



**PROJETO DE GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA
DE PRODUÇÃO 2**

**Aplicação do *Value at Risk* (VaR) para
Mensuração de Risco de Mercado em Períodos
de Crises Econômicas Sistêmicas**

Por,
Matheus Galvão Vieira Ribeiro – 09/0125860

Brasília, 05 de Dezembro de 2014

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia de Produção

PROJETO DE GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DE
PRODUÇÃO 2

**Aplicação do *Value at Risk* (VaR) para
Mensuração de Risco de Mercado em Períodos
de Crises Econômicas Sistêmicas.**

POR,

Matheus Galvão Vieira Ribeiro – 09/0125860

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Produção.

Orientador: Ph.D. Carlos Henrique Marques da Rocha

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo geral comparar os resultados encontrados com os diferentes métodos de cálculo do *Value at Risk* (VaR) para os índices das bolsas de valores dos mercados emergentes (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul) e de mercados desenvolvidos (Alemanha, Canadá, Estados Unidos, França, Inglaterra, Itália e Japão), e dessa forma aferir quais métodos geram as melhores previsões e se são capazes de captar as perdas sofridas em períodos de crises econômicas sistêmicas. Para tal, foram extraídos dados diários dos respectivos índices, referentes ao ano de 2008, de modo a representarem os retornos e volatilidade dos indicadores de mercado de ações desses países no período de crise objeto da pesquisa proposta por este estudo. A aferição dos resultados dos modelos de VaR apresentados neste trabalho é realizada com base no teste proposto por Kupiec (1995), que consiste em contrapor as estimativas de perdas potenciais com os resultados efetivamente observados na amostra, de forma a quantificar a proporção de falhas na amostra. Para a realização do *backtesting* foi avaliado se a perda esperada com base nas diversas metodologias de VaR aplicadas ocorreu ou não durante o 4º trimestre de 2008, ano que foram observados os maiores impactos do período de crise econômica abordada no trabalho. Com base nos resultados encontrados é possível avaliar quais metodologias de mensuração do VaR são mais eficientes para cada um dos índices de ações apresentados. Para a visualização dos resultados é apresentada a análise individual para cada um dos índices avaliados com a aplicação do *backtesting* para as diversas metodologias de VAR adotadas.

Palavras-chave: *Value at Risk*. Crises Sistêmicas. Risco de Mercado.

ABSTRACT

This work has as main objective to compare the results obtained with the different methods of calculating the Value at Risk (VaR) for the indices of emerging markets (Brazil, Russia, India, China and South Africa) and developed markets (Germany, Canada, USA, France, England, Italy and Japan), and thus assess which methods generate better predictions and are able to capture the losses suffered in times of systemic economic crises. For such, daily data were extracted from the respective indices, for the year 2008, in order to represent the returns and volatility of stock market indicators of these countries in the time span proposed by this study. The evaluation of the results of VaR models presented in this work is performed based on the test proposed by Kupiec (1995), which consists of counteracting the potential loss estimates with the actually observed in the sample results, in order to quantify the proportion of the failures in the sample. To perform the backtesting it was assessed if the expected loss based on different VaR methodologies occurred or not during the fourth quarter of 2008, the year that was subject to the greatest impacts of the economic crisis period addressed in the work. Based on the results it is possible to assess which VaR measurement methods are most effective for each of the indices presented actions. For the visualization of the results is given the individual analysis for each of the indices evaluated with the application of backtesting for the different VaR methodologies adopted.

Keywords: Value at Risk. Systemic Crisis. Market Risk.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 Problema	11
1.2 Objetivos	11
2 ASPECTOS INSTITUCIONAIS DO VALUE AT RISK	12
2.1 Regulamentação	12
2.2 Gestão de Risco	13
2.2.1 Riscos de Mercado	14
2.2.2 Riscos Operacionais	15
2.2.3 Riscos de Crédito	17
2.2.4 Riscos Legais	18
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
3.1 <i>Value at Risk</i>	19
3.2 Métodos para o cálculo do VaR	20
3.2.1 Modelos não-paramétricos	20
3.2.1.1 Simulação História	21
3.2.1.2 Simulação Monte Carlo	21
3.2.2 Modelos paramétricos	22
3.2.2.1 Modelos GARCH	24
3.2.2.2 <i>RiskMetrics</i> – EWMA	26
3.3. Teste de Proporção de Falhas	27
4 RESULTADOS	28
4.1 Fonte dos Dados	28
4.2 Dados utilizados	28
4.3 Aplicação da Metodologia VaR.	29
4.4 Resultados encontrados	29
4.4.1 VaR Paramétrico	29
4.4.2 VaR Paramétrico com EWMA	30
4.4.3 VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo	31
4.4.4 VaR Histórico	32
4.5 <i>Backtesting</i>	32
4.5.1 Resultados <i>Backtesting</i> – Análise Geral	33

4.5.1.1 Resultados <i>Backtesting</i> – Análise Individual	34
4.5.1.1.1 África do Sul	34
4.5.1.1.2 China	35
4.5.1.1.3 Índia	36
4.5.1.1.4 Rússia	37
4.5.1.1.5 Brasil	38
4.5.1.1.6 Alemanha	39
4.5.1.1.7 Canadá	40
4.5.1.1.8 Estados Unidos	41
4.5.1.1.9 França	42
4.5.1.1.10 Itália	43
4.5.1.1.11 Reino Unido	44
4.5.1.1.12 Japão	45
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	46
6 REFERÊNCIAS	48

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – África do Sul	34
Figura 2 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – China	35
Figura 3 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Índia	36
Figura 4 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Rússia	37
Figura 5 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Brasil	38
Figura 6 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Alemanha	39
Figura 7 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Canadá	40
Figura 8 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Estados Unidos	41
Figura 9 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – França	42
Figura 10 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Itália	43
Figura 11 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Reino Unido	44
Figura 12 –	Resultado <i>Backtesting</i> – Análise Individual – Japão	45

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	VAR Paramétrico	29
Quadro 2 –	VAR Paramétrico com EWMA	30
Quadro 3 –	VAR Não-Paramétrico com Monte Carlo	31
Quadro 4 –	VAR Histórico	32
Quadro 5 –	Resultados <i>Backtesting</i>	33
Quadro 6 –	Resultados consolidados	46
Quadro 7 –	Eficiência	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Subáreas do risco de mercado	14
Tabela 2 –	Subáreas do risco operacional	15
Tabela 3 –	Subáreas do risco de crédito	17
Tabela 4 –	Classificação dos modelos de risco de crédito	17
Tabela 5 –	Subáreas do risco legal	18

1 INTRODUÇÃO

O *Value at Risk* (VaR) – medida de risco de mercado mais utilizada nos mercados financeiros – pode ser calculado de diversos modos e representa apenas uma das várias formas de quantificar o risco, como *duration* e *rating*, por exemplo. A escolha da metodologia a ser utilizada para o cálculo do VaR é uma questão crítica e envolve, entre outros fatores, a compreensão das limitações da utilização de uma metodologia quantitativa para o acompanhamento de um ativo ou carteira.

Devido à crescente globalização dos mercados financeiros nas últimas décadas, a preocupação com a capacidade dos países honrarem seus débitos soberanos resultou em uma contínua regulamentação desenvolvida para bancos internacionalmente ativos.

Apesar da regulamentação não ser válida para a indústria internacional de administração de recursos, novos conjuntos regulamentares referentes ao gerenciamento de risco surgem para a indústria de fundos de investimento (LOBIANCO, 2003 apud DUARTE JR., 2005). Os aspectos regulamentares apresentam uma grande importância ao se tentar integrar o gerenciamento de riscos ao processo de tomada de decisão. Tal regulamentação obriga as instituições a trabalhar de maneira progressiva e uniforme, implementando procedimentos e controles internos exigidos.

O estopim da crise se iniciou com a chamada bolha imobiliária americana em 2007. O mercado de imóveis começou a se valorizar muito pela facilidade de aquisição com financiamentos de longo prazo, empréstimos sem avalistas ou garantias rigorosas, o que gerou uma sobrevalorização dos imóveis com falso inflacionamento dos preços.

A crise financeira de 2008 foi a maior da história do capitalismo desde a grande depressão de 1929. Começou nos Estados Unidos após o colapso da bolha especulativa no mercado imobiliário, alimentada pela enorme expansão de crédito bancário e potencializada pelo uso de novos instrumentos financeiros, a crise financeira se espalhou pelo mundo todo em poucos meses. O evento detonador da crise foi a falência do banco de investimento Lehman Brothers no dia 15 de setembro de 2008, após a recusa do Federal Reserve em socorrer a instituição.

No último trimestre de 2008 a produção industrial dos países desenvolvidos experimentou uma redução bastante significativa. Mesmo os países em desenvolvimento, que não possuíam problemas como seus sistemas financeiros, como o Brasil, também constataram uma fortíssima queda na produção industrial e no Produto Interno Bruto (PIB). Com a baixa produtividade e o comércio retraído no atacado e no varejo, começaram a ocorrer demissões para se cortar os custos.

Quando a economia americana entrou em recessão diminuiu-se em grande volume as suas importações, afetando países de todo o mundo, principalmente China, Japão e também o Brasil. Por exemplo, as empresas multinacionais localizadas no Brasil começaram a transferir seus lucros para o exterior para recuperar perdas na produtividade, isso gerou fuga de capitais no Brasil e diminuição dos investimentos.

Apesar da forte queda da produção industrial e do PIB tanto nos países desenvolvidos como nos países em desenvolvimento, a severidade da crise de 2008 ficou muito aquém dos resultados catastróficos verificados na década de 1930. No fim de 2009, a economia americana começou a apresentar sinais positivos de recuperação, apontando para um crescimento modesto em 2010. França e Alemanha saíram da recessão técnica em meados de 2009, o mesmo ocorrendo com o Reino Unido no último trimestre desse ano. O custo para essa recuperação relativamente rápida foi o aumento da dívida pública de todos os países devida ao socorro financeiro as instituições financeiras e as operações de crédito.

1.1 Problema

A presente pesquisa procura responder o seguinte problema: A metodologia VaR pode ser aplicada de forma eficiente na mensuração de risco de mercado em momentos de crise econômica sistêmica?

1.2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é comparar os resultados encontrados com os diferentes métodos de cálculo do VaR para os índices das bolsas de valores dos mercados emergentes (BRICS) e de mercados desenvolvidos (G7), e dessa forma aferir quais métodos geram as melhores previsões e se são capazes de captar as perdas sofridas em períodos de crises econômicas sistêmicas.

2 ASPECTOS INSTITUCIONAIS DO VALUE AT RISK

2.1 Regulamentação

O Acordo de Capital da Basileia de 1988 representou o primeiro passo no problema de regulamentar os mercados financeiros e, de forma geral, obrigou os bancos a reservarem mais capital ao investirem em ativos de maior risco. Na década de 90, os riscos de mercado receberam mais atenção dos órgãos regulares. Alterações nesse sentido complementaram Basileia I: incorporando o risco de mercado dentre os requisitos utilizados na definição do capital mínimo e permitindo as instituições utilizarem modelos próprios de mensuração de risco.

Em 2004, o Comitê de Supervisão Bancário do *Bank for International Settlements* aprovou e divulgou o novo conjunto de normas chamado Basileia II, que se fundamenta em três pilares: capital mínimo, processo de supervisão e disciplina do mercado. O primeiro pilar busca fortalecer a estrutura de capitais das instituições. O segundo pilar busca estimular a adoção das melhores práticas da gestão de riscos. Por fim, o terceiro pilar busca a redução da assimetria de informação e favorecimento da disciplina de mercado.

Basileia II aperfeiçoou as metodologias de mensuração dos fatores de risco de crédito e de mercado e acrescentou o risco operacional na problemática de mensuração. Basileia III, por sua vez, trouxe ajustes nos requerimentos de capital (saindo de um mínimo 8% e podendo chegar a 13% de obrigatoriedade de reservas) e dois novos índices: um novo indicador de alavancagem e outro de controle de liquidez.

Manter a estabilidade do sistema financeiro e buscar a harmonização das estruturas reguladoras em todos os países são os dois objetivos principais da regulamentação da indústria de administração de recursos de terceiros. Segundo Duarte Jr. (2005), a estabilidade nos mercados financeiros é possível adotando-se uma abordagem composta por duas etapas: garantir a segurança de cada agente financeiro e assegurar o fluxo efetivo de capital e informações entre eles. O segundo objetivo traduz-se numa tentativa de assegurar a existência de uma estrutura comum a todos os países, como, por exemplo, a regulamentação proposta pelo BIS (*Bank for International Settlements*) para bancos internacionalmente ativos.

2.2 Gestão de Risco

Qualquer operação financeira traz consigo um risco associado. De forma genérica, risco pode ser considerado como a probabilidade de ocorrência de um evento positivo ou negativo. Risco também pode ser definido como a volatilidade de resultados inesperados, normalmente relacionados a possíveis perdas ou impactos negativos (JORION, 2007).

A gestão de risco é definida, segundo Duarte Jr. (2005), como “o conjunto de todas as pessoas, procedimentos e sistemas usados no controle das perdas potenciais de fundos de investimentos” e pode ser entendido como o processo de identificar, mensurar e controlar o impacto de possíveis riscos.

A implementação de um programa de gestão de riscos tem como objetivos a proteção do patrimônio e a redução da volatilidade, além de outros. Duarte Jr. (2005) define quatro elementos principais a serem considerados:

- Cultura para a gestão de riscos;
- Pessoal;
- Controles internos; e
- Tecnologia.

A cultura para a gestão de riscos está relacionada à definição de responsabilidades individuais e ao desejo de gerenciar riscos, questionando práticas existentes e buscando respostas qualificadas. Além da alta qualificação humana e tecnológica, é importante que os procedimentos de como os funcionários devem atuar sejam definidos com clareza e objetividade.

O processo de tomada de decisão na administração de recursos de terceiros apresentado por Duarte Jr. (2005) é composto por um ciclo iterativo com quatro fases: avaliação de desempenho, medição de riscos, estruturação de carteiras e *feedback*. O autor destaca que a nítida compreensão das necessidades e dos interesses dos clientes é pré-requisito para o processo de gerenciamento de riscos. Apesar de serem apresentadas de forma sequencial, quando o processo de tomada de decisão funciona de forma integrada, na prática, as fases devem ser consideradas em conjunto.

Contudo, antes de analisarmos o risco de maneira global, é conveniente classificá-lo pelos fatores que o causam, possibilitando a compreensão de cada classe de risco separadamente. Os diferentes tipos de risco estão interrelacionados e, por isso, devem ser tratados conjuntamente (DUARTE JR, 2005).

2.2.1 Riscos de Mercado

O risco de mercado está associado ao potencial de oscilação de um ativo gerado pela variação de diversos fatores de mercado, cada qual com um risco específico: taxas de juros, taxas de câmbio, preços de *commodities* e preços de ações. Dessa forma, podemos definir risco de mercado como a volatilidade dos preços de ativos e passivos das instituições.

Para melhor compreender e medir possíveis perdas geradas pelas flutuações de mercado é importante identificar, quantificar e prever as volatilidades e correlações dos fatores que influenciam as variações de preço. Na tabela a seguir são apresentadas as principais subáreas do risco do mercado e suas definições.

Tabela 1 – Subáreas do risco de mercado

Risco	Definição
Taxa de juros	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido a mudanças inesperadas nas taxas de juros.
Taxa de câmbio	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido a mudanças inesperadas nas taxas de câmbio.
Ações	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido a mudanças inesperadas nos preços das ações.
<i>Commodities</i>	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido a mudanças inesperadas nos preços das <i>commodities</i> .
Liquidez	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido ao fato de suas posições não poderem ser facilmente vendidas ou financiadas a mercado.
Derivativos	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido ao uso de derivativos (para <i>hedge</i> ou especulação).
<i>Hedge</i>	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido ao mau uso de instrumentos de <i>hedge</i> .
Concentração	Perdas potenciais de um fundo de investimento devido a não-diversificação desse fundo.

Fonte: Duarte Júnior (2005).

Na administração de recursos de terceiros, a gestão de risco de mercado se destaca na rotina das empresas. Existem várias técnicas para a efetiva gestão de riscos de mercado e que fornecem informações gerenciais relacionadas ao processo de tomada de decisão de investimentos (DUARTE JR, 2005).

O risco de mercado pode ser calculado de forma absoluta, caso não haja qualquer vinculação a índices, ou de forma relativa, quando o grau de deslocamento é medido em relação a um índice de referência (*benchmark*). Segundo Duarte Jr. (2005), a forma de medição absoluta é particularmente importante para administradores preocupados com a preservação do capital investido.

Com a função de reduzir as perdas potenciais diante de certos cenários adversos, limites de riscos de mercado são estabelecidos para controlar a exposição a esses riscos. Segundo Duarte Jr. (2005), os limites de risco de mercado são alocados nas práticas local e internacional como:

- *stop loss*;
- limites baseados no tamanho das posições;
- limites baseados em sensibilidade;

- limites baseados no *value at risk*;
- limites para conjuntos de cenários de estresse.

Duarte Jr. (2005) recomenda restringir a utilização de limites de *stop loss* e de limites baseados no tamanho das posições a carteiras sem alavancagem ou derivativos e, quando adotados, reduzi-los a posições isoladas e simples. Os limites baseados em sensibilidades são recomendados para carteiras com exposição a fatores de mercado como a taxa de juros e são mais eficientes se utilizados em conjunto com os limites baseados no *value at risk*. A combinação anterior é usada, preferencialmente, no caso de exposições de renda fixa. Por outro lado, no caso de exposições cambiais, no mercado acionário e no mercado de *commodities*, os limites baseados no valor em risco podem ser combinados com os baseados no tamanho da posição. De maneira similar, é recomendada a utilização de cenários de estresse em conjunto com outros limites.

2.2.2 Riscos Operacionais

O risco operacional pode ser definido como medida de perda potencial caso os sistemas, práticas e controles internos não sejam capazes de resistir a falhas humanas ou equipamentos ou eventos externos. O risco operacional é provavelmente o mais difícil de mensurar e controlar. Na tabela a seguir são apresentadas as principais subáreas do risco operacional e suas definições.

Tabela 2 – Subáreas do risco operacional

Risco	Definição – Perdas potenciais devido a:
Equipamento	Falhas nos sistemas (telefônicos, elétricos, computacionais, etc.).
Obsolescência	Obsolescência de seus sistemas (de software, de hardware, telefônicos, elétricos, etc.).
Confiabilidade	Informações não serem recebidas, processadas, armazenadas e transmitidas com rapidez e de forma confiável.
Erro não intencional	Erros não intencionais (negligência, falta de concentração, falta de informações sobre os controles internos, etc.).
Fraudes, furtos ou roubos	Fraudes, furtos ou roubos (negligência de controles internos, manipulação de resultados, etc.).
Qualificação	Funcionários sem qualificação apropriada.
Produtos e serviços	Não atendimento das expectativas e necessidades de seus clientes, seja em produtos, seja em serviços.
Regulamentação	Regulamentação externa ser alterada e não poder ser atendida pela firma.
Liquidação financeira	Falhas nos procedimentos internos para liquidar transações.
Modelagem	Modelos matemáticos não serem adequadamente desenvolvidos e utilizados, e seus resultados, entendidos.
Imagem	Diminuição de reputação no mercado.
Concentração	Negócios (fundos de investimento, clientes e serviços) não adequadamente diversificados.
Sistêmico	Alterações substanciais no ambiente operacional.
Catástrofe	Ocorrência de catástrofes (furacões, enchentes, terremotos, etc.).

Fonte: Duarte Júnior (2005).

As instituições administradoras de recursos devem zelar pelo estabelecimento de uma cultura para o gerenciamento de riscos operacionais na empresa e pela integração de riscos operacionais, riscos de

crédito e riscos de mercado, com estimativas conjuntas de capital econômico. Além desses pontos, destaca-se a importância da montagem de um banco de dados com cobertura abrangente no que se refere às perdas operacionais (DUARTE JR., 2005).

Segundo Voit (2005), quando se procura descrever o risco operacional os principais desafios encontrados são: a sua característica latente, a falta de dados e a raridade de eventos extremos. Enquanto para os riscos de mercado e de crédito existem uma quantidade grande de dados disponíveis, respectivamente, externa e internamente, para os riscos operacionais há pouca disponibilidade de dados de forma geral.

Apesar dos riscos operacionais estarem presentes em qualquer atividade no mercado financeiro, a metodologia para o seu gerenciamento não está consolidada, se comparada, por exemplo, ao estado da arte da gestão de riscos de mercado. Duarte Jr. (2005) apresenta duas abordagens – qualitativa e quantitativa – para o desenvolvimento e implementação do gerenciamento de riscos operacionais em uma empresa de administração de recursos de terceiros.

A implementação da abordagem qualitativa consiste na adoção de um programa detalhado de autoavaliação, abrangendo unidades, produtos, serviços e processos internos. Esse processo se resume em quatro etapas, que devem ser repetidas com regularidade pela empresa:

- Identificação e mapeamento dos riscos;
- Identificação e avaliação dos controles internos;
- Análise crítica da situação corrente pelo *Chief Operational Risk Officer* e pela auditoria interna;
- Proposição de planos de ação no caso em que os controles internos forem julgados inadequados.

Duarte Jr. (2005) afirma que a abordagem qualitativa é importante para fomentar a cultura de gestão de risco nas instituições e é necessária para a elaboração e compreensão de quaisquer abordagens quantitativas. O autor sugere que tais abordagens sejam baseadas em quatro estágios, a saber:

- Implantação preliminar da abordagem qualitativa descrita anteriormente.
- Criação de um banco de dados com cobertura geral em relação às perdas por unidades, produtos, serviços e processos internos.
- Adoção de um conjunto de indicadores de perdas operacionais para facilitar o acompanhamento da evolução dessas perdas.
- Desenvolvimento e implementação de uma metodologia para o cálculo do nível de provisão econômica e do capital econômico para perdas operacionais.

Por fim, o autor destaca que a determinação da distribuição de perdas operacionais é a melhor forma para quantificar os riscos operacionais e, além disso, é também a forma correta para integrar a medição de riscos operacionais aos riscos de mercado e de crédito.

2.2.3 Riscos de Crédito

O risco de crédito engloba diversos riscos, como risco de inadimplência, risco de degradação, risco de garantia, risco soberano e risco de concentração de crédito. Na tabela a seguir são apresentadas as definições para as principais subáreas do risco de crédito.

Tabela 3 – Subáreas do risco de crédito

Risco	Definição
Inadimplência	Perdas potenciais decorrentes de uma contraparte não poder fazer os pagamentos devidos de juros ou principal no vencimento destes.
Degradação	Perdas potenciais devido à redução de <i>rating</i> de uma contraparte.
Garantia	Perdas potenciais devida à redução dos valores de mercado das garantias de um empréstimo.
Soberano	Perdas potenciais decorrentes de uma mudança na política nacional de um país que afete sua capacidade de honrar seus compromissos.
Concentração	Perdas potenciais diante da concentração da exposição de crédito em poucas contrapartes.

Fonte: Duarte Júnior (2005).

De acordo com Rieche (2005), os modelos desse risco podem ser classificados em três categorias: classificação de risco, estocásticos, riscos de *portfólio*. Os modelos de *credit rating* representam uma subdivisão dos modelos de classificação de risco e são utilizados para separar em categorias diferentes empresas ou títulos.

Tabela 4 – Classificação dos modelos de risco de crédito

Categoria	Objetivo
Classificações de risco	Quantificam o risco de um devedor ou de uma operação específica, procurando modelar a probabilidade de um evento de <i>default</i> .
Estocásticos	Modelam o comportamento de variáveis relacionadas ao <i>default</i> de forma multitemporal e precificam os instrumentos financeiros sujeitos a risco de crédito.
Riscos de portfólio	Modelam a distribuição de perdas na carteira e buscam avaliar os benefícios que a diversificação introduz no risco de portfólio

Fonte: Rieche (2005).

Duarte Jr. (2005) descreve uma abordagem para o gerenciamento de riscos de crédito na administração de recursos de terceiros. Primeiramente deve-se elaborar uma política de crédito para a empresa de administração de recursos de terceiros. Em seguida, faz-se a análise de crédito do emissor/contraparte e da operação, incluindo o processo de elaboração do *rating* nas duas análises. A próxima etapa consiste na implementação de controles internos para mitigar os riscos de crédito. O processo de tomada de decisão pode ocorrer em duas instâncias: o rito sumário, que atua dentro de limites preestabelecidos, ou o comitê de crédito, que cobre os casos não enquadrados no primeiro. O cálculo das perdas esperadas e inesperadas é a melhor maneira de consolidar exposições de crédito, *ratings*, setores econômicos e tempo para maturidade das exposições de crédito.

2.2.4 Riscos Legais

Duarte Jr. (2005) define risco legal na indústria de administração de recursos de terceiros como a medida de perdas potenciais decorrentes de violação de legislação, da criação de novos tributos (ou reinterpretação dos existentes) ou da existência de contratos pouco claros ou que não estejam bem documentados. Na tabela a seguir são apresentadas as principais subáreas do risco legal e suas definições.

Tabela 5 – Subáreas do risco legal

Risco	Definição
Legislação	Perdas potenciais devido a penalidades impostas por regulamentação ou processos de clientes contra a empresa de administração de recursos de terceiros.
Tributário	Perdas potenciais decorrentes da criação de novos tributos ou mudança na interpretação dos tributos existentes.
Contrato	Perdas potenciais decorrentes de contratos omissos ou mal redigidos (sem o devido amparo legal).

Fonte: Duarte Júnior (2005).

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Value at Risk

O *Value at Risk* (VaR) representa uma medida de perda potencial de um ativo ou carteira de ativos sujeita a riscos de mercado como, por exemplo, flutuações de preços, de taxas de juros e de taxas de câmbio. A metodologia continua relevante no cenário financeiro, principalmente pela fácil interpretação do seu resultado e pela não dependência de uma distribuição específica para sua aplicação.

Diferentes suposições podem ser feitas sobre a amostra para que se ajustem à determinada distribuição. Por outro lado, Jorion (2007) alerta que a escolha de distribuições ou suposições erradas podem gerar valores incorretos para a medida de risco. O autor afirma que o gerenciamento de riscos vai além de aplicações mecânicas de probabilidades e estatísticas.

Segundo Jorion (2007), o VaR pode ser definido como a pior perda esperada para certo horizonte de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de pequeno e determinado nível de confiança, ou seja, o VaR é um percentil da distribuição de probabilidade dos ganhos e perdas. Os percentis são definidos como valores de *cutoff* (q) tal que a área a sua direita representa uma dada probabilidade c , conforme a equação a seguir.

$$c = \text{prob}(X \geq q) = \int_q^{+\infty} f(x)dx = 1 - F(q) \quad (1)$$

X é uma variável aleatória com função de distribuição de probabilidade $f(x)$ e função de distribuição acumulada $F(x)$. A partir da distribuição de probabilidade do ativo $f(x)$ e dentro de um determinado nível de confiança c , pretende-se achar a pior realização possível para q tal que a probabilidade de exceder esse valor é dado pela Equação (1).

Admitindo-se, portanto, c como o nível de confiança desejado e L como a perda ocorrida, podemos definir, de forma geral, o VaR como a menor perda, em valor absoluto, tal que as perdas maiores que o valor de VaR estabelecido ocorrem com uma probabilidade $1 - c$.

$$P(L > VaR) \leq 1 - c \quad (2)$$

Expected Shortfall (ES) ou *expected tail loss* é uma medida complementar que fornece o valor esperado da perda caso ela seja maior que o valor de *cutoff* (q), tal que

$$E(X|X < q) = \frac{\int_{-\infty}^q xf(x)dx}{\int_{-\infty}^q f(x)dx} \quad (3)$$

Admitindo uma distribuição normal padrão para as Eq. (1) e (3), respectivamente, temos:

$$c = \text{prob}(\epsilon \geq -\alpha) = \int_{-\alpha}^{+\infty} \Phi(\epsilon) d\epsilon \quad (4)$$

$$E(\epsilon | \epsilon < -\alpha) = \frac{-\Phi(\alpha)}{F(-\alpha)} \quad (5)$$

3.2 Métodos para o cálculo do VaR

A seguir serão apresentados alguns modelos paramétricos e não-paramétricos para o cálculo do valor em risco.

3.2.1 Modelos não-paramétricos

Considerando W_0 como o valor inicial do ativo e R como a taxa de retorno, ao final do horizonte de tempo escolhido, o valor do ativo pode ser calculado através da expressão a seguir, onde R apresenta média μ e volatilidade σ .

$$W = W_0(1 + R) \quad (6)$$

Como o interesse é encontrar o menor valor do ativo associado a um nível de confiança, a taxa de retorno crítico R^* resultante deste menor valor do ativo (W^*) pode ser definida como:

$$W^* = W_0(1 + R^*) \quad (7)$$

Assumindo que o valor esperado de W seja dado por $E(W) = W_0(1 + \mu)$, Jorion (2007) define o VaR relativo como a perda em valores monetários relativo ao valor esperado da série, tal que

$$\text{VaR}(\mu) = E(W) - W^* = -W_0(R^* - \mu) \quad (8)$$

Normalmente, para se comparar diferentes resultados, utiliza-se o VaR absoluto, ou seja, $\mu = 0$.

$$\text{VaR}(0) = W_0 - W^* = -W_0R^* \quad (9)$$

O método não-paramétrico não faz qualquer suposição sobre o formato da curva dos retornos, considerando apenas as observações históricas como distribuição empírica.

3.2.1.1 Simulação História

Supondo-se que a distribuição dos retornos seja não-padrão, e que não se queira fazer hipóteses adicionais sobre ela, pode-se utilizar a própria distribuição dos retornos realizados da carteira, a fim de se calcular não-parametricamente o quantil correspondente ao nível de significância do VaR $\alpha\%$ desejado.

Isto é, dada uma amostra de retornos $\chi_T = \{X_1, \dots, X_T\}$, ordenam-se as observações $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_T$ e toma-se o estimador de $\hat{X}_{\alpha\%} = \frac{X_{[\alpha\%T]} + X_{[\alpha\%T+1]}}{2}$ para T par. A partir da estimativa do quantil empírico $X_{\alpha\%}$ dos retornos, é possível construir-se o VaR($\alpha\%$) como $\text{VaR}(\alpha\%) = \prod_{t-1} \hat{X}_{\alpha\%}$.

A ideia é se utilizar a própria distribuição empírica dos retornos passados da carteira ou ativo, com o argumento de que ela reproduz da melhor maneira possível a verdadeira distribuição. O método é robusto a distribuições de caudas pesadas, mas baseia-se numa única realização do processo gerador dos dados (uma única trajetória de preços é observada na prática). É necessária a hipótese de retornos independentes e identicamente distribuídos, exigindo-se que a distribuição permaneça estável ao longo do tempo. Além disso, é importante observar que uma amostra de tamanho N não tem nada a dizer sobre a probabilidade de perdas maiores do que $1/N$.

3.2.1.2 Simulação Monte Carlo

O método de Monte Carlo (MC) surgiu oficialmente no ano de 1949 com o artigo *The Monte Carlo Method* de autoria dos matemáticos Jonh Von Neumann e Stanislaw Ulam. Embora o método já fosse conhecido anteriormente, seu emprego de fato deu-se com o advento das calculadoras e computadores, uma vez que se trata de um método numérico.

Antes de falarmos sobre este método é importante o conceito, a palavra simulação refere-se a qualquer método analítico cuja intenção é imitar algum sistema real, principalmente quando outras análises são matematicamente complexas.

Dessa forma, o objetivo da simulação é descrever a distribuição e características dos possíveis valores de uma variável dependente, depois de determinados os possíveis valores e comportamentos das variáveis independentes a ela relacionadas. Em muitos casos, os modelos de simulação são utilizados para analisar uma decisão envolvendo risco, ou seja, um modelo no qual o comportamento de um ou mais fatores não é conhecido com certeza. Neste caso, estes fatores são conhecidos como variável aleatória, e o seu comportamento é descrito por uma distribuição de probabilidade (MOORE; WEATHERFORD, 2005).

A Simulação Monte Carlo é bastante utilizada na avaliação de fenômenos que se podem caracterizar por um comportamento probabilístico. Por meio da geração de números aleatórios, permite resolver uma quantidade grande de problemas com a simulação de cenários e o posterior cálculo de um valor esperado. Esse método admite a implantação de hipóteses adicionais nas previsões.

A vantagem deste modelo é que, como Saliby e Araújo (2001) afirmam, ele contempla uma grande variedade de riscos financeiros e não há necessidade das premissas exigidas pelos outros modelos.

Segundo Jorion (2007) e Dowd (1998), a sequência a ser seguida na implementação da simulação Monte Carlo é a seguinte:

Escolher um modelo estocástico para o comportamento dos preços dos fatores de risco e estimar seus parâmetros (volatilidades, correlações, etc.) baseados em dados históricos ou de mercado;

Gerar trilhas de preços fictícias para as variáveis aleatórias de interesse, de onde os preços serão computados como $S_{t+1}, S_{t+2}, \dots, S_{t+n}$;

Calcular o valor da carteira $C_{t+n} = C_T$ na data-alvo com a sequência de preços dados no passo anterior;

Repetir os passos 2 e 3 quantas vezes se desejar (por exemplo, 5.000 vezes);

Ordenar os valores finais gerados para a carteira, obtendo-se a distribuição:

$$C_t^1, \dots, C_t^{5000} \tag{10}$$

Computar o VaR a partir do quantil de interesse.

O método da simulação Monte Carlo é, portanto, parecido com o método da simulação histórica, sendo que o que muda é que as variações hipotéticas de preços para os fatores de risco são criadas a partir de ocorrências aleatórias de um processo estocástico pré-especificado, em vez de serem tiradas de uma amostra de dados históricos (JORION, 2000).

3.2.2 Modelos paramétricos

O método paramétrico recebe esse nome, pois envolve a estimação de parâmetros. Com o objetivo de facilitar o cálculo do valor em risco, assume-se que a série de retornos assume uma distribuição conhecida, como a distribuição normal. Entretanto, é evidente o problema de que a suposição da distribuição pode não refletir a realidade (JORION, 2007).

Usualmente adota-se a premissa de que os retornos financeiros comportam-se como uma distribuição normal de probabilidades. Os momentos centrais de uma distribuição de probabilidade caracterizam a “personalidade da distribuição”. Os quatro primeiros momentos nos oferece uma visão da tendência central, dispersão e assimetria da função densidade de probabilidade. O somatório, ou integral, da distribuição de probabilidade deve ser igual a 1, independentemente se discreta ou contínua:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \quad (11)$$

O primeiro momento central é a média μ , ou valor esperado $E(X)$, e pode ser calculado pelo somatório dos produtos entre todos os possíveis valores de x_i por suas respectivas probabilidades p_i :

$$E(X) = \mu = \sum_{i=1}^n p_i x_i \quad E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)dx \quad (12)$$

O segundo momento central é a variância (σ^2) e representa a dispersão relativa à $E(X)$. No entanto, para comparar o resultado encontrado com a média é necessário calcular a raiz quadrada da variância, ou seja, o desvio padrão.

$$V(X) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n p_i [x_i - E(X)]^2 \quad V(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^2 f(x)dx \quad (13)$$

$$SD(X) = \sigma = \sqrt{V(X)} \quad (14)$$

O terceiro momento central dividido por σ^3 informa o grau de simetria da distribuição, ou *skewness* γ . Valores negativos indicam que a curva apresenta uma cauda esquerda maior, portanto, maior frequência de ocorrência de valores negativos.

$$\gamma = \frac{E[(X-\mu)^3]}{\sigma^3} \quad \gamma = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^3 f(x)dx \right\} / \sigma^3 \quad (15)$$

O quarto momento central é a medida clássica para determinar se a distribuição apresenta caudas longas. A curtose (δ) caracteriza o achatamento da curva. Uma distribuição normal (mesocúrtica) apresenta curtose igual a 3. Diz-se que uma função é leptocúrtica ou apresenta caudas pesadas se a curtose for maior do que 3. Caso a função seja mais achatada que a distribuição normal, ela classifica-se como platicúrtica.

$$\delta = \frac{E[(X-\mu)^4]}{\sigma^4} \quad \delta = \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} [x - E(X)]^4 f(x) dx \right\} / \sigma^4 \quad (16)$$

Supondo-se, portanto, a normalidade das taxas de retorno, precisamos transformar a distribuição geral $f(w)$ em uma distribuição normal padronizada $\Phi(\epsilon)$, onde ϵ apresenta média zero e desvio padrão igual a um. Associamos, assim, W^* ao retorno crítico R^* tal que $W^* = W_0(1+R^*)$. A expressão a seguir nos permite associar R^* a um fator $\alpha > 0$:

$$-\alpha = \frac{-|R^*| - \mu}{\sigma} \quad (17)$$

Jorion (2007) destaca que a questão de se encontrar o VaR é descobrir o fator α , de forma que a área a sua esquerda seja $1 - c$. No caso de séries com características normais, os valores são tabelados.

$$p = N(x) = \int_{-\infty}^x \Phi(\epsilon) d\epsilon \quad (18)$$

Isolando o retorno crítico, temos:

$$R^* = -\alpha\sigma + \mu \quad (19)$$

Substituindo o retorno crítico na Equação (8), temos o VaR relativo:

$$VaR(\mu) = -W_0(R^* - \mu) = W_0 \alpha \sigma \sqrt{\Delta t} \quad (20)$$

O VaR absoluto é definido como:

$$VaR(0) = -W_0 R^* = W_0 (\alpha \sigma \sqrt{\Delta t} - \mu \sqrt{\Delta t}) \quad (21)$$

3.2.2.1 Modelos GARCH

Os modelos econométricos tradicionais levavam em consideração que a variância do termo distúrbio era constante (ENDERS, 1995). Uma classe de processos estocásticos denominada de *Autoregressive Conditional Heteroskedastic* (ARCH) foi introduzida por Engle (1982). Com o objetivo de generalizar os processos ARCH, Bollerslev (1986) apresentou o modelo GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic*. Modelos do tipo GARCH permitem capturar movimentos persistentes na

volatilidade dos ativos, sem ter de estimar um grande número de parâmetros (Barcinski et al., 1997). Um processo GARCH (p,q) é dado por:

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b \quad (22)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (23)$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, h_t) \quad (24)$$

$$\alpha_0 > 0; \alpha_i \geq 0 \text{ e } \beta_i \geq 0 \quad (25)$$

onde, ε_t é o termo aleatório no tempo t, enquanto que h_t é a variância condicional. O processo GARCH permite a inclusão de componentes autoregressivos e de média móvel na variância heterocedástica. O ponto chave dos modelos GARCH é que a variância condicional dos distúrbios da sequência de y_t constitui um processo ARMA (ENDERS, 1995). Bollerslev (1986) apresentou, ainda, a seguinte condição para que o processo seja estacionário:

$$\alpha_i + \beta_i < 1 \quad (26)$$

Bollerslev (1986) sugeriu que a estimativa do modelo de regressão GARCH seja feita por máxima verossimilhança, com a seguinte função a ser maximizada:

$$L_T(\theta) = T^{-1} \sum_{t=1}^T l_t(\theta) \quad (27)$$

$$l_t(\theta) = -0,5 \cdot \log(h_t) - 0,5 \cdot \varepsilon_t^2 h_t^{-1} \quad (28)$$

Existem muitas extensões dos modelos GARCH, entre elas cita-se o GARCH-M, que tem como motivação o fato de que o retorno esperado de um ativo é função do seu risco. Os modelos TARARCH e EGARCH baseiam-se no fato de que movimentos de baixa nos retornos provocam choques maiores na volatilidade do que movimentos de alta (SANTOS, 1997). O modelo GARCH(1,1) é citado por Carmona (1997) e também por Farias Filho (1997), como a versão mais simples e mais usada dessa família. Vale destacar, que o modelo EWMA descrito no *RiskMetrics* é equivalente a um processo GARCH integrado (IGARCH), sem o termo constante, ou seja, com $\alpha_1 = 1 - \beta_1$ e $\alpha_0 = 0$.

3.2.2.2 RiskMetrics – EWMA

O *RiskMetrics* é um pacote computacional desenvolvido pelo banco JPMorgan que consiste de uma metodologia para estimar o risco de mercado com base no VaR. Um modelo de mensuração do risco tem como objetivo prever as mudanças futuras no valor da carteira, o que geralmente é feito por estimativas dos retornos futuros de cada um dos ativos que a compõem. O *RiskMetrics* utiliza uma classe de modelos que descreve a evolução dos retornos como um caminho randômico (*random walk*) heterocedástico:

$$p_t = \mu + p_{t-1} + \sigma_t \varepsilon_t \quad ; \quad \varepsilon_t \sim N(0,1) \quad (29)$$

Como $r_t = p_t - p_{t-1}$, e μ é o retorno médio, que o *RiskMetrics* assume como igual a zero, tem-se:

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (30)$$

Percebe-se que no modelo proposto a variância, σ_t , é função do tempo, caracterizando um processo heterocedástico, o que está de acordo com as propriedades das séries temporais dos retornos financeiros, de acordo com observações empíricas.

Dessa forma, o modelo do *RiskMetrics* baseia-se no fato de as variâncias dos retornos serem heterocedásticas (não constantes) e autocorrelacionadas. Além disso, as covariâncias são também autocorrelacionadas, e considera-se, ainda, que os retornos são normalmente distribuídos. Uma forma de capturar as dinâmicas da volatilidade é usar a média móvel exponencial das observações históricas dos retornos, onde as últimas observações recebem maiores pesos para a estimativa da volatilidade (*Exponentially Weighted Moving Average* – EWMA). Essa aproximação tem duas vantagens sobre o modelo de pesos igualmente distribuídos ao longo da série. Primeiro, a volatilidade reage mais rápido a choques no mercado. Segundo, após um choque de preço, a volatilidade declina exponencialmente, na medida em que o peso dessa observação é reduzido com o tempo. Assim, o *RiskMetrics* calcula a volatilidade a partir da seguinte expressão:

$$\sigma = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{t=1}^T \lambda^{t-1} (r_t - \bar{r})^2} \quad (31)$$

O parâmetro λ ($0 < \lambda < 1$) é o fator de decaimento e determina os pesos relativos aplicados às observações dos retornos e a efetiva quantidade de dados usada na estimativa da volatilidade, assim, quanto menor λ , maior o peso nos dados mais recentes. O manual do *RiskMetrics* recomenda o uso de $\lambda = 0,94$. Uma facilidade do estimador com ponderação exponencial é que ele pode ser apresentado de forma recursiva, assumindo que uma série infinita de dados está disponível e que a média dos retornos é zero:

$$\sigma_{1,t+1|t} = \sqrt{\lambda\sigma_{1,t|t} + (1 - \lambda)r_{1,t}^2} \quad (32)$$

O subscrito $t+1|t$ é interpretado como a previsão em $t+1$, a partir das informações disponíveis até o tempo t . O fato de que a estimativa da variância do período depende da variância do período anterior é consistente como afirmação de que existe autocorrelação nos quadrados dos retornos. O modelo EWMA é usado também para as estimativas de covariâncias e correlações, da mesma forma que as previsões de volatilidade:

$$\sigma_{12}^2 = (1 - \lambda) \sum_{j=1}^T \lambda^{j-1} (r_{1t} - \bar{r}_1)(r_{2t} - \bar{r}_2) \quad (33)$$

De forma análoga, a forma recursiva para a expressão acima é dada por:

$$\sigma_{12,t+1|t}^2 = \lambda \cdot \sigma_{12,t|t-1}^2 + (1 - \lambda)r_{1t}r_{2t} \quad (34)$$

A estimativa da correlação é obtida pela seguinte expressão:

$$\rho_{2,t+1|t} = \frac{\sigma_{12,t+1|t}^2}{\sigma_{1,t+1|t} \cdot \sigma_{2,t+1|t}} \quad (35)$$

3.3 Teste de Proporção de Falhas

Um dos possíveis testes de validação dos modelos para o cálculo do VaR é o teste de Kupiec – um método estatístico que utiliza a frequência de vezes que o VaR é extrapolado. Para a realização do *backtest* é necessário fixar um período de estimação, no qual é definida a amostra usada para estimar os parâmetros do modelo VaR. Jorion (2007), entretanto, alerta que para uma amostra pequena tal teste não se comporta de maneira adequada.

A aferição dos resultados dos modelos VaR apresentados nos itens seguintes deste trabalho é realizada com base no teste proposto por Kupiec (1995), tal técnica consiste em contrapor as estimativas de perdas potenciais com os retornos efetivamente observados na amostra. Ou seja, conta-se o número de dias em que os resultados observados na amostra foram piores do que podia supor a estimativa VaR e divide-se este número pelo tamanho da amostra em análise. Com base nos resultados encontrados é possível avaliar quais metodologias de mensuração do VaR são mais eficientes para cada um dos índices de ações analisados.

4 RESULTADOS

A seguir serão apresentados os dados e as metodologias utilizadas, assim como o resultados encontrados.

4.1 Fonte dos Dados

Para a extração dos dados históricos foram utilizados dados disponibilizados pela Bloomberg.

4.2 Dados utilizados

Para a realização da pesquisa foram extraídos os resultados dos índices das principais bolsas de valores dos mercados que formam o BRICS e o G7.

Os índices utilizados foram:

África do Sul – JALSH Index
Brasil – Ibovespa
China – Shanghai SE Composite
Índia – Índia BSE (100) Nacional
Rússia – RTS Index
Alemanha – DAX 30 Performance
Canadá – S&P/TSX Composite Index
Estados Unidos – Dow Jones
França – CAC 40
Itália – Milan Comit General
Reino Unido – FTSE 100
Japão – TOPIX

Foram extraídos dados diários dos índices citados, referentes ao ano de 2008, de modo a representarem os retornos e volatilidade dos indicadores de mercado de ações desses países no período de crise objeto da pesquisa proposta por esse estudo.

Foram utilizados aproximadamente 3.000 dados para a definição do VaR, nas metodologias propostas, para o ano de 2008. Para a definição do VaR foram utilizados os valores referentes aos três primeiros trimestres de 2008 e o quarto trimestre foi utilizado para a realização do *backtesting*.

4.3 Aplicação da Metodologia VaR.

Para avaliação se o VaR pode ser aplicado para mensuração da máxima perda possível em momentos de crises econômicas foram utilizadas as seguintes metodologias:

- VaR Paramétrico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança sem utilização de EWMA.
- VaR Paramétrico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança com utilização de EWMA de 0,94.
- VaR Não-Paramétrico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança com utilização de Simulação Monte Carlo – 10.000 simulações.
- VaR Histórico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança.

A modelagem estatística foi realizada utilizando o software Excel.

4.4 Resultados encontrados

Após a aplicação das metodologias de VaR citadas anteriormente chegou-se aos seguintes resultados apresentados a seguir:

4.4.1 VaR Paramétrico

Quadro 1- VaR Paramétrico

Índices		VaR Paramétrico					
	PAÍS	Índice	VaR/Pontos	VaR	Pontos	Volatilidade	Inter Confi
BRICS	ÁFRICA DO SUL	JALSH Index	2,930%	698,48	23.835,97	1,781%	1,645
	CHINA	SHCOMP Index	4,766%	109,32	2.293,78	2,897%	1,645
	ÍNDIA	BSE100 Index	4,077%	158,24	3.881,11	2,479%	1,645
	RÚSSIA	RTSI\$ Index	4,712%	57,10	1.211,84	2,865%	1,645
	BRASIL	IBOV Index	4,101%	2.031,56	49.541,27	2,493%	1,645
G7	ALEMANHA	DAX Index	2,594%	151,23	5.831,02	1,577%	1,645
	CANADÁ	SPTSX Index	2,637%	309,93	11.752,90	1,603%	1,645
	EUA	DJI Index	2,578%	279,76	10.850,66	1,567%	1,645
	FRANÇA	CAC Index	2,970%	119,74	4.032,10	1,805%	1,645
	ITÁLIA	FTSEMIB Index	2,660%	679,13	25.530,00	1,617%	1,645
	REINO UNIDO	UKX Index	2,833%	138,89	4.902,45	1,722%	1,645
	JAPÃO	TPX Index	3,092%	33,62	1.087,41	1,880%	1,645

Elaborado pelo autor.

Percebe-se que, considerando a relação VaR/Pontos, a maior perda esperada é do índice da China com percentual estimado em 4,766% ou 109 pontos. Em seguida viriam a bolsa da Rússia e do Brasil com 4,712% e 4,101% respectivamente.

Observa-se ainda que na metodologia VaR Paramétrico os países que compõem o BRICS tendem a ter perdas maiores que os países que compõem G7 comparativamente. Tal fato ocorre principalmente devido a maior volatilidade dos índices dos países do BRICS, conforme demonstrado no Quadro 1.

4.4.2 VaR Paramétrico com EWMA

Quadro 2 - VaR Paramétrico com EWMA

Índices		VaR Paramétrico com EWMA					
	PAÍS	Índice	VaR/Pontos	VaR	Pontos	EWMA 0,94	Inter Confi
BRICS	ÁFRICA DO SUL	JALSH Index	5,089%	1.213,01	23.835,97	3,094%	1,645
	CHINA	SHCOMP Index	0,263%	6,03	2.293,78	0,160%	1,645
	ÍNDIA	BSE100 Index	3,069%	119,12	3.881,11	1,866%	1,645
	RÚSSIA	RTSI\$ Index	2,360%	28,60	1.211,84	1,434%	1,645
	BRASIL	IBOV Index	11,737%	5.814,60	49.541,27	7,135%	1,645
G7	ALEMANHA	DAX Index	0,660%	38,48	5.831,02	0,401%	1,645
	CANADÁ	SPTSX Index	6,481%	761,74	11.752,90	3,940%	1,645
	EUA	DJI Index	7,299%	791,98	10.850,66	4,437%	1,645
	FRANÇA	CAC Index	3,142%	126,69	4.032,10	1,910%	1,645
	ITÁLIA	FTSEMIB Index	1,699%	433,82	25.530,00	1,033%	1,645
	REINO UNIDO	UKX Index	2,748%	134,72	4.902,45	1,671%	1,645
	JAPÃO	TPX Index	5,826%	63,36	1.087,41	3,542%	1,645

Elaborado pelo autor.

Percebe-se que, considerando a relação VaR/Pontos, a maior perda esperada é do índice do Brasil com um percentual estimado em 11,737% ou 5.814 pontos. Em seguida viriam as bolsas dos Estados Unidos e Canadá com 7,299% e 6,481% respectivamente.

Observa-se que na metodologia VaR Paramétrico com EWMA as maiores perdas são distribuídas entre os países do BRICS e do G7, conforme observado no Quadro 2.

4.4.3 VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo

Quadro 3 - VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo

Índices			VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo			
	PAÍS	Índice	VaR/Pontos	VaR	Pontos	MC
BRICS	ÁFRICA DO SUL	JALSH Index	1,930%	459,96	23.835,97	1,930%
	CHINA	SHCOMP Index	3,136%	71,93	2.293,78	3,136%
	ÍNDIA	BSE100 Index	2,683%	104,14	3.881,11	2,683%
	RÚSSIA	RTSI\$ Index	3,099%	37,56	1.211,84	3,099%
	BRASIL	IBOV Index	2,692%	1.333,52	49.541,27	2,692%
G7	ALEMANHA	DAX Index	1,703%	99,30	5.831,02	1,703%
	CANADÁ	SPTSX Index	1,733%	203,71	11.752,90	1,733%
	EUA	DJI Index	1,694%	183,83	10.850,66	1,694%
	FRANÇA	CAC Index	1,953%	78,74	4.032,10	1,953%
	ITÁLIA	FTSEMIB Index	1,747%	445,93	25.530,00	1,747%
	REINO UNIDO	UKX Index	1,861%	91,25	4.902,45	1,861%
	JAPÃO	TPX Index	2,035%	22,13	1.087,41	2,035%

Elaborado pelo autor.

Percebe-se que, considerando a relação VaR/Pontos, a maior perda esperada é do índice da China com um percentual estimado em 3,136% ou 71 pontos. Em seguida viriam a bolsa do Brasil e da Índia com 2,692% e 2,683% respectivamente.

Observa-se ainda que na metodologia VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo os países que compõem o BRICS tendem a ter perdas maiores que os países que compõem G7 comparativamente. Tal fato pode ser explicado principalmente devido a maior volatilidade dos índices dos países do BRICS, conforme demonstrado no Quadro 3.

Pode-se observar também que a metodologia VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo estima uma perda potencial relativamente menor, para a maior parte dos índices, se comparada com a metodologia Paramétrica e Paramétrica com EWMA.

4.4.4 VaR Histórico

Quadro 4 - VaR Histórico

Índices		Histórico				
	PAIS	Índice	VaR/Pontos	VaR	Pontos	P05
BRICS	ÁFRICA DO SUL	JALSH Index	3,024%	720,72	23.835,97	3,024%
	CHINA	SHCOMP Index	5,342%	122,54	2.293,78	5,342%
	ÍNDIA	BSE100 Index	4,284%	166,26	3.881,11	4,284%
	RÚSSIA	RTSI\$ Index	4,623%	56,02	1.211,84	4,623%
	BRASIL	IBOV Index	3,652%	1.809,16	49.541,27	3,652%
G7	ALEMANHA	DAX Index	2,428%	141,57	5.831,02	2,428%
	CANADÁ	SPTSX Index	2,830%	332,56	11.752,90	2,830%
	EUA	DJI Index	2,483%	269,41	10.850,66	2,483%
	FRANÇA	CAC Index	2,619%	105,60	4.032,10	2,619%
	ITÁLIA	FTSEMIB Index	2,562%	654,16	25.530,00	2,562%
	REINO UNIDO	UKX Index	2,641%	129,48	4.902,45	2,641%
	JAPÃO	TPX Index	3,255%	35,39	1.087,41	3,255%

Elaborado pelo autor.

Verifica-se que, considerando a relação VAR/Pontos a maior perda esperada é do índice da China com um percentual estimado em 5,342% ou 122 pontos. Em seguida viriam a bolsa da Rússia e da Índia com 4,623% e 4,284% respectivamente.

Observa-se ainda que na metodologia VaR Histórico os países que compõem o BRICS tendem a ter perdas maiores que os países que compõem G7 comparativamente. Tal fato pode ser explicado principalmente devido a maior volatilidade dos índices dos países do BRICS, conforme demonstrado no Quadro 4.

4.5 Backtesting

Para a realização do *backtesting* foi avaliado se a perda esperada com base nas diversas metodologias de VaR aplicadas ocorreu ou não durante o 4º trimestre de 2008, ano que foram observados os maiores impactos do período de crise econômica abordada no trabalho.

A avaliação consiste em mensurar a quantidades de dias, percentualmente, que os valores de perdas efetivas não romperam o limite de VaR, nas diversas metodologias previstas, para os 63 dias úteis do 4º trimestre de 2008.

Os resultados encontrados estão relacionados no Quadro 5 abaixo:

Quadro 5 - Resultados *Backtesting*

PAÍS	Índice	VaR Paramétrico	VaR Paramétrico com EWMA	VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo	VaR Histórico
ÁFRICA DO SUL	JALSH Index	82,540%	96,825%	66,667%	84,127%
CHINA	SHCOMP Index	95,238%	46,032%	87,302%	98,413%
ÍNDIA	BSE100 Index	89,831%	81,356%	81,356%	89,831%
RÚSSIA	RTSI\$ Index	87,097%	69,355%	77,419%	87,097%
BRASIL	IBOV Index	85,484%	100,000%	70,968%	82,258%
ALEMANHA	DAX Index	79,032%	59,677%	69,355%	77,419%
CANADÁ	SPTSX Index	77,778%	95,238%	65,079%	79,365%
EUA	DJI Index	78,125%	100,000%	65,625%	78,125%
FRANÇA	CAC Index	80,952%	82,540%	69,841%	76,190%
ITÁLIA	FTSEMIB Index	79,032%	69,355%	69,355%	79,032%
REINO UNIDO	UKX Index	82,813%	82,813%	73,438%	81,250%
JAPÃO	TPX Index	80,328%	91,803%	72,131%	80,328%

Elaborado pelo autor.

4.5.1 Resultados *Backtesting* – Análise Geral

Com base nos resultados encontrados é possível avaliar quais metodologias de mensuração do VaR são mais eficientes para cada um dos índices de ações apresentados. Destaca-se que o período analisado é o ano de 2008.

Inicialmente é possível observar que para o VaR Paramétrico o maior nível de assertividade foi para o índice da China, com 95,23%, O menor nível de acerto foi para o índice do Canadá com 77,77%.

Para o VaR Paramétrico com EWMA o maior nível de assertividade ocorreu para os índices do Brasil e Estados Unidos, com 100% de acerto para a previsão da máxima perda possível. Entretanto, para o índice da China o nível de acerto foi de 46,03%.

Para o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo o maior nível de assertividade ocorreu para o índice da China, com 87,30%, contra um menor nível de acertos para o índice do Canadá com 65,07%.

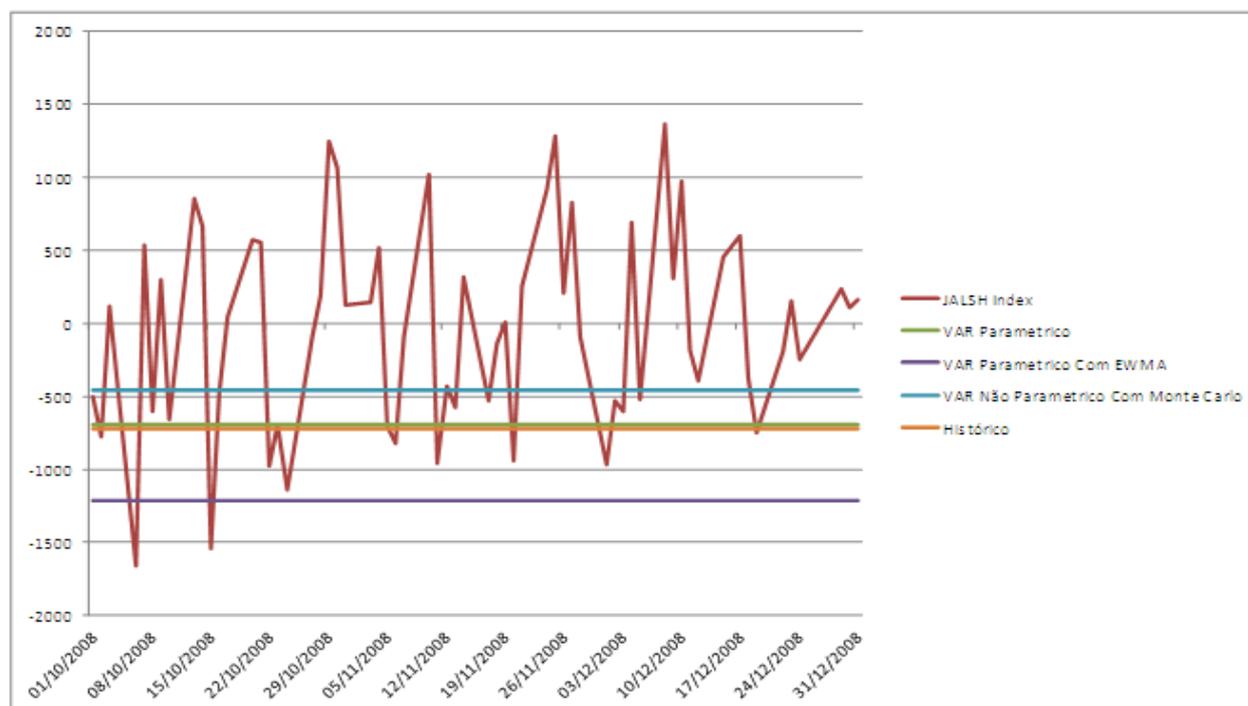
Para o VaR Histórico o maior nível de assertividade ocorreu no índice da China, com 98,41%. O menor nível de acerto foi para o índice da França com 79,03%.

4.5.1.1 Resultados *Backtesting* – Análise Individual

Para a visualização dos resultados será apresentado análise individual para cada um dos índices avaliados com a aplicação do *backtesting* para as diversas metodologias de VAR adotadas.

4.5.1.1.1 África do Sul

Figura 1 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – África do Sul



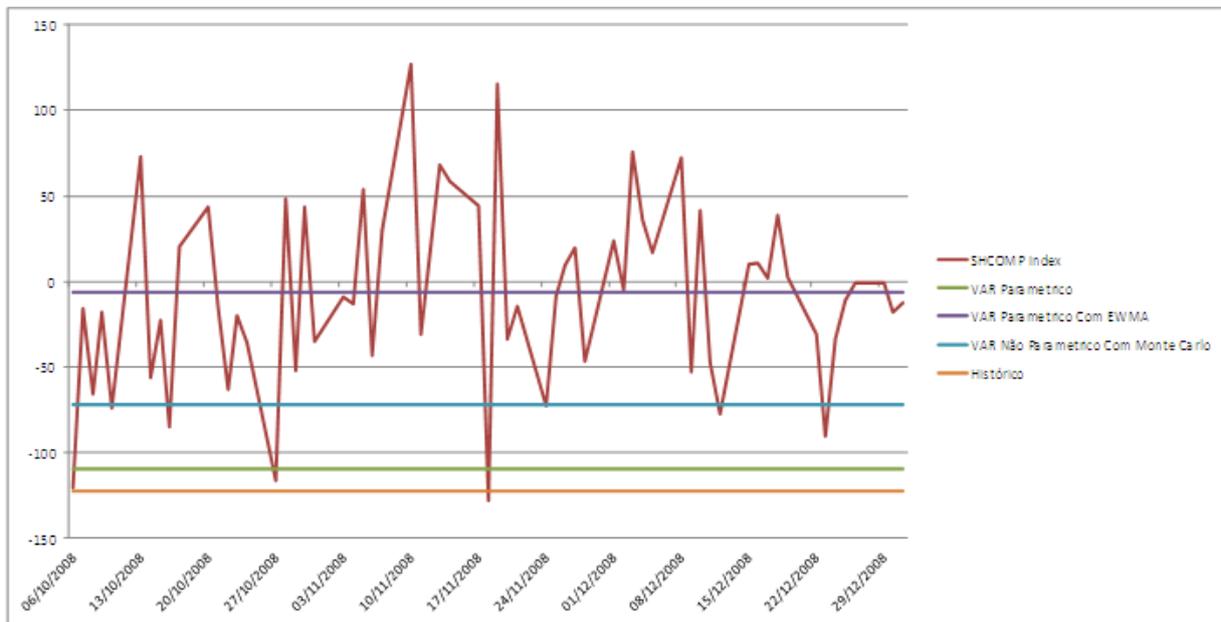
Elaborado pelo autor.

Observa-se que nenhuma das metodologias conseguiu atingir índice de acerto da perda máxima em 100% dos casos. Entretanto, o VaR Paramétrico com EWMA obteve 96,82% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações da África do Sul.

Em contrapartida o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo foi capaz de prever apenas 66,66% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações da África do Sul.

4.5.1.1.2 China

Figura 2 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – China



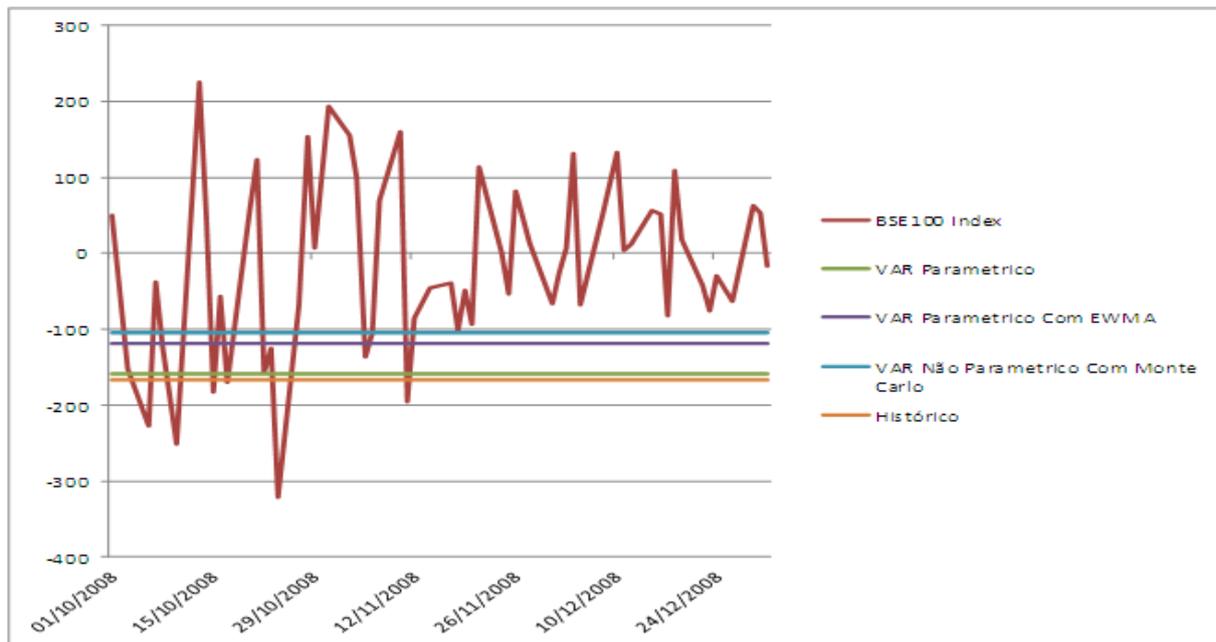
Elaborado pelo autor.

Observa-se que nenhuma das metodologias conseguiu atingir índice de acerto da perda máxima em 100% dos casos. Entretanto, o VaR Histórico obteve 98,41% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações da China.

Em contrapartida o VaR Paramétrico com EWMA foi capaz de prever apenas 46,03% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações da China.

4.5.1.1.3 Índia

Figura 3 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Índia



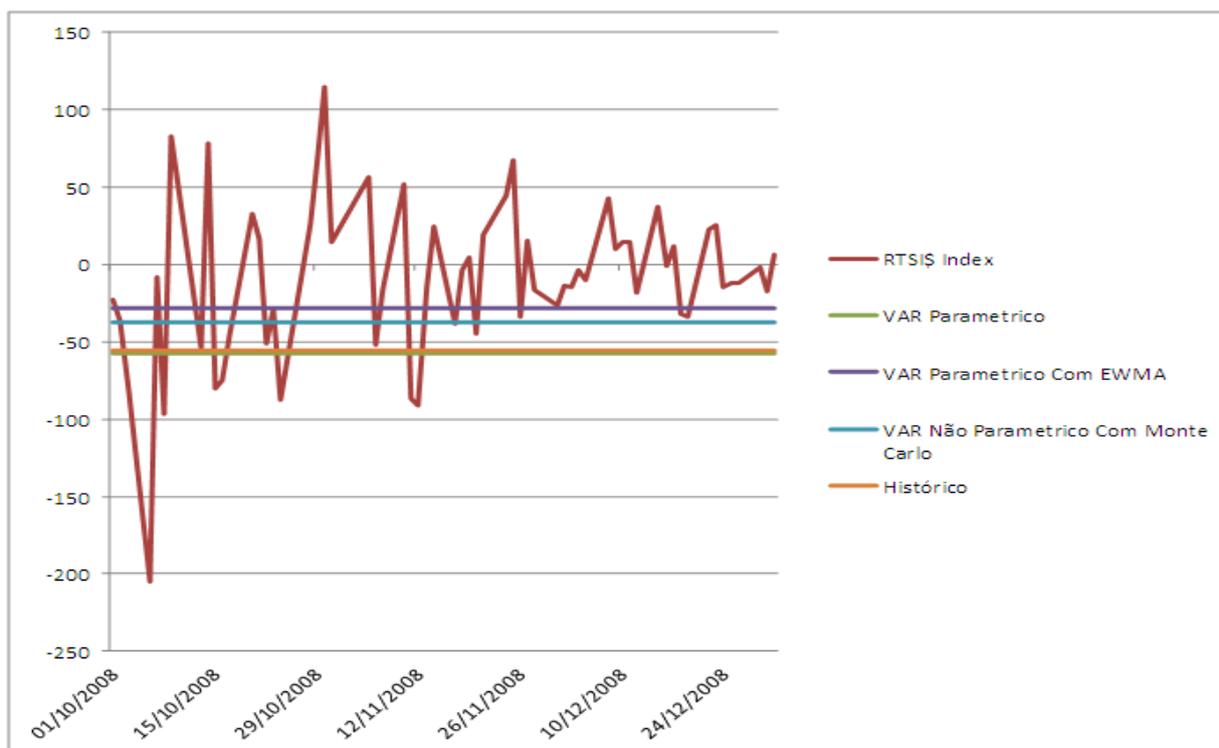
Elaborado pelo autor.

Observa-se que nenhuma das metodologias conseguiu atingir índice de acerto da perda máxima em 100% dos casos. Entretanto, o VaR Histórico e o VaR Paramétrico obtiveram 89,83% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações da Índia.

Em contra partida o VaR Paramétrico com EWMA foi capaz de prever apenas 81,35% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações da Índia.

4.5.1.1.4 Rússia

Figura 4 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Rússia



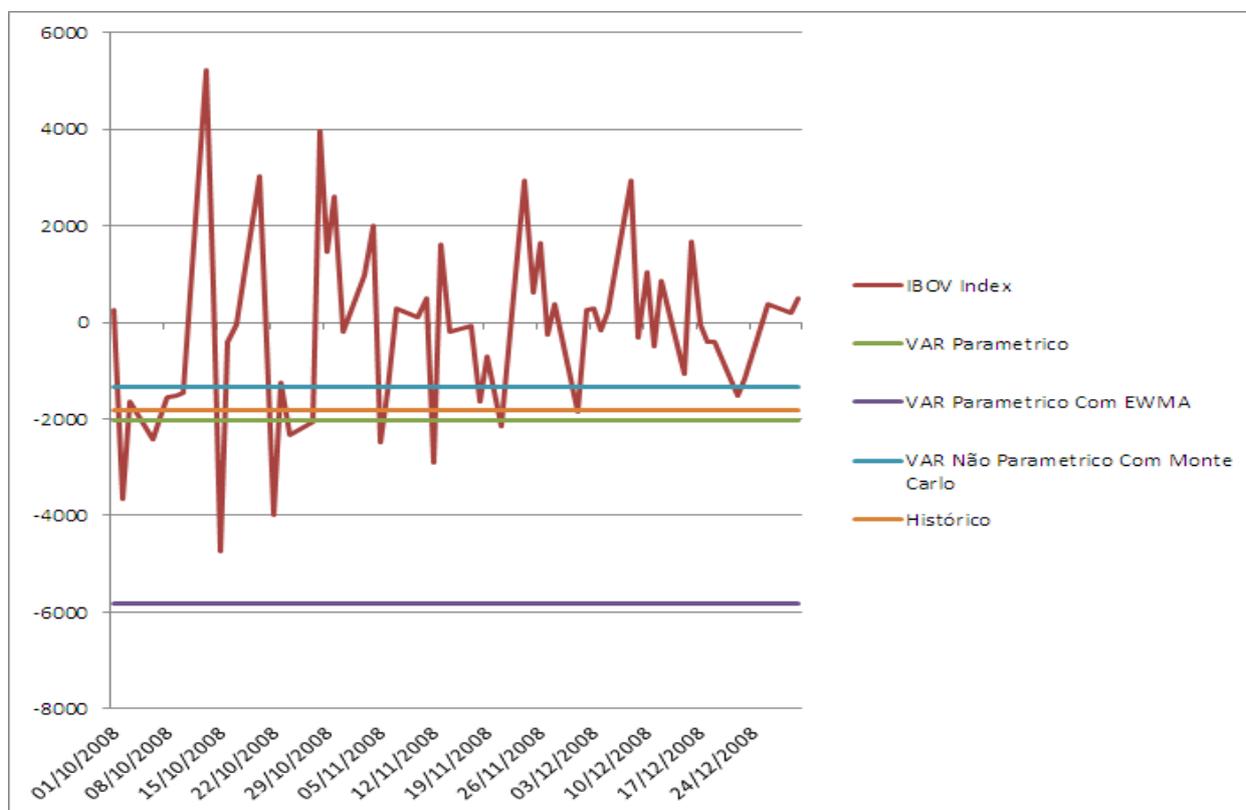
Elaborado pelo autor.

Observa-se que nenhuma das metodologias conseguiu atingir índice de acerto da perda máxima em 100% dos casos. Entretanto, o VaR Paramétrico obteve 87,09% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações da Rússia.

Em contrapartida o VaR Paramétrico com EWMA foi capaz de prever apenas 69,35% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações da Rússia.

4.5.1.1.5 Brasil

Figura 5 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Brasil



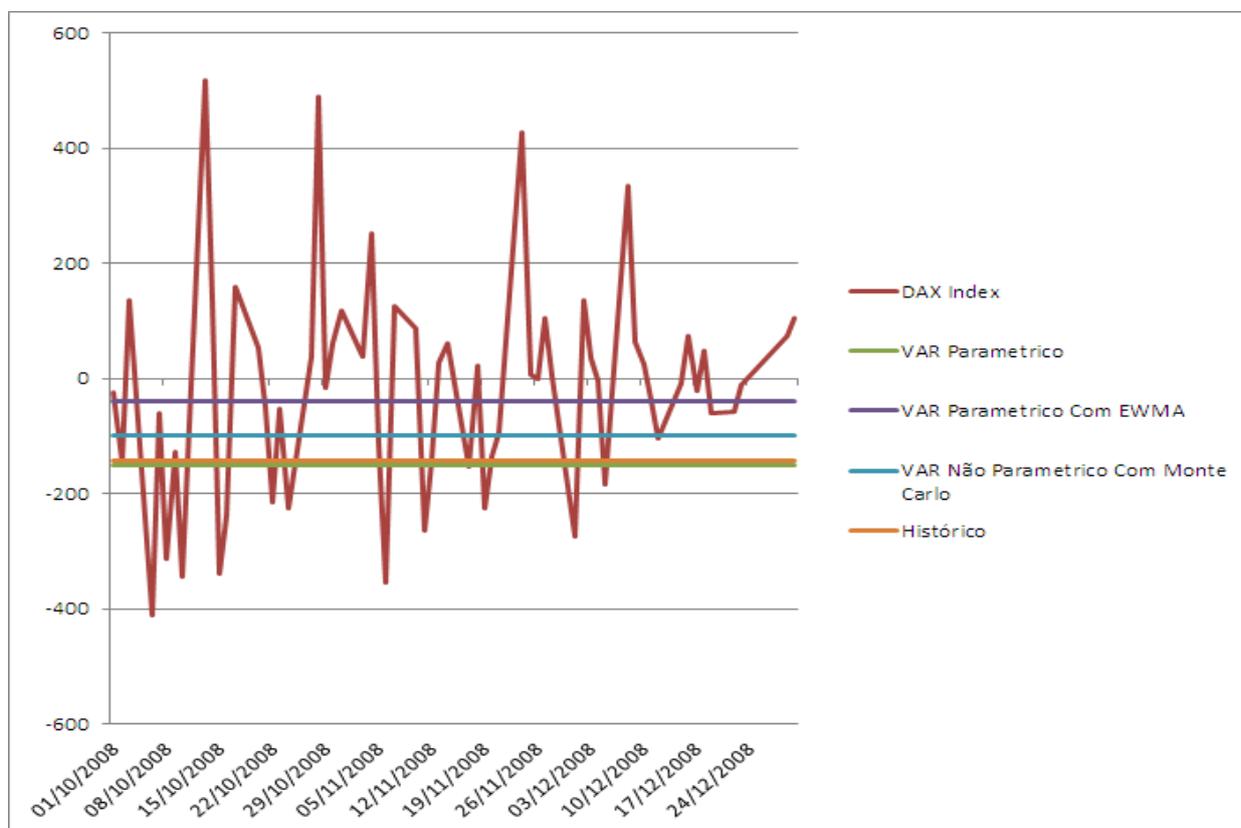
Elaborado pelo autor.

Observa-se que o VaR Paramétrico com Ewma obteve 100% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações do Brasil.

Em contrapartida o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo foi capaz de prever apenas 70,96% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações do Brasil.

4.5.1.1.6 Alemanha

Figura 6 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Alemanha

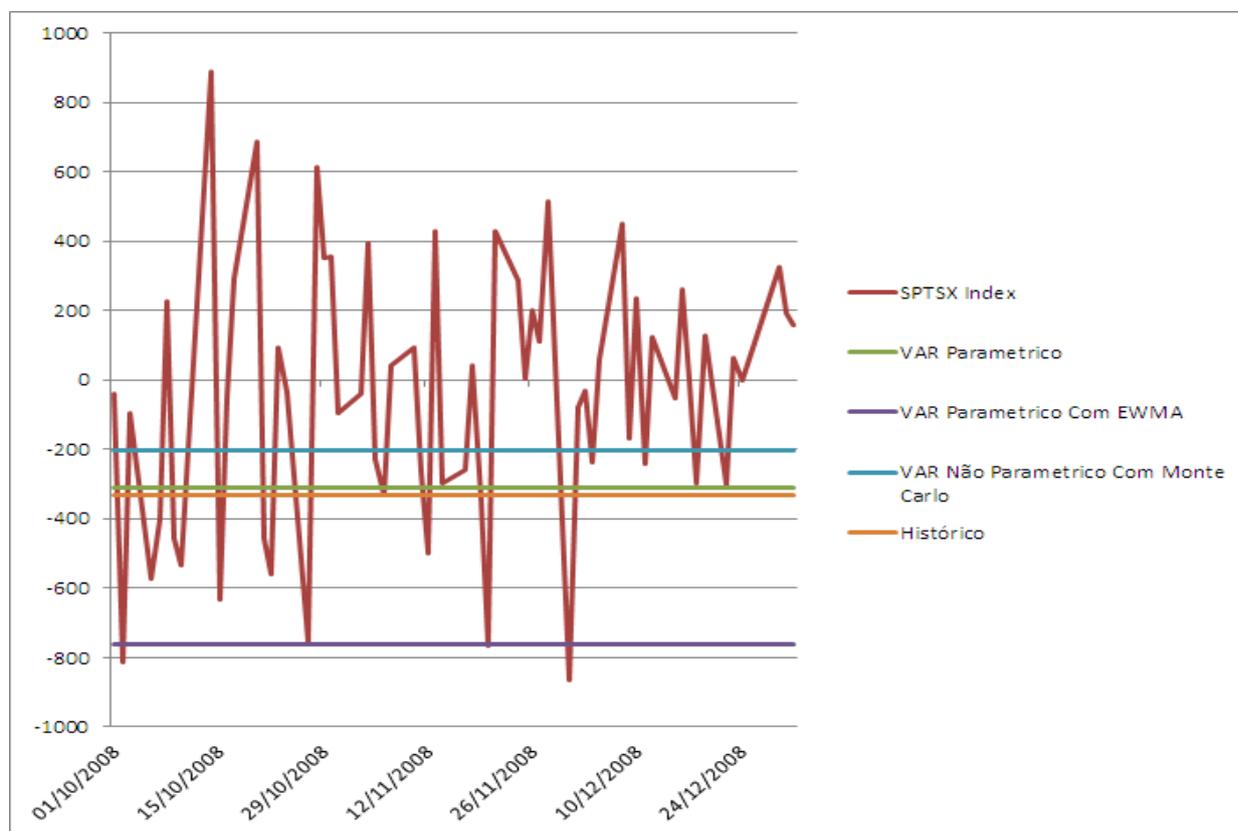


Elaborado pelo autor.

Observa-se que nenhuma das metodologias previu de forma eficiente a máxima perda esperada. O VaR Paramétrico conseguiu prever apenas 79,03% das perdas, e foi o que apresentou melhor resultado, já o VaR Paramétrico com EWMA previu 59,67% das perdas tendo o pior resultado dentre as metodologias aplicadas.

4.5.1.1.7 Canadá

Figura 7 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Canadá



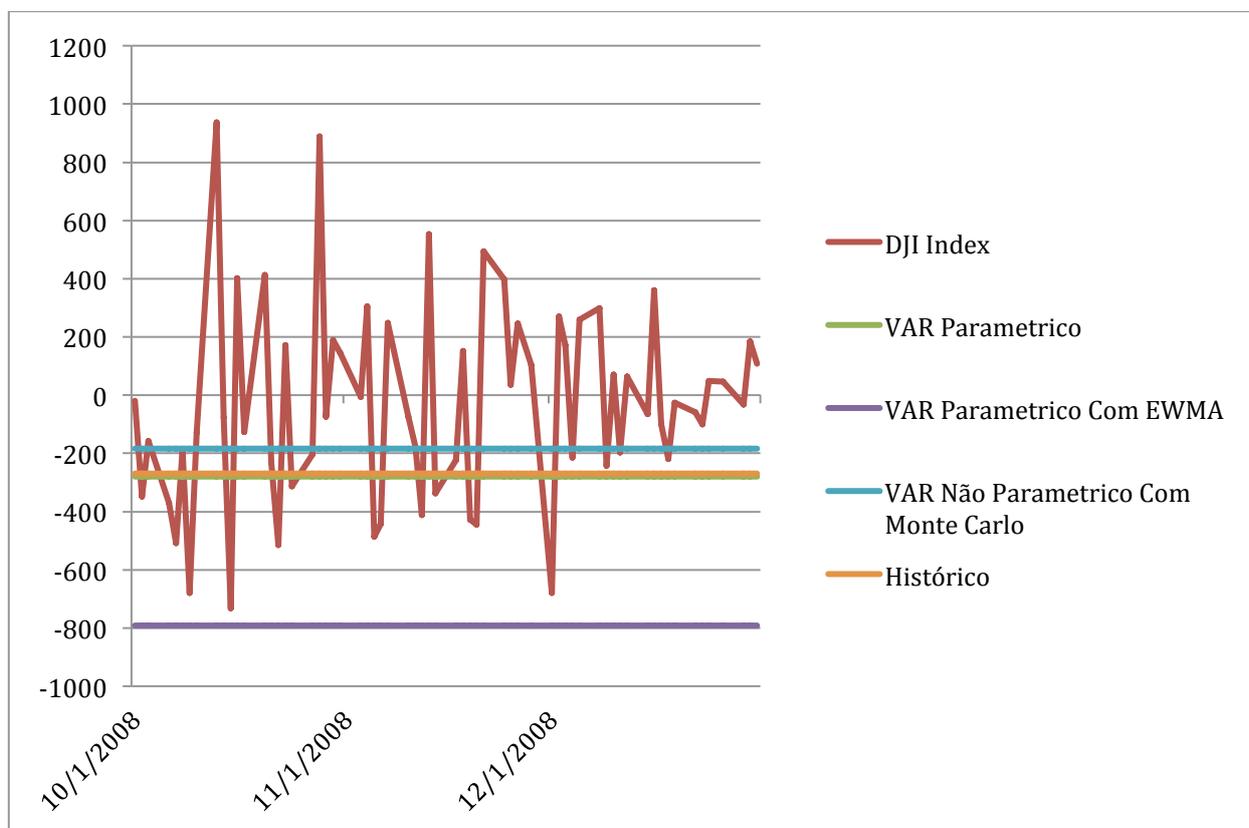
Elaborado pelo autor.

Observa-se que nenhuma das metodologias conseguiu atingir índice de acerto da perda máxima em 100% dos casos. Entretanto, o VaR Paramétrico com EWMA obteve 95,23% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações do Canadá.

Em contrapartida o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo foi capaz de prever apenas 65,07% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações do Canadá.

4.5.1.1.8 Estados Unidos

Figura 8 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Estados Unidos



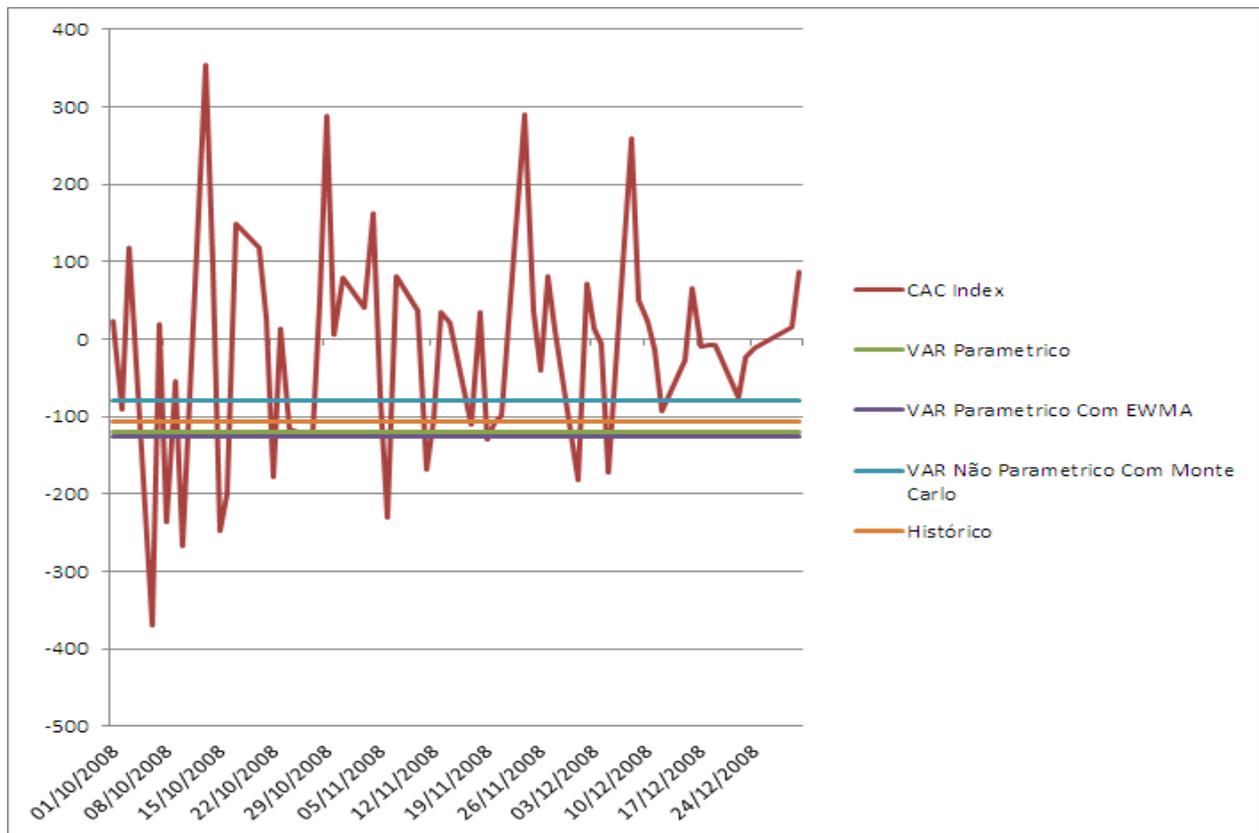
Elaborado pelo autor.

Observa-se que o VaR Paramétrico com EWMA obteve 100% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações dos Estados Unidos.

Em contrapartida o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo foi capaz de prever apenas 65,62% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações dos Estados Unidos.

4.5.1.1.9 França

Figura 9 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – França

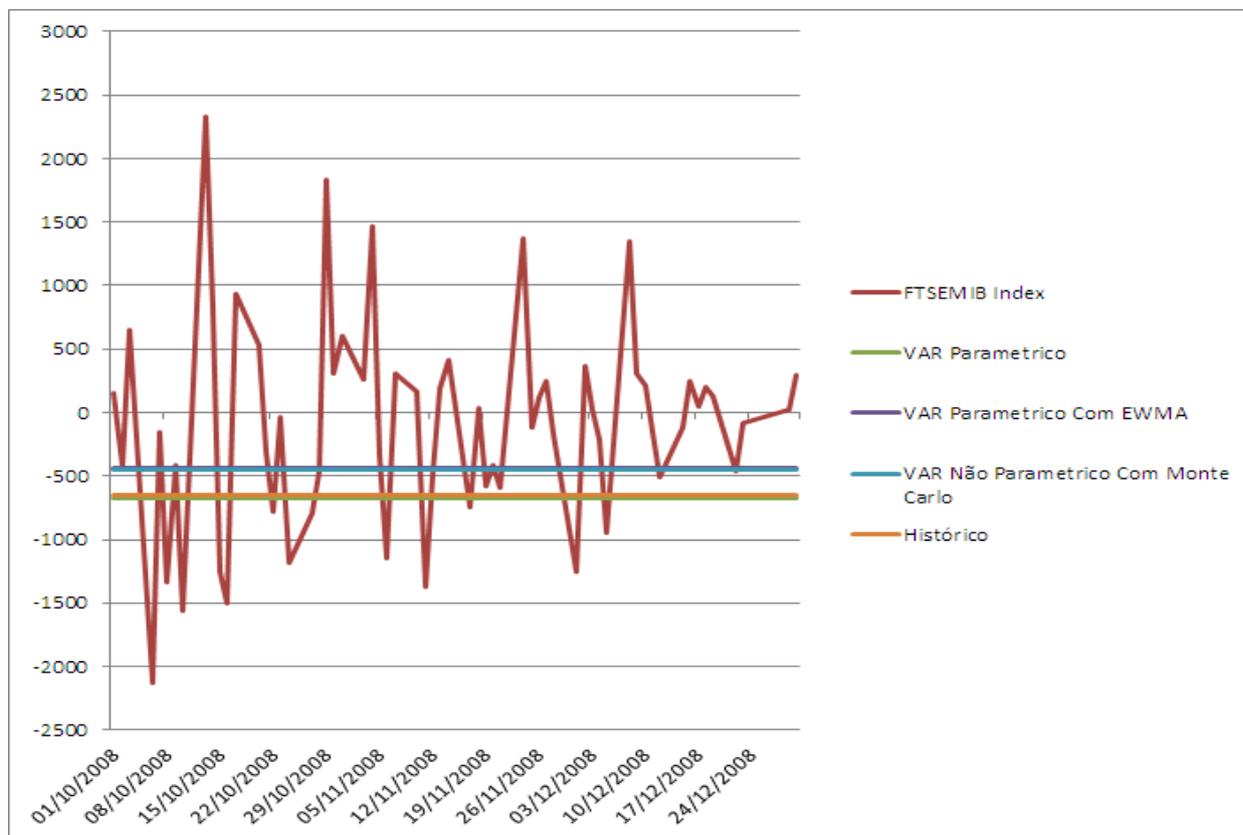


Elaborado pelo autor

Observa-se que nenhuma das metodologias previu de forma eficiente a máxima perda esperada. O VaR Paramétrico com EWMA conseguiu prever apenas 82,54% das perdas, e o foi o que apresentou melhor resultado, já o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo previu 69,84% das perdas tendo o pior resultado dentre as metodologias aplicadas.

4.5.1.1.10 Itália

Figura 10 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Itália

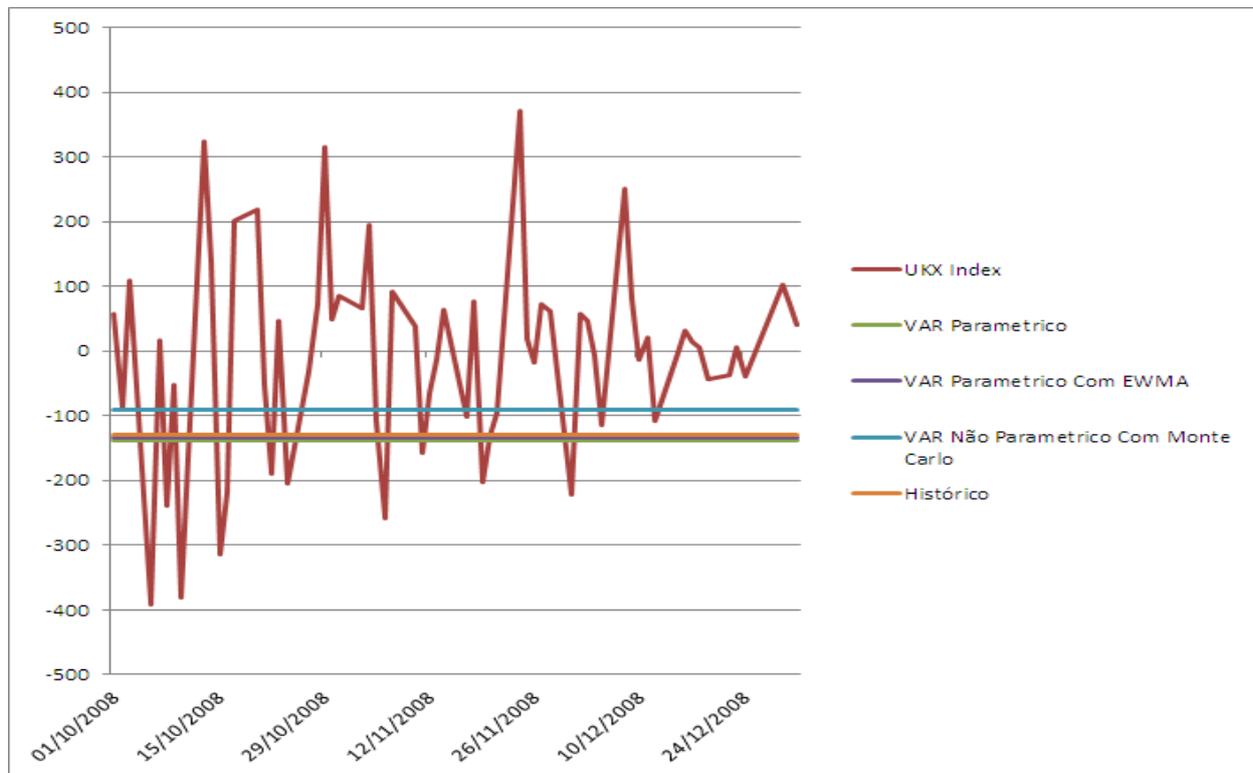


Elaborado pelo autor

Observa-se que nenhuma das metodologias previu de forma eficiente a máxima perda esperada. O VaR Paramétrico conseguiu prever apenas 79,03% das perdas, e o foi o que apresentou melhor resultado, já o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo previu 69,35% das perdas tendo o pior resultado dentre as metodologias aplicadas.

4.5.1.1.11 Reino Unido

Figura 11 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Reino Unido

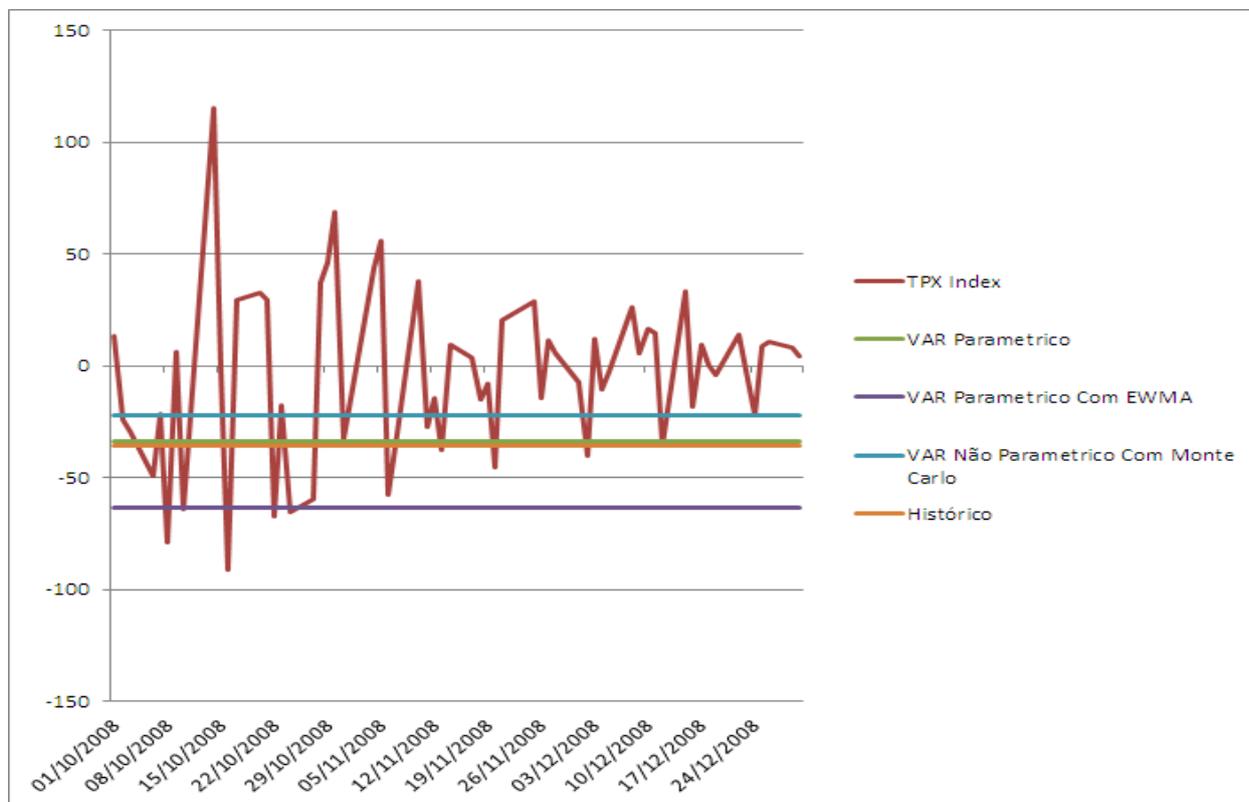


Elaborado pelo autor

Observa-se que nenhuma das metodologias previu de forma eficiente a máxima perda esperada. O VaR Paramétrico conseguiu prever apenas 82,81% das perdas, e o foi o que apresentou melhor resultado, já o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo previu 73,43% das perdas tendo o pior resultado dentre as metodologias aplicadas.

4.5.1.1.12 Japão

Figura 12 – Resultado *Backtesting* – Análise Individual – Japão



Elaborado pelo autor

Observa-se que nenhuma das metodologias conseguiu atingir índice de acerto da perda máxima em 100% dos casos. Entretanto, o VaR Paramétrico com EWMA obteve 91,80% de perdas dentro do limite de VaR sendo uma metodologia eficiente para a previsão de perdas, no ano de 2008, para o índice de ações do Japão.

Em contrapartida o VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo foi capaz de prever apenas 72,13% das perdas ocorridas no 4º trimestre de 2008 para o índice de ações do Japão.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O quadro a seguir apresenta uma visão consolidada dos resultados encontrados.

Quadro 6 - Resultados consolidados

	PAIS	Índice	Relação VaR/Pontos			
			Paramétrico	EWMA	Monte Carlo	Histórico
BRICS	ÁFRICA DO SUL	JALSH Index	2,930%	5,089%	1,930%	3,024%
	CHINA	SHCOMP Index	4,766%	0,263%	3,136%	5,342%
	ÍNDIA	BSE100 Index	4,077%	3,069%	2,683%	4,284%
	RÚSSIA	RTSI\$ Index	4,712%	2,360%	3,099%	4,623%
	BRASIL	IBOV Index	4,101%	11,737%	2,692%	3,652%
G7	ALEMANHA	DAX Index	2,594%	0,660%	1,703%	2,428%
	CANADÁ	SPTSX Index	2,637%	6,481%	1,733%	2,830%
	EUA	DJI Index	2,578%	7,299%	1,694%	2,483%
	FRANÇA	CAC Index	2,970%	3,142%	1,953%	2,619%
	ITÁLIA	FTSEMIB Index	2,660%	1,699%	1,747%	2,562%
	REINO UNIDO	UKX Index	2,833%	2,748%	1,861%	2,641%
	JAPÃO	TPX Index	3,092%	5,826%	2,035%	3,255%

O objetivo do estudo é comparar os resultados encontrados com os diferentes métodos de cálculo do VaR para os índices das bolsas de valores dos mercados emergentes (BRICS) e de mercados desenvolvidos (G7), e dessa forma aferir quais métodos geram as melhores previsões e se são capazes de captar as perdas sofridas em períodos de crises econômicas sistêmicas.

Para alcançar o objetivo proposto definiu-se o ano de 2008 como um período de crise econômica sistêmica no mundo inteiro.

A partir daí levantou-se dados históricos dos principais índices de ações dos países que compõem o G7 e o BRICS de modo que possibilitasse o cálculo das metodologias de VaR propostas.

A sistemática aplicada utilizou os 3 primeiros trimestres de 2008 como base para o cálculo do VaR e o 4º trimestre de 2008 como base para aplicação do *backtesting*.

Foram utilizadas as seguintes metodologias:

- VAR Paramétrico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança sem utilização de EWMA
- VAR Paramétrico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança com utilização de EWMA de 0,94.
- VAR Não-Paramétrico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança com utilização de Simulação Monte Carlo – 10.000 simulações
- VAR Histórico com horizonte de 1 dia e 95% de nível de confiança.

Com base nos resultados encontrados não é possível afirmar que uma metodologia específica de VaR é adequado para captar as perdas sofridas em períodos de crises econômicas sistêmicas.

Nenhuma das metodologias de VaR aplicada foi eficiente para a previsão de perdas em todos os países estudados.

O quadro a seguir mostra qual metodologia foi mais eficiente para cada país.

Quadro 7 - Eficiência

Paramétrico	EWMA	Monte Carlo	Histórico
Índia	África do Sul	-	China
Rússia	Brasil		
Alemanha	Canadá		
Itália	Estados Unidos		
Reino Unido	França		
	Japão		

O VaR Paramétrico foi o mais eficiente na previsão de perdas na Índia, Rússia, Alemanha, Itália e Reino Unido.

O VaR Paramétrico com EWMA foi o mais eficiente na previsão de perdas na África do Sul, Brasil, Canadá, Estados Unidos, França, e Japão.

O VaR Não-Paramétrico com Monte Carlo não foi o mais eficiente em nenhum dos países estudados

O VaR Histórico foi o mais eficiente na previsão de perdas na China.

Conclui-se que não é possível estabelecer uma metodologia de cálculo de VaR única que possa ser utilizada, em momentos de crise econômica, para todos os países, seja do G7 ou do BRICS.

6 REFERÊNCIAS

- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. **International convergence of capital measurement and capital standards**. Bank for International Settlements, 1988.
- _____. **The new capital accord**. Bank for International Settlements, 2001.
- _____. **Basel II: International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework - Comprehensive Version**. Bank for International Settlements, 2006.
- _____. **Basel III: The Liquidity Coverage Ratio and liquidity risk monitoring tools**. Bank for International Settlements, 2013.
- BARCINSKI, A.; ALMEIDA, B. C. P.; GARCIA, M. G. P.; SILVEIRA, M. A. C. **Estimação da volatilidade do retorno de ações brasileiras: Um método alternativo à família GARCH**. Resenha BM&F, n. 116, p. 21-39: 1997.
- BOLLERSLEV, T. **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity**. Journal of Econometrics, 31, 307-327: 1986.
- CARMONA, C. U. **Um Estudo do Modelo CAPM com Variâncias não Estacionárias através da Metodologia GARCH-M**. Tese de Doutorado em Engenharia de Produção. Rio de Janeiro: PUC, 1997.
- DOWD, K. **Beyond Value at Risk: The new Science of Risk Management**. West Sussex: John Wiley & Sons, 1998.
- DUARTE JÚNIOR, A. M. **Gestão de riscos para fundos de investimento**. São Paulo: Prentice Hall Brasil, 2005.
- ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. John Wiley & Sons, 1995.
- ENGLE, R. F. **Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation**. Econometrica 50, 987-1008: 1982.
- FARIAS FILHO, A. C. **Avaliação do Value at Risk do Índice Bovespa Usando os Modelos GARCH, TARARCH e RiskMetrics para se Estimar a Volatilidade**. Dissertação de Mestrado em Administração. São Paulo: FGV, 1997.
- JORION, Philippe. **The New Benchmark for Managing Financial Risk**. 3. ed. New York: Mc Graw-Hill, 2007.
- KUPIEC, P. **Techniques for verifying the accuracy of risk management models**. Journal of Derivatives, v.3, p. 73-84. 1995.
- MOORE, J.H. & WEATHERFORD, L.R. **Tomada de Decisão em Administração com Planilhas Eletrônicas**. Porto Alegre: Bookman, 2005.

- RIECHE, Fernando C. **Gestão de Riscos em Fundos de Pensão no Brasil: Situação Atual da Legislação e Perspectivas**. Revista do BNDES, Rio de Janeiro, v. 12, n. 23, p. 219-242, jun. 2005.
- SANTOS, J. E. **Previsão de Volatilidade no Brasil: RiskMetrics, GARCH, Volatilidade Implícita ou uma Combinação desses Modelos? Um Estudo Empírico**. Tese de Doutorado em Administração. São Paulo: FGV, 1997.
- SALIBY, E. & ARAUJO, M. **Cálculo do valor em risco através de simulação Monte Carlo: Uma avaliação de uso de métodos amostrais mais eficientes em portfólios com opções**. XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Campos do Jordão, 2001.
- VOIT, Johannes. **The Statistical Mechanic of Financial Markets**. 3. ed. Berlin: Springer, 2005.