3.23).

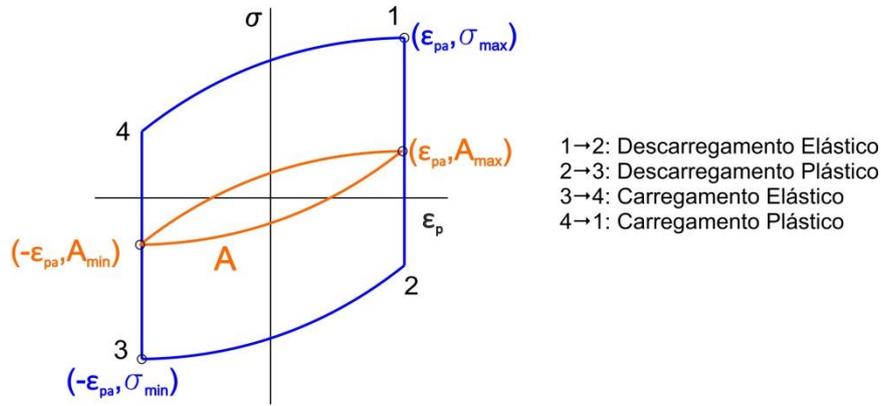


Figura 15 – Laço de histerese e variação do parâmetro A para o modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.

A Figura 15 mostra o laço de histerese estabilizado resultante da aplicação de uma história de deformação controlada, totalmente alternada. Para que ocorra a estabilização é necessário que

$$A_{\max} + A_{\min} = 0 \quad (3.23)$$

Aplicando a Eq. (3.22) no ramo superior do laço de histerese (carregamento plástico) obtém-se a relação

$$A_{\max} = \frac{c}{\zeta} + \left(A_{\min} - \frac{c}{\zeta}\right) e^{-2\zeta\varepsilon_{pa}} \quad (3.24)$$

Das Eqs. (3.23) e (3.24) resulta que

$$A_{\max} = \frac{c}{\zeta} \tanh \zeta \varepsilon_{pa} \quad (3.25)$$

Aplicando a Eq. (3.6) ao estado de tensão correspondente à extremidade direta do laço de histerese tem-se

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = A_{\max} + k \quad (3.26)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (3.25) na Eq. (3.26), chega-se à expressão que descreve a curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de Armstrong-Frederick:

$$\sigma_a = \frac{c}{\zeta} \tanh \zeta \varepsilon_{pa} + k \quad (3.27)$$

A Figura 16 ilustra a curva representada pela Eq. (3.17). Os parâmetros que definem essa curva possuem a seguinte interpretação. A curva parte do valor k com inclinação igual a c , uma vez que $\sigma_a = k$ em $\varepsilon_{pa} = 0$ e

$$\left. \frac{d\sigma_a}{d\varepsilon_{pa}} \right|_{\varepsilon_{pa}=0} = c \quad (3.28)$$

Para $\varepsilon_{pa} \rightarrow \infty$, a curva tende para um valor constante dado por

$$\lim_{\varepsilon_{pa} \rightarrow \infty} \sigma_a = \frac{c}{\zeta} + k \quad (3.29)$$

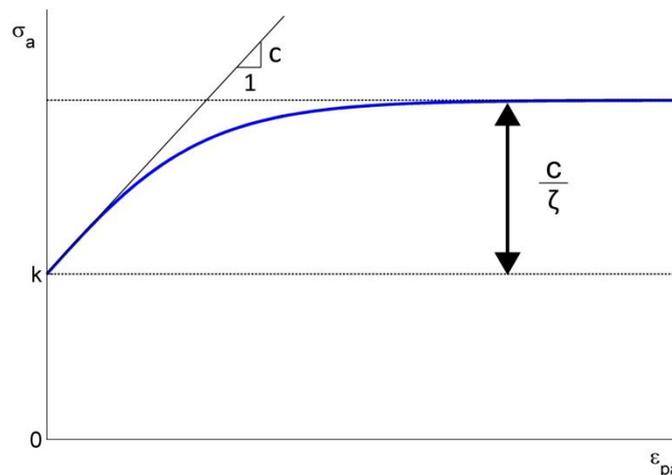


Figura 16 - Curva tensão deformação cíclica segundo modelo de encruamento de Armstrong-Frederick.

3.2.3. Modelo de encruamento de Chaboche

Durante carregamento plástico, a lei de evolução de cada parte $A^{(i)}$ que compõe A é governada pela Eq. (3.10), cuja solução é

$$A^{(i)} = \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} + \left(A_0^{(i)} - \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \right) e^{-\zeta^{(i)}(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})}. \quad (3.30)$$

Para descarregamento plástico, a lei de evolução de $A^{(i)}$ compõe A é governada pela Eq. (3.11), cuja solução é

$$A^{(i)} = -\frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} + \left(A_0^{(i)} + \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \right) e^{\zeta^{(i)}(\varepsilon_p - \varepsilon_{p0})}. \quad (3.31)$$

Para que ocorra a estabilização dos laços de histerese, assume-se que

$$A_{\max}^{(i)} + A_{\min}^{(i)} = 0. \quad (3.32)$$

Aplicando a Eq. (3.30) ao longo do processo de carregamento plástico obtém-se a relação

$$A_{\max}^{(i)} = \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} + \left(A_{\min}^{(i)} - \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \right) e^{-2\zeta^{(i)}\varepsilon_{pa}}. \quad (3.33)$$

Das Eqs. (3.32) e (3.33) resulta que

$$A_{\max}^{(i)} = \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \tanh \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa}, \quad (3.34)$$

e da Eq. (3.8),

$$A_{\max} = \sum_{i=1}^M \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \tanh \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa}. \quad (3.35)$$

Aplicando a Eq. (3.6) ao estado de tensão correspondente à extremidade direta do laço de histerese tem-se

$$\sigma_{\max} = \sigma_a = A_{\max} + k. \quad (3.36)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (3.35) na Eq. (3.36), chega-se à expressão que descreve a curva tensão-deformação cíclica segundo o modelo de Chaboche:

$$\sigma_a = \sum_{i=1}^M \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \tanh \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa} + k. \quad (3.37)$$

É importante observar que no caso em que os $M - 1$ termos da decomposição Eq. (2.50) seguem a lei de encruamento de Armstrong-Frederick, Eq. (2.48), enquanto o último termo segue a lei de encruamento linear, Eq. (2.47), a curva tensão-deformação cíclica descrita pelo modelo de Chaboche é uma combinação das Eqs. (3.27) e (3.19) expressa como

$$\sigma_a = \sum_{i=1}^{M-1} \frac{c^{(i)}}{\zeta^{(i)}} \tanh \zeta^{(i)} \varepsilon_{pa} + c^{(M)} \varepsilon_{pa} + k. \quad (3.38)$$

Segundo Chaboche (1979) o uso da Eq. (3.27) com $M = 3$ é suficiente para descrever de forma satisfatória a curva tensão-deformação cíclica do material. A Fig. 17 ilustra a curva representada pela equação (3.38) com dois termos não lineares e um termo linear, ou seja, $M = 3$. A curva tensão deformação cíclica (em verde) é composta das parcelas representadas pelas curvas em azul, vermelho e ciano e do parâmetro k . Os parâmetros das curvas azul e vermelha podem ser interpretados conforme o modelo de Armstrong-Frederick apresentado na seção 3.2.2, enquanto que os parâmetros da curva em ciano podem ser entendidos com exposto na seção 3.2.1 do modelo de encruamento cinemático linear.

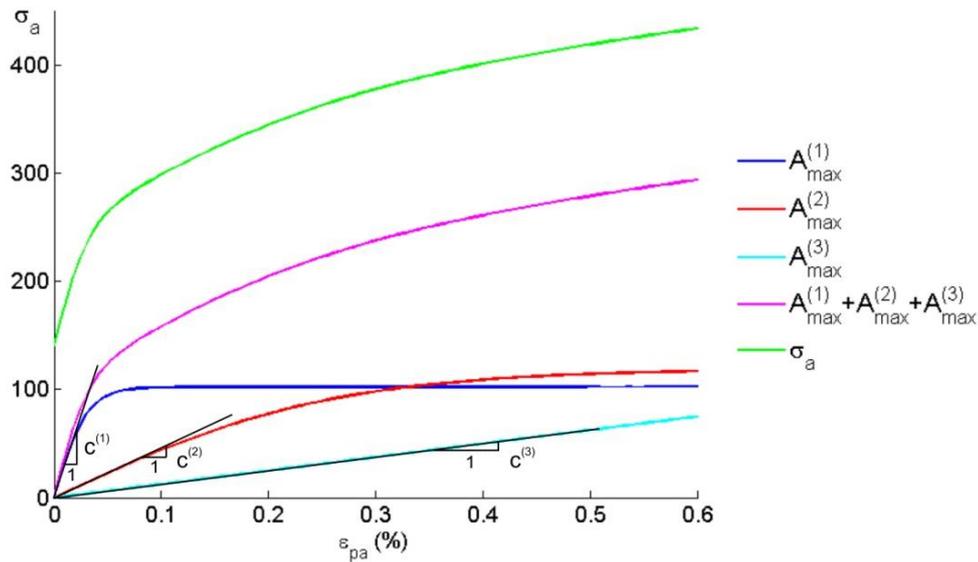


Figura 17 – Representação dos parâmetros materiais no modelo de Chaboche com $M=3$.

4. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS EM EIXO ENTALHADO COORDENADOS PELA SAE

Este capítulo apresenta um resumo dos dados experimentais utilizados neste trabalho a serem comparados com os resultados obtidos com a metodologia empregada nesse trabalho de análise de fadiga. Uma exposição mais detalhada desses dados pode ser encontrada em Socie et al. (1989).

Na década de 1980, a SAE (*Society of Automotive Engineers*) coordenou um programa de ensaios envolvendo laboratórios de várias universidades e indústrias, cujo objetivo era desenvolver técnicas para estimar a durabilidade de componentes entalhados submetidos a carregamentos cíclicos. As técnicas desenvolvidas deveriam ter aplicabilidade em problemas encontrados na indústria automobilística e, portanto, os ensaios foram projetados de forma a reproduzir situações tipicamente encontradas durante a operação dos componentes.

O formato do corpo de prova foi projetado para ter dimensões e geometria similares a componentes industriais e automotivos como, por exemplo, uma ponta de eixo automotiva (veja a Fig. 1 no Capítulo 1) ou qualquer eixo com um ressalto utilizado para apoiar uma engrenagem ou rolamento, por exemplo. A geometria e suas dimensões são apresentadas na Figura 1818. O diâmetro de 40 mm e o raio do entalhe de 5 mm são tipicamente empregados em componentes mecânicos. O acabamento do corpo de prova é retificado e não polido, para se assemelhar ao encontrado em um componente real.

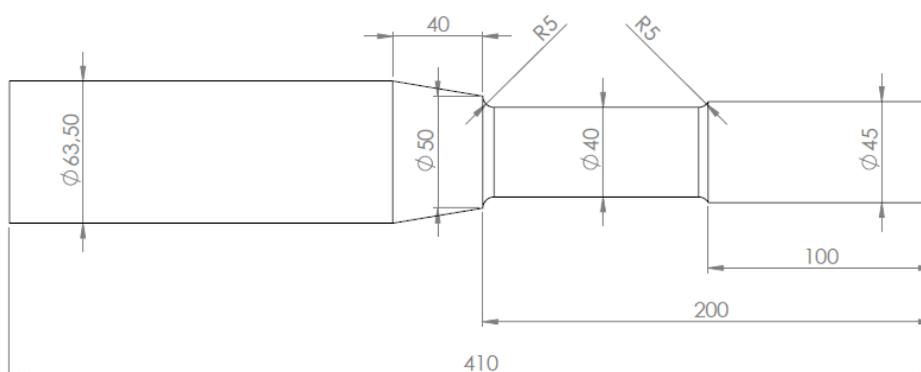


Figura 18 – Geometria e dimensões do eixo entalhado.

A seleção do material foi norteadada pelo critério apresentado acima: seu uso na indústria. O aço escolhido foi o SAE 1045 laminado a quente normalizado. Todos os corpos de prova

foram torneados e retificados na mesma oficina, para minimizar a variabilidade nas propriedades mecânicas do material.

Os ensaios foram realizados em seis laboratórios diferentes para garantir a confiabilidade dos resultados e minimizar erros sistemáticos causados pelas máquinas ou operador. As propriedades mecânicas uniaxiais do aço SAE 1045 encontram-se listadas na Tabela 1.

Tabela 1- Propriedades mecânicas do aço SAE 1045 (Socie et al., 1989).

Propriedades Monotônicas	
Módulo de Elasticidade, E (MPa)	204000
Módulo de Cisalhamento, G (MPa)	79100
Tensão de Escoamento monotônica, σ_Y (MPa)	380
Tensão de ruptura, σ_u (MPa)	620
Coefficiente de Encruamento, K (MPa)	1185
Expoente de Encruamento, n	0,23
Propriedades Cíclicas Axiais	
Coefficiente de Encruamento cíclico, K' (MPa)	1258
Expoente de Encruamento cíclico, n'	0,208
Coefficiente de resistência à fadiga, σ_f' (MPa)	948
Expoente de resistência à fadiga, b	-0,092
Coefficiente de ductilidade à fadiga, ϵ_f'	0,260
Expoente de ductilidade à fadiga, c	-0,445
Propriedades Cíclicas Torcionais	
Coefficiente de encruamento cíclico, K'_0 (MPa)	614
Expoente de encruamento cíclico, n'_0	0,217
Coefficiente de resistência à fadiga, τ_f' (MPa)	505
Expoente de resistência à fadiga, b_0	-0,097
Coefficiente de ductilidade à fadiga, γ_f'	0,413
Expoente de ductilidade à fadiga, c_0	-0,445

Para a realização dos ensaios multiaxiais, cada laboratório construiu sua própria máquina, que deveria ser capaz de aplicar carregamentos de flexão e torção. A Figura 19 apresenta o aparato utilizado por um dos laboratórios, feito em estrutura metálica soldada, em que o corpo de prova era engastado em uma das extremidades, enquanto que na outra extremidade era aplicado o carregamento. Os carregamentos foram aplicados pelos dois atuadores mostrados. Para fletir o corpo de prova, os atuadores se movimentavam ao mesmo tempo no mesmo sentido e para torcê-lo, os atuadores se movimentavam em direções opostas. Os carregamentos multiaxiais foram aplicados combinando-se eletronicamente os movimentos

anteriores. A Figura 20 mostra a regiões de engaste e aplicação do carregamento. Os momentos fletores foram gerados por forças aplicadas a uma distância de 145 mm da raiz do entalhe. Em cada ensaio foi utilizada uma roseta para medir as deformações na região do entalhe e um transdutor ultrassônico para medir o comprimento das microtrincas.

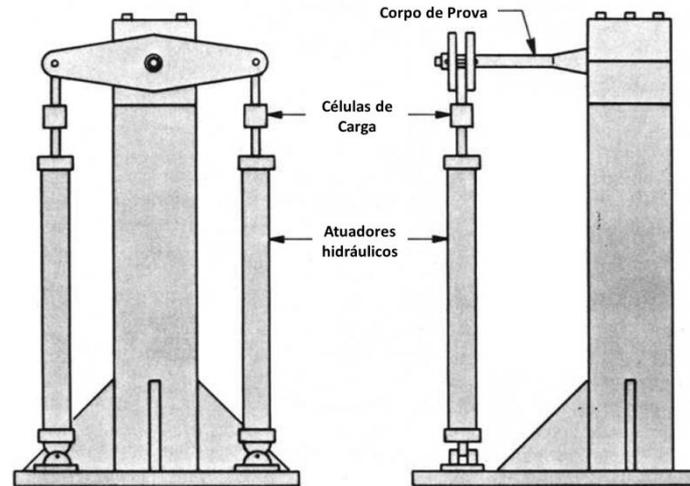


Figura 19 - Aparato experimental para condução dos ensaios (Miller & Brown, 1982).

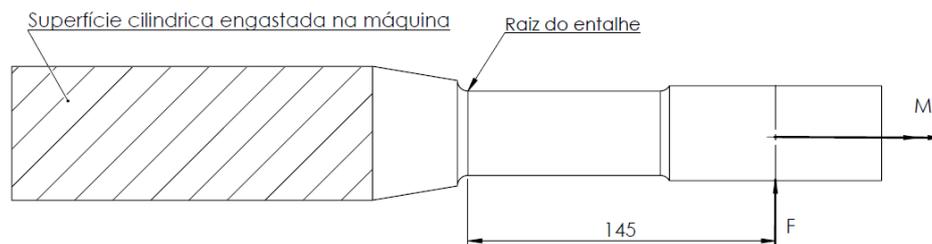


Figura 20- Regiões de engaste e aplicação dos carregamentos.

Os corpos de prova foram submetidos a quatro tipos de carregamentos cíclicos de amplitude constante: flexão pura, torção pura, flexão-torção em fase e flexão-torção com ângulo de fase de 90° . Os momentos fletor e torsor na seção transversal que contém a raiz do entalhe podem ser expressos como:

$$M_b(t) = M_{ba} \text{sen}(\omega t), \quad (4.1)$$

$$M_t(t) = M_{ta} \text{sen}(\omega t - \varphi), \quad (4.2)$$

onde M_{ba} e M_{ta} são as amplitudes dos momentos fletor e torsor, respectivamente, ω é a frequência do carregamento e φ é o ângulo de fase. Os carregamentos aplicados são ilustrados na Fig. 21.

Os corpos de prova foram carregados ciclicamente até sua ruptura total e, durante os ensaios, o crescimento da microtrinca na região do entalhe foi monitorado. Também o número de ciclos para ruptura, quanto o número de ciclos para o surgimento de um trinca de

comprimento igual a 1 mm foram registrados. Os resultados dos ensaios são apresentados nas Tabelas 2, 3 e 4.

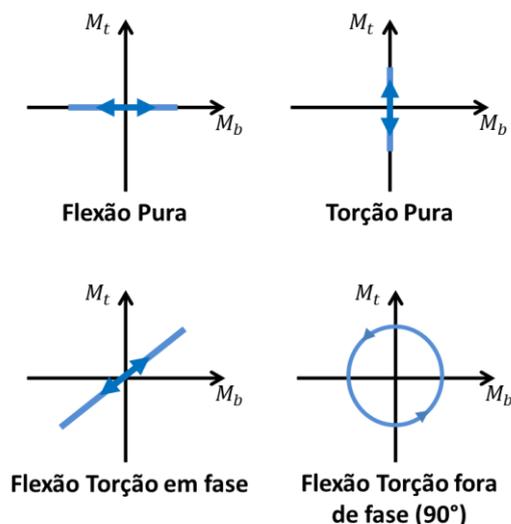


Figura 21 - Carregamentos utilizados nos ensaios.

Tabela 2 – Resultados dos ensaios de flexão.

Identificação do Corpo de Prova	Momento Fletor (N.m)	Momento Torsor (N.m)	Nº de ciclos para iniciação de uma trinca de 1 mm	Nº de ciclos para fratura
JD-BR3-1	2800	0	2,571	8,262
IL-BR3-2	2600	0	3,000	13,760
AOS-BR3-1	2600	0	7,930	13,060
JD-BR3-2	2600	0	8,111	18,310
AOS-BR3-2	2586	0	14,000	17,450
JD-BR2-1	1875	0	41,360	106,700
BC-BR2-1	1875	0	55,000	117,700
RN-BR2-1	1730	0	30,000	83,600
IL-BR2-2	1730	0	49,200	132,300
IL-BR2-1	1730	0	60,000	184,300
AOS-BR2-1	1730	0	130,000	228,300
AOS-BR2-2	1708	0	163,800	249,900
AOS-BR1-1	1475	0	230,000	403,800
AOS-BR1-2	1460	0	430,000	764,000
JD-BR1-1	1475	0	464,000	709,000
IL-BR1-1	1400	0	4,494,000	-

Tabela 3 – Resultados dos ensaios de torção.

Identificação do Corpo de Prova	Momento Fletor (N.m)	Momento Torsor (N.m)	Nº de ciclos para iniciação de uma trinca de 1 mm	Nº de ciclos para fratura
JD-TR3-1	0	3000	4,057	9,528
IL-TR3-1	0	3000	7,000	14,720
BC-TR3-1	0	2534	15,000	33,330
BC-TR2-1	0	2400	65,000	101,100
IL-TR2-1	0	2400	75,700	164,070
GKN-TR1-1	0	2000	700,000	2,000,000
RN-TR1-1	0	2000	750,000	1,293,000
IL-TR1-1	0	2000	1,584,000	2,238,000
JD-TR0-1	0	1700	2,324,000	-
JD-TR0-2	0	1500	1,515,000	-

Tabela 4 – Resultados dos ensaios de flexão-torção em fase.

Identificação do Corpo de Prova	Momento Fletor (N.m)	Momento Torsor (N.m)	N° de ciclos para iniciação de uma trinca de 1 mm	N° de ciclos para fratura
IL-XR3-1	1850	2550	2,200	5,113
RN-XR3-1	1850	2100	4,780	11,630
IL-XR3-3	1850	2100	6,700	11,500
IL-XR3-1	1355	2550	5,500	11,630
JD-XR3-1	2000	2100	5,998	12,050
RN-XR2-1	1220	1700	60,800	124,500
IL-XR2-1	1220	1710	72,000	163,700
JD-XR2-1	1220	1710	107,500	158,100
RN-XR1-1	990	1390	350,000	587,000
IL-XR1-1	990	1390	933,000	1,194,000
IL-XR1-1	725	1390	2,000,000	-
IL-YR2-1	1550	1090	80,000	159,900
IL-YR2-2	1550	1090	97,500	220,500
IL-YR3-1	2325	1350	2,810	11,380
IL-YR3-2	2325	1350	3,000	12,090
IL-YR3-1	1720	1350	17,070	51,780
IL-YR3-2	1720	1350	21,450	65,800
BC-YR2-1	1680	960	30,000	65,049
JD-YR2-2	1680	900	84,950	153,800
JD-YR2-1	1300	1400	84,680	226,000
RN-YR1-1	1250	880	325,000	747,000
IL-YR1-1	1250	880	600,000	722,500
IL-YR1-1	1150	1090	2,294,000	-
IL-YR1-2	1150	1090	2,381,000	-
IL-YR1-1	920	880	3,473,000	-
IL-ZR3-1	1150	2700	3,000	12,700
JD-ZR3-1	1250	2700	6,402	10,420
IL-ZR3-1	851	2700	9,000	17,730
IL-ZR3-2	840	2700	10,000	24,500
IL-ZR2-1	780	2180	70,000	142,700
IL-ZR2-2	780	2180	70,680	169,500
IL-ZR2-3	570	2180	76,100	177,800
IL-ZR2-4	570	2180	99,560	186,700
JD-ZR2-1	845	1800	259,900	396,800
IL-ZR1-1	460	1760	2,350,000	-
IL-ZR1-1	460	1760	3,027,000	-

Tabela 5 – Resultados dos ensaios de flexão-torção fora de fase.

Identificação do Corpo de Prova	Momento Fletor (N.m)	Momento Torsor (N.m)	N° de ciclos para iniciação de uma trinca de 1 mm	N° de ciclos para fratura
JD-ZR03-1	1150	2700	10,600	13,110
JD-XR03-1	1850	2100	12,660	27,470
JD-XR03-2	1800	2100	21,600	24,620
BC-XR03-1	1698	2242	6,725	10,840
JD-YR03-1	2300	1325	17,720	23,980
JD-ZR03-2	770	2180	151,900	157,100
BC-XR03-2	1295	1710	25,580	45,580
JD-XR02-1	1220	1710	157,500	213,800
JD-XR02-2	1220	1710	173,300	266,200
JD-XR01-1	985	1400	>1,000,000	-

5. ANÁLISE DE TENSÃO-DEFORMAÇÃO E FADIGA

Para a simulação das tensões e deformações no eixo entalhado, utilizou-se o programa de elementos finitos Abaqus CAE versão 6.10. Esse programa é capaz de realizar simulações elasto-plásticas com encruamento cinemático de Prager, Armstrong-Frederick e Chaboche. Esse último modelo foi utilizado para a obtenção das tensões e deformações correspondentes aos laços de histerese estabilizados. Nesse capítulo serão apresentados os passos tomados para a modelagem dos ensaios no programa e será mostrado como foi calibrado o modelo de Chaboche. Também serão apresentados exemplos de curvas tensão-deformação obtidas em simulações com carregamentos em fase e fora de fase.

A estimativa do número de ciclos para falha por fadiga foi feita como o modelo de Fatemi-Socie por meio de um *script* escrito no programa MATLAB (Anexo I). Ao final desse capítulo serão mostrados os resultados dessa estimativa em um gráfico vida-vida e uma comparação com os resultados experimentais obtidos pelo programa conduzido pela SAE.

5.1. CONDIÇÕES DE CONTORNO E CARREGAMENTO

A condição de contorno aplicada ao eixo entalhado deve representar o engaste na máquina de ensaio mostrado na Figura 20. Assim, toda a superfície cilíndrica onde ocorre o engaste deve ter seus deslocamentos nulos. Essa condição de contorno pode ser inserida sem dificuldades no Abaqus, mas por se tratar de uma parte de tamanho considerável do corpo de prova e não ser útil na análise, o engaste foi simplificado. O corpo cilíndrico foi removido e seu efeito foi computado com um engaste na superfície circular aonde começaria o cilindro, reduzindo o tamanho da malha e, portanto diminuindo o tempo de processamento. A Figura 22 mostra a diferença entre o corpo de prova real e o reduzido, utilizado nas análises, enquanto a Fig. 23 apresenta em lilás a área onde foi aplicado deslocamento nulo no corpo de prova reduzido.

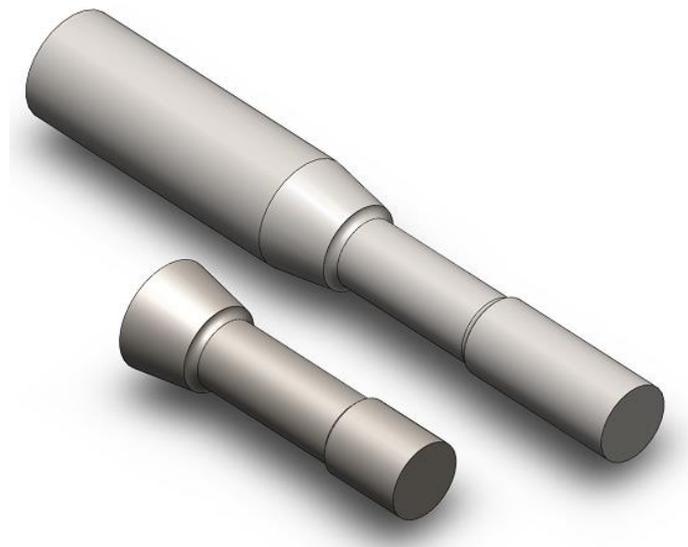


Figura 22 – Comparação entre a geometria modelada (esquerda) e real (direita) dos corpos de prova.

Diferentemente da condição de contorno, os carregamentos variam para cada ensaio. Nos experimentos, o carregamento de flexão é gerado por meio de uma força aplicada a 145 mm do entalhe, como mostrado na Fig. 20. No entanto, a extremidade do corpo de prova está a 195 mm do entalhe, ou seja, 50 mm do corpo não tem uma função útil na análise. Para otimizar o tempo de processamento e facilitar a aplicação dos carregamentos de flexão, esses 50 mm do corpo cilíndrico foram removidos, como também mostra a Fig. 22. Os carregamentos responsáveis por produzir os momentos são gerados a partir de forças que atuam em toda uma superfície. A Figura 24 (a) mostra a atuação da tração de superfície que é aplicada na simulação para gerar flexão no corpo de prova. O carregamento de torção é adicionado também como uma tração de superfície, mas ele é aplicado tangenciando toda a face externa do cilindro, como mostra a Fig. 24 (b).

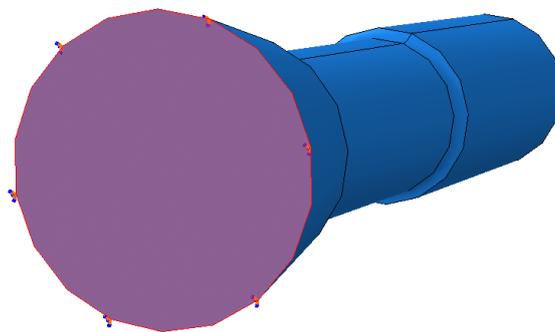


Figura 23 - Engaste do corpo de prova.

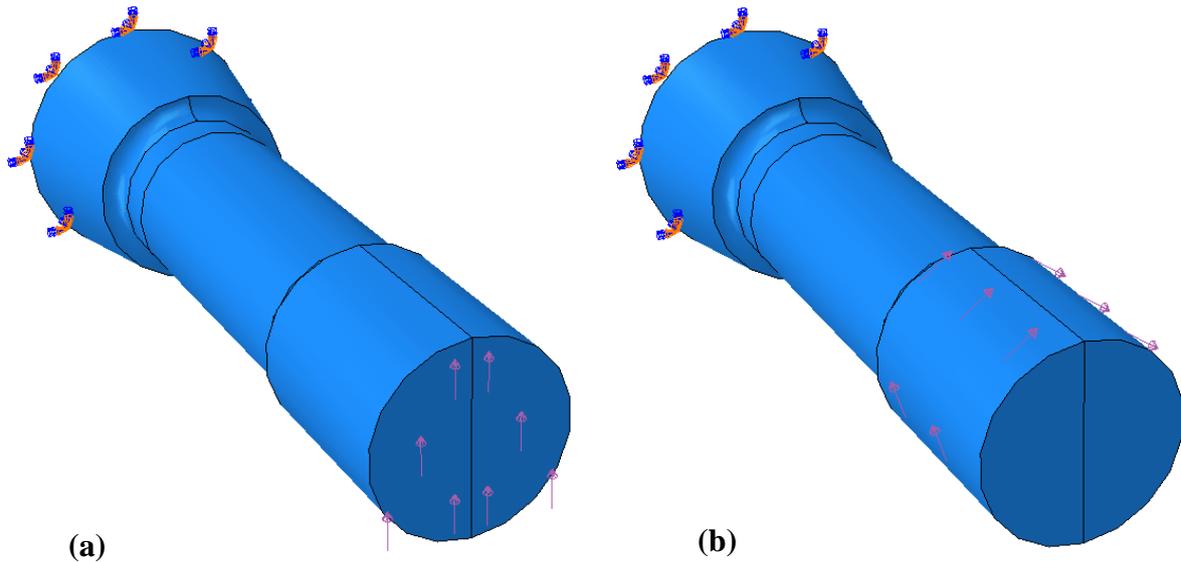


Figura 24 - Carregamento de (a) flexão pura e (b) torção pura.

O módulo do carregamento é inserido no Abaqus de forma com que os momentos aplicados sejam iguais aos experimentais. Os momentos gerados na seção da raiz do entalhe estão relacionados com as trações aplicadas nas superfícies. A Eq. (5.1) relaciona a tração aplicada na face circular τ_b como na Fig. 24 (a) com o momento fletor na raiz do entalhe M_b , enquanto que a Eq. (5.2) relaciona a tração aplicada na face cilíndrica τ_t da Fig. 24 (b) com o momento torsor M_t gerado na seção da raiz do entalhe.

$$\tau_b = \frac{M_b}{\pi r^2 d}, \quad (5.1)$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{2\pi r^2 h}, \quad (5.2)$$

onde r é o raio da seção circular aonde são aplicados os carregamentos, d é a distância entre a seção de aplicação da tração de superfície até a raiz do entalhe e h é o comprimento do cilindro em que a tração de superfície de torção atua. Aplicando as dimensões do corpo de prova nas Eqs. (5.1) e (5.2), têm-se:

$$\tau_b(\text{MPa}) = 4,34 \cdot 10^{-3} M_b(\text{N.m}), \quad (5.3)$$

$$\tau_t(\text{MPa}) = 6,29 \cdot 10^{-3} M_t(\text{N.m}). \quad (5.4)$$

Para realizar a simulação de modo cíclico, o módulo desses carregamentos deve ser variável ao longo do tempo. O Abaqus oferece essa função por meio da aplicação de um carregamento com amplitude periódica. Nas simulações de flexão e torção pura e na flexão torção combinada em fase, os carregamentos foram definidos para seguir uma função senoidal

de frequência igual a 2 rad/s, de modo que um ciclo fosse completado a cada 3 segundos no tempo da simulação. O Abaqus pede que a amplitude periódica seja definida em termos de uma série de Fourier do tipo (veja Abaqus User's Manual, 2010):

$$a = A_0 + \sum_{n=1}^N [A_n \cos n\omega(t - t_0) + B_n \sin n\omega(t - t_0)], \quad (5.5)$$

onde a definição das constantes apresentadas acima é feita pela janela apresentada na Fig. 25, que mostra os parâmetros inseridos para criar a função senoidal dos carregamentos de torção e flexão.

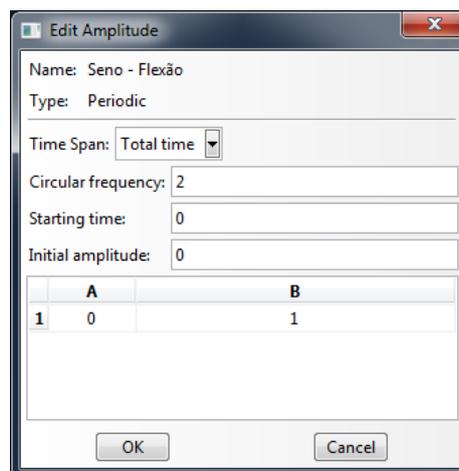


Figura 25 - Janela de definição da amplitude periódica do carregamento (Abaqus CAE).

Já nas simulações de flexão-torção combinadas fora de fase, o carregamento de torção é defasado de 90° e inicia somente quando o momento fletor atinge o seu valor máximo pela primeira vez, conforme ilustra a Fig. 26 em que o módulo máximo do momento fletor é de 1295 N.m e do tursor é de 1710 N.m.

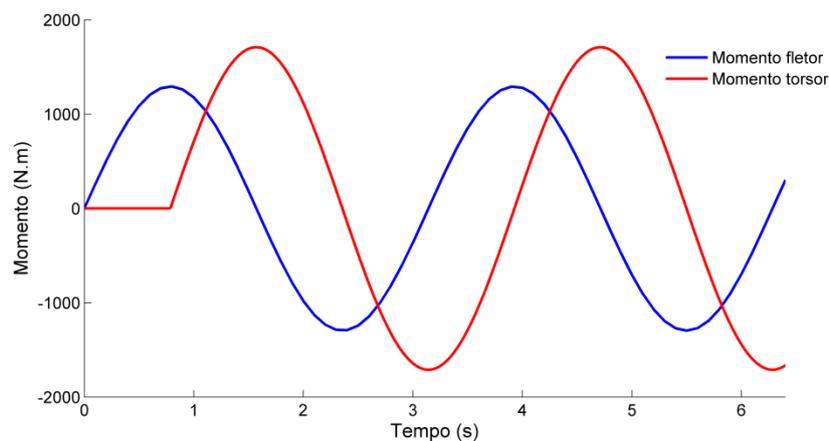


Figura 26 – Variação dos momentos na raiz do entalhe para carregamentos fora de fase (90°).

5.2. ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA DA MALHA

Nesse trabalho, a duração de cada simulação é um parâmetro importante, já que precisam ser analisados 69 casos. A duração está diretamente relacionada com o refinamento da malha e o tipo de elemento utilizado. Frente a isso, uma análise de convergência da malha fez-se necessária. Essa análise foi feita comparando os resultados de tensão obtidos por simulações no domínio elástico (cada uma com um refinamento da malha diferente) com o valor analítico calculado. O melhor refinamento é obtido assim que os resultados começam a convergir para um determinado valor, ou seja, quando eles se tornam insensíveis a uma maior discretização da malha.

O primeiro passo para a definição da malha consiste em definir o tipo e a forma do elemento a ser utilizado na peça. O fato de o eixo ter sido gerado como um sólido de revolução induz a utilização de elementos apropriados para essa geometria e que melhor se acomodarão. O elemento mais apropriado para esse caso é o elemento quadrático C3D20, um paralelepípedo de 20 nós.

O processo para seleção da malha é interativo, ou seja, faz-se a simulação para vários tipos de malha e compara-se o resultado com alguma situação conhecida. A estratégia adotada para verificar a confiabilidade das malhas geradas baseou-se em comparar o valor do concentrador de tensão no entalhe para flexão e torção pura com os valores teóricos de Socie (2012) disponíveis no site *efatigue.com*. As simulações foram feitas com um momento fletor ou torsor de 1 N.m e portanto o material se comportou elasticamente devido às baixas tensões induzidas (menores do que 1 MPa).

Primeiramente, foram feitos cálculos analíticos para a determinação das tensões teóricas no entalhe, sabendo-se que os fatores de concentração de tensão para flexão K_{tb} e para torção K_{tt} são definidos pela relação entre a tensão máxima no entalhe σ_{max} e a tensão nominal σ_{nom} :

$$K_{tb} = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}, \quad (5.6)$$

$$K_{tt} = \frac{\tau_{max}}{\tau_{nom}}. \quad (5.7)$$

(a) Tensão produzida pelo momento fletor

$$\sigma_{nom} = \frac{32M_b}{\pi d^3} = 0,159 \text{ MPa.} \quad (5.8)$$

De acordo com Socie (2012), o fator concentrador de tensões para um eixo circular sob flexão com um entalhe de 5 mm é $K_{tb} = 1,6$.

$$\sigma_{max} = K_{tb} \cdot \sigma_{nom} = 0,254 \text{ MPa.} \quad (5.9)$$

(b) Tensão produzida pelo momento torsor

$$\tau_{nom} = \frac{16M_t}{\pi d^3} = 0,795 \text{ MPa.} \quad (5.10)$$

Também segundo Socie (2012), o fator de concentração de tensão para um eixo circular com entalhe de 5 mm sob torção é $K_{tt} = 1,3$.

$$\tau_{max} = K_{tt} \cdot \tau_{nom} = 0,103 \text{ MPa.} \quad (5.11)$$

Com os valores acima, foram geradas diversas malhas e para cada uma foi feita uma simulação para flexão pura e torção pura e os resultados obtidos para as tensões no entalhe foram comparados com os resultados teóricos. O Abaqus tem um gerador de malhas implementado que funciona baseado na quantidade de divisões que o usuário faz na peça. No caso do eixo entalhado, tiveram de ser feitas divisões de quatro tipos distintos no eixo: na direção circunferencial e nas direções transversais nas regiões: do entalhe, na adjacente à raiz do entalhe e nos corpos cilíndricos (restante do corpo de prova). A partir dessas divisões foi feita uma análise de convergência para cada tipo de divisão.

O tipo de divisão que mais influencia nos resultados e no tempo de simulação é a divisão circunferencial, já que afeta o número de elementos e nós mais significativamente do que os outros tipos de divisões. Foram geradas malhas com poucas divisões circunferenciais e gradativamente aumentou-se o número de divisões até ficar claro que os resultados convergiram. A Figura 27 mostra uma das malhas mais grosseiras (com menos divisões circunferenciais) e uma das mais refinadas utilizada nessa análise.

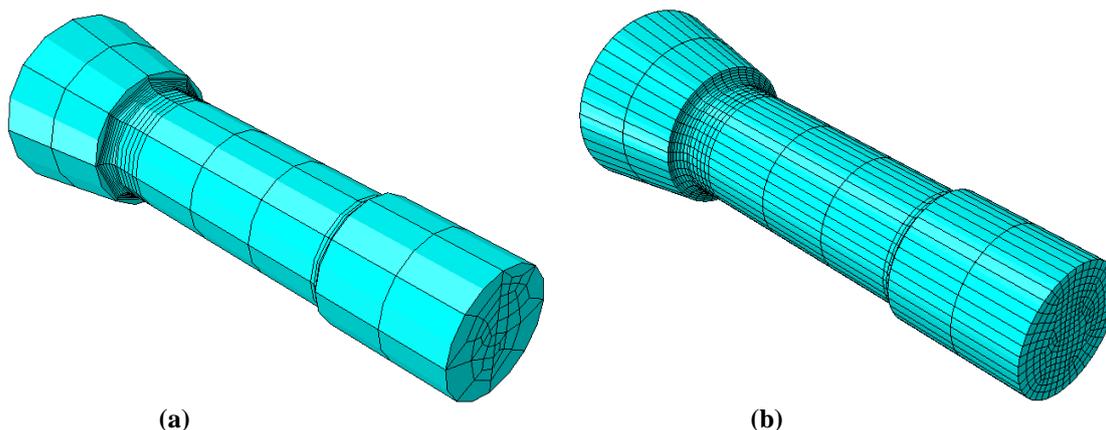


Figura 27 - Malhas com 8 divisões circunferenciais (a) e malha com 40 divisões (b).

Para cada malha foram feitas simulações de flexão pura e torção pura com momentos de 1 N.m e as tensões máximas no entalhe foram comparadas com as tensões calculadas analiticamente. Calculou-se as diferenças absolutas teóricas δ entre o resultado analítico e o da simulação pela Eq. (5.12) para cada refinamento da malha e o gráfico da Fig. 28 foi gerado.

$$\delta = \left\| \frac{\sigma_{simulado} - \sigma_{analítico}}{\sigma_{analítico}} \right\| \quad (5.12)$$

Percebe-se que o valor de δ começa alto e que vai diminuindo até ficar menor do que 1%, quando a malha tem 16 divisões circunferenciais. Conforme as divisões aumentam, o erro se estabiliza e converge para um valor entre 1% e 2%, o que indica que com 16 divisões a malha já é capaz de fornecer resultados com baixo erro associado e que com mais divisões os resultados seriam semelhantes, porém o custo computacional aumentaria.

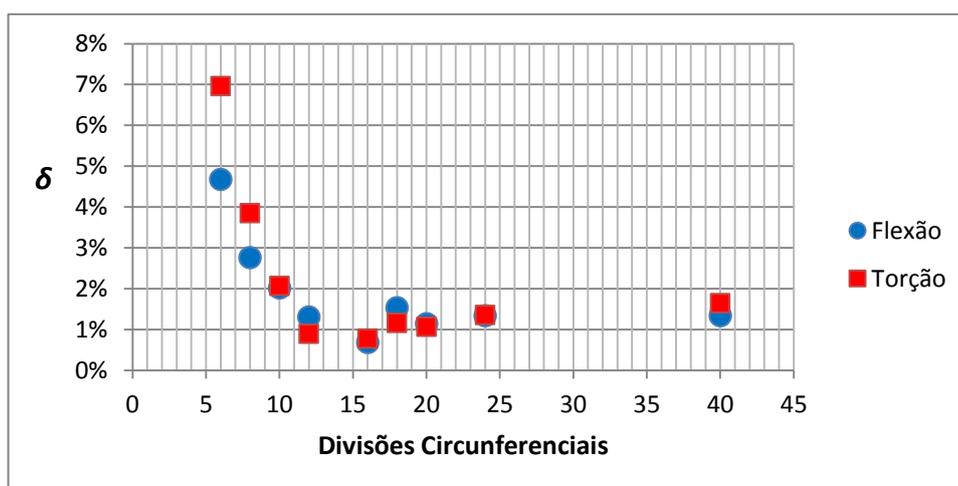


Figura 28 - Convergência da malha para divisões circunferenciais.

Foi feita um análise semelhante para o número de divisões transversais no entalhe e percebeu-se que com 8 divisões os resultados já apresentavam uma diferença para o valor calculado menor do que 1% e que a partir desse ponto as diferenças do valor analítico se estabilizavam entre 1 e 2%, como mostra a Fig. 29.

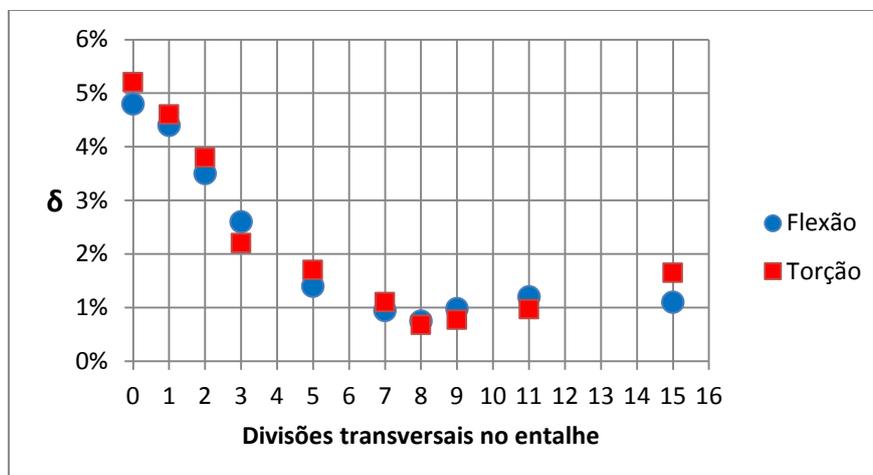


Figura 29 - Convergência da malha para divisões transversais no entalhe.

A análise para as divisões transversais próximas à raiz do entalhe mostrou que a diferença com o resultado analítico se estabilizava com 5 divisões até 10 mm da raiz do entalhe. Além de melhorar o resultado da análise elástica, o refinamento próximo à raiz do entalhe caracterizou o estado plano de tensão mais eficientemente do que sem esse refinamento, que gerava resultados com componentes consideráveis da tensão para fora da superfície. A análise para as divisões transversais nos corpos cilíndricos mostrou que elas não influenciavam no resultado, então optou-se pelo menor número de divisões. A malha definitiva utilizada para todas as simulações desse trabalho é a apresentada na Fig. 30.

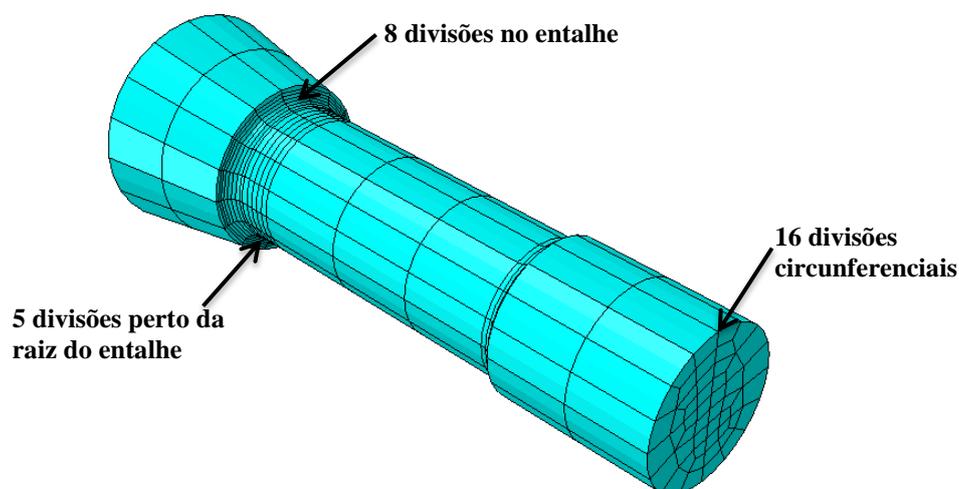


Figura 30 - Malha utilizada nas simulações.

A análise acima resultou em uma malha que gera resultados com baixo erro a ela associada e com o menor tempo de processamento possível para a obtenção desses valores. O tempo de cada simulação usando a malha da Fig. 30 foi de aproximadamente 45 min para casos de carregamentos combinados em um computador Intel® Core™2 Duo 2.40 GHz e 4 GB de RAM. Por outro lado, a malha gerada pelo Abaqus com todas as opções *default* (respeitando os 4 tipos de divisões propostos acima) implicou uma diferença para o valor teórico de aproximadamente 2%, no entanto o tempo de simulação foi de aproximadamente 7,5 horas para os mesmos casos no mesmo computador.

A Figura 31 e a Figura 32 mostram os resultados obtidos com a malha utilizada para a simulação elástica com 1 N.m para flexão e torção pura, respectivamente. Repare que os valores obtidos são muito próximos aos valores analíticos das Eqs. (5.9) e (5.11).

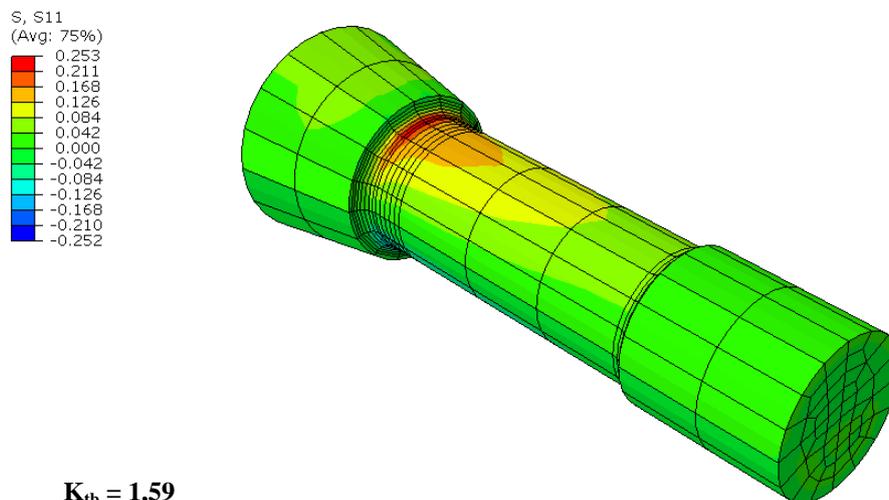


Figura 31 - Resultados para a simulação elástica de flexão pura – Tensões axiais (1 N.m no entalhe)

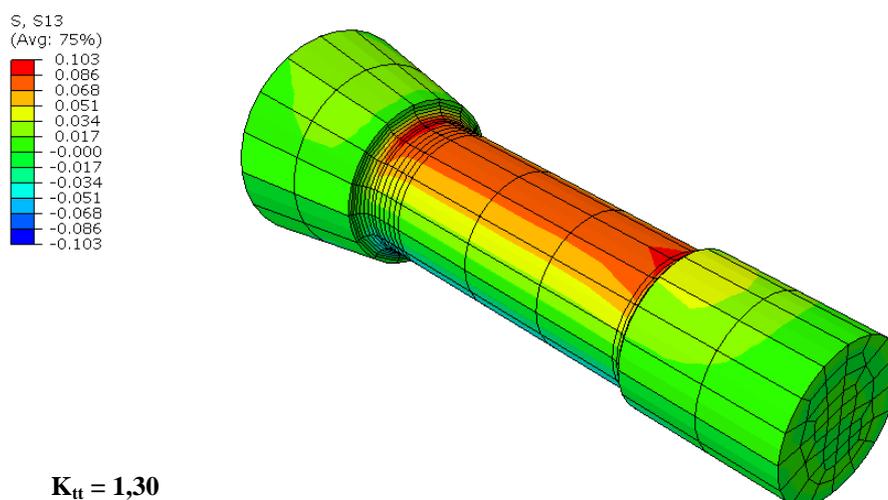


Figura 32 – Resultado em MPa para a simulação elástica de torção pura – Momento torsor de 1 N.m

5.3. ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA

A modelagem do comportamento elasto-plástico do eixo foi feita utilizando-se o modelo de Chaboche (1979). O Abaqus requer que o material seja definido com os parâmetros materiais dados pelo modelo utilizado. Será descrito a seguir o procedimento para a identificação desses parâmetros. Com essa definição a modelagem dos ensaios da SAE no Abaqus se completa e ao final dessa seção serão apresentadas as curvas tensão-deformação simuladas para o caso flexão-torção combinados em fase e fora de fase.

5.3.1. Identificação de parâmetros do modelo de Chaboche

Os parâmetros do modelo de Chaboche foram obtidos ajustando a curva tensão-deformação cíclica desse modelo, descrita pela Eq. (3.37) ou Eq. (3.38), em relação à curva obtida em laboratório dada pela Eq. (2.2). Esse ajuste de curvas pode ser realizado, por exemplo, por meio de um método de regressão não linear. Neste trabalho este procedimento foi realizado utilizando-se a função `nlinfit` do MATLAB.

Para verificar a afirmação de Chaboche de que $M = 3$ na Eq. (3.38) (dois termos não-lineares e um termo linear) é capaz de representar de forma satisfatória a curva tensão-deformação cíclica, comparou-se os ajustes de curva correspondentes aos seguintes casos:

- (a) 1 termo não linear (Armstrong-Frederick): Eq. (3.27);
- (b) 1 termo não linear e 1 termo linear: Eq. (3.38) com $M = 2$;
- (c) 2 termos não lineares: Eq. (3.37) com $M = 2$;
- (d) 2 termos não lineares e 1 termo linear: Eq. (3.38) com $M = 3$.

Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 33, onde fica claro que o melhor de ajuste de curvas é obtido no caso (d). Tendo em vista esses resultados, utilizou-se neste trabalho a lei de encruamento cinemático de Chaboche com dois termos não lineares e um termo linear. Os parâmetros empregados nas simulações são listados na Tabela 6.

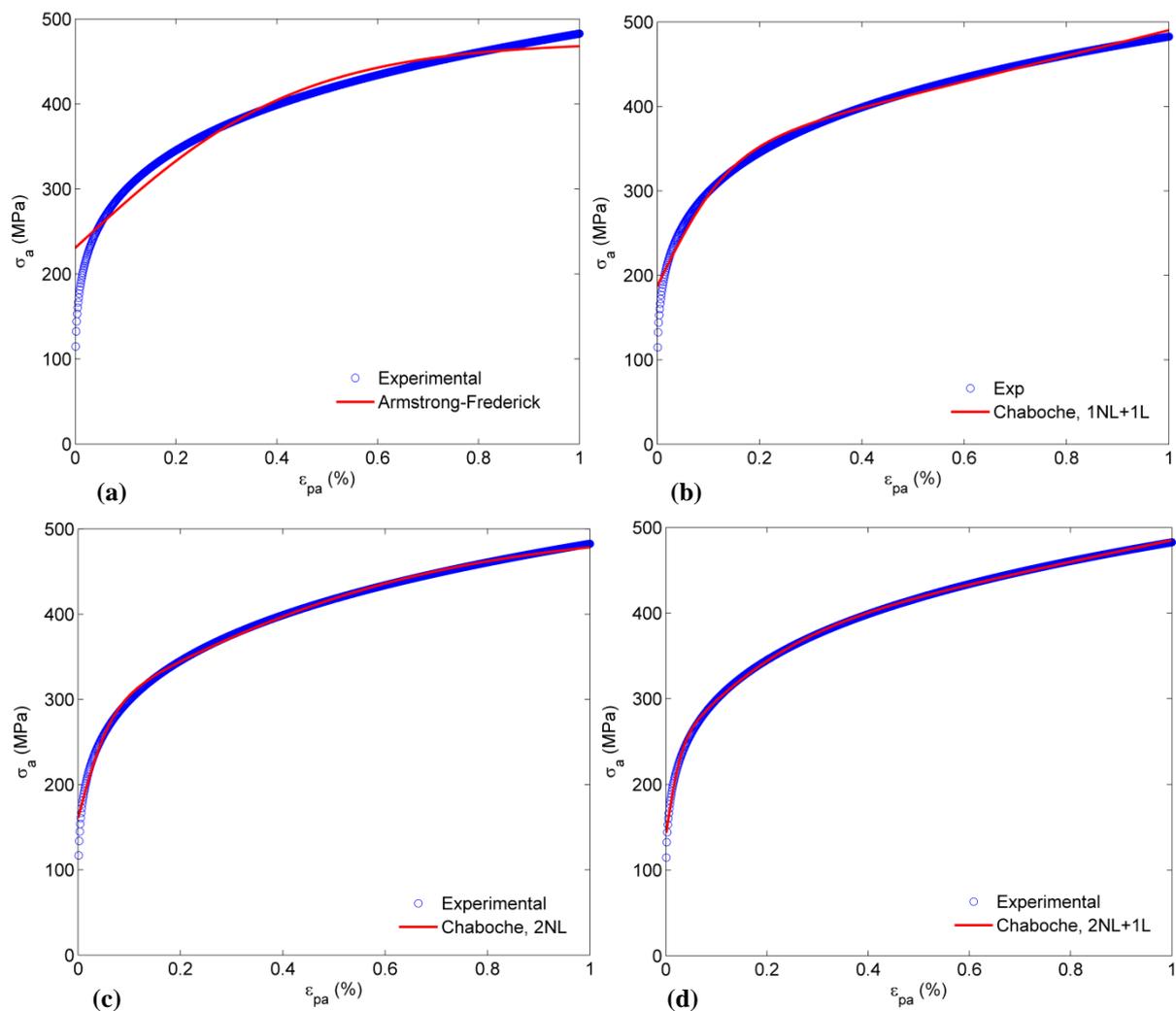


Figura 33 - (a) Ajuste com 1 termo não linear (b) 1 termo não linear e 1 linear (c) 2 termos não lineares (d) 2 termos não lineares e 1 termo linear.

Tabela 6 - Parâmetros utilizados nas simulações.

Parâmetro	Valor
$c^{(1)}$	332117 MPa
$\zeta^{(1)}$	3254
$c^{(2)}$	46263 MPa
$\zeta^{(2)}$	389
$c^{(3)}$	12454 MPa
k	140 MPa

A entrada desses parâmetros no Abaqus é feita diretamente na sessão de definição das propriedades plásticas do material, na janela mostrada na Fig. 34.

Name: Material-1
 Description:

Material Behaviors

Elastic
 Plastic

General Mechanical Thermal Other

Plastic

Hardening: Combined

Data type: Parameters

Number of backstresses: 3

Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0

	Yield Stress At Zero Plastic Strain	Kinematic Hard Parameter C1	Gamma 1	Kinematic Hard Parameter C2	Gamma 2	Kinematic Hard Parameter C3	Gamma 3
1	140	332117	3254	46263	389	12454	0

Figura 34 - Janela de entrada dos parâmetros do modelo de Chaboche (Abaqus CAE).

5.3.2. Laços de Histerese

O modelo de estimativa de vida à fadiga de Fatemi-Socie requer como dados de entrada as tensões e deformações no ponto crítico do componente, após a estabilização do comportamento elasto-plástico. No caso do eixo entalhado o ponto crítico é a raiz do entalhe. Para descrever os tensores de tensão e deformação nesse ponto foi utilizado o sistema de coordenadas mostrado na Fig. 35.

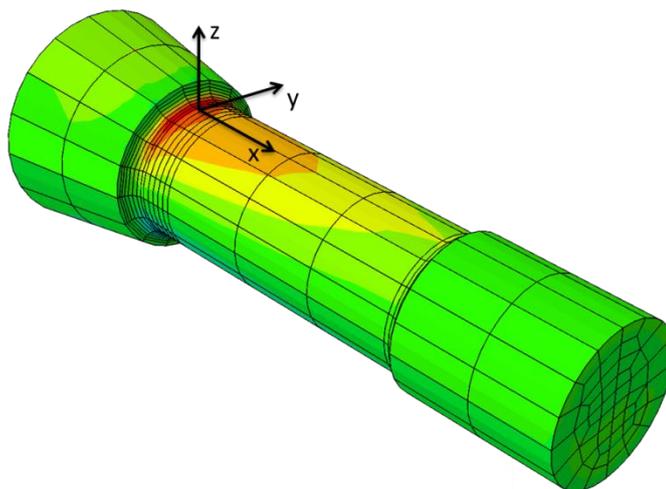


Figura 35- Sistema de coordenadas adotado no nó da raiz do entalhe.

Para a determinação de quantos ciclos são necessários para a resposta tensão-deformação do material atingir o comportamento estabilizado, realizou-se uma simulação de flexão-torção em fase com 4 ciclos de carregamento, em que os momentos máximos de flexão e torção eram de 1850 N.m e 2100 N.m, respectivamente. O resultado obtido é apresentado na Fig. 36. Observou-se que a partir do segundo ciclo de carregamento, os laços de histerese se confundem, ou seja, a resposta tensão-deformação do material estabiliza. Tendo em vista esse resultado, as simulações foram realizadas aplicando-se dois ciclos de carregamento e extraindo as tensões e deformações correspondentes ao segundo ciclo. Por exemplo, os laços de histerese para o caso de flexão-torção fora de fase (com momentos máximos de 1850 N.m em flexão e 2100 N.m em torção) após dois ciclos de carregamento são apresentados na Fig. 37.

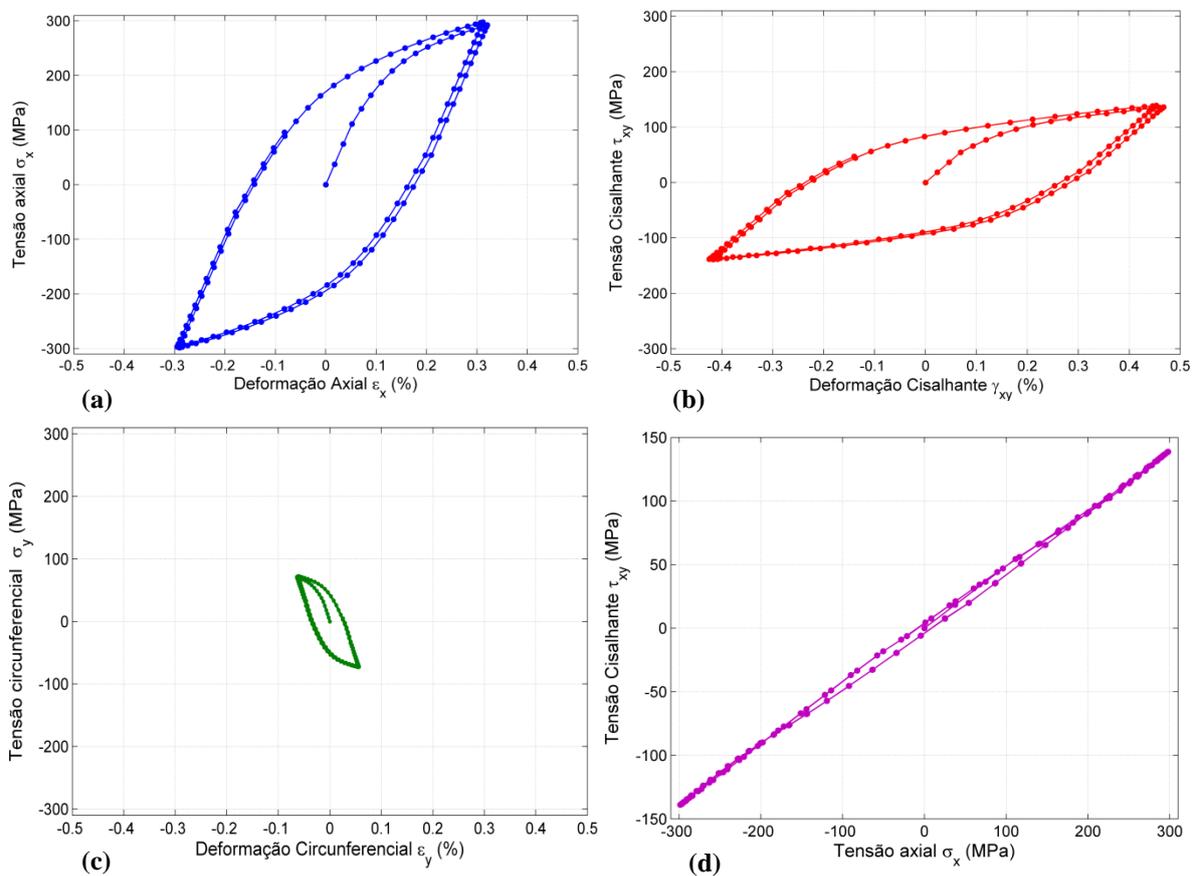


Figura 36 - Curvas tensão-deformação no caso RN-XR3-1 (a) Axial - x (b) Cisalhante - xy (c) Circunferencial - y e relação entre as tensões axiais e cisalhantes (d).

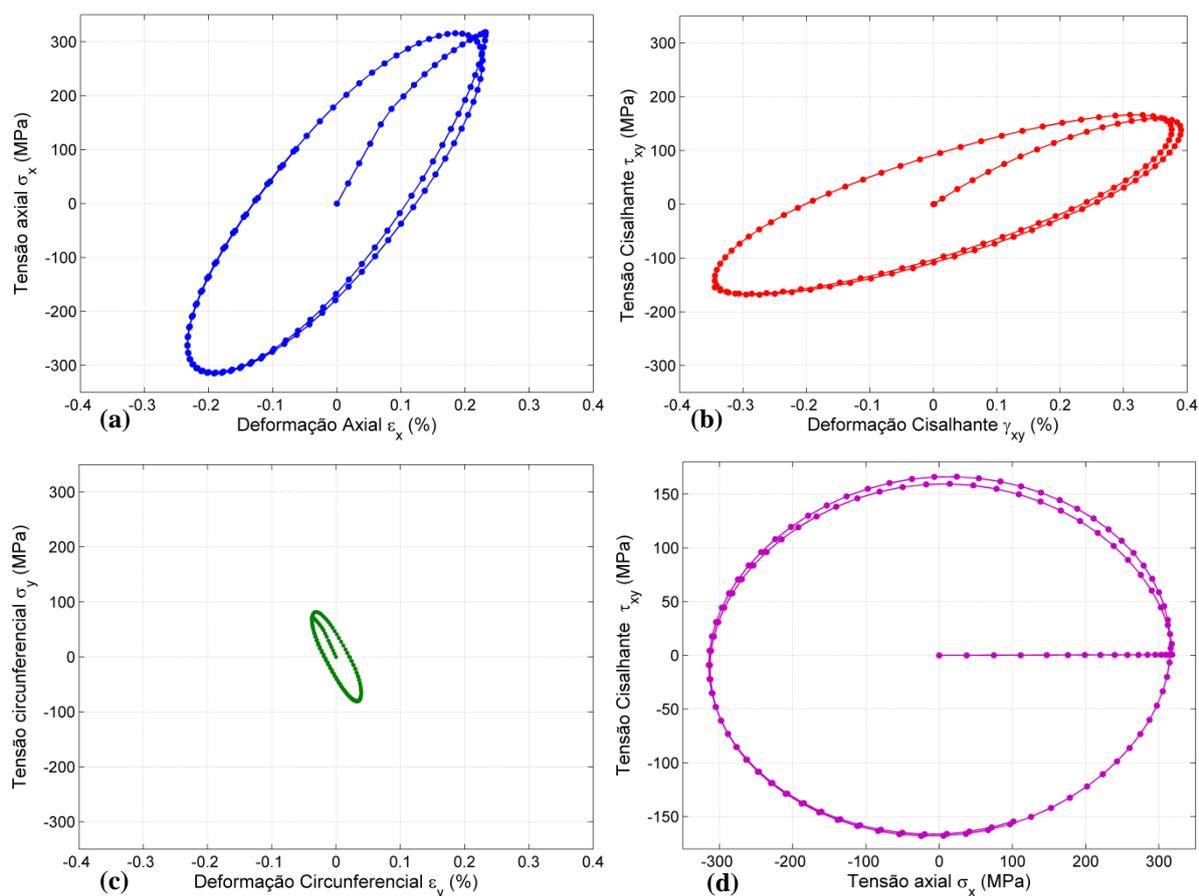


Figura 37 - Curvas tensão-deformação no caso fora de fase JD-XR03-1 (a) Axial - x (b) Cisalhante - xy (c) Circunferencial - y e relação entre as tensões axiais e cisalhantes (d).

Cabe observar, a partir das Figs. 36 (c) e 37 (c), que a tensão circunferencial não pode ser desprezada, já que seus valores chegam a 82 MPa no caso apresentado fora de fase, o que representa 26% da tensão máxima axial e portanto pode mudar os resultados de estimativa de vida a fadiga em alguns casos. Essa tensão é induzida pela compressão circunferencial presente no entalhe no instante de aplicação do momento fletor.

Observa-se ainda, a partir das Figs. 36 e 37, o efeito gerado pela não proporcionalidade do carregamento. A máxima tensão axial foi de 298 MPa no caso em fase, enquanto que no caso fora de fase a mesma tensão foi de 318 MPa. Um comportamento similar foi observado para as outras componentes de tensão.

5.4. ESTIMATIVA DE VIDA

Desenvolveu-se um *script* em MATLAB para estimativa de vida à fadiga baseada no modelo de plano crítico de Fatemi-Socie, conforme apresentado no Anexo I. Os dados de entrada do *script* foram as tensões e deformações obtidas por meio da simulação do

componente entalhado realizada no Abaqus. Considerou-se um fator de sensibilidade à tensão normal máxima, κ , constante e igual a 0.6 (Fatemi e Kurath, 1988). As propriedades cíclicas em cisalhamento puro adotadas são as apresentadas na Tabela 1. A Figura 38 mostra uma comparação entre as vidas observadas e estimadas. Cabe observar que as vidas observadas correspondem ao surgimento de uma trinca de comprimento de 1 mm. A linha contínua a 45° corresponde a vidas estimadas iguais às observadas. Quanto mais à direita dessa linha, mais conservativos são os resultados; enquanto mais à esquerda, menos conservativos.

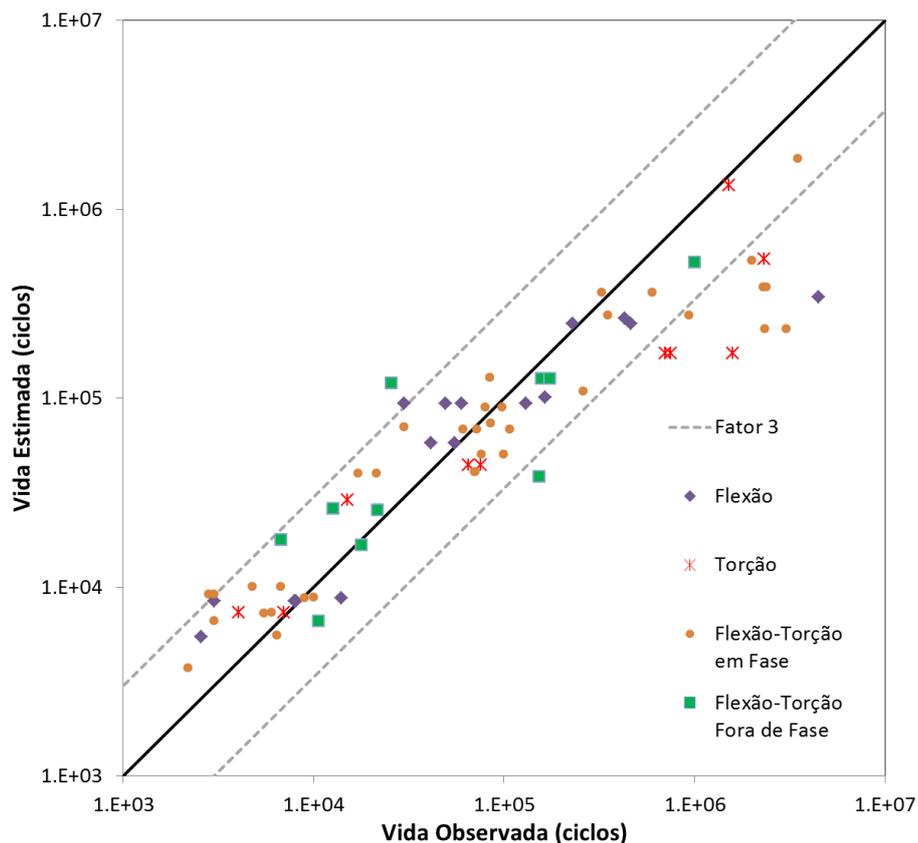


Figura 38 – Comparação entre vidas observadas e estimadas do eixo entalhado.

As linhas tracejadas representam uma banda de fator 3, o que significa que entre elas situam-se os resultados nos quais as vidas estimadas eram três vezes menores ou três vezes maiores do que a vida observada. Observa-se, a partir da Fig. 38, que na região de baixo a alto número de ciclos para falha (até aproximadamente 10^6 ciclos), a grande maioria das vidas estimadas ficaram dentro da banda de fator 3. Para vidas observadas acima de 10^6 de ciclos, as vidas estimadas foram conservativas e ficaram dentro de uma banda de fator 10. Resultados similares foram obtidos por Fash et al. (1985) e Socie et al. (2013) por meio de outras metodologias de estimativa de vida.

6. CONCLUSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesse trabalho foi feita uma avaliação de uma metodologia de estimativa de vida à fadiga baseada na abordagem deformação-vida. A metodologia baseia-se no modelo de encruamento cinemático de Chaboche para obtenção das tensões e deformações e no modelo de plano crítico de Fatemi e Socie para estimativa do número de ciclos para falha. Para avaliar a metodologia foram utilizados dados experimentais disponíveis na literatura obtidos em um eixo entalhado, fabricado em aço SAE 1045, submetido a carregamentos de flexão e torção em fase e fora de fase. A partir dos resultados obtidos, pode-se concluir que:

- As vidas estimadas e observadas encontram-se dentro de uma banda de fator 3 na região de baixo a alto número de ciclos para falha (até aproximadamente 10^6 de ciclos). Para vidas observadas acima de 10^6 de ciclos, as vidas estimadas foram conservativas e ficaram dentro de uma banda de fator 10;
- O modelo de Chaboche com dois termos não lineares e um termo linear é capaz de descrever de forma satisfatória a curva tensão-deformação cíclica do material;
- A resposta tensão-deformação estabilizada, obtida com o modelo de Chaboche, é alcançada após dois ciclos de carregamento;
- Os laços de histerese estabilizados estimados pelo modelo de Chaboche para carregamentos em fase têm formas e tamanhos diferentes daqueles obtidos com os mesmos carregamentos fora de fase (90°);
- As tensões e deformações circunferenciais alcançaram níveis não desprezíveis para a análise de fadiga na raiz do entalhe.

Para trabalhos futuros, sugere-se a avaliação de outras geometrias, tais como os eixos com furos apresentados nos trabalhos de Li et al (2010), para verificar a qualidade dessa metodologia para componentes com outros tipos de entalhe. Propõe-se também avaliar a metodologia com outros modelos de estimativa de vida a fadiga, como o de Brown e Miller ou o de Smith, Watson e Topper.

REFERÊNCIAS

- Armstrong, P.J., Frederick, C.O., 1966, “A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect”, Report RD/B/N731, CEGB, Central Electricity Generating Board, Berkeley, UK.
- ASTM Standard E606, 1980, “Standard Test Method for Strain-Controlled Fatigue Testing”, ASTM International, West Conshohocken, PA.
- Basquin, O.H., 1910, “The Exponential Law of Endurance Tests,” Proc. ASTM, Vol. 10, Part 11, West Conshohocken, p. 625.
- Chaboche, J.L., Dang-Van, K., Cordier, G., 1979, “Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel”. In: SMIRT 5, Berlin.
- Coffin Jr., L.F., 1954, “A Study of the Effects of Cyclic Thermal Stresses on a Ductile Metal”, Transactions ASME, Vol. 76, p. 931-950.
- DSS Dassault, 2010, “Abaqus Analysis: User’s Manual”, Vol 5, pg. 45.
- Dowling, N.E., 2007, “Mechanical Behavior of Materials”, *Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue*, 3^a ed, pp. 715-723.
- Dunne, F., Petrinic, N., 2006, “Introduction to Computational Plasticity”, Oxford University Press, p. 19-40.
- Fash, J., Socie, D., McDowell, D., 1985, “Multiaxial Fatigue”, ASTM STP 853 pp.497-514.
- Fatemi, A., Socie, D. F., 1988, “A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading”, *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 11 (3), p. 149-165.
- Fatemi, A., Kurath, P., 1988, “Multiaxial Fatigue Life Predictions Under the Influence of Mean-Stresses”, *Journal of Engineering Materials and Technology* 110, p. 380-388.
- Firat, M., 2012, “A Numerical Analysis of Combined Bending-Torsion Fatigue of SAE Notched Shaft”, *Finite Elements in Analysis and Design* 54, p. 16-27.
- Hales, R., Holdsworth, S.R., O’Donnell, M.P., Perrin, I.J., Skelton, R.P., 2002, “A Code of Practice for the Determination of Cyclic Stress-Strain Data”, Appendix C.
- Jiang, Y., 1993, “Cyclic plasticity with an emphasis on ratcheting”, Thesis, University of Illinois.
- Kandil F.A., Brown M.W., Miller K.J., 1982, “Biaxial Low Cycle Fatigue Fracture Of 316 Stainless Steel At Elevated Temperatures”, Book 280, The Metals Society, London.
- Landgraf, R.W., Morrow, J., Endo, T., 1969, “Determination of the Cyclic Stress-Strain Curve”, *J. Mater*, Vol. 4, N°1, p.176.
- Lee, Y.L., Barkey, M.E., Kang, H.T., 2011, “Metal Fatigue Analysis Handbook: Practical Problem-Solving Techniques for Computer-aided Engineering”, Butterworth-Heinemann, 1^o ed.

Leese, G.E., Morrow, J., 1985, "Low Cycle Fatigue Properties of a 1045 Steel in Torsion", *Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 853, K. J. Miller, M.W. Brown, American Society for Testing and Materials, Philadelphia.

Li, J., Zhang Z., Sun Q., Li C., "Multiaxial fatigue life prediction for various metallic materials based on the critical plane approach", *International Journal of fatigue*, Elsevier.

Manson, S.S., 1952, "Behavior of Materials under Conditions of Thermal Stress", *Symposium on Heat Transfer*, University of Michigan.

Miller, K.J., Brown, M.W., 1982, "Multiaxial Fatigue", *ASTM Special Technical Publication 853*, pp. 482-496.

Miller, K.J., Brown, M.W., 1973, "A Theory for Fatigue Under Multiaxial Stress-Strain Conditions", *Proceedings Of the Institute of Mechanical Engineers*, Vol. 187.

Morrow, J., 1965, "Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals", *ASTM STP 378*, ASTM, West Conshohocken, PA, p. 45.

Ohno, N., Wang, J., 1991, "Transformation of a nonlinear kinematic hardening rule to a multisurface form under isothermal and nonisothermal conditions", *International Journal of Plasticity*, Vol. 7, pp. 879-891.

Prager, W., 1949, "Recent developments in the mathematical theory of plasticity". *J. Appl. Phys.* 20 (3), 235–241.

Prager, W., 1956, "A New Method of Analyzing Stress and Strains in Work-Hardening Plastic Solids," *Journal of Applied Mechanics* 23, 493-496.

Ramberg, W., Osgood, W. R., 1943. "Description of stress-strain curves by three parameters", *Technical Note No. 902*, National Advisory Committee For Aeronautics, Washington DC.

Rankine W.J.M, 1842. "On the causes of the unexpected breakage of the journals of railway axles, and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction". *Institution of Civil Engineers, Minutes of Proceedings*, 105-108.

Shamsaei, N., Fatemi, A., 2010, "Fatigue Life Prediction Under General Multiaxial Loading Employing Simple Material Properties", *SAE Fatigue Design and Evaluation Committee Meeting*.

Stephens, R.I., Fatemi, A., Stephens, R.R. and Fuchs, H.O., 2001, "Metal Fatigue in Engineering", 2^a ed, pp 93-115.

Socie, D., Downing, S., Utagawa, S., 2013, "Benchmark Problems in Multiaxial Fatigue", *The Tenth International Conference on Multiaxial Fatigue & Fracture (ICMFF10)*.

Socie, D., Marquis, G.B., 2000, "Multiaxial Fatigue", *Society of Automotive Engineers*, cap. 5.

Socie, D., 1993, "Critical Plane Approches for Multiaxial Fatigue Damage Assensment", *ASTM STP 1191*.

Socie, D.F., 2012, "eFatigue, A Trusted Source for Fatigue Analysis", Disponível em: www.efatigue.com. Acesso em 20/12/2012.

Socie, D., Lesse, G.E., Society of Automotive Engineers Fatigue Design and Evaluation Committee, 1989, "Multiaxial Fatigue AE-14", SAE, Warrendale.

Souza Neto, E.S, Peric, D., Owen, D.R.J., 2008, "Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications", West Sussex, p. 213.

ANEXO

		Pág.
Anexo I	Rotina para estimativa a vida à fadiga pelo modelo de Fatemi-Socie	54

ANEXO I - Código para estimativa a vida à fadiga pelo modelo de Fatemi-Socie

```
%% Função Fatemi-Socie
%Luiz Henrique Bresser - Projeto de Graduação

clc
close all
clear all

%% Dados

%Entre com uma matriz 'data' com os dados do ciclo estabilizado em que as
colunas estão na seguinte disposição:

% 1 - Incremento de tempo
% 2 - História de ex
% 3 - História de gxy
% 4 - História de ez
% 5 - História de ey
% 6 - História de sx
% 7 - História de txy

data = [ ];

t = size(data,1);

ex = data(:,2);
ey = data(:,5);
ez = data(:,4);
gxy = data(:,3);

sx = data(:,6);
sy = data(:,8);
txy = data(:,7);

% Parâmetros materiais

kappa = 0.6;
sigmay = 380; %MPa
talfl = 505; %MPa
bo = -0.097;
gamafl = 0.413;
co = -0.445;
G = 79100; %MPa

%% Algoritmo

i=1;
j=1;

for phi = pi/4:pi/4:pi/2

    for theta=0:5*pi/180:175*pi/180

        gxy1 = (gxy*cos(2*theta)-(ex-ey)*sin(2*theta))*sin(phi);
```

```

        gxzl = -((ex+ey)/2+(ex-ey)*0.5*cos(2*theta)-
ez+(gxy/2)*sin(2*theta))*sin(2*phi);
        sx1 = ((sx+sy)/2+(sx-
sy)*cos(2*theta)/2+txy*sin(2*theta))*(sin(phi))^2;
        gama(i,:) = [phi*180/pi theta*180/pi (max(gxyl)-min(gxyl))
(max(gxzl)-min(gxzl))];
        dgama(i,:) = max(gama(i,3),gama(i,4));
        sx11(i,:) = max(sx1);
        i = i+1;

    end

end

dgamamax = max(dgama);

for k=1:length(dgama)
    if dgama(k) > 0.99*dgamamax
        maxplano(j,:) = [k gama(k,1) gama(k,2) dgama(k) sx11(k)]; % 1:#
plano 2: Ângulo Phi 3: Angulo Theta 4: Amp. Deformação 5: Tensão normal
        j=j+1;
    end
end

sigmamax = max(maxplano(:,5));
n = size(maxplano,1);
disp('Planos com máxima amplitude de deformação:');
disp('      n°          Phi          Theta          dgama          Tensão Normal');
disp(maxplano);

% Planos críticos
j=1;

for k=1:n
    if maxplano(k,5) > .95*sigmamax
        planocritico(j,:) = [maxplano(k,2) maxplano(k,3) maxplano(k,4)
maxplano(k,5)];
        j=j+1;
    end
end

disp('Planos críticos:');
disp('      Phi          Theta          dgama          Tensão Normal');
disp(planocritico);

%% Solução da equação de Fatemi Socie para Nf

Nf = bisection(talfl,G,bo,gamafl,co,kappa,sigmay,planocritico);

disp('A vida é')
disp(Nf)

```