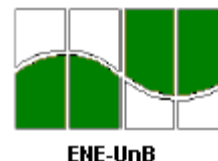


Universidade de Brasília
Faculdade de tecnologia
Departamento de Engenharia Elétrica



Desenvolvimento de experiências didáticas
para o laboratório de materiais elétricos e magnéticos.

Relatório de estágio supervisionado II

Aluno: Fábio Queiroz de Melo

Orientador: Professor Alexandre Ricardo Soares Romariz
Co-orientador: Professor José Camargo da Costa

Brasília, Dezembro de 2003

“O inefável prazer de viver não se experimenta enquanto não começamos a olhar nossa vida como o principal dos trabalhos que devemos empreender”

Carlos Bernardo Gonzáles Pecotche

Agradecimentos

A Deus, por fornecer ao homem todos os recursos necessários para sua longa e grandiosa jornada de evolução.

Aos meus pais, Rosangela e Paulo, pelo imenso apoio em todos os momentos de minha vida.

Ao meu orientador, professor Alexandre Romariz, pela grande ajuda e disposição.

Ao professor José Camargo, por sua inestimável contribuição ao departamento de engenharia elétrica, e sua inigualável atenção aos alunos.

Ao técnico Cícero, pelo seu exemplo de dedicação ao trabalho e grandiosa contribuição para a realização deste trabalho.

A todos os professores e alunos que contribuem para fazer do departamento de engenharia elétrica um grande orgulho para todos nós.

Resumo

A proposta deste trabalho é desenvolver kits experimentais didáticos, para o laboratório de materiais elétricos e magnéticos. Para alcançar este objetivo, testes foram realizados com os dispositivos e equipamentos disponíveis nos laboratórios do departamento de engenharia elétrica, e o resultado foi um conjunto de três novas experiências.

- Experiência do efeito fotoelétrico
- Experiência de corpo negro
- Experiência de propriedades magnéticas com sensor Hall

Sumário

| | |
|---|------------------|
| <u>2 Introdução.....</u> | <u>12</u> |
| <u>2.1 Fundamentação teórica.....</u> | <u>13</u> |
| <u>2.2 O experimento.....</u> | <u>19</u> |
| 2.2.1 Considerações iniciais..... | 19 |
| 2.2.2 Objetivo..... | 19 |
| 2.2.3 Projeto do kit..... | 19 |
| <u>2.3 Resultados.....</u> | <u>27</u> |
| <u>3 O experimento do efeito fotoelétrico.....</u> | <u>34</u> |
| <u>3.1 Fundamentação teórica.....</u> | <u>34</u> |
| <u>3.2 O experimento.....</u> | <u>40</u> |
| 3.2.1 Considerações iniciais..... | 40 |
| 3.2.2 Objetivo..... | 40 |
| 3.2.3 Montagem do kit..... | 40 |
| <u>3.3 Resultados</u> | <u>42</u> |
| <u>4 O experimento de magnetismo com sensor Hall.....</u> | <u>43</u> |
| <u>4.1 Fundamentação teórica.....</u> | <u>43</u> |
| <u>4.2 O experimento.....</u> | <u>51</u> |
| 4.2.1 Considerações iniciais..... | 51 |
| 4.2.2 Objetivo..... | 53 |
| 4.2.3 O projeto do kit..... | 53 |
| <u>4.3 Resultados.....</u> | <u>55</u> |
| <u>5 Discussão.....</u> | <u>58</u> |
| <u>6 Conclusão.....</u> | <u>60</u> |
| <u>7 Referencias.....</u> | <u>61</u> |
| <u>8 Anexo: Manual do experimento de efeito fotoelétrico.....</u> | <u>62</u> |
| <u>Introdução teórica.....</u> | <u>62</u> |
| O experimento clássico..... | 62 |
| Interpretação dos resultados do experimento do efeito fotoelétrico pela física clássica e pela física quântica..... | 64 |
| O experimento com o kit..... | 65 |
| <u>Equipamento.....</u> | <u>66</u> |
| Lista de equipamento..... | 66 |
| Características..... | 66 |
| Montagem..... | 67 |
| Observações..... | 68 |
| <u>Procedimento de medição.....</u> | <u>68</u> |

| | |
|---|-----------|
| <u>Questões do relatório e pré-relatório.....</u> | <u>68</u> |
| <u>Ângulo de difração.....</u> | <u>71</u> |

Lista de tabelas

| | |
|--|-----------|
| <i>Tabela 1: Resistividade do tungstênio em $\mu\Omega\text{cm}$, em função da temperatura em Kelvin.</i> | <i>25</i> |
| <i>Tabela 2: comprimentos de onda máximo e mínimo.....</i> | <i>32</i> |
| <i>Tabela 3: Valores de permeabilidade relativa e susceptibilidade para alguns elementos.</i> | <i>44</i> |
| <i>Tabela 4: Permeabilidade e susceptibilidade das amostras obtidas experimentalmente..</i> | <i>57</i> |

Lista de figuras

| | |
|---|-----------|
| <i>Figura 1: Comparação entre os resultados de Rayleigh-Jeans, Wien e Planck. A esquerda em função da frequência e a esquerda em função do comprimento de onda..</i> | <i>15</i> |
| <i>Figura 2: Modos de vibração em uma cavidade.....</i> | <i>15</i> |
| <i>Figura 3: Representação espacial das frequências do oscilador. Os pontos estão espalhados em um volume, a figura foi simplificada para facilitar a visualização.....</i> | <i>16</i> |
| <i>Figura 4: Modos de vibração em um oitavo de uma casca esférica.....</i> | <i>16</i> |
| <i>Figura 5: Modelo de corpo negro utilizado.....</i> | <i>19</i> |
| <i>Figura 6: Termopar fixado dentro de um tubo opaco.....</i> | <i>21</i> |
| <i>Figura 7: Esquema para o teste do termopar.....</i> | <i>21</i> |
| <i>Figura 8: Esquema para estudo do espectro de corpo negro.....</i> | <i>21</i> |
| <i>Figura 9: Esquema para medidas com o fotodiodo.....</i> | <i>21</i> |
| <i>Figura 10: Esquema para medidas com o fototransistor.....</i> | <i>22</i> |
| <i>Figura 11: Esquema para medição com o fotoresistor.....</i> | <i>22</i> |
| <i>Figura 12: Amplificador de ganho variável para equalizar a resposta dos sensores.....</i> | <i>23</i> |
| <i>Figura 13: escala de amplificação.....</i> | <i>24</i> |
| <i>Figura 14: Curvas de sensibilidade em função do comprimento de onda para o fotodiodo (a) e para o fototransistor(b).....</i> | <i>24</i> |
| <i>Figura 15: Interpolação de segunda ordem para a resistividade do tungstênio[$\mu\Omega\text{cm}^2$].</i> | <i>26</i> |
| <i>Figura 16: Resultado do teste do fotoresistor.....</i> | <i>27</i> |
| <i>Figura 17: Resultado do teste do fotodiodo (850nm).....</i> | <i>28</i> |
| <i>Figura 18: Resultado do teste do fototransistor.....</i> | <i>28</i> |
| <i>Figura 19: Comparação entre a amplificação com equalização e amplificação sem equalização.....</i> | <i>29</i> |
| <i>Figura 20: Comparação entre a equalização manual e amplificação sem equalização...</i> | <i>29</i> |
| <i>Figura 21: Interpolação de sexta ordem da curva de sensibilidade do fotodiodo.....</i> | <i>30</i> |
| <i>Figura 22: Interpolação de sexta ordem da curva de sensibilidade do fototransistor.....</i> | <i>30</i> |
| <i>Figura 23: Dados coletados com o fototransistor, movendo-se o trilho de um em um grau, começando em 14 graus.....</i> | <i>30</i> |
| <i>Figura 24: Dados coletados com o fotodiodo, movendo-se o trilho de um em um grau, começando em 14 graus.....</i> | <i>31</i> |
| <i>Figura 25: Dados coletados com o fototransistor e equalizados manualmente a partir da curva interpolada.....</i> | <i>31</i> |

| | |
|--|-----------|
| <i>Figura 26: Dados coletados com o fotodiodo e equalizados manualmente a partir da curva interpolada.....</i> | <i>32</i> |
| <i>Figura 27: Dados coletados com o fototransistor e equalizados manualmente a partir da curva interpolada. Foram usados apenas os pontos que correspondem a uma sensibilidade superior a 50%.....</i> | <i>32</i> |
| <i>Figura 28: Curvas teóricas da radiação de corpo negro para as temperaturas em que foram feitas as aquisições.....</i> | <i>33</i> |
| <i>Figura 29: Equipamento de Stoletow.....</i> | <i>34</i> |
| <i>Figura 30: Equipamento da descoberta dos raios catódicos.....</i> | <i>35</i> |
| <i>Figura 31: Equipamento de J.J. Thomson.....</i> | <i>35</i> |
| <i>Figura 32: Equipamento de Lenard.....</i> | <i>37</i> |
| <i>Figura 33: Resultado da experiência de Lenard.....</i> | <i>37</i> |
| <i>Figura 34: Medidas de potencial de retardo realizadas por Lenard.....</i> | <i>38</i> |
| <i>Figura 35: Resultado da experiência de Millikan.....</i> | <i>39</i> |
| <i>Figura 36: figura esquemática da banda de valência de um metal.8.....</i> | <i>39</i> |
| <i>Figura 37: Kit experimental da PHYWE para determinação da constante de Planck.....</i> | <i>41</i> |
| <i>Figura 38: Resultados experimentais.....</i> | <i>42</i> |
| <i>Figura 39: Banda de energia do elétron no espaço livre sem a influencia de campo magnético.....</i> | <i>45</i> |
| <i>Figura 40: Banda de energia do elétron no espaço livre sob ação de um campo magnético.....</i> | <i>46</i> |
| <i>Figura 41: Esquema da banda de condução de um metal sobre ação de uma campo magnético. Em (a) existe superposição de bandas e em (b) há uma separação total.....</i> | <i>47</i> |
| <i>Figura 42: Tira de semicondutor tipo p alinhado com uma sistema de eixos coordenados.</i> | <i>47</i> |
| <i>Figura 43: Tira de semicondutor tipo n alinhado com uma sistema de eixos coordenados.</i> | <i>49</i> |
| <i>Figura 44: Corte transversal de um solenóide com N espiras.....</i> | <i>50</i> |
| <i>Figura 45: A espira é percorrida por uma corrente i e o campo é calculado em um ponto do seu eixo.....</i> | <i>50</i> |
| <i>Figura 46: O campo é calculado no ponto médio do eixo do solenóide.....</i> | <i>51</i> |
| <i>Figura 47: Sensor Hall de quatro terminais.....</i> | <i>52</i> |
| <i>Figura 48: Sensor Hall de três terminais.....</i> | <i>52</i> |
| <i>Figura 49: Sensor Hall utilizado e esquema elétrico. As partes em amarelo são resistores, em vermelho os contatos metálicos e em azul o local do sensor.....</i> | <i>52</i> |
| <i>Figura 50: Esquemático do Kit de propriedades magnéticas com o sensor Hall.....</i> | <i>53</i> |

| | |
|--|-----------|
| <i>Figura 51: Solenóide de 50 espiras e amostras utilizadas. Da esquerda para a direita: ferrite, alumínio, cobre e ferro.....</i> | <i>54</i> |
| <i>Figura 52: Kit montado em protoboard.....</i> | <i>55</i> |
| <i>Figura 53: Tensão Hall \times corrente no solenóide para núcleo de ar.....</i> | <i>55</i> |
| <i>Figura 54: Tensão Hall \times corrente no solenóide para o núcleo de alumínio.....</i> | <i>55</i> |
| <i>Figura 55: Tensão Hall \times corrente no solenóide para o núcleo de cobre.....</i> | <i>56</i> |
| <i>Figura 56: Tensão Hall \times corrente no solenóide para o núcleo de ferro.....</i> | <i>56</i> |
| <i>Figura 57:: Tensão Hall \times corrente no solenóide para o núcleo de ferrita.....</i> | <i>56</i> |
| <i>Figura 58: Curvas experimentais de magnetização para o alumínio e o cobre.....</i> | <i>57</i> |
| <i>Figura 59:: Curvas experimentais de magnetização para o ferro e a ferrite.....</i> | <i>57</i> |

2 Introdução

Recentemente, o prédio de laboratórios do departamento de engenharia elétrica foi reformado e vários laboratórios receberam novas bancadas e novos equipamentos. O laboratório de materiais foi uma exceção, pois continuou com os mesmos equipamentos antigos e só neste semestre recebeu novas bancadas, e dois novos kits experimentais, que ainda estavam guardados nas próprias embalagens. A oportunidade de contribuir com o departamento e com os alunos, propondo e realizando mudanças no laboratório de materiais elétricos é um trabalho estimulante e também um desafio, que motivou a realização deste projeto.

Este trabalho tem a proposta de desenvolver novas experiências didáticas para o laboratório de materiais elétricos e magnéticos do departamento de engenharia elétrica, tendo como requisitos de projeto, desenvolver experiências de fácil implementação, que contribuam com a função didática do laboratório, e ainda, que os kits resultantes tenham baixo custo de construção.

2.1 *Fundamentação teórica*

O início da física quântica é marcado pelo estudo da radiação de corpo negro. A idéia de quantização de energia foi o que possibilitou a derivação de uma equação que se ajustasse perfeitamente aos dados experimentais. Daí vem a importância de se estudar a radiação de corpo negro.

Todo corpo aquecido emite radiação, como também a absorve e a reflete. Aumentando a temperatura deste corpo, sua coloração vai se alterando, começando pelo vermelho, passando pelo alaranjado até atingir um aspecto branco brilhante. Isto é uma evidência de que a radiação emitida pelos corpos muda com a temperatura em intensidade e em conteúdo espectral.

Um corpo-negro ideal tem propriedades particulares. Ele absorve toda a energia que nele incide e nada reflete. Portanto para atingir o equilíbrio térmico com o meio, o corpo-negro precisa ser um excelente radiador de energia, de fato ele é o melhor radiador que existe.

Uma cavidade fechada em equilíbrio térmico é um corpo negro, pois a radiação que deixa suas paredes internas consiste inteiramente de radiação emitida por elas. Esta cavidade tem outras propriedades interessantes. O fluxo de radiação é o mesmo em todas as direções, é o mesmo em qualquer ponto na cavidade, e é o mesmo para quaisquer cavidades que estejam na mesma temperatura, não importando os seus formatos nem os materiais de que são feitos. Além disto, todas estas características são válidas para cada componente espectral tomada separadamente.

Essas características são necessárias para que a segunda lei da termodinâmica não seja violada.

Tome um ponto qualquer na cavidade. Considere que o fluxo de energia neste ponto é maior em uma direção e menor em outra. Se dois absorvedores forem introduzidos nestas direções, uma se tornará mais quente que a outra. Logo, tem-se uma fonte quente e uma fonte fria, que podem ser usadas para operar uma máquina térmica, por exemplo, uma máquina de Carnot, e gerar trabalho sem que seja necessário intervir em qualquer outra parte o sistema, violando assim a segunda lei da termodinâmica.

Agora imagine duas caixas, A e B, de formatos diferentes e construídas com materiais diferentes. Assuma que as caixas estejam em equilíbrio térmico. Supondo-se que a caixa A possui maior densidade de energia em uma estreita faixa do espectro, $\nu + d\nu$, que a caixa B. Ao se conectar as cavidades com um tubo, que seja opaco a toda radiação fora do intervalo $\nu + d\nu$, o que pode ser realizado aplicando-se um filtro, o fluxo de energia será maior de A para B do que no sentido reverso. Então a temperatura de B deve aumentar e a de A diminuir, até que o fluxo de energia de A para B seja igual a de B para A. Desta maneira, uma diferença de temperatura foi criada espontaneamente, sem que nenhum trabalho fosse realizado sobre o sistema, o que fere a segunda lei da termodinâmica.

O que foi exposto induz a pensar que a radiação de corpo negro não depende da forma, nem do material das paredes, e que para uma determinada faixa de frequência, a intensidade de radiação só depende da temperatura.

A densidade de energia contida em uma estreita faixa de freqüência será denotada por ρdv e o espectro inteiro por u , (equação-1).

$$u(T) = \int_0^{\infty} \rho(\nu, T) d\nu, [u] = \frac{\text{energia}}{\text{volume}}, [\rho] = \frac{\text{energia} \times \text{tempo}}{\text{volume}} \quad (1)$$

Kirchhoff provou que ρ é uma função de ν e T (equação-1) e não depende na natureza das paredes da cavidade, portanto $\rho(\nu, T)$ é uma função universal. Logo, para caracterizar a radiação de corpo-negro deve-se derivar uma expressão para $\rho(\nu, T)$, a densidade volumétrica de energia por intervalo de freqüência. Com isto pode-se obter o fluxo de energia radiada (equação-2).

$$F = \frac{c}{4} \rho \left[\frac{\text{energia}}{\text{área}} \right], c = \text{velocidade da luz}, \text{Fluxo} = \int F d\nu \left[\frac{\text{energia}}{\text{área} \times \text{tempo}} \right] \quad (2)$$

Wilhelm Wien propôs uma formula teórica para a radiação de corpo-negro que se ajustava aos dados experimentais da época. Mas na medida em que os experimentos foram realizados em temperaturas mais elevadas e em comprimentos de onda maiores, e a precisão foi melhorada, surgiram evidências de discrepância entre a lei de Wien e os dados experimentais (figura-1).

Wien postulou que:

$$\rho(\nu, T) = \frac{4\nu^3}{c^3} a_1 e^{-\frac{a_2 \nu}{T}}; a_1, a_2 = \text{const.} \quad (3)$$

ou em termos de comprimento de onda:

$$\rho(\lambda, T) = \frac{b_1}{\lambda^5} e^{-\frac{b_2}{\lambda T}}; b_1, b_2 = \text{const.} \quad (4)$$

Observe que estas fórmulas apresentam constantes a serem determinadas.

Outra formulação, sugerida por Lord Rayleigh e Jeans, conhecida como lei de Rayleigh-Jeans, não apresentam constantes a serem determinadas (equação-5).

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi \nu^2}{c^3} kT, \text{ ou } \rho(\lambda, T) = \frac{8\pi}{\lambda^4} kT \quad (5)$$

Apesar de os resultados de Rayleigh-Jeans coincidirem com os dados experimentais para grandes comprimentos de onda, uma rápida inspeção mostra que estas fórmulas estão erradas. Quando $\lambda \rightarrow 0$ tem-se que $\rho \rightarrow \infty$ e

$$\int_0^{\infty} \rho d\nu \rightarrow \infty \text{ (figura-1).}$$

A solução do problema só apareceu com Planck e sua hipótese de quantização da energia. Segundo Planck, a energia não varia continuamente, mas de forma discreta, e em múltiplos de uma determinada quantidade ε , $E = n\varepsilon$ com n inteiro. Aplicando esta hipótese a lei de Wien, Planck determinou que ε tem que ser proporcional a freqüência. Com isto Planck derivou sua fórmula para a radiação de corpo negro (equação-6). Sua equação concorda com todos os dados experimentais.

$$\rho(\nu, t) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \text{ ou } \rho(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$

(6)

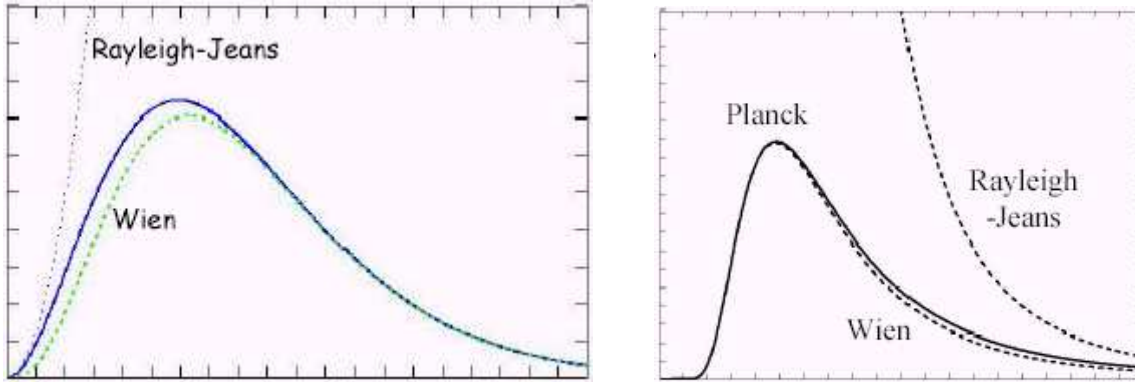


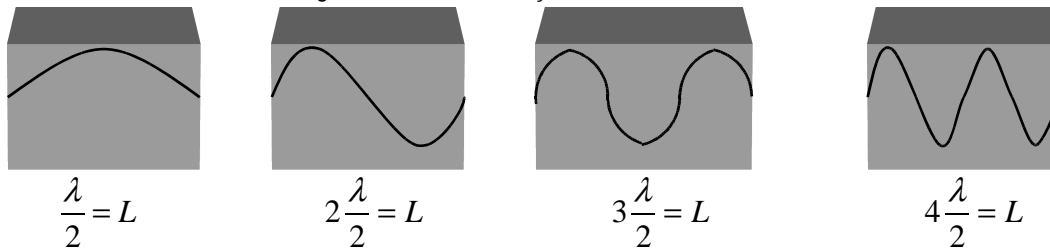
Figura 1: Comparação entre os resultados de Rayleigh-Jeans, Wien e Planck. A esquerda em função da frequência e a esquerda em função do comprimento de onda.

Observe que existe algo em comum entre as equações de Rayleigh-Jeans e de Planck. O termo $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$ aparece nas suas equações. Enquanto que na formulação quântica o termo $\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}}$ toma lugar de kT na fórmula clássica. O significado destes termos fica claro quando se derivam estas equações.

Considere uma caixa quadrada. As paredes da caixa vão emitir radiação e no equilíbrio térmico serão estabelecidas ondas estacionárias com nós nas paredes da caixa. Pode-se imaginar que existem osciladores nas paredes da caixa, ou ainda, pode-se tratar estas ondas estacionárias como osciladores. Se, os modos de vibração e a energia associada a cada modo, ou a cada oscilador, são conhecidos, pode-se obter a energia no interior da caixa.

Os modos de vibração são determinados pelo numero de meias ondas que se ajustam na cavidade (figura-2).

Figura 2: Modos de vibração em uma cavidade.



$$\lambda_x \frac{2L}{n}, \lambda_x = \frac{c}{\nu_x} \Rightarrow \begin{cases} \nu_x = \frac{cn_x}{2L}, n_x = 0, 1, 2, 3... \\ \nu_y = \frac{cn_y}{2L}, n_y = 0, 1, 2, 3... \\ \nu_z = \frac{cn_z}{2L}, n_z = 0, 1, 2, 3... \end{cases}$$

$$\nu = \nu_x + \nu_y + \nu_z$$

A frequência do oscilador é dada pelos componentes ν_x, ν_y, ν_z (figura-3), que são sempre não negativos.

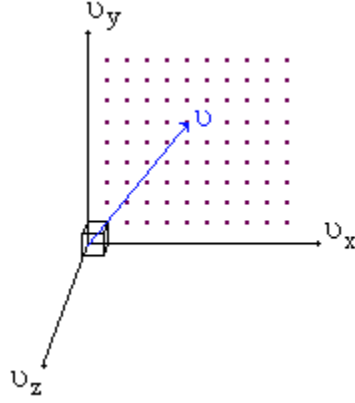


Figura 3: Representação espacial das frequências do oscilador. Os pontos estão espalhados em um volume, a figura foi simplificada para facilitar a visualização.

Na treliça formada pelos pontos, define-se um cubo elementar de volume $V = \left(\frac{c}{2L}\right)^3$, que contem em seu interior exatamente um ponto, um oitavo de ponto em cada canto (figura-3). Para determinar os modos de oscilação em uma faixa de frequência, basta dividir o volume definido por $\nu + d\nu$ pelo volume do cubo elementar (figura-4).

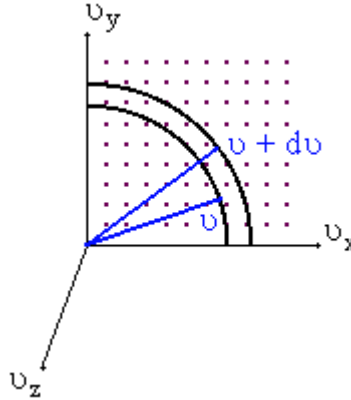


Figura 4: Modos de vibração em um oitavo de uma casca esférica.

Figura-4

$$N_{d\nu} = \frac{1}{8} \times 2 \times \frac{\int_{\nu}^{\nu+d\nu} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \nu^2 \sin \theta \, d\nu \, d\theta \, d\phi}{\left(\frac{c}{2L}\right)^3} \quad (7)$$

O fator 2 aparece na fórmula porque para cada frequência existem duas polarizações, e o fator 1/8 é devido a integração de toda a casca esférica, mas volume de interesse representa um oitavo deste volume, que corresponde a região

em que $v_x \geq 0, v_y \geq 0, v_z \geq 0$. Resolvendo a integral:

$$N_{dv} = \frac{\int_v^{v+dv} 4\pi v^2 dv}{\left(\frac{c}{2L}\right)^3} = \int_v^{v+dv} \frac{8\pi v^2 dv}{c^3}, L^3 = V(\text{volume da cavidade}).$$

De onde se obtém: $\frac{dN}{V} = \frac{8\pi v^2}{c^3} dv$, a densidade volumétrica de modos de vibração em um intervalo de frequência.

O termo $\gamma(v) = \frac{8\pi v^2}{c^3}$ é comum a às fórmulas clássica e quântica. O seu significado é o número de modos de vibração por unidade de volume e por intervalo de frequência.

O termo kT é a energia média de um oscilador, obtido com argumentos da física clássica, e que obviamente falha ao ser usada para descrever a radiação de corpo-negro (figura-1). Note que este termo não depende da frequência.

A expressão que descreve corretamente a energia média de cada oscilador é derivada da distribuição de Boltzmann. A probabilidade de um oscilador existir com estado de energia n é dado por (equação-8).

$$P_n = \frac{e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{\epsilon_n}{kT}}} \quad (8)$$

A energia média de um grupo de osciladores é $\langle E \rangle = \sum p_n \epsilon_n$, desde que $\epsilon_n = nh\nu$, obtém-se:

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_n nh\nu e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_n e^{-\frac{nh\nu}{kT}}} \quad (9)$$

Para resolver esta equação, primeiro soluciona-se o denominador. Substituindo $\frac{h\nu}{kT}$ por x :

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} \dots + e^{-nx} + \dots$$

$$S_n = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} \dots + e^{-nx}$$

$$e^{-x} S_n = e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + e^{-4x} \dots + e^{-(n+1)x} = S_n - 1 + e^{-(n+1)x}$$

$$e^{-x} S_n - S_n = e^{-(n+1)x}$$

$$S_n = \frac{e^{-(n+1)x} - 1}{e^{-x} - 1}, \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{1 - e^{-x}}$$

O numerador é obtido a partir do denominador.

$$\sum_0^{\infty} nh\nu e^{-nx} = -h\nu \sum_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial x} (e^{-nx}) = -h\nu \frac{\partial}{\partial x} \sum_0^{\infty} e^{-nx} = \frac{h\nu e^{-x}}{(1-e^{-x})}$$

Dividindo-se os termos e substituindo-se x por $\frac{h\nu}{kT}$, obtém-se o termo que faltava na fórmula de Planck (equação-10)

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (10)$$

2.2 O experimento

2.2.1 Considerações iniciais

Existem dois tipos de verificação que se pode fazer em um experimento de corpo negro. O primeiro é a verificação da lei de Boltzmann para radiação térmica e o outro é a amostragem do espectro da radiação de corpo negro e a verificação de sua dependência com a temperatura. Com isto, caracteriza-se a dependência da intensidade da radiação emitida e a dependência de sua distribuição espectral com a temperatura.

O modelo de corpo negro utilizado é uma lâmpada de filamento, dentro de uma caixa opaca com um orifício, por onde se tem acesso a radiação (figura-5). A principal vantagem desta configuração é a facilidade e o baixo custo de fabricação, outra vantagem importante, é a segurança, pois, a chance de um acidente com queimaduras fica bastante reduzido, quando comparado com o modelo tradicional de corpo negro.



Figura 5: Modelo de corpo negro utilizado.

Uma lâmpada de filamento é conhecida como corpo cinza [1] e [2]. Sua emissão é parecida com a de um corpo negro, mas sua emitância está entre 0,45 a 0,5 e seu coeficiente de absorção é menor que 1. Para corrigir esta última deficiência é que a lâmpada é colocada dentro de uma caixa. A luz que entrar pelo orifício será refletida repetidas vezes pelas paredes da caixa. A probabilidade de esta luz sair pelo orifício é muito pequena, logo pode-se afirmar que será totalmente absorvida dentro de uma caixa. Lâmpadas de filamento são comumente utilizados em kits experimentais comerciais, por exemplo, o kit OS-8542 da PASCO e o LEP 3.5.01 da PHYWE, o que justifica sua utilização neste experimento.

2.2.2 Objetivo

Construir um kit experimental que permita verificar o espectro da radiação de corpo negro e sua dependência com a temperatura.

2.2.3 Projeto do kit

O corpo negro foi construído com a caixa plástica de um eliminador de pilha comum e com uma haste de alumínio para fixação. A fonte luminosa é uma

lâmpada automotiva de 12 Volts, daquelas aplicadas na luz indicadora de marcha à ré. Esta lâmpada tem a vantagem de ser pequena e possuir elevada potência (21W), quando comparado com outras lâmpadas de tamanho parecido. Um soquete apropriado foi utilizado para fixar a lâmpada da caixa (figura-5).

Quatro tipos de sensores estão disponíveis no laboratório: fotoresistores, dois tipos de fotodiodo, um com máxima sensibilidade em 850nm e o outro em 1550nm, fototransistores (TIL78), com sensibilidade máxima em 880nm e termopares. Os três primeiros são de faixa estreita e o termopar é de faixa larga, por isso, é o único do conjunto apropriado para se fazer o primeiro tipo de medida, verificação da lei de Boltzmann. Os demais dispositivos podem ser usados para provar o espectro em uma pequena faixa e o termopar em uma larga faixa.

Foi preciso testar a utilização destes sensores, pois, dados essenciais, como a curva de sensibilidade em função do comprimento de onda, não estavam disponíveis. O fototransistor TIL78 parou de ser fabricado pelas grandes empresas, o que dificultou muito encontrar um *datasheet* com a curva de responsividade, que aliás não foi encontrada. Os fotodiodos utilizados são os que acompanham o kit de experimento óptico da PHYWE. Os dados fornecidos por esta empresa não incluem a curva necessária, nem o código identificador do diodo, o que permitiria uma busca de seu *datasheet*. O termopar disponível é o que acompanha o multímetro MINIPA, cujo manual não tem as informações desejadas.

Foram elaborados dois procedimentos para testar os sensores. Um para testar a aplicação do termopar no estudo da lei de Boltzmann, e outro para testar a aplicação de todos os sensores na amostragem do espectro.

Procedimento-1: o corpo negro, uma lente colimadora ($f=+100\text{mm}$) e o sensor foram fixados no trilho. O sensor foi adaptado em uma caixa preta, daquelas de filme fotográfico, para diminuir interferências do meio, e fixado no trilho com um suporte (figura-6). O sinal foi amplificado com o amplificador universal PHYWE. Com a luz focada no termopar, foram feitas leituras de corrente e tensão da lâmpada, e tensão de sinal (figura-7). O resultado esperado é observar que a dependência da tensão gerada pelo termopar e a temperatura do filamento seja da seguinte forma: $V_{\text{termopar}} \propto T^4$. A temperatura do filamento é calculada a partir da sua resistência.

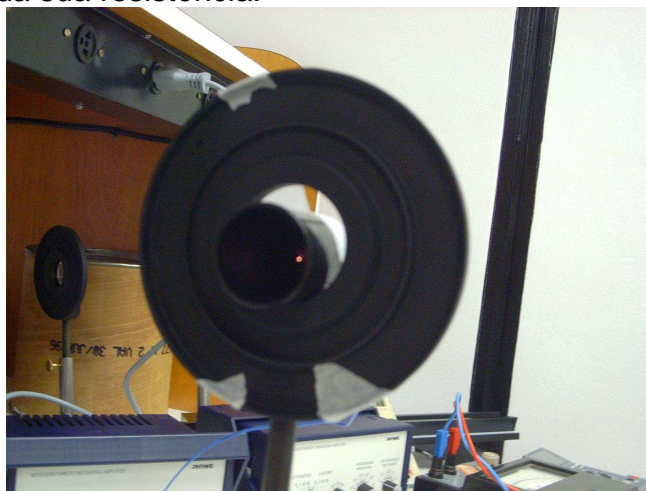


Figura 6: Termopar fixado dentro de um tubo opaco.

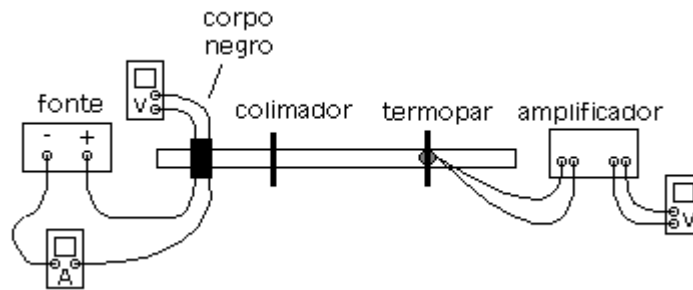


Figura 7: Esquema para o teste do termopar.

Procedimento-2: Uma rede de difração e um trilho móvel com transferidor foram utilizados para separar o espectro do corpo negro e iluminar o sensor com luz monocromática (figura-8). O resultado esperado é obter as respostas dos sensores à radiação do modelo de corpo negro, para avaliar a adequação destes sensores no experimento que se deseja desenvolver.

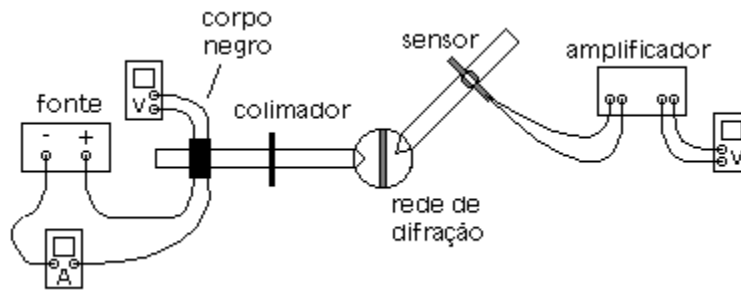


Figura 8: Esquema para estudo do espectro de corpo negro.

Cada sensor necessita de um esquema diferente de medição. O termopar foi testado ligando-o diretamente em um amplificador universal de medição (marca Phywe) de ganho elevado ($g_{\max}=10^5$). Idealmente, um amplificador com compensação de ponto de gelo deveria ser empregado, mas este amplificador não estava disponível. Porém o aparato usado é útil para testar a sensibilidade do termopar à radiação do corpo negro(figura-7).

O esquema para o fotodiodo está na figura-9. Uma tensão reversa é aplicada ao diodo(10 Volts), o amplificador é conectado no resistor de leitura ($1k\Omega$) e a leitura é feita no multímetro.

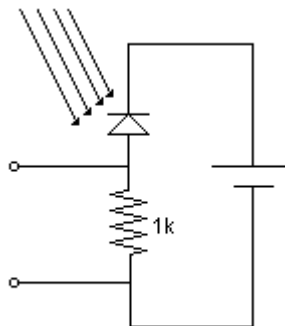


Figura 9: Esquema para medidas com o fotodiodo.

O fototransistor é montado em um circuito como o da figura-10. o resistor do coletor é de $1k\Omega$ e o do emissor, que é o resistor de leitura, é de 100Ω .

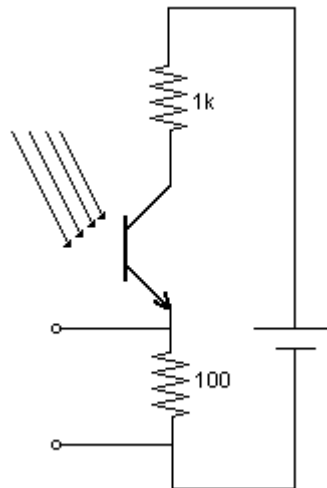


Figura 10: Esquema para medidas com o fototransistor.

O fotoresistor foi montado em um divisor de tensão, o resistor de leitura é de $1k\Omega$ (figura-11)

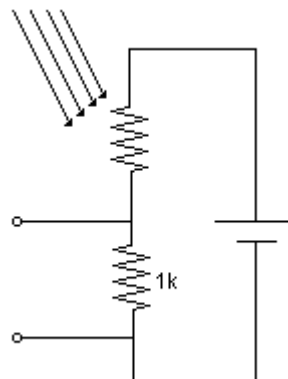


Figura 11: Esquema para medição com o fotoresistor.

A curva de resposta dos sensores não possui nenhuma região plana que se possa ser selecionada para realizar as medidas (veja as curvas obtidas em Resultados). A solução encontrada foi projetar um amplificador com ganho variável para equalizar a resposta do sensor (figura-12). A topologia escolhida foi um amplificador de diferenças com alta impedância de entrada. Segue o projeto do amplificador.

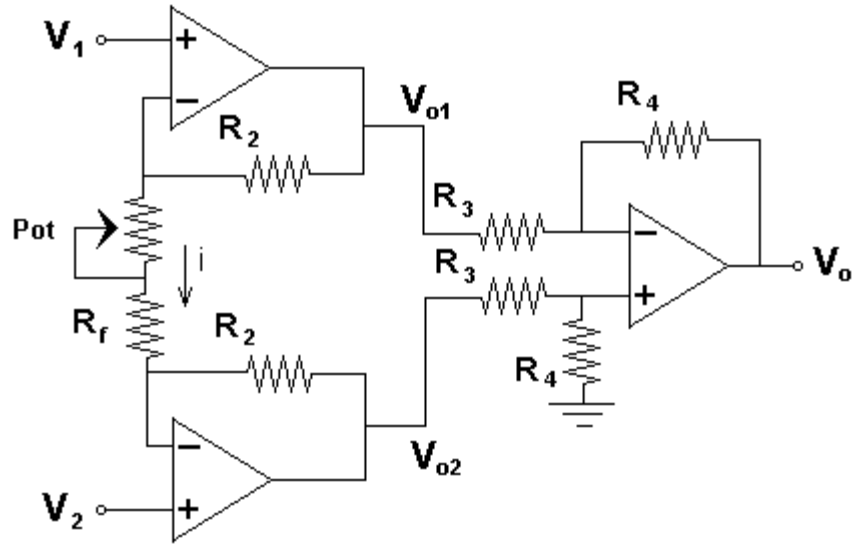


Figura 12: Amplificador de ganho variável para equalizar a resposta dos sensores.

Ganho do primeiro estágio:

$$i = \frac{V_1 - V_2}{R}$$

$$V_{01} - V_{02} = V_1 - V_2 + 2R_2 \frac{V_1 - V_2}{Pot + R_f} \quad (11)$$

$$V_{01} - V_{02} = V_1 - V_2 \left(1 + 2 \frac{2R_2}{Pot + R_f} \right)$$

O ganho deve ser definido para aproveitar o máximo da banda dos sensores, ou seja, deve variar em extensão suficiente para equalizar a resposta dos sensores, na maior faixa de frequências possível. O amplificador foi projetado então para equalizar a resposta dos sensores em uma banda que corresponde a sensibilidades maiores que 10%. Assim foi escolhido ganho 100 para sensibilidade de 100% e ganho 1000 para sensibilidade de 10%.

Escolhendo um potenciômetro de 10kΩ, o valor dos resistores foi calculado:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ganho máximo: } 1 + 2 \frac{R_2}{R_f} = 1000 \\ \text{Ganho mínimo: } 1 + \frac{R_2}{R_f + 10k} = 100 \end{array} \right\} R_f = 1,1k, R_2 = 549,45k$$

Ganho do segundo estágio deve ser unitário para evitar saturação, escolheu-se $R_3 = R_4 = 15k\Omega$.

O potenciômetro foi fixado em uma placa plástica, onde foi marcada uma escala correspondendo ao ganho necessário para equalizar a sensibilidade dos sensores, em uma extensão de 10% a 100% em passos de 5% (figura-13).

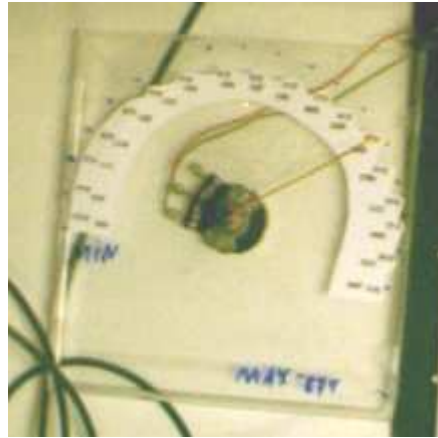


Figura 13: escala de amplificação.

Ainda restava uma questão a resolver: como equalizar a resposta do sensor se esta resposta não é conhecida? O teste de resposta dos sensores (ver Resultados) só serviu para demonstrar que eles não podiam ser utilizados sem uma compensação de sua sensibilidade. Observando a curva de resposta de dispositivos similares, foi verificado que entre um dispositivo e outro as curvas eram muito parecidas. Como única alternativa, estas curvas foram utilizadas. Para o TIL78 foi utilizada a curva do BP103B e para o fotodiodo a curva do BPX 61, ambos de fabricação SIEMENS (figura-14).

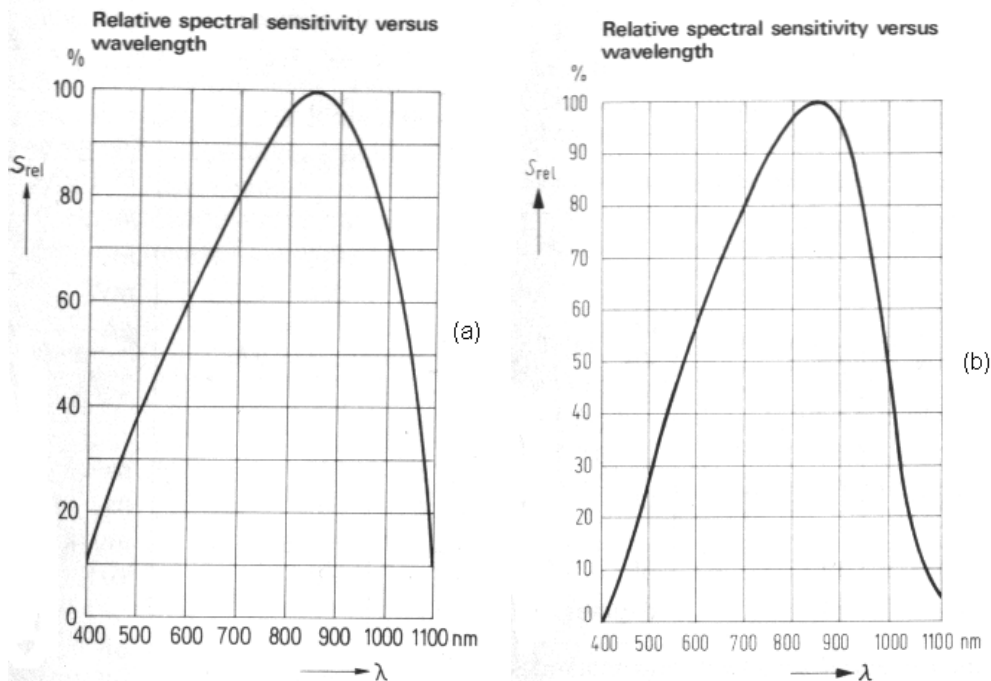


Figura 14: Curvas de sensibilidade em função do comprimento de onda para o fotodiodo (a) e para o fototransistor(b).

Estas curvas foram expandidas, para o tamanho de um papel A4, e a aquisição dos pontos das curvas foi feita manualmente com escalímetro e esquadro

Um teste foi realizado para validar a utilização do amplificador: o kit foi montado com o fototransistor e então nove pontos foram adquiridos, ajustando o

ganho do amplificador para equalizar a resposta do sensor, depois repetiu-se a coleta dos pontos, mas desta vez, com um ganho constante igual a 100 e a equalização foi feita manualmente. O teste foi realizado para duas temperaturas diferentes. Este teste não garante que as curvas escolhidas são as corretas, mas que o amplificador funciona como projetado e que a escala foi marcada corretamente. O resultado esperado é obter um gráfico que represente a radiação de corpo negro.

A temperatura do filamento foi obtida através da medida de sua resistência. Para isto foi utilizada uma tabela, com os dados experimentais da referência [3], relacionando resistividade e temperatura do tungstênio (tabela-1).

| Resistividade do Tungstênio Versus Temperatura | | | |
|--|---|-------------------|---|
| Temperatura T [K] | Resistividade ρ [$\mu\Omega\text{cm}$] | Temperatura T [K] | Resistividade ρ [$\mu\Omega\text{cm}$] |
| 300 | 5,64 | 2000 | 59,10 |
| 400 | 8,06 | 2100 | 62,65 |
| 500 | 10,74 | 2200 | 66,25 |
| 600 | 13,54 | 2300 | 69,90 |
| 700 | 16,46 | 2400 | 73,55 |
| 800 | 19,47 | 2500 | 77,25 |
| 900 | 22,58 | 2600 | 81,0 |
| 1000 | 25,70 | 2700 | 84,7 |
| 1100 | 28,85 | 2800 | 88,5 |
| 1200 | 32,02 | 2900 | 92,3 |
| 1300 | 35,24 | 3000 | 96,2 |
| 1400 | 38,58 | 3100 | 100,0 |
| 1500 | 41,85 | 3200 | 103,8 |
| 1600 | 45,22 | 3300 | 107,8 |
| 1700 | 48,63 | 3400 | 111,7 |
| 1800 | 52,08 | 3500 | 115,7 |
| 1900 | 55,57 | 3655 | 121,8 |

Tabela 1: Resistividade do tungstênio em $\mu\Omega\text{cm}$, em função da temperatura em Kelvin.

Uma interpolação polinomial de segunda ordem foi utilizada para determinar uma curva a partir dos dados (figura-15). Desenvolvendo a equação obtida, chega-se a uma relação entre a temperatura e resistência.

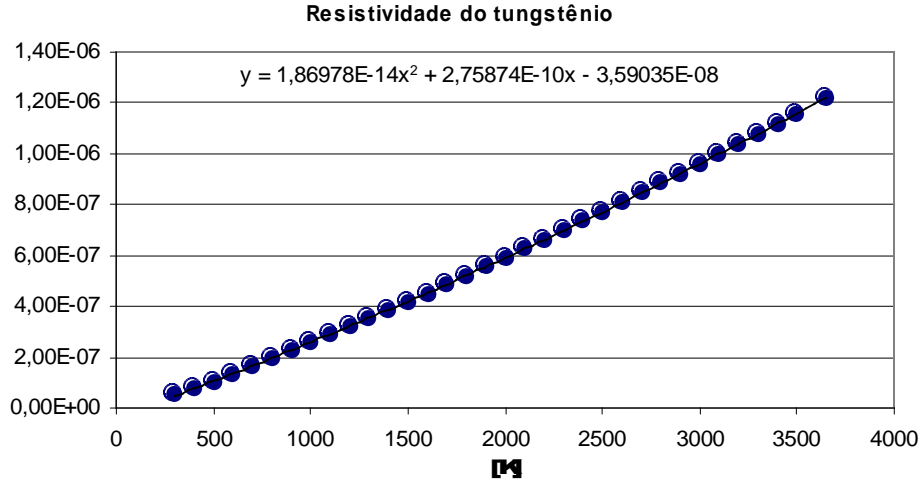


Figura 15: Interpolação de segunda ordem para a resistividade do tungstênio [$\mu\Omega\text{cm}^2$].

$$\rho(T) = k(1 + AT^2 + BT^2)$$

Substituindo T por $\Delta T + T_0$,

$$\rho(\Delta T) = k(1 + A(\Delta T + T_0)^2 + B(\Delta T + T_0))$$

$$\rho(\Delta T) = k(1 + A(\Delta T^2 + 2\Delta T T_0 + T_0^2) + B(\Delta T + T_0))$$

$$\rho(\Delta T) = k(1 + BT_0 + AT_0^2 + A\Delta T^2 + (2AT_0 + B)\Delta T)$$

$$(\Delta T) = k(1 + BT_0 + AT_0^2) \left(1 + \frac{A}{1 + BT_0 + AT_0^2} \Delta T^2 + \frac{2AT_0 + B}{1 + BT_0 + AT_0^2} \Delta T \right)$$

Os novos coeficientes são:

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= k(1 + BT_0 + AT_0^2) \\ a &= \frac{A}{1 + BT_0 + AT_0^2} \\ b &= \frac{2AT_0 + B}{1 + BT_0 + AT_0^2} \end{aligned} \right\} \rho(\Delta T) = \rho_0(1 + a\Delta T^2 + b\Delta T)$$

Multiplicando-se $\rho(\Delta T)$ por L/A , tem-se a expressão da resistência do filamento em função da temperatura, porém, tem que ser levado em conta que as dimensões do filamento variam com a temperatura, de acordo com as relações:

$$L = L_0(1 + \alpha \Delta T)$$

$$A = A_0(1 + 2\alpha \Delta T)$$

$$\alpha = 1 \times 10^{-6} \text{ m/K}$$

A resistência será dada por:

$$R(\Delta T) = \rho_0 \frac{L_0(1 + \alpha \Delta T)}{A_0(1 + 2\alpha \Delta T)} (1 + a\Delta T^2 + b\Delta T)$$

Expandindo o denominador em série de Taylor, tem-se

$$\frac{1}{1 + 2\alpha \Delta T} = 1 + 2\alpha \Delta T + \dots$$

Uma vez que

$$R_0 = \frac{\rho_0 L_0}{A_0}$$

Fazendo-se as substituições, chega-se a equação desejada depois de algumas manipulações.

$$R = R_0[1 + (a - b\alpha)\Delta T^2 + (b - \alpha)\Delta T] \quad (12)$$

2.3 Resultados

O teste com os sensores

O termopar se revelou inadequado para todos os tipos de medida que se tentou realizar. Mesmo iluminando-se o termopar por alguns minutos, nenhuma medida foi possível. A não utilização de um circuito compensador, pode ter contribuído para isto.

Com o sensor de germânio também não foi obtido nenhum resultado. Quando o sensor foi iluminado pela faixa central do padrão de difração, foi detectado um sinal variável com o brilho da lâmpada, porém, ao se ajustar o trilho, em um ângulo correspondente a $\lambda=1550\text{nm}$, e variar a tensão da lâmpada, nenhuma alteração ocorreu na leitura do sensor.

Assim só foram obtidas curvas para o fotoresistor, o fotodiodo e o fototransistor.

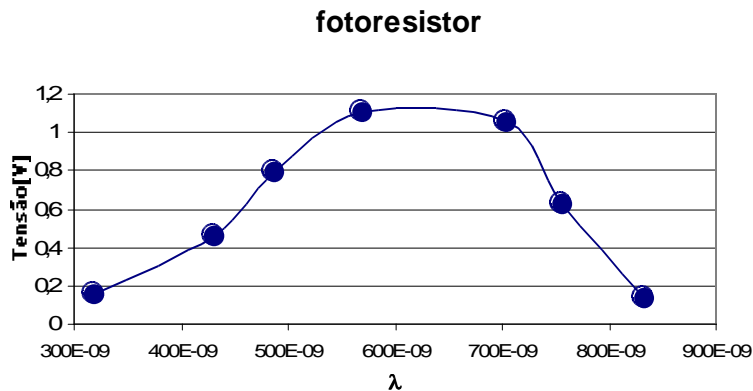


Figura 16: Resultado do teste do fotoresistor.

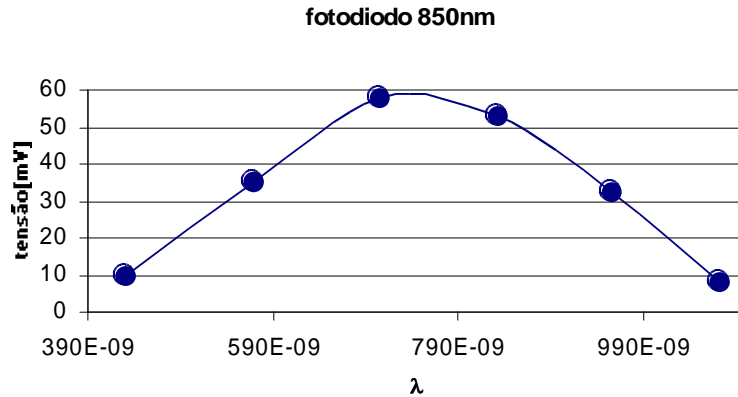


Figura 17: Resultado do teste do fotodiodo (850nm).

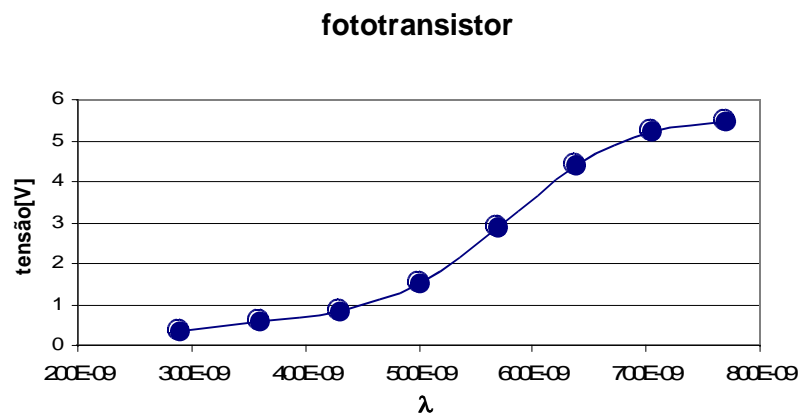


Figura 18: Resultado do teste do fototransistor.

O fotoresistor tem uma área muito grande, por isso não se pode resolver, com precisão suficiente, o comprimento de onda da luz que o ilumina, e por isso foi descartado.

Esta avaliação dos sensores serviu para destacar o fotodiodo e o fototransistor como os melhores candidatos a pertencer ao kit experimental.

O teste com o amplificador

Os próximos gráficos mostram o resultado do primeiro teste com o amplificador.

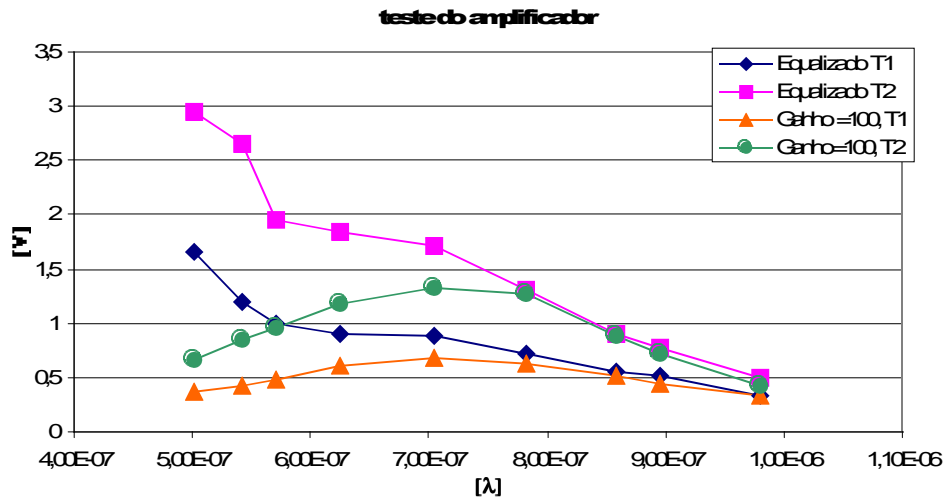


Figura 19: Comparação entre a amplificação com equalização e amplificação sem equalização.

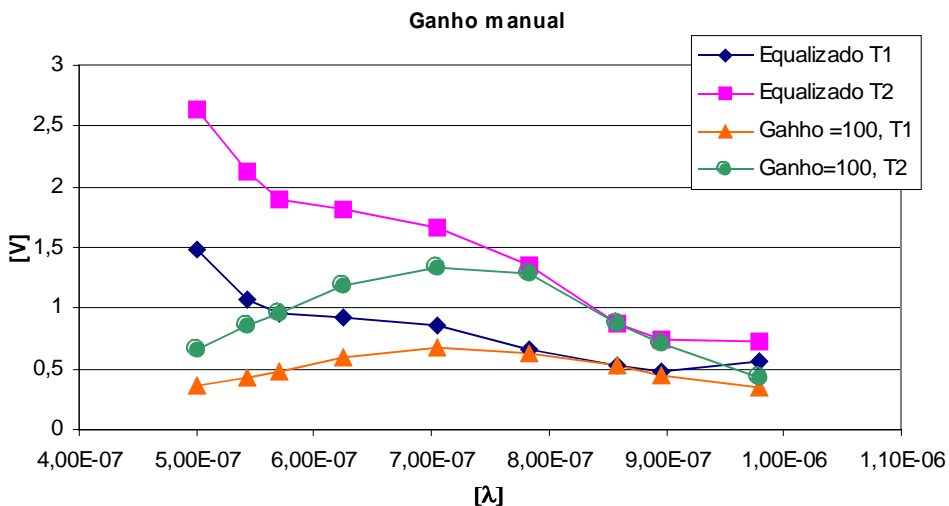


Figura 20: Comparação entre a equalização manual e amplificação sem equalização.

O resultado mostra que o amplificador funciona como projetado, mas os gráficos obtidos parecem indicar que estas curvas não são, de fato, correspondentes à radiação de corpo negro. Observe que a contribuição do infravermelho é menor que a contribuição do visível, exatamente o contrário do que se esperava.

Para verificar se os resultados estavam coerentes, uma nova aquisição foi realizada sem a utilização do amplificador, mas desta vez em uma faixa maior do espectro e com mais pontos, movendo-se o trilho de um em um grau. A equalização foi feita a partir de uma curva de sensibilidade aproximada por uma interpolação polinomial de sexta ordem.

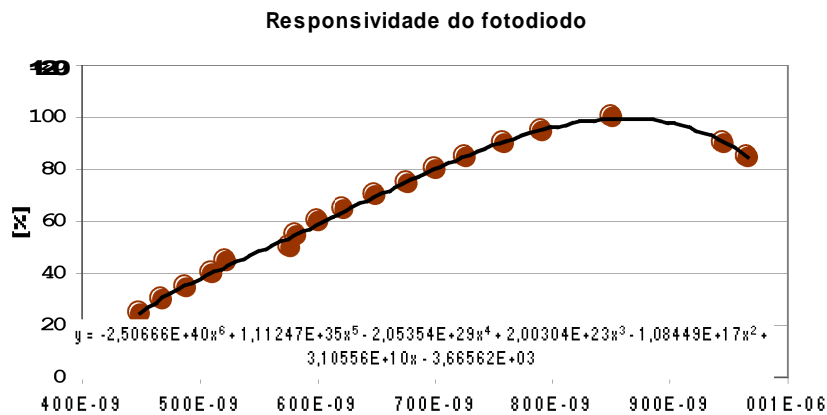


Figura 21: Interpolação de sexta ordem da curva de sensibilidade do fotodiodo.

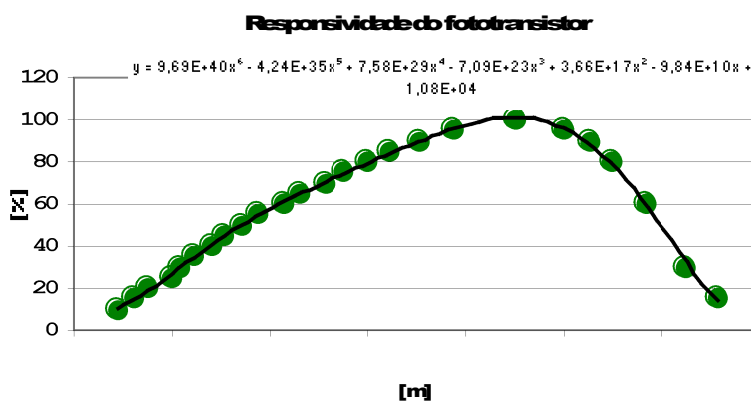


Figura 22: Interpolação de sexta ordem da curva de sensibilidade do fototransistor.

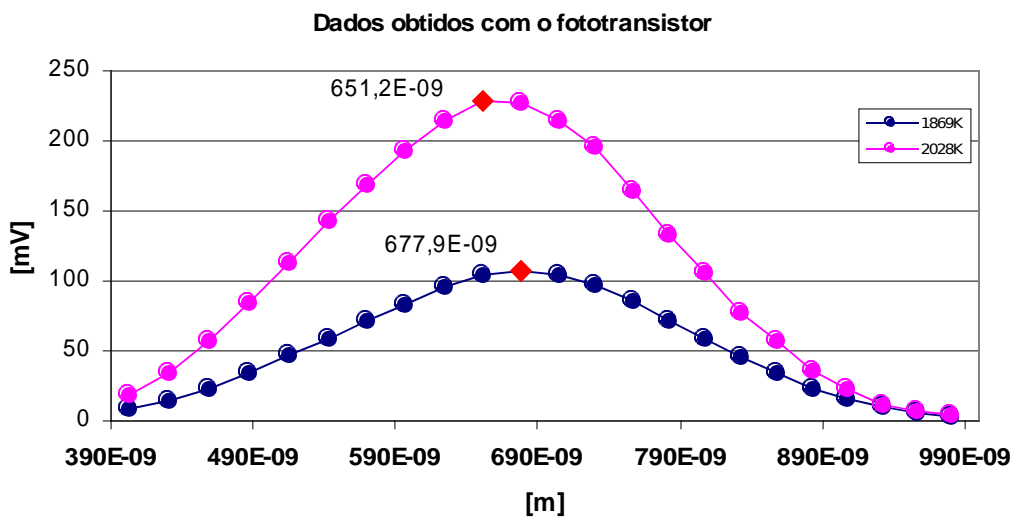


Figura 23: Dados coletados com o fototransistor, movendo-se o trilho de um em um grau, começando em 14 graus.

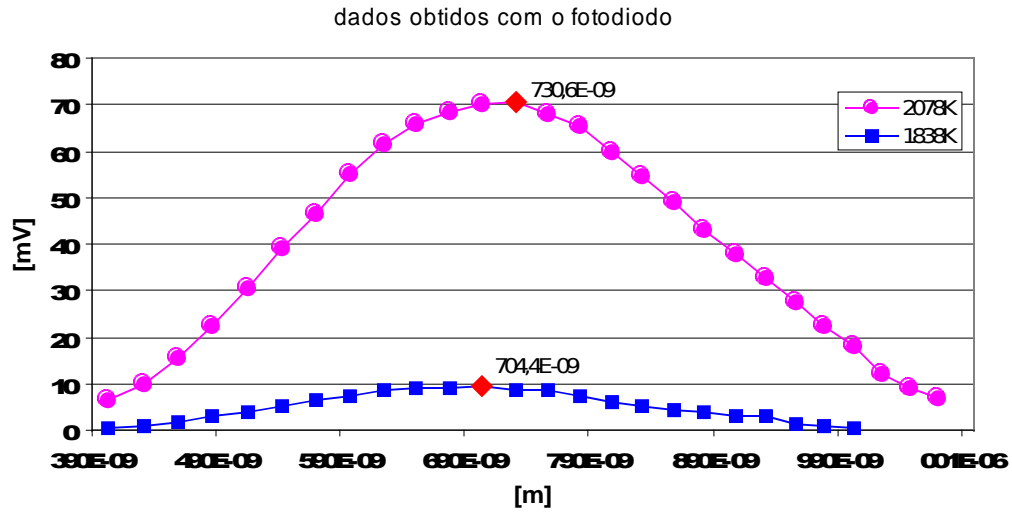


Figura 24: Dados coletados com o fotodiodo, movendo-se o trilho de um em um grau, começando em 14 graus. As curvas equalizadas são mostradas a seguir.

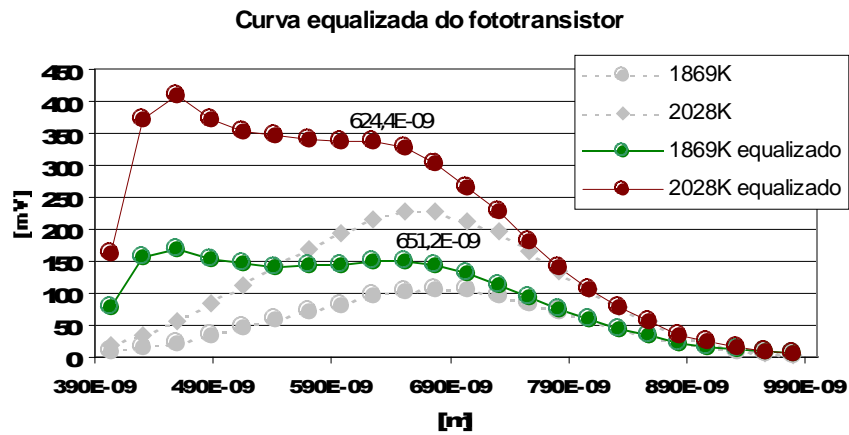


Figura 25: Dados coletados com o fototransistor e equalizados manualmente a partir da curva interpolada.

Esta curva apresenta um comportamento inesperado para os comprimentos de onda menores que 600nm. O outro gráfico fornece uma pista sobre o motivo deste comportamento.

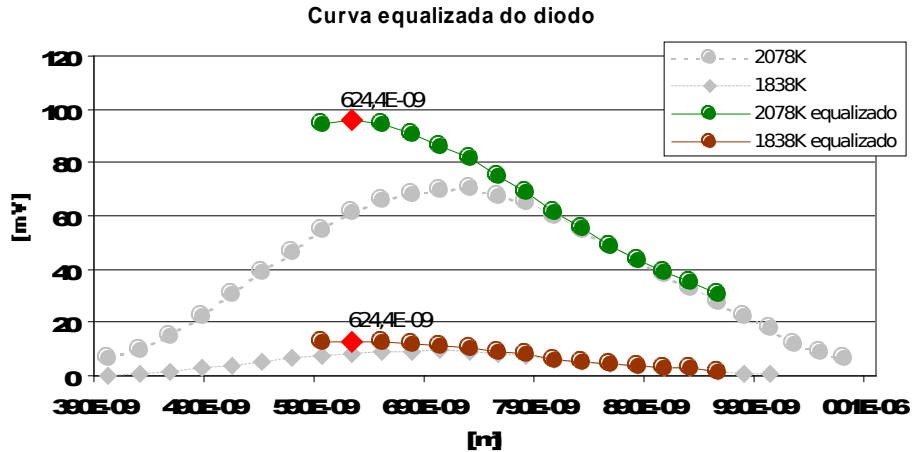


Figura 26: Dados coletados com o fotodiodo e equalizados manualmente a partir da curva interpolada.

No diodo, a correção foi feita apenas para os pontos experimentais que estão na faixa de frequência, cuja sensibilidade do sensor é maior que 50%. Fazendo o mesmo para o transistor, se obtém resultado semelhante.

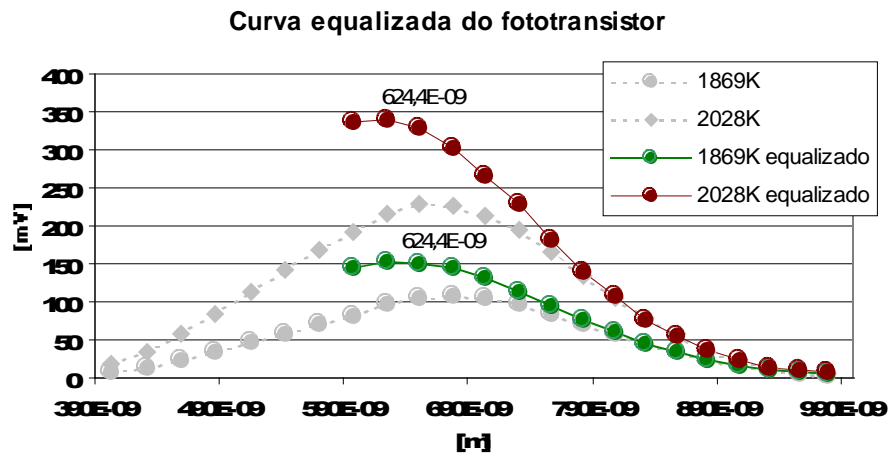


Figura 27: Dados coletados com o fototransistor e equalizados manualmente a partir da curva interpolada. Foram usados apenas os pontos que correspondem a uma sensibilidade superior a 50%.

Estes resultados indicam a faixa de frequência em que os sensores devem ser utilizados. A tabela-2 indica o intervalo da banda dos dispositivos em que a sensibilidade é maior que 55%.

| | λ_{\min} | λ_{\max} |
|----------------|------------------|------------------|
| Fotodiodo | 580nm | 1030nm |
| Fototransistor | 590nm | 990nm |

Tabela 2: comprimentos de onda máximo e mínimo.

Para completar a análise se fez a comparação entre os resultados experimentais e a curva teórica da radiação de corpo negro, para as temperaturas de medição.

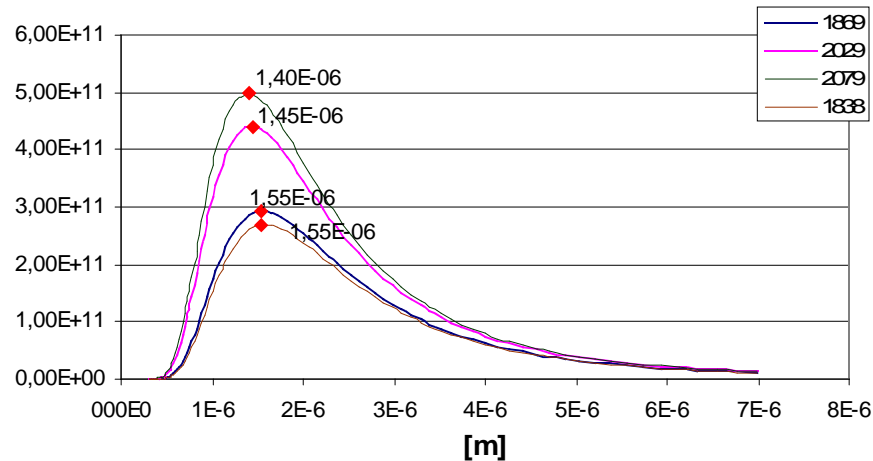


Figura 28: Curvas teóricas da radiação de corpo negro para as temperaturas em que foram feitas as aquisições.

A curva teórica é diferente da curva experimental. O ponto máximo da curva teórica está no infravermelho, enquanto o da curva obtida está no visível, além disso a curva teórica cobre uma faixa muito maior do espectro. Estas discrepâncias podem conduzir alguém, a concluir que os dados experimentais estão errados, porém existem outros fatores que devem ser levados em conta.

Boa parte do espectro da lâmpada está do visível, algo que se espera de uma lâmpada. Observe também que os componentes espectrais, que mais contribuem para o fluxo luminoso, estão na faixa do amarelo e alaranjado. Indicando uma fonte de luz de tonalidades quentes, bem característico de uma lâmpada incandescente. Estas considerações mostram que os dados não estão errados e indicam que a equalização das curvas é eficaz. Um resultado que ratifica que o espectro da lâmpada está em sua maior parte no visível, é a leitura zero, obtida com o fotodiodo 1550nm, justamente a frequência de máximo das curvas teóricas

Deve ser lembrado que uma lâmpada não é exatamente um corpo negro. Uma evidência disso é a classificação das fontes de luz em função da temperatura de radiação de corpo negro. Por exemplo, a luz de uma lâmpada incandescente, com ponto de operação em torno de 3000K, tem temperatura de cor de 5000K. Isto significa que, um corpo negro precisa atingir 5000K, para emitir luz em tonalidade equivalente a de uma lâmpada incandescente operando em 3000K.

Outro ponto a ser lembrado é que se a radiação de uma lâmpada tivesse o espectro muito parecido com o de um corpo negro, à mesma temperatura, ele seria ineficiente a tal ponto, que não valer a pena utiliza-la.

3 O experimento do efeito fotoelétrico

3.1 Fundamentação teórica

O efeito fotoelétrico foi descoberto acidentalmente por Heinrich Hertz, em um experimento destinado a comprovar a existência das ondas eletromagnéticas previstas pelas equações de Maxwell.

O aparato de Hertz consistia de dois circuitos. Cada circuito era interrompido por um pequeno intervalo (gap). Em um intervalo S eram produzidas faíscas e no outro, P, estas eram detectadas.

Hertz observou que, quando um obstáculo era colocado entre P e S, as faíscas só ocorriam se a separação em S era diminuída. Como já se sabia que uma centelha emite ultravioleta, Hertz concluiu que a luz ultravioleta facilitava a ocorrência de centelhas no circuito detector. A investigação do fenômeno continuou com outros pesquisadores.

Hallwachs, usando um eletroscópio, descobriu que quando uma folha de zinco, polida e carregada negativamente, era iluminada com luz ultravioleta perdia sua carga. Mas para uma carga positiva isto não acontecia. Ele também descobriu que uma placa eletricamente neutra e isolada tornava-se positiva quando iluminada, concluindo que a luz provocava a perda de carga negativa.

A primeira corrente fotoelétrica foi obtida por Stoletoew. Em seu equipamento (figura-29). Ele utilizou um galvanômetro para detectar corrente quando o ultravioleta incidia em uma placa fotossensível P. Nenhuma corrente foi detectada quando a bateria foi invertida.

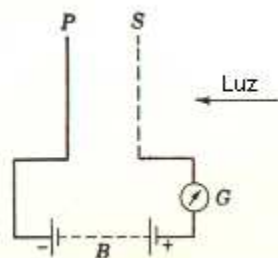


Figura 29: Equipamento de Stoletoew.

Estes experimentos demonstravam que carga elétrica era transferida dos eletrodos, por movimento de partículas eletricamente negativas. Porém, não eram capazes de explicar o mecanismo por trás do fenômeno e nem a natureza destas partículas. O elétron ainda não havia sido descoberto e suspeitava-se que moléculas ou íons poderiam ser as partículas que eram transferidas no efeito fotoelétrico.

Elster e Geitel mostraram que moléculas não contribuíam para a transferência de carga no efeito fotoelétrico. Em sua experiência, foi verificado que um campo magnético transversal tinha como efeito diminuir a corrente fotoelétrica entre o cátodo e o ânodo, e que este efeito persistia mesmo no vácuo.

Lenard chegou a mesma conclusão com um outro experimento. Em uma atmosfera de hidrogênio, uma corrente foi estabelecida, entre um cátodo de amalgama de sódio e um ânodo de platina, até que 3×10^{-6} Coulombs

atravessassem o circuito. Lenard esperava detectar pelo menos $0,710^{-6}$ mg de sódio depositados no anodo, mas nenhum vestígio de sódio foi encontrado.

A descoberta do elétron aconteceu com estudos de descargas elétricas em gases rarefeitos. Considere uma descarga elétrica, originária de uma bobina ou de uma máquina eletrostática, passando entre C e D (figura-30). Quando a pressão é diminuída, a região em volta do catodo fica escurecida e a medida que a pressão vai diminuindo a mancha vai aumentando até alcançar a outra extremidade do tubo, causando um brilho em D. Estava claro que alguma coisa originada do catodo estava produzindo fosforescência no vidro, tal coisa foi chamada de raios catódicos.

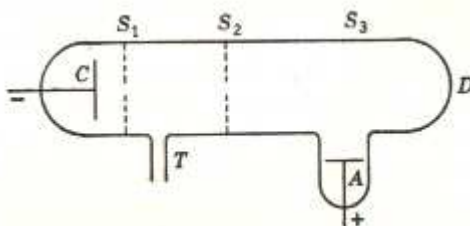


Figura 30: Equipamento da descoberta dos raios catódicos.

Foi observado que os raios catódicos podiam ser defletidos por campos elétricos e por campos magnéticos. Perrin provou que os raios catódicos continham carga negativa, quando os fez incidir em um anteparo conectado a um eletroscópio.

A natureza dos raios catódicos foi estabelecida pelo experimento clássico de J.J. Thomson. Em um tubo evacuado (figura-31) raios catódicos foram emitidos de C. Ao passarem por A e B, Placas furadas e eletricamente conectadas, os raios catódicos eram focalizados em P1. Um campo elétrico entre as placas E e D fazia o ponto luminoso se mover para P2. Então um campo magnético, produzido por um par de bobinas com diâmetro igual ao comprimento das placas, não mostrado na figura, fazia o ponto luminoso voltar a P1. O equilíbrio de forças é descrito por $eE = evB$, logo $v = E/B$. A velocidade das partículas é constante depois da placa B.

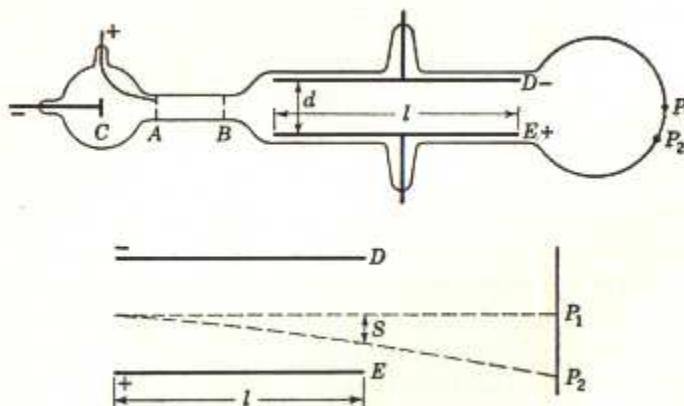


Figura 31: Equipamento de J.J. Thomson.

A deflexão do feixe de partículas, sob o efeito do campo elétrico, pode ser facilmente obtido. Quando o feixe está no trecho entre as placas E e D, as

partículas sofrem uma aceleração eE/m durante o tempo l/v , caracterizando um movimento uniformemente acelerado, então determina-se o valor de e/m pela relação:

$$S = \frac{1}{2} E \frac{e}{m} \left(\frac{l}{v} \right)^2 \quad (13)$$

Thomson repetiu a experiência com outros gases e outros eletrodos e mostrou que o valor de e/m não depende destes fatores. O valor de e/m encontrado foi $1,7 \times 10^7$, um valor muito alto quando comparado com os do átomo de hidrogênio em eletrólise [4, g 85]. Logo aquelas partículas ou tinham pequena massa ou elevada carga elétrica. Era necessário, portanto, medir a carga elétrica das partículas catódicas.

Isto foi feito indiretamente, através da determinação da carga de pequenas gotículas de uma nuvem eletricamente carregada. De acordo com a lei de Stokes, uma esfera de raio a , movendo-se em um fluido de viscosidade η , e com velocidade constante v_0 , experimenta uma força

$$F = 6\pi\eta av_0. \quad (14)$$

Como as gotículas estão sob ação da gravidade, e sendo ρ a densidade da água

$$\frac{4}{3}\pi a^3 \rho g = 6\pi\eta av_0 \quad (15)$$

Medindo-se v_0 , determina-se o tamanho das gotas, sabendo-se a quantidade de água da nuvem determina-se o número de gotículas, medindo-se a carga elétrica da nuvem, e assumindo um íon por gota, calcula-se a carga do íon. Thomson, assumindo que as partículas catódicas possuem a mesma carga de um íon, concluiu que estas partículas desconhecias possuíam massas extremamente pequenas e as determinou corpúsculos.

Surgiu então a hipótese de que o efeito fotoelétrico era devida a liberação de elétrons de uma placa iluminada. Esta hipótese foi confirmada por Lenard. Ele mostrou que as partículas fotoelétricas eram desviadas, pelos campos elétricos e magnéticos, da mesma maneira que os raios catódicos e usou isto para calcular e/m .

Equipamento de Lenard está na figura-32. Uma centelha servia como fonte de raios UV, que alcançavam o catodo de alumínio, eletricamente negativo, por uma janela de quartzo. O anodo, conectado a terra, é uma placa com um furo retangular, por onde os elétrons saem com velocidade constante, até atingirem a placa P1.

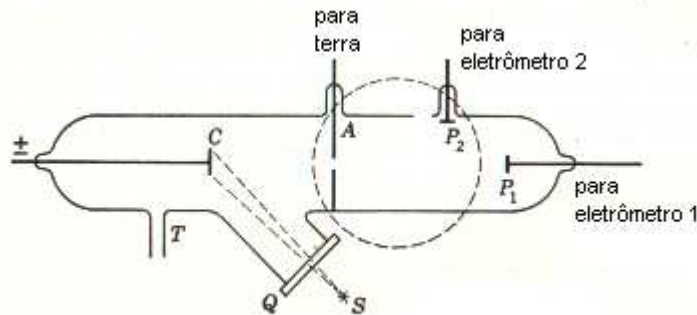


Figura 32: Equipamento de Lenard.

O primeiro resultado de Lenard está na figura-33. Em seu estudo, que relacionava V e I , nenhuma corrente foi detectada em P_1 , para tensões maiores que $2V$. Mas para valores entre $2V$ e $0V$ uma pequena corrente foi observada, indicando que as partículas eram ejetadas do catodo com energia suficiente para alcançar o anodo. Tornando o potencial de C cada vez mais negativo, a corrente aumentou até saturar, indicando que depois de aproximadamente $-15V$ a tensão do catodo não tem influência sobre a corrente.

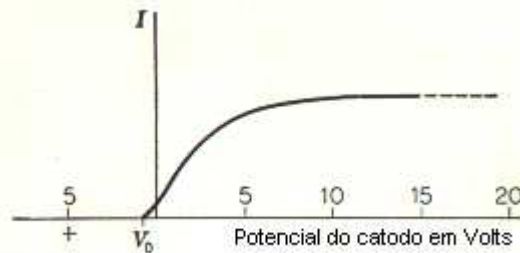


Figura 33: Resultado da experiência de Lenard.

Se $|V|$ é muito maior que $|V_0|$, pode-se aproximar a energia do elétron que alcança o anodo como a energia devida ao campo elétrico, assim

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV.$$

Um par de bobinas (circulo pontilhado da figura-33) gera um campo uniforme com intensidade suficiente para fazer o feixe de elétrons alcançar a placa P_2 , em uma trajetória circular de raio R , a partir de A , obedecendo a relação

$$evB = \frac{mv^2}{R}.$$

Das duas últimas equações se obtém:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{B^2 R^2} \quad (16)$$

Lenard encontrou $e/m = 1,2 \times 10^7$, um valor comparável ao de Thomson, confirmando que as partículas fotoelétricas são, de fato, elétrons.

Experimentos de Elster e Geitel, Lenard e Landenburg mostram que a corrente fotoelétrica é diretamente proporcional a intensidade da luz que incide no catodo.

Lenard, utilizando um aparato preciso, iluminou um catodo de alumínio e mediu o potencial de retardo para alguns comprimentos de onda (figura-6). Repetindo as medições, mudando a intensidade da iluminação, ele encontrou curvas semelhantes e descobriu que o potencial de retardo depende apenas do comprimento de onda.

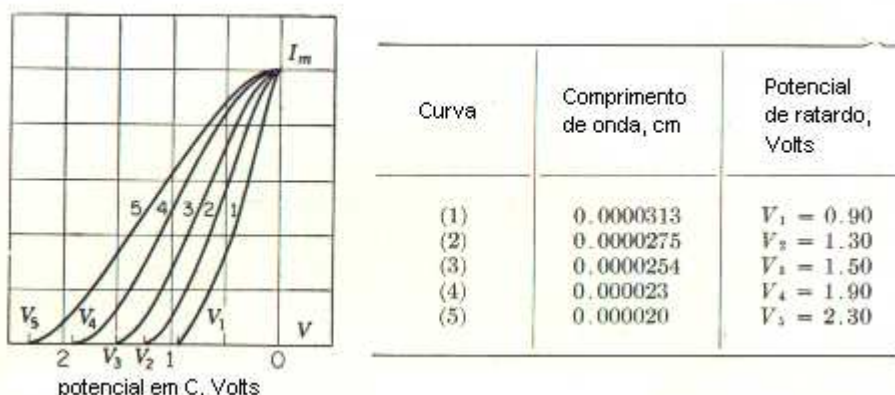


Figura 34: Medidas de potencial de retardo realizadas por Lenard.

Os experimentos evidenciavam várias características do efeito fotoelétrico, mas o mecanismo por trás do fenômeno não era compreendido. Os esforços para elucidá-lo, à luz da física clássica, se mostraram inúteis.

Segundo a teoria eletromagnética clássica, uma frente de onda que atingisse um metal, excitaria os elétrons livres. Eventualmente, um elétron da superfície poderia alcançar energia suficiente e deixar o material. Desta maneira, a energia do fotoelétron seria dependente da intensidade da luz, em desacordo com os dados experimentais.

Na tentativa de ajustar a explicação aos fatos, poderia-se afirmar que somente elétrons que estivessem em sintonia com o comprimento de onda da luz, absorveriam energia. Para isto ocorrer, deveriam existir, no metal, elétrons vibrando em todos os comprimentos de onda, o que não é verdade. Além disso, a emissão seria limitada pela ocorrência de elétrons com determinada frequência de vibração, enquanto os dados mostram que a corrente é proporcional a intensidade da luz.

Outra dificuldade aparece quando os experimentos mostram que os elétrons são emitidos assim que o metal é iluminado. Se a energia está distribuída uniformemente em uma frente de onda, o elétron irá absorver a energia que incide na área que ele ocupa. Se a área do átomo for considerada, pode-se calcular o tempo que o elétron leva para absorver energia suficiente para deixar o metal. O resultado depende do metal e da intensidade da luz, mas está entre alguns minutos a vários dias.

Estes problemas foram resolvidos quando Einstein, utilizando a idéia de quantização de energia, propôs que a energia da luz estava contida em pacotes, hoje chamados fótons. Ele também propôs que toda a energia de um fóton é absorvida por um elétron. Então, se w_0 é a energia mínima necessária para remover um elétron de um metal, $h\nu$ é a energia de um fóton com frequência ν e V_0 é o potencial de retardo, a energia cinética do elétron ao deixar o metal é dada por (17).

$$E_c = h\nu - w_0 = eV_0 \quad (17)$$

Millikan verificou a equação de Einstein, traçando gráficos de V_0 em função de ν para vários eletrodos. Uma das curvas obtidas está na figura-35.

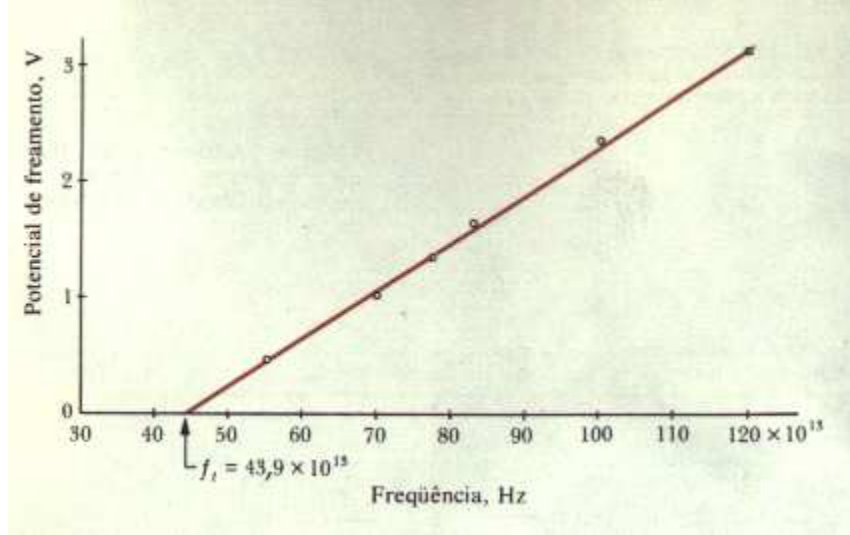


Figura 35: Resultado da experiência de Millikan.

ν_0 é o ponto em que a reta intercepta o eixo das frequências e indica a frequência de corte. Se a frequência da luz é menor que ν_0 não se observa o efeito fotoelétrico. Enquanto ν_0 é uma característica do eletrodo, a inclinação da reta é a mesma para todos os eletrodos e igual a h/e , indicando que h é uma constante universal.

Nem todos os elétrons são emitidos com energia $E_c = e\nu_0$. Tome como base a figura-36. As linhas horizontais são os níveis de energia que um elétron livre pode ocupar no metal, E_m é a máxima energia que um elétron no metal pode ter em uma determinada temperatura, e Ω é energia mínima para que um elétron deve ter para deixar a superfície do metal.

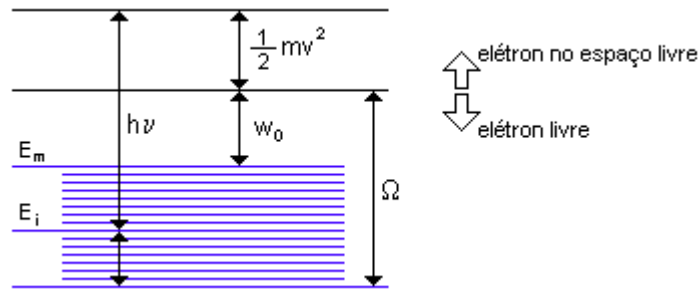


Figura 36: figura esquemática da banda de valência de um metal.8

Um elétron com energia E_m , ao absorver um fóton com energia $h\nu$ é expelido com energia cinética

$$E_{cm} = h\nu + E_m - \Omega; w_0 = E_m - \Omega. \quad (18)$$

Um elétron com energia E_i será retirado com energia cinética

$$E_{ci} = h\nu + E_i - \Omega; w_0 = E_i - \Omega \quad (19)$$

Logo a diferença de energia entre estes dois elétrons é $E_{cm} - E_{ci} = E_m - E_i$. Outro motivo para a diferença de energia entre os elétrons é que aqueles que estão em camadas mais profundas perdem energia no trajeto até a superfície, em colisões com a rede cristalina e com outros elétrons.

Uma vez que os elétrons estão no espaço livre, não poderão absorver fótons. Seja $h\nu$ e $h\nu/c$ a energia e o momentum do fóton. Então se um elétron livre absorve um fóton,

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu \text{ e } mv = h\nu/c \text{ devem ser a energia e o momentum entregues ao elétron.}$$

Segue destas equações que a velocidade do elétron será acrescida de $\Delta v = 2c$, o que é naturalmente impossível. Um elétron no metal pode absorver o fóton porque os átomos absorvem parte do momentum do fóton, garantindo a conservação do momentum.

3.2 O experimento

3.2.1 Considerações iniciais

Este experimento é realizado em um kit da PHYWE para determinação da constante de Planck. Uma vez que a célula fotoelétrica do kit não foi feita para ser atravessada por uma corrente, o potencial de retardo é obtido de uma forma diferente daquela que se vê nos livros. A célula é eletricamente descarregada, quando a luz incide no catodo, uma pequena corrente elétrica de fotoelétrons surge, e vai carregando as placas da fotocélula até que o potencial de contato seja atingido.

3.2.2 Objetivo

Montar, testar e propor melhoramentos ao experimento ao kit experimental.

3.2.3 Montagem do kit

A fonte de radiação é uma lâmpada de vapor de mercúrio de alta pressão, com elevado conteúdo no infravermelho. A célula fotoelétrica, conectada em um eletrômetro, é iluminada com faixas monocromáticas, obtidas com uma rede de difração(figura-37).



Figura 37: Kit experimental da PHYWE para determinação da constante de Planck.

As medidas são realizadas seguindo um procedimento simples. Ajusta-se a abertura da fenda e a posição do colimador para se obter faixas luminosas de 1cm. Uma tira de papel fixada na fotocélula facilita a observação das faixas UV, devido à fosforescência do papel. Com a janela da fotocélula fechada, é feito o ajuste do zero do eletrômetro. O trilho é convenientemente posicionado, a janela é então aberta e depois de alguns segundos a leitura do voltímetro se estabiliza. Os filtros são utilizados nas faixas de maior comprimento de onda, para evitar o efeito da difração de segunda ordem do ultravioleta. O comprimento de onda é determinado a partir da leitura do ângulo do trilho e do período da rede de difração.

O potencial de retardo é obtido de uma forma diferente daquela utilizada por Lenard. Assim que a luz chega ao catodo, elétrons são emitidos e alcançam o anodo. Na medida em que isso ocorre, os eletrodos vão sendo carregados e um campo elétrico, contrário ao movimento dos elétrons, se estabelece na fotocélula até que o potencial de retardo seja atingido. Momento em que se faz a leitura da tensão.

De acordo com a equação de Einstein

$$eV_0 = E_c = h\nu - w_0 \quad (20)$$

Mas como os eletrodos são feitos de materiais diferentes, o efeito do potencial de contato deve ser adicionado a equação:

$$eV_0 = -\frac{w_0 - \phi}{e} + \frac{h}{e}\nu \quad (21)$$

Portanto calculando-se a equação da reta determina-se a constante de Planck.

Na tentativa de se verificar a relação entre a intensidade da luz e a corrente, foram aplicados filtros de polarização. Primeiro aplicando-se um filtro depois dois filtros sobrepostos em ângulos diferentes. Foram observados a tensão de retardo e o tempo que esta tensão leva para estabilizar.

3.3 Resultados

Com os pontos experimentais, foi traçado o seguinte gráfico e determinadas a frequência de corte e a constante de Planck.

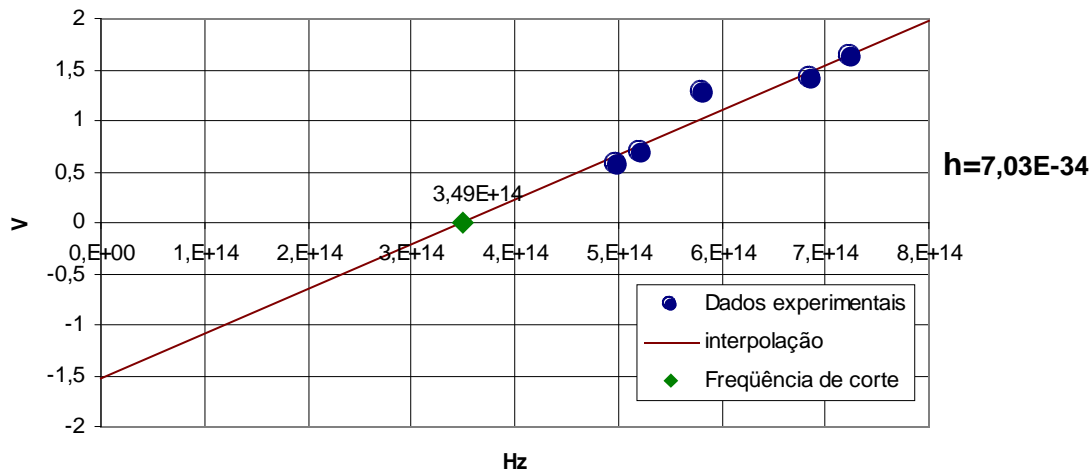


Figura 38: Resultados experimentais.

Ao se variar a intensidade da luz com os polarizadores, foi verificado que a tensão entre os eletrodos demorava mais tempo para se estabilizar, indicando diminuição da corrente fotoelétrica, como esperado, porém a tensão se estabilizava em um valor menor.

É comum ocorrerem alterações quando se varia o plano de polarização, porém as causas disso são desconhecidas [4, p 95]. Para se tentar contornar o problema o polarizador que estava mais próximo da célula foi mantido fixo e o que era iluminado diretamente foi rotacionado, assim não se mudava o plano de polarização, apenas a intensidade. Desta maneira esperava-se que o valor da tensão se estabilizasse sempre no mesmo valor, mas, novamente, ocorreu o mesmo problema. O que deve ser observado é que mesmo sem mudar o plano de polarização, a fotocélula era sempre iluminada por uma luz polarizada. Este resultado mostra que estes filtros não são indicados para este experimento, eles foram utilizados porque eram os únicos disponíveis no laboratório.

O transferidor do kit não tem uma boa precisão por isto foi adaptado um transferidor plástico para aumentar a precisão do experimento.

4 O experimento de magnetismo com sensor Hall

4.1 Fundamentação teórica

O campo magnético tem origem no movimento de cargas elétricas. Oerster verificou que a corrente elétrica em um fio defletia a agulha de uma bússola, evidenciando assim o efeito magnético da corrente elétrica. Este campo é descrito pela lei de Biot-Savart,

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi r^2} I d\vec{l} \times \vec{u}_r \quad (22)$$

em que r é a distância entre o elemento de comprimento do condutor $d\vec{l}$ e o ponto em que se quer determinar o campo, e \vec{u}_r é o vetor elementar radial a $d\vec{l}$.

O meio responde a presença do campo magnético com o vetor indução magnética \vec{B} . Assim para um dado \vec{H} , a indução magnética poderá ser diferente, dependendo das propriedades magnéticas do material. A relação entre estes dois campos é a permeabilidade magnética do meio.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (23)$$

A permeabilidade não é uma constante para todos os materiais, podendo variar de forma não linear, e, em grande extensão para um material, enquanto pode permanecer quase constante para outro. Para o vácuo,

$$\mu = \mu_0 \quad (24)$$

e

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (25)$$

As propriedades magnéticas dos materiais têm origem, em sua maior parte, no movimento dos elétrons no material, spin e movimento orbital. A contribuição do núcleo é muito fraca, cerca de três ordens de grandeza menor.

Tanto o movimento angular de spin quanto o movimento orbital dão origem ao momento de dipolo magnético do átomo μ_i . Macroscopicamente, o estado magnético de um material é caracterizado pela somatória destes momentos magnéticos, dividida pelo volume que eles ocupam. Define-se assim o vetor magnetização

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_i \vec{\mu}_i \quad (26)$$

O comportamento magnético de um material é determinado pela da interação entre os dipolos magnéticos e o campo externo, bem como pela interação entre os próprios dipolos magnéticos.

A magnetização contribui para o aumento da indução magnética juntamente com \vec{H} ,

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (27)$$

na medida que os dipolos magnéticos se alinham a magnetização aumenta até que todos os dipolos estejam alinhados, uma vez que a saturação é atingida, \vec{M} não pode mais contribuir para o aumento da indução magnética.

Assim como μ_0 é a relação entre campo e indução magnética, a susceptibilidade é definida como

$$\chi = \frac{M}{H} \quad (28)$$

Estas duas grandezas se relacionam por

$$\mu = \mu_0(1 + \chi), \quad \mu = \mu_0\mu_r \quad (29)$$

μ_r é a permeabilidade relativa. A tabela-3 apresenta alguns valores de permeabilidade relativa e susceptibilidade para alguns elementos

| Material | χ | μ_r |
|-------------|----------|----------|
| Bi | -1,7E-4 | 0,99983 |
| Be | -1,9E-5 | 0,99998 |
| Ag | -2,0E-5 | 0,99998 |
| Au | -2,7 E-5 | 0,99997 |
| Ge | -0,6 E-5 | 0,99999 |
| Cu | -0,8 E-5 | 0,99999 |
| β -Sn | 0,2 E-6 | 1,00000 |
| W | 6,0 E-5 | 1,000006 |
| Al | 2,0 E-5 | 1,000002 |
| Pt | 2,1 E-4 | 1,000021 |
| Mn | 8,3 E-4 | 1,000083 |
| Fe | ~5E3 | ~5E3 |

Tabela 3: Valores de permeabilidade relativa e susceptibilidade para alguns elementos.

Os materiais podem ser classificados pela sua permeabilidade relativa e pela susceptibilidade. Embora existam vários tipos de materiais magnéticos, pode-se agrupá-los em três categorias: diamagnéticos, paramagnéticos e materiais magnéticos ordenados [5].

Os diamagnéticos tem susceptibilidade negativa e permeabilidade relativa menor que 1 (tabela-3). Estes materiais não têm momentos magnéticos permanentes. Na presença de um campo magnético, o movimento orbital dos elétrons se altera de acordo com a lei de Lenz, se opondo ao campo externo. Por isto χ é negativo.

Os paramagnéticos possuem momentos magnéticos permanentes, mas na ausência de um campo magnético estes momentos, devido a agitação térmica, apontam aleatoriamente para qualquer direção e sem influência de dipolos vizinhos, resultando em magnetização nula. Na presença de um campo, os momentos podem se alinhar resultando em magnetização, mas para isto, o campo tem que ser bastante intenso. Assim, os materiais paramagnéticos têm baixa susceptibilidade, tipicamente da ordem de 10^{-5} .

Os materiais magnéticos ordenados além de possuírem $\chi \gg 0$ e $\mu_r \gg 1$. Seus dipolos magnéticos são influenciados por dipolos vizinhos, e podem permanecer alinhados mesmo na ausência de um campo magnético externo. Neste grupo estão os ferromagnéticos e os ferrimagnéticos.

Uma explicação clássica para a interação entre dipolos magnéticos foi proposta por Pierre Weiss. Em seu modelo, os momentos vizinhos dão origem a

um campo resultante, denominado campo efetivo, que é proporcional a magnetização por uma fator λ , um parâmetro característico de cada material.

$$B_E = \lambda M \quad (30)$$

Cada dipolo magnéticos tende a se alinhar com o campo B_E , resultante dos dipolos vizinhos, produzindo assim a magnetização do material. Desta maneira, na presença de um campo, estes materiais reagem alinhando seus dipolos magnéticos. Quando o campo é retirado, cada dipolo magnético sofre influência dos dipolos vizinhos e tendem a ser manter alinhados em uma vizinhança, chamado domínio magnético. Deste modo uma magnetização residual é observada.

Este não é um modelo completo, pois os fenômenos magnéticos têm origem quântica. Nos materiais, que têm os níveis de energia completos, cada elétron com spin $+1/2$ está pareado com outro elétron de spin $-1/2$, formando um par antiparalelo. Deste modo, o momento magnético resultante no material, devido ao spin dos elétrons, é nulo e não se formam dipolos magnéticos permanentes. Porém, nestes materiais, podem ser formados dipolos magnéticos sob ação de uma campo magnético externo. Este é o caso dos materiais paramagnéticos.

Como exemplo, considere a banda de energia do elétron livre (figura-39). Suponha, para facilitar a visualização, que os elétrons de spin $+1/2$ estão distribuídos do lado esquerdo da banda e que os de spin $-1/2$ estão do lado direito. Os elétrons irão ocupar os estados de menor energia e como os níveis de energia de spin $+1/2$ e $-1/2$ estão degenerados, a ocupação das duas bandas é igual e todos os elétrons estão pareados.

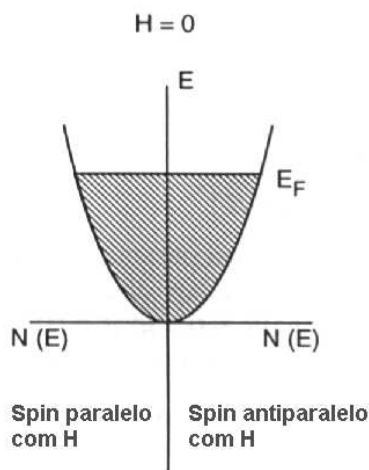


Figura 39: Banda de energia do elétron no espaço livre sem a influência de campo magnético.

Na presença de um campo, os momentos magnéticos eletrônicos adquirem uma energia adicional, dada por

$$\Delta E = -\mu_0 m \cdot H \quad (31)$$

em que m é o momento magnético por átomo. Assim os elétrons de spin $+1/2$ mudam para um menor nível de energia e os de spin $-1/2$ mudam para um nível de energia maior. Com isto, a banda deixa de ser degenerada e assume a forma apresentada na figura-40.

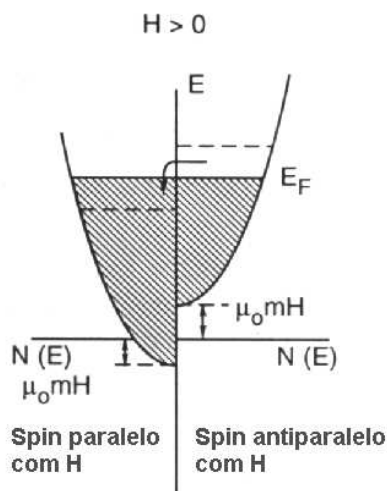


Figura 40: Banda de energia do elétron no espaço livre sob ação de um campo magnético.

Como o nível de Fermi deve ser igual nos dois lados da banda, alguns elétrons vão do lado spin $-1/2$ para o spin $+1/2$, gerando uma magnetização resultante no material. Como os elétrons de menor energia apontam para a direção do campo externo, χ é positivo e o material é paramagnético.

O magnetismo dos materiais ferromagnéticos também é explicado pela ocupação desbalanceada de estados de spin, mas com a inclusão da interação de intercâmbio. A interação de intercâmbio é um fenômeno da mecânica quântica sem um paralelo na mecânica clássica.

Nos elementos da série 3d, os orbitais 4s estão completos. Como estes orbitais devem ser ocupados com um elétron de spin $+1/2$ e outro de spin $-1/2$, eles não contribuem para as propriedades magnéticas destes materiais. Os orbitais 3d, que têm capacidade para 10 elétrons, não estão completamente ocupados. Portanto, as propriedades magnéticas destes materiais se devem aos elétrons do subnível 3d.

Tome como exemplo o níquel, que tem 8 elétrons no subnível 3d. Considerando 10^{29} átomos por metro quadrado, tem-se uma banda com 5×10^{29} níveis de energia para elétrons com spin $+1/2$ e 5×10^{29} níveis de energia para elétrons com spin $-1/2$, para 8×10^{29} elétrons [5]. Se não há campo magnético e não existe nenhuma interação entre os elétrons a ocupação destes níveis se dará de forma balanceada.

A interação de intercâmbio entre os elétrons leva a uma condição em que a energia associada a pares de elétrons com spins paralelos é menor que aquela associada a pares com spin antiparalelos. A esta diferença de energia se denomina energia de intercâmbio. A ocupação dos níveis de energia para um material magnético está esquematizada na figura-41.

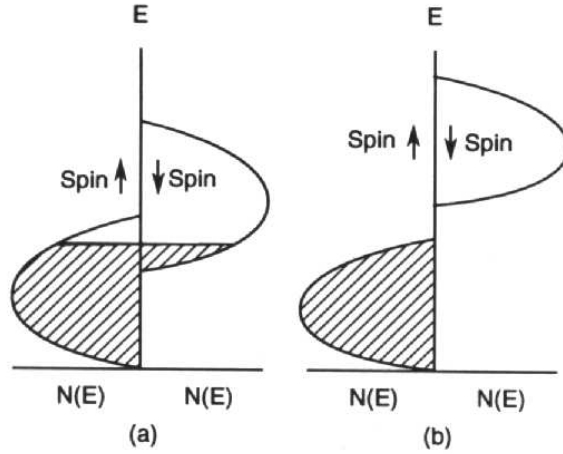


Figura 41: Esquema da banda de condução de um metal sobre ação de uma campo magnético. Em (a) existe superposição de bandas e em (b) há uma separação total.

O efeito Hall

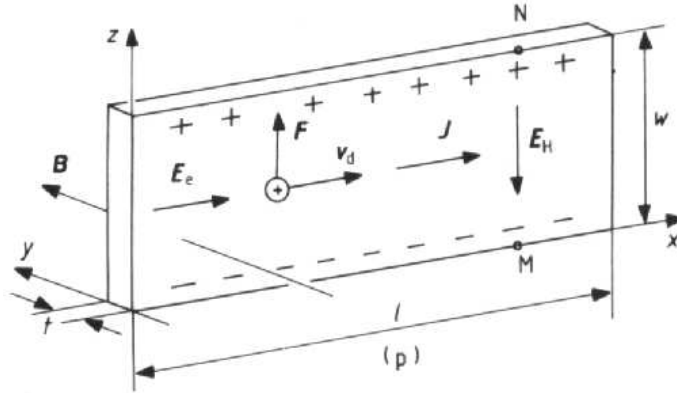


Figura 42: Tira de semiconductor tipo p alinhado com uma sistema de eixos coordenados.

O efeito Hall é a geração de uma tensão elétrica transversal em uma amostra de material quando, transportando uma corrente sofre, a ação de um campo magnético. Este efeito surge da manifestação da força de Lorentz nos portadores móveis dos metais e semicondutores.

$$F = eE + e[v \times B] \quad (32)$$

Considere uma pastilha retangular de semiconductor tipo p, com as arestas alinhadas com um sistema de eixos perpendiculares (figura-42). Um campo elétrico, aplicado do sentido do eixo x, irá provocar a deriva dos portadores móveis. Desprezando a contribuição dos portadores minoritários, uma corrente elétrica se estabelecerá, com o movimento de buracos na direção do eixo x, com velocidade de deriva dada por

$$v_{dp} = \mu_p \vec{E}_e \quad (33)$$

Em que μ_p é a mobilidade dos portadores buracos e E_e é o campo externo. Aqui, uma simplificação está sendo feita ao considerar que todos os portadores possuem a mesma velocidade de deriva. A densidade de corrente devido a estes portadores é dada por

$$J_p = e\mu_p p E_e \quad (34)$$

Sendo $e = q$ a carga dos buracos (para elétrons $e = -q$) e p a concentração de buracos. Nesta situação os buracos estão sob a ação do primeiro termo da força de Lorentz

$$F = eE \quad (35)$$

Se um campo B é aplicado no sentido positivo do eixo y , os buracos em movimento experimentam uma força no sentido positivo do eixo z (figura-42), devido ao segundo termo da força de Lorentz. Esta força é que é responsável pelo aparecimento da tensão Hall.

$$F = e(v_{dp} \times B) \quad (36)$$

Sob ação desta força, os buracos tendem a ocupar a parte superior da amostra, aumentando a concentração de portadores nesta região. Na parte inferior, cargas espaciais, devido aos dopantes aceitadores ionizados, ficam desbalanceadas. Desta forma a amostra sai da condição de neutralidade e um campo elétrico surge, no sentido negativo de z , tendendo a contrabalançar o efeito do campo magnético. Este campo elétrico, chamado campo elétrico Hall, é dado pela condição de equilíbrio de forças:

$$\begin{aligned} e(v_{dp} \times B) + eE_H &= 0 \\ E_H &= -e(v_{dp} \times B) = -\mu_p (\vec{E}_e \times B) \end{aligned} \quad (37)$$

No caso particular da figura-42, em que E_e e B são perpendiculares, tem-se:

$$E_H = -\mu_p E_x B_y \quad (38)$$

A tensão Hall é obtida a partir de

$$V_H = \int_M^N E_H \cdot dz \quad (39)$$

Os pontos M e N devem ser escolhidos de maneira, que a tensão entre estes dois pontos seja devida exclusivamente a E_H , isto quer dizer que na ausência do campo magnético, estes pontos estão em um mesmo plano de potencial. O resultado da integração é

$$V_{Hp} = -\mu_p E_x B_y w \quad (40)$$

w é a espessura da amostra.

Em um semicondutor tipo n, o campo elétrico E_e provoca o movimento dos elétrons no sentido negativo do eixo x , o campo magnético B gera uma força sobre os elétrons no sentido do eixo z , como no caso do semicondutor p. Isso provoca o acúmulo de elétrons na parte superior da amostra, portanto o campo elétrico Hall, que tende a se opor a este efeito, tem sentido da direção positiva de z (figura-43). Assim, a tensão Hall em amostras do tipo n e do tipo p têm sinais contrários.

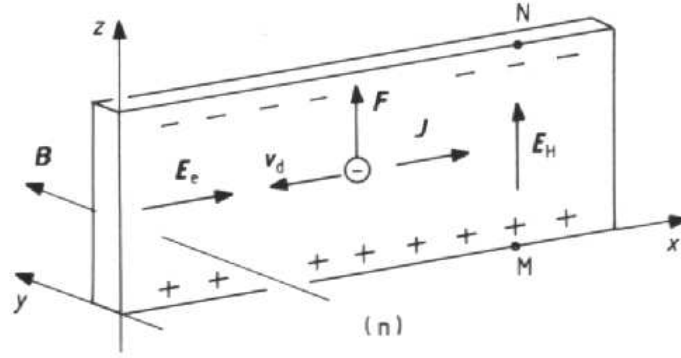


Figura 43: Tira de semicondutor tipo n alinhado com uma sistema de eixos coordenados.

Uma outra expressão relaciona a corrente na amostra com a tensão Hall. Substituindo

$$J_p = e\mu_p pE_e$$

em

$$E_{Hp} = -\mu_p (\vec{E}_e \times \vec{B})$$

se obtém

$$\vec{E}_{Hp} = -\frac{1}{qe} (\vec{J} \times \vec{B})$$

para uma amostra tipo n tem-se

$$\vec{E}_{Hn} = \frac{1}{qe} (\vec{J} \times \vec{B})$$

portanto, pode-se escrever

$$\vec{E} = -R_H (\vec{J} \times \vec{B}), R_{Hp} = \frac{1}{qe}, R_{Hn} = -\frac{1}{qe} \quad (41)$$

O fator $\frac{1}{qe}$ é denominado coeficiente Hall e caracteriza o tipo de portadores majoritários do semicondutor e a intensidade do efeito Hall. A tensão Hall é obtida de

$$V_H = \int_M^N \vec{E}_H \cdot d\vec{z} = -\frac{R_H}{t} IB \quad (42)$$

t é a espessura do material e $I = Jwt$

Campo de um solenóide

A figura-44 mostra o corte longitudinal de um solenóide. O campo produzido no ponto p, situado do eixo do solenóide, é a somatória dos campos produzidos pelas espiras do solenóide neste ponto.

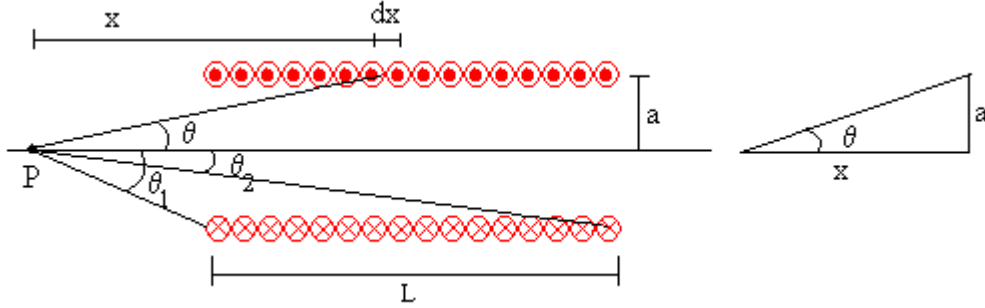


Figura 44: Corte transversal de um solenoide com N espiras.

O campo de uma espira pode ser determinado pela lei de Biot-Savart. Tome uma espira de raio a percorrida por uma corrente i . P é um ponto do eixo da espira, no qual se deseja calcular o campo magnético (figura-45).

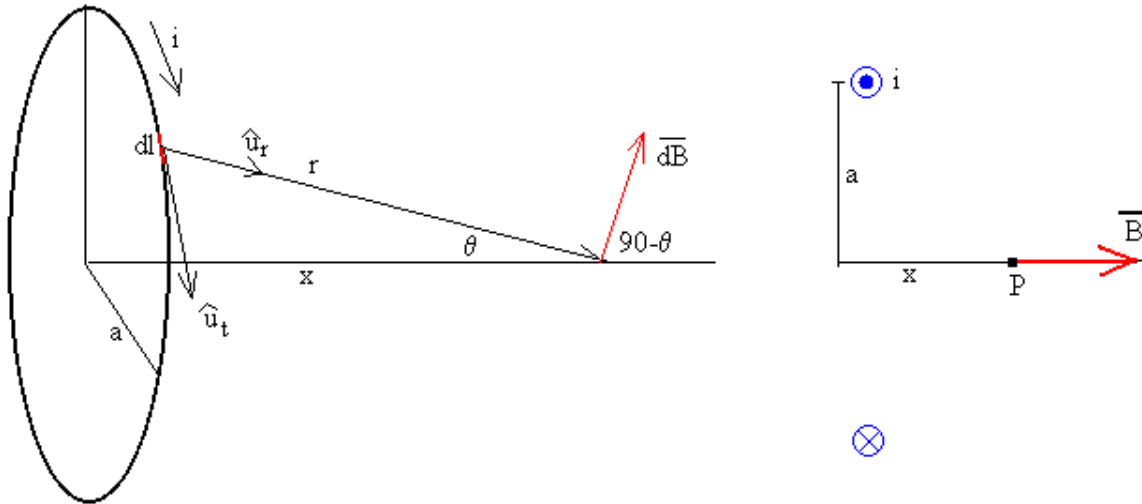


Figura 45: A espira é percorrida por uma corrente i e o campo é calculado em um ponto do seu eixo.

dB tem duas componentes, uma perpendicular ao eixo, $dB \sin(90 - \theta)$, e outra na direção do eixo, $dB \cos(90 - \theta)$. A componente perpendicular é nula, já que por simetria o campo produzido por dois elementos de corrente, radialmente opostos, se cancela. Então B é dado por

$$B = \int dB \cos(90 - \theta) = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} \sin \theta \oint dl = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} 2\pi a \sin \theta \quad (43)$$

Obtém-se B em função da distância x , fazendo-se a substituição

$$\sin \theta = \frac{a}{r} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + x^2}} \Rightarrow B = \frac{\mu_0 i a^2}{2(\sqrt{a^2 + x^2})^3} \quad (44)$$

No intervalo entre x e $x + dx$ (figura-44), existem $dn = \frac{N}{L} dx$ espiras e o campo produzido por estas espiras em um ponto p é

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2L} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{a^2}{(\sqrt{a^2 + x^2})^3} dx \quad (45)$$

A integral é calculada fazendo-se a substituição $x = a/\tan \theta$

$$dx = -\frac{a}{\cos^2 \theta \tan^2 \theta} d\theta$$

$$\frac{a^2}{(\sqrt{a^2 + x^2})^3} = \frac{a^2}{\left(\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{\tan \theta}\right)^2}\right)^3} = \frac{a^2}{\left(\sqrt{a^2 \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right)}\right)^3} = \frac{1}{a} \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan^2 \theta}}\right)^3}$$

Como $\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$, segue que

$$\frac{a^2}{(\sqrt{a^2 + x^2})^3} = \frac{\tan^3 \theta \cos^3 \theta}{a}, \text{ agora se pode resolver facilmente a integral.}$$

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2L} \int_{\theta_1}^{\theta_2} -\sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 i N}{2L} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1). \quad (46)$$

O campo B concatenado com o solenóide pode ser considerado uniforme se o espaçamento entre as espiras é pequeno. A integral pode então ser resolvida para um ponto conveniente dentro do solenóide (figura-46)

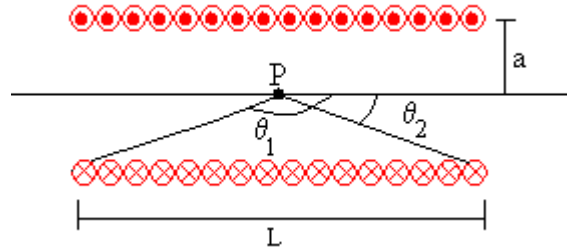


Figura 46: O campo é calculado no ponto médio do eixo do solenóide.

Se o comprimento do solenóide é muito maior que o seu raio então o resultado da integral pode ser aproximada por

$$B = \frac{\mu_0 i N}{L} \quad (47)$$

4.2 O experimento

4.2.1 Considerações iniciais

Uma aplicação interessante do efeito Hall, muito apropriada para o laboratório de materiais elétricos, é a caracterização de semicondutores. Parâmetros, como sinal de portadores majoritários, concentração de portadores majoritários, mobilidade Hall e mobilidade dos portadores, podem ser obtidos com sensores hall [6]. Além disso, pode-se estudar a dependência do efeito Hall com a temperatura e a corrente que o atravessa. Imaginou-se poder fazer algumas destas medidas com o sensor disponível no laboratório.

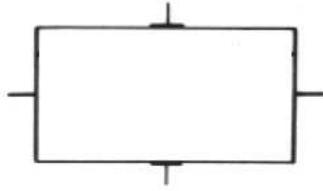


Figura 47: Sensor Hall de quatro terminais.

Geralmente, neste tipo de experimento, utiliza-se um sensor com quatro terminais (figura-47), o sensor disponível tem três terminais. Isto não seria problema se os terminais estivessem conectados no sensor como no exemplo da figura-48. Pois neste caso a tensão Hall medida é a metade daquela obtida com o sensor da figura-47 [6, p159]. O que pode ser facilmente corrigido, multiplicando-se a tensão obtida por 2.



Figura 48: Sensor Hall de três terminais.

O primeiro problema com este sensor foi a indisponibilidade das dimensões físicas do sensor, comprimento, largura e espessura. Isto foi solucionado retirando-se um sensor defeituoso do seu encapsulamento e fazendo-se as medidas com um micrômetro. Isso também possibilitou conhecer a disposição dos contatos no sensor (figura-49).

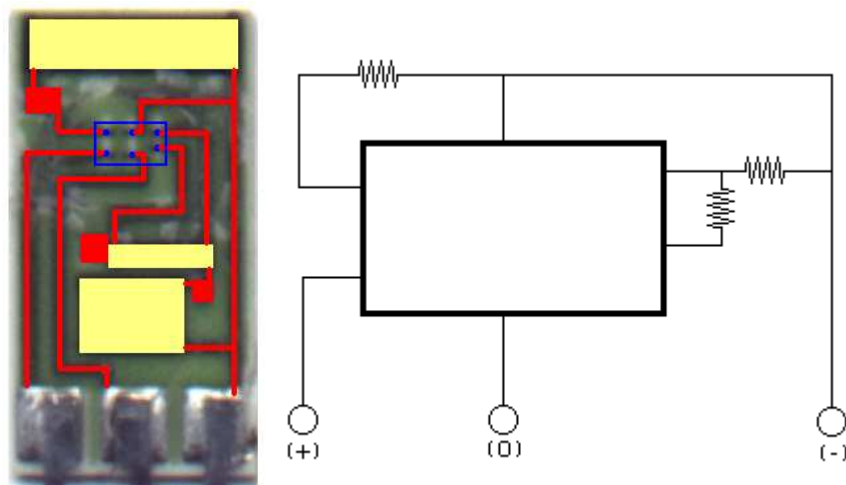


Figura 49: Sensor Hall utilizado e esquema elétrico. As partes em amarelo são resistores, em vermelho os contatos metálicos e em azul o local do sensor.

Este sensor é montado em um circuito com resistores que minimiza variações de sensibilidade e compensa variações de temperatura. Esse último efeito, juntamente com a disposição dos resistores e dos contatos no sensor, inviabiliza as medidas.

Uma aplicação interessante para o laboratório é a utilização deste sensor para medida de permissividade e magnetização de materiais. Para isto, necessita-se de uma configuração, em que o fluxo magnético e a corrente sejam conhecidos e que permita cambiar facilmente entre os materiais que se deseja estudar. O solenóide possui todas estas características e, além disso, é um elemento de fácil construção.

4.2.2 Objetivo

Construir um kit com o sensor Hall para estudo das propriedades magnéticas dos materiais, que permita realizar medidas de permeabilidade magnética e magnetização de amostras.

4.2.3 O projeto do kit

O kit está esquematizado na figura-x

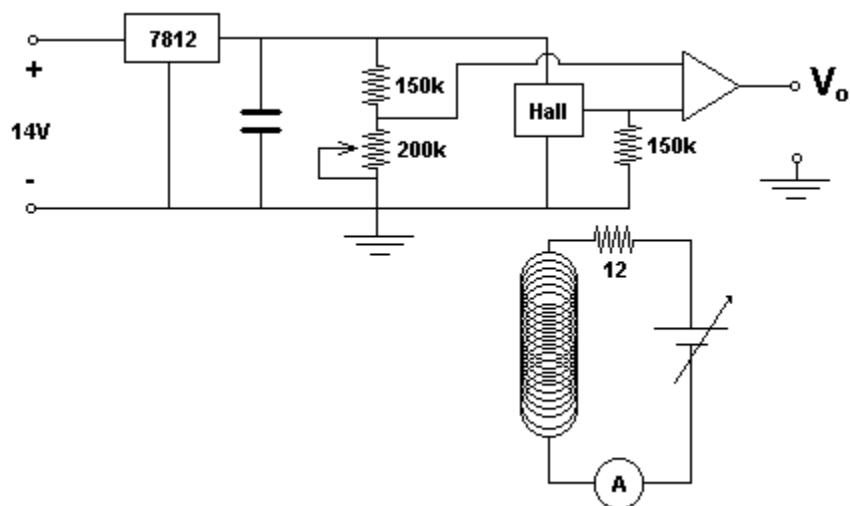


Figura 50: Esquemático do Kit de propriedades magnéticas com o sensor Hall.

Um solenóide de 50 espiras foi construído com fio rígido 19 AWG e adesivo epóxi (figura-51). Com núcleo de ar, este solenóide gera, teoricamente, um campo de 15,7 Gauss, para uma corrente de 1,4A. Com este campo, o sensor gera uma tensão de 117,8mV, para tornar a medida mais precisa um amplificador com ganho 10 foi utilizado. Este amplificador tem a mesma topologia daquele usado no experimento de corpo negro. O regulador de tensão 7812 foi usado para fornecer uma tensão constante de 12Volts ao sensor e um divisor de tensão ajusta o zero na saída do amplificador.



Figura 51: Solenóide de 50 espiras e amostras utilizadas. Da esquerda para a direita: ferrite, alumínio, cobre e ferro.

O experimento se realiza com medições de campo, com o sensor Hall, e de corrente no solenóide. Com estas medidas se determina a permeabilidade do ar e das amostras. A partir destes dados, se determinam as permeabilidades relativas e as curvas de magnetização.

Com as medidas de campo para correntes entre $-1,4\text{A}$ e $+1,4\text{A}$, com passos de $0,2\text{V}$, se traça um gráfico de B em função da corrente $B = \mu_0 \mu_r \frac{N}{L} i$, para cada amostra e para o ar, a sensibilidade do sensor, medida do atual experimento de efeito Hall pode se usada nesta etapa. A inclinação da curva fornece o valor de $\mu_0 \mu_r$, uma vez que μ_0 foi determinado com o núcleo de ar, calcula-se μ_r . Como $\mu_r = 1 + \chi$ e $\chi = M/H$, com $H = Ni/L$, pode-se determinar a curva de magnetização do material. Os valores de μ_r e χ são usados para classificar o material.

4.3 Resultados

Os seguintes gráficos mostram o resultado de uma medição com o aparato da figura-52.

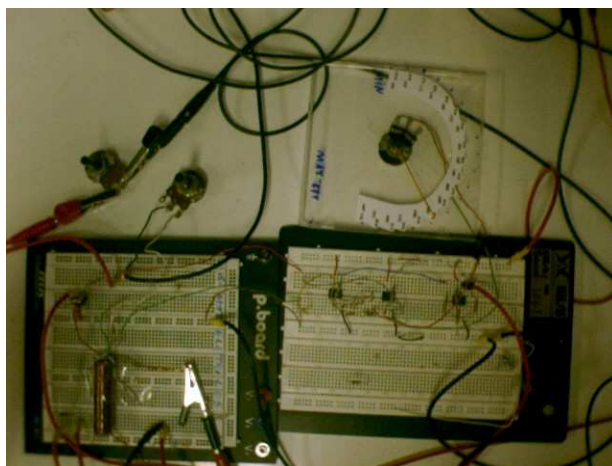


Figura 52: Kit montado em protoboard.

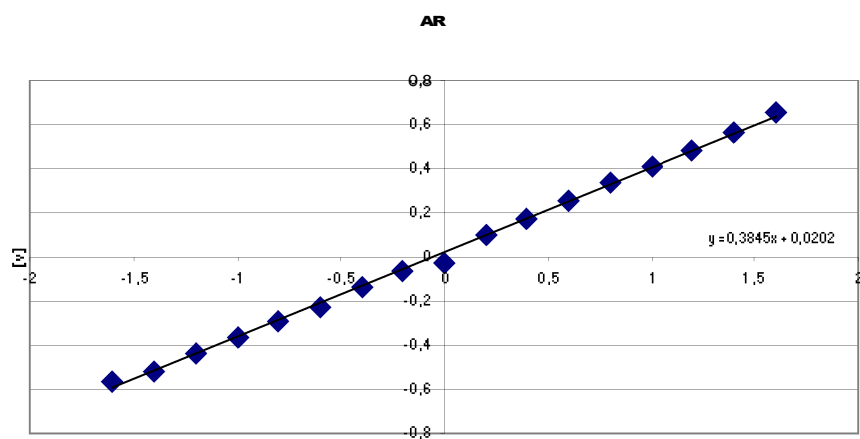


Figura 53: Tensão Hall \times corrente no solenóide para núcleo de ar.

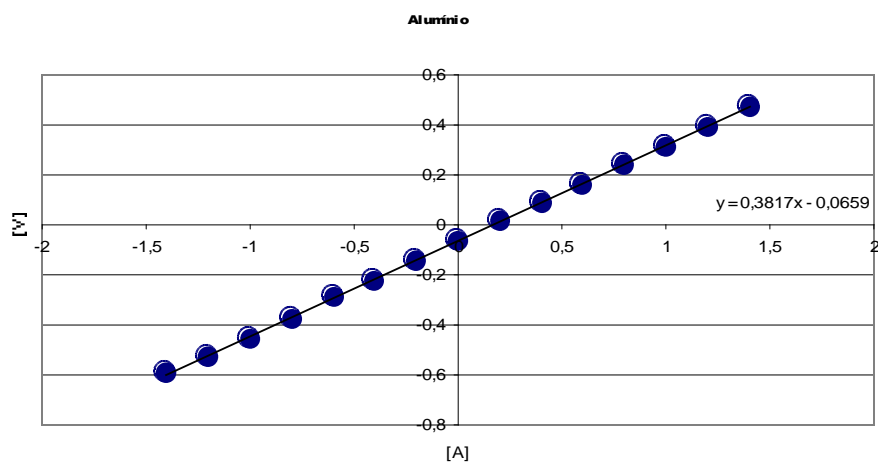


Figura 54: Tensão Hall \times corrente no solenóide para o núcleo de alumínio.

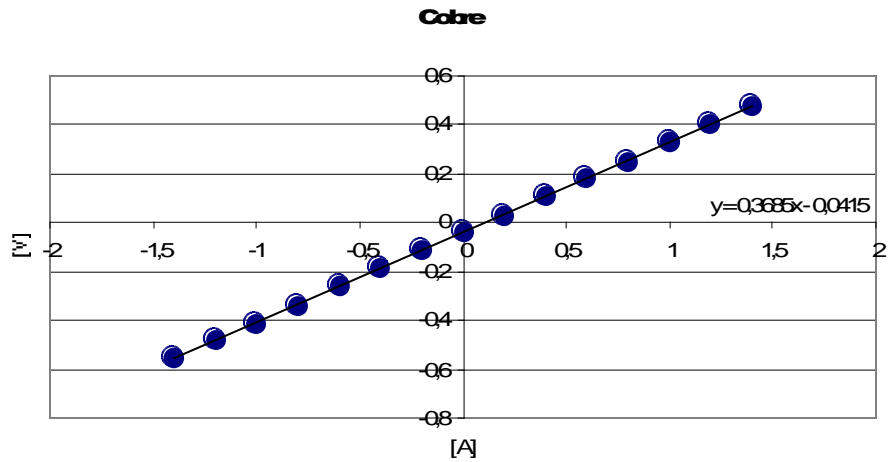


Figura 55: Tensão Hall ´ corrente no solenóide para o núcleo de cobre.

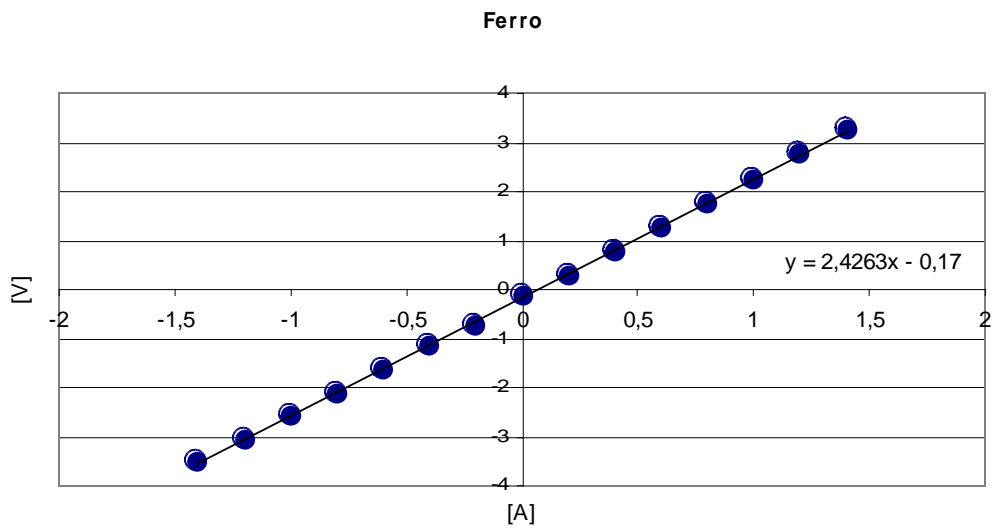


Figura 56: Tensão Hall ´ corrente no solenóide para o núcleo de ferro.

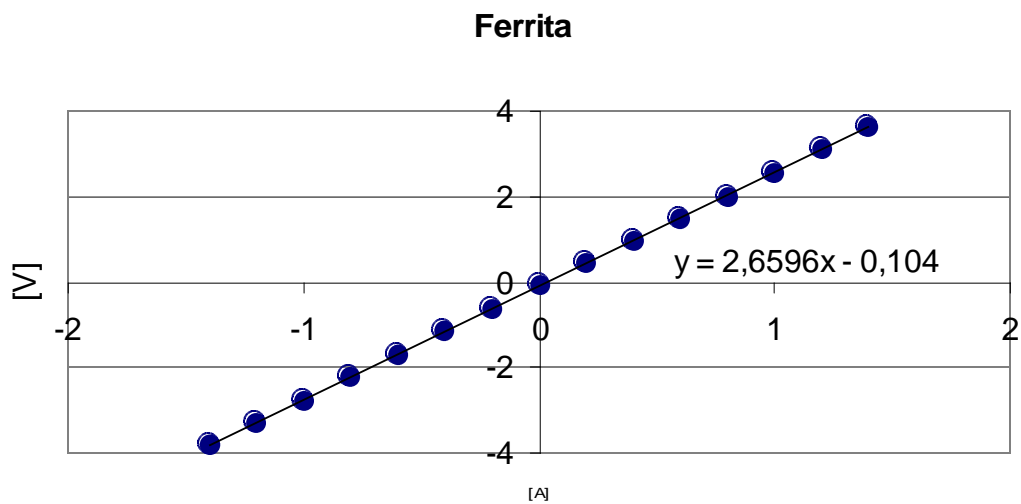


Figura 57:: Tensão Hall ´ corrente no solenóide para o núcleo de ferrita.

A partir destas curvas, foram calculadas a permeabilidade do ar, e, a permeabilidade relativa e a susceptibilidade de cada amostra.

| | μ_0 | $\mu_0\mu_r$ | μ_r | χ |
|----------|----------|--------------|---------|--------|
| Ar | 5,74E-07 | ** | ** | ** |
| Alumínio | ** | 5,70E-07 | 0,99 | -0,01 |
| Cobre | ** | 5,50E-07 | 0,96 | -0,4 |
| Ferro | ** | 3,62E-06 | 6,31 | 5,31 |
| Ferrite | ** | 3,97E-06 | 9,92 | 8,92 |

Tabela 4: Permeabilidade e susceptibilidade das amostras obtidas experimentalmente.

Com estes resultados, determinou-se as curvas de magnetização.

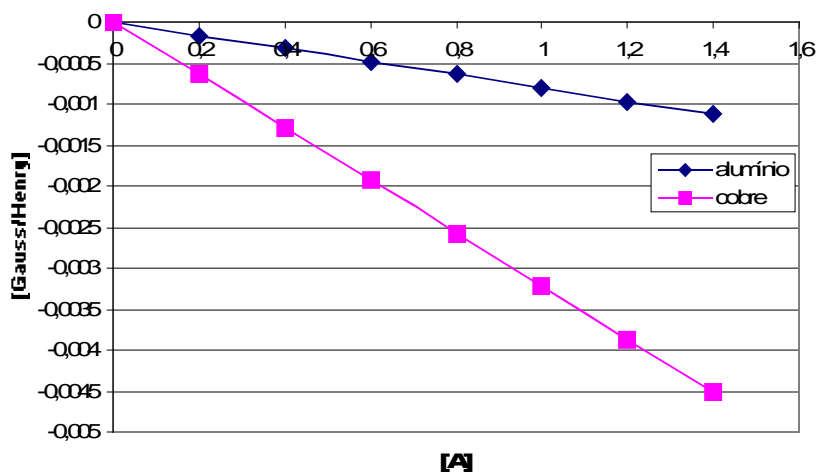


Figura 58: Curvas experimentais de magnetização para o alumínio e o cobre.

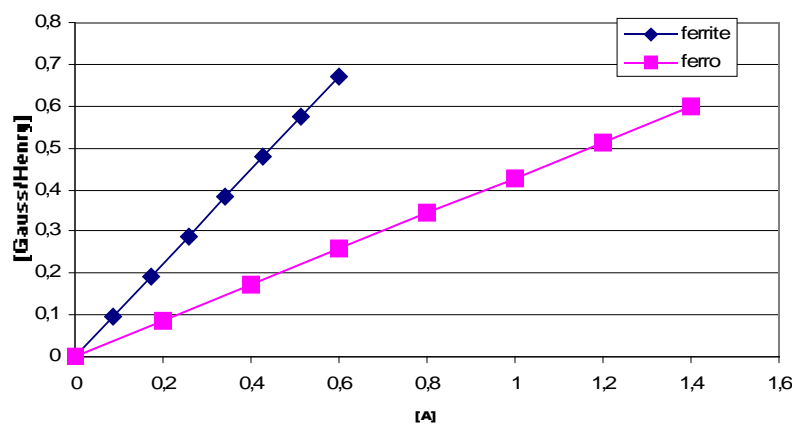


Figura 59: Curvas experimentais de magnetização para o ferro e a ferrite.

As permeabilidades relativas do alumínio e do cobre estão de acordo com o esperado, para a ferrite e o ferro, foram encontrados valores bem inferiores aos encontrados em tabelas. Isto é justificado pela intensidade do campo que é muito baixa, e, portanto não é capaz de provocar muita magnetização.

5 Discussão

Os experimentos propostos possuem características desejáveis para implementação no laboratório. Não utilizam equipamentos ou materiais de difícil aquisição, aliás, quase todos os componentes usados pertencem aos laboratórios do departamento. Montagens e procedimentos simples são outras vantagens, pois evitam que se gaste um tempo exagerado com a preparação da experiência. Outro fator positivo é a abordagem de temas interessantes sobre física de materiais, e de resultados experimentais que só podem ser resolvidos com argumentos da física quântica. Assim pode-se estudar temas cujas previsões clássicas falham e verificar a necessidade de uma visão quântica sobre os resultados.

O kit do efeito fotoelétrico possui algumas partes muito frágeis, como nem todos os alunos estão atentos com a conservação do laboratório, seria importante deixar o kit previamente montado. Como esta é uma etapa puramente mecânica, não há prejuízo para os alunos. Outro ponto sobre o kit, que merece destaque é a lâmpada espectral, todos que estiverem no laboratório dever ser advertidos para não olhar diretamente para a lâmpada.

Este experimento permite explorar a dualidade onda-partícula da luz em duas situações: o efeito fotoelétrico e a difração da luz. A frequência de corte, para o efeito fotoelétrico, só pode ser explicada com a idéia do fóton (quantização da energia), e a interação entre elétrons e fótons (transferência de energia e momentum), o que leva a equação de Einstein. Enquanto a difração da luz é um fenômeno ondulatório que a teoria corpuscular não explica. Infelizmente, o kit não permite verificar a relação entre a corrente na fotocélula e a intensidade da luz, pois a célula pode ser danificada na passagem desta corrente. Para isto podem ser empregados filtros, ou alternativamente, pode-se construir uma célula fotoelétrica para uma verificação qualitativa.

O experimento de corpo negro permite que se compare uma previsão clássica que falha ao explicar o fenômeno (Lei de Rayleigh-Jeans) e a formulação quântica. Mais uma vez, a idéia do fóton deve ser usada para formular uma lei que explique o fenômeno. O kit permite que se obtenha apenas uma parte do espectro, mas pode-se observar que a curva tem um ponto de máximo e se as temperaturas forem bem diferentes, pode-se ver o ponto de caminhar no eixo do comprimento de onda.

Dos sensores do laboratório, o fotodiodo (859nm) e o fototransistor são mais os indicados, com destaque para o fototransistor, por ser mais sensível e permitir que os dados sejam coletados em temperaturas menores. Para melhorar o experimento, outros sensores podem ser usados. O Kit OS-8542 da PASCO, por exemplo, possui dois sensores, no kit desenvolvido, um fototransistor que opere no visível pode ser usado para realizar a aquisição em comprimentos de onda menores, e uma termopilha pode ser usada para verificar a lei de Boltzmann.

A desvantagem da termopilha é o seu preço, que pode ser superior a novecentos dólares. Em substituição, pode ser usado um termopar, mas com a desvantagem de uma sensibilidade muito menor. A solução poderia ser a utilização de um amplificador com elevado ganho, mas nenhum exemplo de

aplicação do termopar neste tipo de medida foi encontrado, e por isto a utilização do termopar foi descartada.

Este experimento pode ser realizado com o amplificador PHYWE ou com um amplificador com ganho variável. No primeiro caso, o aluno terá que fazer a equalização manualmente. Com o amplificador de ganho variável, esta etapa não será necessária, porém fica como sugestão o uso de um amplificador com menor excursão de ganho, já que para sensibilidades menores que 50%, a amplificação não apresentou bons resultados.

O modelo de corpo negro deve ser melhorado, construído-o com uma caixa metálica, pois o plástico não resiste por muito tempo o calor gerado pela lâmpada.

O experimento de magnetismo com sensor Hall apresentou bons resultados, com ele se pode verificar diferenças entre os diferentes materiais estudados, mas a histerese do ferro não pode ser observada. Como sugestão, fica a construção de uma bobina com mesmo comprimento do solenóide, mas com muito mais espiras, para que a figura da histerese possa ser vista em um osciloscópio.

6 Conclusão

Seguindo a proposta de desenvolver kits de baixo custo e de fácil implementação, foram realizados testes, com os dispositivos e equipamentos disponíveis nos laboratórios do departamento. O resultado do trabalho foi o desenvolvimento de três novos experimentos.

O experimento do efeito fotoelétrico pode ser introduzido já no próximo semestre, um manual do experimento e um roteiro experimental, acompanham o kit, e servem como referência para alunos, técnicos e professores.

No experimento de corpo negro, uma lâmpada em uma caixa furada foi utilizada como fonte de radiação de corpo negro, e diversos sensores foram testados, termopares, fotodiodos, fototransistores, fotoresistores.

Quando se comparou um diagrama teórico de radiação com os dados obtidos da lâmpada, foi observado que o modelo utilizado não emite exatamente como um corpo negro. Foram encontradas diferenças no ponto de máxima radiação e na extensão do espectro. A conclusão que se chegou, a este respeito, foi que a lâmpada, apesar de não ser um corpo negro, tem um espectro cujo comportamento é semelhante ao do corpo negro.

Dos sensores testados, os mais indicados são o fotodiodo e o fototransistor, com destaque para o fototransistor, por este ter uma menor área e ainda ser mais sensível. O resultados dos testes mostraram que a equalização da resposta dos sensores é eficiente, para comprimentos de onda cuja sensibilidade é maior que 50%. Este experimento pode ser implementado com os sensores disponíveis, mas recomenda-se que sejam utilizados sensores cuja curva de responsividade seja conhecida para aumentar a acurácia do experimento.

O sensor Hall utilizado, disponível no laboratório de materiais elétricos, foi utilizado para construir um kit para estudo de propriedades magnéticas dos materiais. O resultado foi um experimento de fácil construção e procedimento simples, que permite determinar a permeabilidade e a magnetização de alguns materiais.

A principal limitação deste trabalho foi a disponibilidade de dispositivos, os sensores que haviam, não tinham as propriedades desejadas para os experimentos que se desejava realizar, mas este problema foi contornado. No caso do experimento do corpo negro, a resposta do sensor foi equalizada a partir de curvas de resposta, e no caso da experiência com o sensor Hall, uma outra aplicação do sensor foi desenvolvida. Deste modo estas limitações não impediram que os objetivos do trabalho fossem cumpridos.

7 Referencias.

- [1] PHYWE. *Stefan-Boltzmann law of radiation*, Manual. Göttingen: PHYWE series of publication.

- [2] Costa, A. A. *Nota experimental 07: fontes de luz, detectores e monocromadores* (página de internet).
<http://www.ifi.unicamp.br/~accosta/nota7>.

- [3] Forsythe, W. E. & Worthing, A. G. (1925). *The Properties of Tungsten and the Characteristics of Tungsten Lamps*. *Astrophysical Journal* 61, 146.

- [4] Richtmyer, F. K., Kennard E. H. & Lauritsen T. (1955). *Introduction to modern physics*. New York: McGraw-Hill Book company, inc.

- [5] Jiles, D. (1993). *Introduction to the electronic properties of materials*. London: Chapman & Hall.

- [6] Popovic, R. S. (1991). *Hall effect devices: magnetic sensors and characterization of semiconductors*. Bristol: Adam Hilger.

8 Anexo: Manual do experimento de efeito fotoelétrico

Introdução teórica

O experimento clássico.

O experimento clássico consiste da medição da corrente de fotoelétrons e do potencial de retardo, utilizando uma célula fotoelétrica como a da figura-1.

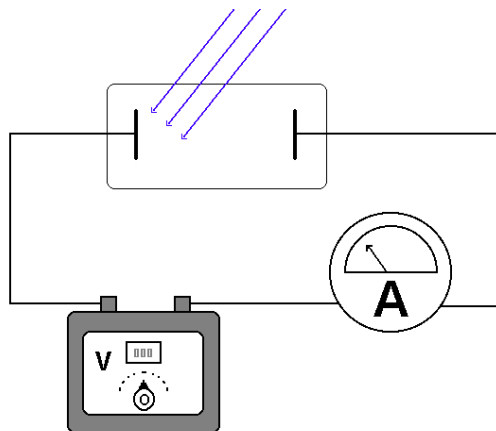


Figura-1 Esquema de um aparato experimental utilizado para a verificação do efeito fotoelétrico.

Esta célula é composta por um par de eletrodos dentro de um tubo de vidro evacuado, com uma janela de quartzo, por onde se faz incidir luz monocromática em um dos eletrodos.

A corrente de elétrons emitidos é medida com o amperímetro enquanto a tensão entre os eletrodos é ajustada com a fonte. Com isto se obtém um gráfico $I \times V$ como o da figura-2.

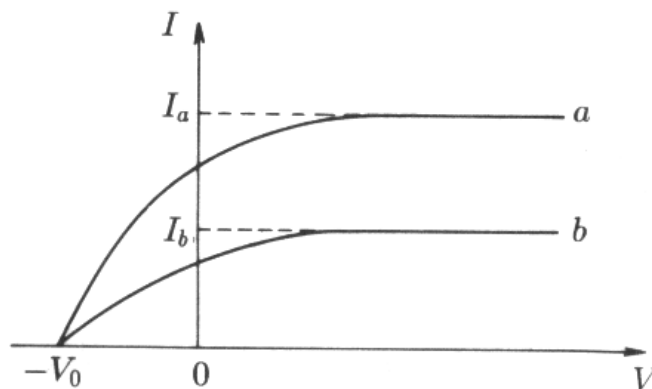


Figura-2 Gráfico $I \times V$ para diferentes intensidades de uma radiação monocromática.

Observe que quando a tensão é nula, existe uma corrente diferente de zero na fotocélula. Isto significa que elétrons estão sendo ejetados da superfície do catodo com uma certa quantidade de energia cinética, suficiente para chegarem

até o anodo. À medida que a tensão entre os eletrodos é aumentada esta corrente vai aumentando até saturar.

Analisando isto, podemos dizer que os elétrons não são todos emitidos com a mesma energia cinética e que na medida que se fornece energia a estes elétrons, através de um campo elétrico, cada vez mais elétrons vão ter energia suficiente para chegar ao anodo, até um ponto em que todos os elétrons emitidos são coletados no anodo e assim a corrente satura em um valor que é determinado pela intensidade da luz.

Invertendo-se a polaridade da tensão, observa-se que ainda existe corrente entre as placas até que a tensão atinja um valor crítico V_0 , no qual a corrente é interrompida.

Isto significa que elétrons são ejetados com energia suficiente para vencer um campo contrário entre as placas, desde que a tensão entre as placas seja menor que V_0 , independentemente da intensidade da luz incidente. Deve-se observar que este valor crítico de tensão não depende da intensidade da luz. Esta verificação demonstra que os elétrons podem ser emitidos com uma energia máxima igual a eV_0 (e = carga do elétron), que não depende da intensidade da radiação.

Com as observações que foram feitas até agora, pode-se dizer que os elétrons não são emitidos todos com a mesma energia, e que existe uma energia máxima para os elétrons emitidos que não depende da intensidade da radiação. Do que depende então esta intensidade?

Uma outra medição, com o aparato da figura-1, responde esta pergunta. Já foi verificado a influência da intensidade da radiação na energia máxima do elétron emitido, falta então verificar que influência pode ter a frequência da radiação. Para isto faz-se incidir radiações monocromáticas de diferentes frequências no catodo e determina-se o potencial de retardo V_0 . Com os dados experimentais constrói-se o gráfico da figura-3.

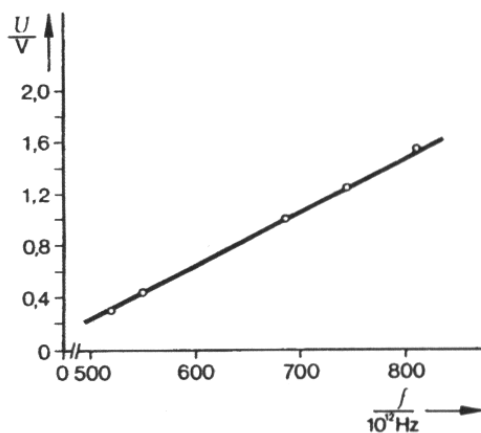


Figura-3 Gráfico que mostra a relação linear entre a energia máxima dos fotoelétrons e a frequência da radiação.

Este gráfico mostra que quanto mais alta a frequência maior é a energia máxima dos fotoelétrons, e que esta relação é linear. Do gráfico, vemos também, que existe uma frequência crítica abaixo da qual não acontece o efeito fotoelétrico.

Este comportamento é determinado pela equação de Einstein para o efeito fotoelétrico, em que E é a energia do elétron, $h\nu$ é a energia do fóton, e W é a energia necessária para extrair o elétron do material, ou seja, é o trabalho realizado para arrancar o elétron do material.

$$E = h\nu - W$$

Equação-1 Equação de Einstein para o efeito fotoelétrico.

Assim a energia do elétron emitido é o balanço entre a energia absorvida e o trabalho necessário para retirar o elétron do material. Este trabalho não é igual para todos os elétrons, os que estão no interior do material demandam maior energia para serem emitidos pois perdem energia em colisões com outros elétrons e com a rede cristalina, já os que estão na superfície precisam de menor energia. A este valor mínimo de energia se dá o nome de função trabalho que é uma característica do metal de que é feito o eletrodo.

Se substituirmos W na equação pela função trabalho W_0 , teremos a equação do gráfico da figura-3.

$$E_m = h\nu - W_0$$

Equação-2 Energia máxima dos elétrons emitidos em função da frequência da luz monocromática.

Interpretação dos resultados do experimento do efeito fotoelétrico pela física clássica e pela física quântica

A teoria ondulatória da luz prevê resultados diferentes daqueles obtido com o experimento. A absorção de energia pelo elétron se daria de forma gradativa. O elétron iria absorvendo energia e quando acumulasse energia suficiente para deixar o material ele seria emitido. Tudo ocorreria como um corpo em um forno de microondas, o estado energético do corpo se modifica a medida em que é exposto à radiação. Desta forma, quanto mais intensa a luz, maior deveria ser a energia dos elétrons emitidos. No caso de uma radiação fraca, os elétrons seriam emitidos depois de um intervalo de tempo necessário para que acumule a energia suficiente para ser emitido. Exatamente como no caso do alimento no microondas; se a potência é diminuída, será necessário um tempo maior para o aquecimento.

Segundo a teoria ondulatória, o efeito fotoelétrico não depende da frequência da luz, depende somente da intensidade. Portanto não deveria existir uma frequência de corte para o efeito fotoelétrico.

Com a teoria quântica, a explicação do efeito fotoelétrico se torna simples. Segundo esta teoria a energia está concentrada em pacotes chamados fótons, e a energia de cada fóton é dada por $E = h\nu$, em que h é a constante de Planck. A energia de um fóton é transmitida integralmente para o elétron. Então o fóton se comporta como uma partícula que ao colidir com o elétron entrega-lhe toda sua energia.

Assim, a influência da intensidade é determinar a quantidade de elétrons emitidos, ou seja, a corrente entre os eletrodos.

Outra consequência da teoria quântica é que a energia não é transferida ao elétron de forma gradual, na medida em que o material é iluminado. O efeito fotoelétrico ocorre assim que a luz atinge o eletrodo e não depois de um determinado tempo de exposição.

A energia entregue ao elétron pela radiação é igual a energia do fóton, que depende de sua frequência, portanto a energia que o elétron absorve depende exclusivamente da frequência do fóton. Por isso o efeito fotoelétrico só ocorre para uma radiação com frequência acima de um valor crítico que depende do material de que é feito o eletrodo.

| QUADRO RESUMO | | |
|---------------|---|--|
| | Física clássica | Física quântica |
| Intensidade | Quanto mais intensa a luz maior a energia dos elétrons. | A energia dos elétrons não depende da intensidade da luz. A corrente depende da velocidade da luz. |
| Tempo | Se a luz é fraca, deveria ocorrer emissão só depois de um intervalo de tempo. | A emissão ocorre assim que a luz atinge o eletrodo, mesmo para uma luz fraca. |
| Frequência | O efeito fotoelétrico independe da frequência da luz. | O efeito só ocorre para uma radiação com frequência mais alta que um valor crítico. A energia dos elétrons depende da frequência da luz. |

O experimento com o kit

A experiência é realizada de uma forma diferente da explicada acima. Com este kit não se aplica tensão nas placas e mede-se a corrente, o processo é outro. Primeiro descarrega-se a célula fotoelétrica e então se faz incidir uma radiação monocromática. O efeito fotoelétrico então acontece fazendo surgir uma corrente na fotocélula. Esta corrente vai carregando os eletrodos da fotocélula até que a ddp entre as placas atinja o potencial de retardo.

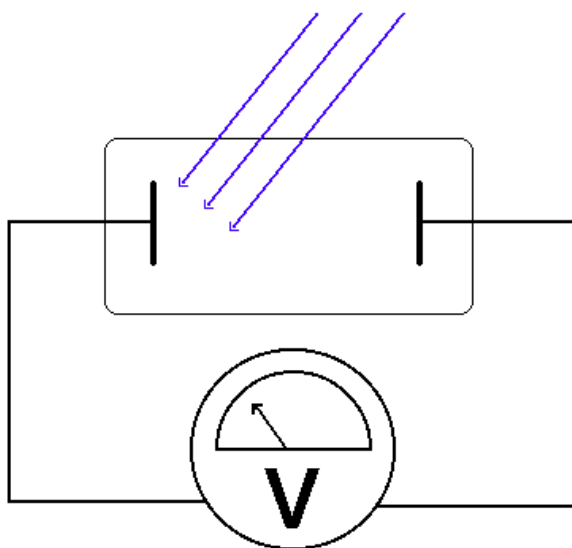


Figura-4 Esquema do funcionamento do kit

Equipamento

Lista de equipamento

| | |
|-------------------------------------|---|
| • Fotocélula | 1 |
| • Rede de difração, 600 linhas/mm | 1 |
| • Filtro 580nm | 1 |
| • Filtro 525nm | 1 |
| • Suporte diafragma | 2 |
| • Fenda ajustável | 1 |
| • Suporte para lente | 2 |
| • Lente convergente, f+100mm | 1 |
| • Lâmpada de vapor de Hg, 80W | 1 |
| • Cabo BNC, 300mm | 1 |
| • Cabo de conexão azul, 250mm | 1 |
| • Cabo de conexão vermelho, 250mm | 1 |
| • Suporte para lâmpada | 1 |
| • Fonte para lâmpada | 1 |
| • Amplificador de medição universal | 1 |
| • Multímetro digital | 1 |

Características

Lâmpada de Hg

A lâmpada de vapor de mercúrio de alta pressão produz uma luz de alta intensidade (4000lm) e com conteúdo da faixa do ultravioleta. Portanto deve-se evitar olhar diretamente para a abertura da lâmpada.

Para utilizar a lâmpada deve-se empregar uma fonte própria para lâmpadas espectrais e esperar cerca de 5min para que aqueça. Uma vez desligada será preciso esperar cerca de 10min para ligá-la novamente, tempo aproximado que a lâmpada leva para esfriar. Portanto deve-se evitar desligar a lâmpada durante o experimento.

Outro cuidado que se deve ter é não tocar na lâmpada. A temperatura do bulbo pode ultrapassar 100°C.

Célula fotoelétrica

A célula fotoelétrica fica dentro de um tubo com duas aberturas, que pode ser visto pela janela de sua caixa. A utilidade deste tubo é fazer com que o anodo não seja diretamente iluminado, embora por causa da reflexão, alguma radiação atinja a fotocélula.

O catodo é feito de PbS e o anodo de uma material diferente, por isso será adicionado ao experimento o efeito do potencial de contato. O valor da função trabalho que se obtém a partir dos dados, não serve para caracterizar o PbS,

primeiro porque existe o potencial de contato, depois porque a função trabalho de um eletrodo de PbS depende de como o eletrodo foi construído.

Para fazer a medição do potencial de retardo deve ser utilizado um voltímetro com alta resistência de entrada, $R_i \geq 10^{13} \Omega$, para que o erro devido a corrente no voltímetro seja minimizado.

Destacam-se como fontes de erro na fotocélula a emissão pelo anodo e efeitos de perturbação.

Trilho de montagem

A junção móvel possui um transferidor em que a menor escala é de 5°, portanto aí está uma importante fonte de erro.

Montagem

Faça a montagem do experimento como indicado na figura-5. A lâmpada de mercúrio e a fotocélula devem ficar nas extremidades do trilho. A fenda ajustável deve ser posicionada a aproximadamente 9 cm da lâmpada, e a lente a 20 cm da lâmpada. Utilize as marcações na base dos suportes.



Figura-5 Montagem do experimento do efeito fotoelétrico.

Ligue a lâmpada e focalize o feixe de luz na fotocélula, movimentando o suporte da lente sobre o trilho. Certifique-se que a janela da fotocélula esteja fechada.

Ajuste a abertura da fenda para que a imagem formada na fotocélula tenha a largura de aproximadamente 1 cm.

Antes de conectar a fotocélula ao amplificador de medição, ajuste os parâmetros do amplificador e do voltímetro como indicado a seguir:

Amplificador

Modo de operação: eletrômetro ($R_e > 10^{13}\Omega$)

Amplificação: 10^0

Constante de tempo: 0

Voltímetro

Escala 2V DC

Para ajustar o zero do amplificador, atue no botão “0” mantendo o botão de descarga da fotocélula pressionado, acompanhado o valor da saída com o voltímetro.

Observações

1. Ligue os equipamentos 15 min antes de fazer as medidas.
2. Evite desligar a lâmpada, pois uma vez desligada, só será possível religá-la após seu resfriamento. O que leva aproximadamente 10min.
3. Não toque na lâmpada, a temperatura do bulbo pode ultrapassar 100°C .
4. Nunca olhe diretamente para a abertura da lâmpada, a radiação ultravioleta é nociva a sua visão.
5. Só abra a janela da fotocélula durante as medições. Fora desta condição a janela deve ficar sempre fechada.
6. Evite tocar nas lentes, nos filtros e na rede de difração com os dedos.

Procedimento de medição

1. Movimente o trilho para selecionar a faixa monocromática desejada.
2. Com a janela da fotocélula fechada, verifique o zero do amplificador.
3. Abra a janela e espere alguns segundos para o valor de tensão no voltímetro se estabilizar e faça a leitura.
4. Feche a janela da fotocélula.

Questões do relatório e pré-relatório

1. Compare o valor da constante de Planck obtido no experimento com o valor encontrado nos livros. Comente a precisão do experimento destacando as possíveis fontes de erro.

O fabricante informa que com seu equipamento é possível obter $h = 6,7 \pm 0,3 \times 10^{-34}$, porém pode-se encontrar valores fora deste intervalo especificado. As principais fontes de erro são:

uso do equipamento antes do tempo de aquecimento;

iluminação indireta do anodo;

perturbações que ocorrem na fotocélula;

medida do ângulo de difração;

erro no zero do amplificador.

2. Explique como o potencial de contato pode afetar o valor de h e do potencial do contato, obtidos no experimento.

Apenas chegam no anodo os elétrons que tem energia cinética suficiente para atravessar o campo elétrico, ou seja $eU = mv^2/2$, em que U é a tensão entre as placas e v a velocidade do elétron. Pelo fato dos eletrodos serem feitos de materiais diferentes surge um potencial de contato, aumentando a energia necessária para que os elétrons cheguem de um eletrodo a outro, portanto retificando a última equação temos $eU + \phi = mv^2/2$. Substituindo na equação de Einstein: $mv^2/2 = eU + \phi = hf - W_0$. Reorganizando para explicitar a relação entre U e f : $U = -\frac{W_0 + \phi}{e} + \frac{h}{e}f$. Se W_0 e ϕ não variam com a frequência então esta é uma equação de uma reta e podemos afirmar que ϕ não interfere no valor de h .

3. Podemos utilizar o valor da função trabalho encontrado para caracterizar o material do catodo? Explique porque.

A função trabalho encontrada não serve para caracterizar o material do catodo por causa do potencial de contato entre os eletrodos que são de materiais diferentes. Além disso, o potencial de contato do eletrodo de PbS depende de como ele foi feito.

4. Explique utilizando conceitos de física quântica, porque o fenômeno da emissão fotoelétrica não ocorre para frequências abaixo da frequência de corte.

Quando um fóton colide com um elétron toda a energia do fóton é absorvida pelo elétron, além disso, elétrons absorvem um fóton de cada vez. A energia do fóton é dada por hf , h é a constante de Planck e f a frequência. Assim a energia do fóton é determinada pela sua frequência. Se o fóton tem energia suficiente, o elétron é expelido do material, se a frequência do fóton é menor que um valor crítico então sua energia será menor que a função trabalho do material e o efeito fotoelétrico não ocorrerá.

5. Explique o que ocorre na célula fotoelétrica desde o momento em que é descarregada, até o momento que a leitura do multímetro é máxima.

Quando a célula é descarregada o potencial elétrico entre as placas é zero. No momento em que a janelinha é aberta inicia-se a emissão de elétrons pelo efeito fotoelétrico, este é o momento em que se produz a maior corrente. À medida que a corrente vai carregando os eletrodos um campo que se opõe à corrente elétrica vai aumentando. Desta forma a corrente vai diminuindo porque somente os elétrons com energia suficiente para atravessar o campo chegam no anodo. Isto vai acontecendo até o

ponto em que a energia do campo se torna igual a energia máxima dos elétrons que deixam o catodo e a corrente cessa.

6. Os elétrons que absorvem fótons com a frequência de corte poderiam contribuir para o aumento da tensão obtida com o voltímetro?

Estes elétrons não podem contribuir para o aumento da tensão obtida porque os fótons com esta frequência não possuem energia suficiente para ejetar elétrons no catodo.

7. É possível explicar o experimento utilizando apenas a física clássica? Explique.

Veja quadro resumo

8. Que informação podemos obter da tensão medida na célula fotoelétrica.

Esta tensão é conhecida como potencial de retardo, com esta tensão pode-se calcular a energia máxima com que os elétrons são emitidos do material pela formula $E_{\max} = eU_0$, E_{\max} é a energia máxima e U_0 é o potencial de retardo.

9. Explique, inclusive com equações, como se pode calcular a função trabalho e a constante de Planck com os dados coletados.

Os dados obtidos são a tensão de retardo e o ângulo de desvio provocado pela rede de difração. Com o ângulo, obtém-se a frequência da faixa monocromática que ilumina a célula,

$$f = \frac{c}{d \sin \theta}, \text{ c é a velocidade da luz, d é a distância entre as}$$

fendas da rede de difração e θ é o ângulo medido. Com a frequência calculada constrói-se um gráfico $U \times f$, de onde se obtém a constante de Planck, a função trabalho e a frequência de corte. A constante de Planck é dada pela inclinação da reta dividida pela carga do elétron, a função trabalho é dada pelo ponto em que a reta intercepta o eixo y dividido pela carga do elétron, e a frequência de corte é o zero da função.

$$E_{\max} = Ue = hf - W_0 \Rightarrow U = -\frac{W_0}{e} + \frac{h}{e} f$$

10. Estabeleça um procedimento experimental a ser seguido no laboratório incluindo: os cuidados que se deve ter com o manejo do equipamento; características do equipamento e uma planilha a ser preenchida com os dados coletados.

Ângulo de difração

Podemos descrever uma rede de difração como um elemento óptico fino cuja transmitância é dada por uma função espacial periódica, assim temos um modelo matemático para a rede de difração, com ilustrado na figura-1.

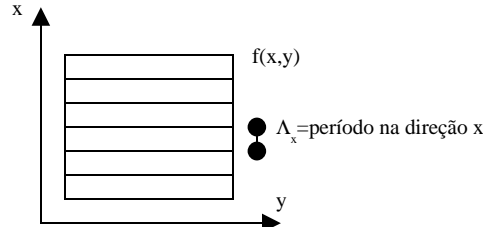


Figura-1 Esquema de uma rede de difração. A rede é representada por uma função periódica no espaço $f(x,y)$.

A luz que incide na rede de difração pode ser expandida em uma soma de funções periódicas (análise harmônica) do tipo $U(x, y, z, t) = U_0 \cos(-k_x x - k_y y - k_z z + wt)$, em que U_0 é a amplitude; k_x , k_y e k_z são as coordenadas do número de onda nos eixos x, y e z respectivamente e w é a frequência angular. Utilizando a notação complexa, escrevemos esta equação da seguinte forma $U(x, y, z, t) = \text{Re}[U_0 e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} e^{j\omega t}]$ e utilizando o conceito de fasor podemos representar a onda plana por $U(x, y, z) = U_0 e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)}$, uma função periódica no espaço. A direção de propagação é dada pelas coordenadas do número de onda, como ilustra a seguinte figura. O vetor de onda faz os ângulos $\theta_x = \sin^{-1}(k_x / k)$, com o plano yz, e $\theta_y = \sin^{-1}(k_y / k)$ com o plano xz.

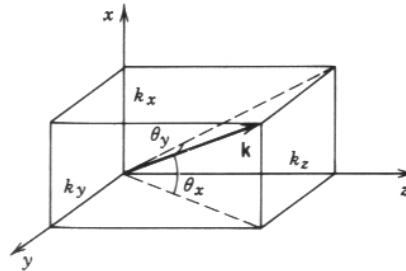


Figura-2 O vetor de onda, obtido a partir das coordenadas k_x , k_y e k_z , mostra o sentido de propagação da onda plana.

A amplitude da onda no plano $z = 0$ é $f(x, y) = U(x, y, 0) = U_0 e^{-j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)}$, uma função harmônica no espaço com frequências espaciais $\nu_x = k_x / 2\pi$ e $\nu_y = k_y / 2\pi$, observe a figura-3.

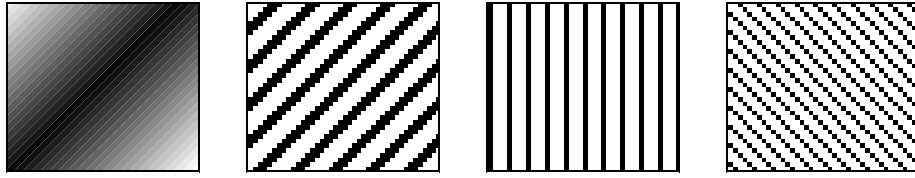


Figura-3 Funções harmônicas no espaço com diferentes freqüências espaciais

Podemos relacionar os ângulos θ_x e θ_y com as freqüências espaciais da função $f(x,y)$. Fazendo as substituições obtemos $\theta_x = \sin^{-1} \lambda \nu_x$ e $\theta_y = \sin^{-1} \lambda \nu_y$. Desta forma podemos determinar a direção de propagação de uma radiação com comprimento de onda λ utilizando as freqüências espaciais da função $f(x,y)$, como ilustrado da figura-4.

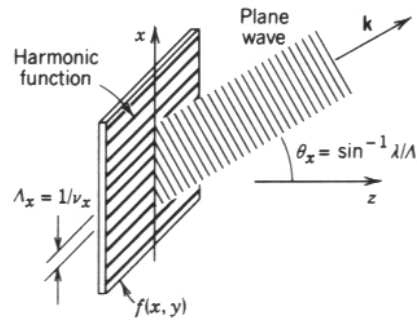


Figura-4 Relação entre a direção de propagação e a freqüência espacial da função $f(x,y)$

Quando aplicamos uma rede de difração no plano $z=0$, a função $f(x,y)$ não é mais definida, como antes, pela onda plana $f(x,y) = U(x,y,0) = U_0 e^{-j2\pi(\nu_x x + \nu_y y)}$. Nesta situação as freqüências espaciais, ν_x e ν_y , são as da rede de difração. Assim, dizemos que a onda foi modulada pela função harmônica $f(x,y)$ e que a direção de propagação é definida pelas freqüências espaciais ν_x e ν_y da rede de difração ou similarmente pelos períodos da função harmônica $\Lambda_x = 1/\nu_x$ e $\Lambda_y = 1/\nu_y$, veja a figura-5.

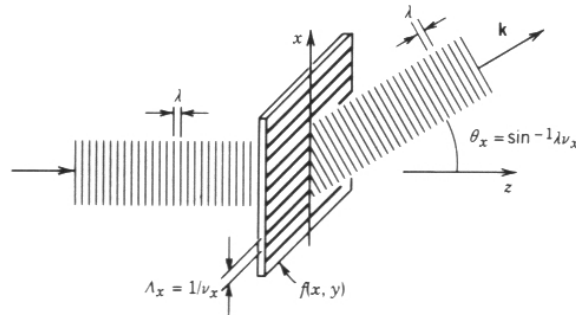


Figura-5 Uma rede de difração, cuja transmitância é definida por uma função harmônica, desvia a frente de onda por um ângulo $\theta_x = \sin^{-1} \lambda \nu_x$.