

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO

SIMULAÇÃO DOS MODOS PROPAGANTES NOS GUIAS DE ONDAS RETANGULAR E CILÍNDRICO

SÉRGIO TADEU DA SILVA BARROS

Brasília, 04 de julho de 2007

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Faculdade de Tecnologia

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO

SIMULAÇÃO DOS MODOS PROPAGANTES NOS GUIAS DE ONDAS RETANGULAR E CILÍNDRICO

SÉRGIO TADEU DA SILVA BARROS

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista

Banca Examinadora

Prof. Franklin da Costa Silva, Dr. ENE/UNB (Orientador)

Eng. Giovanni César Ganime Alves, Mestre (Convidado)

Prof. Plínio Ricardo Ganime Alves, Dr. ENE/UnB

Dedicatória

*À minha eterna matriarca Raimunda,
aos meus pais Sérgio, Helena e Carlos. A
todos que acreditaram ser possível realizar
esse trabalho e àqueles que contribuíram
para que ele fosse finalizado.*

Agradecimentos

Muitas palavras seriam necessárias para externar todo o meu apreço e gratidão às pessoas que participaram, ainda que indiretamente, da conclusão deste curso. Galgo um degrau importante em minha vida e nada melhor que compartilhar esse momento com a família, os amigos de longa data e aos que foram participando do meu dia-a-dia no decorrer desses cinco anos. Espero ter respondido à altura desejada e agradeço profundamente toda força, compreensão e, principalmente, paciência que foi me foi dedicada inúmeras vezes. Dedico principalmente à minha esposa Alice que sempre compreendeu a minha falta de tempo e foi a fiel incentivadora deste projeto.

O estudo visa representar os modos em guias de onda retangulares e cilíndricos, analisando o seu comportamento através da modelagem e de simulações, utilizando, para isso, os recursos do software MATLAB®. O objetivo principal é a implementação de um software que serve de ferramenta de auxílio ao ensino de eletromagnetismo. As visualizações destes modos possibilitam um aprendizado mais consistente e dinâmico, uma vez que as configurações mostradas na forma vetorial sedimentam a teoria de ondas guiadas nas estruturas retangulares e cilíndricas. Além disso, o Apêndice no final deste trabalho traz a descrição do programa em linguagem computacional, justamente para torná-lo aberto ao público de forma a ser modificado de acordo com a conveniência do usuário.

Conteúdo

1. INTRODUÇÃO	1
2. HISTÓRICO.....	2
2.1. Lei de Gauss	2
2.2. Lei de Ampère	3
2.3. Lei de Faraday.....	4
3. EQUAÇÕES DE MAXWELL.....	6
3.1. Rotacional	6
3.2. Divergente	7
3.3. Condições de Fronteira	7
3.4. Teorema de Poynting.....	9
4. EQUAÇÕES DE POISSON E DE LAPLACE.....	11
5. EQUAÇÃO DE ONDA	13
6. PROPAGAÇÃO DE ONDAS	15
6.1. No espaço livre	15
6.2. No guia de ondas de placas paralelas.....	19
6.2.1. Ondas TEM	19
6.2.2. Ondas TM.....	21
6.2.3. Ondas TE	22
6.3. No guia de ondas retangular.....	22
6.3.1. Modo TE.....	25

6.3.2. Modo TM	28
6.4. No guia de ondas de seção transversal circular	31
6.4.1. Modo TM	38
6.4.2. Modo TE.....	41
7. SIMULAÇÃO	44
7.1. Guia de Ondas Retangular	44
7.2. Guia de Ondas de Seção Circular.....	50
7.3. Visualização dos modos nos guias retangulares e cilíndricos	53
8. CONCLUSÕES	60
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	61
APÊNDICE.....	62
• Código do Guia de Ondas Retangular	63
• Código do Guia de Ondas de Seção Circular.....	77

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

\overline{D}	Densidade de fluxo elétrico	[C/m ²]
\overline{B}	Densidade de fluxo magnético	[Wb/m ² ou T]
\overline{E}	Vetor campo elétrico	[V/m]
\overline{H}	Vetor campo magnético	[A/m]
I	Corrente elétrica	[A]
\overline{J}	Densidade de corrente elétrica	[A/m ²]
\overline{P}	Vetor de Poynting	[W/m ²]
fem	Força eletromotriz	[V]
J_n	Função de Bessel de primeira espécie e de ordem “n”	
N_n	Função de Bessel de segunda espécie e de ordem “n”	

Símbolos Gregos

ρ_v	Densidade volumétrica de carga	[C/m ³]
σ	Condutividade do meio	[S/m]
ϵ	Permissividade elétrica	[F/m]
μ	Permeabilidade magnética	[H/m]
ω	Frequência angular	[rad/s]
k	Constante de fase, número de onda ou frequência espacial	[rad/m]

η	Impedância intrínseca	$[\Omega]$
γ	Constante de propagação	$[\text{m}^{-1}]$
α	Constante de atenuação	$[\text{Np/m}]$
$\bar{\nabla}$	Operador vetorial diferencial Nabla	
$\bar{\nabla}V$	Gradiente de uma função V	
$\bar{\nabla} \cdot \bar{V}$	Divergente de um vetor \bar{V}	
$\bar{\nabla} \times \bar{V}$	Rotacional de um vetor \bar{V}	

Siglas

MATLAB®	Matrix Laboratory
TEM	Transversal Eletromagnético
TE	Transversal Elétrico
TM	Transversal Magnético

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fronteira entre dois meios distintos	7
Figura 2 - Modos TE e TM de propagação	19
Figura 3 – Guia de placas paralelas.....	20
Figura 4 - Guia de ondas retangular	22
Figura 5 – Modo TE_{10}^{z+}	26
Figura 6 – Modo TE_{20}^{z+}	27
Figura 7 – Modo TE_{11}^{z+}	27
Figura 8 – Modo TE_{21}^{z+}	28
Figura 9 – Modo TM_{11}^{z+}	29
Figura 10 – Modo TM_{21}^{z+}	30
Figura 11 – Guia de ondas de seção circular.....	31
Figura 12 – Funções de Bessel de primeira espécie	33
Figura 13 – Funções de Bessel de segunda espécie	34
Figura 14 – Modo TM_{01}^{z+}	40
Figura 15 – Modo TM_{21}^{z+}	40
Figura 16 – Modo TM_{02}^{z+}	41
Figura 17 – Modo TE_{01}^{z+}	42
Figura 18 – Modo TE_{21}^{z+}	43
Figura 19 – Modo de Propagação do guia retangular	45
Figura 20 – Qualidade gráfica do guia retangular	45
Figura 21 – Plano a ser utilizado do guia retangular.....	46

Figura 22 – Dimensões do guia de ondas retangular.....	46
Figura 23 – Escolha dos índices do modo de propagação do guia retangular	47
Figura 24 – Frequência de operação do guia retangular	47
Figura 25 – Repetição dos quadros do guia retangular	48
Figura 26 – Dimensões do guia de ondas incorretas do guia retangular	48
Figura 27 – Erro devido $m=n=0$	49
Figura 28 – Erro na escolha do plano do guia retangular.....	49
Figura 29 – Guia retangular em corte	49
Figura 30 – Modo de Propagação do guia cilíndrico	50
Figura 31 – Qualidade gráfica do guia cilíndrico.....	50
Figura 32 – Escolha do plano e pontos do guia cilíndrico	51
Figura 33 – Dimensões do guia cilíndrico	51
Figura 34 – Escolha do modo de propagação do guia cilíndrico	52
Figura 35 – Frequência de operação do guia cilíndrico	52
Figura 36 – Geração do arquivo de vídeo do guia cilíndrico	52
Figura 37 – Corte do guia retangular no plano yz (Modo TE_{20}^{z+}).....	53
Figura 38 – Corte do guia retangular no plano xz (Modo TE_{20}^{z+}).....	53
Figura 39 – Corte do guia retangular no plano yz (Modo TM_{11}^{z+}).....	54
Figura 40 – Corte do guia retangular no plano xz (Modo TM_{11}^{z+}).....	54
Figura 41 – Corte do guia retangular no plano yz (Modo TM_{21}^{z+}).....	55
Figura 42 – Corte do guia retangular no plano xz (Modo TM_{21}^{z+}).....	55
Figura 43 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TE_{01}^{z+}).....	56
Figura 44 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TE_{21}^{z+}).....	56

Figura 45 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TM_{21}^{z+}).....	57
Figura 46 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TM_{02}^{z+}).....	57
Figura 47 – Rotação para $\varphi=5$	58
Figura 48 – Rotação para $\varphi=15$	58
Figura 49 – Rotação para $\varphi=25$	58
Figura 50 – Rotação para $\varphi=35$	58
Figura 51 – Rotação para $\varphi=45$	59
Figura 52 – Rotação para $\varphi=55$	59
Figura 53 – Rotação para $\varphi=65$	59
Figura 54 – Rotação para $\varphi=75$	59
Figura 55 – Rotação para $\varphi=85$	59
Figura 56 – Rotação para $\varphi=95$	59

1. INTRODUÇÃO

Ao longo do curso de graduação em Engenharia Elétrica foram utilizadas inúmeras ferramentas computacionais para auxiliar à compreensão de certas disciplinas teóricas e experimentais. Algumas dessas ferramentas, tais como o MATLAB®, tornou-se um aliado importante para o aprendizado, pois sua versatilidade permite uma boa interface com o usuário, quer pela facilidade dos componentes pré-existentes quer pela criação de elementos por meio da linguagem da programação.

Essa motivação impulsionou um estudo dirigido às leis da teoria eletromagnética, em especial às equações de Maxwell e as funções de Bessel, as quais possuem um papel importante no estudo dos guias de ondas retangulares e cilíndricos, respectivamente. Para isso, fez-se uma abordagem generalizada na teoria para posterior modelamento das equações que regem os guias de ondas, transformando-as em linguagens do MATLAB®, cujo objetivo é aperfeiçoar o entendimento dos assuntos abordados através das simulações dos modos propagantes em cada configuração desses guias.

Ao final é dada a oportunidade ao usuário do programa da manipulação do código fonte, ou seja, permitir que a linguagem de programação utilizada seja flexível de modo a ser ajustada e aprimorada pelos alunos da disciplina de eletromagnetismo.

2. HISTÓRICO

Para abordar as equações de Maxwell, deve-se previamente comentar as suas origens. Sabe-se que suas equações fundamentais foram formadas pela contribuição de outras leis da teoria eletromagnética, tais quais:

2.1. Lei de Gauss

Indica a relação entre a formação do campo elétrico através das cargas elétricas, ou seja, ao se imaginar uma superfície fechada envolvendo uma determinada carga, mede-se a concentração de campo elétrico que deixa essa carga e passa pela envoltória fictícia. Sua representação matemática é dada por:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_v \cdot dV \quad (2.1-1)$$

A igualdade acima mostra que o fluxo elétrico através de uma superfície fechada é idêntico à carga envolvida.

Pode-se reescrever a equação (2.1-1) em sua forma pontual, a qual fornece uma idéia de fluxo elétrico por unidade de volume deixando um volume infinitesimal. Isso é denominado de densidade volumétrica de carga.

Antes de prosseguir, deve-se compreender melhor o significado do operador vetorial diferencial $\vec{\nabla}$ (nabla), pois ele atua diretamente sobre a entidade que está a sua frente e estará presente em grande parte deste estudo. Os três principais operadores que serão vistos aqui são: gradiente, divergente e rotacional.

O operador gradiente mostra a taxa máxima de variação espacial de uma grandeza escalar e a direção onde ocorre esse valor máximo. Seja V uma função escalar arbitrária, então: $\vec{\nabla}V$ é o gradiente dessa função. Por exemplo, caso V esteja indicando a temperatura, então $\vec{\nabla}V$ seria o gradiente da temperatura, ou seja, a taxa de variação dessa temperatura com a distância.

A divergência é a mensuração do campo vetorial em se originar ou convergir a certo ponto. Possui grande utilidade na dedução das relações matemáticas dos campos tridimensionais. Seja \vec{V} um vetor arbitrário, então: $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ é o divergente desse vetor.

O rotacional mostra quanto um campo vetorial é desviado de seu fluxo principal, ou seja, a tendência desse campo em girar ao redor de um ponto. Caso \vec{V} seja um vetor arbitrário, então: $\vec{\nabla} \times \vec{V}$ é o rotacional desse vetor.

De posse das explicações anteriores sobre o operador vetorial diferencial $\vec{\nabla}$, pode-se finalmente escrever a densidade volumétrica de carga.

Considerando que $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{a}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{a}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{a}_z$, onde \vec{a}_x , \vec{a}_y e \vec{a}_z são os vetores unitários nas direções x, y e z, respectivamente, tem-se:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (2.1-2)$$

Por outro lado, para o campo magnético as linhas de fluxo são fechadas e não há qualquer carga magnética envolvida nesse sistema, dessa forma:

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Aplicando novamente o teorema da divergência, tem-se a seguinte relação da Lei de Gauss para o campo magnético:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.1-3)$$

2.2. Lei de Ampère

Define de que forma a corrente elétrica produz o campo magnético, ou seja, com o auxílio da integral de linha do campo magnético através de um percurso fechado é possível determinar a corrente elétrica que envolve esse mesmo caminho.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = I \quad (2.2-1)$$

Dessa forma, utilizando a definição do rotacional, a representação na forma pontual é dada por:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} \quad (2.2-2)$$

Entretanto, Maxwell notou inconsistências nas equações (2.2-1) e (2.2-2), uma vez que aplicando o divergente em ambos os lados da equação (2.2-2), obtém-se:

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{\nabla} \cdot \bar{J}$$

Como $\bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} \times \bar{H} \equiv 0$, tem-se que $\bar{\nabla} \cdot \bar{J} = 0$. Isso invalida toda a equação, visto que $\bar{\nabla} \cdot \bar{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t}$, logo, as equações (2.2-1) e (2.2-2) devem ser corrigidas de modo a eliminar essa inconsistência.

Para isso, soma-se uma variável G qualquer na equação pontual $\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} + \bar{G}$. Em seguida, aplica-se novamente o divergente em ambos os lados dessa nova equação, assim:

$$\bar{\nabla} \cdot (\bar{\nabla} \times \bar{H}) = \bar{\nabla} \cdot (\bar{J} + \bar{G})$$

Avaliando essa última igualdade chega-se à conclusão que $\bar{\nabla} \cdot \bar{G} = -\bar{\nabla} \cdot \bar{J}$, ou seja, $\bar{\nabla} \cdot \bar{G} = \frac{\partial \rho_v}{\partial t}$. Da lei de Gauss, sabe-se através da equação (2.1-2) que $\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = \rho_v$. Com base nessa última informação, torna-se fácil encontrar um valor para a variável arbitrária G, ou seja, $\bar{G} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$. Dessa forma:

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (2.2-3)$$

$$\oint \bar{H} \cdot d\bar{L} = \int_s \left(\bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right) \cdot d\bar{S} = I + \int_s \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \cdot d\bar{S} \quad (2.2-4)$$

As equações (2.2-3) (2.2-4) mostram a Lei de Ampère corrigida na forma pontual e integral, respectivamente.

2.3. Lei de Faraday

Mostra de que forma a variação temporal do campo magnético produz o campo elétrico, ou seja, de que forma a força eletromotriz induzida em um circuito equivale à variação do fluxo magnético concatenado a esse circuito.

De posse dessa informação, pode-se escrever a seguinte relação:

$$fem = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \overline{B} \cdot \overline{dS} = \oint_c \overline{E} \cdot \overline{dL} \quad (2.3-1)$$

Aplicando o teorema de Stokes à integral de linha fechada na equação (2.3-1), ou seja, $\oint_c \overline{E} \cdot \overline{dL} = \int_s (\overline{\nabla} \times \overline{E}) \cdot \overline{dS}$, pode-se reescrever essa equação da seguinte forma:

$$\int_s (\overline{\nabla} \times \overline{E}) \cdot \overline{dS} = -\int_s \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \cdot \overline{dS}$$

Caso as superfícies sejam idênticas, pode-se afirmar que:

$$\overline{\nabla} \times \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \quad (2.3-2)$$

A equação (2.3-2) mostra o rotacional do campo elétrico em um dado ponto.

3. EQUAÇÕES DE MAXWELL

Com base nas leis anteriores, Maxwell desenvolveu uma série de equações (variantes e não variantes no tempo) na forma diferencial, com suas respectivas expansões na forma integral. Obviamente as equações hoje existentes foram aprimoradas de tal forma que sua apresentação chegasse à notação vetorial atualmente conhecida. A seguir, ilustram-se em uma tabela essas equações:

Tabela 1 - Equações de Maxwell

Na forma Pontual		Na forma Integral
I	$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$	$\oint \bar{E} \cdot d\bar{L} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_s \bar{B} \cdot d\bar{S}$
II	$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$	$\oint \bar{H} \cdot d\bar{L} = I + \frac{\partial}{\partial t} \int_s \bar{D} \cdot d\bar{S}$
III	$\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = \rho_v$	$\oint_s \bar{D} \cdot d\bar{S} = \int_v \rho_v \cdot dV$
IV	$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$	$\oint_s \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0$

Não se pode esquecer que os operadores (rotacional e divergente) podem ser expressos em outros sistemas de coordenadas além do sistema retangular, tais como o cilíndrico e o esférico. Dessa forma, escreve-se para esses três sistemas:

3.1. Rotacional

3.1.1. Retangular

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) a_x + \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) a_y + \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) a_z$$

3.1.2. Cilíndrico

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} \right) a_\rho + \left(\frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) a_\phi + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \phi} \right) a_z$$

3.1.3. Esférico

$$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial(H_\phi \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial H_\theta}{\partial \phi} \right) \bar{a}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r H_\phi)}{\partial r} \right) \bar{a}_\theta + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r H_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial \theta} \right) \bar{a}_\phi$$

3.2. Divergente

3.2.1. Retangular

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

3.2.2. Cilíndrico

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho D_\rho)}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

3.2.3. Esférico

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{D} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 D_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(D_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi}$$

3.3. Condições de Fronteira

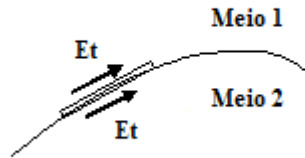


Figura 1 – Fronteira entre dois meios distintos

Como as formas diferenciais não podem fornecer informações a respeito dos pontos de descontinuidade, pois os operadores rotacional e divergente estão envolvidos nessas expressões, resta-se explorar as equações na forma integral, as quais possibilitam encontrar as condições de fronteira da Figura 1, não só para o campo \bar{E} , mas também para \bar{B} , \bar{D} e \bar{H} .

Diante disso e de acordo com a lei de Faraday $-\frac{\partial}{\partial t} \int_s \bar{B} \cdot d\bar{S} = \oint_c \bar{E} \cdot d\bar{L}$, tem-se que caminhando através do Meio 1 a uma distância infinitesimal “dl” e retornando pelo Meio 2 de

modo a fechar esse percurso, nota-se que devido a esse caminho ser infinitesimal, a área percorrida através dos Meio 1 e 2 é nula, possibilitando que a relação de Faraday assuma a seguinte forma: $\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = (Et_{Meio1} - Et_{Meio2})dl = 0$. Essa igualdade permite dizer que:

$$Et_{Meio1} = Et_{Meio2}$$

Analogamente, a lei de Ampère $\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = \int_s \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} = I + \int_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$ pode ser aplicada à mesma Figura. Como visto anteriormente, a área infinitesimal pode ser considerada nula, entretanto, deve-se assumir que a densidade de corrente é finita, bem como a taxa de variação da densidade de fluxo elétrico. Essas suposições fazem que a equação acima fique na forma $\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = (Ht_{Meio1} - Ht_{Meio2}) = 0$, conseqüentemente:

$$Ht_{Meio1} = Ht_{Meio2}$$

Com base nessas relações de igualdade entre as componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético, percebe-se que elas serão iguais na fronteira que separa esses meios.

Passando para uma análise normal à superfície que separa os dois meios e considerando que a área seja muito pequena com densidade superficial ρ_s na fronteira, tem-se, através da lei

de Gauss, que $\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho_v \cdot dV = ds(Dn_{Meio1} - Dn_{Meio2}) = \rho_s ds$, logo:

$Dn_{Meio1} - Dn_{Meio2} = \rho_s$. Considerando que a fronteira não possua cargas, tem-se que:

$$Dn_{Meio1} = Dn_{Meio2}$$

Devido à inexistência de carga magnética no sistema, a relação para a densidade de fluxo magnético é sempre contínua, então:

$$Bn_{Meio1} = Bn_{Meio2}$$

Essas condições, de uma forma geral, não sofrem alterações em relação aos campos estáticos, assim, os métodos anteriores podem ser utilizados para obter as condições de fronteira caso o meio considerado seja um condutor perfeito.

Supondo agora que o Meio 2 da Figura 1 seja um condutor perfeito, onde a condutividade (σ) é infinita e a corrente (\vec{J}) é finita, pode-se afirmar que os campos são

nulos no interior desse condutor e a corrente flui em sua superfície. Tendo em vista que a condutividade é assumida infinita, esses campos decaem exponencialmente com a penetração no condutor, assim, o campo elétrico em seu interior é nulo, logo:

$$Et_{Meio1} = 0$$

A densidade de fluxo elétrico é dada por:

$$Dn_{Meio1} = \rho_s$$

De forma análoga, os campos magnéticos se anulam dentro do referido condutor, então, a densidade de fluxo magnético é dada por:

$$Bn_{Meio1} = 0$$

Já para o campo magnético a análise necessita de uma atenção especial, pois a sua componente tangencial dentro do condutor é zero, porém a sua componente imediatamente acima do condutor não é. Isso é causado pela densidade de corrente infinita devido à corrente (\bar{J}) finita que flui como se fosse uma placa de espessura desprezível.

Para encontrar o valor dessa componente tangencial, faz-se necessário utilizar novamente a relação de Ampère, logo: $\oint \bar{H} \cdot d\bar{L} = Ht_{Meio1} dl = \bar{J} dl$, conseqüentemente:

$$Ht_{Meio1} = \bar{J}$$

3.4. Teorema de Poynting

Este Teorema está relacionado à transferência de energia realizada pelas ondas eletromagnéticas. A mensuração dessa quantidade de energia pode ser feita através da magnitude dos campos elétrico e magnéticos, bem como pelas suas distribuições e formas de onda.

Considerando a equação I ($\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$) e equação II ($\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$), ambas da

Tabela 1, as quais descrevem o comportamento eletromagnético de certa região e supondo que a constante dielétrica e a permeabilidade não variam em relação ao tempo nessa região, pode-se manipular com o objetivo de chegar à seguinte identidade:

$$\bar{H} \cdot (\bar{\nabla} \times \bar{E}) - \bar{E} \cdot (\bar{\nabla} \times \bar{H}) = \bar{\nabla} \cdot (\bar{E} \times \bar{H}) \quad (3.4-1)$$

Substituindo as equações mencionadas na equação (3.4-1) acima, tem-se:

$$-\overline{H} \cdot \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} - \overline{E} \cdot \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} - \overline{E} \cdot \overline{J} = \overline{\nabla} \cdot (\overline{E} \times \overline{H}) \quad (3.4-2)$$

Integrando os dois lados da relação (3.4-2), tem-se:

$$\int_V \left(\overline{H} \cdot \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} + \overline{E} \cdot \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} + \overline{E} \cdot \overline{J} \right) \cdot dV = - \int_V \overline{\nabla} \cdot (\overline{E} \times \overline{H}) \cdot dV$$

O Teorema da divergência nos fornece que a integral do volume do $\overline{\nabla} \cdot (\overline{E} \times \overline{H})$ é equivalente à integral de superfície de $(\overline{E} \times \overline{H})$, assim:

$$\int_V \left(\overline{H} \cdot \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} + \overline{E} \cdot \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} + \overline{E} \cdot \overline{J} \right) \cdot dV = - \oint_S (\overline{E} \times \overline{H}) \cdot \overline{dS} \quad (3.4-3)$$

Investigando os dois primeiros termos da primeira integral da relação (3.4-3), pode-se encontrar a seguinte relação:

$$\begin{aligned} \overline{E} \cdot \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} &= \frac{1}{2} \frac{\partial (\epsilon \overline{E}^2)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\overline{D} \cdot \overline{E})}{\partial t} \\ \overline{H} \cdot \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} &= \frac{1}{2} \frac{\partial (\mu \overline{H}^2)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial (\overline{B} \cdot \overline{H})}{\partial t} \end{aligned}$$

Substituindo essas relações em (3.4-3), tem-se:

$$\int_V \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\overline{B} \cdot \overline{H}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\overline{D} \cdot \overline{E}}{2} \right) + \overline{E} \cdot \overline{J} \right] \cdot dV = - \oint_S (\overline{E} \times \overline{H}) \cdot \overline{dS} \quad (3.4-4)$$

Analisando a igualdade (3.4-4) em termos de energia, percebe-se que cada termo da primeira integral corresponde, respectivamente, à taxa de aumento no tempo da energia contida nos campos elétricos, magnéticos e a energia dissipada por unidade de tempo. Já o termo seguinte da relação (3.4-4) ilustra o fluxo de energia que entra na superfície, por isso o sinal negativo. Dessa forma, escreve-se (3.4-4) em termos dessas energias, restando:

$$W = \oint_S \overline{P} \cdot \overline{dS} \quad (3.4-5)$$

Onde $\overline{P} = \overline{E} \left(\frac{V}{m} \right) \times \overline{H} \left(\frac{A}{m} \right)$ e é denominado de Vetor de Poyting $\left(\frac{W}{m^2} \right)$, o qual fornece informações da direção e do módulo da densidade do fluxo de energia.

4. EQUAÇÕES DE POISSON E DE LAPLACE

As equações seguintes são provenientes da forma pontual da lei de Gauss ($\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_v$), da definição de densidade de fluxo elétrico ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$) e da relação do gradiente ($\vec{E} = -\vec{\nabla} V$).

Considerando uma determinada região homogênea de ϵ constante, tem-se:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}) = -\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{\nabla} V) = \rho_v, \text{ assim:}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} V = -\frac{\rho_v}{\epsilon} \quad (4.1-1)$$

A equação (4.1-1) é denominada de Equação de Poisson e pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\vec{\nabla}^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho_v}{\epsilon}$$

Considerando que a densidade volumétrica de carga é zero, ou seja, $\rho_v = 0$, tem-se:

$$\vec{\nabla}^2 V = 0 \quad (4.1-2)$$

A equação (4.1-2) é chamada de Equação de Laplace e o termo $\vec{\nabla}^2 V$ pode ser expresso nas coordenadas mais usuais, tais como:

a) Retangulares

$$\vec{\nabla}^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

b) Cilíndricas

$$\vec{\nabla}^2 V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

c) Esféricas

$$\vec{\nabla}^2 V = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} = 0$$

As equações nos três sistemas de coordenadas anteriores refletem a independência da configuração analisada, pois o campo produzido fornece $\bar{\nabla}^2 V = 0$. Dessa forma, devem ser traçados alguns procedimentos de forma a encontrar um campo específico através da igualdade anterior. Para isso, faz-se necessário novamente estabelecer algumas condições de fronteira.

Essas condições variam de acordo com a quantidade de fronteiras analisadas. Primeiramente, consideram-se duas soluções (V_1 e V_2) para a equação de Laplace. Caso $\bar{\nabla}^2 V_1 = 0$ e $\bar{\nabla}^2 V_2 = 0$, pode-se escrever a equação (4.1-2) da seguinte forma:

$$\bar{\nabla}^2 (V_1 - V_2) = 0$$

Supondo que os valores dos potenciais em uma determinada fronteira sejam idênticos a V_a , pode-se concluir que $V_{1a} = V_{2a} = V_a$.

Agora, através do recurso da identidade vetorial $\bar{\nabla} \cdot (V \bar{D}) \equiv V (\bar{\nabla} \cdot \bar{D}) + \bar{D} \cdot (\bar{\nabla} V)$ e do teorema da divergência, resulta que $\bar{\nabla} (V_1 - V_2) = 0$, o que permite concluir que as duas soluções propostas são idênticas, ou seja, $V_1 = V_2$.

5. EQUAÇÃO DE ONDA

Considerando um meio homogêneo isotrópico e linear, podem-se escrever as seguintes equações que caracterizam um determinado meio existente:

$$\bar{D} = \epsilon \bar{E} \quad \therefore \quad \bar{B} = \mu \bar{H} \quad \therefore \quad \bar{J} = \sigma \bar{E}$$

Onde: ϵ é a permissividade elétrica do meio;
 μ é a permeabilidade magnética do meio;
 σ é a condutividade do meio.

Dessa forma, com o auxílio da equação pontual “I” da Tabela 1, torna-se possível efetuar manipulações de modo que:

$$\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\nabla} \times \bar{B}) = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \bar{\nabla} \times \bar{H} \quad (5.1-1)$$

Substituindo a equação II da Tabela 1 na equação (5.1-1), obtém-se:

$$\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{E} = -\mu \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} \quad (5.1-2)$$

Com base nas equações (5.1-1) e (5.1-2) e através da identidade $\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{E} = \bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{E}) - \bar{\nabla}^2 \bar{E}$, escreve-se:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} + \bar{\nabla} \frac{\rho}{\epsilon} \quad (5.1-3)$$

A equação (5.1-3) mostra a equação de onda para o campo elétrico. Analogamente, pode-se encontrar a equação de onda para o campo magnético. Para isso, basta manipular a equação “II” da Tabela 1 de forma que:

$$\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{\nabla} \times \left(\bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right) = \bar{\nabla} \times \left(\bar{J} + \frac{\partial}{\partial t} \epsilon \bar{E} \right) = \bar{\nabla} \times \bar{J} + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \bar{\nabla} \times \bar{E} = \bar{\nabla} \times \bar{J} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2}$$

A identidade anterior permite escrever a seguinte relação:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{H} - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = -\bar{\nabla} \times \bar{J} \quad (5.1-4)$$

Com isso, as equações (5.1-3) e (5.1-4) são chamadas de equações de onda, tendo em vista que as suas soluções são ondas propagantes. Ressalta-se que $\bar{v} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \left[\frac{m}{s} \right]$ é a velocidade de propagação da onda.

6. PROPAGAÇÃO DE ONDAS

6.1. No espaço livre

Inicialmente, considera-se que $\bar{J} = 0$ e $\rho = 0$, logo, a equação (5.1-3) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{E} = 0 \quad (6.1-1)$$

Em seguida, escreve-se outra tabela que expressa às equações de Maxwell com as devidas condições de propagação no espaço livre:

Tabela 2 - Condições de Propagação no Espaço Livre

I	$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}$
II	$\bar{\nabla} \times \bar{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}$
III	$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0$
IV	$\bar{\nabla} \cdot \bar{H} = 0$

Para resolver a equação (6.1-1), as equações de Maxwell da Tabela 2 devem ser expressas em termos fasoriais, ou seja, deve-se utilizar a Tabela 2 com as condições de propagação no espaço livre e, em seguida, fazer-se uso do conceito de campo vetorial, como por exemplo: $\bar{E} = E_x \hat{a}_x$, então $E_x = E(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi)$.

Através da relação de Euler, tem-se que $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$. Com isso, pode-se escrever E_x como um fasor E_{xs} (onde “s” denota um número complexo), logo:

$$E_{xs} = E(x, y, z) e^{j(\omega t + \varphi)} \Rightarrow \bar{E}_s = E_{xs} \hat{a}_x$$

Como $E(x, y, z)$ não depende de “t”, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} E_x = \frac{\partial}{\partial t} [E(x, y, z) \cos(\omega t + \varphi)] = -\omega E(x, y, z) \sin(\omega t + \varphi) = \text{Re} [j \omega E_s e^{j(\omega t + \varphi)}]$$

Com base nessa última relação, percebe-se que a derivada parcial de qualquer campo em relação ao tempo é equivalente ao fasor correspondente deste campo multiplicado por “ $j\omega$ ”, assim, pode-se reescrever a Tabela 2 da seguinte maneira:

Tabela 3 - Notações Fasoriais das Equações de Maxwell

I	$\bar{\nabla} \times \bar{E}_s = -j\omega\mu_0 \bar{H}_s$
II	$\bar{\nabla} \times \bar{H}_s = j\omega\epsilon_0 \bar{E}_s$
III	$\bar{\nabla} \cdot \bar{E}_s = 0$
IV	$\bar{\nabla} \cdot \bar{H}_s = 0$

Com as notações fasoriais da Tabela 3, devem-se encontrar as equações em regime permanente. Para isso, utiliza-se a equação (6.1-1) e através do raciocínio da notação fasorial, tem-se:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E}_s = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \bar{E}_s = \mu_0 \epsilon_0 (j\omega)^2 \bar{E}_s, \text{ assim:}$$

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E}_s = -\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \bar{E}_s$$

Fazendo $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \Rightarrow k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$, onde k_0 é conhecido como constante de fase ou número de onda, tem-se:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E}_s = -k_0^2 \bar{E}_s$$

Escrevendo a equação anterior em coordenadas retangulares, na componente “x” por exemplo, tem-se:

$$\bar{\nabla}^2 \bar{E}_{xs} = -k_0^2 \bar{E}_{xs} \quad (6.1-2)$$

Expandindo o operador $\bar{\nabla}$ em (6.1-2), tem-se:

$$\frac{\partial^2 \bar{E}_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{E}_{xs}}{\partial z^2} = -k_0^2 \bar{E}_{xs}$$

Objetivando a solução mais simples possível, onde E_{xs} não varie com “x”, nem com “y”, ou seja, suas derivadas correspondentes são zero, temos $\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = -k_0^2 E_{xs}$, levando à seguinte solução:

$$E_{xs} = E_{x0} e^{-jk_0 z}, \text{ logo:}$$

$$E_x(z, t) = E_{x0} \cos(\omega t - k_0 z) \quad (6.1-3)$$

A equação (6.1-3) indica as formas reais instantâneas do campo elétrico.

Fazendo uma comparação entre “ ω ” e “ k_0 ”, pode-se dizer que “ ω ” mede a mudança de fase por unidade de tempo (rad/s), enquanto “ k_0 ” mede a mudança de fase por unidade de comprimento na direção considerada (rad/m). Dessa forma, essas grandezas são chamadas de frequência angular e frequência espacial, respectivamente.

Analogamente, determina-se agora a forma do campo \overline{H} . Para isso, busca-se o auxílio da equação “I” da Tabela 3 ($\nabla \times \overline{E}_s = -j\omega\mu_0 \overline{H}_s$), a qual pode ser simplificada com os mesmos artifícios anteriores para o cálculo de $E_x(z, t)$, ou seja, utiliza-se uma componente que varie somente na direção “z”, logo: $\frac{\partial E_{xs}}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_{ys}$. Se $E_{xs} = E_{x0} e^{-jk_0 z}$, tem-se:

$$H_{ys} = -\frac{1}{j\omega\mu_0} (-jk_0) E_{x0} e^{-jk_0 z} = \frac{\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}{\omega\mu_0} E_{x0} e^{-jk_0 z}$$

Reutilizando o conceito de campo vetorial, reescreve-se a equação acima em seu formato instantâneo real, logo:

$$H_y(z, t) = E_{x0} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos(\omega t - k_0 z) \quad (6.1-4)$$

As equações (6.1-3) e (6.1-4) mostram que existe uma componente em “x” do campo elétrico (\overline{E}), propagando-se em “z”, juntamente com uma componente em “y” do campo magnético (\overline{H}), propagando-se na mesma direção.

Isso fornece subsídios para concluir que os campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si e também à direção de propagação.

Outra análise importante obtida pelas equações (6.1-3) e (6.1-4) mostra que a relação entre as intensidades dos campos elétrico e magnético são constantes, ou seja:

$$\frac{E_x}{H_y} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (6.1-5)$$

A razão entre a permeabilidade e a permissividade é denominada impedância intrínseca (medida em ohms), logo:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (6.1-6)$$

Para o caso do espaço livre, essa impedância equivale a $\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \, \Omega$.

Vale ressaltar que as considerações feitas para a onda plana, na prática, tornam-se fisicamente impossíveis, uma vez que a sua existência está condicionada às dimensões infinitas, proporcionando, assim, uma quantidade de energia também infinita. Dessa forma, foi realizada uma modelagem dessa energia em termos finitos, ou seja, limitando a região de interesse.

Dando continuidade a este trabalho, classificam-se as ondas eletromagnéticas da seguinte forma:

- **Ondas TEM (Transversal Eletromagnética)**

São ondas onde as linhas dos campos elétrico e magnético estão somente no plano transversal à direção de propagação. A onda se propagando no espaço livre é um exemplo de uma onda TEM.

- **Ondas TE (Transversal Elétrica)**

São ondas que possuem o campo magnético na direção de propagação, mas não apresentam o campo elétrico nessa direção.

- **Ondas TM (Transversal Magnética)**

São aquelas que possuem campo elétrico na direção de propagação, mas não apresentam campo magnético nessa direção.

Ressalta-se que o estudo dessas ondas representa um recurso muito relevante ao objetivo deste trabalho, pois suas características tais como a constante de propagação, irão fornecer subsídios para analisar de que forma essas ondas mudam de amplitude e de fase durante a sua propagação e que, em qualquer tempo, elas podem ser superpostas com o intuito de obter o campo resultante total.

6.2. No guia de ondas de placas paralelas

Como o próprio nome já define a sua utilização, o guia de ondas tem por finalidade confinar os campos e transmitir as ondas eletromagnéticas de um ponto a outro. A forma com que isso é feito vai depender da geometria de sua construção, bem como da frequência de operação.

Serão analisados os tipos de onda anteriormente comentados para o caso de placas paralelas ideais. A figura abaixo ilustra como os campos se relacionam:

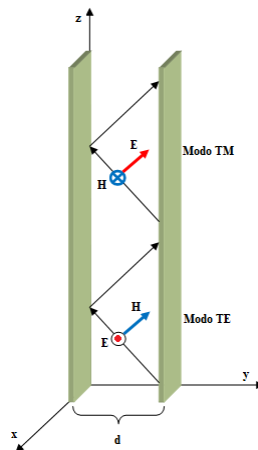


Figura 2 - Modos TE e TM de propagação

6.2.1. Ondas TEM

Considerando que os planos sejam perfeitamente condutores uma solução pode ser escrita em termos de uma onda TEM para essa região entre os planos. Dessa forma, pode-se escrever as relações entre os campos existentes:

$$E_y(z) = E_0 e^{j(\omega t - kz)} \quad (6.2-1)$$

$$H_x(z) = \frac{1}{\eta} E_0 e^{j(\omega t - kz)} \quad (6.2-2)$$

Onde $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ e $k = \omega \sqrt{\mu \epsilon}$.

De acordo com a Figura, percebe-se que caso haja um campo elétrico E_y entre os planos infinitos, será induzido densidades de cargas simétricas nos dois planos. A existência de um campo magnético H_x faz fluir correntes simétricas entre esses mesmos planos.

Baseado nessas afirmações é possível fazer uma analogia entre o sistema da Figura com uma linha de transmissão de dois condutores. Isso pode ser observado comparando os valores da tensão e da potência transferida pela onda.

Considerando que a tensão $V(z)$ é a diferença de potencial entre as duas placas, as quais estão separadas por uma distância “d” entre si, tem-se:

$$V(z) = -\int_0^d E_y(z) \cdot dy = -dE_0 e^{-jkz}$$

A relação obtida acima mostra que a tensão entre as duas placas paralelas é idêntica ao valor para as linhas de transmissão.

Considera-se agora uma pequena porção dessas placas de largura “l” em relação ao eixo “x”, assim, a relação da potência transmitida é dada por:

$$Pot = l \int_0^d \frac{1}{2} \text{Re}(E_y H_x^*) \cdot dx = \frac{ld}{2} \frac{E_0^2}{\eta}$$

De posse das relações da tensão e da potência, observa-se que as ondas TEM guiadas por placas paralelas são análogas a uma linha de transmissão de dois condutores.

Agora, será resolvida a equação de onda para o caso especial do guia de placas paralelas. Considerando as condições de fronteira nas paredes condutoras do guia e aproveitando a equação $\nabla^2 \bar{E}_s = -k_0^2 \bar{E}_s$, a qual foi obtida para o caso de propagação no espaço livre, pode-se reescrevê-la baseando-se nas seguintes considerações:

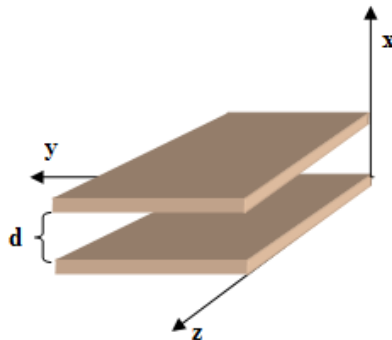


Figura 3 – Guia de placas paralelas

6.2.2. Ondas TM

Essas ondas possuem apenas o campo elétrico na direção de propagação. Admitindo que na direção “y” os campos não apresentam variações, a equação de onda pode ser escrita da seguinte forma:

$$\nabla^2 E_z = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} = -(\gamma^2 + k^2)E_z$$

Onde $K^2 = (\gamma^2 + k^2)$.

Percebe-se que para $x=0$ e $x=d$ a componente tangencial do campo elétrico E_z é nula, assim, uma solução possível para a equação acima pode ser escrita em termos de senóides, então:

$$E_z = A \sin Kx$$

Devido à consideração do campo tangencial à superfície da placa ser nulo, tem-se:

$$Kd = n\pi$$

Isso possibilita que sejam encontrados os valores para as demais componentes dos campos elétricos e magnéticos:

$$\begin{aligned} E_z &= A \sin\left(\frac{n\pi x}{d}\right) \\ E_x &= -\frac{\gamma}{K^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\gamma}{K} A \cos\left(\frac{n\pi x}{d}\right) \\ H_y &= -j \frac{\omega \epsilon}{K^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j \frac{\omega \epsilon}{K} A \cos\left(\frac{n\pi x}{d}\right) \\ H_x &= 0 \\ E_y &= 0 \end{aligned} \tag{6.2-3}$$

As equações (6.2-3) fornecem as relações dos campos elétrico e magnético para o modo transversal magnético (TM) em um guia de placas paralelas.

Quando não ocorre propagação, tem-se que $\gamma=0$, logo $K^2 = (\gamma^2 + k^2) = (0 + k^2)$.

Como $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ e $Kd = n\pi$, tem-se a seguinte expressão para a frequência de corte:

$$f_c = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \frac{n}{d}$$

6.2.3. Ondas TE

De forma análoga ao que foi feito anteriormente, para estas ondas apenas existe o campo magnético na direção de propagação. Supondo-se que na direção “y” os campos não apresentam variações, a equação de onda é expressa por:

$$\nabla^2 H_z = \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = -(\gamma^2 + k^2)H_z$$

Onde $K^2 = (\gamma^2 + k^2)$.

Para este caso, a componente tangencial do campo elétrico E_y apresenta valor nulo em $x = 0$ e $x = d$, assim, uma solução possível para a equação de onda acima pode também ser escrita em termos de senóides, logo:

$$\begin{aligned} H_z &= B \cos\left(\frac{n\pi x}{d}\right) \\ H_x &= -\frac{\gamma}{K^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = \frac{\gamma}{K} B \sin\left(\frac{n\pi x}{d}\right) \\ E_y &= j \frac{\omega\mu}{K^2} \frac{\partial H_z}{\partial x} = -j \frac{\omega\mu}{K} B \sin\left(\frac{n\pi x}{d}\right) \end{aligned} \quad (6.2-4)$$

$$E_x = 0$$

$$H_y = 0$$

As equações (6.2-4) fornecem as relações dos campos elétrico e magnético para o modo transversal elétrico (TE) em um guia de placas paralelas. A expressão para a frequência de corte é idêntica à do modo TM.

6.3. No guia de ondas retangular

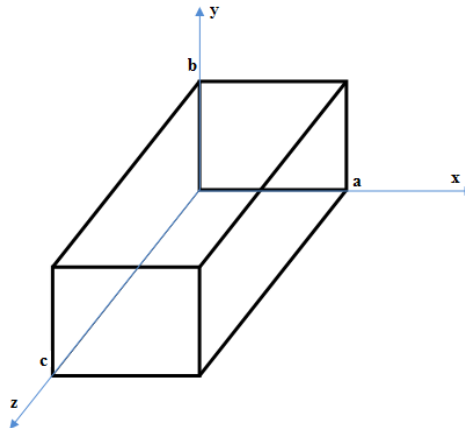


Figura 4 - Guia de ondas retangular

A Figura 4 considera dois guias de ondas de placas paralelas de forma que sua união ortogonal forneça regiões limitadas horizontal e verticalmente formando uma fronteira contínua. Essa nova formação é denominada de guia de ondas retangular.

Com base na Figura 4 e considerando que esse guia apresenta paredes perfeitamente condutoras, ou seja, sem perdas e que a onda está se propagando na direção positiva de “z”, tem-se:

$$\begin{aligned} E_x &= 0 \text{ para } y=0 \text{ e } y=b; \\ E_y &= 0 \text{ para } x=0 \text{ e } x=a; \\ E_z &= 0 \text{ para } x=0, x=a, y=0 \text{ e } y=b \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} = 0 \text{ para } x=a \text{ e } y=b \end{aligned}$$

Se $\gamma = \alpha + j\beta$ é a constante de propagação, têm-se os seguintes campos vetoriais:

$$\begin{aligned} \bar{E}_s &= \bar{E}_s(x, y, z) = \bar{E}_s(x, y)e^{-\gamma z} \\ \bar{H}_s &= \bar{H}_s(x, y, z) = \bar{H}_s(x, y)e^{-\gamma z} \end{aligned}$$

Como \bar{H} e \bar{E} não dependem diretamente de “z”:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \bar{E}_s &= -\gamma \bar{E}_s \\ \frac{\partial}{\partial z} \bar{H}_s &= -\gamma \bar{H}_s \end{aligned}$$

Agora, através da relação II da Tabela 3 ($\bar{\nabla} \times \bar{H}_s = j\omega\epsilon \bar{E}_s$), tem-se:

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & -\gamma \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = j\omega\epsilon \bar{E}_s$$

Utilizando a propriedade do determinante e agrupando os termos semelhantes:

$$\frac{\partial}{\partial y} H_z + \gamma H_y = j\omega\epsilon E_x \quad (6.3-1)$$

$$-\gamma H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z = j\omega\epsilon E_y \quad (6.3-2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x = j\omega\epsilon E_z \quad (6.3-3)$$

Analogamente, realiza-se a mesma operação vetorial baseada na relação I da Tabela 3 ($\bar{\nabla} \times \bar{E}_s = -j\omega\mu\bar{H}_s$), logo:

$$\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & -\gamma \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = -j\omega\mu\bar{H}_s$$

De posse dessa relação é possível encontrar as seguintes equações:

$$\frac{\partial}{\partial y} E_z + \gamma E_y = -j\omega\mu H_x \quad (6.3-4)$$

$$-\gamma E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -j\omega\mu H_y \quad (6.3-5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = -j\omega\mu H_z \quad (6.3-6)$$

Com base nas equações (6.3-1) a (6.3-6), fazem-se associações das componentes transversais em relação às longitudinais:

De (6.3-1) e (6.3-5):

$$E_x = \frac{-1}{(\gamma^2 + \omega^2\mu\epsilon)} \left[\gamma \frac{\partial}{\partial x} E_z + j\omega\mu \frac{\partial}{\partial y} H_z \right] \quad (6.3-7)$$

De (6.3-2) e (6.3-4):

$$E_y = \frac{1}{(\gamma^2 + \omega^2\mu\epsilon)} \left[-\gamma \frac{\partial}{\partial y} E_z + j\omega\mu \frac{\partial}{\partial x} H_z \right] \quad (6.3-8)$$

De (6.3-2) e (6.3-4):

$$H_x = \frac{1}{(\gamma^2 + \omega^2\mu\epsilon)} \left[j\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial y} E_z - \gamma \frac{\partial}{\partial x} H_z \right] \quad (6.3-9)$$

De (6.3-1) e (6.3-5):

$$H_y = \frac{-1}{(\gamma^2 + \omega^2\mu\epsilon)} \left[j\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial x} E_z + \gamma \frac{\partial}{\partial y} H_z \right] \quad (6.3-10)$$

Analisando as equações acima, pode-se perceber que não há propagação do modo TEM no guia de ondas retangular, tendo em vista que no modo TEM as componentes $E_z = H_z = 0$. Efetuando a devida substituição nas equações (6.3-7) a (6.3-10), nota-se que todas as componentes dos campos são anuladas. Essa conclusão possibilita definir os modos TE e TM para um guia de ondas retangular:

6.3.1. Modo TE

A Figura 4 mostra que o sentido de propagação é dado pela componente “z” positiva, dessa forma, a componente do campo elétrico na direção de propagação é zero ($E_z = 0$), enquanto que a componente do campo magnético nessa direção é diferente de zero ($H_z \neq 0$).

A equação de onda apenas na componente $H_z = H_z(x, y, z) = H_z(x, y)e^{-\gamma z}$ é dada por:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu \epsilon H_z, \text{ assim:}$$

$$\frac{\partial^2 H_z(x, y)}{\partial x^2} e^{-\gamma z} + \frac{\partial^2 H_z(x, y)}{\partial y^2} e^{-\gamma z} + \gamma^2 e^{-\gamma z} H_z(x, y) = -\omega^2 \mu \epsilon H_z(x, y) e^{-\gamma z}$$

Simplificando a relação anterior:

$$\frac{\partial^2 H_z(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z(x, y)}{\partial y^2} + (\gamma^2 + \omega^2 \mu \epsilon) H_z(x, y) = 0$$

Com isso, a solução é dada por:

$$H_z(x, y) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (6.3-11)$$

Caso “m” e “n” sejam números inteiros e “ k_c ” uma constante, tem-se:

$$\gamma^2 + \omega^2 \mu \epsilon = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 = k_c^2 \quad (6.3-12)$$

Dessa forma, torna-se possível reescrever a equação (6.3-11) em função da constante de propagação γ :

$$H_z = H_z(x, y, z) = H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-13)$$

A equação (6.3-13) fornece a relação do campo magnético para o modo TE. Através dela as componentes transversais à direção de propagação podem ser obtidas:

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-14)$$

$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-15)$$

$$H_x = \frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) H_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-16)$$

$$H_y = \frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) H_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-17)$$

As relações (6.3-14) a (6.3-17) definem todas as componentes para o modo TE_{mn} . Elas dizem que “m” é o número de semi-ciclos de variação dos campos na direção “x”, enquanto que “n” é o número de semi-ciclos de variação dos campos na direção “y”.

Uma observação importante é que jamais será obtido o modo TE_{00} , visto que para $m=0$ e $n=0$ todas as componentes dos campos são nulas, entretanto, para esses valores de “m” e de “n” o campo magnético existe. Nesse caso, ele é denominado de campo magnetostático. Abaixo segue exemplos para alguns modos de propagação:

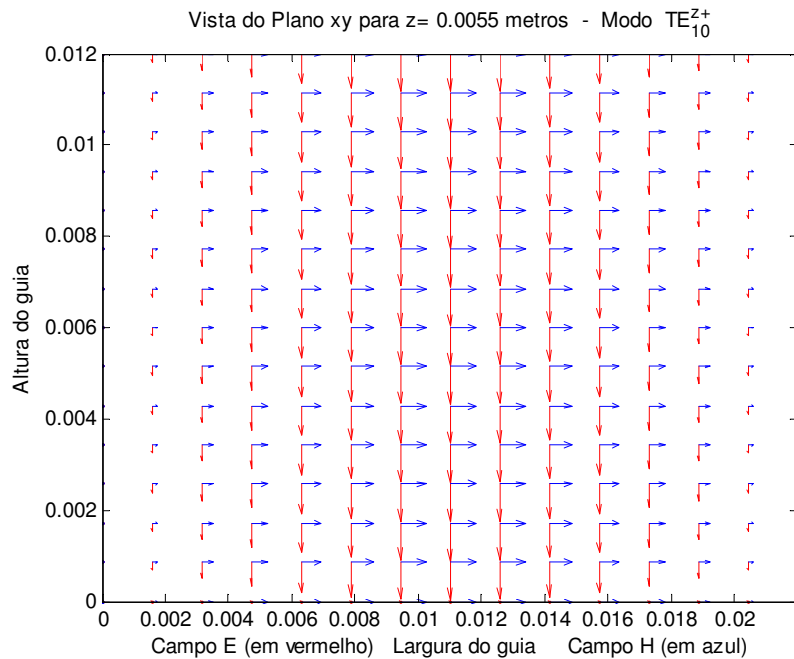


Figura 5 – Modo TE_{10}^{z+}

As equações (6.4-16) e (6.4-17) satisfazem a equação de Laplace nas coordenadas cilíndricas “ ρ ” e “ z ”.

Pode-se escrever, então, as soluções nas respectivas coordenadas. Ressalta-se que elas são válidas quando há simetria:

$$V(\rho, z) = [C_1 J_0(T\rho) + C_2 N_0(T\rho)] \times [C_3 \sinh Tz + C_4 \cosh Tz] \quad (6.4-18)$$

$$V(\rho, z) = [C_1' I_0(\tau\rho) + C_2' K_0(\tau\rho)] \times [C_3' \sen \tau z + C_4' \cos \tau z] \quad (6.4-19)$$

Essas soluções dão subsídios para deduzir a equação de onda em coordenadas cilíndricas. Ressalta-se que para esse caso, apenas as funções de Bessel de primeira espécie serão consideradas para descrever as relações dos campos, tendo em vista que as funções de segunda espécie apresentam valores iniciais infinitos, conforme Figura 13.

Considerando uma propagação no sentido do eixo “ z ” positivo, onde a constante de propagação é dada por $e^{j\omega x - \gamma z}$, a qual será implícita em todos os cálculos, tem-se que a equação diferencial da componente axial finita do campo elétrico é dada por:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \phi^2} = -k_c^2 E_z \quad (6.4-20)$$

Para resolver a equação do Laplaciano escrita em coordenadas cilíndricas é necessário supor uma solução produto. Conforme visto em (6.4-4), a equação (6.4-20) permite a utilização da solução produto do tipo $E_z = P(\rho)Q(\phi)$. Substituindo essa relação em (6.4-20), tem-se:

$$QP'' + \frac{Q}{\rho} P' + \frac{P}{\rho^2} Q'' = -k_c^2 PQ$$

Dividindo por PQ em toda a equação acima, tem-se:

$$\frac{P''}{P} + \frac{1}{\rho} \frac{P'}{P} + \frac{1}{\rho^2} \frac{Q''}{Q} = -k_c^2 \quad (6.4-21)$$

Onde: $k_c^2 = \gamma^2 + \omega^2 \mu \epsilon$

Utilizando novamente o método de separação de variáveis a equação (6.4-21) pode ser dividida em duas partes, ou seja, do lado esquerdo da equação apenas a função que depende de ρ , enquanto que o lado direito apenas a função que depende de ϕ :

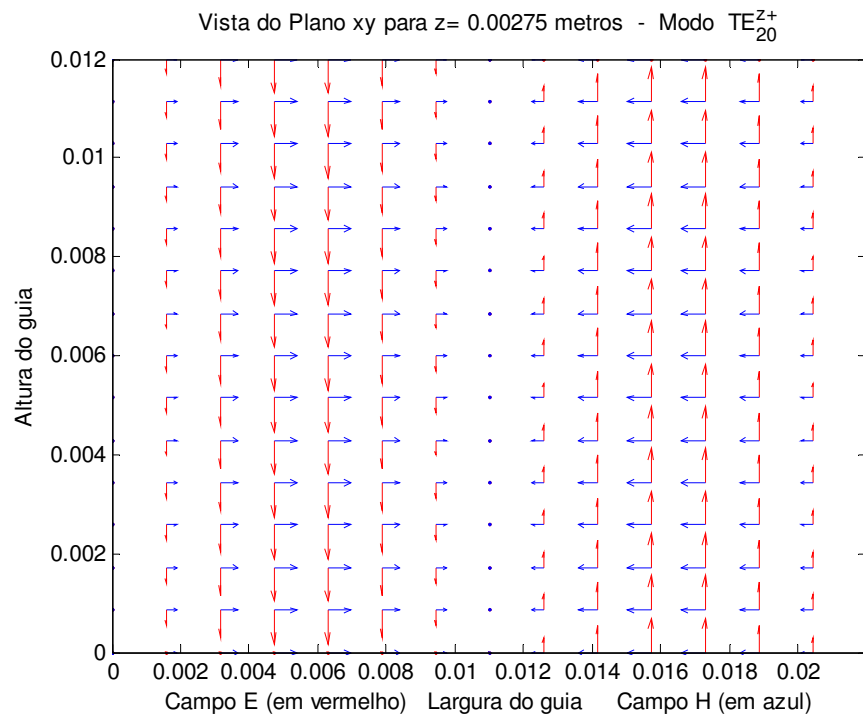


Figura 6 – Modo TE_{20}^{z+}

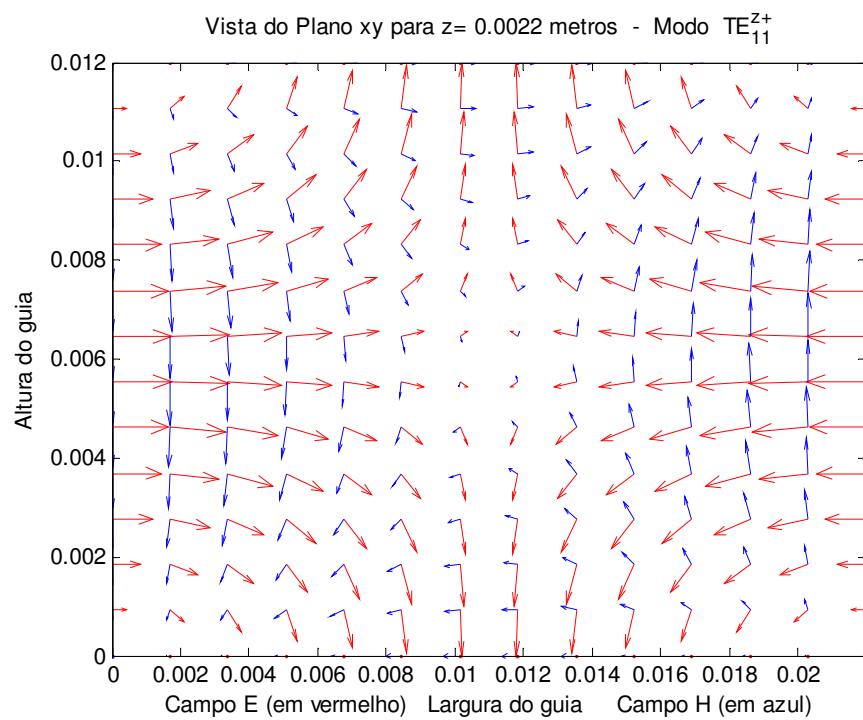


Figura 7 – Modo TE_{11}^{z+}

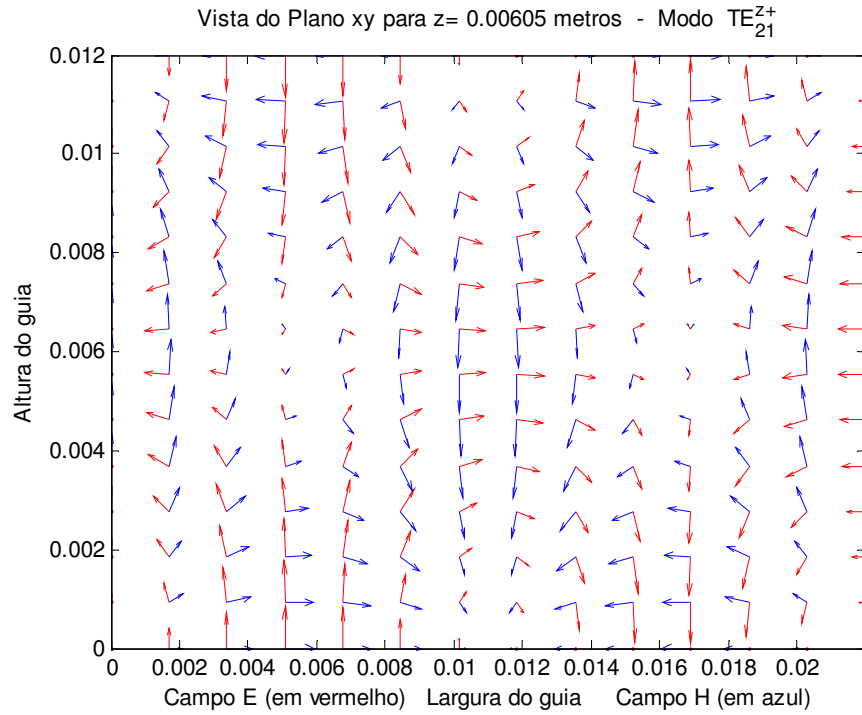


Figura 8 – Modo TE_{21}^{z+}

6.3.2. Modo TM

Ao contrário do modo TE, onde $E_z = 0$ e $H_z \neq 0$, tem-se que para o modo TM a componente do campo elétrico na direção de propagação é diferente de zero ($E_z \neq 0$), enquanto a componente do campo magnético nessa direção é nula ($H_z = 0$).

Utilizando o mesmo raciocínio anterior para encontrar as componentes transversais à direção de propagação, tem-se que a equação de onda da componente $E_z = E_z(x, y, z) = E_z(x, y)e^{-\gamma z}$ é dada por:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} = -\omega^2 \mu \epsilon E_z$$

Isso fornece a solução para essa equação, logo:

$$E_z = E_z(x, y, z) = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-18)$$

A equação (6.3-18) fornece a relação do campo elétrico para o modo TM. Através dela, podemos obter as seguintes componentes transversais:

$$E_x = -\frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-19)$$

$$E_y = -\frac{\gamma}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-20)$$

$$H_x = \frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b} \right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-21)$$

$$H_y = -\frac{j\omega\epsilon}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a} \right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-\gamma z} \quad (6.3-22)$$

Os campos obtidos de (6.3-19) a (6.3-22) permitem concluir que jamais poderá ocorrer o caso em que $m=0$ ou $n=0$, tendo em vista que todos os campos são anulados caso isso ocorra. Isso leva a afirmar que o menor modo transversal-magnético que pode se propagar em uma guia retangular é o TM_{11} .

Abaixo são mostrados alguns exemplos sobre o modo TM.

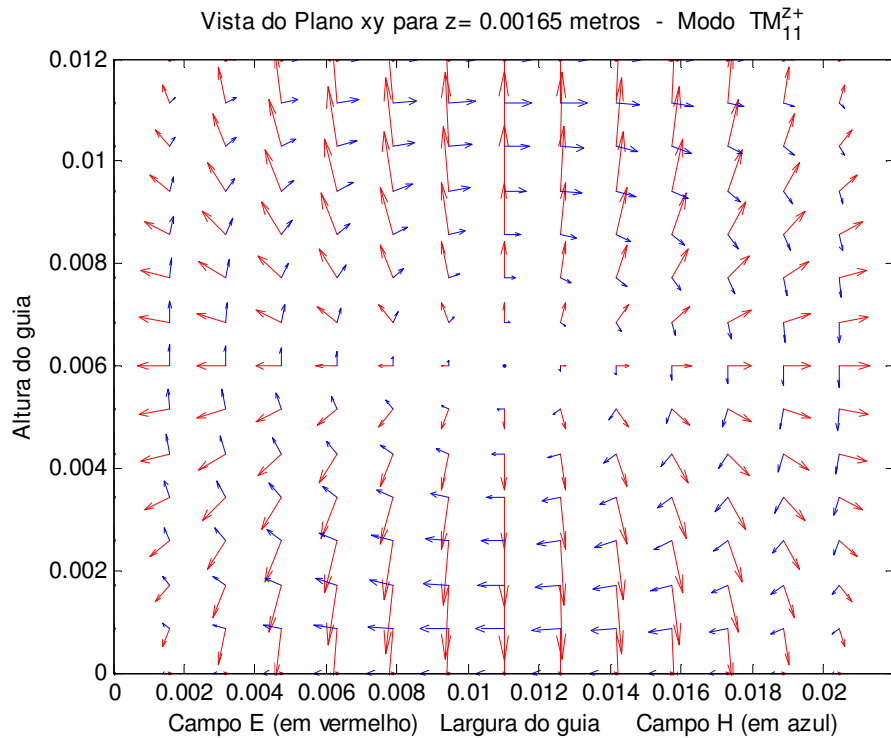


Figura 9 – Modo TM_{11}^{z+}

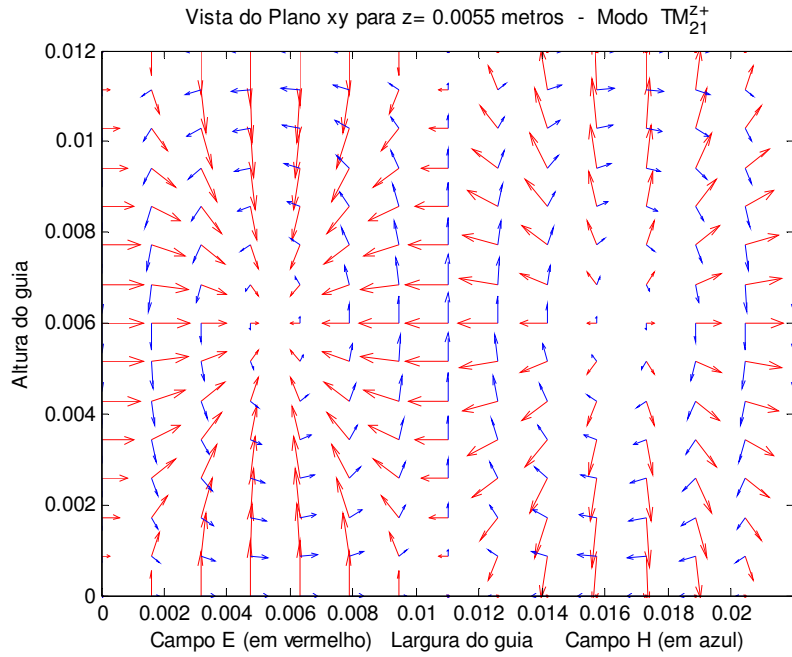


Figura 10 – Modo TM_{21}^{z+}

Com base nas relações vistas anteriormente para os modos TE e TM, e sabendo que para qualquer modo os vetores campo elétrico e magnético no guia são dados pelo fasor $\bar{E}(x, y, z) = \bar{E}(x, y)e^{-\gamma z}$ e $\bar{H}(x, y, z) = \bar{H}(x, y)e^{-\gamma z}$, então, no domínio do tempo esses campos se tornam:

$$\bar{E}(t) = \text{Re}\{\bar{E}(x, y)e^{-\gamma z}e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\bar{E}(x, y)e^{(j\omega t - \gamma z)}\}$$

$$\bar{H}(t) = \text{Re}\{\bar{H}(x, y)e^{-\gamma z}e^{j\omega t}\} = \text{Re}\{\bar{H}(x, y)e^{(j\omega t - \gamma z)}\}$$

Cuja constante de propagação é dada por:

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2 \mu \epsilon} = \alpha + j\beta$$

Agora, analisa-se a constante de propagação γ . Para isso, são estabelecidas algumas condições para que esses campos se propagem dentro do guia de ondas. Dessa forma, definem-se três casos distintos:

- Considerando as altas frequências

Se $\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 < \omega^2 \mu \epsilon$, tem-se que $\gamma = j\beta$ e $\alpha = 0$, assim, a onda se propaga sem atenuação no interior do guia.

- Considerando as baixas frequências

Se $\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 > \omega^2 \mu \epsilon$, tem-se que $\gamma = \alpha$ e $\beta = 0$, logo, não há propagação, uma vez que o campo é atenuado fortemente com a distância.

- Considerando no corte

Se $\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 = \omega^2 \mu \epsilon$, tem-se que $\gamma = 0$ e $\alpha = \beta = 0$, ou seja, chegou-se ao limite entre as duas fronteiras anteriores. A partir de agora, pode-se definir a frequência de corte para o guia de ondas retangular:

$$f_c = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2} \quad (6.3-23)$$

6.4. No guia de ondas de seção transversal circular

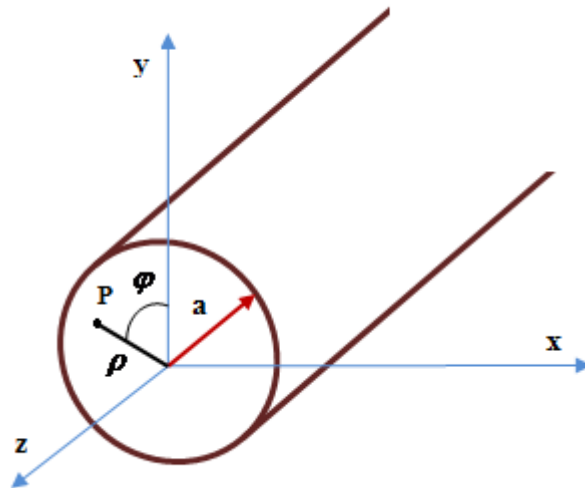


Figura 11 – Guia de ondas de seção circular

Para tratar sobre esse novo tópico, requer-se a utilização das coordenadas cilíndricas do Laplaciano, as quais foram vistas na Seção 4 e são mostradas abaixo:

$$\bar{\nabla}^2 V = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Admitindo-se agora que não há qualquer variação na direção “z” de propagação e sabendo que a simetria cilíndrica permite a eliminação das variações do ângulo ϕ , tem-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) = 0$$

Nota-se que restou apenas uma variável independente, conseqüentemente, pode-se integrá-la a fim de se obter uma possível solução. Integrando-se apenas uma vez, tem-se:

$$\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} = C_1$$

Após uma segunda integração, chega-se a uma solução do tipo:

$$V(\rho) = C_1 \ln \rho + C_2 \quad (6.4-1)$$

As soluções para o caso da equação (6.4-1) são chamadas de harmônicas circulares, cuja resolução matemática pode ser escrita da forma:

$$V(\rho, \phi) = (C_1 \rho^n + C_2 \rho^{-n}) (C_3 \cos n\phi + C_4 \sin n\phi) \quad (6.4-2)$$

Anteriormente, comentou-se que não havia variações em ϕ , dessa forma, pode-se ainda reescrever o Laplaciano da seguinte maneira:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial V}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{1}{\rho} \left[\rho \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} + \frac{\partial V}{\partial \rho} \right] + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 V}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (6.4-3)$$

A relação obtida em (6.4-3) pode ser resolvida através de uma solução produto, logo:

$$V(\rho, z) = R(\rho)Z(z) \quad (6.4-4)$$

Substituindo (6.4-4) em (6.4-3), tem-se:

$$R'' Z + \frac{1}{\rho} R' Z + R Z'' = 0$$

Isolando as variáveis, tem-se:

$$\frac{Z''}{Z} = - \left(\frac{R''}{R} + \frac{1}{\rho} \frac{R'}{R} \right) \quad (6.4-5)$$

De acordo com o método de separação de variáveis, a igualdade imposta em (6.4-5) leva a conclusão que ambos os membros devem ser iguais a certa constante, logo:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho R} \frac{\partial R}{\partial \rho} = -T^2 \quad (6.4-6)$$

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = T^2 \quad (6.4-7)$$

A relação (6.4-7) é parecida ao movimento harmônico simples, cujas soluções são funções hiperbólicas ou exponenciais.

Inicialmente, tratar-se-á das funções hiperbólicas, ou seja, será considerado que a constante T^2 seja positiva. Para isso, reescreve-se a equação (6.4-6) da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R}{\partial \rho} + T^2 R = 0 \quad (6.4-8)$$

A equação (6.4-8) é uma forma simples das funções de Bessel. Supondo que “R” pode ser escrita em termos de uma série de potências, tem-se:

$$R = a_0 + a_1 \rho + a_2 \rho^2 + \dots = \sum_{p=0}^{\infty} a_p \rho^p$$

Substituindo essa série na equação (6.4-8) é possível encontrar uma solução para “R”.

$$R = C_1 \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (T \rho/2)^{2m}}{(m!)^2} = C_1 \left[1 - \left(\frac{T \rho}{2} \right)^2 + \frac{(T \rho/2)^4}{(2!)^2} - \dots \right] \quad (6.4-9)$$

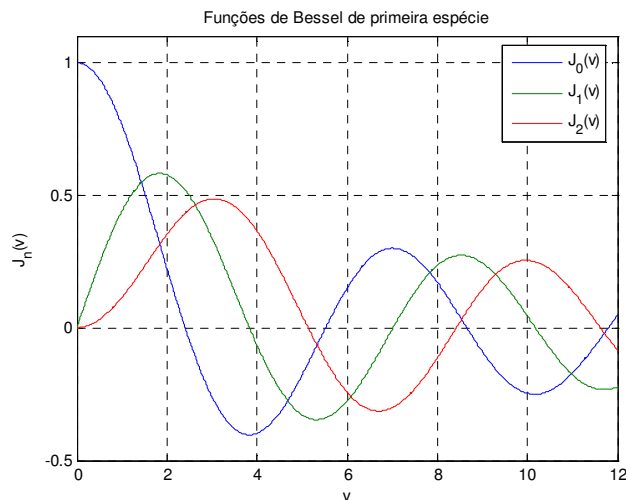


Figura 12 – Funções de Bessel de primeira espécie

A relação obtida em (6.4-9) é uma solução para a equação (6.4-8), cujos resultados são tabelados com base em uma grande quantidade de argumentos. Essa nova função definida em (6.4-9) será chamada de Função de Bessel de primeira espécie e de ordem zero, conforme figura acima. Sua designação é dada por $J_0(T\rho)$, assim, se $v = T\rho$, tem-se:

$$J_0(v) = 1 - \left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{(v/2)^4}{(2!)^2} - \dots \equiv \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (v/2)^{2m}}{(m!)^2} \quad (6.4-10)$$

De posse da relação (6.4-10), pode-se reescrever (6.4-9) em forma de uma solução particular, ou seja:

$$R = C_1 J_0(T\rho)$$

Embora essa solução particular seja coerente, ainda resta encontrar uma solução para a segunda constante arbitrária, visto que a equação diferencial (6.4-8) é de segunda ordem. Para isso, com o prévio conhecimento das funções de Bessel e baseado na solução obtida para o caso da primeira constante, pode-se dizer que outra solução possível também está relacionada a essa função de Bessel, entretanto, essa nova função será denominada de segunda espécie e de ordem zero, a qual é mostrada a seguir:

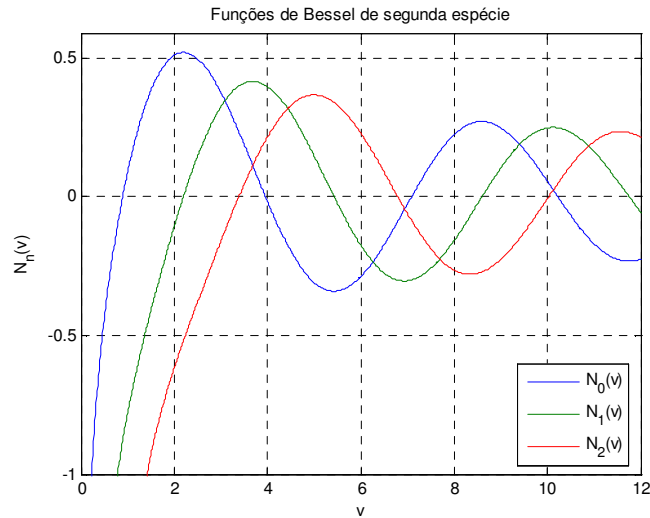


Figura 13 – Funções de Bessel de segunda espécie

$$N_0(v) = \frac{2}{\pi} \ln\left(\frac{v}{2}\right) J_0(v) - \frac{2}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m (v/2)^{2m}}{(m!)^2} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{m}\right) \quad (6.4-11)$$

Onde $\ln \gamma = 0,5772$ é a constante de Euler.

Com isso, pode-se escrever “R” da equação diferencial (6.4-8) em termos desses dois resultados obtidos na forma das funções de Bessel, assim:

$$R = C_1 J_0(T\rho) + C_2 N_0(T\rho) \quad (6.4-12)$$

Vale ressaltar que as soluções para “Z” são dadas de acordo com as relações hiperbólicas, então:

$$Z = C_3 \sinh(Tz) + C_4 \cosh(Tz) \quad (6.4-13)$$

As relações (6.4-12 e (6.4-13) mostram as possíveis soluções para a primeira consideração de que a constante T^2 é positiva, ou seja, a solução é escrita em termos de funções hiperbólicas ou exponenciais.

Agora será objetivado que a referida constante T^2 é negativa, ou seja, defini-se que $T = j\tau$. Isso faz que a solução possa ser escrita na forma de senóides e (6.4-8) se torna:

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R}{\partial \rho} - \tau^2 R = 0 \quad (6.4-14)$$

Considerando que (6.4-9) ainda seja uma possível solução e que todos os expoentes são múltiplos de dois, tem-se que nessa nova série não existirá a parte imaginária, assim, a relação (6.4-10) pode ser escrita da seguinte forma:

$$J_0(jv) = 1 + \left(\frac{v}{2}\right)^2 + \frac{(v/2)^4}{(2!)^2} + \frac{(v/2)^6}{(3!)^2} + \dots \quad (6.4-15)$$

De posse dessa última relação, tenta-se encontrar uma solução para “R”. Utiliza-se, para isso, um recurso de que as funções $I_0(\tau\rho)$ e $K_0(\tau\rho)$ podem representar possíveis soluções, logo:

$$R = C_1' J_0(j\tau\rho) \equiv C_1' I_0(\tau\rho)$$

Assim, “R” é escrito da forma:

$$R = C_1' I_0(\tau\rho) + C_2' K_0(\tau\rho) \quad (6.4-16)$$

O último passo será escrever uma solução para “Z” quando $T = j\tau$, então:

$$Z = C_3' \sinh \tau z + C_4' \cosh \tau z \quad (6.4-17)$$

$$\rho^2 \frac{P''}{P} + \rho \frac{P'}{P} + \rho^2 k_c^2 = -\frac{Q''}{Q} \quad (6.4-22)$$

Para que a equação (6.4-22) seja verdadeira deve ser necessário que os dois membros da equação sejam idênticos a uma mesma constante, logo:

$$-\frac{Q''}{Q} = v^2 \quad (6.4-23)$$

$$\rho^2 \frac{P''}{P} + \rho \frac{P'}{P} + \rho^2 k_c^2 = v^2 \quad (6.4-24)$$

Conforme demonstração anterior, a solução para a relação (6.4-23) pode ser expressa em termo de senóides, enquanto que (6.4-24) pode ser expressa em termo das funções de Bessel de primeira espécie. Caso $v = \rho k_c$, tem-se:

$$Q = A_n \cos n\phi + B_n \text{senn}\phi \quad (6.4-25)$$

$$P(\rho k_c) = J_n(\rho k_c) \quad (6.4-26)$$

Onde $J_n(\rho k_c)$ é a função de Bessel de primeira espécie de ordem “n”.

Considerando apenas a solução finita $(\rho k_c) = 0$ e substituindo (6.4-25) e (6.4-26) na solução produto $E_z = P(\rho)Q(\rho)$, tem-se que:

$$E_z = J_n(\rho k_c)(A_n \cos n\phi + B_n \text{senn}\phi)e^{j\omega t - \gamma z} \quad (6.4-27)$$

Procedendo de forma análoga para o campo magnético:

$$H_z = J_n(\rho k_c)(C_n \cos n\phi + D_n \text{senn}\phi)e^{j\omega t - \gamma z} \quad (6.4-28)$$

As equações (6.4-27) e (6.4-28) fornecem a relação em coordenadas cilíndricas do campo elétrico e magnético, respectivamente. Dessa forma, os modos TE e TM podem ser definidos para o guia de ondas de seção circular da Figura 11. Admitindo que devido às condições de contorno o campo elétrico tangencial na superfície é igual a zero, dessa forma, as equações de Maxwell podem ser expressas da seguinte forma:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \rho} + \gamma H_\phi = j\omega \epsilon E_\rho \quad (6.4-29)$$

$$-\gamma H_\rho - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = j\omega \epsilon E_\phi \quad (6.4-30)$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho H_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial H_\rho}{\partial \phi} \right) = j\omega \epsilon E_z \quad (6.4-31)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} + \gamma E_\phi = -j\omega \mu H_\rho \quad (6.4-32)$$

$$-\gamma E_\rho - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} = -j\omega \mu H_\phi \quad (6.4-33)$$

$$\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial(\rho E_\phi)}{\partial \rho} - \frac{\partial E_\rho}{\partial \phi} \right) = -j\omega \mu H_z \quad (6.4-34)$$

Conforme realizado para o guia de ondas retangular, agrupam-se as equações (6.4-29) a (6.4-34) de forma que sejam obtidas as seguintes equações:

$$E_\rho = -\frac{1}{K_c^2} \left[\gamma \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + j \frac{\omega \mu}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right] \quad (6.4-35)$$

$$E_\phi = -\frac{1}{K_c^2} \left[\frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - j\omega \mu \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right] \quad (6.4-36)$$

$$H_\rho = \frac{1}{K_c^2} \left[j \frac{\omega \epsilon}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right] \quad (6.4-37)$$

$$H_\phi = -\frac{1}{K_c^2} \left[j\omega \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \phi} \right] \quad (6.4-38)$$

De posse dessas relações é possível descrever para o guia de ondas de seção circular os modos de propagação das ondas.

6.4.1. Modo TM

Com foi visto para o guia retangular, a componente do campo magnético na direção de propagação é nula ($H_z = 0$), ao contrário da componente do campo elétrico nessa mesma direção ($E_z \neq 0$). A condição de contorno diz que a componente tangencial do campo elétrico (E_z) à fronteira condutora do guia é nula. De (6.4-27), tem-se:

$$E_z = J_n(ak_c)(A_n \cos n\phi + B_n \text{senn}\phi)e^{j\alpha z - \gamma z} = 0 \Rightarrow J_n(ak_c) = 0$$

Onde “a” é o raio do guia de ondas de seção circular.

No guia de ondas retangular, encontrou-se a seguinte relação para a constante de propagação: $\gamma = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \omega^2 \mu \epsilon} = \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu \epsilon} = \alpha + j\beta$.

Isso permite analisar quando a transmissão no interior do guia ocorre, ou seja, quando $k_c^2 < \omega^2 \mu \epsilon$, assim: $\gamma = \sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu \epsilon}$ passa a ser $\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - k_c^2}$

Onde $(k_c)_{nl} = \frac{p_{nl}}{a}$ e p_{nl} é a l-ésima raiz de $J_n(ak_c)$. Vale ressaltar que os índices “n” e “l” indicam, respectivamente, o número de variações circunferencialmente e o número de variações radialmente.

Com isso, a frequência de corte e a velocidade de fase são dadas, respectivamente, por:

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\bar{v} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - k_c^2}}$$

Substituindo (6.4-27) nas equações (6.4-35) a (6.4-38) serão encontradas as expressões para a onda TM no guia de ondas de seção circular:

$$E_z = A_n J_n(k_c \rho) \cos n\phi$$

$$H_\rho = -j \frac{A_n \omega \epsilon n}{k_c^2 \rho} J_n(k_c \rho) \sin n\phi$$

$$H_\phi = -j \frac{A_n \omega \epsilon}{k_c} J_n'(k_c \rho) \cos n\phi \quad (6.4-39)$$

$$E_\rho = \frac{\beta}{\omega \epsilon} H_\phi$$

$$E_\phi = -\frac{\beta}{\omega \epsilon} H_\rho$$

Para obter a variação no tempo e na direção “z” positiva de propagação, basta multiplicar todas as relações de (6.4-39) por $e^{j\omega t - \gamma z}$ e retirar a parte real.

Ilustram-se abaixo alguns campos nesta configuração. Ressalta-se que os gráficos seguintes, tanto para o Modo TE quanto para o Modo TM, estão de acordo com as dimensões do guia cilíndrico (em metros):

Vista do Plano da Seção Transversal para $z = 0.002$ metros - Modo TM_{01}^{z+}

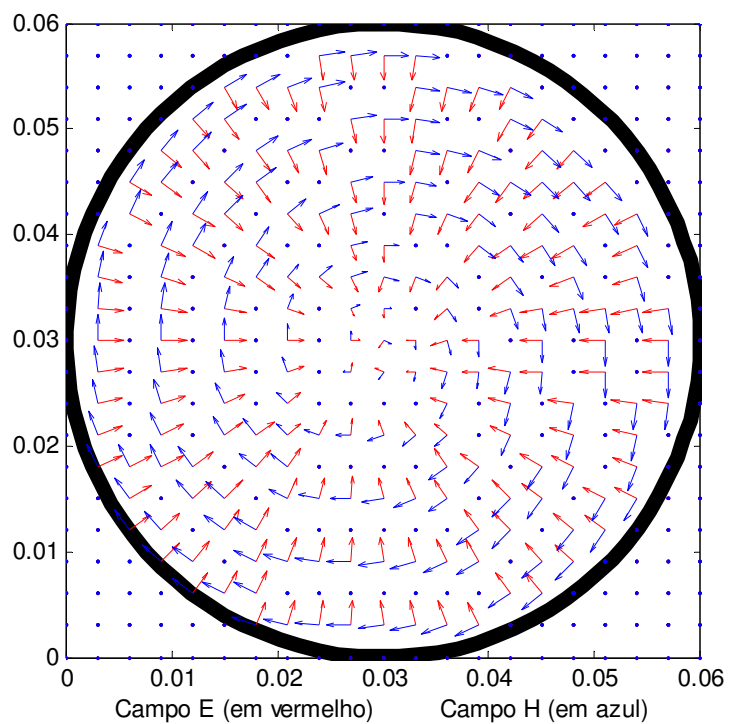


Figura 14 – Modo TM_{01}^{z+}

Vista do Plano da Seção Transversal para $z = 0.002$ metros - Modo TM_{21}^{z+}

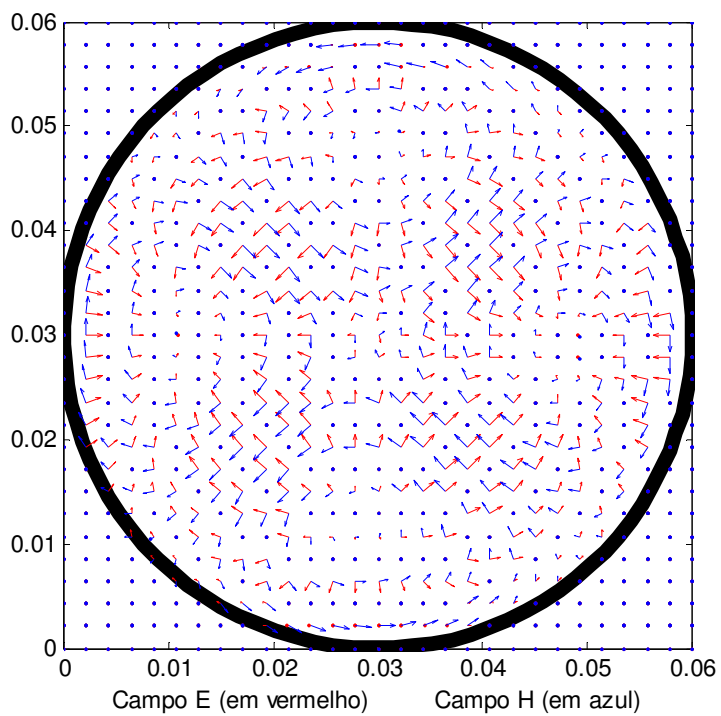


Figura 15 – Modo TM_{21}^{z+}

Vista do Plano da Seção Transversal para $z = 0.002$ metros - Modo TM_{02}^{z+}

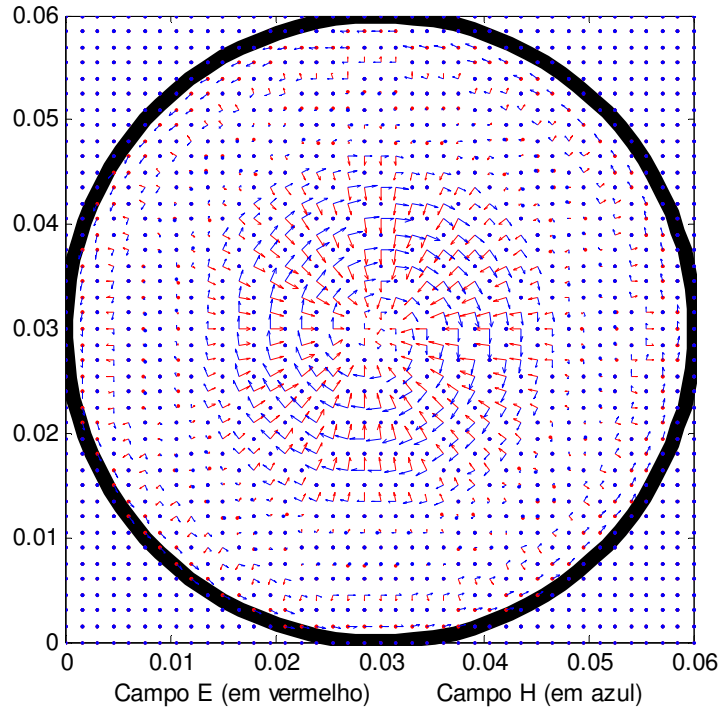


Figura 16 – Modo TM_{02}^{z+}

6.4.2. Modo TE

Neste caso, a componente do campo elétrico na direção de propagação é nula ($E_z = 0$), enquanto a componente do campo magnético nessa direção é diferente de zero ($H_z \neq 0$). A condição de contorno diz que a derivada normal da componente do campo magnético na direção de propagação (H_z) na superfície condutora do guia seja nula. De (6-4-28), tem-se:

$$J'_n(ak_c) = 0$$

Onde “a” é o raio do guia de seção circular.

Da mesma forma que foi calculada para o Modo TM, a constante de propagação é dada por: $\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - k_c^2}$.

Onde $(k_c)_{nl} = \frac{p'_{nl}}{a}$ e p'_{nl} é a l-ésima raiz de $J'_n(ak_c)$. Reitera-se que os índices “n” e “l”

indicam, respectivamente, o número de variações circunferencialmente e o número de variações radialmente.

A frequência de corte e a velocidade de fase são expressas de igual forma para o caso TM. Substituindo (6.4-28) nas equações (6.4-35) a (6.4-38) serão encontradas as expressões para a onda TE no guia de ondas de seção circular:

$$\begin{aligned}
 H_z &= C_n J_n(k_c \rho) \cos n\phi \\
 H_\rho &= -j \frac{C_n \beta}{k_c} J'_n(k_c \rho) \cos n\phi \\
 H_\phi &= j \frac{C_n n \beta}{k_c^2 \rho} J_n(k_c \rho) \sin n\phi \\
 E_\rho &= \frac{\omega \mu}{\beta} H_\phi \\
 E_\phi &= -\frac{\omega \mu}{\beta} H_\rho
 \end{aligned} \tag{6.4.40}$$

De forma análoga ao modo TE, para que seja obtida a variação no tempo e na direção “z” positiva de propagação, basta multiplicar todas as relações de (6.4-40) por $e^{j\omega t - \gamma z}$ e retirar a parte real.

Ilustram-se abaixo alguns campos nesta configuração:

Vista do Plano da Seção Transversal para $z = 0.002$ metros - Modo TE_{01}^{z+}

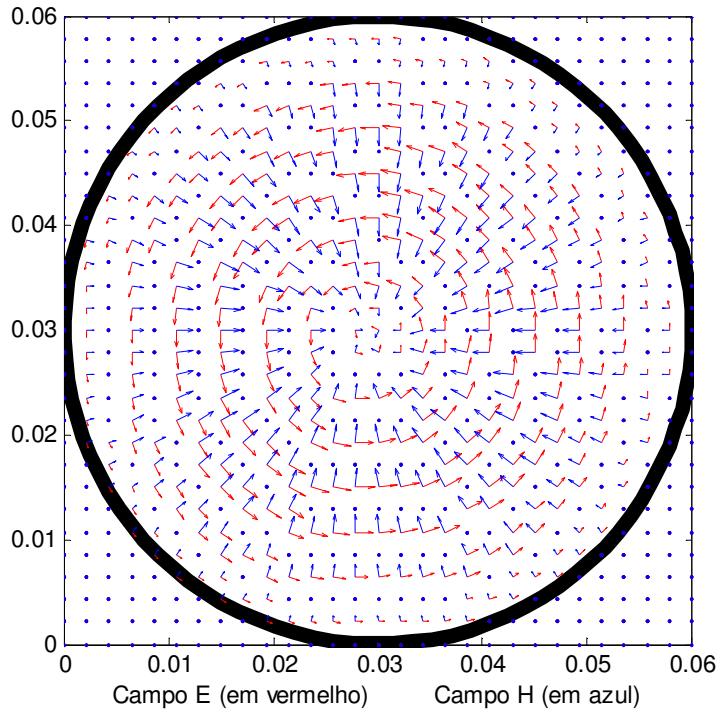


Figura 17 – Modo TE_{01}^{z+}

Vista do Plano da Seção Transversal para $z = 0.002$ metros - Modo TE_{21}^{z+}

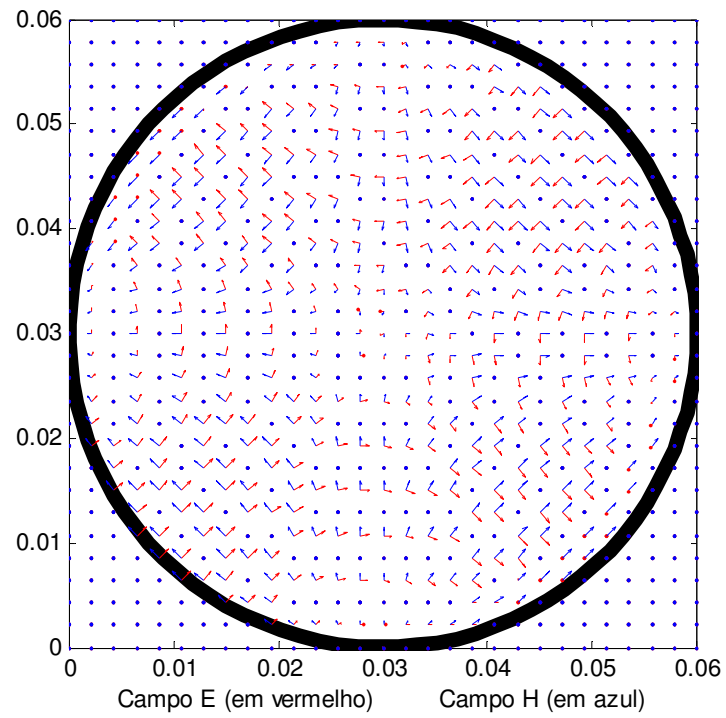


Figura 18 – Modo TE_{21}^{z+}

7. SIMULAÇÃO

Depois de desenvolver toda a teoria eletromagnética da propagação de ondas TE e TM nos guias de ondas retangular e de seção circular, passar-se-á para a fase de simulação dos campos elétrico e magnético em seus diversos modos de propagação.

Primeiramente, utiliza-se de linguagem de programação do software MATLAB® com o intuito de modelar todas as equações dos campos elétrico e magnético de acordo com a configuração do guia desejado. Nessa modelagem devem ser levadas em conta algumas características importantes como a frequência de corte do sistema, os modos propagantes, a constante de propagação, a variação dos campos ao longo do tempo e as condições de contorno da configuração do guia escolhida.

Após essas considerações, tornam-se possíveis as visualizações, através de gráficos e vídeos, dos diversos modos propagantes no interior do guia. Vale ressaltar que em todas as simulações seguintes foi considerado um sistema sem perdas, ou seja, assume-se que a onda se propaga no interior do guia sem qualquer atenuação.

Procurou-se criar uma interface mínima com o usuário com o objetivo de acelerar a aprendizagem, uma vez que o acesso ao código fonte do programa torna o estudo mais estimulante e mais versátil. Isso favorece outra meta deste trabalho: dar suporte à disciplina de Eletromagnetismo.

7.1. Guia de Ondas Retangular

Ao iniciar o programa, o MATLAB® irá solicitar que sejam informadas as configurações do guia de ondas, ou seja, será criada uma interface com o usuário que permite a manipulação das informações solicitadas. Alguns valores já estão pré-definidos, mas nada impede que o usuário possa alterá-los. São eles:

- **O modo de propagação**

Deve ser escolhido qual modo de propagação será analisado, ou seja, deve-se optar pelo Modo Transversal Elétrico (TE) ou Modo Transversal Magnético (TM).

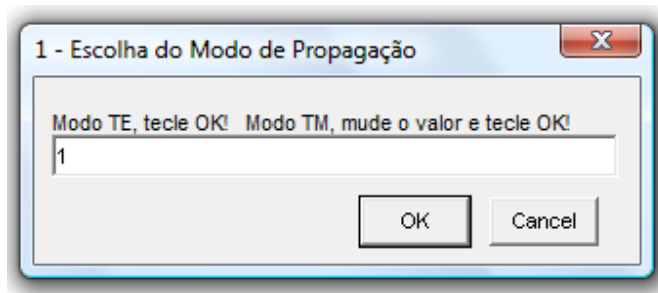


Figura 19 – Modo de Propagação do guia retangular

- **Qualidade gráfica**

Esse campo irá determinar quantos pontos serão utilizados em cada eixo para formar o gráfico, ou seja, quanto mais pontos inseridos maior será a qualidade gráfica. Deve ficar bem claro que essa quantidade de pontos não será a dimensão do guia, mas quantos pontos formarão cada dimensão.

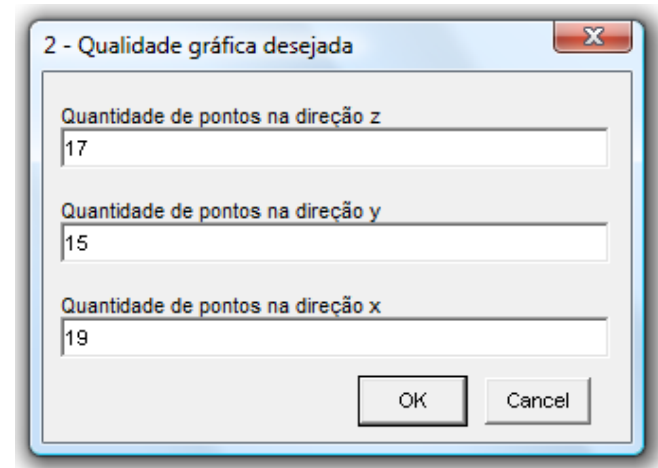


Figura 20 – Qualidade gráfica do guia retangular

- **Escolha do plano e do ponto a ser cortado no eixo constante**

Esse “Box” apresenta quatro informações distintas. A primeira diz respeito à escolha do corte específico a ser analisado pelo usuário, ou seja, de acordo com a Figura 4 (guia de ondas retangular) foi indicado cada eixo “x”, “y” e “z”.

A partir desses eixos será possível realizar três cortes distintos: plano “xy”, plano “xz” e plano “yz”. A escolha desses planos influencia diretamente nos três campos imediatamente abaixo, uma vez que ela determina qual eixo apresentará valor constante enquanto os eixos restantes variam.

Para esclarecer mais detalhadamente, imagina-se que seja escolhido o plano “xy”, percebe-se que a variável fixada estará no eixo “z” em um ponto a ser determinado pelo segundo campo deste “Box” (Se pl=1, plota xy para um determinado ponto z:). Nesse caso, apenas esse campo deve ser alterado e o corte no plano especificado estará exatamente na metade do comprimento do guia de ondas, tendo em vista que a quantidade de pontos na direção “z” indicada no “Box” anterior foi 17.

Analogamente, escolhendo os planos “xz” e “yz”, as variáveis fixadas estarão nos eixos “y” e “x” e os cortes ficarão abaixo da metade da altura do guia e imediatamente acima da metade da largura do guia, respectivamente. Ressalta-se que foi considerada uma propagação no sentido do eixo “z” positivo.

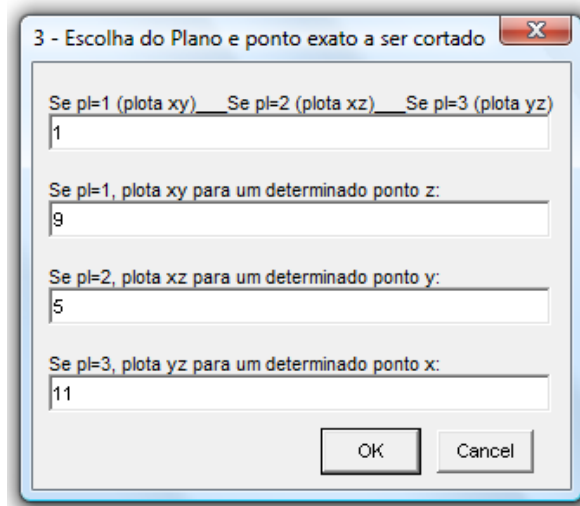


Figura 21 – Plano a ser utilizado do guia retangular

- **As dimensões do guia de ondas**

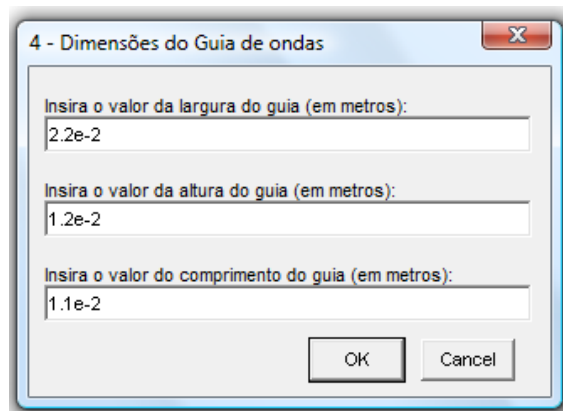


Figura 22 – Dimensões do guia de ondas retangular

Essa caixa é fundamental na configuração do guia de ondas, pois indica as dimensões do guia. Os valores pré-estabelecidos podem ser alterados de forma a objetivar a aprendizagem. Instiga-se a manipulação deste campo, tendo em vista que seus valores alteram diretamente a frequência de corte do sistema.

- **O valor dos índices do modo de propagação**

Esses índices definem exatamente qual modo está sendo escolhido para a análise. Esse campo depende diretamente do “Box” que elege o modo de propagação (Modo TE ou Modo TM) e influencia na frequência de corte do sistema.

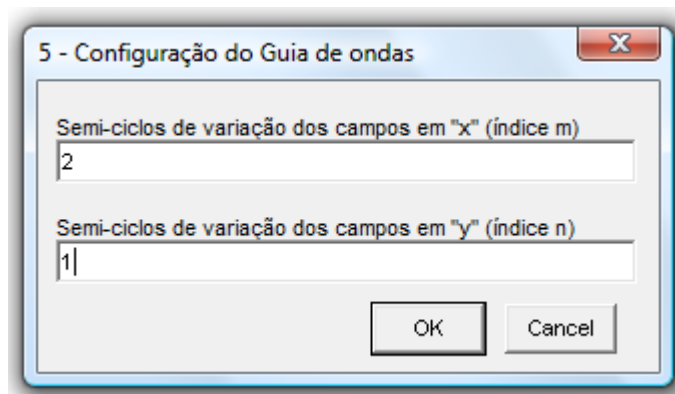


Figura 23 – Escolha dos índices do modo de propagação do guia retangular

- **A frequência de operação a ser utilizada**

Aqui será informado o valor da frequência na qual o guia está sendo excitado.

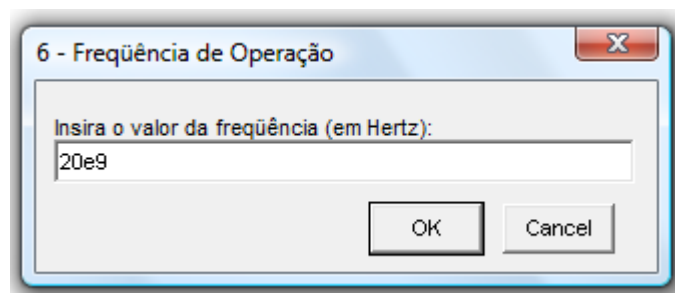


Figura 24 – Frequência de operação do guia retangular

- **Geração do arquivo de vídeo**

Neste “Box” é solicitado que seja informado o número de quadros de repetição para a geração do arquivo de vídeo. Quanto maior a quantidade de quadros, maior será a duração desse vídeo.

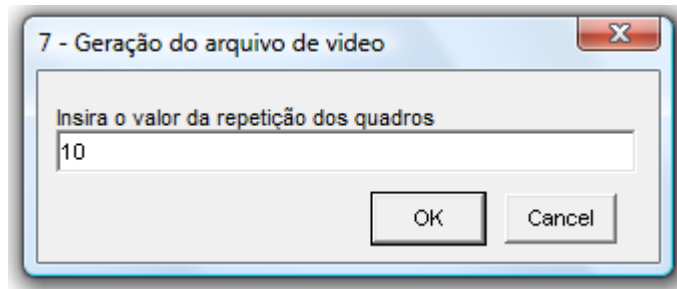


Figura 25 – Repetição dos quadros do guia retangular

Essas informações iniciais permitem que o programa verifique se há algum problema nas configurações do guia de ondas, ou seja, baseando-se na teoria relatada anteriormente, os valores inseridos serão testados, permitindo que o usuário possa verificar, de imediato, algum erro proveniente de qualquer configuração do guia digitada incorretamente ou até mesmo se o modo solicitado está se propagando no interior do guia.

Abaixo serão ilustrados alguns possíveis erros inerentes às configurações do guia:

- Caso o usuário insira alguma dimensão que não seja compatível, ou seja, se a largura, altura ou comprimento de guia de ondas possuírem valores nulos, outra caixa interativa aparecerá solicitando que sejam digitados novamente essas dimensões. Essa caixa se repetirá tantas vezes essas dimensões continuarem incorretas.

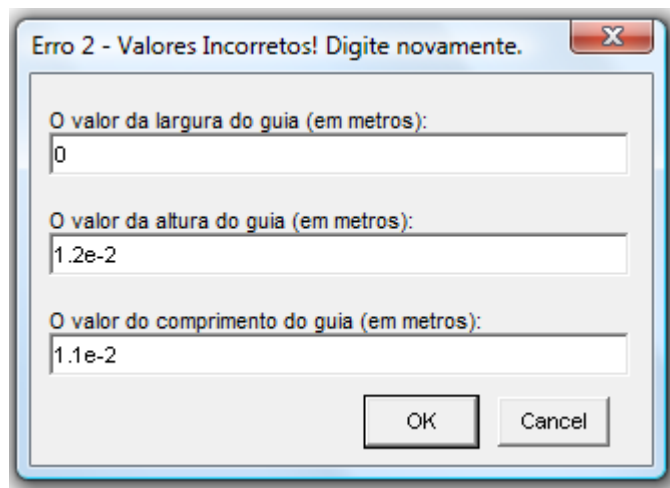


Figura 26 – Dimensões do guia de ondas incorretas do guia retangular

- Outro possível erro diz respeito ao modo de propagação do guia, ou seja, para os Modos Transversais Elétricos (TE) e Transversais Magnéticos (TM), o valor simultâneo $m = n = 0$ não existe. Já para o Modo TM isoladamente, $m = 0$ ou $n = 0$ não existe.

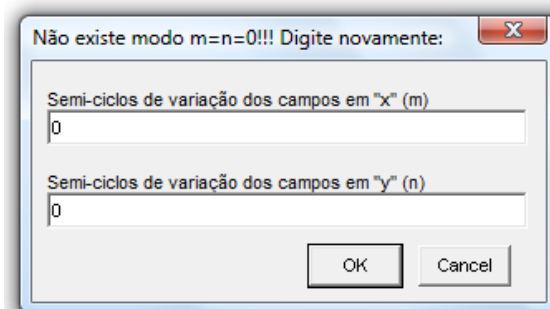


Figura 27 – Erro devido $m=n=0$

- Caso o plano escolhido seja diferente dos planos “xy”, “xz” ou “yz”, outra caixa de erro informará que há algum problema nessa escolha.

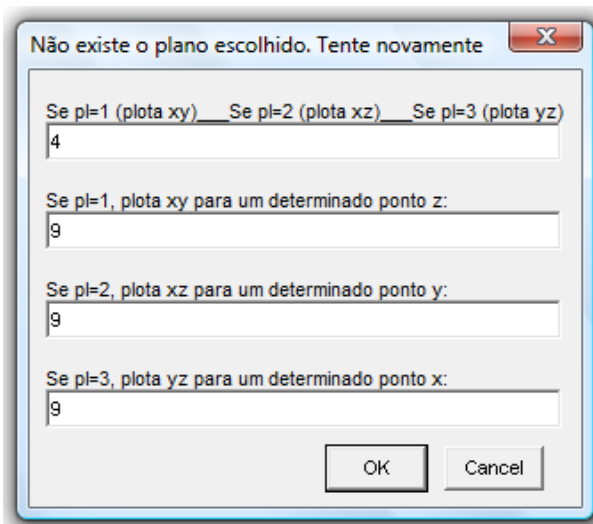


Figura 28 – Erro na escolha do plano do guia retangular

- Agora, quando se trata da frequência de operação o programa verifica, dada às configurações iniciais, se o guia está em corte. Nesse caso, ocorrerá uma pausa, tendo em vista que o erro pode estar tanto no valor da frequência quanto nas dimensões do guia.

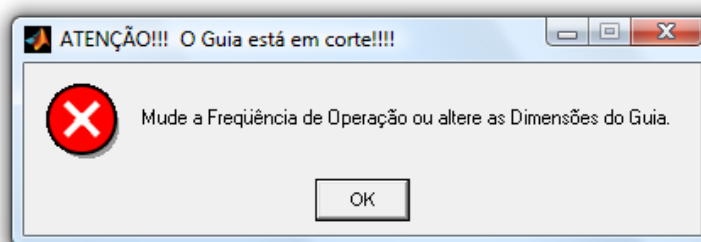


Figura 29 – Guia retangular em corte

Após essa fase de testes nas configurações, o programa irá realizar o cálculo dos campos elétrico e magnético de acordo com o plano escolhido para a visualização.

7.2. Guia de Ondas de Seção Circular

Da mesma forma que foi realizada para o guia de ondas retangular, utiliza-se o MATLAB® para simular os campos propagantes nesta configuração cilíndrica. A interface com o usuário é semelhante à do guia anterior. Ilustram-se, abaixo, a interface com o usuário:

- **Escolha do Modo de propagação (idem ao guia retangular)**

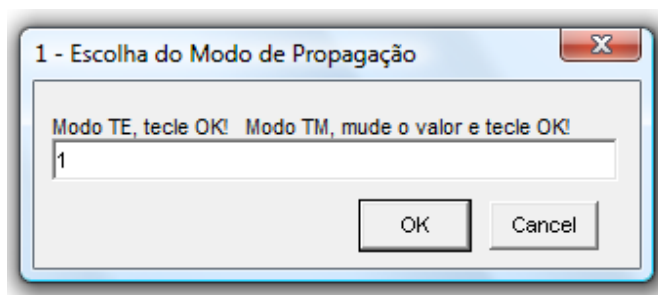


Figura 30 – Modo de Propagação do guia cilíndrico

- **Qualidade Gráfica (idem ao guia retangular)**

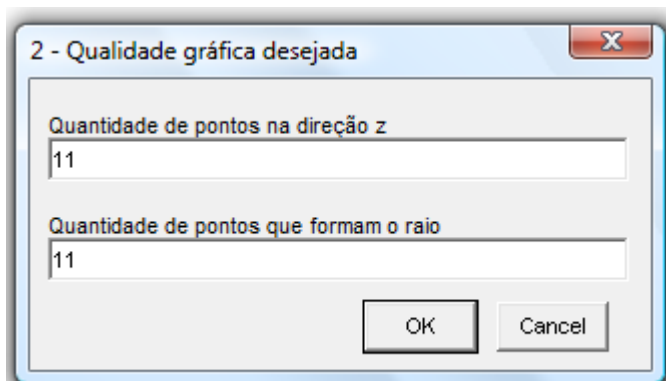


Figura 31 – Qualidade gráfica do guia cilíndrico

- **Escolha do Plano e pontos constantes**

Este “Box” será utilizado para escolher em qual plano se deseja verificar o guia de ondas cilíndrico, ou seja, para um corte transversal em “z” constante ou para o corte longitudinal em φ (phi) constante.

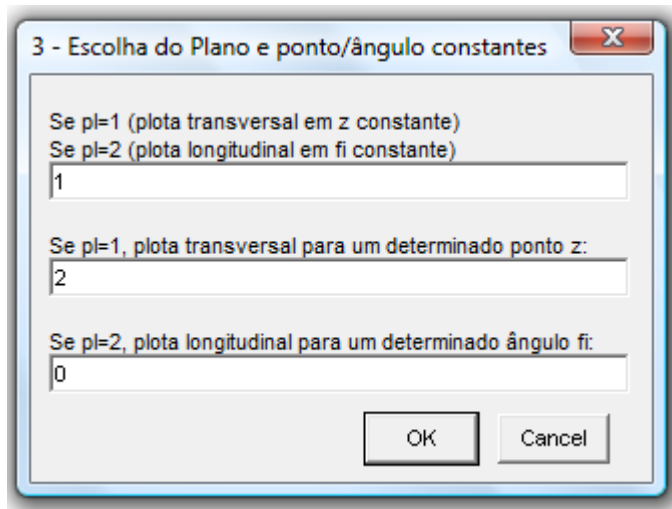


Figura 32 – Escolha do plano e pontos do guia cilíndrico

- **Dimensões do guia de ondas**

Ao contrário do guia anterior onde se tinha três dimensões, requer-se para esta configuração apenas duas. Uma para o raio e outra para o comprimento do guia.

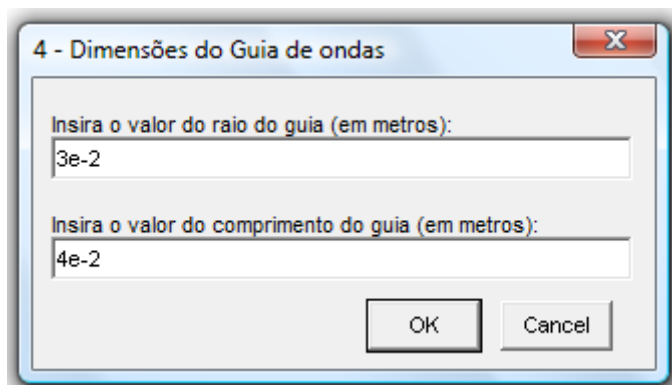


Figura 33 – Dimensões do guia cilíndrico

- **Escolha do Modo de propagação (“n” e “l”)**

De forma análoga ao guia retangular, esses índices definem qual modo será escolhido para a análise, influenciando na frequência de corte do sistema.

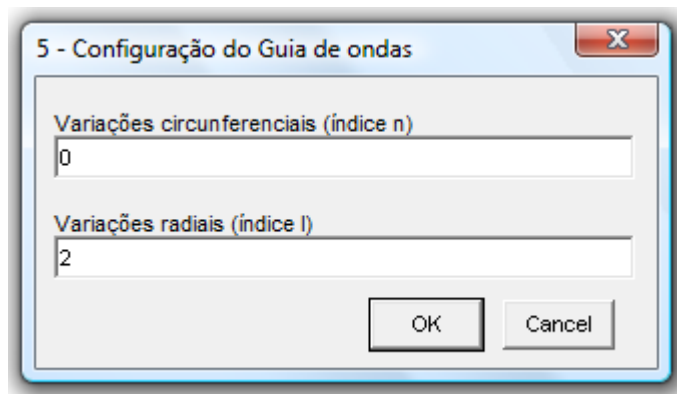


Figura 34 – Escolha do modo de propagação do guia cilíndrico

- **Frequência de operação (idem ao guia retangular)**

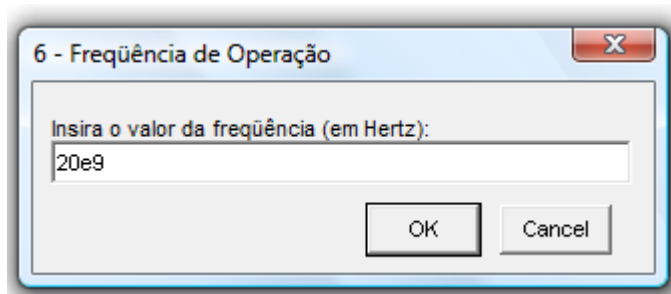


Figura 35 – Frequência de operação do guia cilíndrico

- **Geração do arquivo de vídeo (idem ao guia retangular)**

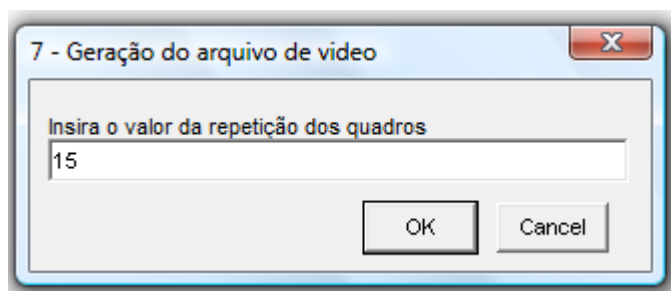


Figura 36 – Geração do arquivo de vídeo do guia cilíndrico

Caso haja algum problema nos dados de entrada que favoreça o corte do guia cilíndrico, algumas mensagens de erro estão programadas a fim de ajudar o usuário. Essas mensagens são análogas ao guia retangular.

7.3. Visualização dos modos nos guias retangulares e cilíndricos

As figuras a seguir ilustram algumas simulações para os diversos modos propagantes:

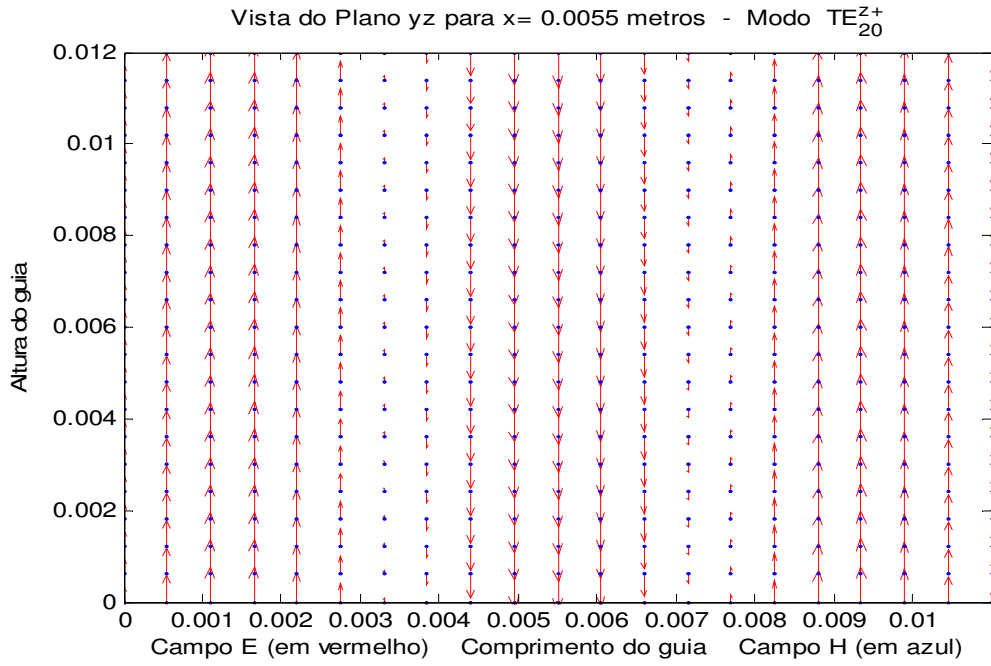


Figura 37 – Corte do guia retangular no plano yz (Modo TE_{20}^{z+})

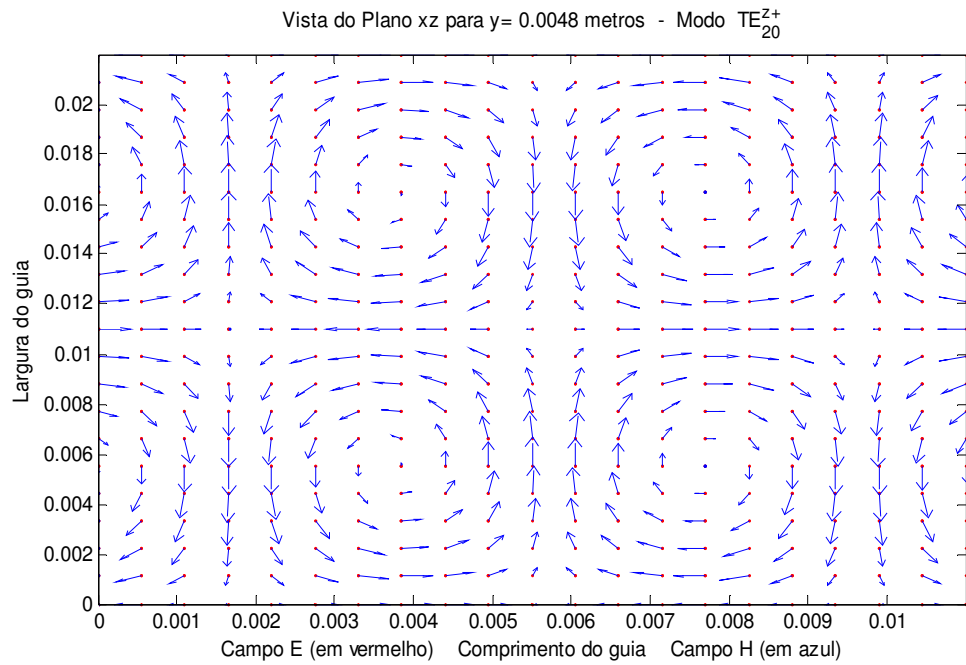


Figura 38 – Corte do guia retangular no plano xz (Modo TE_{20}^{z+})

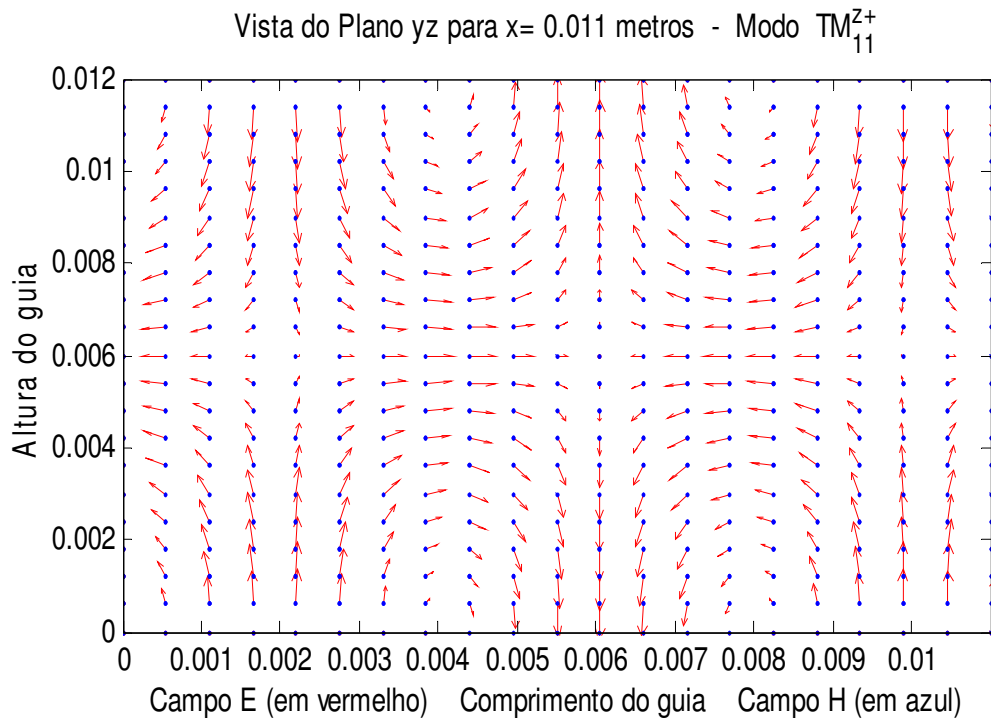


Figura 39 – Corte do guia retangular no plano yz (Modo TM_{11}^{z+})

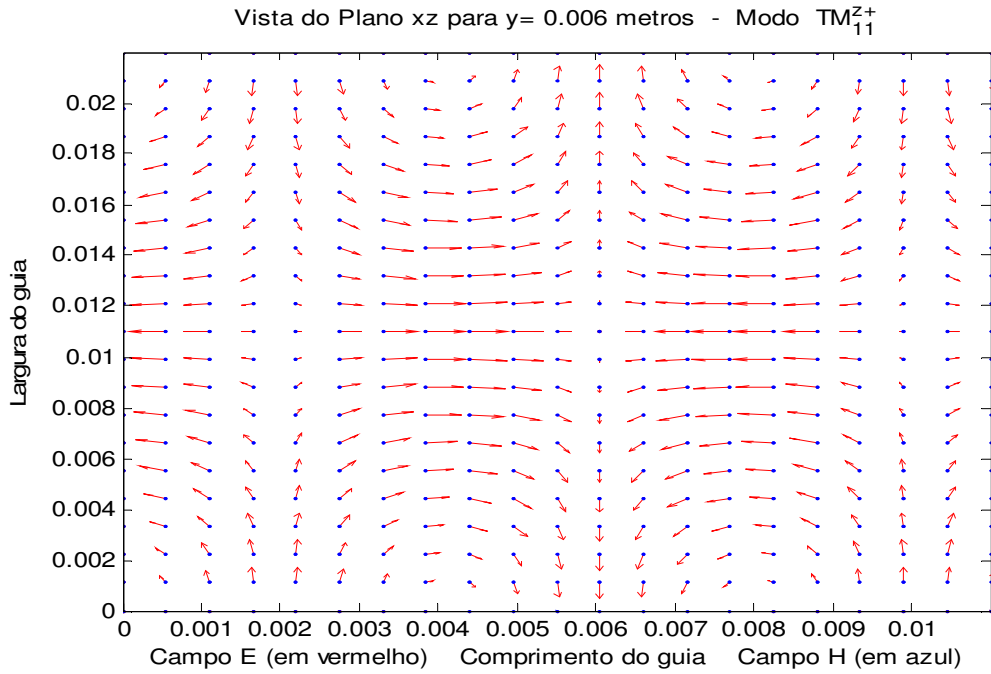


Figura 40 – Corte do guia retangular no plano xz (Modo TM_{11}^{z+})

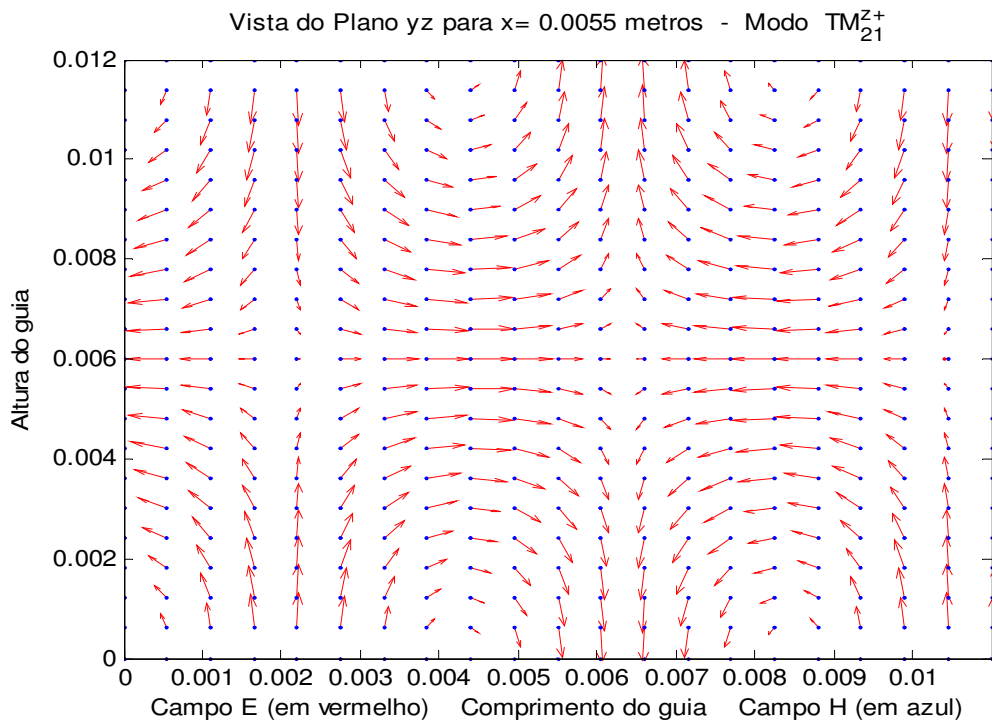


Figura 41 – Corte do guia retangular no plano yz (Modo TM_{21}^{z+})

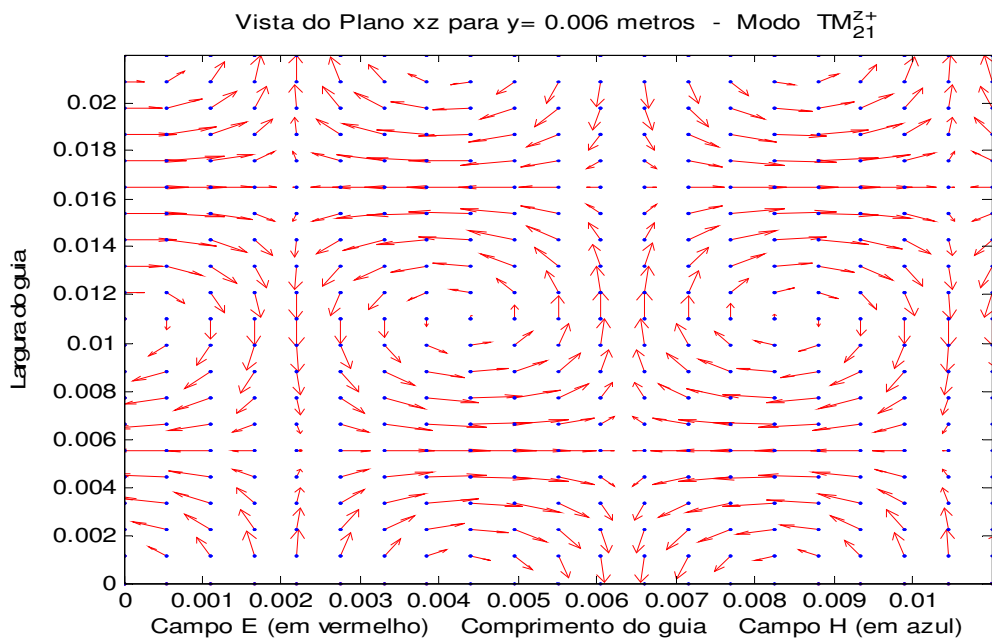


Figura 42 – Corte do guia retangular no plano xz (Modo TM_{21}^{z+})

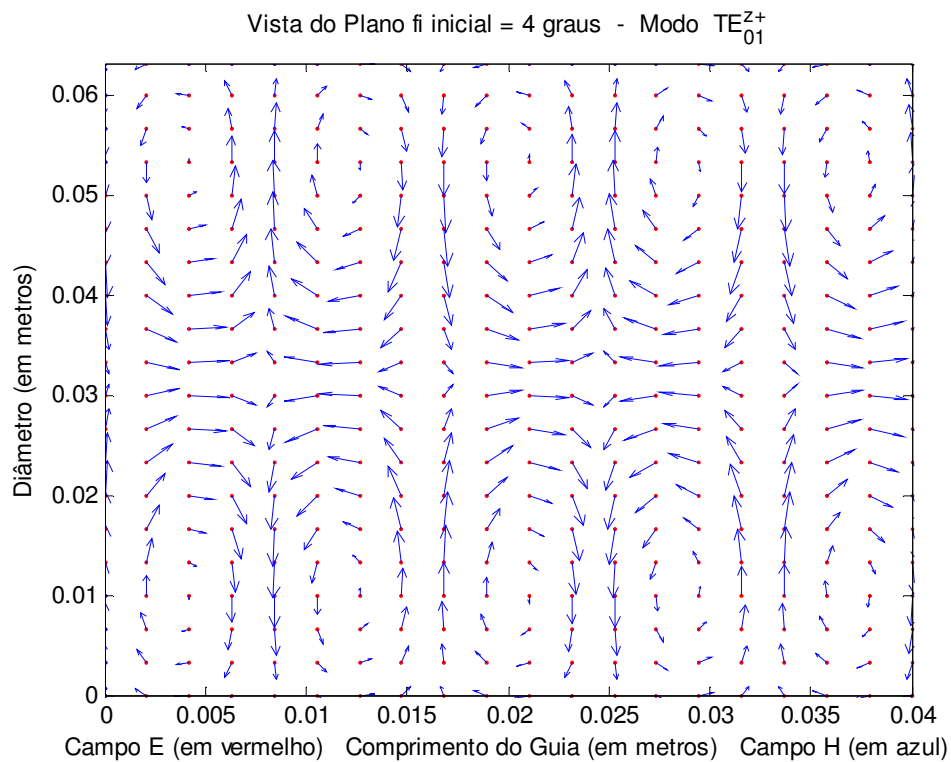


Figura 43 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TE_{01}^{z+})

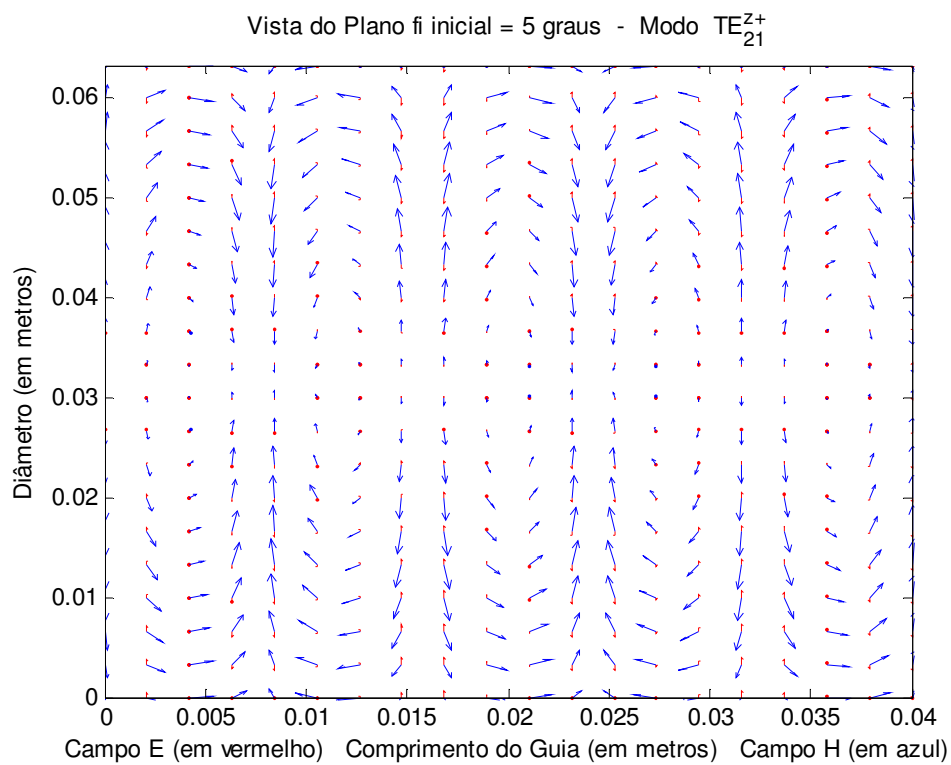


Figura 44 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TE_{21}^{z+})

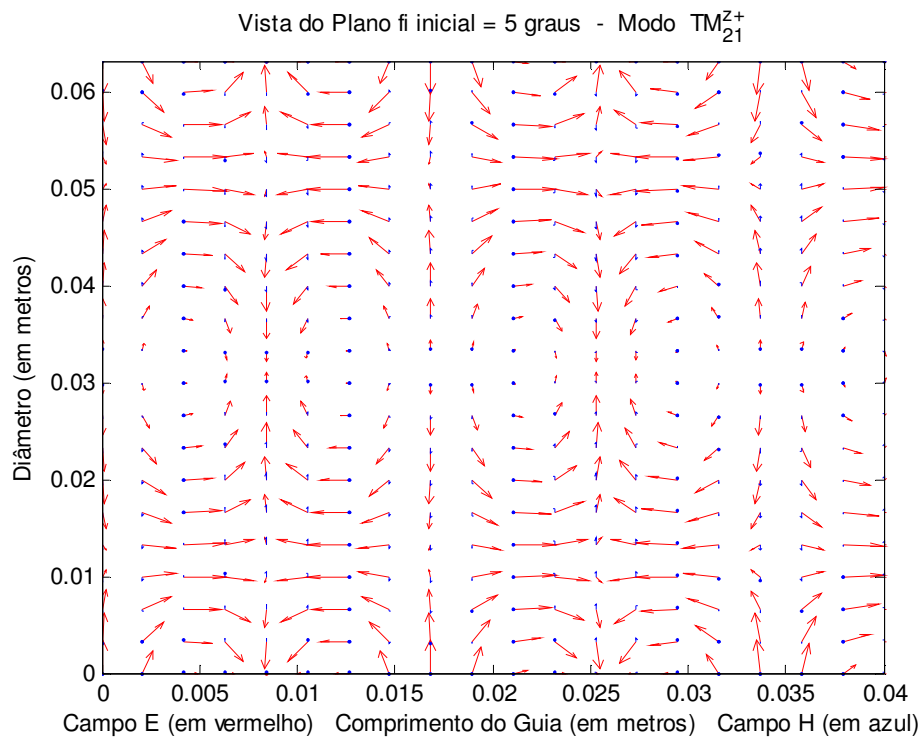


Figura 45 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TM_{21}^{z+})

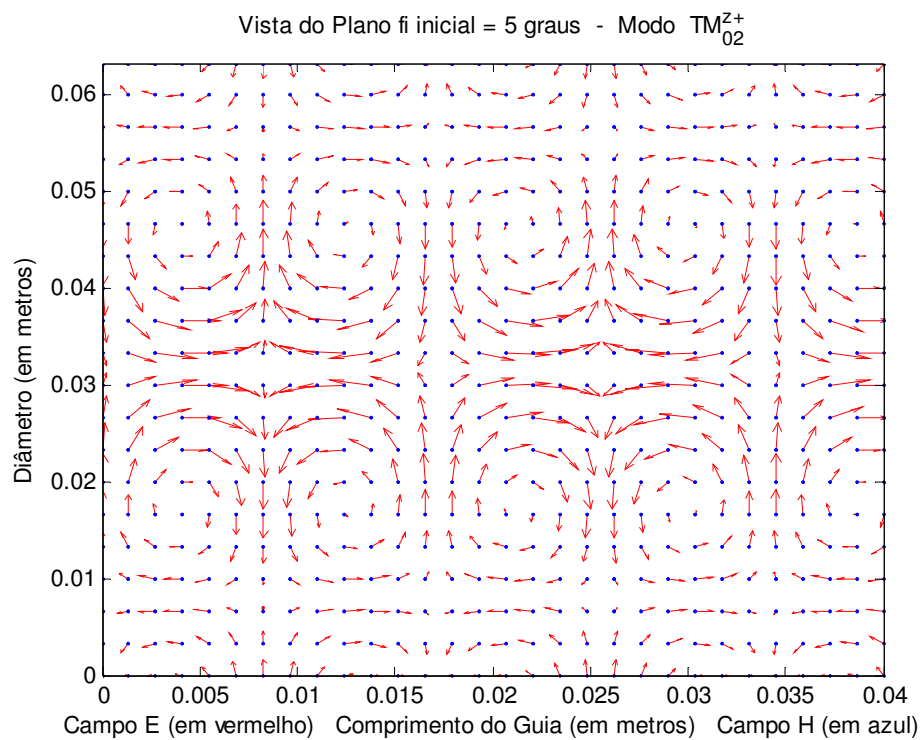


Figura 46 – Corte longitudinal do guia cilíndrico (Modo TM_{02}^{z+})

As figuras seguintes ilustram a possibilidade de rotacionar o guia cilíndrico em vários planos “phi” constantes para um único modo de propagação. Isso mostra que ora os campos elétrico e magnético estão presentes simultaneamente, ora existe a presença de apenas um deles.

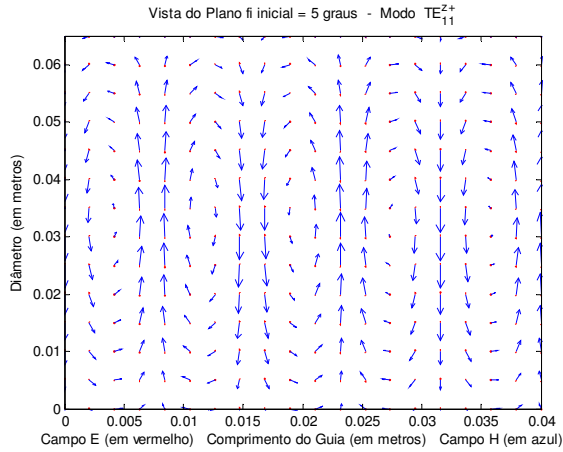


Figura 47 – Rotação para $\phi=5^\circ$

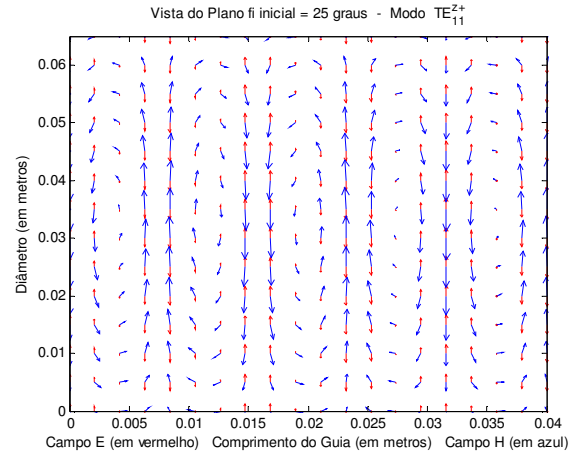


Figura 49 – Rotação para $\phi=25^\circ$

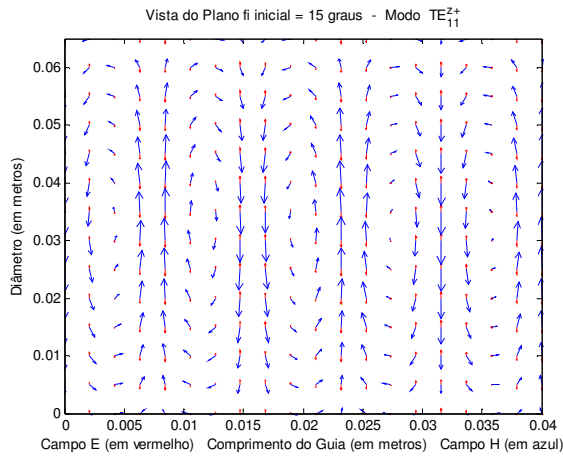


Figura 48 – Rotação para $\phi=15^\circ$

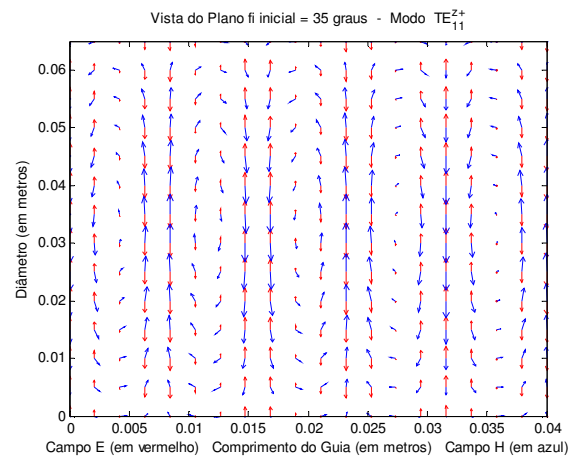


Figura 50 – Rotação para $\phi=35^\circ$

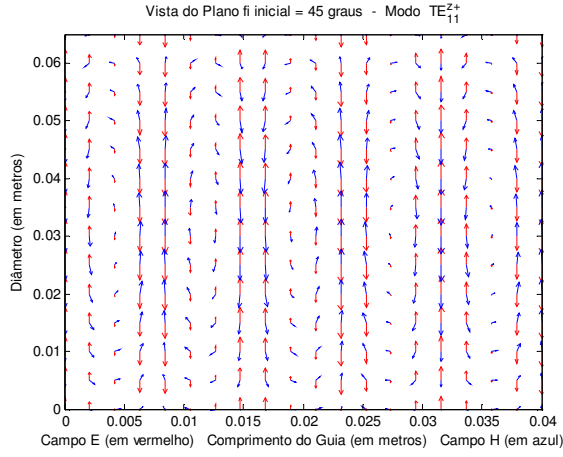


Figura 51 – Rotação para $\phi=45^\circ$

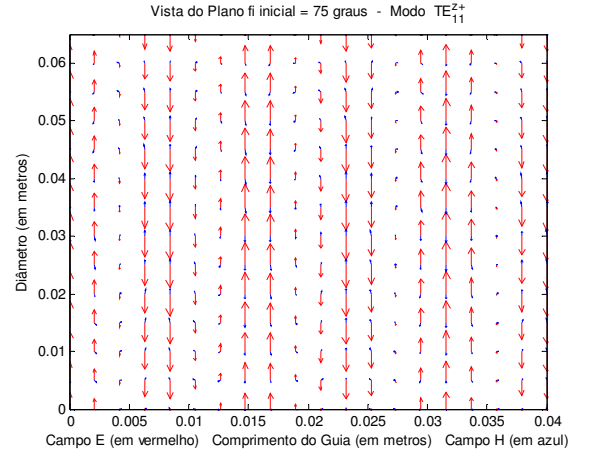


Figura 54 – Rotação para $\phi=75^\circ$

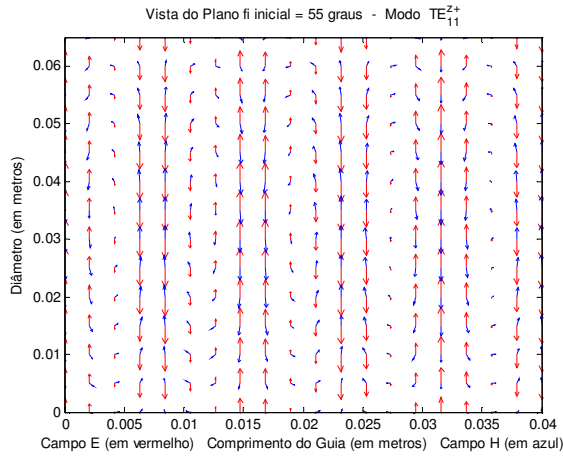


Figura 52 – Rotação para $\phi=55^\circ$

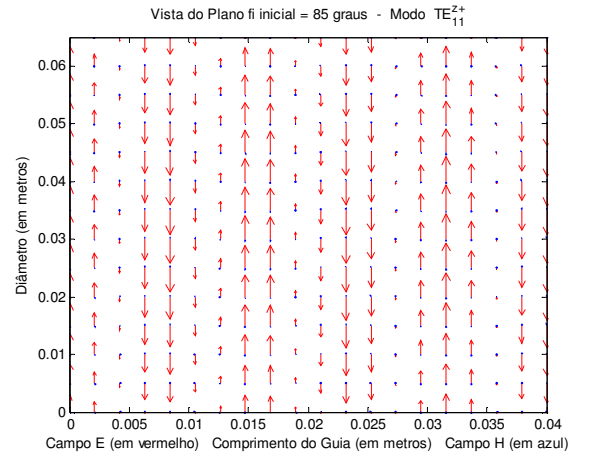


Figura 55 – Rotação para $\phi=85^\circ$

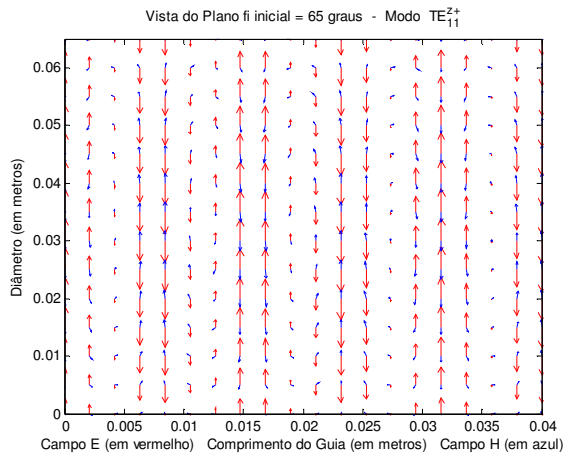


Figura 53 – Rotação para $\phi=65^\circ$

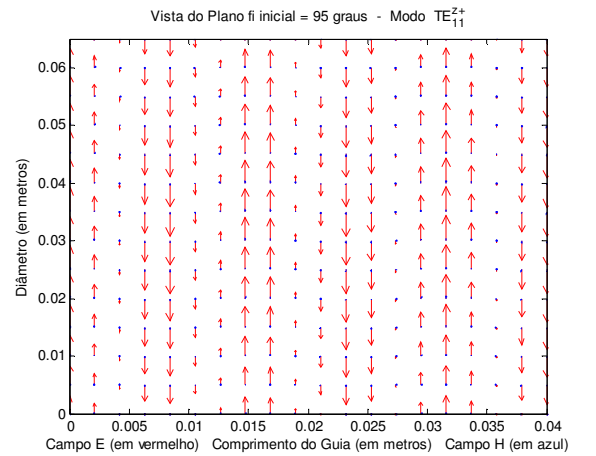


Figura 56 – Rotação para $\phi=95^\circ$

8. CONCLUSÕES

O trabalho realizado neste projeto tem por finalidade facilitar o entendimento do Eletromagnetismo por meio de um programa computacional desenvolvido através do “software” MATLAB® onde é possível simular os modos de propagação dos campos elétrico e magnético nos guias de ondas retangulares e cilíndricos. A ausência de meios auxiliares que possibilitam à aprendizagem fora do laboratório e a redução da carga horária das disciplinas obrigatórias que tratam de Eletromagnetismo impulsionaram a realização deste projeto.

A teoria eletromagnética apresentada nos primeiros capítulos serve de alicerce para a construção dos conceitos fundamentais que regem os guias de ondas. Primeiramente, abordaram-se as leis que tiveram papel importante na formulação das Equações de Maxwell. Em seguida, ajustaram-se essas leis, corrigindo algumas inconsistências, de forma que a teoria do guia de ondas pudesse ser comentada com mais profundidade, ou seja, o enfoque principal estava voltado na configuração dos campos nos guias.

Após essa familiarização com as Equações de Maxwell, tornou-se possível abordar sobre o guia de ondas retangular. Suas características básicas foram apresentadas, objetivando sempre uma linguagem simples com o intuito elucidativo das equações para os modos Transversal Elétrico e Transversal Magnético.

Depois foi visto o guia de ondas de seção circular. Para isso, foi necessário discorrer sobre as funções de Bessel, tendo em vista que a formulação matemática requerida para esses campos depende das raízes dessas funções de primeira espécie.

Por último, utilizando-se da linguagem de programação através do MATLAB®, foi possível obter graficamente os modos de propagação desses guias. A direção e o sentido de propagação dos campos elétrico e magnéticos foram bem representados, pois conseguiu-se representá-los em uma mesma tela mostrando de que forma eles se relacionam. Como recurso adicional, ainda é possível a geração de vídeo para cada modo propagante.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ramo, Simon, John R. Whinnery and Theodore Van Duzer, “*Campos e Ondas em Eletrônica das Comunicações*”, Rio de Janeiro 1981.
- [2] Marcuvitz, Nathan, “*Waveguide Handbook*”, London 1986.
- [3] Collin, Robert E., “*Foundations for Microwave Engineering*”, New York 1966.
- [4] Jordan, Edward C. and Keith G. Balmain, “*Electromagnetic Waves and Radiating Systems*”, New Jersey 1968.
- [5] Hayt, William H. Jr. and John A. Buck, “*Eletromagnetismo*”, Rio de Janeiro 2003.
- [6] Reitz, John R., Frederick J. Milford and Robert W. Christy, “*Fundamentos da Teoria Eletromagnética*”, Rio de Janeiro 1991.
- [7] Matsumoto, Élia Yathie, “*MATLAB 6.5 Fundamentos de Programação*”, São Paulo 2002.
- [8] Gilat, Amos, “*MATLAB com Aplicações em Engenharia*”, Porto Alegre 2006.

APÊNDICE

Objetivando a continuação e o aprimoramento deste trabalho será disponibilizado o código fonte dos programas ilustrados no capítulo das Simulações. Requer-se um pouco de entendimento de linguagem de programação, no mínimo, básica, a fim de compreender todos os recursos utilizados. No entanto, as inúmeras explicações no próprio código do programa têm o objetivo de desinibir àqueles que gostariam de se aventurar pela programação realizada. Sugere-se, antes de tudo, que o entendimento da teoria desenvolvida é indispensável para a compreensão do programa.

Através do código a seguir será possível visualizar os diversos modos que podem se propagar no interior do guia de ondas. O recurso do MATLAB® será fundamental nesse momento, pois facilita o estudo e mostra os resultados tanto em valores numéricos (valores dos campos em cada direção de propagação), quanto visuais (gráficos gerados que se movimentam ao longo do tempo).

O mais sensacional de tudo isso é a possibilidade dos gráficos serem transformados em arquivos com extensão “avi”, possibilitando que a visualização esteja independente da presença do software MATLAB® no computador.

- Código do Guia de Ondas Retangular

```
%GUIA DE ONDAS RETANGULAR
%=====
%Universidade de Brasília      Depto. Engenharia Elétrica  Defesa:
%Projeto Final de Graduação    Autor: Sérgio Tadeu Barros  04/07/2007
%Orientador: Prof. Franklin da Costa Silva, Dr. UNB/ENE
%=====
% campos TMz e TEz
%
clear
%Definição se o modo será TE ou TM
titulo='1 - Escolha do Modo de Propagação';
msg='Modo TE, tecle OK!  Modo TM, mude o valor e tecle OK!';
entrada={msg};
dados=inputdlg(entrada, titulo, 1, {'1'});
TE=str2num(dados{1});
%
%                               ATENCAO
% Se TE=1 (um), plota modos TE, caso contrário, modos TM
%
%Distribuição de pontos ao longo dos eixos
texto1='2 - Qualidade gráfica desejada';
text5='Quantidade de pontos na direção z';
text6='Quantidade de pontos na direção y';
text7='Quantidade de pontos na direção x';
entra1={text5 text6 text7};
info1=inputdlg(entra1, texto1, 1, {'17' '17' '17'});
%
nzv=str2num(info1{1});          %nzv é o número de pontos na direção z
nyv=str2num(info1{2});          %nyv é o número de pontos na direção y
nxv=str2num(info1{3});          %nxv é o número de pontos na direção x
%
%Escolha do plano a ser analisado
%Se pl=1 (plota xy)____Se pl=2 (plota xz)____Se pl=3 (plota yz)
texto='3 - Escolha do Plano e ponto exato a ser cortado';
text1='Se pl=1 (plota xy)____Se pl=2 (plota xz)____Se pl=3 (plota yz)';
text2='Se pl=1, plota xy para um determinado ponto z: ';
text3='Se pl=2, plota xz para um determinado ponto y: ';
text4='Se pl=3, plota yz para um determinado ponto x: ';
entra={text1 text2 text3 text4};
info=inputdlg(entra, texto,1,{'1' '9' '9' '9'});
pl=str2num(info{1})
%Teste para verificar a existência do plano escolhido
while (pl~=1)&(pl~=2)&(pl~=3)
texto2='Erro 1 - Plano incorreto! Digite novamente.';
text12='Se pl=1 (plota xy)____Se pl=2 (plota xz)____Se pl=3 (plota yz)';
text22='Se pl=1, plota xy para um determinado ponto z: ';
text32='Se pl=2, plota xz para um determinado ponto y: ';
text42='Se pl=3, plota yz para um determinado ponto x: ';
entra2={text1 text2 text3 text4};
info2=inputdlg(entra2, texto2,1,{'1' '9' '9' '9'});
pl=str2num(info2{1})
```

```

end
%
%Corte no plano desejado (xy, xz ou yz)
nlz=str2num(info{2});      %Se pl=1 plota xy com z=nlz
nly=str2num(info{3});      %Se pl=2 plota xz com y=nly
nlx=str2num(info{4});      %Se pl=3 plota yz com x=nlx
%
% Numero para repetições quadros ao longo do tempo
ntmax=1;
%=====
%Atribuição dos valores de entrada pelo usuario

%  Dimensões do Guia
titulo1='4 - Dimensões do Guia de ondas';
msg1='Insira o valor da largura do guia (em metros):';
msg2='Insira o valor da altura do guia (em metros):';
msg3='Insira o valor do comprimento do guia (em metros):';
entrada1={msg1 msg2 msg3};
valores={'2.2e-2' '1.2e-2' '1.1e-2'};
dados=inputdlg(entrada1, titulo1, 1, valores);
aa=str2num(dados{1});
bb=str2num(dados{2});
cc=str2num(dados{3});
while (aa==0)|(bb==0)|(cc==0)
    titulo2='Erro 2 - Valores Incorretos! Digite novamente.';
    msg1='O valor da largura do guia (em metros):';
    msg2='O valor da altura do guia (em metros):';
    msg3='O valor do comprimento do guia (em metros):';
    entrada1={msg1 msg2 msg3};
    valores={'2.2e-2' '1.2e-2' '1.1e-2'};
    dados=inputdlg(entrada1, titulo2, 1, valores);
    aa=str2num(dados{1});
    bb=str2num(dados{2});
    cc=str2num(dados{3});
end
%  Modos do Guia   m e n
titulo3='5 - Configuração do Guia de ondas';
msg3='Semi-ciclos de variação dos campos em "x" (índice m)';
msg4='Semi-ciclos de variação dos campos em "y" (índice n)';
entrada2={msg3 msg4};
info=inputdlg(entrada2, titulo3);
m=str2num(info{1});
n=str2num(info{2});
while (m==0)&(n==0)
    titulo4='Erro 3-Não existe modo m=n=0! Tente de novo.';
    msg3='Semi-ciclos de variação dos campos em "x" (m)';
    msg4='Semi-ciclos de variação dos campos em "y" (n)';
    entrada2={msg3 msg4};
    info=inputdlg(entrada2, titulo4);
    m=str2num(info{1});
    n=str2num(info{2});
end
if TE~=1
    while (m==0)|(n==0)
        titulo5='Erro 4 - Não existe Modo TM para m=0 ou n=0';
        msg5='Digite novamente o valor de m';
    end
end

```

```

        msg6='Digite novamente o valor de n';
        entrada2={msg5 msg6};
        info=inputdlg(entrada2, titulo5);
        m=str2num(info{1});
        n=str2num(info{2});
    end
end
% Frequencia de operacao
titulo6='6 - Freqüência de Operação';
entrada3='Insira o valor da freqüência (em Hertz):';
valor={'20e9'};
dadof=inputdlg(entrada3, titulo6, 1, valor);
fop=str2num(dadof{1});
%=====
% Dimensões do guia em metros
a=aa;                %largura do guia (eixo x)          2,2 cm
b=bb;                %altura do guia (eixo y)           1,2 cm
c=cc;                %comprimento do guia (eixo z)      1,1 cm
%
pi=4*atan(1);        %constante pi
v=3e8;               %velocidade de propagação [m/s]
f=fop;               %frequencia de operação [Hertz]
eps=8.854e-12;       %permissividade do vácuo [farad/m]
mu=4*pi*1e-7;        %permeabilidade do vácuo [henry/m]
a=1.0;               %constante
b=1.0;               %constante
% -----
rlamb=v/f;           %comprimento de onda [m]
w=2.0*pi*f;          %frequencia angular [rad/s]
rk=2.0*pi/rlamb;      %Constante de fase [1/m]
% -----
rkx=m*pi/aa;
rky=n*pi/bb;
%
rk2=rkx^2.0+rky^2.0;  %número de onda no corte
wc=v*sqrt(rk2);        %frequencia angular no corte [rad/s]
fc=wc/(2.0*pi);        %frequência de corte [Hertz]
beta=rk*sqrt(1-(wc/w)^2.0); %fator de propagação beta (gama=alfa+i*beta)
rlambg=2.0*pi/beta;    %comprimento de onda guiado [m]
periodo=1/f;           %período [s]
%
%Barra de espera de processamento
h1=waitbar(0, 'Em processamento, aguarde...');
for iii=1:50
    waitbar(iii/50, h1);
end
% CÁLCULO DOS CAMPOS TOTAIS E VALORES MAXIMOS PARA ESCALONAMENTO
%
if f>fc
    dt=1./(30*f);
    t=-dt;
    maxete=0.;
    maxetm=0.;
    maxhte=0.;
    maxhtm=0.;
    for nt=1:1:ntmax;

```

```

t=t+dt;
Aguarde=([num2str(nt),' de ',num2str(ntmax)])
for nz=1:nzv;
    z=cc*(nz-1)/(nzv-1);
    for ny=1:nyv;
        y=bb*(ny-1)/(nyv-1);
        for nx=1:nxv;
            x=aa*(nx-1)/(nxv-1);
            % Expressões para o modo TE
            exe4(nx,ny,nz,nt)=-w*mu*rky*b*cos(rkx*x)*sin(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            eye4(nx,ny,nz,nt)=w*mu*rkx*b*sin(rkx*x)*cos(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            eze4(nx,ny,nz,nt)=0.0;
            hxe4(nx,ny,nz,nt)=-beta*rkx*b*sin(rkx*x)*cos(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            hye4(nx,ny,nz,nt)=-beta*rky*b*cos(rkx*x)*sin(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            hze4(nx,ny,nz,nt)=b*cos(rkx*x)*cos(rky*y)*cos(w*t-beta*z);
            % Expressões para o modo TM
            exm4(nx,ny,nz,nt)=beta*rkx*a*cos(rkx*x)*sin(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            eym4(nx,ny,nz,nt)=beta*rky*a*sin(rkx*x)*cos(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            ezm4(nx,ny,nz,nt)=a*sin(rkx*x)*sin(rky*y)*cos(w*t-beta*z);
            hxm4(nx,ny,nz,nt)=-w*eps*rky*a*sin(rkx*x)*cos(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            hym4(nx,ny,nz,nt)=w*eps*rkx*a*cos(rkx*x)*sin(rky*y)*sin(w*t-beta*z)/rkc2;
            hzm4(nx,ny,nz,nt)=0.0;
            %
            aux=sqrt(exe4(nx,ny,nz,nt)^2+eye4(nx,ny,nz,nt)^2+eze4(nx,ny,nz,nt)^2);
            if(maxete<aux)
                maxete=aux;
            end
            aux=sqrt(exm4(nx,ny,nz,nt)^2+eym4(nx,ny,nz,nt)^2+ezm4(nx,ny,nz,nt)^2);
            if(maxetm<aux)
                maxetm=aux;
            end
            aux=sqrt(hxe4(nx,ny,nz,nt)^2+hye4(nx,ny,nz,nt)^2+hze4(nx,ny,nz,nt)^2);
            if(maxhte<aux)
                maxhte=aux;
            end
            aux=sqrt(hxm4(nx,ny,nz,nt)^2+hym4(nx,ny,nz,nt)^2+hzm4(nx,ny,nz,nt)^2);
            if(maxhtm<aux)
                maxhtm=aux;
            end
        end
    end
end
end
%
%
% _____ PLANO XY _____
if (pl==1)
    nz=nlz;
    z=cc*(nz-1)/(nzv-1);
    %
    % Ajustando as variáveis
    for j=1:nyv;
        for i=1:nxv;
            mxp(j,i)=aa*(i-1)/(nxv-1);
            myp(j,i)=bb*(j-1)/(nyv-1);
        end
    end
end

```

```

end
close(h1);
% Plotando TE no plano xy
if (TE==1)
%
for nt=1:1:ntmax;
nt
% criando arquivo plot para plano xy (ny linhas por nx colunas)
%
for ny=1:nyv;
for nx=1:nxv;
exe2(ny,nx)=exe4(nx,ny,nz,nt);
eye2(ny,nx)=eye4(nx,ny,nz,nt);
eze2(ny,nx)=eze4(nx,ny,nz,nt);
hxe2(ny,nx)=hxe4(nx,ny,nz,nt);
hye2(ny,nx)=hye4(nx,ny,nz,nt);
hze2(ny,nx)=hze4(nx,ny,nz,nt);
%
end;
end;
% determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
maxx=abs(max(exe2));
maxy=abs(max(eye2));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scale=mx/maxete;
%
maxx=abs(max(hxe2));
maxy=abs(max(hye2));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scalh=mx/maxhte;
%
% Plotando TExy
% Acertando as bordas do gráfico para ficar contido somente
% dentro dos limites do guia
ntst=1;
if(ntst==1)
for nx=1:nxv;
if (eye2(1,nx)<exe2(1,nx))%parede horizontal inferior
eye2(1,nx)=0.;
exe2(1,nx)=0.;
end
if (eye2(nyv,nx)>exe2(nyv,nx))%parede horizontal superior
eye2(nyv,nx)=0.;
exe2(nyv,nx)=0.;
end
end
for ny=1:nyv;
if (eye2(ny,1)>exe2(ny,1))%parede lateral esquerda
eye2(ny,1)=0;
exe2(ny,1)=0.;

```

```

        end
        if (eye2(ny,nxv)<exe2(ny,nxv));%parede lateral direita
            eye2(ny,nxv)=0;
            exe2(ny,nxv)=0.;
        end
    end
    %
    % Plotando as bordas do guia de ondas
    contour(mxp,my,mp,'w');
end
hold on
quiver(mxp,my,exe2,eye2,scale,'r');
hold on
quiver(mxp,my,hxe2,hye2,scalh,'-.b');
ylabel('Altura do guia (Eixo y)')
xlabel('Largura do guia (Eixo x)')
str = (['Vista do Plano xy para z= ',num2str(z),' metros',' - Modo
TE^z^+_', num2str(m),'_',num2str(n)]);
title (str);
legend('Contorno do guia','E','H','Orientation','horizontal','Location','NO')
hold off
pause(1)
%F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
end
%Criando o arquivo de video a partir da captura da imagem
%movie2avi(F,'Plano_xy_TE.avi', 'compression', 'None', 'fps',1)
%Salvando o valor de cada campo
save exe.txt exe2 -ascii;
save eye.txt eye2 -ascii;
save eze.txt eze2 -ascii;
save hxe.txt hxe2 -ascii;
save hye.txt hye2 -ascii;
save hze.txt hze2 -ascii;
end
% Plotando TM no plano xy
if (TE~=1)
    %
    for nt=1:1:ntmax;
        nt
        % criando arquivo plot para plano xy (ny linhas por nx colunas)
        for ny=1:nyv;
            for nx=1:nxv;
                exm2(ny,nx)=exm4(nx,ny,nz,nt);
                eym2(ny,nx)=eym4(nx,ny,nz,nt);
                ezm2(ny,nx)=ezm4(nx,ny,nz,nt);
                hxm2(ny,nx)=hxm4(nx,ny,nz,nt);
                hym2(ny,nx)=hym4(nx,ny,nz,nt);
                hzm2(ny,nx)=hzm4(nx,ny,nz,nt);
            %
            end;
        end;
        % determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
        maxx=abs(max(exm2));
        maxy=abs(max(eym2));
        mx=max(maxx);
        my=max(maxy);
    end;
end;

```



```

if(mx<my) mx=my;
end
scale=mx/maxetm;
%
maxx=abs(max(hxm2));
maxy=abs(max(hym2));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scalh=mx/maxhtm;
%
%
% Plotando TMxy
% Acertando as bordas do gráfico para ficar contido somente
% dentro dos limites do guia
ntst=1;
if(ntst==1)
    for nx=1:nxv;
        if (eym2(1,nx)<exm2(1,nx));
            eym2(1,nx)=0.;
            exm2(1,nx)=0.;
        end
        if (eym2(nyv,nx)>exm2(nyv,nx));
            eym2(nyv,nx)=0.;
            exm2(nyv,nx)=0.;
        end
    end
    for ny=1:nyv;
        if (eym2(ny,1)>exm2(ny,1));
            eym2(ny,1)=0;
            exm2(ny,1)=0.;
        end
        if (eym2(ny,nxv)<exm2(ny,nxv));
            eym2(ny,nxv)=0;
            exm2(ny,nxv)=0.;
        end
    end
    %
    % Plotando bordas do guia
    contour(mxp,my,exm2,eym2,scale,'w');
end
%
hold on
quiver(mxp,my,exm2,eym2,scale,'r');
hold on
quiver(mxp,my,hxm2,hym2,scalh,'-.b');
ylabel('Altura do guia (Eixo y)')
xlabel('Largura do guia (Eixo x)')
str = (['Vista do Plano xy para z= ',num2str(z),' metros',' - Modo
TM^z^+_', num2str(m),'_',num2str(n)]);
title(str);
legend('Contorno do guia','E','H','Orientation','horizontal','Location','NO')
hold off
pause(0.81)
%F(nt)=getframe(gcf);%Possibilita a captura da imagem

```

```

end
%Criando o arquivo de video
%movie2avi(F,'Plano_xy_TM.avi', 'compression', 'None', 'fps',1)
%Salvando o valor de cada campo
save exm.txt exm2 -ascii;
save eym.txt eym2 -ascii;
save ezm.txt ezm2 -ascii;
save hxm.txt hxm2 -ascii;
save hym.txt hym2 -ascii;
save hzm.txt hzm2 -ascii;
end
%
end
%
%_____FIM PLANO XY_____
%
%_____PLANO XZ_____
if (p1==2)
    ny=nly;
    y=bb*(ny-1)/(nyv-1);
    %
    close(h1);
    % Ajustando variáveis
    for j=1:nzv;
        for i=1:nxv;
            mxp(i,j)=aa*(i-1)/(nxv-1);
            mzp(i,j)=cc*(j-1)/(nzv-1);
        end
    end
end
% PLOTANDO TE plano xz
if (TE==1)
    %
    for nt=1:1:ntmax;
        nt
        % Criando arquivo plot para plano xz
        for nz=1:nzv;
            for nx=1:nxv;
                exe2(nx,nz)=exe4(nx,ny,nz,nt);
                eye2(nx,nz)=eye4(nx,ny,nz,nt);
                eze2(nx,nz)=eze4(nx,ny,nz,nt);
                hxe2(nx,nz)=hxe4(nx,ny,nz,nt);
                hye2(nx,nz)=hye4(nx,ny,nz,nt);
                hze2(nx,nz)=hze4(nx,ny,nz,nt);
            end;
        end;
        %
        % determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
        maxx=abs(max(exe2));
        maxz=abs(max(eze2));
        mx=max(maxx);
        mz=max(maxz);
        if(mx<mz) mx=mz;
    end
    scale=mx/maxete;
    %
    maxx=abs(max(hxe2));

```

```

maxz=abs(max(hze2));
mx=max(maxx);
mz=max(maxz);
if(mx<mz) mx=mz;
end
scalh=mx/maxhte;
%
%
%   Plotando TExz
% Acertando as bordas do gráfico para ficar contido somente
% dentro dos limites do guia
ntst=1;
if(ntst==1)
    for nz=1:nzv;
        if (exe2(1,nz)<eze2(1,nz));%parede horizontal inferior
            exe2(1,nz)=0.;
            eze2(1,nz)=0.;
        end
        if (exe2(nxv,nz)>eze2(nxv,nz));%parede horizontal superior
            exe2(nxv,nz)=0.;
            eze2(nxv,nz)=0.;
        end
    end
    %
    % Plotando bordas do guia
    contour(mzp,mpx,mzp,'w');
end
hold on
quiver(mzp,mpx,eze2,exe2,scale,'r');
hold on
quiver(mzp,mpx,hze2,hxe2,scalh,'-.b');
ylabel('Largura do guia (Eixo x)')
xlabel('Comprimento do guia (Eixo z)')
str = ([ 'Vista do Plano xz para y= ',num2str(y),' metros',' - Modo
TE^z^+_', num2str(m),'_',num2str(n)]);
title(str);
legend('Contorno do guia','E','H','Orientation','horizontal','Location','NO')
hold off
pause(0.81)
%F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
end
%Criando o arquivo de video
%movie2avi(F,'Plano_xz_TE.avi', 'compression', 'None', 'fps',1)
%Salvando o valor de cada campo
save exe.txt exe2 -ascii;
save eye.txt eye2 -ascii;
save eze.txt eze2 -ascii;
save hxe.txt hxe2 -ascii;
save hye.txt hye2 -ascii;
save hze.txt hze2 -ascii;
end
%
%   PLOTANDO TM no plano xz
if (TE~=1)
    y=bb*(ny-1)/(nyv-1);
    %

```

```

for nt=1:1:ntmax;
    nt
    % criando arquivo plot para plano xz
    for nz=1:nzv;
        for nx=1:nxv;
            exm2(nx,nz)=exm4(nx,ny,nz,nt);
            eym2(nx,nz)=eym4(nx,ny,nz,nt);
            ezm2(nx,nz)=ezm4(nx,ny,nz,nt);
            hxm2(nx,nz)=hxm4(nx,ny,nz,nt);
            hym2(nx,nz)=hym4(nx,ny,nz,nt);
            hzm2(nx,nz)=hzm4(nx,ny,nz,nt);
            %
        end;
    end;
    % determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
    maxx=abs(max(ezm2));
    maxy=abs(max(exm2));
    mx=max(maxx);
    my=max(maxy);
    if(mx<my)
        mx=my;
    end
    scale=mx/maxetm;
    %
    maxx=abs(max(hzm2));
    maxy=abs(max(hxm2));
    mx=max(maxx);
    my=max(maxy);
    if(mx<my)
        mx=my;
    end
    scalh=mx/maxhtm;
    %
    %
    ntst=1;
    if(ntst==1)
        for nz=1:nzv;
            if (exm2(1,nz)<ezm2(1,nz));%parede horizontal inferior
                exm2(1,nz)=0.;
                ezm2(1,nz)=0.;
            end
            if (exm2(nxv,nz)>ezm2(nxv,nz));%parede horizontal superior
                exm2(nxv,nz)=0.;
                ezm2(nxv,nz)=0.;
            end
        end
        %
        % Plotando bordas do guia
        contour(mzp,mxp,mzp,'w');
    end
    %
    % Plotando TMxz
    hold on
    quiver(mzp,mxp,ezm2,exm2,scale,'r');
    hold on
    quiver(mzp,mxp,hzm2,hxm2,scalh,'-b');

```

```

        ylabel('Largura do guia (Eixo x)')
        xlabel('Comprimento do guia (Eixo z)')
        str = (['Vista do Plano xz para y= ', num2str(y), ' metros', ' - Modo
TM^z^+_', num2str(m), '_', num2str(n)]);
        title(str);
        legend('Contorno do guia','E','H','Orientation','horizontal','Location','NO')
        hold off
        pause(0.81)
        %F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
    end
    %Criando o arquivo de video
    %movie2avi(F,'Plano_xz_TM.avi', 'compression', 'None', 'fps',1)
    %Salvando o valor de cada campo
    save exm.txt exm2 -ascii;
    save eym.txt eym2 -ascii;
    save ezm.txt ezm2 -ascii;
    save hxm.txt hxm2 -ascii;
    save hym.txt hym2 -ascii;
    save hzm.txt hzm2 -ascii;
end
end
%
%_____FIM PLANO XZ_____

%_____PLANO YZ_____
if (p1==3)
    nx=n1x;
    x=aa*(nx-1)/(nxv-1);
    %
    %Ajustando as variáveis
    for j=1:nzv;
        for i=1:nyv;
            myp(i,j)=bb*(i-1)/(nyv-1);
            mzp(i,j)=cc*(j-1)/(nzc-1);
        end
    end
    close(h1);
    % PLOTANDO TE no plano yz
    if (TE==1)
        %
        for nt=1:1:ntmax;
            nt
            % criando arquivo plot para plano yz
            for nz=1:nzv;
                for ny=1:nyv;
                    exe2(ny,nz)=exe4(nx,ny,nz,nt);
                    eye2(ny,nz)=eye4(nx,ny,nz,nt);
                    eze2(ny,nz)=eze4(nx,ny,nz,nt);
                    hxe2(ny,nz)=hxe4(nx,ny,nz,nt);
                    hye2(ny,nz)=hye4(nx,ny,nz,nt);
                    hze2(ny,nz)=hze4(nx,ny,nz,nt);
                end;
            end;
            % determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
            maxy=abs(max(eye2));
            maxz=abs(max(eze2));

```

```

mx=max(maxy);
my=max(maxz);
if(mx<my) mx=my;
end
scale=mx/maxete;
%
maxy=abs(max(hye2));
maxz=abs(max(hze2));
mx=max(maxy);
my=max(maxz);
if(mx<my) mx=my;
end
scalh=mx/maxhte;
%
%   Plotando TEyz
%
% Acertando as bordas do gráfico para ficar contido somente
% dentro dos limites do guia
ntst=1;
if(ntst==1)
    for nz=1:nzv;
        if (eye2(1,nz)<eze2(1,nz));%parede horizontal inferior
            eye2(1,nz)=0.;
            eze2(1,nz)=0.;
        end
        if (eye2(nyv,nz)>eze2(nyv,nz));%parede horizontal superior
            eye2(nyv,nz)=0.;
            eze2(nyv,nz)=0.;
        end
    end
    %
    % Plotando bordas do guia
    contour(mzp,my,mzp,'w');
end
hold on
quiver(mzp,my,eze2,eye2,scale,'r');
hold on
quiver(mzp,my,hze2,hye2,scalh,'-.b');
ylabel('Altura do guia (Eixo y)')
xlabel('Comprimento do guia (Eixo z)')
str = (['Vista do Plano yz para x= ',num2str(x),' metros',' - Modo
TE^z^+_', num2str(m),'_',num2str(n)]);
title(str);
legend('Contorno do guia','E','H','Orientation','horizontal','Location','NO')
hold off
pause(0.81)
%F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
end
%Criando o arquivo de video
%movie2avi(F,'Plano_yz_TE.avi', 'compression', 'None', 'fps',1)
%Salvando o valor de cada campo
save exe.txt exe2 -ascii;
save eye.txt eye2 -ascii;
save eze.txt eze2 -ascii;
save hxe.txt hxe2 -ascii;
save hye.txt hye2 -ascii;

```

```

        save hze.txt hze2 -ascii;
    end
    %
    %          PLOTANDO TM no plano yz
    if (TE~=1)
        %
        for nt=1:1:ntmax;
            nt
            % criando arquivo plot para plano yz
            for nz=1:nzv;
                for ny=1:nyv;
                    exm2(ny,nz)=exm4(nx,ny,nz,nt);
                    eym2(ny,nz)=eym4(nx,ny,nz,nt);
                    ezm2(ny,nz)=ezm4(nx,ny,nz,nt);
                    hxm2(ny,nz)=hxm4(nx,ny,nz,nt);
                    hym2(ny,nz)=hym4(nx,ny,nz,nt);
                    hzm2(ny,nz)=hzm4(nx,ny,nz,nt);
                %
            end;
        end;
        % determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
        maxy=abs(max(eym2));
        maxz=abs(max(ezm2));
        mx=max(maxy);
        my=max(maxz);
        if(mx<my) mx=my;
        end
        scale=mx/maxetm;
        %
        maxy=abs(max(hym2));
        maxz=abs(max(hzm2));
        mx=max(maxy);
        my=max(maxz);
        if(mx<my) mx=my;
        end
        scalh=mx/maxhtm;
        %
        %          Plotando TMyz
        %
        % Acertando as bordas do gráfico para ficar contido somente
        % dentro dos limites do guia
        ntst=1;
        if(ntst==1)
            for nz=1:nzv;
                if (eym2(1,nz)<ezm2(1,nz));%parede horizontal inferior
                    eym2(1,nz)=0.;
                    ezm2(1,nz)=0.;
                end
                if (eym2(nyv,nz)>ezm2(nyv,nz));%parede horizontal superior
                    eym2(nyv,nz)=0.;
                    ezm2(nyv,nz)=0.;
                end
            end
        end
        %
        % Plotando bordas do guia
        contour(mzp,my,mzp,'w');
    end
end

```

```

        end
        hold on
        quiver(mzp, myp, ezm2, eym2, scale, 'r');
        hold on
        quiver(mzp, myp, hzm2, hym2, scalh, '-.b');
        ylabel('Altura do guia (Eixo y)')
        xlabel('Comprimento do guia (Eixo z)')
        str = (['Vista do Plano yz para x= ', num2str(x), ' metros', ' - Modo
TM^z^+_', num2str(m), '_', num2str(n)]);
        title(str);
        legend('Contorno do guia', 'E', 'H', 'Orientation', 'horizontal', 'Location', 'NO')
        hold off
        pause(0.81)
        %F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
    end
    %Criando o arquivo de video
    %movie2avi(F, 'Plano_yz_TM.avi', 'compression', 'None', 'fps', 1)
    %Salvando o valor de cada campo
    save exm.txt exm2 -ascii;
    save eym.txt eym2 -ascii;
    save ezm.txt ezm2 -ascii;
    save hxm.txt hxm2 -ascii;
    save hym.txt hym2 -ascii;
    save hzm.txt hzm2 -ascii;
end
end
%_____FIM PLANO YZ_____
else
    close(h1);
    msg7='Mude a Frequência de Operação ou altere as dimensões do Guia.';
    titulo7='Erro 5 - ATENÇÃO!!! O Guia está em corte!!!!';
    errorDlg(msg7, titulo7)
end
%FIM DO GUIA DE ONDAS RETANGULAR

```


- Código do Guia de Ondas de Seção Circular

```
%GUIA DE ONDAS CILÍNDRICO
%=====
%Universidade de Brasília      Depto. Engenharia Elétrica  Defesa:
%Projeto Final de Graduação    Autor: Sérgio Tadeu Barros  04/07/2007
%Orientador: Prof. Franklin da Costa Silva, Dr. UNB/ENE
%=====
% campos TMz e TEz
%=====INÍCIO DA ENTRADA DE DADOS
clear
frame=2;
%Definição se o modo será TE ou TM
titulo='1 - Escolha do Modo de Propagação';
msg='Modo TE, tecle OK!  Modo TM, mude o valor e tecle OK!';
entrada={msg};
dados=inputdlg(entrada, titulo, 1, {'1'});
TE=str2num(dados{1});
%
% ATENCAO
% Se TE=1 (um), plota modos TE, caso contrário, modos TM
%
%Distribuição de pontos ao longo dos eixos
texto1='2 - Qualidade gráfica desejada';
text5='Quantidade de pontos na direção z';
text6='Quantidade de pontos que formam o raio';
text7='Valor do ângulo fi que será incrementado';
entra1={text5 text6 text7};
info1=inputdlg(entra1, texto1, 1, {'20' '7' '360'});
%
nzv=str2num(info1{1});      %nzv é o número de pontos na direção z
nrv=str2num(info1{2});      %nrv é o número de pontos que formam o raio
nfiv=str2num(info1{3});      %nfiv é o valor máximo do ângulo fi
for iii=1:361
    ii(iii)=iii;
end
iii=int32(360/nfiv);
nfiinc=ii(iii);             %nfiinc é o incremento para dar uma volta completa
%
%Escolha do plano a ser analisado
%Se pl=1 (plota transversal em z constante)____Se pl=2 (plota longitudinal
%em fi constante)
texto='3 - Escolha do Plano e ponto/ângulo constantes';
text1='Para pl=1 (plota transversal em z constante)
pl=2 (plota longitudinal em fi constante)';
text2='Se pl=1, plota transversal para um determinado ponto z: ';
text3='Se pl=2, plota longitudinal girando de 0 até o ângulo escolhido: ';
entra={text1 text2 text3};
info=inputdlg(entra, texto,1,{'1' '2' '46'});
pl=str2num(info{1});
%Teste para verificar a existência do plano escolhido
while (pl~=1)&(pl~=2)
    texto2='Erro 1 - Plano incorreto! Digite novamente.';
```

Para

```

    text12='Para p1=1 (plota transversal em z constante)
Para p1=2 (plota longitudinal em fi constante)';
    text22='Se p1=1, plota transversal para um determinado ponto z:.';
    text32='Se p1=2, plota longitudinal girando de 0 até o ângulo escolhido:.';
    entra2={text12 text22 text32};
    info2=inputdlg(entra2, texto2,1,{'1' '2' '46'});
    p1=str2num(info2{1});
end
%
%Corte no plano desejado (z constante ou fi constante)
nlz=str2num(info{2});    %Se p1=1 plota transversal com z=nlz
nlfi=str2num(info{3});    %Se p1=2 plota longitudinal com fi=nlfi
%
%=====
%Atribuição dos valores de entrada pelo usuario

% Dimensões do Guia
titulo1='4 - Dimensões do Guia de ondas';
msg1='Insira o valor do raio do guia (em metros):.';
msg2='Insira o valor do comprimento do guia (em metros):.';
entrada1={msg1 msg2};
valores={'3e-2' '4e-2'};
dados=inputdlg(entrada1, titulo1, 1, valores);
aa=str2num(dados{1});
cc=str2num(dados{2});
while (aa==0)|(cc==0)
    titulo2='Erro 2 - Valores Incorretos! Digite novamente.';
    msg1='Insira o valor do raio do guia (em metros):.';
    msg2='Insira o valor do comprimento do guia (em metros):.';
    entrada1={msg1 msg2};
    valores={'3e-2' '4e-2'};
    dados=inputdlg(entrada1, titulo2, 1, valores);
    aa=str2num(dados{1});
    cc=str2num(dados{2});
end

% Modos do Guia n e l
titulo3='5 - Configuração do Guia de ondas';
msg3='Variações circunferenciais (índice n)';
msg4='Variações radiais (índice l)';
entrada2={msg3 msg4};
info=inputdlg(entrada2, titulo3);
n=str2num(info{1});
l=str2num(info{2});
while ((n==0)&(l==0))|(l==0)
    titulo4='Erro 3-Não existe modo n=l=0 ou l=0!';
    msg3='Variações circunferenciais (índice n)';
    msg4='Variações radiais (índice l)';
    entrada2={msg3 msg4};
    info=inputdlg(entrada2, titulo4);
    n=str2num(info{1});
    l=str2num(info{2});
end

% Frequencia de operação
titulo5='6 - Frequência de Operação';
entrada3='Insira o valor da frequência (em Hertz):.';

```

```

valor={'20e9'};
dadof=inputdlg(entrada3, titulo5, 1, valor);
fop=str2num(dadof{1});
%
% Numero de repeticoes dos quadros para gerar o arquivo de video
titulo6='7 - Geração do arquivo de video';
entrada4='Insira o valor da repetição dos quadros';
valor1={'1'};
dadoq=inputdlg(entrada4, titulo6, 1, valor1);
ntmax=str2num(dadoq{1});
time=.00901;
%=====FIM DA ENTRADA DE DADOS

% Raízes da função de Bessel j(n+1,l) e jl(n+1,l). Notar que caso seja escolhido um % modo
superior a n=3 e l=3 o programa irá gerar um erro. Para aumentar as %
possibilidades da simulação devem ser acrescentadas outras raízes.
%
j(1,1)=2.405;
j(1,2)=5.520;
j(1,3)=8.654;
j(2,1)=3.832;
j(2,2)=7.016;
j(2,3)=10.173;
j(3,1)=5.136;
j(3,2)=8.417;
j(3,3)=11.620;
j(4,1)=6.380;
j(4,2)=9.761;
j(4,3)=13.015;
% derivadas
jl(1,1)=3.832;
jl(1,2)=7.016;
jl(1,3)=10.173;
jl(2,1)=1.841;
jl(2,2)=5.331;
jl(2,3)=8.536;
jl(3,1)=3.054;
jl(3,2)=6.706;
jl(3,3)=9.969;
jl(4,1)=4.201;
jl(4,2)=8.015;
jl(4,3)=11.346;
%
%*****#####
% Dimensões do guia em metros
a=aa; %raio do guia 3 cm
c=cc; %comprimento do guia (eixo z) 4 cm
%
%
pi=4*atan(1); %constante pi
v=3e8; %velocidade de propagação [m/s]
f=fop; %frequencia de operação [Hertz]
periodo=1/f; %período [s]
eps=8.854e-12; %permissividade do vácuo [farad/m]
mi=4*pi*1e-7; %permeabilidade do vácuo [henry/m]
an=1.0; %constante

```

```

bn=1.0; %constante
% -----
rlamb=v/f; %comprimento de onda [m]
w=2.0*pi*f; %frequencia angular [rad/s]
rk=2.0*pi/rlamb; %Constante de fase [1/m]
% -----
% Dados para modos TE
rkce=j1(n+1,1)/a;
rkce2=rkce^2;
wce=v*rkce; %frequencia angular no corte [rad/s]
fce=wce/(2.0*pi); %frequência de corte [Hertz]
betae=sqrt(w^2*mi*eps - rkce2); %fator de propagação beta (gama=alfa+i*beta)
rlambeg=2.0*pi/betae; %comprimento de onda guiado [m]
zte=w*mi/betae; %Impedância para o modo TE [Ohm]
%
% Dados para modos TM
rkcm=j(n+1,1)/a;
rkcm2=rkcm^2;
wcm=v*rkcm; %frequencia angular no corte [rad/s]
fcm=wcm/(2.0*pi); %frequência de corte [Hertz]
betam=sqrt(w^2*mi*eps - rkcm2); %
rlambmg=2.0*pi/betam; %comprimento de onda guiado [m]
ztm=betam/(w*eps); %Impedância para o modo TM [Ohm]
%
%Barra de espera de processamento
h1=waitbar(25, 'Em processamento, aguarde...');
for iii=1:50
    waitbar(iii/50, h1);
end
%
if (f>fce)|(f>fcm)
    % CÁLCULO DOS CAMPOS TOTAIS E VALORES MAXIMOS PARA ESCALONAMENTO
    %
    dt=1./(30*f);
    t=6*dt;
    %
    maxete=0.;
    maxetm=0.;
    maxhte=0.;
    maxhtm=0.;
    %
    for nt=1:1:ntmax;
        t=t+dt;
        Aguarde=([num2str(nt),' de ',num2str(ntmax)])

        for nr=1:nrv;
            raio=a*nr/(nrv+1);
            for nf=1:nfiinc:361.;
                fi=(nf-1)*pi/180;
                %
                for nz=1:nzv;
                    z=cc*(nz-1)/(nzv);
                    %
                    % cálculo das derivadas
                    rakce=raio*rkce;
                    rakcm=raio*rkcm;

```

```

n2=n/2.0;
ntst=n2-int32(n2);
% derivadas para modos TE
if (ntst==0); % n par
    besseide=n*besselj(n,rakce)/rakce-besselj(n+1,rakce);
end
if(ntst<0)
    besseide=besselj(n-1,rakce)-n*besselj(n,rakce)/rakce;
end
if(ntst>0)
    besseide=besselj(n-1,rakce)-n*besselj(n,rakce)/rakce;
end
%
% derivadas para modo TM
if (ntst==0); % n par
    bessel dm=n*besselj(n,rakcm)/rakcm-besselj(n+1,rakcm);
end
if(ntst<0)
    bessel dm=besselj(n-1,rakcm)-n*besselj(n,rakcm)/rakcm;
end
if(ntst>0)
    bessel dm=besselj(n-1,rakcm)-n*besselj(n,rakcm)/rakcm;
end
%
%Expressoes para o modo TE
bnrakce=besselj(n,rakce);
swtbz=sin(w*t-betae*z);
cwtbz=cos(w*t-betae*z);
cosnf=cos(n*fi);
sinnf=sin(n*fi);
ere4(nt,nr,nf,nz)=-bn*w*mi*n*bnrakce*sinnf*swtbz/(rkce2*raio);
efe4(nt,nr,nf,nz)=-bn*w*mi*besseide*cosnf*swtbz/rkce;
eze4(nt,nr,nf,nz)=0.0;
hre4(nt,nr,nf,nz)=-efe4(nt,nr,nf,nz)/zte;
hfe4(nt,nr,nf,nz)= ere4(nt,nr,nf,nz)/zte;
hze4(nt,nr,nf,nz)=bn*bnrakce*cosnf*cwtbz;
%
% Expressoes para o modo TM
bnrakcm=besselj(n,rakcm);
swtbz=sin(w*t-betam*z);
cwtbz=cos(w*t-betam*z);
erm4(nt,nr,nf,nz)=an*betam*bessel dm*cosnf*swtbz/rkcm;
efm4(nt,nr,nf,nz)=-an*betam*n*bnrakcm*sinnf*swtbz/(rkcm2*raio);
ezm4(nt,nr,nf,nz)=an*bnrakcm*cosnf*cwtbz;
hrm4(nt,nr,nf,nz)=-efm4(nt,nr,nf,nz)/ztm;
hfm4(nt,nr,nf,nz)= erm4(nt,nr,nf,nz)/ztm;
hzm4(nt,nr,nf,nz)=0.0;
%
%
aux=sqrt(ere4(nt,nr,nf,nz)^2+efe4(nt,nr,nf,nz)^2+eze4(nt,nr,nf,nz)^2);
if(maxete<aux)
    maxete=aux;
end
aux=sqrt(erm4(nt,nr,nf,nz)^2+efm4(nt,nr,nf,nz)^2+ezm4(nt,nr,nf,nz)^2);
if(maxetm<aux)
    maxetm=aux;
end

```

```

        end
        aux=sqrt(hre4(nt,nr,nf,nz)^2+hfe4(nt,nr,nf,nz)^2+hze4(nt,nr,nf,nz)^2);
        if(maxhte<aux)
            maxhte=aux;
        end
        aux=sqrt(hrm4(nt,nr,nf,nz)^2+hfm4(nt,nr,nf,nz)^2+hzm4(nt,nr,nf,nz)^2);
        if(maxhtm<aux)
            maxhtm=aux;
        end
        %
    end
end
end
end

%
% Limpando componentes campo elétrico nas bordas do guia
for nr=nrv:nrv;
    nr
    for nt=1:1:ntmax;
        for nf=1:nfiinc:361.;
            for nz=1:nzv;
                if(ere4(nt,nr,nf,nz)>0.) ere4(nt,nr,nf,nz)=0.;
                end
                if(erm4(nt,nr,nf,nz)>0.) erm4(nt,nr,nf,nz)=0.;
                end
            end
        end
    end
end

%
% _____ PLANO z=constante (boca do guia cilindrico TE/TM) _____
%
%
clear mxp2
clear myp2
for nfi=1:1:361.;
    fi=(nfi-1)*pi/180;
    nrv2=40;
    for nra=1:nrv2;
        % raio=a*nra/nrv;
        sifi=sin(fi);
        cofi=cos(fi);
        % o if abaixo para corrigir erros aproximação
        if(nfi==181)
            sifi=0;
            cofi=-1;
        end
        y=nrv2+nra*sifi;
        x=nrv2+nra*cofi;
        ixx2(nfi,nra)=1;
        iyy2(nfi,nra)=1;
        for jjj=1:nrv2*2;
            if x>1
                x=x-1;
            end
        end
    end
end

```

```

            ixx2(nfi,nra)=ixx2(nfi,nra)+1;
        end
        if y>1
            y=y-1;
            iyy2(nfi,nra)=iyy2(nfi,nra)+1;
        end
    end
end
end
end

%
%
if (p1==1)
    close(h1)
    % Ajustando as variáveis para a quantidade de pontos nos eixos
    nr2=2*nrv;
    nr4=4*nrv+1;
    for j=1:nr4;
        for i=1:nr4;
            mxp(i,j)=a*(i-1)/(nr2);
            myp(i,j)=a*(j-1)/(nr2);
        end
    end
    %
    %
    clear exe
    clear eye
    nz=nlz; %%%%%%%%%% obs programador: atencao na varuavael nz
    t=-dt;
    nrv2=2*nrv;
    for nt=1:ntmax;
        nt
        t=t+dt;
        z=cc*(nz-1)/(nzv);
        nr=0;
        for nr1=1:2:nrv2;;
            nr=nr+1;
            for nf=1:nfiinc:361;
                fi=(nf-1)*pi/180;
                %
                cosfi=cos(fi);
                sinfi=sin(fi);
                %
                ix=int32(nrv2+nr1*cosfi+0.6);
                iy=int32(nrv2+nr1*sinfi+0.6);
                exe(ix,iy)= cosfi*ere4(nt,nr,nf,nz)-sinfi*efe4(nt,nr,nf,nz);
                eye(ix,iy)= sinfi*ere4(nt,nr,nf,nz)+cosfi*efe4(nt,nr,nf,nz);
                hxe(ix,iy)= cosfi*hre4(nt,nr,nf,nz)-sinfi*hfe4(nt,nr,nf,nz);
                hye(ix,iy)= sinfi*hre4(nt,nr,nf,nz)+cosfi*hfe4(nt,nr,nf,nz);
                exm(ix,iy)= cosfi*erm4(nt,nr,nf,nz)-sinfi*efm4(nt,nr,nf,nz);
                eym(ix,iy)= sinfi*erm4(nt,nr,nf,nz)+cosfi*efm4(nt,nr,nf,nz);
                hxm(ix,iy)= cosfi*hrm4(nt,nr,nf,nz)-sinfi*hfm4(nt,nr,nf,nz);
                hym(ix,iy)= sinfi*hrm4(nt,nr,nf,nz)+cosfi*hfm4(nt,nr,nf,nz);
            end
        end
    end
    %

```

```

nexe1=size(exe)
%
%
ix=2*nrv2+1;
iy=ix;
exe(ix,iy)= 0.0;
eye(ix,iy)= 0.0;
hxe(ix,iy)= 0.0;
hye(ix,iy)= 0.0;
exm(ix,iy)= 0.0;
eym(ix,iy)= 0.0;
hxm(ix,iy)= 0.0;
hym(ix,iy)= 0.0;
nexe2=size(exe)
%
%
% Plota TE
if (TE==1)
    %
    % determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
    maxx=max(abs(exe));
    maxy=max(abs(eye));
    mx=max(maxx);
    my=max(maxy);
    if(mx<my) mx=my;
    end
    scale=mx/maxete;
    %
    maxx=max(abs(hxe));
    maxy=max(abs(hye));
    mx=max(maxx);
    my=max(maxy);
    if(mx<my) mx=my;
    end
    scalh=mx/maxhte;
    %
    %
    xc=a;
    yc=a;
    fgh=linspace(0,2*pi);
    xc=xc+a*cos(fgh);
    yc=yc+a*sin(fgh);
    %
    contourc(plot(xc,yc,'k','Linewidth',6));
    hold on
    quiver(mxp,my,exe,eye,scale,'r');
    hold on
    quiver(mxp,my,hxe,hye,scalh,'-b');
    axis equal
    axis([0 2*a 0 2*a])
    ylabel('')
    xlabel('Campo E (em vermelho)          Campo H (em azul)')
    str = (['Vista do Plano da Seção Transversal para z= ',num2str(z),' metros','
- Modo TE^Az^+_', num2str(n),'_',num2str(1)]];
    title (str);

```



```

%legend('E','H','Orientation','horizontal','Location','NO')
hold off
pause(time)
%F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
%Criando o arquivo de video a partir da captura da imagem
%movie2avi(F,'Plano_transversal_TE.avi', 'compression','None', 'fps',frame)
end
save exe.txt exe -ascii;
save eye.txt eye -ascii;
save hxe.txt hxe -ascii;
save hye.txt hye -ascii;
%
% Plota TM
if (TE~=1)
%
% determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
maxx=max(abs(exm));
maxy=max(abs(eym));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scale=mx/maxetm;
%
maxx=max(abs(hxm));
maxy=max(abs(hym));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scalh=mx/maxhtm;
%
xc=a;
yc=a;
fgh=linspace(0,2*pi);
xc=xc+a*cos(fgh);
yc=yc+a*sin(fgh);
%
contourc(plot(xc,yc,'k','Linewidth',6));
hold on
quiver(mxp,my,exm,eym,scale,'r');
hold on
quiver(mxp,my,hxm,hym,scalh,'-b');
axis equal
axis([0 2*a 0 2*a])
ylabel('')
xlabel('Campo E (em vermelho) Campo H (em azul)')
str = (['Vista do Plano da Seção Transversal para z= ',num2str(z),' metros','
- Modo TM^z^+_', num2str(n),'_',num2str(1)]];
title (str);
hold off
pause(time)
%F(nt)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
%Criando o arquivo de video a partir da captura da imagem
%movie2avi(F,'Plano_transversal_TM.avi', 'compression','None', 'fps',frame)
end

```

```

        save exm.txt exm -ascii;
        save eym.txt eym -ascii;
        save hxm.txt hxm -ascii;
        save hym.txt hym -ascii;
    end
end
%
%_____PLANO (corte longitudinal no guia cilindrico TE/TM)_____
if (p1==2)
    close(h1)
    % Ajustando as variáveis para a quantidade de pontos nos eixos
    for ii=1:2*nrv;
        for jj=1:nzv;
            mrp(jj,ii)=a*(ii-1)/(nrv-1);
            mzp(jj,ii)=cc*(jj-1)/(nrv-1);
        end
    end
    end
    t=-dt;
    for nt=1:ntmax;
        t=t+dt;
        %
        % Pode-se plotar vários ângulos
        for nfiini=1:nlfi;
            %
            nf=nfiini;
            for nra1=1:nrv;
                nr=nrv-nra1+1;
                for nz=1:nzv;

                    ere(nz,nra1)= -ere4(nt,nr,nf,nz);
                    eze(nz,nra1)= eze4(nt,nr,nf,nz);
                    hre(nz,nra1)= -hre4(nt,nr,nf,nz);
                    hze(nz,nra1)= hze4(nt,nr,nf,nz);
                    erm(nz,nra1)= -erm4(nt,nr,nf,nz);
                    ezm(nz,nra1)= ezm4(nt,nr,nf,nz);
                    hrm(nz,nra1)= -hrm4(nt,nr,nf,nz);
                    hzm(nz,nra1)= hzm4(nt,nr,nf,nz);

                end
            end
            end

            nf=nfiini+180;
            for nra1=nrv+1:2*nrv;
                nr=nra1-nrv;
                for nz=1:nzv;
                    ere(nz,nra1)= ere4(nt,nr,nf,nz);
                    eze(nz,nra1)= eze4(nt,nr,nf,nz);
                    hre(nz,nra1)= hre4(nt,nr,nf,nz);
                    hze(nz,nra1)= hze4(nt,nr,nf,nz);
                    erm(nz,nra1)= erm4(nt,nr,nf,nz);
                    ezm(nz,nra1)= ezm4(nt,nr,nf,nz);
                    hrm(nz,nra1)= hrm4(nt,nr,nf,nz);
                    hzm(nz,nra1)= hzm4(nt,nr,nf,nz);

                end
            end
            end
            %
            %

```

```

% Plota TE
if (TE==1)
%
% determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
maxx=abs(max(ere));
maxy=abs(max(eze));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scale=mx/maxete;
%
maxx=abs(max(hre));
maxy=abs(max(hze));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end
scalh=mx/maxhte;
%
%
contour(mzp,mrp,mzp,'w');
hold on
quiver(mzp,mrp,eze,ere,scale,'r');
hold on
quiver(mzp,mrp,hze,hre,scalh,'-b');
ylabel('Diâmetro (em metros)')
xlabel ('Campo E (em vermelho) Comprimento do Guia (em metros) Campo H
(em azul)')

str = (['Vista do Plano fi inicial = ',num2str(nfiini-1),' graus'],' -
Modo TE^z^+_', num2str(n),'_',num2str(1)]);
title (str);
%
hold off
pause(time)
%F(nfiini)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
%Criando o arquivo de video a partir da captura da imagem
%movie2avi(F,'Plano_longitudinal_TE.avi','compression', 'None',
'fps',frame)

end
save eze.txt eze -ascii;
save ere.txt ere -ascii;
save hze.txt hze -ascii;
save hre.txt hre -ascii;
%
% Plota TM
if (TE~=1)
%
%
% determinando valor de escalonamento para comprimento dos vetores
maxx=abs(max(erm));
maxy=abs(max(ezm));
mx=max(maxx);
my=max(maxy);
if(mx<my) mx=my;
end

```

```

        scale=mx/maxetm;
        %
        maxx=abs(max(hrm));
        maxy=abs(max(hzm));
        mx=max(maxx);
        my=max(maxy);
        if(mx<my) mx=my;
        end
        scalh=mx/maxhtm;
        %
        %
        contour(mzp,mrp,mzp,'w');
        hold on
        quiver(mzp,mrp,ezm,erm,scale,'r');
        hold on
        quiver(mzp,mrp,hzm,hrm,scalh,'-b');
        ylabel('Diâmetro (em metros)')
        xlabel ('Campo E (em vermelho) Comprimento do Guia (em metros) Campo H
(em azul)')

        str = (['Vista do Plano fi inicial = ',num2str(nfiini-1),' graus',' -
Modo TM^z^+_', num2str(n),'_',num2str(1)]);
        title (str);
        hold off
        pause(time)
        %F(nfiini)=getframe(gcf); %Possibilita a captura da imagem
        %Criando o arquivo de video a partir da captura da imagem
        %movie2avi(F,'Plano_longitudinal_TM.avi','compression', 'None',
'fps',frame)
        end
        save ezm.txt ezm -ascii;
        save erm.txt erm -ascii;
        save hzm.txt hzm -ascii;
        save hrm.txt hrm -ascii;
    end
end
end
%
%
else
    close(h1);
    msg7='Mude a Frequência de Operação ou altere as dimensões do Guia.';
    titulo8='Erro 4 - ATENÇÃO!!! O Guia está em corte!!!!';
    errordlg(msg7, titulo8)
end
%FIM DO GUIA DE ONDAS CILÍNDRICO

```