

## **PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO 2**

# **RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA – ESTUDO E ANÁLISE DAS OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

**Murillo Oliveira Borges**

**Brasília, 19 de dezembro de 2007**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA – ESTUDO E ANÁLISE DAS**  
**OSCILAÇÕES SUBSÍNCRONAS EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE**  
**POTÊNCIA**

**MURILLO OLIVEIRA BORGES**

**MONOGRAFIA SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE**  
**ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA**  
**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS**  
**NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO**  
**ELETRICISTA.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Francisco Damasceno Freitas, Dr. (ENE-UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Luís Filomeno de Jesus Fernandes, Dr. (ENE-UnB)**  
**(Examinador)**

---

**Prof. Mauro Moura Severino, Dr. (ENE-UnB)**  
**(Examinador)**

**BRASÍLIA, 19 DE DEZEMBRO DE 2007**

## FICHA CATALOGRÁFICA

BORGES, MURILLO OLIVEIRA

Ressonância subsíncrona – Estudo e análise das oscilações subsíncronas em sistemas elétricos de potência [Distrito Federal] 2007.

xii, 83p., (ENE/FT/UnB, Engenheiro Eletricista, 2007). Monografia de Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Elétrica.

1. Ressonância subsíncrona

2. Compensação série

3. Modelagem

4. Máquina Síncrona

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Borges, M. O. (2007). Ressonância subsíncrona – Estudo e análise das oscilações subsíncronas em sistemas elétricos de potência. Monografia de Graduação, Publicação ENE 12/2007, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 86p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Murillo Oliveira Borges.

TÍTULO: Ressonância subsíncrona – Estudo e análise das oscilações subsíncronas em sistemas elétricos de potência.

GRAU: Engenheiro Eletricista ANO: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa monografia de graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

---

Murillo Oliveira Borges  
SQN 408, bloco F, apt. 201.  
70.856-060 Brasília – DF – Brasil.

## **Dedicatória**

*Dedico esse trabalho a minha família, fonte de inspiração para continuar sempre, me apoiando em cada desafio e aos meus amigos que durante toda graduação estiveram ao meu lado, sempre dispostos a me ajudar.*

*Murillo Oliveira Borges*

## **Agradecimentos**

*Agradeço a minha mãe e meu pai, que fomentaram esta possibilidade, no entanto o mais importante é que sempre estiveram ao meu lado em cada decisão por mim tomada. Agradeço à minha irmã, cúmplice, sempre com uma palavra de apoio e um sorriso pronto para me alegrar. Agradeço aos meus colegas da Engenharia Elétrica da UnB, principalmente a família ENE02, que durante a graduação foram muito mais que amigos, foram como dito, minha família. Amigos estes que me acolheram, quando preciso, cuidaram de mim e me ensinaram a conviver com as diferenças. Agradeço a todos as pessoas com quem morei na república Goiás é Mais, que durante quase seis anos foram meu apoio diário, no lugar que aprendi a chamar de casa. Agradeço também a todos meus amigos da minha cidade natal, que no momento no qual eu estava formando meu caráter foram e ainda são como irmãos, sempre dispostos a ensinar, ajudar e me fazer rir. Agradeço a todos que participaram deste projeto de uma forma ou outra. Principalmente ao professor Damasceno, que tornou este projeto possível, sempre calmo e confiando em meu potencial. Agradeço a Universidade de Brasília, um mundo novo, uma nova fronteira, da qual me orgulho muito em poder dizer que por lá passei. Agradeço ao CEPEL pela permissão do uso para fins acadêmicos dos softwares PacDyn e ANAREDE. Por último o agradecimento mais importante, a Deus, pela capacidade a mim dada, pois, quando não acreditava mais, as coisas deram certo.*

*Murillo Oliveira Borges*

**Autor: Murillo Oliveira Borges**

**Orientador: Francisco Damasceno Freitas**

**Palavras-chave: ressonância subsíncrona, máquina síncrona, compensação série.**

**Brasília, 19 de dezembro de 2007.**

A desregulamentação do sistema elétrico brasileiro levou a mudanças estruturais no sistema elétrico brasileiro. A crise conhecida como apagão, suscitou a criação de um plano de contingência que contemplava a instalação de diversas pequenas centrais termelétricas. A necessidade de transmissão de grandes quantidades de energia instigou a utilização de compensação série em linhas de transmissão. O conjunto destas duas soluções, usinas termelétricas e compensação série, criam um cenário favorável à ocorrência do fenômeno de ressonância subsíncrona.

Este trabalho traz uma descrição e modelagem matemática necessária para uma análise do fenômeno de ressonância subsíncrona. Descrições de ferramentas de análise são apresentadas. O trabalho contempla a análise do IEEE First Benchmark Model e de um sistema multi-máquinas fictício, que, no entanto, utiliza dados elétricos do gerador da usina a gás UTE Cuiabá-1.

Todas as simulações presentes neste trabalho foram feitas com o uso do software PacDyn [25], utilizando como ferramenta seu módulo PacSSR, do CEPEL.

São descritos métodos possíveis de serem implementados a fim de mitigar a ocorrência de ressonância subsíncrona caso seja identificada a probabilidade de ocorrência do fenômeno em alguma parte do sistema.

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 HISTÓRICO .....	1
1.2 CONTEXTO DO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO .....	1
1.3 IMPORTÂNCIA.....	2
1.4 OBJETIVOS .....	2
1.5 ESTRUTURA DA MONOGRAFIA .....	3
<b>2 FUNDAMENTOS BÁSICOS DA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA .....</b>	<b>4</b>
2.1 DEFINIÇÃO DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA.....	4
2.2 INFLUÊNCIA DAS FREQUÊNCIAS SUBSÍNCRONAS .....	5
2.3 MECÂNIISMOS DE OCORRÊNCIA.....	7
2.3.1 INTERAÇÃO TORCIONAL.....	7
2.3.2 EFEITO GERADOR DE INDUÇÃO.....	7
2.3.3 AMPLIFICAÇÃO DE TORQUE.....	8
2.4 ANÁLISE DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA .....	8
2.4.1 ANÁLISE MODAL.....	9
2.4.2 ANÁLISE BASEADA EM VARREDURA EM FREQUÊNCIA (“FREQUENCY SCAN”).....	9
2.4.3 ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA .....	9
<b>3 MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA .....</b>	<b>10</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	10
3.2 REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DA MÁQUINA SÍNCRONA.....	11
3.3 EQUAÇÕES DE ENLACE DE FLUXO .....	14
3.4 INDUTÂNCIAS .....	15
3.5 TRANSFORMAÇÃO DE PARK.....	15
3.6 TRANSFORMADA $dq0$ APLICADA À MÁQUINA SÍNCRONA.....	16
3.7 RELAÇÃO DE POTÊNCIA E TORQUE NA MÁQUINA SÍNCRONA .....	19
3.8 EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO.....	20
<b>4 ESTABILIDADE TRANSITÓRIA E INTERAÇÕES ELETROMECAÑICAS.....</b>	<b>22</b>
4.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS .....	22
4.2 CONJUNTO MECÂNICO TURBINA-GERADOR .....	25
4.3 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR.....	27
4.4 REDE ELÉTRICA .....	28
4.5 COMPENSAÇÃO SÉRIE NOS SISTEMAS DE POTÊNCIA .....	28
4.6 MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA .....	30
<b>5 RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA.....</b>	<b>34</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	34
5.2 AUTO-EXCITAÇÃO.....	34
5.2.1 RELAÇÕES DE ENLACE PARA O CIRCUITO DE EIXO DIRETO .....	35
5.2.2 RELAÇÕES DE ENLACE PARA O CIRCUITO PARA O EIXO EM QUADRATURA.....	35
5.2.3 RELAÇÕES DE TENSÃO NOS ENROLAMENTOS.....	36
5.2.4 RELAÇÕES DE TENSÕES ATRÁS DAS REATÂNCIAS NO EIXO DIRETO .....	37
5.2.5 AUTO-EXCITAÇÃO NO EIXO DIRETO .....	38
5.3 EFEITO GERADOR DE INDUÇÃO.....	41
5.4 INTERAÇÃO TORCIONAL.....	44
5.5 MÉTODOS DE ANÁLISE DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA .....	47
5.5.1 INTRODUÇÃO A ANÁLISE DO FENÔMENO .....	47
5.5.2 AUTOVALORES, AUTOVETORES E ESTABILIDADE.....	48
5.5.3 VARREDURA EM FREQUÊNCIA (“FREQUENCY SCAN”) .....	51
5.5.4 ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA .....	52
5.5.4.1 DIAGRAMA DE BODE .....	52
5.5.4.2 DIAGRAMA DE NYQUIST .....	52
<b>6 ANÁLISE COMPUTACIONAL DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA ..</b>	<b>54</b>
6.1 PRIMEIRO BENCHMARK DO IEEE .....	54
6.2 SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL COM REGULADOR AUTOMATICO DE TENSÃO (AVR) 60 .....	60
6.3 SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL COM AVR E ESTABILIZADOR DE SISTEMAS DE POTÊNCIA .....	62
6.4 SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL SUJEITO A RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA .....	65
6.5 SISTEMA MULTI-MÁQUINAS.....	67
<b>7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>74</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>76</b>
<b>APÊNDICE – FORMAS DE MITIGAR A RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA.....</b>	<b>78</b>

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Fenômenos comuns aos sistemas de potência em escala no tempo .....	4
Figura 2.2 – Sistema série com compensação capacitiva série .....	5
Figura 3.1 – Representação do rotor e do estator de uma máquina síncrona de rotor liso.	11
Figura 3.2 - diagrama fasorial das forças eletromotrizes e magnetotrizes geradas. ....	12
Figura 4.1 – Representação dos parâmetros concentrados do eixo turbina-gerador.....	26
Figura 4.2 – Rede elétrica com compensação capacitiva série. ....	30
Figura 5.1 – Representação dos circuitos de uma máquina síncrona na referencia dq0. ....	34
Figura 5.2 – Representação dos circuitos e enlaces de uma máquina síncrona no eixo direto.....	37
Figura 5.3 – Capacitâncias C, ligadas aos terminais de uma máquina síncrona. ....	38
Figura 5.4 – Máquina síncrona funcionando como gerador, conectada a uma barra infinita por meio de uma linha de transmissão com compensação série.....	42
Figura 5.5 – Representação multimassa de um conjunto turbina-gerador. ....	45
Figura 6.1 – Diagrama unificar do IEEE First Benchmark Model. ....	54
Figura 6.2 – Configuração mecânica das massas rotativas do sistema IEEE First Benchmark. ....	55
Figura 6.3 – Autovalores do sistema no plano complexo para $X_c=0,35pu$ . ....	56
Figura 6.4 – Resposta em frequência da velocidade do eixo do turbogerador. ....	57
Figura 6.5 – <i>Mode-shapes</i> de velocidade do sistema IEEE First Benchmark. ....	58
Figura 6.6 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu, representação...	59
Figura 6.7 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu, representação com inércias infinitas. ....	59
Figura 6.8 – Desvios de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu para as representações multimassa, curva vermelha e eixo rígido, curva azul. ....	60
Figura 6.9 – Diagrama de blocos do regulador automático de tensão – AVR – implementado.....	60
Figura 6.10 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da máquina síncrona. ....	61
Figura 6.11 – Estabilizador de sistemas de potência 1. ....	62
Figura 6.12 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da máquina síncrona com AVR e ESP implementados. ....	63
Figura 6.13 – Filtro torcional e novo ESP sugerido, respectivamente. ....	63

Figura 6.14 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da maquina síncrona com AVR, Filtro Torcional e PSS implementados. ....	64
Figura 6.15 – LGR do sistema com a variação da compensação. ....	65
Figura 6.16 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo do gerador com $X_c=0,379$ . ....	66
Figura 6.17 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da excitatriz com $X_c=0,379$ . ....	66
Figura 6.18 – Diagrama unifilar do sistema a ser simulado. ....	67
Figura 6.19 – Representação das massas que compõem o conjunto turbina-gerador. ....	67
Figura 6.20 – Resposta em freqüência da velocidade do eixo do turbogerador. ....	68
Figura 6.21 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo do conjunto turbina-gerador de uma das máquinas com $X_c=7,855\%$ . ....	69
Figura 6.22 – Resposta em freqüência da velocidade do eixo do turbogerador. ....	72
Figura 6.23 - Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo do conjunto turbina-gerador de uma das máquinas com $X_c=7,855\%$ . ....	73

# LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Indutâncias da máquina síncrona.....	15
Tabela 5.1 – Análise de estabilidade a partir de autovalores.....	49
Tabela 5.2 – Comportamento dinâmico do sistema em função da localização dos autovalores.....	51
Tabela 6.1 – Dados elétricos do gerador síncrono do IEEE First Benchmark Model.....	55
Tabela 6.2 – Dados dinâmicos do conjunto turbo-gerador do IEEE First Benchmark....	55
Tabela 6.3 – Autovalores para o sistema com $X_c=0,35$ pu.....	56
Tabela 6.4 – Autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com AVR implementado	61
Tabela 6.5 – Autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com AVR e PSS implementados.....	62
Tabela 6.6 – Autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com AVR, Filtro torcional e PSS implementados.....	64
Tabela 6.7 – Dados dinâmicos do conjunto turbo-gerador do sistema multi-máquina..	67
Tabela 6.8 – Autovalores para o sistema multi-máquina proposto com $X_c=7,844\%$ ....	68
Tabela 6.9 – Dados elétricos do gerador síncrono a gás da UTE Cuiabá-1.....	70
Tabela 6.10 – Dados dinâmicos do conjunto turbo-gerador do multi-máquina com valores típicos para um gerador de 186 MVA modificados para ocorrência de ressonância subsíncrona.....	70
Tabela 6.11 – Autovalores para o sistema multi-máquina proposto multi-máquina com valores típicos para um gerador de 186 MVA modificados para ocorrência de ressonância subsíncrona e $X_c=7,844\%$ .....	70

# LISTA DE SÍMBOLOS

$n$	<i>velocidade mecânica do rotor em rpm</i>
$f$	<i>freqüência da tensão induzida no enrolamento de armadura</i>
$X_{\varphi d}$	<i>reatância de magnetização de eixo direto</i>
$X_{\varphi q}$	<i>reatância de magnetização de eixo de quadratura</i>
$X_{disp}$	<i>reatância de dispersão do enrolamento de armadura</i>
$X_d$	<i>reatância síncrona de eixo direto</i>
$X'_d$	<i>reatância transitória de eixo direto</i>
$X''_d$	<i>reatância subtransitória de eixo direto</i>
$X_q$	<i>reatância síncrona de eixo de quadratura</i>
$X'_q$	<i>reatância transitória de eixo de quadratura</i>
$X''_q$	<i>reatância subtransitória de eixo de quadratura</i>
$L_{aa,bb,cc}$	<i>indutâncias próprias das fases a, b e c</i>
$L_{ab,bc,ca}$	<i>indutâncias mútuas entre as fases a, b e c</i>
$L_{FF}$	<i>indutância própria do enrolamento de campo</i>
$L_{di,qi}$	<i>indutância própria do i-ésimo circuito amortecedor de eixo direto ou de eixo de quadratura do rotor</i>
$L_{fdi,fdq}$	<i>indutâncias mútuas entre o enrolamento de campo e o i-ésimo circuito amortecedor de eixo d ou eixo q no rotor</i>
$L_{af,bf,cf}$	<i>indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase no estator e o enrolamento de campo no rotor</i>
$L_{adi,bdi,cdi}$	<i>indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase no estator e o i-ésimo enrolamento amortecedor de eixo direto</i>
$L_{aqi,bqi,cqi}$	<i>indutâncias mútuas entre os enrolamentos de fase no estator e o i-ésimo enrolamento amortecedor de eixo de quadratura</i>
$\lambda_{a,b,c}$	<i>enlaces de fluxo dos enrolamentos de fase da armadura</i>
$\lambda_{di,qi}$	<i>enlaces de fluxo dos enrolamentos amortecedores de eixos direto e quadratura</i>
$\lambda_f$	<i>enlace de fluxo do enrolamento de campo</i>
$\lambda_d$	<i>enlace de fluxo do enrolamento de armadura no eixo d</i>
$\lambda_q$	<i>enlace de fluxo do enrolamento de armadura no eixo q</i>
$R_f$	<i>resistência ôhmica do enrolamento de campo</i>
$R_{a,b,c}$	<i>resistências ôhmicas dos enrolamentos da armadura</i>
$L'_d$	<i>indutância transitória</i>
$L''_d$	<i>indutância subtransitória</i>
$T'_{d0}$	<i>constante de tempo transitória do enrolamento de armadura a circuito aberto</i>

$T''_{d0}$	<i>constante de tempo subtransitória do enrolamento de armadura a circuito aberto</i>
$T'_d$	<i>constante de tempo transitória do enrolamento de armadura em curto-circuito</i>
$T''_d$	<i>constante de tempo subtransitória do enrolamento de armadura em curto-circuito</i>
$P$	<i>potência elétrica</i>
$T$	<i>conjugado</i>
$M$	<i>momento cinético</i>
$J$	<i>momento de inércia</i>
$D$	<i>coeficiente de amortecimento</i>
$J_i$	<i>momento de inércia da i-ésima massa</i>
$D_i$	<i>coeficiente de amortecimento próprio da i-ésima massa</i>
$J_{ij}$	<i>coeficiente de amortecimento mútuo entre a i-ésima e j-ésima massas</i>
$K_{ij}$	<i>constantes elásticas torcionais das seções do eixo que unem a i-ésima e j-ésima massas</i>
$\Theta_i$	<i>ângulo de coordenada da i-ésima massa em relação a um referencial apropriado</i>
$\zeta$	<i>coeficiente de amortecimento relativo</i>
$t$	<i>tempo em segundos</i>
$E, V$	<i>representação de fasor tensão</i>
$I$	<i>representação de fasor corrente</i>
$\omega_b$	<i>velocidade angular base.</i>
$\omega$	<i>velocidade angular</i>
$H$	<i>constante de inércia</i>
$\delta$	<i>ângulo de carga</i>
$AVR$	<i>regulador automático de tensão</i>
$ESP$	<i>estabilizador de sistemas de potência</i>
$RSS$	<i>ressonância subsíncrona</i>
$HP$	<i>turbina de alta pressão</i>
$IP$	<i>turbina de pressão intermediária</i>
$LPA$	<i>turbina de baixa pressão A</i>
$LPB$	<i>turbina de baixa pressão B</i>
$GEN$	<i>gerador</i>
$EXC$	<i>excitatriz</i>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 HISTÓRICO

O advento da transmissão de grandes blocos de energia elétrica a grandes distâncias gerou fenômenos envolvendo grandezas elétricas e mecânicas que podem comprometer o funcionamento normal do sistema elétrico e acarretar danos a equipamentos e a atendimento inadequado de consumidores.

Uma forma economicamente viável e de fácil implantação para aumentar a capacidade de transmissão de linhas de transmissão de médias e de longas distâncias é a compensação série de linhas.

Entretanto, existem problemas de interação de sistemas de transmissão compensados por capacitores em série e com os eixos do conjunto turbina-gerador de máquinas térmicas.

Dois incidentes ocorridos nos Estados Unidos, na unidade de geração de Mohave em 1970 e 1971, evidenciaram que existem interações entre sistemas mecânicos dos geradores e sistemas elétricos tão sérios que podem destruir os turbogeradores [9]. Nos estudos sobre os incidentes, destacam-se aqueles relativos a ressonância subsíncrona e interação torcional.

## 1.2 CONTEXTO DO SISTEMA ELÉTRICO BRASILEIRO

As dimensões continentais do Brasil aliada a condições naturais e outros fatores (econômicos e políticos podem ser citados) são altamente favoráveis à construção de grandes usinas hidroelétricas. As usinas hidroelétricas afastadas dos grandes centros criaram a necessidade de longas linhas de transmissão compensadas no sistema interligado nacional.

Em decorrência da falta de planejamento e investimentos, viu-se mais ou menos no início da primeira década deste século, viu-se sob uma crise energética em parte atribuída à baixa reserva hidráulica para geração de energia nos locais onde se fazia necessário.

A criação de um regime de racionamento de energia elétrica, que culminou na implantação pelo Governo Federal do chamado Plano Prioritário de Termelétricas (PPT), por meio do Decreto nº 3.371, de 24/02/2000, do Ministério das Minas e Energia, definiu a implantação de 49 centrais termelétricas, totalizando uma capacidade geradora prevista de aproximadamente 16 GW.

Diferentemente dos geradores hidráulicos, o rotor de um gerador termelétrico consiste em uma estrutura mecânica complexa, constituída por diversas massas girantes conectadas por meio de longos eixos não-rígidos. Durante perturbações no sistema, são originadas oscilações torcionais entre as

diferentes seções do eixo turbina-gerador. A faixa de frequência dessas oscilações normalmente coincide com as frequências naturais da rede elétrica quando capacitores série estão presentes. Essas oscilações geralmente ocorrem em frequências abaixo da frequência síncrona e, por isso, são denominadas oscilações subsíncronas. Sob determinadas condições, poderá existir interação adversa com o sistema elétrico ou com os sistemas de controle da máquina, submetendo o rotor a conjugados intensos. Se a amplitude dos torques originados por estas oscilações for muito elevada ou o efeito acumulativo de torques de baixa amplitude for considerável, a fadiga do eixo pode levar à sua deformação ou até mesmo à sua ruptura.

### **1.3 IMPORTÂNCIA**

Com a finalidade de transmitir grandes blocos de energia através de linhas de transmissão, têm sido pesquisadas e desenvolvidas novas técnicas. Essas novas técnicas buscam uma garantia de segurança operativa, confiabilidade do atendimento e segurança dos equipamentos envolvidos.

A compensação série capacitiva foi uma das soluções adotadas nos sistemas de transmissão de energia elétrica como forma de aumentar a capacidade de transmissão de energia. No entanto, com a inserção da compensação série nas linhas de transmissão, foi verificada a existência de oscilações subsíncronas.

A importância do tema para a engenharia de sistemas elétricos de potência tem ganhado importância haja vista a crescente demanda no consumo de energia, a proliferação de pequenas centrais termoelétricas e a construção de longas linhas de transmissão nos sistemas elétricos brasileiros.

### **1.4 OBJETIVOS**

Este trabalho tem por objetivo apresentar o fenômeno de ressonância subsíncrona, o qual é passível de ocorrer em redes CA de sistemas de transmissão com compensação capacitiva série.

## 1.5 ESTRUTURA DA MONOGRAFIA

Para atingir os objetivos citados no item anteriormente esta monografia foi dividida em 7 (sete) capítulos.

No primeiro capítulo, tem-se uma discussão prévia acerca do tema. Sendo apresentado um histórico do fenômeno, além das motivações para o estudo e uma revisão bibliográfica sobre o tema discutido.

O segundo capítulo visa caracterizar e descrever de forma sucinta o fenômeno de ressonância subsíncrona, tendo como base a análise da participação das frequências subsíncronas nos geradores e no sistema elétrico associado.

O terceiro capítulo traz a modelagem matemática da máquina síncrona. Nesse capítulo, são descritas as equações de tensão, enlace de fluxo e demais equacionamentos que definem o comportamento da máquina síncrona ligada ao sistema elétrico de potência.

No quarto capítulo, são apresentadas as equações que modelam a interligação do sistema eletromecânico turbina-gerador e a rede elétrica.

O quinto capítulo discorre sobre o tema central do trabalho, o fenômeno da ressonância subsíncrona em sistemas de potência. É feita uma análise matemática completa do sistema elétrico em estudo a fim de determinar a ocorrência de ressonância subsíncrona.

No sexto capítulo, analisam-se dados do sistema para ressonância subsíncrona, sendo apresentados testes e resultados de um sistema o IEEE e também de um sistema, com dados de uma máquina real do sistema interligado nacional.

O sétimo capítulo traz as principais conclusões e sugestões para continuação e/ou trabalhos futuros.

# 2 FUNDAMENTOS BÁSICOS DA RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

## 2.1 DEFINIÇÃO DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

Formalmente pode-se definir que a ressonância subsíncrona (RSS) é “uma condição elétrica do sistema de potência em que a rede elétrica troca significativa energia com o conjunto turbina-gerador em uma ou mais frequências naturais do sistema combinado, abaixo da frequência síncrona, e subsequente a um distúrbio tendo como condição inicial o equilíbrio” [10].

Com a crescente utilização de compensação série na rede elétrica pode ocorrer o aparecimento de uma frequência natural,  $f_{re}$ , cuja frequência se encontra abaixo da frequência síncrona da rede. Em dados pontos de operação a rede pode trocar energia com o turbogerador, em uma ou mais frequências, caracterizando a ressonância subsíncrona.

Para se ter uma idéia dos diversos fenômenos e suas faixas de frequência é mostrada na Figura 2.1 [20] uma escala de tempo dos fenômenos mais comuns aos sistemas de potência. Como se pode ver, temos desde fenômenos lentos, de horas, como a mudança da curva de carga, até fenômenos rapidíssimos como surtos atmosféricos. A faixa de análise que se encontra no escopo deste trabalho, oscilações subsíncronas, se encontra mais próxima da faixa de estabilidade eletromecânica. Desta forma podemos afirmar, que a menos de algumas considerações, os modelos utilizados para análise de estabilidade eletromecânica podem, e serão doravante, utilizados nos estudos de oscilações subsíncronas.

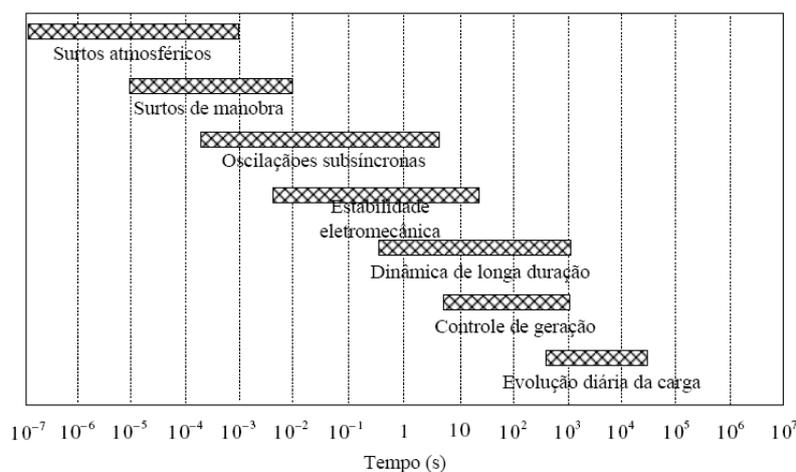


Figura 2.1 – Fenômenos comuns aos sistemas de potência em escala no tempo.

Compondo as oscilações subsíncronas tem-se:

- A ressonância subsíncrona, resultante da interação entre os sistemas elétricos e mecânicos da máquina síncrona e as frequências naturais presentes em redes elétricas compensadas.
- Interação torcional com sistemas de controle, que podem introduzir torques de amortecimento negativo na faixa de frequência subsíncrona, provocando instabilização de modos torcionais.
- Fadiga torcional decorrente de manobras na rede elétrica. Este fenômeno está relacionado aos torques transitórios originados nos geradores síncronos devido a perturbações no sistema de transmissão.

Como o enfoque deste trabalho é mais voltado para análise modal, este último fenômeno não será alvo de estudo neste trabalho. Mais informações acerca deste tema podem ser encontradas nas referências [6] e [10].

## 2.2 INFLUÊNCIA DAS FREQUÊNCIAS SUBSÍNCRONAS

Considere um sistema simples, formado de uma unidade geradora conectada a uma barra infinita, através de uma linha de transmissão série-compensada, conforme mostra o diagrama unifilar na Figura 2.2 [20]:

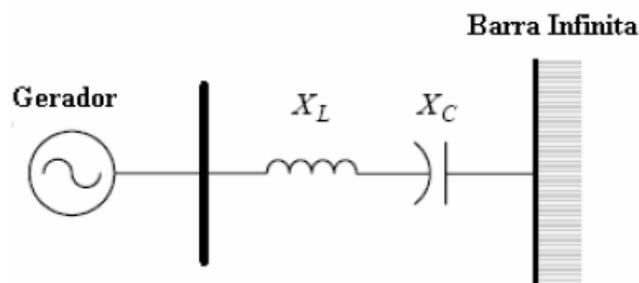


Figura 2.2 – Sistema com compensação capacitiva série.

A frequência natural de oscilação é dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \omega_B \sqrt{\frac{X_c}{X_L}} \quad (2.1)$$

Em que:

$\omega_n$  é a frequência natural, em rad/s;

$\omega_B$  é a frequência síncrona do sistema, em rad/s;

L e C representam a indutância e capacitância equivalente do sistema ilustrado, em henry e farad, respectivamente;

$X_L$  e  $X_C$  também correspondem às reatâncias indutiva e capacitiva à frequência síncrona do sistema ilustrado, em ohms.

Da equação (2.1), verifica-se que, para este sistema, a frequência natural  $\omega_n$  será sempre inferior a frequência síncrona  $\omega_B$ , dado que o capacitor série compensa apenas parte da reatância indutiva da linha de transmissão ( $X_L > X_C$ ). Na verdade, a equação (2.1) deveria considerar a reatância equivalente do gerador no cálculo de  $\omega_n$ , no entanto para simplificação a mesma será desprezada. Modelos para a máquina síncrona e detalhes acerca do acoplamento à rede elétrica serão apresentados no Capítulo 3.

Foi visto que os sistemas de transmissão série compensados capacitivamente introduzem frequências naturais de oscilação na faixa subsíncrona. Estas oscilações aparecem na máquina síncrona, induzindo torques característicos no rotor. Estes torques induzidos podem interagir de forma adversa com os sistemas elétricos e mecânicos associados ao conjunto turbina-gerador, tornando o sistema auto-excitado [20].

O efeito das correntes subsíncronas presentes nos enrolamentos do estator nos torques induzidos no rotor da máquina síncrona também são importantes no presente estudo. Tais correntes subsíncronas criam campos girantes na armadura da máquina, com frequência angular  $\omega_n$ . Uma vez que as velocidades da bobina e do campo magnético girante não são mais iguais, serão induzidas tensões e correntes na bobina.

Sabe-se que a presença de correntes subsíncronas na armadura das máquinas síncronas [20] produzem torques nas frequências  $(\omega_s - \omega_n)$  e  $2(\omega_s - \omega_n)$  no rotor da máquina.

Se uma das duas frequências citadas acima, coincidir ou for bastante próxima a frequência natural de vibração do sistema mecânico, o sistema pode ficar instável.

## 2.3 MECÂNIISMOS DE OCORRÊNCIA

Encontra-se na literatura três tipos de mecanismos distintos de ocorrência do problema. Dois mais comuns são originados da reflexão das frequências naturais da rede elétrica no eixo mecânico do conjunto turbina-gerador de um gerador síncrono. São eles: *Efeito gerador de indução e interação torcional*. O terceiro tipo encontrado na literatura é denominado *amplificação de torque* [5]. Nos itens subsequentes será descrito de forma sucinta cada mecanismo separadamente.

### 2.3.1 INTERAÇÃO TORCIONAL

A interação torcional envolve tanto o sistema elétrico quanto o sistema mecânico associado ao eixo turbina-gerador. É sabido que o sistema mecânico do eixo turbina-gerador apresenta diversas frequências naturais de oscilação, em geral, situadas na faixa subsíncrona. Estas oscilações são refletidas da rede elétrica. Caso uma destas frequências seja próxima a alguma das frequências naturais da rede, as correntes percorridas na armadura da máquina induzem torques eletromagnéticos que amplificam as oscilações originais.

Quando estes torques superam os torques de amortecimento inerentes ao sistema mecânico, o sistema torna-se auto-excitado [10]. Em geral, fenômenos desta natureza têm consequências catastróficas para o eixo do turbogerador. Mesmo que o sistema não seja instável, pequenas perturbações podem resultar em esforços torcionais de grande magnitude, causando perda de vida útil do eixo por fadiga contínua.

### 2.3.2 EFEITO GERADOR DE INDUÇÃO

O efeito gerador de indução é um fenômeno de origem estritamente elétrica sendo causado por auto-excitação do sistema elétrico associado ao gerador. Uma vez que os circuitos do rotor girem mais rápido que o campo magnético girante produzido pelas correntes subsíncronas na armadura (operação como gerador), a resistência do rotor vista pela armadura para tais correntes fica negativa. Esta característica é semelhante à operação de uma máquina de indução [20].

Sendo desconsiderado o efeito da saliência transitória, o comportamento da máquina síncrona seria idêntico ao de um gerador de indução, frente às frequências subsíncronas. Desta forma, na presença de frequências subsíncronas, o escorregamento torna-se negativo e, conseqüentemente, também a resistência do rotor. Para valores elevados de compensação série, esta resistência aparente negativa pode superar a resistência da rede, resultando efetivamente em um circuito RLC com resistência negativa. Sob esta condição, o sistema elétrico torna-se auto-excitado, provocando oscilações de tensão e de corrente cujas amplitudes são crescentes no tempo [20].

### 2.3.3 AMPLIFICAÇÃO DE TORQUE

A diferença entre a interação torcional e a amplificação de torque está na causa. São perturbações no sistema que impõem torques transitórios aos rotores dos geradores síncronos. Em um sistema de transmissão sem capacitores série, estes transitórios sempre decaem com uma constante de tempo dada pela razão da indutância pela resistência do sistema. Em linhas de transmissão compensadas capacitivamente, as correntes originadas por estes distúrbios são oscilatórias podendo conter componentes em diversas frequências subsíncronas. Se o complemento de uma destas frequências ( $\omega_n - \omega_s$ ) for próximo de alguma das frequências naturais do eixo turbina-gerador, torques muito elevados podem ser originados. Assim, os torques transitórios resultantes provocam esforços torcionais nos eixos dos turbogeradores, podendo contribuir para a perda de vida útil por fadiga mecânica é resultado de grandes perturbações no sistema, tais como o chaveamento de longas linhas de transmissão e capacitores, curtos-circuitos, entre outros, portanto, são de difícil avaliação partindo de modelos lineares. Portanto são de difícil avaliação considerando-se apenas modelos lineares. Nestes casos, simulações no domínio do tempo utilizando programas do tipo EMTP (“Electromagnetic Transients Programs”) são mais apropriadas [20].

## 2.4 ANÁLISE DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

A análise do fenômeno de ressonância subsíncrona, em geral, é feita a partir de modelos linearizados do sistema. As três principais técnicas utilizadas são:

Análise modal, que utiliza autovalores e *mode-shapes*.

Análise no tempo, baseada em simulações no domínio do tempo.

Análise na frequência, baseada em técnicas de varredura no domínio da frequência (“*frequency scan*”) e diagrama de Nyquist.

Cada técnica será explanada sucintamente nos itens subsequentes. No entanto maiores aprofundamentos acerca de cada uma são apresentados nas referências [1] e [5].

### **2.4.1 ANÁLISE MODAL**

É uma das técnicas preferidas para análise envolvendo sistemas de grande porte. A mesma fornece resultados mais precisos, apesar esforço computacional que requer. A análise dos autovalores fornece informações importantes acerca de oscilações, amortecimentos, dos componentes do sistema e de seus sistemas de controle. A técnica requer linearização do sistema em um ponto de operação [13].

### **2.4.2 ANÁLISE BASEADA EM VARREDURA EM FREQUÊNCIA (“FREQUENCY SCAN”)**

Este método consiste na avaliação da impedância vista do rotor da máquina síncrona sob estudo, variando-se quanto a frequência. Caso essa impedância apresente um valor de reatância negativo ou próximo de zero em uma determinada frequência, é uma indicação de uma resistência negativa vista pelo rotor da máquina. Desta forma, é verifica-se o efeito do gerador de Indução. Trata-se de um método eficiente e amplamente utilizado em estudos no setor elétrico. O programa ATP pode ser utilizado eficientemente para gerar a varredura em frequência requerida.

### **2.4.3 ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

Este método aplica a técnica de construção de diagramas de Nyquist. Com base em uma função de transferência do sistema de potência, a qual é calculada levando em conta a modelagem da rede elétrica e considerando uma representação dos geradores e de seus respectivos eixos mecânicos. Este método engloba os efeitos de gerador de indução e interação torcional, bem como pode indicar se ocorre interações entre as máquina. A aplicação deste método é uma ferramenta importante para avaliação do fenômeno de ressonância subsíncrona, porém a interpretação dos seus resultados não é tão simples como em outros métodos existentes [17].

# 3 MODELAGEM DA MÁQUINA SÍNCRONA

## 3.1 INTRODUÇÃO

A máquina síncrona é constituída de dois elementos básicos: rotor e estator. Os enrolamentos do estator, também chamado de armadura, são uniformemente distribuídos e deslocados espacialmente em  $120^\circ$  um do outro. Quando por estes enrolamentos circula uma corrente trifásica, equilibrada, cria-se um campo magnético girante no entreferro à velocidade síncrona. O rotor, por sua vez, possui um enrolamento principal denominado enrolamento de campo, o qual conduz a corrente contínua responsável pela produção do campo magnético de excitação. Como consequência do movimento relativo entre o rotor e o estator tem-se uma tensão produzida nos terminais do enrolamento de armadura.

Se a armadura for constituída de um enrolamento trifásico, a tensão gerada trifásica gerada terá a mesma freqüência do giro do rotor, desde que esta seja uma máquina de 2 pólos. Para máquinas de  $p$  pólos, uma volta corresponde a  $P/2$  ciclos da tensão obtida nos terminais do enrolamento de armadura. Portanto a freqüência elétrica das correntes no estator é determinada a partir da velocidade mecânica do rotor da máquina síncrona, dada pela seguinte relação:

$$n = \frac{120f}{p} \text{ (rpm)} \quad (3.1)$$

Em que:

$n$  – velocidade mecânica do rotor;

$f$  – freqüência da tensão gerada na armadura;

$p$  – número de pólos do enrolamento de campo.

A estrutura básica do rotor pode ser de dois tipos construtivos: rotor liso ou de pólos salientes. Hidrogeradores operam a baixas velocidades e, portanto, necessitam de um número elevado de pólos para produzir a freqüência nominal. Para isso, uma estrutura com pólos salientes é mais apropriada. Geralmente, estes são ainda equipados com enrolamentos amortecedores curto-circuitados localizados no rotor, cujo objetivo principal é contribuir para o amortecimento de oscilações eletromecânicas do rotor. Por outro lado, turbogeradores são projetados para operar em velocidades elevadas e, portanto, uma estrutura cilíndrica com dois ou quatro pólos é mais adequada. As características construtivas de rotores lisos não permitem a utilização de enrolamentos amortecedores. No entanto, a estrutura maciça do rotor proporciona múltiplos caminhos para correntes parasitas, cujo efeito é equivalente à representação de enrolamentos amortecedores nos eixos, direto e em quadratura.

### 3.2 REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DA MÁQUINA SÍNCRONA

A primeira consideração a ser feita na concepção do modelo da máquina síncrona é a determinação do número de enrolamentos amortecedores equivalentes em cada eixo. Para os hidrogeradores, estes enrolamentos existem de fato e a representação de um enrolamento amortecedor em cada eixo é suficiente ( $kd$  e  $kq$ ). Para a faixa de frequência de interesse nos estudos de estabilidade e oscilações subsíncronas, a representação de um enrolamento amortecedor no eixo  $d$  ( $kd$ ) e dois no eixo  $q$  ( $gq$  e  $kq$ ) representam o efeito das correntes parasitas com boa precisão para turbogeradores.

Dado que o foco principal do estudo são as oscilações subsíncronas que estão relacionadas com o desempenho dos turbogeradores, será apresentado o desenvolvimento do modelo considerando os enlaces de fluxo entre o rotor e o estator. A Figura 3.1 [20] mostra a estrutura básica de uma máquina síncrona de rotor liso.

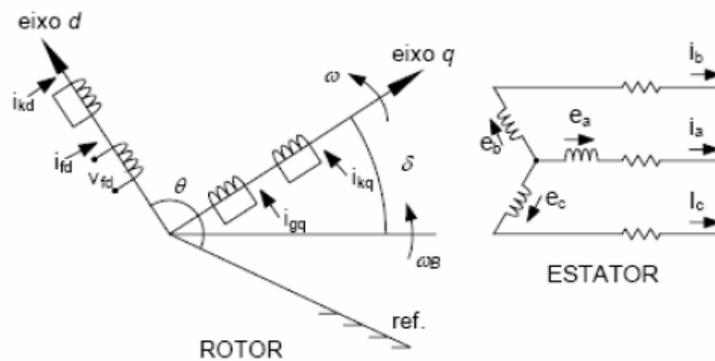


Figura 3.1 – Representação do rotor e do estator de uma máquina síncrona de rotor liso.

Todas as mútuas indutâncias entre os circuitos do estator e do rotor são funções periódicas da posição angular do rotor. A indutância mútua entre quaisquer duas fases do estator é também uma função periódica da posição angular do rotor, por causa da saliência da estrutura do rotor. [2]

Com a intenção de eliminar os coeficientes que variam com o ângulo de posição do rotor do sistema de equações diferenciais serão feitas as seguintes simplificações na modelagem matemática da máquina síncrona:

- A saturação será desprezada
- Considera-se que os enrolamentos do estator são distribuídos ao longo do entreferro de forma a produzir um campo girante senoidal. Com isto, os efeitos mútuos entre estator e rotor são modelados.

- Em máquinas com elevado número de ranhuras por pólo no estator, a variação das indutâncias do rotor é desprezível face a variações angulares.

Os eixos d e q são ortogonais e referem-se aos eixos direto e em quadratura, respectivamente. Ambos giram com a velocidade angular  $\omega$ , relativa a uma referência arbitrária fixa, geralmente assumida coincidente com o eixo magnético da fase a do estator. O ângulo  $\theta$  define a posição angular do eixo d em relação a esta referência. O ângulo  $\delta$  é denominado ângulo de carga da máquina e denota a posição angular entre o eixo q e outra referência com rotação constante  $\omega b$ . Portanto tem-se:

$$\theta = \omega_b t + \delta + \frac{\pi}{2} \quad [rad] \quad (3.2)$$

$$\omega = \omega_b + \frac{d\delta}{dt} \quad [rad/s] \quad (3.3)$$

Nota-se que foi adotada uma convenção em que o eixo d está adiantado em relação ao eixo q, conforme apresentado em [19].

Na figura 3.2 [2] tem-se o diagrama fasorial das forças eletromotrizes e magnetomotrizes que estão relacionadas à ação dos campos.

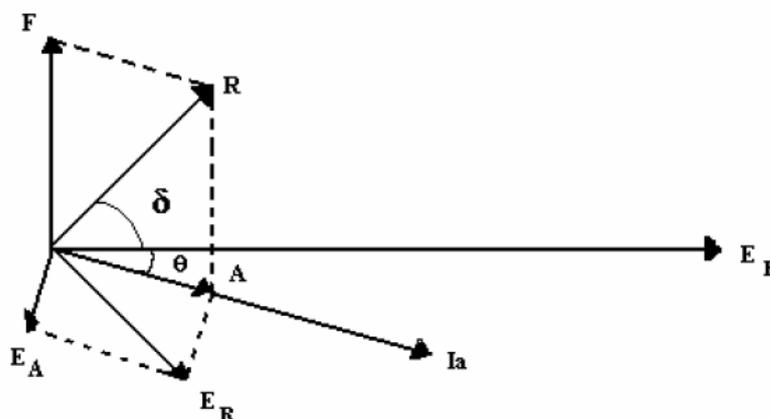


Figura 3.2 - diagrama fasorial das forças eletromotrizes e magnetomotrizes geradas.

Da figura temos:

$F$  – vetor de força magnetomotriz do rotor que define o campo produzido pelo circuito do rotor;

$A$  – força magnetomotriz resultante do campo produzido pelo circuito da armadura;

$I_a$  – corrente que circula pelo circuito de armadura;

$R$  – vetor resultante da soma vetorial de  $F$  e  $A$ ;

$E_f$  – tensão de excitação interna produzida pelo vetor  $F$  e pelo fluxo de campo associado;

$\theta$  – ângulo de defasagem entre esta tensão interna e a corrente de armadura.

$\delta$  – ângulo de defasagem entre a força magnetomotriz do enrolamento de campo  $F$  e a força magnetomotriz resultante  $R$ .

Os campos  $F$  e  $A$  giram a mesma velocidade e atravessam os enrolamentos da armadura, que são fixos no espaço. O campo  $A$ , girando em uma velocidade constante, em uma máquina síncrona trifásica, gera uma força eletromotriz na armadura, máxima na fase  $a$ , no momento que esta se apresenta alinhada com o eixo deste enrolamento. Já o campo  $F$  produz da mesma forma a tensão  $E_f$ ,  $90^\circ$  atrasada em relação a  $F$  e proporcional à magnitude de  $F$ , sendo a velocidade constante. Os mesmos raciocínios devem ser estendidos para se entender a força magnetomotriz resultante  $R$ , que produz a tensão  $E_r$  [2].

Em uma máquina síncrona real, se consideram as perdas nos condutores do estator e também a tensão produzida pela variação do fluxo de dispersão no tempo nas fases do estator. Portanto a tensão terminal  $V_t$  da será igual à  $E_r$ . Considerando as perdas supracitadas, que serão representadas por uma resistência de armadura  $R_a$ , e também uma reatância de dispersão  $X_{disp}$ , obtem-se então:

$$V_t = E_f - R_a I_a - jX_s I_a \quad (3.4)$$

Em que:

$$X_s = X_\emptyset + X_{disp}$$

Nas máquinas de pólos lisos, a relutância do circuito magnético constante em todo o percurso do núcleo. Entretanto em uma máquina de pólos salientes existe um caminho preferencial de magnetização que é ditado pela saliência do rotor. A permeância ao longo do eixo direto é consideravelmente maior que a do eixo em quadratura.

É possível então definir-se uma reatância de magnetização para cada eixo, direto  $X_{\emptyset d}$  e em quadratura  $X_{\emptyset q}$ . Tais reatâncias se somadas à reatância de dispersão fornecem a reatância síncrona de eixo direto  $X_d$  e de quadratura  $X_q$ .

$$X_d = X_{\emptyset d} + X_{disp} \quad (3.5)$$

$$X_q = X_{\emptyset q} + X_{disp} \quad (3.6)$$

Partindo dessas duas equações podemos inferir que a reação de armadura pode ser quantificada por duas componentes nos eixos  $d$  e  $q$ . A reação destas componentes sobre o eixo cria forças magnetomotrizes que somadas definem a força magnetomotriz resultante de armadura  $A$ . O

vetor  $R$  de força magnetomotriz resultante no entreferro é resultado da soma do vetor  $A$  com o a força magnetomotriz  $F$  de campo.

Portanto o efeito dos pólos saliente deve ser levado em conta, desde que decompondo a corrente de armadura,  $I_a$ , em duas partes, uma em quadratura e outra em oposição à força magnetomotriz de campo.

As grandezas de eixo direto e em quadratura estão associadas, respectivamente, com as quedas de tensão nas reatâncias síncronas  $jI_dX_d$  e  $jI_qX_q$ .

### 3.3 EQUAÇÕES DE ENLACE DE FLUXO

Os símbolos utilizados nas seguintes equações estão listados na lista de símbolos.

Circuito de armadura:

$$\lambda_a = L_{aa} \cdot I_a + L_{ab} \cdot I_b + L_{ac} \cdot I_c + L_{aF} \cdot I_F + L_{aD1} \cdot I_{D1} + L_{aD2} \cdot I_{D2} + \dots + L_{aQ1} \cdot I_{Q1} + L_{aQ2} \cdot I_{Q2} + \dots \quad (3.7)$$

$$\lambda_b = L_{ba} \cdot I_a + L_{bb} \cdot I_b + L_{bc} \cdot I_c + L_{bF} \cdot I_F + L_{bD1} \cdot I_{D1} + L_{bD2} \cdot I_{D2} + \dots + L_{bQ1} \cdot I_{Q1} + L_{bQ2} \cdot I_{Q2} + \dots \quad (3.8)$$

$$\lambda_c = L_{ca} \cdot I_a + L_{cb} \cdot I_b + L_{cc} \cdot I_c + L_{cF} \cdot I_F + L_{cD1} \cdot I_{D1} + L_{cD2} \cdot I_{D2} + \dots + L_{cQ1} \cdot I_{Q1} + L_{cQ2} \cdot I_{Q2} + \dots \quad (3.9)$$

Circuito de campo:

$$\lambda_F = L_{aF} \cdot I_a + L_{bF} \cdot I_b + L_{cF} \cdot I_c + L_{FF} \cdot I_F + L_{D1F} \cdot I_{D1} + L_{D2F} \cdot I_{D2} + \dots + L_{Q1F} \cdot I_{Q1} + L_{Q2F} \cdot I_{Q2} + \dots \quad (3.10)$$

Circuitos de amortecimento no eixo em quadratura:

$$\lambda_{Q1} = L_{Q1a} \cdot I_a + L_{Q1b} \cdot I_b + L_{Q1c} \cdot I_c + L_{Q1F} \cdot I_F + L_{Q1D1} \cdot I_{D1} + L_{Q1D2} \cdot I_{D2} + \dots + L_{Q1Q1} \cdot I_{Q1} + L_{Q1Q2} \cdot I_{Q2} + \dots \quad (3.11)$$

$$\lambda_{Q2} = L_{Q2a} \cdot I_a + L_{Q2b} \cdot I_b + L_{Q2c} \cdot I_c + L_{Q2F} \cdot I_F + L_{Q2D1} \cdot I_{D1} + L_{Q2D2} \cdot I_{D2} + \dots + L_{Q2Q1} \cdot I_{Q1} + L_{Q2Q2} \cdot I_{Q2} + \dots \quad (3.12)$$

### 3.4 INDUTÂNCIAS

A tabela 3.1 apresenta as indutâncias e como elas variam de acordo com a posição  $\theta$  do rotor da máquina, de [1].

Tabela 3.1 – Indutâncias da máquina síncrona

Indutâncias do estator [Henry]	
Próprias	Mútuas
$L_{aa} = L_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta)$	$L_{ab} = L_{ba} = -\frac{1}{2}L'_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta - 120^\circ)$
$L_{bb} = L_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta + 120^\circ)$	$L_{bc} = L_{cb} = -\frac{1}{2}L'_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta)$
$L_{cc} = L_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta - 120^\circ)$	$L_{ac} = L_{ca} = -\frac{1}{2}L'_{a0} + L_a \cdot \cos(2\theta + 120^\circ)$
Indutâncias mútuas entre estator e rotor [Henry]	
Estator x campo	Estator x amortecedor (eixo direto)
$L_{af} = L_{AF} \cdot \cos(\theta)$	$L_{aD1} = L_{AD1} \cdot \cos(\theta)$
$L_{bf} = L_{AF} \cdot \cos(\theta - 120^\circ)$	$L_{bD1} = L_{AD1} \cdot \cos(\theta - 120^\circ)$
$L_{cf} = L_{AF} \cdot \cos(\theta + 120^\circ)$	$L_{cD1} = L_{AD1} \cdot \cos(\theta + 120^\circ)$
Estator x amortecedor (eixo em quadratura)	
$L_{aQ1} = L_{AQ1} \cdot \cos(\theta)$	
$L_{bQ1} = L_{AQ1} \cdot \cos(\theta - 120^\circ)$	
$L_{cQ1} = L_{AQ1} \cdot \cos(\theta + 120^\circ)$	

### 3.5 TRANSFORMAÇÃO DE PARK

Como visto no item anterior, as indutâncias da máquina síncrona variam com a posição do rotor e, portanto, variam no tempo. Para simplificar a solução utiliza-se um artifício matemático capaz de contornar esta dificuldade. A utilização de uma transformação, chamada transformação de Park, resulta na projeção das grandezas dadas na referência  $abc$  do estator sobre os eixos do rotor,  $d$  e  $q$ . Também existe na formulação outro eixo chamado  $0$ , estacionário e proporcional as grandezas de seqüência zero. Podendo então ser denominada doravante, *transformação dq0*. Um desenvolvimento mais abrangente da transformação dq0 pode ser encontrado nas referências [1] e [19].

A matriz  $T$  de transformação é mostrada a seguir [2]:

$$T = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\text{sen}(\theta + 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Portanto a transformação das correntes de fase do estator será dada por [2]:

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \theta & -\text{sen } \theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - 120^\circ) & -\text{sen}(\theta - 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + 120^\circ) & -\text{sen}(\theta + 120^\circ) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Em todos os casos, as correntes representadas nas matrizes anteriores são fasores.

### 3.6 TRANSFORMADA $dq0$ APLICADA À MÁQUINA SÍNCRONA

Nas referências [1] e [19] pode-se encontrar o desenvolvimento completo da aplicação da transformada as equações de enlace de fluxo e de tensão de uma máquina síncrona trifásica, como a que queremos representar. Desta forma são obtidas as seguintes equações:

$$v_F = R_F i_F + L_F \frac{d}{dt} i_F + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} \frac{d}{dt} i_d \quad (3.15)$$

$$v_D = R_D i_D + L_{FD} \frac{d}{dt} i_D + L_D \frac{d}{dt} i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} \frac{d}{dt} i_d \quad (3.16)$$

$$v_Q = R_Q i_Q + L_Q \frac{d}{dt} i_Q + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} \frac{d}{dt} i_q \quad (3.17)$$

$$v_d = R_d i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} \frac{d}{dt} i_d + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} \frac{d}{dt} i_F - \sqrt{\frac{3}{2}} \omega L_{aQ} i_Q - \omega L_q i_q \quad (3.18)$$

$$v_q = R_q i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} \omega L_{aD} i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} \omega L_{aF} i_F - \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} \frac{d}{dt} i_Q \quad (3.19)$$

$$v_0 = R_0 i_0 + L_0 \frac{d}{dt} i_0 \quad (3.20)$$

Separando as equações anteriores em dois conjuntos, é possível definir as novas equações de enlace de fluxo para cada enrolamento como:

$$\lambda_F = L_F \cdot i_F + L_{FD} \cdot i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} i_d \quad (3.21)$$

$$\lambda_D = L_{FD} \cdot i_F + L_D \cdot i_D + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} i_d \quad (3.22)$$

$$\lambda_Q = L_Q \cdot i_Q + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} i_q \quad (3.23)$$

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} i_F + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} i_D + L_d \cdot i_d \quad (3.24)$$

$$\lambda_q = \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} i_Q + L_q \cdot i_q \quad (3.25)$$

$$\lambda_0 = L_0 \cdot i_0 \quad (3.26)$$

Substituindo as equações 3.21 a 3.26 nas relações 3.15 a 3.20 chega-se às seguintes relações de tensão em função dos enlaces de fluxo:

$$v_F = R_F i_F + \frac{d}{dt} \lambda_F \quad (3.27)$$

$$v_D = R_D i_D + \frac{d}{dt} \lambda_D \quad (3.28)$$

$$v_Q = R_Q i_Q + \frac{d}{dt} \lambda_Q \quad (3.29)$$

$$v_d = R_d i_d + \frac{d}{dt} \lambda_d + \omega \lambda_q \quad (3.30)$$

$$v_q = R_q i_q + \frac{d}{dt} \lambda_q + \omega \lambda_d \quad (3.31)$$

$$v_0 = R_0 i_0 + \frac{d}{dt} \lambda_0 \quad (3.32)$$

Nas relações anteriores,  $R_d = R_q = R_0 = R_a$ .

Faz-se necessário ainda definir os parâmetros operacionais das máquinas síncronas. Tais parâmetros são apresentados a seguir.

Indutância subtransitória

$$L''_d = L_d - \frac{(L_D L_{AD}^2 + L_F L_A^2 - L_{AD}^3)}{L_F L_D - L_{AD}^2} \quad (3.33)$$

Indutância transitória:

$$L'_d = L_d - \frac{L_{AD}^2}{L_F} \quad (3.34)$$

Constante de tempo subtransitória em circuito aberto:

$$T''_{d0} = \frac{(L_F L_D - L_{AD}^2)}{R_D L_F \omega_b} \quad (3.35)$$

Constante de tempo transitória em circuito aberto:

$$T'_{d0} = \frac{L_F}{R_F \omega_b} \quad (3.36)$$

Constante de tempo subtransitória em curto-circuito:

$$T''_d = \frac{L''_d}{L'_d} T''_{d0} \quad (3.37)$$

Constante de tempo transitória em curto-circuito:

$$T'_d = \frac{L'_d}{L_d} T'_{d0} \quad (3.38)$$

### 3.7 RELAÇÃO DE POTÊNCIA E TORQUE NA MÁQUINA SÍNCRONA

A potência trifásica instantânea pode ser facilmente obtida nos terminais da máquina por:

$$P = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c \quad (3.39)$$

Aplicando-se a transformada dq0 tem-se:

$$P = v_q i_q + v_d i_d + v_0 i_0 \quad (3.40)$$

Substituindo as relações de tensões  $v_q$ ,  $v_d$  e  $v_0$  e efetuando as devidas operações se tem:

$$P = \left( i_q \frac{d}{dt} \lambda_q + i_d \frac{d}{dt} \lambda_d + i_0 \frac{d}{dt} \lambda_0 \right) + (i_q \lambda_d - i_d \lambda_q) \frac{d\theta}{dt} + R_a (i_d^2 + i_q^2 + i_0^2) \quad (3.41)$$

O conjugado pode ser obtido diretamente do segundo termo da equação acima, portanto:

$$T = i_q \lambda_d - i_d \lambda_q \quad (3.42)$$

Em função das indutâncias tem-se:

$$T = \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aF} i_F i_q + \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aD} i_d i_q - \sqrt{\frac{3}{2}} L_{aQ} i_Q i_d + (L_d - L_q) i_d i_q \quad (3.43)$$

O ultimo termo da equação que descreve o conjugado em função das indutâncias somente existe em máquinas de pólos salientes, pois nas máquinas de pólos lisos,  $L_d = L_q$ , sendo, portanto igual a zero. O mesmo será observado no segundo termo das equações abaixo, que descrevem respectivamente, a potência elétrica desenvolvida pela máquina síncrona em regime transitório e regime permanente.

$$P = \frac{1}{x'_d} E'_q V_t \text{sen} \delta + V_t^2 \frac{(x'_d - x_q)}{2(x'_d x_q)} \text{sen} 2\delta \quad (3.44)$$

$$P = \frac{1}{x_d} E_F V_t \text{sen} \delta + V_t^2 \frac{(x_d - x_q)}{2(x_d x_q)} \text{sen} 2\delta \quad (3.45)$$

A representação de uma máquina síncrona utilizando transformada dq0 tem algumas vantagens, dentre elas:

- Indutâncias mútuas e próprias não referidas à posição do rotor.
- As correntes de eixo direto e em quadratura têm valores constantes em regime permanente.
- A componente de seqüência zero é desacoplada de outras componentes e é nula em operação balanceada.
- É possível obter diretamente os parâmetros associados aos eixos, direto e em quadratura através de ensaios.

### 3.8 EQUAÇÃO DE OSCILAÇÃO

A equação que governa o comportamento rotacional das máquinas síncronas é baseada em um princípio elementar da dinâmica que estabelece que o torque de aceleração ( $T_a$ ) é dado pelo produto do momento de inércia do rotor ( $I$ ) por sua aceleração angular ( $\alpha$ ). Ou seja:

$$I\alpha = T_a \quad (3.46)$$

Em um gerador síncrono, o torque de aceleração é dado pela subtração do torque mecânico,  $T_m$ , e o torque eletromagnético,  $T_e$ . O torque mecânico é proveniente do eixo da turbina conectado ao gerador. O torque eletromagnético é resultante da interação entre os campos de armadura e de campo. Também se pode incluir um torque adicional,  $T_d$ , que representa o efeito de amortecimento introduzido pela turbina, ou outras fontes, como a carga. Temos então:

$$T_a = T_m - T_e - T_d \quad (3.47)$$

De uma forma mais sucinta, desprezando o efeito do amortecimento, temos que a relação da potência de aceleração,  $P_a$ , é dada por:

$$P_a = P_m - P_e \quad (3.48)$$

Onde,  $P_m$ , é a potência mecânica, no eixo da máquina.  $P_e$  é a potência elétrica, desenvolvida pelo gerador. Como a potência é o conjugado multiplicado pela velocidade angular se tem:

$$P_a = T_a \omega = I \alpha \omega = M \alpha \quad (3.49)$$

Onde:

$M$  – velocidade angular.

$\alpha$  – aceleração angular.

$I$  – momento de inércia.

$\omega$  – velocidade angular.

Normalmente as turbinas dos turbogeradores são formadas por várias seções conectadas por eixos acoplados entre si, de forma não rígida. Em estudos de estabilidade, é comum considerar essas várias massas como uma massa equivalente, com acoplamento rígido. Entretanto, nos estudos de oscilações subsíncronas a representação multimassa se faz necessária, pois, estamos interessados nas oscilações torcionais entre as várias massas que compõem o turbogerador.

As equações anteriores foram desenvolvidas em função do momento de inércia  $I$ . Para estudos de estabilidade o parâmetro da máquina comumente fornecido pelos fabricantes é a constante  $H$ . tal constante é a razão entre a energia cinética e a potência aparente nominal. Desta forma pode-se escrever:

$$H = \frac{\text{energia (MJ)}}{\text{potência (MVA)}} \quad (3.50)$$

Onde a energia pode ser definida por:

$$\text{energia} = \frac{1}{2} M \omega^2 \quad (3.51)$$

Sendo  $\delta$  definido como o deslocamento angular do eixo da máquina em graus e  $\omega_s$  a velocidade síncrona, tem-se:

$$\theta = \omega_s t + \delta \quad (3.52)$$

Derivando a equação 3.52 duas vezes no tempo e das equações temos:

$$M \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = P_a = P_m - P_e \quad (3.53)$$

Que é uma das várias formas nas quais se apresenta a equação de oscilação da máquina síncrona [19].

# 4 ESTABILIDADE TRANSITÓRIA E INTERAÇÕES ELETROMECCÂNICAS

## 4.1 DEFINIÇÕES BÁSICAS

Estudos acerca da estabilidade de sistemas elétricos de potência são relacionados à análise do comportamento dinâmico dos mesmos após a ocorrência de perturbações no sistema elétrico. A natureza dos fenômenos e o tipo de perturbação que se desejam analisar acabam por definir o nível de detalhamento necessário e as características da modelagem que se deve usar para representar de forma correta os elementos do sistema.

Focando estabilidade transitória temos a seguinte definição de acordo com a referência [1]:

Estabilidade Transitória – É a capacidade do sistema elétrico de potência permanecer em sincronismo quando é submetido a um severo distúrbio. Um sistema elétrico de potência é estável transitoriamente para uma condição de operação particular se, após a ocorrência de uma perturbação, ele alcança uma condição de operação em regime permanente aceitável.

É possível descrever as oscilações subsíncronas por meio de equações diferenciais lineares, partindo da consideração de que o sistema esteja funcionando em torno de um ponto de operação, em estado permanente,  $W_0(x_0, y_0, z_0, \dots)$ , no qual se aplicam pequenos desvios,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  e  $\Delta z$ . De forma a obter  $W(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y, z_0 + \Delta z)$ .

Considerando a equação 3.53, que se despreza o conjugado de amortecimento, tem-se:

$$M \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} = P_a = P_m - P_e \quad (4.1)$$

Expondo a equação 4.1 em termos dos conjugados e adicionando o efeito do amortecimento, em valores por unidade (pu) na base da máquina, temos:

$$\frac{M}{\omega_b} \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2} + \frac{D}{\omega_b} \frac{\partial \delta}{\partial t} + T_e = T_m \quad (4.2)$$

Em que:

$T_m$  – torque mecânico;

$T_e$  – torque elétrico;

$D$  – coeficiente de amortecimento em pu na base da máquina e referido à  $\omega_b$ ;

$M$  – constante de inércia ou quantidade de movimento angular;

$t$  – tempo em segundos;

$\delta$  – ângulo entre o eixo em quadratura do gerador e um eixo de referência em radianos elétricos;

$\omega_b$  – velocidade angular base.

Considerando pequenos desvios em torno de um ponto de operação, na equação 4.2, determina-se:

$$\frac{M}{\omega_b} \frac{\partial^2 \Delta \delta}{\partial t^2} + \frac{D}{\omega_b} \frac{\partial \Delta \delta}{\partial t} + \Delta T_e = \Delta T_m \quad (4.3)$$

O conjugado elétrico, para uma situação na qual o enlace de fluxo de campo da máquina possa ser considerado constante e a máquina esteja ligada em uma barra infinita de tensão  $E$  por uma linha de transmissão de reatância  $x_e$ , é dado por [2]:

$$T_e = \frac{E'_q E \text{sen} \delta}{x'_d + x_e} + \frac{x'_d - x_q}{2[(x'_d + x_e)(x_q + x_e)]} E^2 \text{sen} 2\delta \quad (4.4)$$

Em que:

$E$  – tensão na barra infinita;

$x'_d$  – reatância transitória de eixo direto;

$x_q$  – reatância síncrona de eixo em quadratura;

$x_e$  – reatância externa da rede elétrica.

Se a variação  $\Delta\delta$  for pequena, pode-se fazer as seguintes simplificações na equação anterior:

$$\Delta T_e = \left[ \frac{1}{x'_d + x_e} E'_q E \cos\delta + \frac{x'_d - x_q}{[(x'_d + x_e)(x_q + x_e)]} E^2 \cos 2\delta \right] \cdot \Delta\delta \quad (4.5)$$

Definindo a parte entre colchetes como uma função das condições iniciais, chamada de coeficiente de potência sincronizante e a denominando de  $K_1$ , se tem:

$$\Delta T_e = K_1 \cdot \Delta\delta \quad (4.6)$$

Assim a equação 4.3 é transformada em:

$$\frac{M}{\omega_b} \frac{\partial^2 \Delta\delta}{\partial t^2} + \frac{D}{\omega_b} \frac{\partial \Delta\delta}{\partial t} + K_1 \cdot \Delta\delta = \Delta T_m \quad (4.7)$$

Após algumas manipulações tem-se:

$$\frac{\partial^2 \Delta\delta}{\partial t^2} + \frac{\omega_b}{M} D \frac{\partial \Delta\delta}{\partial t} + K_1 \frac{\omega_b}{M} \Delta\delta = \frac{\omega_b}{M} \Delta T_m \quad (4.8)$$

Como se trata de um sistema de segunda ordem, a análise da resposta fornece:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_b K_1}{M}} \quad (4.9)$$

A equação 4.9 define a frequência natural de oscilação da máquina síncrona com relação à barra infinita. Como a equação anterior corresponde ao caso sem amortecimento, a próxima equação traz a frequência própria de oscilação da máquina considerando o amortecimento [2].

$$\omega_b = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad (4.10)$$

$$\zeta = \frac{D}{2M\omega_n} \quad (4.11)$$

Onde,  $\zeta$  é chamado de coeficiente de amortecimento.

Passando a equação 4.8 para o domínio da transformada de Laplace, (operador  $s$ ),

$$\frac{M}{\omega_b} s^2 \Delta\delta + \Delta T_e + \Delta T_D = \Delta T_m \quad (4.12)$$

Em que:

$$\Delta T_D = \frac{D}{\omega_b} s^2 \Delta\delta;$$

$$\Delta T_e = K_1 \Delta\delta;$$

Analisando as relações descritas acima, constata-se que existe uma frequência natural de oscilação da máquina síncrona contra a barra infinita na qual ela está conectada. Aplicando as relações acima para um sistema com  $N$  máquinas, poderemos identificar  $(N-1)$  frequências de oscilação eletromecânica.

Anteriormente foi analisado somente casos nos quais o acoplamento entre o conjunto turbina-gerador é considerado como uma inércia equivalente. No entanto, outras frequências naturais podem ser adicionadas ao se observar a oscilação entre as massas que compõem a turbina. Neste caso os modos de oscilação originados do acoplamento elástico entre turbinas e geradores são denominados como modos eletromecânicos. De tal forma que é possível concentrar as massas das turbinas, excitatriz, se esta for rotativa, e gerador considerando-os em um único conjunto ao qual se relaciona uma constante de inércia total  $H$ . As frequências de oscilação natural estão em uma faixa de 0,1 a 40 Hz, enquanto a frequência de oscilação dos modos de oscilação entre massas do conjunto turbina-gerador se encontra na faixa de 5 a 50 Hz, [5] e [2].

## 4.2 CONJUNTO MECÂNICO TURBINA-GERADOR

Ao contrário dos geradores hidráulicos, o rotor de um gerador termelétrico consiste em uma estrutura mecânica complexa, constituída de diversas massas girantes (rotores da turbina, do gerador e da excitatriz) de diferentes tamanhos, conectadas através de eixos com acoplamentos não-rígidos. A análise precisa do comportamento do eixo turbina-gerador requer a utilização de modelos a parâmetros distribuídos, a partir de equações diferenciais parciais. Entretanto, para o estudo de interações torcionais este tipo de abordagem não se faz necessária, podendo ser utilizados modelos a parâmetros concentrados. Nesta representação, cada elemento principal do rotor é representado por uma massa rígida conectada a elementos adjacentes através de eixos com características elásticas bem definidas. Isto equivale a representar o eixo turbina-gerador como um simples sistema massa-mola-amortecedor.

Apesar de simplificado, este modelo representa com boa precisão as oscilações torcionais originadas no eixo do gerador quando o mesmo é submetido a torques oscilantes em frequências na faixa subsíncrona.

A adoção de uma representação multimassa para o eixo turbina-gerador resulta em tantas frequências naturais de oscilação quanto forem as seções do eixo. Estes modos torcionais apresentam amortecimento efetivamente baixo, mesmo quando a interação com a rede elétrica é desprezada. Os torques de amortecimento têm origem principalmente nos seguintes fatores: Pressão do vapor nas pás das turbinas, atritos e amortecimento elétrico devido ao gerador, excitatriz e o sistema de transmissão.

O sistema mecânico referente ao eixo turbina-gerador pode ser representado pelo sistema massa-mola-amortecedor ilustrado na Figura 4.1 [5]. Este sistema é formado por um conjunto de massas rotativas conectadas entre si através de eixos com características elásticas definidas a partir de constantes elásticas e de amortecimento.

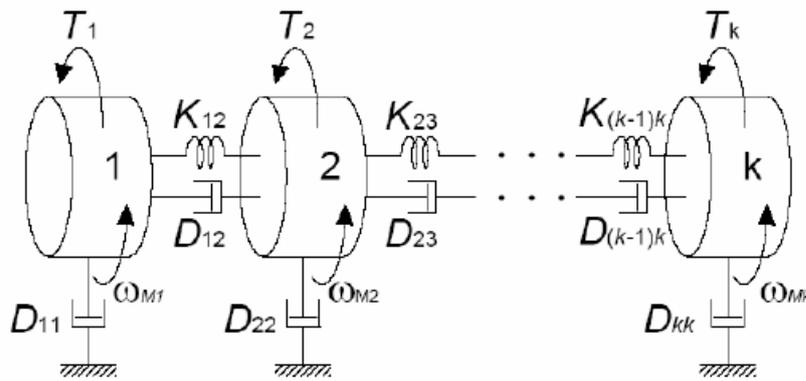


Figura 4.1 – Representação dos parâmetros concentrados do eixo turbina-gerador.

Pode-se representar o acoplamento mecânico entre o gerador e a turbina da figura acima por um sistema massa-mola. Nas referências [1] e [5] temos o seguinte equacionamento para o acoplamento mecânico turbina – gerador entre os elementos de massa  $i, j$  e  $k$ .

$$J_j \frac{d\omega_j}{dt} = T_j - D_{ji}(\omega_j - \omega_i) - K_{ji}(\theta_j - \theta_i) - D_{jk}(\omega_j - \omega_k) - K_{jk}(\theta_j - \theta_k) \quad (4.13)$$

Aplicando a equação 4.13 ao sistema massa mola da Figura 4.1, se tem:

$$J_i \frac{d\omega}{dt} = T_i - D_{i,i-1}(\omega_i - \omega_{i-1}) - K_{i,i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - D_{i,i+1}(\omega_i - \omega_{i+1}) - K_{i,i+1}(\theta_i - \theta_{i+1}) \quad (4.14)$$

Em que:

$T_i$  – conjugado aplicado à massa  $i$ ;

$J_i$  – momento de inércia da massa  $i$ ; e coeficiente de amortecimento próprio;

$D_i$  – coeficiente de amortecimento próprio da massa  $i$ ;

$D_{i,i+1}$  – coeficientes de amortecimento mútuo entre as massas  $i$  e  $i+1$ .

$K_{i,i+1}$  – constantes elásticas torcionais das seções do eixo que unem as massas,  $i$  e  $i+1$ .

$\theta_i$  – ângulos de posição das massas  $i$ .

Por meio da técnica de análise modal, [1] e [5], é possível determinar as frequências naturais de oscilação do acoplamento turbina-gerador e seus respectivos modos torcionais, conhecidos também como “*mode-shapes*”.

### 4.3 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS DO EIXO TURBINA-GERADOR

Basicamente, os parâmetros do eixo turbina-gerador para estudos de interação torcional podem ser obtidos a partir de suas características de projeto. No entanto, modelos mais precisos requerem a validação destes parâmetros através de ensaios e testes, de forma que o modelo utilizado nas simulações reproduza com exatidão as frequências naturais de oscilação observadas no campo.

As constantes de inércia e de elasticidade podem ser obtidas a partir das características construtivas do eixo turbina-gerador. Estes parâmetros são fornecidos pelos fabricantes e podem prever as frequências naturais de oscilação com boa precisão. Caso se disponha de informações mais precisas das frequências naturais dos eixos por meio de testes, estes parâmetros podem ser reavaliados e reajustados [5].

Por outro lado, as constantes de amortecimento não podem ser obtidas com precisão a partir de aspectos construtivos. Os efeitos do amortecimento são obtidos a partir de ensaios de campo para uma determinada condição operativa. Estes parâmetros não permitem sua representação direta no modelo desenvolvido e, portanto, algumas simplificações tornam-se necessárias para adequá-los ao modelo.

Teoricamente, qualquer conjunto de fatores de amortecimento modal pode ser convertido em um conjunto equivalente de constantes de amortecimento próprios e mútuos. No entanto, esta conversão dá origem a amortecimentos mútuos entre seções não adjacentes do eixo. Em geral, o modelo massa-mola-amortecedor não permite a representação destes amortecimentos fictícios, sendo restrito à representação do amortecimento a seções adjacentes.

## 4.4 REDE ELÉTRICA

Em estudos de estabilidade eletromecânica, é atribuída uma característica estática para a rede elétrica. Esta prática conduz à representação dos elementos da rede através de impedâncias que não variam no tempo e permite o tratamento da rede elétrica a partir das equações de fluxo de potência. Esta é uma hipótese razoável, uma vez que os transitórios da rede elétrica são muito rápidos quando comparados com os transitórios eletromecânicos [20]. Por outro lado, em estudos de oscilações subsíncronas, a representação dinâmica da rede elétrica é fundamental, uma vez que sistemas série compensados capacitivamente apresentam frequências naturais de oscilação na faixa subsíncrona. Esta faixa coincide com a faixa de frequências naturais dos eixos dos geradores, podendo resultar em interação adversa, caracterizando o fenômeno da ressonância subsíncrona.

Em estudos desta natureza, a adoção de modelos a parâmetros distribuídos para as linhas de transmissão não é necessária, uma vez que o maior interesse encontra-se nos transitórios de baixa frequência da rede elétrica. Sendo assim, sua representação a partir de equações diferenciais ordinárias a parâmetros concentrados é apropriada [5]. Outro ponto relevante na modelagem dinâmica de redes elétricas é o tipo de formulação utilizado na estruturação do problema. A representação no espaço de estados permite a aplicação de métodos simples e diretos. No entanto, requer a eliminação das variáveis de estado redundantes, o que é um processo relativamente complexo.

As variáveis de estado de interesse são as tensões nos capacitores e as correntes nos indutores, oriundos da representação de linhas e transformadores por uma associação destes elementos básicos. Estas variáveis devem ser referidas a um sistema comum de coordenadas girantes do sistema, de forma a permitir o acoplamento com as equações dos geradores e demais componentes.

## 4.5 COMPENSAÇÃO SÉRIE NOS SISTEMAS DE POTÊNCIA

A compensação série em sistemas de potência é utilizada por razões técnicas e econômicas. Em sistemas de energia, quando temos uma linha de transmissão de comprimento muito longo, torna-se muito difícil a transmissão de potência elétrica através da mesma, dado que os parâmetros indutivos vão exercer cada vez mais influência na estabilidade desta transmissão, especialmente para grandes cargas. Para contornar esse problema, melhorar a estabilidade e a regulação de tensão da linha, se podem utilizar vários artifícios para aumentar a potência de transmissão, dentre os quais se pode citar:

- Aumento da tensão no sistema;

- utilização de equipamentos tais como: compensadores síncronos, compensadores estáticos ou bancos de capacitores *shunt*, para fornecimento de reativo que a linha vai precisar absorver para a transmissão de grandes potências;
- e, por fim, o artifício que motiva esse texto que é a compensação série em linhas de transmissão.

A compensação série consiste de capacitores que são colocados em série com a linha de transmissão, no intuito de diminuir a reatância indutiva total da linha. A reatância da linha aumenta proporcionalmente com o comprimento da linha de transmissão e assim, contribuindo para redução do limite de transmissão.

Apesar de a compensação série aumentar o fluxo de potência ativa na linha de transmissão, ela também gera problemas para a linha de transmissão. A seguir, serão citadas as vantagens e desvantagens que o uso dessa compensação pode acarretar ao sistema elétrico:

#### *Vantagens*

- Aumento da capacidade de transferência de potência;
- aumento do limite de estabilidade transitória do sistema;
- diminuição das necessidades de controle de tensão do sistema, devido à redução da reatância série;
- possibilidade de melhor distribuição do fluxo de potência entre linhas de transmissão, por consequência conduzindo à redução das perdas globais do sistema.

#### *Desvantagens*

- Existe a possibilidade do aparecimento do fenômeno de ressonância subsíncrona, devido ao fato da frequência elétrica de interação entre as reatâncias indutivas e a capacitância da compensação série na rede, em alguns casos, se aproximar do complemento de uma das frequências eletromecânicas do rotor do conjunto turbina-gerador. Esta situação é mais provável ocorrer para geradores síncronos de usinas térmicas;

- possibilidade da atuação indevida da proteção existente na linha compensada e em linhas adjacentes à mesma, visto que uma impedância diferente da real poderá ser vista pela proteção em virtude da presença dessa compensação;

## 4.6 MODELAGEM DA REDE ELÉTRICA

Neste trabalho, a configuração utilizada para descrever os parâmetros da rede para análise de ressonância subsíncrona é a dada pela rede da Figura 4.2 abaixo, na qual se vê os parâmetros concentrados a serem considerados na modelagem da rede elétrica, sendo,  $X_T$  a indutância do transformador,  $R_e$  a resistência externa,  $X_e$  a indutância da linha de transmissão,  $X_c$  e  $R_c$  a capacitância do compensador série e a resistência de descarga que é usualmente utilizada em compensadores série, respectivamente.

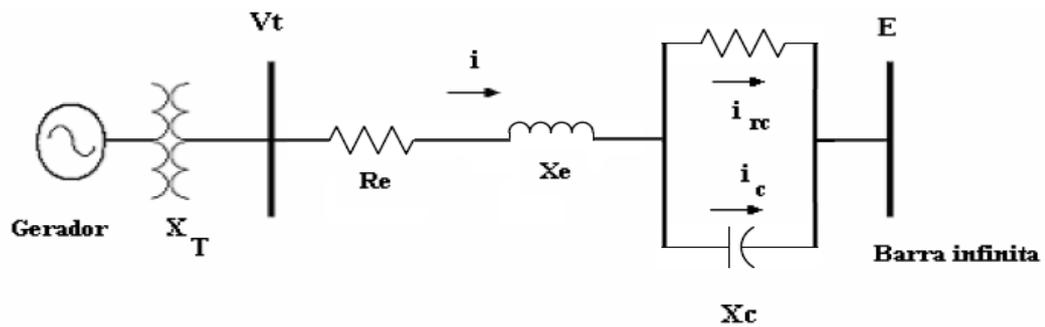


Figura 4.2 – Rede elétrica com compensação capacitiva série.

Da Figura 4.2 utilizaremos como variáveis de interesse as correntes e as tensões sobre as indutâncias e capacitâncias modeladas do sistema, portanto, temos que a tensão no indutor é dada por:

$$v_L = L \frac{di}{dt} \quad (4.15)$$

Aplicando a matriz  $T$ , oriunda da transformação de Park apresentada no item 3.5 deste trabalho, temos para o indutor:

$$[v_{L-dq0}] = [T(\theta)]v_L = [T(\theta)]L \frac{d}{dt} [T^{-1}(\theta)]i_{dq0} \quad (4.16)$$

Separando os eixos de referencia na expressão acima, tem-se:

$$[v_{L-d}] = L \frac{d}{dt} i_d - X \cdot i_q$$

$$[v_{L-q}] = L \frac{d}{dt} i_q + X \cdot i_d$$

$$[v_{L-0}] = L \frac{d}{dt} i_0$$

(4.17)

Analogamente, teremos as seguintes relações para as tensões no capacitor:

$$v_C = \frac{1}{C} \frac{di}{dt} i_C \quad (4.18)$$

$$v_C = \frac{1}{C} i_C \quad (4.19)$$

$$[T^{-1}(\theta)][v_{C-dq0}] \frac{di}{dt} = \frac{1}{C} [T^{-1}(\theta)][i_{C-dq0}] \quad (4.20)$$

$$[T^{-1}(\theta)][v_{C-dq0}] \frac{di}{dt} + \frac{d\theta}{dt} \{ [T^{-1}(\theta)] \frac{d}{d\theta} \} [v_{C-dq0}] = \frac{1}{C} [T^{-1}(\theta)][i_{C-dq0}] \quad (4.21)$$

Considerando  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_r$ , e separando os eixos de referência, encontra-se:

$$\frac{d}{dt} v_{C-d} - \omega_r v_{C-q} = \frac{1}{C} i_{C-d}$$

$$\frac{d}{dt} v_{C-q} + \omega_r v_{C-d} = \frac{1}{C} i_{C-q}$$

$$\frac{d}{dt} v_{C-0} = \frac{1}{C} i_{C-0}$$

(4.22)

Exprimindo as equações anteriores no domínio  $s$ , e desenvolvendo as equações que tratam da corrente que passa através do resistor  $R_C$  e a tensão nos seus terminais, determina-se;

$$v_{C-d}(s) = R_C i_{rC-d}(s) = v_{Cr-d}(s) \quad (4.23)$$

$$v_{C-q}(s) = R_C i_{rC-q}(s) = v_{Cr-q}(s) \quad (4.24)$$

Ao se considerar que  $i_{rC} = i - i_C$ , e suas expansões nos eixos de referências, tem-se:

$$v_{C-d}(s) = R_C i_{rC-d}(s) = R_C i_d(s) - R_C C [s v_{Cd}(s) - \omega v_{C-q}(s)] \quad (4.25)$$

$$v_{C-q}(s) = R_C i_{rC-q}(s) = R_C i_q(s) - R_C C [s v_{Cq}(s) + \omega v_{C-d}(s)] \quad (4.26)$$

Manipulando as duas relações acima, calcula-se, enfim:

$$v_{C-d}(s)(1 + R_C C s) = R_C i_d(s) + R_C C \omega v_{C-q}(s) \quad (4.27)$$

$$v_{C-q}(s)(1 + R_C C s) = R_C i_q(s) - R_C C \omega v_{C-d}(s) \quad (4.28)$$

Definindo a constante  $\alpha = \frac{1}{R_C C}$ , as seguintes relações são definidas:

$$v_{C-d}(s)(s + \alpha) = \alpha R_C i_d(s) + \omega v_{C-q}(s) \quad (4.29)$$

$$v_{C-q}(s)(s + \alpha) = \alpha R_C i_q(s) - \omega v_{C-d}(s) \quad (4.30)$$

A linearização das equações anteriores em torno de um ponto de operação em regime permanente, conduz a:

$$\Delta v_{C-d}(s)(s + \alpha) = \alpha R_C \Delta i_d(s) + v_{C-q0}(s) s \Delta \delta(s) + \omega_{so} \Delta v_{C-q}(s) \quad (4.31)$$

$$\Delta v_{C-q}(s)(s + \alpha) = \alpha R_C \Delta i_q(s) - v_{C-d0}(s) s \Delta \delta(s) - \omega_{so} \Delta v_{C-d}(s) \quad (4.32)$$

Efetuada as devidas substituições, então:

$$\Delta v_{C-d}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_{so}^2] = \alpha(s + \alpha) R_C \Delta i_d(s) + \alpha \omega_{so} R_C \Delta i_q(s) + [(s + \alpha) v_{C-q0} - \omega_s v_{C-d0}] s \Delta \delta(s) \quad (4.33)$$

$$\Delta v_{C-q}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_{so}^2] = \alpha(s + \alpha) R_C \Delta i_q(s) - \alpha \omega_{so} R_C \Delta i_d(s) + [(s + \alpha) v_{C-d0} - \omega_s v_{C-q0}] s \Delta \delta(s) \quad (4.34)$$

Ajustando os termos  $\omega_s v_{C-d0}$  e  $\omega_s v_{C-q0}$ , para ficarem em função de  $i_{d0}$  e  $i_{q0}$ , tem-se:

$$-\omega_s v_{C-q0} = \frac{1}{C} i_{C-d0} = -\omega_s R_C i_{r-q0} = -\omega_s R_C (i_{q0} - i_{C-q0}) \quad (4.35)$$

$$-\omega_s v_{C-d0} = \frac{1}{C} i_{C-q0} = -\omega_s R_C i_{r-do} = -\omega_s R_C (i_{do} - i_{C-do}) \quad (4.36)$$

Manipulando as equações acima, tem-se:

$$\frac{1}{C} i_{C-do} = -\omega_s R_C [i_{q0} - C \omega_s R_C (i_{do} - i_{C-do})] \quad (4.37)$$

$$\left(\frac{1}{C} + C \omega_s^2 R_C^2\right) i_{C-do} = -\omega_s R_C i_{q0} + C \omega_s^2 R_C^2 i_{do} \quad (4.38)$$

$$i_{C-do} = \frac{-\omega_s C R_C i_{q0} + C^2 \omega_s^2 R_C^2 i_{do}}{(1 + C^2 \omega_s^2 R_C^2)} \quad (4.39)$$

Analogamente para o eixo em quadratura obtêm-se:

$$i_{C-q0} = \frac{-\omega_s C R_C i_{do} + C^2 \omega_s^2 R_C^2 i_{q0}}{(1 + C^2 \omega_s^2 R_C^2)} \quad (4.40)$$

Substituindo as equações 4.39 e 4.40 nas equações 4.35 e 4.36 obtêm-se então:

$$\omega_s v_{C-q0} = \frac{1}{C} i_{C-do} = \frac{1}{C} \frac{\alpha \omega_s i_{q0} - \omega_s^2 i_{do}}{(\alpha^2 + \omega_s^2)} \quad (4.41)$$

$$\omega_s v_{C-d0} = \frac{1}{C} i_{C-q0} = \frac{1}{C} \frac{\alpha \omega_s i_{do} - \omega_s^2 i_{q0}}{(\alpha^2 + \omega_s^2)} \quad (4.42)$$

Agora substituindo as equações 4.41 e 4.42 nas equações 4.33 e 4.34, determina-se:

$$\Delta v_{C-d}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_s^2] = \alpha(s + \alpha) R_C \Delta i_d(s) + \alpha \omega_{so} R_C \Delta i_q(s) + \frac{1}{C} [(\alpha^2 - \omega_s^2) i_{q0} - 2\alpha \omega_s i_{do} + s(\alpha i_{q0} - \omega_s i_{do})] s \Delta \delta(s) \quad (4.43)$$

$$\Delta v_{C-q}(s)[(s + \alpha)^2 + \omega_s^2] = \alpha(s + \alpha) R_C \Delta i_q(s) - \alpha \omega_{so} R_C \Delta i_d(s) + \frac{1}{C} [(\alpha^2 - \omega_s^2) i_{do} - 2\alpha \omega_s i_{q0} + s(\alpha i_{do} + \omega_s i_{q0})] s \Delta \delta(s) \quad (4.44)$$

# 5 RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

## 5.1 INTRODUÇÃO

Os efeitos de gerador de indução e interação torcional foram identificados e caracterizados, ilustrando os mecanismos básicos de interação da rede elétrica com o sistema eletromecânico dos geradores síncronos.

Neste capítulo, a ressonância subsíncrona é descrita a partir de modelos mais realistas para a máquina síncrona, utilizando-se os conceitos de varredura em frequência e de torques sincronizantes e de amortecimento. No item a seguir será descrito o fenômeno da auto-excitação.

## 5.2 AUTO-EXCITAÇÃO

A elevação espontânea dos enlaces de fluxo do gerador síncrono é uma instabilidade chamada de auto-excitação. Este fenômeno ocorre quando grandes linhas de transmissão são conectadas radialmente às usinas geradoras ou quando se utiliza compensação série nos sistemas elétricos que tem uma resistência muito baixa.

A representação de uma máquina síncrona após a aplicação da transformada de Park pode ser vista na figura seguinte [2]:

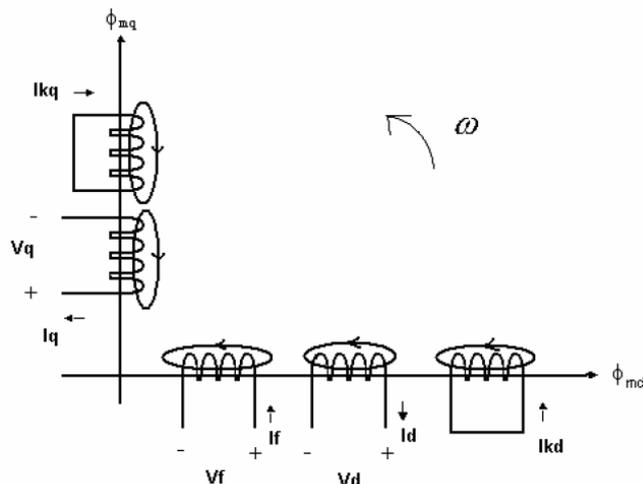


Figura 5.1 – Representação dos circuitos de uma máquina síncrona na referência dq0.

Abaixo serão descritas as equações de enlace de fluxo e tensão após a aplicação da transformada de Park.

## DIRETO 5.2.1 RELAÇÕES DE ENLACE PARA O CIRCUITO DE EIXO

De [2] e [5] tem-se:

$$\lambda_{md} = L_{md} (-i_d + i_f + i_{kd}) \quad (5.1)$$

$$\lambda_{lkd} = L_{kd} i_{kd} \quad (5.2)$$

$$\lambda_{ld} = L_L i_d \quad (5.3)$$

$$\lambda_{lf} = L_f i_f \quad (5.4)$$

$$\lambda_{kd} = \lambda_{md} + \lambda_{lkd} \quad (5.5)$$

$$\lambda_d = \lambda_{md} + \lambda_{ld} \quad (5.6)$$

$$\lambda_f = \lambda_{md} + \lambda_{lf} \quad (5.7)$$

Em que:

$\lambda_{md}$  – enlace de fluxo mútuo no eixo direto;

$\lambda_{lkd}, \lambda_{ld}, \lambda_{lf}$  – enlases de fluxo de dispersão dos enrolamentos no eixo direto;

$\lambda_{kd}, \lambda_d, \lambda_f$  – enlases totais de fluxo dos enrolamentos no eixo direto;

$L_{md}$  – indutância de entreferro não saturada de eixo direto;

$L_{kd}, L_f, L_L$  – indutâncias de dispersão dos enrolamentos  $k_d, f$  e  $d$ ;

$R_{kd}, R_f, R_L$  – resistências dos enrolamentos  $k_d, f$  e  $d$ ;

## 5.2.2 RELAÇÕES DE ENLACE PARA O CIRCUITO PARA O EIXO EM QUADRATURA

De [2] e [5] tem-se que:

$$\lambda_{mq} = L_{mq} (-i_q + i_{kq}) \quad (5.8)$$

$$\lambda_{lkq} = L_{kq} i_{kq} \quad (5.9)$$

$$\lambda_{lq} = L_L i_q \quad (5.10)$$

$$\lambda_{kq} = \lambda_{mq} + \lambda_{lkq} \quad (5.11)$$

$$\lambda_q = \lambda_{mq} + \lambda_{lq} \quad (5.12)$$

Onde representam:

$\lambda_{mq}$  – Enlace de fluxo mútuo no eixo em quadratura;

$\lambda_{lkq}, \lambda_{lq}$ , – Enlaces de fluxo de dispersão dos enrolamentos no eixo em quadratura;

$\lambda_{kd}, \lambda_q$  – Enlaces totais de fluxo dos enrolamentos no eixo em quadratura;

$L_{mq}$  – Indutância de entreferro não saturada de eixo em quadratura;

$L_{kq}, L_L$  – Indutâncias de dispersão dos enrolamentos  $k_q$ , em quadratura (q);

$R_{kq}, R_a$  – Resistências dos enrolamentos  $k_q, q$ ;

### 5.2.3 RELAÇÕES DE TENSÃO NOS ENROLAMENTOS

De [2] e [5] tem-se:

$$v_{kq} = 0 = R_{kq} i_{kq} + \frac{d\lambda_{kq}}{dt} \quad (5.13)$$

$$v_{kd} = 0 = R_{kd} i_{kd} + \frac{d\lambda_{kd}}{dt} \quad (5.14)$$

$$v_f = R_f i_f + \frac{d\lambda_f}{dt} \quad (5.15)$$

$$v_d = -R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_r \lambda_q \quad (5.16)$$

$$v_q = -R_a i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_r \lambda_d \quad (5.17)$$

**5.2.4  
NO EIXO DIRETO**

**RELAÇÕES DE TENSÕES ATRÁS DAS REATÂNCIAS**

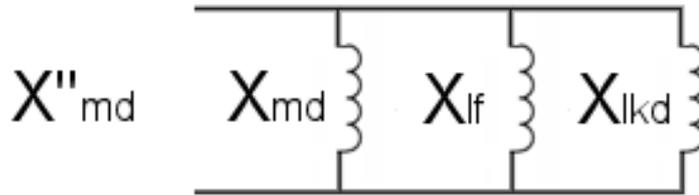


Figura 5.2 – Representação dos circuitos e enlaces de uma máquina síncrona no eixo direto.

De [2] e [5], tem-se:

$$E'_q = \omega_s \frac{x_{md}}{x_f} \lambda_f \quad (5.18)$$

$$E_f = x_{md} i_f \quad (5.19)$$

Reescrevendo e utilizando a equação 5.15, teremos então:

$$\frac{d\lambda_f}{dt} = -R_f i_f + v_f$$

$$\frac{dE'_f}{dt} = -\frac{1}{T'_{d0}} (E_f - V_{fd}) \quad (5.20)$$

Onde representam:

$E_f$  – tensão de excitação;

$v_{fd}$  – tensão de campo referida à armadura.

Da mesma forma com a equação 5.13 determina-se:

$$\frac{d\lambda_{kd}}{dt} = -R_{kd} i_{kd}$$

$$\frac{dE''_q}{dt} = -\frac{1}{T''_{d0}} \left( \frac{x'_d - x_e}{x_d - x_e} \right) E_{kq} + \left( \frac{x''_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) \frac{dE'_q}{dt} \quad (5.21)$$

Pode-se demonstrar também que:

$$E_f = \frac{(x''_d - x_e)(x_d - x_e)}{x'_d - x_e} i_d + \left( \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) E'_q - \left( \frac{x_d - x'_d}{x'_d - x_e} \right) E''_q \quad (5.22)$$

$$E_{kq} = \frac{(x'_d - x''_d)(x_d - x_e)}{x'_d - x_e} i_d + \left( \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) E'_q + \left( \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) E''_q \quad (5.23)$$

Analogamente para o eixo em quadratura tem-se:

$$E''_d = -\frac{1}{T''_{q0}} E_{kd} \quad (5.24)$$

$$E_{kd} = -(x_q - x''_q) i_q + E''_d \quad (5.25)$$

### 5.2.5 AUTO-EXCITAÇÃO NO EIXO DIRETO

Considere um capacitor de capacitância  $C$ , conectada ao terminal de cada fase, de uma máquina síncrona, como apresentado na figura abaixo.

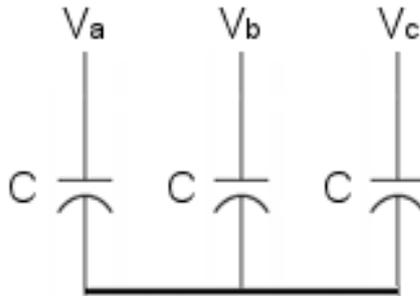


Figura 5.3 – Capacitâncias  $C$ , ligadas aos terminais de uma máquina síncrona.

Por inspeção no circuito, pode-se inferir já nas referências dos eixos, direto e em quadratura [5]:

$$i_d = C \frac{dv_d}{dt} - \omega_r C v_q \quad (5.26)$$

$$i_q = C \frac{dv_q}{dt} + \omega_r C v_d \quad (5.27)$$

Considerando a tensão nos terminais da máquina constantes, podem-se desprezar os termos,  $C \frac{dv_d}{dt}$  e  $C \frac{dv_q}{dt}$ , pois tais termos não variam com a frequência. Considerando também para o equacionamento das correntes, os parâmetros operacionais da máquina síncrona, obtêm-se:

$$i_d = -\omega_r C v_q = -\omega_r C \omega_r \lambda_d = -\left( \frac{\omega_r}{\omega_s} \right)^2 \frac{1}{x_c} (E''_q - x''_d i_d) \quad (5.28)$$

$$i_q = \omega_r C v_d = \omega_r C (-\omega_r \lambda_d) = \left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 \frac{1}{x_c} (E''_d - x''_q i_q) \quad (5.29)$$

Simplificando as equações 5.28 e 5.29 acima:

$$i_d = -\left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 \frac{E''_q}{\left(x_c - \left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 x''_d\right)} \quad (5.30)$$

$$i_q = -\left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 \frac{E''_d}{\left(x_c - \left(\frac{\omega_r}{\omega_s}\right)^2 x''_q\right)} \quad (5.31)$$

Utilizando as equações 5.20, 5.22 e 5.30 e fazendo as devidas substituições, obtêm-se:

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} V_{fd} - \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e}\right) E'_q + \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x_d - x'_d}{x'_d - x_e}\right) \left(\frac{x'_c - x_e}{x'_c - x''_d}\right) E''_q \quad (5.32)$$

$$\text{Onde } x'_c = \frac{x_c \cdot \omega_s}{\omega_r}.$$

Agora, substituindo a equação 5.23 na equação 5.21, se tem:

$$\frac{dE''_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} \left[ (x'_d - x''_d) i_d - E'_q + E''_q \right] + \left(\frac{x''_d - x_e}{x'_d - x_e}\right) E'_q \quad (5.33)$$

Admitindo que  $T'_{d0} \gg T''_{d0}$ , e substituindo a equação 5.30 na equação 5.32, tem-se:

$$\frac{dE''_q}{dt} \cong \frac{1}{T'_{d0}} \left[ E'_q - \left(\frac{x'_c - x'_d}{x'_c - x''_d}\right) E''_q \right] \quad (5.34)$$

Reescrevendo as equações 5.32 e 5.34 na forma de espaços de estados, se tem as seguintes matrizes:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} E'_q \\ E''_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e}\right) & \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x_d - x'_d}{x'_d - x_e}\right) \left(\frac{x'_c - x_e}{x'_c - x''_d}\right) \\ \frac{1}{T'_{d0}} & -\frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x'_c - x'_d}{x'_c - x''_d}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E'_q \\ E''_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T'_{d0}} \\ \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x''_d - x_e}{x'_d - x_e}\right) \end{bmatrix} \cdot V_{fd} \quad (5.35)$$

Equacionando no domínio complexo, teremos:

$$\begin{bmatrix} E'_q(s) \\ E''_q(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s + \frac{1}{T'_{d0}} \left( \frac{x_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) & \frac{1}{T'_{d0}} \left( \frac{x_d - x'_d}{x'_d - x_e} \right) \left( \frac{x'_c - x_e}{x'_c - x''_d} \right) \\ \frac{1}{T''_{d0}} & s + \frac{1}{T''_{d0}} \left( \frac{x'_c - x'_d}{x'_c - x''_d} \right) \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\Delta(s)} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{T'_{d0}} \\ \frac{1}{T'_{d0}} \left( \frac{x''_d - x_e}{x'_d - x_e} \right) \end{bmatrix} \cdot V_{fd}(s) \quad (5.36)$$

Desta forma as repostas naturais de  $E'_q$  e  $E''_q$ , são dadas pelas raízes do polinômio  $\Delta(s)$ .

O polinômio é dado por:

$$\Delta(s) = \left\{ s + \frac{1}{T'_{d0}} \left( \frac{x'_c - x'_d}{x'_c - x_d} \right) \right\} \cdot \left\{ s + \frac{1}{T''_{d0}} \left( \frac{x'_c - x''_d}{x'_c - x'_d} \right) \right\}$$

As componentes das respostas naturais variam no tempo de acordo com as constantes de tempo  $T_1$  e  $T_2$  definidas a seguir.

$$T_1 = \frac{1}{T'_{d0}} \left( \frac{x'_c - x'_d}{x'_c - x_d} \right) \quad (5.37)$$

$$T_2 = \frac{1}{T''_{d0}} \left( \frac{x'_c - x''_d}{x'_c - x'_d} \right) \quad (5.38)$$

A solução da equação 5.36, formada pelas matrizes de estado é dada pelas respostas forçadas a seguir:

$$E'_q(t) = v_{fd}(t) + a'_{q1} \cdot e^{-t/T_1} + a'_{q2} \cdot e^{-t/T_2}$$

$$E''_q(t) = v_{fd}(t) + a''_{q1} \cdot e^{-t/T_1} + a''_{q2} \cdot e^{-t/T_2}$$

Desta forma, a auto-excitação no eixo direto somente ocorre se,  $T_1$  ou  $T_2$  forem negativos. Analisando as relações 5.37 e 5.38 temos que as referidas condições para ocorrência de auto-excitação no eixo direto ocorrem quando:

$$x''_d < \frac{x_c}{u^2} < x_d$$

$$x''_d < \frac{x_c}{u^2} < x'_d$$

$$\text{Onde, } u = \frac{\omega_n}{\omega_s}$$

## 5.2.5 AUTO-EXCITAÇÃO NO EIXO EM QUADRATURA

Utilizando as equações desenvolvidas no item anterior e, substituindo 5.25 na equação 5.24, teremos:

$$\frac{dE''_d}{dt} = -\frac{1}{T''_{q0}} [E''_d - (x_q - x''_q)i_q] \quad (5.39)$$

Se considerarmos a equação 5.31, e substituirmos na equação anterior, teremos a nova relação a seguir:

$$\frac{dE''_d}{dt} = -\frac{1}{T''_{q0}} \left[ 1 - \left( \frac{x_q - x''_q}{x'_c - x''_q} \right) \right] E''_d = -\frac{1}{T''_{q0}} \left( \frac{x'_c - x_q}{x'_c - x''_q} \right) E''_d$$

Fazendo  $T_3 = T''_{q0} \left( \frac{x'_c - x_q}{x'_c - x''_q} \right) \dots$ , podemos simplificar para a seguinte forma:

$$\frac{dE''_d}{dt} = -\frac{1}{T_3} E''_d \quad (5.40)$$

A solução da equação 5.40, acima, é dada por:

$$E''_d(t) = E''_d(0) \cdot e^{-t/T_3}$$

Da relação acima, podemos inferir que a auto-excitação no eixo em quadratura somente ocorre se  $T_3$  for negativo, ou seja:

$$x''_q < \frac{x_c}{u^2} < x_q$$

$$\text{Onde, } u = \frac{\omega_n}{\omega_s}$$

## 5.3 EFEITO GERADOR DE INDUÇÃO

A modelagem do efeito de gerador de indução requer atenção na dinâmica do enlace de fluxo nos enrolamentos do estator. O efeito gerador de indução também pode ser encontrado na literatura com nome de auto-excitação assíncrona [2]. Como já citado no Capítulo dois, o efeito de gerador de indução é um fenômeno puramente elétrico, portanto a representação do multimassa do eixo do conjunto turbina-gerador não se faz necessária. Portanto de agora em diante o eixo turbina-gerador

será representado por uma massa com inércia infinita. O modelo aqui descrito considera a existência do enrolamento de campo no eixo direito e de um enrolamento amortecedor no eixo em quadratura.

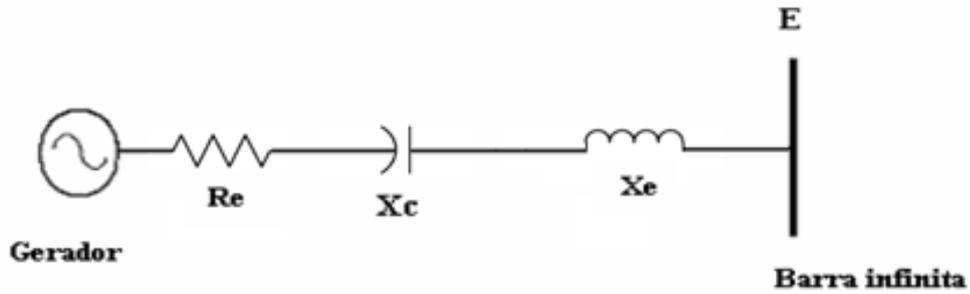


Figura 5.4 – Máquina síncrona funcionando como gerador, conectada a uma barra infinita por meio de uma linha de transmissão com compensação série.

Considerando  $H = \infty$ ,  $\frac{d\omega_r}{dt} = 0$ ,  $\frac{d\delta}{dt} = 0$ ,  $\omega_r = \omega_s$  e admitindo que a impedância seja a mesma com a frequência referida aos eixos, direto e em quadratura (simetria elétrica do rotor).

Partindo das equações 5.16 e 5.26:

$$v_d = -R_a i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_r \lambda_q$$

$$i_d = C \frac{dv_d}{dt} - \omega_r C v_q$$

Temos a seguinte equação para a rede elétrica:

$$v'_d = v_d - r_e i_d - \frac{x_e}{\omega_s} \frac{di_d}{dt} - x_e i_q \quad (5.41)$$

A simetria referida anteriormente resulta nas seguintes relações:

$$v_q = -jv_d$$

$$i_q = -ji_d$$

$$\lambda_q = -j\lambda_d$$

Aplicando as relações anteriores nas equações 5.16, 5.26 e 5.41 tem-se:

$$v_d = -r_a i_d + j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} - 1 \right) \omega_s \lambda_d + j \omega_s \lambda_d = -r_a i_d + j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) \omega_s \lambda_d$$

$$i_d = jC \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} - 1 \right) \omega_s v'_d + j \omega_s C v'_d = j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) \omega_s v'_d$$

$$v'_d = v_d - r_e i_d - j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} - 1 \right) x_e i_d - j x_e i_d = v_d - r_e i_d - j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) x_e i_d$$

$$v'_d = -j \left( \frac{\omega_s}{\omega_{nat} \omega_s C} \right) = r_a i_d + j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) \omega_s \lambda_d - r_e i_d - j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) \omega_s i_d$$

Manipulando as relações anteriores determina-se:

$$j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) \omega_s \lambda_d = (r_e + r_a) i_d + j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} x_e - \frac{\omega_s}{\omega_{nat}} x_c \right) i_d \quad (5.42)$$

$$j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} \right) \omega_s \frac{\lambda_d}{i_d} = \frac{\omega_{nat} / \omega_s}{\omega_{nat} / \omega_s - 1} R_{eq} + j \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} X_{eq} \quad (5.43)$$

Igualando as duas equações anteriores, obtêm-se:

$$-\frac{\omega_{nat} / \omega_s}{\omega_{nat} / \omega_s - 1} R_{eq} i_d - j \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} X_{eq} i_d = (r_e + r_a) i_d + j \left( \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} x_e - \frac{\omega_s}{\omega_{nat}} x_c \right) i_d$$

Simplificando a equação acima tem-se:

$$r_e + r_a + \frac{R_{eq}}{s} + j \left[ \frac{\omega_{nat}}{\omega_s} (X_{eq} + x_e) - x_c \frac{\omega_s}{\omega_{nat}} \right] = 0 \quad (5.44)$$

Onde  $s = \frac{\omega_{nat} / \omega_s}{\omega_{nat} / \omega_s - 1}$ , define o escorregamento do rotor em relação ao campo magnético subsíncrono do estator.

Avaliando a estabilidade, no seu estado limite – quando os elementos ativos do sistema se anulam, pode-se inferir que:

$$\frac{R_{eq}}{s} = -(r_e + r_a) \quad (5.45)$$

Desta forma, a condição para evitarmos a ocorrência do efeito de gerador de indução é:

$$r_e + r_a + \frac{R_{eq}}{s} > 0 \quad (5.46)$$

Onde  $R_{eq}$  é a resistência do rotor referida à armadura e a resistência dos enrolamentos amortecedores é muito pequena.

Para linhas de transmissão altamente compensadas, que levam a uma frequência natural de oscilação subsíncrona alta, terão um escorregamento menor. Dado esse escorregamento menor, o termo  $\frac{R_{eq}}{s}$ , tende a ser cada vez maior. Sendo observado então um efeito de gerador de indução muito mais acentuado quanto mais compensada for a linha de transmissão.

## 5.4 INTERAÇÃO TORCIONAL

A introdução de correntes subsíncronas nos terminais de uma máquina síncrona, funcionando como uma unidade geradora, cria conjugados eletromagnéticos no rotor na frequência de escorregamento. Este torque eletromagnético criado associado à interação entre os fluxos magnéticos nos enrolamentos do estator e do rotor oscila no tempo, com uma frequência complementar igual a:  $\omega_{comp} = \omega_s - \omega_{nat}$ . A existência deste torque eletromagnético esta condicionada à introdução de correntes subsíncronas na máquina síncrona, que produz conjugados eletromagnéticos no rotor na frequência de escorregamento. Sendo outra forma de auto-excitação, no entanto, desta vez que envolve os modos torcionais dos eixos mecânicos do conjunto turbina-gerador.

Exatamente esta frequência complementar que, se muito próxima, ou igual, a umas das frequências naturais de oscilação dos eixos do conjunto turbina gerador, causa uma amplificação das oscilações no rotor.

A avaliação deste fenômeno requer que consideremos o eixo do conjunto turbina-gerador como um sistema multimassa. Avaliar esse sistema como um sistema mecânico massa-mola equivalente foi a estratégia adotada. As frequências naturais de torção deste sistema se encontram entre 10 e 50 Hz [1].



Figura 5.5 – Representação multimassa de um conjunto turbina-gerador [21].

Na figura acima temos a representação de um sistema multimassa de um turbogerador com excitatriz rotativa. Onde, HP, IP, LPA, LPB, GEN e EXC são respectivamente as representações das seções de alta pressão, pressão intermediária, baixa pressão A, baixa pressão B, gerador e excitatriz.

Os conjugados das massas se relacionam da seguinte forma:

$$T_{HP-IP} = K_{HP-IP}(\theta_{HP} - \theta_{IP}) \quad (5.47)$$

$$T_{HP} + T_{IP} = K_{IP-LP}(\theta_{HP} - \theta_{LP}) \quad (5.48)$$

$$\Delta T_{HP} = K_{HP-IP}(\Delta\theta_{HP} - \Delta\theta_{IP}) \quad (5.49)$$

$$\Delta(T_{IP} + T_{HP}) = K_{IP-LP}(\Delta\theta_{IP} - \Delta\theta_{LP}) \quad (5.50)$$

$$\Delta T_{IP} = 0 \quad (5.51)$$

Em que:

$T_{j-k}$  – conjugado entre a massa j e a massa k;

$K_{j-k}$  – constantes elásticas torcionais das seções do eixo que unem as massas j e k;

$\theta_{j-k}$  – ângulo entre as massas j e k.

Considerando apenas uma massa j, se pode desenvolver o conjugado de aceleração da seguinte forma:

$$T_{aj} = M_j \frac{d\omega_j}{dt} = M_j \frac{d^2\Delta\theta_j}{dt^2} \quad (5.52)$$

$$T_{aj} + T_{Dj} + \Delta T_{kj} = \Delta T \quad (5.53)$$

Onde representam:

$T_{aj}$  – Conjugado de aceleração;

$\Delta T_j$  – Desvio do conjugado externo;

$\Delta T_{Kj}$  – Desvio do conjugado torcional;

$T_{Dj}$  – Conjugado de amortecimento.

A equação 5.53 pode ser aplicada para vários ( $n$ ) estágios de uma turbina da maneira como se segue:

$$\Delta T = [\Delta T_1, \Delta T_2, \dots, -\Delta T_G, \dots, \Delta T_n] \quad (5.54)$$

$$[M] \frac{d^2 \Delta \theta}{dt^2} + [D] \frac{d \Delta \theta}{dt} + [K] \Delta \theta = \Delta T \quad (5.55)$$

Pode-se reescrever a equação 5.55 acima, em sua totalidade na forma matricial. Desta forma tem-se então:

$$[\Delta T] = [M] \frac{d^2 \Delta \theta}{dt^2} + [D] \frac{d \Delta \theta}{dt} + [K] \Delta \theta \quad (5.56)$$

A equação matricial 5.56 é a forma mais comumente encontrada na literatura para definir a dinâmica dos esforços torcionais das seções do conjunto turbina-gerador. As matrizes  $[M]$ ,  $[D]$  e  $[K]$  são, respectivamente as matrizes de momento cinético, de constante de amortecimento, e de constantes torcionais do eixo.  $[\Delta T]$  é o vetor dos conjugados aplicados aos estágios e  $\Delta \theta$  é o vetor dos ângulos que define a posição destes estágios durante as oscilações torcionais. Do desenvolvimento das referencias [2], [5] e [19] sabe-se que a matriz  $[M]$  é diagonal, que as matrizes  $[D]$  e  $[K]$  são tri-diagonais. Tais fatos diminuem o esforço computacional necessário para o calculo dos esforços torcionais a cada estagio do conjunto.

Para estas oscilações torcionais os amortecimentos mecânicos da matriz  $[D]$ , são normalmente muito pequenos. Desta forma, definindo uma matriz  $[A]$  da seguinte forma:

$$[A] = -[M]^{-1} \cdot [K] \quad (5.57)$$

Os autovalores desta matriz  $[A]$  fornecem, com boa precisão, as frequências naturais de oscilação torcional de cada seção do eixo do conjunto turbina-gerador.

Da referência [5], se sabe que no limite da estabilidade das oscilações subsíncronas tem-se:

$$D_e = -\frac{f_e}{2f_m} \left( \frac{R}{R^2 + X^2} \right) \quad (5.58)$$

Em que:

$D_e$  – amortecimento elétrico;

$$f_e = f_n - f_m$$

$f_n$  – frequência nominal do sistema elétrico;

$f_m$  – frequência de oscilação do conjunto turbina-gerador;

$R = r_a + R_{rede} + R_{rotor}$  – resistência equivalente do sistema em seqüência positiva ou negativa;

$r_a$  – resistência de armadura da máquina síncrona;

$R_{rotor}$  – resistência do rotor em seqüência positiva ou negativa;

$X$  – reatância equivalente do sistema em seqüência positiva ou negativa.

Se calculado um amortecimento elétrico para seqüência – positiva e negativa – pode-se inferir que a interação torcional poderá ocorrer na seguinte condição:

$$D_e^+ + D_e^- + D_{mec} < 0 \quad (5.59)$$

Onde temos:

$D_e^+$  – amortecimento elétrico de seqüência positiva;

$D_e^-$  – amortecimento elétrico de seqüência negativa;

$D_{mec}$  – amortecimento mecânico.

## **5. 5 MÉTODOS DE ANÁLISE DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA**

### **5.5.1 INTRODUÇÃO A ANÁLISE DO FENÔMENO**

A ferramenta mais utilizada para análise de sistemas de potência é a simulação no domínio do tempo. Avaliação de estabilidade de sistemas de potência normalmente se realiza através da análise de gráficos, calculo de parâmetros e comparação entre casos, variando as condições do sistema e as perturbações analisadas. O método de avaliação no domínio do tempo requer um esforço computacional elevado, além da dificuldade na obtenção de dados do sistema.

Em contrapartida, a análise modal, uma técnica de análise linear, permite obter diversas informações acerca da estrutura do sistema. As informações provenientes deste método são de grande utilidade na análise do comportamento dinâmico do sistema. Tais informações também podem ser utilizadas para determinação de formas de mitigação de possíveis problemas e de parametrização de controladores.

Os modelos lineares necessários podem ser obtidos desprezando as não-linearidades do comportamento do sistema elétrico, ou linearizando as equações em torno de um ponto de operação definido previamente. A exatidão deste modelo somente pode ser garantida considerando perturbações infinitesimais.

## 5.5.2 AUTOVALORES, AUTOVETORES E ESTABILIDADE

Os autovalores de uma matriz são dados pelos valores do escalar  $\lambda$ , para os quais soluções não triviais da equação seguinte existam:

$$[A][v_i] = [\lambda_i][v_i] \quad (5.60)$$

Onde:

$i = 1, 2, \dots, n$ ;

$\lambda_i$  é o autovalor  $i$  da matriz  $A$ ;

$v_i$  é o autovetor à direita da matriz  $A$ , associado ao autovalor  $\lambda_i$ .

De forma análoga o vetor  $w$ , é denominado autovetor à esquerda da matriz  $A$ , segundo a seguinte equação:

$$[A][w_i] = [\lambda_i][w_i] \quad (5.60)$$

Os autovalores podem ser reais ou complexos e pode-se determinar a estabilidade do sistema em análise da forma seguinte:

Tabela 5.1 – Análise de estabilidade a partir de autovalores

<b>Autovalores reais negativos</b>	<b>Sistema estável.</b> Caracterizado por modos não-oscilatórios que decaem exponencialmente no tempo.
<b>Autovalores reais positivos</b>	<b>Sistema instável.</b> Caracterizado por modos não-oscilatórios crescentes exponencialmente no tempo.
<b>Autovalores complexos com parte real negativa</b>	<b>Sistema estável.</b> Caracterizado pelo aparecimento de pares conjugados e correspondem a modos oscilatórios amortecidos.
<b>Autovalores complexos com parte real positiva</b>	<b>Sistema instável.</b> Caracterizado pelo aparecimento de pares conjugados e correspondem a modos oscilatórios crescentes no tempo.

Um autovalor complexo é dado da seguinte forma:

$$\lambda = \sigma \pm j\omega \quad (5.61)$$

A frequência de oscilação é dada por:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \text{ [Hz]} \quad (5.62)$$

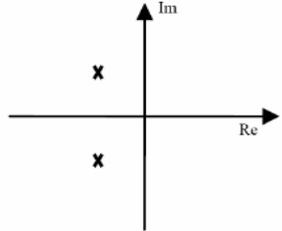
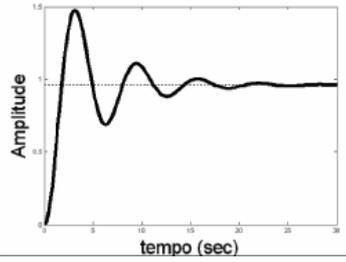
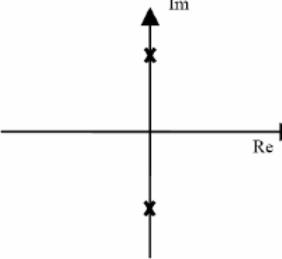
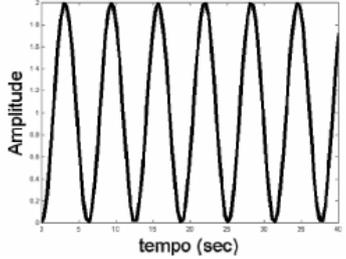
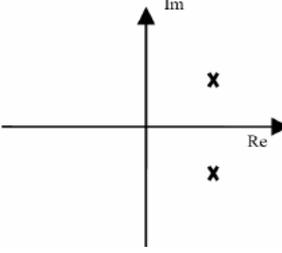
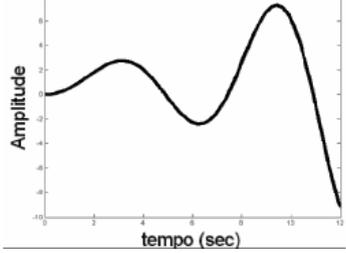
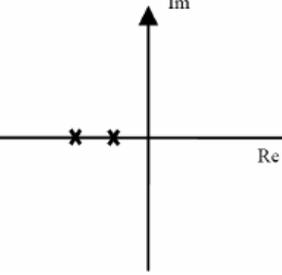
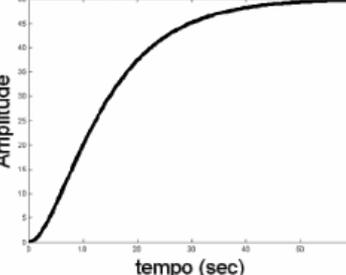
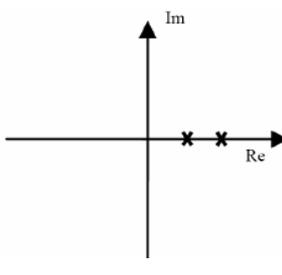
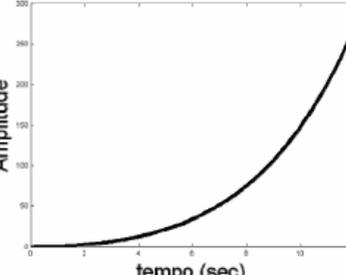
A constante de amortecimento  $\zeta$ , que determina a taxa de decaimento da amplitude da oscilação é definida da seguinte forma:

$$\zeta = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \quad (5.63)$$

As características do comportamento dinâmico de um sistema em função da localização dos autovalores são apresentadas na tabela abaixo, de [20]:

Tabela 5.2 – Comportamento dinâmico do sistema em função da localização dos autovalores

[20]:

Localização dos Autovalores	Resposta a um Degrau	Característica do Modo Oscilatório
		<p>Oscilação amortecida.</p> <p>Estável.</p>
		<p>Oscilação com amplitude constante.</p> <p>Estável.</p>
		<p>Oscilação crescente no tempo.</p> <p>Instável.</p>
		<p>Não oscilatório.</p> <p>Estável.</p>
		<p>Não oscilatório.</p> <p>Instável.</p>

### 5.5.3 VARREDURA EM FREQUÊNCIA (“*FREQUENCY SCAN*”)

O método de varredura em frequência é bastante utilizado em análises preliminares de oscilações subsíncronas, principalmente se o foco do estudo está no fenômeno do efeito gerador de indução. Como resultado deste método, é fornecido uma impedância do sistema vista pela barra interna de uma máquina síncrona em função da frequência.

A possibilidade de oscilações devido ao efeito gerador de indução é indicada para as frequências nas quais a reatância é próxima de zero e a resistência é negativa [5]. Este método necessita da avaliação independente de cada modo torcional. O amortecimento negativo devido a interação torcional é determinado com alguma precisão partindo da seguinte equação:

$$\Delta D_n = \frac{f_p}{8H_n f_p} \left( \frac{R_p}{R_p^2 + X_p^2} \right) - \frac{f_q}{8H_n f_p} \left( \frac{R_q}{R_q^2 + X_q^2} \right) \quad (5.64)$$

Onde representam:

$\Delta D_n$  – O amortecimento negativo devido à interação torcional relativo ao modo torcional  $n$ ;

$f_p = f_s - f_n$ ;

$f_q = f_s + f_n$ ;

$f_n$  – frequência natural do modo torcional  $n$ ;

$f_s$  – frequência síncrona;

$R_{p,q}$  – resistência medida frequência  $f_{p,q}$ ;

$X_{p,q}$  – reatância medida frequência  $f_{p,q}$ ;

$H_n$  - inércia referente ao modo  $n$ .

O amortecimento real devido à interação torcional é determinado subtraindo o amortecimento calculado em 5.64 do amortecimento mecânico do eixo turbina-gerador, aqui denominado  $D_{mec}$ , da seguinte forma:

$$D_{real} = D_{mec} - \Delta D_n \quad (5.65)$$

Caso a análise pelo método de varredura de frequência identificar uma possibilidade de ocorrência do fenômeno de ressonância subsíncrona, se faz necessário a validação da análise utilizando métodos mais detalhados, antes de adotar alguma medida para mitigar a ressonância subsíncrona.

## **5.5.4 ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA**

De [21], resposta em frequência é a resposta em regime estacionário de um sistema submetido a um sinal senoidal com frequência variável a uma de suas entradas. As técnicas de análise no domínio da frequência podem ser utilizadas para avaliar o desempenho do sistema e também para projetar ou aperfeiçoar controladores. Informações acerca da estabilidade do sistema a ser avaliado podem ser obtidas a partir das curvas de resposta em frequência, tais curvas como, diagramas de Bode e Nyquist serão brevemente descritos a seguir.

### **5.5.4.1 DIAGRAMA DE BODE**

O diagrama de Bode fornece dois gráficos diferentes – módulo e fase – da resposta em frequência de um sistema dinâmico. Os gráficos são dados em função da frequência, se utilizada a escala logarítmica será possível a visualização em um único gráfico de uma ampla faixa de frequência. Regras sobre como construir um diagrama de Bode podem ser encontradas em [21].

Partindo do diagrama de Bode, pode-se inferir acerca da estabilidade do sistema em malha fechada a partir da determinação das margens de fase e de ganho, conforme definidas em [21]. Para que um sistema, sem zeros no semiplano direito seja estável, as margens de fase e de ganho devem ser positivas.

### **5.5.4.2 DIAGRAMA DE NYQUIST**

Com critério de estabilidade de Nyquist se pode determinar se o sistema em malha fechada é estável ou não, partindo da resposta em frequência, que ao contrario do diagrama de Bode é dado em um só gráfico, da função de transferência em malha aberta. A formulação completa deste critério pode ser encontrada em [21].

O critério de Nyquist determina que para o sistema seja estável em malha fechada, o número de zeros da função de transferência em malha fechada no semiplano direito deve ser igual ao número de pólos no semiplano direito da função de transferência em malha aberta somado ao numero de envoltimentos no sentido horário do ponto -1 do diagrama de Nyquist. Simplificando, existem então três possibilidades [21]:

1. Não existe envolvimento no ponto  $-1$  – Sistema será estável se não houver pólos de malha aberta no semiplano direito.
2. Um ou mais envoltimentos no ponto  $-1$  no sentido anti-horário – Sistema estável caso o numero de envoltimentos no ponto  $-1$  for igual ao numero de pólos de malha aberta no semiplano direito.
3. Um ou mais envoltimentos no ponto  $-1$  no sentido horário – Sistema de malha fechada instável.

# 6 ANÁLISE COMPUTACIONAL DO FENÔMENO DE RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

Neste capítulo serão descritos sistemas e demonstrados resultados de análise computacional na busca de identificar formas de ressonância subsíncrona, todos os resultados deste trabalho foram obtidos com auxílio do software PacDyn do CEPTEL [25] e de seu módulo PacSSR que analisa a ressonância subsíncrona.

No próximo item será analisado o Sistema IEEE First Benchmark Model, proposto pelo IEEE, descrito e analisado completamente em [3] e [20] e [23].

## 6.1 PRIMEIRO BENCHMARK DO IEEE

A avaliação do primeiro Benchmark do IEEE para ressonância subsíncrona será feita com objetivo de se observar os efeitos de gerador de indução e interação torcional, causados por uma compensação série em uma linha de transmissão.

O sistema é formado por um turbogerador ligado a uma barra infinita por meio de uma linha de transmissão com compensação série. A Figura 6.1 traz o diagrama unifilar do sistema, exibindo os valores dos parâmetros utilizados nesta primeira parte das simulações. As impedâncias estão dadas na frequência do sistema nacional (60 Hz) em *pu* na base do gerador (892,4 MVA).

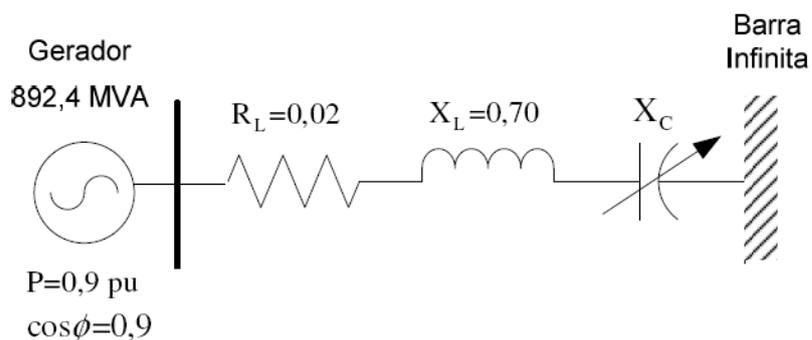


Figura 6.1 – Diagrama unifilar para o modelo do primeiro benchmark do IEEE.

Os dados elétricos do gerador síncrono são mostrados na tabela 6.1 a seguir.

Tabela 6.1 – Dados elétricos do gerador síncrono do modelo utilizado.

$X_d = 1,79 pu$	$X_q = 1,71 pu$	$T'_{d0} = 4,2 s$
$X'_d = 0,169 pu$	$X'_q = 0,228 pu$	$T''_{d0} = 0,032 s$
$X''_d = 0,135 pu$	$X''_q = 0,200 pu$	$T'_{q0} = 0,85 s$
$X_l = 0,13 pu$	$r = 0 pu$	$T''_{q0} = 0,05 s$

O eixo do conjunto mecânico turbina-gerador deste sistema é formado por seis massas rotativas, com amortecimentos e inércias diferentes. A configuração das massas rotativas é dada pela Figura 6.2 [23] abaixo.

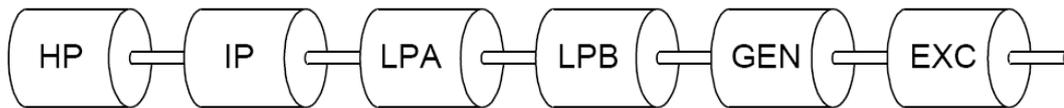


Figura 6.2 – Configuração mecânica das massas rotativas do sistema teste.

Os parâmetros dinâmicos, tais como constantes de amortecimento e inércias das massas são mostradas na tabela 6.2 a seguir.

Tabela 6.2 – Dados dinâmicos do conjunto turbo-gerador do sistema teste.

Massa	H	D	Eixo	K
HP	0.092897	0.104108		
			HP-IP	19.303
IP	0.155589	0.058477		
			IP-LPA	34.929
LPA	0.858670	0.019680		
			LPA-LPB	52.038
LPB	0.884215	0.002280		
			LPB-GEN	70.858
GEN	0.868495	0.024762		
			GEN-EXC	2.822
EXC	0.0342165	0.010219		

Nos dados o símbolo H denota a constante de inércia de cada massa, D o fator de amortecimento e K são as constantes torcionais elásticas relacionadas ao eixo que conecta uma massa à outra.

Considerando então que a reatância capacitiva-série seja de 0,35 pu de [23] temos que em regime permanente o torque mecânico responsável por gerar energia elétrica é dado por seção nesta proporção: 30% (HP), 26% (IP), 22% (LPA), 22% (LPB). Supõe-se que em regime permanente o torque da excitatriz seja zero.

Ainda considerando  $X_c=0,35$  pu, temos os seguintes autovalores para o sistema:

Tabela 6.3 – Autovalores para o sistema com  $X_c=0,35$  pu.

Autovalores	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
$-4,6337+j616,62$	98,1	0,75
$-0,1372+j298,18$	47,5	0,05
$-0,0148+j202,82$	32,3	0,01
$-0,1208+j160,32$	25,5	0,08
$-3,3113+j136,83$	21,8	2,42
$-0,0074+j127,22$	20,3	0,01
$-0,0115+j99,83$	15,9	0,03
$-0,4711+j10,84$	1,73	4,34
-41,1577	-	100
-25,4268	-	100
-3,2599	-	100
-0,1314	-	100

Na figura 6.3 temos os autovalores exibidos no plano complexo.

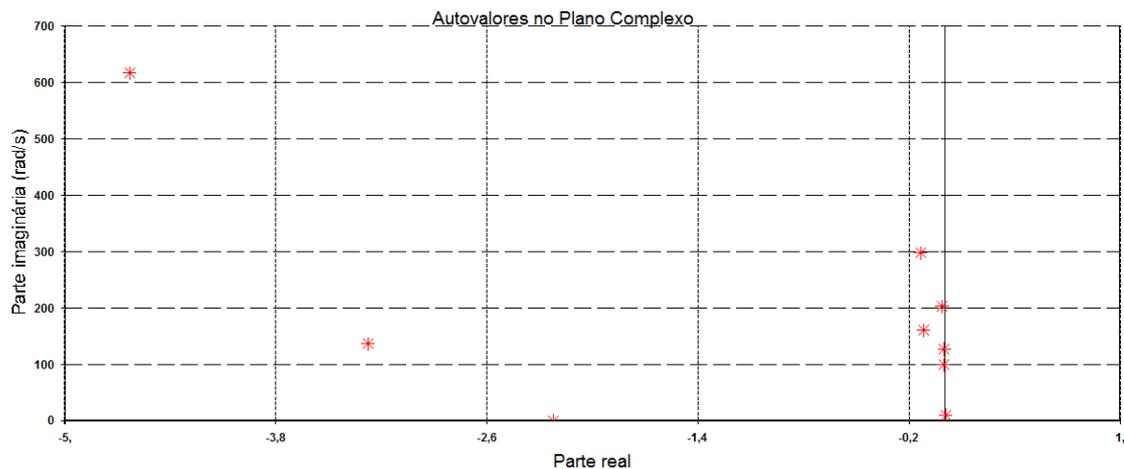


Figura 6.3 – Autovalores do sistema no plano complexo para  $X_c=0,35$ pu.

Desde já é possível observar tanto da tabela 6.3 quanto da figura 6.3, que as partes reais dos autovalores complexos são negativas resultando, portanto em amortecimentos positivos.

A figura 6.4 apresenta a resposta em frequência, diagrama de Bode, da função de transferência que mostra a resposta da velocidade do eixo do conjunto turbina-gerador a um pulso de 0,001 pu aplicado a potência mecânica da máquina síncrona.

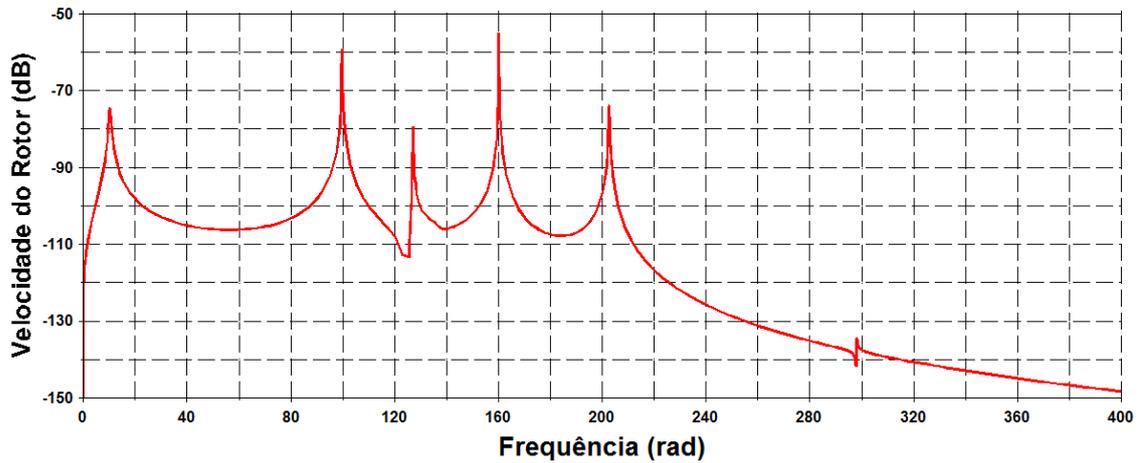


Figura 6.4 – Resposta em frequência da velocidade do eixo do turbogerador.

Verifica-se a presença de pólos dominantes nas frequências de aproximadamente 1,7, 15, 20, 25, 32 e 47 Hz. O pólo dominante na frequência 1,7 Hz corresponde ao modo uníssono, modo 0, no qual todas as massas do eixo oscilam juntas. Os outros picos são elevados devido à proximidade destes pólos com o eixo imaginário.

Para se determinar o modo subsíncrono calculando a frequência dos autovalores da rede em função dos parâmetros do circuito, onde a reatância total é dada pela reatância total da rede somada a reatância subtransitória do gerador síncrono.

$$f_n = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{X_L}{X_C}}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{0,7+0,17}{0,35}}} \approx 38 \text{ Hz} \quad (6.1)$$

Para determinar qual dos modos é o modo subsíncrono, basta fazermos  $(60 - 38 = 22 \text{ Hz})$ . Podemos afirmar então que o modo determinado a partir da análise dos autovalores, na frequência de 21,8 Hz, com amortecimento de 2,42% é o modo subsíncrono do sistema turbina-gerador do sistema.

A figura 6.5 mostra os *mode-shapes* de velocidade para os modos de oscilação, do eixo do conjunto turbina-gerador, identificados na resposta em frequência. Os *mode-shapes* ilustram a forma como as massas oscilam entre si, para cada um dos modos dos pólos dominantes. Os *mode-shapes* são formados pelas componentes dos autovetores à direita, nas posições referentes às variáveis de interesse [1]. Haja vista que nesta seção representa-se o eixo do conjunto turbina-gerador para seis massas, teremos, portanto seis modos de oscilação.

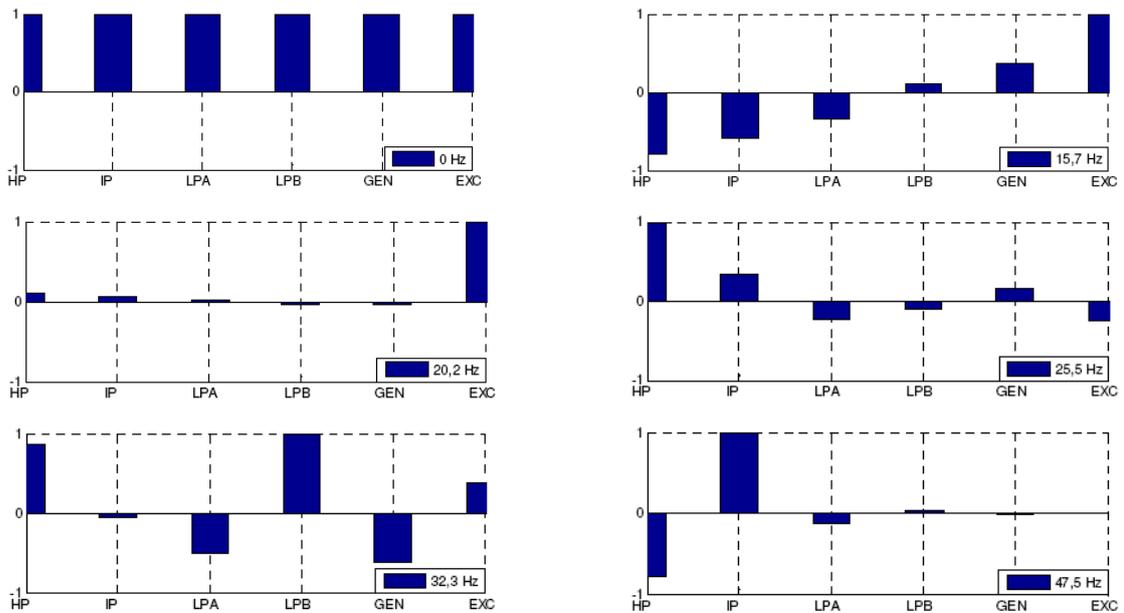


Figura 6.5 – *Mode-shapes* de velocidade do sistema IEEE First Benchmark.

O *mode-shape* de cada modo de oscilação é normalizado em relação à componente que exibe a maior velocidade. É possível que no primeiro modo oscilatório (1,7 Hz) todas as massas oscilam na mesma proporção. O modo oscilatório à frequência de 15 Hz apresenta claramente que as massas HP, IP e LPA oscilam contra as massas LPB, GEN e EXC, indicado pela inversão na polaridade no *mode-shape* nesta frequência. O modo oscilatório referente à frequência de 20 Hz exibe duas inversões na polaridade do *mode-shape*, isso significa que uma seção oscila em um direção e a outra seção tende a oscilar em sentido contrário. O modo oscilatório referente à frequência de 25 Hz apresenta três inversões na polaridade do *mode-shape*. E dessa forma se seguirá nos próximos modos oscilatórios analisados. Normalmente um eixo modelado por  $n$  massas possuirá  $n-1$  modos de oscilação [1]. Seções de massas que apresentam pequenas amplitudes são dificilmente excitados por torques aplicados nas seções correspondentes. É importante observar nos *mode-shapes* de cada modo dominante qual seção de massa tem a maior velocidade normalizada, pois caso ocorra algum distúrbio neste modo, pode-se saber qual será mais severamente afetada.

Na figura 6.6 apresenta-se o desvio de velocidade, no tempo, em resposta a aplicação de um degrau de amplitude igual a 0,01 pu no torque mecânico da máquina síncrona para uma representação multimassa.

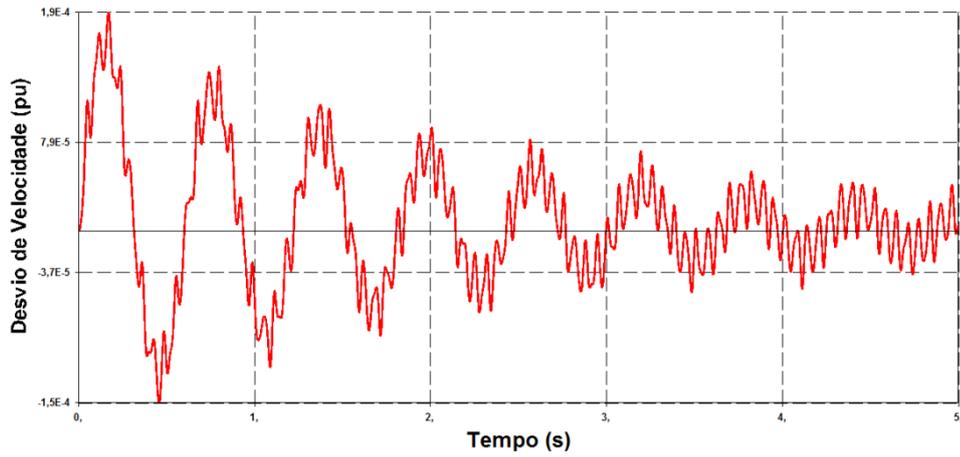


Figura 6.6 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu, representação multimassa.

Na figura 6.7 temos o desvio de velocidade, no tempo, em resposta a aplicação de um degrau de amplitude igual a 0,01 pu no torque mecânico da máquina síncrona para uma representação do eixo como uma massa única (inércia infinita).

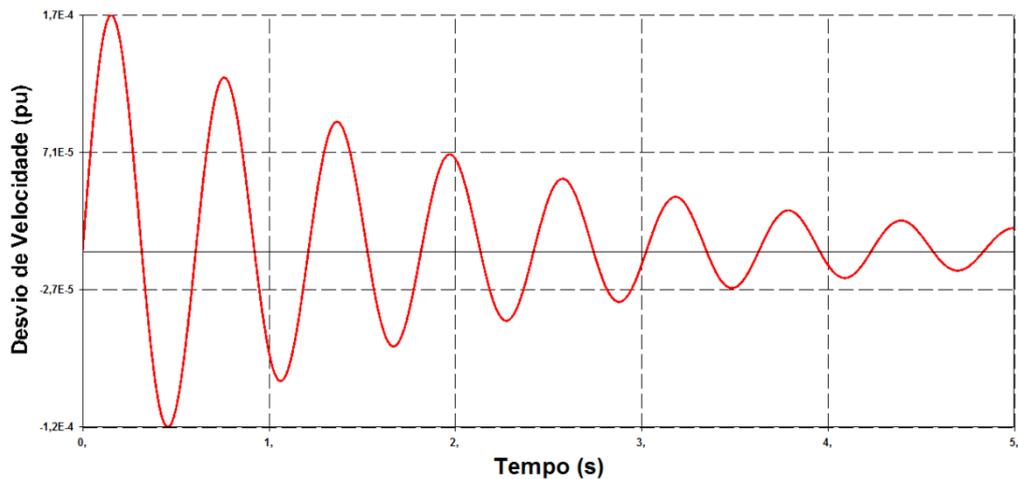


Figura 6.7 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu, representação com inércias infinitas.

A título de comparação na figura 6.8 temos os desvios de velocidade em resposta ao degrau de 0,01 pu nas duas representações – multimassa e eixo rígido.

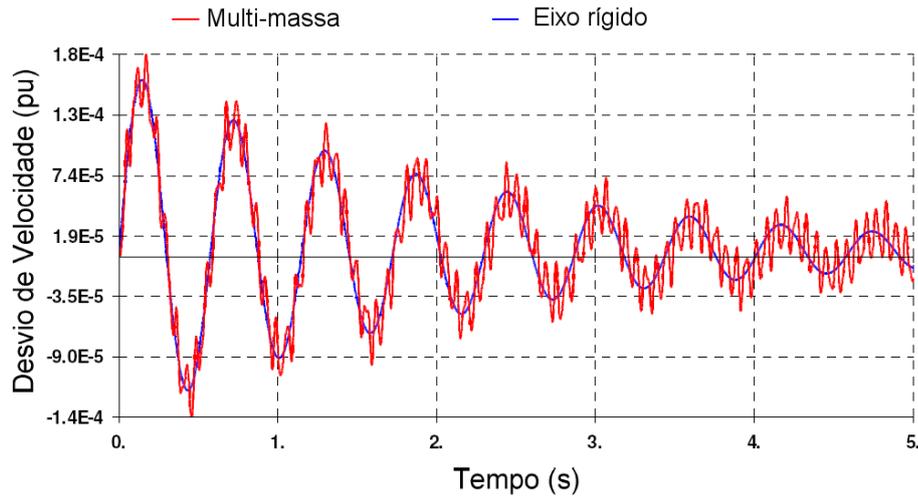


Figura 6.8 – Desvios de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu para as representações multimassa, curva vermelha e eixo rígido, curva azul.

Pode-se perceber das curvas acima que o sistema é estável, dado que ele consegue amortecer um distúrbio, no caso das simulações no tempo esse distúrbio é um pulso de 0,01 pu no eixo do gerador síncrono. Pode-se também notar que o modo referente ao gerador, portanto a dinâmica de tensão, determinado pelo autovalor,  $-0,1314$  é lento. Este valor indica que o modo fica próximo ao eixo imaginário.

## 6.2 SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL COM REGULADOR AUTOMÁTICO DE TENSÃO (AVR)

O sistema mostrado no ponto anterior não tem nenhuma forma de controle suplementar. Para melhorar o desempenho do sistema analisado foi implementado um regulador automático de tensão – AVR – de alto ganho e com uma pequena constante de tempo. O AVR implementado neste trabalho é o mesmo sugerido por [23] para este sistema. O diagrama de blocos da Figura 6.9 [23] representa o AVR utilizado nas simulações subsequentes.

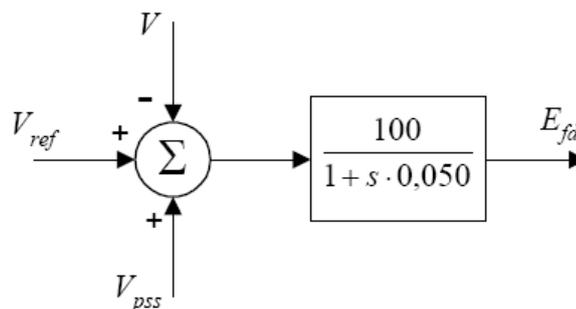


Figura 6.9 – Diagrama de blocos do regulador automático de tensão do AVR implementado.

Tabela 6.4 – Autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com AVR implementado.

Autovalores	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
$-4,633 + j616,63$	98,139	0,75
$-0,13785 + j298,18$	47,456	0,05
$-0,01507 + j202,79$	32,275	0,01
$-0,12091 + j160,28$	25,51	0,08
$-3,2791 + j136,78$	21,768	2,40
$-0,00146 + j127,23$	20,249	0,00
$-0,00618 + j99,798$	15,883	0,01
$-8,7594 + j11,65$	1,8541	60,10
$0,00428 + j10,287$	1,6372	-0,04
-45,941	-	100
-25,417	-	100
-2,2276	-	100

A Tabela 6.4 mostra os autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com a inclusão do AVR da Figura 6.9. Pode-se notar claramente que o AVR tem pouca influencia nos modos oscilatórios e geralmente sua influencia é positiva, pois acresceu o amortecimento de alguns modos. No entanto o AVR age de forma contraria com o modo eletromecânico, causando um amortecimento negativo. Tal amortecimento negativo cria oscilações sustentadas, como pode ser visto na Figura 6.10 a seguir. A Figura 6.10 é a resposta no tempo do desvio de velocidade do eixo do conjunto turbina-gerador a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica da máquina síncrona.

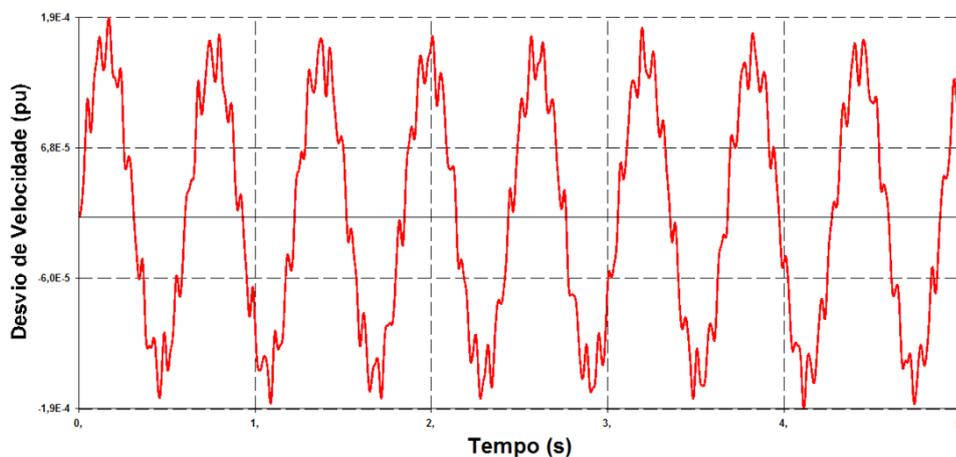


Figura 6.10 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da máquina síncrona.

Em contrapartida a esse modo eletromecânico pouco amortecido a regulação de tensão se dá agora de forma rápida, como se pode observar pelo deslocamento do autovalor referente ao modo referente ao gerador que se deslocou de -0,1314 para -2,2276, resultando em uma resposta na regulação de tensão mais rápida.

### 6.3 SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL COM AVR E ESTABILIZADOR DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

A fim de mitigar a oscilação sustentada verificada com o uso do AVR uma estratégia que se pode propor é o uso de um estabilizador de sistemas de potência – ESP – para amortecer o modo eletromecânico que causa a instabilidade vista na Figura 6.10 [23]. Testaremos dois ESP sugeridos na referência [23]. O diagrama do primeiro, um filtro de *Wash-out*, encontra-se na Figura 6.11 a seguir.

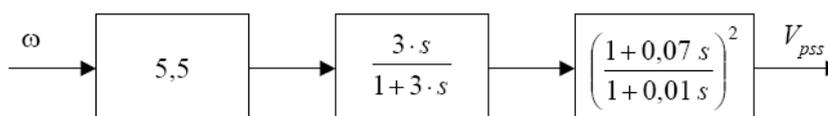


Figura 6.11 – Estabilizador de sistemas de potência 1.

A Tabela 6.5 a seguir exibe os autovalores do sistema com AVR e com o ESP ilustrado na figura 6.11.

Tabela 6.5 – Autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com AVR e ESP implementados.

Autovalores	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
-4,6311 + j616,63	98,139	0,75
-0,13785 + j298,18	47,456	0,05
0,00513 + j202,75	32,269	0,00
-0,10595 + j160,19	25,495	0,07
-3,4244 + j136,54	21,73	2,51
0,06846 + j127,32	20,264	-0,05
0,20217 + j100,3	15,964	-0,20
-7,4844 + j12,927	2,0574	50,11
-101,79 + j10,58	1,6839	99,46
-1,7716 + j10,168	1,6183	17,16
-41,748	-	100
-25,416	-	100

Como se pode observar existe dois modos torcionais nos quais o amortecimento é negativo, o que caracteriza um sistema instável. O deslocamento dos autovalores dos modos torcionais de 20,2 e 15,9 Hz são responsáveis por tal afirmação. Estas oscilações são mais graves nas massas, HP e EXC, como podemos inferir de uma análise dos *mode-shapes*. Oscilações estas que se pode comprovar partindo da resposta do desvio da velocidade a aplicação de um degrau de 0,01 pu na potência mecânica do eixo do conjunto turbina-gerador, como pode ser visto na figura 6.12.

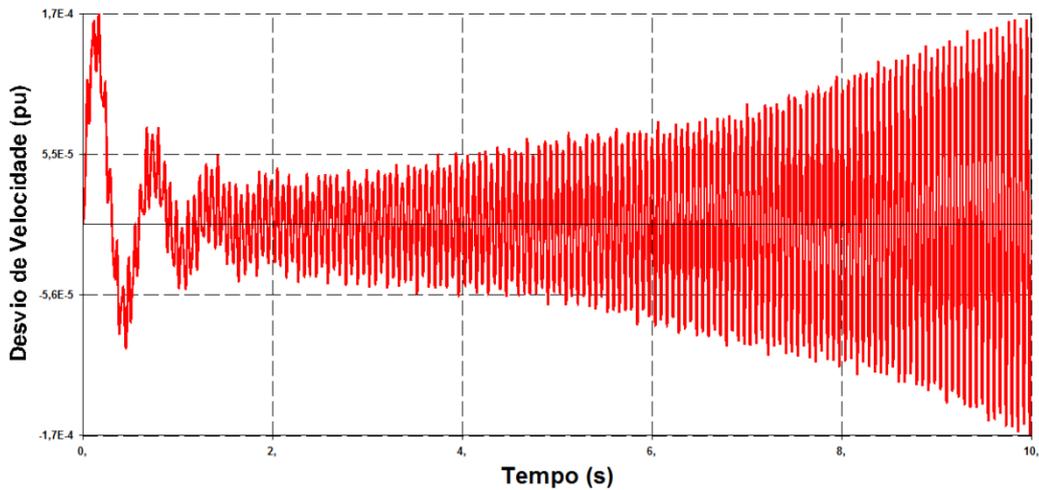


Figura 6.12 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da máquina síncrona com AVR e ESP implementados.

Com intuito de mitigar esta instabilidade nos modos oscilatórios de 15,9 e 20,2 Hz podemos utilizar um filtro torcional proposto em [23], que visa evitar que os modos 15,9 e 20,2 Hz tenham amortecimentos negativos. O uso deste filtro reduz o ganho do ESP, mas esta redução em busca da estabilidade é bastante aceitável. Na Figura 6.13 [23] temos o diagrama de blocos simplificados do filtro e do novo ESP proposto.

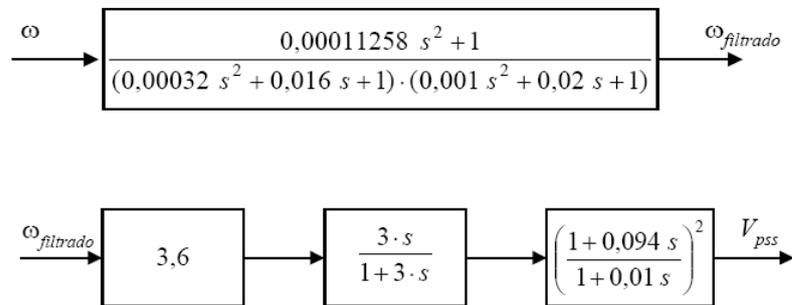


Figura 6.13 – Filtro torcional e novo ESP sugerido, respectivamente.

Na tabela 6.6, que se segue, temos os autovalores para o sistema com o filtro torcional e o novo PSS sugerido.

Tabela 6.6 – Autovalores para o sistema IEEE First Benchmark com AVR, Filtro torcional e ESP implementados.

Autovalores	Freqüência (Hz)	Amortecimento (%)
$-4,633 + j616,63$	98,139	0,75
$-0,13785 + j298,18$	47,456	0,05
$-0,01534 + j202,79$	32,275	0,01
$-0,12158 + j160,28$	25,51	0,08
$-3,2793 + j136,78$	21,769	2,40
$-0,00137 + j127,23$	20,249	0,00
$-0,00466 + j99,795$	15,883	0,00
$-2,1425 + j10,334$	1,6447	20,30
-41,855	-	100,00
-25,414	-	100,00
-2,1882	-	100,00
-0,33602	-	100,00

Nota-se que os modos oscilatórios as freqüências de 15,8 e 20,2 Hz são agora não amortecidos. Na Figura 6.14 temos a resposta no tempo da velocidade do eixo do gerador a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica da máquina síncrona.

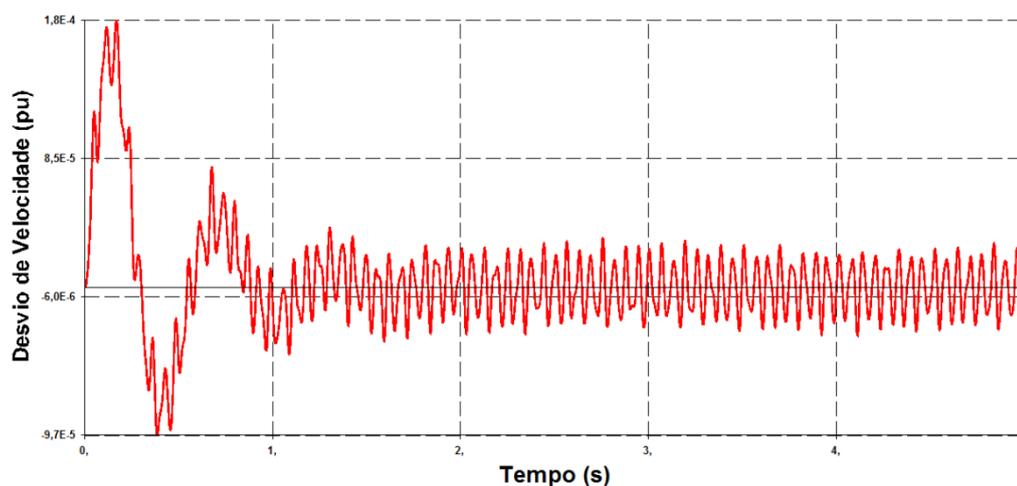


Figura 6.14 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da máquina síncrona com AVR, Filtro Torcional e ESP implementados.

A pequena oscilação sustentada que se nota se deve aos mesmos modos de 15,8 e 20,2 Hz que não são amortecidos e, portanto carregam consigo esta pequena oscilação. Esta oscilação sustentada de forma contínua pode acarretar uma perda de vida útil do eixo do conjunto turbina-gerador por fadiga acumulada.

## 6.4 SISTEMA IEEE FIRST BENCHMARK MODEL SUJEITO A RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

Partindo novamente do sistema proposto na Figura 6.1, dos parâmetros das Tabelas 6.1 e 6.2 e não considerando nenhuma forma de controle suplementar, temos o sistema IEEE First Benchmark. A intenção deste item é analisar a ocorrência de ressonância subsíncrona devido à compensação série de linhas de transmissão.

Na Figura 6.15 abaixo temos o lugar geométrico das raízes – LGR – para a variável  $X_c$ , variando a compensação capacitiva-série do sistema podemos ver em quais pontos os autovalores se deslocam para a direita do plano complexo, tornando-se instáveis.

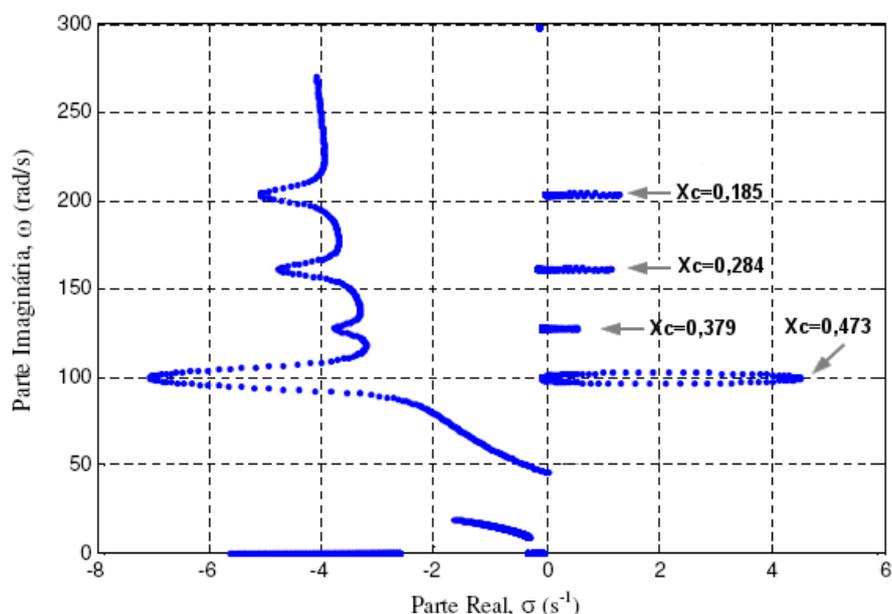


Figura 6.15 – LGR do sistema com a variação da compensação.

Escolhemos usar o nível de compensação que corresponde à capacitância  $X_c=0,379$ , algo em torno de 54% de compensação da linha de transmissão. Uma pequena variação na capacitância-série de 0,35 para 0,379 pode levar o sistema a instabilidade. Esse nível de compensação resulta em instabilidade no modo oscilatório torcional de 20 Hz, com podemos ver pela equação abaixo.

$$f_n = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{X_L}{X_C}}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{0,7+0,17}{0,379}}} \approx 20 \text{ Hz} \quad (6.2)$$

Neste modo torcional se pode inferir com auxílio dos *mode-shapes* da Figura 6.5 que a massa mais crítica no caso de instabilidades será a excitatriz. Nas figuras abaixo tem-se a resposta no tempo

da velocidade do eixo do gerador e da excitatriz a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica da máquina síncrona.

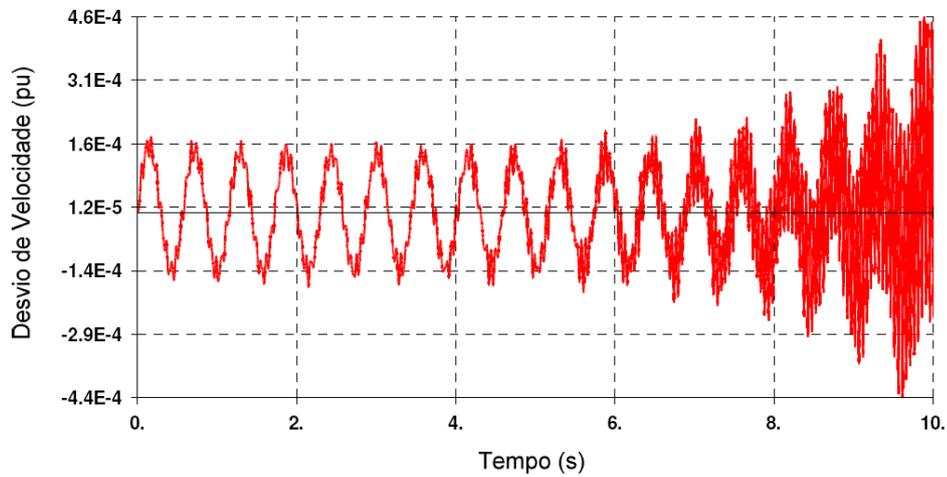


Figura 6.16 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo do gerador com  $X_c=0,379$ .

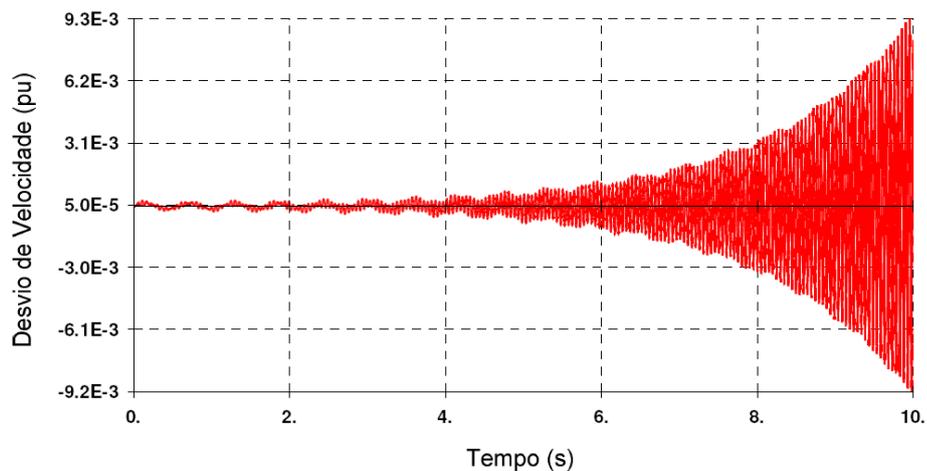


Figura 6.17 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo da excitatriz com  $X_c=0,379$ .

Como esperado, após a análise dos *mode-shapes*, a instabilidade no eixo da excitatriz é mais severa. Entretanto esta oscilação interage com as outras massas do eixo do conjunto turbina-gerador levando todas as massas para condições instáveis. O fenômeno é de ressonância subsíncrona causado pelo efeito de gerador de indução. Haja vista que o efeito de auto-excitação ocorrerá para qualquer alto valor da compensação série do sistema.

## 6.5 SISTEMA MULTI-MÁQUINAS

Neste item desenvolveremos as análises de um sistema com duas máquinas síncronas ligadas por duas linhas de transmissão, iguais, com compensação série capacitiva, ligadas a uma barra infinita como ilustrado na Figura 6.18 abaixo. Este sistema encontra-se proposto nos arquivos de tutorial disponíveis no software PacDyn do CEPEL [25].

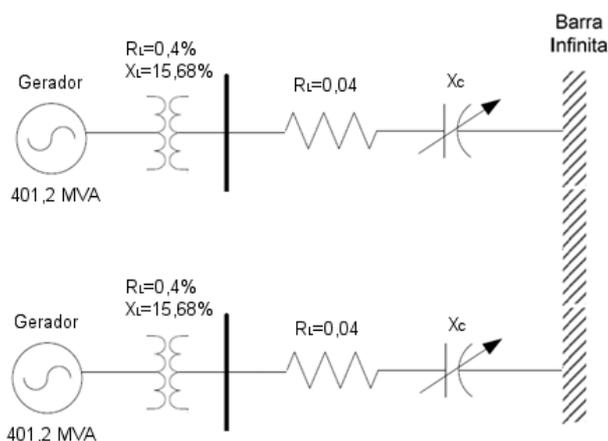


Figura 6.18 – Diagrama unifilar do sistema a ser simulado.

Para as simulações que se seguem foi considerado que  $X_c=7,844\%$ , como proposto no PacDyn. Os dois geradores são idênticos. Dados elétricos dos geradores síncronos são os mesmos apresentados na Tabela 6.1 Entretanto a configuração das massas e as constantes mecânicas são baseadas nas constantes do IEEE First Benchmark Model, mas foram alteradas a fim de proporcionar outros amortecimentos mecânicos. As massas que representam as seções do conjunto turbina-gerador são representadas na Figura 6.17 abaixo.



Figura 6.17 – Representação das massas que compõem o conjunto turbina-gerador.

Os parâmetros dinâmicos, tais como constantes de amortecimento e inércias das massas são mostradas na Tabela 6.7 a seguir.

Tabela 6.7 – Dados dinâmicos do conjunto turbo-gerador do sistema multi-máquina.

Massa	H	D	Eixo	K
HP	0.092897	0.104108		
			HP-IP	19.303
IP	0.155589	0.058477		
			IP-LP	34.929
LP	0.884215	0.002280		
			LP-GEN	70.858
GEN	0.868495	0.024762		
			GEN-EXC	2.822
EXC	0.0342165	0.010219		

Os autovalores do sistema proposto são apresentados na tabela 6.7 a seguir.

Tabela 6.8 – Autovalores para o sistema multi-máquina proposto com  $X_c=7,844\%$ .

Autovalores	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
-5,1685 + j635,91	101,21	0,81
-0,13661 + j298,4	47,492	0,05
-0,06173 + j189,25	30,121	0,03
-0,10855 + j138,26	22,005	0,08
-0,0006 + j122,05	19,425	0,00
-4,7768 + j118,32	18,831	4,03
-0,017913 + j6,3034	1,0032	2,84
-40,194	-	100,00
-25,362	-	100,00
-1,7126	-	100,00
-0,13242	-	100,00

Todos os modos oscilatórios são positivamente amortecidos, isto é tem a parte real dos seus autovalores do lado esquerdo do plano complexo, caracterizando um sistema estável.

A seguir a resposta em frequência da velocidade do eixo do gerador a um degrau de 0,01 pu na potência mecânica da máquina síncrona.

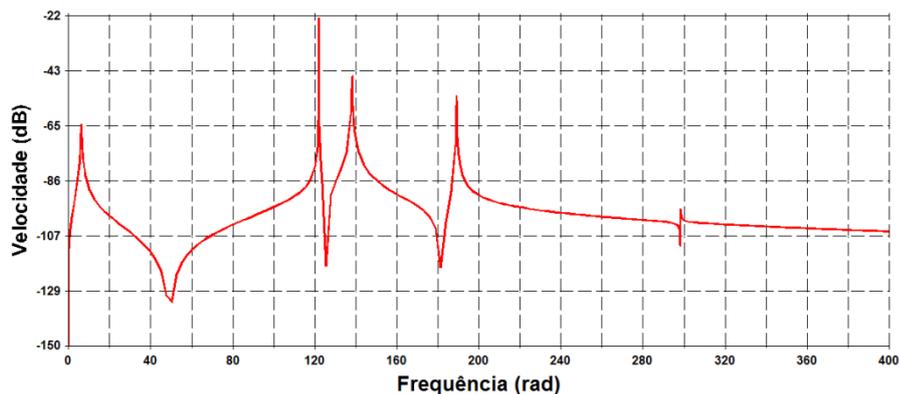


Figura 6.20 – Resposta em frequência da velocidade do eixo do turbogerador.

Como temos cinco massas rotativas representadas neste eixo já era esperado que somente 4 pólos dominantes aparecessem na resposta em frequência, estes pólos correspondem às frequências de aproximadamente, 1, 18.8, 19.5 e 30 Hz.

Sendo a modo subsíncrono dado pelo pólo referente à frequência de 30 Hz, provando-se como se segue.

$$f_n = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{X_L}{X_C}}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\frac{0,16+0,17}{0,07844}}} \approx 30 \text{ Hz} \quad (6.3)$$

O amortecimento de distúrbios torcionais no eixo do conjunto-turbina gerador pode ser avaliado a partir da Figura 6.21, onde vemos que realmente se trata de um sistema estável, pois o sistema reage de forma a amortecer completamente no tempo, mesmo que de forma lenta, um degrau de 0,01 pu imposto ao eixo do conjunto de um dos geradores.

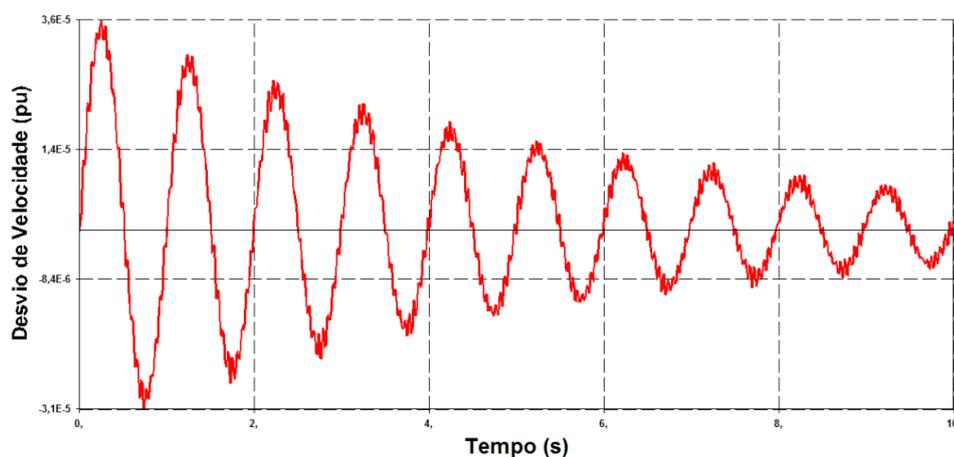


Figura 6.21 – Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo do conjunto turbina-gerador de uma das máquinas com  $X_c=7,855\%$ .

Uma aplicação para esse tipo de problema pode ser verificada considerando-se o sistema que representa a região elétrica de Mato Grosso. A instalação de parque térmico na supracitada região, aliada a compensação serie em linhas de 230 kV entre as SEs Coxipó e Rondonópolis, cria uma situação favorável à ocorrência de ressonância subsíncrona. O diagrama destacando essa parte do sistema pode ser visto na Figura 6.22, que é parte do diagrama de operação Sul/Sudeste/Centro-Oeste do ONS.

Para fins acadêmicos e levando em conta dados típicos de geradores da região de Mato Grosso, foram utilizados os dados elétricos da UTE Cuiabá-1. Esta usina apresentada é do tipo termoeletrico, a gás, de 180 MVA. Alguns dados elétricos típicos utilizados neste trabalho foram retirados do banco de dados disponível na pagina eletrônica da NOS [24]. Dados típicos para as dinâmicas das massas foram extrapolados (como a finalidade é ilustrar o fenômeno de ressonância subsíncrona, os dados das massas dos geradores não necessariamente refletem a realidade, uma vez que tais informações não são disponíveis).

É imperativo deixar bem claro que estas simulações são apenas estudos fictícios com alguns dados baseados em parte do sistema elétrico brasileiro. Portanto não significa que possa ocorrer ressonância subsíncrona no sistema Mato Grosso.

Nas Tabelas 6.8 e 6.9 estão os dados elétricos e os dados da dinâmica mecânica do gerador e do eixo respectivamente, referidos à base de potência do gerador, 186 MVA. A restante do circuito é o mesmo da Figura 6.18, portanto, apenas os dados dos geradores síncronos são diferentes.

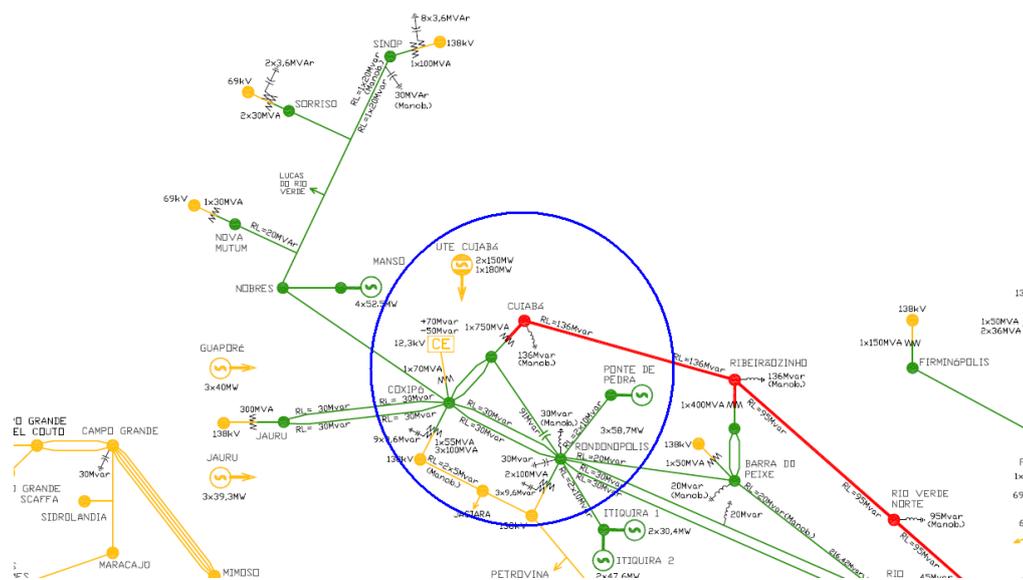


Figura 6.22 – Diagrama de transmissão de parte do sistema Centro-Oeste [24].

$X_d = 1,607 pu$	$X_q = 1,527 pu$	$T'_{d0} = 9,22 s$
$X'_d = 0,195 pu$	$X'_q = 0,37 pu$	$T''_{d0} = 0,041 s$
$X''_d = 0,144 pu$	$X''_q = 0,158 pu$	$T'_{q0} = 2,5 s$
$X_l = 0,10 pu$	$r = 0 pu$	$T''_{q0} = 0,15 s$

Tabela 6.9 – Dados elétricos do gerador síncrono a gás da UTE Cuiabá-1.

Massa	H	D	Eixo	K
HP	0.174100	0.13760		
			HP-IP	14.330
IP	0.164100	0.15990		
			IP-LP	20.080
LP	0.148600	0.05990		
			LP-GEN	28.540
GEN	0.105800	0.00990		
			GEN-EXC	4.582
EXC	0.045000	0.01200		

Tabela 6.10 – Dados dinâmicos do conjunto turbo-gerador do multi-máquina com valores típicos para um gerador de 186 MVA modificados para ocorrência de ressonância subsíncrona.

Os autovalores deste sistema estão mostrados na tabela abaixo.

Autovalores	Frequência (Hz)	Amortecimento (%)
-4,6453 + j615,22	97,91	0,76
-0,11731 + j328,93	52,35	0,04
-0,21501 + j224,8	35,77	0,10
0,78145 + j150,04	23,88	-0,52
-4,3366 + j139,83	22,25	3,10
0,45942 + j111,68	17,77	-0,41
-0,89652 + j18,967	3,01	4,72
-26,238	-	100,00
-10,374	-	100,00
-1,344	-	100,00
-0,1481	-	100,00

Tabela 6.11 – Autovalores para o sistema multi-máquina proposto multi-máquina com valores típicos para um gerador de 186 MVA modificados para ocorrência de ressonância subsíncrona e  $X_c=7,844\%$ .

É possível identificar dois modos torcionais com amortecimentos negativos, que indicam que o sistema é instável. Na resposta em frequência podemos identificar se algum desses modos são modos relacionados à frequência de pólos dominantes.

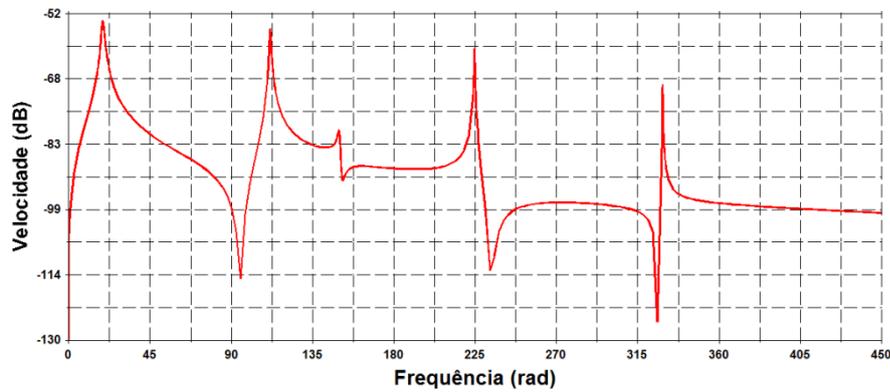


Figura 6.23 – Resposta em frequência da velocidade do eixo do turbogerador.

Uma inspeção no gráfico da Figura 6.23 nos traz que o modo referente à frequência 17,77 Hz com amortecimento negativo é um modo oscilatório dominante. Os outros modos dominantes identificados são referentes às frequências de 3, 35.7 e 52.3 Hz.

Caso fossem considerados dois geradores com os dados dinâmicos diferentes na resposta em frequência poderia ser possível observar dois picos muito próximos, isto indicaria dois modos de oscilação no qual os geradores vibram juntos, trocando energia entre si. Caso este modo for pouco amortecido ou com amortecimento negativo, teríamos respectivamente oscilações sustentadas e oscilações crescentes no tempo. Em ambas as oscilações a operação do conjunto estaria sendo prejudicada.

A fim de ilustrar a instabilidade do sistema, aplicamos um degrau 0,01 pu na potência mecânica no eixo de um dos geradores e analisamos a resposta no tempo da velocidade no eixo deste gerador.

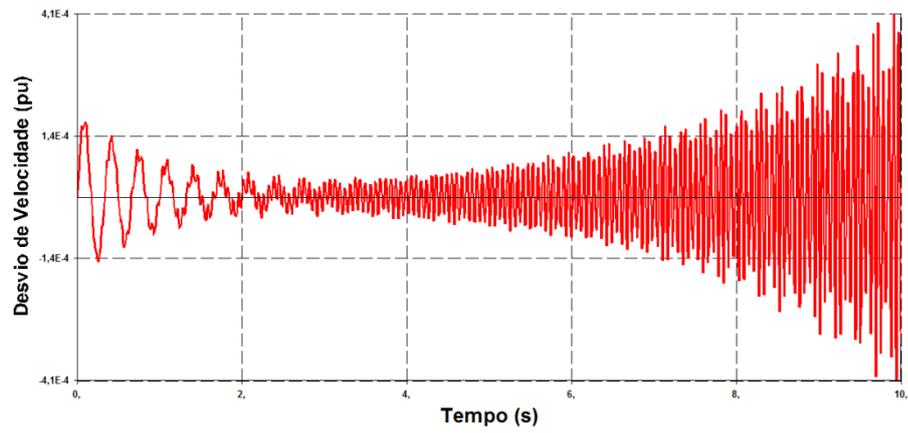


Figura 6.24 - Desvio de velocidade em resposta a um degrau de 0,01 pu no eixo do conjunto turbina-gerador de uma das máquinas com  $X_c=7,855\%$ .

A partir da Figura 6.24 fica comprovada a análise de instabilidade feita a partir dos autovalores pelo desvio de velocidade crescente e não amortecido no tempo.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho foi estudado o fenômeno associado à ressonância subsíncrona e os aspectos atuais do sistema que favorecem a sua ocorrência, tais como o aumento do número de termoeletricas e mais linhas compensadas nos sistemas atuais. A compensação série de linhas de transmissão aumenta a capacidade de transmissão de energia e pode levar à postergação da construção de novas linhas, porém, cabe avaliar se nesta expansão o problema de ressonância subsíncrona está sob controle.

Problemas de ressonância subsíncrona causam danos por fadiga contínua, em caso de oscilações sustentadas. Ou rompimento do eixo no caso de uma oscilação mais severa. Em ambos os casos, a parada da unidade geradora por longo tempo acarreta grandes impactos econômicos para os proprietários da unidade geradora em questão e impactos na operação do sistema elétrico.

Foram descritos modelos das partes do sistema elétrico que se envolvem na ocorrência da RSS. A modelagem matemática da máquina síncrona foi efetuada utilizando os enlaces de fluxo, tal abordagem é necessária na análise da estabilidade dos sistemas de potência. O modelo do conjunto mecânico turbina-gerador e sua dinâmica foram desenvolvidos. A rede elétrica básica utilizada em simulações da RSS foi descrita e seus parâmetros e variáveis de interesse calculadas. Todos os modelos foram linearizados em torno de um ponto de operação. Simulações foram efetuadas com objetivo de ilustrar os efeitos de interação torcional, de gerador de indução e auto-excitação.

Foram discutidos três métodos de análise da ressonância subsíncrona: no domínio do tempo, baseado em análise modal e no domínio da frequência. Testes apresentados mostram o desempenho de cada um.

Os testes computacionais com o software PacDyn [25] e seu módulo PacSSR atenderam plenamente aos objetivos esperados em termos de avaliação para estudos do fenômeno de RSS. Os resultados das simulações corroboraram com os métodos de análises descritos no presente trabalho.

A possibilidade de ocorrência do fenômeno de ressonância subsíncrona em locais onde há parque térmico próximo a interligações com compensação série motiva estudos futuros sobre o tema, contemplando modelagem mais detalhada do sistema.

Planos de interligação do sistema isolado de Manaus, no estado do Amazonas, merecem atenção no quesito da ocorrência de ressonância subsíncrona, haja vista que, no sistema Manaus, existem

diversas termelétricas, e a previsão da interligação deste sistema isolado com o sistema interligado nacional - SIN - contempla linhas de transmissão com compensação série.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] – KUNDUR, P; “*Power System Stability and Control*”,  
1a ed., New York, McGraw-Hill, 1994.
- [2] – TAVARES, CARLOS ANDRÉ ANDRADE; “*Ressonância Subsíncrona e Outras Formas de Instabilidade Eletromecânica*”, [Rio de Janeiro], 2005, XII, 134 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2005)
- [3] – IEEE subsynchronous Resonance Task Force of the Dynamic System Performance Working Group Power System Engineering Committee “*FIRST BENCHMARK MODEL FOR COMPUTER OF SUBSYNCHRONOUS RESONANCE*”, , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, No 5, pp 1565-1572, Sep / Oct, 1977.
- [4] – HINGORANI, N. G.; “*New Scheme for Subsynchronous Resonance Damping Torcional Oscillations and Transient Torque – Part I and Part II*”; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, No 4, pp 1852-1863, April, 1981.
- [5] – ANDERSON, P. M.;AGRAWAL, B. L.; VAN NESS, J. E.; “*Subsynchronous Resonance in Power Systems*” , 2a ed., New York, IEEE Press, 1990.
- [6] – IEEE Committee Report, “*Proposed Terms and Definitions for subsynchronous Oscillations,*” IEEE Trans., Vol. PAS-99, No. 2, pp. 506-511, March/April 1980.
- [7] – IEEE Committee Report, “*Second benchmark model for computer simulation of subsynchronous resonance*”, IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. 104, no. 5, May 1985, pp. 1057-1066.
- [8] – DOMMEL, H. W.; KABIRI., K.; HENSCHERL, S.; “*A Simplified System for Subsynchronous Resonance Studies*”;. Department of Electrical and Computer Engineering, The University of British Columbia, Vancouver, Canada, 2003.
- [9] – WALKER, D. N.; BOWLER, C. E. J.; HODGES, D. A.; “*Results of Subsynchronous Resonance Test at Mohave*”; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 94, No 5, pp 1878-1889, Sep / Oct, 1975.
- [10] – IEEE Subsynchronous Resonance Working Group; “*Terms, Definitions and symbols for Subsynchronous Oscillations*”; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems; vol. PAS 104; No 6; pp 1326-1334, Dec, 1985.
- [11] – RAJARAMAN, RAJESH; DOBSON, IAN; “*Justification of Torque per Unit Velocity Methods of Analyzing Subsynchronous Resonance and Swing Mode in Power Systems*”. IEEE Transactions on Circuits and Systems. Vol. 45. No 10, pp 1109-1113, Oct, 1998.
- [12] – UNDRILL, J. M.; KOSTYNIK, T. E.; DE MELLO, F. P.; “*Subsynchronous Oscillations Parts I and II*”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 95, No 4, pp 1446-1464, Jul / Aug, 1976.
- [13] – CANIZARES, CLAUDIO A.; MITHULANANTHAN, N.; MILANO, FEDERICO; REVÉ, JOHN; “*Linear Performance Indices to Predict Oscillatory Stability Problems in Power Systems*”; IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 18, No 3, pp 2203-2210, May, 2002.

- [14] – SCHODER, KARL; HASANOVIC, AMER; FELIACHI, ALI; HASANOVIC, AZRA; “*PAT: Power Analysis Toolbox for Matlab/Simulink*”, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 18, No 1, pp 42-47, Feb, 2003.
- [15] – OZAY, N.; GUVEN, A. N.; “*Investigation of Subsynchronous Resonance Risk in The 380kV Turkish Electric Network*. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 11, No 4, pp 1623-1626, Nov, 1988.
- [16] – TENÓRIO, ANTÔNIO R. DE MATTOS; GAMA, CARLOS A., “*Resolvendo Problemas de Ressonância Subsíncrona Através do TCSC e do Dispositivo NGH –Análise de Estratégias de controle*”, *XV SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica. Foz do Iguaçu – Paraná – Brasil. 1999.*
- [17] – KULIG, S; JOSWIG, F.; “*Perceptions About New Kinds of Subsynchronous Resonance*”; *Institute for Electrical Machines, Drives and Power Electronics. University of Dortmund, Germany, Sep, 1999.*
- [18] – ANDRADE, M; Messina, A. R.; “*Application of Hilbert Techniques to the Study of Subsynchronous Oscillations*”, *IPST '05.*
- [19] – ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A.; “*Power System Control and Stability*”, *Iowa State University Pres.*
- [20] – JUSAN, FERNANDO CATTAN, “*Análise Linear de Oscilações Subsíncronas em Sistemas Elétricos de Potência*”; [Rio de Janeiro], 2007, XVIII, 408 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Elétrica, 2007).
- [21] – OGATA, KATSUHIKO, “*Engenharia de Controle Moderno*”, 3a ed., Editora LTC, Rio de Janeiro, 1988.
- [22] – IEEE SUBSYNCHRONOUS RESONANCE WORKING GROUP, “*Countermeasures to Subsynchronous Resonance Problems*”, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-99, No.5, pp. 1810-1818, Sep/Oct 1980.
- [23] – Gomes, S. Jr.; Quintão, P. E. M.; Martins, N.; “*Subsynchronous Resonance Results obtained with a comprehensive Small-Signal Stability Program*”, *IX SEPOPE – Rio de Janeiro - Brasil.*
- [24] – ONS – Página eletrônica oficial do NOS - Operador Nacional do Sistema, disponível no endereço eletrônico <http://www.ons.org.br/>, 2007.
- [25] – CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, Pacdyn User’s Manual, V6.1, Rio de Janeiro, Brasil, January de 2003.
- [26] – CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, ANAREDE Manual, V08, Rio de Janeiro, Brasil, January de 2003.

# APÊNDICE – FORMAS DE MITIGAR A RESSONÂNCIA SUBSÍNCRONA

Dados os eventos ocorridos na usina de Mohave, tem-se a necessidade de criar formas de analisar o fenômeno de ressonância subsíncrona, como foi visto neste trabalho. Contudo, também se faz necessário o estudo de formas de mitigar ou abrandar os efeitos do fenômeno. Os fabricantes e as empresas de energia têm mostrado interesse por estudar métodos preventivos para evitar danos que, em último caso, podem levar ao rompimento do eixo do conjunto turbina-gerador.

A maior probabilidade da danificação do eixo se dá pela perda da vida útil pela acumulação da fadiga mecânica do material do eixo. Caso o eixo ainda não apresente rachaduras em uma grande extensão de sua superfície é possível o reparo. Entretanto tal reparo requer o desligamento da unidade por um longo tempo, o que, logicamente, não é aceitável do ponto de vista estratégico, financeiro e operacional.

Da referência [22] estão listadas algumas medidas mitigadoras para o fenômeno, dissertando sobre sua forma de operação, vantagens e desvantagens. Para facilitar o entendimento os métodos serão divididos em seções e sucintamente explicados.

## A.1 – MONITORAÇÃO E RELEAMENTO

A utilização dos relés é uma alternativa bastante utilizada para proteção contra a ressonância subsíncrona, haja vista que para sistemas com probabilidades reduzidas da ocorrência do fenômeno, esquemas de segurança utilizando relés podem ser adotados como única forma de prevenção. Em sistemas com grandes probabilidades de ocorrência, o alto número de desligamentos não é conveniente, sendo os relés indicados como proteção secundária. Os relés torcionais e de corrente de armadura são normalmente utilizados nesses tipos de sistemas.

Os relés torcionais, monitoram as oscilações do eixo do conjunto turbina-gerador. Quando estes relés detectam oscilações crescentes no tempo, enviam um sinal para os disjuntores da unidade geradora. Este mesmo sinal, em vez de desligar a unidade geradora, pode ser utilizado com sinalização para o “*by-pass*” da compensação série, ou de estágios dela, ou abertura de linhas transmissão, assim agindo na fonte do fenômeno.

Os relés de corrente de armadura são alimentados com os sinais proporcionais as correntes de fase que, relacionados a outros sinais da máquina síncrona, resultam em um sinal que pode indicar a

presença de oscilações sustentadas ou crescentes. Este tipo de sistema é capaz de identificar interações torcionais ou a existência do efeito do gerador de indução. A partir do momento em que é detectado o fenômeno a sinalização de ocorrência pode ser utilizada como no relé torcional.

## **A.2 – FILTROS**

### A.2.1 – Filtro de Linha

Um filtro de linha é simplesmente um reator dimensionado de forma correta, conectado em paralelo com o capacitor da compensação série, sintonizado de forma que bloqueia a circulação das correntes subsíncronas em uma determinada frequência. Em 60 Hz, o filtro apresenta uma reatância capacitiva maior que o capacitor série original.

Esta medida pode ser aplicada em sistemas onde existe a probabilidade de ocorrência de interações torcionais e torques transitórios, quando somente uma frequência está relacionada ao fenômeno. Quando expansões não planejadas do sistema conectam novas linhas de transmissão a este circuito, tal método perde eficácia. Não se tem conhecimento acerca da utilização deste método.

### A.2.2 – Filtro estático

Um filtro estático é constituído a partir de uma associação RLC, que é conectado em série com o gerador que deve ser protegido da ressonância subsíncrona. Quantos modos torcionais existirem será o número de estágios do filtro. Cada estágio é sintonizado de forma a bloquear a circulação de corrente na armadura em frequências que excitam os modos torcionais. Este filtro pode ser utilizado em casos onde exista a probabilidade de ocorrência de interação torcional e amplificação de torque.

### A.2.3 – Filtro de “by-pass”

É um filtro constituído por um resistor de amortecimento, conectado com uma combinação em paralelo de reatores e capacitores sintonizados na frequência do sistema. Todo este circuito que compõe o filtro é conectado, por fase, em paralelo com o capacitor da compensação série. Este filtro é útil no controle do efeito de gerador de indução, haja vista que se pode projetar este filtro para acrescentar resistência positiva ao sistema. Em frequência subsíncronas, este filtro é sintonizado de forma que apresente baixa impedância; assim o resistor de amortecimento se torna funcional e efetivo.

#### A.2.4 – Estabilizador Dinâmico

Com o estabilizador dinâmico as correntes subsíncronas são forçadas a passar pelo dispositivo assim evitando que circulem pela armadura, para, desta forma, não excitar os modos naturais de oscilação. O estabilizador dinâmico consiste de um dispositivo trifásico, conectado em paralelo, próximo aos terminais do gerador.

Como em um SVC (compensador estático de reativos) este efeito é obtido controlando o ângulo de disparo dos tiristores no dispositivo. O sinal controle a ser utilizado pode ser a velocidade do eixo ou até mesmo o sinal de um relé torcional citado anteriormente.

### **A.3 – MODIFICAÇÕES NO SISTEMA E NO GERADOR**

#### A.3.1 – Modificações no eixo turbina-gerador

Devido à dificuldade da obtenção de parâmetros para avaliar as probabilidades da ocorrência de ressonância subsíncrona em fases de planejamento de projetos, esta avaliação normalmente é feita com o gerador já montado, no entanto antes da entrada em operação. Estas alterações de caráter mecânico, no eixo do conjunto turbina-gerador resultam em desvios nas frequências torcionais, evitando desta forma, possíveis problemas de amplificação de torque e interação torcional.

#### A.3.2 – Reator em série com o gerador

Inserir reatores em série entre a unidade geradora e as linhas de transmissão altera as frequências de ressonância vistas pelo gerador, desta forma protegendo a unidade geradora da ressonância subsíncrona. Este método apresenta algumas desvantagens listadas a seguir:

- Não pode existir previsão para o aumento da compensação série ou outra modificação que possa retornar o sistema para uma condição de ressonância;
- redução da margem de estabilidade do sistema;
- problemas de regulação de tensão;
- grande consumo de potência reativa.

## A.4 – CONTROLADORES FACTS

Em [16], temos a comparação da utilização entre dois controladores FACTS (Flexible AC Transmission System) na mitigação do fenômeno da ressonância subsíncrona. Os controladores, Dispositivo NGH – iniciais do nome do seu inventor, Narain G. Hingorani – e o TCSC – Capacitor Série Controlado por Tiristor – são o foco desta comparação e deste item.

### A.4.1 – Dispositivo NGH

O dispositivo consiste basicamente de um resistor, conectado em série com um tiristor bidirecional, este circuito é conectado em paralelo com os capacitores série da compensação, como vemos na figura A.1 abaixo.

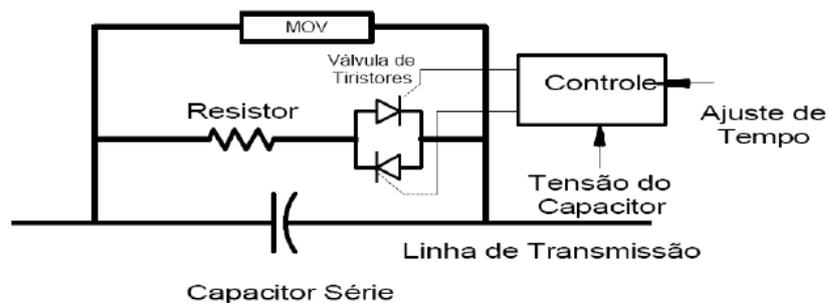


Figura A.1 – Representação do Dispositivo NGH [16].

Se um tensão senoidal ideal, é superposta por uma componente DC, alguns semiciclos serão maiores que um semi-período e outros menores [16]. No caso de 60 Hz, o semi-ciclo tem 8,33 ms, como ilustrado no figura A.2 abaixo.

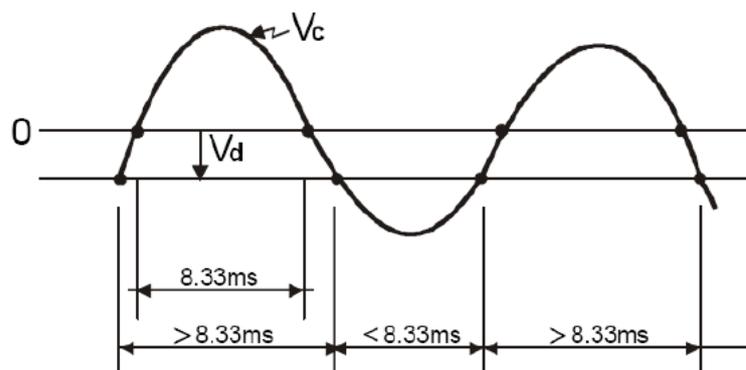


Figura A.2 – Tensão senoidal ideal à 60 Hz superposta por uma componente DC [16].

Assim, se uma tensão senoidal ideal for combinada com uma componente senoidal subsíncrona, tem-se semi-ciclos maiores e menores que 8,33 ms, como pode-se visualizar na figura a.3 abaixo.

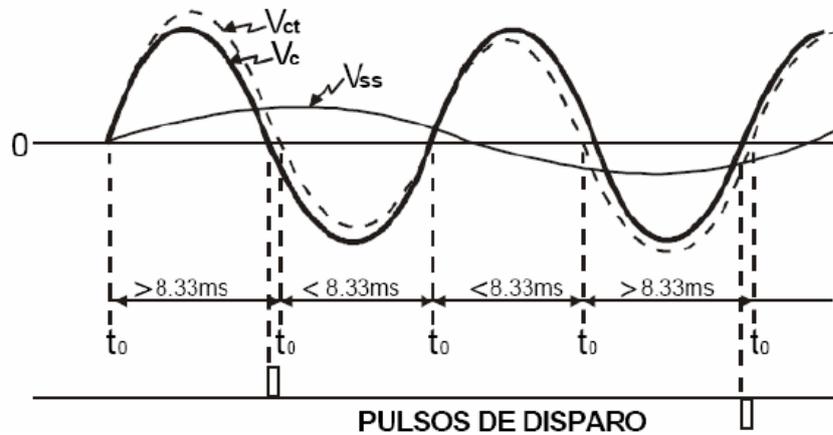


Figura A.3 – Superposição por uma componente subsíncrona.

O princípio de funcionamento do dispositivo NGH consistem diminuir a tensão sobre o capacitor série a zero, cada vez que um semi-período exceder 8,33 ms. Isto ocorre disparando os tiristores em 8,33 ms e dissipando a energia pelo resistor durante o resto do semi-ciclo [16].

O Dispositivo NGH opera independentemente em cada fase. E não necessita de nenhum sinal de controle proveniente de detecção. O controle dos pulsos de disparo pode ser feito na mesma plataforma em que se encontra o dispositivo.

#### A.4.2 – TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor)

Um TCSC é um dispositivo composto de uma associação de capacitores série em paralelo com um reator controlado a tiristores (TCR). A figura A.4 [16] apresenta um diagrama simplificado de um TCSC.

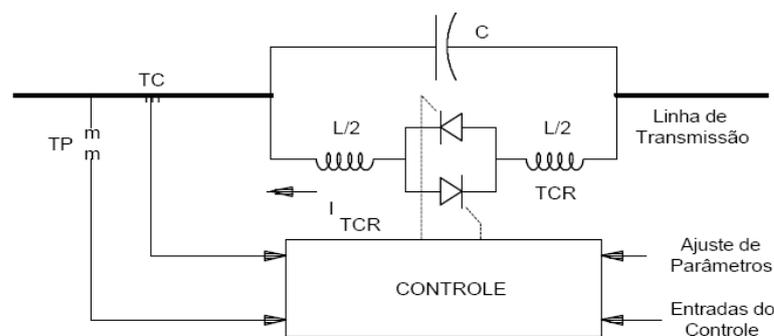


Figura A.4 – Diagrama simplificado de um TCSC.

De fato, um TCSC é um circuito RL ressonante em um determinado ângulo de disparo do TCR. O que permite que a sua reatância seja amplificada tanto capacitivamente quanto indutivamente. Vale ressaltar que, o Dispositivo NGH foi um precursor do TCSC.

O TCSC depende basicamente da corrente de linha, haja visto que sua amplificação de corrente acontece devido aos pulsos de corrente que circulam pelo TCR em direção ao capacitor série, caminho de menor impedância se comparado a reatância indutiva da linha de transmissão, fornecendo uma fonte de tensão que possibilita o aumento virtual da reatância do capacitor série [16].

Um TCSC pode mitigar a ocorrência de uma ressonância subsíncrona de atuando como um demodulador de 60 Hz da mesma forma que opera um Dispositivo NGH. Um TCSC pode operar também mudando a sua reatância de forma a dessintonizar a ressonância.

Como se pode notar, o TCSC é mais versátil e também mais robusto que o Dispositivo NGH para fins de mitigação da ressonância subsíncrona.