

**TRABALHO DE GRADUAÇÃO**

**UMA ANÁLISE SOBRE INVERSORES DE  
FREQUÊNCIA E DISTORÇÕES HARMÔNICAS E  
INTER-HARMÔNICAS**

Por,  
**Wesley Rodrigues de Oliveira**

Brasília, Julho de 2013



**ENGENHARIA  
MECATRÔNICA**  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**UMA ANÁLISE SOBRE INVERSORES DE  
FREQUÊNCIA E DISTORÇÕES HARMÔNICAS E  
INTER-HARMÔNICAS**

POR,

**Wesley Rodrigues de Oliveira**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro de Controle e Automação.

**Banca Examinadora**

Prof. Anésio de Leles Ferreira Filho, UnB/ ENE  
(Orientador)

\_\_\_\_\_

Prof. Lélío Ribeiro Soares Júnior, UnB/ ENE  
(Examinador Interno)

\_\_\_\_\_

Prof. Francisco Assis de Oliveira Nascimento, UnB/ENE  
(Examinador Interno)

\_\_\_\_\_

Brasília, Julho de 2013

## FICHA CATALOGRÁFICA

OLIVEIRA, WESLEY RODRIGUES DE

Uma avaliação sobre inversores de frequência e distorções harmônicas e inter-harmônicas,  
Distrito Federal, 2013.

xiv, 83p., 297 mm (FT/UnB, Engenheiro, Controle e Automação, 2013).

Trabalho de Graduação – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

1. Inversor de Frequência

2. Inter-harmônicas

3. Harmônicas

4. Estimação e Caracterização do Espectro

5. Motor de Indução Trifásico

I. Mecatrônica/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, W.R., (2013). Uma avaliação sobre inversores de frequência e distorções harmônicas e inter-harmônicas. Trabalho de Graduação em Engenharia de Controle e Automação, Publicação FT.TG-nº 02/2013, Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 83p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Wesley Rodrigues de Oliveira.

TÍTULO DO TRABALHO DE GRADUAÇÃO: Uma avaliação sobre inversores de frequência e distorções harmônicas e inter-harmônicas.

GRAU: Engenheiro

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Trabalho de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Wesley Rodrigues de Oliveira

# AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Senhor, Deus único e onipotente, que com o teu amor e a tua benignidade me protege e ampara sempre. “Glória, pois, a ele eternamente. Amém.” (Rm. 11:36).

Ao meu pai, José Carlos, e à minha mãe, Mida, pelo amor e o apoio incondicionais durante toda a jornada da vida. Obrigado por me ensinarem o grande valor do trabalho sério, da honestidade e da esperança em Deus. Ao meu irmão, Fernandinho, por, ao seu modo, compartilhar comigo os momentos de alegria e dificuldade de toda a vida. Te amo, meu irmão.

À Letícia, pelo amor sincero, compreensão e apoio, sem os quais eu não teria conseguido permanecer firme no caminho. Obrigado por ser a pessoa sensacional que você é, minha amiga, companheira e amor da minha vida.

Aos bons amigos do Laboratório de Qualidade da Energia e Smart Grids, pelo apoio e imenso aprendizado do dia-a-dia. Obrigado, Anésio, Fernando, Luiz, Carlos Sañudo, Maria, Marcos Diego, Dante, Carlos Fortes e todos aqueles que, embora não citados, com igual valor contribuíram para o meu crescimento profissional e pessoal.

Ao Fernando, bom amigo, por ter compartilhado sua perspicácia comigo durante toda a vida acadêmica, muito antes de eu sequer escolher o mundo sensacional da Engenharia. À “Dona Lina” e ao “Seu Expedito” que, com muito carinho, primeiro me acolheram em Brasília.

A todos os amigos goianos, por compartilharem com alegria da mesma luta que eu todos os dias na UnB.

Ao Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação pelo apoio concedido para a realização do estudo.

À Universidade de Brasília e aos professores dos Departamentos de Engenharia Elétrica, Computação e Mecânica pela oportunidade ímpar de aprendizado e crescimento profissional.

*Wesley Rodrigues de Oliveira.*

*“Em ti confiarão os que  
conhecem o teu nome; porque  
tu, Senhor, nunca desamparaste  
os que te buscam.”*

Salmos 9:10

# RESUMO

Consultando o tema “inversores de frequência e motores de indução trifásicos” na literatura atinente, observa-se a preponderância de duas abordagens específicas: a análise da influência dos parâmetros operacionais do inversor sobre o desempenho da máquina; e a investigação dos distúrbios ocasionados na entrada do inversor, isto é, na rede elétrica que o alimenta. Segue ainda incipiente o número de estudos voltados à investigação em detalhes das distorções na saída do inversor e os seus efeitos. Além disso, outras questões relacionadas com a estimação do espectro de sinais com frequências fundamentais diferentes de 50,0 Hz ou 60,0 Hz e com a formulação de metodologias que se prestem à caracterização de componentes espectrais inter-harmônicas permanecem pouco exploradas. Considerando-se os aspectos ora mencionados, surgiu a ideia de desenvolvimento deste trabalho, que visa identificar o método de estimação e os procedimentos de caracterização que forneçam os resultados mais confiáveis no levantamento do espectro à saída de um inversor de frequência. Através de testes com sinais simulados e com dados experimentais de um ASD (*Adjustable Speed Driver*), compararam-se os valores adquiridos empregando-se a DFT e os métodos paramétricos de Prony e ESPRIT. Constatou-se que o método de Prony apresentou os melhores desempenhos quando da estimação do espectro dos sinais experimentais. Além disso, executou-se a caracterização dos espectros, com a proposição de alguns índices para inter-harmônicas, adaptados dos procedimentos da norma IEC 61000-4-7. Com base nos resultados obtidos, é apresentada uma análise qualitativa preliminar entre o índice de distorção inter-harmônica e a flutuação do conjugado do motor. Tal análise indicou a existência de forte correlação entre as duas variáveis. As conclusões advindas da execução deste trabalho aplicam-se às análises nas quais estejam presentes os inversores de frequência, tais como a avaliação dos efeitos de inter-harmônicas sobre os motores, e ainda, na geração distribuída, onde estes equipamentos auxiliam na interligação de fontes renováveis à rede elétrica.

Palavras Chave: *Inversor de Frequência, Inter-harmônicas, Harmônicas, Estimação e Caracterização do Espectro, Motor de Indução Trifásico.*

# ABSTRACT

Referring to the subject of "frequency inverters and induction motors" on the related literature, it can be observed a prevalence of two specific approaches: analysis of the influence of the operating parameters of the drive on the machine's performance, and the investigation of the disturbances brought on the input inverter, i.e., the power grid that feeds it. It is still incipient the number of studies that investigate the distortion on the output of the inverter and its effects. In addition, other issues related to the estimation of the spectrum of signals with fundamental frequencies different from 50,0 Hz and 60,0 Hz, and the formulation of methodologies that provide the characterization of interharmonic spectral components remain unexplored. Considering the aspects mentioned herein, the main idea of this work is to identify the method of estimation and the characterization procedures that provide the most reliable results on the spectrum identification in the output of a frequency inverter. Through tests performed with simulated signals and experimental data of an ASD (Adjustable Speed Driver), it is compared the results obtained by using DFT and parametric methods of Prony and ESPRIT. From the obtained results, it was found Prony method presented the best results when estimating the spectrum of experimental signals. In addition, it was performed the characterization of the spectra, with the proposition of some indicators for interharmonics, adapted from the procedures of IEC 61000-4-7. Based on these results, a preliminary qualitative analysis is done to evaluate the relationship between the interharmonic distortion indicator and the fluctuation of the motor torque. This analysis indicated existence of strong correlation between the two variables. The results of this study are important not only for studying effects on the motor, but also to other situations where frequency inverters are used, as it is the case for distributed generation applications where these devices assist in the interconnection of renewable sources to the grid.

Keywords: Frequency Inverter; Interharmonics; Harmonics; Spectrum Estimation and Characterization; Three Phase Induction Motor.

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA DO TRABALHO .....	1
1.2 OBJETIVOS E METAS DO TRABALHO .....	3
1.3 ESTADO DA ARTE .....	3
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	6
<b>2 ASPECTOS TEÓRICOS</b> .....	<b>8</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	8
2.2 O MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO .....	8
2.3 O INVERSOR DE FREQUÊNCIA .....	10
2.4 DISTORÇÕES NA SAÍDA DO INVERSOR .....	14
2.5 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO .....	14
2.5.1 Transformada Discreta de Fourier (DFT) .....	15
2.5.2 Prony .....	16
2.5.1 ESPRIT .....	18
2.6 PROCEDIMENTOS DE CARACTERIZAÇÃO .....	20
2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	22
<b>3 MATERIAIS E METODOLOGIA</b> .....	<b>23</b>
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	23
3.2 MATERIAIS: BANCADA EXPERIMENTAL .....	23
3.3 ALGORITMOS DOS MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO .....	25
3.4 METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DOS SINAIS .....	26
3.4.1 Sinais Sintéticos .....	26
3.4.2 Sinais Experimentais .....	28
3.5 METODOLOGIA DAS ANÁLISES COMPARATIVAS .....	30
3.5.1 Primeira Série de Testes: experimentos numéricos .....	30
3.5.2 Segunda Série de Testes: dados experimentais .....	31
3.6 OBTENÇÃO E APRESENTAÇÃO DOS ESPECTROS .....	31
3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	32
<b>4 RESULTADOS E ANÁLISES</b> .....	<b>33</b>
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	33
4.2 ANÁLISES COMPARATIVAS DOS MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO .....	33
4.2.1 Primeira Série de Testes: experimentos numéricos .....	33
4.2.2 Segunda Série de Testes: dados experimentais .....	39



4.3	APRESENTAÇÃO DO ESPECTRO DOS SINAIS EM UM ASD.....	45
4.4	OBSERVAÇÃO DO DESEMPENHO DO MIT .....	52
4.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	54
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E PROPOSTAS.....</b>	<b>55</b>
5.1	CONCLUSÕES.....	55
5.2	DISCUSSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS .....	56
	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS .....</b>	<b>58</b>
	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>63</b>
A.1	RESULTADOS DAS ANÁLISES COMPARATIVAS – CARGA FIXA.....	64
A.2	RESULTADOS DAS ANÁLISES COMPARATIVAS – CONJUGADO FIXO .....	67

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Diagrama de blocos de um inversor de frequência .....	11
2.2	Circuito simplificado de um inversor de frequência trifásico.....	11
2.3	Estratégia SPWM.....	12
3.1	Esquema do aparato experimental utilizado para a coleta dos dados .....	23
3.2	Bancada do tipo ASD onde foram coletados os dados experimentais .....	24
3.3	Um sinal do conjunto EC4: $f_{base} = 251,0$ Hz, $f_{IH1} = 247,0$ Hz e $f_{IH2} = 255,0$ Hz .....	28
3.4	Forma de onda da tensão de linha Vca para o caso de Carga Fixa a 30,0 Hz .....	29
3.5	Forma de onda da corrente de linha Ib para o Caso de Carga Fixa a 30,0 Hz .....	30
3.6	Etapas da metodologia empregada na análise dos sinais do inversor.....	31
4.1	Desempenho pelo índice SNR da DFT para os conjuntos de sinais EC1 e EC2 .....	34
4.2	Desempenho pelo índice SNR do método de Prony e ESPRIT para os sinais EC1 ...	34
4.3	Desempenho pelo índice SNR do método de Prony e ESPRIT para os sinais EC2 ...	35
4.4	Desempenho pelo índice SNR da DFT para os conjuntos de sinais EC3 .....	36
4.5	Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais EC3	36
4.6	Desempenho pelo índice SNR da DFT para os conjuntos de sinais EC4 .....	37
4.7	Desempenho pelo índice SNR do método de Prony para os sinais EC4 .....	37
4.8	Desempenho pelo índice SNR por ESPRIT para os sinais EC4 .....	38
4.9	Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Vca do Experimento de Carga Fixa .....	40
4.10	Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Vca do Experimento de Carga Fixa .....	40
4.11	Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Ib do Experimento de Carga Fixa .....	41
4.12	Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Ib do Experimento de Carga Fixa .....	41
4.13	Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Vca do Experimento de Conjugado Fixo .....	42
4.14	Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Vca do Experimento de Conjugado Fixo .....	42
4.15	Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Ib do Experimento de Conjugado Fixo .....	43
4.16	Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais Ib do Experimento de Conjugado Fixo .....	43
4.17	Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais da segunda série de testes – com dados experimentais de um ASD .....	44

4.18	Espectro da tensão $V_{ca}$ no Experimento de Carga Fixa a 35,0 Hz .....	47
4.19	Espectro da tensão $V_{ca}$ no Experimento de Conjugado Fixo a 35,0 Hz .....	47
4.20	Espectro da corrente $I_b$ a 35,0 Hz no Exp. de Carga Fixa (a) e Conj. Fixo (b) .....	48
4.21	TID para os sinais de tensão do Experimento de Carga Fixa .....	48
4.22	TID para os sinais de tensão do Experimento de Conjugado Fixo .....	49
4.23	TID para os sinais de corrente do Experimento de Carga Fixa .....	49
4.24	TID para os sinais de corrente do Experimento de Conjugado Fixo .....	50
4.25	TID individual (a) e Grupos IEC (b) para o espectro de $V_{ca}$ - Experimento de Carga Fixa a 35,0 Hz .....	51
4.26	TID individual (a) e Grupos IEC (b) para para o espectro de $V_{ca}$ - Experimento de Conjugado Fixo a 35,0 Hz .....	51
4.27	Conjugado médio desenvolvido em cada experimento de acordo com a frequência nominal de acionamento programada no inversor .....	53
4.28	Flutuação do conjugado desenvolvido e TID da tensão $V_{ca}$ em cada experimento de acordo com a frequência nominal programada no inversor .....	53

## LISTA DE TABELAS

3.1	Características dos equipamentos principais da bancada ASD .....	25
4.1	Resultados do cálculo da frequência da componente fundamental das curvas experimentais a partir do método de Prony .....	46
4.2	Resultados do cálculo do THD a partir dos espectros obtidos para as curvas experimentais pelo método de Prony .....	52

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Latinos

$A_h$	Amplitude da h-ésima componente espectral	[u.m.]
$f$	Frequência	[Hz]
$f_c$	Frequência de chaveamento do inversor	[Hz]
$f_e$	Frequência do sistema de excitação/rede	[Hz]
$f_h$	Frequência da h-ésima componente espectral	[Hz]
$f_o$	Frequência Nominal de Saída Programada no inversor	[Hz]
$G_{isg,u}$	Amplitude do grupo de inter-harmônicas u	[u.m.]
$I$	Magnitude de corrente	[A]
$I_a, I_b$ e $I_c$	Correntes de linha	[A]
$\hat{R}_x$	Matriz de autocorrelação do sinal	
$S_1$	Matriz de subespaço de sinal	
$S_2$	Matriz de subespaço de ruído	
$SNR$	Índice para avaliar erro relativo da estimação do sinal pelo espectro	[dB]
$t$	Tempo	[s]
$T_s$	Período de amostragem	[s]
$V_n$	Amplitude da harmônica de ordem $n$	[u.m.]
$V_1$	Amplitude da fundamental	[u.m.]
$V$	Magnitude de tensão	[V]
$V_o$	Magnitude da tensão de saída no inversor	[V]
$V_{ab}, V_{bc}, V_{ca}$	Tensões de linha	[V]
$x(t)$	Sinal contínuo no tempo	[u.m.]
$x[n]$	Sinal discreto no tempo	[u.m.]
$\hat{x}[n]$	Reconstrução a partir do espectro do sinal discreto no tempo	[u.m.]

## Símbolos Gregos

$\delta_m$	Largura do m-ésimo pulso	[s]
$\Phi$	Matriz de rotação para estimativa das frequências em ESPRIT	
$\Gamma_1$	Matriz seletora do subespaço de sinal	
$\Gamma_2$	Matriz seletora do subespaço de ruído	
$\theta_h$	Fase da h-ésima componente espectral	[rad]
$\omega_h$	Frequência angular da h-ésima componente espectral	[rad/s]
$\omega_e$	Velocidade angular do campo magnético girante	[rad/s]
$\omega_{sm}$	Velocidade angular síncrona mecânica (sm)	[rad/s]

$\omega_{rm}$  Velocidade angular de rotação mecânica (rm) [rad/s]

### Grupos Adimensionais

$j$  Unidade imaginária  
 $M$  Índice de modulação do inversor  
 $m_f$  Relação de modulação de frequência do inversor  
 $s$  Escorregamento do motor de indução trifásico

### Subscritos

$h$  Índice da componente espectral  
 $isg$  Grupo de inter-harmônicas  
 $n$  Ordem da harmônica  
 $u$  Valor do grupo de inter-harmônicas

### Sobrescritos

$\hat{\phantom{x}}$  Estimativa

### Siglas

AC *Alternating Current*  
ASD *Adjustable Speed Driver*  
DC *Direct Current*  
DFT *Discrete Fourier Transform*  
ESPRIT *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*  
FFT *Fast Fourier Transform*  
GCC Gerador de Corrente Contínua  
IF Inversor de Frequência  
LSM *Least Squares Method*  
MIT *Motor de Indução Trifásico*  
PWM *Pulse-Width Modulation*  
RMS *Root Mean Square*  
THD *Total Harmonic Distortion*  
THDi *Individual Total Harmonic Distortion*  
TID *Total Interharmonic Distortion*  
TIDi *Individual Total Interharmonic Distortion*  
VFI *Voltage Fed Inverter*

# CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

Os motores de indução assíncronos trifásicos (MITs) representam uma das soluções tecnológicas mais utilizadas em todo o mundo quando se trata da geração de força motriz. Com diferentes aspectos construtivos, eles estão presentes tanto em ambientes industriais quanto em residenciais, apresentando características como baixo custo de manutenção e montagem e rendimentos elevados.

Atualmente, estima-se que esses motores representem 90% da força motriz produzida através de eletricidade na indústria brasileira [1], setor que, por sua vez, consome 43,6% [2] da energia elétrica produzida no país e destina 68% desta parcela a aplicações motrizes [3]. Diante desta representatividade como carga do sistema elétrico, é natural que, dentro de um contexto de eficiência e uso racional da energia, questões relacionadas ao desempenho dessas máquinas sejam colocadas em pautas estratégicas de pesquisa e desenvolvimento.

No contexto industrial, onde muitas aplicações exigem um controle preciso de velocidade dos equipamentos motrizes, a utilização dos MITs impulsionou o desenvolvimento de controladores eletrônicos de velocidade baseados no chaveamento de dispositivos semicondutores [4]. A efetivação desses controladores se deu com o desenvolvimento de equipamentos conhecidos como inversores de frequência.

Os inversores proporcionaram a consolidação da utilização dos MITs nos ambientes industriais. Além disso, eles alcançaram aplicações que transcendem o controle de velocidade de máquinas, sendo empregados no controle do fluxo de potência tanto na geração como na distribuição da energia elétrica [4]. Nesse sentido, podem ser citadas as aplicações de geração distribuída, onde esses equipamentos se tornaram fundamentais nos procedimentos de interligação de fontes renováveis à rede elétrica.

Embora as vantagens decorrentes do uso dos inversores de frequência possam ser facilmente enumeradas, o funcionamento desses equipamentos culmina em distorções da forma de onda da tensão de saída e, por conseguinte, da forma de onda da corrente que circula na carga alimentada pelo inversor ou no barramento principal do sistema elétrico em que ele esteja inserido.

Essas distorções das formas de onda da tensão e da corrente estão relacionadas com a geração de componentes harmônicas e inter-harmônicas inerentes à característica de operação não-linear do inversor [5, 6, 7]. Os efeitos observados sobre o MIT em decorrência da presença das componentes harmônicas indesejáveis têm sido analisados na literatura atinente, de onde podem ser citados fenômenos como oscilações de baixa frequência das

partes mecânicas, elevação de ruídos sonoros e aquecimento excessivo com a consequente redução de vida útil das máquinas [8, 9, 10].

Esses aspectos têm instigado o desenvolvimento de estudos relacionados com os efeitos decorrentes do uso de inversores de frequência sobre o motor de indução trifásico. Com relação a este assunto, nota-se na literatura a preponderância de duas abordagens específicas: a análise da influência dos parâmetros de funcionamento do inversor sobre o desempenho da máquina; ou a investigação dos distúrbios ocasionados na entrada do inversor, isto é, na rede elétrica que o alimenta, e uma correlação indireta destes com o desempenho da máquina.

Conquanto essas duas abordagens tenham proporcionado avanços significativos no projeto e dimensionamento de inversores mais apropriados para as aplicações industriais de controle de velocidade, elas não têm sido suficientes para fornecer uma visão mais detalhada dos efeitos e da identificação das distorções na saída do inversor, isto é, nos terminais do MIT. Essa abordagem é interessante não só pela importância de se compreender em maior profundidade os impactos do uso do inversor na alimentação do motor, mas também pela necessidade iminente de se caracterizar a composição espectral de tensões e correntes em um barramento onde, por exemplo, geradores eólicos e fontes fotovoltaicas são interligados à rede através da utilização desses equipamentos.

Além disso, a adoção de tal abordagem motiva o levantamento de uma série de questões importantes, como a estimação do espectro de sinais com frequências fundamentais diferentes das nominais do sistema (50,0 Hz ou 60,0 Hz) e até mesmo com algumas características não estacionárias, a adoção de métodos de processamento de sinais de alta resolução, a ausência de metodologias consolidadas que se prestem à caracterização (técnicas de agrupamento, cálculo de índices) de componentes espectrais inter-harmônicas e a identificação da relação entre os efeitos observados sobre o motor e o espectro obtido.

Considerando-se esses aspectos, torna-se possível inferir sobre a relevância de um estudo que vise identificar o espectro à saída de um inversor de frequência em uma situação que é recorrente no ambiente industrial, tal como o controle de velocidade do motor, apresentando o método de estimação e o procedimento de caracterização mais adequado. Conforme foi apresentado acima, o escopo das contribuições desse tipo de investigação não se limita apenas à análise do desempenho do motor de indução, mas também ao estabelecimento dos subsídios técnicos que permitam investigações semelhantes em aplicações de geração distribuída.



## 1.2 OBJETIVOS E METAS DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho é realizar uma avaliação comparativa entre os métodos de estimação das distorções harmônicas e inter-harmônicas dos sinais de tensão e corrente elétricas à saída de um inversor de frequência. Configura-se ainda como objetivo deste trabalho o levantamento e a proposição dos índices que viabilizem a análise espectral de sinais com inter-harmônicas em condições de frequência fundamental diferente de 50/60 Hz.

As metas elencadas para o alcance desses objetivos são as seguintes:

- Realizar o levantamento do estado da arte do tema “inversores de frequência e MITs”, analisando as linhas de pesquisa já abordadas e os aspectos conceituais e de modelagem de ambos os equipamentos;
- Desenvolver os códigos correspondentes aos algoritmos dos métodos de estimação do espectro Prony, ESPRIT (do inglês, *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*) e DFT (do inglês, *Discrete Fourier Transform*);
- Realizar a análise comparativa dos métodos de estimação com experimentos numéricos;
- Adquirir os dados de tensão, corrente, conjugado e velocidade em uma bancada experimental de controle de velocidade com um MIT e um inversor;
- Realizar a identificação do método mais adequado, dentre os empregados neste estudo, para a análise dos sinais à saída do inversor por meio de comparações realizadas com os dados experimentais;
- Analisar os índices existentes nas normas e artigos para identificar aqueles que são mais apropriados para a situação analisada;
- Apresentar os efeitos observados no desempenho do motor de indução trifásico com relação ao conjugado.

## 1.3 ESTADO DA ARTE

O tema “inversores de frequência e motores de indução trifásicos” não é recente na literatura. Algumas abordagens têm sido bastante recorrentes, como o enfoque na questão das distorções harmônicas geradas no lado da rede e a análise do desempenho da máquina com relação aos parâmetros de funcionamento do inversor, os quais, em geral, operam sob estratégias de controle baseadas em modulação por largura de pulso (*PWM*, do inglês *Pulse-Width Modulation*).

Em [11], os autores desenvolveram um procedimento analítico para determinar as componentes harmônicas das correntes de linha que alimentavam um *ASD* (do inglês

*Adjustable Speed Driver*, significando o subsistema que é composto pelo MIT e o inversor). O conjunto de trabalhos [12, 13, 14] analisou experimentalmente o nível de poluição harmônica no lado da rede quando os motores eram alimentados por inversores de frequência, em aplicações industriais típicas como ventilação, condicionamento de ar e bombeamento de água. Os resultados de espectros e THDs foram apresentados apenas para os casos das frequências fundamentais de acionamento de 50 Hz e 60 Hz.

Com relação aos efeitos das harmônicas de 50 Hz e 60 Hz, muitos trabalhos têm identificado fenômenos que podem variar desde o sobreaquecimento do motor ao estresse de partes mecânicas sujeitas às vibrações excessivas causadas pelas distorções. Em [10], os autores realizaram um estudo sobre os efeitos de harmônicas de tensão e confirmaram a já conhecida tendência de redução do rendimento à medida que se aumenta a magnitude das componentes de mais baixa ordem. Em [9], o autor fez uma revisão do estado da arte sobre a performance do MIT sujeito a condições de alimentação não-senoidais, classificando cerca de 167 trabalhos em temas como modelagem e análise, perdas características, ruídos e vibrações mecânicas nas máquinas, dentre outros.

Em [15], foi desenvolvido um procedimento analítico para analisar as pulsações de torque, a corrente e as perdas harmônicas no cobre do MIT com relação ao índice de modulação e frequência de chaveamento utilizados no inversor de frequência PWM. Os modelos estabelecidos pelos autores para a máquina e para o inversor foram baseados em algumas simplificações dos circuitos equivalentes que descrevem o comportamento dos equipamentos e, conquanto não seja apresentada uma investigação detalhada da composição espectral dos sinais de corrente e tensão e dos seus efeitos, eles conseguiram identificar dois modos de controle PWM, com frequências de chaveamento diferentes, que resultaram nas maiores e nas menores perdas para o motor naquela situação.

Em [16], os autores analisaram o aumento das perdas no ferro de um MIT com relação à frequência de chaveamento, índice de modulação e forma da onda portadora utilizada para a modulação PWM. Eles verificaram que o índice de modulação foi o parâmetro operacional que contribuiu de forma mais incisiva no aumento das perdas no ferro. Em [17], foi apresentado um estudo de revisão mais geral a respeito da performance do MIT sob o efeito das formas de onda de tensão na saída do inversor de frequência PWM. O autor se concentrou em analisar alguns efeitos transitórios, tais como sobretensões, que comumente ocorrem nos terminais da máquina quando do uso do driver de controle de velocidade. Um estudo semelhante a este foi apresentado em [18], onde os autores também concluíram que cabos de conexão muito longos culminavam em níveis maiores de sobretensão nos terminais do motor.

Em [19], há a proposição de um modelo para a análise em regime permanente do motor do tipo gaiola de esquilo sendo alimentado por um inversor. Em [20], foram apresentadas simulações utilizando modelos no domínio do tempo do Matlab/Simulink® de um MIT alimentado por um inversor de frequência PWM. Nesse último caso, os autores compararam variáveis como THD da corrente estatórica da máquina, perdas no cobre do estator, velocidade e torque desenvolvidos e rendimento quando da utilização de duas estratégias diferentes de controle do inversor e quando do acionamento por partida direta. No cenário analisado por eles, o MIT situava-se em carga nominal, acionando um ventilador industrial, e as frequências de saída programadas no inversor eram correspondentes às nominais da máquina, isto é, 60 Hz, o que permitiu a comparação com a referência por partida direta e o cálculo do THD da corrente estatórica pela norma IEEE-519 [21].

Aprofundando um pouco mais na questão do efeito da forma de onda à saída do inversor, pode-se citar o trabalho [22], onde os autores propuseram um circuito equivalente para um MIT alimentado por tensões com formas de onda típicas de um inversor de frequência, a saber: sinais de tensão provenientes de um inversor PWM (com frequência de chaveamento de 1,0kHz) e de uma fonte de tensão de ondas quadradas, ambos com frequência fundamental de 60 Hz. Após demonstrar a ineficácia do circuito equivalente tradicional do MIT na determinação da corrente da máquina, os autores realizaram simulações para comparar o desempenho do circuito equivalente proposto com o do modelo completo da máquina baseado em um sistema 6x6 de equações diferenciais, o qual também foi utilizado como referência. Com suas simulações, eles constataram que o modelo proposto não era adequado para analisar o efeito de componentes inter-harmônicas e de harmônicas de altas frequências e, com isso, a proposta de circuitos equivalentes adequados para tal análise constituía-se como uma lacuna.

Conforme pode ser inferido da revisão do estado da arte apresentada até este ponto, os estudos que realizam a correlação do espectro com os efeitos observados na máquina para um dado ponto de operação do inversor o fazem de forma indireta, isto é, para determinadas condições de funcionamento identificam-se as componentes espectrais na entrada do ASD e os efeitos no motor. Essa situação é observada por causa da complexidade envolvida na determinação do tipo e dos níveis de distorções que de fato chegam aos terminais do MIT para cada condição do inversor.

A estimação e a caracterização de um espectro onde podem existir componentes espectrais harmônicas e inter-harmônicas para frequências fundamentais diferentes de 50 Hz e 60 Hz não são triviais e, com efeito, este tema tem sido um dos fatores motivantes para o desenvolvimento dos estudos mais avançados da área, tais como os de harmônicas variantes no tempo [7]. Essa preocupação se justifica também pelo fato de o inversor de

frequência, conectando dois sistemas AC (do inglês, Alternating Current) com frequências fundamentais diferentes através de um link DC (do inglês, Direct Current), configurar-se como uma fonte genuína de inter-harmônicas tanto do lado da rede quanto no lado da saída [23, 24].

O ASD, baseando-se na utilização de uma carga tão importante como o motor de indução trifásico, tem servido como campo de teste para investigações relacionadas com a modelagem de sistemas de conversão AC/DC/AC para a análise de harmônicas e inter-harmônicas [24, 25, 26, 27, 28]. Acompanhando esta tendência, outros trabalhos têm apresentado a possibilidade de utilização de métodos de alta resolução para a estimação do espectro de sinais com inter-harmônicas e flutuações da fundamental ou suas harmônicas [29, 30, 31]. Além disso, considerando o escopo limitado das normas existentes para este tipo de análise, alguns estudos tentam a proposição de novos métodos de medição e caracterização [32].

Em meio a esta rica gama de investigações que podem emanar de um único tema, “inversores de frequência e motores de indução trifásicos”, percebe-se um número limitado de estudos que discorra de forma sistemática sobre a metodologia a ser empregada na estimação e caracterização do espectro à saída de um inversor que tem seus parâmetros operacionais fixados e a observação dos efeitos deste no motor.

#### **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO**

Para o alcance dos objetivos apresentados na seção 1.2, este trabalho foi organizado da forma descrita a seguir.

O capítulo 2 apresenta todos os aspectos teóricos envolvidos no trabalho, com a exposição dos conceitos e modelos do motor de indução trifásico, do inversor de frequência e das distorções características das formas de onda de tensão e corrente na saída do inversor. Discorre-se também sobre a DFT e os métodos paramétricos de Prony e ESPRIT. Finaliza-se o capítulo pela exposição dos procedimentos de agrupamento e dos índices de distorção, avaliados a partir da proposição de adaptações de normas existentes.

O capítulo 3 apresenta a exposição da bancada *ASD* experimental utilizada para a geração de dados experimentais e de todos os procedimentos metodológicos empregados. Descreve-se as estruturas dos algoritmos implementados para os métodos de estimação, e, em seguida, apresenta-se a metodologia envolvida com a análise comparativa dos métodos e a obtenção e caracterização dos espectros dos sinais.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos a partir do emprego das técnicas detalhadas no capítulo 2 e da metodologia estruturada no capítulo 3. A partir da exposição dos resultados das análises comparativas, é escolhido o método de estimação do espectro mais adequado para os sinais provenientes do inversor. Realizada esta etapa, são expostos os resultados da caracterização do espectro desses sinais e apresenta-se o comportamento do conjugado do MIT frente aos índices de distorção calculados.

O capítulo 5 realiza uma revisão do que foi desenvolvido e apresenta as principais conclusões emanadas das análises realizadas no capítulo 4. Finaliza-se o trabalho pela apresentação de uma sequência de sugestões de tópicos a serem avaliados para expandir a capacidade de análise das distorções na saída do inversor e incrementar o grau de compreensão dos seus efeitos.

# CAPÍTULO 2 – ASPECTOS TEÓRICOS

## 2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, são apresentados os aspectos conceituais e de modelagem do motor de indução trifásico, do inversor de frequência e das distorções harmônicas e inter-harmônicas características. Em seguida, são apresentadas as formulações matemáticas dos métodos de estimação utilizados neste trabalho. São ainda discutidos alguns dos procedimentos de caracterização (agrupamento e índices) utilizados.

## 2.2 O MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

O motor de indução assíncrono trifásico (MIT) é indubitavelmente uma das máquinas elétricas mais empregadas na indústria. Ele possui características muito atrativas como baixo custo de operação e manutenção, baixa relação peso-potência e grande robustez, sobretudo na sua variante construtiva do tipo gaiola esquilo [33].

O princípio de funcionamento do MIT pode ser resumido como se segue [34]: a alimentação do enrolamento de armadura do motor (bobinas do estator) por um conjunto de tensões trifásicas AC culmina na circulação de correntes AC nas bobinas, cujos eixos magnéticos estão defasados entre si de  $120^\circ$ ; cada corrente em cada bobina gera, então, o seu campo magnético variante no tempo segundo o seu próprio eixo magnético; a composição vetorial dos três campos magnéticos assim obtidos, gera um campo magnético resultante que gira no entreferro a uma velocidade  $\omega_e = 2\pi f_e$  (em rad/s elétricos), onde  $f_e$  é a frequência de excitação do sistema de alimentação. O campo magnético girante criado no entreferro induz tensões nos enrolamentos do rotor. Essas tensões induzidas geram, por sua vez, correntes que circulam nas bobinas do rotor, criando um campo magnético resultante que tende a se opor ao primeiro, originando, desta forma, o conjugado eletromagnético.

Dentre as características mais notáveis do MIT, podem ser citadas: o fato das tensões no seu rotor serem impressas por meio de um acoplamento magnético com o estator, que se dá por um campo magnético girante existente no entreferro quando da aplicação de um conjunto de tensões trifásicas AC defasadas nos terminais do motor; e a sua capacidade de gerar um conjugado não-nulo para qualquer rotação diferente da síncrona [33].

Considerando-se que o campo magnético girante percorra um par de pólos a cada ciclo e que os enrolamentos do estator estejam distribuídos em  $p$  pares de pólos ao longo da

periferia do núcleo magnético da máquina, a velocidade síncrona mecânica, isto é, a máxima velocidade que o rotor supostamente poderia atingir, é dada por Eq. 1 [34]. Nesta equação,  $\omega_{sm}$  é a velocidade síncrona mecânica em rad/s.

$$\omega_{sm} = \frac{2\omega_e}{p} = \frac{4\pi f_e}{p} \quad [\text{rad/s}] \quad (1)$$

Para que o MIT funcione, devem ocorrer tensões induzidas, o que acontece apenas se houver movimento relativo entre o campo girante e o rotor [33]. Assim, em funcionamento normal, o rotor gira a uma velocidade mecânica  $\omega_{rm}$  (em rad/s) inferior à velocidade síncrona. A diferença entre as duas velocidades reflete a condição de carga em que a máquina se encontra e pode ser avaliada em termos de um parâmetro conhecido como escorregamento,  $s$ , cujo cálculo é realizado através de Eq. 2 [34].

$$s = \frac{\omega_{sm} - \omega_{rm}}{\omega_{sm}} * 100 \quad [\%] \quad (2)$$

Das Equações (1) e (2) chega-se a uma expressão bem conhecida para a velocidade de rotação do MIT, mostrada na Eq. (3) [34].

$$\omega_{rm} = \left(1 - \frac{s}{100}\right) \omega_{sm} = \left(1 - \frac{s}{100}\right) \frac{4\pi f_e}{p} \quad [\text{rad/s}] \quad (3)$$

Existem vários tipos de modelos matemáticos para se estudar o comportamento do MIT. Cada modelo se presta a um tipo de análise. Em geral, avaliando o comportamento do motor quando da alimentação por um inversor de frequência, é muito comum que se utilize modelos no domínio do tempo. O modelo matemático do MIT no domínio do tempo envolve seis equações de estado a parâmetros variáveis, uma para cada enrolamento (três do rotor e três do estator) [35].

Uma estratégia comum para lidar com esta complexidade é a utilização da transformação de Park, que leva as equações diferenciais com indutâncias variantes no tempo a equações diferenciais com indutâncias constantes no sistema  $dq0$ . Nessa transformação, as variáveis são levadas do sistema cartesiano fixo no tempo (sistema  $abc$ ) para um sistema de referência ortogonal  $dq0$  que gira com uma velocidade angular  $\omega = \omega_{rm}$ , isto é, em sincronia com o rotor [35]. Assumindo que os enrolamentos do estator da máquina estejam numa configuração a três fios em Y, não há componentes na direção do eixo homopolar (eixo 0) [35].

As Equações (4.a) a (4.e) apresentam as formulações matemáticas, no sistema  $dq0$ , para o comportamento das variáveis elétricas e do conjugado eletromagnético do MIT [35].

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega\varphi_{ds} \quad (4.a)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega\varphi_{qs} \quad (4.b)$$

$$v'_{qr} = R'_r i'_{qr} + \frac{d\varphi'_{qr}}{dt} + (\omega - \omega_{rm})\varphi'_{dr} \quad (4.c)$$

$$v'_{dr} = R'_r i'_{dr} + \frac{d\varphi'_{dr}}{dt} - (\omega - \omega_{rm})\varphi'_{qr} \quad (4.d)$$

$$T_e = \frac{3p}{2} (\varphi_{ds} i_{qs} - \varphi_{qs} i_{ds}) \quad (4.e)$$

Onde:

- São variáveis na direção do eixo em quadratura (eixo-q): tensão ( $v_{qs}$ ) e corrente ( $i_{qs}$ ) do estator; tensão ( $v'_{qr}$ ) e corrente ( $i'_{qr}$ ) do rotor referidas ao estator; fluxos de acoplamento do estator ( $\varphi_{qs}$ ) e do rotor ( $\varphi'_{qr}$ ) referido ao estator;
- São variáveis na direção do eixo direto (eixo-d): tensão ( $v_{ds}$ ) e corrente ( $i_{ds}$ ) do estator; tensão ( $v'_{dr}$ ) e corrente ( $i'_{dr}$ ) do rotor referidas ao estator da máquina; fluxos de acoplamento do estator ( $\varphi_{ds}$ ) e do rotor ( $\varphi'_{dr}$ ) referido ao estator.

Os parâmetros envolvidos nessas equações são as resistências dos enrolamentos do estator ( $R_s$ ) e do rotor ( $R'_r$ ) e as indutâncias de dispersão e mútuas necessárias para a determinação dos fluxos de acoplamento. O conjugado eletromagnético desenvolvido ( $T_e$ ) depende dos fluxos, das correntes do estator e do número de pólos ( $p$ ) da máquina.

## 2.3 O INVERSOR DE FREQUÊNCIA

Com o advento dos inversores de frequência, as potencialidades do uso do MIT foram ampliadas e uma gama muito maior de aplicações pôde ser alcançada. Esses equipamentos permitem transformar a tensão da rede, de amplitude e frequência fixas, em uma tensão de amplitude e frequência controláveis [4]. Essa característica é muito interessante do ponto de vista do controle do motor AC, pois permite variar a velocidade (Eq. 3) da máquina por várias estratégias diferentes.

O termo “*inversor de frequência*” é comumente utilizado para designar um equipamento que é composto por quatro blocos funcionais básicos, a saber: um retificador, um link DC, um inversor e um módulo controlador. Na Figura 2.1 é apresentado o diagrama de blocos funcional do equipamento. A discussão a seguir refere-se ao inversor trifásico.



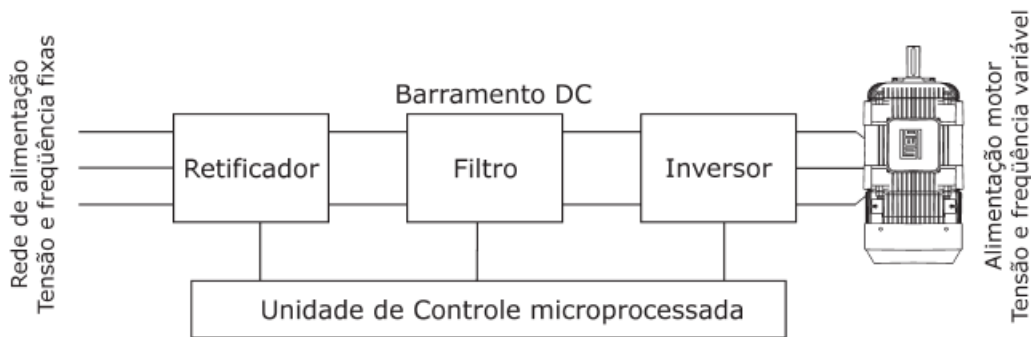


Figura 2.1. Diagrama de blocos de um inversor de frequência. Fonte: [36].

O princípio de funcionamento do equipamento como um todo pode ser resumido pelos quatro blocos funcionais apresentados na Fig. 2.1 [4]. O primeiro deles é o retificador trifásico de onda completa que retifica a tensão AC de magnitude e frequência fixas da rede.

O link DC usualmente tem duas funções: a primeira, de atuar como um filtro para as oscilações de *ripple* da tensão DC gerada pelo bloco anterior; e a segunda, de operar como um circuito *Chopper*, isto é, um regulador que permite controlar a amplitude da tensão DC disponibilizada ao bloco inversor.

O inversor propriamente dito é o bloco que tem a função de transformar a tensão DC em uma tensão AC de saída simétrica com a magnitude (valor RMS) e a frequência desejadas. O módulo controlador é responsável por realizar todo o controle dos blocos funcionais, realizando a correta sequência de chaveamento das chaves controláveis do bloco inversor e regulando o nível de tensão de saída do link DC. As chaves são implementadas nos inversores de frequência com dispositivos semicondutores de potência.

A maioria dos inversores utilizados atualmente é do tipo *VFI* (do inglês, *Voltage Fed Inverter*), que se caracteriza pela manutenção de um valor de tensão DC constante na saída do circuito *Chopper*, isto é, na entrada do bloco inversor. Na Figura 2.2 é apresentado um circuito simplificado com um retificador conectado a um inversor por um link DC.

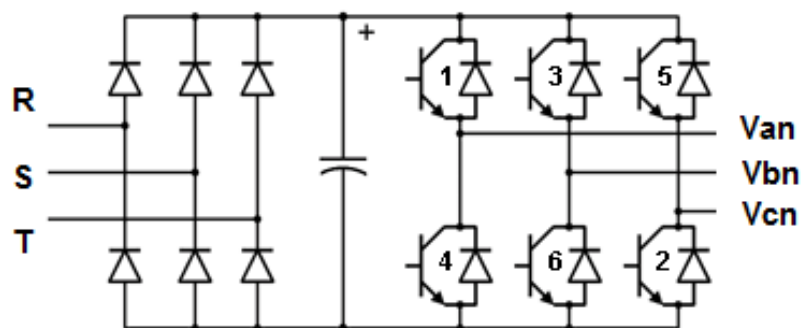


Figura 2.2. Circuito simplificado de um inversor de frequência trifásico.

No circuito mostrado na Fig. 2.2 é comum o uso de uma estratégia de disparo das chaves conhecida como modo de condução por  $120^\circ$ . Nesse modo, considerando-se que um período desejado  $T_o$  para a tensão trifásica de saída seja correspondente a  $2\pi$  radianos, cada chave conduz por uma fase de  $2\pi/3$  radianos (ou  $120^\circ$ ) do ciclo. Neste caso, somente duas chaves permanecem ligadas em qualquer instante de tempo e a sequência de condução das chaves é 61, 12, 23, 34, 45, 56, 61 [4].

O inversor de frequência atinge a plenitude do seu funcionamento quando, no circuito da Fig. 2.2, considera-se a atuação do módulo de controle para gerar uma tensão AC de saída com magnitude  $V_o$  e frequência  $f_o = 1/T_o$  desejadas. O circuito de controle determina a sequência temporal exata de disparos das chaves através de técnicas de modulação por largura de pulso (ou *PWM*, do inglês *Pulse-Width Modulation*) [4].

Uma das técnicas mais empregadas nos inversores industriais é a PWM Senoidal, também abreviada como *SPWM*. Esta técnica está ilustrada na Fig. 2.3.

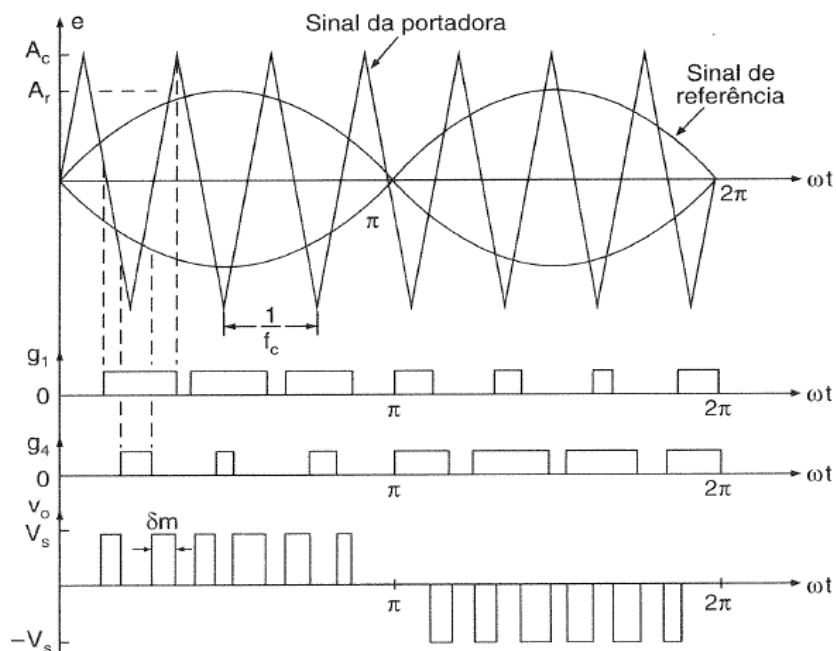


Figura 2.3. Estratégia SPWM. Fonte: [4].

A partir da Figura 2.3, são definidos os seguintes parâmetros:  $A_c$ , valor de pico do sinal da portadora;  $A_r$ , valor de pico do sinal de referência;  $f_c$ , frequência do sinal da portadora;  $f_r$ , frequência do sinal de referência. A partir desses parâmetros, define-se o índice de modulação,  $M = A_r/A_c$ , e a relação de modulação de frequência,  $m_f = f_c/f_o$ .

Na modulação *SPWM*, os sinais de disparo das chaves são gerados sempre que o sinal de referência para uma dada chave for superior ao sinal da portadora. Neste caso, as seguintes observações podem ser realizadas [4]:

- A frequência da portadora,  $f_c$ , determina a frequência de chaveamento no inversor. Assim, o número de pulsos por semiciclo da fundamental de saída,  $f_o$ , depende de  $f_c$  e é dado por  $k = m_f/2$ ;
- A frequência do sinal de referência,  $f_r$ , determina a frequência fundamental de saída do inversor,  $f_o$ ;
- O valor de pico da onda de referência,  $A_r$ , controla o índice de modulação,  $M$ , que, por sua vez, influi diretamente no valor eficaz da tensão de saída,  $V_o$ . Isso ocorre porque a variação do índice de modulação entre 0 e 1 para o  $m$ -ésimo pulso da tensão de saída faz a sua largura,  $\delta_m$ , variar entre 0 e  $\pi/k$  (Fig. 2.3). Neste caso, o valor eficaz da tensão de saída é calculado através da Eq. 5, onde  $V_s$  é a tensão no link DC.

$$V_o = V_s \sqrt{\sum_{m=1}^k \frac{\delta_m}{\pi}} \quad [V] \quad (5)$$

Existem várias estratégias de controle que os inversores de frequência utilizados atualmente nos *Adjustable Speed Drivers* (ASD) podem empregar para determinar o valor de frequência  $f_o$  e de magnitude  $V_o$  que leva ao ajuste de determinada velocidade no MIT. A mais comum baseia-se no controle escalar, também conhecido como “V/F constante.” Nessa estratégia procura-se manter o conjugado eletromagnético constante, igual ao nominal, para qualquer velocidade de funcionamento do motor [36].

A ideia subjacente à abordagem do controle escalar consiste em considerar, para uma análise simplificada do MIT e para frequências fundamentais de acionamento,  $f_o$ , superiores a 30,0 Hz, que a corrente que circula no estator depende essencialmente da magnitude da tensão aplicada,  $V_o$ , e da reatância indutiva das bobinas,  $X_L$ . A Equação 6 traduz matematicamente esta condição, onde  $L$  é a indutância característica das bobinas [36].

$$I \cong \frac{V_o}{X_L} = \frac{V_o}{2\pi f_o L} = K \frac{V_o}{f_o} \xrightarrow{I=cte} \frac{V_o}{f_o} \cong cte \quad (6)$$

Dessa forma, o que se faz é, para cada alteração de  $f_o$ , variar  $V_o$  para manter a corrente constante e próxima da nominal, o que culmina em um conjugado aproximadamente constante. Assim, para cada velocidade desejada para o MIT, o módulo controlador calcula os novos valores para  $f_o$  e  $V_o$ , que são ajustados na saída do inversor pela alteração de parâmetros como  $M$ ,  $m_f$  e  $f_r$ .

## 2.4 DISTORÇÕES NA SAÍDA DO INVERSOR

A tensão de saída de um inversor de frequência contém distorções na forma de onda e algumas delas se refletem na corrente que circula no MIT.

As técnicas de controle do chaveamento, como a *SPWM* (seção 2.3), introduzem harmônicas em uma região de altas frequências em torno da frequência de chaveamento,  $f_c$ , e seus múltiplos [4]. As frequências,  $f_n$ , nas quais essas tensões harmônicas de alta frequência podem ocorrer estão relacionadas por Eq. 7, onde  $j = 1, 2, 3, \dots$  e  $u = 1, 2, 3, \dots$ .

$$f_n = (jm_f \pm u) f_c \quad [\text{Hz}] \quad (7)$$

Além disso, qualquer equipamento que conecte dois sistemas AC com frequências diferentes através de um link DC pode ser considerado como uma fonte de componentes inter-harmônicas [6]. Sob condições ideais de alimentação, as inter-harmônicas são geradas pela interação entre os dois sistemas de conversão AC através da intermodulação de suas harmônicas [7].

Na Equação 8 apresenta-se uma expressão para determinar algumas das componentes inter-harmônicas que podem ser encontradas nas correntes no lado de saída de um inversor de frequência que opera sob a estratégia *SPWM* [7].

$$f_{ihos}(m_f, j, k, \nu) = \left| jm_f \pm u \left| f_o \pm \nu q_{ss} \cdot f_{ss} \right| \right| \quad [\text{Hz}] \quad (8)$$

Onde:  $f_{ihos}$  é a frequência da componente inter-harmônica de corrente no lado de saída do inversor;  $q_{ss}$  é o número de pulsos do retificador;  $f_{ss}$  é a frequência nominal da rede elétrica;  $f_o$  é a frequência fundamental de saída programada no inversor;  $m_f$  é a relação de modulação de frequência;  $j$  e  $u$  são números inteiros dependentes de  $m_f$ ; e  $\nu$  é um número inteiro igual a 1,2,3, ... .

## 2.5 MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

Atualmente, podem ser encontrados na literatura inúmeros métodos que podem ser empregados para a obtenção do espectro de sinais de corrente e tensão elétricas medidos no sistema de potência. Neste trabalho, para a tarefa de estimação, são utilizados a Transformada Discreta de Fourier (ou *DFT*, do inglês, *Discrete Fourier Transform*) e os métodos paramétricos de alta resolução de *Prony* e *ESPRIT* (do inglês, *Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*).

Métodos classificados como paramétricos são aqueles que utilizam um modelo específico para representar o sinal e então estimar os parâmetros do modelo a partir das

amostras disponíveis [37]. Os métodos não paramétricos, como a DFT, estimam o espectro diretamente do sinal, usualmente em termos de algum coeficiente de alguma função de base [37].

### 2.5.1 Transformada Discreta de Fourier (DFT)

A DFT é um método não paramétrico que permite levar um sinal discreto do domínio do tempo para o domínio da frequência, com uma sequência de amostras de extensão finita [37]. Para realizar a interpretação da formulação matemática desta ferramenta, apresenta-se a seguir uma breve discussão sobre a Transformada de Fourier em Tempo Discreto (ou DTFT, do inglês *Discrete Time Fourier Transform*) e sobre a Série Discreta de Fourier (ou DFS, do inglês *Discrete Fourier Series*).

A DTFT permite transformar um sinal discreto no domínio do tempo, representado por uma sequência de amostras  $x[n]$ , para o domínio da frequência, representado por uma função  $X(\omega)$ , tal como definido na Eq. 9.a.

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n} \quad (9.a)$$

Nessa equação,  $\omega$  representa a frequência angular contínua. A existência da DTFT, apresentada na Eq. 9.a, é garantida se a condição  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]| < \infty$  é satisfeita.

Para o caso em que  $x[n]$  é uma sequência periódica de período  $N$ , a aplicação da DTFT resulta em uma sequência de impulsos equidistantes em frequências singulares  $\omega_k = k(2\pi/N)$ , e, para  $k > N$ , essas frequências passam a se repetir. Dessa forma, para representá-la, basta conhecer o valor de  $N$  e dos coeficientes complexos  $a_k$  que representam a amplitude e a fase correspondente a cada componente de frequência  $\omega_k$ . Para tal sequência periódica, pode-se então definir a DFS tal como apresentado na Eq. 9.b.

$$\tilde{X}[k] \stackrel{\Delta}{=} N a_k = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \text{ com } k = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (9.b)$$

Uma relação pode ser estabelecida entre a DFS e a DTFT considerando-se o caso de uma nova sequência  $x_F[n]$  que representa a restrição de um período da sequência periódica  $x[n]$  anterior, isto é,  $x_F[n] = x[n]$ , para  $0 \leq n \leq (N-1)$ , e  $x_F[n] = 0$ , caso contrário. A relação entre ambas pode então ser deduzida tal como indicado na Eq. 9.c, onde  $X(\omega)$  é a DTFT de  $x_F[n]$ .

$$\tilde{X}[k] = X(\omega) \Big|_{\omega = k \cdot 2\pi / N} \quad (9.c)$$

Considerando-se agora o caso geral em que  $x[n]$  representa uma sequência de extensão finita  $N$ , isto é,  $x[n] = 0$  para  $n < 0$  e  $n > (N-1)$ , a aplicação da DTFT conduz à Eq. 9.d.

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n} \Rightarrow X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\omega n} \quad (9.d)$$

As amostras  $x[0]$ ,  $x[1]$ , ...,  $x[N-1]$  da sequência original podem ser univocamente determinadas avaliando-se  $X(\omega)$  em exatamente  $N$  frequências discretas  $\omega_k = k \cdot (2\pi/N)$  distintas. Neste caso, as  $N$  amostras de  $X(\omega)$  obtidas são representadas pela Transformada Discreta de Fourier e são dadas por Eq. 9.

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}, \text{ com } 0 \leq k \leq (N-1) \quad (9)$$

Embora as formulações matemáticas sejam aparentemente semelhantes, diferenças importantes são estabelecidas entre a DFT e a DFS: a série discreta de Fourier, tal como formulado na Eq. 9.b, é aplicável ao caso de uma sequência estacionária não limitada de período  $N$ ; a DFT aplica-se ao caso de uma sequência limitada com  $N$  amostras.

A DFT é um dos métodos mais empregados na literatura técnica para a análise de harmônicas de sinais de corrente e tensão, sendo a base dos procedimentos descritos na norma IEC 61000-4-7 [38]. Sua implementação computacional eficiente, com o algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (ou FFT, do inglês *Fast Fourier Transform*), contribuiu para a sua disseminação em várias aplicações. Contudo, trata-se de uma ferramenta muito criticada na literatura quando são abordadas questões como análise de inter-harmônicas ou dessincronização causada por desvios de frequência de algumas componentes espectrais.

### 2.5.2 Prony

O método de Prony é uma técnica paramétrica para modelar uma sequência  $x[n]$  de  $N$  amostras do sinal original como uma combinação linear de  $P$  exponenciais complexas. Na Equação 10, é apresentada a formulação matemática do modelo [39].

$$\hat{x}[n] = \sum_{h=1}^P \left( A_h e^{j\theta_h} \right) \cdot e^{(\alpha_h + j\omega_h)(n-1)T_s} = \sum_{h=1}^P l_h z_h^{(n-1)}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

Onde:  $l_h = A_h e^{j\theta_h}$  e  $z_h = e^{(\alpha_h + j\omega_h)T_s}$  são os dois parâmetros disponíveis para cada exponencial complexa;  $\hat{x}[n]$  representa o sinal discreto estimado pelo modelo;  $T_s$  é o período de amostragem do sinal original;  $P$  é a ordem do modelo exponencial complexo;  $h$  é o índice da exponencial;  $\alpha_h$  é o fator de amortecimento;  $\omega_h = 2\pi f_h$  é a frequência angular;  $A_h$  é a amplitude; e  $\theta_h$  é a fase inicial.

O problema de estimação pela Eq. 10 baseia-se na minimização do erro quadrático, avaliado segundo a função objetivo  $\bar{d}$  definida na Eq. 11.

$$\delta = \sum_{n=1}^N |x[n] - \hat{x}[n]|^2 = \sum_{n=1}^N \left| x[n] - \sum_{h=1}^P (l_h z_h^{n-1}) \right|^2 \quad (11)$$

Contudo, a minimização do erro quadrático tal como apresentado na Eq. 11 caracteriza-se como um problema não-linear. Dessa forma, o que o método de Prony propõe é a utilização de equações lineares [39], cujas formulações são apresentadas a seguir.

Para efeitos de simplificação e sem perda de generalidade, considera-se que o número de amostras utilizadas na estimação do modelo seja igual ao número de parâmetros exponenciais disponíveis, isto é,  $N = 2P$ . Neste caso, pode-se obter um ajuste exponencial com erro nulo nos pontos amostrados do sinal original e, assim, a Eq. 12 é satisfeita para  $1 \leq n \leq P$ .

$$x[n] = \sum_{h=1}^P (l_h z_h^{n-1}) \quad (12)$$

A Equação 12 pode ser reescrita na forma matricial indicada na Eq. 13.

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_P^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_P^1 \\ \vdots & & & \vdots \\ z_1^{P-1} & z_2^{P-1} & \cdots & z_P^{P-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[1] \\ x[2] \\ \vdots \\ x[P] \end{bmatrix} \quad (13)$$

Se for possível determinar um método para encontrar os elementos  $z_h$ , então o sistema de equações lineares simultâneas em Eq. 13 pode ser resolvido para o vetor  $\bar{l} = [l_h]$ . A proposta apresentada por Prony considera que os parâmetros  $z_h$  representam as raízes do polinômio definido por Eq. 14 [39].

$$F(z) = \prod_{h=1}^P (z - z_h) \equiv \sum_{u=0}^P a[u] z^{P-u} = a[0]z^P + a[1]z^{P-1} + \cdots + a[P-1]z + a[P] \quad (14)$$

Deslocando-se os índices na Eq. 12 de  $n$  para  $(n - u)$  e multiplicando-se cada equação por  $a[u]$ , chega-se à Eq. 15.a e, com algumas modificações, à Eq. 15.b.

$$a[u] x[n - u] = a[u] \sum_{h=1}^P (l_h z_h^{n-u-1}) \quad (15.a)$$

$$\sum_{u=0}^P a[u] x[n - u] = \sum_{h=1}^P (l_h z_h^{n-P}) \left\{ \sum_{u=0}^P a[u] z_h^{P-u-1} \right\} = 0 \quad (15.b)$$

O somatório entre chaves na parte direita da Eq. 15.b pode ser reconhecido como o polinômio definido por Eq. 14 avaliado em cada uma de suas raízes  $z_h$  [39]. Isso permite considerar que o lado direito de Eq. 15.b seja igual a zero e, assim, que os coeficientes  $a[u]$

devem satisfazer a Eq. 15.b formada. As  $P$  equações representando os valores válidos de  $a[u]$  que satisfazem (15.b), para  $1 \leq n \leq 2P$ , podem ser expressas matricialmente, como indicado na Eq. 16 [39].

$$\begin{bmatrix} x[P] & x[P-1] & \cdots & x[1] \\ x[P+1] & x[P] & \cdots & x[2] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x[2P-1] & x[2P-2] & \cdots & x[P] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \vdots \\ a[P] \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} x[P+1] \\ x[P+2] \\ \vdots \\ x[2P] \end{bmatrix} \quad (16)$$

Uma vez determinados os coeficientes válidos  $a[u]$ , determinam-se as raízes  $z_h$  a partir do polinômio definido por Eq. 14 e, resolvendo-se o sistema de equações simultâneas em Eq. 13, determinam-se os parâmetros  $l_h$ .

Situações mais recorrentes de aplicação do método de *Prony* acontecem com  $N > 2P$ , isto é, o número de pontos excede o número de parâmetros exponenciais. Neste caso modifica-se Eq. 15.b para incorporar o erro da estimação linear,  $e[n]$ , em cada ponto  $x[n]$ , com  $P+1 \leq n \leq N$ , conforme está indicado na Eq. 17.

$$\sum_{u=0}^P a[u]x[n-u] = e[n] \quad (17)$$

O método dos mínimos quadrados, avaliado sobre o erro da estimação linear,  $e[n]$ , deve ser aplicado neste caso [39].

### 2.5.3 ESPRIT

ESPRIT é a sigla para o termo em inglês “*Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Technique*”. Trata-se de um método paramétrico que utiliza um modelo senoidal (ou com exponenciais complexas) e a decomposição da matriz de autocorrelação das amostras do sinal original em um subespaço de ruído e um subespaço de sinal, a partir do qual se determina as frequências das componentes do modelo [37]. Uma vez conhecidos os valores das frequências, a amplitude e a fase de cada componente podem ser determinadas segundo o procedimento de estimação por mínimos quadrados [29].

O modelo comumente empregado em análises por ESPRIT está apresentado na Eq. 18. Esse modelo considera que o sinal original possa ser aproximado pela combinação linear de senóides e um ruído aditivo,  $w[n]$ .

$$\hat{x}[n] = \sum_{h=1}^P \left( A_h e^{j\theta_h} \right) \cdot e^{j\omega_h n} + w[n] \quad , \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$



Onde:  $\hat{x}[n]$  representa o sinal discreto estimado pelo modelo;  $P$  é a ordem do modelo;  $h$  é o índice da componente;  $\omega_h=2\pi f_h$  é a frequência angular;  $A_h$  é a amplitude; e  $\theta_h$  é a fase inicial.

A ideia central de ESPRIT reside na propriedade rotacional de subespaços escalonados, que é utilizada para produzir as estimativas de frequência [40]. No caso de um sinal discreto, esta propriedade se baseia em observações do sinal através de dois intervalos idênticos escalonados no tempo [40]. Assim, a aplicação de ESPRIT está intimamente relacionada com a construção da matriz de dados do sinal,  $\mathbf{X}$ , definida na Eq. 19.

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x[1] & x[2] & \cdots & x[M] \\ x[2] & x[3] & \cdots & x[M+1] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x[N-M+1] & x[N-M+2] & \cdots & x[N] \end{bmatrix} \quad (19)$$

A ideia da matriz de dados do sinal é dispor, em linhas adjacentes, “sub-janelas” escalonadas e sobrepostas dentro da janela de tempo representada por todas as  $N$  amostras do sinal original. Assim, para o sinal discreto  $x[n]$  com  $N$  amostras, deve-se estabelecer o tamanho  $M$  das sub-janelas, garantindo que  $P < M \leq N/2$ .

Na discussão a seguir, apresenta-se de forma simplificada os aspectos matemáticos envolvidos na aplicação de ESPRIT para determinação do modelo do sinal. O algoritmo codificado para este método foi retirado da referência [40], onde os autores aplicam o teorema da Decomposição por Valor Singular (ou SVD, do inglês *Single Value Decomposition*) diretamente na matriz de dados do sinal para obter o subespaço de sinal.

Comumente, após a determinação da matriz de dados do sinal (Eq. 16), o algoritmo para aplicação de ESPRIT realiza o cálculo da matriz de autocorrelação,  $\hat{R}_x$ , do sinal [29]. A Equação 20 mostra como essa matriz pode ser estimada a partir das amostras, onde  $\mathbf{X}^H$  representa a matriz *Hermitiana* de  $\mathbf{X}$ .

$$\hat{R}_x = \frac{1}{N} \mathbf{X}^H \mathbf{X} \quad (20)$$

Os autovetores  $\mathbf{U}$  de  $\hat{R}_x$  definem dois subespaços  $\mathbf{S}_1$  e  $\mathbf{S}_2$  (sinal e ruído, respectivamente) pela utilização de duas matrizes seletoras,  $\mathbf{\Gamma}_1$  e  $\mathbf{\Gamma}_2$ , conforme indicado em Eq. 21 [29].

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{U} \quad , \quad \mathbf{S}_2 = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{U} \quad (21)$$

A consideração da invariância rotacional entre os ambos os subespaços conduz à Eq. 22, de onde a matriz de rotação,  $\mathbf{\Phi}$ , pode ser determinada [29].

$$S_1 = \Phi S_2 \quad (22)$$

Onde:

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{j\omega_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\omega_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\omega_P} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Considerando-se, neste caso,  $l_h = A_h e^{j\theta_h}$  e  $z_h = e^{j\omega_h}$ , pode-se formar um sistema de equações simultâneas para o vetor  $\vec{l} = [l_h]$  e resolvê-lo conforme apresentado na subseção 2.5.2, aplicando o método de mínimos quadrados linear para o caso generalizado em que o número de amostras  $N$  é maior do que  $2P$ .

Prony e ESPRIT são considerados métodos de alta resolução. Eles apresentam a vantagem de uma resolução espectral independente do tamanho da janela de tempo, sendo os seus desempenhos na estimação influenciados basicamente pelas características das formas de onda dos sinais [40]. Os dois métodos são praticamente imunes às questões de espalhamento de espectro que afetam a *DFT*, muito embora apresentem custos computacionais mais elevados [29]. A formulação matricial direta de ESPRIT, facilita a sua implementação computacional e torna-o um método com custos de processamento inferiores aos de Prony.

## 2.6 PROCEDIMENTOS DE CARACTERIZAÇÃO

Após a etapa de determinação das componentes espectrais do sinal a partir dos métodos de estimação, devem ser utilizados procedimentos de caracterização do espectro. A caracterização se refere à utilização de métodos para agrupamento e classificação de barras espectrais como harmônicas ou inter-harmônicas, cálculo de índices de distorção, suavização (“*smoothing*”) dos resultados e avaliação de limites [38].

Existem atualmente algumas normas nacionais e internacionais que orientam esse tipo de análise, dentre as quais podem ser citadas a IEEE Std-519 [21] e a IEC 61000-4-7 [38]. Esta última é bastante referenciada na literatura, sobretudo por estabelecer todo o procedimento metrológico necessário para a avaliação das harmônicas. Contudo, algumas críticas podem ser estabelecidas: o único contexto aplicável da norma é o de um sistema de 50,0 Hz ou 60,0 Hz; a metodologia está baseada na utilização da *DFT* com janela de tempo retangular fixa em 200 ms, o que remete a uma resolução espectral de 5,0 Hz; os procedimentos para o tratamento de inter-harmônicas são muito incipientes.

A seguir, são apresentados os principais procedimentos de caracterização utilizados neste trabalho. Por causa do número limitado de referências encontrado, a maior parte deles são adaptações da norma IEC 61000-4-7 [38] para o cenário de avaliação de harmônicas e inter-harmônicas de sinais com fundamentais diferentes de 50,0 Hz e/ou 60,0 Hz e com a utilização dos métodos de estimação que proporcionam altas resoluções espectrais.

Após a determinação da componente fundamental, realiza-se a identificação das componentes harmônicas e inter-harmônicas. Em seguida, é realizado o agrupamento das barras espectrais inter-harmônicas, segundo a Eq. 24.

$$G_{isg,u}^2 = \sum_{h=1}^l A_h^2, \text{ com } u = (2n+1)/2 \text{ e } n = 0, 1, 2, \dots \quad (24)$$

Onde:  $G_{isg,u}$  é a amplitude do grupo de inter-harmônicas  $u$  avaliado pela agregação de todas as  $l$  barras espectrais entre as frequências das harmônicas de ordem  $n$  e  $n+1$ ;  $A_h$  é a amplitude da  $h$ -ésima barra espectral nesse intervalo.

O passo seguinte está relacionado com o cálculo dos índices de distorção. A distorção harmônica total (ou *THD*, do inglês, *Total Harmonic Distortion*) é calculada segundo a Eq. 25. As distorções harmônicas individuais são determinadas pela Eq. 26.

$$THD = \sqrt{\sum_{n=2}^H \left( \frac{V_n}{V_1} \right)^2} \quad (25)$$

$$THDi = \frac{V_n}{V_1} \quad (26)$$

Onde:  $V_n$ , é a amplitude da harmônica de ordem  $n$ ;  $V_1$  é a amplitude da componente fundamental;  $H$  é a maior ordem harmônica identificada .

Para as inter-harmônicas, propõe-se na Eq. 27 o índice de distorção inter-harmônica total (ou *TID*, do inglês *Total Interharmonic Distortion*). Propõe-se também, na Eq. 28, a distorção inter-harmônica individual.

$$TID = \sqrt{\sum_{u=0.5}^U \left( \frac{G_{isg,u}}{V_1} \right)^2} \quad (27)$$

$$TIDi = \frac{G_{isg,u}}{V_1} \quad (28)$$

Onde:  $U$  é o maior grupo de inter-harmônicas,  $G_{isg,u}$ , identificado.

## 2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo foram apresentados os aspectos conceituais e os modelos matemáticos que descrevem o comportamento do motor de indução trifásico e do inversor de frequência no domínio do tempo. Em seguida, foi realizada uma discussão das distorções características na saída do inversor de frequência, destacando-se neste caso a ocorrência de inter-harmônicas. Além disso, foram apresentados os seguintes métodos de estimação do espectro: *DFT*, *Prony* e *ESPRIT*. Por fim, foram discutidos os procedimentos de agrupamento e índices utilizados no trabalho.

# CAPÍTULO 3 – MATERIAIS E METODOLOGIA

## 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo apresenta o ASD onde se realizou a coleta dos sinais de conjugado, velocidade, corrente e tensão elétricas oriundos de um inversor de frequência que alimenta um motor de indução trifásico. Em seguida, são expostas as estruturas dos algoritmos desenvolvidos para os métodos de estimação. São ainda detalhadas as metodologias empregadas: na composição dos sinais de simulação; na aquisição dos dados experimentais; nas análises comparativas dos métodos; e na obtenção e apresentação dos espectros.

## 3.2 MATERIAIS: BANCADA EXPERIMENTAL

O aparato utilizado para a coleta dos dados experimentais está ilustrado no esquema da Fig. 3.1.

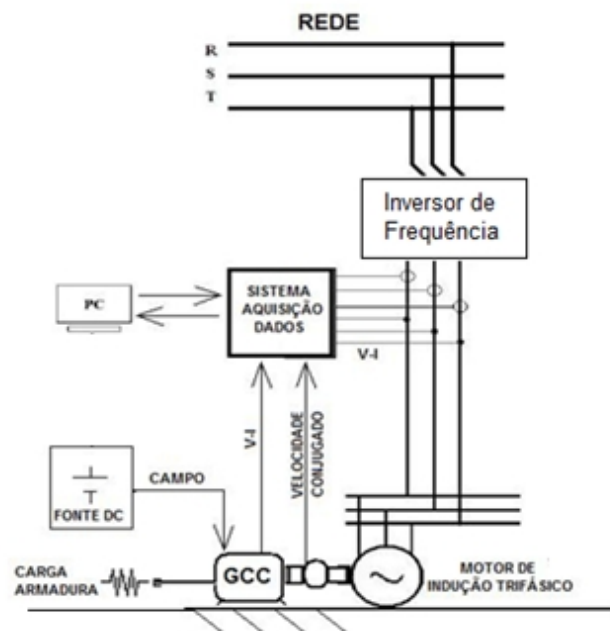


Figura 3.1. Esquema do aparato experimental utilizado para a coleta dos dados.

Na configuração indicada na Fig. 3.1, o sistema se presta como um ASD onde estão presentes um inversor de frequência, um motor de indução trifásico e um gerador de corrente contínua. Através dos ajustes dos parâmetros do gerador, é possível colocar o

motor em condições de carga diferentes. O inversor de frequência utilizado é o *Micromaster Vector*<sup>®</sup> da *Siemens*<sup>™</sup>.

Na Figura 3.2 estão indicados o motor de indução (item 1) e o gerador de corrente contínua (item 3) utilizados.

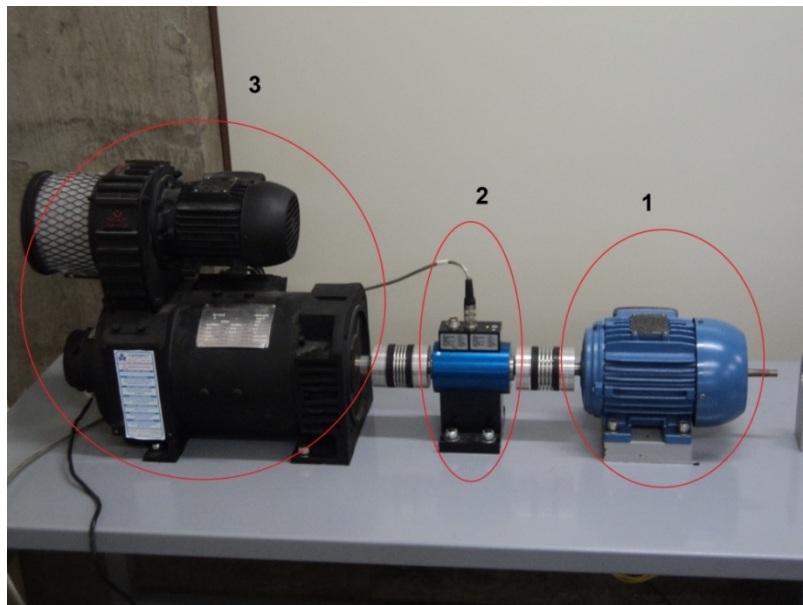


Figura 3.2. Bancada do tipo ASD (inversor não indicado) onde foram coletados os dados experimentais.

A bancada utilizada também é equipada com um sistema de medição composto por:

- Sensor de conjugado dual range (5,0N.m e 50 N.m) do fabricante *Kistler*<sup>™</sup> (item 2, Fig. 3.2), modelo 4503A, capaz, também, de medir a velocidade no eixo;
- Sensores Hall de corrente LAH-25, configurados para medição de corrente nominal de até 25 A; e sensores Hall de tensão LV-20P, configurados para medição de tensão nominal de 250 V, todos do fabricante *LEM*<sup>™</sup>, com classe de precisão inferior a 1% [42]. A saída de ambos os sensores é dada na forma de um sinal de corrente, com valor eficaz entre 0-25mA. O condicionamento dos sinais gerados para esses sensores é realizado através: da conversão para sinal de tensão por meio de uma resistência de 100  $\Omega$ ; e da amplificação do sinal de tensão por meio de um amplificador operacional TL081, que também permite um ajuste de *offset* [42];
- Placa de aquisição de dados NI USB-6221 de 16 canais analógicos de entrada de 16 bits, em modo *single ended*, com taxa de aquisição de até 250 kS/s. O range de entrada configurado foi de  $\pm 10$  V. Os fatores de escala para os sistemas de medição de corrente e tensão, obtidos através de testes de calibração e ajustados via o software da placa DAQ, foram, respectivamente, de 10,5 A/V e 44,7 V/V.

Na Tabela 3.1 estão sumarizadas as principais características do inversor de frequência, do motor de indução trifásico e do gerador de corrente contínua utilizados.

Tabela 3.1. Características dos equipamentos principais da bancada ASD.

Equipamento	Características Importantes
Inversor de Frequência (IF)	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Micromaster Vector (Siemens);</li> <li>· Estratégia de Controle: Escalar;</li> <li>· Modulação PWM Senoidal;</li> <li>· Frequência de Chaveamento: 4,0kHz;</li> </ul>
Motor de Indução Trifásico (MIT)	<ul style="list-style-type: none"> <li>· W21Standard, 60Hz 4 Pólos (WEG)</li> <li>· Potência Nominal: 1,0 cv;</li> <li>· Escorregamento Nominal: 4,44%;</li> <li>· Rotação Nominal: 1720 rpm;</li> <li>· Conjugado Nominal: 4,10 N.m;</li> <li>· Tensão Nominal <math>\Delta</math>: 220V;</li> <li>· Corrente Nominal <math>\Delta</math>: 3,6A;</li> </ul>
Gerador de Corrente Contínua (GCC)	<ul style="list-style-type: none"> <li>· MCC BN1128 (Varimont)</li> <li>· Excitação Independente;</li> <li>· Potência Nominal: 3,0 cv;</li> <li>· Armadura: 250V/11,2A;</li> <li>· Campo: 250V/0,60A;</li> </ul>

### 3.3 ALGORITMOS DOS MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

Os algoritmos desenvolvidos neste trabalho para os métodos paramétricos de *Prony* e *ESPRIT* são considerados adaptativos. Eles permitem encontrar uma quantidade  $N$  de amostras do sinal original e uma ordem  $p$  do modelo utilizado pelo respectivo método que permitam o alcance de um limiar de erro pré-estabelecido.

O índice utilizado para avaliar o erro na estimação das curvas em cada passo de execução dos algoritmos consiste da magnitude, avaliada em decibéis (dB), da razão entre a variância natural da sequência original,  $x[n]$ , e o erro quadrático médio entre a sequência reconstruída,  $\hat{x}[n]$ , e a original. As reconstruções são obtidas a partir dos espectros disponibilizados pelos métodos. A Equação 29 mostra como este índice pode ser calculado, onde  $\bar{X}$  é o valor médio de  $x[n]$ . Nota-se que quanto maior a magnitude desta figura de mérito, menor é o erro cometido.

$$SNR = 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_{n=0}^{N-1} (x[n] - \bar{X})^2}{\sum_{n=0}^{N-1} (x[n] - \hat{x}[n])^2} \right] \quad \text{[dB]} \quad (29)$$

Como entrada dos algoritmos, apresenta-se a sequência  $x[n]$ , que possui  $L$  amostras obtidas usando uma taxa de amostragem  $f_s$  em uma janela de tempo retangular  $T_0$ . Além

disso, fixa-se um valor do índice  $SNR$  a ser atingido, denominado como *threshold error* ( $SNR_{thr}$ ) neste trabalho. Os algoritmos seguem então os seguintes passos:

(i) Inicialização:  $N = \text{máximo}(0,02*L, 40)$ ;  $p = \text{mínimo}(5, N/8)$ ;  $SNR_{atual} = 0$  e  $SNR = 0$ ;

(ii) Enquanto ( $(N \leq L)$  e  $(SNR_{atual} < SNR_{thr})$ ), fazer:

(iii) Para cada  $N$ , enquanto ( $p \leq N/2$ )

(a) Aplica o método de estimação (ESPRIT ou Prony), com  $N$  amostras do sinal original e ordem  $p$ , e obtém os parâmetros do modelo;

(b) Reconstrói o sinal original, obtendo  $\hat{x}[n]$  e calcula o índice  $SNR_{atual}$ ;

(c) Se ( $SNR_{atual} > SNR$ ), então fazer:  $SNR = SNR_{atual}$  e armazena ( $N, p$ ) e parâmetros do modelo;

(d) Compara  $SNR_{atual}$  e  $SNR_{thr}$ :

a. Se ( $SNR_{atual} < SNR_{thr}$ ), então fazer:  $p = p + N/8$ ;

b. Se ( $SNR_{atual} \geq SNR_{thr}$ ), então pára loop interno (iii);

(iv) Se ( $SNR_{atual} < SNR_{thr}$ ), então atualiza:

$N = N + \text{mínimo}(0,10*L, 100)$  e  $p = \text{mínimo}(5, N/8)$  ;

Do algoritmo detalhado acima, pode-se observar que será procurado o primeiro par ( $N, p$ ) que permita alcançar o limiar  $SNR_{thr}$  na estimação. O resultado poderá ser uma quantidade de amostras  $N$ , tal que  $N \leq L$ , e uma ordem  $p$  do modelo, tal que  $p \leq N/2$ . No pior caso, se não é possível encontrar um par que leve a  $SNR_{thr}$ , então o algoritmo avalia todas as possibilidades até  $N = L$  e  $p = L/2$ . Neste caso, será armazenado o par ( $N, p$ ) que levar ao melhor resultado, ainda que inferior ao limiar. Os algoritmos foram implementados no *Matlab*<sup>®</sup>.

### 3.4 METODOLOGIA PARA OBTENÇÃO DOS SINAIS

Neste trabalho, são empregados sinais experimentais coletados em uma bancada ASD e sinais sintéticos, gerados por simulação através de modelos matemáticos específicos. A seguir são detalhadas as metodologias utilizadas na obtenção dessas curvas.

#### 3.4.1 Sinais Sintéticos

Para realizar comparações com os resultados do trabalho [29], são utilizados quatro grupos de sinais sintéticos, cujas amostras são obtidas a partir da simulação do modelo



analítico estabelecido no *Matlab*<sup>®</sup> em uma janela de tempo retangular de 200 ms, com uma taxa de amostragem de 5,0 kHz. Para atender o padrão contemplado na norma IEC 61000-4-7 [38, 29], fixa-se a frequência fundamental nominal de 50 Hz nos sinais simulados, observadas as variações pertinentes a cada estudo. Os conjuntos formados foram os seguintes:

- Estudo de Caso 1 (EC1): neste estudo são empregados 11 sinais. Cada sinal é formado sobrepondo uma componente inter-harmônica de frequência  $f_{IH}$  à componente fundamental de frequência  $f = 50,00$  Hz. As frequências  $f_{IH}$  utilizadas variam de 70,0 Hz a 80,0 Hz em passos de 1,0 Hz. O modelo está indicado na Eq. 30.

$$x_i(t) = 1,0 * \cos(2\pi f t) + 0,0010 * \cos(2\pi f_{IH} t + \pi / 6) \quad (30)$$

- Estudo de Caso 2 (EC2): semelhante ao estudo anterior, contudo a componente fundamental passou a ter uma frequência  $f' = 50,02$  Hz. O modelo está indicado na Eq. 31.

$$x_i(t) = 1,0 * \cos(2\pi f' t) + 0,0010 * \cos(2\pi f_{IH} t + \pi / 6) \quad (31)$$

- Estudo de Caso 3 (EC3): neste estudo são empregados 6 sinais. Cada sinal é formado sobrepondo um par de componentes inter-harmônicas,  $f_{IH1}$  e  $f_{IH2}$ , simétricas a 75,0 Hz, à componente fundamental  $f = 50,00$  Hz. A distância dos pares à frequência central foi variada entre 0,0 Hz e 5,0 Hz em passos de 1,0 Hz. O modelo está indicado na Eq. 32, onde:  $f_{IH1} = 75 + i$  e  $f_{IH2} = 75 - i$ , com  $i = 0, 1, \dots, 5$ .

$$x_i(t) = 1,0 * \cos(2\pi f t) + 0,0010 * \cos(2\pi f_{IH1} t + \pi / 6) + 0,0010 * \cos(2\pi f_{IH2} t - \pi / 6) \quad (32)$$

- Estudo de Caso 4 (EC4): neste estudo são empregados 15 sinais. Em cada sinal, existe a fundamental de frequência  $f = 50,00$  Hz, uma componente harmônica de 5ª ordem com frequência  $f_{Base}$ , e um par de inter-harmônicas,  $f_{IH1}$  e  $f_{IH2}$ , simétricas a  $f_{Base}$ . Em cada sinal  $f_{Base}$  assume um valor diferente, variando entre 249,0 Hz e 251,0 Hz em passos de 0,5 Hz. Além disso, para cada  $f_{Base}$  a distância entre o par de inter-harmônicas,  $f_{IH1}$  e  $f_{IH2}$ , e a 5ª harmônica assume um valor de 4,0 Hz, 5,0 Hz ou 6,0 Hz, gerando três curvas diferentes para aquela  $f_{Base}$ . O modelo está indicado na Eq. 33, onde:  $f_{Base} = 249,0, 249,5, \dots, 251,0$  e  $f_{IH1} = f_{Base} + i$  e  $f_{IH2} = f_{Base} - i$ , com  $i = 4, 5$  e  $6$ .

$$x_i(t) = 1,0 * \cos(2\pi f t) + 0,80 * \cos(2\pi f_{Base} t + \frac{\pi}{6}) + 0,10 * \cos(2\pi f_{IH1} t + \frac{\pi}{6}) + 0,10 * \cos(2\pi f_{IH2} t - \frac{\pi}{6}) \quad (33)$$

As características específicas de cada um desses conjuntos de sinais são as seguintes: o conjunto de sinais EC1 contempla, para o caso da *DFT*, a ocorrência de inter-harmônicas múltiplas e/ou não-múltiplas da resolução espectral estabelecida (i.e., 5,0 Hz); o conjunto EC2 simula uma situação de *dessincronização* da *DFT* por causa do desvio da componente fundamental; o conjunto EC3 aborda a ocorrência do efeito de modulação causado pelas inter-harmônicas; e o último conjunto EC4 simula uma situação supostamente mais severa para a correta estimação do sinal, onde se insere um efeito de *dessincronização*, com o desvio da frequência da harmônica de 5ª ordem, e um efeito de modulação, com um par de inter-harmônicas simétricas a esta harmônica.

Para uma ilustração da forma de onda dos sinais sintéticos EC4, na Fig. 3.3 é apresentado um dos sinais do grupo para o caso de  $f_{Base} = 251,0$  Hz e uma distância de 4,0Hz do par de inter-harmônicas.

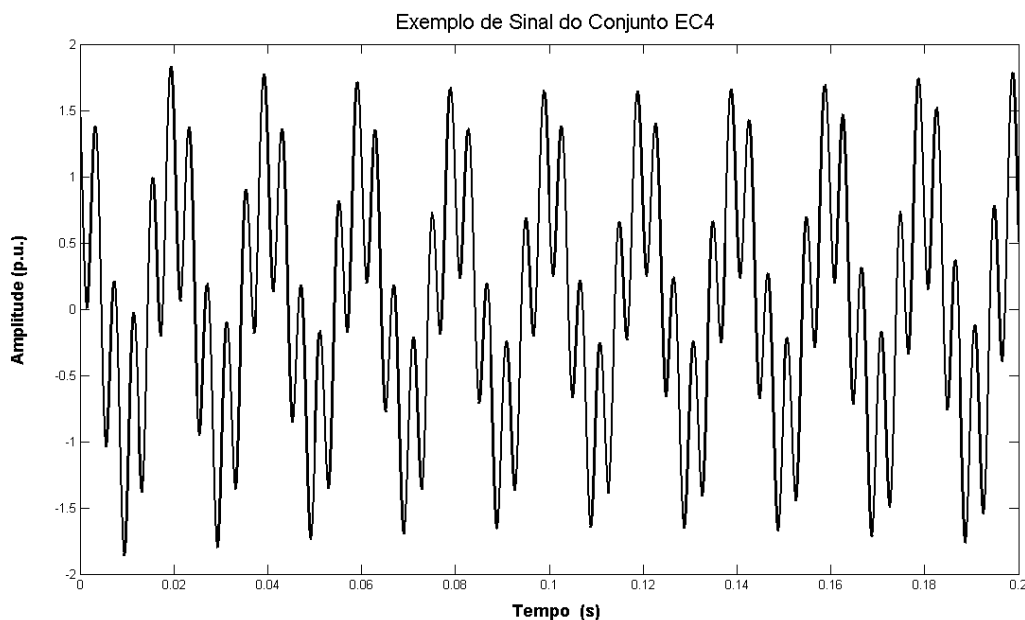


Figura 3.3. Um sinal do conjunto EC4:  $f_{Base} = 251,0$  Hz,  $f_{IH1} = 247,0$  Hz e  $f_{IH2} = 255,0$  Hz.

### 3.4.2 Sinais Experimentais

A aquisição dos dados experimentais no aparato detalhado na seção 3.2, está organizada através de dois experimentos principais denominados como: Experimento de Carga Fixa e Experimento de Conjugado Fixo. Os nomes dados a estes dois experimentos referem-se à condição de carregamento mecânico do motor em cada caso.

Pela alteração ou fixação dos parâmetros do gerador de corrente contínua acoplado ao eixo do MIT, estabelece-se:

- Carga Fixa: tensão de campo fixa em 51,0 V e corrente de campo fixa em 0,15 A, de forma a exigir o conjugado nominal do MIT (4,10 N.m) em condições nominais de alimentação (Conexão  $\Delta$  220V, 60Hz);
- Conjugado Fixo: para cada frequência nominal de acionamento programada no inversor, ajuste da tensão de campo do GCC e, portanto, da corrente de campo, para exigir sempre o mesmo conjugado do MIT (4,10 N.m).

Cada experimento consiste de 10 ensaios referentes a uma frequência nominal de acionamento programada no inversor entre 15,0 Hz e 60,0 Hz, em passos de 5,0 Hz. Em cada ensaio, o procedimento básico é composto dos seguintes passos: ajuste da condição de carga através do GCC, quando necessário; programação da frequência fundamental de saída desejada no inversor de frequência; partida e espera de 20s para o sistema entrar em regime permanente; aquisição da matriz de dados do ensaio, contendo as amostras das três tensões de linha ( $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  e  $V_{ca}$ ) e das três correntes de linha na saída do inversor ( $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ ), da velocidade e do conjugado no eixo do sistema. Em todos os casos, as aquisições dos sinais ocorrem a uma taxa de aquisição de 10,0 kHz, para uma janela retangular de 4,0 s.

Ao todo, são obtidos 120 sinais, sendo 60 deles referentes às tensões e os 60 restantes referentes às correntes. Nas Figuras 3.4 e 3.5 a seguir estão ilustrados, respectivamente, as formas de onda das curvas da tensão de linha  $V_{ca}$  e da corrente de linha  $I_b$  para o caso da frequência nominal de acionamento de 30,0 Hz no experimento de Carga Fixa.

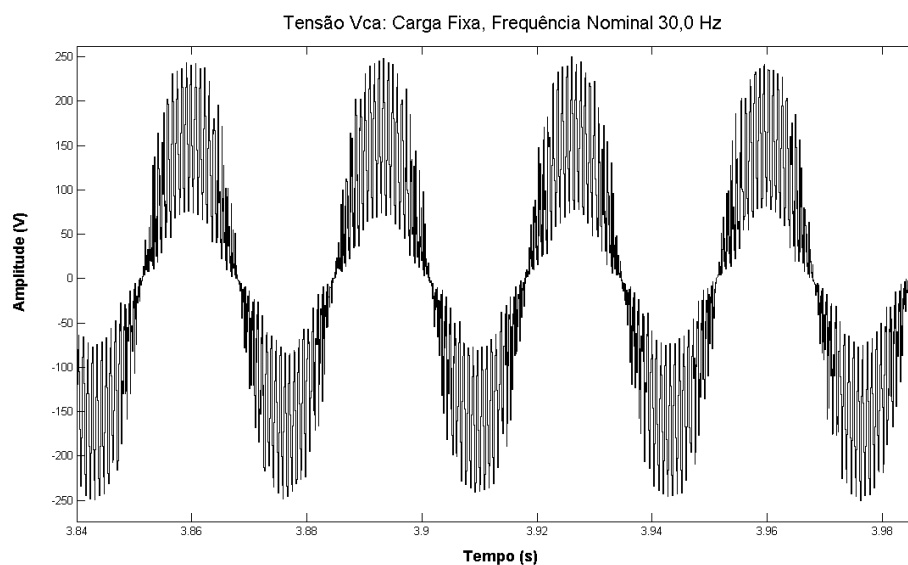


Figura 3.4. Forma de onda da tensão de linha  $V_{ca}$  para o caso de Carga Fixa a 30,0 Hz.

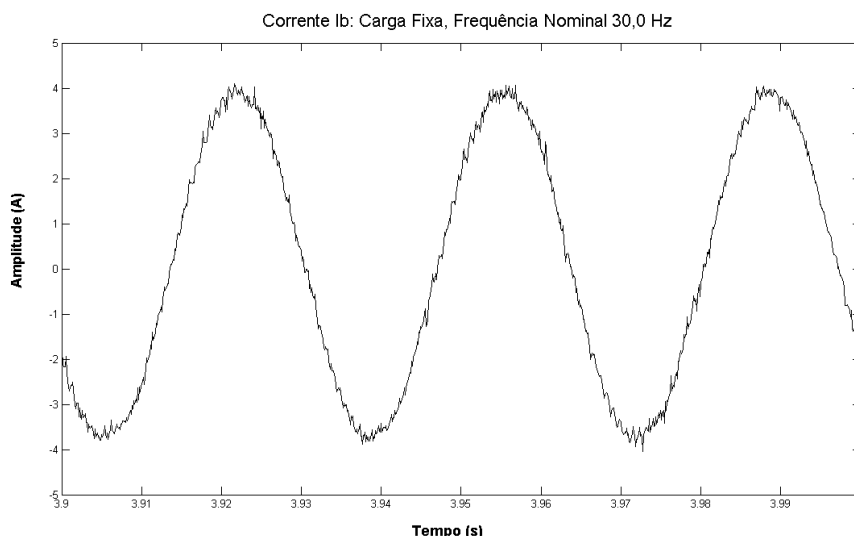


Figura 3.5. Forma de onda da corrente de linha  $I_b$  para o Caso de Carga Fixa a 30,0 Hz.

### 3.5 METODOLOGIA DAS ANÁLISES COMPARATIVAS

Nesta seção, são descritas as metodologias empregadas para a análise comparativa dos métodos de estimação. Essa análise é conduzida em duas séries de testes: a primeira série considera a realização de experimentos numéricos com os conjuntos de sinais sintéticos; a segunda série de testes considera a aplicação dos métodos de estimação em todas as curvas experimentais de tensão e corrente elétricas coletadas na etapa experimental.

#### 3.5.1 Primeira Série de Testes: experimentos numéricos

Na primeira série de testes, os métodos *Prony*, *ESPRIT* e *DFT* são comparados através do erro, avaliado pelo índice *SNR*, na estimação das curvas dos conjuntos de sinais *EC1*, *EC2*, *EC3* e *EC4* (subseção 3.4.1).

A metodologia básica desses experimentos numéricos consiste em aplicar os algoritmos adaptativos dos métodos paramétricos e o algoritmo da *DFT* a cada conjunto de sinais sintéticos, anotando os índices *SNR* alcançados por cada método.

Para o caso dos algoritmos adaptativos, fixa-se, nesta série de testes, um *threshold error* ( $SNR_{thr}$ ) de 150 dB como critério de parada para a aplicação dos métodos paramétricos de *Prony* e *ESPRIT*. Conforme detalhado na seção 3.3, a quantidade de amostras utilizadas por esses métodos será encontrada pelo próprio algoritmo. Por outro lado, à *DFT* é permitida a utilização de todos os pontos da janela retangular de 200 ms estabelecida durante a construção dos sinais sintéticos, o que permite assegurar uma resolução espectral de 5,0 Hz na aplicação desse método.

### 3.5.2 Segunda Série de Testes: dados experimentais

A segunda série de testes consiste da análise comparativa dos métodos de *Prony* e *ESPRIT* através do índice *SNR* e da quantidade de amostras utilizadas na estimação dos sinais experimentais obtidos (subseção 3.4.2).

Nesta série de testes, estabelece-se um *threshold error* de 35 dB na reconstrução de cada um dos 120 sinais experimentais de tensão e corrente. Além disso, limita-se que cada método possa utilizar até 1.000 amostras para as curvas de corrente e até 5.000 amostras para as curvas de tensão. Isso significa que, considerando-se a taxa de amostragem de 10,0 kHz utilizada, analisa-se uma janela de tempo máxima de 100 ms para as correntes e de 500 ms para as tensões.

### 3.6 OBTENÇÃO E APRESENTAÇÃO DOS ESPECTROS

Os espectros obtidos a partir da aplicação dos métodos em cada sinal experimental são tratados de forma a se realizar a seleção das componentes com energia mais significativa, que, neste trabalho, são estabelecidas como aquelas que apresentam, no mínimo, 1% da amplitude das fundamentais. Após isso, identificam-se as componentes harmônicas e inter-harmônicas. Os grupos de inter-harmônicas e os índices são calculados segundo as adaptações da norma IEC 61000-4-7 [38], destacadas no capítulo 2.

As etapas principais da metodologia empregada na análise dos sinais coletados à saída do inversor, descrita no decorrer deste capítulo, estão sumarizadas no esquema apresentado na Fig. 3.6.

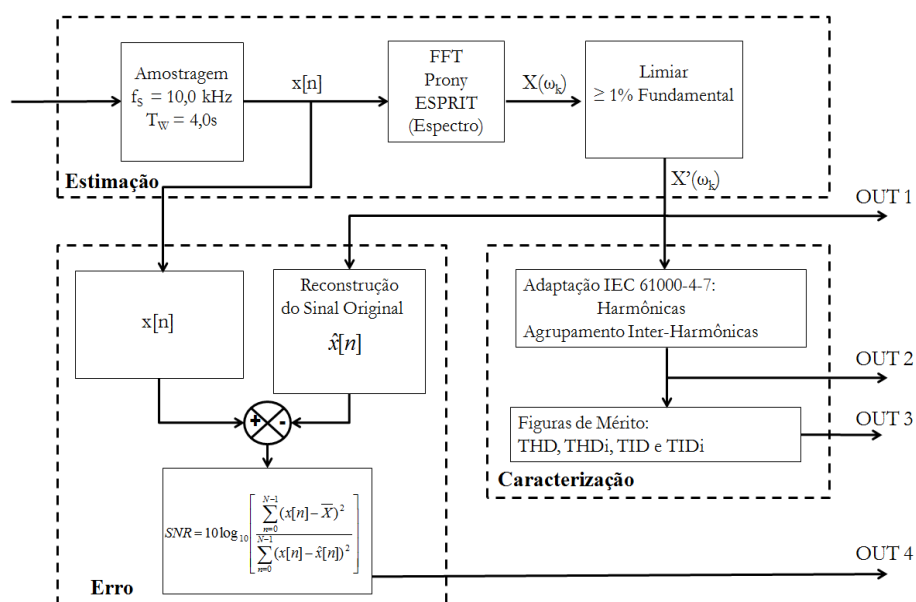


Figura 3.6. Etapas da metodologia empregada na análise dos sinais do inversor.

### **3.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este capítulo iniciou-se pela apresentação do aparato utilizado para a geração de sinais reais de um *ASD*. Em seguida, foi discutida a estrutura dos algoritmos adaptativos implementados para a aplicação dos métodos paramétricos de *Prony* e *ESPRIT*. Discutiu-se a metodologia empregada para a aquisição dos sinais experimentais e geração dos sinais simulados, que se prestaram para as análises comparativas. Descreveu-se a metodologia das análises comparativas com os dados simulados e os dados experimentais. Em seguida, foram detalhados os procedimentos empregados para a obtenção e apresentação dos espectros dos sinais experimentais.

# CAPÍTULO 4 - RESULTADOS E ANÁLISES

## 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo, são apresentados os principais resultados dos testes computacionais que viabilizam a seleção do método mais adequado para a estimação do espectro dos sinais de tensão e corrente elétricas à saída do inversor de frequência. Além disso, são apresentados os resultados relacionados aos espectros e os índices que permitem caracterizar os sinais coletados em um *ASD* experimental. São ainda exibidos os resultados que mostram o comportamento do conjugado do MIT nas condições estabelecidas no capítulo anterior.

## 4.2 ANÁLISES COMPARATIVAS DOS MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO

Conforme destacado nos capítulos anteriores, os métodos de estimação são comparados em duas séries de testes: a primeira série está relacionada com experimentos numéricos realizados com conjuntos de sinais sintéticos; e a segunda série de testes considera a aplicação dos métodos de estimação em todas as curvas experimentais de tensão e corrente coletadas para cada frequência de acionamento em cada condição de carga do *ASD* experimental.

### 4.2.1 Primeira Série de Testes: experimentos numéricos

A primeira série de testes consiste da aplicação dos métodos de estimação do espectro nos quatro conjuntos de sinais sintéticos denominados como *EC1*, *EC2*, *EC3* e *EC4*. Cada um desses conjuntos possui características próprias que se prestam para expor os métodos a situações em que ocorrem inter-harmônicas e/ou desvio da frequência de alguma componente espectral do sinal.

Nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 são apresentados os índices SNR alcançados, respectivamente, pela DFT e pelos métodos de Prony e ESPRIT com os conjuntos de sinais sintéticos *EC1* e *EC2*. Os valores do índice *SNR* permitem avaliar o erro cometido e o limiar especificado nesta série de testes para os algoritmos adaptativos dos métodos paramétricos é de 150 dB.

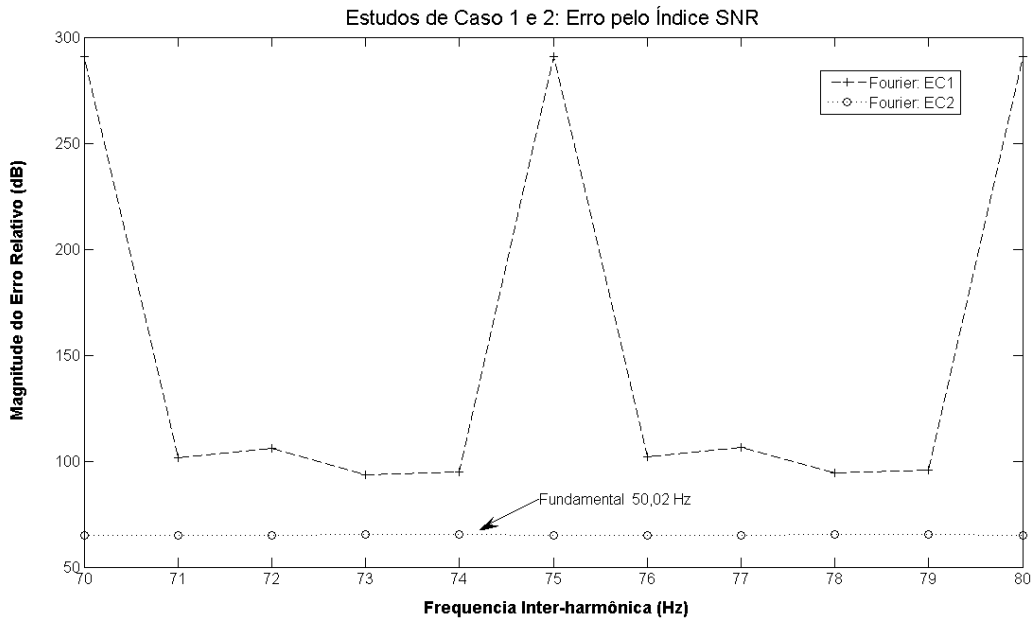


Figura 4.1. Desempenho pelo índice SNR da DFT para os conjuntos de sinais *EC1* e *EC2*.

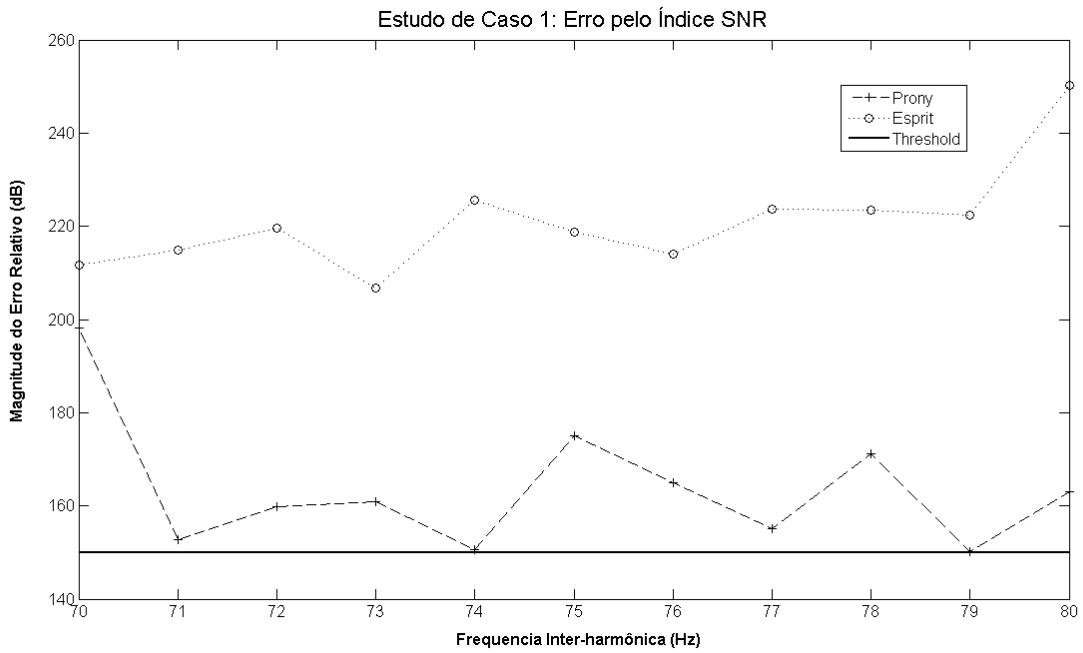


Figura 4.2. Desempenho pelo índice SNR do método de Prony e ESPRIT para os sinais *EC1*.



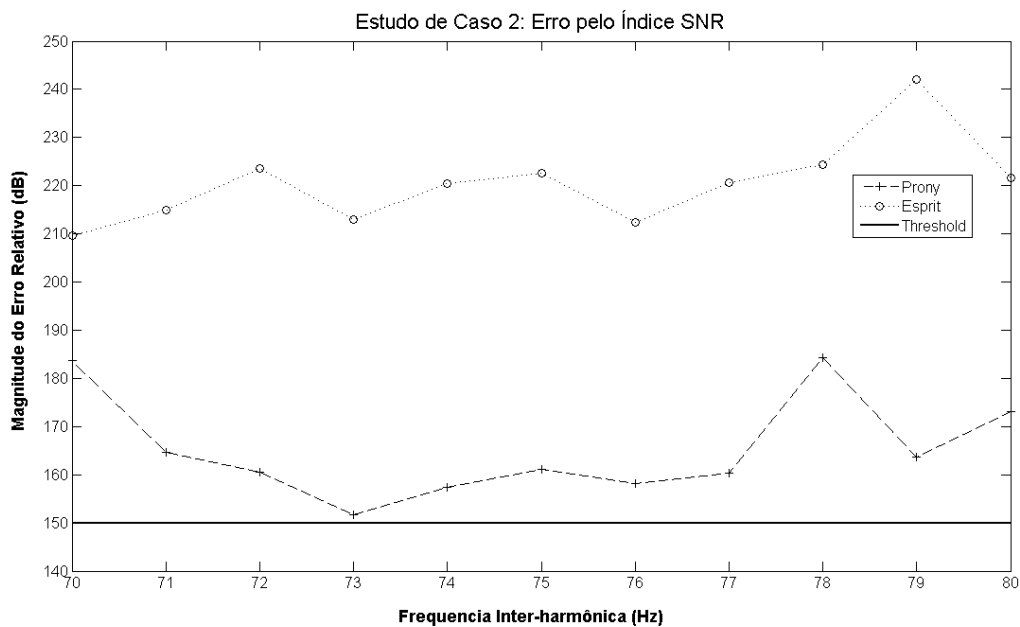


Figura 4.3. Desempenho pelo índice SNR do método de Prony e ESPRIT para os sinais *EC2*.

Na Figura 4.1 é possível observar que no estudo *EC1* a DFT não consegue estimar corretamente as componentes inter-harmônicas que não são múltiplas da resolução espectral de 5,0 Hz. De fato, o que se observa nestas situações é o fenômeno de espalhamento do espectro, que resulta em erros no processo de estimação do espectro e num menor valor para o índice *SNR*. No estudo *EC2*, a DFT mostrou-se sensível ao problema da *dessincronização*. A mudança da frequência da fundamental para 50,02 Hz culminou em erros de estimação de todo o espectro na vizinhança de 50,0 Hz a 100,0 Hz.

Conforme apresentado nas Figuras 4.2 e 4.3, os métodos paramétricos de Prony e ESPRIT exibem melhor desempenho nos dois estudos de caso *EC1* e *EC2*, permanecendo acima do limiar de 150 dB em todos os testes. Esse resultado mostra que os métodos paramétricos são menos suscetíveis à questão da *dessincronização* e apresentam resolução espectral muito superior. Acrescenta-se a informação de que, na execução destes testes, esses métodos atingiram o desempenho desejado com a utilização de um pequeno número de amostras (na maioria dos testes, inferior a 140 amostras, o que dá uma janela de tempo inferior a 28,0 ms).

Nas Figuras 4.4 e 4.5 estão indicados, respectivamente, os índices *SNR* alcançados pela DFT e pelos métodos de Prony e ESPRIT com o conjunto de sinais sintéticos *EC3*.

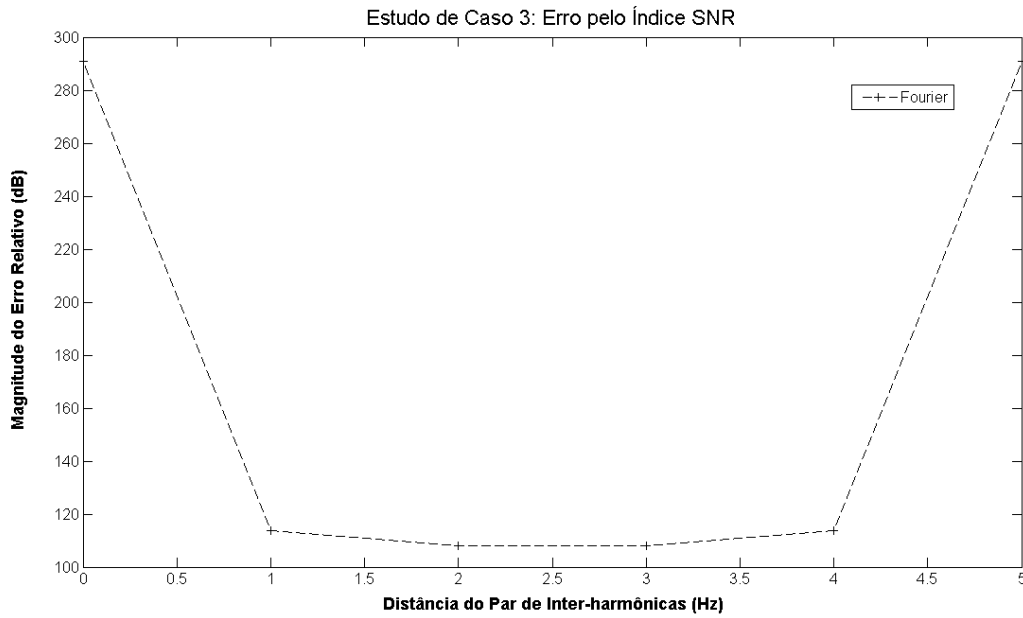


Figura 4.4. Desempenho pelo índice SNR da DFT para os conjuntos de sinais *EC3*.

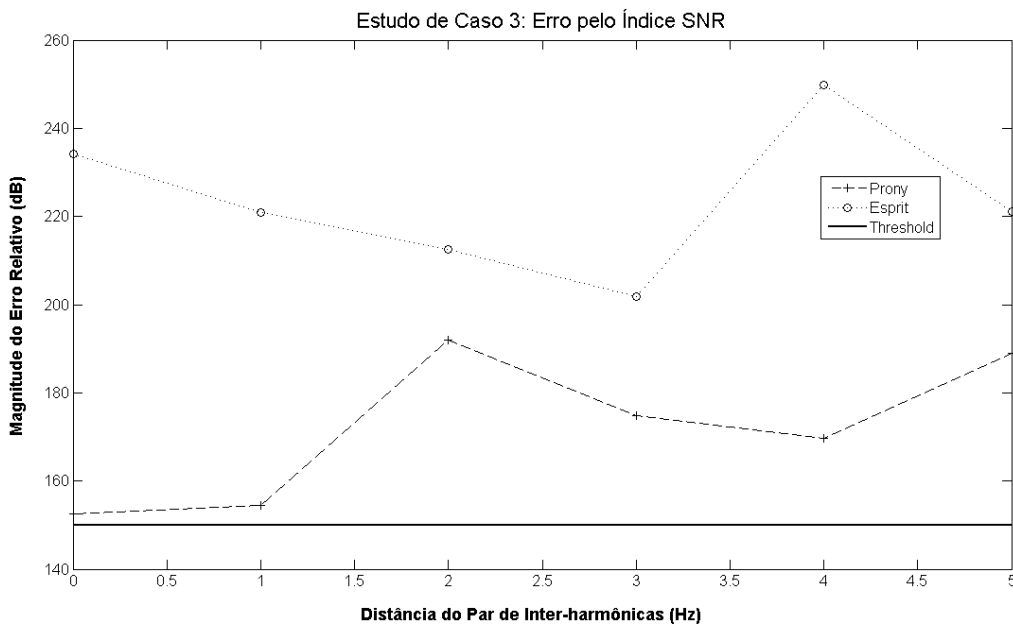


Figura 4.5. Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais *EC3*.

Os resultados da Fig. 4.4 mostram que a DFT apresenta um pior desempenho para os casos em que os pares de componentes inter-harmônicas em torno de 75,0 Hz não são múltiplos da resolução de 5,0 Hz. Nessas mesmas condições de testes, os métodos de Prony e ESPRIT apresentaram o desempenho desejado, isto é, um índice SNR superior a 150dB (Fig. 4.5), em todos os casos. Na maioria destes testes, os métodos paramétricos utilizaram menos do que 240 amostras (janela de 48,0 ms).

As Figuras 4.6, 4.7 e 4.8 apresentam os resultados obtidos para o conjunto de sinais do estudo *EC4* quando da aplicação da DFT, Prony e ESPRIT, respectivamente.

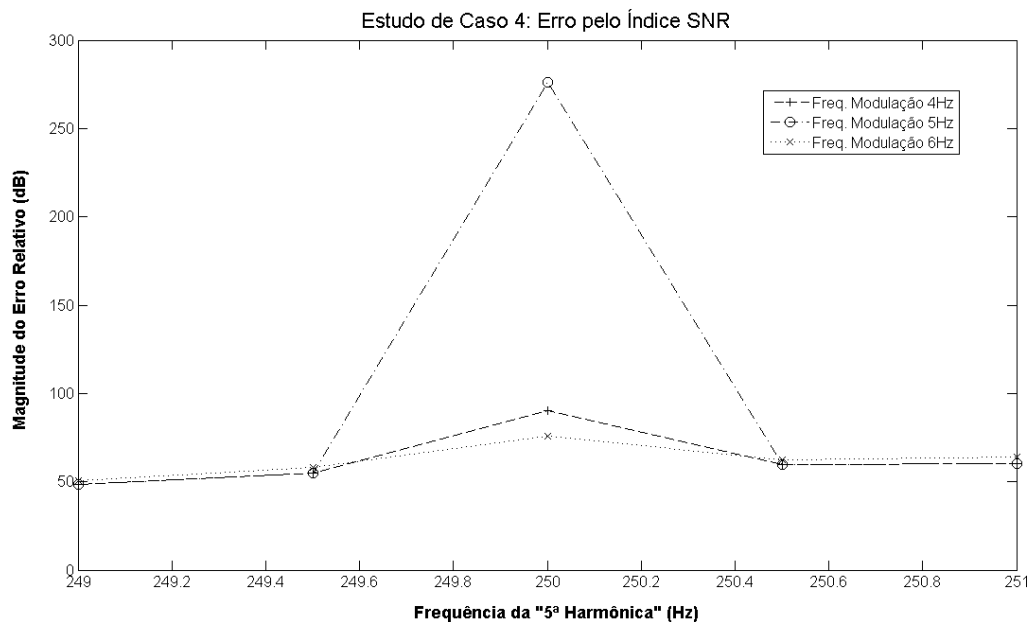


Figura 4.6. Desempenho pelo índice SNR da DFT para os conjuntos de sinais *EC4*.

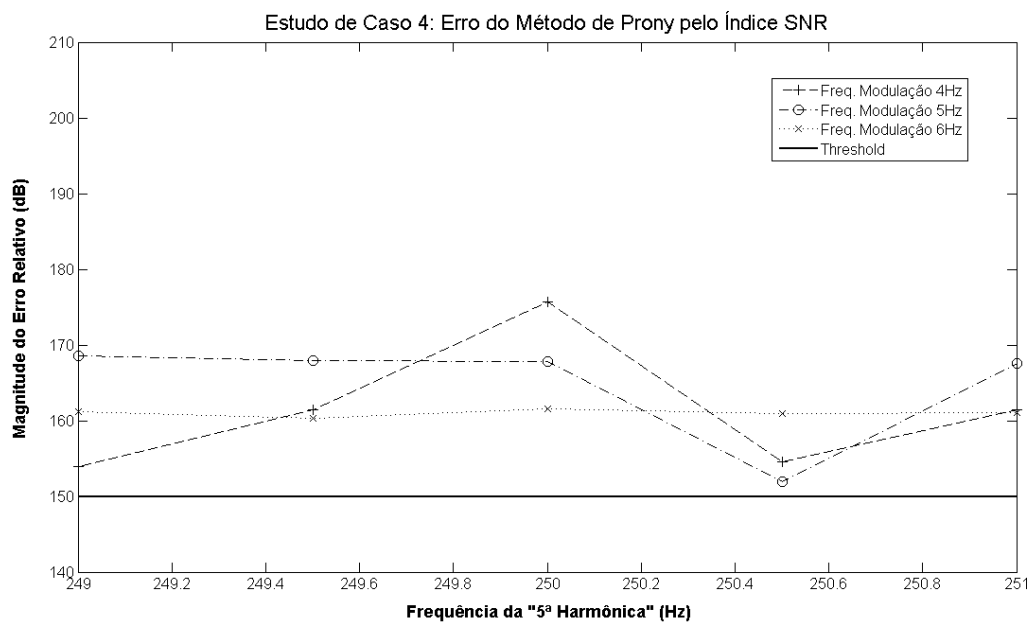


Figura 4.7. Desempenho pelo índice SNR do método de Prony para os sinais *EC4*.

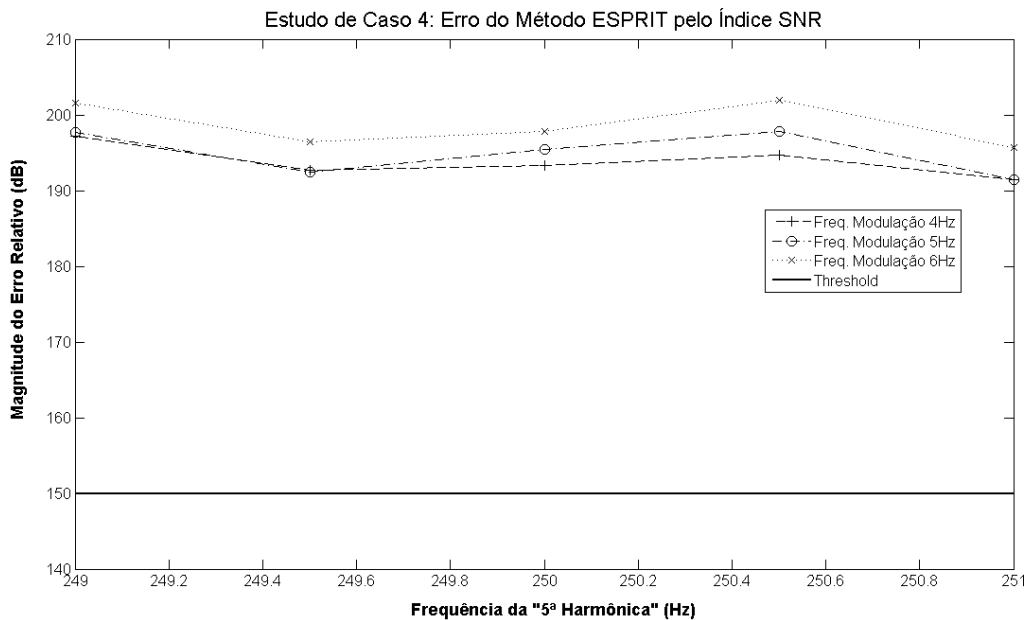


Figura 4.8. Desempenho pelo índice SNR por ESPRIT para os sinais *EC4*.

Os sinais sintéticos do conjunto *EC4* representam as situações mais severas para a estimação do espectro nesta primeira série de testes. São apresentados aos métodos sinais com características como *dessincronização* com a 5ª harmônica e modulação por um par de inter-harmônicas. Conforme mostrado na Fig. 4.6, a DFT apresentou o melhor desempenho no caso em que a 5ª harmônica permanece no seu valor nominal, 250,0 Hz, e o par de inter-harmônicas está a uma distância de 5,0 Hz desta. Os métodos de Prony (Fig. 4.7) e ESPRIT (Fig. 4.8) apresentam desempenhos dentro do esperado em todos os testes.

Os resultados obtidos nesta primeira série de testes mostram que os métodos paramétricos de Prony e ESPRIT permaneceram praticamente imunes à questão da *dessincronização* e à presença de inter-harmônicas. Considerando-se que esses fenômenos são observados na saída do inversor de frequência, os resultados apresentados indicam, portanto, que a aplicação dos métodos paramétricos poderia fornecer resultados mais confiáveis para uma análise do espectro dos sinais de tensão e corrente nesse cenário.

Outra observação que pode ser feita com base nos resultados desta seção é o aparente desempenho superior do método de estimação baseado em ESPRIT, confirmando os resultados encontrados pelos autores do trabalho [29], onde este método também se mostrou superior para análise de sinais com a natureza semelhante aos dos utilizados nesta primeira série de testes.

Contudo, as versões adaptativas dos algoritmos implementados para Prony e ESPRIT permitem inferir que o desempenho do primeiro poderia até mesmo ser superior ao indicado nos resultados apresentados se o limiar fosse superior a 150 dB. Os resultados desta seção mostram que o método baseado em ESPRIT foi, para o conjunto de sinais analisado, mais

sensível à variação de parâmetros como a ordem do modelo e o número de amostras utilizadas. De fato, com os sinais sintéticos utilizados nesta seção, conclui-se que este método foi melhor que o de Prony e mais rápido (menor tempo de processamento). Contudo, para sinais de comportamento um pouco mais complexo, isto é, com estacionariedade menos evidente, como é o caso dos sinais à saída do inversor de frequência, o método de Prony apresenta melhores resultados. Este certamente é um motivo para que alguns autores optem por este método quando analisando sinais à saída do inversor [31, 30].

#### **4.2.2 Segunda Série de Testes: dados experimentais**

Considerando-se os resultados apresentados na subseção anterior, na segunda série de testes considera-se uma análise comparativa dos métodos paramétricos de Prony e ESPRIT. São conduzidas análises dos sinais de tensão e corrente elétricas coletados à saída de um inversor de frequência em um *ASD* experimental.

Conforme detalhado no capítulo 3, nos experimentos realizados o motor é colocado em duas condições diferentes de carregamento mecânico: Carga Fixa e Conjugado Fixo. Para cada condição de carga, a frequência fundamental nominal de acionamento é programada no inversor entre 15,0 Hz e 60,0 Hz. Para cada passo de 5,0 Hz, os dados são coletados e armazenados, gerando desta forma 20 curvas para cada uma das três tensões de linha e para cada uma das três correntes de linha, totalizando 120 curvas.

No que se segue, são apresentados os resultados referentes às curvas da tensão de linha  $V_{ca}$  e da corrente de linha  $I_b$ . Os resultados completos para todas as curvas dos dois experimentos realizados podem ser consultados nas tabelas disponibilizadas nos Apêndices 1 e 2. A seguir, os algoritmos adaptativos dos métodos paramétricos são comparados em termos do erro cometido, avaliado pelo índice *SNR*. Utiliza-se um limiar de 35 dB em todos os testes e limita-se a utilização máxima de 5.000 pontos para as curvas de tensão (janela de tempo de 500 ms) e de 1.000 pontos para as curvas de corrente (janela de tempo de 100 ms).

Nas Figuras 4.9 e 4.10 são apresentados, respectivamente, os índices *SNR* alcançados e o número de amostras utilizadas por cada um dos métodos na análise das curvas de tensão de linha  $V_{ca}$ , para cada frequência de acionamento programada no inversor no experimento de Carga Fixa.

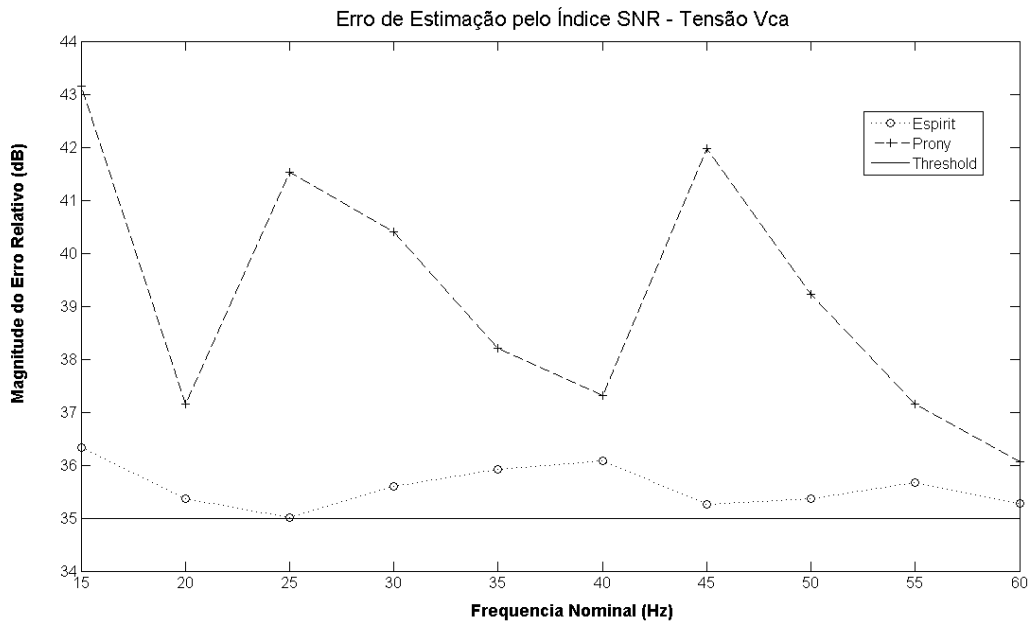


Figura 4.9. Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $V_{ca}$  do Experimento de Carga Fixa.

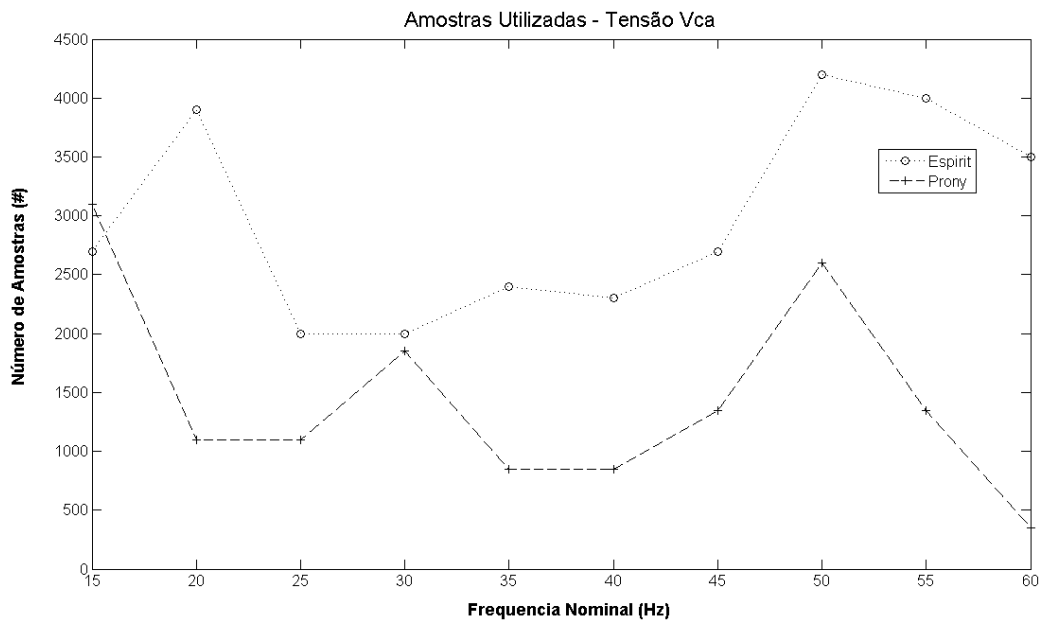


Figura 4.10. Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $V_{ca}$  do Experimento de Carga Fixa.

Nas Figuras 4.11 e 4.12 são apresentados gráficos semelhantes referentes à análise das curvas de corrente de linha  $I_b$  para cada frequência de acionamento programada no inversor no experimento de Carga Fixa.

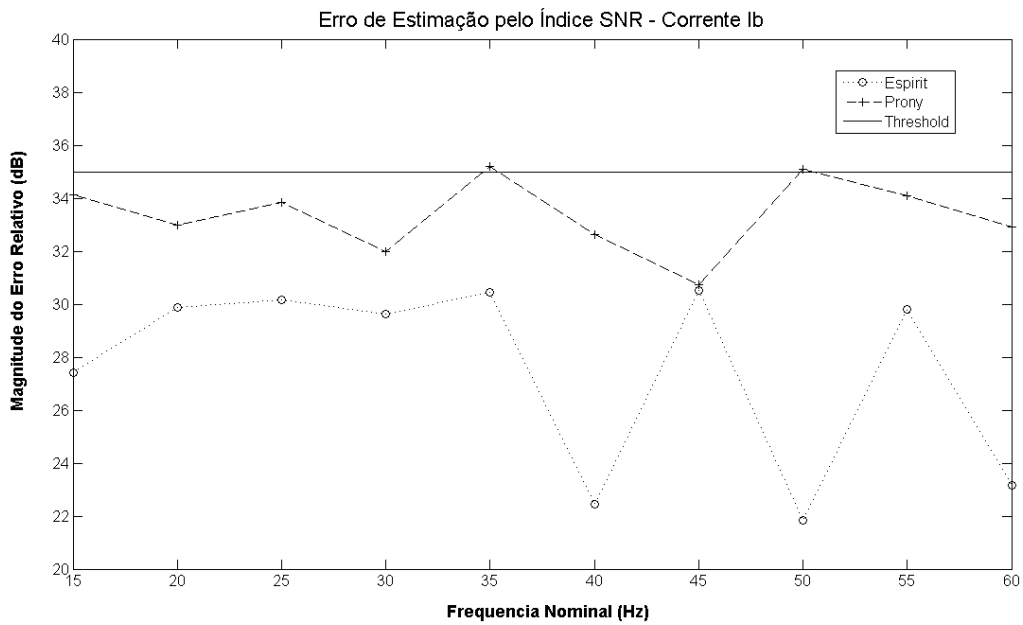


Figura 4.11. Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $I_b$  do Experimento de Carga Fixa.

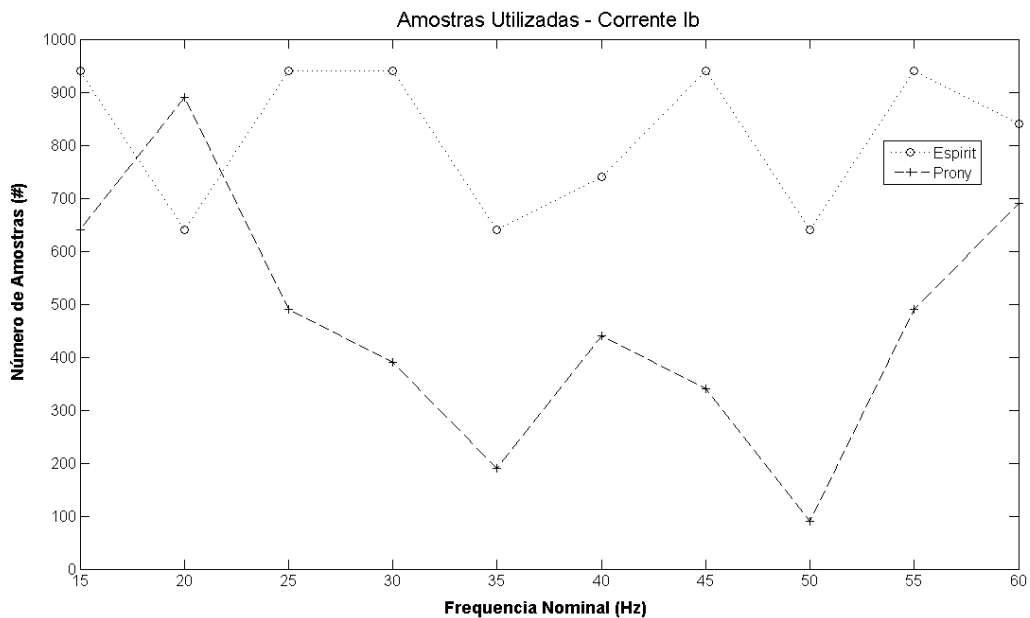


Figura 4.12. Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $I_b$  do Experimento de Carga Fixa.

Dos resultados apresentados nas Figuras 4.9 e 4.11, observa-se que Prony atingiu índices SNR superiores aos de ESPRIT na estimação das curvas de tensão e corrente do inversor. Além disso, observando as Figuras 4.10 e 4.12, nota-se que esse método utiliza uma menor quantidade de amostras para alcançar tal performance. Todavia, os resultados apresentados na Fig. 4.11 mostram que, na análise das curvas de corrente, para a maior

parte das frequências nominais, ambos os métodos não conseguiram atingir o limiar de 35 dB estipulado.

Para avaliar se a condição de carregamento mecânico poderia interferir na configuração das formas de onda e, assim, introduzir alterações significativas nos resultados dos métodos, foram conduzidas análises semelhantes com as curvas coletadas no experimento de Conjugado Fixo. Nas Figuras 4.13 e 4.14 são apresentados, respectivamente, os índices SNR alcançados e o número de amostras utilizadas na análise das curvas de tensão de linha  $V_{ca}$  para cada frequência de acionamento do inversor.

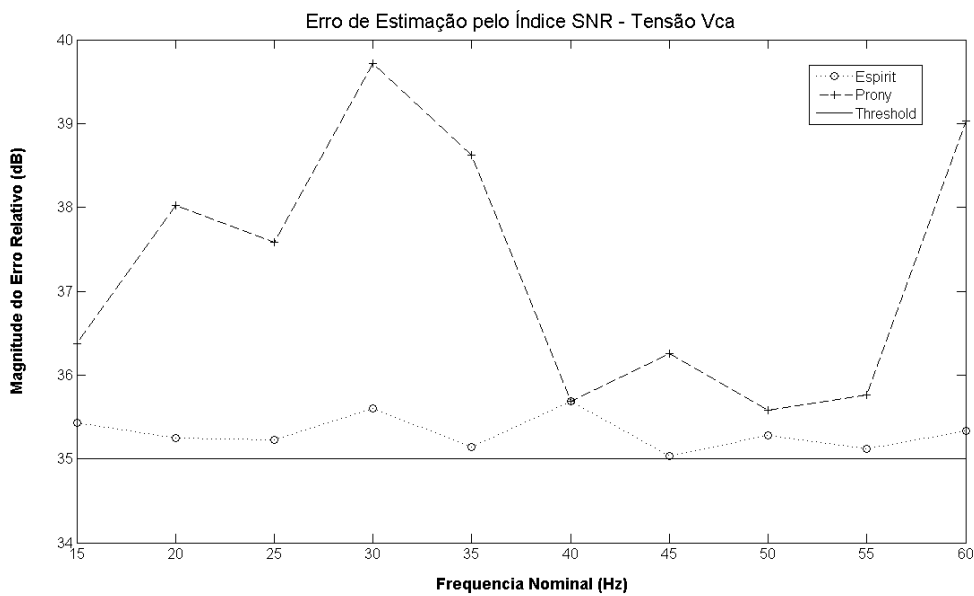


Figura 4.13. Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $V_{ca}$  do Experimento de Conjugado Fixo.

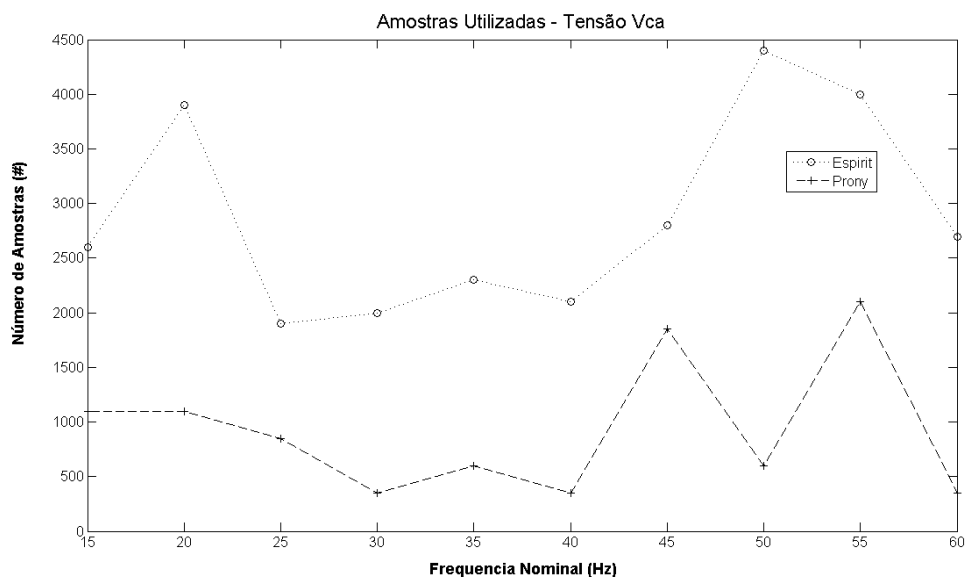


Figura 4.14. Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $V_{ca}$  do Experimento de Conjugado Fixo.



Nas Figuras 4.15 e 4.16 são apresentados gráficos referentes ao índice SNR alcançado e ao número de amostras utilizadas na análise das curvas de corrente de linha  $I_b$  do experimento de Conjugado Fixo.

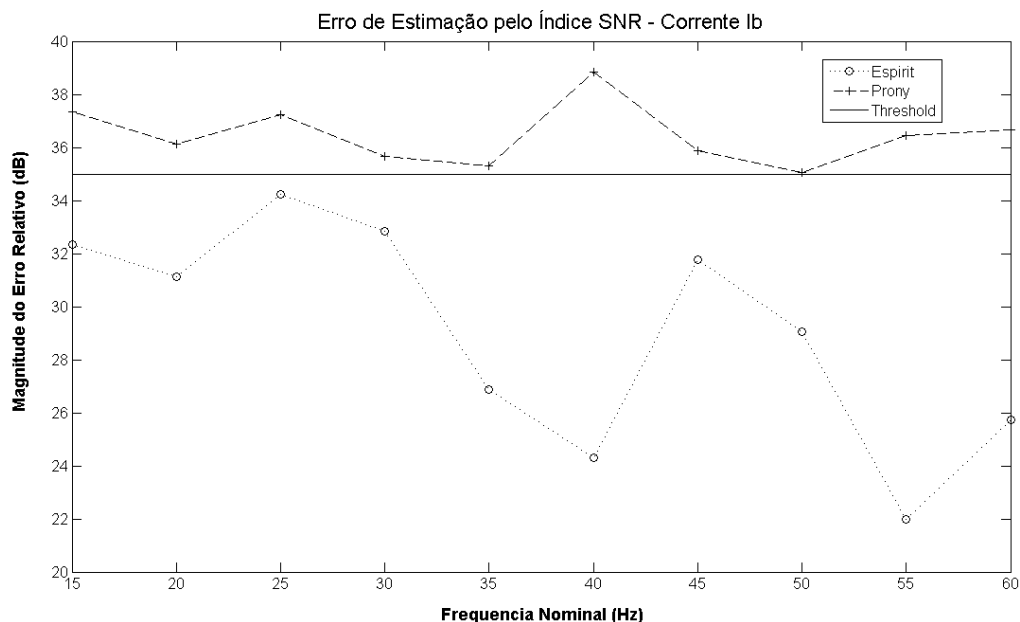


Figura 4.15. Desempenho pelo índice SNR dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $I_b$  do Experimento de Conjugado Fixo.

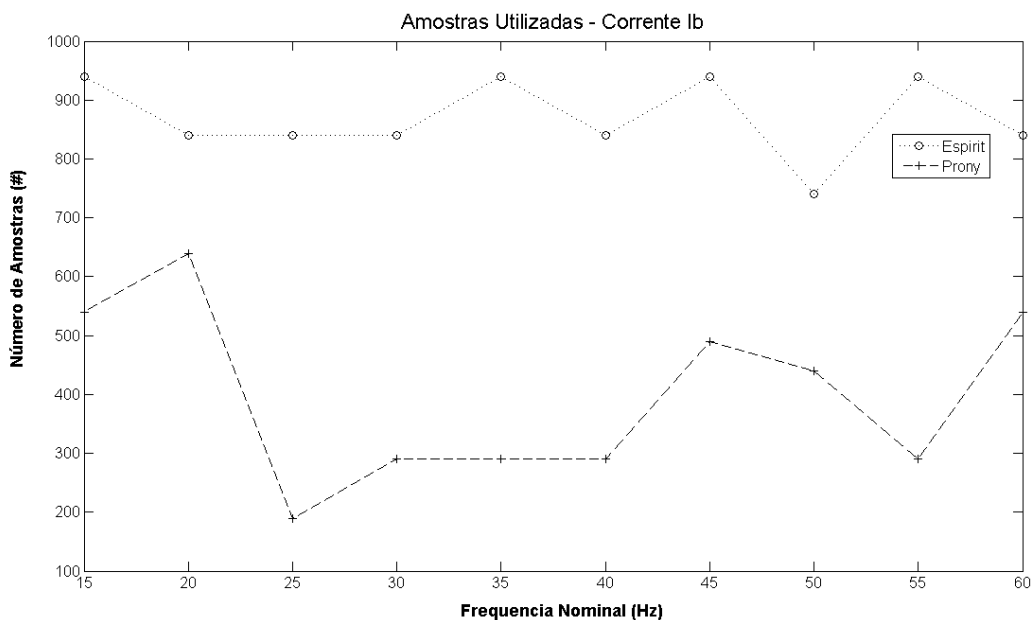


Figura 4.16. Número de amostras utilizadas pelos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais  $I_b$  do Experimento de Conjugado Fixo.

Os resultados indicados nas Figuras 4.13 a 4.16 mantêm as constatações realizadas anteriormente, mostrando um melhor desempenho de Prony em relação a ESPRIT.

Percebe-se também dos resultados mencionados acima que, para uma mesma frequência nominal programada no inversor, o desempenho dos métodos (erro pelo índice  $SNR$  e número de amostras utilizadas) não foi o mesmo. Por exemplo, ao contrário do indicado na Fig. 4.11, o método de Prony conseguiu ultrapassar o limiar de 35 dB em todos os casos das curvas de corrente  $I_b$  do experimento de Conjugado Fixo (Fig. 4.15).

Essa última observação, entretanto, não é um indicativo de que a condição de carregamento mecânico influenciou de forma significativa nos resultados, mas sim de que existem pequenas variações nas formas de onda dos sinais de tensão, e, portanto, de corrente, inerentes à operação do inversor.

Na Figura 4.17 estão reunidos os índices  $SNR$  alcançados pelos métodos paramétricos na análise de todas as curvas dos dois experimentos. Consta-se que dentro do mesmo experimento, com as mesmas frequências nominais, os índices  $SNR$  não são exatamente os mesmos para as três tensões de linha ou para as três correntes de linha. Isso significa que podem haver pequenas alterações na configuração do espectro de cada sinal, o que, contudo, não impede que os métodos sejam capazes de calculá-lo.

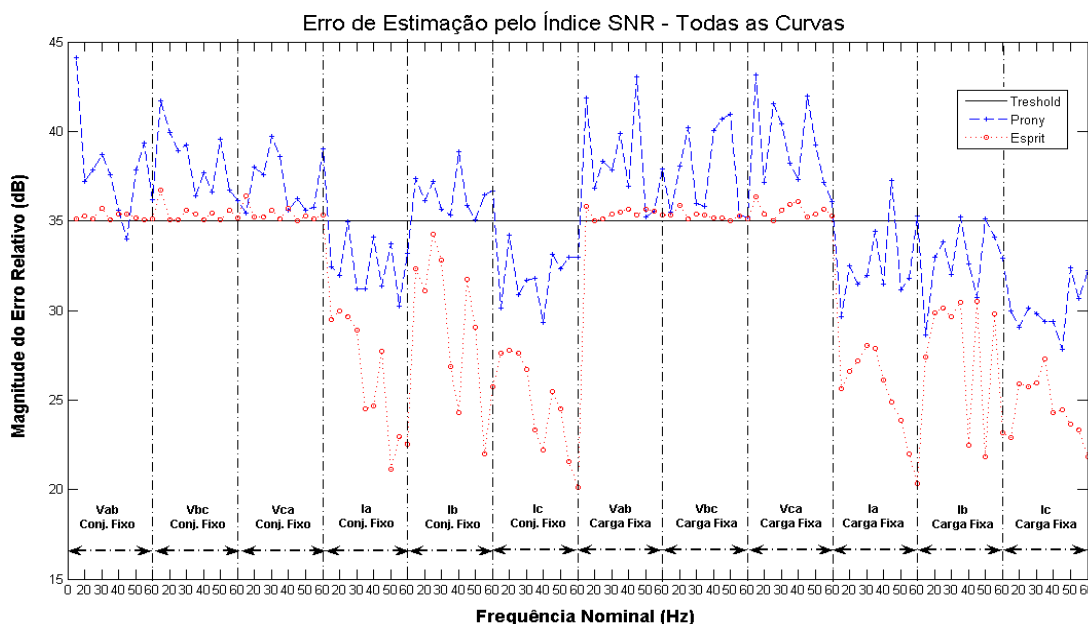


Figura 4.17. Desempenho pelo índice  $SNR$  dos métodos de Prony e ESPRIT para os sinais da segunda série de testes – com dados experimentais de um ASD.

É importante ressaltar que os algoritmos adaptativos desenvolvidos para a aplicação de ambos os métodos paramétricos fornecem o menor erro de estimação para o número  $N$  de amostras variando até o número máximo de pontos estipulado para cada sinal. Para cada  $N$ , a ordem  $p$  do modelo pode variar até  $N/2$ . A observação das Figuras 4.11 e 4.12 mostra que os melhores  $SNR$  encontrados para as curvas de corrente, muito embora estejam em sua

maioria inferiores a 35 dB, são alcançados não necessariamente com o número máximo de pontos (1.000 amostras). Essa constatação evidencia que o desempenho dos métodos não melhora simplesmente aumentando o número de amostras utilizadas.

Os resultados exibidos no Apêndice 1 também indicam que, para um dado  $N$ , o melhor desempenho dos métodos nem sempre é alcançado com uma ordem  $p$  elevada. De fato, o que se observa é que, para cada curva analisada, o par  $(N,p)$  que leva ao maior  $SNR$  é geralmente diferente.

Os resultados obtidos nesta série de testes mostram que a estimação por ESPRIT apresentou bom desempenho para as curvas de tensão, embora tenha permanecido abaixo da performance de Prony. Para as curvas de corrente, os índices  $SNR$  alcançados ficaram até 14 dB abaixo do limiar de 35 dB estabelecido (Fig. 4.17), evidenciando um desempenho ruim de ESPRIT nesses casos.

Depreende-se dos resultados apresentados nesta seção que, considerando os sinais de tensão e corrente na saída de um inversor de frequência, o método paramétrico de Prony se mostra como o método mais adequado, pois apresentou o melhor desempenho, com os maiores índices  $SNR$  por sinal. Todavia, é importante citar que, durante a execução dos algoritmos, o método de Prony consumiu um tempo de processamento superior ao de ESPRIT.

### **4.3 APRESENTAÇÃO DO ESPECTRO DOS SINAIS EM UM ASD**

Considerando-se os resultados apresentados na seção anterior, o método de Prony foi selecionado para a obtenção dos espectros dos sinais de tensão e corrente elétricas coletados à saída do inversor de frequência de um ASD. Ele viabilizou, dessa forma, o cálculo dos índices de distorção harmônica e inter-harmônica para cada frequência nominal em cada experimento realizado.

Os resultados do cálculo da frequência da componente fundamental são apresentados na Tab. 4.1 para todas as curvas experimentais de corrente e tensão coletadas, nos dois experimentos, para cada frequência nominal programada no inversor. Na Tabela 4.1, a referência “Exp1” é utilizada para o experimento de Carga Fixa e a referência “Exp2” para o experimento de Conjugado fixo.

Tabela 4.1. Resultados do cálculo da frequência da componente fundamental das curvas experimentais a partir do método de Prony.

Freq. Nominal (Hz)	Freq. $V_{ab}$ (Hz)		Freq. $V_{bc}$ (Hz)		Freq. $V_{ca}$ (Hz)		Freq. $I_a$ (Hz)		Freq. $I_b$ (Hz)		Freq. $I_c$ (Hz)	
	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2
15,000	15,002	15,002	15,002	15,001	15,002	15,002	15,078	14,972	15,013	15,222	15,390	15,108
20,000	20,019	20,056	20,007	20,053	20,002	20,056	20,206	20,198	19,979	20,102	20,015	20,101
25,000	24,996	25,047	25,004	25,053	25,002	25,052	24,977	25,013	25,123	25,605	25,016	25,054
30,000	29,938	30,004	30,001	30,002	30,006	30,001	30,087	30,036	29,932	29,613	29,869	29,131
35,000	35,006	35,093	34,998	35,004	35,008	34,993	37,513	35,131	34,726	35,634	35,259	35,152
40,000	40,030	40,034	40,007	40,019	40,038	39,935	39,953	39,495	40,598	40,016	40,039	38,974
45,000	45,005	45,006	45,006	45,008	45,008	45,005	45,059	44,895	45,191	45,086	43,223	44,685
50,000	49,994	50,061	50,013	50,061	50,009	50,027	49,941	50,167	48,690	50,186	50,232	50,074
55,000	55,021	55,049	54,990	55,059	55,001	55,060	54,966	55,072	54,959	55,105	53,969	55,232
60,000	59,995	60,066	59,920	60,070	60,015	60,146	59,854	59,604	59,975	59,778	59,652	59,811

Na Tabela 4.1, pode ser observado que as frequências fundamentais calculadas não são exatamente iguais entre si e, principalmente, não são iguais às frequências programadas no inversor. Dentre as tensões, o maior desvio padrão observado foi de 0,078 Hz e ocorreu para frequência nominal de 60,0 Hz. Dentre as correntes, o maior desvio padrão observado foi de 0,997 Hz, para a nominal de 35,0 Hz, e o menor desvio foi de 0,0924 Hz, anotado para a nominal de 20,0 Hz.

A constatação do parágrafo acima é importante, pois evidencia que a aplicação da DFT a este conjunto de sinais experimentais, da forma como ela foi utilizada na primeira série de testes, isto é, com taxa de amostragem e janela de tempo fixas, estaria sujeita ao efeito de *dessincronização*, o que poderia conduzir a erros no processo de cálculo do espectro e, por conseguinte, no cálculo dos índices de distorção.

A título de ilustração dos resultados obtidos a partir da aplicação de Prony ao conjunto de sinais analisados, são apresentados a seguir alguns espectros para os sinais de tensão de linha  $V_{ca}$  e corrente de linha  $I_b$  referentes à frequência nominal de 35,0 Hz. Conforme estabelecido na metodologia, os espectros foram filtrados para manter apenas as componentes significativas, que, neste trabalho, foram estabelecidas como aquelas cuja amplitude correspondia a, no mínimo, 1% da amplitude da fundamental identificada para o sinal.

Nas Figuras 4.18 e 4.19 são apresentados os espectros da tensão de linha  $V_{ca}$  para o experimento de Carga Fixa e de Conjugado Fixo, respectivamente.

### Espectro V<sub>ca</sub> - Carga Fixa

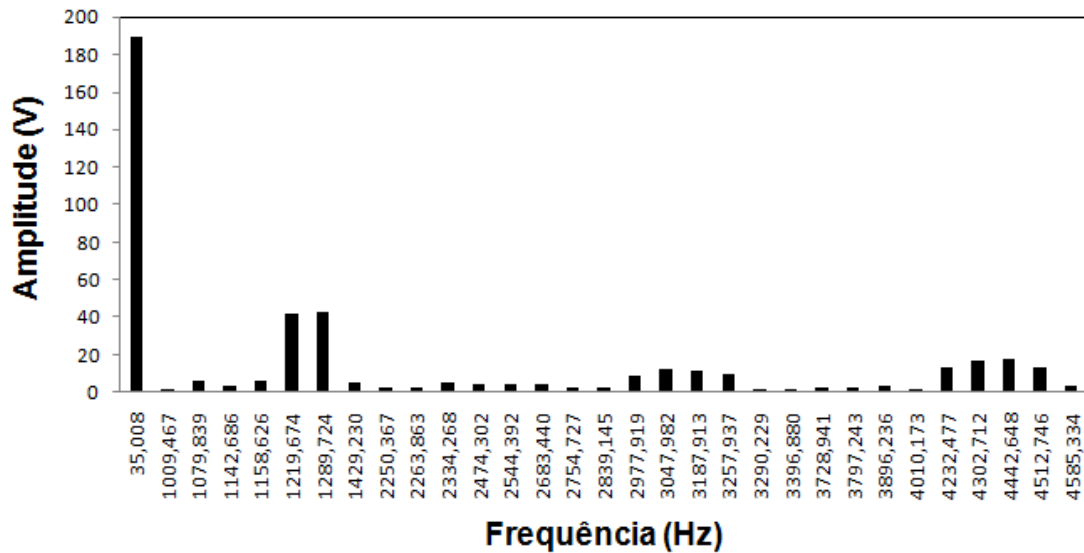


Figura 4.18. Espectro da tensão V<sub>ca</sub> no Experimento de Carga Fixa a 35,0 Hz.

### Espectro V<sub>ca</sub> - Conjugado Fixo

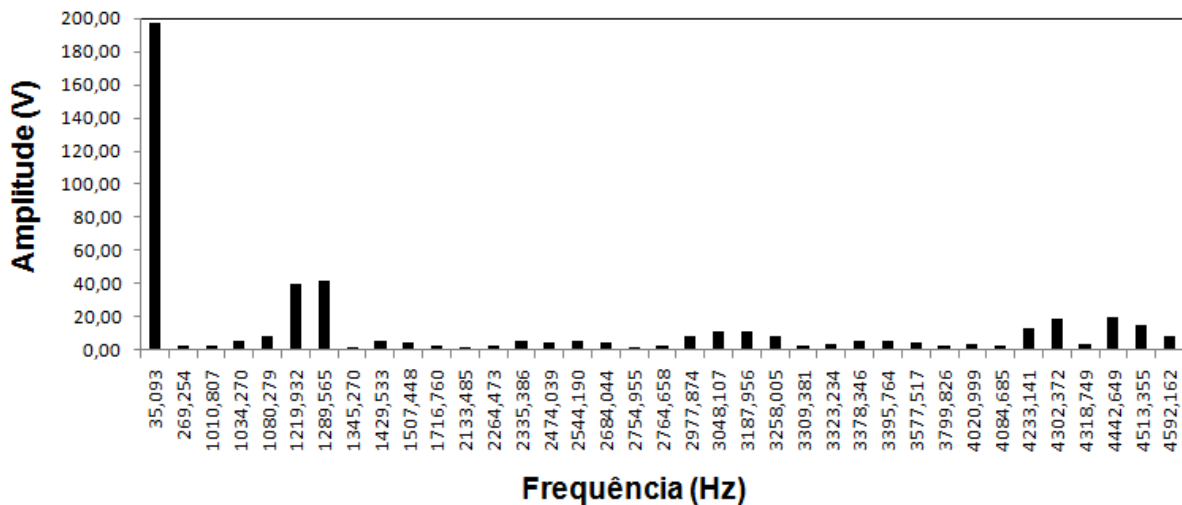


Figura 4.19. Espectro da tensão V<sub>ca</sub> no Experimento de Conjugado Fixo a 35,0 Hz.

Nos resultados apresentados na Fig. 4.18 e na Fig. 4.19, a menos dos pequenos desvios notados nos valores das frequências e das amplitudes, são notáveis duas observações: a pouca variação do espectro obtido para a tensão V<sub>ca</sub>, mesmo com a alteração da situação de carregamento mecânico; e a presença de componentes significativas na vizinhança de 1,25 kHz e 4,50 kHz, estando estas intimamente relacionadas à frequência de chaveamento utilizada no inversor e ao efeito de intermodulação inerente a tal operação.

Na Figura 4.20 são apresentados os espectros da corrente I<sub>b</sub> para as mesmas condições em que foram determinados os espectros das curvas de tensão V<sub>ca</sub> apresentados na Fig. 4.18 e na Fig. 4.19.

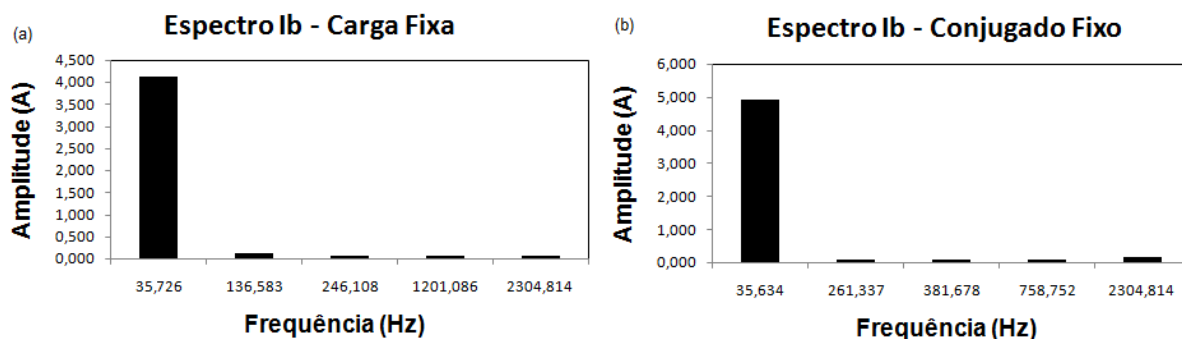


Figura 4.20. Espectro da corrente  $I_b$  a 35,0 Hz no Experimento de Carga Fixa (a) e Conjugado Fixo (b).

Na Fig. 4.20, é possível observar que nas curvas de corrente ocorre um abatimento expressivo das componentes de alta frequência observadas na tensão. Observa-se também a presença de algumas componentes inter-harmônicas. A corrente está fortemente relacionada à situação de carregamento mecânico, de onde se constata algumas alterações no espectro.

Com base na determinação dos espectros, procedeu-se à etapa de caracterização com a identificação das componentes harmônicas e inter-harmônicas relacionadas à fundamental de cada sinal e com o cálculo dos índices de distorção pertinentes. Nas Figuras 4.21 e 4.22, são apresentados os índices de distorção inter-harmônica total ( $TID$ ) dos sinais de tensão de linha para ambos os experimentos.

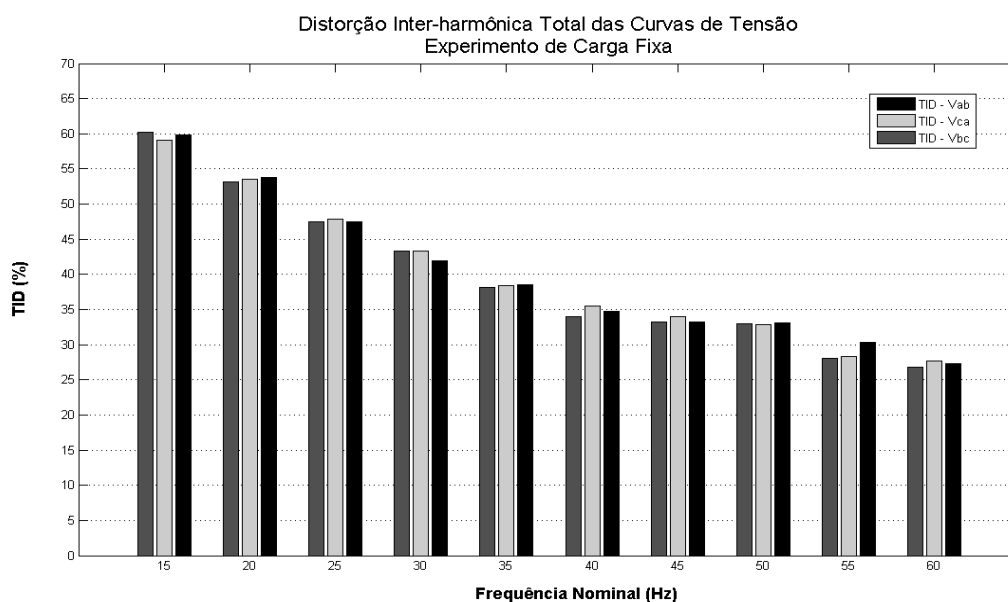


Figura 4.21. TID para os sinais de tensão do Experimento de Carga Fixa.

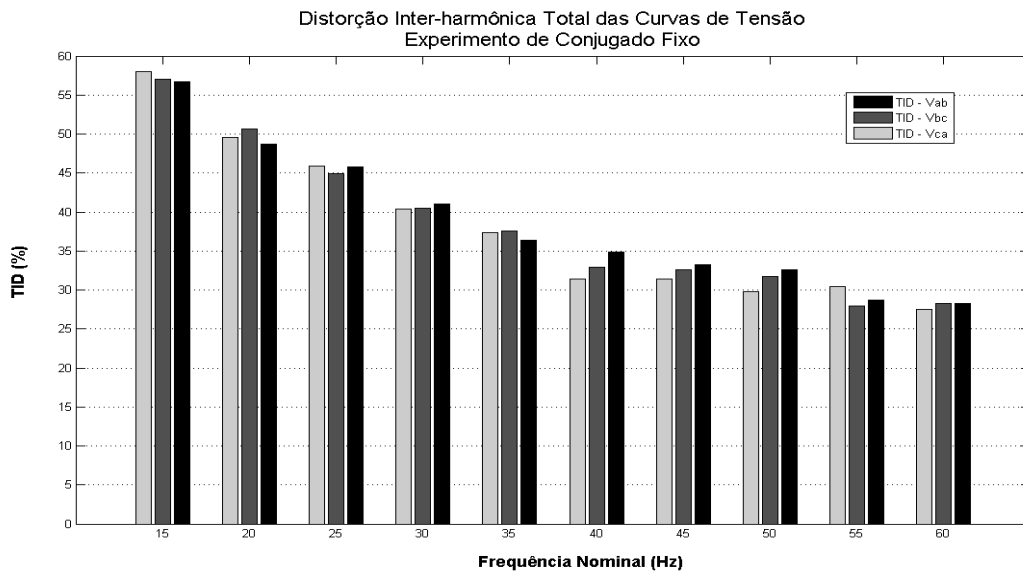


Figura 4.22. TID para os sinais de tensão do Experimento de Conjugado Fixo.

Algumas constatações podem ser realizadas pela observação da Fig. 4.21 e da Fig. 4.22: conforme destacado acima, desconsiderando-se as pequenas variações de espectro, os sinais de tensão de linha apresentam boa similaridade e os seus TIDs apresentam valores praticamente iguais em cada frequência nominal; o valor do TID decresce à medida que se aumenta a frequência nominal de acionamento em direção à nominal do sistema, evidenciando que a operação de chaveamento é mais intensa em frequências nominais inferiores a 60,0 Hz.

Nas Figuras 4.23 e 4.24 são apresentados os TIDs dos sinais de corrente para as mesmas condições em que se obtiveram os resultados mostrados na Fig. 4.21 e na Fig. 4.22 para as tensões.

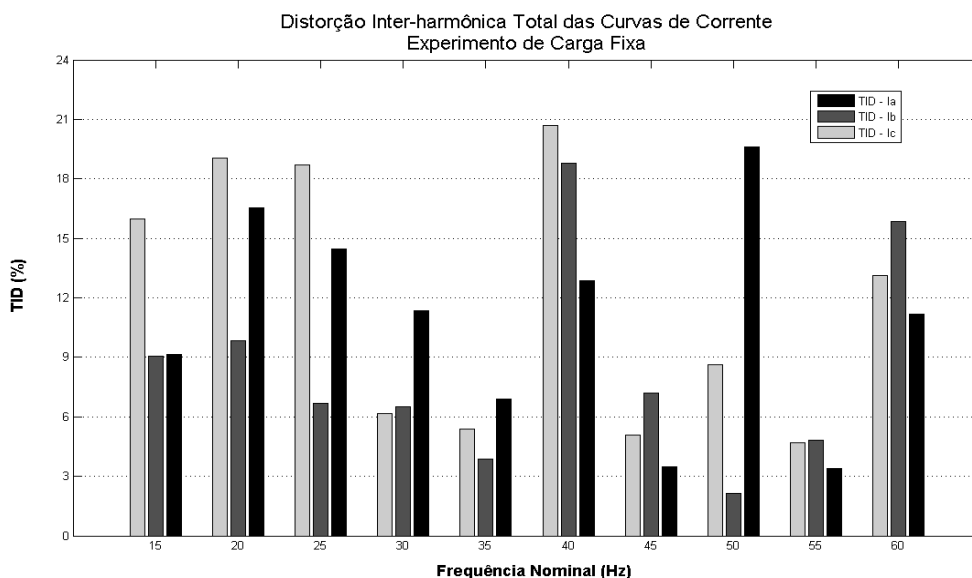


Figura 4.23. TID para os sinais de corrente do Experimento de Carga Fixa.

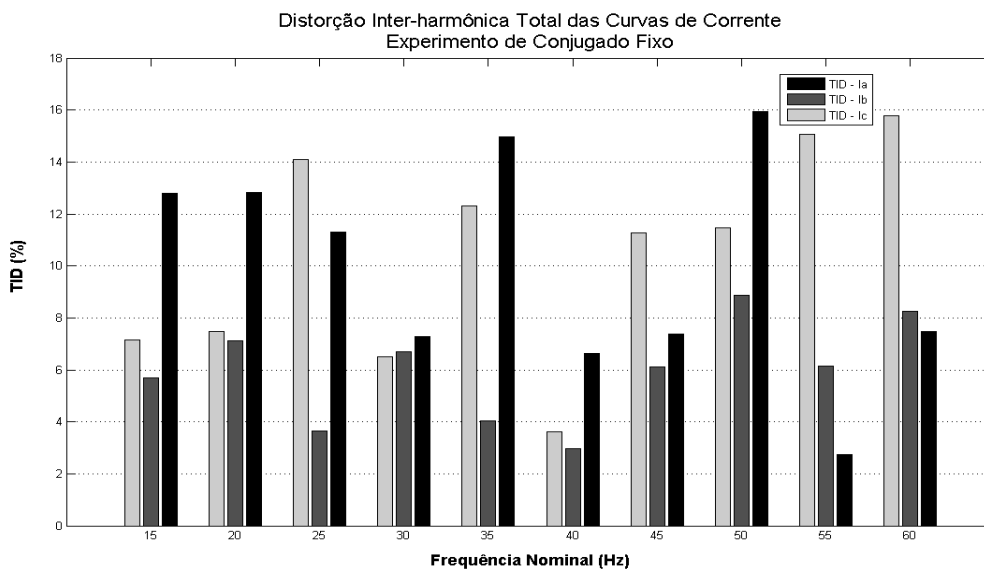


Figura 4.24. TID para os sinais de corrente do Experimento de Conjugado Fixo.

O comportamento das distorções de corrente é mais imprevisível do que aquele observado para as tensões. A comparação da Fig. 4.23 com a Fig. 4.24 mostra claramente que a condição de carga sob a qual o motor é colocado altera a configuração do espectro das correntes e, por conseguinte, os valores do TID. Além disso, a mudança da frequência fundamental nominal também introduz modificações nas distorções das correntes que, em cada linha, apresentam em geral valores distintos.

Para se obter uma visualização mais detalhada da configuração do espectro com um dado TID, para cada sinal é realizado o cálculo da distorção inter-harmônica individual (TID<sub>i</sub>) e o cálculo dos grupos de inter-harmônicas. Nas Figuras 4.25 e 4.26, são apresentados tais resultados para o caso da tensão  $V_{ca}$  à frequência nominal de 35,0 Hz.

Conforme foi destacado anteriormente, poucas variações ocorrem na configuração do espectro das tensões de linha entre os dois experimentos (Fig. 4.25(a) e Fig. 4.26(a)). Outra constatação que pode ser realizada refere-se ao fato dos grupos de inter-harmônicas praticamente manterem, nos dois casos, a configuração do espectro original (Fig. 4.25(b) e Fig. 4.26(b)). Isso ocorre porque as componentes identificadas por Prony estão bem afastadas entre si.

Com relação à análise das distorções harmônicas totais, são apresentados na Tab. 4.2 os valores do THD para as curvas de corrente e tensão coletadas nos dois experimentos para cada frequência nominal programada no inversor. Novamente, na Tab. 4.2 a referência “Exp1” é utilizada para o experimento de Carga Fixa e a referência “Exp2” para o experimento de Conjugado fixo.



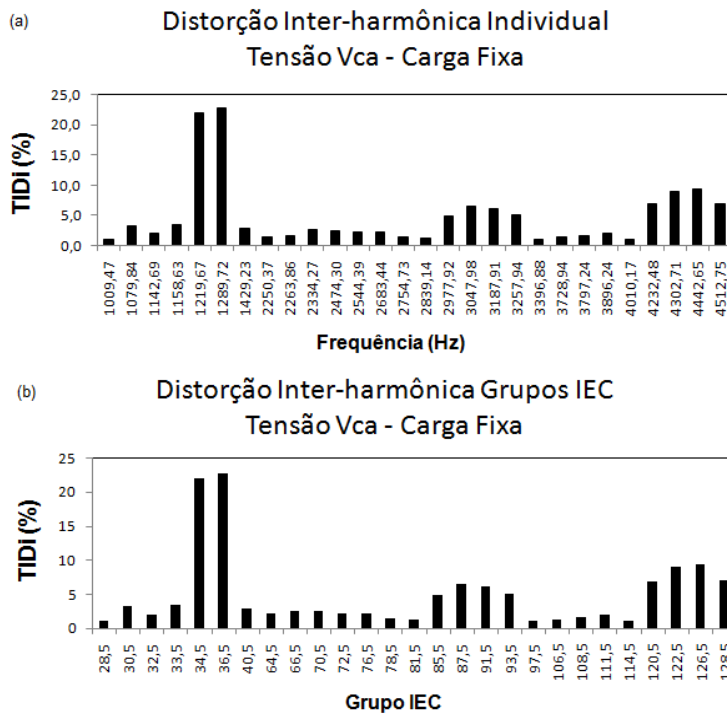


Figura 4.25. TID individual (a) e Grupos IEC (b) para o espectro de  $V_{ca}$  - Experimento de Carga Fixa a 35,0 Hz.

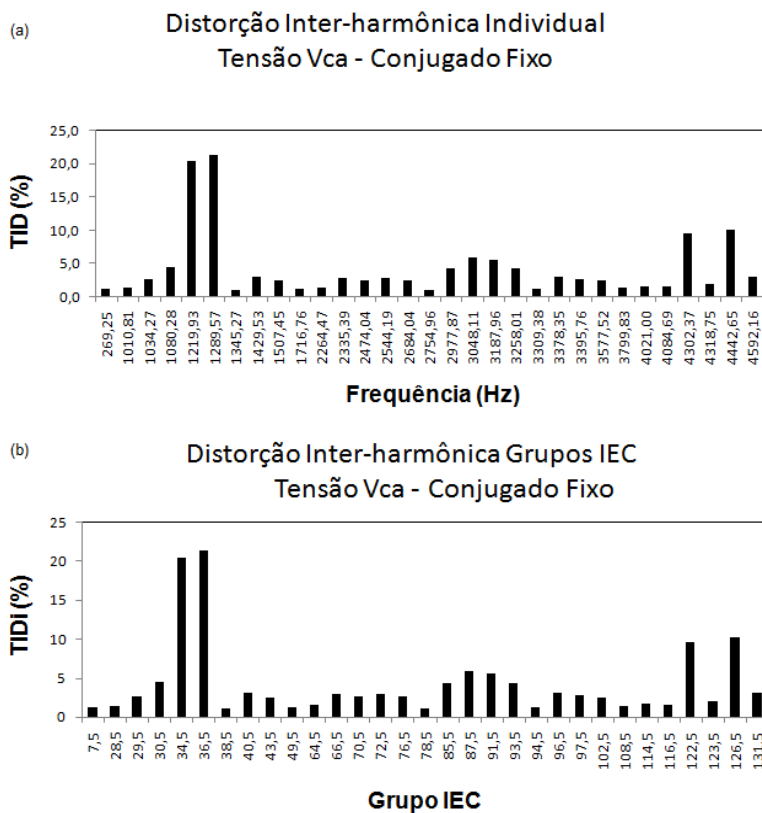


Figura 4.26. TID individual (a) e Grupos IEC (b) para para o espectro de  $V_{ca}$  - Experimento de Conjugado Fixo a 35,0 Hz.

Tabela 4.2. Resultados do cálculo do THD a partir dos espectros obtidos para as curvas experimentais pelo método de Prony.

Freq. Nominal (Hz)	THD $V_{ab}$ (%)		THD $V_{bc}$ (%)		THD $V_{ca}$ (%)		THD $I_a$ (%)		THD $I_b$ (%)		THD $I_c$ (%)	
	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2	Exp1	Exp2
15,000	1,17	2,79	1,46	2,78	1,38	2,16	5,62	2,73	2,17	8,81	7,27	1,96
20,000	2,62	11,39	2,25	9,76	2,86	11,70	5,87	1,04	2,36	3,40	5,58	3,46
25,000	1,79	2,20	1,43	1,14	1,15	2,78	4,60	0,00	2,15	0,00	3,60	3,60
30,000	1,77	2,00	0,88	0,99	1,32	1,05	2,15	4,10	8,11	1,58	1,97	2,42
35,000	1,71	0,00	2,82	1,28	2,23	2,26	0,00	7,09	0,00	0,00	1,22	0,00
40,000	2,45	1,43	2,35	1,77	2,24	3,31	2,95	2,11	8,94	6,53	6,83	7,82
45,000	3,51	2,62	2,99	1,79	3,25	2,04	7,68	0,00	3,92	3,47	0,00	2,53
50,000	0,00	0,00	0,00	0,00	1,65	0,00	10,45	3,66	0,00	2,44	0,00	4,44
55,000	1,64	1,12	1,16	1,68	1,31	1,85	0,00	1,49	2,27	1,83	0,00	9,73
60,000	3,42	2,38	4,21	2,83	3,34	2,12	7,63	4,16	2,15	11,55	8,71	10,27

Ao contrário do TID, os THDs calculados não apresentam uma tendência clara quando da mudança da frequência nominal da curva, mesmo para as curvas de tensão. Observa-se que, de forma geral, a condição de Conjugado Fixo (“Exp2” na Tab. 4.2) culmina em níveis maiores de THD, principalmente para a corrente. Notável também é o fato dos níveis de THD serem, em geral, inferiores a 9,0%, bem menor do que os níveis de 20% a 55% observados para os TIDs das correntes e das tensões, respectivamente.

#### 4.4 OBSERVAÇÃO DO DESEMPENHO DO MIT

Nesta seção, são apresentados os resultados referentes à observação do conjugado do MIT quando da alimentação pelo inversor de frequência. Os resultados estão estruturados com o objetivo de viabilizar uma análise qualitativa preliminar entre a caracterização das formas de onda de tensão e corrente, realizada na seção anterior, e o comportamento verificado para essa variável.

Conforme verificado nos experimentos, o conjugado apresentou, para cada frequência nominal de acionamento, flutuações em regime permanente em torno de um valor médio. Assim, para as análises que seguem, para cada ensaio experimental, são calculadas essas duas características. A flutuação é avaliada como a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo anotado para o conjugado durante a execução do ensaio.

Na Figura 4.27 é apresentado o comportamento do conjugado médio desenvolvido no eixo do sistema motor-gerador de acordo com a frequência nominal de acionamento. Conforme já era esperado, o conjugado médio desenvolvido permanece praticamente constante no experimento de Conjugado Fixo. No experimento de Carga Fixa, o conjugado varia quase que linearmente com a frequência nominal de acionamento, visto que a alteração dessa variável culmina em uma alteração diretamente proporcional da velocidade desenvolvida. Essa última constatação permite confirmar um comportamento muito

conhecido do GCC com parâmetros fixos como uma carga de perfil linear em regime permanente.

Na Figura 4.28 é apresentado o comportamento da flutuação verificada no conjugado desenvolvido, avaliada percentualmente em relação ao conjugado médio, e da distorção inter-harmônica total (TID) da tensão  $V_{ca}$  de acordo com a frequência nominal.

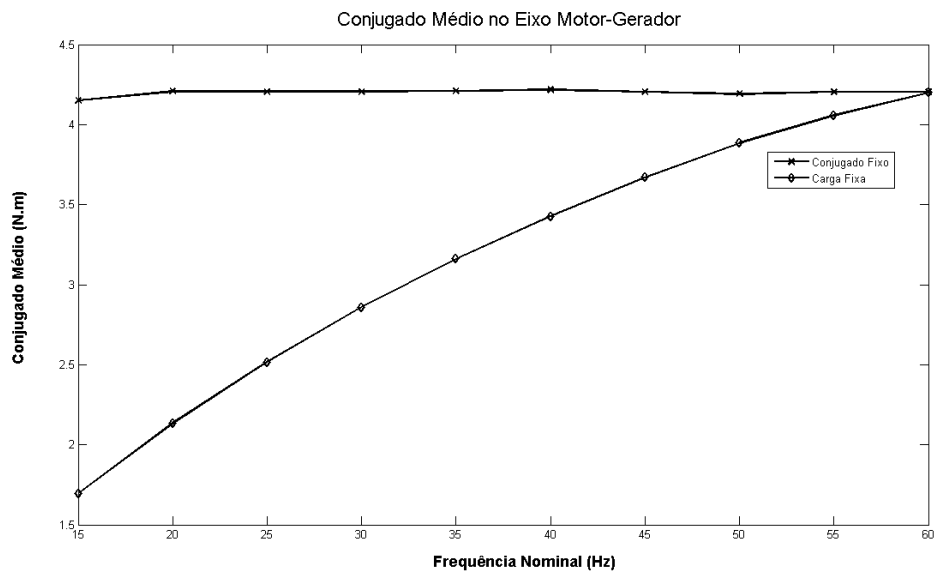


Figura 4.27. Conjugado médio desenvolvido em cada experimento de acordo com a frequência nominal de acionamento programada no inversor.

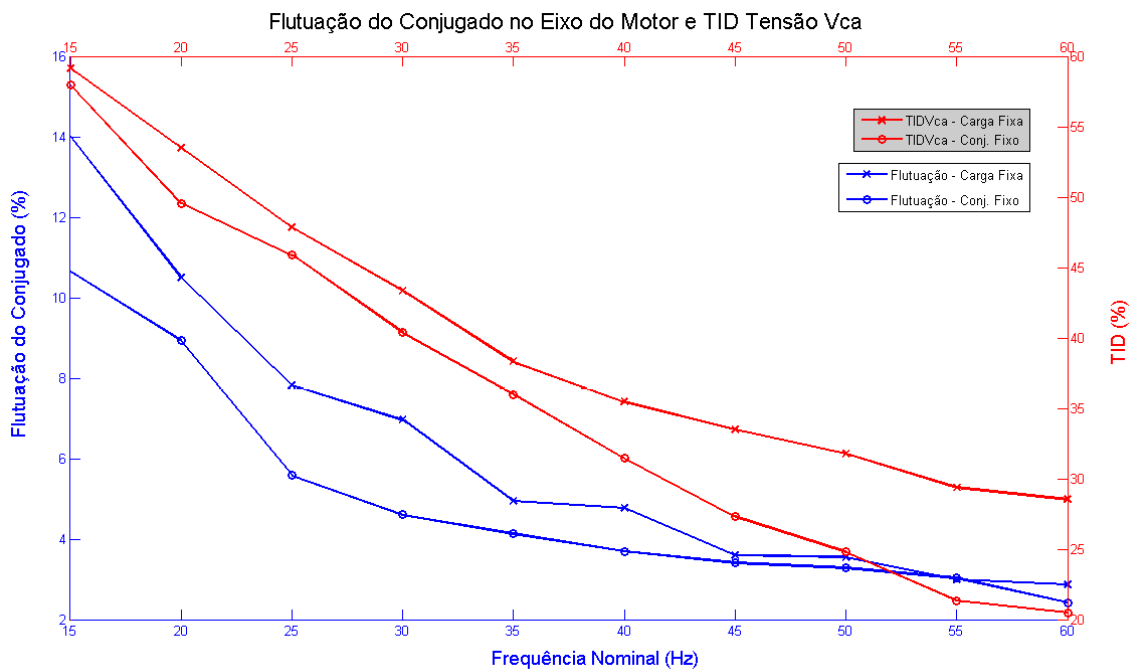


Figura 4.28. Flutuação do conjugado desenvolvido e TID da tensão  $V_{ca}$  em cada experimento de acordo com a frequência nominal de acionamento programada no inversor.

Algumas constatações importantes podem ser estabelecidas a partir da análise dos resultados apresentados na Figura 4.28: para cada frequência nominal, verifica-se que, quanto maior o nível do TID, maior é o nível de flutuação do conjugado; frequências de acionamento mais distantes de 60,0 Hz apresentam um maior TID (seção 4.3). O coeficiente de correlação entre o TID e as flutuações de conjugado foi de 0,983 no experimento de conjugado fixo e 0,958 no experimento de carga fixa. Conclui-se, assim, que maiores níveis de distorções inter-harmônicas culminam em maiores níveis de flutuação do conjugado.

#### **4.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este capítulo apresentou alguns dos conjuntos de resultados obtidos neste estudo que permitiram analisar os seguintes aspectos: os métodos de estimação de espectro para análise de sinais de tensão e corrente oriundos de um inversor de frequência; caracterização do espectro desses sinais segundo procedimentos de agrupamento e índices de distorção; visualização de alguns efeitos decorrentes dos fenômenos de distorção das formas de onda de tensão. Com base nos resultados obtidos, foi possível verificar o método de estimação que apresentou o melhor desempenho nas análises comparativas. Utilizando este método, verificou-se que as frequências fundamentais dos sinais sofrem desvios com relação às frequências nominais programadas no inversor e que existe um amplo espectro de inter-harmônicas associado. Além disso, mostrou-se que o TID é tanto menor quanto mais próxima a frequência nominal de saída está de 60,0 Hz. A exposição do comportamento do conjugado do MIT em cada ensaio mostrou que o TID e as flutuações de conjugado tem forte correlação.

# CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES E PROPOSTAS

## 5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo principal a identificação de uma metodologia que viabilize a análise das distorções harmônicas e inter-harmônicas dos sinais de tensão e corrente elétricas coletados na saída de um inversor de frequência. Tal metodologia contempla a seleção do mais adequado método de estimação e dos procedimentos de caracterização do espectro desses sinais, dentre os investigados neste trabalho. Além disso, procurou-se estabelecer algumas constatações qualitativas do comportamento do conjugado do MIT com base nos resultados obtidos.

Primeiramente, apresentou-se uma revisão do estado da arte do tema “inversores de frequência e motores de indução trifásicos”, o que permitiu definir claramente o cenário atual e algumas das contribuições deste trabalho. Em seguida, realizou-se uma exposição teórica com relação aos modelos comumente empregados no estudo do MIT, do inversor de frequência, das distorções harmônicas e inter-harmônicas e dos métodos de estimação do espectro. Descreveu-se também a metodologia empregada nas análises comparativas dos métodos e na obtenção e caracterização do espectro dos sinais experimentais. Por fim, foram apresentados os resultados que viabilizaram o alcance das metas estabelecidas.

Os resultados obtidos permitiram selecionar o método *Prony* como a ferramenta de estimação do espectro a ser utilizada para analisar os sinais de tensão e corrente elétricas na saída do inversor. Eles também mostraram como as adaptações de alguns dos procedimentos de caracterização da norma IEC 61000-4-7 podem ser empregadas na identificação das harmônicas, das inter-harmônicas e dos níveis de distorção desses sinais. As análises qualitativas preliminares apresentadas nos resultados também mostraram a correlação da flutuação de conjugado do MIT com os níveis de distorção inter-harmônica.

Os experimentos numéricos mostraram que os métodos paramétricos de *Prony* e *ESPRIT* apresentaram um bom desempenho analisando sinais sujeitos à questão do desvio de frequência de componentes harmônicas e/ou da fundamental (*dessincronização*) e à presença de inter-harmônicas. Esses resultados foram considerados importantes, pois esses fenômenos são observados na saída do inversor de frequência. Deve-se ressaltar que a DFT, a ferramenta comumente empregada nas normas que contemplam a análise de harmônicas, apresentou em alguns testes resultados inferiores ao esperado.

As análises comparativas conduzidas com os sinais coletados em um ASD experimental mostraram que a estimação do espectro dos sinais de tensão e corrente na saída do

inversor de frequência foi melhor com o método de *Prony*. É importante ressaltar neste caso que os custos de processamento foram mais elevados com essa ferramenta, o que, contudo, não se configura como um fator crítico em análises do tipo *off-line*.

Com relação à caracterização, optou-se pelo procedimento de agrupamento de inter-harmônicas e o índice de distorção harmônica total (THD) da IEC [38]. Com a ausência de índices para avaliar as inter-harmônicas, propôs-se a adaptação de figuras de mérito existentes para harmônicas, com os índices de distorção inter-harmônica total (TID) e individual (TID<sub>i</sub>) corrigidos para se considerar a amplitude da componente fundamental em cada frequência nominal de acionamento programada no inversor.

A apresentação dos resultados de espectros mostrou que os sinais de tensão e corrente na saída do inversor apresentam altos índices de distorção, com um amplo espectro de inter-harmônicas. Para as curvas de tensão, os níveis de TID foram tanto maiores quanto mais distante de 60,0 Hz situava-se a frequência nominal programada no inversor. O comportamento da configuração do espectro e dos níveis de distorções para as curvas de corrente foi mais complexo, alterando-se tanto pela condição de carga mecânica do MIT como pela frequência nominal de acionamento. Os níveis de THD observados ficaram bem abaixo dos níveis de TID, tanto para as tensões quanto para as correntes. As correntes apresentaram uma composição harmônica mais significativa do que as tensões. No que diz respeito à similaridade entre as linhas nas mesmas condições de análise, as tensões de linha apresentaram valores de THD e TID muito próximos entre si. As correntes de linha, por outro lado, apresentaram pouca similaridade, com os valores dos índices de distorção sendo diferentes entre si na mesma condição de ensaio.

Quanto ao desempenho do MIT, observado em termos do comportamento do conjugado desenvolvido no eixo motor-gerador, mostrou-se que as frequências nominais de acionamento mais distantes de 60,0 Hz culminaram em flutuações de conjugado mais intensas, com uma tendência muito semelhante à do TID das tensões. Essas constatações são importantes, considerando-se que as flutuações de conjugado culminam em ruídos e redução da vida útil do MIT.

## **5.2 DISCUSSÕES E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS**

Acredita-se que o presente trabalho tenha apresentado importantes contribuições não só para estudos que procurem realizar a investigação de efeitos sobre o MIT, mas também para outras aplicações em que os inversores de frequência estejam presentes. Neste contexto, é oportuna a citação da utilização recorrente desses equipamentos nas aplicações de geração distribuída.

A aplicação dos inversores nestes casos se dá com a interligação de fontes renováveis à rede elétrica. Acredita-se que a análise dessa situação seria até mesmo mais simples do que a abordada neste trabalho, pois as frequências fundamentais na saída do inversor se restringiriam às nominais do sistema de potência (50,0 Hz ou 60,0Hz), cenário amplamente coberto em normas internacionais. Contudo, uma crítica que deve ser feita neste caso refere-se ao método de processamento de sinais a ser utilizado, pois, conforme destacado neste trabalho, as inter-harmônicas e os desvios na frequência fundamental são comuns na saída do inversor. Percebeu-se também com a realização deste trabalho, uma carência de índices e procedimentos mais consolidados para avaliação dessas distorções.

É importante ressaltar que os problemas apresentados pela DFT, da forma como ela foi empregada neste trabalho, podem ser mitigados por algumas adaptações nos algoritmos de estimação. Por exemplo, para atenuar os efeitos de espalhamento de espectro causados por interferências entre as barras espectrais, alguns autores propõem a simples substituição da janela retangular, utilizada pela IEC, pela janela do tipo Hanning. Com relação ao problema da resolução, outras abordagens existentes consideram a interpolação no domínio da frequência do espectro resultante de uma aplicação preliminar da DFT ao sinal [29]. O problema da dessincronização é abordado por alguns autores através de procedimentos de filtragem harmônica [29].

As seguintes propostas para trabalhos futuros são apresentadas:

- Realizar as análises comparativas executadas neste trabalho com os sinais experimentais utilizando os métodos paramétricos e algumas das variações dos métodos baseados na DFT;
- Realizar investigações adicionais que viabilizem uma melhor compreensão do comportamento dos espectros das correntes que circulam pelo MIT;
- Implementar os algoritmos dos métodos de estimação paramétricos e dos procedimentos de caracterização de inter-harmônicas para viabilizar análises *online* dos sinais de tensão e corrente;
- Realizar investigações mais aprofundadas dos efeitos sobre o MIT, considerando uma análise para os efeitos de alteração da frequência da componente fundamental e uma para os efeitos das distorções inter-harmônicas.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1]**Garcia, Agenor Gomes Pinto.** *Impacto da Lei de Eficiência Energética para Motores Elétricos no Potencial de Conservação de Energia na Indústria. Dissertação (Mestrado em Planejamento Energético).* Rio de Janeiro : Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, 2003. XXII, 127 p..
- [2]**Empresa de Pesquisa Energética/MME (Brasil).** *Balço Energético Nacional 2012: Ano Base 2011.* Rio de Janeiro : Empresa Energética Nacional (EPE), 2012. EPE, 2012, 282p..
- [3]**Ministério de Minas e Energia (Brasil).** Publicações: Ministério de Minas e Energia. *Portal do Ministério de Minas e Energia.* [Online] [Citado em: 13 de Maio de 2013.] [http://www.mme.gov.br/mme/menu/todas\\_publicacoes.html](http://www.mme.gov.br/mme/menu/todas_publicacoes.html). I.
- [4]**Rashid, Muhammad H.** *Power Electronics: circuits, devices and applications.* New Jersey : Prentice Hall, 1993. 2ª Edição.
- [5]**Singh, G. K.** Power system harmonics research: a survey. *European Transactions on Electrical Power.* 2007, Vol. 19, 1, pp. 151-172.
- [6]**Li, C., Xu, W. e Tayasanant, T.** Interharmonics: basic concepts and techniques for their detection and measurement. [ed.] Elsevier. *Electric Power Systems Research.* I, 2003, Vol. 66, I, pp. 39-48.
- [7]**Ribeiro, P. F. (Org.).** *Time-Varying Waveform Distortions in Power Systems/edited by Paulo F. Ribeiro.* [ed.] Paulo F. Ribeiro. 1ª Edição. Chichester : John Wiley & Sons, 2009. I.
- [8]**Macedo Jr., José Rubens.** *Uma contribuição à análise das componentes inter-harmônicas e seus efeitos nos indicadores de flutuação de tensão.* Universidade Federal do Espírito Santo,CT-PPEE. Vitória : Universidade Federal do Espírito Santo,CT-PPEE, 2009. p. 204p., Tese (Doutorado em Eng. Elétrica).
- [9]**Singh, G.K.** A research survey of induction motor operation with non-sinusoidal supply wave forms. *Electric Power Systems Research.* 2005, Vol. 75, I, pp. 200-213.



- [10]**Lee, Ching-Yin, et al.** Effects of voltage harmonics on the electrical and mechanical performance of a three-phase induction motor. *IEEEExplore*, 1998.
- [11]**Dell' Aquila, A., Lassandro, A. e Zanchetta, P.** Modeling of Line Side Harmonic Currents Produced by Variable Speed Induction Motor Drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*. Setembro, 1998, Vol. 13, 3.
- [12]**Vasconcellos, A. B. et. al.** Análise da Qualidade e Eficiência de Energia Elétrica em um Sistema de Bombeamento de Água Acionado através do Conversor de Frequência . *Anais do Congresso Brasileiro de Qualidade da Energia Elétrica - CBQEE*. Agosto, 2011, Vol. I, 1.
- [13]**De Lima, F. N. et. al.** Acionamento de Condicionadores de Ar por Meio de Inversores de Frequência sob a Ótica da Qualidade de Energia: Uma Avaliação Teórica e Experimental. *Anais do Congresso Brasileiro de Qualidade da Energia Elétrica - CBQEE*. Agosto, 2011, Vol. I, 1.
- [14]**Da Fonseca, A. L. A. et. al.** Análise Comportamental da Distorção Harmônica Total na Entrada de um Conversor de Frequência Acionando um Ventilador Industrial: Um Estudo de Caso. *Anais do Congresso Brasileiro de Qualidade da Energia Elétrica - CBQEE*. Agosto, 2011, Vol. I, 1.
- [15]**Broeck, Heinz W. Van Der e Skudelny, Hans-Christoph.** Analytical Analysis of the Harmonic Effects of a PWM AC Drive. *IEEE Transactions on Power Electronics*. Abril, 1988, Vol. 3, 2.
- [16]**Boglietti, A., et al.** Influence of the Inverter Characteristics on the Iron Losses in PWM Inverter Fed Induction Motors. *IEEEExplore*. Agosto, 1995, Vol. I, I.
- [17]**Bonnett, Austin H.** Analysis of the Impact of Pulse-Width Modulated Inverter Voltage Waveforms on AC Induction Motors. *IEEE Transactions on Industry Applications*. Março/Abril, 1996, Vol. 32, 2.
- [18]**Basavaraja, B. e Siva Sarma, D. V. S. S.** Analysis of the Overvoltages in PWM-Inverter Fed Induction Motors. *IEEEExplore*. I, 2006, Vol. I, 1.

- [19] **Patil, Sharad S., Holmukhe, R. M. e Chaudhari, P. S.** Steady state analysis of PWM inverter fed cage induction motor drive. *Proceedings of International Conference on Energy Optimization and Control (ICEOC)*. Dezembro, 2010, Vol. I, 1.
- [20] **Hashem, Gamal H. e El-Koshariy, A. Deyaa.** Investigation of induction motor performance fed from PWM inverter. *Proceedings of The Eleventh International Middle East Power Systems Conference (MEPCON)*. I, 2006, Vol. I, 1.
- [21] **Society, IEEE Power Engineering Society / IEEE Industry Applications.** *IEEE Std-519-1992: IEEE Recommended practices and requirements for Harmonic Control in Electrical Power Systems*. New York : IEEE PES/IAS, 1992. ISBN 1-55937-239-7.
- [22] **Smith, K. S. e Ran, L.** A time domain equivalent circuit for the inverter-fed induction motor. *Proceedings of Ninth International Conference on Electrical Machines and Drives*. IEEE, 1999, Vol. I, 468.
- [23] *Interharmonics: basic concepts and techniques for their detection and measurement*. **Li, Chun, Xu, Wilsun e Tayjasanant, Thavatchai.** 66, Elsevier/EPSSR : Elsevier, 2003, Electric Power Systems Research, Vol. I, pp. 39-48. doi:10.1016/S0378-7796(03)00070-1.
- [24] **Langella, R. e Testa, A.** Harmonic and Interharmonic on adjustable speed drives. [A. do livro] P. F. (Org) Ribeiro. [ed.] P. F. Ribeiro. *Time-varying waveform distortions in power systems* . 1ª Edição. Chichester, West Sussex : John Wiley & Sons, 2009, 21, pp. 253-275.
- [25] **Carbone, R. et. al.** Modelling of AC/DC/AC Conversion Systems with PWM Inverter. [ed.] IEEE/PES. *IEEEExplore*. IEEE, 2002, 1, pp. 1004-1009.
- [26] **Chen, S. K., Su, H. J. e Chang, G. W.** Modelling VSI-Fed ASDs by Matlab/Simulink for Harmonic and Interharmonic Assessment. *IEEEExplore*. 2010.
- [27] **Testa, A. et. al.** Harmonic and Interharmonic Distortion in Current Source Type Inverter Drives. *IEEE Transactions on Power Delivery*. Julho, 1995, Vol. 10, 3.
- [28] **Xu, Wilsun et. al.** Modelling of Adjustable Speed Drives for Power System Harmonic Analysis. *IEEE Transactions on Power Delivery*. Abril, 1999, Vol. 14, 2.

- [29]**Bracale, A. et. al.** Accurate methods for signal processing of distorted waveforms in power systems. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*. Janeiro, 2007, Vol. 1, 1.
- [30]**Leonowicz, Zbigniew, Lobos, Tadeusz e Rezmer, Jacek.** Advanced spectrum Estimation Methods for Signal Analysis in Power Electronics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. Junho, 2003, Vol. 50, 3.
- [31]**Lobos, T., et al.** Parametric algorithms for frequency estimation in PWM converter systems. *Electric Power Systems Research*. Julho, 2009, Vol. 1, 79, pp. 1568-1573.
- [32]**Bracale, A. et. al.** Measurement of IEC Groups and Subgroups Using Advanced Spectrum Estimation Methods. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. Abril, 2008, Vol. 57, 4.
- [33]**Goedtel, A.** *Estimativa de conjugado de carga aplicado em eixos de motores de indução trifásicos através de redes neurais artificiais*. Faculdade de Engenharia - Campus de Bauru, Universidade Estadual Paulista - UNESP. Bauru : UNESP, 2003. p. 141, Dissertação de Mestrado.
- [34]**Gross, C. A.** *Electric Machines*. Boca Raton : CRC Press, 2007. ISBN-10: 0.08493.8581-4.
- [35]**ONG, C. M.** *Dynamic Simulation of Electric Machinery Using Matlab/Simulink*. Indiana : Prentice Hall, 1997. ISBN 0-13.723.785-5.
- [36]**WEG Automação.** Guia de Aplicação de Inversores de Frequência. WEG. [Online] [www.weg.com.br](http://www.weg.com.br). 3ª Edição.
- [37]**Singh, S.N. & Jain, S. K.** Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges. *Electric Power Systems Research*. Junho, 2011, 81, pp. 1754-1766.
- [38]**International Electrotechnical Commission (IEC).** *International Standard 61000-4-7 - Part 4-7: Testing and Measurement Techniques - General guide on harmonics and interharmonics measurements and instrumentation, for power supply systems and equipment connected thereto*. Geneva : IEC, 2002. CEI/IEC 61000-4-7:2002.

- [39]**Marple Jr., S. L.** *Digital Spectral Analysis with Applications*. Englewood Cliffs : Prentice-Hall, 1987. ISBN 0-13-214149-3.
- [40]**Manolakis, D. G. e Ingle, V. K. & Kogon, S. M.** *Statistical and Adaptive Signal Processing: spectral estimation, signal modeling, adaptive filtering and array processing*. Norwood : Artech House, 2005. ISBN 1-58053-610-7.
- [41]**Cormane, Jorge A. A.** *Compressão de dados para sinais de distúrbios no ambiente das redes elétricas inteligentes*. Engenharia Elétrica - Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília. Brasília : ENE-FT/UnB, 2013. p. 112, Tese de Doutorado em Engenharia de Sistemas Eletrônicos e de Automação. PGEA.TD 069/2013.
- [42]**Goedtel, A.** *Estimador Neural de Velocidade para Motores de Indução Trifásicos*. Tese (Doutorado), Engenharia Elétrica. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2007.

# APÊNDICES

Apresentação dos resultados das análises comparativas entre os métodos paramétricos realizadas com a utilização dos sinais experimentais de tensão e corrente elétricas coletadas em um ASD experimental.

Apêndice 1 – Resultados das Análises Comparativas – Carga Fixa.

Apêndice 2 – Resultados das Análises Comparativas – Conjugado Fixo.

APÊNDICE 1: Resultados das Análises Comparativas – Carga Fixa

		Parâmetros								
		ESPRIT					PRONY			
		Curva	Frequência Nominal (Hz)	SNR(dB)	Núm. Amostras	Núm. Comp. Espectrais	Freq. Fund.(Hz)	SNR(dB)	Núm. Amostras	Núm. Comp. Espectrais
<b>Experimento de Carga Fixa</b>	<b>Vab</b>	5	27,60	4800	305	5,000	31,58	3850	963	5,001
		15	35,80	2700	174	15,002	41,86	5000	1250	15,002
		20	35,02	4000	255	20,001	36,84	600	150	20,019
		25	35,09	2000	255	25,003	38,35	850	213	24,996
		30	35,41	2000	130	30,004	37,84	350	88	29,938
		35	35,48	2300	149	35,005	39,88	1350	338	35,006
		40	35,65	2300	149	40,006	36,92	850	213	40,030
		45	35,35	2800	180	45,006	43,04	1350	338	45,005
		50	35,65	4100	261	50,007	35,20	850	213	49,994
		55	35,55	3800	243	55,008	35,52	600	150	55,021
	60	35,33	3800	243	60,009	37,88	350	88	59,995	
	<b>Vbc</b>	5	27,47	4400	281	5,002	31,08	5000	1249	5,002
		15	35,35	2700	174	15,001	35,49	1600	400	15,002
		20	35,85	4300	274	20,001	38,04	1100	275	20,007
		25	35,10	2300	149	25,004	40,22	2100	524	25,004
		30	35,41	2100	136	30,005	35,97	850	212	30,001
		35	35,35	2500	162	35,005	35,83	600	151	34,998
		40	35,16	2200	143	40,005	40,05	2350	588	40,007
45		35,19	3100	199	45,006	40,71	1350	338	45,006	

		50	35,01	4000	255	50,008	40,94	600	150	50,013
		55	35,30	4000	255	55,008	35,28	850	212	54,990
		60	35,10	3400	218	60,008	35,25	350	88	59,920
	<b>Vca</b>	5	26,15	4200	268	5,000	35,34	100	25	0,000
		15	36,34	2700	174	15,001	43,16	3100	775	15,002
		20	35,37	3900	249	20,005	37,16	1100	274	20,002
		25	35,00	2000	131	25,004	41,53	1100	275	25,002
		30	35,61	2000	130	30,004	40,40	1850	463	30,006
		35	35,93	2400	156	35,005	38,21	850	213	35,008
		40	36,08	2300	149	40,006	37,31	850	212	40,038
		45	35,25	2700	174	45,006	41,97	1350	338	45,008
		50	35,37	4200	268	50,007	39,22	2600	651	50,009
		55	35,66	4000	255	55,008	37,16	1350	337	55,001
		60	35,28	3500	224	60,009	36,07	350	88	60,015
	<b>la</b>	5	19,91	940	5	4,938	19,81	390	98	4,597
		15	25,63	840	5	14,946	29,65	490	123	15,078
		20	26,62	740	6	20,009	32,48	390	98	20,206
		25	27,18	940	64	25,001	31,50	940	235	24,977
		30	28,06	840	58	30,031	31,93	540	135	30,087
		35	27,87	740	51	34,974	34,41	140	36	37,513
		40	26,14	940	5	40,042	31,47	590	148	39,953
		45	24,90	840	5	45,093	37,25	190	48	45,059
		50	23,87	740	52	49,929	31,13	940	234	49,941
		55	21,99	740	5	54,723	31,82	140	35	53,966
	60	20,34	840	5	60,111	35,29	440	111	59,854	
	<b>lb</b>	5	24,26	940	5	5,126	34,12	840	211	5,207
		15	27,42	940	5	14,972	28,66	640	161	15,013

		20	29,86	640	46	19,979	32,97	890	223	19,979
		25	30,15	940	64	25,009	33,85	490	123	25,123
		30	29,63	940	64	30,003	32,00	390	97	29,932
		35	30,44	640	46	35,013	35,20	190	48	34,726
		40	22,46	740	5	40,067	32,61	440	110	40,598
		45	30,52	940	64	45,002	30,74	340	86	45,191
		50	21,83	640	5	50,184	35,09	90	23	48,690
		55	29,81	940	123	54,976	34,09	490	123	54,959
		60	23,17	840	5	60,121	32,91	690	172	59,975
	<b>lc</b>	5	27,54	940	5	5,131	29,62	1000	250	5,117
		15	22,89	940	5	14,848	29,98	340	85	15,390
		20	25,92	940	5	20,008	29,06	940	236	20,015
		25	25,72	840	5	25,016	30,15	790	198	25,016
		30	25,94	940	64	29,998	29,81	340	85	29,869
		35	27,29	740	51	35,030	29,40	290	73	35,259
		40	24,28	940	5	40,057	29,39	940	235	40,039
		45	24,47	940	5	45,031	27,82	140	36	43,223
		50	23,67	840	5	50,174	32,38	240	60	50,232
		55	23,31	240	5	55,213	30,67	140	35	53,969
		60	21,81	940	5	60,063	32,20	340	85	59,652



APÊNDICE 2: Resultados das Análises Comparativas – Conjugado Fixo

Experimento de Conjugado Fixo	Curva	Frequência Nominal (Hz)	Parâmetros							
			ESPRIT				PRONY			
			SNR(dB)	Núm. Amostras	Núm. Comp. Espectrais	Freq. Fund.(Hz)	SNR(dB)	Núm. Amostras	Núm. Comp. Espectrais	Freq. Fund.(Hz)
Vab	10	32,98	5000	318	10,051	35,54	3600	900	10,051	
	15	35,14	2600	168	15,002	44,13	3350	838	15,002	
	20	35,30	3900	249	20,053	37,18	1850	462	20,056	
	25	35,11	2000	130	25,055	37,87	850	213	25,047	
	30	35,68	2000	130	30,004	38,73	1100	276	30,004	
	35	35,05	2200	143	35,005	37,56	850	213	34,999	
	40	35,38	2200	143	40,005	35,61	1100	275	40,034	
	45	35,37	3200	205	45,006	34,00	1100	276	45,006	
	50	35,16	4500	286	50,059	37,83	2350	588	50,061	
	55	35,06	4300	543	55,058	39,33	1850	463	55,049	
Vbc	60	35,11	2900	186	60,058	36,17	1100	276	60,066	
	10	34,66	5000	318	10,051	34,02	3600	900	10,053	
	15	36,74	2700	174	15,003	41,72	1600	400	15,001	
	20	35,04	4100	262	20,052	39,94	1600	400	20,053	
	25	35,06	1700	217	25,053	38,90	2100	526	25,053	
	30	35,59	2100	136	30,005	39,22	1100	275	30,002	
	35	35,41	2300	149	35,005	36,38	1100	275	35,004	

		40	35,08	2300	149	40,006	37,70	600	150	40,019
		45	35,45	2700	342	45,008	36,60	1100	275	45,008
		50	35,04	4400	281	50,058	39,54	2850	713	50,061
		55	35,58	4200	268	55,058	36,72	1850	462	55,059
		60	35,15	2800	181	60,058	36,13	850	212	60,070
	<b>Vca</b>	10	34,12	5000	318	10,051	35,49	5000	1249	10,051
		15	36,38	2600	168	15,002	35,43	1100	276	15,002
		20	35,24	3900	249	20,053	38,02	1100	275	20,056
		25	35,22	1900	124	25,054	37,58	850	212	25,052
		30	35,60	2000	130	30,004	39,72	350	88	30,001
		35	35,14	2300	149	35,005	38,62	600	151	34,993
		40	35,68	2100	136	40,006	35,60	350	88	39,935
		45	35,03	2800	181	45,006	36,25	1850	463	45,005
		50	35,28	4400	280	50,058	35,58	600	150	50,027
		55	35,12	4000	256	55,057	35,77	2100	525	55,060
	60	35,34	2700	174	60,059	39,03	350	87	60,146	
	<b>la</b>	10	29,22	840	5	9,995	32,32	240	61	15,062
		15	29,51	740	5	15,071	32,43	540	136	14,972
		20	29,98	840	111	20,073	31,93	440	111	20,198
		25	29,65	840	111	25,065	34,98	590	147	25,013
		30	28,91	840	58	30,036	31,20	690	173	30,036
		35	24,53	940	5	35,022	31,23	990	248	35,131
		40	24,66	940	5	40,041	34,09	340	85	39,495
		45	27,75	540	5	44,901	31,35	240	60	44,895
		50	21,11	740	5	50,266	33,71	840	211	50,167
		55	22,94	740	5	55,167	30,25	140	35	54,072
	60	22,53	340	5	59,907	33,18	340	86	59,604	

	<b>lb</b>	10	27,73	940	5	9,989	35,99	540	135	10,092
		15	32,35	940	64	15,028	37,34	540	136	15,222
		20	31,12	840	5	20,077	36,12	640	160	20,102
		25	34,24	840	58	25,074	37,22	190	48	25,605
		30	32,83	840	58	30,004	35,67	290	73	29,613
		35	26,88	940	5	34,980	35,32	290	73	35,634
		40	24,32	840	5	40,074	38,85	290	73	40,016
		45	31,76	940	123	45,024	35,86	490	123	45,086
		50	29,04	740	51	50,072	35,07	440	110	50,186
		55	21,97	940	64	54,846	36,46	290	73	55,105
	60	25,73	840	57	60,069	36,66	540	135	59,778	
	<b>lc</b>	10	27,74	940	64	10,042	30,54	940	235	10,098
		15	27,59	940	5	15,008	30,16	540	135	15,108
		20	27,78	740	51	20,133	34,22	790	198	20,101
		25	27,60	840	5	25,092	30,91	790	198	25,054
		30	26,70	640	5	30,063	31,70	190	47	29,131
		35	23,35	240	20	35,172	31,80	240	60	35,152
		40	22,21	240	5	39,813	29,32	240	61	38,974
		45	25,49	740	5	44,997	33,15	790	198	44,685
		50	24,51	440	5	50,060	32,35	440	110	50,074
55		21,54	540	39	55,096	32,99	940	236	55,232	
60	20,10	840	5	60,110	32,95	690	172	59,811		