

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE REDES DE
COMUNICAÇÃO

EFEITOS NÃO-LINEARES EM SISTEMAS DE
COMUNICAÇÕES ÓPTICAS

MARCOS MAEDA FUKASE

ORIENTADORES: ANTÔNIO JOSÉ MARTINS
SOARES E HUMBERTO ABDALLA JÚNIOR

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL EM
ENGENHARIA DE REDES DE COMUNICAÇÃO

BRASÍLIA, DEZEMBRO/2003

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE REDES DE COMUNICAÇÃO**

**EFEITOS NÃO-LINEARES EM SISTEMAS DE
COMUNICAÇÕES ÓPTICAS**

MARCOS MAEDA FUKASE

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE REDES DE COMUNICAÇÃO DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA DE REDES DE COMUNICAÇÃO.

APROVADA POR:

**ANTÔNIO JOSÉ MARTINS SOARES, Doutor, UnB
(ORIENTADOR)**

**HUMBERTO ABDALLA JÚNIOR, Doutor, UnB
(ORIENTADOR)**

**PLÍNIO RICARDO GANIME ALVES, Doutor, UnB
(EXAMINADOR EXTERNO)**

BRASÍLIA, DF, 11 de dezembro de 2003

FICHA CATALOGRÁFICA

FUKASE, MARCOS MAEDA	
Efeitos não-lineares em sistemas de comunicações ópticas [Distrito Federal], 2003	
iv, 67 p., 297 mm (ENE/FT/UnB, bacharel, Engenharia de redes de comunicação, 2003)	
Monografia de projeto final – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia de redes de comunicação.	
óptica não-linear	sistemas ópticos
efeitos não-lineares	telecomunicações
I. ENE/FT/UnB	II. Título

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FUKASE, Marcos M. (2003). Efeitos não-lineares em sistemas de comunicações ópticas. Monografia de projeto final, Departamento de Engenharia de Redes de Comunicação, Universidade de Brasília, Brasília – DF, 67 pág.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Marcos Maeda Fukase

TÍTULO DA MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL: Efeitos não-lineares em sistemas de comunicações ópticas

GRAU/ANO: engenheiro de redes/2003

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de projeto final e emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de projeto final pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do mesmo.

Marcos Maeda Fukase
QNA 36 casa 32
CEP: 72110-360
Brasília - DF
Tel. 55 61 563-8742/9981-4058
maeda@nmi.unb.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre os efeitos não-lineares que podem ocorrer em fibras ópticas no contexto dos sistemas ópticos atuais. Inicialmente foi mencionado um breve histórico dos sistemas ópticos de modo a contextualizar o estudo. Em seguida é feita uma caracterização de cada fenômeno a partir da determinação das causas que podem originá-los e suas conseqüências nos domínios espectral e temporal. Como alguns efeitos podem ser usados de forma benéfica para desenvolver novos componentes com maior capacidade, sempre que possível, aplicações para esses efeitos serão comentadas.

Foram também feitas algumas simulações incluindo a propagação de um sóliton em um meio não-linear, mostrando as características e vantagens desse tipo de onda.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO.....	7
1.1 HISTÓRICO DOS SISTEMAS ÓPTICOS.....	7
1.2 EFEITOS LINEARES.....	9
1.3 EFEITOS NÃO-LINEARES.....	10
1.4 APLICAÇÕES.....	14
1.4.1 DWDM.....	14
1.4.2 Sólitons ópticos.....	15
2 PROPAGAÇÃO DE PULSOS EM FIBRAS ÓPTICAS.....	18
2.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL.....	18
3 EFEITOS NÃO-LINEARES.....	21
3.1 EFEITO BRILLOUIN ESTIMULADO.....	21
3.1.1 Teoria.....	21
3.1.2 Processo físico.....	23
3.1.3 Espectro de ganho Brillouin.....	23
3.1.4 Equações acopladas.....	24
3.1.5 Aplicação.....	25
3.2 EFEITO RAMAN ESTIMULADO.....	26
3.2.1 Teoria.....	26
3.2.2 Espectro de ganho Raman.....	27
3.2.3 Limite Raman e equações de amplitude.....	28
3.2.4 Aplicação.....	30
3.3 AUTOMODULAÇÃO DE FASE.....	31
3.3.1 Variação não-linear da fase.....	32
3.3.2 Mudança no espectro de frequências do pulso.....	34
3.4 MODULAÇÃO DE FASE CRUZADA.....	35
3.4.1 Índice de refração e deslocamento de fase não-lineares.....	36
3.4.2 Equações de não-lineares de Schrödinger acopladas.....	37
3.4.3 Alterações temporais e espectrais.....	38
3.5 MISTURA DE QUATRO ONDAS.....	40
3.5.1 teoria.....	41
3.5.2 Ganho paramétrico.....	42

3.5.3 Amplificação paramétrica.....	44
4 O MÉTODO FDTD.....	47
4.1 DEFINIÇÃO.....	47
4.1.1 Notação.....	48
4.2 SIMULAÇÕES.....	50
5 CONCLUSÕES.....	63
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	64
7 ANEXOS	65

Lista de Figuras

FIGURA 1.1 - JANELAS DOS SISTEMAS ÓPTICOS.....	9
FIGURA 1.2 - ESPECTRO DE FREQUÊNCIA DAS ONDAS STOKES E ANTI-STOKES PARA O SBS E O SRS.....	11
FIGURA 1.3 - PULSO ORIGINAL.....	12
FIGURA 1.4 - PULSO COM A FASE MODULADA PELA SPM.....	12
FIGURA 1.5 - DESENVOLVIMENTO DA XPM CONFORME A PROPAGAÇÃO NA FIBRA. 13	
FIGURA 1.6 - DESENVOLVIMENTO DOS COMPONENTE EM FREQUÊNCIAS MÚLTIPLAS DEVIDO A FWM.....	13
FIGURA 1.7 - DIAGRAMA DE TRANSMISSÃO WDM.....	14
FIGURA 1.8 - PROPAGAÇÃO DE UM SÓLITON EM RELAÇÃO A UM PULSO QUALQUER.....	17
FIGURA 3.9 - ESPALHAMENTO RAYLEIGH.....	22
FIGURA 3.10 - ESPECTRO DE GANHO BRILLOUIN PARA DIFERENTES TIPOS DE FIBRA COM $\lambda=1552$ NM.....	24
FIGURA 3.11 - DIAGRAMA DE NÍVEIS DE ENERGIA.....	27
FIGURA 3.12 - GANHO RAMAN PARA UM PULSO COM $\Delta P=1$ MM.....	28
FIGURA 3.13 - ESPECTRO DE FREQUÊNCIA DE VÁRIOS CANAIS (A) E O RESULTADO APÓS AMPLIFICAÇÃO DAS MENORES FREQUÊNCIAS (B).....	30
FIGURA 3.14 - CURVAS DE GANHO DE AMPLIFICAÇÃO PARA DIFERENTES POTÊNCIAS DE ENTRADA.....	31
FIGURA 3.15 - (A) PULSO DA FORMA SECH² E (B) VARIAÇÃO DA FREQUÊNCIA INSTANTÂNEA OU CHIRP EM RELAÇÃO AO PULSO.....	33
FIGURA 3.16 - ESPECTRO DE UM PULSO APROXIMADAMENTE GAUSSIANO PARA DIFERENTES VALORES DE DESLOCAMENTO MÁXIMO DE FASE Φ_{MAX}. 35	
FIGURA 3.17 - VARIAÇÃO ESPECTRAL DEVIDO AO XPM.....	40

FIGURA 3.18 - GANHO PARAMÉTRICO DO FWM PARA DIFERENTES POTÊNCIAS.....	44
FIGURA 3.19 - AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA A PARTIR DE DIFERENTES VALORES DE POTÊNCIA.....	46
FIGURA 4.20 - DIAGRAMA DE YEE EM TRÊS DIMENSÕES.....	47
FIGURA 4.21 - ALTERNÂNCIA DE ESPAÇO E TEMPO DOS CAMPOS EX E HY..	49
FIGURA 4.22 - PROPAGAÇÃO DE UMA ONDA SENOIDAL EM 100, 200 E 300 PASSOS, RESPECTIVAMENTE.....	52
FIGURA 4.23 - DIAGRAMA DE YEE EM DUAS DIMENSÕES.....	53
FIGURA 4.24 - SIMULAÇÃO DE UMA ONDA SENOIDAL EM DUAS DIMENSÕES A 20, 50 E 70 PASSOS, RESPECTIVAMENTE.....	56
FIGURA 4.25 - PROPAGAÇÃO DO SÓLITON CONFORME OS PARÂMETROS EM 20.000 E 40.000 PASSOS, RESPECTIVAMENTE, E CASO DISPERSIVO COM $X(3)=0$ EM 20.000 PASSOS.....	62

Lista de Tabelas

TABELA 4.1 – VALORES DOS PARÂMETROS LINEARES E NÃO-LINEARES DA TERCEIRA SIMULAÇÃO.....	59
---	-----------

Lista de Símbolos, Nomenclatura e Abreviações

DWDM – Dense Wavelength Division Multiplexing

Tecnologia de multiplexação por comprimento de onda de sinais ópticos que permite um maior aproveitamento da capacidade das fibras ópticas

FDTD – Finite Difference Time Domain

Método numérico de resolução de equações diferenciais usado comumente em eletromagnetismo

FWM – Four Wave Mixing

Fenômeno resultante da interação de dois ou mais sinais ópticos, gerando componentes em diferentes frequências

GVD – Group Velocity Dispersion

Efeito linear dispersivo relativo a velocidade de grupo das ondas eletromagnéticas

SBS – Stimulated Brillouin Scattering

Espalhamento de um sinal incidente no meio acarretando a geração de ondas Stokes e anti-Stokes e phonons acústicos

Sólitons

Tipo de onda descoberta em 1834 por Scott Russell que tem uma característica não-dispersiva

SPM – Self Phase Modulation

Modulação de fase de uma onda induzida pela variação do índice de refração do meio

SRS – Stimulated Raman Scattering

Espalhamento de um sinal incidente no meio acarretando a geração de ondas Stokes e anti-Stokes e phonons ópticos

XPM – Cross Phase Modulation

Modulação de fase de uma onda induzida pela variação do índice de refração do meio e por sinais copropagantes

1 INTRODUÇÃO

No campo das telecomunicações existe uma crescente e constante demanda dos sistemas de comunicação de dados por capacidade de transmissão. Entre as formas de transmissão utilizadas atualmente, os sistemas ópticos são considerados uma solução capaz de acompanhar essa demanda por diversos fatores. No âmbito tecnológico, os significativos avanços alcançados nas últimas décadas permitem que a transmissão de sinais luminosos através de fibras ópticas tenha uma performance muito superior em relação a links de microondas ou de sinais elétricos. Tipicamente, uma fibra óptica possui uma perda de 0,2 dB/km. Outra vantagem que torna os sistemas ópticos ideais para altas taxas de transmissão é a largura de banda disponível em uma fibra, cerca de 200 THz, que é um valor muito maior que qualquer outro sistema existente. Do ponto de vista financeiro, o custo de implantação de uma rede óptica é mais vantajoso dependendo do porte e da topologia da rede.

No entanto, até mesmo os sistemas ópticos possuem suas limitações. O aumento da capacidade de transmissão, distância entre repetidores e robustez muitas vezes implicam em um fator chave: o aumento de potência do sinal. Quando a potência luminosa excede valores definidos na fibra efeitos de natureza não-linear tornam-se notórios. Estes efeitos modificam o sinal transmitido de forma atenuadora e degradativa. Quanto maior a potência mais fortes são os efeitos não-lineares, o que dificulta ainda mais a situação.

Mesmo com este cenário, a partir dos avanços da óptica não-linear foi possível não somente suavizar o impacto desses efeitos como também aproveitá-los no desenvolvimento de formas mais eficientes de transmissão. Muitos estudos já foram conduzidos, mas produtos baseados em grandes aplicações como o DWDM e a transmissão a partir de sólitons ópticos possuem limitações que atualmente tornam-os comercialmente impraticáveis [5-6].

1.1 HISTÓRICO DOS SISTEMAS ÓPTICOS

De forma a contextualizar e explicitar o estudo desta monografia, é importante conhecer a evolução dos sistemas ópticos. Após a invenção do laser em 1960,

imaginava-se que este poderia ser usado para a transmissão de dados. Entretanto, os pesquisadores descobriram que a transmissão por laser no espaço livre poderia sofrer uma perda de até 300 dB/km devido a condições atmosféricas como chuva ou neblina. Pensou-se então em transmitir estes pulsos em um meio guiado de fibra de vidro, a fibra óptica. As primeiras fibras possuíam uma grande perda, cerca de 1.000 dB/km, devido a impurezas no processo de fabricação. Na época foi estimado que as perdas em uma fibra deveria ser inferior a 20 dB/km para que aplicações em sistemas de comunicações pudessem ser economicamente viáveis.

Nesse contexto, duas importantes descobertas exerceram um papel fundamental no desenvolvimento das fibras ópticas. A primeira foi o desenvolvimento de fibras monomodo com perdas abaixo de 20 dB/km pela empresa Corning Glass Works em setembro de 1970. A segunda foi a invenção do diodo laser a temperatura ambiente, que forneceram uma fonte coerente de luz, tornando possível o uso das fibras ópticas em telecomunicações.

A primeira geração de sistemas ópticos surgiu a partir de 1977 e operava em um comprimento de onda de 800 a 900 nm. Devido ao alto custo de fibras monomodo e das limitações no acoplamento óptico na época, era mais viável o uso de fibras multimodo sendo seu uso limitado por uma alta dispersão e perdas de aproximadamente 2 dB/km. São geralmente usados diodos AlGaAs e diodos laser como fonte luminosa e fotodiodos avalanche e diodos PIN como detectores. A taxa de transmissão é de 10 a 100 Mbit/s e o espaçamento dos repetidores entre 5 e 10 km.

Os pesquisadores observaram que as fibras monomodo de germanofosfosilicato possuíam uma dispersão nula com um comprimento de onda de 1,29 μm e, assim, resolveram migrar os sistemas de modo a operarem com um comprimento de onda de 1300 nm. Esta é a segunda geração de sistemas ópticos. A atenuação diminuiu para 0,5 dB/km e a dispersão do sinal para aproximadamente zero. Com o desenvolvimento dos dispositivos ópticos foi possível desenvolver a primeira fibra transatlântica monomodo.

No entanto, para se obter uma menor atenuação era preciso operar em comprimentos de onda de aproximadamente 1550 nm, terceira janela, devido a efeitos como o espalhamento Rayleigh, Fig. 1.1. Com essa idéia surgiu a terceira geração. Nessa frequência, a dispersão, mesmo que baixa, está acima da dispersão nula. Os pesquisadores tentaram então produzir, por meio da dopagem do material,

uma fibra com a dispersão zero deslocada para o comprimento de onda na terceira janela.

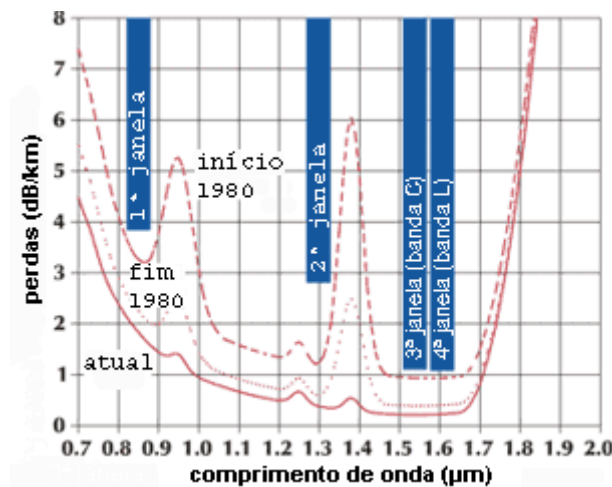


Figura 1.1 - janelas dos sistemas ópticos.

Teoricamente, os problemas estariam resolvidos pois o meio teria uma atenuação mínima e ainda seria possível tirar vantagem da dispersão nula. Com a demanda por sistemas mais robustos com transmissões a altas taxas e grandes distâncias é necessário basicamente aumentar a potência do sinal. Nesse ponto surgiu um problema, pois quando a potência do sinal atinge limites relativamente baixos efeitos de natureza não-linear tornam-se evidentes. Fenômenos como o espalhamento Brillouin e a automodulação de fase degradam o sinal, limitando a performance dos sistemas ópticos.

Atualmente as conseqüências dos efeitos não-lineares são a maior barreira dos sistemas ópticos, pois estes muitas vezes ocorrem de forma espontânea e simplesmente não podem ser evitados. Entretanto, alguns desses fenômenos podem ser aproveitados de forma construtiva para o desenvolvimento de diferentes técnicas de transmissão ou simplesmente a otimização desses. Um exemplo é o uso de sólitons ópticos, ondas que surgem a partir do equilíbrio de efeitos lineares e não-lineares.

1.2 EFEITOS LINEARES

Os efeitos lineares na interação da luz em fibras ópticas são conhecidos desde o início dos sistemas ópticos. De certa forma é até intuitivo pensar que uma onda luminosa sofre um alargamento espectral e conseqüente atenuação ao se

propagar em um meio não ideal. No contexto desse trabalho os fenômenos lineares relevantes são a dispersão e a atenuação. A origem desses tem uma dependência tanto do meio como da frequência do sinal luminoso.

Quando uma onda eletromagnética interage com os elétrons de um dielétrico, por exemplo, a resposta do meio depende da frequência óptica. Essa propriedade é denominada dispersão cromática e está relacionada com o índice de refração n . Mais precisamente, a dispersão é relativa as frequências de ressonância características do meio. A partir destes parâmetros é possível determinar o índice de refração dependente da frequência, aproximada pela equação de Sellmeier e mencionada posteriormente. O índice n então determina a constante de propagação β , definida por uma série em função dos parâmetros β_j . Cada termo está relacionado a um fator de dispersão, sendo β_2 chamado de parâmetro GVD, Group Velocity Dispersion. A GVD é responsável pela dispersão da velocidade de grupo, sendo que sua interação, em conjunto com alguns efeitos não-lineares podem gerar sólitons.

Já a atenuação surge a partir da contribuição de diversos fatores, sendo a absorção material e o espalhamento Rayleigh os mais dominantes. Impurezas resultantes do processo de fabricação das fibras, em especial o íon OH, acarretam em considerável absorção. Variações de densidade do meio são também outro mecanismo de atenuação, determinado espalhamento Rayleigh. É importante observar que a frequência do sinal também determina a atenuação, sendo que os sistemas ópticos mais modernos trabalham no comprimento de onda que minimiza esse efeito.

A tendência é que esses efeitos lineares sejam cada vez menores devido a processos mais elaborados de produção e o surgimento de novos materiais. Mesmo assim, para grandes distâncias a dispersão e a atenuação podem degradar significativamente o sinal.

1.3 EFEITOS NÃO-LINEARES

O estudo da óptica não-linear teve seu início a partir de 1960 com a descoberta do laser. Este campo surgiu como o resultado da análise da interação do laser com a matéria. Fenômenos clássicos como o espalhamento Raman estimulado e a geração do segundo harmônico logo foram notados e estudados.

Na verdade, em pouco mais de quatro décadas foram descobertos uma quantidade de fenômenos maior que os existentes até então. Isso se deve ao uso do laser como fonte luminosa ao invés de fontes de luz incoerentes, mostrando suas possibilidades na interação com a matéria.

Assim, considerando a quantidade de efeitos existentes, será dada importância aos fenômenos significativos em sistemas ópticos, ou seja, serão dissertados os efeitos da luz em fibras ópticas no contexto das comunicações ópticas. Dentre os problemas mais estudados, podem ser citados os espalhamentos Raman e Brillouin, a mistura de quatro ondas, a automodulação de fase e a modulação de fase cruzada. Cada um desses efeitos será descrito com mais detalhes.

O SRS, conforme seu nome diz, é um processo que provoca um espalhamento do sinal, decompondo-o parcialmente em ondas Stokes, anti-Stokes e fônons acústicos. A onda Stokes sofre um redshift ou deslocamento para o vermelho, enquanto a anti-Stokes um blueshift ou deslocamento para o vermelho em relação ao sinal original.

O espalhamento Raman estimulado possui as mesmas características do espalhamento Brillouin, com a diferença que o deslocamento de frequência, em relação ao pulso de bombeio, das ondas Stokes e anti-Stokes é muito maior. Ainda, devido a esse deslocamento, os fônons possuem uma natureza óptica. A Fig. 1.2 ilustra essa diferença de deslocamento de frequência a partir de um pulso de frequência f_0 .

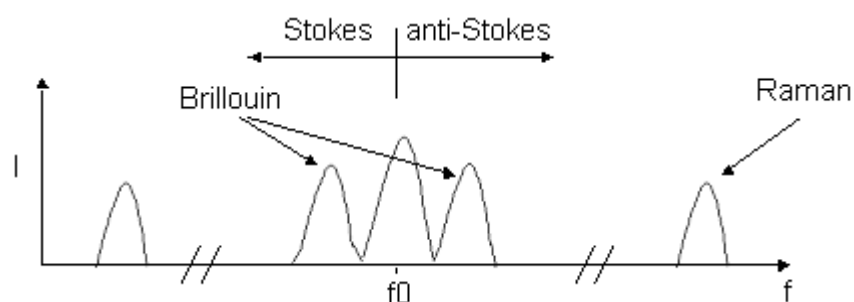


Figura 1.2 - espectro de frequência das ondas Stokes e anti-Stokes para o SBS e o SRS.

A automodulação descreve o processo em que a fase de um sinal possui uma dependência temporal, variando conforme a natureza desse sinal. A origem desse fenômeno está na variação não-linear do índice de refração do meio, que varia conforme a intensidade da onda. A consequência é que o pulso não possui uma

freqüência constante ao longo de seu período. As Figs. 1.3 e 1.4 mostram o pulso original e o com a fase modulada.

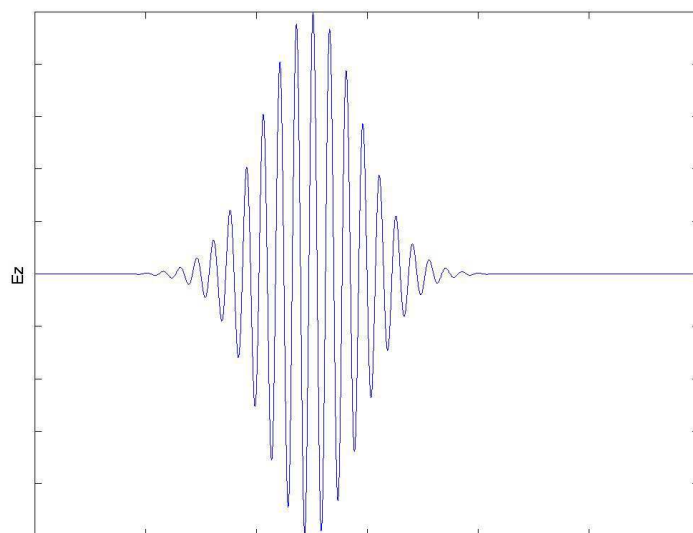


Figura 1.3 - pulso original.

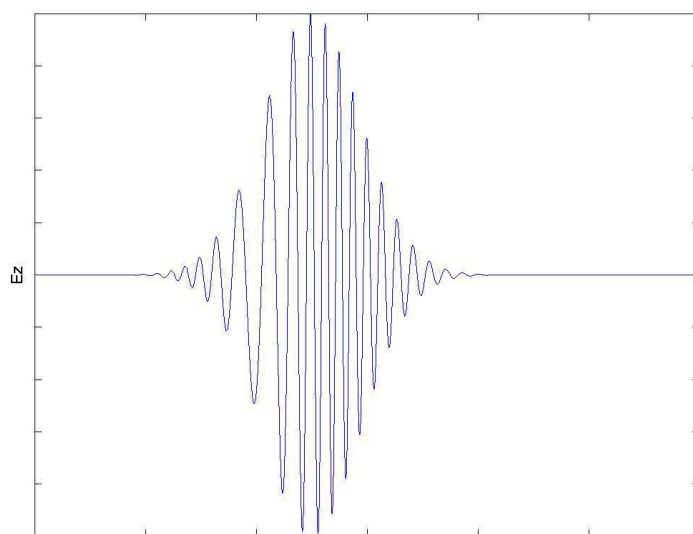


Figura 1.4 - pulso com a fase modulada pela SPM.

A modulação de fase cruzada é uma consideração mais geral do SPM, pois nesse caso a fase e o índice de refração visto por uma onda dependem não somente de sua intensidade, mas também de outros sinal copropagantes.

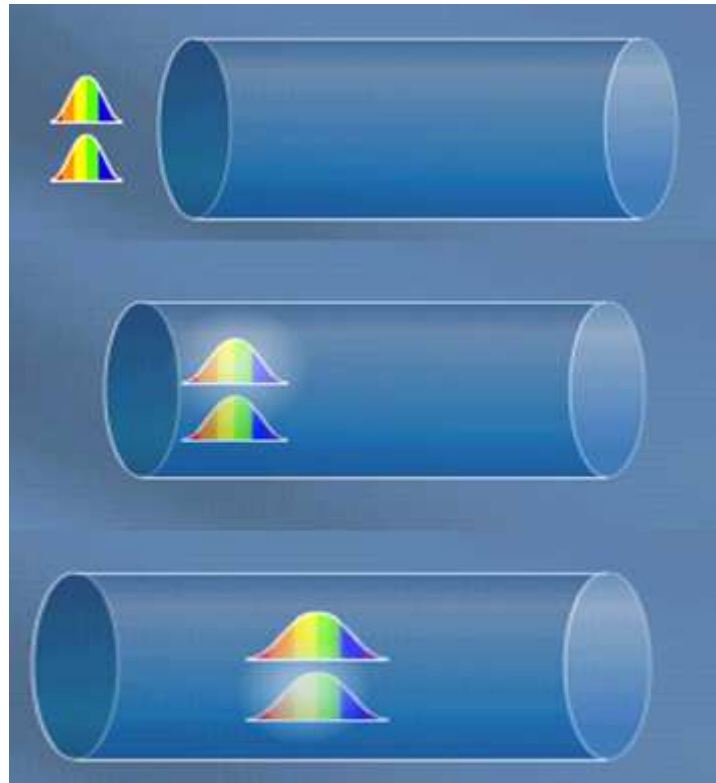


Figura 1.5 - desenvolvimento da XPM conforme a propagação na fibra.

Assim como a XPM, a mistura de quatro ondas é mais freqüentemente observada em sistemas WDM, por suas características. O efeito da FWM consiste na geração de sinais em freqüências múltiplas, em geral de dois sinais já presentes na fibra. A Fig. 1.6 ilustra a geração dessas componentes.

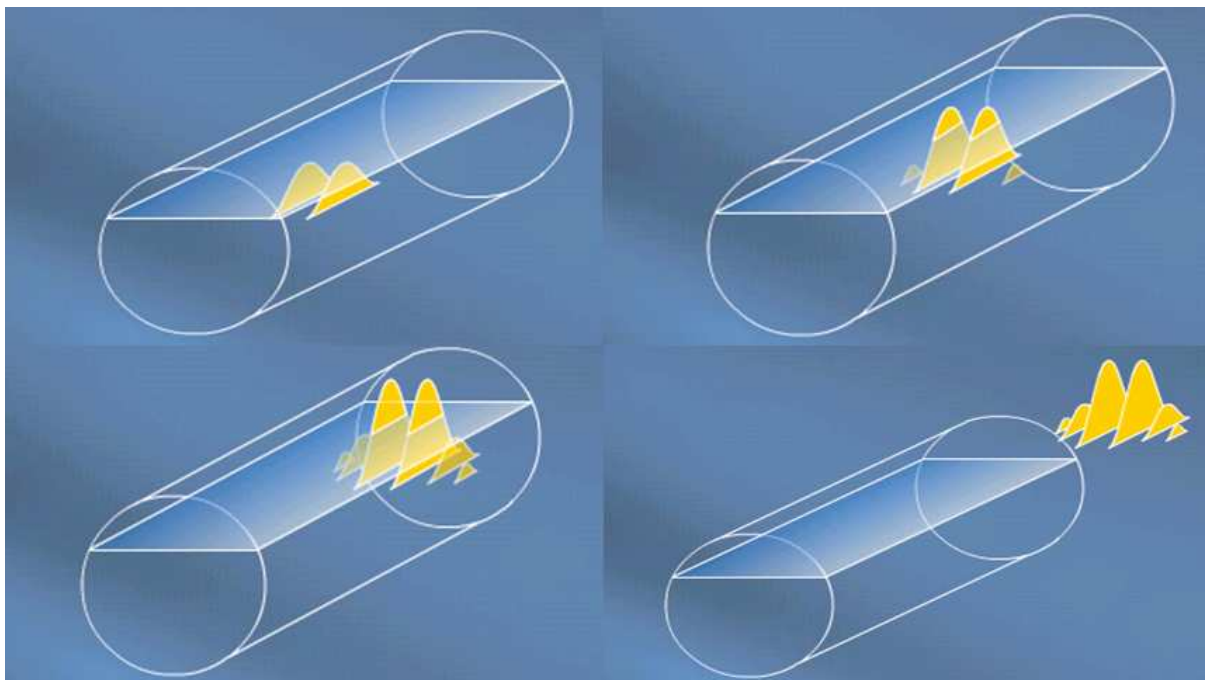


Figura 1.6 - desenvolvimento dos componente em freqüências múltiplas devido a FWM.

Quando os sinais atingem uma potência limite na fibra, novas componentes são geradas e, conforme o aumento, outros sinais também podem surgir.

A partir do estudo teórico sobre os efeitos descritos nesse trabalho foi possível ter uma compreensão mais clara a respeito dos sólitons ópticos, sendo que a propagação desse tipo de onda foi simulada e os resultados analisados.

1.4 APLICAÇÕES

Dentro do vasto campo de aplicações de sistemas ópticos, o estudo de determinadas aplicações se faz necessário, ora por se ter em algumas o interesse de minimizar os efeitos não-lineares, ora por se acreditar que existam alternativas mais eficientes de transmissão em sistemas de comunicações ópticos.

A título de citação têm-se as seguintes aplicações como exemplos de estudo:

- DWDM;
- sólitons.

1.4.1 DWDM

O WDM, Wavelength Division Multiplexing, é a tecnologia em que os sinais que transportam a informação são multiplexados por meios ópticos e transportados pela fibra, conforme a Fig. 1.7. Tal efeito tem o objetivo de aumentar a capacidade de transmissão. Com isso, pode-se utilizar a largura de banda da fibra de maneira mais adequada. Sistemas que utilizam WDM, juntamente com amplificadores ópticos, podem aumentar a capacidade de transmissão de uma rota sem se aumentar o número de fibras.

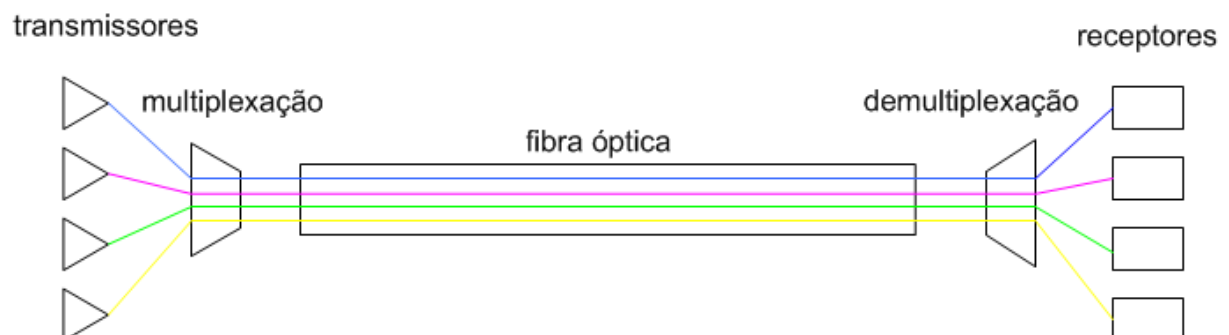


Figura 1.7 - diagrama de transmissão WDM.

O DWDM, Dense Wavelength Division Multiplexing, é um processo usado para a transmissão da luz com diferentes comprimentos de onda na fibra. É um desenvolvimento do WDM que é possível pelo uso de amplificadores ópticos que operam a cerca de 1550 nm de comprimento de onda juntamente com a mais baixa perda dessa janela.

Atualmente os sistemas DWDM são usados em redes de longa distância com a finalidade de expandir a taxa de sinais transmitidos simultaneamente em uma única fibra. Os sinais são transportados por vários comprimentos de onda, multiplicando a capacidade da fibra.

1.4.2 SÓLITONS ÓPTICOS

Os sólitons são tipos de pacotes de onda que têm a propriedade de se propagar sem distorção por longas distâncias. Possuem muitas aplicações na física e são particularmente interessantes no campo das comunicações ópticas.

Estas ondas surgem a partir do equilíbrio entre a dispersão da velocidade de grupo GVD na região anômala e da automodulação de fase SPM. Enquanto a GVD provoca um estreitamento do pulso, a SPM faz o oposto, o que permite a propagação, em teoria, sem alteração da largura do pulso. A Fig. 1.8 ilustra a propagação de um pulso sólitônico. Normalmente, ao se propagar por uma distância L , um sinal sofre os efeitos da dispersão e da atenuação. No entanto, o sóliton mantém suas propriedades mesmo após propagar-se por longas distâncias.

Existem vários tipos de sólitons, que podem surgir de maneiras diferentes. Neste trabalho foi feita uma simulação de um pulso solitônico de primeira ordem. A partir da visualização do pulso à medida que este se propaga, foi possível observar algumas características mais notórias desse tipo de onda.

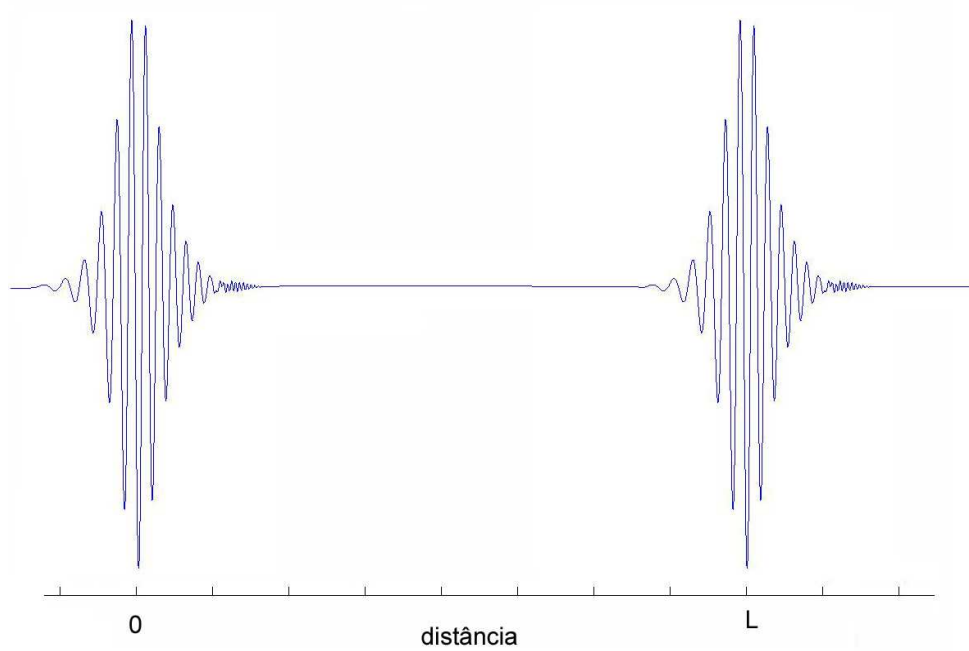
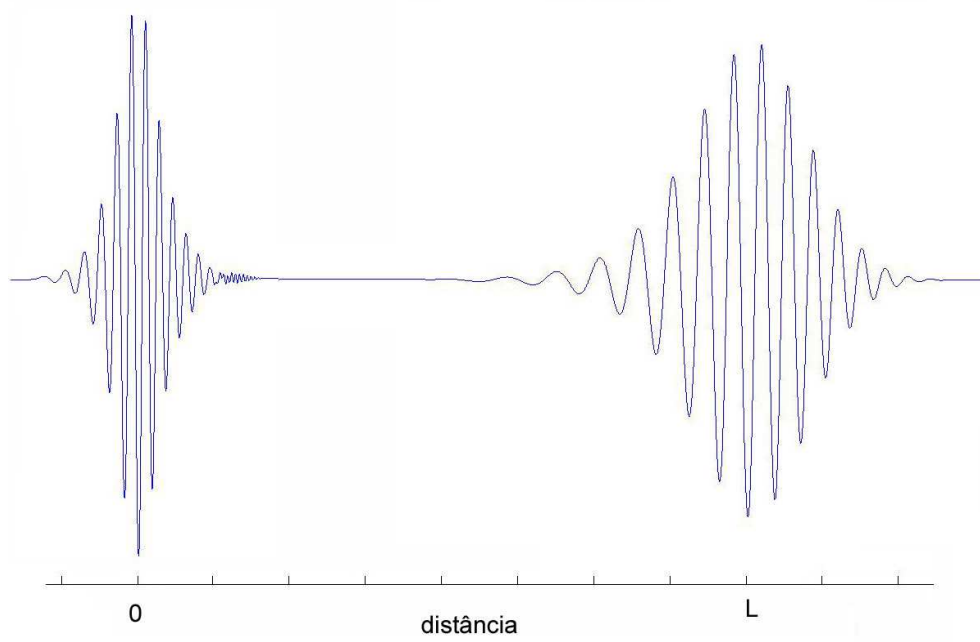


Figura 1.8 - propagação de um sóliton em relação a um pulso qualquer.

2 PROPAGAÇÃO DE PULSOS EM FIBRAS ÓPTICAS

Para se entender os fenômenos não-lineares em fibras ópticas é preciso compreender a parte da teoria eletromagnética relativa a propagação de ondas em meios não-lineares. A equação de onda surge a partir das equações de Maxwell devido a polarização não-linear e as constantes dependentes da frequência devido ao meio.

2.1 EQUAÇÕES DE MAXWELL

Devido a sua natureza, a propagação de campos ópticos é governada pelas equações de Maxwell. De modo generalizado elas podem ser descritas conforme as equações:

$$\begin{aligned}\nabla \times E &= -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \nabla \times H &= J + \frac{\partial D}{\partial t} \\ \nabla \cdot D &= \rho \\ \nabla \cdot B &= 0\end{aligned}$$

E e H representam os campos vetoriais elétrico e magnético, respectivamente. Da mesma forma, D e B são relativos as densidades de fluxo elétrico e magnético. A densidade de corrente é descrita por J e a densidade de cargas por ρ , que em fibras ópticas possuem valor nulo.

As densidades D e B também possuem uma relação com os campos elétrico e magnético pelas relações de constituição

$$\begin{aligned}D &= \varepsilon_0 E + P \\ B &= \mu_0 H\end{aligned}$$

em que ε_0 representa a permissividade elétrica e μ_0 a permeabilidade magnética, ambas no vácuo. A forma mais geral deveria incluir a magnetização na equação de B, sendo desprezado no âmbito das fibras ópticas.

A equação de onda que descreve a propagação da luz é obtida a partir das equações de Maxwell e das relações de constituição, escrita conforme a equação:

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}$$

A polarização pode ser dividida em dois termos, um linear e outro não-linear, de acordo com as equações

$$P(r, t) = P_L(r, t) + P_{NL}(r, t)$$

$$P_L(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t') E(r, t') dt'$$

$$P_{NL}(r, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t', t-t_2', t-t_3') E(r, t') E(r, t_2') E(r, t_3') dt' dt_2' dt_3'$$

Observa-se que a equação de polarização é a convolução do campo elétrico com a susceptância. Devido a simetria axial da fibra, os termos $\chi^{(2)}$ se anulam. A equação de onda fica então da forma

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2}$$

Como a parte não-linear é normalmente muito menor que a parte linear, por simplicidade considera-se $P_{NL}=0$. No domínio da frequência, a equação de onda fica então na forma

$$\nabla^2 E(r, \omega) + n^2(\omega) \frac{\omega^2}{c^2} E(r, \omega) = 0$$

em que $E(r, \omega)$ é a transformada de Fourier do campo $E(r, t)$. O índice de refração é bem determinado a partir da equação de Sellmeier

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^m \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}$$

A frequência de ressonância ω_j e a amplitude de ressonância B_j podem ser determinadas experimentalmente. A constante de modo de propagação também possui uma relação com o índice de refração, sendo definido por uma série de Taylor em torno da frequência de ressonância ω_0 .

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{C} = \beta_0 + \sum_{m=1} \frac{1}{m!} \beta_m (\omega - \omega_0)^m$$

As constantes β_1 e β_2 representam os parâmetros de dispersão, sendo β_2 relacionado a dispersão da velocidade de grupo GVD. É interessante observar que β_2 é nulo perto de um comprimento de onda de 1,27 μm , chamado de comprimento de dispersão zero.

3 EFEITOS NÃO-LINEARES

3.1 EFEITO BRILLOUIN ESTIMULADO

O SBS, Stimulated Brillouin Scattering, foi primeiramente observado em 1964, sendo um dos primeiros fenômenos a serem estudados. O efeito consiste basicamente na alteração da frequência do pulso de bombeio e conseqüente geração de uma onda Stokes de frequência inferior. Em termos da mecânica quântica, é o resultado de colisões inelásticas dos fótons com as moléculas do meio. Assim, devido a natureza destas colisões, os fótons perdem parte de sua energia e conforme a equação de Planck sofrem uma diminuição em sua frequência. Essa onda de menor frequência que o pulso é chamada de onda Stokes. A importância desse fenômeno está no fato de que este ocorre mesmo para sinais com potência relativamente baixa e pode comprometer drasticamente o sistema.

3.1.1 TEORIA

Quando a luz se propaga em um meio, parte de sua energia é espalhada, fazendo com que se desvaneça, Fig. 3.1. Esse espalhamento ocorre devido a flutuações do índice de refração do meio causadas por impurezas do meio e ainda por sua estrutura molecular. Assim, um pulso luminoso ao se propagar pela sílica, de natureza amorfa, vai sendo espalhado conforme progride no meio em questão. Esse fenômeno é chamado espalhamento Rayleigh e possui uma natureza linear, pois a parte da luz que se espalha não perde energia, apenas muda de direção em relação ao sinal inicial. Em outras palavras, os fótons sofrem colisões elásticas com as moléculas do meio.

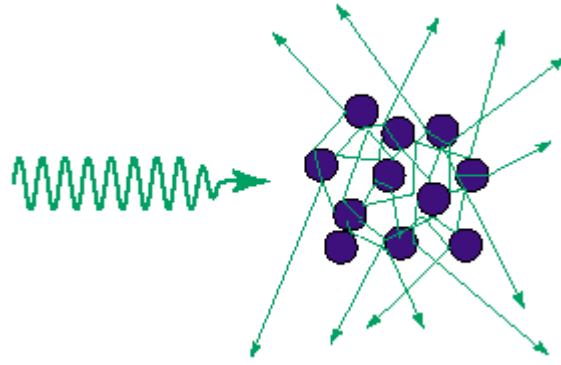


Figura 3.9 - espalhamento Rayleigh.

O SBS possui a mesma essência do espalhamento Rayleigh. Entretanto, a luz se relaciona de forma não-linear com o meio. Quando um pulso de bombeio se propaga em um meio com uma determinada potência, este induz uma variação do índice de refração do meio chamada de electro-construção. De forma geral, o índice de refração é uma função da frequência. No entanto, a partir de certos níveis de energia, a potência se torna uma variável desta função. Assim, uma fórmula mais geral de se determinar o índice de refração do meio é dada por

$$n'(\omega, |E|^2) = n(\omega) + n_2 |E|^2$$

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \text{Re}\{\chi^{(1)}\}$$

$$n_2 = \frac{3}{8n} \text{Re}\{\chi_{xxxx}^{(3)}\}$$

Na função, $n(\omega)$ é a parte linear do índice de refração, cujo valor é definido pela parte real da susceptância de primeira ordem do material, n_2 é a parte não-linear dependente da potência do campo elétrico E dada pela susceptância de terceira ordem. Quanto mais intenso o campo maior o índice de refração.

Essa variação constante do índice faz com que a parte da luz espalhada tenha uma menor frequência. Uma parte das ondas espalhadas se desloca na direção oposta do pulso de bombeio e é chamada onda Stokes. A onda Stokes interfere com o pulso construtiva e destrutivamente, gerando uma onda que induz zonas de maior ou menor índice de refração conforme a intensidade do campo elétrico. Caso essas zonas se desloquem a uma velocidade v_A , que corresponde a velocidade do som do material, uma onda ou fônon acústico é criado.

O fônon por sua vez estimula novamente a geração da onda Stokes, tornando o processo cíclico. Essa é a razão do efeito ser considerado estimulado, pois a partir de uma geração espontânea o processo é repetido, fechando o ciclo.

3.1.2 PROCESSO FÍSICO

O resultado do espalhamento do pulso de bombeio é a geração de um fônon acústico e a onda Stokes, sendo as três ondas relacionadas pelas equações

$$\begin{aligned}\Omega_B &= \omega_P - \omega_S \\ k_A &= k_P - k_S\end{aligned}$$

em que ω_P e ω_S são as frequências do pulso de bombeio e da onda Stokes, respectivamente, e k_P e k_S são os vetores de onda. A partir das equações é possível observar a conservação de momento e energia. A frequência Ω_B e k_S são referentes a onda acústica, sendo sua relação dada por

$$\Omega_B = v_A |k_A| \approx 2v_A |k_P| \sin(\theta/2)$$

No caso das fibras monomodo, existem apenas dois valores possíveis para θ . Assim, o SBS ocorre basicamente no sentido oposto ao pulso de bombeio.

3.1.3 ESPECTRO DE GANHO BRILLOUIN

A relação do crescimento da onda Stokes conforme o pulso de bombeio é definida pelo ganho Brillouin, sendo o parâmetro mais importante no estudo do SBS. A função $g_B(\Omega)$ é máxima em $\Omega = \Omega_B$ e possui um espectro de ganho estreito, aproximadamente 10 MHz, por estar relacionado ao tempo de vida Γ_B da onda acústica. Assumindo que Γ_B possui um decaimento exponencial, $g_B(\Omega)$ pode ser escrito como

$$g_B = g_P \frac{(\Gamma_B/2)^2}{(\Omega - \Omega_B)^2 + (\Gamma_B/2)^2}$$

O coeficiente de ganho g_P é definido como

$$g_P = \frac{2\pi^2 n^7 p_{12}^2}{c \lambda_p^2 \rho_0 v_A \Gamma_B}$$

sendo p_{12} o coeficiente longitudinal elasto-óptico e ρ_0 a densidade do material. Como é de se esperar da fórmula anterior, o espectro de ganho Brillouin varia conforme o modo de propagação, a natureza do material e o tipo de fibra. Na sílica, a largura de banda do ganho é de aproximadamente 50 MHz e $g_B=5 \times 10^{-11}$ m/W para $\lambda_p=1,55$ μm [2]. A Fig. 3.2 mostra o ganho Brillouin para diferentes tipos de fibra.

É importante ressaltar que as equações obtidas para o ganho são válidas para um pulso em onda contínua ou quase contínua, cuja largura espectral é muito menor que a largura de banda do ganho Brillouin. Caso o pulso tenha uma largura T_0 pequena, o ganho Brillouin é reduzido consideravelmente. De fato, caso T_0 seja muito menor que Γ_B , em geral menor que 1 ns, g_B se torna menor que o ganho Raman, que será discutido em seguida.

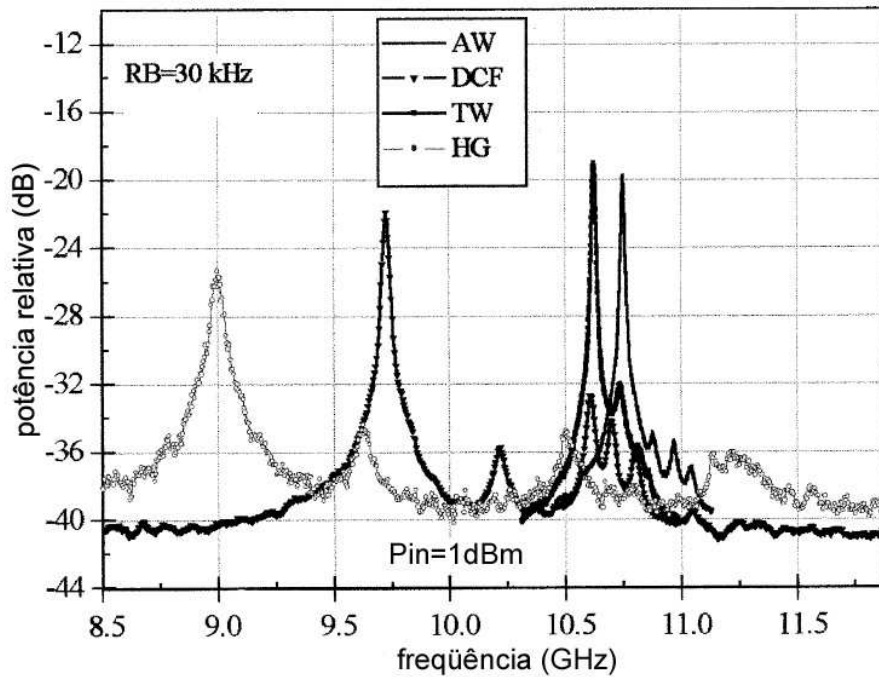


Figura 3.10 - espectro de ganho Brillouin para diferentes tipos de fibra com $\lambda=1552$ nm.

3.1.4 EQUAÇÕES ACOPLADAS

No estado estacionário ou quase estacionário o SBS é governado pelas equações

$$\frac{dI_P}{dz} = -g_B I_P I_S - \alpha I_P$$

$$\frac{dI_S}{dz} = -g_B I_P I_S + \alpha I_S$$

que relacionam o pulso de bombeio com a onda Stokes. Nas equações foi considerado que a atenuação α para o pulso e para a onda Stokes é a mesma.

A partir destas relações é possível determinar o limite Brillouin. Quando esse nível de potência é alcançado, grande parte da energia do pulso de bombeio é transferida para a onda Stokes. Em uma forma mais ampla o limite pode ser definido por

$$\frac{g_B P_{cr} L_{eff}}{A_{eff}} \approx 21$$

sendo P_{cr} a potência crítica. Usando valores típicos de um sistema óptico de $1.55 \mu\text{m}$ [2], $A_{eff}=50 \mu\text{m}^2$, $L_{eff}=20 \text{ km}$, $g_B=5 \times 10^{-11} \text{ m/W}$, P_{cr} é aproximadamente 1 mW . Esse baixo limiar mostra a importância do SBS nos processos não-lineares.

3.1.5 APLICAÇÃO

O SBS pode também ser visto como uma forma de produzir ganho em um sinal óptico cuja frequência esteja próxima da frequência do pulso de bombeio menos o desvio Brillouin. Isso é feito ajustando a frequência do pulso de bombeio e do sinal, cada um se originando em uma extremidade de uma fibra de comprimento L . O pulso de bombeio sofre um desvio de frequência devido ao SBS enquanto o sinal na outra extremidade, por possuir uma baixa potência, se propaga inalterado. A onda Stokes resultante do pulso de bombeio possui a mesma frequência e direção do sinal, o que resulta na amplificação do último. Desconsiderando outros fatores, este ganho pode ser definido por

$$G_A = \frac{I_S(0)}{I_S(L)} = e^{\frac{g_B P_0 L_{eff}}{A_{eff}} - \alpha L}$$

Amplificadores Brillouin podem gerar um ganho de 30 dB, dependendo da potência do pulso de bombeio. Entretanto, devido ao seu pequeno desvio de frequência, esses amplificadores possuem uma pequena largura de banda, o que os tornam muitas vezes inadequados para a amplificação de sinais ópticos.

3.2 EFEITO RAMAN ESTIMULADO

Assim como o efeito Brillouin, o SRS, Stimulated Raman Scattering, foi um fenômeno descoberto nos primórdios da óptica não-linear. Outra semelhança está no fato desse efeito também gerar uma onda Stokes cuja frequência é o resultado do redshift do pulso de bombeio. O SRS também produz um fônon, porém de natureza óptica.

No entanto, as semelhanças entre o SBS e o SRS não vão muito além. Cada fenômeno se caracteriza por processos físicos e características distintas, pois apesar de ambos consistirem na interação dos fótons com as moléculas do meio, o SRS está relacionado com os modos vibracionais do meio em questão.

3.2.1 TEORIA

Quando um pulso de bombeio é injetado em uma fibra este é espalhado pelas as moléculas do meio. Este espalhamento está relacionado aos níveis quânticos de energia, podendo ser descrito pela Fig. 3.3. Quando a luz de frequência ω_p se propaga pelo meio provoca uma excitação dos elétrons de valência, originalmente no estado g, para um estado virtual n' mais energético. Segue então uma transição do estado virtual para um estado excitado $n > g$. A diferença de energia entre g e n dita o deslocamento de frequência no efeito Raman e está relacionado com a natureza do meio, sendo definida por

$$\Omega_R = \omega_p - \omega_s$$

Assim, a partir desse processo é gerada uma onda Stokes de frequência ω_s e um fônon óptico de frequência Ω_R . Observa-se então a relação entre o efeito

Brillouin e o SRS, pois apesar de cada efeito possuir características distintas os resultados são parecidos.

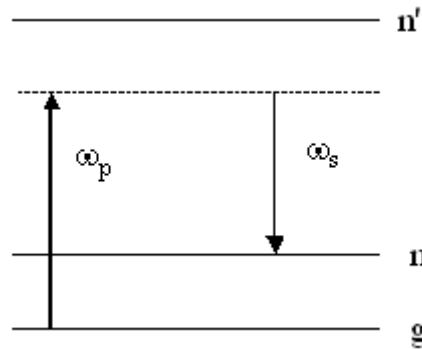


Figura 3.11 - diagrama de níveis de energia.

A onda Stokes possui uma menor frequência e se propaga no mesmo sentido em relação ao pulso de bombeio. No entanto, uma onda anti-Stokes de menor intensidade pode também surgir como resultado do processo.

3.2.2 ESPECTRO DE GANHO RAMAN

O ganho Raman é a característica mais importante em relação ao efeito citado, pois define o comportamento das ondas Stokes e anti-Stokes. Além disso é a base de aplicações como amplificadores Raman devido as suas características. Pode ser definida em função do comprimento de onda da onda Raman Stokes λ_s

$$g_R = \frac{\sigma_0 \lambda_s^3}{c^2 h \epsilon}$$

em que σ_0 é a seção transversal, c a velocidade da luz, h a constante de Planck e ϵ a constante dielétrica conforme o comprimento de onda da onda Raman.

Em geral o espectro do ganho Raman é mostrado em função da diferença de frequência Ω entre o pulso de bombeio e a onda Stokes e possui um espectro consideravelmente largo, até 40 THz, com um máximo em aproximadamente 13 THz, conforme a Fig. 3.4. Sua característica espectral pode ser explicada pela natureza amorfa da sílica, cujas frequências de vibração se espalham ao longo do cristal em bandas que se sobrepõem, criando um continuum.

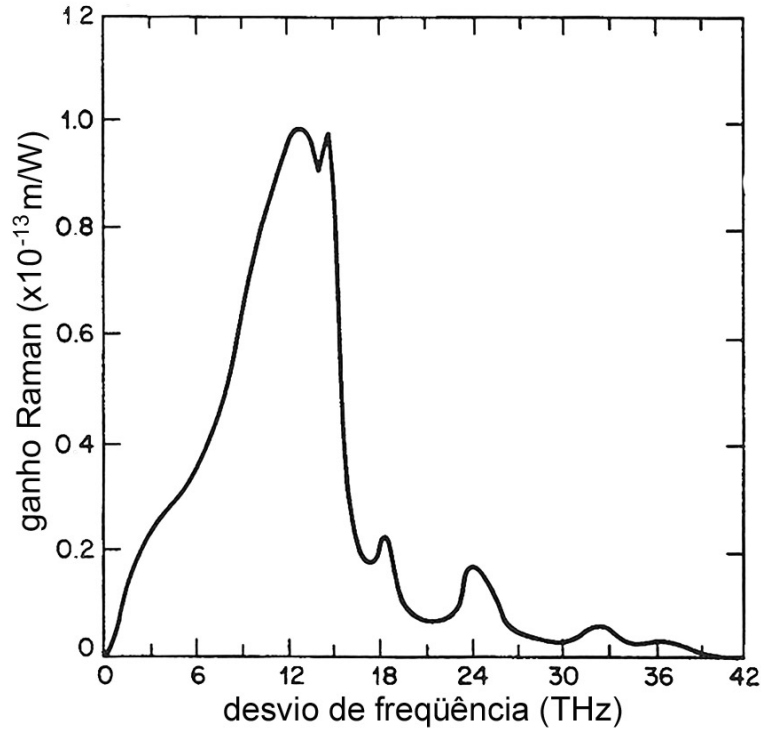


Figura 3.12 - ganho Raman para um pulso com $\lambda_P=1 \mu\text{m}$.

Na prática, o espectro de ganho Raman possui um valor de pico de aproximadamente 10^{-13} m/W para $\lambda_P=1 \mu\text{m}$ e é inversamente proporcional ao comprimento de onda do pulso de bombeio.

3.2.3 LIMITE RAMAN E EQUAÇÕES DE AMPLITUDE

Quando a potência injetada na fibra é muito grande a radiação Stokes pode ser amplificada a níveis comparáveis ao pulso de bombeio. O limite Raman é definido como a potência crítica P_{cr} necessária para que a potência da onda Stokes se iguale ao pulso de bombeio, sendo definido por

$$P_{cr} \approx \frac{16A_{eff}}{g_R L_{eff}}$$

Devido ao seu largo espectro de ganho, o estudo do SRS é geralmente focado em lasers pulsados com tempo de duração menor que 10 ns. Neste caso,

além do espalhamento Raman, devem ser considerados os efeitos de dispersão, automodulação, modulação de fase cruzada e atenuação do pulso. Após certas manipulações, o conjunto de equações de propagação da onda pode ser então escrita como

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_P}{\partial z} + \frac{1}{v_{gP}} \frac{\partial A_P}{\partial t} + \frac{i\beta_{2P}}{2} \frac{\partial^2 A_P}{\partial t^2} + \frac{\alpha_P}{2} A_P &= i\gamma_P \left[|A_P|^2 + (2 - f_R) |A_S|^2 \right] A_P - \frac{g_P}{2} |A_S|^2 A_P \\ \frac{\partial A_S}{\partial z} + \frac{1}{v_{gS}} \frac{\partial A_S}{\partial t} + \frac{i\beta_{2S}}{2} \frac{\partial^2 A_S}{\partial t^2} + \frac{\alpha_S}{2} A_S &= i\gamma_S \left[|A_S|^2 + (2 - f_R) |A_P|^2 \right] A_S + \frac{g_S}{2} |A_P|^2 A_S\end{aligned}$$

em que v_{gj} é a dispersão de grupo, β_{2j} o coeficiente de dispersão de grupo e γ_j o parâmetro não-linear para $j=P, S$. A função f_R representa a contribuição parcial Raman, significativa no estudo de pulsos menores que 10 fs. Os coeficientes g_P e g_S estão relacionados com o ganho Raman por

$$\begin{aligned}g_S &= \frac{g_P}{A_{eff}} \\ g_P &= \frac{\omega_P}{\omega_S} g_S\end{aligned}$$

O limite Raman é consideravelmente maior que no caso do SBS. Em termos práticos com $\lambda_P=1,55 \mu\text{m}$, $\alpha=0,2 \text{ dB/km}$ e $L_{eff}=20 \text{ km}$ a potência crítica é aproximadamente 600 mW [2]. Geralmente os sistemas ópticos possuem uma potência em torno de 10 mW, que torna o SRS mais visível em lasers de alta potência. No entanto, em sistemas massivos WDM, em que vários canais são transmitidos simultaneamente, a potência total deve ser considerada. A Fig. 3.5 mostra o resultado do SRS quando vários canais possuem um pequeno espaçamento. Observa-se a amplificação dos canais de menor frequência à medida que estes se propagam.

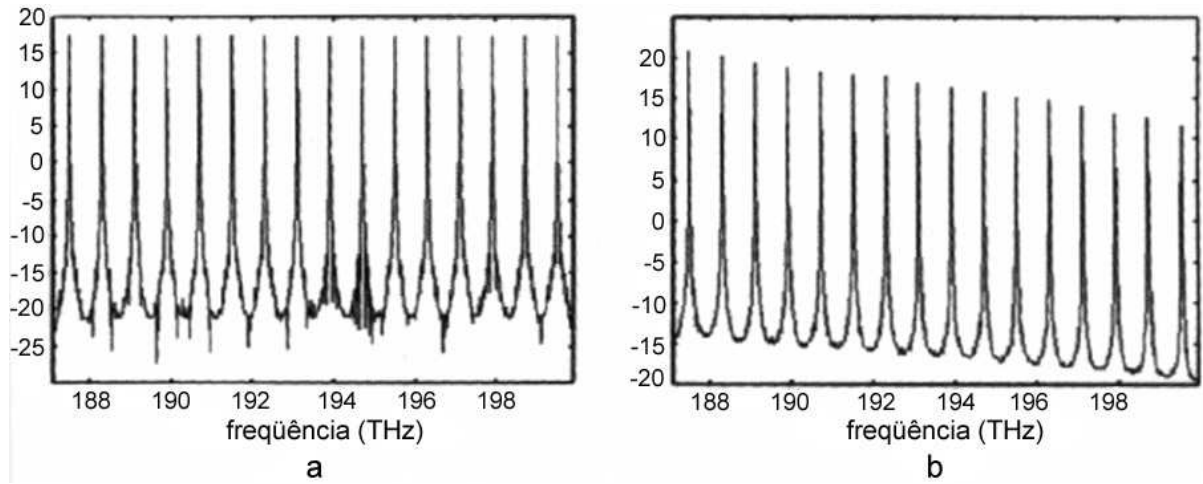


Figura 3.13 - espectro de frequência de vários canais (a) e o resultado após amplificação das menores frequências (b).

3.2.4 APLICAÇÃO

Assim como no efeito Brillouin, o efeito Raman pode ser usado de forma a amplificar um sinal a partir de um pulso de bombeio desde que o sinal esteja dentro do espectro de ganho Raman.

O ganho fornecido por amplificadores Raman sob operação em onda contínua pode ser obtido das equações

$$\begin{aligned}\frac{dI_S}{dz} &= g_R I_P I_S - \alpha_S I_S \\ \frac{dI_P}{dz} &= -\frac{\omega_P}{\omega_p} g_R I_P I_S - \alpha_P I_P\end{aligned}$$

A partir de um sinal $I_S(z)$ a ser amplificado que possui intensidade muito menor que o pulso de bombeio, após uma distância $z=L$ o fator de amplificação é dado por

$$G_A = e^{\frac{g_R P_0 L_{eff}}{A_{eff}}}$$

Usando valores típicos para os parâmetros do ganho G_A , $g_R=10^{-13}$ m/W, $L_{eff}=100$ m e $A_{eff}=10 \mu m^2$ observa-se a curva de saturação de ganho conforme a potência do pulso de bombeio, conforme a Fig. 3.6.

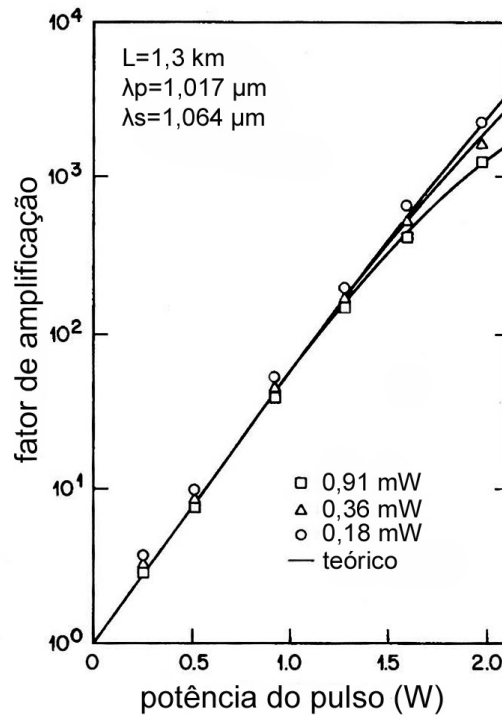


Figura 3.14 - curvas de ganho de amplificação para diferentes potências de entrada.

Os amplificadores Raman podem fornecer um ganho a um sinal de entrada de 30 dB com o pulso de bombeio a uma potência de 1 W. Obviamente, para uma melhor performance a diferença de frequência entre o pulso de bombeio e o sinal deve corresponder ao máximo no espectro de ganho. λ_s

Uma característica interessante dos amplificadores Raman é a sua grande largura de banda, aproximadamente 5 THz, podendo ser usado para amplificar vários canais simultaneamente multiplexados por comprimento de onda.

3.3 AUTOMODULAÇÃO DE FASE

Os meios transparentes, como a sílica, possuem um índice de refração dependente da frequência e da intensidade do campo elétrico, conforme foi explicitado anteriormente. Nesse fenômeno, denominado em um sentido amplo como efeito Kerr, a componente não-linear do índice de refração normalmente possui um valor muito pequeno, sendo perceptível para altos níveis de potência.

À medida que um pulso se propaga em um meio de Kerr, ocorre uma variação temporal na fase do sinal. Esta variação se comporta conforme a natureza do pulso, sendo que o centro do pulso sofre uma maior variação de fase em relação às

extremidades. Este efeito é intuitivamente chamado de automodulação de fase SPM, pois o pulso causa uma espécie de modulação em si mesmo.

De forma geral, ocorre um alargamento espectral no pulso por parte do SPM devido ao chirp induzido. No entanto, o SPM em conjunto com a dispersão velocidade de grupo em condições adequadas possibilita a geração de sólitons. Observa-se então a importância do fenômeno nos sistemas ópticos atuais e futuros.

3.3.1 VARIAÇÃO NÃO-LINEAR DA FASE

A dependência da intensidade do campo elétrico no índice de refração provoca uma variação de fase dada por

$$\phi_{NL}(T) = \frac{2\pi}{\lambda} L n_2 |E(L, T)|^2$$

em que L é o comprimento da fibra. Apesar do índice n_2 ser relativamente pequeno para a sílica, $2,2 \times 10^{-22} \text{ m}^2/\text{V}^2$, se L ou E forem suficientemente grandes os efeitos do SPM podem ser significativos, conforme a equação não-linear da fase. Seguindo o mesmo raciocínio a variação da fase ou frequência instantânea é definida como

$$\delta\omega(T) = -\frac{\partial \phi_{NL}}{\partial t} = -\frac{2\pi}{\lambda} L n_2 \frac{\partial |E(L, T)|^2}{\partial t}$$

e mostra claramente o comportamento temporal da fase ao longo do pulso.

Considerando um pulso do tipo secante hiperbólica ao quadrado, observa-se uma variação da fase principalmente nas extremidades do pulso. $\delta\omega$ é negativo na frente do pulso, $T < 0$, um chirp negativo. Em contrapartida, na cauda do pulso o chirp resultante é positivo.

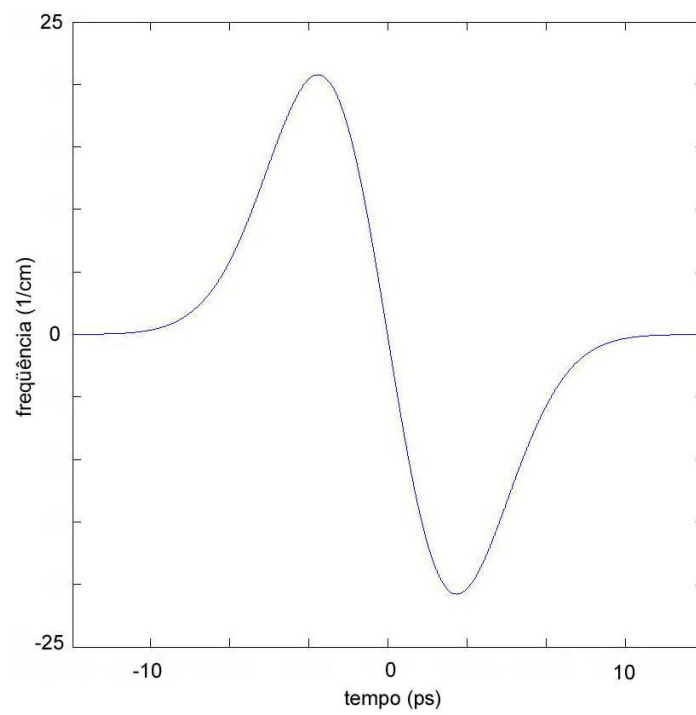
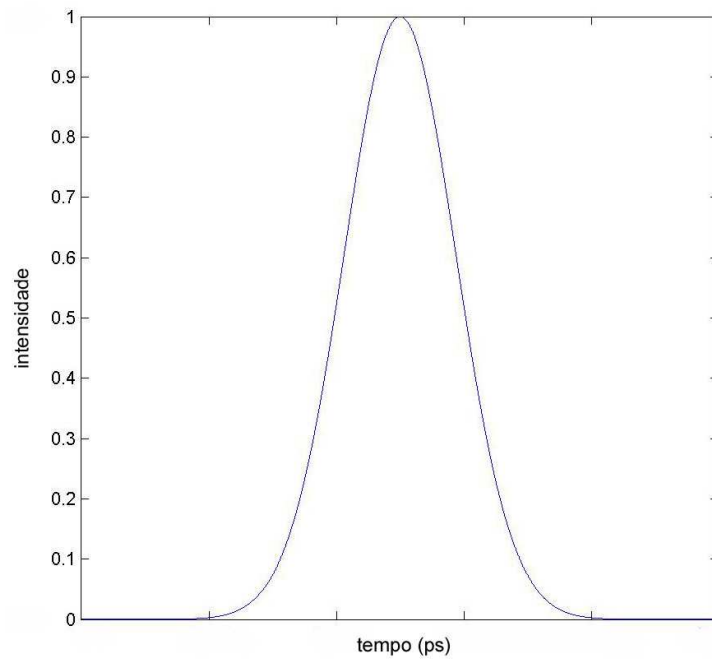


Figura 3.15 - (a) pulso da forma sech2 e (b) variação da frequência instantânea ou chirp em relação ao pulso.

3.3.2 MUDANÇA NO ESPECTRO DE FREQUÊNCIAS DO PULSO

Uma estimativa da magnitude do alargamento espectral do SPM induzido pode ser obtida a partir do valor máximo de $\delta\omega$. Quantitativamente é possível calcular o valor de pico maximizando a função $\delta\omega(T)$. Considerando um pulso gaussiano do tipo

$$f(0,T) = e^{-\frac{T^2}{2T_0^2}}$$

em que T_0 é a largura do pulso, o fator de alargamento é dado aproximadamente por

$$\Delta\omega_{\max} = 0,86\Delta\omega_0\phi_{\max}$$
$$\Delta\omega_0 = \frac{1}{T_0}$$

o que mostra que $\Delta\omega_{\max}$ é aproximadamente dado pelo deslocamento máximo de fase. Quando o SPM encontra-se acompanhado de outros fenômenos como o SRS e a mistura de quatro-ondas o espectro pode se estender por até 100 THz, formando o chamado supercontinuum.

O formato do espectro do pulso pode ser obtido a partir da transformada de Fourier. Conseqüentemente, o espectro depende não somente do tipo do pulso como também do chirp inicial. Para um dado comprimento de fibra, Φ_{\max} aumenta conforme a potência máxima do pulso. Experimentalmente, para um pulso aproximadamente gaussiano percorrendo uma fibra de 99 metros [2], conforme o aumento da potência do sinal observa-se uma mudança espectral de acordo com a variação máxima de frequência, ilustrada na Fig. 3.8.

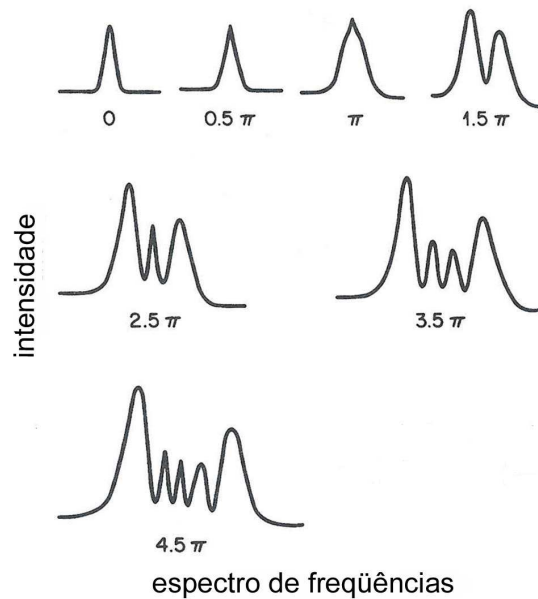


Figura 3.16 - espectro de um pulso aproximadamente gaussiano para diferentes valores de deslocamento máximo de fase Φ_{\max} .

Um detalhe interessante é que o alargamento espectral forma uma estrutura ondulatória ao longo de seu espectro conforme o aumento do chirp, tendo nos extremos uma maior concentração de energia. A origem dessa característica oscilatória está relacionada com a dependência temporal do chirp. Como o chirp pode ter o mesmo valor em tempos distintos, existem ondas localizadas em pontos distintos que possuem a mesma frequência instantânea. Por terem fases diferentes, essas ondas se interferem destrutiva ou construtivamente. O resultado é a formação sistemática de múltiplos picos. Na Fig. 3.8 os picos mostram-se assimétricos devido a imperfeição do pulso gaussiano gerado.

3.4 MODULAÇÃO DE FASE CRUZADA

Em todos os efeitos mostrados até agora foi considerada somente a propagação de uma onda eletromagnética ao longo da fibra. No entanto, quando duas ou mais ondas se propagam simultaneamente elas se interagem de forma não-linear como o XPM ou modulação de fase cruzada. Assim como o SPM, este fenômeno tem origem na variação não-linear do índice de refração do meio. A diferença é que neste caso uma onda sofre um alargamento espectral devido a variação desse índice induzido por ela e outras ondas copropagantes.

De forma a simplificar a análise, será estudado o caso de duas ondas com diferentes comprimentos de onda linearmente polarizadas ao longo do eixo principal de uma fibra monomodo birefringente.

3.4.1 ÍNDICE DE REFRAÇÃO E DESLOCAMENTO DE FASE NÃO-LINEARES

Considerando ondas quase monocromáticas, a parte do campo elétrico que varia rapidamente pode ser escrita como

$$E(r, t) = \frac{1}{2} \hat{a}_x \left[E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} \right] + c.c.$$

em que \hat{a}_x é o vetor unitário de polarização, ω_1 e ω_2 são as frequências das portadoras de cada pulso e E_1 e E_2 funções temporais que variam lentamente em relação ao período óptico.

Substituindo a última equação na função de polarização não-linear, que pode ser escrita por

$$P_{NL}(r, t) = \frac{1}{2} \hat{a}_x \left[P_{NL}(\omega_1) e^{-i\omega_1 t} + P_{NL}(\omega_2) e^{-i\omega_2 t} + P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) e^{-i(2\omega_1 - \omega_2)t} + P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) e^{-i(2\omega_2 - \omega_1)t} \right]$$

e cada um dos termos P_{NL} dependentes das intensidades E_1 e E_2

$$\begin{aligned} P_{NL}(\omega_1) &= \chi_{eff} \left(|E_1|^2 + 2|E_2|^2 \right) E_1 \\ P_{NL}(\omega_2) &= \chi_{eff} \left(|E_2|^2 + 2|E_1|^2 \right) E_2 \\ P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) &= \chi_{eff} E_1^2 E_2^* \\ P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) &= \chi_{eff} E_2^2 E_1^* \\ \chi_{eff} &= \frac{3\epsilon_0 \chi_{xxx}^{(3)}}{4} \end{aligned}$$

A polarização não-linear induzida gera termos em outras frequências, no caso $2\omega_1 - \omega_2$ e $2\omega_2 - \omega_1$. Essas novas ondas são relativas ao efeito quatro-ondas e somente são significativas caso certas condições sejam satisfeitas. Este tópico será discutido na

próxima seção. Assim, somente os dois primeiros termos do lado direito da equação serão considerados e a variação do índice de refração pode ser aproximada por

$$\Delta n_j \approx n_2 \left(|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2 \right)$$

sendo $j=1, 2$ e são relativos aos campos na fibra. Essa relação mostra claramente que o índice de refração visto por um campo elétrico depende não somente de sua intensidade, mas também de outros campos copropagantes.

Da mesma maneira também se comporta o deslocamento não-linear de fase como pode ser visto na equação

$$\phi_{NL}(z) = \frac{n_2 \omega_j z}{c} \left(|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2 \right)$$

O primeiro termo do lado direito da equação é responsável pela automodulação de fase e o segundo pelo XPM. É interessante observar que o fator relativo a modulação cruzada é duas vezes maior em relação ao SPM para sinais de potências iguais. A origem desta proporção está no número de termos que contribuem na equação de polarização não-linear.

3.4.2 EQUAÇÕES DE NÃO-LINEARES DE SCHRÖDINGER ACOPLADAS

Assumindo que os efeitos não-lineares não afetam de forma significativa os modos da função $E(r,t)$ da equação de onda que varia lentamente, o campo pode ser fatorado conforme a relação

$$E_j(r,t) = F_j(x,y) A_j(z,t) e^{i\beta_{0j}z}$$

com $j=1, 2$. A função $F_j(x,y)$ é a distribuição transversal relativa ao modo da fibra para o campo j . $A_j(z,t)$ é a amplitude da onda e β_{0j} é a constante de propagação conforme a equação de Selmeier. A equação de propagação de onda, considerando os termos dispersivos para $A_j(z,t)$, pode ser escrita como

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} + \beta_{1j} \frac{\partial A_j}{\partial t} + \frac{i\beta_{2j}}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} + \frac{\alpha_j}{2} A_j = in_2 \left(\frac{\omega_j}{c} \right) \left(f_{jj} |A_j|^2 + 2f_{jk} |A_k|^2 \right)$$

em que $k \neq j$, $\beta_{1j}=1/v_{gj}$ e β_{2j} é o coeficiente de dispersão de grupo. As funções f_{jj} e f_{jk} são as integrais de superposição em termos do campo j e k definido por

$$f_{jk} = \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F_j(x, y)|^2 |F_k(x, y)|^2 dx dy}{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F_j(x, y)|^2 dx dy \int \int_{-\infty}^{\infty} |F_k(x, y)|^2 dx dy}$$

Em fibras multimodo, os valores de f_{11} , f_{12} e f_{22} podem ser bastante diferentes porque as ondas podem se propagar em modos diferentes. No entanto, em fibras monomodo essa diferença é bastante reduzida, podendo ser substituída pelo inverso da integral da área efetiva A_{eff} . As equações acopladas podem ser escritas como

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} + \beta_{11} \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{i\beta_{21}}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + \frac{\alpha_1}{2} A_1 &= i\gamma_1 \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 \right) A_1 \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} + \beta_{12} \frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{i\beta_{22}}{2} \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} + \frac{\alpha_2}{2} A_2 &= i\gamma_2 \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 \right) A_2 \end{aligned}$$

O parâmetro não-linear γ_j é definido por

$$\gamma_j = \frac{n_2 \omega_j}{c A_{eff}}$$

3.4.3 ALTERAÇÕES TEMPORAIS E ESPECTRAIS

As equações de onda descritas anteriormente mostram o comportamento do XPM ao longo do tempo. No entanto, dependendo das magnitudes do comprimento da fibra L , de walk-off L_W e de dispersão L_D os pulsos evoluem de forma diferente. De fato, L_W e L_D são parâmetros que devem ser comparados a L para se determinar quais fatores serão considerados.

Para o caso em que $L \ll L_D$, como os efeitos relativos a dispersão são pequenos as derivadas de segunda ordem podem ser ignoradas. Para se considerar

os efeitos da modulação cruzada, a condição é $L_w < L$, já que o fenômeno ocorre à medida que os pulsos se sobrepõem. As equações acopladas estão representadas abaixo. Por simplicidade foram desconsiderados os efeitos da atenuação.

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_1}{\partial z} &= i\gamma_1 \left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2 \right) A_1 \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} + d \frac{\partial A_2}{\partial T} &= i\gamma_2 \left(|A_2|^2 + 2|A_1|^2 \right) A_2 \\ T = t - \frac{z}{v_{g1}} \quad d &= \frac{v_{g1} - v_{g2}}{v_{g1}v_{g2}}\end{aligned}$$

A solução geral em $z=L$ para o sistema de equações diferenciais é dado por

$$\begin{aligned}A_1(L, T) &= A_1(0, T) e^{i\phi_1} \quad A_2(L, T) = A_2(0, T - dL) e^{i\phi_2} \\ \phi_1(T) &= \gamma_1 \left(L |A_1(0, T)|^2 + 2 \int_0^L |A_2(0, T - zd)|^2 dz \right) \\ \phi_2(T) &= \gamma_2 \left(L |A_2(0, T)|^2 + 2 \int_0^L |A_1(0, T + zd)|^2 dz \right)\end{aligned}$$

O primeiro termo da fase modulada é relativo ao SPM e o segundo ao XPM. Devido a diferença da velocidade de grupo de cada pulso, a contribuição total da modulação cruzada é a integral ao longo do comprimento da fibra.

Assim como o SPM a fase dependente do tempo provoca um alargamento espectral formando múltiplos picos conforme a potência do pulso. Já a contribuição do XPM provoca uma assimetria no espectro. A Fig. 3.9 a seguir mostra os espectros de dois pulsos copropagantes em diferentes comprimentos de onda lançados simultaneamente. Observa-se uma maior simetria no pulso 2 uma vez que a relação entre as potências P_1 e P_2 relativas aos pulsos 1 e 2, respectivamente, é $P_1 = 2P_2$. O pulso 1 apresenta um redshift enquanto o pulso 2 um blueshift.

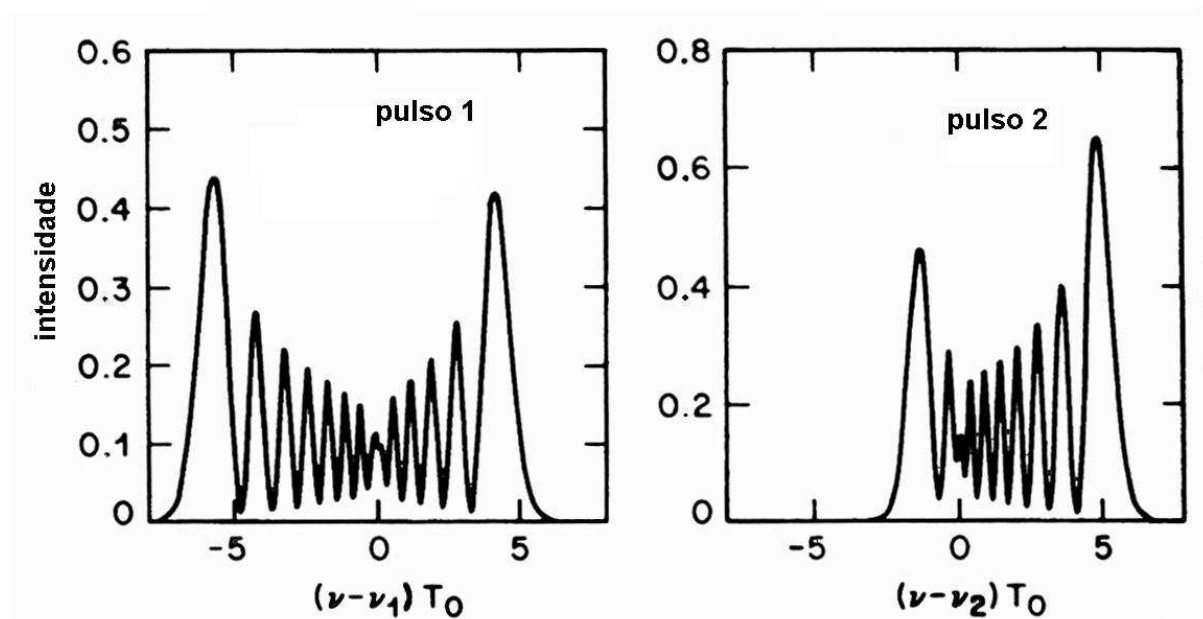


Figura 3.17 - variação espectral devido ao XPM.

3.5 MISTURA DE QUATRO ONDAS

Conforme mencionado na seção sobre automodulação, quando duas ou mais ondas se propagam estas se interagem gerando componentes em diferentes frequências. No entanto, essas novas ondas não são significativas caso a condição de casamento de fase não seja satisfeita.

Em geral, quando três ou mais pulsos de comprimentos de onda diferentes se propagam no mesmo sentido uma nova componente com comprimento de onda diferente das anteriores pode surgir devido a resposta não-linear do meio associada a susceptância de terceira ordem $\chi^{(3)}$. Normalmente a mistura de quatro ondas ou FWM, Four Wave Mixing, é considerado um processo paramétrico por envolver a variação de um parâmetro.

Em termos práticos, o FWM pode ser tanto indesejável como uma vantagem, dependendo das aplicações envolvidas. Em transmissões DWDM, por exemplo, seu efeito pode ser nocivo especialmente se o espaçamento dos canais for pequeno. No entanto, a mistura de quatro ondas pode ser usada para amplificar ou converter em frequência um sinal.

3.5.1 TEORIA

A origem do FWM como processo paramétrico surge da equação de polarização não-linear em conjunto com a equação de propagação não-linear conforme o modelo de Maxwell

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \left(\frac{\partial^2 P_L}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 P_{NL}}{\partial t^2} \right)$$

$$P_{NL} = \epsilon_0 \chi^{(3)} EEE$$

sendo E a soma de quatro campos em diferentes frequências se propagando ao longo do eixo x. Assim, o campo total pode ser escrito da forma

$$E = \frac{1}{2} \hat{a}_x \sum_{j=1}^4 E_j e^{i(k_j z - \omega_j t)} + c.c.$$

Infere-se que a polarização não-linear gera várias componentes em função dos termos do campo E. A relevância ou não de cada termo vai depender da condição de casamento de fase e frequência dos campos. Na prática, o casamento representa os vetores de onda adequados para que a energia e momento do sistema sejam conservados.

Os processos de mistura de quatro ondas podem se manifestar de várias formas, porém dois casos são mais usuais. O primeiro caso é considerar que a interação dos campos nas frequências ω_1 , ω_2 e ω_3 geram um novo na frequência ω_4 tal que $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$. Em geral as condições de casamento de fase são dificilmente alcançadas em níveis satisfatórios. Na outra situação os campos em ω_1 e ω_2 são eliminados à medida que dois novos campos em ω_3 e ω_4 de forma que $\omega_3 + \omega_4 = \omega_1 + \omega_2$. Neste caso, para que haja um casamento de fases a diferença entre os vetores de onda deve ser nula, conforme a equação

$$\Delta k = \frac{(\tilde{n}_3 \omega_3 + \tilde{n}_4 \omega_4 - \tilde{n}_1 \omega_1 - \tilde{n}_2 \omega_2)}{c} = 0$$

em que os termos \tilde{n}_i são relativos aos índices efetivos de cada onda.

Assim, aplicando o campo total E na equação de polarização não-linear e o resultante na equação de onda são obtidas as equações de onda acopladas

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= \frac{in'_2\omega_1}{c} \left[(f_{11}|A_1|^2 + 2\sum_{k \neq 1} f_{1k}|A_k|^2)A_1 + 2f_{1234}A_2^*A_3A_4e^{i\Delta kz} \right] \\ \frac{dA_2}{dz} &= \frac{in'_2\omega_2}{c} \left[(f_{22}|A_2|^2 + 2\sum_{k \neq 2} f_{2k}|A_k|^2)A_2 + 2f_{2134}A_1^*A_3A_4e^{i\Delta kz} \right] \\ \frac{dA_3}{dz} &= \frac{in'_2\omega_3}{c} \left[(f_{33}|A_3|^2 + 2\sum_{k \neq 3} f_{3k}|A_k|^2)A_3 + 2f_{3412}A_4^*A_2A_1e^{i\Delta kz} \right] \\ \frac{dA_4}{dz} &= \frac{in'_2\omega_4}{c} \left[(f_{44}|A_4|^2 + 2\sum_{k \neq 4} f_{4k}|A_k|^2)A_4 + 2f_{4312}A_3^*A_1A_2e^{i\Delta kz} \right]\end{aligned}$$

A integral de superposição f_{ijkl} é uma extensão da anterior, sendo definida por

$$f_{ijkl} = \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F_i^*(x, y)|^2 |F_j^*(x, y)|^2 |F_k(x, y)|^2 |F_l(x, y)|^2 dx dy}{\sqrt{\int \int_{-\infty}^{\infty} |F_i(x, y)|^2 dx dy \int \int_{-\infty}^{\infty} |F_j(x, y)|^2 dx dy \int \int_{-\infty}^{\infty} |F_k(x, y)|^2 dx dy \int \int_{-\infty}^{\infty} |F_l(x, y)|^2 dx dy}}$$

e n'_2 é relativo a parte não-linear da equação geral do índice de refração.

3.5.2 GANHO PARAMÉTRICO

Uma outra situação de particular interesse é quando $\omega_1 = \omega_2$, que ocorre freqüentemente em fibras ópticas. Fisicamente os resultados desse caso degenerado, como é comumente denominado, são parecidos com o SRS, já que um pulso de bombeio gera duas ondas ω_3 e ω_4 simétricas com relação ao primeiro. Assim, as ondas de menor e maior freqüência são referidas com Stokes e anti-Stokes, respectivamente.

Considerando que o pulso de bombeio é muito mais intenso que os campos gerados e não se desvanece durante a interação paramétrica, as equações das ondas citadas anteriormente podem ser consideravelmente simplificadas. Assumindo que as integrais de superposição f_{ijkl} e os parâmetros não-lineares γ_i são

aproximadamente os mesmos, as soluções das equações dos pulsos de bombeio podem ser definidas como

$$A_1(z) = \sqrt{P_1} e^{i\gamma(P_1+2P_2)z}$$

$$A_2(z) = \sqrt{P_2} e^{i\gamma(P_2+2P_1)z}$$

Substituindo as soluções dos pulsos incidentes no sistema de equações do FWM, os campos acoplados A_3 e A_4 são definidos por

$$\frac{dA_3}{dz} = 2i\gamma[(P_1 + P_2)A_3 + \sqrt{P_1P_2}A_4^*e^{-i\theta}]$$

$$\frac{dA_4^*}{dz} = -2i\gamma[(P_1 + P_2)A_4^* + \sqrt{P_1P_2}A_3e^{-i\theta}]$$

$$\theta = [\Delta k - 3\gamma(P_1 + P_2)]z$$

De forma a resolver as equações define-se

$$B_j = A_j e^{-2i\gamma(P_1+P_2)z}, j=3, 4$$

sendo as soluções do sistema descritas por

$$B_3(z) = (a_3 e^{gz} + b_3 e^{-gz}) e^{\frac{i\kappa z}{2}}$$

$$B_4^*(z) = (a_4 e^{gz} + b_4 e^{-gz}) e^{\frac{i\kappa z}{2}}$$

As constantes a_3 , b_3 , a_4 e b_4 são definidas a partir de condições de contorno. O ganho paramétrico g é definido a partir da potência do pulso de bombeio como

$$g = \sqrt{(2\gamma\sqrt{P_1P_2})^2 - \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2}$$

e a diferença de fase κ neste caso é dada por

$$\kappa = \Delta k + \gamma(P_1 + P_2)$$

Na Fig. 3.10 observa-se a variação do ganho paramétrico em relação a diferença de fase para potências distintas. O deslocamento do ganho máximo em relação a $\Delta k=0$ é devido a combinação dos efeitos da SPM e XPM.

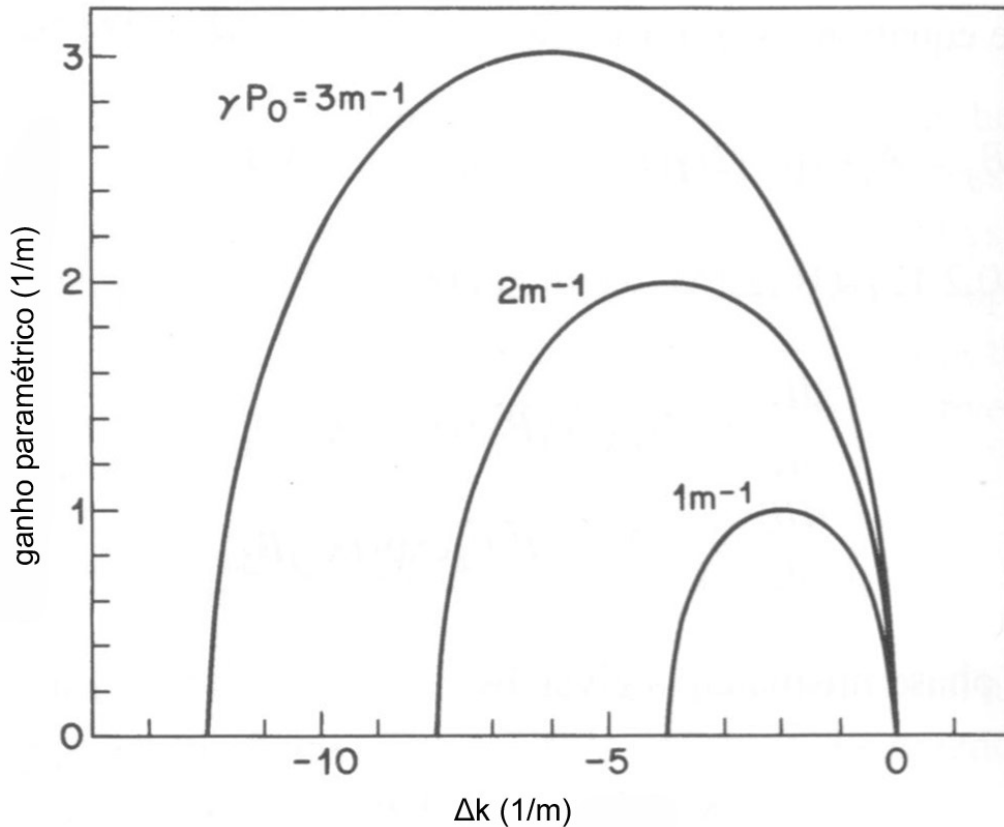


Figura 3.18 - ganho paramétrico do FWM para diferentes potências.

3.5.3 AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA

A importância do ganho paramétrico é que, assim como os ganhos Raman e Brillouin, este também pode ser aplicado na construção de amplificadores devido a suas características de ganho e largura de banda.

A partir das soluções para as amplitudes dos campos Stokes e anti-Stokes o ganho pode ser determinado. Definindo como condição de contorno que a fibra possui um comprimento $z=L$ o ganho de amplificação pode ser escrito como

$$G_p = \frac{P(L)}{P(0)} = 1 + \left(\frac{\gamma P_0 r}{g} \right)^2 \sinh^2(gL)$$

$$r = \frac{2\sqrt{P_1 P_2}}{P_0}$$

A diferença de fase κ pode reduzir consideravelmente o ganho paramétrico conforme a potência P_0 do pulso. Em contrapartida, se $\kappa=0$ G_p cresce exponencialmente, podendo ser comparado com o ganho Raman.

$$G_p \approx \frac{1}{4} e^{2\gamma P_0 L}$$

A largura de banda da amplificação pode ser determinada a partir do ganho e depende do comprimento da fibra e da potência do pulso de bombeio, podendo ser escrita como

$$\Delta\Omega_A = \frac{1}{|\beta_2|\Omega_s} \sqrt{\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + (\gamma P_0 r)^2}$$

em que Ω_s representa a diferença de frequência entre o pulso de bombeio e o sinal amplificado. Usando valores usuais para os parâmetros a largura de banda é aproximadamente de 1 THz. Apesar de ser bem menor que a largura de banda Raman, é bem maior que a relativa ao SBS. A Fig. 3.11 ilustra o ganho de amplificação paramétrica

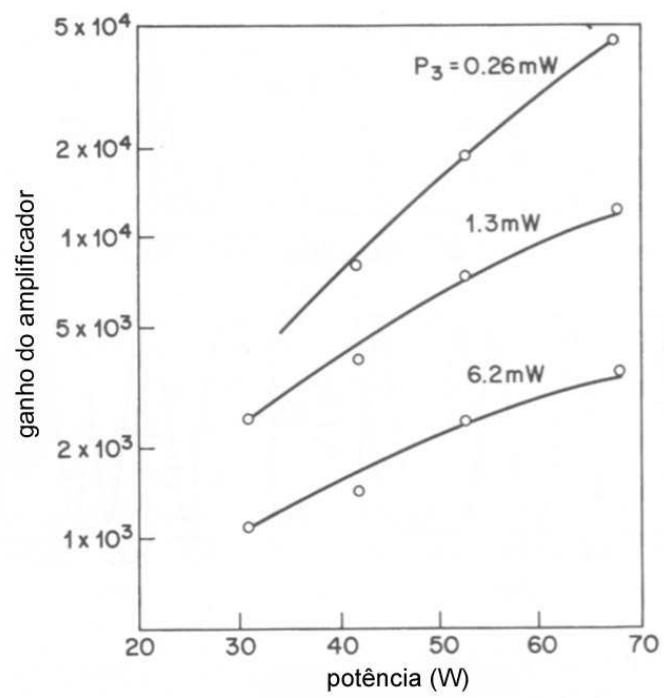


Figura 3.19 - amplificação paramétrica a partir de diferentes valores de potência.

4 O MÉTODO FDTD

A técnica das diferenças finitas no domínio do tempo foi inicialmente proposta por Kane Yee em 1966 e tem como objetivo resolver as equações de Maxwell.

A idéia do método das diferenças finitas está na discretização das componentes temporais e espaciais, antes infinitesimais. A consequência é que o método ataca diretamente as equações de Maxwell, resolvendo os campos elétrico e magnético simultaneamente. Conforme mostrado na figura a seguir, o algoritmo de Yee centraliza as componentes E e H, respectivamente os campos elétrico e magnético, em espaços tridimensionais de forma que E é rodeado por componentes H e vice-versa. A partir do diagrama é possível observar que o FDTD nada mais é que a análise dos campos E e H que foram divididos em espaços definidos, chamados de células.

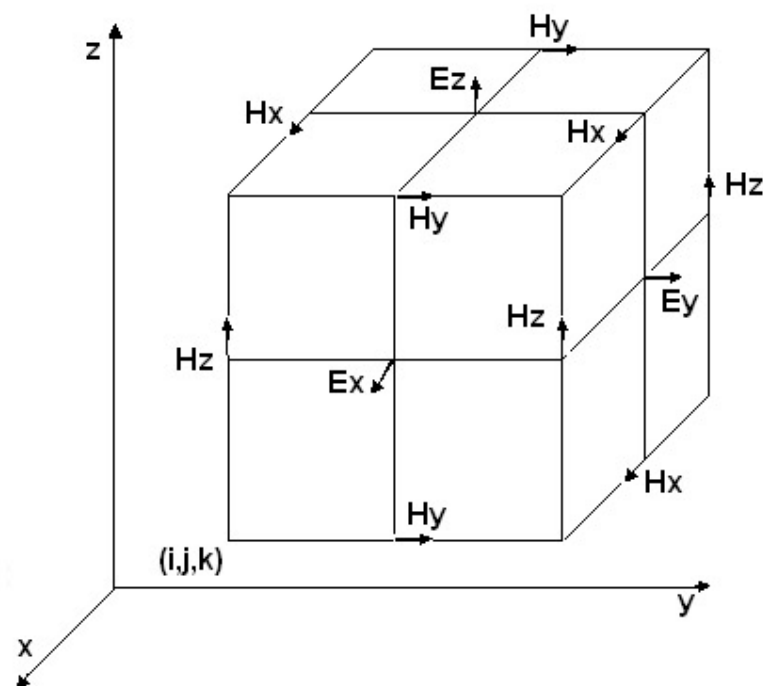


Figura 4.20 - diagrama de Yee em três dimensões.

4.1 DEFINIÇÃO

As equações de Maxwell, com exceção de casos bem definidos, possuem soluções muito complexas sendo que uma resolução analítica nem sempre é

factível. No entanto, com o auxílio de algoritmos iterativos valores aproximados podem ser determinados.

Como o próprio nome sugere, o método das diferenças finitas é uma técnica iterativa que consiste na atribuição de um valor finito e determinado para as derivadas dos termos das equações diferenciais. A princípio sabe-se que estes termos possuem um valor infinitesimal, mas ao se aproximar esses termos a valores pequenos e com um número mínimo de iterações, os campos podem ser aproximados com grande precisão.

Por exemplo, uma função $F(x)$ tem por definição sua derivada conforme a equação a seguir. Supondo para Δx um valor finito, a derivada pode ser aproximada pelo termo da esquerda. A definição para a atribuição do valor das células Δx implica na determinação de valores mínimos para outros termos para que o algoritmo seja coerente e estável.

$$\frac{dF(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(\Delta x + x) - F(x)}{\Delta x} \approx \frac{F(\Delta x + x) - F(x)}{\Delta x}$$

Como os campos também variam no tempo, após a determinação do tamanho da célula é preciso mensurar os passos Δt para garantir estabilidade. Como Δt é o equivalente temporal de Δx , o tempo necessário para que uma onda percorra uma célula é definido pela relação

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{nc}}$$

em que n representa o número de dimensões da simulação. Esta inequação é conhecida como condição de Courant. Nos casos de mais de uma dimensão, diferentes valores de Δx podem ser escolhidos para cada eixo.

4.1.1 NOTAÇÃO

O exemplo a seguir ilustra a notação comumente usada para se definir os termos das equações. Dessa forma é possível distinguir as derivadas temporais e espaciais a serem usadas no algoritmo. Considerando uma onda plana com o

campo elétrico orientado no eixo x e o magnético na direção y e se propagando no eixo z, as equações dos campos podem ser escritas por

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_x}{\partial z}$$

e o algoritmo equivalente por

$$\frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k) - E_x^{n-\frac{1}{2}}(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{H_y^n\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_y^n\left(k - \frac{1}{2}\right)}{\Delta x}$$

$$\frac{H_y^{n+1}\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_y^n\left(k + \frac{1}{2}\right)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{E_x^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E_x^{n+\frac{1}{2}}(k)}{\Delta x}$$

Os índices n e k nas funções E_x e H_y são relativos as derivada temporal e espacial, respectivamente. Em outras palavras, n equivale ao tempo, tal que $t=n\Delta t$, e k ao espaço, obedecendo $z=k\Delta x$. É importante notar que, como os campos magnético e elétrico são alternados no espaço e no tempo, ora determina-se H ou E. Por essa razão, os índices n e k variam de -1 a 1 ou de $-\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{2}$, conforme ilustrado na Fig. 4.2.

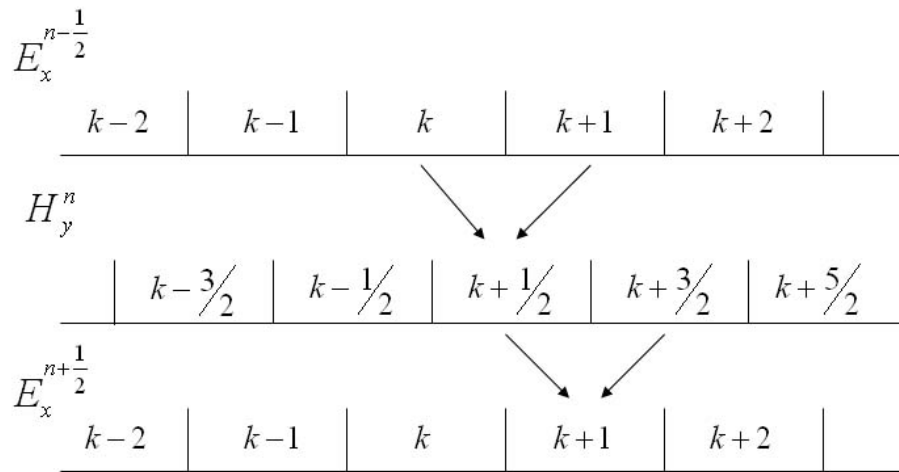


Figura 4.21 - alternância de espaço e tempo dos campos E_x e H_y .

4.2 SIMULAÇÕES

Foram feitas três simulações usando a linguagem C em conjunto com o método FDTD. Em cada simulação, foram aumentados a complexidade do algoritmo e o esforço computacional necessário para executá-lo.

A primeira simulação consiste na propagação de uma onda senoidal com um comprimento de onda de 800 nm no espaço livre em uma dimensão. As relações entre os campos elétrico e magnético foram obtidas a partir das equações de Maxwell. Foi assumido um caso equivalente ao das equações passadas e, isolando os termos das iterações seguintes, as relações para E_x e H_y ficam

$$E^{n+\frac{1}{2}}(k) = E^{n-\frac{1}{2}}(k) - \frac{\Delta t}{\Delta x \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left[H_y^n \left(k + \frac{1}{2} \right) - H_y^n \left(k - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$H_y^{n+1} \left(k + \frac{1}{2} \right) = H_y^n \left(k + \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left[E^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E^{n+\frac{1}{2}}(k) \right]$$

$$E = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_x$$

Como o valor do passo Δt foi definido como

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{2c} = \frac{\frac{\lambda_0}{10}}{2c} = \frac{8}{3} 10^{-16} \text{ seg.}$$

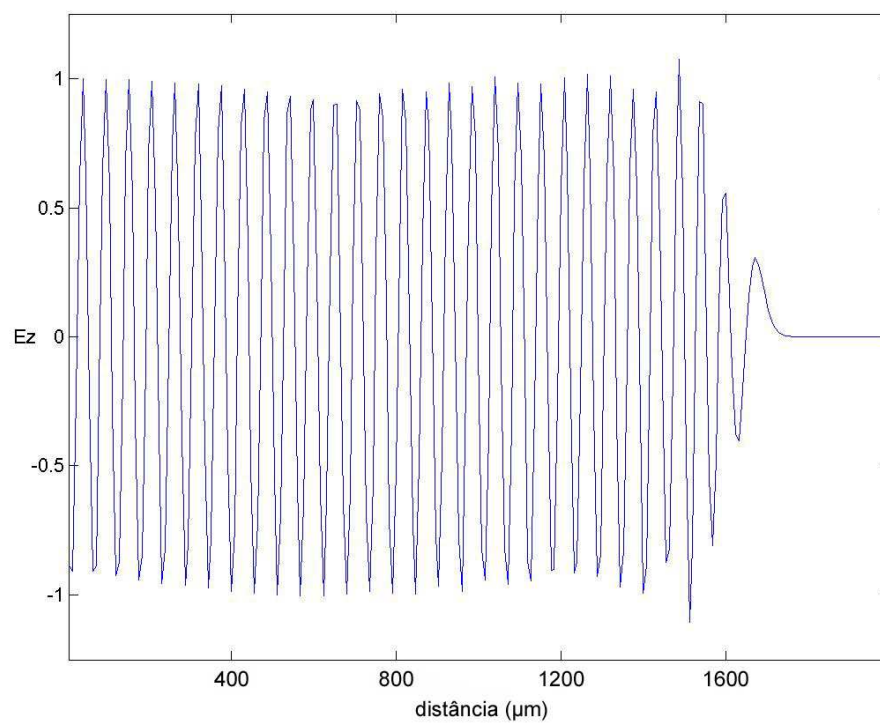
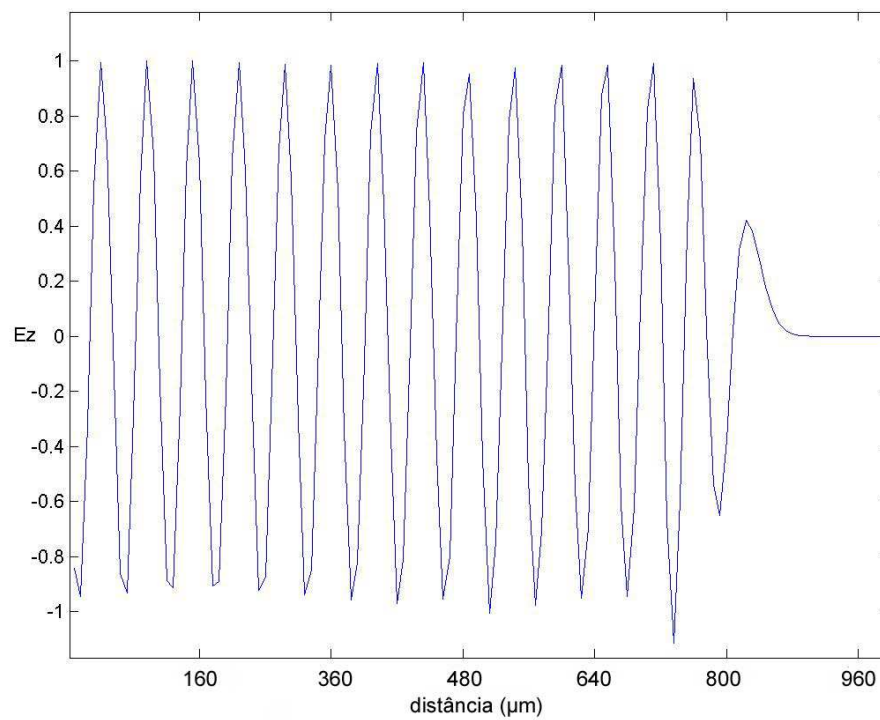
o algoritmo do código foi escrito como

$$E^{n+\frac{1}{2}}(k) = E^{n-\frac{1}{2}}(k) - 0.5 \left[H_y^n \left(k + \frac{1}{2} \right) - H_y^n \left(k - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$H_y^{n+1} \left(k + \frac{1}{2} \right) = H_y^n \left(k + \frac{1}{2} \right) - 0.5 \left[E^{n+\frac{1}{2}}(k+1) - E^{n+\frac{1}{2}}(k) \right]$$

O programa salva então o valor dos campos em arquivos distintos após completar um número determinado de passos $n\Delta t$. Assim, os gráficos dos campos

foram traçados em 100, 200 e 300 passos para que fosse observado a propagação da onda senoidal no espaço, conforme as ilustrações da Fig. 4.3.



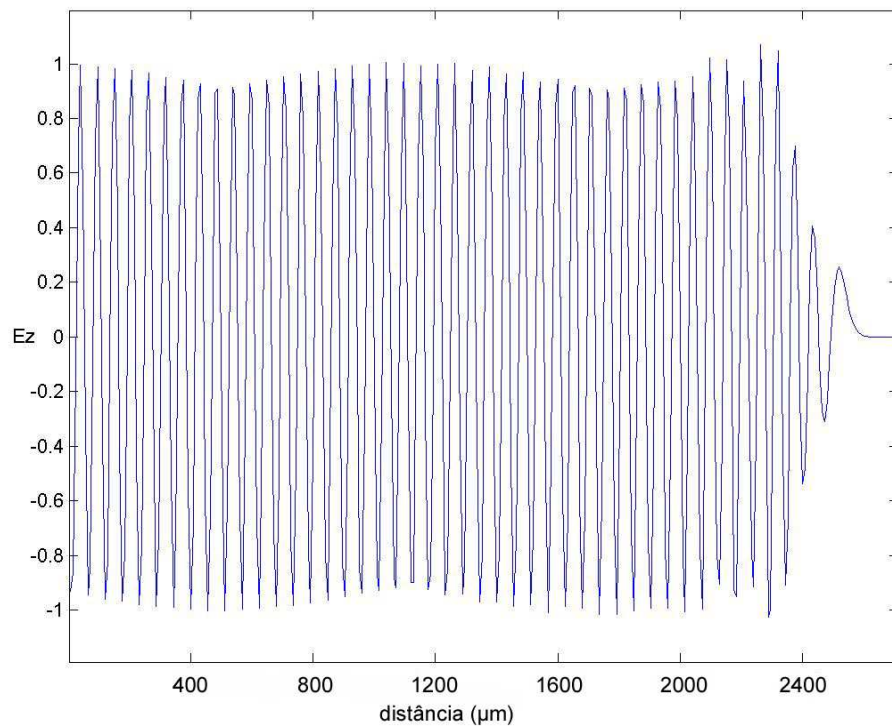


Figura 4.22 - propagação de uma onda senoidal em 100, 200 e 300 passos, respectivamente.

Na segunda simulação, foi considerada novamente a propagação de uma onda senoidal com $\lambda=800$ nm no espaço livre, desta vez em duas dimensões. Novamente foram desconsideradas as perdas e foram usadas as coordenadas cartesianas.

O procedimento foi equivalente ao da primeira simulação, sendo que nesta simulação as células possuem duas dimensões. Agora os campos E_x e H_y estão distribuídos ao longo de um plano, conforme o diagrama da Fig. 4.4.

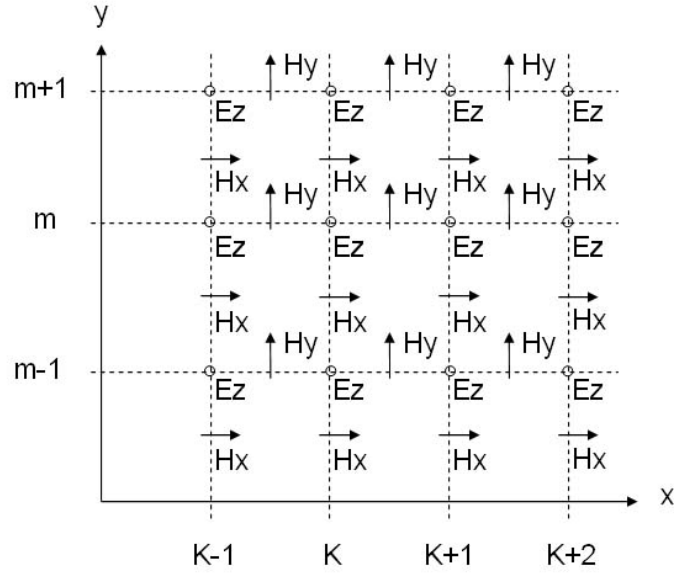
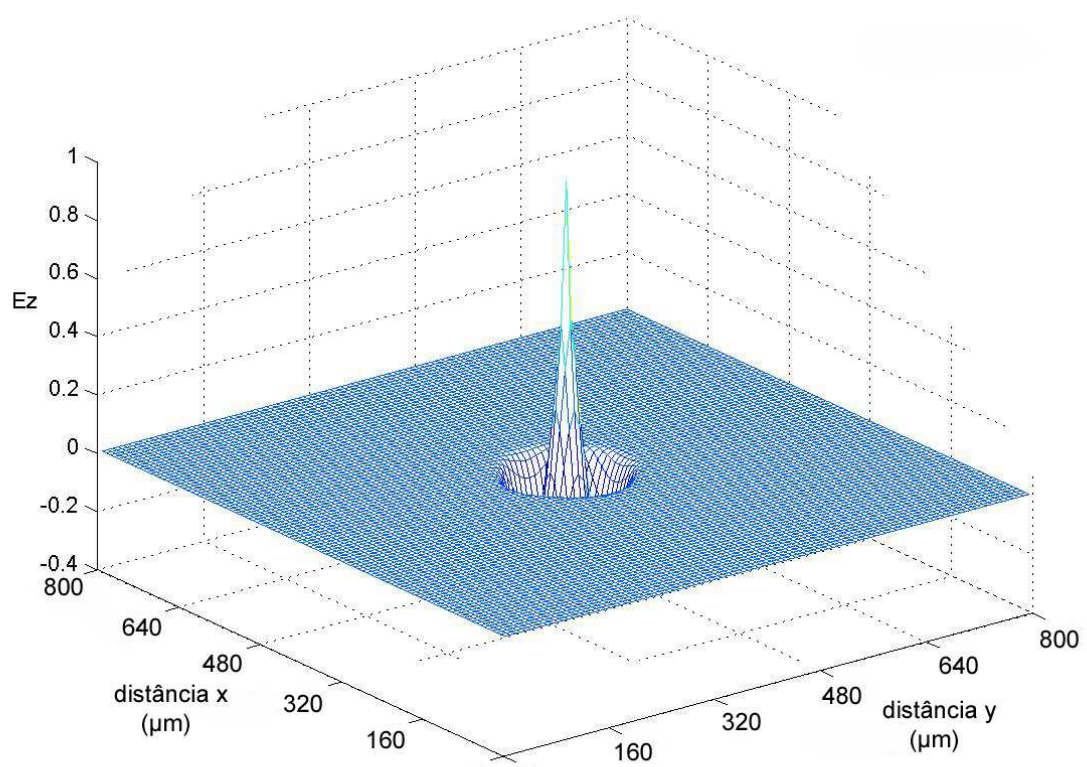


Figura 4.23 - diagrama de Yee em duas dimensões.

Considerando o modo TM na propagação, o campo magnético possui agora duas dimensões H_x e H_y , sendo os valores das iterações seguintes dependentes de E_z . As equações são obtidas conforme as equações de Maxwell da primeira simulação e podem ser escritas como

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+\frac{1}{2}}(k, m) &= E_z^{n-\frac{1}{2}}(k, m) + \frac{\Delta t}{\Delta x \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left[H_y^n \left(k + \frac{1}{2}, m \right) - H_y^n \left(k - \frac{1}{2}, m \right) \right] \\
 &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left[H_y^n \left(k, m + \frac{1}{2} \right) - H_y^n \left(k, m - \frac{1}{2} \right) \right] \\
 H_y^{n+1} \left(k + \frac{1}{2}, m \right) &= H_y^n \left(k + \frac{1}{2}, m \right) + \frac{\Delta t}{\Delta x \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left[E_z^{n+\frac{1}{2}}(k+1, m) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(k, m) \right] \\
 H_x^{n+1} \left(k, m + \frac{1}{2} \right) &= H_x^n \left(k, m + \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta t}{\Delta x \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \left[E_z^{n+\frac{1}{2}}(k, m+1) - E_z^{n+\frac{1}{2}}(k, m) \right]
 \end{aligned}$$

Os valores de Δt e do tamanho da célula Δx foram definidos conforme o mesmo critério da primeira simulação. Assim, simulações a 20, 50 e 70 passos e seu valores traçados, podendo ser observados na Fig. 4.5.



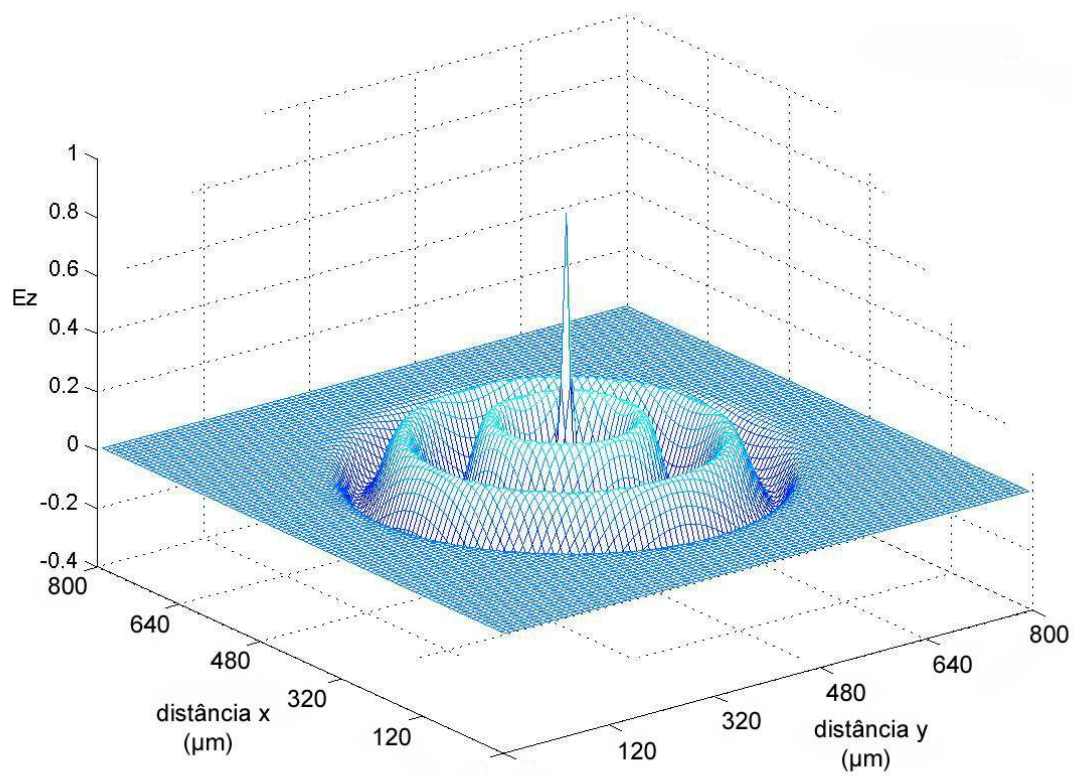
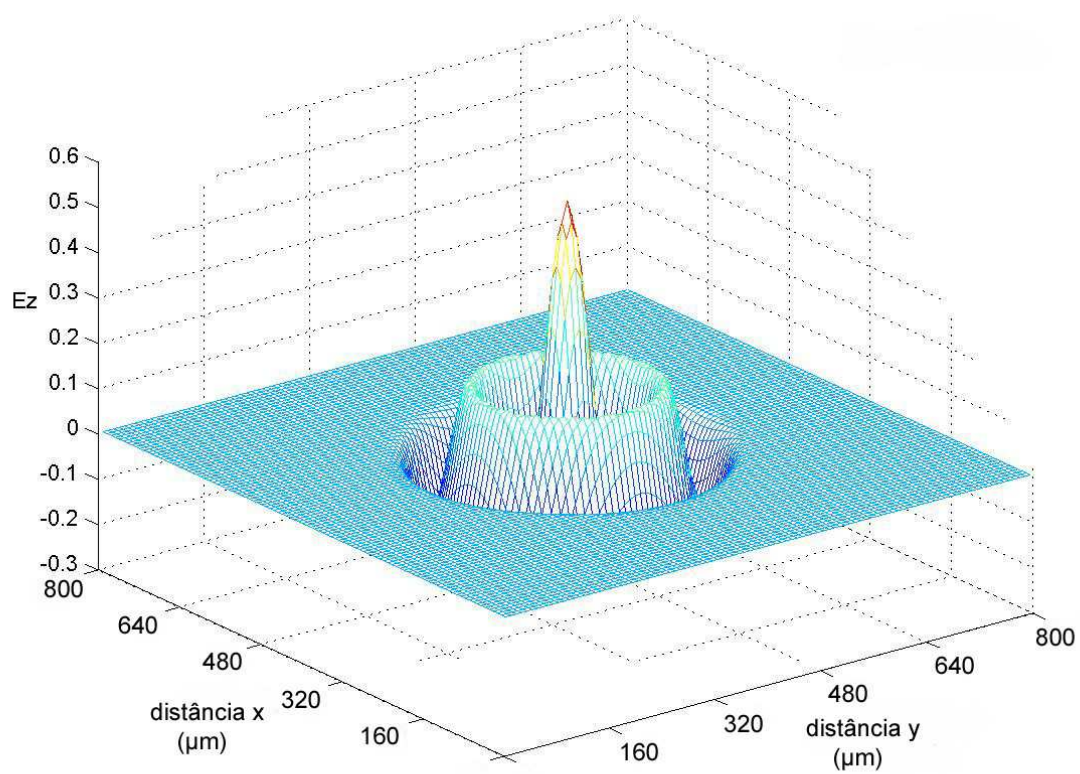


Figura 4.24 - simulação de uma onda senoidal em duas dimensões a 20, 50 e 70 passos, respectivamente.

O terceiro programa simula a propagação de um sóliton em um meio de Lorentz. O algoritmo foi construído com base em [7], que determina a modelagem do meio e as equações de onda. Este método aborda elementos lineares e não-lineares descrito por integrais de convolução que são tratadas nas equações diferenciais auxiliares do problema.

Considerando um campo E_z no modo TM, seus valores são determinados a partir da equação de polarização em que estão inclusos componentes lineares e não-lineares.

$$E_z = \frac{D_z - (P_z^L + P_z^{NL})}{\epsilon_0 \epsilon_\infty}$$

As polarizações são dadas pelas integrais de convolução com as susceptâncias de primeira e terceira ordem conforme as equações seguintes.

$$P_z^L(x, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t - t') E_z(x, t') dt'$$

$$P_z^{NL}(x, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t - t', t - t_2', t - t_3') E_z(x, t', t - t_2', t - t_3') dt' dt_2' dt_3'$$

Como o meio é caracterizado por ter uma dispersão linear de Lorentz, a susceptância de primeira ordem e as permissividades relativas são dependentes da frequência e descritas como

$$\chi^{(1)}(\omega) = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2i\omega\delta - \omega^2}$$

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_\infty + \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty) \omega_0^2}{\omega_0^2 + 2i\omega\delta - \omega^2}$$

em que ϵ_s , ϵ_∞ , ω_0 e δ são, respectivamente, a permissividade elétrica em nível DC, em frequência infinita, a frequência de ressonância e a constante de atenuação do meio. A polarização não-linear é então definida por uma única integração no tempo,

em que $g(t)$ é uma função normalizada que considera uma resposta Raman de natureza instantânea, já que o período do pulso é da escala de femtosegundos.

$$P_z^{NL}(x, t) = \varepsilon_0 \chi^{(3)} E_z(x, t) \int_{-\infty}^{\infty} g(t-t') E_z^2(x, t') dt'$$

$$g(t) = \alpha \delta(t) + (1-\alpha) g_R(t)$$

$$g_R(t) = \frac{(\tau_1^2 + \tau_2^2)}{\tau_1 \tau_2^2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \text{sen}\left(\frac{t}{\tau_1}\right)$$

As constantes ζ_1 e ζ_2 são, respectivamente, a freqüência e o tempo de vida do fônon e α parametriza a relação entre as interações Kerr e Raman.

As integrais de convolução da polarização são aproximadas pelas funções F e G , definidas como

$$F(t) = \varepsilon_0 \int_0^t \chi^{(1)}(t-t') E_z(x, t') dt'$$

$$G(t) = \varepsilon_0 \int_0^t g_R(t-t') E_z^2(x, t') dt'$$

O interessante é que ao se diferenciar F e G , estas satisfazem o sistema de equações diferenciais

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 F}{dt^2} + \frac{\delta}{\omega_0^2} \frac{dF}{dt} + \left(1 + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2}\right) F + \left(\frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)(1-\alpha) \chi^{(3)} E_z^2}{\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2}\right) G = \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2}\right) D_z$$

$$\frac{1}{\omega_0'^2} \frac{d^2 G}{dt^2} + \frac{\delta'}{\omega_0'^2} \frac{dG}{dt} + \left(1 + \frac{(1-\alpha) \chi^{(3)} E_z^2}{\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2}\right) G + \left(\frac{E_z}{\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2}\right) F = \left(\frac{E_z}{\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2}\right) D_z$$

em que $\delta' = 2/\zeta_2$ e $\omega_0'^2 = (1/\zeta_1)^2 + (1/\zeta_2)^2$. Assim, a equação para o campo elétrico E_z pode ser redefinida para

$$E_z = \frac{D_z - F - (1-\alpha) \chi^{(3)} E_z G}{\varepsilon_0 (\varepsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} E_z^2)}$$

O algoritmo pode então ser definido aplicando o método das diferenças finitas nas equações diferenciais. É importante observar a seqüência com que são

encontrados os valores de H_y , D_z e E_z , pois como as equações envolvem termos de segunda ordem é preciso armazenar mais variáveis referentes a iterações anteriores. Aplicando a notação do FDTD, as equações ficam da forma

$$H_y^{m+1}\left(k + \frac{1}{2}\right) = H_y^m\left(k + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \left[E_z^{m+\frac{1}{2}}(k+1) - E_z^{m+\frac{1}{2}}(k) \right]$$

$$D_z^{m+\frac{1}{2}}(k) = D_z^{m-\frac{1}{2}}(k) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[H_y^{m+1}\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{m+1}\left(k - \frac{1}{2}\right) \right]$$

e a partir dos valores de H_y e D_z são encontrados, F e G são obtidos a partir do sistema de equações descrito a seguir.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t^2 \omega_0^2} [F^{m+1}(k) - 2F^m(k) + F^{m-1}(k)] + \frac{\delta}{\Delta t \omega_0^2} [F^{m+1}(k) - F^{m-1}(k)] \\ & + \left\{ 1 + \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} \left[E_z^{m+\frac{1}{2}}(k) \right]^2} \right\} \left[\frac{F^{m+1}(k) + F^{m-1}(k)}{2} \right] \\ & + \left\{ \frac{(\epsilon_s - \epsilon_\infty)(1 - \alpha) \chi^{(3)} E_z^{m+\frac{1}{2}}}{\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} \left[E_z^{m+\frac{1}{2}}(k) \right]^2} \right\} \left[\frac{G^{m+1}(k) + G^{m-1}(k)}{2} \right] \\ & = \left\{ \frac{\epsilon_s - \epsilon_\infty}{\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} \left[E_z^{m+\frac{1}{2}}(k) \right]^2} \right\} \left[\frac{D_z^{m+1}(k) + D_z^{m-1}(k)}{2} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta t^2 \omega_0^2} [G^{m+1}(k) - 2G^m(k) + G^{m-1}(k)] + \frac{\delta'}{\Delta t \omega_0^2} [G^{m+1}(k) - G^{m-1}(k)] \\
& + \left\{ \frac{E_z^{m+\frac{1}{2}}(k)}{\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} [E_z^{m+\frac{1}{2}}(k)]^2} \right\} \left[\frac{F^{m+1}(k) + F^{m-1}(k)}{2} \right] \\
& + \left\{ 1 + \frac{(1-\alpha) \chi^{(3)} E_z^{m+\frac{1}{2}}}{\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} [E_z^{m+\frac{1}{2}}(k)]^2} \right\} \left[\frac{G^{m+1}(k) + G^{m-1}(k)}{2} \right] \\
& = \left\{ \frac{E_z^{m+\frac{1}{2}}(k)}{\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} [E_z^{m+\frac{1}{2}}(k)]^2} \right\} \left[\frac{D_z^{m+1}(k) + D_z^{m-1}(k)}{2} \right]
\end{aligned}$$

Finalmente, com todos os valores obtidos, o campo E_z é determinado a partir do método iterativo de Newton para garantir convergência dos valores. A variável p indica o número da iteração de Newton do valor de E_z .

$$E_z^{p+1} = \frac{D_z^{m+1}(k) - F^{m+1}(k) - (1-\alpha) \chi^{(3)} E_z^p(k) G^{m+1}(k)}{\epsilon_0 [\epsilon_\infty + \alpha \chi^{(3)} (E_z^p)^2]}$$

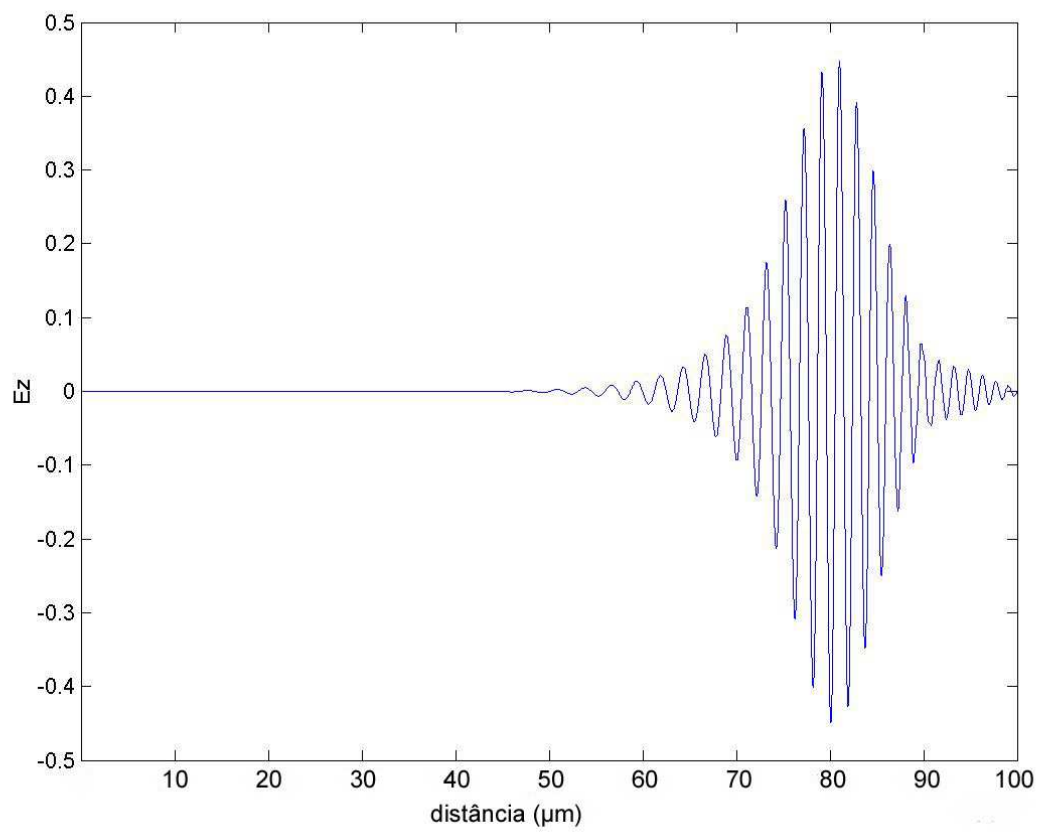
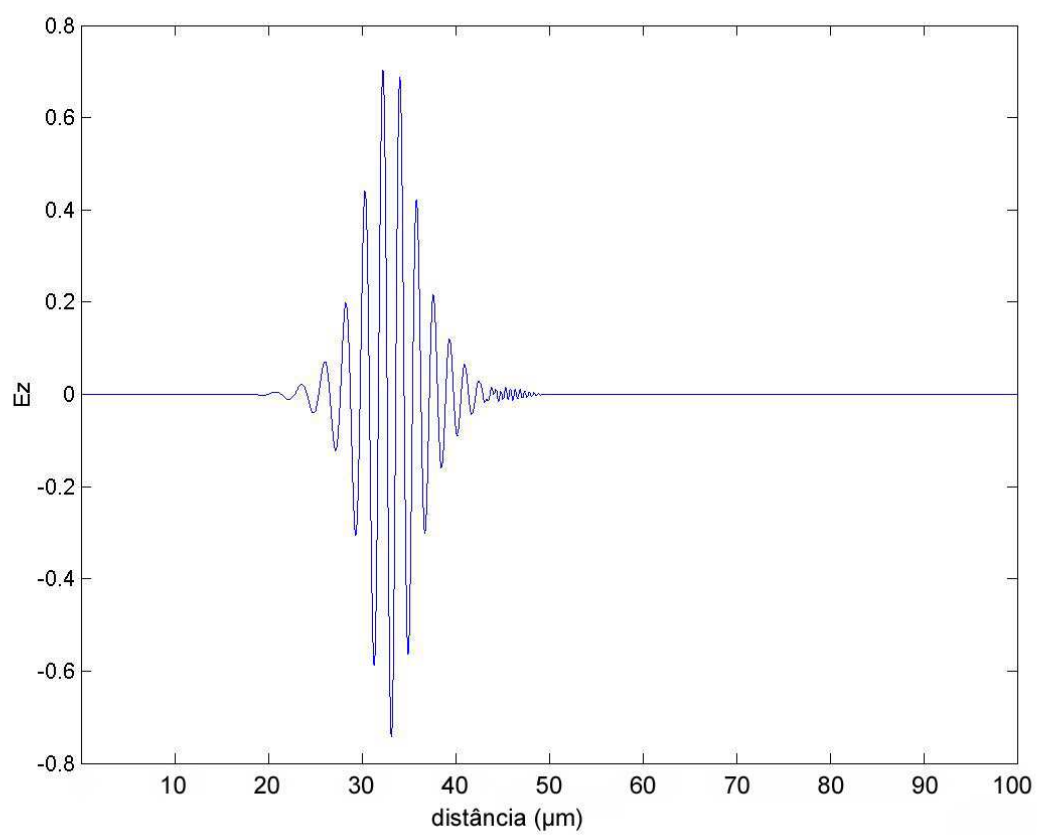
No algoritmo, foi escolhido um pulso do tipo secante hiperbólica de frequência $1,37 \times 10^{14}$ Hz e uma constante de tempo característica para o envelope de 14,6 fs, conforme a Tab. 4.1. A tabela a seguir mostra os valores de outros parâmetros referentes ao problema.

O tamanho das células foi definido como 5 nm, aproximadamente $\lambda/300$ m, para garantir a estabilidade do programa. Assim, baseado no parâmetro das células, o tempo de cada passo foi determinado como aproximadamente $1,67 \times 10^{-17}$ seg.

Tabela 4.1 – valores dos parâmetros lineares e não-lineares da terceira simulação.			
Dispersão linear		Dispersão não-linear	
ϵ_s	5,25	$\chi^{(3)}$	$7 \times 10^{-2} \text{ (V/m)}^{-2}$

ϵ_{∞}	2,25	α	0,7
ω_0	4×10^{14} Hz	ζ_1	12,2 fs
δ	2×10^9 Hz	ζ_2	32 fs

Os valores de E_z foram obtidos e os gráficos equivalentes traçados na Fig. 4.6 para 20.000 e 40.000 passos. Pode-se observar o alargamento do envelope do pulso nos diferentes instantes ao se desconsiderar os efeitos da dispersão não-linear. Nesse caso é possível notar um alargamento do pulso no tempo quando traçado o gráfico para 20.000 passos. É importante destacar que os parâmetros de dispersão definidos na Tab. 1 estão aumentados em relação as condições normais, o que explica o alargamento do pulso mesmo para pequenas distâncias. Essa alteração foi feita com o intuito de mostrar a propriedade não-dispersiva dos sólitons sem a necessidade de um grande esforço computacional.



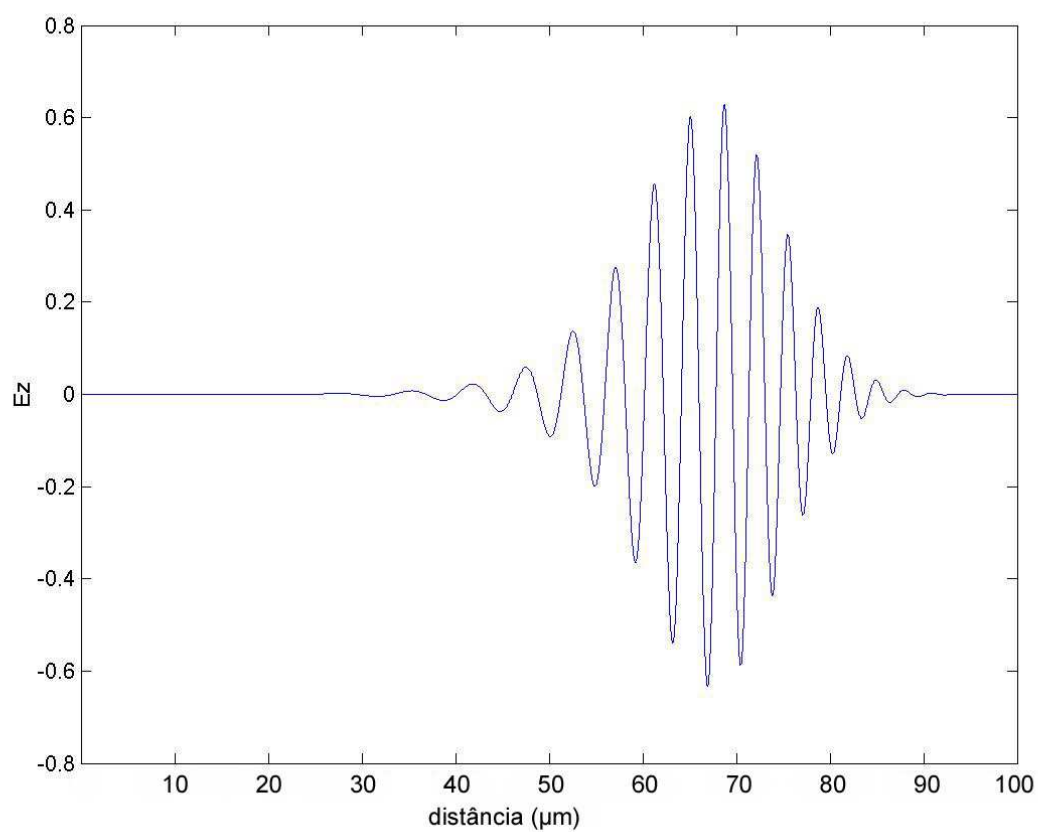


Figura 4.25 - propagação do sóliton conforme os parâmetros em 20.000 e 40.000 passos, respectivamente, e caso dispersivo com $\chi^{(3)}=0$ em 20.000 passos.

5 CONCLUSÕES

Apesar do grande desenvolvimento alcançado na área da óptica não-linear os efeitos não-lineares ainda são um fator limitante em sistemas ópticos, pois possuem variáveis em comum com relação a crescente demanda por maiores taxas e distâncias de transmissão. Apesar de determinados fenômenos hoje serem mais facilmente controlados, como o SBS, alguns ainda não possuem uma alternativa muito prática.

Mesmo assim, ao serem usados de forma adequada, os efeitos podem se tornar aliados. Alguns exemplos são os amplificadores Raman e Brillouin. Atualmente existem dispositivos ópticos operando na terceira janela que tiram proveito das não-linearidades das fibras ópticas.

Foi possível observar o potencial do método das diferenças finitas no domínio do tempo na solução das equações de onda da luz. Assim, a partir do FDTD, foi simulada a propagação de um sóliton, com uma posterior visualização de seu comportamento ao longo do tempo. Essa simulação permitiu observar algumas propriedades dos sólitons que os tornam tão atrativos no campo das comunicações ópticas. Apesar de seu potencial, esse tipo de onda ainda é dificilmente manipulável, pois certas condições devem ser satisfeitas para sua existência.

Uma das grandes dificuldades do trabalho foi a ausência de referências adequadas ao estudo, que em geral não é indicada para alunos de graduação. Essa constatação é provavelmente uma consequência da complexidade do assunto. A falta de testes práticos também afetou o estudo, pois a visualização empírica facilitaria a compreensão dos fenômenos analisados.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] YEH, C. **Handbook of Fiber Optics: Theory and Applications**. United Kingdom: Academic Press, 1990;
- [2] AGRAWAL, G. P. **Nonlinear Fiber Optics**. Third edition. United States: Academic Press, 2001;
- [3] TAFLOVE, A. **Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method**. First edition. Artech House, 1995;
- [4] SULLIVAN, D. M. **Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method**. First edition. IEEE Press, 2000;
- [5] AGRAWAL, G. P. **Fiber-optic communication systems**. First edition. John Wiley & Sons, 1992;
- [6] ANDONOVIC, I.; UTTAMCHANDANI, D. **Principles of modern optical systems**. First edition. Artech House, 1989;
- [7] GOORJIAN, P. M.; TAFLOVE, A.; HAGNESS S. C. Computational Modeling of Femtosecond Optical Solitons from Maxwell's Equations. **IEEE Journal of Quantum Electronics**. v. 28, n. 10 out. 1992;
- [8] ALFANO, R. R.; HO, P. P. Self-, Cross- and Induced-Phase Modulations of Ultrashort Laser Pulse Propagation. **IEEE Journal of Quantum Electronics**. v. 24, n. 02 dez. 1988;
- [9] AGRAWAL, G. P. OLSSON, N. A. Self-Phase Modulation and spectral broadening of Optical Pulses in Semiconductor Laser Amplifiers. **IEEE Journal of Quantum Electronics**. v. 25, n. 11 nov. 1989;
- [10] MOCHIZUKI, K. Optical Fiber Transmission Systems Using Stimulated Raman Scattering: Theory. **Journal of Lightwave Technology**. v. LT-3, n. 3 jun. 1985;

7 ANEXOS

Primeira simulação

Propagação de uma onda senoidal no espaço livre com comprimento de onda de 800 nm em uma dimensão

```
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>

#define KE 500 //número de células
#define steps 450 //número de passos

void main()
{
    int n, k;
    double ez[KE+2], hx[KE+2], hy[KE+2], pi=3.1415, miz=4*3.14e7;
    double epz=8.85419e-12, z, dt=1.33333e-16;

    FILE *fp1, *fp2, *fp3;

    for(k=0; k<=KE+1; k++)
    {
        ez[k]=0;
        hx[k]=0;
        hy[k]=0; //inicializa os vetores
    }

    z=sqrt(miz/epz);

    for (n=1; n<=steps; n++) //rotina que recalcula ez e hy
    { //conforme o número de passos

        for (k=1; k<=KE+1; k++)
            ez[k]=ez[k]+.5*z*((hy[k-1]-hy[k])-(hx[k-1]-hx[k]));
            //rotina que calcula ez
            ez[0]=sin(2*pi*3.75*pow(10,14)*n*dt); //natureza da fonte

        for (k=0; k<=KE; k++)
        {
            hy[k]=hy[k]+.5/(z)*(ez[k]-ez[k+1]); //rotina que calcula hy e hx
            hx[k]=hx[k]-.5/(z)*(ez[k]-ez[k+1]);
        }
    }

    fp1=fopen("Ez.txt","w");
    fp2=fopen("Hy.txt","w"); //rotina que salva os valores de ez, hy
```

```

        fp3=fopen("Hx.txt","w");                                //e hx nos arquivos Ez, Hy e Hx,
                                                                //respectivamente
    for (k=1; k<=KE; k++)
    {
        printf("celula %3d - ez=%5.10g   hy=%5.10g   hx=%5.10g\n", k, ez[k],
hy[k], hx[k]);
        fprintf(fp1, "%g\n", ez[k]);
        fprintf(fp2, "%g\n", hy[k]);
        fprintf(fp3, "%g\n", hx[k]);
    }
    fclose(fp1);
    fclose(fp2);
    fclose(fp3);
}

```

Segunda simulação

Reprodução do problema inicial de Yee em 2 dimensões. A fonte é do tipo senoidal (352 GHz, 850 nm). O meio em questão é o espaço livre.

```

#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>
#include <conio.h>

#define KE 100                                                    //número de células
#define steps 70                                                  //número de passos

void main()
{
    int n, k, m;
    double z, ez[KE+2][KE+2], hx[KE+2][KE+2], hy[KE+2][KE+2], pi=3.1415;
    double miz=4*3.14e7, epz=8.85419e-12, dt=1.33333e-16;
    FILE *fp1, *fp2, *fp3;

    for(k=0; k<=KE+1; k++)
        for (m=0; m<=KE+1; m++)
        {
            ez[k][m]=0;
            hx[k][m]=0;
            hy[k][m]=0;
        }
        //inicializa os vetores

    z=sqrt(miz/epz);

    for (n=1; n<=steps; n++)
    {
        //rotina que recalcula ex, hx e hy
        //conforme o número de passos
        for (k=1; k<=KE+1; k++)
            for (m=1; m<=KE+1; m++)
                //rotina que calcula ez
                ez[k][m]=ez[k][m]+.5*z*((hy[k][m]-hy[k-1][m])-(hx[k][m]-hx[k][m-1]));
    }
}

```

```

ez[(KE+2)/2][(KE+2)/2]=sin(2*pi*3.75*pow(10,14)*n*dt);
//natureza da fonte
for (k=0; k<=KE; k++)
    for (m=0; m<=KE; m++)
    {
        hy[k][m]=hy[k][m]+.5/(z)*(ez[k+1][m]-ez[k][m]);
        hx[k][m]=hx[k][m]+.5/(z)*(ez[k][m]-ez[k][m+1]);
    }
//rotina que calcula hy e hx
}

fp1=fopen("Ez.txt","w");
fp2=fopen("Hy.txt","w");
fp3=fopen("Hx.txt","w");
//salva os valores de ez

for (k=1; k<=KE; k++)
{
    fprintf(fp1, "\n");
    fprintf(fp2, "\n");
    fprintf(fp3, "\n");

    for (m=1; m<=KE; m++)
    {
        fprintf(fp1, "%g ", ez[k][m]);
        fprintf(fp2, "%g ", hy[k][m]);
        fprintf(fp3, "%g ", hx[k][m]);
    }
}
fclose(fp1);
fclose(fp2);
fclose(fp3);
getch();
}

```

Terceira simulação

Propagação de um sóliton em um meio de Lorentz

Este programa consiste em simular a propagação de um sóliton a partir do método FDTD. O problema em questão admite um meio de Lorentz na modelagem dos componentes lineares e não-lineares. Foram admitidos os seguintes valores:

lineares – $\epsilon_s=5,25$ $\epsilon_\infty=2,25$ $\omega_0=4 \times 10^{14}$ Hz $\delta=2 \times 10^9$ Hz

não-lineares – $\chi^{(3)}=7 \times 10^{-2}$ (m/V)² $\alpha=0,7$ $t_1=12,2$ fs $t_2=32$ fs

A frequência da portadora senoidal foi ajustada para $1,37 \times 10^{14}$ Hz ($\lambda=2,18$ um) e o envelope do tipo secante hiperbólica uma constante de tempo característica de 14.6 fs

```

#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <stdio.h>

```

```
#define KE 20000
```

```
//número de células
```

```
#define Steps 10000
```

```
//número de passos
```

```
void main()
```

```
{
```

```
    int n, k, m;
```

```
    double dz0[KE+2], dz1[KE+2], ez[KE+2], f0[KE+2], f1[KE+2], f2[KE+2]
```

```
    double g0[KE+2], g1[KE+2];
```

```
    double g2[KE+2], hy[KE+2], a1, b1, c1, d1, e1, a2, b2, c2, d2, aux1, aux2
```

```
    double alfa=0.7, epz=8.85419e-12, T0=14.6e-15;
```

```
    double x3=7e-2, delta1=2e9, delta2=3.125e13, wz1=4e14, wz2=8.77222e13;
```

```
    double dt=1.66666667e-17, dx=5e-9, miz=4*3.1415e-7, eps=5.25, epi=2.25;
```

```
    FILE *fp1;
```

```
    for(k=0; k<=KE+1; k++)
```

```
    {
```

```
        dz0[k]=0;
```

```
        dz1[k]=0;
```

```
        ez[k]=0;
```

```
        f0[k]=0;
```

```
        f1[k]=0;
```

```
        f2[k]=0;
```

```
        g0[k]=0;
```

```
        g1[k]=0;
```

```
        //inicializa os vetores
```

```
        g2[k]=0;
```

```
        hy[k]=0;
```

```
    }
```

```
    for (n=1; n<=Steps; n++)
```

```
        //rotina que recalcula ez
```

```
    {
```

```
        //conforme o número de passos de tempo
```

```
        ez[0]=cos(2*3.1415*n*dt*1.37*pow(10,14)/Ld)*exp(-.5*pow((dt*(n-6000))/T0,2));
```

```
        for (k=1; k<=KE+1; k++)
```

```
        {
```

```
            hy[k]=hy[k]+(dt/(miz*dx))*(ez[k]-ez[k-1]);
```

```
            if (hy[k]<pow(10,-100) && hy[k]>-pow(10,-100))
```

```
                hy[k]=0;
```

```
        }
```

```
        for (k=0; k<=KE+1; k++)
```

```
        {
```

```
            dz0[k]=dz1[k];
```

```
            g0[k]=g1[k];
```

```
            g1[k]=g2[k];
```

```
            f0[k]=f1[k];
```

```
            f1[k]=f2[k];
```

```
        }
```

```
        for (k=1; k<=KE; k++)
```



```

{
    dz1[k]=dz0[k]+(dt/dx)*(hy[k+1]-hy[k]);
    if (dz1[k]<pow(10,-100) && dz1[k]>-pow(10,-100))
        dz1[k]=0;
}

for (k=1; k<=KE; k++)
{
    a1=1/pow((dt*wz1),2);

    b1=delta1/(pow(wz1,2)*dt);
    e1=(eps-epi)/(epi+alfa*x3*pow(ez[k],2));
    c1=1+e1;
    d1=(1-alfa)*x3*ez[k]*e1;

    a2=1/pow((wz2*dt),2);
    b2=delta2/(pow(wz2,2)*dt); //e2=d2
    d2=ez[k]/(epi+alfa*x3*pow(ez[k],2));
    c2=1+(1-alfa)*x3*ez[k]*d2;

    aux1=2*a1*f1[k]+(b1-a1-c1/2)*f0[k]-(d1/2)*g0[k]+(e1/2)*
    (dz1[k]+dz0[k]);
    aux2=2*a2*g1[k]+(b2-a2-c2/2)*g0[k]-(d2/2)*f0[k]+(d2/2)*
    (dz1[k]+dz0[k]);
    f2[k]=(aux1-((d1/2)*aux2)/(a2+b2+c2/2))/((a1+b1+c1/2)-
    ((d1/2)*(d2/2))/(a2+b2+c2/2));
    g2[k]=(aux2-(d2/2)*f2[k])/(a2+b2+c2/2);

    if (f2[k]<pow(10,-100) && f2[k]>-pow(10,-100))
        f2[k]=0;
    if (g2[k]<pow(10,-100) && g2[k]<-pow(10,-100))
        g2[k]=0;
}

for (k=1; k<=KE; k++)
{
    for (m=1; m<=2; m++)
        ez[k]=(dz1[k]-f2[k]-(1-alfa)*x3*ez[k]*g2[k])/
        (epz*(epi+alfa*x3*pow(ez[k],2)));
    if (ez[k]<pow(10,-100) && ez[k]>-pow(10,-100))
        ez[k]=0;
}
}

fp1=fopen("Ez.txt","w"); //rotina que salva os valores
//de ez no arquivo Ez.txt

for (k=1; k<=KE; k++)
{
    printf("celula %4d - ez=%5.10g\n", k-1, ez[k]);
    fprintf(fp1, "%g\n", ez[k]);
}

```

```
    }  
    fclose(fp1);  
}
```