



PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM CANAL PLANO ALETADO SUBMETIDO A FORTE GRADIENTE DE TEMPERATURA

Por,
Filipe Vieira da Silva Viana

Brasília, 11 de Dezembro de 2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO 2

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM CANAL PLANO ALETADO SUBMETIDO A FORTE GRADIENTE DE TEMPERATURA

POR,

Filipe Vieira da Silva Viana

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues

Prof. Gustavo Coelho Abade

Prof. Rafael Gabler Gontijo

Brasília, 11 de Dezembro de 2013

Agradecimentos

Agradeço a todos meus amigos e familiares que me apoiaram até agora, mas principalmente a Deus, Senhor da minha vida que me ajudou até aqui. Também agradeço ao meu orientador, Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues, por ser tão paciente e atencioso e, acima de tudo, um excelente profissional e também uma excelente pessoa.

Filipe Vieira da Silva Viana

Resumo

Este trabalho simula numericamente o escoamento turbulento num canal plano aletado, submetido à ação de um intenso gradiente de temperatura. A técnica numérica adotada é baseada em um algoritmo de elementos finitos para a discretização espacial do domínio de cálculo. A discretização temporal é implementada por um algoritmo semi-implícito sequencial baseado em diferenças finitas. O modelo de turbulência adotado é o $\kappa - \varepsilon$, complementado por quatro leis de parede de velocidade e por duas leis de parede de temperatura. Os resultados a serem obtidos são os campos de pressão, de velocidade longitudinal, de energia cinética turbulenta, da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta e de temperatura. É feita uma análise comparativa hidrodinâmica e de transferência de calor entre as quatro leis de parede de velocidade com as duas leis de temperatura, confrontando os resultados obtidos com resultados experimentais.

Palavras-chave: *simulação numérica, escoamento turbulento, transferência de calor, canal aletado, lei de parede de velocidade, lei de parede de temperatura, elementos finitos.*

Abstract

This work simulates numerically the turbulent flow which is established in a plane finned channel, under the action of an intense temperature gradient. Technic adopted is based on a finite elements algorithm for spatial discretization of the calculation domain. The temporal discretization is implemented by a sequential semi-implicit algorithm based on finite differences. The turbulence model adopted is the $\kappa - \varepsilon$, complemented with four velocity wall laws and two temperature wall laws. Results to be obtained are pressure, longitudinal velocity, turbulent kinetic energy, turbulent kinetic energy tax dissipation and temperature fields. It is done a hydrodynamic and a heat transfer analysis among the four velocity wall laws with the two temperature wall laws, confronting obtained results with experimental results.

Keywords: *numerical simulation, turbulent flow, heat transfer, ribbed channel, velocity wall law, temperature wall law, finite elements.*

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	3
2.1	EQUAÇÕES GOVERNANTES	3
2.2	FORMULAÇÃO ESTATÍSTICA DA TURBULÊNCIA	3
2.3	LEIS DE PAREDE	6
2.3.1	LEI DE PAREDE LOGARÍTMICA CLÁSSICA	6
2.3.2	LEI DE PAREDE DE MELLOR (1966)	7
2.3.3	LEI DE PAREDE DE NAKAYAMA E KOYAMA (1984)	7
2.3.4	LEI DE PAREDE DE CRUZ E SILVA FREIRE (1998)	8
2.3.5	LEI DE PAREDE DE TEMPERATURA DE CHENG E NG (1982)	8
2.3.6	LEI DE PAREDE DE TEMPERATURA DE CRUZ E SILVA FREIRE (1998)	9
3	MODELAGEM NUMÉRICA	10
3.1	SOFTWARES	10
3.2	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	10
3.3	METODOLOGIA DE EMPREGO DO TURBO2D	13
4	RESULTADOS	19
4.1	PERFIS DE VELOCIDADE	19
4.2	CAMPOS DE VELOCIDADE	23
4.3	CAMPOS DE PRESSÃO	27
4.4	CAMPOS DE ENERGIA CINÉTICA DE TURBULÊNCIA	32
4.5	CAMPOS DE DISSIPAÇÃO DE ENERGIA CINÉTICA DE TURBULÊNCIA	37
4.6	CAMPOS DE TEMPERATURA	42
5	CONCLUSÃO	47
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

Lista de Figuras

1	Esboço da geometria de simulação.	10
2	Domínio de cálculo e seções de extração do perfis.	11
3	Malha P1 para o cálculo do campo de pressão. Gontijo e Fontoura Rodrigues (2007) . . .	12
4	Malha isoP2 para o cálculo das demais variáveis. Gontijo e Fontoura Rodrigues (2007) .	12
5	Erro das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	15
6	Erro das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	15
7	Distância à parede utilizando a lei de Mellor (1966) com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	16
8	Distância à parede utilizando a lei de Mellor (1966) com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	16
9	Norma das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	17
10	Norma das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	17
11	Tempo de processamento utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	18
12	Tempo de processamento utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	18
13	Perfis de velocidade experimentais e numéricos nas quatro seções de extração de dados, utilizando a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	20
14	Perfis de velocidade experimentais e numéricos nas quatro seções de extração de dados, utilizando a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	20
15	Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção -0.816 (x/h).	21
16	Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção 0.04 (x/h).	21
17	Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção 0.2 (x/h).	22
18	Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção 1.672 (x/h).	22
19	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	23
20	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	24

21	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	24
22	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	25
23	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	25
24	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	26
25	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982). . . .	26
26	Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	27
27	Campo de pressão utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	28
28	Campo de pressão utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	28
29	Campo de pressão utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	29
30	Campo de pressão utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	29
31	Campo de pressão utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	30
32	Campo de pressão utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	30
33	Campo de pressão de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	31
34	Campo de pressão utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	31
35	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	32
36	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	33
37	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	33

38	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	34
39	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	34
40	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	35
41	Campo de energia cinética de turbulência de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	35
42	Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	36
43	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	37
44	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	38
45	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	38
46	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	39
47	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	39
48	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	40
49	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	40
50	Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	41
51	Campo de temperatura utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	42
52	Campo de temperatura utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	43
53	Campo de temperatura utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	43

54	Campo de temperatura utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	44
55	Campo de temperatura utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	44
56	Campo de temperatura utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	45
57	Campo de temperatura utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).	45
58	Campo de temperatura utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).	46

Lista de Tabelas

1	Valores de C_p em função de p^*	7
2	Valores do passo de tempo para cara lei de velocidade associada a uma lei de temperatura	13
3	Valores da distância à parede para cara lei de velocidade associada a uma lei de temperatura	13

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

a	Varável qualquer	[---]
c_p	Calor específico a pressão constante	[J/kg.K]
e	Altura da aleta	[cm]
g	Gravidade local	[m/s ²]
h	Metade da altura do canal	[cm]
K	Condutividade térmica	[W/m.K]
L	Comprimento do domínio de cálculo	[cm]
p	Pressão	[Pa]
T	Temperatura	[°C]
u_f	Velocidade de atrito	[m/s]
U_b	Velocidade de referência	[m/s]
u	Velocidade	[m/s]

Símbolos Gregos

α	Difusividade térmica	[m ² /s]
μ	Viscosidade dinâmica	[p]
δ	Altura da camada limite	[m]
δ_{ij}	Delta de Kroenecker	
τ_{ij}	Tensor de Tensão	[Pa]
κ	Energia cinética de turbulência	[J]
ε	Taxa de dissipação da energia cinética de turbulência	[W]
τ_p	Tensão de cisalhamento na parede	[Pa]
ν	Viscosidade dinâmica	[m ³ /s]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]

Grupos Adimensionais

Nu	Número de Nusselt
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds
Fr	Número de Froude
Pr	Número de Prandtl
Pr_t	Número de Prandtl turbulento

Subscritos

ij	tensor em notação indicial
f	atrito
m	médio
o	referência
p	pressão constante
p, w	parede
t	turbulento

Sobrescritos

~	Média ponderada pela massa
-	Média
‘	Flutuação centrada em zero
‘’	Flutuação não centrada em zero
*	Adimensional

Siglas

CSF	Cruz e Silva Freire
PG1	Projeto de Graduação 1
PG2	Projeto de Graduação 2
T1	Lei de parede de temperatura 1
T2	Lei de parede de temperatura 2

1 INTRODUÇÃO

O superaquecimento das pás de uma turbina a gás é um problema enfrentado por todos os projetistas deste tipo de máquina. Os gases que saem da câmara de combustão possuem temperatura muito superior à suportada pelo material das pás, havendo, portanto, necessidade de um resfriamento prévio destes gases. Tal resfriamento pode ser obtido utilizando aletas, um pouco antes do fim da câmara de combustão visando o aumento da transferência de calor entre a parede e o escoamento. Este método de resfriamento é efetivo, pois as zonas de recirculação geradas pelas aletas, aliadas a intensa difusão característica dos escoamentos turbulentos, intensificam muito a transferência de calor entre os gases de exaustão e as paredes da câmara de combustão. Para avaliar previamente o desempenho das aletas de refrigeração é necessária a modelagem numérica dos campos de velocidade, temperatura e pressão do escoamento, que se estabelecem na geometria projetada.

Neste trabalho é simulado numericamente o caso teste analisado experimentalmente por Liou et. al (1992), composto por um escoamento turbulento que se desenvolve em um canal plano, dotado de três aletas de seção quadrada, submetido a um intenso gradiente de temperatura. O objetivo deste caso teste foi quantificar o fluxo de calor extraído do escoamento pelas paredes aletadas do canal plano.

Para tanto foi empregado o código numérico *Turbo2D*, todo baseado em linguagem FORTRAN que, servindo basicamente como instrumento de pesquisa, de treinamento e de aprendizado, vem sendo continuamente aperfeiçoado, implementado e validado desde 1990 por alunos e professores integrantes do Grupo de Mecânica dos Fluidos de Escoamentos Complexos - Vortex, do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília.

O modelo de turbulência escolhido para o presente trabalho foi o $\kappa - \varepsilon$ de Launder e Spalding (1974), complementado por quatro leis de parede de velocidade e duas leis de temperatura, que são respectivamente, a Lei Logarítmica Clássica, Lei de Mellor (1966), Lei de Nakayama e Koyama (1984), Lei de Cruz e Silva Freire (1998), Lei de Parede de Temperatura de Cheng e Ng (1982) e Lei de Parede de Temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

A discretização espacial do domínio de cálculo é feita via elementos finitos do tipo P1, utilizada para o cálculo do campo de pressão (menos refinada) e P1-isoP2, utilizada para o cálculo do campo das demais variáveis (mais refinada). Considerando as incertezas relativas às condições iniciais, é adotada uma integração temporal, na qual o estado inicial é escolhido de forma arbitrária e o estado final calculado iterativamente via um algoritmo de diferenças finitas, semi-implícito sequencial, que deve sempre convergir para o estado de equilíbrio dinâmico imposto pelo sistema de equações governantes do escoamento. A discretização temporal das equações governantes utiliza diferenças finitas sequenciais semi-implícitas, com erro de truncamento (Δt) de ordem $o(0)$. Tal algoritmo foi implementado por Brun (1988).

O objetivo deste trabalho é o de caracterizar, de forma comparativa, o desempenho combinado das quatro leis de parede de velocidade e das duas leis de parede de temperatura disponíveis no código *Turbo2D*, adotando para tanto o caso-teste do escoamento estudado por Liou et. al. (1992). Neste trabalho estão apresentados os resultados hidrodinâmicos isotérmicos, obtidos na primeira etapa (PG1), assim como os resultados correspondentes ao escoamento submetido a intensos gradientes de temperatura com fluxo turbulento de calor entre o escoamento e a parede do duto (PG2). Todos os resultados são comparados aos resultados experimentais obtidos por Liou et. al. (1992).

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 EQUAÇÕES GOVERNANTES

O problema modelado neste trabalho é um escoamento turbulento parietal, permanente, bidimensional, com variação de massa específica provocada pela variação de temperatura, para um fluido Newtoniano, sem geração de energia interna e em regime subsônico (Mach menor que 0,3). A seguir são listadas as equações adimensionais para este escoamento, que são, respectivamente, Equação da Continuidade, Equação de Quantidade de Movimento, Equação da Energia e a Equação de Estado para um gás perfeito, em notação indicial para um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \underline{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{1}{Fr} \rho \frac{g_i}{\|g\|}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i T)}{\partial x_i} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), \quad (3)$$

$$\rho(T + 1) = 1, \quad (4)$$

onde \underline{p} é a pressão adimensional, dada por

$$\underline{p} = \frac{p - p_m}{\rho_o U_o^2}. \quad (5)$$

Nas eqs. (1) a (5), ρ é a massa específica do fluido, T é a temperatura absoluta, g_i é a aceleração da gravidade local, μ é a viscosidade dinâmica, u_i representa o campo de velocidade do fluido, k é a condutividade térmica, δ_{ij} é o operador Delta de Kronecker, Re é o número de Reynolds, Pr é o número de Prandtl, Fr é o número de Froud, ρ_o e U_o são a massa específica e a velocidade de referência, p_m é a pressão média do campo de pressão e p é a pressão absoluta.

2.2 FORMULAÇÃO ESTATÍSTICA DA TURBULÊNCIA

Todas as variáveis instantâneas neste trabalho são estatisticamente representadas por duas componentes: a primeira representa seu valor médio temporal, enquanto a segunda representa a flutuação existente em relação ao valor médio temporal, sendo por isso uma variável aleatória centrada. A variação da massa específica do escoamento impõe o emprego simultâneo de dois tipos de decomposições, sendo uma delas a decomposição de Favre (1965) para o campo de velocidade e de temperatura e, para as demais variáveis, é adotada a decomposição de Reynolds (1895).

A decomposição de Reynolds é representada de forma genérica pela relação:

$$a_i(x, t) = \overline{a_i}(x) + a_i'(x, t), \quad (6)$$

sendo $\overline{a_i}$ a média temporal da variável $a_i(x, t)$ e $a_i'(x, t)$ a variável aleatória centrada que representa as flutuações de $a_i(x, t)$ entorno do valor médio temporal de $\overline{a_i}(x)$.

A decomposição de Favre (1965) é representada de forma genérica pela relação:

$$a_i(x, t) = \tilde{a}_i(x) + a_i''(x, t), \quad (7)$$

sendo $\tilde{a}_i(x)$ o valor médio temporal ponderado pela massa da variável $a_i(x, t)$ e $a_i''(x, t)$ a variável aleatória não centrada que representa as flutuações de $a_i(x, t)$, entorno de $\tilde{a}_i(x)$. O valor da média temporal ponderada pela massa é definida pela relação

$$\tilde{a}_i(x, t) = \frac{\overline{\rho a_i(x, t)}}{\overline{\rho}}, \quad (8)$$

sendo $\tilde{a}_i(x)$ é a média temporal de $\tilde{a}_i(x, t)$.

Aplicando as decomposições de Reynolds (1895) e Favre (1965) nas variáveis instantâneas que compõem as equações governantes e tomando o valor médio temporal destas equações obtém-se o sistema de equações médias sob a forma

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i})}{\partial x_i} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \overline{\rho \tilde{u}_i}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j})}{\partial x_j} = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \overline{\rho u_j'' u_i''} \right] + \frac{1}{Fr} \frac{g_i}{\|g\|}, \quad (10)$$

$$\frac{\partial (\overline{\rho \tilde{T}})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{T}})}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{1}{Re Pr} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} - \overline{\rho u_i'' T''} \right), \quad (11)$$

$$\overline{\rho(\tilde{T} + 1)} = 1, \quad (12)$$

sendo α a difusividade térmica, o termo $-\overline{\rho u_j'' u_i''}$ é o Tensor de Reynolds e representa a correlação das flutuações da velocidade, o termo $-\overline{\rho u_i'' T''}$ é o fluxo de calor turbulento e representa as flutuações da velocidade com a temperatura.

O modelo de turbulência $\kappa - \epsilon$, proposto por Launder e Spalding (1974), representa o Tensor de Reynolds a partir da hipótese da viscosidade turbulenta de Boussinesq complementada pela relação de Prandtl-Kolmogorov de forma que

$$\overline{\rho u_j'' u_i''} = \mu_t \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\overline{\rho \kappa} + \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij}, \quad (13)$$

sendo a viscosidade turbulenta μ_t determinada pela relação de Prandtl-Kolmogorov, sob a forma

$$\mu_t = C_\mu \overline{\rho} \frac{\kappa^2}{\epsilon} = \frac{1}{Re_t}, \quad (14)$$

onde Re_t representa o número de Reynolds turbulento do escoamento.

As duas novas variáveis introduzidas pela relação de Prandtl-Kolmogorov, respectivamente energia cinética de turbulência κ e sua taxa de dissipação ϵ , criam a necessidade de acrescentar ao sistema duas equações evolutivas complementares destinadas ao fechamento do sistema de equações.

Para a modelagem do fluxo de calor turbulento é adotado um procedimento semelhante, também baseado na viscosidade turbulenta de Boussinesq, que propõe uma relação de proporcionalidade entre o gradiente da temperatura média e o fluxo turbulento de calor de forma que

$$-\overline{\rho u_i'' T''} = \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}. \quad (15)$$

onde C_μ é uma constante de calibração do modelo $\kappa - \epsilon$ e Pr_t é o número de Prandtl turbulento, usualmente valendo 0,9.

As equações de transporte para κ e ϵ , propostas por Launder e Jones (1972), completam o sistema fechado de equações sob a forma

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial x_i}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_t} \right) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{1}{Fr} \bar{\rho} g_i, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{T}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{1}{Re Pr} + \frac{1}{Re_t Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right], \quad (18)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \kappa}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial(\bar{\rho} \kappa)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_t \sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \right] + \Pi - \bar{\rho} \epsilon + \frac{\bar{\rho} \beta g_i}{Re_t Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \epsilon}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial(\bar{\rho} \epsilon)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_t \sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + \frac{\epsilon}{\kappa} \left(C_{\epsilon 1} \Pi - C_{\epsilon 2} \bar{\rho} \epsilon + C_{\epsilon 3} \frac{\bar{\rho} \beta g_i}{Re_t Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \right), \quad (20)$$

$$\bar{\rho}(1 + \tilde{T}) = 1, \quad (21)$$

com o valor de Π dado pela relação

$$\Pi = \left[\left(\frac{1}{Re_t} \right) \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\bar{\rho} \kappa + \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}, \quad (22)$$

e

$$p^* = \bar{p} + \frac{2}{3} \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{1}{Re_t} \right) \frac{\partial \tilde{u}_r}{\partial x_r} + \bar{\rho} \kappa \right]. \quad (23)$$

As constantes deste modelo são: $C_\mu = 0.09$, $C_{\epsilon 1} = 1.44$, $C_{\epsilon 2} = 1.92$, $C_{\epsilon 3} = 0.288$, $\sigma_\kappa = 1$, $\sigma_\epsilon = 1.3$ e $Pr_t = 0.9$.

2.3 LEIS DE PAREDE

Neste trabalho a modelagem dos perfis de velocidade e de temperatura é feita por meio de funções evolutivas denominadas Leis de Parede, representadas por meio do comprimento adimensional y^+ e da velocidade adimensional u^+ , definidos como

$$y^+ = \frac{u_f \delta}{\nu}, \quad (24)$$

e

$$u^+ = \frac{u}{u_f}, \quad (25)$$

com

$$u_f = \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho}}, \quad (26)$$

Nestas equações δ é a escala de comprimento que representa a distância até a parede, u_f é a velocidade de atrito, τ_p é a tensão de cisalhamento na parede, sendo u a velocidade do escoamento.

Em um escoamento turbulento a camada limite pode ser dividida em duas partes denominadas de região interna e região externa, sendo esta última caracterizada por valores de $500 < y^+ < 5000$. A região interna é dividida em três sub-regiões: sub-camada laminar ($0 < y^+ < 10$), região de transição ($10 < y^+ < 30$) e região turbulenta ($30 < y^+ < 500$). O modelo adotado neste trabalho ($\kappa - \epsilon$) não é capaz de modelar as subcamadas laminar, de transição e início da região turbulenta. Para compensar esta deficiência do modelo, as variáveis nestas regiões do escoamento são calculadas com o uso de leis de parede e introduzidas no cálculo como condições de contorno da malha de discretização espacial do domínio da solução. Algumas leis de parede apresentadas neste trabalho provém da equação de Prandtl, outras fazem uso de outras equações como a equação de energia cinética de turbulência média. Como já mencionado, este trabalho faz uso de quatro leis de parede de velocidade e de duas leis de parede de temperatura, estas leis serão apresentadas, de forma resumida, nas próximas subsubseções.

2.3.1 LEI DE PAREDE LOGARÍTMICA CLÁSSICA

A lei de parede logarítmica clássica pode ser resumida nas seguintes equações:

$$u^+ = y^+, \quad (27)$$

$$u^+ = \frac{1}{K} \ln y^+ + C, \quad (28)$$

onde K e C são duas constantes, determinadas por calibração experimental, cujos valores são, respectivamente, 0.419 e 5.445. A equação (27) é a Lei de parede para a sub-camada laminar, a eq. (28) é a Lei de parede para a região interna turbulenta da camada limite.

2.3.2 LEI DE PAREDE DE MELLOR (1966)

A Lei de Mellor, diferentemente da lei log, é capaz de representar de forma satisfatória escoamentos submetidos a gradientes adversos de pressão longitudinal. Para a sub-camada laminar a Lei de Mellor estipula que

$$u^+ = y^+ + \frac{1}{2}p^+y^{+2}, \quad (29)$$

onde

$$p^+ = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\nu}{u_f^2}. \quad (30)$$

Para a região turbulenta a lei de Parede de Mellor assume a forma

$$u^+ = \frac{2}{K}(\sqrt{1+p+y^+} - 1) + \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4y^+}{2+p^+y^+ + 2\sqrt{1+p^+y^+}} \right) + C_p. \quad (31)$$

A tabela (1) apresenta os valores da constante de integração C_p que que é função do gradiente de pressão adimensional p^+ . Os valores tabelados foram determinados por Mellor (1966). Para $p^+ \geq 8$, Mellor (1966) propõe que:

$$C_p = \frac{2}{K} + 1.33(p^+)^{\frac{1}{3}} + 4.38(p^+)^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{K} \ln \left(\frac{4}{p^+} \right). \quad (32)$$

Tabela 1: Valores de C_p em função de p^* .

p^+	-0.01	0.00	0.02	0.05	0.10	0.20	0.25	0.33	0.50	1.00	2.00	10.00
C_p	4.92	4.90	4.94	5.06	5.26	5.63	5.78	6.03	6.44	7.34	8.49	12.13

2.3.3 LEI DE PAREDE DE NAKAYAMA E KOYAMA (1984)

A lei de parede de Nakayama e Koyama (1984), baseada na equação evolutiva da de energia cinética de turbulência, é representada pela relação

$$u^+ = \frac{1}{K^+} \left[3(t - t_s) + \ln \left(\frac{(t_s + 1)(t - 1)}{(t_s - 1)(t + 1)} \right) \right], \quad (33)$$

onde

$$t = \sqrt{\frac{1 + 2\tau^+}{3}}, \quad (34)$$

$$\tau^+ = \frac{\tau}{\tau_p} = 1 + p^+ y^+, \quad (35)$$

$$y_s^+ = \frac{e^{KC}}{1 + p^{+n}} \quad (36)$$

e

$$K^+ = \frac{0.419 + 0.539p^+}{1 + p^+}. \quad (37)$$

As constantes K e C possuem o mesmo valor da lei logarítmica clássica, enquanto que $n = 0.34$.

2.3.4 LEI DE PAREDE DE CRUZ E SILVA FREIRE (1998)

A lei de Cruz e Silva Freire (1998) faz uma análise assintótica do comportamento da camada limite turbulenta sob gradientes adversos de pressão. Para Cruz e Silva Freire (1998), a solução da aproximação assintótica resulta em:

$$u = \frac{\tau_w}{|\tau_w|} \frac{2}{K} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dp_w}{dx} y} + \frac{\tau_w}{|\tau_w|} \frac{u_f}{K} \ln \left(\frac{y}{L_c} \right), \quad (38)$$

onde

$$L_c = \frac{\sqrt{\left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^2 + 2\frac{\nu}{\rho} \frac{dp_w}{dx} u_f - \frac{\tau_w}{\rho}}}{\frac{1}{\rho} \frac{dp_w}{dx}}. \quad (39)$$

K é a constante de Von Kàrmàn e L_c é o parâmetro para comprimento de escala.

2.3.5 LEI DE PAREDE DE TEMPERATURA DE CHENG E NG (1982)

Cheng e Ng (1982) mostraram uma solução similar à da lei logarítmica clássica para a temperatura próxima à parede. A equação para a região laminar é

$$\frac{(T_0 - T)_y}{T_f} = y^+ P, \quad (40)$$

e para a região turbulenta

$$\frac{(T_0 - T)_y}{T_f} = \frac{1}{K_{Ng}} \ln(y^+) + C_{Ng}, \quad (41)$$

onde T_0 é a temperatura ambiente e T_f é a temperatura de atrito, dada por

$$T_f u_f = \left[\left(\frac{1}{RePr} + \frac{1}{Re_t Pr_t} \right) \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right]_{\delta} \quad (42)$$

Para Cheng e Ng (1982), a interseção destas duas regiões se dá em $y^+ = 15.96$. K_{Ng} e C_{Ng} valem 0.8 e 12.5, respectivamente.

2.3.6 LEI DE PAREDE DE TEMPERATURA DE CRUZ E SILVA FREIRE (1998)

A lei de parede de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998) faz, para o campo de temperatura, a mesma análise assintótica feita para a lei de parede de velocidade. O valor obtido é representado pela relação

$$\frac{T_w - T}{Q_w} = \frac{Pr_t}{K \rho C_p u_f} \ln \frac{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dp_w}{dx} y \delta} - \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}}{\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho} + \frac{1}{\rho} \frac{dp_w}{dx} y \delta} + \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}} + C_q, \quad (43)$$

onde valem os seguintes parâmetros:

$$C_q = \frac{Pr_t}{K \rho C_p u_R} \ln \frac{4Eu_R^3}{\nu \left| \frac{dp_w}{dx} \right|} + AJ, \quad (44)$$

$$AJ = 1.11 Pr_t \sqrt{\frac{AX}{K}} \left(\frac{Pr}{Pr_t} - 1 \right) \left(\frac{Pr}{Pr_t} \right)^{0.25} \quad (45)$$

e

$$AX = 26 \frac{\left| \frac{\tau_w}{\rho} \right|^{\frac{1}{2}}}{u_R}. \quad (46)$$

Nesta equação K é a constante de Von Kármán já mencionada, E é uma constante desta lei e vale 9.8. u_R é a velocidade de referência utilizada por Cruz e Silva Freire como parâmetro próximo a pontos de descolamentos já que a velocidade de atrito tende a zero nestas regiões.

3 MODELAGEM NUMÉRICA

3.1 SOFTWARES

Além do código de pesquisa *Turbo2D*, foram também empregados os seguintes programas neste trabalho: *Tecplot360* que é um programa de visualização e aquisição dos resultados finais, ou seja, faz parte do pós-processamento; *gnuplot* que foi utilizado para plotar perfis de velocidade e estabelecer uma comparação do resultado numérico com o experimental, também faz parte do pós-processamento. Todos estes programas foram utilizados no sistema operacional *Linux Open Suse*. Foram também utilizadas as malhas de cálculo P1 e isoP2 neste trabalho, as quais foram desenvolvidas por Gontijo e Fontoura Rodrigues (2007).

3.2 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O canal estudado possui três aletas na parte inferior. Como há uma repetição periódica das aletas, no domínio de cálculo se considera apenas uma aleta, assim, quando uma partícula de fluido atravessa o domínio de cálculo, ela irá voltar automaticamente ao início. É considerado também neste caso, na entrada do domínio de cálculo, um perfil de velocidade inicial, medido por Liou (1992) como condição inicial do escoamento. O cálculo então é repetido iterativamente até que haja convergência dos resultados. Tal condição foi adotada para simplificar o cálculo e deixá-lo mais rápido. O esboço físico desta simulação é mostrado na figura (1).

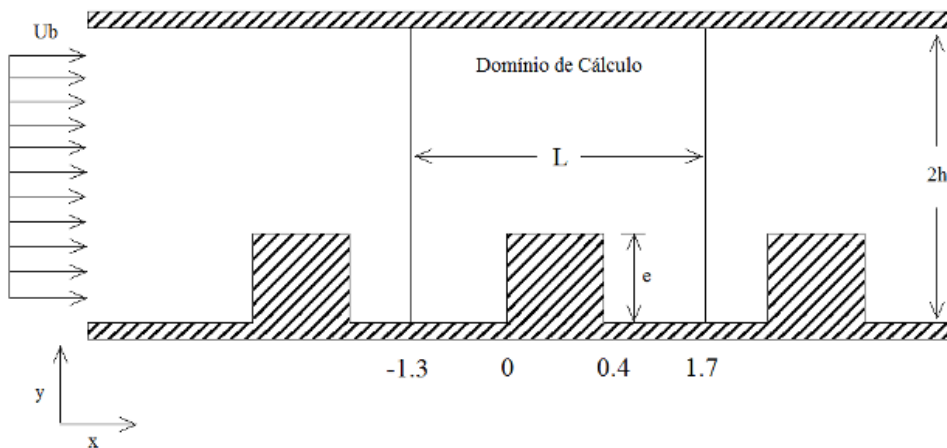


Figura 1: Esboço da geometria de simulação.

Nesta figura, U_b é a velocidade do escoamento livre e vale $7.4m/s$ (utilizada como parâmetro de adimensionalização), $e = 0.8cm$ é o comprimento do lado da aleta, $L = 5.78cm$ é comprimento do domínio de cálculo e $h = 2cm$ é a metade da altura do canal. Os números -1.3 , 0 , 0.4 e 1.7 são números adimensionais na forma x/h e representam o início do domínio de cálculo, a parede a montante da aleta, a parede a jusante da aleta e o fim do domínio de cálculo respectivamente. Os perfis de velocidade

extraídos neste trabalho pertencem às seções A, B, C e D que são, respectivamente, 0.816, 0.04, 0.2 e 1.672 (x/h). Estas seções estão ilustradas na fig. (2).

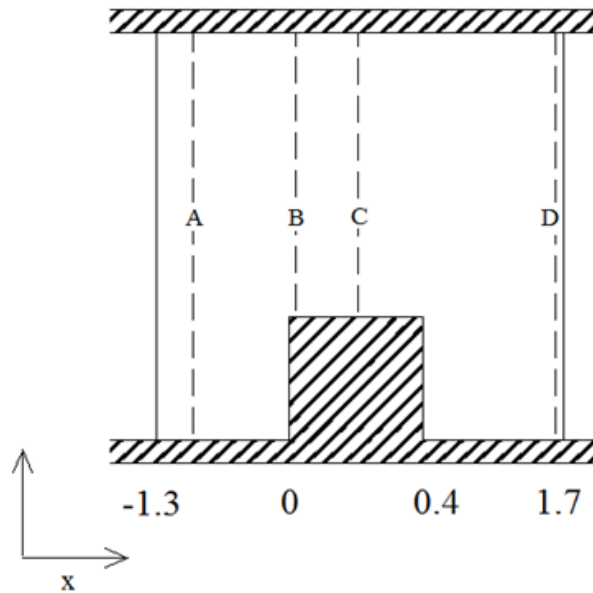


Figura 2: Domínio de cálculo e seções de extração do perfil.

São utilizadas duas malhas para esta simulação: a malha P1 com 970 nós e 1800 elementos (menos refinada), e a malha isoP2 com 3739 nós e 7200 elementos (mais refinada). A malha P1, como já foi mencionada anteriormente, é utilizada apenas para o cálculo do campo de pressão e a malha isoP2 para o cálculo das demais variáveis. As figuras (3) e (4) mostram as malhas P1 e isoP2 respectivamente.

O fluido considerado neste escoamento é o ar. A seguir são listados os valores dos números adimensionais e algumas constantes que caracterizam o escoamento na simulação numérica.

- $\nu = 1.589 \times 10^{-5} \frac{m^2}{s}$ (viscosidade cinemática);
- $c_p = 1.007 \times 10^3 \frac{J}{kgK}$ (calor específico a pressão constante);
- $k = 2.63 \times 10^{-2} \frac{W}{mK}$ (condutividade térmica);
- $Ra = 4.00 \times 10^7$ (número de Rayleigh gravitacional);
- $Pr = 0.7$ (número de Prandtl);
- $Fr = 1.412 \times 10^2$ (número de Froud); e
- $Pr_t = 0.9$ (número de Prandtl turbulento).

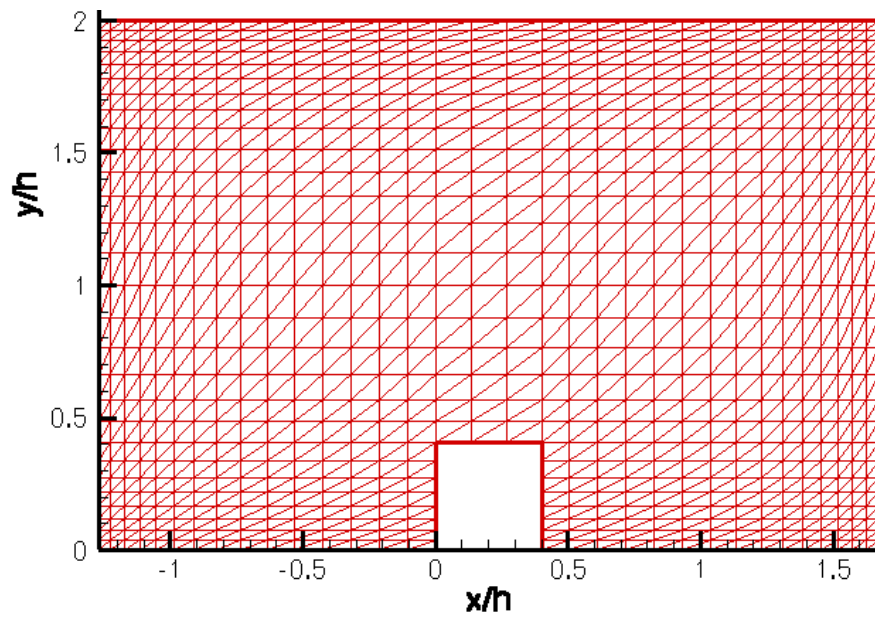


Figura 3: Malha P1 para o cálculo do campo de pressão. Gontijo e Fontoura Rodrigues (2007)

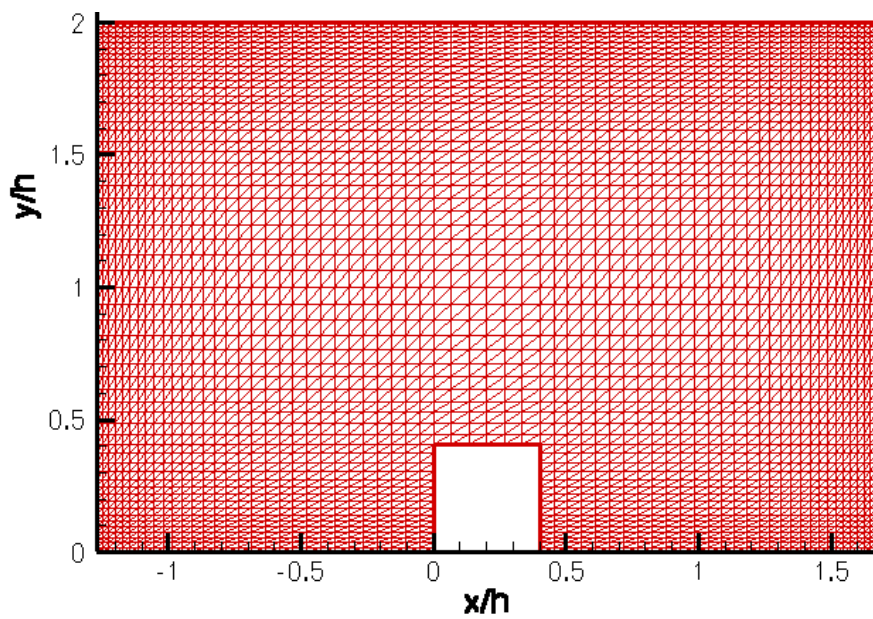


Figura 4: Malha isoP2 para o cálculo das demais variáveis. Gontijo e Fontoura Rodrigues (2007)

3.3 METODOLOGIA DE EMPREGO DO TURBO2D

Os únicos parâmetros que foram modificados no arquivo de dados (*periodico1.don*) são: tipo de lei de parede de velocidade, tipo de lei de parede de temperatura, o passo de tempo e distância à parede. O grande desafio foi encontrar a faixa ideal do passo de tempo e da distância à parede que, combinados, trouxessem resultados confiáveis à simulação.

O passo de tempo não é acoplado à distância à parede, mas exerce um importante papel na qualidade dos resultados e na velocidade do processamento da simulação. Se o passo de tempo for muito longo, a simulação pode ficar muito lenta ou até parar. Se o passo de tempo for muito curto, o número de iterações passará mais rápido, porém os resultados serão piores, e, devido ao grande aparecimento de máximos locais (o código aceita no máximo 50) a simulação poderá parar, além disso a simulação necessitará um maior número de iterações temporais para que haja convergência. Estes máximos locais são erros do algoritmo de estabilização do cálculo da velocidade de atrito, u_f , de Fontoura Rodrigues (1990).

As tabelas (2) e (3) mostram, respectivamente, os valores do passo de tempo e da distância à parede utilizados para cada lei de parede de velocidade combinadas a uma lei de parede de temperatura.

Tabela 2: Valores do passo de tempo para cada lei de velocidade associada a uma lei de temperatura

Lei de Parede	Lei de temperatura de Cheng e Ng (1982)	Lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998)
Lei Logarítmica	0.0008	0.0080
Lei de Mellor	0.0020	0.0020
Lei de Nakayama e Koyama	0.0012	0.0020
Lei de CSF	0.0300	0.0250

Tabela 3: Valores da distância à parede para cada lei de velocidade associada a uma lei de temperatura

Lei de Parede	Lei de temperatura de Cheng e Ng (1982)	Lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998)
Lei Logarítmica	0.0350	0.0200
Lei de Mellor	0.0022	0.0022
Lei de Nakayama e Koyama	0.0014	0.0022
Lei de CSF	0.0013	2.575E-04

Uma metodologia que facilitou verificar a convergência da simulação foi verificar os gráficos dos erros; norma, que nada mais é que a norma euclidiana dos campos calculados; e da variação da velocidade de atrito. Embora estas figuras façam parte dos resultados, é importante mostra-las nesta seção pois assim facilita o entendimento de como podem ajudar no controle da simulação numérica. Não serão mostradas

todas figuras nesta subseção pois são muito numerosas e apenas poucas delas já são suficiente para transmitir a ideia para o leitor.

Dentre as simulações que utilizaram a lei de parede de temperatura de Cheng e Ng (1982), a lei logarítmica de velocidade foi a que apresentou menos erros. A lei logarítmica também teve menos erros nas simulações utilizando a lei de parede de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998). A lei de parede com o maior número de erros encontrados foi a lei de Cruz e Silva Freire (1998) em conjunto com a sua própria lei de temperatura. Os gráficos dos erros ajudaram substancialmente em verificar quando a simulação converge ou não. As figuras (5) a (6) mostram os erros para a lei logarítmica, utilizando as duas leis de temperatura. Um forte indício de convergência ocorre quando, após o erro da temperatura decair de forma quase logarítmica, ele se estabiliza em um valor muito baixo.

Outra forma que ajudou na verificação da convergência foi a visualização do gráfico de y^+ . As figuras (7) a (8) mostram y^+ para a lei de Mellor (1966) combinada com as duas de temperatura. Para a lei logarítmica, o valor de entrada de y^+ ideal a partir do qual seja aplicada a lei de parede teve de ser da ordem de 30 a 40; para as demais leis, o valor de y^+ teve de ser da ordem de 1 a 10. Nota-se que após a convergência ser atingida, o valor da distância à parede ao longo das iterações permanece dentro de uma faixa, tendo oscilação ou não.

Da mesma forma que os gráficos de erros, os gráficos da norma auxiliaram bastante a determinação de convergência da simulação. As figuras (9) a (10) mostram os gráficos da norma para a lei logarítmica combinada com as duas de temperatura.

As figuras (11) a (12) mostram os tempos de processamento para a lei logarítmica combinada com as duas leis de temperatura. Para a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982), observa-se que, mesmo que cada lei de parede necessite de um número de iterações diferentes, o tempo para convergir é bem próximo, entre 30 e 50 (T_{FLOW}). O mesmo pode ser observado para as leis aplicadas em conjunto com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998); a única exceção neste caso é a combinação da lei de velocidade e de temperatura de Cruz e Silva Freire, onde o tempo de processamento foi entorno de 70.

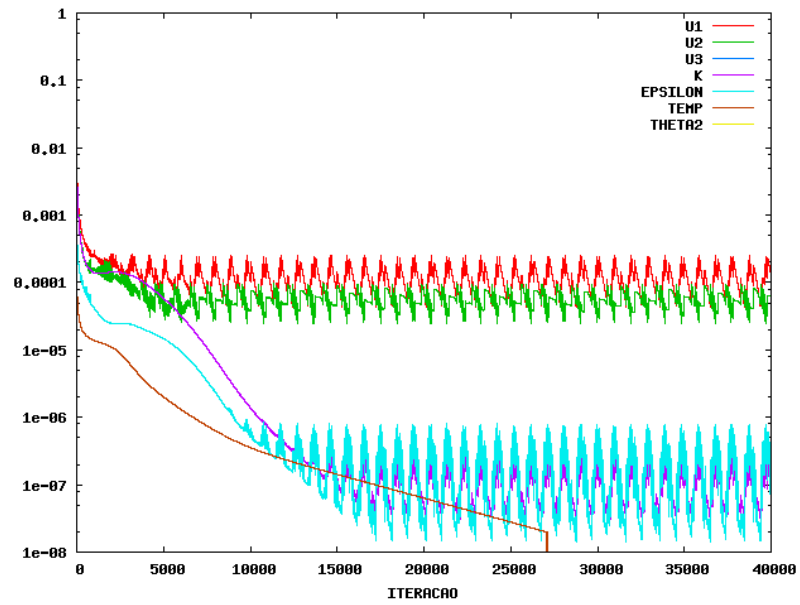


Figura 5: Erro das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

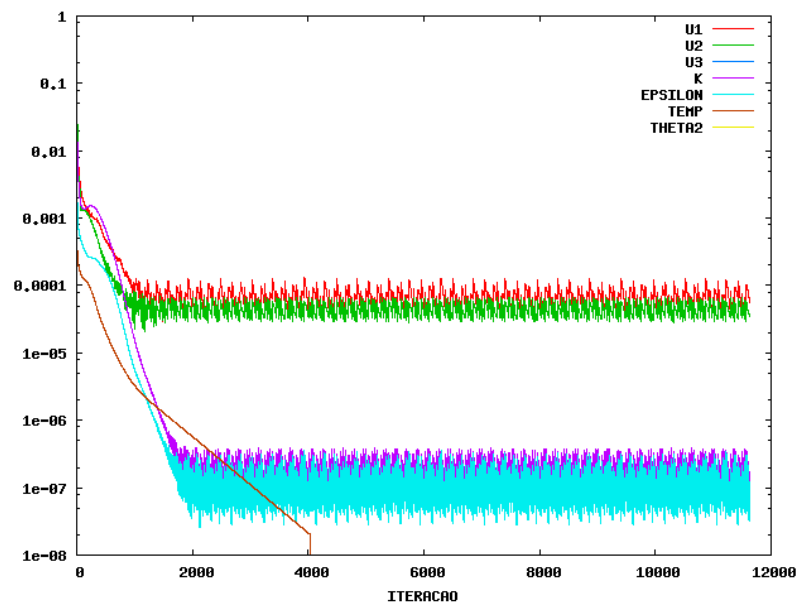


Figura 6: Erro das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

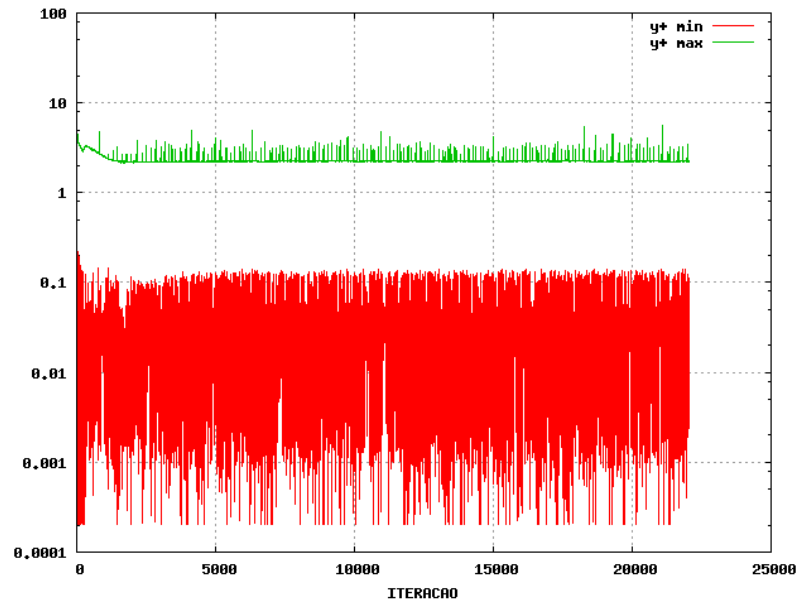


Figura 7: Distância à parede utilizando a lei de Mellor (1966) com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

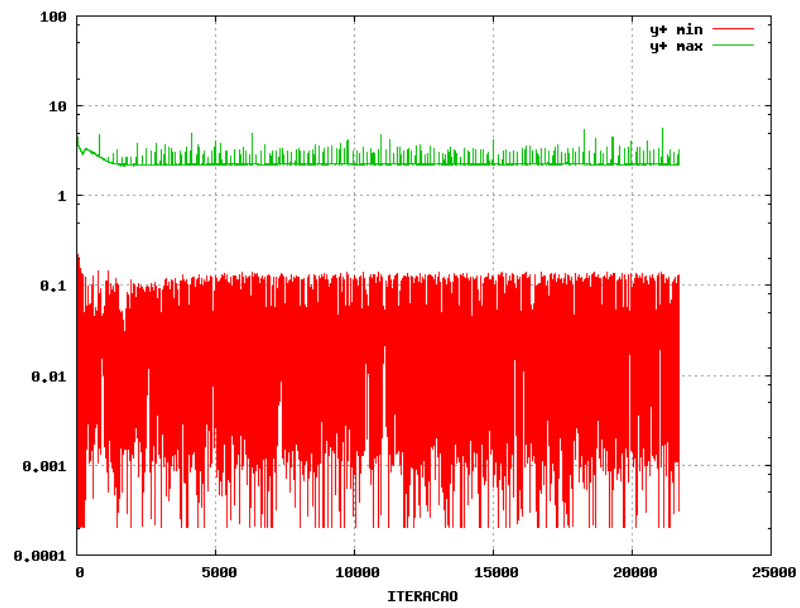


Figura 8: Distância à parede utilizando a lei de Mellor (1966) com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

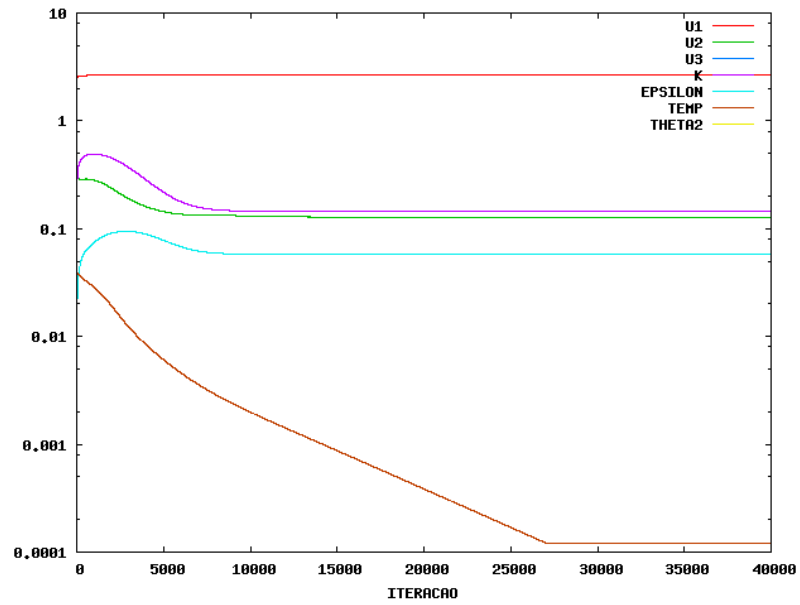


Figura 9: Norma das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

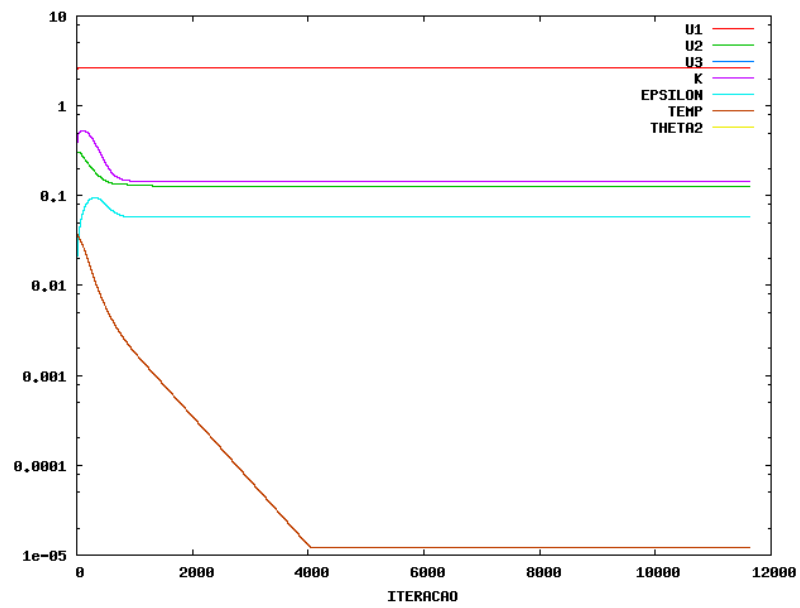


Figura 10: Norma das variáveis utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

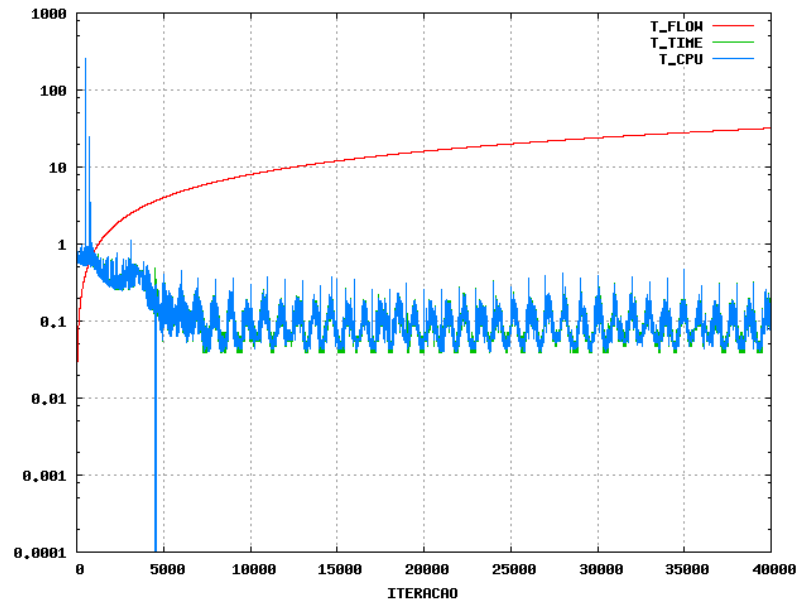


Figura 11: Tempo de processamento utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

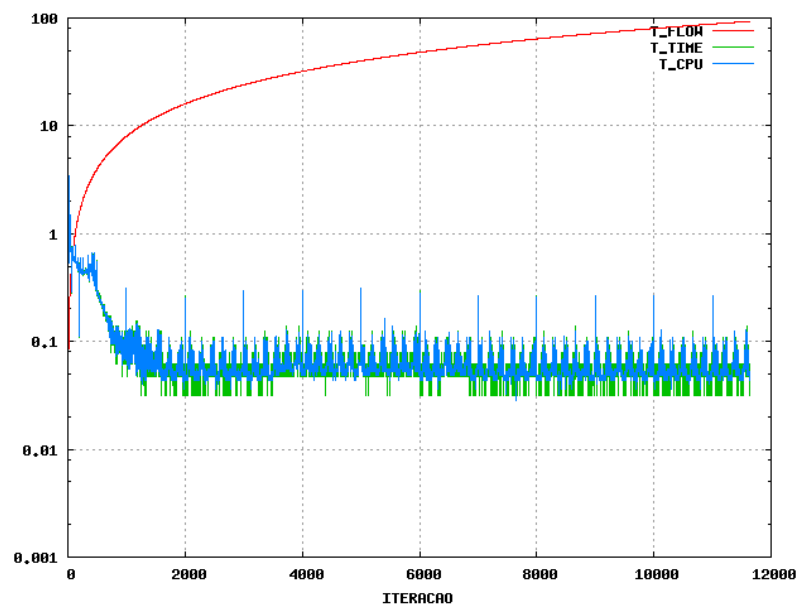


Figura 12: Tempo de processamento utilizando a lei logarítmica clássica com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

4 RESULTADOS

Tendo em vista a explicação do procedimento das simulações, dada na seção anterior, as próximas subseções são destinadas a apresentação dos resultados e respectivas discussões.

4.1 PERFIS DE VELOCIDADE

A seguir são mostrados os perfis para as quatro leis de velocidade combinadas com as duas leis de temperatura. As figuras (13) e (14) apresentam, cada uma, um comparativo entre as quatro leis de velocidade, combinadas a uma lei de temperatura, em cada seção onde os dados foram extraídos. Observa-se que os resultados obtidos fora da aleta possuem uma melhor conformidade com os resultados experimentais de Liou et. al (1992). Em todas as seções nota-se que próximo à parede, as velocidades calculadas numericamente divergem das velocidades medidas experimentalmente. Precisamente na seção 0.04 há um princípio de descolamento da camada limite, apresentado pelos dados experimentais que as leis de parede não conseguem prever. Após uma verificação minuciosa entre os perfis, pode-se verificar que a lei de Mellor possui uma conformidade melhor, em relação às demais leis, com os dados experimentais.

As figuras (15) a (18) apresentam uma comparação do uso das duas leis de temperatura para uma mesma lei de parede em uma seção de extração de dados. Nestas figuras, "t1" e "t2" presentes na legenda se referem a, respectivamente, Lei de parede de temperatura de Cheng e Ng (1982) e Lei de parede de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998) enquanto que "Lei log" é a forma abreviada para Lei de parede logarítmica. Ao comparar os resultados das leis de parede entre as duas leis de temperatura pode-se concluir que as Leis Logarítmica clássica e de Mellor apresentam praticamente o mesmo resultado ao aplicar cada lei de temperatura. Nota-se também que a Lei de Nakayama e Koyama funciona melhor com a Lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998). Surpreendentemente, a Lei de parede de Cruz e Silva Freire apresenta resultados piores ao aplicar a sua respectiva lei de temperatura.

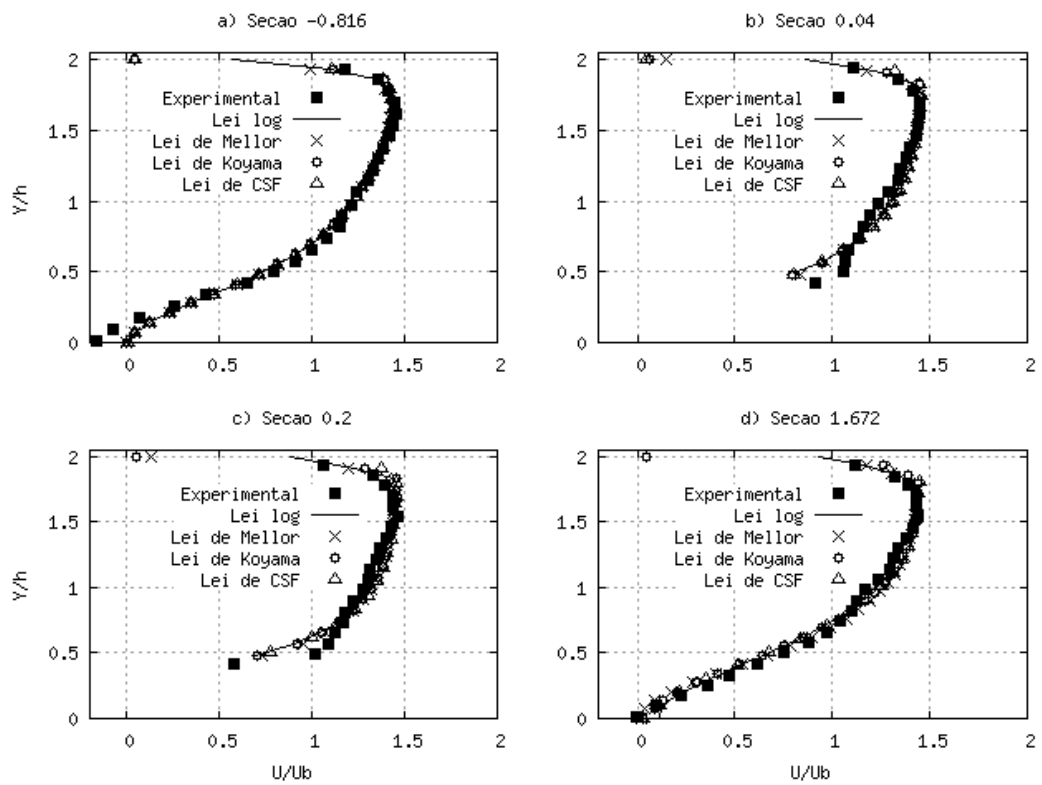


Figura 13: Perfis de velocidade experimentais e numéricos nas quatro seções de extração de dados, utilizando a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

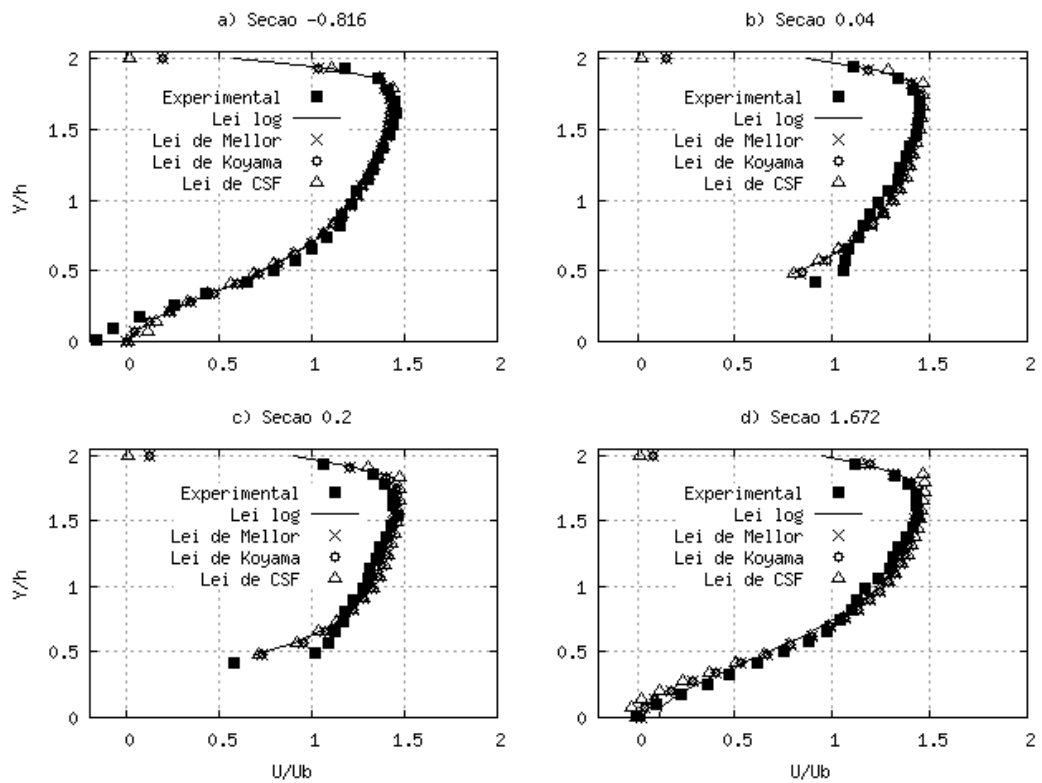


Figura 14: Perfis de velocidade experimentais e numéricos nas quatro seções de extração de dados, utilizando a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

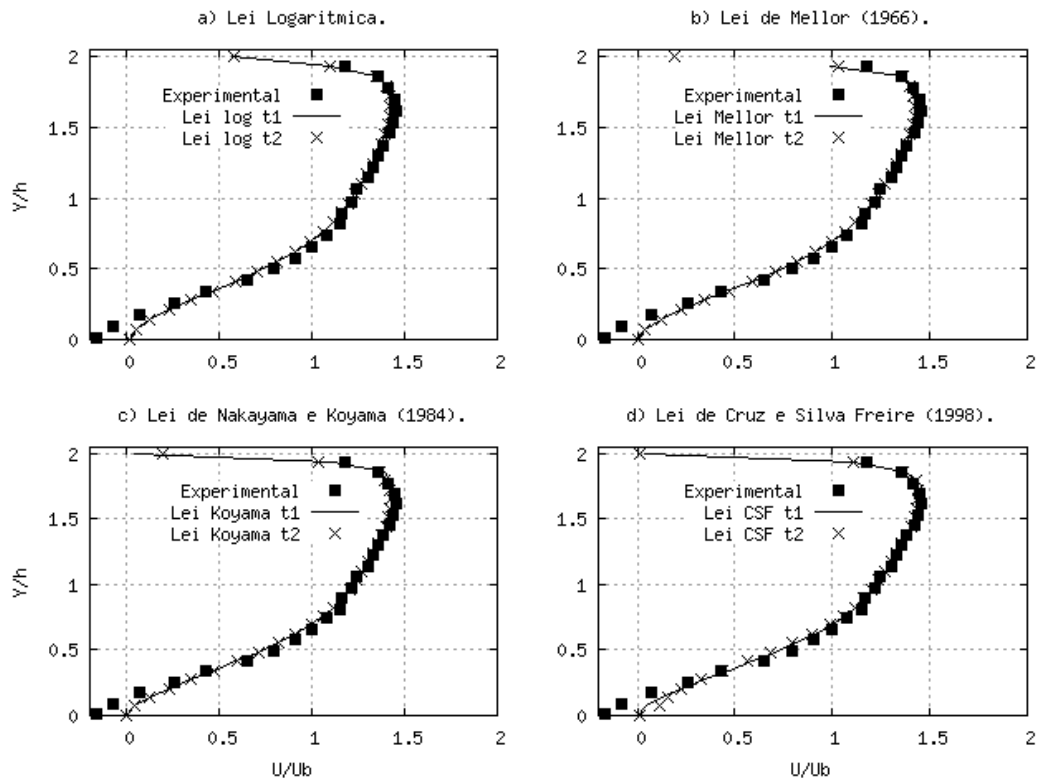


Figura 15: Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção -0.816 (x/h).

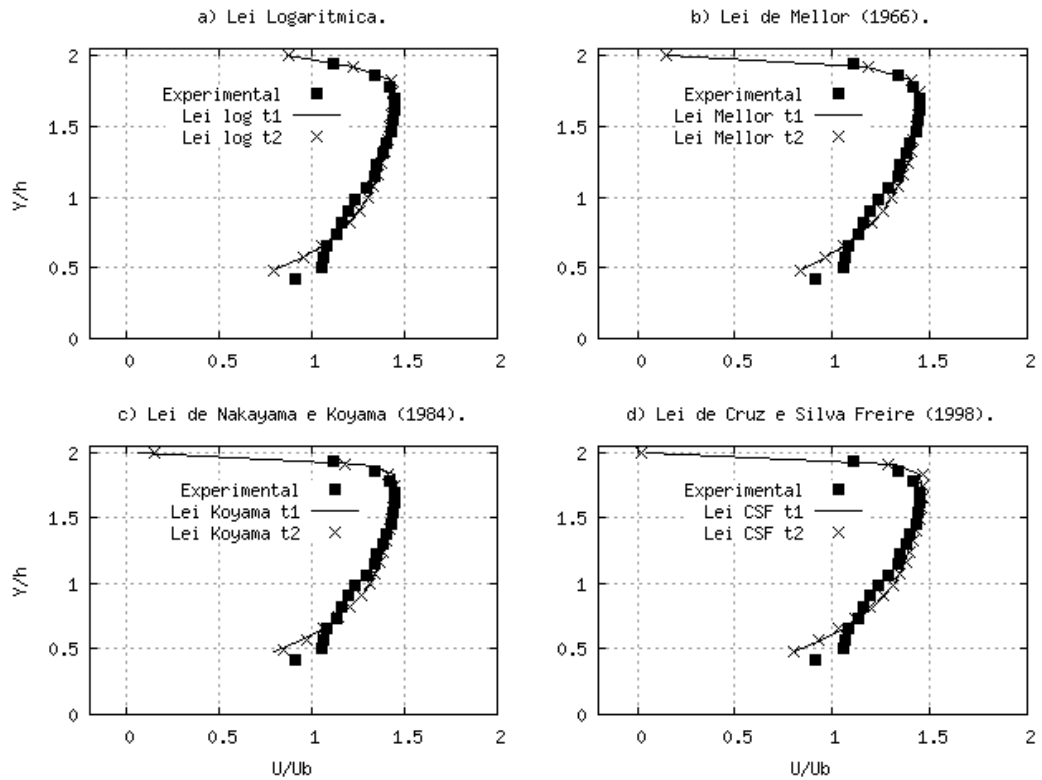


Figura 16: Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção 0.04 (x/h).

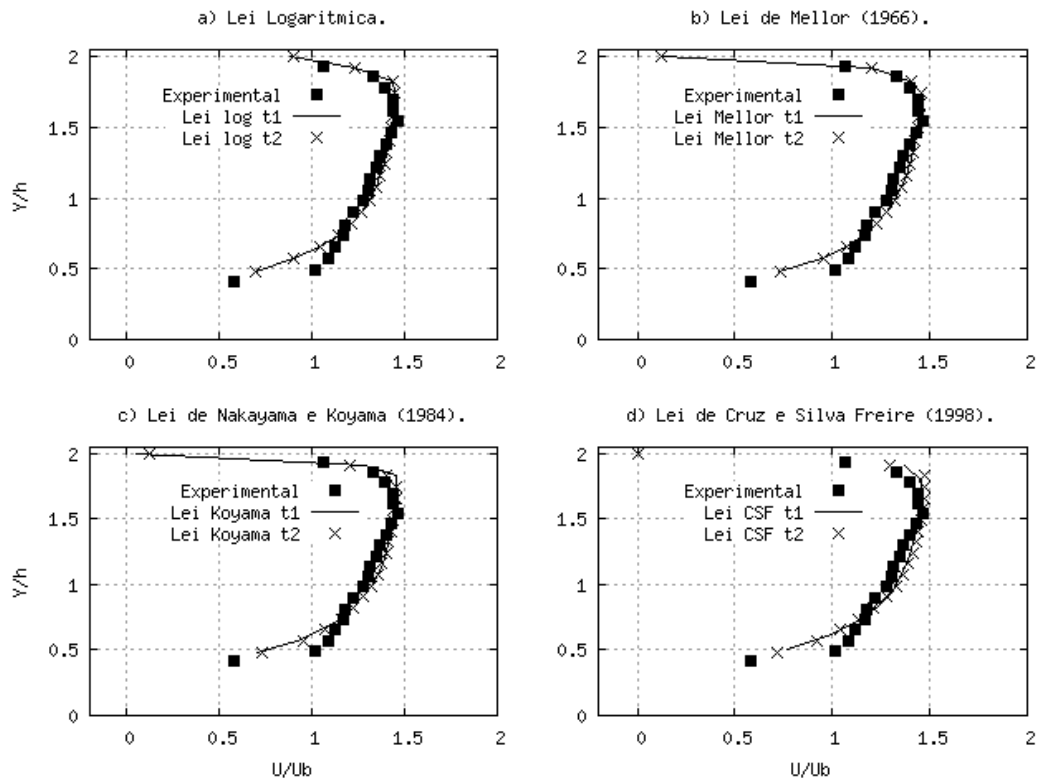


Figura 17: Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção 0.2 (x/h).

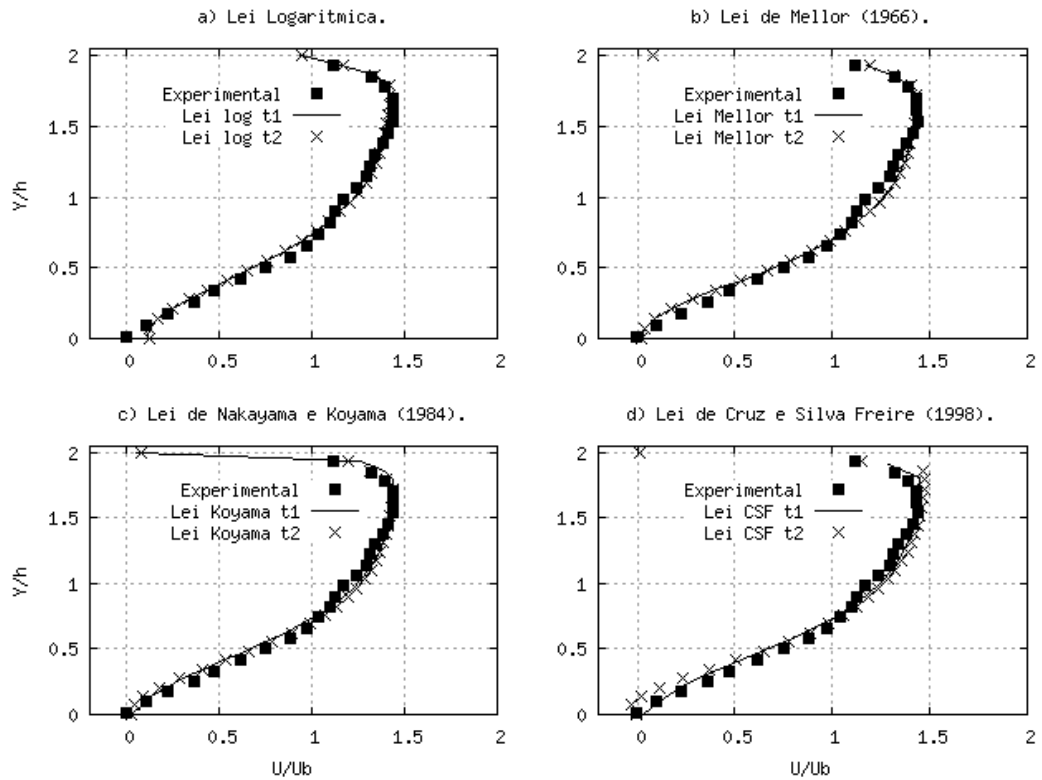


Figura 18: Perfis de velocidade experimentais e numéricos extraídos na seção 1.672 (x/h).

4.2 CAMPOS DE VELOCIDADE

Os campos de velocidade juntos com as linhas de corrente são mostrados nas figuras (19) a (26). Cada figura representa o campo de velocidade para cada lei de velocidade combinada a uma lei de temperatura. A intensidade do campo de velocidade para qualquer ponto se refere à componente horizontal da velocidade. Os campos utilizando a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982) apresentam muita semelhança entre si; as linhas de corrente também apresentam boa conformidade, exceto na região de recirculação antes da aleta para as leis de Mellor (1966) e Nakayama e Koyama (1982), onde há um conjunto de recirculações. Para os campos utilizando a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1982) há bastante similaridade entre si, assim como as linhas de corrente. A única exceção se refere ao tamanho da zona de recirculação à jusante da aleta. O tamanho para estas zonas são bem maiores para a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1982), e, especialmente para a combinação entre as leis de temperatura e velocidade de Cruz e Silva Freire, a zona de recirculação à jusante da aleta possui um formato diferenciado, estando presente também um conjunto de recirculações.

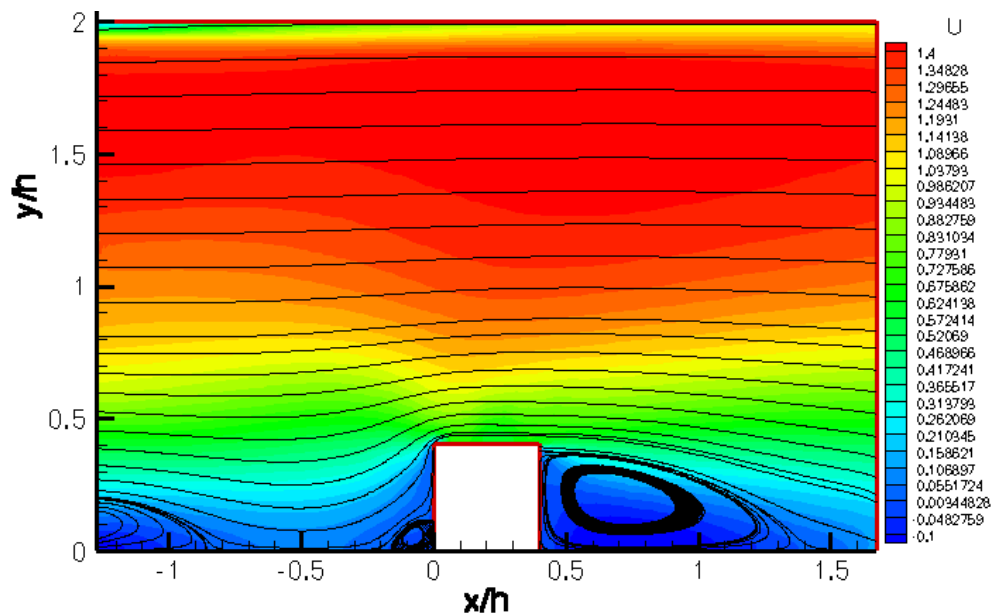


Figura 19: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

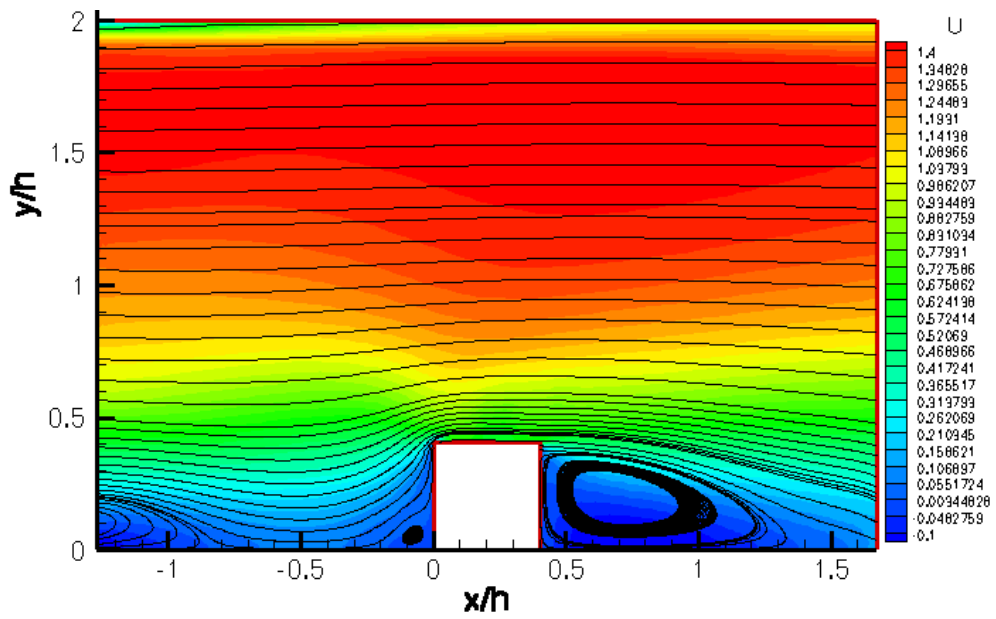


Figura 20: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

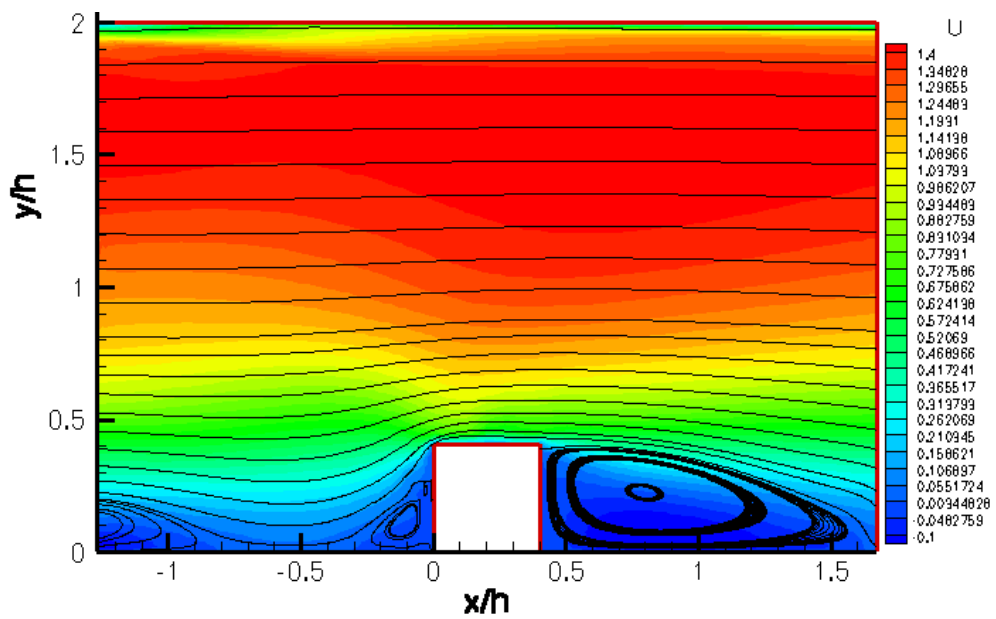


Figura 21: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

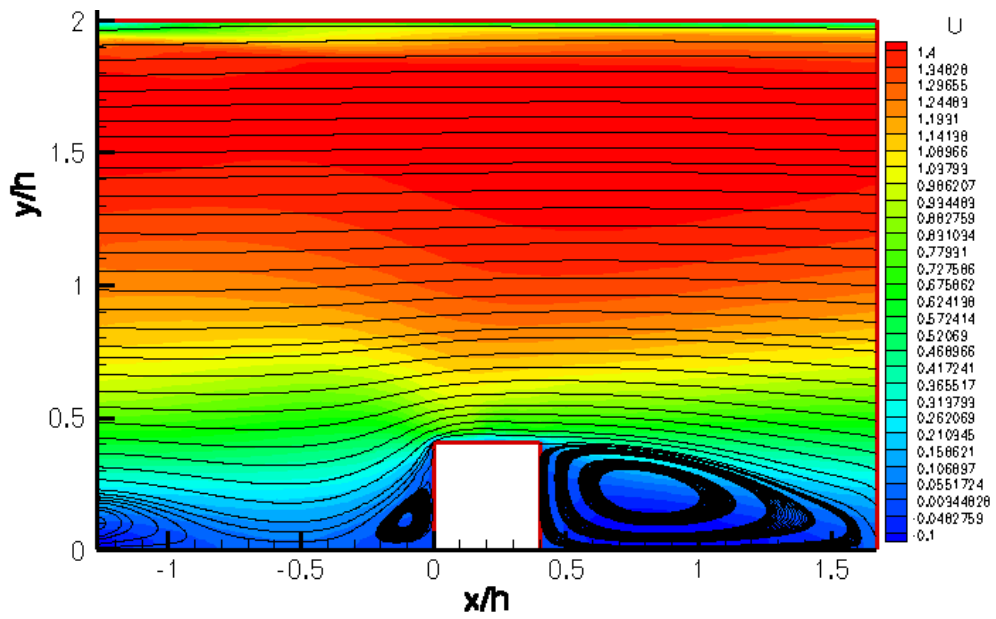


Figura 22: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

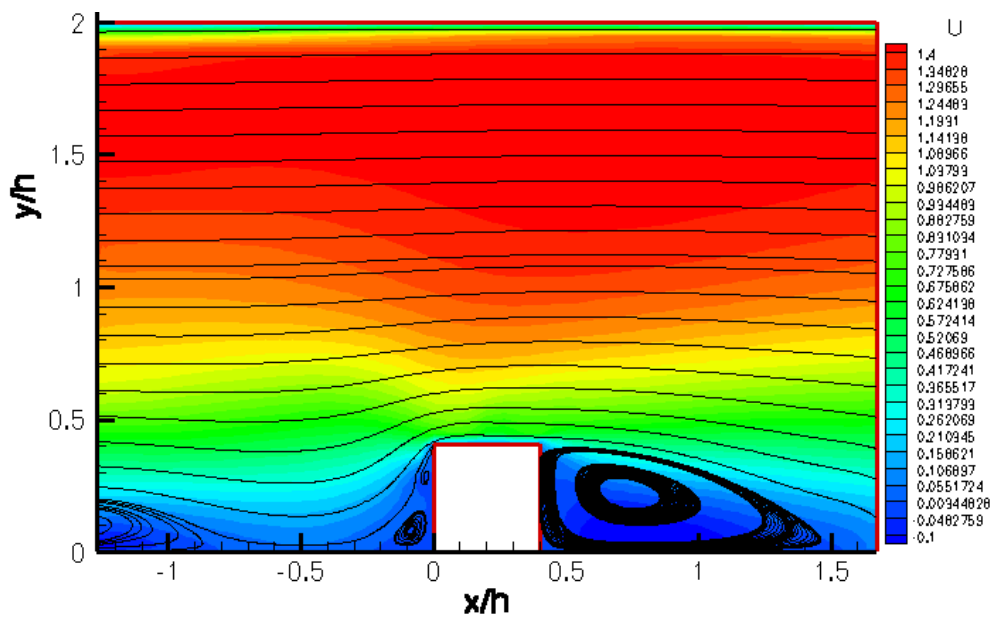


Figura 23: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

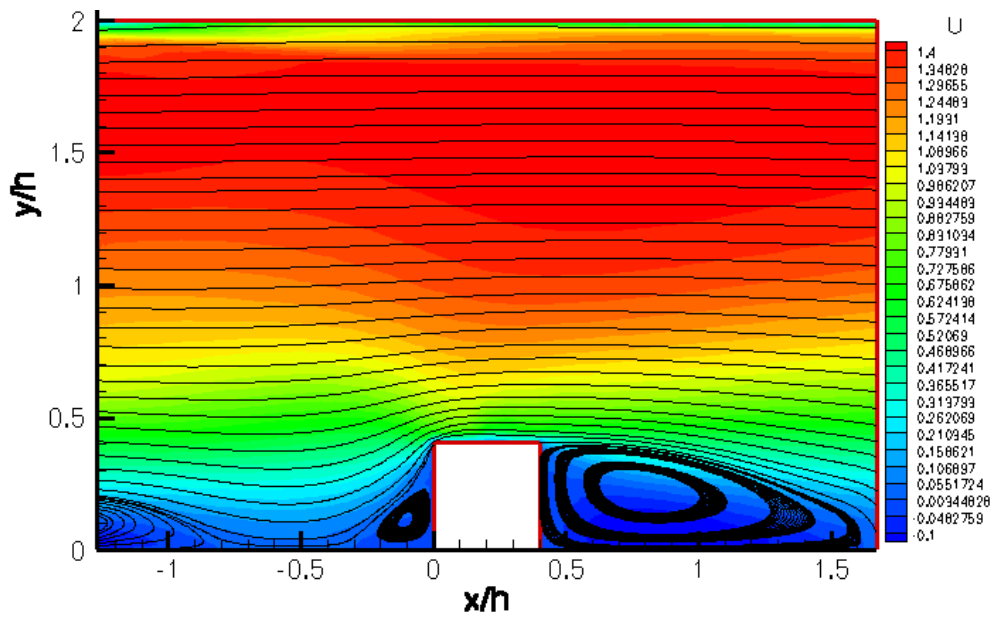


Figura 24: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

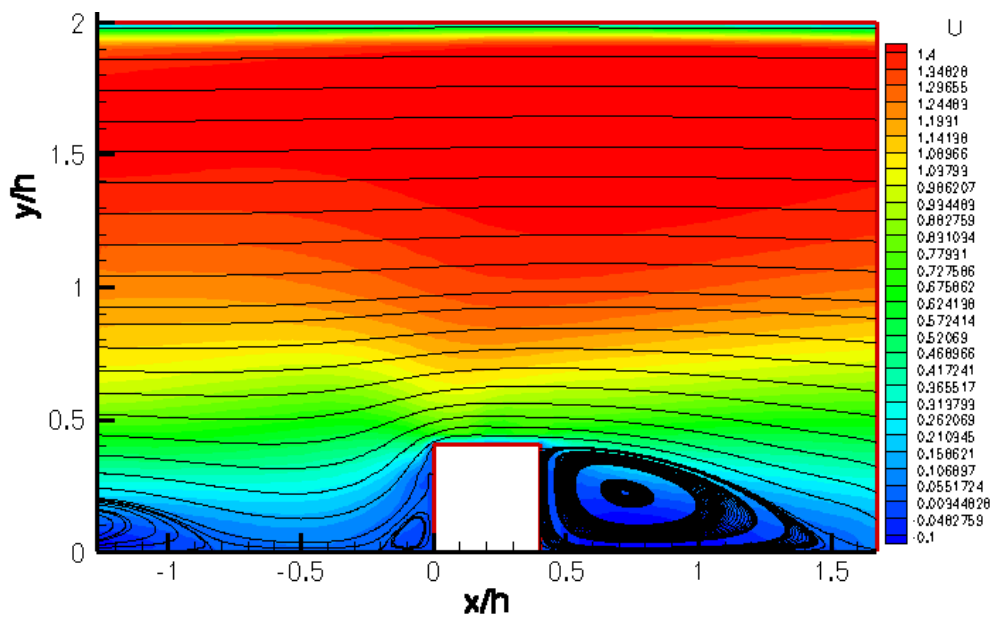


Figura 25: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

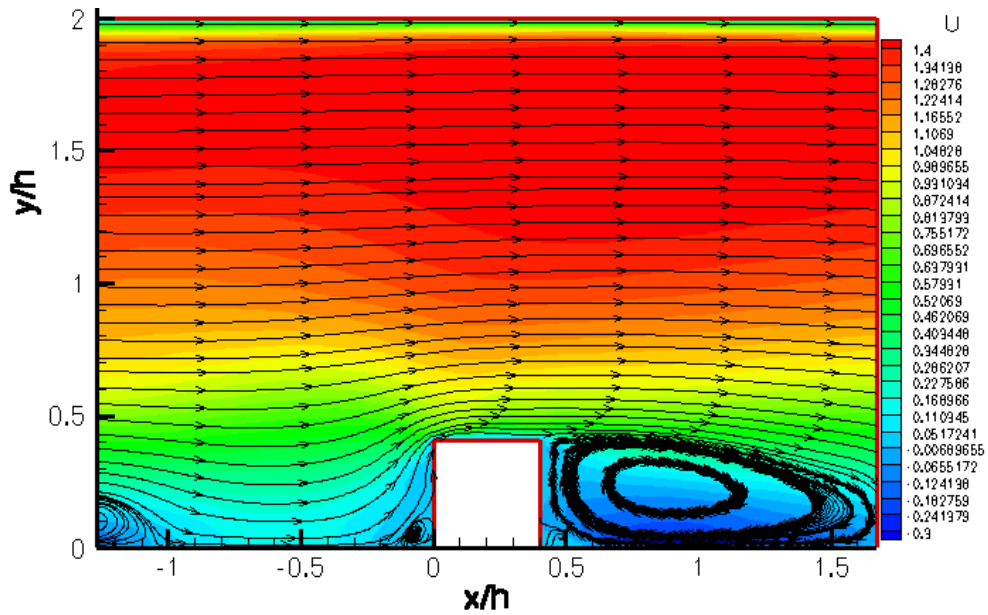


Figura 26: Campo da componente horizontal de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

4.3 CAMPOS DE PRESSÃO

Nesta subsecção são mostrados os campos de pressão para as quatro leis de parede combinadas com as duas leis de temperatura. Observa-se que para as quatro leis de parede combinadas com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982), o ponto de estagnação é o ponto de maior pressão e situa-se entre 0.3 e 0.4 (y/h). Há também uma significativa zona de baixa pressão sob a aleta devido ao aumento da velocidade sob este, exceto para a lei de Mellor. É interessante também notar que os níveis de pressão variam quase que radialmente em relação ao ponto de estagnação.

Para a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire valem quase as mesmas observações explicitadas incluindo que para ambos os casos, as magnitudes das pressões são bem similares. A grande diferença foi que, para as leis de Mellor e de Nakayama e Koyama, além da zona de alta pressão no ponto de estagnação, há relativamente uma grande zona de alta pressão à montante da aleta, próximo à parede inferior.

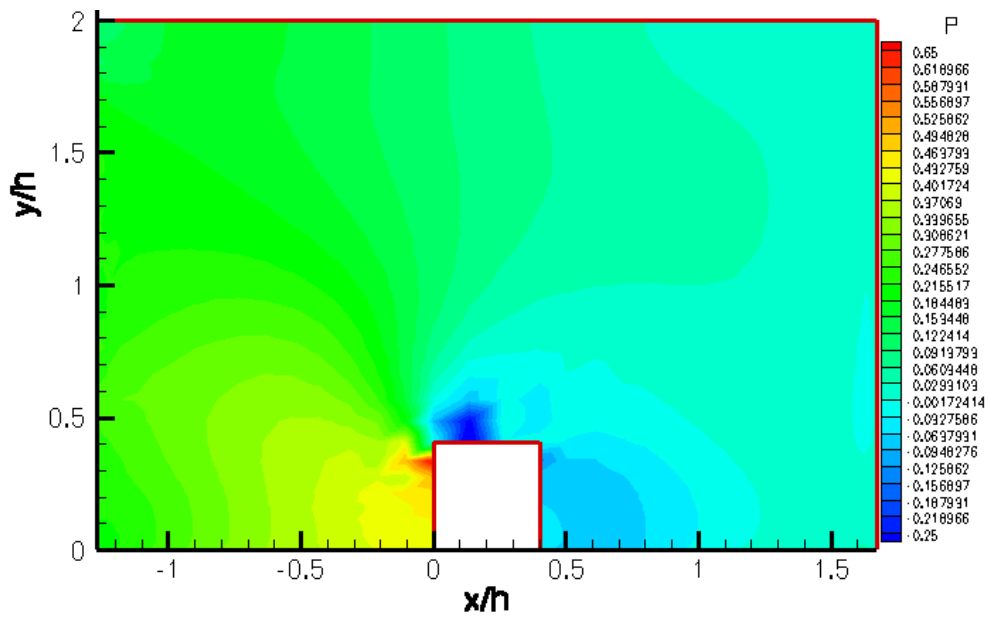


Figura 27: Campo de pressão utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

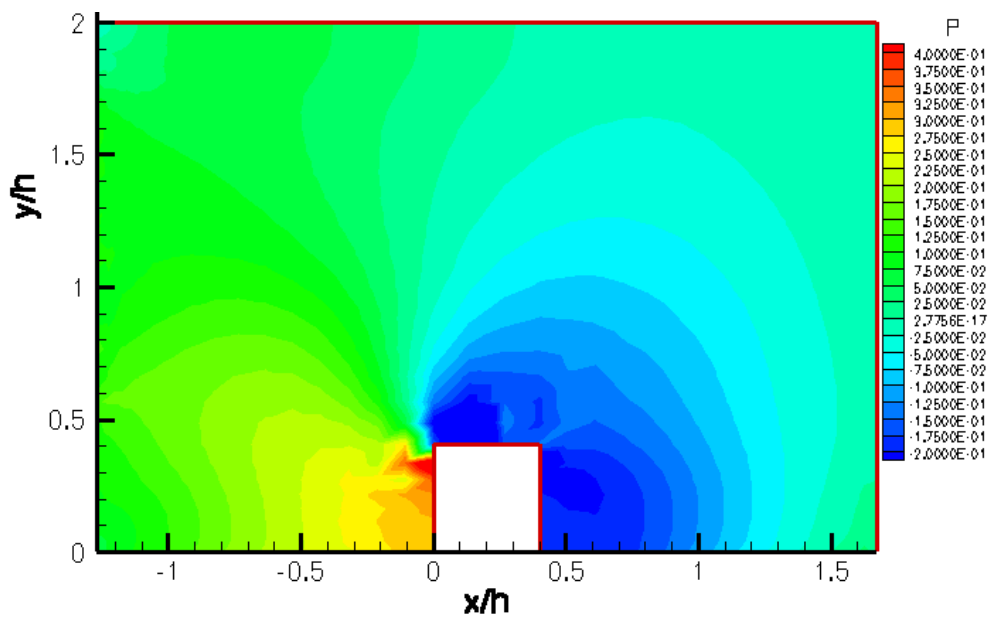


Figura 28: Campo de pressão utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

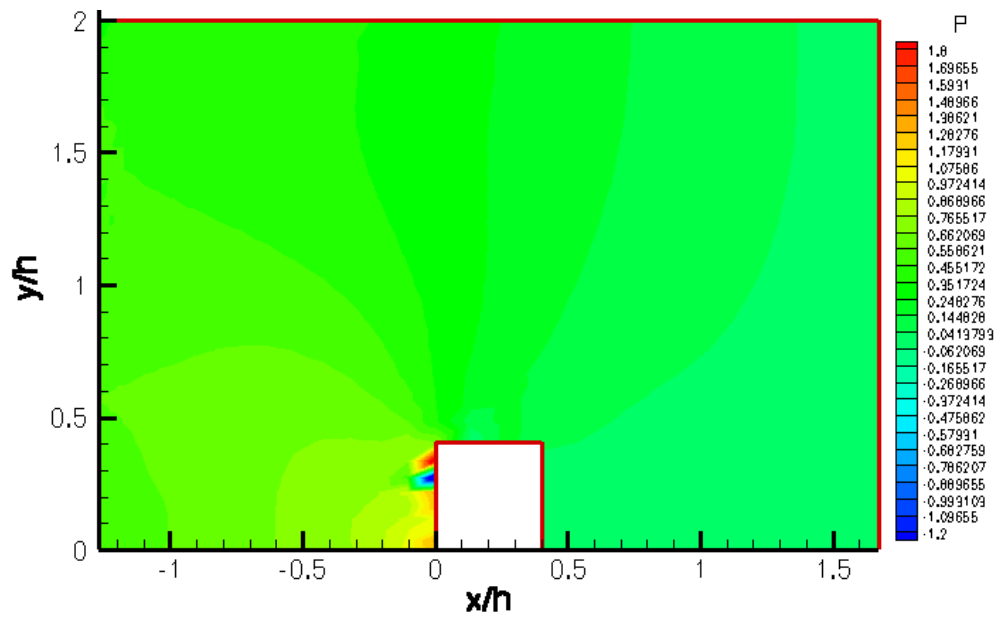


Figura 29: Campo de pressão utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

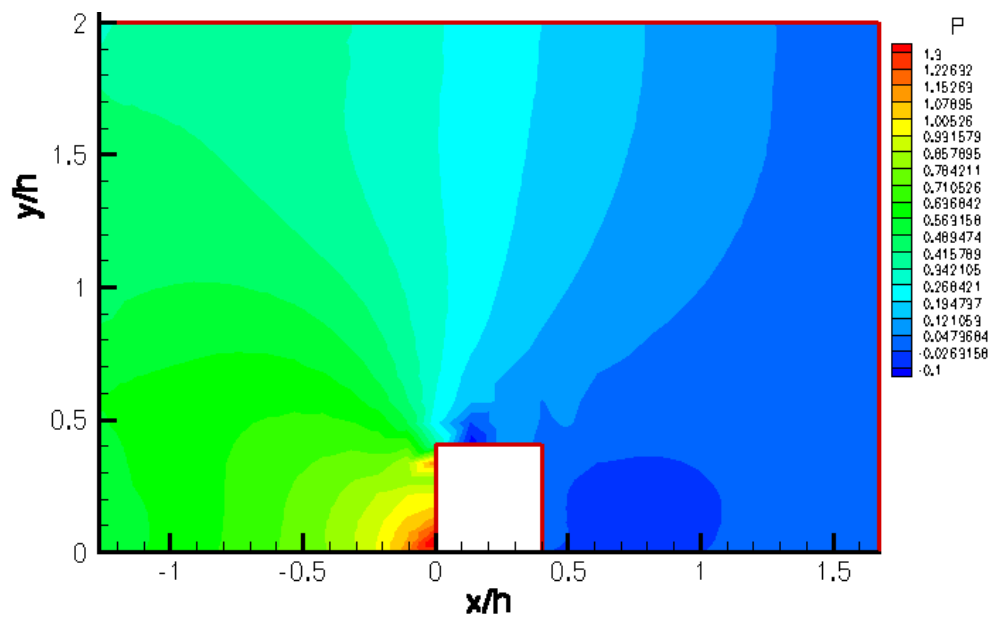


Figura 30: Campo de pressão utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

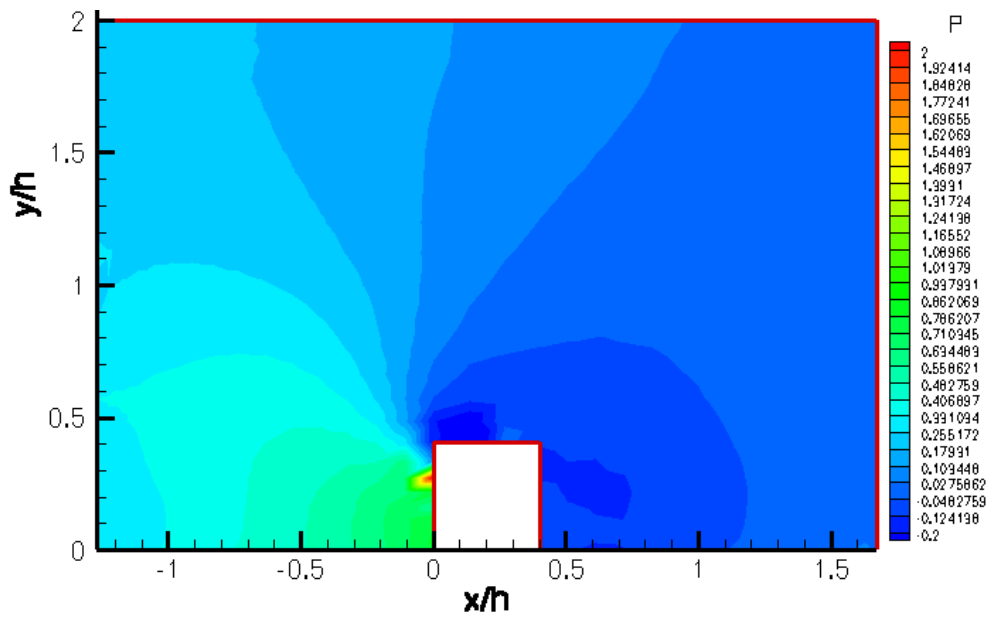


Figura 31: Campo de pressão utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

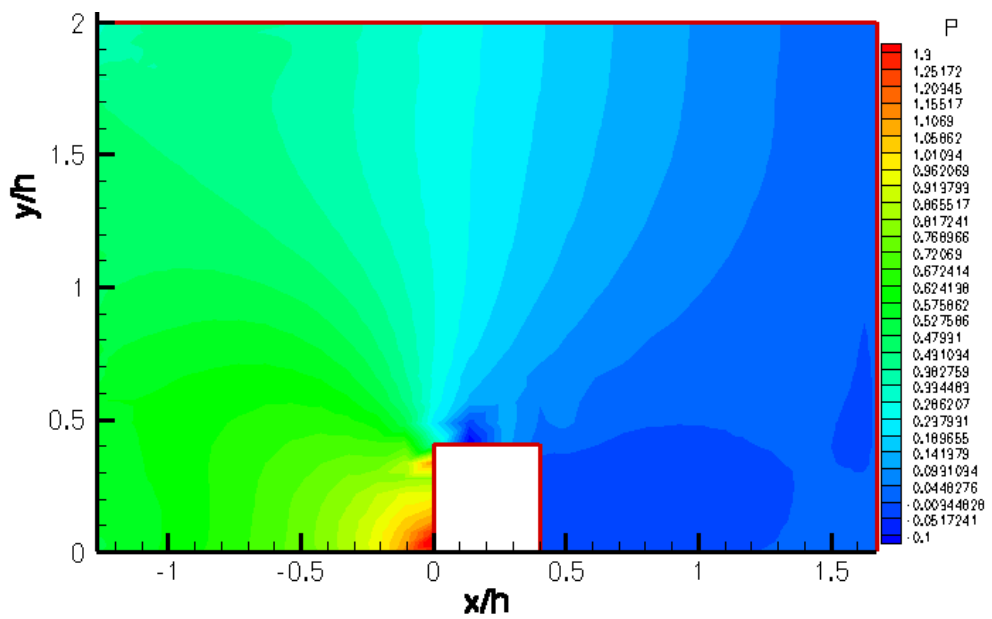


Figura 32: Campo de pressão utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

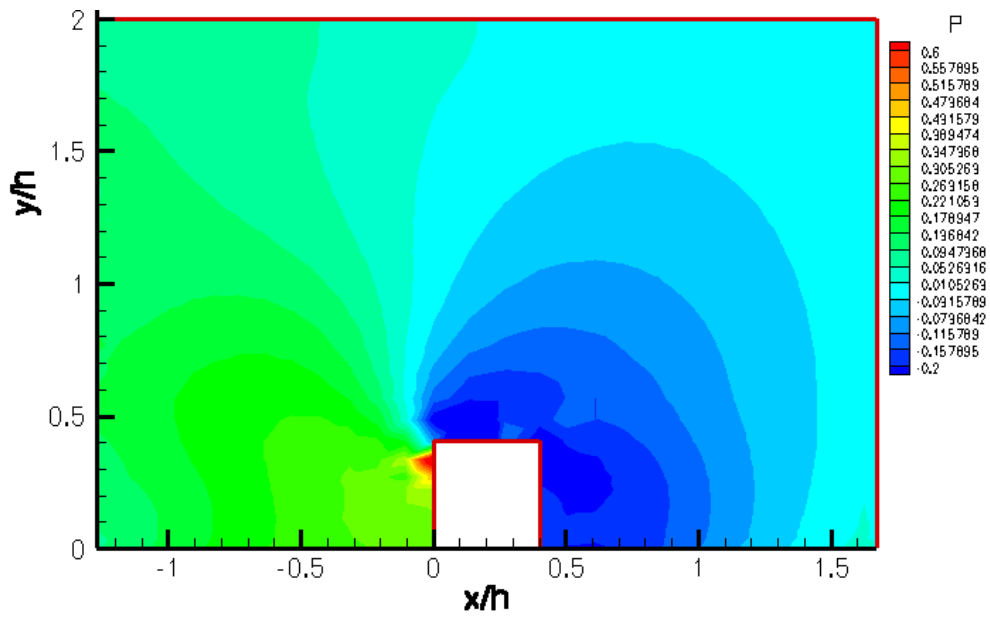


Figura 33: Campo de pressão de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

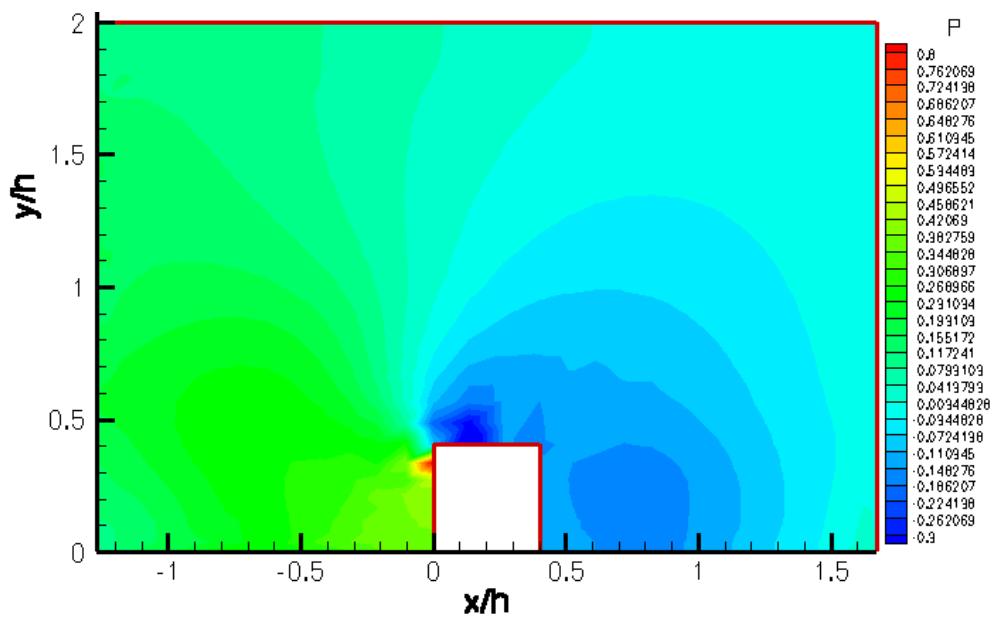


Figura 34: Campo de pressão utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

4.4 CAMPOS DE ENERGIA CINÉTICA DE TURBULÊNCIA

A seguir são mostrados os campos de energia cinética turbulenta para as quatro leis de parede combinadas com as duas leis de temperatura. Pode-se observar que o campo de energia cinética turbulenta é bem parecido para as quatro leis de velocidade. A região à montante da aleta possui os maiores valores de energia cinética de turbulência. Conseqüentemente espera-se desta região uma alta taxa de dissipação de energia, como será mostrado na próxima subsecção.

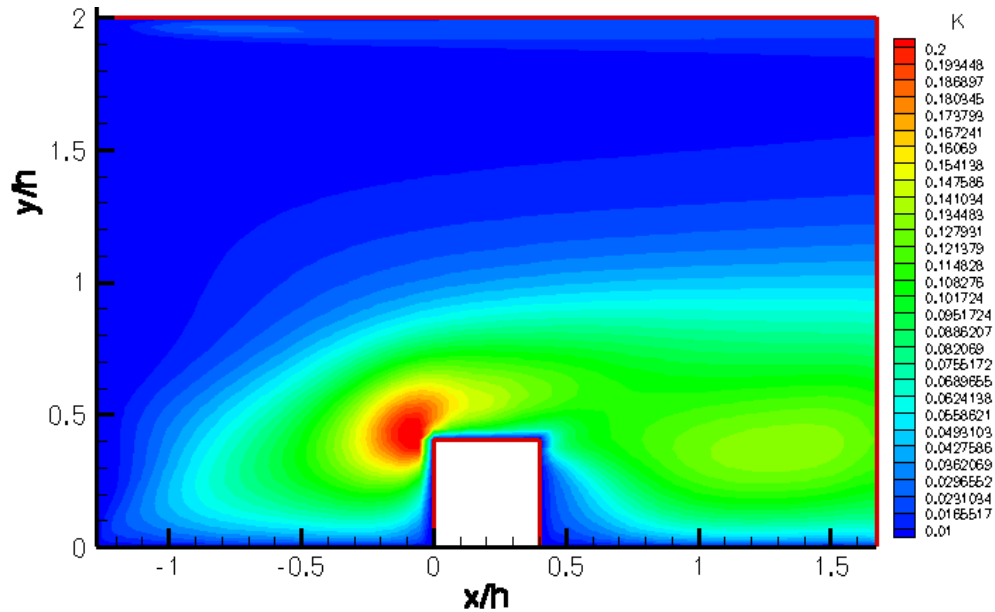


Figura 35: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

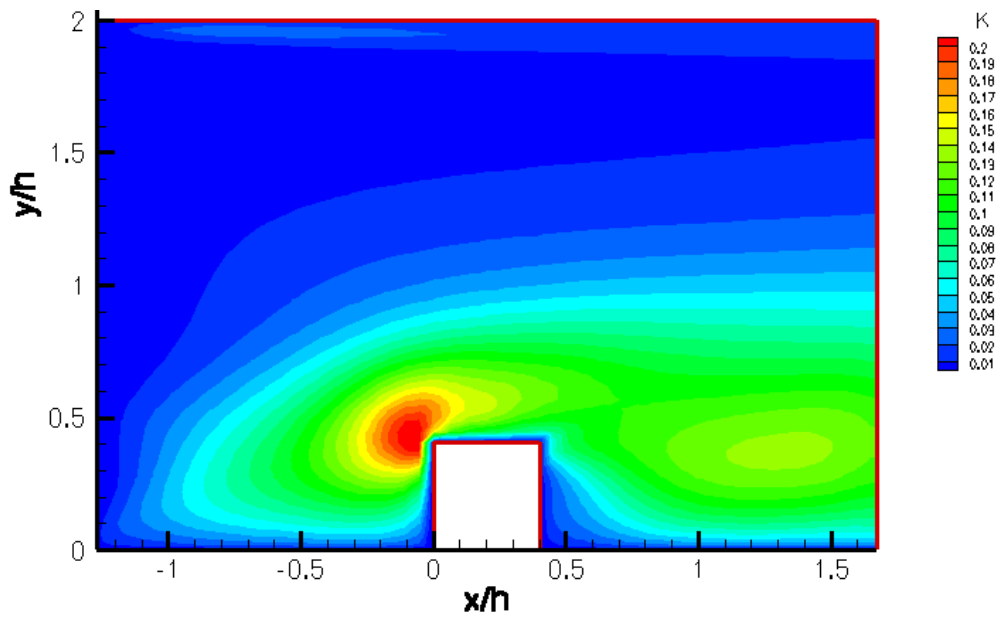


Figura 36: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

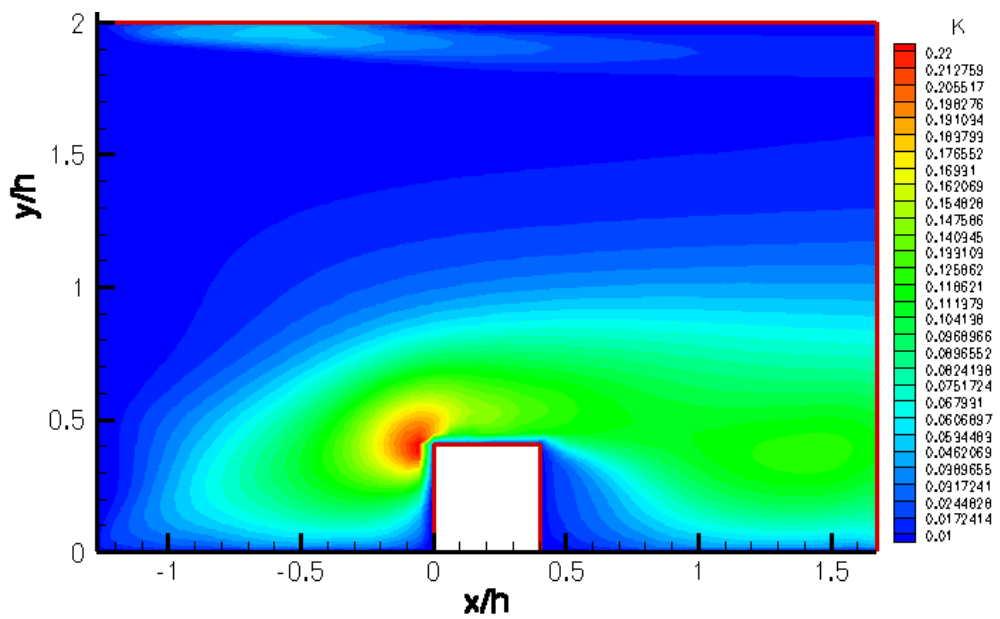


Figura 37: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

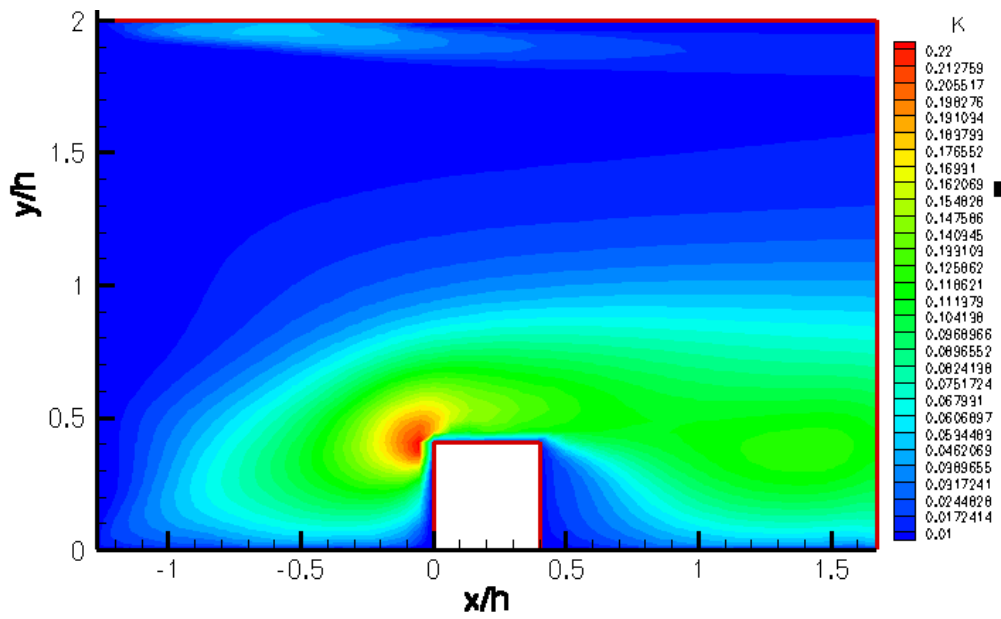


Figura 38: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

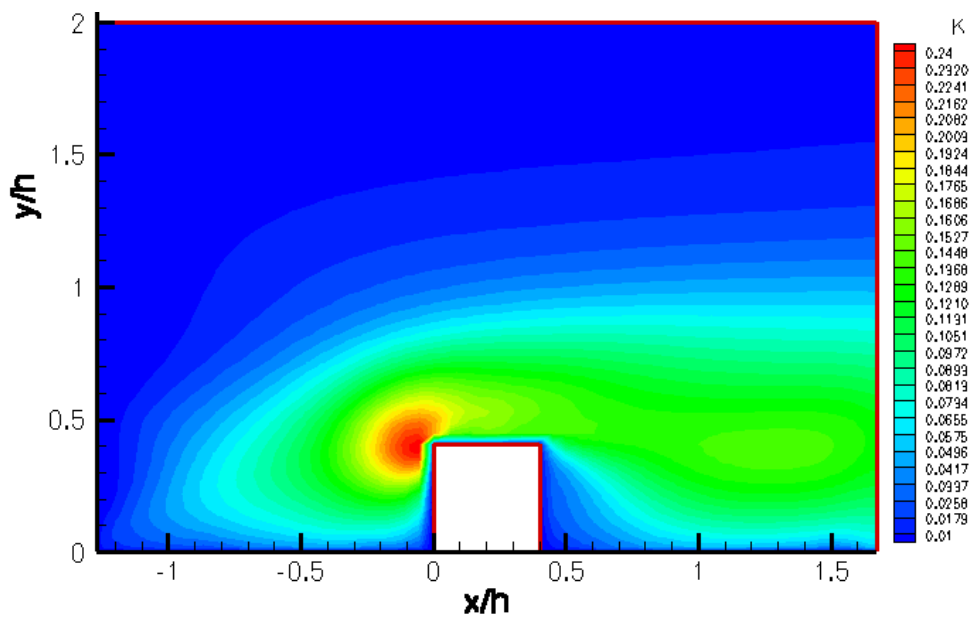


Figura 39: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

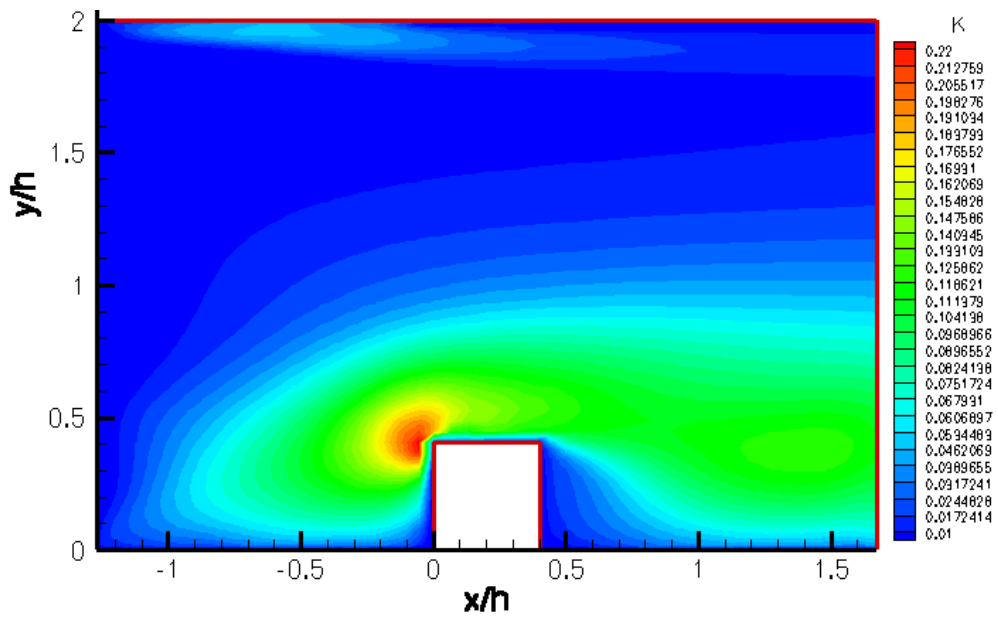


Figura 40: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

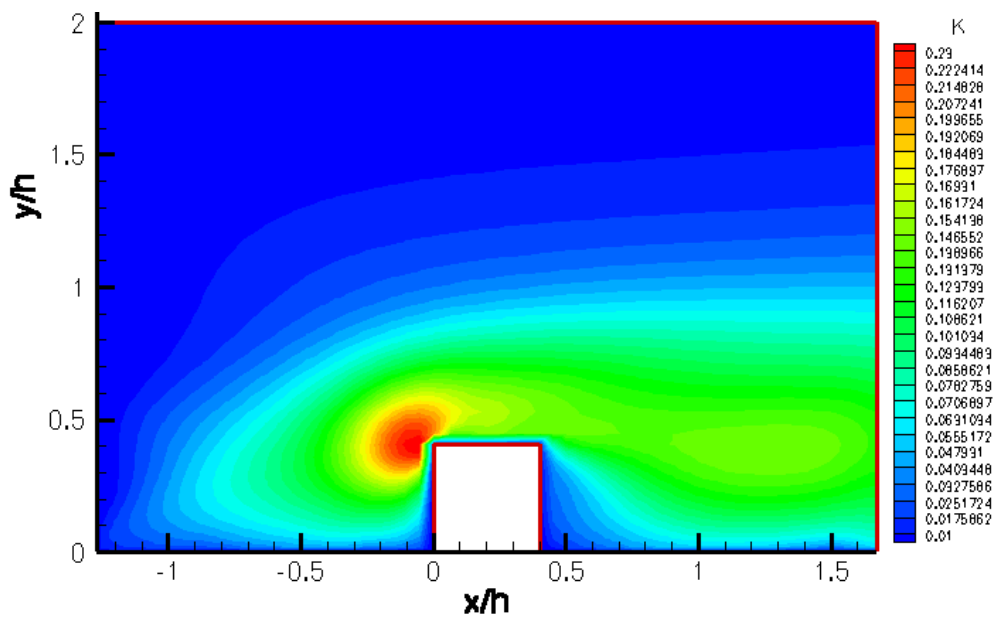


Figura 41: Campo de energia cinética de turbulência de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

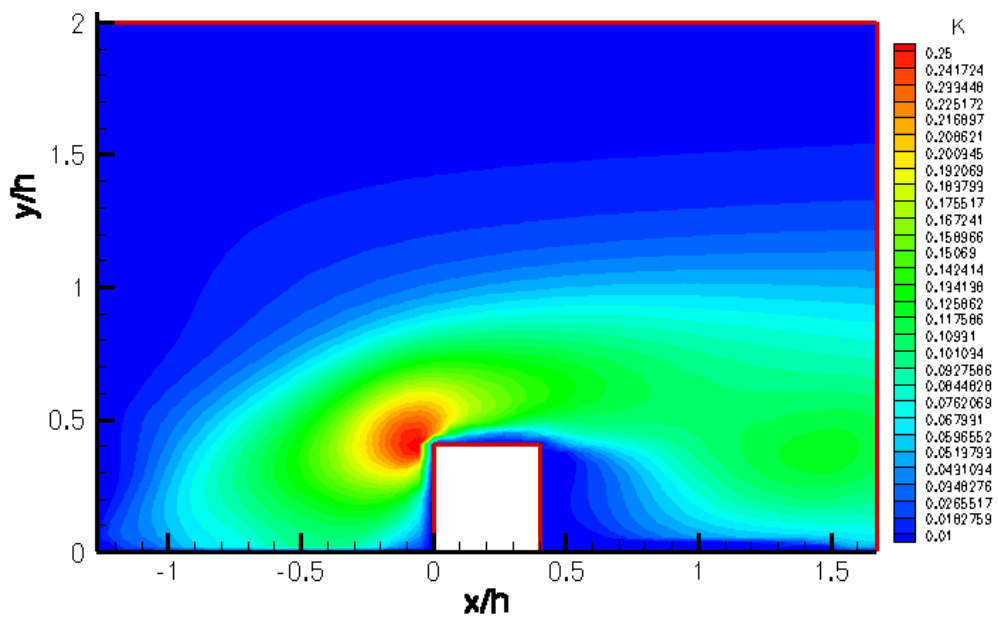


Figura 42: Campo de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

4.5 CAMPOS DE DISSIPACÃO DE ENERGIA CINÉTICA DE TURBULÊNCIA

Nesta subseção são mostrados os campos de dissipação energia cinética turbulenta para as quatro leis de parede combinadas com as duas leis de temperatura. Como foi comentado na seção anterior, onde há produção de energia cinética há dissipação, isto pode ser notado das figuras. Nota-se também que para as demais leis de parede, com exceção à lei de parede logarítmica clássica, a região de maior dissipação é justamente dentro da camada limite.

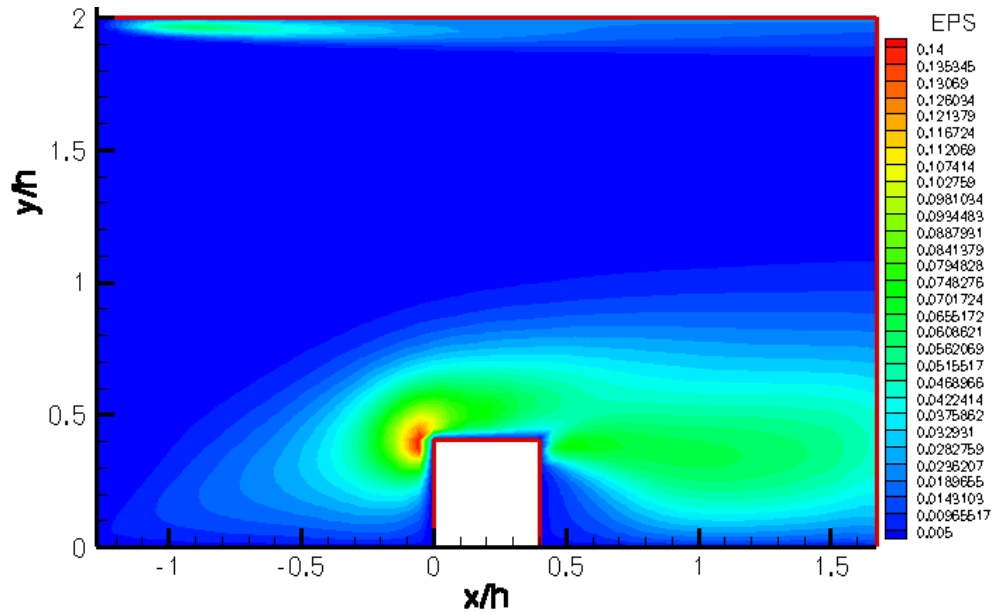


Figura 43: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

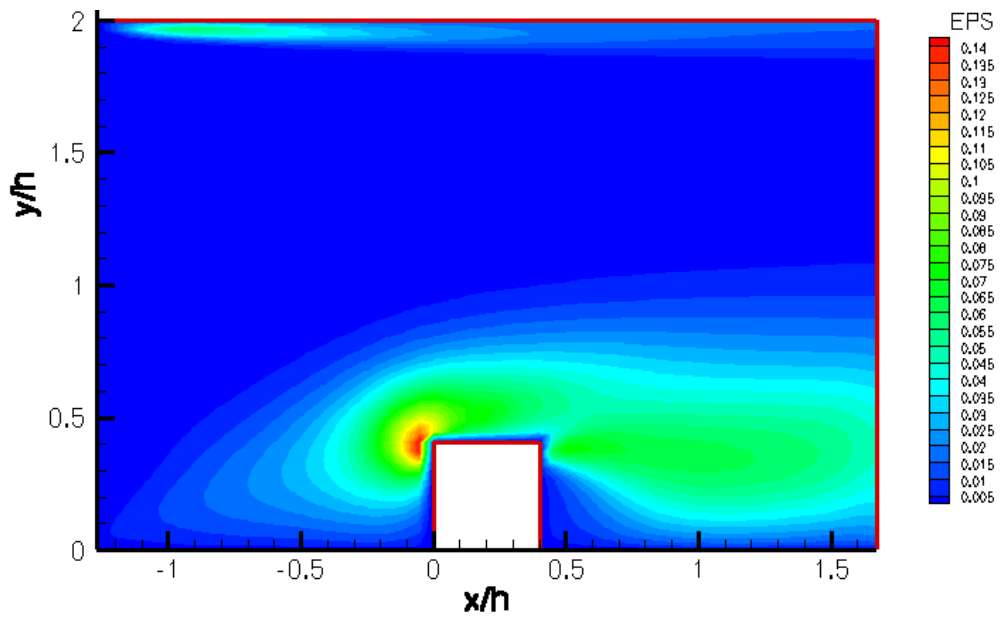


Figura 44: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

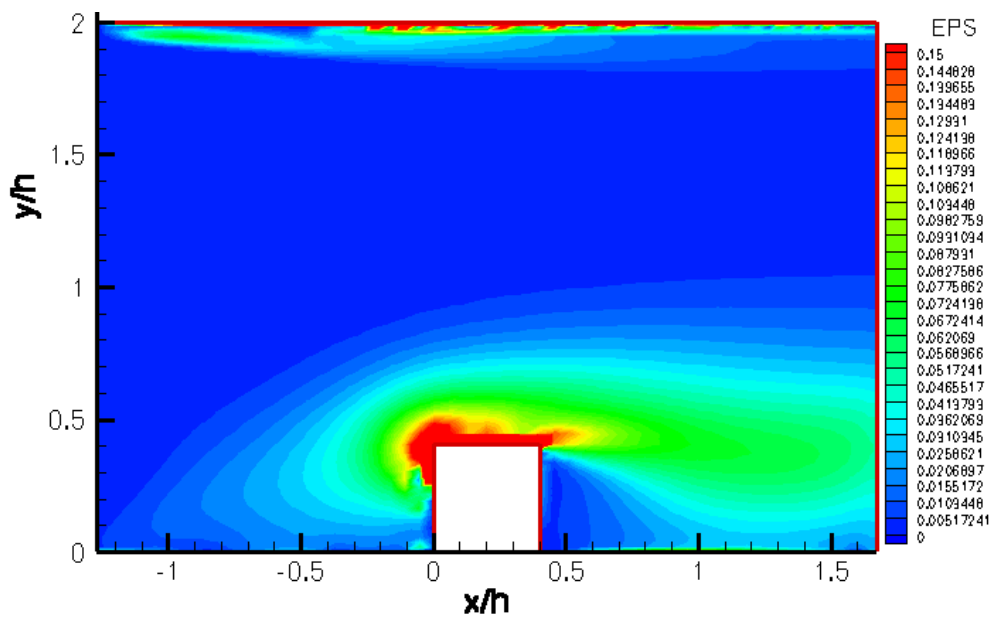


Figura 45: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

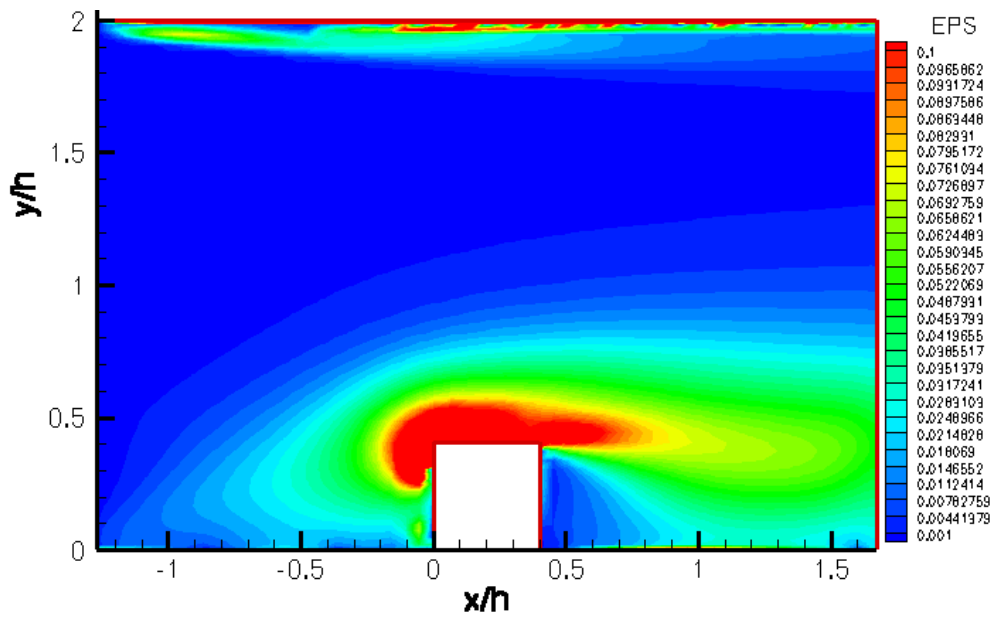


Figura 46: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

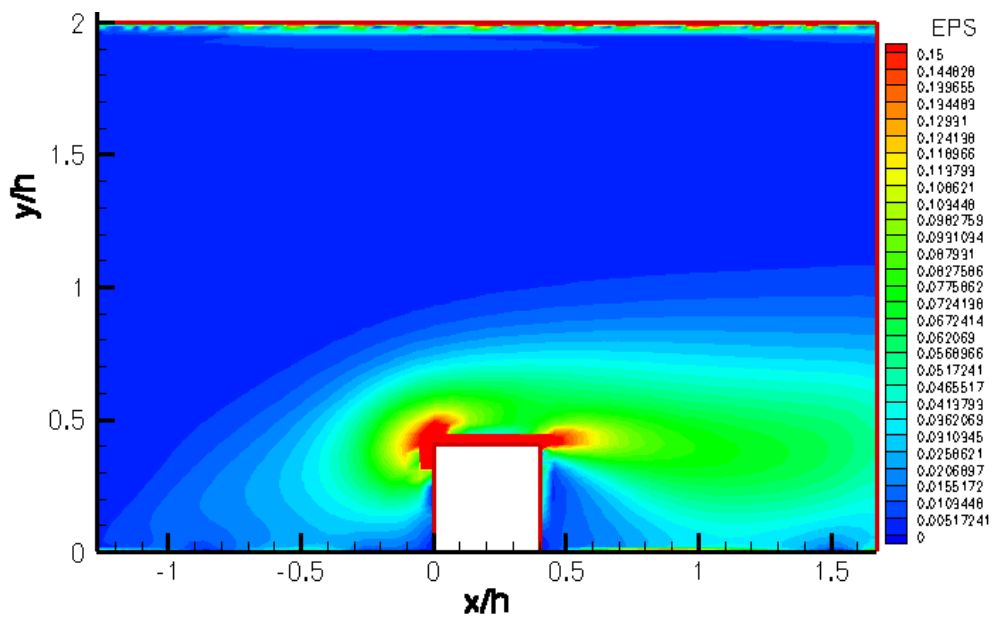


Figura 47: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

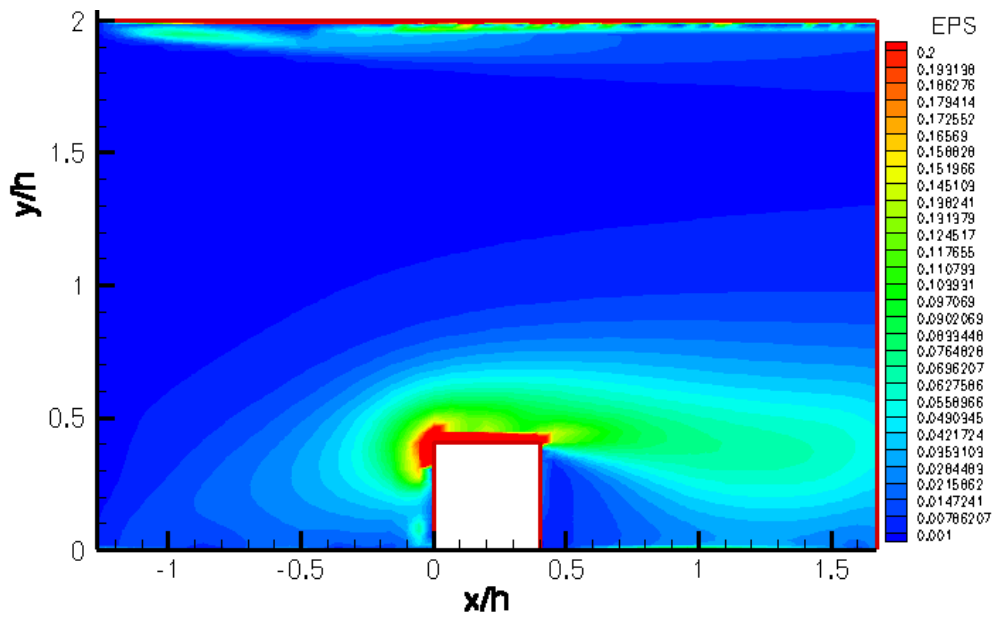


Figura 48: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

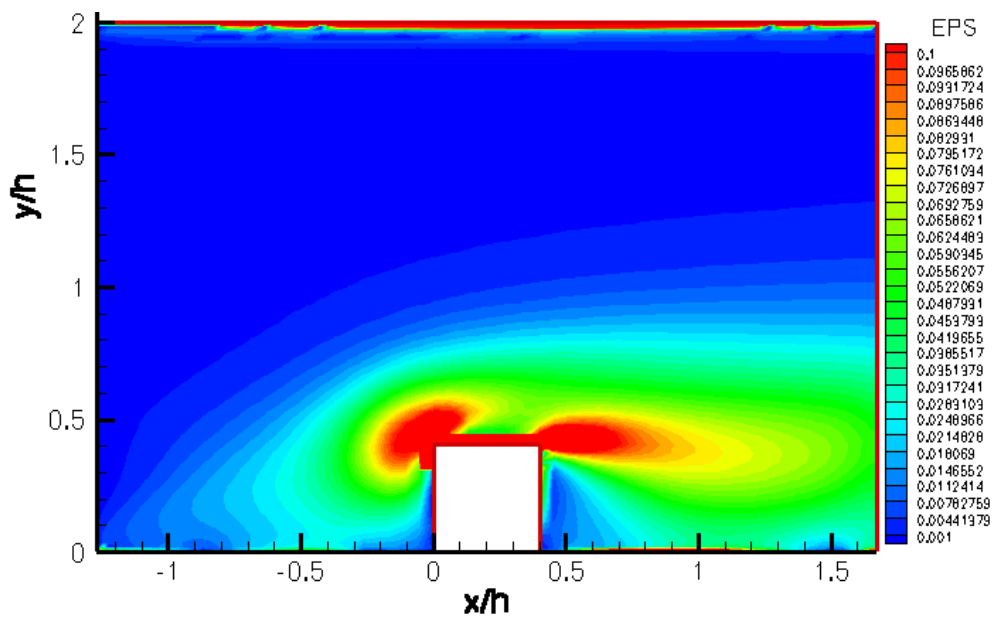


Figura 49: Campo de dissipação de energia cinética de turbulência de velocidade utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

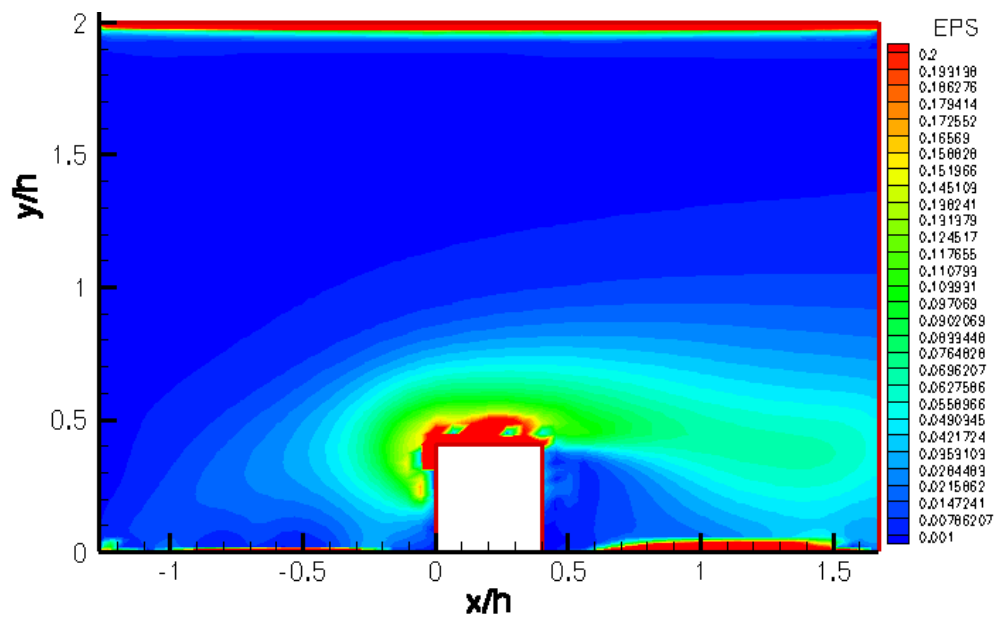


Figura 50: Campo de dissipação dissipação de energia cinética de turbulência utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

4.6 CAMPOS DE TEMPERATURA

Nesta seção são mostrados os campos de dissipação energia cinética turbulenta para as quatro leis de parede combinadas com as duas leis de temperatura. Pode-se notar que há um intenso gradiente de temperatura à jusante da aleta após a simulação adquirir a "condição permante". A partir da visualização das figuras, não é difícil chegar à conclusão de que a transferência de calor ocorre em quase sua totalidade onde há este gradiente de temperatura. O caso em que há maior acentuação do gradiente pode ser observado na fig. (58).

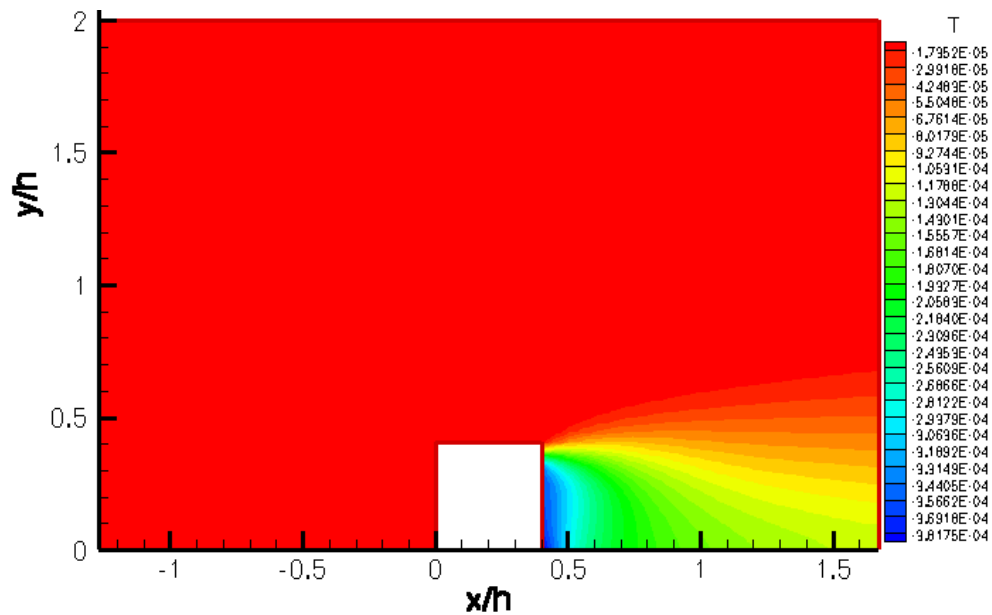


Figura 51: Campo de temperatura utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

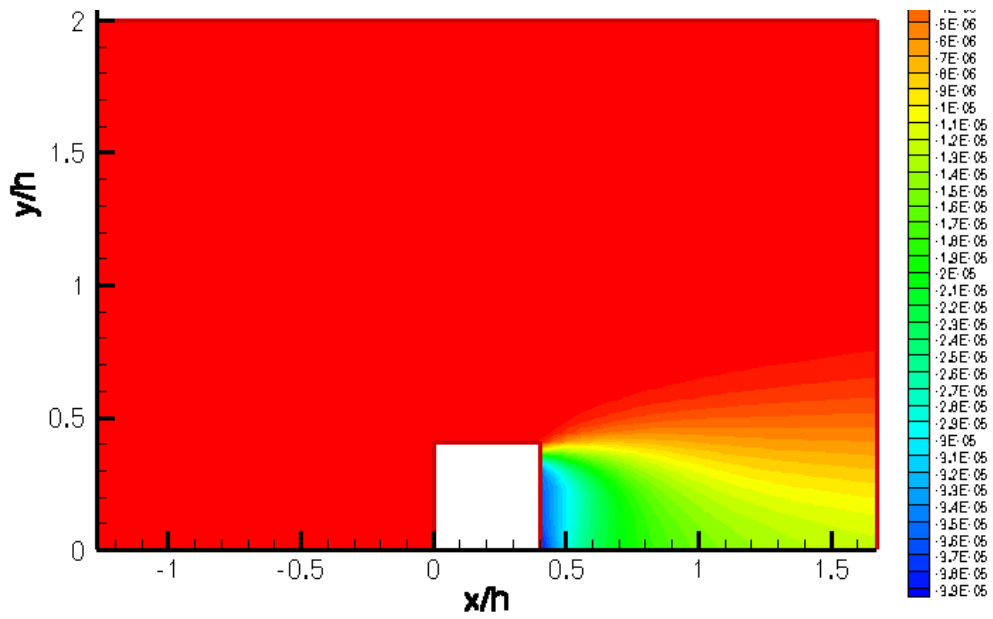


Figura 52: Campo de temperatura utilizando a lei logarítmica clássica combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

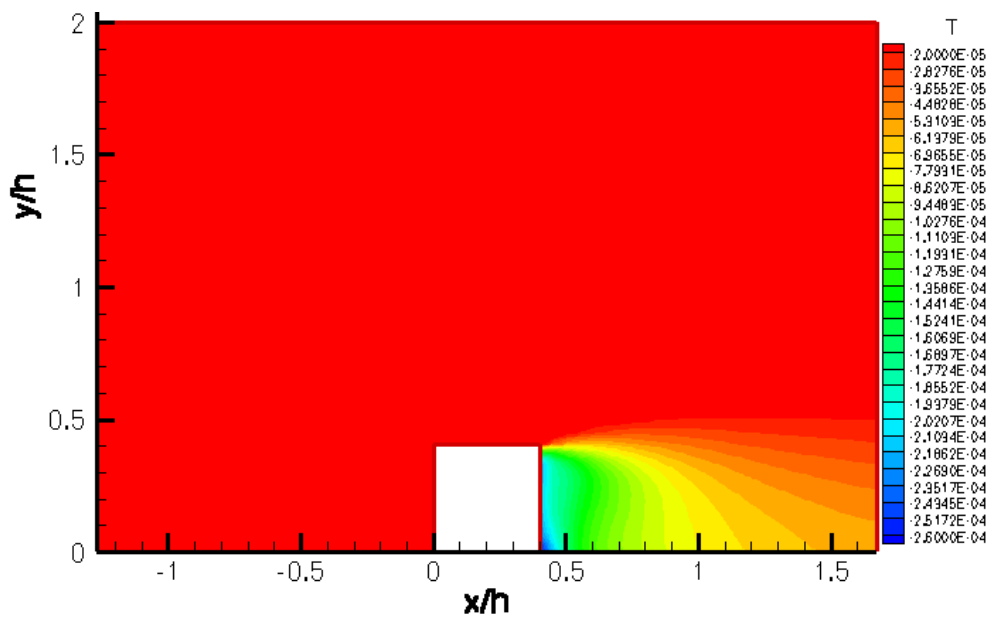


Figura 53: Campo de temperatura utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

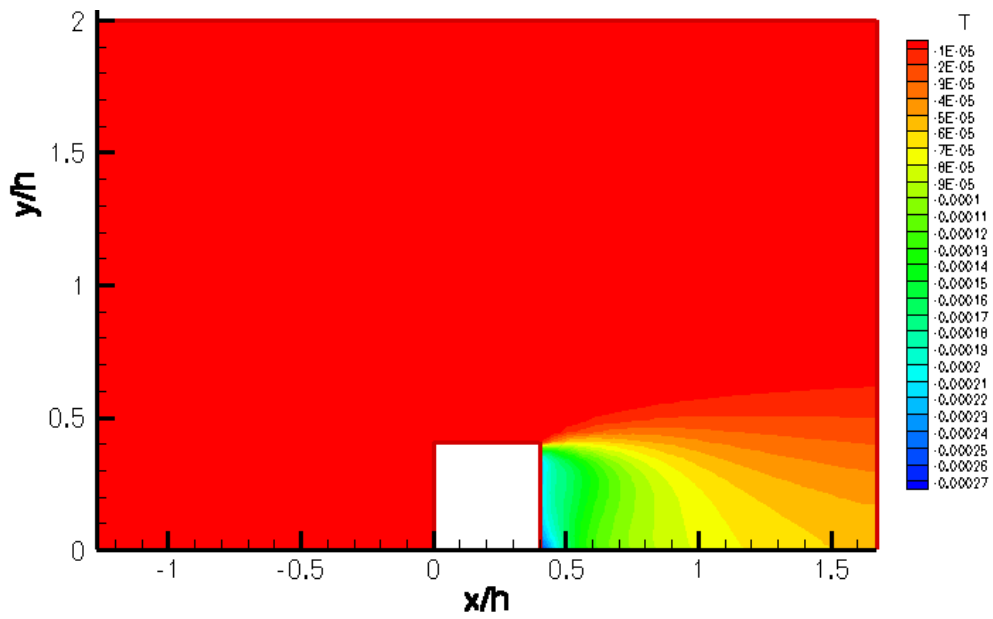


Figura 54: Campo de temperatura utilizando a lei de Mellor (1966) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

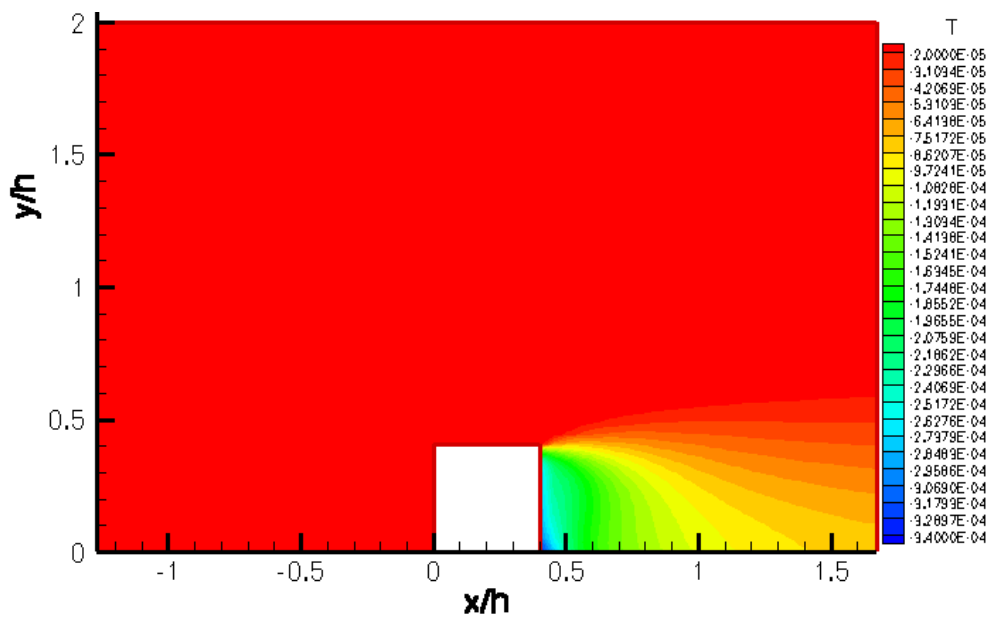


Figura 55: Campo de temperatura utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

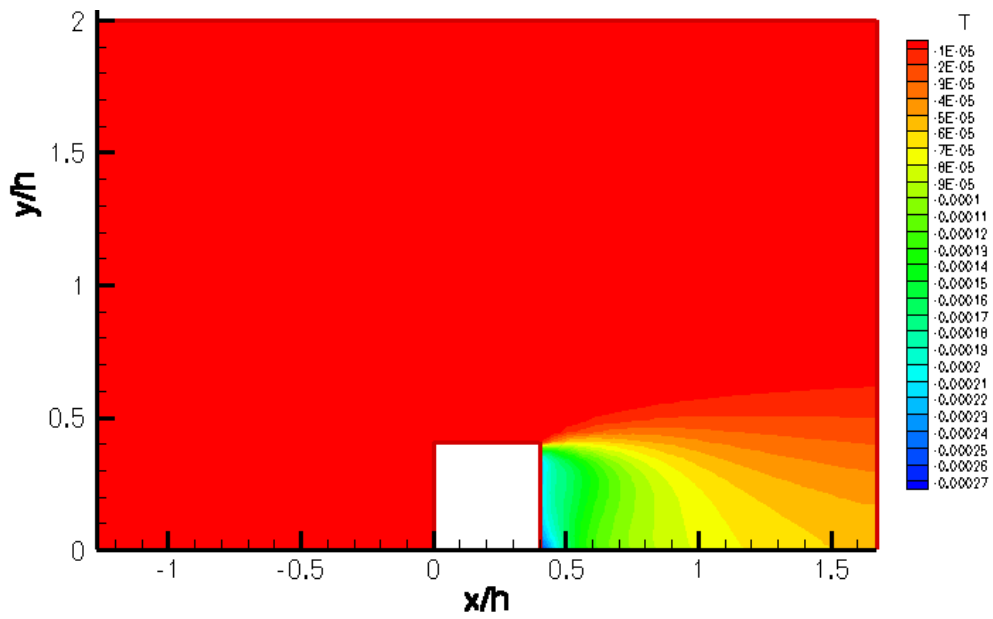


Figura 56: Campo de temperatura utilizando a lei de Nakayama e Koyama (1984) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

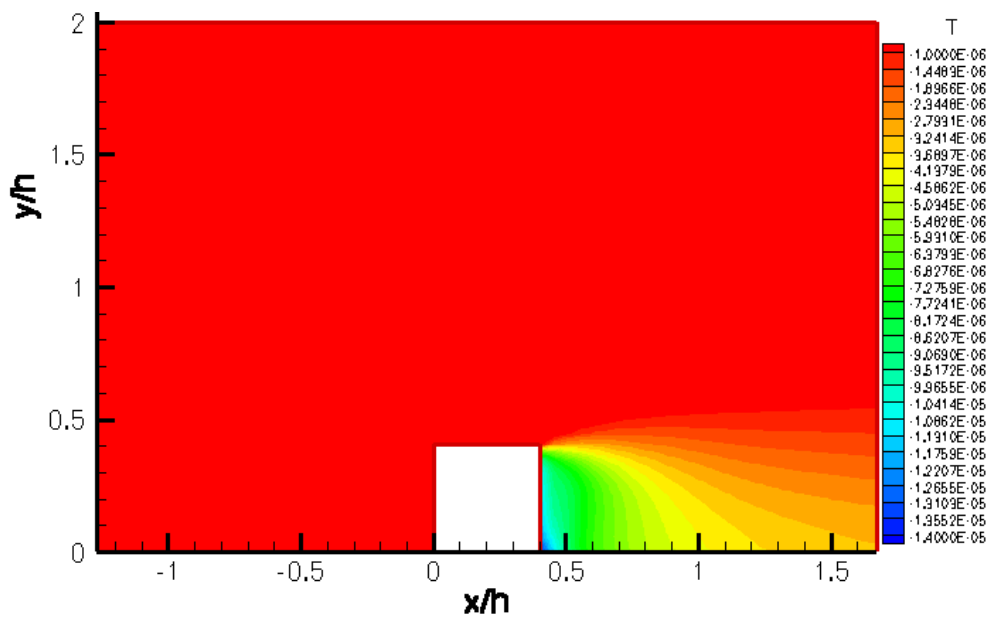


Figura 57: Campo de temperatura utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cheng e Ng (1982).

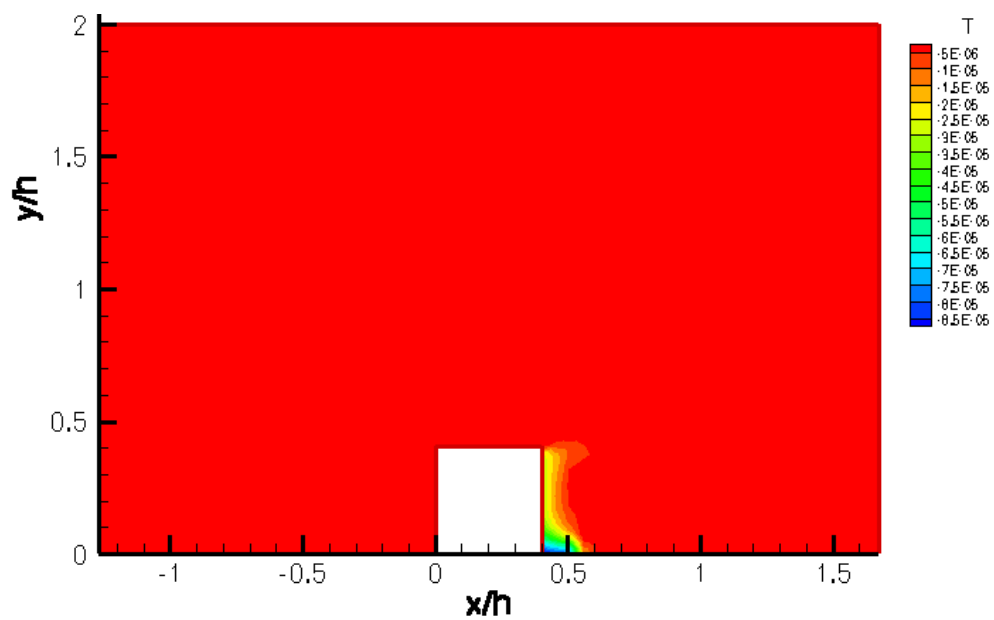


Figura 58: Campo de temperatura utilizando a lei de Cruz e Silva Freire para velocidade (1998) combinada com a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire (1998).

5 CONCLUSÃO

Da comparação qualitativa dos perfis de velocidade, verifica-se que a lei de Mellor mais se aproxima dos resultados experimentais, aplicando ambas leis de temperatura. Mesmo necessitando menos iterações para convergência. Pode-se verificar nos perfis que a lei de parede Cruz e Silva Freire não apresentou bons resultados com relação aos dados experimentais. Mesmo aplicando a a sua própria lei de temperatura, os resultados ainda se desviam muito. A aplicação das leis de temperatura só influenciam os resultados das leis de parede de Nakayama e Koyama e de Cruz e Silva Freire: Em relação ao primeiro, há uma melhora ao utilizar a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire; em relação ao segundo, há uma piora ao utilizar a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire.

As leis de Mellor e de Nakayama e Koyama apresentam, utilizando a lei de temperatura de Cheng e Ng, um conjunto de recirculações a montante da aleta. Apesar desta diferença, os campos de velocidade e as linhas de corrente utilizando a lei de Cheng e Ng apresentam boa conformidade entre si. Ao utilizar a lei de temperatura de Cruz e Silva Freire, nota-se que à jusante da aleta, as zonas de recirculação aumentam de tamanho, em comparação ao uso da lei de Cheng e Ng. Porém, os campos de velocidade ainda são bastante similares.

Os campos de energia cinética turbulenta estão muito próximos entre si para todas as leis. Porém nota-se que, para todas as leis de parede, exceto a lei de parede logarítmica clássica, independentemente da lei de temperatura aplicada, a região que mais dissipa energia cinética está dentro da camada limite.

Ao atingir a convergência, nota-se que um intenso gradiente de temperatura é formado à jusante da aleta e somente nesta região.

A lei logarítmica mesmo sendo mais simples, apresenta resultados excelentes, se comparados com as outras leis de parede. A lei de parede Cruz e Silva Freire foi a lei cuja utilização foi extremamente difícil e apresentou os piores resultados. Porém, de maneira geral, mesmo que uma lei tenha apresentado melhor resultado com relação a outra, a diferença entre elas não foi significativamente grande.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bejan, A., 1994, "Convective Heat Transfer", John Wiley and Sons, USA.
- Buffat, M., 1981, "Formulation moindre carrés adaptées au traitement des affects convectifs dans les équation de Navier-Stokes". Doctorat thesis. Université Claude Bernard, Lyon, France.
- Brun, G., 1988, "Developpement et application dt'unemethode dt'elements finis pour le calcul des ecoulements turbulents fortement chauffes", Doctorat thesis, Laboratoire de Mécanique des Fluides, Escola Central de Lyon.
- Cheng, R.K. and Ng. T.T., 1982 "some aspects of strongly heated turbulent boundary layer flow". *Physicis of Fluids*, vol. 25(8).
- Cruz, D.O.A., Silva Freire, A.P., 1998, "On single limits and the asymptotic behavior of separating turbulent boundary layers", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 41, no 14, pp. 2097-2111.
- Favre, A., 1965, "Equations de gaz turbulents compressibles". *Journal de mecanique*, vol. 3 e vol. 4.
- Fontoura Rodrigues, J.L.A., 1990, "Méthode de minimisation adaptée à la technique des éléments finis pour la simulation des écoulements turbulents avec conditions aux limites non linéaires de proche paroi", Docotorat thesis, Ecole Centrale de Lyon, France.
- Gontijo, R.G., Fontoura Rodrigues, J.L.A., 2007, "Numerical modeling of a turbulent flow over a 2D channel with a rib-roughnede wall", *International Congress of Mechanical Engineering; COBEM 2007-1814*.
- Jones, W. and Launder, B.E., 1972, "The predication of laminarization with a two equations model of turbulence", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.3, pp. 301-314.
- Launder, B.E. and Spalding, D.B., 1974, "The numerical computation of turbulent flows", *Computational Methods in Applied Mechanical Engineering*, vol. 3, pp.269-289.
- Liou, T.M. and Hwang, J.J, "Turbulent heat transfer augmentation and friction in periodic fully developed channel flows", *Journal of Heat Transfer*, Vol.114, pp.56-64, 1992.
- Mellor, G.L., 1996, "The effects of pressure gradients on turbulent flow near a smooth wall", *Journal of Fluid Mechanics*, vol.24, no2, pp. 255-274.
- Nakayama, A., Koyama, H., 1984, "A wall law for turbulent boundary layers in adverse pressure gradients", *AIAA Journal*, vol. 22, no 10, pp. 1386-1389.
- Reynolds, O., 1895, "On The Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterium", *Philosophical Transcations of the Royal Society of London, Series A, Vol 186*, p. 123.
- S.V. Patankar, C.H Liu, and E.M. Sparrow. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross sectional area. *J. Heat Transfer*, 99:180-186,1977.