# UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA FRENTE A ALGUNS ALGORITMOS

# ISA HELENA CASTRO CARRAMASCHI

**ORIENTADOR: FRANCISCO DAMASCENO FREITAS** 

MONOGRAFIA DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

PUBLICAÇÃO: ENE-01/2006 BRASÍLIA/DF: MARÇO – 2006

# UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA FRENTE A ALGUNS ALGORITMOS

# ISA HELENA CASTRO CARRAMASCHI

# MONOGRAFIA SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA

**APROVADA POR:** 

Prof. Francisco Damasceno Freitas , Dr. (ENE-UnB) (Orientador)

Prof. Alcides Leandro da Silva , Mestre. (ENE-UnB) (Examinador Interno)

Prof. (Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 27 DE MARÇO DE 2006

# FICHA CATALOGRÁFICA

CARRAMASCHI, ISA HELENA CASTRO
AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA PROTEÇÃO DIGITAL DE
DISTÂNCIA FRENTE A ALGUNS ALGORITMOS [Distrito Federal]
2006.
, 77. (ENE/FT/UnB, Engenheiro Eletricista, 2006). Monografia de Graduação –
Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de
Engenharia Elétrica.
Delé digital de distâncie zone de stussão
. Rele digital de distancia, zona de atuação
. ENE/FT/UnB II. Título (série)

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

Carramaschi, I. H. C. (2006). Avaliação do desempenho de uma Proteção Digital de Distância frente a Alguns Algoritmos. Monografia de Graduação, Publicação ENE 02/2005, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 67

# **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Isa Helena Castro Carramaschi.

TÍTULO: Avaliação do desempenho de uma Proteção Digital de Distância frente a Alguns Algoritmos.

GRAU: Engenheiro Eletricista ANO: 2006

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa monografia de graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Isa Helena Castro Carramaschi SHIS QI 21, conjunto 11, casa 09. 71.655-310 Brasília – DF – Brasil.

Ao meu pai.

**RESUMO** 

AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA FRENTE A ALGUNS ALGORITMOS. Autor: Isa Helena Castro Carramaschi Orientador: Francisco Damasceno Freitas Palavras-chave: relé digital de distância, zona de atuação.

Brasília, 27 de março de 2006.

# INDICE

<i>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA</i> CESSÃO DE DIREITOS	<i>iii</i> III
RESUMO	V
1- INTRODUÇÃO	IX
1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS	IX
1.2- OBJETIVO DO PRESENTE TRABALHO	X
1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	XI
2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	XI
2.1– ESTUDO GERAL DA PROTEÇÃO	XI
2.2 – OBJETIVO DA PROTEÇÃO	XI
2.3 – TIPOS DE PROTEÇÃO.	XIII
2.3.1 - Relé Diferencial de Corrente	xiii
2.3.2 - Relé de Sobrecorrente	xiv
2.3.3 - Relé direcional	xiv
2.3.4 – Relé de Distância	xiv
<u>2.3.4.1 - Tipos</u>	xiv
<u>2.3.4.2 Zonas de Atuação</u>	xvii
2.4 – PROTEÇAO DE DISTANCIA	XVIII
2.4.1. Relés Eletromecânicos	xviii
2.4.2 Relés Estáticos, ou de Estado Sólido	xviii
2.4.3 Relés Digitais	xix
2.5 - CONDICIONAMENTO DE SINAIS	XIX
2.5.1 - Compensação de Tensões de Linha na Presença de curtos-circuitos	entre
Fases [10], [14]	<i>xx</i>
2.5.2 - Compensação de Tensões de Fase na Presença de faltas para a Ter	ra [10],
[14]	xxi
3 – ESTUDO DA PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA	XXIII
3.1 - FILTRAGEM DIGITAL	XXIV
3.1.1 - Transformação Bilinear	xxv
3.2 -TÉCNICAS BASEADAS NOS CÁLCULOS DE PARÂMETROS DO N	<b>IODELO</b>
RL-SÉRIE DA LINHA DE TRANSMISSÃO	XXVI
3.3 – ALGORTIMOS DE PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA	XXVII
3.3.1 - Algoritmos Filtrantes Passa-Baixa	xxvii
3.3.2 – Algoritmo Seletivo	<i>xxviii</i>
3.4 – AJUSTE DA UNIDADE DE DISPARO DO RELÉ	XXX
3.5 – CÁLCULO DA DISTÂNCIA ATÉ A FALTA	XXX
4- O ATPDRAW	XXXII
4.1 – O SISTEMA	XXXII
4.2 – IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA NO ATPDRAW	XXXIV
4.2.1 – Dimensionamento dos parâmetros de linha	xxxiv
4.2.2 – Dimensionamento dos parâmetros da carga	
4.2.3 – Dimensionamento dos transformadores	xxxvi

4.3 – SIMULAÇÕES	XXXXIX
4.3.1 – Curtos monofásicos	xxxix
4.3.2 – Variações nas Simulações das Condições de Faltas	xliii
4.4 – O ALGORITMO DO RELÉ DE DISTÂNCIA	XLIV
4.5 – LÓGICA COMPUTACIONAL IMPLEMENTADA PARA O RELÉ DE	
DISTÂNCIA	XLV
5 – TESTES E RESULTADOS OBTIDOS RELATIVO AOS ALGORITMO	S
ESTUDADOS	XLVI
5.1 – FILTRAGEM DOS SINAIS	LIX
5.2 – ZONAS DO RELÉ	LX
5.3 – RESULTADOS ALCANÇADOS	LXI
6 – CONCLUSÃO	LXII
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	LXIII
APÊNDICES	LXV
APÊNDICE A	LXV
APÊNDICE B	LXXVI
APÊNDICE C	LXXIX

## **INDICE DE FIGURAS**

## **INDICE DE TABELAS**

Tabela 2.1 Tensões e correntes compensadas em $\Delta$ (delta) para um curto-ci	rcuito entre
fases	
Tabela 2.2 Tensão e corrente alimentando um relé de distância em um curt	o-circuito para
a terra	14
Tabela 4.1 – Parâmetros para as linhas de transmissão	
Tabela 4.2 – Parâmetros para as cargas	
Tabela 4.3 – Parâmetros para os transformadores	
Tabela 5.1 – Coeficientes	49
Tabela 5.2 – Distâncias Calculadas	51

# 1- INTRODUÇÃO

## 1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) são projetados para fornecer energia dentro de padrões de qualidade, confiabilidade e continuidade. No entanto, os SEPs serão exposto a condições adversas e imprevisíveis, podendo acorrer interrupções em pontos aleatórios do sistema. Nesse contexto, o sistema de proteção deve promover a rápida retirada de operação de um elemento defeituoso do SEP, que possa causar danos, ou interferência na correta operação do sistema [1].

O elemento mais susceptível a falhas, dentre os componentes de um SEP, é a linha de transmissão (LT), especialmente se considerarmos suas dimensões físicas, e mais ainda, por apresentarem maior dificuldade para manutenção, reparo e monitoramento devido à abrangência de locais de difícil acesso e a variabilidade de climas cujas linhas estão expostas.

Para proteção de linhas de transmissão frente às possíveis situações de faltas, podemos delegar, em primeira instância, as funções de proteção aos relés, sejam eles convencionais ou digitais. Dentre os diversos tipos de relés convencionais, os mais empregados para a proteção das linhas de transmissão são os relés de distância eletromecânicos e de estado sólido. Como a impedância por quilômetro de uma linha de transmissão [2] é praticamente constante, eles respondem à distância da falta sobre a linha de transmissão. O relé de distância recebeu esta denominação, porque sua atuação baseia-se na observação da impedância entre a localização da falta e a localização do relé, obtida em função dos valores de tensão e corrente registrados. Assim, esse relé reconhece falta que ocorre dentro de uma seção ou zona protegida da linha. Contudo, essa seção ou zona de proteção do relé de distância não pode ser precisamente determinada, e uma certa incerteza sobre o seu exato alcance na proteção deve ser respeitada, para aumentar a confiabilidade do sistema, evitando-se o desligamento de zonas além da área de cobertura do relé. A incerteza sobre o alcance da zona de proteção é tipicamente da ordem de 5 % da zona marcada.

#### **1.2- OBJETIVO DO PRESENTE TRABALHO**

O presente trabalho tem como objetivo o estudo da proteção de um SEP empregando-se ferramentas computacionais para proteção digital de distância. O desenvolvimento deste trabalho baseia-se no estudo de um algoritmo para proteção digital.

O algoritmo foi implementado com o uso do software Matlab® e posteriormente testado, usando-se dados de faltas obtidos através de simulações, dispondo-se do software ATPDraw.

Muitos algoritmos foram estudados visando identificar o comportamento de tensão e correntes frente à freqüência industrial, no entanto este projeto baseou-se no estudo dos algoritmos propostos por Mc-INNES & MORRINSSON [3], [4], e RAMAMOORTY [5]. Os algoritmos propostos baseiam-se respectivamente no principio da integração da equação que modela uma linha curta, sendo um algoritmo filtrante e o outro em um ciclo completo da transformada de Fourier.

#### 1.3 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão do trabalho referente à metodologia aplicada à proteção digital para linhas de transmissão. A técnica baseada nos cálculos de parâmetros do modelo RL-série da linha de transmissão e a apresentação dos algoritmos de proteção digital de distância que são analisados através de simulações com o software Matlab®, são descritos os principais tipos de proteção e em especial da proteção de distância e também das compensações usadas para tensão.

No capítulo 3, são abordados estudos sobre a filtragem de sinais, a passagem do domínio contínuo s para o domínio discreto z. Apresenta-se técnicas de modelo de linha de transmissão baseado na resistência e na indutância da linha e os algoritmos usados.

A modelagem do SEP a ser analisado, bem como as variações nas simulações das faltas aplicadas sobre o sistema proposto são apresentadas no Capítulo 4.

Já no capítulo 5 é feita uma análise dos resultados obtidos.

Por fim, o Capítulo 6 destaca as conclusões sobre o trabalho, e ainda apresenta sugestões para continuidade do trabalho.

# 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1- ESTUDO GERAL DA PROTEÇÃO

Neste capítulo apresenta-se um panorama da proteção de linhas e seus requisitos principais. Enfatiza-se a proteção de distância, mostrando-se suas principais características de disparo que são implementadas no plano R-X [6]. Estas características são simuladas adequadamente quando se trabalha com relés digitais que são alimentados por sinais de tensão e/ou corrente digitalizados.

#### 2.2 – OBJETIVO DA PROTEÇÃO

Em oposição à garantia de economia e qualidade do serviço, além de vida útil razoável das instalações, as concessionárias enfrentam perturbações e anomalias de funcionamento que afetam as redes elétricas e seus órgãos de controle, trazendo assim a necessidade contínua

do aperfeiçoamento e manutenção dos sistemas elétricos de potência para que haja confiabilidade no sistema.

Estas perturbações e anomalias que abalam o sistema são de diversas naturezas, como por exemplo: isoladores curto-circuitados ou rachados, isolação de transformadores e geradores afetados por umidade, descargas atmosféricas, sobretensões de manobra, entrada de roedores ou aves dentro dos equipamentos, galhos de árvores, etc.

Quando ocorrem faltas de isolamento e, conseqüentemente, curto-circuito, o sistema pode ser submetido a uma forte solicitação que poderia causar severos danos aos equipamentos devido à grande quantidade de energia que circula por eles.

De acordo com o levantamento estatístico realizado [16], na Inglaterra, a maior ocorrência de faltas dá-se nas linhas de transmissão. Como estas faltas são inevitáveis, elementos protetores são desenvolvidos para evitar esses possíveis danos e ainda satisfazer requisitos de custo, sensibilidade, seletividade, velocidade e confiabilidade. Estes elementos são os relés de proteção.

Dentre as vantagens oferecidas pela utilização dos relés digitais em relação às tecnologias convencionais (eletromecânicos, estado sólido), [8] temos:

- custo: o custo do relé é a sua principal consideração na aceitação. O custo dos primeiros relés computadorizados era de 10 a 20 vezes maior que o custo dos relés convencionais. Com a evolução dos processadores, esse custo diminuiu e houve um aumento na capacidade de processamento. Estima-se hoje que o custo do relé computadorizado, incluindo custos de software, seja equivalente ao custo de um relé convencional;
- autochecagem e confiabilidade: um relé digital pode ser programado para monitorar seu hardware e software continuamente e detectar qualquer mau funcionamento que possa ocorrer. Além disso, o relé pode ser retirado de operação se a falha for detectada e diminuir a chance de falha de operação. Essa característica do relé digital é o argumento mais forte em favor da digitalização das subestações;
- **sensibilidade**: é a capacidade da proteção responder às anomalias nas condições de operação e aos curtos-circuitos para os quais foi projetada.
- integração digital: os computadores e a tecnologia digital têm se tornado a base da maioria dos sistemas empregados nas subestações. Medições, comunicação,

telemetria e controle são funções executadas por computadores digitais. Nas subestações modernas, os relés digitais devem estar integrados naturalmente nesses sistemas;

- flexibilidade funcional: o relé digital pode ser programado para realizar diversas funções em uma subestação, tais como: medição, monitoramento e controle, entre outras. Esse relé pode ainda possuir característica adaptativa, modificando sua atuação em varias funções, para torná-las mais adequadas às condições do SEP;
- velocidade de operação: o tempo entre a incidência da falta e o comando de abertura do disjuntor dado pelo relé é determinado pela configuração do sistema e, no caso da proteção digital, são tipicamente alguns ciclos de freqüência do sistema. Assim, deseja-se que o relé tenha uma velocidade de atuação necessária para assegurar um rápido isolamento da menor porção possível do sistema que está sob falta do resto dele, dentro da sua zona de proteção.
- Seletividade: é a habilidade do relé de isolar a menor parte possível do sistema que está sob falta do resto deste, operando os disjuntores adequados a ele associados o mais rápido possível, dentro da sua zona de proteção, para assegurar a máxima continuidade dos serviços com a retirada de proteção do sistema apenas das linhas que estejam sob falta.

Os relés são projetados para atuarem continuamente, reconhecerem e localizarem as faltas nos momentos de regime transitório. Os relés medem as seguintes grandezas elétricas do sistema: corrente, tensão e ângulo de fase da componente fundamental [9].

#### 2.3 – TIPOS DE PROTEÇÃO

Para a proteção de linhas de transmissão frente às possíveis situações de faltas, têm-se várias opções possíveis, porém as mais importantes são os relés diferenciais de corrente, os relés de sobrecorrente, os relés direcionais e os relés de distância.

#### 2.3.1 - Relé Diferencial de Corrente

Seu princípio é baseado na comparação das fases e magnitudes das correntes passando através da parte protegida do sistema de alta tensão. É usado em algumas linhas e em proteção de barramento [10], [11], [12].

#### 2.3.2 - Relé de Sobrecorrente

É mais usado em sistemas de distribuição. Ele usa a corrente local para verificar se há um defeito ou não. Este método é possível em sistemas de distribuição porque a corrente de curto-circuito é grande comparada àquela de carga e porque a seção em falta tem a maioria da corrente, uma vez que é alimentada por todos os circuitos vizinhos não faltosos. Estes relés são usados também como backup em linhas de transmissão.

#### 2.3.3 - Relé direcional

Tem o seu princípio baseado na direção do fluxo de potência ou corrente nos terminais de uma linha de transmissão que é comparada com a ajuda de correntes de altas freqüências. A proteção é bloqueada quando curtos-circuitos externos ocorrem. Quando uma falta ocorre dentro da zona protegida não há nenhuma corrente circulando no canal piloto ou é de tal proporção que o equipamento de proteção já atuou, clareando a falta.

Pesquisas [13], [14], [15] descrevem o uso de microcomputadores neste tipo de proteção, onde os valores instantâneos de tensão e corrente em cada terminal são amostrados a uma mesma freqüência e transmitidos usando modulação por código de pulsos (PCM) [14] via canal de microondas.

#### 2.3.4 – Relé de Distância

A avaliação da distância desde o seu ponto de localização até o ponto em defeito a partir de medidas locais de corrente e tensão é o princípio no qual se baseia. Os principais tipos são: impedância, mho e reatância.

#### 2.3.4.1 - Tipos

a) Relé tipo impedância: é um relé de sobrecorrente com retenção por tensão cujo diagrama R-X é mostrado na Figura 2.1. A característica deste tipo de relé é uma impedância constante e haverá operação quando a relação tensão-corrente de entrada ao relé for menor que |Z|. O relé é insensível ao ângulo  $\theta$  entre V e I.

Na realidade este tipo de relé tem como área de atuação as duas direções em relação à barra e não é, dessa forma, inerentemente direcional, necessitando, portanto de uma unidade direcional para que a região de disparo atue de forma a proteger a seção de linha vista à jusante do relé.



Figura 2.2 – Característica do relé tipo mho

Uma segunda vantagem é que há melhor acomodação de uma possível resistência de arco. Constata-se que para proteger um mesmo comprimento de linha e de uma dada resistência de arco, o relé abrange uma menor área no plano R-X, o que é vantajoso quanto à sensibilidade menor às possíveis oscilações do sistema.

c) Relé tipo reatância: é um relé de sobrecorrente com retenção direcional, cuja característica é mostrada na Figura 2.3. Este é um relé direcional seletivo que pode distinguir distância, baseando-se apenas na componente reativa da impedância [6].



Figura 2.3 – Característica do relé tipo reatância

O relé de reatância operando isoladamente atuaria para defeitos à montante e correntes de carga com componente X abaixo do seu ajuste. Estas características o tornariam inútil à proteção de linhas, face à sensibilidade de oscilações de potência. Desta forma ele requer uma supervisão por parte de outro relé que seja direcional e insensível às correntes de carga. Para esta finalidade usa-se, em geral, o relé e uma unidade mho, como mostra a Figura 2.4. Neste caso, Z1, Z2 e Z3 são as três zonas de proteção à jusante do relé. Z1 atua instantaneamente e protege uma seção de linha adjacente, enquanto Z2 e Z3 são temporizados e atuam como retaguarda para as linhas adjacentes.



Figura 2.4 – Característica do relé mho com o relé tipo reatância

Nesta aplicação o relé mho é denominado unidade de partida.

#### 2.3.4.2. - Zonas de Atuação

A proteção de distância comporta, em geral, três zonas de funcionamento, no caso de um defeito a jusante do relé. As três zonas a jusante são ajustadas em função do comprimento da linha entre duas subestações. Em alguns casos é delimitada uma quarta zona, denominada Zona de Bloqueio, que atua a montante do relé.

- Primeira Zona -- até 80%
- Segunda Zona entre 80% e 120%
- Terceira Zona entre 120% e 160%
- Zona de Bloqueio protege um certo cumprimento visto a montante do relé.

A segunda, a terceira e a zona de bloqueio funcionam como retaguarda para as linhas adjacentes que têm proteção própria. O relé de retaguarda só virá a atuar se, por alguma eventualidade, um defeito não for eliminado rapidamente pela própria proteção principal. Estas zonas são mostradas também na Figura 2.4.

# 2.4 – PROTEÇÃO DE DISTÂNCIA

Atualmente, devido a grande expansão e complexidade dos SEPs, torna-se cada vez mais importante o desenvolvimento de relés de proteção mais rápidos e eficientes.

Os relés de distância em operação cobrem uma larga gama tecnológica, variando desde o relé eletromecânico, passando pelos relés estáticos, e atingindo os mais modernos controlados por microcomputadores.

#### 2.4.1. Relés Eletromecânicos

Os primeiros relés projetados eram dispositivos eletromecânicos, mais conhecidos como relés convencionais. Eles foram os primeiros a serem projetados e estão presentes ainda na maioria das usinas e subestações. Esses relés atuam através de forças que são produzidas pela interação eletromagnética entre corrente e fluxos. De forma geral, os relés eletromecânicos respondem a uma ou mais entradas: tensão, corrente, produto entre tensão, corrente e o ângulo entre esses fasores ou então pela força física produzida por molas. A baixa confiabilidade desses relés representa seu grande problema. Sendo assim, estes tipos de relés dependem da interação de forças que podem se alterar com o tempo. As molas, eixos, discos e outros componentes mecânicos de relé sofrem um processo natural de desgaste que muitas vezes reduz a confiabilidade do relé, pois podem provocar a falha de operação.

#### 2.4.2. - Relés Estáticos, ou de Estado Sólido.

Os relés de estado sólido foram desenvolvidos posteriormente e possuem desempenho e características mais sofisticadas em relação aos eletromecânicos. O desenvolvimento de dispositivos semicondutores e de outros componentes eletrônicos possibilitou a criação dos mesmos. Todas as funções e características disponíveis nos relés eletromecânicos podem ser implementadas nos equipamentos de estado sólido constituído de componentes discretos ou integrados. Os relés de estado sólido utilizam componentes de baixa potência com pouca tolerância a altas temperaturas, umidade, sobrecorrente e sobretensões. Estas características

os tornam mais suscetíveis às falhas frente ao ambiente hostil de subestações e usinas. Entretanto, esses relés possuem menor tamanho físico e maior desempenho e flexibilidade em relação aos eletromecânicos, além de não serem prejudicados por vibrações e poeira e não possuírem partes móveis.

#### 2.4.3. - Relés Digitais

Com o avanço da tecnologia digital, deu-se início ao desenvolvimento dos relés computadorizados ou digitais. Esses relés são gerenciados por um microprocessador específico, controlado por um *software*. Os sinais de entrada para esses relés são os sinais de tensão e corrente obtidos através de transdutores. Portanto, é necessário obter uma representação digital para esses sinais e, usando-se um algoritmo apropriado, a abertura dos disjuntores é realizada.

Esses relés são extremamente rápidos em comparação com os relés eletromecânicos e eletrônicos, porém são muito suscetíveis a interferências eletromagnéticas, necessitando de filtros do tipo passa-baixa analógicos e digitais. Estes filtros são empregados para atenuação ou eliminação das componentes de alta freqüência presentes no sinal. Finalmente, os relés são normalmente modulares e necessitam de fonte de alimentação.

#### 2.5 - Condicionamento de sinais

Os relés de distância são projetados de modo que haja distinção entre os tipos de falta, falta entre fases e falta para a terra, para haver proteção. O princípio usado para compensar a tensão ou a corrente em todos os tipos de relés de distância é dito compensação. Os dois tipos de compensação utilizados aqui são: compensação de tensão de linha na presença de curtos-circuitos entre fases e compensação de tensão de fase na presença de faltas para a terra.[10]

Nesses casos, os curtos-circuitos são assumidos metálicos, ou seja, não apresentam resistência de falta.

# 2.5.1 - Compensação de Tensões de Linha na Presença de curtos-circuitos entre Fases[10], [14]

Seja  $Z_1$  a impedância de seqüência positiva da seção de linha de transmissão do ponto onde está instalado o relé até o ponto de curto-circuito.

A tensão entre as fases faltosas, por exemplo, B e C, vista pelo relé, seja para um curto trifásico, bifásico ou bifásico para a terra é

$$V_{bc} = Z_1 (I_B - I_C)$$
(2.1)

conseqüentemente, para reconhecer a impedância vista pela unidade do relé que protege a linha contra defeitos polifásicos, neste caso é necessário usar a diferença de correntes das fases faltosas. Desta forma, a impedância vista pelo relé desde o ponto onde está localizado o relé até o ponto de falta é:

$$Z_{R} = \frac{V_{BC}}{I_{B} - I_{C}} = Z_{1}$$
(2.2)

A Figura 2.5 mostra o trecho de uma linha de transmissão protegida, sendo  $Z_{KL}$  a impedância do trecho da linha de transmissão protegida entre as subestações K e L.



$$Z_{KL} = Z_1 + Z'$$
 (2.3)

Figura 2.5 – Linha de Transmissão submetida a um curto-circuito

Denota-se esta combinação de tensão e corrente nos terminais do relé por  $V_{\Delta}/I_{\Delta}$  e é conhecida como conexão delta, onde

$$V_{\Delta} = V_B - V_C = V_{BC} \tag{2.3.1}$$

$$I_{\Delta} = I_B - I_C \tag{2.3.2}$$

As tensões e correntes compensadas nos terminais dos relés de distância para proteção contra curtos-circuitos entre fases são mostrados na Tabela 2.1

Tabela 2.1.- Tensões e correntes compensadas em  $\Delta$  (delta) para um curto-circuito entre fases

$V_{\Delta}$ (Tensão)	$\mathbf{I}_{\Delta}$ (corrente)
$V_A$ - $V_B$	I <sub>A</sub> -I <sub>B</sub>
$V_B-V_C$	I <sub>B</sub> -I <sub>C</sub>
$V_{C}-V_{A}$	I <sub>C</sub> -I <sub>A</sub>

Os relés convencionais são alimentados com sinais conforme a Tabela 2.1 no caso de faltas entre fases, mostrada na Figura 2.6. No caso de relés digitais a diferença independe do tipo de ligação dos TC's, pois ela é calculada computacionalmente, tomando-se a diferença entre as amostras dos sinais.



Figura 2.6 - Falta bifásica entre as fases B e C

#### 2.5.2 - Compensação de Tensões de Fase na Presença de faltas para a Terra [10], [14]

Seja  $Z_0$  a impedância de seqüência zero da seção de linha de transmissão do ponto onde está o relé até o ponto de curto. Considere-se o caso de uma falta monofásica para a terra mostrada na Figura 2.7.



Figura 2.7 - Falta monofásica para terra

A tensão de fase V no ponto onde está instalado o relé é

$$V = Z_1(I_1 + I_2) + Z_0I_0 = Z_1(I_1 + I_2 + \frac{Z_0}{Z_1}I_0)$$
(2.4)

onde  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_0$  são as componentes simétricas de corrente da fase faltosa no ponto onde está instalado o relé. Adicionando e subtraindo  $I_0$  dentro dos parênteses, obtêm-se [9].

$$V = Z_1 \left( I + \frac{Z_0 - Z_1}{Z_1} I_0 \right)$$
(2.5)

ou alternativamente

$$V = Z_1 (I + KI_N) \tag{2.6}$$

onde

$$K = \frac{Z_0 - Z_1}{3Z_1} \quad \text{e} \quad I_N = 3I_0 \tag{2.7}$$

onde I é a corrente  $KI_N$  à componente de fase é chamada compensação de corrente.

$$I_p = I + KI_N \tag{2.8}$$

Quando tal combinação de corrente e tensão é aplicada ao relé, a impedância até o ponto de defeito é a mesma, tanto para um defeito bifásico para a terra, como trifásico também para a terra.

$$Z_1 = \frac{V}{I + KI_N} \tag{2.9}$$

A Tabela 2.2 mostra as tensões e correntes compensadas a serem introduzidas num relé de distância para o caso de um defeito para a terra.

$V_{Y}$ (tensão de linha)	$I_{Y}$ (corrente de linha)
VA	$I_A + K.I_N$
VB	$I_B + K.I_N$
Vc	$I_{C}+K.I_{N}$

Tabela 2.2. – Tensão e corrente alimentando um relé de distânciaem um curto-circuito para a terra.

# 3 – ESTUDO DA PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA

No presente capítulo, estuda-se os fundamentos teóricos da proteção digital de distância e dois algoritmos de proteção digital, como também um filtro digital.

#### **3.1 - FILTRAGEM DIGITAL**

Um filtro digital é um processo computacional, ou algoritmo, pelo qual um sinal digital ou uma seqüência de números é transformada em uma outra seqüência denominada saída do sinal digital.

O processo geral de projeto de um filtro digital envolve os seguintes passos básicos [14].

- Resolver o problema da aproximação para determinar coeficientes do filtro que satisfaçam as especificações;
- Escolher uma estrutura específica no qual o filtro será realizado e quantizar os coeficientes do filtro a um tamanho de palavra fixa;
- Quantizar as variáveis do filtro digital;
- Verificar, através de simulações, que os resultados atendem as especificações desejadas.

Os filtros digitais podem apresentar resposta impulsional de duração finita (FIR) ou resposta impulsional de duração infinita (IIR). Consideraremos aqui, os filtros FIR. Os filtros FIR são sempre estáveis e podem ser projetados de forma a apresentar uma fase sempre linear. Eles se caracterizam por uma função de transferência no domínio z dada por

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h_n z^{-n}$$
(3.1)

Para escolha da estrutura do filtro FIR a ser utilizado é necessário conhecer as suas vantagens e desvantagens:

- Vantagens: estabilidade assegurada, realização evidente, facilmente realizável;
- Desvantagens: grande número de coeficientes e grande número de operações aritméticas.

A transformação do plano s para o plano z é feita usando a transformação bilinear.

#### 3.1.1 - Transformação Bilinear

A transformação conforme que mapeia o plano s no plano z é conhecida como transformação bilinear que é dada por:

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$
(3.2)

onde T é o período de amostragem do sinal discreto.

A natureza deste mapeamento é bem entendida, observando-se a Figura 3.1 que mostra como o plano s é mapeado no plano z. Como é visto, o eixo jw em s é mapeado sobre o circulo unitário em z.



Figura 3.1 – Mapeamento do plano s no plano z

A equação (3.2) correspondente a um mapeamento de s não normalizado. Deve-se então dividir s pelo valor da freqüência de corte do filtro analógico, obtida a partir dos dados do filtro digital.

Sendo

$$\Omega_c = \frac{2}{T} tg(\frac{\omega_c T}{2}) \tag{3.3}$$

a freqüência de corte do filtro analógico e  $w_c$  a freqüência de corte do filtro digital, ambos em radianos por segundos, então

$$s = \frac{1 - z^{-1}}{tg\pi F_c (1 + z^{-1})}$$
(3.4)

onde  $F_c$  é a freqüência de corte do filtro digital passa-baixa normalizado em relação à freqüência de amostragem.

O período de amostragem é de 0,5 ms, portanto a freqüência de corte Fc é 2000Hz.

Desta forma usando-se o mapeamento conforme em uma função H (s), na qual s representa a freqüência complexa normalizada, obtêm-se a função H(z) do filtro digital correspondente.

### 3.2 -TÉCNICAS BASEADAS NOS CÁLCULOS DE PARÂMETROS DO MODELO RL-SÉRIE DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Essas técnicas assumem a representação de um modelo de linha de transmissão baseado na resistência e na indutância da linha. Os algoritmos que usam essa teoria, apoiados no modelo resistivo-indutivo da linha, usualmente desprezam a capacitância *shunt*. A tensão e a corrente que são fornecidas para diferentes tipos de faltas são expressas pela equação geral:

$$V = Ri + L\frac{di}{dt}$$
(3.5)

em que:

v e i representam os valores no tempo dos sinais de tensão e corrente provenientes dos terminais do relé, R e L são os valores de resistência e indutância da linha por quilômetro, respectivamente.

As grandezas v e i são amostradas transformando-se em informações discretas. Obtendo amostras digitalizadas dos sinais de tensão e corrente resolve-se a equação diferencial da linha com respeito à resistência e a indutância de seqüência positiva. Essa representação admite a correspondente contínua como parte válida da solução. Assim, a equação diferencial será usada para determinar os parâmetros do sistema sob condições de falta.

Observa-se de início que o modelo (3.5), é fundamentado em baixas freqüências e para linhas relativamente curtas. É importante, portanto que os princípios de cálculo usados eliminem a altas freqüências.

Na literatura, são propostos vários métodos para a solução das equações diferenciais da linha, e dois deste são apresentados a seguir.

# 3.3 – ALGORTIMOS DE PROTEÇÃO DIGITAL DE DISTÂNCIA

Os algoritmos estudados aqui são baseados no sistema linear

$$[A][Z] = [B]$$
(3.6.1)  
$$[Z] = \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{X} \end{bmatrix}$$
(3.6.2)

(3.6.2)

As expressões matemáticas das matrizes [A] e [B] dependem da técnica de resolução do problema e das hipóteses de cálculo formuladas.

Para simplificar a representação das correntes e tensões usadas nos algoritmos, não nos preocupamos com o tipo de compensação, seja ela para defeitos entre fases ou defeitos com corrente para terra.

#### 3.3.1 - Algoritmos Filtrantes Passa-Baixa

McInnes e Morrinson [3] sugeriram a integração da equação (3.5) sob dois intervalos de tempo, para que um número de equações seja solucionado. As integrais foram resolvidas numericamente utilizando-se a regra trapezoidal, em que foram obtidos os valores da resistência e da indutância da linha [3], [4], [5].

$$\int_{t_0}^{t_1} v dt = R \int_{t_0}^{t_1} i dt + \frac{x}{\omega} (i(t_1) - i(t_0))$$
(3.7)

$$\int_{t_1}^{t_2} v dt = R \int_{t_1}^{t_2} i dt + \frac{x}{\omega} (i(t_2) - i(t_1))$$
(3.8)

No qual:

$$\int_{k-1}^{k} x dt = \frac{T}{2} (x_k + x_{k-1})$$
(3.9)

O desempenho deste algoritmo é deteriorado pelas componentes não causais dos sinais de i e v. Uma leve filtragem analógica passa-baixa se faz necessária para evitar a contaminação da parte superior do espectro de freqüência pelos ruídos de altas freqüências. Utilizou-se o filtro de Butterworth com dois pólos, com essa finalidade.

Alguns autores aconselham uma freqüência de amostragem de 8 amostras por ciclo. No presente trabalho foi utilizado uma freqüência de amostragem de 12 amostras por ciclo.

Convém observar que a janela de dados é relativamente curta (três amostras) e na precisão do algoritmo passa por um tratamento lógico complementar, permitindo-se apreciar a estacionaridade de R e X durante um tempo suficientemente longo.

#### 3.3.2 – Algoritmo Seletivo

RAMAMOORTHY et all [5] propuseram a utilização do princípio de detecção síncrona, o qual proporciona a seguinte expressão para identificação de R e X

$$\int_{0}^{NT} v e^{-j\omega t} dt = (R + jX) \int_{0}^{NT} i e^{-j\omega t} dt$$
(3.10)

onde NT corresponde ao período de onda fundamental.

A separação das partes real e imaginaria fornece duas equações lineares do tipo (3.6) que permite o cálculo de R e X.

Em [5] esta procura de R e X é feita sob a designação de análise de Fourier com janela de um ciclo. O algoritmo proposto correlaciona as amostras de entrada para um ciclo de sinal fundamental com coeficientes previamente armazenados em memória que são referências das formas de onda senoidal e cossenoidal, na freqüência fundamental, a fim de se extrair o valor complexo da componente fundamental do sinal na forma retangular.

As expressões gerais para as componentes senoidal (Vs) e cossenoidal (Vc) de tensão em um conjunto de n amostras são [5]:

$$V_{s} = \frac{1}{N} \left[ 2 \sum_{l=1}^{N-1} V_{k-N+l} sen\left(\frac{2\pi l}{N}\right) \right]$$
(3.11)

$$V_{c} = \frac{1}{N} \left[ V_{k-N} + V_{k+2} \sum_{l=1}^{N-1} V_{k-N+l} sen\left(\frac{2\pi l}{N}\right) \right]$$
(3.12)

onde V é a amostra de tensão e N é o número de amostras por ciclo da componente fundamental. Expressões similares são avaliadas para as componentes Is e Ic de corrente. Os quatro resultados podem ser usados para gerar a magnitude e a fase do fasor impedância na forma polar ou retangular.

Na forma polar calculam-se o módulo |z| e a fase  $\theta_z$ :

$$|Z|^{2} = \frac{V_{s}^{2} + V_{c}^{2}}{I_{s}^{2} + I_{c}^{2}}$$
(3.13)

$$\theta_z = arctg\left(\frac{I_s}{I_c}\right) - arctg\left(\frac{V_s}{V_c}\right)$$
(3.14)

Na forma retangular:

$$V = V_c - jV_s \tag{3.15}$$

$$I = I_c - jI_s \tag{3.16}$$

Portanto a impedância complexa obtida da relação fasorial V/I:

$$Z = \frac{V_c I_c + V_s I_s}{I_s^2 + I_c^2} + j \frac{V_c I_s - V_s I_c}{I_s^2 + I_c^2}$$
(3.17)

Lembrando que R é parte real de Z, e X a parte imaginária de Z.

As qualidades filtrantes deste algoritmo são evidentemente excelentes, explorando o seu princípio básico (filtragem seletiva à freqüência  $\omega$ ). Nele está implícito uma drástica filtragem dos dados. A saída responde lenta, suave para uma forma de onda distorcida arbitrária. A desvantagem deste algoritmo é o grande volume de cálculo requerido e a

janela de dados que deve comportar amostras em um período da forma de onda fundamental.

#### 3.4 – Ajuste da unidade de disparo do relé

O ajuste da característica de disparo do relé digital de distância é implementado como mostrado na Figura 3.2. A característica é modelada em três zonas à jusante e uma a montante. As zonas são limitadas por segmentos de retas como pode ser observado na Figura 3.2.



Figura 3.2 – Unidade de disparo de uma proteção de distância

# 3.5 – CÁLCULO DA DISTÂNCIA ATÉ A FALTA

A impedância de uma linha é diretamente proporcional ao seu comprimento. E em um curto-circuito, a medida da reatância através do relé dá uma noção aproximada da distância até o ponto de falta. Na ausência de um curto-circuito, a impedância medida é a de serviço a qual fica fora da característica de disparo mostrada na Figura 3.2.

Um método para se obter uma boa precisão no cálculo deste parâmetro seria tomar uma serie de valores de X e obter a sua média.

O valor médio de X é computado como:

$$X_{N} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} X_{k}$$
(3.18)

onde N é o número de amostras computadas a partir da confirmação do defeito e  $X_k$  é o valor da reatância calculado no passo k.

A distância vista pelo relé até o ponto de defeito é

$$l = \frac{X_N}{X_1} \tag{3.19}$$

onde  $x_1$  é a reatância de seqüência positiva da linha por quilômetro.

#### 4- O ATPDraw

Neste projeto o ATP foi utilizado para simulação de transitórios como ferramenta computacional. O ATP é um poderoso software de simulação de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia elétrica (ou redes polifásicas), que aplica o método baseado na utilização da matriz de admitância de barras. O conceito matemático que constitui o programa tem como pilar, parâmetros distribuídos, o método das características e parâmetros concentrados, a regra da integração trapezoidal. Durante a solução são utilizadas técnicas de esparsidade e de fatorização triangular otimizada de matrizes.

O ATPDraw é uma interface gráfica para o ATP. É um software similar a qualquer outro de simulação de circuitos elétricos, é importante ressaltar a existência de algumas peculiaridades pertinentes à sua utilização. Portanto, apesar do ATPDraw ser uma ferramenta de fácil utilização, é recomendável que os principiantes sejam orientados por um usuário mais experiente, ou então adquiram o conhecimento gradativo do programa a partir de simulação de circuito simples, cuja resposta ele já conheça.

O programa ATPDraw usualmente é utilizado como passo inicial para uma simulação com o ATP. Com o programa ATPDraw o usuário pode construir um circuito elétrico convencional, bastando para isso selecionar modelos pré-definidos dos principais elementos componentes de uma rede elétrica.

Tanto circuitos monofásicos quanto trifásicos, podem ser construídos pelo ATPDraw, com a facilidade de se usar um diagrama unifilar para circuitos trifásicos complexos, não havendo a necessidade de se montar o circuito fase a fase. Isso oferece um leque muito maior de aplicações possíveis não encontradas em outros softwares de simulação de circuitos elétricos.

#### 4.1 – O SISTEMA

O circuito escolhido apresenta um diagrama unifilar, com nove barras, contendo um diagrama de impedância e um diagrama de fluxo, que estão presentes na figura 4.1 e na figura 4.2 a seguir. Esse sistema não tinha dados físicos disponíveis, os mesmos foram estimados a partir de dados típicos e dos valores em pu do sistema original.



*Figura 4.1 – Diagrama de impedância da rede, em pu, com 100 MVA de base.* 



Figura 4.2 – Diagrama de fluxo do circuito, todos os fluxos estão em MW e MVAr.

#### 4.2 - IMPLEMENTAÇÃO DO SISTEMA NO ATPDraw

#### 4.2.1 – Dimensionamento dos parâmetros de linha

Para a obtenção dos parâmetros da linha de transmissão, foram consideradas as características dos condutores e suas respectivas disposições geométricas das torres de transmissão. Dentre as considerações, optou-se por linhas de transmissão transpostas.

Sabendo que, para o diagrama de impedância da figura 4.1, a potência de base ( $S_b$ ) é de 100 MVA e que como as linhas de transmissão se encontram, todas, no lado de alta dos transformadores, cuja tensão de linha é de 230 kV, e adotando-se como a tensão de base ( $V_b$ ) no lado da linha, calcula-se a impedância de base ( $Z_b$ ):

$$Z_b = \frac{V_b^2}{S_b} = \frac{230^2}{100} = 529\Omega \tag{4.1}$$

De posse do valor de  $Z_b$ , efetua-se, o cálculo dos parâmetros das linhas de transmissão. Estes serão obtidos, como abaixo [15]:

$$Z_{barra} = Z_L \cdot Z_b = R_{barra} + j X_{barra}$$
(4.2)

Uma vez obtido  $Z_{\text{barra}}$  é necessário, pelo tipo de linha escolhida, dividi-la pelo comprimento da linha, obtendo assim um  $Z_{\text{barra}}$  em [ $\Omega$ /km]. A parte real de  $Z_{\text{barra}}$  é a própria resistência de seqüência positiva, e a parte imaginária é a reatância de seqüência positiva, em ohms:

$$L^{+} = X_{barra} \tag{4.3}$$

Para a obtenção da capacitância outro parâmetro, a impedância shunt (B/2), fornecida no diagrama é utilizada, a relação com a capacitância se dá através de:

$$C^{+} = \frac{B}{\omega} = \frac{B}{2\pi f} \cong \frac{B}{377}$$
(4.4)

Os parâmetros de seqüência zero são estimados através da multiplicação dos valores de seqüência positiva por três.

Para calcular as impedâncias, em ohms, para todas as linhas multiplica-se  $Z_b$  (·) por  $Z_l.(pu)$ . Para a capacitância, de posse do valor da impedância *shunt* em pu, o cálculo direto fica.

$$B^+ = \frac{B}{Z_b}$$

Tabela 4.1 – Parâmetros para as linhas de transmissão.

Barras	Impedância-Z <sub>L</sub> (pu)	B/2 (pu)	R <sub>0</sub> (ohm)	R+ (ohm)	Xo (ohm)	X+ (ohm)	C <sub>0</sub> (Mho)	C+ (Mho)	l (km)
4 -> 5	0.01+j 0.085	j 0.088	0,1587	0,0529	1,34895	0,44965	0,026475	0,008825	100
4 -> 6	0.017+j 0.092	j 0.079	0,26979	0,08993	1,46004	0,48668	0,023766	0,007922	100
5 -> 7	0.032+j 0.161	j 0.153	0,51	0,17	2,55507	0,85169	0,04602	0,01534	100
6 -> 9	0.039+j 0.170	j 0.179	0,61893	0,20631	2,6979	0,8993	0,05385	0,01795	100
7 -> 8	0.0085+1 0.072	j 0.0745	0,1686	0,0562	1,4283	0,4761	0,028014	0,009338	80
8 -> 9	0.0119+j 0.1008	j 0.1045	0,18885	0,06295	1,5996	0,5332	0,03144	0,01048	100

#### 4.2.2 – Dimensionamento dos parâmetros da carga

Como o valor das cargas foi fornecido em pu, e as mesmas se encontram no lado de alta, uma vez obtido o valor da impedância de base para o lado em questão, o que foi feito anteriormente, para extrair o valor em ohms basta multiplicá-los, como mostra a fórmula abaixo.

$$Z_{c}(\Omega) = Z_{c}(pu).Z_{b} = R_{c} \pm jX_{c}$$

$$(4.5)$$

O valor da resistência de cada carga é a parte real da impedância ( $R_c$ ), dada em ohms. Já no caso da reatância ( $X_c$ ), o que determina o tipo de reativo é o sinal. Se positivo trata-se de uma carga indutiva, caso contrário é capacitiva.

Para o caso indutivo a relação usada é:

$$L_c = \frac{X_c}{\omega} \cong \frac{X_c}{377} \tag{4.6}$$

Já no caso capacitivo tem-se:

$$C_c = \frac{1}{\omega X_c} \cong \frac{1}{377 X_c} \tag{4.7}$$

Como para o circuito implementado as cargas consideradas são indutivas, não se fará necessária à utilização da equação (4.7).

<i>Tabela</i> 4.2 – <i>Parâmetros</i>	para as	cargas.
---------------------------------------	---------	---------

Cargas	Impedância Z <sub>c</sub> (pu)	Impedância Z <sub>c</sub> (ohm)	R <sub>c</sub> (ohm)	L <sub>c</sub> (ohm)
Α	0.68 + j 0.27	361.91 + j 144.76	361,91	144.76
В	1.03 + j 0.34	542.84 + j 180.95	542,84	180.95
С	0.92 + j 0.32	486.47 + j 170.2	486,47	170.2

#### 4.2.3 – Dimensionamento dos transformadores

O transformador utilizado é o trifásico saturado, com seu lado de baixa conectado em delta e o lado de alta conectado em estrela, com um defasamento de 30°. Observa-se que o dispositivo usado apresenta uma configuração de um transformador utilizado em sistemas reais.

Os parâmetros que necessitam de um cálculo aprimorado são as reatâncias de cada lado do transformador, e para que esse tipo de modelamento seja feito, deve se obter a impedância de base de ambos os lados do dispositivo. Isto só é possível, porque a reatância equivalente de cada transformador presente no circuito, foi fornecida no sistema [15].
Divide-se a reatância de cada transformador por dois. Metade para o lado de alta e a outra metade para o lado de baixa. Com as impedâncias de base de cada lado calculada, tem-se:

$$Z_{baixa}(\Omega) = \frac{Z_{equivalente}(pu)}{2} Z_{b(baixa)}$$
(4.8)

Como a impedância é puramente reativa, a indutância do lado primário é obtida conforme a equação abaixo:

$$L_{baixa} = 3\frac{Z_{baixa}}{\omega} = 3\frac{Z_{baixa}}{377}$$
(4.9)

O fator multiplicativo é justificado, porque essa forma de cálculo fornece o resultado para uma conexão em estrela, e o lado de baixa está conectado em delta, lembrando ainda que se trata de um sistema equilibrado.

A forma de dimensionamento do lado de alta é muito semelhante ao de baixa, assim a equação para a obtenção da impedância de alta é:

$$Z_{alta}(\Omega) = \frac{Z_{equivalente}(pu)}{2} Z_{b(alta)}$$
(4.10)

Como essa ligação é feita em estrela, não é necessário multiplicar por três o valor de impedância encontrada. Vale lembrar, assim como aconteceu anteriormente, que a impedância é puramente reativa, com isso:

$$L_{baixa} = \frac{Z_{alta}}{\omega} = \frac{Z_{alta}}{377}$$
(4.11)

Para o cálculo dos parâmetros dos transformadores faz-se necessário o cálculo da impedância de base do lado de baixa dos mesmos. Deve-se lembrar que foi fornecido o valor da reatância equivalente de cada transformador.

Cálculo da impedância de base do lado de baixa:

$$X_{bG1} = \frac{V_{bG1}^2}{S_b} = \frac{165^2(10^3)^2}{100.10^6} = 2,72\Omega$$

$$X_{bG2} = \frac{V_{bG2}^2}{S_b} = \frac{18^2(10^3)^2}{100.10^6} = 3,24\Omega$$

$$X_{bG3} = \frac{V_{bG3}^2}{S_b} = \frac{138^2(10^3)^2}{100.10^6} = 1,904\Omega$$
(4.12)

Com isso o valor da reatância equivalente de cada transformador, para cada lado, em ohms, é dado por:

$$Z_{G1ALTA} = \frac{Z_{G1}(pu)Z_{bG1}}{2} = 15,23\Omega$$

$$Z_{G2ALTA} = \frac{Z_{G2}(pu)Z_{bG2}}{2} = 16,53\Omega$$

$$Z_{G3ALTA} = \frac{Z_{G3}(pu)Z_{bG3}}{2} = 15,5\Omega$$

$$Z_{G1BAIXA} = \frac{Z_{G1}(pu)Z_{bG1}}{2} = 0,0783\Omega$$

$$Z_{G2BAIXA} = \frac{Z_{G2}(pu)Z_{bG2}}{2} = 0,101\Omega$$

$$Z_{G3BAIXA} = \frac{Z_{G3}(pu)Z_{bG3}}{2} = 0,0558\Omega$$
(4.13)

Com isso tem-se o valor da indutância referente a cada lado do transformador, lembrando que se o lado do transformador for ligado em delta, deve-se multiplicar por 3.

Tabela 4.3 – Parâmetros para os transformadores.

Barra	Z <sub>equivalente</sub> (pu)	V <sub>1</sub> (kV)	L₁ (ohm)	$V_2$ (kV)	L₂ (ohm)
1 -> 4	j 0.0576	16,5	0,2349	132,8	13,23
2 -> 7	j 0.0625	18	0,3036	132,8	16,53
3 -> 9	j 0.0586	132,8	15,5	13,8	0,1674

### 4.3 – SIMULAÇÕES

Após a montagem e a especificação dos parâmetros do circuito escolhido, são estabelecidas as configurações para simulação. Esta é uma parte importante do processo, já que é nessa hora que se determina o tempo de simulação, o domínio em que se deseja trabalhar (tempo ou freqüência), existência ou não de harmônicos e o intervalo de análise. Isto é feito a partir da seleção do ícone "*ATP*" na barra de tarefas. Escolheu-se "*Delta T*" igual a 2µs. Isto significa que este será o intervalo de cálculo, ou seja, a cada período o programa fará uma leitura do circuito, uma vez que um programa digital não permite obter uma solução contínua no tempo. "*Tmax*", corresponde ao tempo máximo de simulação do circuito. O valor de "*Xopt*" determina qual a unidade será adotada pelo programa, se for igual a zero, tem-se que o valor da indutância será dado em mH, caso contrário o sistema admitirá este valor em ohms. Sendo a freqüência 60 Hz, adotou-se o valor de "*Xopt*"=60. Obtendo todas as unidades em ohms.

As configurações foram utilizadas em todas as simulações.

#### 4.3.1 – Curtos monofásicos

Executando o arquivo da Figura 4.3, o qual se refere a uma falta fase-terra com resistência de falta de  $0.001\Omega$ , aplicada a 60 km do relé, obtemos o registro das seguintes formas de onda de tensão e corrente apresentadas nas figuras (4.4) e (4.5) respectivamente.

A parte usada do arquivo gerado pelo programa ATPDraw executado pelo comando LISfile está mostrado no apêndice C. E ressalta-se que este é o arquivo utilizado pelo algoritmo implementado em Matlab® para as amostras.



Figura 4.3 – Diagrama esquemático implementado no ATPDraw para simular uma para falta monofásica a 60 km



Figura 4.4 – Formas de onda de tensão para uma falta monofásica a 60 km do lado do terminal da esquerda da linha de transmissão



Figura 4.5 – Formas de onda de corrente para uma falta monofásica a 60 km do lado do terminal da esquerda da linha de transmissão

O arquivo da Figura 4.6, o qual se refere a uma falta fase-terra com resistência de falta de  $0.001\Omega$ , aplicada a 130 km do relé. Este segundo circuito difere do primeiro pela distância do curto até o relé. As formas de onda de tensão e corrente estão apresentadas nas Figuras 4.7 e 4.8 respectivamente.



Figura 4.6 – Diagrama esquemático implementado no ATPDraw para simular uma para falta monofásica a 130 km



Figura 4.7 – Formas de onda de tensão para uma falta monofásica a 130 km do lado do terminal da esquerda da linha de transmissão



Figura 4.8 – Formas de onda de corrente para uma falta monofásica a 130 km do lado do terminal da esquerda da linha de transmissão

#### 4.3.2 - Variações nas Simulações das Condições de Faltas

Como já mencionado, os dados dos sinais faltosos foram obtidos dispondo-se do software ATPDraw, levando-se em consideração vários tipos de faltas em diferentes localizações ao longo das linhas entre os barramentos 7 e 9. As variações consideradas são descritas a seguir:

a)Tipos de falta aplicadas:

Fase-terra Fase-fase

Trifásica

b) Distâncias em que as faltas foram aplicadas

20 km a partir do terminal 7

60 km a partir do terminal 7

90 km a partir do terminal 7 (sendo 10 km a partir do terminal 8)

130 km a partir do terminal 7 (sendo 50 km a partir do terminal 8)

c) Resistência de falta

0.001 Ω

d) Resistência de falta entre fases

1Ω

As situações de faltas foram implementadas conforme as combinações apresentadas na Figura 4.9.



Figura 4.9 – Situações de faltas sobre o sistema

### 4.4 – O ALGORITMO DO RELÉ DE DISTÂNCIA

No capítulo 2, analisou-se o relé de distância que recebeu essa denominação, porque sua atuação baseia-se na observação da impedância entre a localização da falta e a localização do relé. Ou seja, esse relé reconhece faltas ocorrendo dentro de uma seção ou zona protegida.

Neste trabalho, tomando-se como referência o sistema elétrico representado nas Figuras 4.1 e 4.2, as zonas de proteção foram consideradas com as seguintes proporções:

- Primeira Zona até 64 km, a partir do barramento 7, o que corresponde a 80% da linha de transmissão entre os barramentos 7 e 8.
- Segunda Zona de 64 até 96 km, a partir do barramento 7, o que corresponde a 100% da primeira linha entre os barramentos 7 e 8, e a 16% da segunda linha de transmissão entre os barramentos 8 e 9.
- Terceira Zona de 96 até 128 km, a partir do barramento 7, o que corresponde a 100% da primeira linha entre os barramentos 7 e 8, e a 28% da segunda linha de transmissão entre os barramentos 8 e 9. Representando um percentual de 120% e 160% desde o relé.

# 4.5 – LÓGICA COMPUTACIONAL IMPLEMENTADA PARA O RELÉ DE DISTÂNCIA

A implementação do algoritmo computacional seguindo a abordagem proposta foi realizada da maneira como mostra a Figura 4.10.

Visando analisar o desempenho da proteção digital de distância, foi desenvolvido um programa em Matlab®, que é apresentado no Apêndice B.



Figura 4.10 – Fluxograma do algoritmo do relé de distância

# 5 – TESTES E RESULTADOS OBTIDOS RELATIVO AOS ALGORITMOS ESTUDADOS

O algoritmo para a detecção e localização das situações de falta que venham a ocorrer sobre determinado sistema de transmissão, com a conseqüente determinação das zonas de proteção, foi implementado através do software Matlab® e testado utilizando-se de dados obtidos através de simulações do software ATPDraw.

Os programas desenvolvidos relativos aos algoritmos de Ramamoorthy e Mc-Innes & Morrinson são apresentados nos Apêndices A e B respectivamente.

Seguem agora os gráficos gerados com a implementação de tais algoritmos.



Figura 5.1 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 20 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.2 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 60 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.3 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 90 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.4 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 130 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all



Figura 5.5 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 20 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.6 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 60 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.7 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 90 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.8 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 130 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.9 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 20 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.10 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 60 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.11 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 90 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.12 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 130 km. Baseado no algoritmo de RAMAMOORTHY et all.



Figura 5.13 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 20 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.14 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 60 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.15 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 90 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.16 – Reatância relativa a um curto-circuito monofásico a 130 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.17 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 20 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.18 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 60 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.19 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 90 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.20 – Reatância relativa a um curto-circuito bifásico a 130 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.21 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 20 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON



Figura 5.22 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 60 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON.



Figura 5.23 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 90 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON.



Figura 5.24 – Reatância relativa a um curto-circuito trifásico a 130 km. Baseado no algoritmo de Mc-INNES & MORRISON.

#### **5.1 – FILTRAGEM DOS SINAIS**

Utilizou-se um filtro digital passa-baixa do tipo Butterworth de segunda ordem com freqüência de corte de 200Hz e freqüência de amostragem de 2000Hz visando atenuar o aperiódico de corrente

Isto dá uma freqüência normalizada

$$Fc = \frac{200}{2000} = 0,1\tag{5.1}$$

Com as equações 3.2 e 3.4 faz-se a realização da transformação para o filtro digital e obtem-se

$$K = \frac{1}{tg\pi .Fc} = 399\tag{5.2}$$

$$s = 399 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \tag{5.3}$$

Com a função de transferência no plano-s para o filtro de Butterworth (5.4) obtem-se

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}$$
(5.4)

E a resposta final calculada para cada amostra fica:

$$x(k) = A1.(y(k) + 2.y(k-1) + y(k-2) - A2.x(k-1) - A3.x(k-2))$$
(5.5)

onde y(k) representa o sinal de entrada na amostra k e x(k) o sinal de saída na amostra k. As constantes são mostradas na Tabela 5.1

	Literal	Numérico
A1	$\frac{1}{1+\sqrt{2}k+k^2}$	0,0675
A2	$2-2k^{2}$	-16,944
A3	$1 - \sqrt{2k} + k^2$	6,1196

Tabela 5.1 – Coeficientes

Para detecção da fase, ou fases faltosas, foi feito um cálculo para corrente antes do instante do curto, o valor base foi 293 A. Cada vez que o programa roda ele detecta se o valor da amostra é maior que essa média, porém como efeito de segurança, esse valor foi multiplicado por dois.

Para saber se o defeito teve contato com a terra, tomou-se a corrente de neutro como:

$$In(k) = ia(k) + ib(k) + ic(k)$$
(5.6)

O algoritmo desenvolvido está mostrado na Figura 4.10. O programa desenvolvido em MATLAB está mostrado no Anexo. Este programa descreve todos os passos citados. 5.2 – ZONAS DO RELÉ A cada amostra o programa faz um comparativo, se a corrente da amostra for maior que a de referência, os dados de falta são calculados. Para a primeira zona acusar um curto são necessárias 8 amostras consecutivas dentro da zona 1, para a segunda 20 e finalmente para a terceira necessita de 25 amostras. Lembrando que a segunda e terceira zonas funcionam também como retaguarda de segurança. Pois caso haja um defeito na detecção da primeira zona, a segunda atua como backup.

#### 5.3 – RESULTADOS ALCANÇADOS

Utilizando os algoritmos enunciados calculou-se as distâncias das faltas. Os resultados encontrados utilizando o algoritmo de Mc-Innes & Morrinson foram mais satisfatórios, entretanto, buscando uma melhor uma exatidão, fez-se uma modificação. Aplicou-se o principio da integração trapezoidal em doze intervalos consecutivos ao invés de apenas dois. E como esperado, obteve-se um erro menor. Os valores calculados estão mostrados na Tabela 5.2.

Como esperado, as razões entre os sinais foram bastante satisfatória, indicando um erro médio menor que 1,13%. Isso significa um erro de distância de aproximadamente 0,7 metros da detecção da falta para uma linha de 80 km.

A margem de erro dos cálculos é expressa como um porcentagem do comprimento total da linha e é dado pela expressão:

$$%erro = \frac{|distância.estimada - distância.real|}{comprimento.da.linha} *100$$
(5.7)

E a faixa de busca é dada por:

$$F = | distância estimada - distância real |$$
(5.8)

#### Tabela 5.2 – Distâncias Calculadas

Tipo	Distância ( Km )	k=2	K=13	erro %	Faixa de Busca
Monofásico	20	20,0926	20,0392	0,0490	0,0392
	60	59,5882	59,6855	0,3931	0,3145
	90	88,9826	89,9743	0,0214	0,0257
	130	131,6796	131,3189	0,7327	1,3189
Bifásico	20	20,0776	19,9958	0,0053	0,0042
	60	59,8424	60,8016	1,0020	0,8016
	90	89,6853	91,2869	1,4299	1,2869
	130	128,5267	129,0130	0,7592	0,9870
Trifásico	20	21,0018	20,8277	1,0346	0,8277
	60	61,0692	60,9031	1,1289	0,9031
	90	90,7851	92,5031	1,3906	0,7851
	130	129, 3370	129,0130	0,5483	0,9870

O gráfico da Figura 5.25 mostra um comparativo de erro para cada tipo de falta (monofásica, bifásica e trifásica), com o objetivo de mostrar a pequena variância dos erros.



Figura 5.25 – Erro nas medidas

# 6 - CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo o estudo da proteção de Distância Digital frente a dois algoritmos e localização das zonas de falta.

Através de simulações, dispondo-se do software ATPDraw, gerou-se um banco de dados que foi fonte para o algoritmo gerado.

Pelos resultados alcançados, pode-se observar uma precisão altamente satisfatória na localização das zonas de proteção. Além disso, pode-se afirmar que a aplicação é bastante adequada para uso em relés digitais de distância.

Com o algoritmo segundo Ramamoorthy, fez-se os gráficos observados. Os gráficos mostram as ondas que representam a reatância e que são base para calculo da distância de falta até o relé. Nota-se, no entanto a necessidade de um filtro adicional para tornar mais constante a reatância e conseqüentemente obter medidas mais exatas.

O algoritmo de McInnes e Morrison foi o que gerou melhor detecção da distância. O erro médio encontrado foi inferior ao patamar limite encontrado na bibliografia (5%), não chegando a 1,13 %, com isso mostrando-se corretas as medidas.

As zonas aqui delimitadas foram construídas com retas verticais e horizontais por efeito de simplificação. E a detecção de zonas, devido a essa aproximação de limitação de zonas causou uma pequena incerteza. O ajuste pode não estar adequado.

Como sugestão para trabalhos futuros destaca-se a filtragem dos sinas de reatância como também o ajuste de zonas.

### **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- [1] Caminha, A. C. (1978). Introdução à proteção dos sistemas elétricos. São Paulo: Edgard Blücher.
- [2] Coury, D. V. (1987). Um Estimador ótimo aplicado à Proteção dos Sistemas Elétricos de Potência. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
- [3] MCINNES, A. D., MORRISON, I.F. (1971). Real time Calculation of Resistance and Reactance for Transmission Line Protection by Digital Computer. IEE Transaction, Instituion of Engineers. Austrália, EE7, n.1, pp 16-23, jan.
- [4] MANN, B.J., MORRISON, I. F. (1971) . Digital Calculation of Impedance for Transmition Line Protection. IEEE Trans. PAS vol. 90, pag 270 – 276 Jan /Fev (1971).
- [5] PAVARD,M. La Numerization des Protections de Distance et des Fonctions connexes. Electricité de France, Direction des Études et Recherches. Journée d'etude SEE du 17 juin 1982.
- [6] CLARK, H.K. Proteção de Sistemas Elétricos de Potência. 2<sup>a</sup> edição série PTI, edições UFSM,1983.
- [7] HOROWITZ, S.; PHADEK, A. G. (1996). Power System Relaying. England: Research Studies Press Ltd.
- [8] PHADKE, A. G. ; HORP, J. S. (1988). *Computer Relaying forPpower System Systems*. England : Research Studies Press Ltd.
- [9] WARRINGTON, A. R. Van C.: Protective Relays: their theory and practice. Vols. 1 e 2. Chapmam and Hall, London, 1969.
- [10] ATBEKOV, G. I.: *The Relay Protection of high Voltage Networks*. Pergamon Press Ltda.1960.
- [11] TAKAGI, T. ET ALL. Digital Differential Relaying System for Transmission Line Primary Protection using Travelling Wave Theory – its Theory and Field Experience. IEEE Trans. Pas, dec.1978.
- [12] TAKAGI, T. ET ALL. Feasibility Study for Current Differential Carrier Relay System Based on Ttraveling Wave Theory. IEEE trans. PAS, nov. 1977
- [13] MONTALVÃO, E. . Contribution Théorique à L'Etude d'une Protection Différentielle d'onde pour les Réseaux à três haute tension. Paris, 1983. 125 p./ Tese - Douctor Ingénieur – Université de Paris-Sud Centre d'Orsay.

- [14] FREITAS, Francisco Damasceno. *Estudo de algoritmos de proteção de distância para implementação em tempo real*. Tese de Mestrado Brasilia, 1987. 171 f
- [15] P. M., Anderson e A. A., Fouad. (1986) "Power System Control and Stability.", The Iowa state University Press-USA.
- [16] Central Electricity Generating Board
- [17] ATP/RULE BOOK

### APÊNDICES

clear;		
clc;		
%	i_referencia	RAMAMORTHYY
RL_bi90_	_ohm;	
falta=0;		
terra=3;		
F=0;		
zona1=0;		
zona2=0;		
zona3=0;		
0.50		
eps=0.50	l;	
contadora	na=0;	
contadort	bb=0;	
contadorc	cc=0;	
1_ret=293	;	
%		
nW=30;	$(\mathbf{N} 21)$	
101  K - 51.0	(IN-31)	
aa=0, bb=0		
cc = 0		
Isma-f	).	
Isma-0	), )·	
Icma–(	), )·	
Icmb-(	), )·	
Ismc-f	), ),	
Isme=0	), ).	
Vsma-	), 	
Vcma=	-0.	
Vsmh=	-0;	
Vcmb=	-0; -0:	
Vsmc=	-0, -0.	
Vcmc=	-0·	
for $l=1$	:nw	
Isma	=Isma+ia(k-nw+l)*sin((2	2*pi*1)/nw):
Icma	a=Icma+ia(k-nw+l)*cos((	2*pi*l)/nw):
Ismb	=Ismb+ib(k-nw+l)*sin((	2*pi*l)/nw):
Icmb	=Icmb+ib(k-nw+l)*cos(	(2*pi*l)/nw):
Ismc	=Ismc+ic(k-nw+l)*sin((2	2*pi*l)/nw;
Icmc	=Icmc+ic(k-nw+l)*cos((	2*pi*l)/nw);
Vsm	a=Vsma+va(k-nw+l)*sin	((2*pi*l)/nw);
Vcm	a=Vsma+va(k-nw+l)*cos	s((2*pi*l)/nw);
Vsm	b=Vsmb+vb(k-nw+l)*sir	n((2*pi*l)/nw):
Vcm	ib=Vsmb+vb(k-nw+l)*co	s((2*pi*l)/nw);
Vsm	c=Vsmc+vc(k-nw+l)*sin	((2*pi*l)/nw);
Vcm	ic=Vsmc+vc(k-nw+l)*cos	s((2*pi*l)/nw):
		·· • / //

end  $Isa = (1/nw)^{*}(2*Isma);$ Ica=(1/nw)\*(ia(k-nw)+ia(k)+2\*Icma);Ifasora=Ica-j\*Isa; % Fasor a+jb Ifa Ifa(k)=Ifasora; Ima=( $Ica^2+Isa^2$ ); Ifaltaa=sqrt(Ima); % Fasor Ia Ia(k)=Ifaltaa; Imaxa=Ifaltaa;  $Isb = (1/nw)^{*}(2*Ismb);$ Icb=(1/nw)\*(ib(k-nw)+ib(k)+2\*Icmb);Ifasorb=Icb-j\*Isb; Ifb(k)=Ifasorb; % Fasor a+jb Ifb Imb=(Icb^2+Isb^2); Ifaltab=sqrt(Imb); Ib(k)=Ifaltab; % Fasor Ib Imaxb=Ifaltab;  $Isc = (1/nw)^{*}(2*Ismc);$ Icc=(1/nw)\*(ic(k-nw)+ic(k)+2\*Icmc);Ifasorc=Icc-j\*Isc; Ifc(k)=Ifasorc; % Fasor a+jb Ifc Ir=imag(Ifc);  $Imc = (Icc^2 + Isc^2);$ Ifaltac=sqrt(Imc); Ic(k)=Ifaltac; % Fasor Ib Imaxc=Ifaltac; in=ia(k)+ib(k)+ic(k);

```
In=Ifasora+Ifasorb+Ifasorc;
Inn=abs(In);
i0=in/3;
IO=In/3:
Ihoma=(5/3)*Ifasora+(2/3)*Ifasorb+(2/3)*Ifasorc;
Ihomb=(2/3)*Ifasora+(5/3)*Ifasorb+(2/3)*Ifasorc;
Ihomc=(2/3)*Ifasora+(2/3)*Ifasorb+(5/3)*Ifasorc;
% Mesmos cálculos para o Fasor Tensão
Vsa = (1/nw) * 2 * (Vsma);
Vca = (1/nw)^*(va(k-nw)+va(k)+2^*Vcma);
Vfasora=Vca-i*Vsa;
Vsb = (1/nw) * 2*(Vsmb);
Vcb = (1/nw)^*(vb(k-nw)+vb(k)+2^*Vcmb);
Vfasorb=Vcb-i*Vsb;
Vsc = (1/nw) * 2*(Vsmc);
Vcc = (1/nw)^*(vc(k-nw)+vc(k)+2^*Vcmc);
Vfasorc=Vcc-i*Vsc;
```

z(k)=Vfasorc/Ifasorc; xc=imag(z);

```
%==========
                       _____
 if Imaxa > (2*i \text{ ref})
   Ipa(k)=Imaxa;
   F=1:
   aa=1:
   contadoraa=contadoraa+1;
   %'
                  falta "A"'
   if Inn > eps
     %'falta para terra'
     terra=0:
     Zfaltaa(contadoraa+1)=Vfasora/Ihoma;
     Ihsa=-imag(Ihoma);
     Iha=real(Ihoma);
     Xlinhaa(contadoraa+1)=(Vca*Ihsa-Vsa*Iha)/(Iha*Iha+Ihsa*Ihsa);
     Rlinhaa(contadoraa+1)=(Vca*Iha+Vsa*Ihsa)/(Iha*Iha+Ihsa*Ihsa);
```

#### else

```
% ' sem terra'
    Zfaltaa(contadoraa+1)=Vfasora/Ihoma;
    Ihsa=-imag(Ifasora);
    Iha=real(Ifasora);
    Xlinhaa(contadoraa+1)=(Vca*Ihsa-Vsa*Iha)/(Iha*Iha+Ihsa*Ihsa);
    Rlinhaa(contadoraa+1)=(Vca*Iha+Vsa*Ihsa)/(Iha*Iha+Ihsa*Ihsa);
    terra=1:
 end % end Inn > eps
end % end if Imaxa > (2*i_ref)
if Imaxb > (2*i \text{ ref})
  bb=1:
  Ipb(k)=Imaxb;
  F=1:
  contadorbb=contadorbb+1;
          falta "B"
  %'
  if Inn > eps
    %'Falta para terra'
    Zfaltab(contadorbb+1)=Vfasorb/Ihomb;
    Ihsb=-imag(Ihomb);
    Ihb=real(Ihomb);
    Xlinhab(contadorbb+1)=(Vcb*Ihsb-Vsb*Ihb)/(Ihb*Ihb+Ihsb*Ihsb);
    Rlinhab(contadorbb+1)=(Vcb*Ihb+Vsb*Ihsb)/(Ihb*Ihb+Ihsb*Ihsb);
    terra=0:
        else
    %' sem terra'
    Zfaltab(contadorbb+1)=Vfasorb/Ihomb;
    Ihsb=-imag(Ifasorb);
    Ihb=real(Ifasorb);
```

```
Xlinhab(contadorbb+1)=(Vcb*Ihsb-Vsb*Ihb)/(Ihb*Ihb+Ihsb*Ihsb);
   Rlinhab(contadorbb+1)=(Vcb*Ihb+Vsb*Ihsb)/(Ihb*Ihb+Ihsb*Ihsb);
   terra=1;
  end % end Inn > eps
end %end if Imaxb > (2*i_ref)
if Imaxc > (2*i ref)
  cc=1; % acusador falta c
  Ipc(k)=Imaxc;
  F=1;
  contadorcc=contadorcc+1;
  %'
        falta "C"'
  if Inn > eps
   % 'falta para terra'
   Zfaltac(contadorcc+1)=Vfasorc/Ihomc;
   Ihsc=-imag(Ihomc);
   Ihc=real(Ihomc):
   X0linhac(contadorcc+1)=(Vcc*Ihsc-Vsc*Ihc)/(Ihc*Ihc+Ihsc*Ihsc);
   R0linhac(contadorcc+1)=(Vcc*Ihc+Vsc*Ihsc)/(Ihc*Ihc+Ihsc*Ihsc);
    %Zc(contadorcc+1)=Rlinhac+j*Xlinhac;
   terra=0:
  else
    %' sem terra'
   Zfaltac(contadorcc+1)=Vfasorc/Ifasorc;
   Ihsc=-imag(Ifasorc);
   Ihc=real(Ifasorc);
   X1linhac(contadorcc+1)=(Vcc*Ihsc-Vsc*Ihc)/(Ihc*Ihc+Ihsc*Ihsc);
   R1linhac(contadorcc+1)=(Vcc*Ihc+Vsc*Ihsc)/(Ihc*Ihc+Ihsc*Ihsc);
    %Zc(contadorcc+1)=Rlinhac+j*Xlinhac;
   terra=1;
  end % end Inn > eps
end % end if Imaxa > (2*i_ref)
_____
```

```
switch F % detecta se Houve Falta no Sistema
case 1
if aa=1 | bb=1 | cc=1
if aa=1 \& bb=1 \& cc=1
% 'Trifasico'
falta=3;
end
if (aa=1 \& bb=1 \& cc=0)
% 'Bifásico "ab" '
falta=2;
end
if (aa=1 \& bb=0 \& cc=1)
% ' Bifásico "ac" '
falta=2;
```

```
end
         if (aa=0 \& bb==1 \& cc==1)
            %' Bifásico "bc""
           falta=2:
         end
         if (aa=1 \& bb==0 \& cc==0)
            %'Monofásico "a"'
           falta=1:
         end
         if (aa=0 \& bb==0 \& cc==1)
            %' Monofásico "c"'
            falta=1:
         end
         if (aa=0 \& bb==1 \& cc==0)
            %'Monofásico "b"'
           falta=1:
         end
       else
            Sistema em regime Permanente'
       end % END IF
       % SE foi detectada falta, então efetuar cálculo de R e X, de acordo com o tipo de
falta.
       % senao, retornar e leia outra amostra e efetue todos os calculos novamente.
       switch falta
         case 1 % Falta=1 Monofásico
           if (aa==1 & bb~=1 & cc~=1)
              za=((Vsa)^2+(Vca)^2)/((Isa)^2+(Ica)^2);
              Za1=sqrt(za);
              thetaa=atan(Isa/Ica)-atan(Vsa/Vca);
              Ra1=((Vca)*(Isa)-((Vsa)*(Ica)))/((Ica)^2+(Isa)^2);
              Ra(k)=Ra1;
              In=Ia(k)+Ib(k)+Ic(k);
              Z=Vfasora/(Ihoma);
              Xa=imag(Z);
     %
                SUBPLOT(2,1,1)
      %
                plot(Ra),TITLE('Ra RAMAROORTHY '),Ylabel(' Fase a')
                SUBPLOT(2,1,2)
     %
                plot(Z),TITLE('Za U/I'),Ylabel('Fase a')
     %
            end % if (aa==1 & bb~=1 & cc~=1)
            if (aa=0 \& bb==1 \& cc==0)
              zb=((Vsb).^{2}+(Vcb).^{2})/((Isb).^{2}+(Icb).^{2});
              Zb1=sqrt(zb);
              thetab=atan(Isb/Icb)-atan(Vsb/Vcb);
              Rb1=( (Vcb)*(Isb)-((Vsb)*(Icb)))/((Icb)^2+(Isb)^2);
              Rb(k)=Rb1(1);
              In=Ia(k)+Ib(k)+Ic(k);
              Z=Vfasorb/(Ihomb);
```

```
Zb(k)=Z;
             Xb=imag(Zb);
             Rb=real(Zb);
%
               SUBPLOT(2,1,1)
%
               plot(Rb),TITLE('Rb RAMAROORTHY '),Ylabel(' Fase b')
%
               SUBPLOT(2,1,2)
               plot(Z),TITLE('Zb U/I'),Ylabel('Fase b')
%
           end % if (aa==1 & bb~=1 & cc~=1)
           if (aa=0 \& bb==0 \& cc==1)
             zc=((Vsc)^{2}+(Vcc)^{2})/((Isc)^{2}+(Icc)^{2});
             Zc1=sqrt(zc);
             thetac=atan(Isc/Icc)-atan(Vsc/Vcc);
             Rc1=((Vcc)*(Isc)-((Vsc)*(Icc)))/((Icc)^{2}+(Isc)^{2});
             Rc(k)=Rc1(1);
             In=Ia(k)+Ib(k)+Ic(k);
             Z=Vfasorc/(Ihomc);
             Zc(k)=Z;
             Xmonoc=imag(z);
             Rmonoc=real(z);
             xi=Xmonoc(k);
             ri=Rmonoc(k);
             SUBPLOT(2,1,1)
           plot(Xmonoc), TITLE('Xc Monofásico RAMAROORTHY '), Ylabel(' Fase c')
             SUBPLOT(2,1,2)
             plot(Rmonoc),TITLE('Rc U/I '),Ylabel(' Fase c ')
           end
                      % Falta=2 Bifásico
        case 2
           switch terra % terra=0 Curto com a terra
             case 0
                %disp('para terra')
               if aa==1 & bb==1
                 Z1=Vfasora/(Ihoma);
                 Za(k)=Z1(1);
                 Z2=Vfasorb/(Ihomb);
                 Zb(k)=Z2(1);
                 Zab(k)=(Z1(k)+Z2(k))/2;
              %
                   plot(Zab),TITLE('Zab Bi '),Ylabel(' Fase "a" e "b"');
               end
               if aa==1 & cc==1
                 Z1=Vfasora/(Ihoma);
                 Za(k)=Z1(1);
                 Z2=Vfasorc/(Ihomc);
                 Zc(k)=Z2(1);
                 Zac = (Z1 + Z2)/2;
                 plot(Zac),TITLE('Zac Bi '),Ylabel(' Fase "a" e "c"');;
                end
```

```
if bb==1 & cc==1
         Z1=Vfasorb/(Ihomb);
         Zb(k)=Z1(1);
         Z2=Vfasorc/(Ihomc);
         Zc(k)=Z2(1);
         Zbc = (Z1(k) + Z2(k))/2;
        plot(Zbc),TITLE('Zbc Bi '),Ylabel(' Fase "b" e "c"');;
       end
            % Falta=2 Bifásico
    case 1
               % terra=1 Curto entre as fases SEM terra
       % disp('entre fases')
       if aa==1 & bb==1 & cc==0
         I=Ifasorb-Ifasora;
         V=Vfasorb-Vfasora;
         Z=V/I;
         Xbia=imag(Zab);
         Rbia=real(Zab);
         xi=Xbia(k);
         ri=Rbia(k);
         plot(Z),TITLE('Zab Bi '),Ylabel(' Fase "a" e "b"');
       end
       if aa==1 & cc==1 & bb~=1
         I=Ifasora-Ifasorc;
         V=Vfasora-Vfasorc;
         Z=V/I;
         Zac(k)=Z;
         Xaic=imag(Zac);
         Raic=real(Zac);
         xi=Xaic(k);
         ri=Raic(k);
         plot(Z),TITLE('Zac Bi '),Ylabel(' Fase "a" e "c"');;
       end
      if bb==1 & cc==1 & aa==0
         I=Ifasorb-Ifasorc;
         V=Vfasorb-Vfasorc;
         Z=V/I;
         Zbc(k)=Z;
         Xbic=imag(Zbc);
         Rbic=real(Zbc);
         xi=Xbic(k);
         ri=Rbic(k);
         plot(Xbic),TITLE('Xbc Curto Bifásico '),Ylabel(' Fase "b" e "c"');;
       end
  end
case 3 % falta=3 Curto Trifásico
```

```
%Fasor
            Z1=Vfasora/Ifasora:
           Za(k)=Z1;
            Xtria=imag(Za);
            Rtria=real(Za);
           Z2=Vfasorb/Ifasorb;
            Zb(k)=Z2;
            Xtrib=imag(Zb);
           Rtrib=real(Zb);
            Z3=Vfasorc/Ifasorc;
           Zc(k)=Z3;
           Xtric=imag(Zc);
           Rtric=real(Zc);
           xi=Xtric(k);
           ri=Rtric(k);
           % ocultei os graficos TRIFÁSICOS
           SUBPLOT(3,1,1)
           plot(Xtria),TITLE('Xa Fasor Tri'),Ylabel(' Fase a')
           SUBPLOT(3,1,2)
           plot(Xtrib) ,TITLE('Xb Fasor Tri '),Ylabel(' Fase b ')
           SUBPLOT(3,1,3)
           plot(Xtric) ,TITLE('Xc Fasor Tri '),Ylabel(' Fase c')
           SUBPLOT(3,2,2)
           plot(za) ,TITLE('za Amostra Tri'),Ylabel(' Fase a')
           SUBPLOT(3,2,4)
           plot(zb),TITLE('zb Amostra Tri '),Ylabel(' Fase b ')
           SUBPLOT(3,2,6)
           plot(zc) ,TITLE('zc Amostra Tri '),Ylabel(' Fase c')
          end
  otherwise
      disp('Sistema Constantemente Estável')
   xi=5000;
   ri=2000;
  end
%%%%%%%%%x=imag(Zfaltac);
x1=64*0.4761;
```

x2=80\*0.4761+10\*0.5332; x3=80\*0.4761+50\*0.5332; r1=7; r2=10; r3=14;

%\_

<sup>%</sup> Delimitação da zona1
```
_____1 quadrante
%___
if xi>0 & xi<x1
 if ri>=0 & ri<r1
   zona1=zona1+1;
 end % end if ri>0 and ri<2
                                   _2 quadrante
 %_____
 if ri>=(-r1) & ri<0
   zona1=zona1+1;
 end % end if ri>0 and ri<2
end %end if xi>0 and xi<2
                                 _3 quadrante
%___
if xi>(-x1) & xi<0
 if ri>=(-r1) & ri<0
   zona1=zona1+1;
 end % end if ri>0 and ri<2
                                 _4 quadrante
%
 if ri<0 & ri<r1
   zona1=zona1+1;
 end % end if ri>0 and ri<2
end % end if xi>(-x1) and xi<0
```

## %

% Delimitação da zona2		
%	1 quadrante	
if xi>x1 & xi <x2< td=""><td>-</td><td></td></x2<>	-	
if ri>=0 & ri <r2< td=""><td></td><td></td></r2<>		
zona2=zona2+1;		
end % end if ri>0 and ri<2		
%	2 quadrante	
if ri>=(-r2+r1) & ri<0		
zona2=zona2+1;		
end % end if ri>0 and ri<2		
end %end if xi>0 and xi<2		
%		
% Delimitação da zona3		
%	1 quadrante	
if xi>x2 & xi <x3< td=""><td></td><td></td></x3<>		
if ri>=0 & ri <r3< td=""><td></td><td></td></r3<>		
zona3=zona3+1;		
end % end if ri>0 and ri<2		
%	2 quadrante	
if ri>=(-r3+r1) & ri<0	-	
zona3=zona3+1;		
end % end if ri>0 and ri<2		
end %end if xi>0 and xi<2		

%\_\_\_ \_\_\_\_\_contador\_ if zona1 >= 8% 'Atenção: Curto na zona1!!' end if zona2>=20 % 'Atenção: Curto na zona2!!' end if zona3 >= 25% 'Atenção: Curto na zona3!!' end end % end For inicial d60=0.4761: d90=(0.4761\*80+0.5332\*10)/90; d130=(0.4761\*80+0.5332\*60)/140; switch falta case 1 MX1=mean(Xmonoc(50:k-50)); if MX1>13 & MX1 < 40 Distanciamono=MX1/d60 end if MX1>40 & MX1 < 55 Distanciamono90=MX1/d90 end if (MX1>70 & MX1 < 80) Distanciamono130=MX1/d130 end case 2 MX2=mean(Xbic(70:k-50)); if (MX2>6 & MX2 < 20) Distanciabi=MX2/d60 end if (MX2>25 & MX2 < 30) Distanciabi90=MX2/d90 end if (MX2>40 & MX2 < 50) Distanciabi130=MX2/d130 end case 3 MX3=mean(Xtric(80:k-50)); if (MX3>6 & MX3 < 21) Distanciatri=MX3/d60 end if (MX3>25 & MX3 < 31) Distanciatri90=MX3/d90 end if (MX3>38 & MX3 < 45) Distanciatri130=MX3/d130 end

end

zona1 zona2 zona3

## **APêNDICE B**

% alg\_filtran\_FASE % Algoritmo Filtrante Passa Baixa % Mc-INNES & MORRISON

```
% algoritmo baseado no principio de integração
%trapezoidal em dois intervalos consecutivos
clear all;
RL tri90 ohm;
                     % carrega a matriz trifásica
%=========MONOFÁSICO c =======
zona1=0;
zona2=0;
zona3=0;
i=(2/3)*ia+(2/3)*ib+(5/3)*ic;
v=vc:
for k=2:(N-2)
 intv1=(T/2)*(v(k)+v(k-1));
 intv2=(T/2)*(v(k+1)+v(k));
 inti1=(T/2)*(i(k)+i(k-1));
  inti2=(T/2)*(i(k+1)+i(k));
  b=[intv1 intv2]';
  a = [inti1 (1/w0)*(i(k)-i(k-1));inti2 (1/w0)*(i(k+1)-i(k))];
  R_X=inv(a)*b;
  R_1(k-1)=R_X(1);
  X1(k-1)=R_X(2);
  xi=X1(k-1);
  ri=R1(k-1);
end
i=ic-ib:
v=vc-vb;
for k=2:(N-2)
 intv1=(T/2)*(v(k)+v(k-1));
 intv2=(T/2)*(v(k+1)+v(k));
 inti1=(T/2)*(i(k)+i(k-1));
  inti2=(T/2)*(i(k+1)+i(k));
  b=[intv1 intv2]';
  a = [inti1 (1/w0)*(i(k)-i(k-1));inti2 (1/w0)*(i(k+1)-i(k))];
  R_X=inv(a)*b;
  R_{2(k-1)}=R_{X(1)};
  X2(k-1)=R_X(2);
  xi=X2(k-1);
  ri=R2(k-1);
end
i=ic;
v=vc;
for k=2:(N-2)
  intv1=(T/2)*(v(k)+v(k-1));
  intv2=(T/2)*(v(k+1)+v(k));
  inti1=(T/2)*(i(k)+i(k-1));
  inti2=(T/2)*(i(k+1)+i(k));
  b=[intv1 intv2]';
  a=[inti1 (1/w0)*(i(k)-i(k-1));inti2 (1/w0)*(i(k+1)-i(k))];
```

```
R_X=inv(a)*b;
R_3(k-1)=R_X(1);
X3(k-1)=R_X(2);
xi=X3(k-1);
ri=R3(k-1);
x1=64*0.4761;
x2=80*0.4761+10*0.5332;
x3=80*0.4761+50*0.5332;
r1=4;
r2=10;
r3=14;
if xi > 0 \& xi < x1
  if ri>=0 & ri<r1
    zona1=zona1+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
  if ri>=(-r1) & ri<0
    zona1=zona1+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
end %end if xi>0 and xi<2
if xi>(-x1) & xi<0
  if ri>=(-r1) & ri<0
    zona1=zona1+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
  if ri<0 & ri<r1
    zona1=zona1+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
end % end if xi>(-x1) and xi<0
if xi > x1 \& xi < x2
  if ri \ge 0 & ri < r2
    zona2=zona2+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
  if ri>=(-r2+r1) & ri<0
    zona2=zona2+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
end %end if xi>0 and xi<2
if xi > x2 \& xi < x3
  if ri>=0 & ri<r3
    zona3=zona3+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
  if ri > = (-r3 + r1) \& ri < 0
    zona3=zona3+1;
  end % end if ri>0 and ri<2
end %end if xi>0 and xi<2
if zona1 >= 8
  % 'Atenção: Curto na zona1!!'
end
if zona2 \ge 20
```

```
% 'Atenção: Curto na zona2!!'
  end
  if zona3 >= 25
    % 'Atenção: Curto na zona3!!'
  end
end
d60=0.4761;
d90=(0.4761*80+0.5332*10)/90;
d130=(0.4761*80+0.5332*60)/140;
MX1=mean(X1(70:k-50))
MX2=mean(X2(70:k-50))
MX3=mean(X3(70:k-50))
if MX1>9.2 & MX1 < 30
Distanciamono=MX1/d60
end
if MX1>40 & MX1 < 45
Distanciamono90=MX1/d90
end
if (MX1>60 & MX1 < 68 & MX2 > 10)
Distanciamono130=MX1/d130
end
if (MX2>9.2 & MX2 < 30 & MX1 < 50)
Distanciabi=MX2/d60
end
if (MX2>40 & MX2 < 45)
Distanciabi90=MX2/d90
end
if (MX2>60 & MX2 < 68)
Distanciabi130=MX2/d130
end
if (MX3>9.2 & MX3 < 30)
Distanciatri=MX3/d60
end
if (MX3>40 & MX3 < 45)
Distanciatri90=MX3/d90
end
if (MX3>60 & MX3 < 68)
Distanciatri130=MX3/d130
end
```

## **APÊNDICE C**

- A=[ 0 0.0 159724.883 -169475.4 9750.51403 179.399504 -188.98018 9.58067802
  - 500 .5E-3 176285.209 -150248.6 -26036.612 197.703083 -167.26103 -30.44205

1000 .1E-2 186600.542 -125699.16 -60901.378 209.00293 -139.61658 -69.386354 1500 .0015 190305.46 -96696.778 -93608.682 212.898748 -107.02614 -105.87261 2000 .002 187268.713 -64268.86 -122999.85 209.252525 -70.644247 -138.60828 2500 .0025 177597.878 - 29564.186 - 148033.69 198.193416 - 31.759737 - 166.43368 3000 .003 161635.549 6187.81457 -167823.36 180.113211 8.24987203 -188.36308 3500 .0035 139947.199 41720.6104 -181667.81 155.652406 47.9672245 -203.61963 4000 .004 113301.151 75775.4316 -189076.58 125.677539 85.9853126 -211.66285 4500 .0045 82641.352 107145.872 -189787.22 91.2504818 120.957328 -212.20781 5000 .005 49053.942 134720.615 -183774.56 53.5908267 151.644374 -205.2352 5500 .0055 13728.7731 157522.812 -171251.59 14.032696 176.959336 -190.99203 6000 .006 -22082.744 174744.684 -152661.94 -26.022553 196.005429 -169.98288 6500 .0065 -57111.969 185776.14 -128664.17 -65.155941 208.107933 -142.95199 7000 .007 -90117.976 190226.384 -100108.41 -101.98115 212.838108 -110.85696 7500 .0075 -119931.51 187937.765 -68006.257 -135.19362 210.028389 -74.834769 8000 .008 -145496.41 178991.355 -33494.949 -163.61679 199.778306 -36.161516 8500 .0085 -165907.02 163704.087 2202.93453 -186.24376 182.45098 3.79277564 9000 .009 -180440.3 142617.521 37822.7778 -202.27294 158.660236 43.612707 9500 .0095 -188581.39 116478.657 72102.7305 -211.13651 129.248872 81.8876369 10000 .01 -190041.89 86213.4779 103828.408 -212.52046 95.258805 117.261655 .0105 -184770.06 52894.1451 131875.912 -206.37577 57.8941459 148.481622 10500 11000 .011 -172952.66 17701.0109 155251.646 -192.92011 18.478559 174.441553 .0115 -155008.32 -18119.19 173127.513 -172.63016 -21.591641 194.221805 11500 12000 .012 -131572.74 -53297.512 184870.252 -146.22471 -60.896946 207.121653 12500 .0125 -103476.13 -86587.742 190063.87 -114.63917 -98.044946 212.684113 13000 .013 -71713.825 -116810.56 188524.38 -78.992476 -131.71966 210.712133 13500 .0135 -37411.021 -142895.3 180306.321 -40.547438 -160.72813 201.275571 .014 -1782.9135 -163917.91 165700.82 -.66598701 -184.04273 184.70872 14000 .0145 33908.3549 -179133.64 145225.285 39.2390554 -200.83753 161.598471 14500 .015 68398.4025 -188003.47 119605.072 77.7540364 -210.51755 132.763516 15000 .0155 100465.402 -190213.19 89747.7896 113.514543 -212.73989 99.2253478 15500 16000 .016 128973.365 -185684.51 56711.1469 145.253739 -207.42581 62.1720717 16500 .0165 152912.382 -174577.87 21665.4836 171.847248 -194.76357 22.9163187 17000 .017 171434.401 -157286.71 -14147.69 192.352983 -175.20173 -17.151256 .0175 183883.272 -134423.6 -49459.675 206.044519 -149.43328 -56.611238 17500 18000 .018 189817.987 -106798.46 -83019.526 212.436825 -118.37108 -94.06574 .0185 189028.304 -75389.935 -113638.37 211.303448 -83.115533 -128.18792 18500 19000 .019 181542.199 -41310.683 -140231.52 202.684544 -44.915573 -157.76897 .0195 167624.871 -5767.9785 -161856.89 186.885437 -5.1244557 -181.76098 19500 20000 .02 147769.349 29979.0584 -177748.41 164.465822 34.8481959 -199.31402 20500 .0205 9330.58736 12027.2282 -21357.816 661.622054 283.435429 -945.05748 .021 6209.38893 15030.7055 -21240.094 770.656648 537.870135 -1308.5268 21000 21500 .0215 7800.34728 19400.6624 -27201.01 870.49536 855.873 -1726.3684

22000 .022 8726.41184 23545.4361 -32271.848 911.616253 1235.84876 -2147.465 22500  $.0225 \ -179890.03 \ -9816.3049 \ 189706.331 \ 774.062422 \ \ 1658.2197 \ -2432.2821$ 23000 .023 3907.04299 28950.1351 -32857.178 774.037615 2095.44288 -2869.4805 .0235 -10870.472 28928.8135 -18058.342 617.466097 2594.67277 -3212.1389 23500 24000 .024 -14247.788 27974.0798 -13726.292 223.858184 3054.44535 -3278.3035 24500 .0245 -24840.41 26399.7848 -1559.375 -102.69176 3509.59933 -3406.9076 25000 .025 44448.7834 39071.1291 -83519.913 -478.69681 3921.45318 -3442.7564 25500 .0255 -29641.252 19917.9535 9723.29803 -1163.5241 4238.06455 -3074.5404 26000 .026 -15351.767 19952.8025 -4601.0356 -1591.6417 4485.86666 -2894.2249 26500 .0265 -27710.35 16326.1378 11384.2122 -1889.018 4720.24029 -2831.2223 27000 .027 -22932.32 12548.5709 10383.7496 -2391.3188 4842.44321 -2451.1244 27500 .0275 -124563.75 -11953.138 136516.884 -2860.8168 4875.14451 -2014.3277 28000 .028 -30789.417 1822.6591 28966.7584 -3163.4391 4812.03676 -1648.5977 .0285 -27835.885 -4663.0867 32498.9719 -3624.5866 4630.73535 -1006.1488 28500 29000 .029 -6050.0099 -6234.2018 12284.2117 -3899.7851 4356.42087 -456.63579 29500 .0295 -21195.925 -12094.735 33290.6599 -3921.1858 4063.14204 -141.95624 30000 .03 31368.9771 -6732.2872 -24636.69 -4018.3031 3672.72741 345.575691 .0305 3582.06545 -17529.203 13947.1372 -4115.6237 3210.54362 905.080108 30500 .031 5723.46874 -18526.971 12803.5027 -3872.8448 2754.84198 1118.00278 31000 .0315 -12768.594 -24920.445 37689.0383 -3721.7233 2262.45041 1459.27285 31500 32000 .032 12732.2014 -22755.793 10023.5915 -3525.0332 1722.33669 1802.69654 .0325 -29625.649 -29979.137 59604.7857 -3060.9172 1243.17581 1817.74139 32500 33000 .033 4805.21614 -21932.738 17127.5221 -2577.6978 796.722533 1780.97526 33500 .0335 14826.2862 -19977.536 5151.24936 -2226.7582 363.146412 1863.61179 34000 .034 32719.3766 -13859.4 -18859.977 -1713.2519 6.31595228 1706.9359 34500 .0345 12927.0199 -14348.136 1421.11651 -1205.2109 -264.34336 1469.55422 .035 48960.3247 -4400.3545 -44559.97 -763.68247 -492.04312 1255.72558 35000 .0355 36290.5943 -2295.0225 -33995.572 -275.2628 -612.38877 887.651565 35500 36000 .036 23709.4101 1199.06798 - 24908.478 237.840364 - 611.7194 373.879039 .0365 5409.37488 1845.5544 -7254.9293 552.706779 -548.27634 -4.4304374 36500 37000 .037 20154.5722 10452.1762 -30606.748 918.454257 -390.31532 -528.13894 37500 .0375 1096.36683 12502.6668 -13599.034 1206.9278 -126.34961 -1080.5782 .038 -1389.1534 16121.5435 -14732.39 1313.77295 185.011 -1498.784 38000 .0385 3359.23052 20780.6047 -24139.835 1343.15773 547.694478 -1890.8522 38500 39000 .039 10163.6256 26348.1156 -36511.741 1358.1922 982.138712 -2340.3309 .0395 -3223.9218 26291.5214 -23067.6 1211.18534 1447.00461 -2658.1899 39500 40000 .04 4605.45016 30036.82 -34642.27 1020.40001 1923.07894 -2943.479 .0405 -13206.501 27746.5336 -14540.032 727.829331 2405.01396 -3132.8433 40500 41000 .041 -14110.294 27177.0167 -13066.723 335.849849 2860.66045 -3196.5103 41500 .0415 -28654.825 23385.2976 5269.52721 -79.871403 3277.87227 -3198.0009 .042 -26307.9 23170.2687 3137.631 -452.81184 3664.59281 -3211.781 42000 42500 .0425 -17953.146 21587.8986 -3634.7528 -970.29908 3972.7823 -3002.4832

43000 .043 -30205.911 15677.0206 14528.89 -1460.6925 4203.54596 -2742.8534 43500 .0435 -35084.377 10985.9876 24098.3893 -1911.4592 4356.79321 -2445.334 44000 .044 -20525.344 8879.72503 11645.6187 -2384.8115 4414.45243 -2029.6409 .0445 -16296.073 4038.98166 12257.0911 -2835.0501 4371.38756 -1536.3375 44500 45000 .045 -20116.122 -1239.0409 21355.1625 -3130.0154 4254.09514 -1124.0797 45500 .0455 -16765.715 -5991.0094 22756.7246 -3429.9252 4039.33524 -609.41004 .046 -9990.3403 -9935.3433 19925.6836 -3642.9365 3742.60567 -99.669196 46000 46500 .0465 -17870.463 -15631.008 33501.4719 -3715.7194 3389.47477 326.244665 47000 .047 -16614.399 -19241.835 35856.2343 -3716.2261 2976.54883 739.677291 47500 .0475 14348.9106 -17538.421 3189.51034 -3702.2915 2495.43876 1206.85274 48000 .048 132.512398 -22354.99 22222.4772 -3489.4051 2011.72543 1477.67964 48500 .0485 -2534.4806 -24414.405 26948.8854 -3226.0527 1515.55623 1710.49645 49000 .049 15872.306 -22044.938 6172.63235 -2930.7217 1013.18404 1917.53762 .0495 27652.0013 -19838.157 -7813.8444 -2556.2377 537.489248 2018.74848 49500 50000 .05 11707.4866 -21312.654 9605.16713 -2071.9982 120.38165 1951.61653 50500 .0505 25537.3957 -16878.928 -8658.468 -1623.1462 -261.40177 1884.548 51000 .051 26254.6271 -13836.915 -12417.712 -1126.2593 -568.50707 1694.76634 .0515 17845.6201 -11589.887 -6255.7333 -608.10955 -787.64808 1395.75763 51500 .052 13159.119 -8115.8265 -5043.2926 -115.57466 -925.19517 1040.76983 52000 .0525 37568.113 1115.39647 -38683.51 309.686842 -983.42846 673.741617 52500 .053 16264.371 2357.00508 -18621.376 738.819725 -927.81771 188.997988 53000 53500 .0535 8497.71601 5878.9371 -14376.653 1064.57038 -794.65344 -269.91694 54000 .054 17987.4539 12869.0252 - 30856.479 1329.10067 - 578.54474 - 750.55593 54500 .0545 22660.2827 18406.7838 -41067.067 1491.2433 -284.05598 -1207.1873 55000 .055 -2523.4433 18170.0952 -15646.652 1605.1069 89.535908 -1694.6428 55500 .0555 10294.9732 24585.4199 -34880.393 1599.56566 503.505742 -2103.0714 .056 3900.3499 26499.3372 -30399.687 1505.57644 962.467209 -2468.0436 56000 .0565 -9118.2995 26168.6416 -17050.342 1317.70172 1442.59196 -2760.2937 56500 .057 -19274.925 25917.2484 -6642.3237 1077.18311 1930.47937 -3007.6625 57000 57500 .0575 -6663.7909 28650.9916 -21987.201 718.153813 2395.34591 -3113.4997 58000 .058 -23222.492 24754.5417 -1532.0495 316.753322 2839.67225 -3156.4256 58500 .0585 -25843.519 22912.5908 2930.92801 -120.51982 3233.99324 -3113.4734 .059 -21338.625 21701.961 -363.33651 -577.02657 3573.11184 -2996.0853 59000 .0595 -17947.961 18564.9485 -616.98735 -1111.3 3828.4565 -2717.1564 59500 .06 -32131.561 12057.9568 20073.6038 -1576.4799 4015.08783 -2438.6079 60000 .0605 -16903.988 10792.3639 6111.62365 -2027.3839 4107.99385 -2080.6099 60500 61000 .061 -26358.171 3879.79748 22478.3736 -2461.465 4109.84682 -1648.3818 .0615 -20455.551 -244.68468 20700.2352 -2840.3869 4017.01379 -1176.6269 61500 62000 .062 -25649.282 -6027.5448 31676.827 -3110.7765 3845.16038 -734.38385 62500 .0625 -13202.595 -8999.0252 22201.6202 -3366.1605 3575.84169 -209.6812 .063 -16429.544 -14633.515 31063.059 -3515.0265 3237.6093 277.417204 63000 63500 .0635 -9525.6733 -17243.479 26769.1519 -3544.9128 2840.4532 704.459566

64000 .064 -10088.624 -20979.366 31067.9894 -3499.186 2394.61335 1104.57262 64500 .0645 6237.8521 -21240.246 15002.3935 -3405.3419 1903.20208 1502.13977 65000 .065 2039.46553 -23763.864 21724.3983 -3154.6962 1412.60071 1742.09553 .0655 16951.2349 -21846.86 4895.62537 -2849.6884 917.62491 1932.06349 65500 .066 13206.9367 -22948.748 9741.81108 -2492.277 438.945884 2053.33107 66000 .0665 18091.0355 -21186.766 3095.7307 -2066.7433 -4.2554899 2070.99879 66500 .067 16327.2119 -19438.929 3111.7172 -1574.2879 -387.75474 1962.04268 67000 67500 .0675 22810.7657 -15800.508 -7010.2576 -1105.4115 -720.18383 1825.59537 .068 19265.2 -13119.103 -6146.0972 -605.59668 -970.72667 1576.32335 68000 68500 .0685 22793.0575 -8123.3423 -14669.715 -106.70291 -1134.7622 1241.46515 .069 23184.5206 - 3457.6223 - 19726.898 351.376147 - 1210.9811 859.604977 69000 .0695 22698.0063 1201.63261 -23899.639 750.500333 -1201.4719 450.971577 69500 70000 .07 16956.2795 5485.5039 -22441.783 1128.19999 -1088.0071 -40.192858 .0705 20741.6863 11339.0431 -32080.729 1409.68158 -894.03477 -515.64681 70500 71000 .071 12435.1333 14695.1366 -27130.27 1620.4119 -617.78704 -1002.6249 71500 .0715 5949.86723 18025.962 -23975.829 1739.1469 -271.52535 -1467.6216 72000 .072 2193.90071 21570.7558 -23764.657 1781.56552 138.510713 -1920.0762 72500 .0725 -975.86748 24256.0251 -23280.158 1707.75132 583.835369 -2291.5867 73000 .073 -8953.4379 25321.5674 -16368.129 1555.00118 1061.04221 -2616.0434 .0735 -9162.2775 26999.3993 -17837.122 1311.32905 1546.79764 -2858.1267 73500 74000 .074 -13809.067 26945.8674 -13136.8 999.019977 2027.04419 -3026.0642 74500 .0745 -18370.095 25809.6548 -7439.5597 611.6806 2479.74632 -3091.4269 75000 .075 -20277.761 24275.4699 -3997.7091 177.886681 2895.77612 -3073.6628 75500 .0755 -20733.241 22032.7059 -1299.4653 -297.26887 3252.72443 -2955.4556 76000 .076 -24624.694 18484.0125 6140.68118 -772.07568 3546.28709 -2774.2114 76500 .0765 -26537.31 14273.0544 12264.2556 -1271.6621 3756.40264 -2484.7405 77000 .077 -24818.415 10398.8603 14419.5548 -1737.1297 3884.38368 -2147.254 .0775 -25677.587 5460.44959 20217.1373 -2175.3231 3918.64364 -1743.3205 77500 78000 .078 -25774.765 358.362369 25416.4028 -2566.8747 3861.39497 -1294.5203 .0785 -18388.403 -3530.089 21918.4916 -2906.1461 3710.00872 -803.8626 78500 79000 .079 -16327.732 -8144.1859 24471.9178 -3152.6656 3477.73708 -325.07149 79500 .0795 -15062.163 -12825.917 27888.0793 -3327.8164 3164.64951 163.166889 .08 -7340.6305 -15892.987 23233.6177 -3418.4574 2784.53844 633.918937 80000 80500 .0805 -4103.324 -19180.282 23283.6065 -3409.2074 2351.9535 1057.25393 81000 .081 -746.85469 -21563.3 22310.1547 -3294.946 1884.93477 1410.01126 .0815 5112.37817 -22933.97 17821.5921 -3115.4647 1389.99835 1725.46639 81500 82000 .082 8154.13263 -23749.116 15594.9835 -2837.9071 894.580829 1943.32628 .0825 12262.5381 -23349.427 11086.889 -2482.9713 413.066902 2069.90437 82500 83000 .083 15067.3139 -22266.104 7198.79022 -2074.8737 -40.281283 2115.155 83500 .0835 21972.2855 -19585.664 -2386.6216 -1630.4016 -450.66372 2081.06528 .084 20997.946 -17324.476 -3673.4698 -1139.4151 -796.27985 1935.69497 84000 84500 .0845 18699.8635 -14583.698 -4116.1652 -640.74141 -1072.0976 1712.83899

85000 .085 26114.2244 -9270.6244 -16843.6 -156.22652 -1267.9884 1424.21494 85500 .0855 22905.204 -5473.1628 -17432.041 313.628326 -1373.1944 1059.56609 86000 .086 20598.5955 -934.7136 -19663.882 753.835741 -1384.5424 630.706677 .0865 20620.5407 4146.36747 -24766.908 1127.75033 -1307.4034 179.653084 86500 87000 .087 23434.7774 9916.7936 -33351.571 1440.94196 -1138.1834 -302.75855 87500 .0875 11940.7868 12735.0624 -24675.849 1681.32439 -884.66683 -796.65755 .088 9595.5785 17147.0466 -26742.625 1834.40333 -558.20986 -1276.1935 88000 88500 .0885 7696.73832 20950.6446 -28647.383 1884.92495 -171.35075 -1713.5742 89000 .089 683.37304 23254.6557 -23938.029 1852.1691 266.839234 -2119.0083 89500 .0895 -6787.9862 24740.1745 -17952.188 1729.84646 737.326066 -2467.1725 90000 .09 -6299.7541 26882.9425 -20583.188 1509.6688 1222.03594 -2731.7047 90500 .0905 -12479.838 26699.7528 -14219.915 1213.98248 1707.00721 -2920.9897 91000 .091 -17376.711 25977.0491 -8600.3386 857.185584 2174.54332 -3031.7289 .0915 -19439.972 24750.3445 -5310.3723 438.3391 2605.27193 -3043.611 91500 92000 .092 -18761.806 23044.4847 -4282.6784 -25.837359 2985.34255 -2959.5052 92500 .0925 -27228.072 18706.7223 8521.34962 -505.7132 3302.69674 -2796.9835 93000 .093 -25130.934 15807.4943 9323.4395 -991.77043 3544.06681 -2552.2964 .0935 -25100.216 11567.1534 13533.063 -1480.4119 3699.06164 -2218.6497 93500 .094 -25145.573 6885.54198 18260.0306 -1936.0477 3765.20309 -1829.1554 94000 .0945 -24929.725 1998.87743 22930.8481 -2341.4073 3739.96323 -1398.5559 94500 95000 .095 -19559.979 -2143.6956 21703.6748 -2699.8713 3620.75219 -920.88091 95500 .0955 -17902.009 -7094.806 24996.8149 -2983.9113 3415.00571 -431.09443 96000 .096 -14717.069 -11383.674 26100.7435 -3181.5073 3129.76103 51.7462992 96500 .0965 -9993.4506 -15085.433 25078.8834 -3294.4788 2773.35499 521.123776 97000 .097 -4410.9349 -18203.654 22614.5893 -3322.5431 2357.46144 965.08165 97500 .0975 -3943.9496 -21530.477 25474.4263 -3245.1928 1900.81238 1344.38044 .098 3375.13921 -22636.731 19261.5922 -3080.3222 1415.85374 1664.46848 98000 .0985 6728.50728 -23837.18 17108.6728 -2838.4919 919.077825 1919.4141 98500 99000 .099 11292.0583 -23777.101 12485.0423 -2517.4826 429.821528 2087.66108 99500 .0995 15018.8004 -22794.792 7775.99186 -2124.4731 -33.375582 2157.8487 100000 0.1 19059.6049 - 20867.106 1807.50131 - 1689.6014 - 458.37666 2147.97808 100500 .1005 22549.4576 -18165.179 -4384.2789 -1214.9196 -826.68033 2041.59989 101000 .101 23380.3329 -15019.436 -8360.8965 -719.49839 -1126.1167 1845.6151 101500 .1015 24312.8872 -11139.342 -13173.545 -222.30632 -1346.6707 1568.97701 .102 24379.9552 -6895.2238 -17484.731 252.714985 -1482.1796 1229.46462 102000 .1025 18982.8879 - 3154.9846 - 15827.903 705.341989 - 1523.7406 818.398629 102500 103000 .103 20508.1795 2262.40448 -22770.584 1103.3615 -1474.4191 371.057586 .1035 16662.2002 6668.9703 -23331.171 1438.22983 -1334.4714 -103.75842 103500 104000 .104 13646.1417 11178.2429 -24824.385 1696.9801 -1109.2252 -587.75486 104500 .1045 10603.3624 15527.86 -26131.222 1877.85325 -804.94696 -1072.9063 .105 9177.18677 19742.4441 -28919.631 1962.89979 -435.95842 -1526.9414 105000 105500 .1055 2566.43962 22300.8217 -24867.261 1959.76146 -12.049661 -1947.7118 106000 .106 -887.49831 24816.4635 -23928.965 1861.74384 449.688991 -2311.4328 106500 .1065 -5561.3714 26288.1144 -20726.743 1678.93359 934.103476 -2613.0371 107000 .107 -10609.485 26687.8525 -16078.368 1407.97033 1421.67768 -2829.648 107500 .1075 -19426.487 25404.1015 -5977.6148 1069.66136 1898.02951 -2967.6909 108000 .108 -19240.724 24960.9938 -5720.2697 666.596757 2343.15484 -3009.7516 108500 .1085 -22980.278 22783.427 196.851144 220.929022 2743.48787 -2964.4169 .109 -24937.909 19967.6303 4970.27911 -261.92691 3082.35255 -2820.4256 109000 109500 .1095 -25300.058 16728.1735 8571.88502 -752.26772 3350.44933 -2598.1816 110000 .11 -23542.451 13195.8668 10346.5846 -1241.0699 3535.76105 -2294.6911 110500 .1105 -24535.164 8482.87015 16052.2934 -1706.4854 3633.47188 -1926.9865 .111 -22843.305 3883.78934 18959.5152 -2136.8387 3638.3601 -1501.5214 111000 .1115 -21250.306 -899.20368 22149.51 -2507.032 3552.53022 -1045.4982 111500 112000 .112 -19203.665 -5734.3657 24938.0311 -2815.9261 3375.9642 -560.03809 .1125 -18595.619 -10731.593 29327.2121 -3044.9754 3116.89728 -71.921902 112500 113000 .113 -13370.152 -14492.044 27862.1956 -3190.6048 2782.86237 407.742399 113500 .1135 -8812.7529 -17842.516 26655.2692 -3239.6753 2387.67633 851.99895 114000 .114 -3788.9887 -20594.141 24383.1299 -3204.4177 1941.89373 1262.52394 .1145 1456.88011 -22469.11 21012.23 -3072.1677 1464.54865 1607.6191 114500 .115 7285.82687 -23366.89 16081.0634 -2854.334 970.572469 1883.76157 115000 .1155 11591.4133 -23656.825 12065.412 -2555.8679 478.323028 2077.54491 115500 116000 .116 15229.6775 -23149.945 7920.26802 -2191.8294 3.85250512 2187.97687 116500 .1165 18617.3434 -21601.42 2984.07671 -1764.1612 -433.37245 2197.53367 117000 .117 20261.695 - 19530.441 - 731.2543 - 1300.0709 - 821.2066 2121.27749 117500 .1175 21011.2029 -16740.36 -4270.8431 -810.50941 -1144.3445 1954.85395 118000 .118 23037.3501 -12918.551 -10118.799 -315.52127 -1392.2547 1707.77599 118500 .1185 22788.001 -8790.5458 -13997.455 175.175549 -1554.5988 1379.42321 .119 22110.6624 -4334.2125 -17776.45 630.646507 -1628.8593 998.212822 119000 .1195 21871.7383 628.168446 -22499.907 1046.29627 -1609.5275 563.23125 119500 120000 .12 19661.5018 5368.18999 -25029.692 1402.77133 -1498.8389 96.0676102 120500 .1205 16216.6384 9880.81729 -26097.456 1690.52841 -1300.0563 -390.47214 121000 .121 13276.7558 14250.5036 -27527.259 1893.67712 -1021.522 -872.15514 121500 .1215 9118.75513 18122.6419 -27241.397 2015.75707 -670.65206 -1345.105 .122 4003.90046 21213.8534 -25217.754 2042.38523 -262.77058 -1779.6146 122000 .1225 -1336.4974 23602.8257 -22266.328 1976.00514 188.799324 -2164.8045 122500 .123 -5051.4796 25492.4997 -20441.02 1817.49482 667.505509 -2485.0003 123000 .1235 -10915.41 26132.8099 -15217.4 1578.49581 1157.39927 -2735.8951 123500 124000 .124 -13918.962 26319.7724 -12400.81 1257.46464 1638.82976 -2896.2944 .1245 -16768.92 25580.5729 -8811.6534 873.14226 2096.59796 -2969.7402 124500 125000 .125 -20394.479 23700.7424 -3306.2632 437.250417 2513.61869 -2950.8691 125500 .1255 -23024.151 21123.9241 1900.22725 -32.710472 2875.49119 -2842.7807 .126 -24871.937 17765.9335 7106.00315 -524.70187 3168.41661 -2643.7147 126000 126500 .1265 -24763.824 14147.677 10616.1465 -1013.4802 3383.6741 -2370.1939

127000 .127 -25181.282 9752.60129 15428.6805 -1488.1704 3511.78373 -2023.6133 127500 .1275 -24924.503 5024.91005 19899.5931 -1930.6443 3548.68879 -1618.0445 128000 .128 -22592.824 375.923521 22216.9001 -2325.5541 3492.84628 -1167.2922 .1285 -18959.112 -4050.0889 23009.2009 -2654.6427 3346.89692 -692.25425 128500 129000 .129 -17022.333 -8866.9248 25889.2573 -2913.8575 3114.28295 -200.42547 129500 .1295 -12812.396 -12957.595 25769.9908 -3089.21 2804.3559 284.854112 .13 -8861.7401 -16674.501 25536.2406 -3173.7097 2428.03839 745.671258 130000 130500 .1305 -4331.0727 -19670.608 24001.6808 -3164.9358 1998.36898 1166.5668 131000 .131 -649.08143 -22206.3 22855.3819 -3066.312 1529.88823 1536.42379 131500 .1315 5025.9424 -23398.901 18372.9591 -2874.1925 1040.6667 1833.5258 .132 9504.25588 -23952.309 14448.0535 -2600.7012 546.657321 2054.04383 132000 132500 .1325 13180.203 -23704.224 10524.0212 -2255.5548 65.2732997 2190.2815 133000 .133 16764.8543 -22521.759 5756.90451 -1849.9295 -386.22054 2236.14999 133500 .1335 20005.755 -20377.268 371.513391 -1395.9047 -791.5456 2187.4503 134000 .134 21863.8171 -17683.433 -4180.384 -915.00505 -1137.6531 2052.65819 134500 .1345 23639.2833 -14154.627 -9484.6564 -420.95932 -1411.585 1832.54436 135000 .135 23491.943 -10286.624 -13205.319 70.8814318 -1603.206 1532.32455 .1355 23480.7742 -5791.4576 -17689.317 540.590632 -1706.5641 1165.97344 135500 .136 22381.0563 -1148.7351 -21232.321 970.501343 -1718.2042 747.702868 136000 .1365 20192.4626 3584.76074 -23777.223 1349.95913 -1636.7959 286.836756 136500 137000 .137 17439.2962 8260.1031 -25699.399 1662.78491 -1465.9386 -196.84634 137500 .1375 14256.4728 12729.0941 -26985.567 1896.55828 -1212.2212 -684.33706 138000 .138 10172.2779 16686.7995 -26859.077 2044.65378 -884.15907 -1160.4947 138500 .1385 5729.50625 20132.483 -25861.989 2102.38499 -493.47347 -1608.9115 139000 .139 1172.54396 22889.9559 -24062.5 2065.48916 -54.618783 -2010.8704 139500 .1395 -3247.6362 24931.1893 -21683.553 1936.20702 416.98485 -2353.1919 .14 -8266.6883 25989.1328 -17722.444 1721.71297 905.238151 -2626.9511 140000 .1405 -12445.396 26297.966 -13852.57 1426.8748 1391.92453 -2818.7993 140500 141000 .141 -15403.166 25867.4691 -10464.303 1062.77063 1859.98921 -2922.7598 141500 .1415 -19498.734 24226.8877 -4728.1537 643.025446 2292.87847 -2935.9039 142000 .142 -22224.932 21931.1794 293.752384 183.58587 2675.44513 -2859.031 142500 .1425 -23483.014 19043.491 4439.52301 -301.84229 2993.29165 -2691.4494 .143 -24859.423 15311.8381 9547.58458 -794.55714 3235.61453 -2441.0574 143000 143500 .1435 -25789.401 10995.0702 14794.3304 -1277.7891 3393.45858 -2115.6695 144000 .144 -24666.552 6572.66402 18093.8883 -1733.131 3461.43726 -1728.3063 .1445 -23189.071 1848.77762 21340.2936 -2146.5415 3436.52614 -1289.9847 144500 145000 .145 -21044.878 -2928.3567 23973.2345 -2500.43 3320.32361 -819.89361 .1455 -18198.643 -7559.6036 25758.2469 -2784.414 3116.20649 -331.7925 145500 146000 .146 -14154.096 -11752.966 25907.0622 -2986.8525 2831.77415 155.078391 146500 .1465 -9542.6336 -15491.008 25033.6417 -3102.8949 2476.40353 626.491404 .147 -5975.9333 -18897.033 24872.9666 -3124.2874 2063.63626 1060.6511 147000 147500 .1475 -861.70686 -21324.241 22185.9475 -3054.155 1606.95688 1447.19808

148000 .148 3766.09681 -23058.651 19292.5538 -2893.0497 1123.03019 1770.01952 148500 .1485 7817.08141 -24040.053 16222.9721 -2648.3364 628.468212 2019.86817 149000 .149 11604.1286 -24110.522 12506.3935 -2325.7567 141.402826 2184.35391 .1495 15406.84 -23197.314 7790.47415 -1939.6397 -321.7945 2261.43415 149500 150000 .15 19050.5275 -21336.923 2286.39556 -1501.2399 -744.08473 2245.3246 150500 .1505 21275.7516 -18836.663 -2439.0888 -1027.929 -1111.1103 2139.03929 .151 22910.3409 -15566.822 -7343.5184 -534.16697 -1409.4017 1943.5687 151000 151500 .1515 24023.8069 -11669.326 -12354.481 -40.651539 -1629.2927 1669.94426 152000 .152 23600.7101 -7435.2197 -16165.49 439.064852 -1762.0363 1322.97143 152500 .1525 23075.7582 -2760.17 -20315.588 884.651825 -1803.9421 919.290267 .153 21191.8468 1957.49003 -23149.337 1282.69392 -1753.0014 470.307478 153000 153500 .1535 18373.1502 6585.07269 -24958.223 1616.61865 -1611.6703 -4.9483587 .154 15395.1041 11152.721 -26547.825 1877.86499 -1384.2671 -493.59785 154000 .1545 11301.6116 15228.6957 -26530.307 2054.65638 -1079.6689 -974.98751 154500 155000 .155 7377.48495 18935.8565 -26313.342 2142.27621 -708.22885 -1434.0474 155500 .1555 3031.06193 21973.6021 -25004.664 2136.30441 -283.55226 -1852.7522 156000 .156 -1845.7926 24216.1882 -22370.396 2039.27928 179.75032 -2219.0296 .1565 -6973.849 25534.4831 -18560.634 1851.32208 664.373461 -2515.6955 156500 .157 -10641.258 26282.7075 -15641.45 1582.82068 1154.0351 -2736.8558 157000 .1575 -14550.971 25985.8321 -11434.861 1240.2694 1630.49845 -2870.7679 157500 158000 .158 -18273.444 24761.2761 -6487.8326 838.203977 2077.37136 -2915.5753 .1585 -21594.49 22619.3852 -1024.8952 388.43753 2478.20705 -2866.6446 158500 159000 .159 -22927.362 20016.6296 2910.73265 -90.088856 2819.42247 -2729.3336 159500 .1595 -24968.877 16387.6225 8581.25451 -582.96532 3088.14929 -2505.184 160000 .16 -25480.306 12372.1681 13108.1382 -1071.3174 3275.22607 -2203.9087 160500 .1605 -24870.736 7996.63335 16874.1031 -1538.6423 3373.72415 -1835.0818 .161 -23608.415 3365.58587 20242.829 -1966.5041 3380.47904 -1413.9749 161000 .1615 -22337.25 -1569.8553 23907.1049 -2342.7686 3294.45825 -951.68964 161500 162000 .162 -18763.646 -6046.0277 24809.6734 -2650.8178 3119.44347 -468.62571 162500 .1625 -15452.703 -10489.028 25941.7315 -2882.1298 2860.9529 21.1768949 163000 .163 -11441.147 -14465.423 25906.5692 -3026.5976 2528.48338 498.114254 163500 .1635 -7645.8147 -18053.819 25699.6335 -3081.0619 2133.3082 947.753713 164000 .164 -2239.2465 -20632.177 22871.4238 -3041.1545 1689.91059 1351.24386 .1645 2113.40555 -22723.019 20609.6132 -2910.6377 1213.32331 1697.31439 164500 .165 6268.59807 -23975.042 17706.4441 -2692.6781 720.720116 1971.95799 165000 .1655 10757.9333 -24232.424 13474.4906 -2395.6689 229.321045 2166.3479 165500 166000 .166 14944.6406 -23536.93 8592.28972 -2028.5249 -243.20784 2271.73273 .1665 17484.9843 -22257.119 4772.13493 -1606.8237 -680.79092 2287.61459 166500 167000 .167 20723.584 -19832.396 -891.18778 -1143.1859 -1067.4589 2210.64482 167500 .1675 22598.3492 -16811.858 -5786.4908 -654.92245 -1389.7999 2044.72237 .168 23897.0993 -13093.1 -10804. -158.70756 -1636.3747 1795.08231 168000 .1685 23732.3997 -9031.7735 -14700.626 326.679595 -1798.7736 1472.09401 168500

169000 .169 23675.4124 -4370.0111 -19305.401 785.763851 -1870.9296 1085.16571 169500 .1695 21920.0616 264.231836 -22184.293 1200.78378 -1850.7184 649.934654 170000 .17 19679.4521 5013.39104 -24692.843 1557.68541 -1738.8107 181.125313 170500 .1705 16414.0757 9533.81809 -25947.894 1843.73481 -1539.2305 -304.50428 171000 .171 13035.3595 13887.3653 -26922.725 2049.79898 -1258.9373 -790.86172 171500 .1715 8444.8211 17589.4882 -26034.309 2167.06259 -908.26008 -1258.8025 .172 4777.72065 20998.3498 -25776.07 2192.34035 -499.49873 -1692.8416 172000 172500 .1725 -398.84249 23400.7652 -23001.923 2124.89627 -47.139195 -2077.7571 173000 .173 -4734.7018 25208.7558 -20474.054 1967.29134 432.690443 -2399.9818 173500 .1735 -9234.2137 26067.0935 -16832.88 1724.35263 922.780596 -2647.1332 174000 .174 -13065.737 26139.0717 -13073.335 1405.28363 1405.81393 -2811.0976 .1745 -17343.478 25098.9338 -7755.4553 1021.17271 1864.57874 -2885.7515 174500 175000 .175 -20177.549 23410.2036 -3232.6551 585.787025 2282.71733 -2868.5044 .1755 -22797.702 20799.8019 1997.8999 114.287195 2645.34394 -2759.6311 175500 176000 .176 -24189.199 17602.9283 6586.27091 -375.90611 2939.64964 -2563.7435 176500 .1765 -25476.858 13636.6742 11840.1837 -867.78276 3155.10046 -2287.3177 177000 .177 -24741.491 9488.16217 15253.3288 -1344.1478 3283.87758 -1939.7298 .1775 -24091.423 4819.80714 19271.6158 -1787.4312 3321.56328 -1534.1321 177500 .178 -22462. 60.6897332 22401.3105 -2181.9962 3266.6667 -1084.6706 178000 .1785 -19938.149 -4656.8621 24595.011 -2514.0671 3121.05024 -606.98314 178500 179000 .179 -16271.516 -9064.4251 25335.9414 -2772.3366 2889.65985 -117.32329 179500 .1795 -13117.559 -13366.78 26484.3388 -2946.7878 2580.87208 365.915719 180000 .18 -8693.4048 -16966.18 25659.585 -3031.538 2205.39726 826.140755 180500 .1805 -4202.178 -19995.523 24197.7012 -3023.7058 1776.50337 1247.2024 181000 .181 691.376465 -22214.851 21523.4741 -2923.4479 1309.2875 1614.16036 181500 .1815 4914.27624 -23759.072 18844.7958 -2733.7132 820.428061 1913.28511 182000 .182 9591.64183 -24275.417 14683.7754 -2462.0981 326.883196 2135.21493 .1825 13584.788 -23978.503 10393.7148 -2117.3114 -153.64994 2270.96136 182500 183000 .183 17011.6615 -22807.289 5795.62717 -1712.1088 -604.4034 2316.51223 .1835 19905.7083 -20782.037 876.329143 -1260.2979 -1009.3224 2269.62037 183500 184000 .184 22427.3748 -17907.952 -4519.4232 -778.89216 -1354.4136 2133.30579 184500 .1845 23420.7505 -14527.587 -8893.1636 -283.60512 -1627.1444 1910.7495 .185 24030.7362 -10492.194 -13538.543 207.1397 -1818.215 1611.07526 185000 185500 .1855 23738.1262 -6068.1801 -17669.946 676.587933 -1920.7227 1244.13481 .186 22643.4964 -1386.1838 -21257.313 1107.35015 -1931.3243 823.974178 186000 .1865 20430.5803 3318.07118 -23748.651 1485.46283 -1849.3583 363.8955 186500 187000 .187 17701.3412 7987.28819 -25688.629 1796.32208 -1678.1703 -118.15182 .1875 14112.0101 12353.6582 -26465.668 2030.00799 -1423.5616 -606.44642 187500 188000 .188 10486.5621 16423.7481 -26910.31 2177.24544 -1094.9072 -1082.3383 188500 .1885 5989.00687 19839.1852 -25828.192 2233.97246 -703.62296 -1530.3495 .189 1401.48556 22607.0233 -24008.509 2196.79104 -264.01039 -1932.7806 189000 189500 .1895 -3285.8951 24604.8614 -21318.966 2068.67072 208.735887 -2277.4066

190000 .19 -7487.2103 25848.0884 -18360.878 1852.81865 697.416564 -2550.2352 190500 .1905 -12091.075 26058.2212 -13967.147 1557.95834 1184.95027 -2742.9086 191000 .191 -15902.644 25455.1874 -9552.5436 1193.50353 1653.72263 -2847.2262 191500 .1915 -19090.479 24014.917 -4924.4385 773.869459 2087.45046 -2861.3199 192000 .192 -21792.819 21707.8819 84.9369973 312.482366 2470.28974 -2782.7721 .1925 -24163.071 18567.0583 5596.01264 -173.16167 2788.95017 -2615.7885 192500 193000 .193 -24914.1 14976.1244 9937.97541 -666.73887 3031.8177 -2365.0788 193500 .1935 -25110.713 10822.4065 14288.3062 -1149.797 3190.47505 -2040.678 194000 .194 -24606.805 6262.56216 18344.2433 -1606.4872 3258.89534 -1652.4081 194500 .1945 -23147.809 1547.67354 21600.1351 -2018.9076 3235.0393 -1216.1317 195000 .195 -20481.521 -3104.6688 23586.19 -2373.8992 3119.29376 -745.39455 195500 .1955 -17518.488 -7709.8719 25228.3601 -2657.8445 2915.97115 -258.12669 196000 .196 -14090.442 -12052.322 26142.7638 -2861.5717 2631.9738 229.597874 196500 .1965 -9951.9321 -15866.056 25817.9885 -2976.4256 2277.6558 698.769819 197000 .197 -5442.5633 -19092.813 24535.3767 -2999.8178 1865.1077 1134.71014 197500 .1975 -1249.3698 -21721.775 22971.1447 -2929.8699 1409.17538 1520.69456 198000 .198 3426.68857 -23452.213 20025.5244 -2769.7658 925.736458 1844.02932 198500 .1985 8146.74961 -24266.386 16119.6359 -2524.2266 432.095653 2092.13099 199000 .199 12206.0919 -24289.221 12083.1292 -2203.1157 -54.631351 2257.74709 199500 .1995 15900.4352 -23390.546 7490.11086 -1816.4976 -516.92645 2333.42404 200000 0.2 19219.3029 - 21591.761 2372.45797 - 1379.0801 - 938.74783 2317.82793]; [N,nc]=size(A);

iia=A(:,6); vva=A(:,3); iib=A(:,7); vvb=A(:,4); iic=A(:,8); vvc=A(:,5); T=A(2,2)-A(1,2); w0=2\*pi\*60;

% freq. de corte do filtro Fc em Hz Fc=200; Fs=2000; % freq. de amostragem Fnorm=Fc/Fs; K=1/tan(pi\*Fnorm); A1=1/(1+sqrt(2)\*K+K^2); A2=(2-2\*K^2); A3=(1-sqrt(2)\*K+K^2);

va=zeros(N,1); va(1)=vva(1); va(2)=vva(2);

```
vb=zeros(N,1); vb(1)=vvb(1); vb(2)=vvb(2);
vc=zeros(N,1); vc(1)=vvc(1); vc(2)=vvc(2);
ia=zeros(N,1); ia(1)=iia(1); ia(2)=iia(2);
ib=zeros(N,1); ib(1)=iib(1); ib(2)=iib(2);
ic=zeros(N,1); ic(1)=iic(1); ic(2)=iic(2);
```

for k=3:(N-2)

$$\begin{split} &va(k) = A1^*(vva(k) + 2^*vva(k-1) + vva(k-2) - A2^*va(k-1) - A3^*va(k-2)); \\ &vb(k) = A1^*(vvb(k) + 2^*vvb(k-1) + vvb(k-2) - A2^*vb(k-1) - A3^*vb(k-2)); \\ &vc(k) = A1^*(vvc(k) + 2^*vvc(k-1) + vvc(k-2) - A2^*vc(k-1) - A3^*vc(k-2)); \\ &ia(k) = A1^*(iia(k) + 2^*iia(k-1) + iia(k-2) - A2^*ia(k-1) - A3^*ia(k-2)); \\ &ib(k) = A1^*(iib(k) + 2^*iib(k-1) + iib(k-2) - A2^*ib(k-1) - A3^*ib(k-2)); \\ &ic(k) = A1^*(iic(k) + 2^*iic(k-1) + iic(k-2) - A2^*ic(k-1) - A3^*ic(k-2)); \end{split}$$

end