



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DINÂMICA LINEAR DE
AEROGERADORES OFFSHORE**

Por,
Pedro Varella Barca Guimarães

Brasília, 16 de Dezembro de 2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DINÂMICA LINEAR DE
AEROGERADORES OFFSHORE**

POR,

Pedro Varella Barca Guimarães

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico.

Banca Examinadora

Prof^a. Suzana Moreira Avila, UnB/ FGA
(Orientador)

Prof. Marcus Vinícius Girão de Moraes, UnB/ ENM
(Co-orientador)

Prof^a. Maura Angélica Milfont Schzu, UnB/ FGA

Prof^a. Aline Souza de Paula, UnB/ ENM

Brasília, 16 de Dezembro de 2013

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha família, amigos, namorada e orientadora, que me deram forças e me incentivaram a não desistir. Dedico especialmente ao meu falecido irmão mais novo que, mesmo sendo principal motivo de minhas dificuldades, em diversos momentos demonstrou orgulho em mim e interesse em minhas pesquisas.

Pedro Varella Barca Guimarães

A energia eólica apresenta-se, atualmente, como uma das fontes de energia em rápido desenvolvimento e implementação em todo o mundo. O projeto, construção e manutenção dos chamados parques eólicos ainda apresentam muitos desafios para os engenheiros e pesquisadores. Neste contexto, encontram-se os chamados aerogeradores offshore: turbinas eólicas instaladas no mar próximas à costa que, entre outras vantagens, aproveitam o fato do vento nestas regiões ser mais intenso e consistente com menor turbulência. Uma das concepções deste tipo de aerogerador é a turbina eólica flutuante. Este tipo de sistema estrutural pode ser representado por um modelo discreto de pêndulo invertido. A estrutura de um aerogerador flutuante, por causa de sua geometria e elevada altitude, pode experimentar vibrações excessivas causadas pelo seu próprio funcionamento e, também, pela força do vento. Uma solução para o problema de vibrações excessivas, que tem sido estudada por vários pesquisadores nos últimos anos, é o controle estrutural. Um dos dispositivos de controle estrutural, já extensivamente estudado e implementado na prática, é o Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS). O AMS é projetado como um dispositivo massa-mola-amortecedor que é sintonizado numa frequência específica para transferir energia vibracional do sistema principal para a massa auxiliar que vibra fora de fase. Uma geometria alternativa para o AMS é o absorvedor de vibração pendular. O período natural deste dispositivo depende do comprimento do seu cabo, e pode ser considerado como um oscilador linear apenas quando as amplitudes de vibração são pequenas. Este trabalho estuda o comportamento dinâmico de um aerogerador offshore modelado como um pêndulo invertido. Além disso, como este tipo de pêndulo é originalmente instável, é proposto um controle proporcional para estabilizar seu comportamento. Como um segundo passo, um absorvedor pendular de massa-mola é acoplado na estrutura principal do sistema para reduzir a vibração excessiva, entretanto, para este segundo caso, o sistema principal é considerado inicialmente estável. São realizadas simulações numéricas para definir os parâmetros do AMS que aprimoram a performance do dispositivo de controle. Entretanto, dispositivos passivos apenas trabalham apropriadamente dentro da faixa de frequência considerada no projeto, e as forças do vento são excitações aleatórias. Melhores resultados seriam alcançados se um sistema de controle robusto fosse desenvolvido. Este estudo servirá como base para a proposição de um dispositivo semi-ativo.

ABSTRACT

Wind energy presents itself, nowadays, as one of energy sources in rapid development and implementation all over the world. The project, building and maintenance of called wind farm still present lots of challenges for engineers and researches. In this context, offshore wind turbine are found: wind turbines installed on ocean next to coast which, between other advantages, gets benefit of more intense and consistent wind with less turbulence in these regions. One of conceptions from this kind of wind turbine is the floating. This kind of structural system can be analyzed like a discrete model of inverted pendulum. The floating wind turbine structure, because of its geometry and great height, can experience excessive vibrations caused by its own functioning and, also, by wind forces. A solution to the problem of excessive vibrations that has been studied by many researchers in the last few years is structural control. One of the earliest structural control devices, already extensively studied, is the Tuned Mass Damper (TMD). The TMD is designed as a mass-spring-dashpot device that is tuned to a specific structural frequency to transfer the vibrational energy from the main system to the auxiliary mass that vibrates out of phase. An alternative geometry for the TMD is the pendulum vibration absorber. The natural period of this device depends on the length of its cable, and can be considered as a linear oscillator only when the vibrational amplitudes are small. This work studies the dynamic behavior of offshore wind turbines modeled as an inverted pendulum. Besides, as this type of pendulum is originally unstable, it is proposed a proportional control to stabilize its behavior. As a second step, a mass-spring pendulum absorber is attached to the main system in order to reduce the excessive vibrations, however, for this second case, the main system is considered initially stable. Numerical simulations are performed to define TMD parameters that improve the control device performance. However, passive devices only work properly for the design frequency range, and wind forces are random type of excitations. Better results would be achieved if a robust control is developed. This study will serve as a basis for the proposition of a semi-active device.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 ASPECTOS GERAIS	1
1.2 OBJETIVOS.....	4
1.2.1 Objetivos Gerais.....	4
1.2.2 Objetivos Específicos.....	4
1.3 METODOLOGIA.....	4
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
3 PÊNDELO INVERTIDO	11
3.1 ESTRUTURA DO PÊNDELO INVERTIDO	11
3.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO.....	12
4 RESULTADOS NUMÉRICOS	22
4.1 CONTROLE PROPORCIONAL	22
4.2 CONTROLE COM AMS TIPO PÊNDELO.....	26
4.3 CONTROLE COM AMS TIPO PÊNDELO INVERTIDO	30
4.4 ANÁLISE DE CASO PRÁTICO	41
5 CONCLUSÕES.....	45
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	46
ANEXOS.....	48

LISTA DE FIGURAS

1.1	Componentes de um aerogerador de eixo horizontal	1
1.2	Colapso da torre de um aerogerador	2
1.3	Parques eólicos (a) offshore na Cumbria e (b) onshore na Grã-Bretanha	2
2.1	Arranha céu em Taipei, Taiwan.....	8
2.2	Local de instalação do AMS	8
2.3	Vista do AMS de dentro do arranha céu	9
2.4	Chaminés antiga (esquerda) e nova (direita).....	9
2.5	AMS em formato de anel instalado na chaminé antiga	10
3.1	Modelo de um pêndulo invertido sobre uma base.....	11
3.2	Diagrama de blocos gerado no SIMULINK	14
3.3	Modelo de um pêndulo invertido controlado com AMS sobre uma base	14
3.4	Modelo de um pêndulo invertido controlado com AMS pendular invertido sobre uma base.....	17
4.1	Sistema de blocos montado no SIMULINK.....	23
4.2	Gráfico da força do vento aplicada na estrutura	24
4.3	Gráfico da força do controle proporcional.....	24
4.4	Gráfico resultante da soma das forças do vento e do controle proporcional	25
4.5	Gráfico da amplitude angular da torre	25
4.6	Carregamento: (a) Força harmônica (b) Ruído branco	26
4.7	Resposta em frequência: (a) sem controle e (b) com controle	28
4.8	Evolução do deslocamento angular com e sem controle (Força harmônica)	28
4.9	Evolução do deslocamento angular com e sem controle variando-se os parâmetros do AMS. (Força harmônica).....	29
4.10	Evolução do deslocamento angular com e sem controle variando-se os parâmetros do AMS. (Ruído branco)	29
4.11	Gráfico da comparação da amplitude θ sem e com controle X tempo, para ruído branco	30
4.12	Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento harmônico do vento.....	32
4.13	Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento de ruído branco	33
4.14	Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento harmônico do vento	35
4.15	Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento de ruído branco	36
4.16	Comparação das respostas em frequência do sistema sem controle e do sistema com controle desconsiderando a massa da haste.....	37
4.17	Comparação das respostas em frequência do sistema sem controle e do sistema com controle considerando a massa da haste.....	38
4.18	Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento harmônico do vento)....	39
4.19	Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento de ruído branco do vento).....	39
4.20	Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento harmônico do vento)....	40
4.21	Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento de ruído branco do vento).....	40
4.22	Dimensões de uma turbina de 2MW	41
4.23	Gráfico da redução %RMS vs d	42
4.24	Imagem da haste em forma de viga em I	43
4.25	Seção transversal da haste com dimensões em mm	43
4.26	AMS tipo pêndulo invertido engastado na torre principal do aerogerador	44

LISTA DE TABELAS

4.1	Estudo paramétrico de K	22
4.2	Polos do sistema.....	27
4.3	Frequências naturais dos sistemas sem e com controle	27
4.4	Melhores resultados para os parâmetros do AMS como pêndulo invertido desconsiderando a massa da haste	31
4.5	Melhores resultados do primeiro refinamento	31
4.6	Melhores resultados do segundo refinamento	32
4.7	Melhores resultados para os parâmetros do AMS como pêndulo invertido considerando a massa da haste	34
4.8	Melhores resultados do primeiro refinamento	34
4.9	Melhores resultados do segundo refinamento	35
4.10	Polos dos sistemas desconsiderando a massa da haste e considerando-a.....	37
4.11	Frequências naturais dos sistemas desconsiderando a massa da haste e considerando-a	37

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

x	Coordenada horizontal	[m]
y	Coordenada vertical	[m]
u	Coordenada horizontal da base	[m]
l	Comprimento do pêndulo	[m]
d	Distância à mola torcional	[m]
m	Massa	[kg]
k	Constante elástica da mola torcional	[N.m/rad]
k_c	Constante elástica da mola	[N/m]
c	Coefficiente de amortecimento	[N.s/m]
K_E	Energia cinética	[kg.m ² /s ²]
P_E	Energia potencial	[kg. m ² /s ²]
D_E	Energia dissipada	[kg. m ² /s ²]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
r	Raio da roldana	[m]
F	Força do vento	[N]
t	Tempo	[s]

Símbolos Gregos

θ	Amplitude angular	[rad]
ρ	Densidade linear	[kg/m]

Subscritos

d	amortecedor de massa sintonizado
b	barra
c	base
m	massa no topo da barra

Sobrescritos

•	Varição temporal
••	Varição temporal dupla

Siglas

AMS	Amortecedor de Massa Sintonizado
-----	----------------------------------

1 INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

A energia eólica apresenta-se, atualmente, como uma das fontes de energia em rápido desenvolvimento em todo o mundo. O projeto, construção e manutenção dos chamados parques eólicos ainda apresentam muitos desafios para os engenheiros e pesquisadores. O aerogerador é um dispositivo que converte energia cinética proveniente dos ventos em energia elétrica. O dispositivo é constituído de um suporte estrutural (a torre), a nacelle, a caixa de engrenagens, o cubo, a pá e o gerador (Fig.1.1).

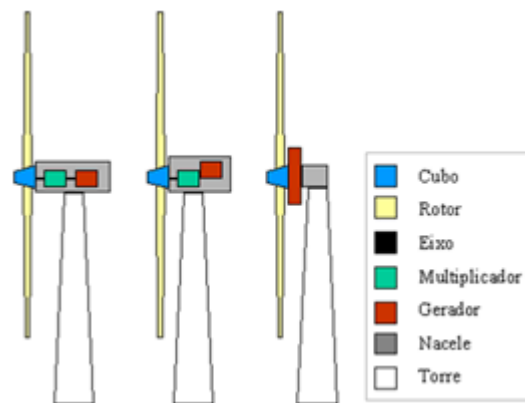


Figura 1.1. Componentes de um aerogerador de eixo horizontal (CRESESB).

O aerogerador é fixado em torres que, devido à sua geometria e altura elevada, são esbeltas e flexíveis podendo apresentar vibrações excessivas causadas pelo próprio funcionamento do aerogerador, como também pela ação do vento. A análise detalhada do comportamento estrutural da torre de sustentação se revela de grande importância devido ao fator custo, já que esta representa cerca de 30% do custo total do sistema (Quilligan et al, 2012).

A necessidade e importância da redução de vibrações em estruturas sob a ação do vento tem aumentado sua importância em vista da tendência em construções cada vez mais altas e flexíveis. Este tipo de estrutura é mais vulnerável à ocorrência de vibrações excessivas provindas de carregamentos causados pelo vento. As torres de sustentação dos aerogeradores acompanham esta tendência, se tornando cada vez mais altas e esbeltas, podendo chegar até 120 metros de altura em alguns casos. Uma das torres mais altas atualmente é a Enercon E-126 que produz 7.5 MW e tem uma altura de 135 metros (Quilligan et al, 2012). Amplitudes de vibração elevadas comprometem a segurança destas torres como também o bom funcionamento dos aerogeradores. A Figura (1.2) mostra o colapso da torre de um aerogerador, ocorrido na prática. Em vista disso, justifica-se o estudo de alternativas para evitar este tipo de problema.



Figura 1.2. Colapso da torre de um aerogerador (<http://salemwind.wordpress.com/health-and-safety/>, acessado em 01/12/2013).

Neste contexto, encontram-se os chamados aerogeradores offshore: turbinas eólicas instaladas no mar próximas à costa. Como vantagens desse tipo de parque eólico, podemos citar: não há limitações quanto à utilização do solo; não causa impacto visual ou sonoro nas cidades; quantidade desprezível de desnível na superfície do mar, acarretando em ventos mais estáveis em alturas menores, assim os aerogeradores não precisam ser tão altos quanto os aerogeradores onshore; o vento nestas regiões é mais intenso e consistente com menor turbulência (Pao and Johnson, 2009), diminuindo o desgaste nas turbinas e aumentando a vida útil destas. Entretanto, a estabilidade dos aerogeradores offshore é um fator importante, considerando que a base não possui o mesmo nível de fixação no solo ou pode ainda nem possuir fixação, como no caso dos aerogeradores flutuantes que possibilitam uma mobilidade da base. Exemplos de parques eólicos offshore e onshore podem ser visualizados nas Fig. (1.3.a) e (1.3.b), respectivamente.



(a)



(b)

Figura 1.3. Parques eólicos (a) offshore na Cumbria e (b) onshore na Grã-Bretanha.

Em agosto de 2013, a Alemanha inaugurou o maior parque eólico offshore do país. O parque possui 80 turbinas localizadas a 100 km da costa no mar do Norte, e possui capacidade de cerca de 400MW. A construção deste parque eólico faz parte do projeto de abandonar a energia nuclear até 2020 (<http://pt.euronews.com/2013/08/27/alemanha-inaugura-maior-parque-eolico-offshore-do-pais/> acessado em 23/11/2013).

Uma das concepções do aerogerador offshore é a turbina eólica flutuante, a qual se encontra mais distante da costa. Este sistema estrutural teria uma fonte de excitação dinâmica adicional se comparado ao aerogerador onshore, visto a ação do carregamento advindo do movimento das ondas marítimas em sua base.

O controle estrutural é uma tecnologia que visa reduzir níveis excessivos de vibração através da instalação de dispositivos externos ou ação de forças externas que promovam alterações nas propriedades de rigidez e amortecimento do sistema (Avila, 2002).

Um dos mecanismos típicos de controle estrutural é o amortecedor de massa sintonizado (AMS), que controla a resposta da estrutura por meio da transferência de energia entre a estrutura principal e uma massa auxiliar. Como o próprio nome sugere, este dispositivo é sintonizado em uma dada frequência modal da estrutura, sendo basicamente projetado para o controle de estruturas que vibrem predominantemente em um dado modo de vibração, em geral o primeiro, que é o caso de torres altas (Soong & Dargush, 1997).

Uma das geometrias alternativas do AMS é o formato de um pêndulo (Lourenço, 2011). Este amortecedor tem seu período de vibração dependente de seu comprimento. Outro aspecto relevante é o fato de que este só pode ser considerado como um oscilador linear quando as amplitudes de vibração forem muito pequenas, pois, ao oscilar produzindo altas amplitudes, o sistema torna-se não-linear.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral do trabalho é a análise dinâmica de um aerogerador offshore por meio de um modelo simplificado, e a proposta de um modelo de controle estrutural que mantenha o nível de vibrações em um nível aceitável e no regime linear.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Utilizar uma modelagem de pêndulo invertido para analisar o comportamento dinâmico e a estabilidade de um aerogerador offshore flutuante;
- Propor sistemas de controle estrutural, com o objetivo de reduzir sua amplitude de deslocamento angular: mola torcional; AMS pendular;
- Realização de estudos paramétricos a fim de melhorar a performance e eficiência do sistema de controle.

1.3 METODOLOGIA

Metodologia para controle com mola torcional externa:

1. Modelar um pêndulo invertido para simular um aerogerador;
2. Estabelecer as equações de movimento do sistema;
3. Definir a matriz função de transferência;
4. Manipular o parâmetro da mola torcional interna buscando a instabilidade, sendo esta um ponto crítico para análise do problema;
5. Aplicar um momento sobre a estrutura utilizando a mola torcional externa;
6. Calcular o parâmetro da mola torcional externa capaz de estabilizar a estrutura dentro dos limites desejados.

Metodologia para controle com amortecedor de massa sintonizado.

1. Modelar o pêndulo invertido com o AMS para simular o sistema previamente estável;
2. Estabelecer as equações de movimento do sistema;
3. Definir a matriz função de transferência;
4. Manipular os parâmetros do AMS para reduzir a amplitude angular de vibração do aerogerador com duas entradas diferentes para a força do vento: carregamento harmônico e carregamento de ruído branco;
5. Testar diferentes posicionamentos e configurações para o AMS pendular.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Descrição do conteúdo de cada um dos cinco capítulos constituintes desta dissertação:

- Capítulo 1: destinado à introdução ao tema, citar sua importância no contexto nacional e internacional, definir objetivos e metodologia do trabalho.
- Capítulo 2: destinado à revisão bibliográfica, onde são citados artigos com foco semelhante ao deste trabalho e o que foi abordado pelos autores.
- Capítulo 3: destinado ao estudo da estrutura do pêndulo invertido e equacionamento do movimento do sistema com os controles de mola e AMS pendular com diferentes posicionamentos.
- Capítulo 4: destinado aos resultados numéricos das simulações, utilizando o equacionamento desenvolvido no capítulo 3.
- Capítulo 5: destinado à conclusão acerca dos resultados numéricos do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Energia eólica é uma das fontes de energia que mais crescem no mundo, acarretando um aumento da demanda pela atuação de engenheiros e pesquisadores no campo desta fonte de energia (Pao & Johnson, 2009).

O rápido desenvolvimento dos aerogeradores está acarretando em estruturas mais altas e levando-as para alto mar, onde podem captar ventos mais intensos e estáveis. Entretanto, os aerogeradores offshore estão sujeitos a maiores forças dos ventos e das ondas, tornando ainda mais importante a análise dinâmica e a diminuição das vibrações dessas estruturas (Colwell & Biswajit, 2009).

Murtagh et al (2005) estudaram a resposta de vibração forçada pelo vento de uma torre de turbina eólica e do conjunto rotativo de lâminas submetidos a um carregamento estacionário eólico. Por meio deste estudo, analisaram a influência da interação do sistema de lâminas com a torre comparando com um sistema que desconsidera essa interação.

Stewart & Lackner (2011) analisaram um modelo com graus de liberdade limitados para investigar os efeitos da interação dos atuadores dinâmicos e de controle estrutural para um motor elétrico. Foi demonstrado que, mudando a razão das engrenagens do atuador, os efeitos da interação controle-estrutura podem ser reduzidos.

Lackner & Rotea (2010) investigaram controles ativos e passivos aplicados em um aerogerador flutuante do tipo barcaça, otimizando parâmetros passivos para um sistema de amortecedor de massa sintonizado. Foi demonstrado que o controle passivo resultou numa diminuição de 10% do carregamento causador de fadiga, enquanto o controle ativo resultou numa diminuição de 30% deste carregamento. Os custos para utilização do controle ativo foram apresentados.

Lindeberg (2009) teve como foco desenvolver um simulador para turbina eólica offshore flutuante, incluindo a vibração das lâminas. A partir dos resultados da simulação, não foi possível concluir se os controladores projetados seriam capazes de diminuir a vibração das lâminas, entretanto, o controlador funcionou muito bem para toda a extensão de operação da turbina.

Stewart (2012) estudou como desenvolver um conjunto de amortecedores de massa sintonizados passivos de forma otimizada para quatro plataformas de aerogeradores offshore. Esse conjunto é desenvolvido criando um modelo com graus de liberdade limitados para cada uma das quatro plataformas de aerogerador offshore.

Anh et al (2007) investigaram um amortecedor de massa sintonizado passivo, do tipo pêndulo com massa-mola acoplado, como absorvedor dinâmico de vibração para uma estrutura principal do tipo pêndulo invertido, previamente estabilizada. Foi verificado que, para haver uma performance eficaz, é necessário um comprimento muito grande do pêndulo do absorvedor dinâmico de vibração.

Entretanto, utilizando um pêndulo invertido no absorvedor dinâmico de vibração, é possível tornar o amortecedor mais eficaz com a mesma razão de massa.

Oliveira (2012) analisou o comportamento de um edifício de 10 pavimentos, reduzido a um grau de liberdade por meio de análise modal, com um amortecedor de massa sintonizado pendular acoplado à estrutura. Esse estudo resultou na determinação dos parâmetros ótimos gerais e adimensionais para o dimensionamento de estruturas com razões de massa e amortecimento variadas.

Li et al (2012) investigaram experimentalmente um modelo de turbina eólica em escala de 1 para 13 utilizando uma mesa de testes vibrante. As reduções em máximo deslocamento, máxima aceleração, tensão na base e tensão na plataforma da torre da turbina eólica submetida a terremotos e carregamentos do vento equivalentes com um absorvedor vibracional em formato de bola.

Huang et al (2010) investigaram o uso de um amortecedor de massa sintonizado semiativo no controle de vibração rotativa e estabilidade de uma turbina eólica flutuante modelada como sistema dinâmico discreto no plano da rotação das lâminas.

Karimi et al (2010) simularam uma turbina eólica flutuante, modelada com um grau de liberdade, utilizando técnicas de controle H_∞ para formular as leis de controle. O sistema de controle combina um amortecedor de coluna d'água com uma válvula controlável, utilizando realimentação para evitar a dependência de conhecimento dos estados do sistema.

Tsouroukdissian et al (2011) estudaram a eficiência de sistemas de amortecimento viscosos integrados internamente à torre de uma turbina eólica para mitigar o carregamento estrutural. Com resultados preliminares promissores, há expectativas de que o sistema seja eficiente tanto para turbinas eólicas *onshore* quanto para as *offshore*.

Nota-se que as pesquisas em relação à simulação de sistemas de controle aplicados a aerogeradores *onshore* e *offshore* são bastante recentes, assim como estudos separados sobre o amortecedor de massa sintonizado e pêndulo invertido. Entretanto, a ideia de modelar o aerogerador como um pêndulo invertido não aparenta ser tão disseminada e encorajou o tema deste trabalho.

Seguem dois exemplos de utilização prática do amortecedor de massa sintonizado.

Um exemplo prático de aplicação do AMS é o arranha céu construído em Taipei, Taiwan, possuindo cerca de 510 m de altura, um dos maiores do mundo (Fig. 2.1). Devido a sua vulnerabilidade a terremotos e fortes ventos, a estrutura necessitava de um excelente absorvedor dinâmico para protegê-la (<http://www.homesthetics.net/taipei-101-tower-in-taiwan-by-c-y-lee-partners/> acessado em 18/06/2013).



Figura 2.1. Arranha céu em Taipei, Taiwan.

Por esse motivo foi instalado um amortecedor de massa sintonizada próximo ao topo (Fig. 2.2). O AMS é constituído de uma esfera de aço com cerca de 730 toneladas ligada à estrutura por cabos e amortecedores (Fig. 2.3). Além deste sistema se tornar ponto turístico, mostrou-se eficaz a ponto de ser capaz de reduzir até mesmo as vibrações provenientes de um terremoto. (<http://www.taipeitimes.com/News/taiwan/archives/2004/04/30/2003138582> acessado em 23/11/2013)

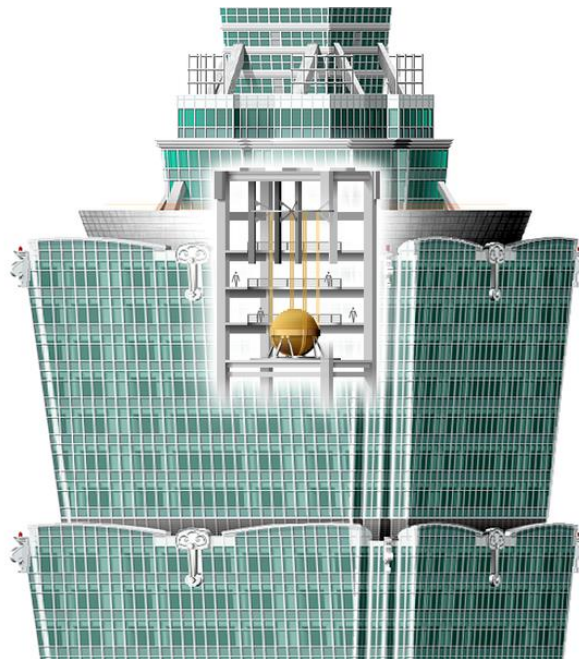


Figura 2.2. Local de instalação do AMS.



Figura 2.3. Vista do AMS de dentro do arranha céu.

Outro exemplo de aplicação prática do amortecedor de massa sintonizado foi o instalado em uma chaminé de concreto de 183m de altura, localizada no Reino Unido. Esta chaminé, construída por volta de 1968, não apresentava vibrações excessivas. Em 2006, uma nova chaminé de mesma altura foi instalada a uma distância de 110m na direção mais frequente dos ventos. A duas chaminés (Fig. 2.4) deveriam coexistir até a demolição da antiga chaminé, entretanto, a posição da chaminé mais nova gerava um efeito de interferência nos ventos, intensificando o carregamento do vento na chaminé antiga, provocando vibrações mais importantes.



Figura 2.4. Chaminés antiga (esquerda) e nova (direita).

Para reduzir o nível de vibrações na chaminé antiga, foi instalado amortecedor de massa sintonizado em formato de anel no topo da chaminé (Fig. 2.5), a energia decorrente do carregamento do vento era transferida para o AMS, garantindo níveis de vibração satisfatórios.



Figura 2.5. AMS em formato de anel instalado na chaminé antiga.

3 PÊNULO INVERTIDO

3.1 ESTRUTURA DO PÊNULO INVERTIDO

Para modelagem do comportamento dinâmico de um aerogerador offshore, o presente trabalho estuda o comportamento de um modelo discreto de um pêndulo invertido (Drummond et al, 1999) como o mostrado na Fig. (3.1). Trata-se de um sistema com mola e amortecedor na base. A excitação do sistema é feita por uma força dinâmica aplicada na massa m , simulando a força do vento nas pás do aerogerador. A mola e o amortecedor na massa da base simulam a resistência do fluido

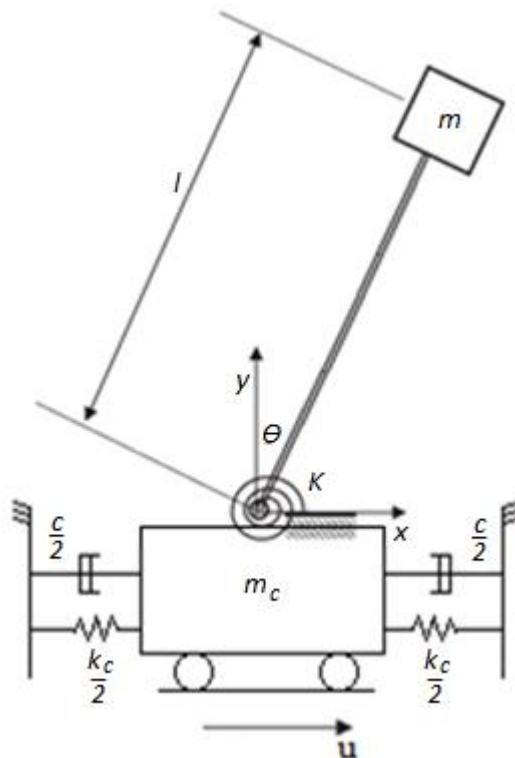


Figura 3.1: Modelo de um pêndulo invertido sobre uma base (Guimarães et al, 2013).

Na Fig. (3.1), m é a massa concentrada no topo da barra, x_m e y_m representam o deslocamento de m , ρ é a densidade linear da barra, x_b e y_b são as coordenadas do centro gravitacional da barra, θ é a amplitude angular da barra, l é o comprimento da barra, K é a constante elástica da mola torcional, g é a aceleração da gravidade, m_c é a massa da base, u é a coordenada do deslocamento horizontal da base, k_c é a constante elástica da mola na base, c é o coeficiente de amortecimento do amortecedor da base.

3.2 EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DO MODELO DE AEROGERADOR

Para determinação das equações de movimento do sistema, primeiro é necessário estabelecer as coordenadas, considerando pequenos deslocamentos angulares, ou seja, $\sin \theta \cong \theta$ e $\cos \theta \cong 1$:

- Coordenadas da massa m:

$$x_m = l \cdot \sin \theta + u \cong l \cdot \theta + u \quad (1)$$

$$y_m = l \cdot \cos \theta \cong l \quad (2)$$

- Coordenadas da massa da barra, contínua pela variável s que varia de 0 a l :

$$x_b = s \cdot \sin(\theta) + u \cong s \cdot \theta + u \quad (3)$$

$$y_b = s \cdot \cos(\theta) \cong s \quad (4)$$

- Coordenadas da base:

$$x_c = u \quad (5)$$

$$y_c = 0 \quad (6)$$

Utilizando essas coordenadas, calculam-se as energias cinética, potencial e dissipada:

- Energia cinética:

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{x}_c^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}_m^2 + \frac{1}{2} \int_0^l \dot{x}_b^2 \cdot \rho \cdot ds \quad (7)$$

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m (l \cdot \dot{\theta} + \dot{u})^2 + \frac{1}{2} \int_0^l (s \cdot \dot{\theta} + \dot{u})^2 \cdot \rho \cdot ds \quad (8)$$

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m (l^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2} \int_0^l (s^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot s \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) \cdot \rho \cdot ds \quad (9)$$

$$K_E = \frac{1}{2} \left(m_c \cdot \dot{u}^2 + m \cdot l^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{3} \rho \cdot l^3 \cdot \dot{\theta}^2 + \rho \cdot l^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \rho \cdot l \cdot \dot{u}^2 \right) \quad (10)$$

- Energia potencial:

$$P_E = \frac{1}{2} K \cdot \theta^2 + m \cdot l \cdot g \cdot \cos \theta + \rho \cdot \frac{l^2}{2} \cdot g \cdot \cos \theta + \frac{1}{2} k_c \cdot u^2 \quad (11)$$

- Energia dissipada:

$$D_E = \frac{1}{2} (c \cdot \dot{u}^2) \quad (12)$$

Onde, K_E é a energia cinética total do sistema, P_E é a energia potencial total do sistema, D_E é a energia dissipada total do sistema e $F(t)$ é a força externa aplicada no sistema

A partir das expressões das energias cinética, potencial e dissipada, por meio da Equação de Lagrange, estabelecem-se as equações de movimento do sistema:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_E}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial K_E}{\partial \theta} - \frac{\partial P_E}{\partial \theta} - \frac{\partial D_E}{\partial \theta} \right) = F(t) \cdot l \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_E}{\partial \dot{u}} \right) - \left(\frac{\partial K_E}{\partial u} - \frac{\partial P_E}{\partial u} - \frac{\partial D_E}{\partial \dot{u}} \right) = 0 \quad (14)$$

Que podem ser reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2 & m.l + \frac{\rho.l^2}{2} \\ m.l + \frac{\rho.l^2}{2} & m_c + m + \rho.l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K - m.g.l - \frac{\rho.g.l^2}{2} & 0 \\ 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t).l \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Em seguida, para determinar a matriz de transferência do sistema, utiliza-se a transformada de Laplace chegando-se a:

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2 & m.l + \frac{\rho.l^2}{2} \\ m.l + \frac{\rho.l^2}{2} & m_c + m + \rho.l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2.\theta(s) \\ s^2.u(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s.\theta(s) \\ s.u(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K - m.g.l - \frac{\rho.g.l^2}{2} & 0 \\ 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2\right).s^2 + \left(K - m.g.l - \frac{\rho.g.l^2}{2}\right) & \left(m.l + \frac{\rho.l^2}{2}\right).s^2 \\ \left(m.l + \frac{\rho.l^2}{2}\right).s^2 & (m_c + m + \rho.l).s^2 + c.s + k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \theta(s) \\ u(s) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2\right).s^2 + \left(K - m.g.l - \frac{\rho.g.l^2}{2}\right) & \left(m.l + \frac{\rho.l^2}{2}\right).s^2 \\ \left(m.l + \frac{\rho.l^2}{2}\right).s^2 & (m_c + m + \rho.l).s^2 + c.s + k_c \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} \theta(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1}(s) & G_{1,2}(s) \\ G_{2,1}(s) & G_{2,2}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = G_{1,1}(s).l \quad (20)$$

A matriz de transferência $G(s)$ foi calculada por meio do software MATLAB e, devido a sua extensão, não foi transcrita aqui no trabalho.

A Fig. (3.2) mostra o diagrama de blocos utilizado no software SIMULINK com controle proporcional a saída θ . Na prática, esse sistema de controle seria uma mola torcional externa ao sistema com constante elástica k_e [N/rad], dessa forma por meio desta mola externa simula-se um torque na estrutura, transformado em força na massa m no diagrama de blocos da Fig. (3.2), para atenuar a força do vento (Guimarães & Avila, 2013). O carregamento da força do vento é modelado como uma força harmônica senoidal em torno de um valor constante.

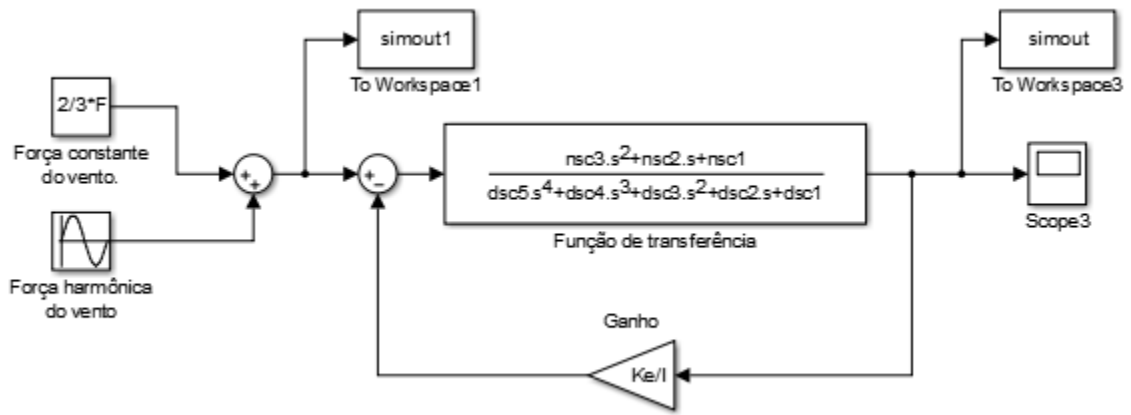


Figura 3.2: Diagrama de blocos gerado no SIMULINK.

Para uma segunda possível solução, considerou-se um dispositivo amplamente utilizado no controle estrutural: o amortecedor de massa sintonizado (AMS) (Soong & Dargush, 1997). Uma das geometrias alternativas do AMS é em formato de pêndulo (Anh et al 2007). A Fig. (3.3) apresenta o modelo do pêndulo invertido com um AMS pendular instalado.

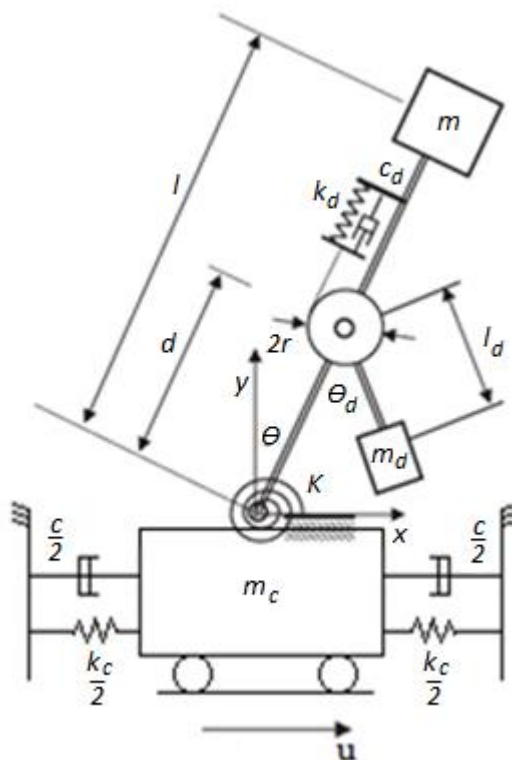


Figura 3.3: Modelo de um pêndulo invertido controlado com AMS pendular sobre uma base. (Anh et al, 2007 – adaptado)

Neste modelo foi acrescentado um pêndulo acoplado à barra do pêndulo invertido a uma distância d de seu centro de rotação.

De forma análoga, foram obtidas equações de movimento do sistema controlado por um AMS, apresentadas a seguir:

Para calcular as equações de movimento do sistema, primeiro é necessário estabelecer as coordenadas do AMS, as outras coordenadas já foram estabelecidas nas Eq. (1) a (6).

- Coordenadas da massa m_d :

$$x_d = d \cdot \sin \theta + l_d \cdot \sin(\theta_d - \theta) + u \cong d \cdot \theta + l_d(\theta_d - \theta) + u \quad (21)$$

$$y_d = d \cdot \cos \theta - l_d \cos(\theta_d - \theta) \cong d - l_d \quad (22)$$

Utilizando essas coordenadas, calculam-se as energias cinética, potencial e dissipada:

- Energia cinética:

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{x}_c^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}_m^2 + \frac{1}{2} m_d \cdot \dot{x}_d^2 + \frac{1}{2} \int_0^l \dot{x}_b^2 \cdot \rho \cdot ds \quad (23)$$

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m(l \cdot \dot{\theta} + \dot{u})^2 + \frac{1}{2} m_d \cdot (d \cdot \dot{\theta} + l_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{u})^2 + \frac{1}{2} \int_0^l (s \cdot \dot{\theta} + \dot{u})^2 \cdot \rho \cdot ds \quad (24)$$

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m(l^2 \dot{\theta}^2 + 2 \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2} m_d(d^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot d \cdot l_d \cdot \dot{\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 2 \cdot d \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + l_d^2(\dot{\theta}_d^2 - 2 \cdot \dot{\theta}_d \dot{\theta} + \dot{\theta}^2) + 2 \cdot l_d \cdot (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2} \int_0^l (s^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot s \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) \cdot \rho \cdot ds \quad (25)$$

$$K_E = \frac{1}{2} (m_c \cdot \dot{u}^2 + m \cdot l^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m \cdot \dot{u}^2 + m_d \cdot d^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m_d \cdot d \cdot l_d \cdot \dot{\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 2 \cdot m_d \cdot d \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}_d^2 - 2 \cdot m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}_d \dot{\theta} + m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m_d \cdot l_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \cdot \dot{u} + \frac{1}{3} \rho \cdot l^3 \cdot \dot{\theta}^2 + \rho \cdot l^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + l \cdot \rho \cdot \dot{u}^2) \quad (26)$$

- Energia potencial:

$$P_E = \frac{1}{2} K \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} k_d \cdot (r \cdot \theta_d)^2 + m \cdot l \cdot g \cdot \cos \theta + m_d \cdot d \cdot g \cdot \cos \theta + \rho \cdot \frac{l^2}{2} \cdot g \cdot \cos \theta - m_d \cdot l_d \cdot g \cdot \cos(\theta_d - \theta) + \frac{1}{2} k_c \cdot u^2 \quad (27)$$

$$P_E = \frac{1}{2} (K \cdot \theta^2 + k_d \cdot r^2 \cdot \theta_d^2 + (2 \cdot m \cdot l + 2 \cdot m_d \cdot d + \rho \cdot l^2) g \cdot \cos \theta - 2 \cdot m_d \cdot l_d \cdot g \cdot \cos(\theta_d - \theta) + k_c \cdot u^2) \quad (28)$$

- Energia dissipada:

$$D_E = \frac{1}{2} (c_d \cdot (r \cdot \dot{\theta}_d)^2 + c \cdot \dot{u}^2) \quad (29)$$

A partir das expressões das energias cinética, potencial e dissipada, por meio da Equação de Lagrange, estabelecem-se as equações de movimento do sistema:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_E}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left(\frac{\partial K_E}{\partial \theta} - \frac{\partial P_E}{\partial \theta} - \frac{\partial D_E}{\partial \theta} \right) = F(t) \cdot l \quad (30)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_E}{\partial \dot{\theta}_d} \right) - \left(\frac{\partial K_E}{\partial \theta_d} - \frac{\partial P_E}{\partial \theta_d} - \frac{\partial D_E}{\partial \theta_d} \right) = 0 \quad (31)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_E}{\partial \dot{u}} \right) - \left(\frac{\partial K_E}{\partial u} - \frac{\partial P_E}{\partial u} - \frac{\partial D_E}{\partial \dot{u}} \right) = 0 \quad (32)$$

Que podem ser reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2 + m_d(d-l_d)^2 & m_d.d.l_d - m_d.l_d^2 & m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d-l_d) \\ m_d.d.l_d - m_d.l_d^2 & m_d.l_d^2 & m_d.l_d \\ m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d-l_d) & m_d.l_d & m_c + m + m_d + \rho.l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta}_d \\ \ddot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_d.r^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta}_d \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K - g \left(m.l + \frac{\rho.l^2}{2} - m_d(d-l_d) \right) & -m_d.g.l_d & 0 \\ -m_d.g.l_d & k_d.r^2 + m_d.g.l_d & 0 \\ 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_d \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Onde m_d é a massa do pêndulo do AMS, l_d é o comprimento do pêndulo do AMS, d é a distância do pêndulo à base da barra, r é o raio do disco do AMS, c_d é o coeficiente de amortecimento do AMS, k_d é a constante elástica do AMS e θ_d é a amplitude angular do pêndulo com relação à barra.

Em seguida, deve-se encontrar a matriz de transferência do sistema e, para isso, aplica-se Laplace às equações e somam-se as matrizes, obtendo:

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2 + m_d(d-l_d)^2 & m_d.d.l_d - m_d.l_d^2 & m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d-l_d) \\ m_d.d.l_d - m_d.l_d^2 & m_d.l_d^2 & m_d.l_d \\ m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d-l_d) & m_d.l_d & m_c + m + m_d + \rho.l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2.\theta(s) \\ s^2.\theta_d(s) \\ s^2.u(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_d.r^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s.\theta(s) \\ s.\theta_d(s) \\ s.u(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K - g \left(m.l - \frac{\rho.l^2}{2} - m_d(d-l_d) \right) & -m_d.g.l_d & 0 \\ -m_d.g.l_d & k_d.r^2 + m_d.g.l_d & 0 \\ 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(s) \\ \theta_d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} \theta(s) \\ \theta_d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1}(s) & G_{1,2}(s) & G_{1,3}(s) \\ G_{2,1}(s) & G_{2,2}(s) & G_{2,3}(s) \\ G_{3,1}(s) & G_{3,2}(s) & G_{3,3}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = G_{1,1}(s).l \quad (36)$$

$$\frac{\theta_d(s)}{F(s)} = G_{2,1}(s).l \quad (37)$$

A matriz de transferência $G(s)$ foi calculada por meio do software MATLAB e, devido a sua extensão, não foi transcrita aqui no trabalho.

Uma outra configuração possível para o AMS pendular seria instalá-lo também invertido (Fig.3.4). Duas hipóteses foram consideradas: a haste l_d sem massa e com massa, dessa forma é possível verificar a influência da haste do AMS sobre a eficiência do sistema de controle.

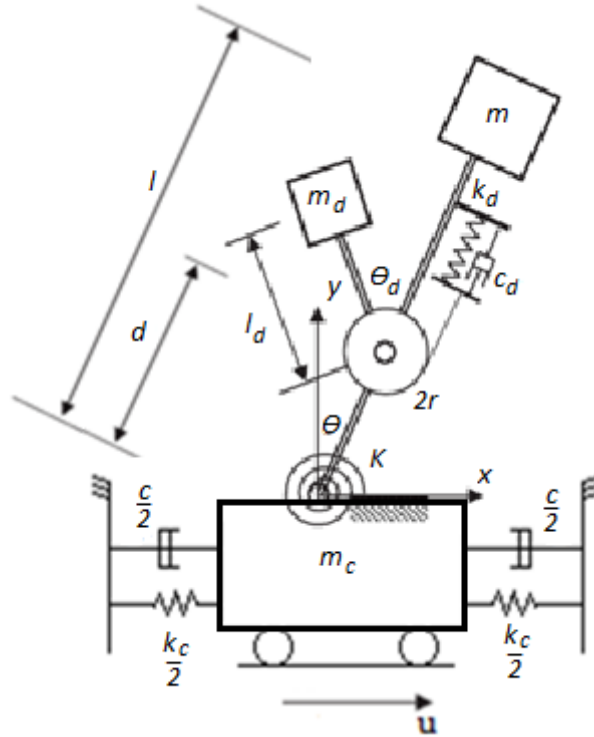


Figura 3.4: Modelo de um pêndulo invertido controlado com AMS pendular invertido sobre uma base.

Para equacionar o sistema desconsiderando a massa da haste l_d , foi necessário modificar o sistema de coordenadas anterior de x_d e y_d , como se segue:

$$x_d = d \cdot \sin \theta - l_d \cdot \sin(\theta_d - \theta) + u \cong d \cdot \theta - l_d(\theta_d - \theta) + u \quad (38)$$

$$y_d = d \cdot \cos \theta + l_d \cos(\theta_d - \theta) \cong d + l_d \quad (39)$$

Em seguida, calculam-se as energias cinética, potencial e dissipada:

- Energia cinética:

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{x}_c^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{x}_m^2 + \frac{1}{2} m_d \cdot \dot{x}_d^2 + \frac{1}{2} \int_0^l \dot{x}_b^2 \cdot \rho \cdot ds \quad (40)$$

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m (l \cdot \dot{\theta} + \dot{u})^2 + \frac{1}{2} m_d \cdot (d \cdot \dot{\theta} - l_d (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{u})^2 + \frac{1}{2} \int_0^l (s \cdot \dot{\theta} + \dot{u})^2 \cdot \rho \cdot ds \quad (41)$$

$$K_E = \frac{1}{2} m_c \cdot \dot{u}^2 + \frac{1}{2} m (l^2 \dot{\theta}^2 + 2 \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2} m_d (d^2 \cdot \dot{\theta}^2 - 2 \cdot d \cdot l_d \cdot \dot{\theta} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 2 \cdot d \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + l_d^2 (\dot{\theta}_d^2 - 2 \cdot \dot{\theta}_d \dot{\theta} + \dot{\theta}^2) - 2 \cdot l_d \cdot (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2} \int_0^l (s^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot s \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \dot{u}^2) \cdot \rho \cdot ds \quad (42)$$

$$K_E = \frac{1}{2} \left(m_c \cdot \dot{u}^2 + m \cdot l^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m \cdot \dot{u}^2 + m_d \cdot d^2 \cdot \dot{\theta}^2 - 2 \cdot m_d \cdot d \cdot l_d \cdot \dot{\theta} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 2 \cdot m_d \cdot d \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}_d^2 - 2 \cdot m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}_d \dot{\theta} + m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}^2 - 2 \cdot m_d \cdot l_d (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \cdot \dot{u} + \frac{1}{3} \rho \cdot l^3 \cdot \dot{\theta}^2 + \rho \cdot l^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + l \cdot \rho \cdot \dot{u}^2 \right) \quad (43)$$

- Energia potencial:

$$P_E = \frac{1}{2} K \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} k_d \cdot (r \cdot \theta_d)^2 + m \cdot l \cdot g \cdot \cos \theta + m_d \cdot d \cdot g \cdot \cos \theta + \rho \cdot \frac{l^2}{2} \cdot g \cdot \cos \theta + m_d \cdot l_d \cdot g \cdot \cos(\theta_d - \theta) + \frac{1}{2} k_c \cdot u^2 \quad (44)$$

$$P_E = \frac{1}{2} (K \cdot \theta^2 + k_d \cdot r^2 \cdot \theta_d^2 + (2 \cdot m \cdot l + 2 \cdot m_d \cdot d + \rho \cdot l^2) g \cdot \cos \theta + 2 \cdot m_d \cdot l_d \cdot g \cdot \cos(\theta_d - \theta) + k_c \cdot u^2) \quad (45)$$

- Energia dissipada:

$$D_E = \frac{1}{2} (c_d \cdot (r \cdot \dot{\theta}_d)^2 + c \cdot \dot{u}^2) \quad (46)$$

A partir das expressões das energias cinética, potencial e dissipada, por meio da Equação de Lagrange (30), (31) e (32), estabelecem-se as equações de movimento do sistema reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho \cdot l^3}{3} + m \cdot l^2 + m_d (d + l_d)^2 & -m_d \cdot d \cdot l_d - m_d \cdot l_d^2 & m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d (d + l_d) \\ -m_d \cdot d \cdot l_d - m_d \cdot l_d^2 & m_d \cdot l_d^2 & -m_d \cdot l_d \\ m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d (d + l_d) & -m_d \cdot l_d & m_c + m + m_d + \rho \cdot l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta}_d \\ \ddot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_d \cdot r^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta}_d \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K - g \left(m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d (d + l_d) \right) & +m_d \cdot g \cdot l_d & 0 \\ +m_d \cdot g \cdot l_d & k_d \cdot r^2 - m_d \cdot g \cdot l_d & 0 \\ 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_d \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s) \cdot l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

Em seguida, deve-se encontrar a matriz de transferência do sistema e, para isso, aplica-se Laplace às equações e somam-se as matrizes, obtendo:

$$\begin{bmatrix} \frac{\rho.l^3}{3} + m.l^2 + m_d(d+l_d)^2 & -m_d.d.l_d - m_d.l_d^2 & m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d+l_d) \\ -m_d.d.l_d - m_d.l_d^2 & m_d.l_d^2 & -m_d.l_d \\ m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d+l_d) & -m_d.l_d & m_c + m + m_d + \rho.l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2.\theta(s) \\ s^2.\theta_d(s) \\ s^2.u(s) \end{bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_d.r^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s.\theta(s) \\ s.\theta_d(s) \\ s.u(s) \end{bmatrix} + \\
\begin{bmatrix} K - g \left(m.l + \frac{\rho.l^2}{2} + m_d(d+l_d) \right) & +m_d.g.l_d & 0 \\ +m_d.g.l_d & k_d.r^2 - m_d.g.l_d & 0 \\ 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(s) \\ \theta_d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\begin{bmatrix} \theta(s) \\ \theta_d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1}(s) & G_{1,2}(s) & G_{1,3}(s) \\ G_{2,1}(s) & G_{2,2}(s) & G_{2,3}(s) \\ G_{3,1}(s) & G_{3,2}(s) & G_{3,3}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(s).l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = G_{1,1}(s).l \quad (50)$$

$$\frac{\theta_d(s)}{F(s)} = G_{2,1}(s).l \quad (51)$$

A matriz de transferência $G(s)$ foi calculada por meio do software MATLAB e, devido a sua extensão, não foi transcrita aqui no trabalho.

Para equacionar o sistema considerando a massa da haste l_d , foi necessário adicionar o sistema de coordenadas de x_{bd} e y_{bd} relacionados à haste l_d (s varia de 0 a l_d), como se segue:

$$x_{bd} = d.\sin\theta - s.\sin(\theta_d - \theta) + u \cong d.\theta - s.(\theta_d - \theta) + u \quad (52)$$

$$y_{bd} = d.\cos\theta + s.\cos(\theta_d - \theta) \cong d + s \quad (53)$$

Em seguida, adicionando a massa específica da haste l_d como ρ_d , calculam-se as energias cinética, potencial e dissipada:

- Energia cinética:

$$K_E = \frac{1}{2}m_c.\dot{x}_c^2 + \frac{1}{2}m.\dot{x}_m^2 + \frac{1}{2}m_d.\dot{x}_d^2 + \frac{1}{2}\int_0^l \dot{x}_b^2.\rho.ds + \frac{1}{2}\int_0^l \dot{x}_{bd}^2.\rho.ds \quad (54)$$

$$K_E = \frac{1}{2}m_c.\dot{u}^2 + \frac{1}{2}m(l.\dot{\theta} + \dot{u})^2 + \frac{1}{2}m_d.(d.\dot{\theta} - l_d(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{u})^2 + \frac{1}{2}\int_0^l (s.\dot{\theta} + \dot{u})^2.\rho.ds + \frac{1}{2}\int_0^{l_d} (d.\dot{\theta} - s.(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{u})^2.\rho_d.ds \quad (55)$$

$$K_E = \frac{1}{2}m_c.\dot{u}^2 + \frac{1}{2}m(l^2\dot{\theta}^2 + 2.l.\dot{\theta}.\dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2}m_d(d^2.\dot{\theta}^2 - 2.d.l_d.\dot{\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 2.d.\dot{\theta}.\dot{u} + l_d^2(\dot{\theta}_d^2 - 2.\dot{\theta}_d\dot{\theta} + \dot{\theta}^2) - 2.l_d.(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}).\dot{u} + \dot{u}^2) + \frac{1}{2}\int_0^l (s^2.\dot{\theta}^2 + 2.s.\dot{\theta}.\dot{u} + \dot{u}^2).\rho.ds + \frac{1}{2}\int_0^{l_d} (d^2.\dot{\theta}^2 - 2.d.s.\dot{\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + 2.d.\dot{\theta}.\dot{u} + s^2(\dot{\theta}_d - \dot{\theta})^2 - 2.s.\dot{u}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \dot{u}^2).\rho_d.ds \quad (56)$$

$$\begin{aligned}
K_E = & \frac{1}{2} \left(m_c \cdot \dot{u}^2 + m \cdot l^2 \cdot \dot{\theta}^2 + 2 \cdot m \cdot l \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m \cdot \dot{u}^2 + m_d \cdot d^2 \cdot \dot{\theta}^2 - 2 \cdot m_d \cdot d \cdot l_d \cdot \dot{\theta} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \right. \\
& \left. + 2 \cdot m_d \cdot d \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}_d^2 - 2 \cdot m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}_d \dot{\theta} + m_d \cdot l_d^2 \cdot \dot{\theta}^2 - 2 \cdot m_d \cdot l_d (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) \cdot \dot{u} + \right. \\
& \left. \frac{1}{3} \rho \cdot l^3 \cdot \dot{\theta}^2 + \rho \cdot l^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + l \cdot \rho \cdot \dot{u}^2 \right) + \frac{\rho_d}{2} \cdot l_d \cdot d^2 \cdot \dot{\theta}^2 - \rho_d \cdot d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot \dot{\theta} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \rho_d \cdot l_d \cdot d \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{u} + \\
& \frac{\rho_d}{2} \cdot \frac{l_d^3}{3} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta})^2 - \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot \dot{u} (\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + \frac{\rho_d}{2} \cdot l_d \cdot \dot{u}^2
\end{aligned} \quad (57)$$

- Energia potencial:

$$\begin{aligned}
P_E = & \frac{1}{2} K \cdot \theta^2 + \frac{1}{2} k_d \cdot (r \cdot \theta_d)^2 + m \cdot l \cdot g \cdot \cos \theta + m_d \cdot d \cdot g \cdot \cos \theta + \rho \cdot \frac{l^2}{2} \cdot g \cdot \cos \theta + \\
& m_d \cdot l_d \cdot g \cdot \cos(\theta_d - \theta) + \frac{1}{2} k_c \cdot u^2 + g \cdot \rho_d \cdot l_d \cdot \frac{l_d}{2} \cdot \cos \theta_d - \theta + g \cdot \rho_d \cdot l_d \cdot d \cdot \cos \theta
\end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned}
P_E = & \frac{1}{2} (K \cdot \theta^2 + k_d \cdot r^2 \cdot \theta_d^2 + (2 \cdot m \cdot l + 2 \cdot m_d \cdot d + \rho \cdot l^2) g \cdot \cos \theta + 2 \cdot m_d \cdot l_d \cdot g \cdot \cos(\theta_d - \theta) \\
& + k_c \cdot u^2) + g \cdot \rho_d \cdot l_d \cdot \frac{l_d}{2} \cdot \cos \theta_d - \theta + g \cdot \rho_d \cdot l_d \cdot d \cdot \cos \theta
\end{aligned} \quad (59)$$

- Energia dissipada:

$$D_E = \frac{1}{2} (c_d \cdot (r \cdot \dot{\theta}_d)^2 + c \cdot \dot{u}^2) \quad (60)$$

A partir das expressões das energias cinética, potencial e dissipada, por meio da Equação de Lagrange (30), (31) e (32), estabelecem-se as equações de movimento do sistema reescritas na forma matricial:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\theta}_d \\ \ddot{u} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_d \cdot r^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\theta}_d \\ \dot{u} \end{bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} K - g \left(m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d (d + l_d) - \rho_d \cdot l_d \left(d + \frac{l_d}{2} \right) \right) & + m_d \cdot g \cdot l_d + \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot g & 0 \\ & + m_d \cdot g \cdot l_d + \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot g & k_d \cdot r^2 - m_d \cdot g \cdot l_d - \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot g \\ & 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \theta_d \\ u \end{bmatrix} = \\
& \begin{bmatrix} F(s) \cdot l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \quad (61)$$

Onde:

$$M_{1,1} = \frac{\rho \cdot l^3}{3} + m \cdot l^2 + m_d (d + l_d)^2 + \rho_d \cdot d \cdot l_d (d + l_d) + \rho_d \cdot \frac{l_d^3}{3}$$

$$M_{1,2} = -m_d \cdot d \cdot l_d - m_d \cdot l_d^2 - \rho_d \cdot d \cdot \frac{l_d^2}{2} - \rho_d \cdot \frac{l_d^3}{3}$$

$$M_{1,3} = m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d (d + l_d) + \rho_d \cdot d \cdot l_d + \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2}$$

$$M_{2,1} = -m_d \cdot d \cdot l_d - m_d \cdot l_d^2 - \rho_d \cdot d \cdot \frac{l_d^2}{2} - \rho_d \cdot \frac{l_d^3}{3}$$

$$M_{2,2} = m_d \cdot l_d^2 + \rho_d \cdot \frac{l_d^3}{3}$$

$$M_{2,3} = -m_d \cdot l_d - \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2}$$

$$M_{3,1} = m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d(d + l_d) + \rho_d \cdot d \cdot l_d + \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2}$$

$$M_{3,2} = -m_d \cdot l_d - \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2}$$

$$M_{3,3} = m_c + m + m_d + \rho \cdot l + \rho_d \cdot l_d$$

Em seguida, deve-se encontrar a matriz de transferência do sistema e, para isso, aplica-se Laplace às equações e somam-se as matrizes, obtendo:

$$\begin{bmatrix} M_{1,1} & M_{1,2} & M_{1,3} \\ M_{2,1} & M_{2,2} & M_{2,3} \\ M_{3,1} & M_{3,2} & M_{3,3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^2 \cdot \theta(s) \\ s^2 \cdot \theta_d(s) \\ s^2 \cdot u(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_d \cdot r^2 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s \cdot \theta(s) \\ s \cdot \theta_d(s) \\ s \cdot u(s) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} K - g \left(m \cdot l + \frac{\rho \cdot l^2}{2} + m_d(d + l_d) - \rho_d \cdot l_d \left(d + \frac{l_d}{2} \right) \right) & +m_d \cdot g \cdot l_d + \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot g & 0 \\ +m_d \cdot g \cdot l_d + \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot g & k_d \cdot r^2 - m_d \cdot g \cdot l_d - \rho_d \cdot \frac{l_d^2}{2} \cdot g & 0 \\ 0 & 0 & k_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta(s) \\ \theta_d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} F(s) \cdot l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$\begin{bmatrix} \theta(s) \\ \theta_d(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{1,1}(s) & G_{1,2}(s) & G_{1,3}(s) \\ G_{2,1}(s) & G_{2,2}(s) & G_{2,3}(s) \\ G_{3,1}(s) & G_{3,2}(s) & G_{3,3}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} F(s) \cdot l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = G_{1,1}(s) \cdot l \quad (64)$$

$$\frac{\theta_d(s)}{F(s)} = G_{2,1}(s) \cdot l \quad (65)$$

A matriz de transferência $G(s)$ foi calculada por meio do software MATLAB e, devido a sua extensão, não foi transcrita aqui no trabalho.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Simulações foram realizadas com intuito de analisar a eficácia de diferentes tipos de controle atuando em uma estrutura de uma torre de turbina eólica flutuante modelada como um pêndulo invertido. O controle proporcional é testado em um ponto crítico, no qual a mola torcional da torre não possui rigidez suficiente para manter o sistema estável e, dessa forma, adiciona-se uma mola torcional externa para estabilizar o sistema.

O controle utilizando um amortecedor de massa sintonizado do tipo pêndulo é analisado como pêndulos simples e invertido, separadamente, para comparar a influência da posição do sistema de controle na eficiência deste.

4.1 CONTROLE PROPORCIONAL

Para o sistema da Fig. (3.1), o valor inicial da rigidez rotacional K adotada foi calculado considerando a barra engastada na base. Utilizando o MATLAB, foram calculados os polos das funções de transferência para verificar a estabilidade do sistema (Ogata, 2002) e, além disso, o valor de K foi diminuído até o ponto em que o sistema deixa de ser estável. Os resultados obtidos estão dispostos na Tab. (4.1).

Tabela 4.1 Estudo paramétrico de K .

Valores de K (N.m/rad)	Pólos para G_1
$8,2760 \cdot 10^{14}$	-0.000017964993918 + 9.591515459921958i -0.000017964993918 - 9.591515459921958i -0.000034015855643 + 0.000000000000000i -0.000000041717768 + 0.000000000000000i
$8,2760 \cdot 10^8$	-0.001796466807848 + 0.798715564460588i -0.001796466807848 - 0.798715564460588i -0.003401650732259 + 0.000000000000000i -0.000004171776755 + 0.000000000000000i
$8,2760 \cdot 10^7$	-0.437718873329627 0.434125655765571 -0.003401366783899 -0.000004171776755

A estabilidade é verificada quando a parte real de todos os polos for negativa. Se alguma for nula, o sistema pode ou não ser estável e, se alguma for positiva, é instável. Nota-se que o sistema se tornou instável no intervalo entre $8,2760 \cdot 10^8$ [N.m/rad] e $8,2760 \cdot 10^7$ [N.m/rad], pois a parte real de um dos polos ficou positiva.

Utilizando, então, o valor de $8,2760 \cdot 10^7$ [N.m/rad] para a constante elástica da mola torcional, tem-se que o sistema é instável. Com isso, acopla-se uma mola torcional externa de constante elástica k_e para tornar o sistema estável. Por meio de uma rotina em MATLAB para calcular o valor de k_e

para estabilizar o sistema, obteve-se o valor de $k_e = 1,710148716796573 \cdot 10^8 [N.m/rad]$. Para esse valor, a parte real dos polos se tornam todas negativas, porém, ao simular o sistema, nota-se que a amplitude angular de oscilação θ supera o valor de $0,26 [rad]$, que é o valor limite para manter o sistema no regime linear.

Por causa desse problema, realizaram-se outras simulações no MATLAB para determinar o valor de k_e que limita o valor máximo da amplitude angular de θ igual ou menor que $0,26 [rad]$. Dessa forma, foi encontrado o valor de $k_e = 1,936823424477306 \cdot 10^8 [N.m/rad]$. Logo, para valores de k_e maiores que esse calculado, o sistema se torna estável e se mantém em regime linear.

A Fig. (4.1) representa o sistema montado no SIMULINK. A força do vento é aplicada pelo bloco de valor constante “Constant” somado aos blocos de ondas senoidais “Sine Wave” no bloco de função de transferência “Transfer Fcn”, a resposta é recuperada e modificada pelo bloco de controle “PID Controller” e altera o valor resultante da força do vento aplicada. Os blocos “simout” coletam dados para serem utilizados no MATLAB. As cores circuladas correspondem às saídas representadas nos gráficos na Fig.(4.2), Fig. (4.3), Fig. (4.4) e na Fig. (4.5). O carregamento da força do vento é modelado como uma força harmônica senoidal em torno de um valor constante.

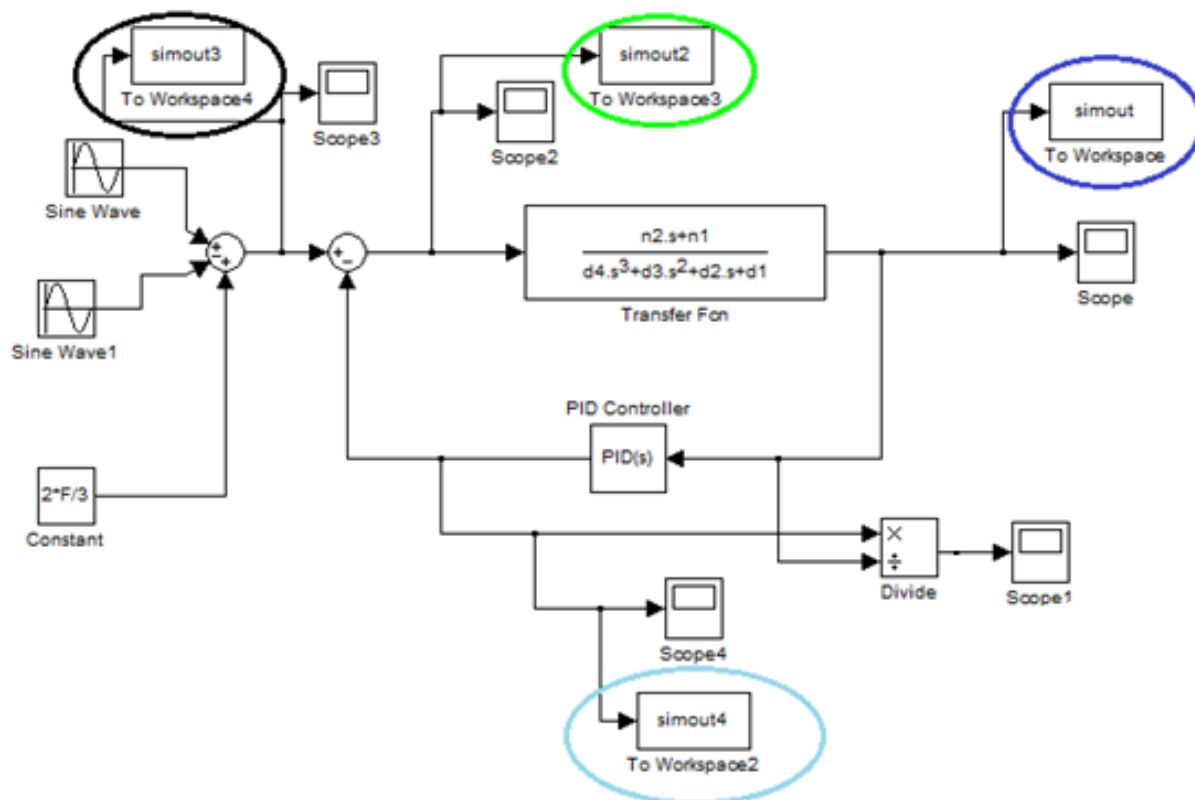


Figura 4.1. Sistema de blocos montado no SIMULINK.

A Fig.(4.2) representa o carregamento da força do vento aplicada nas pás do aerogerador.

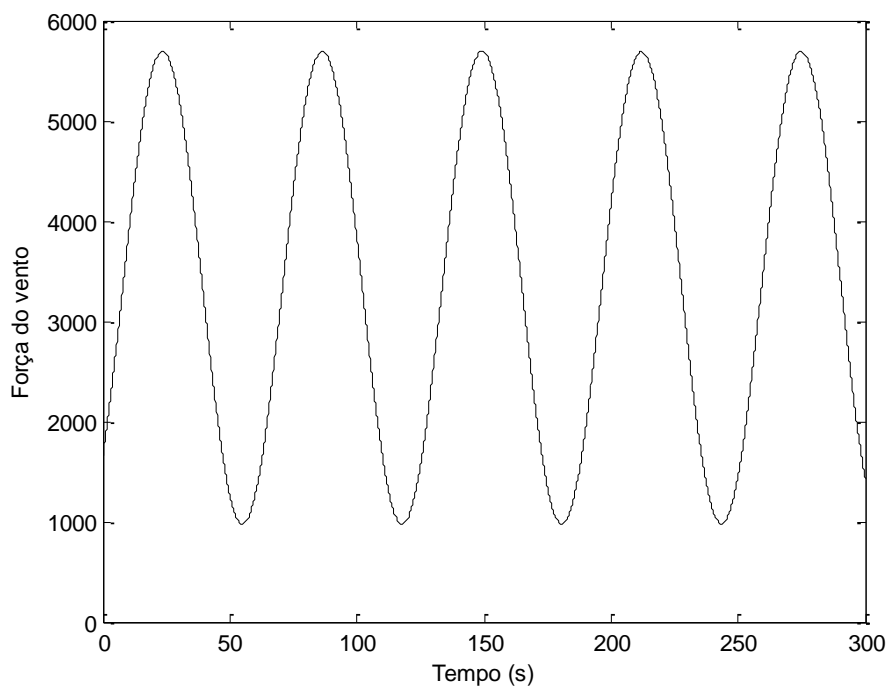


Figura 4.2. Gráfico da força do vento aplicada na estrutura vs tempo.

A Fig.(4.3) representa a força do controle proporcional.

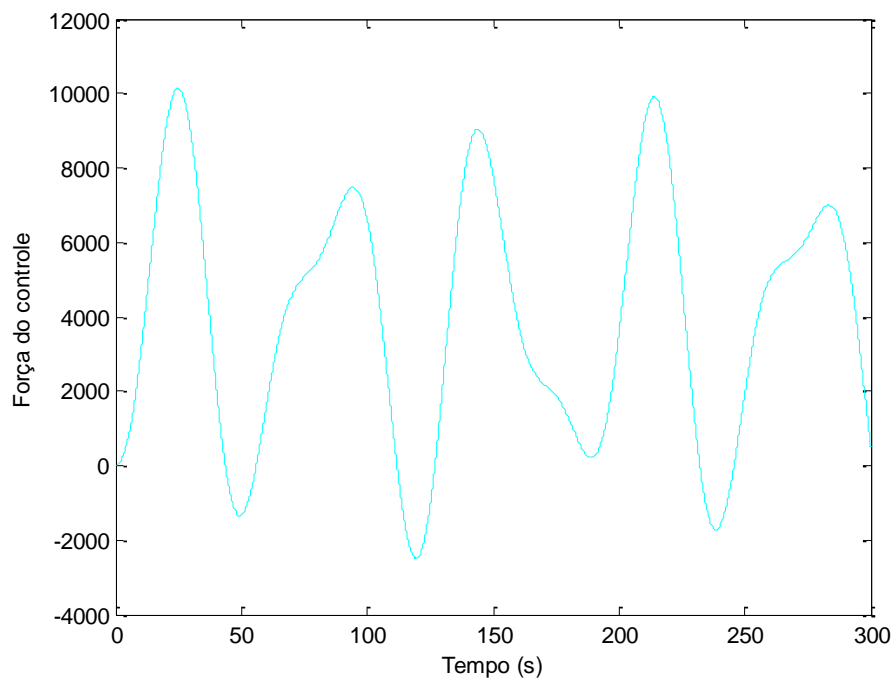


Figura 4.3. Gráfico da força do controle proporcional vs tempo.

A Fig.(4.4) representa a força resultante do carregamento do vento com a força proveniente do controle proporcional.

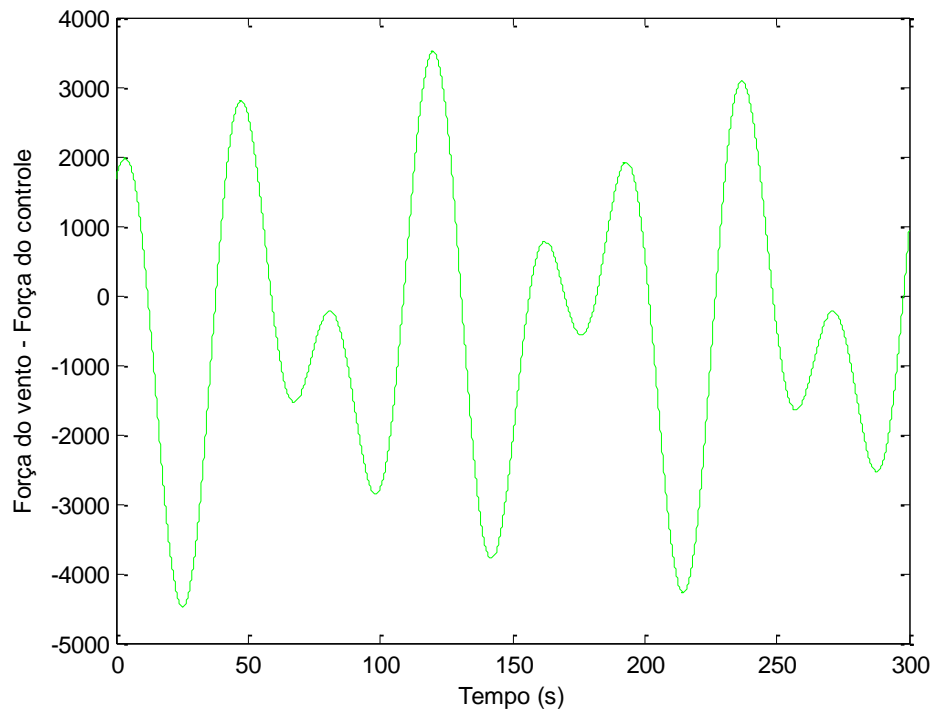


Figura 4.4. Gráfico resultante da soma das forças do vento e do controle proporcional vs tempo.

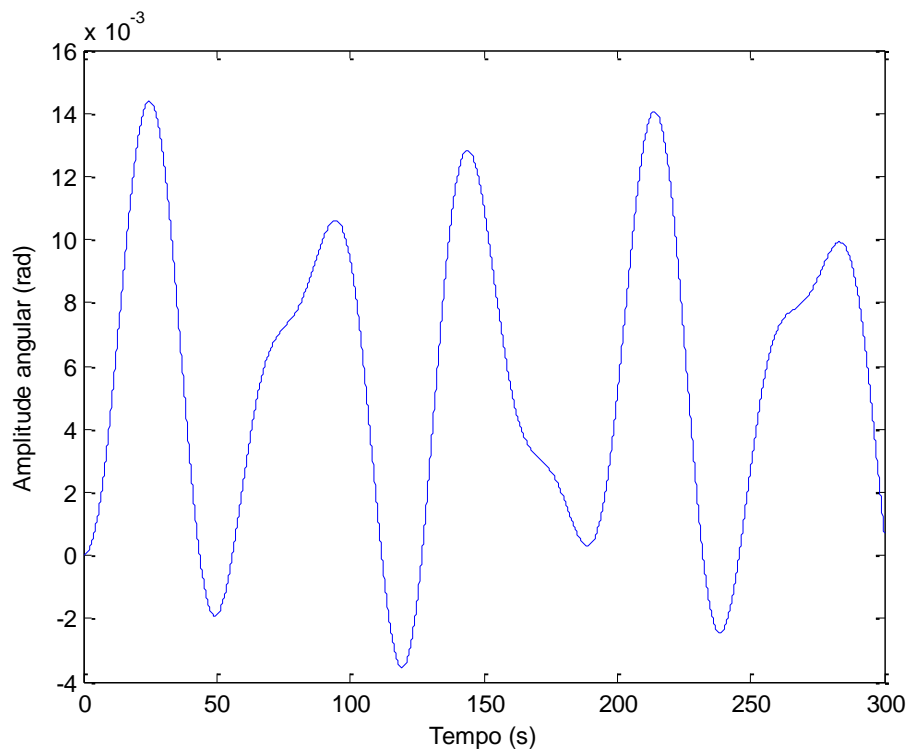


Figura 4.5. Gráfico da amplitude angular da torre vs tempo.

4.2 CONTROLE COM AMS TIPO PÊNDBULO

Para o estudo numérico realizado do sistema controlado pelo AMS do tipo pêndulo da Fig. (3.3), foram consideradas as propriedades de uma turbina NREL 5 MW apresentadas por Stewart & Lackner (2011).

Foram ainda considerados os seguintes valores para os parâmetros do sistema: $l = 90[m]$, $m_c = 240000[kg]$, $g = 9,81[m/s^2]$, $K = 8,276 \cdot 10^8[N.m/rad]$, $m = 110000[kg]$, $m_d = 11000[kg]$, $d = 60[m]$, $l_d = 67,5[m]$, $k_d = 10^6[N/m]$, $c_d = 10^6[N.s/m]$. O carregamento dinâmico do vento foi modelado como uma carga aplicada sobre a massa do pêndulo invertido. Os dois casos de carregamento foram considerados, força harmônica e ruído branco são apresentados na Fig. (4.6). Força harmônica: $F(t) = 33333 + 16666 \cdot \sin(0,97 \cdot t)$ [N], utilizando como frequência do forçamento 0,97 rad/s por ser próxima à frequência natural do sistema.

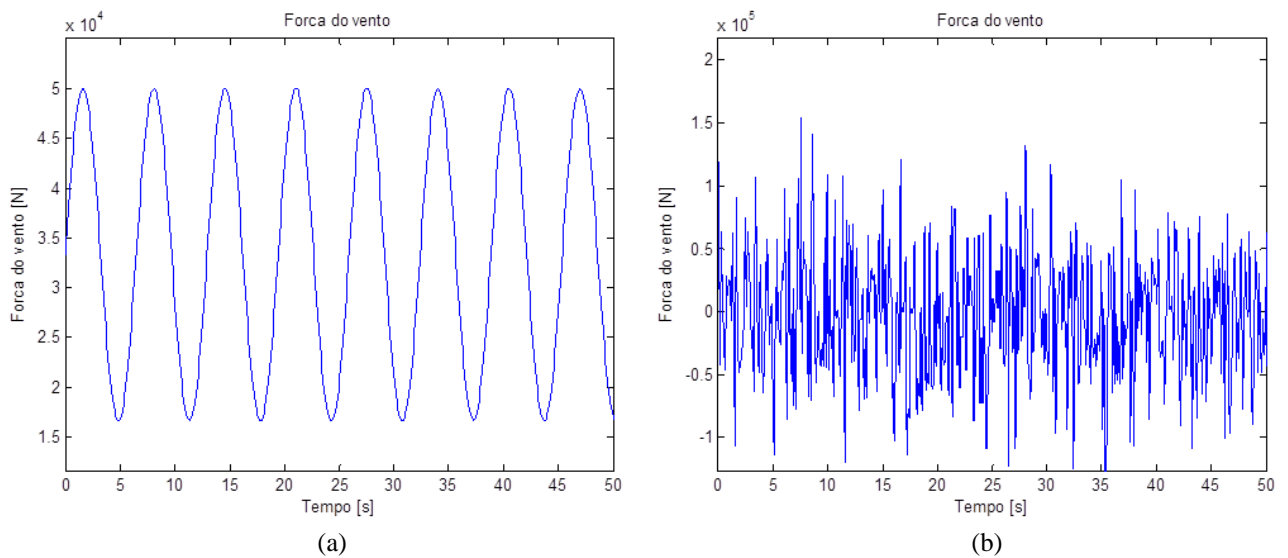


Figura 4.6. Carregamento: (a) Força harmônica (b) Ruído branco.

Para validar as equações, diminuiu-se m_d a um valor muito próximo de zero. Com isso, o sistema com AMS iria se igualar ao sistema sem AMS. O resultado da simulação dessa comparação foi exatamente como esperado, validando as equações propostas.

A partir das equações de movimento (20), (36) e (37) foram obtidas as funções de transferência $G(s)$ correspondentes. Analisando-se as raízes do polinômio do denominador de $G(s)$ obtiveram-se os polos do sistema, apresentados na Tab. (4.2), com os quais é possível verificar a estabilidade do sistema. Consideraram-se os casos com e sem controle.

Tabela 4.2. Polos do sistema

Polos para θ sem controle	Polos para θ com controle	Polos para θ_d
-0.001796466807848 + 0.798715564460588i	-0.043450847480882 + 0.802242775288952i	-0.043450847480882 + 0.802242775288952i
-0.001796466807848 - 0.798715564460588i	-0.043450847480882 - 0.802242775288952i	-0.043450847480882 - 0.802242775288952i
-0.003401650732259 + 0.000000000000000i	-0.083928997115036 + 0.557869395171057i	-0.083928997115036 + 0.557869395171057i
-0.000004171776755 + 0.000000000000000i	-0.083928997115036 - 0.557869395171057i	-0.083928997115036 - 0.557869395171057i
	-0.003190952446298 + 0.000000000000000i	-0.003190952446298 + 0.000000000000000i
	-0.000004172114609 + 0.000000000000000i	-0.000004172114609 + 0.000000000000000i

Nota-se que todos os polos calculados possuem parte real negativa, podendo, então, afirmar que o sistema é estável sem controle e com controle, além de ser estável o pêndulo do AMS.

Entretanto, mesmo com essa análise de estabilidade indicando um sistema estável, deve-se verificar a amplitude angular dos resultados, já que estas devem ser pequenas para garantir a linearidade das equações. Essa amplitude angular não pode ser maior que 0.26 [rad], correspondendo ao valor de 0.257 para sin 0.26 e ao valor de 0.966 para cos 0.26.

As frequências naturais do sistema nos dois casos analisados foram obtidas por meio de uma análise modal. Os valores das frequências naturais estão na Tab. (4.3). Os gráficos de resposta em frequência para θ são apresentados na Fig. (4.7). Em ambos os casos, o modo associado à segunda frequência natural (próximas a 0,8 Hz) possui maior influência na resposta, enquanto que o modo associado à primeira frequência natural possui influência tão pequena que seu pico resulta numa ordem de grandeza muito abaixo de 10^{-8} .

Tabela 4.3. Frequências naturais dos sistemas sem e com controle.

Frequências naturais do sistema sem controle [Hz]	Frequências naturais do sistema com controle [Hz]
0.000119124536744	0.000115381013955
0.798725245061805	0.761604184809907
	1.564110571354939

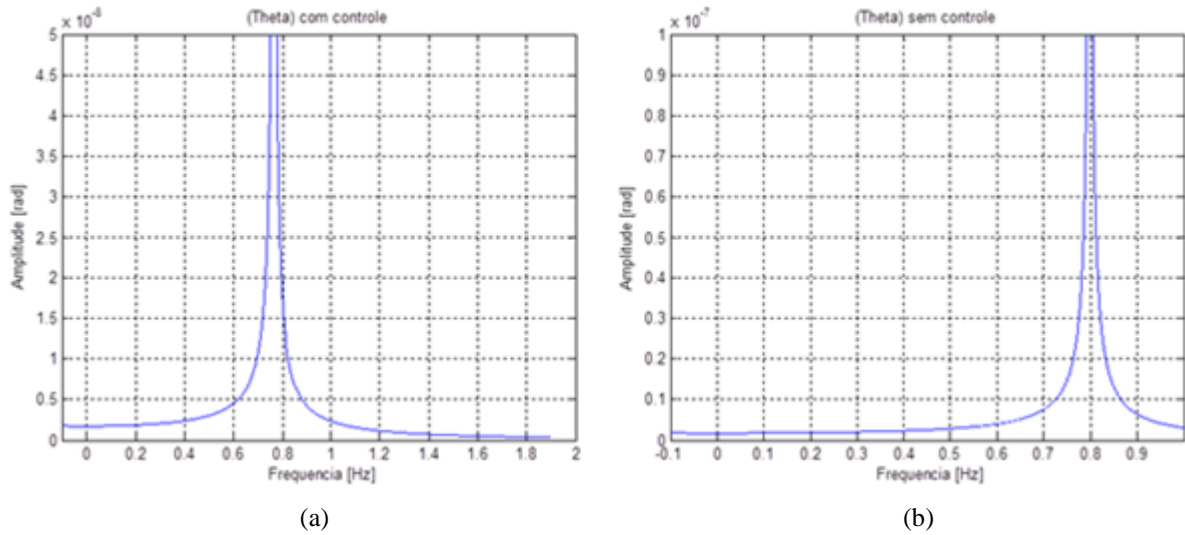


Figura 4.7. Resposta em frequência: (a) com controle e (b) sem controle.

A Fig. (4.8) apresenta a evolução no tempo do deslocamento angular θ , quando da aplicação da força harmônica, comparando-se os casos sem controle e com a instalação do AMS. Não se verifica uma redução muito significativa das amplitudes.

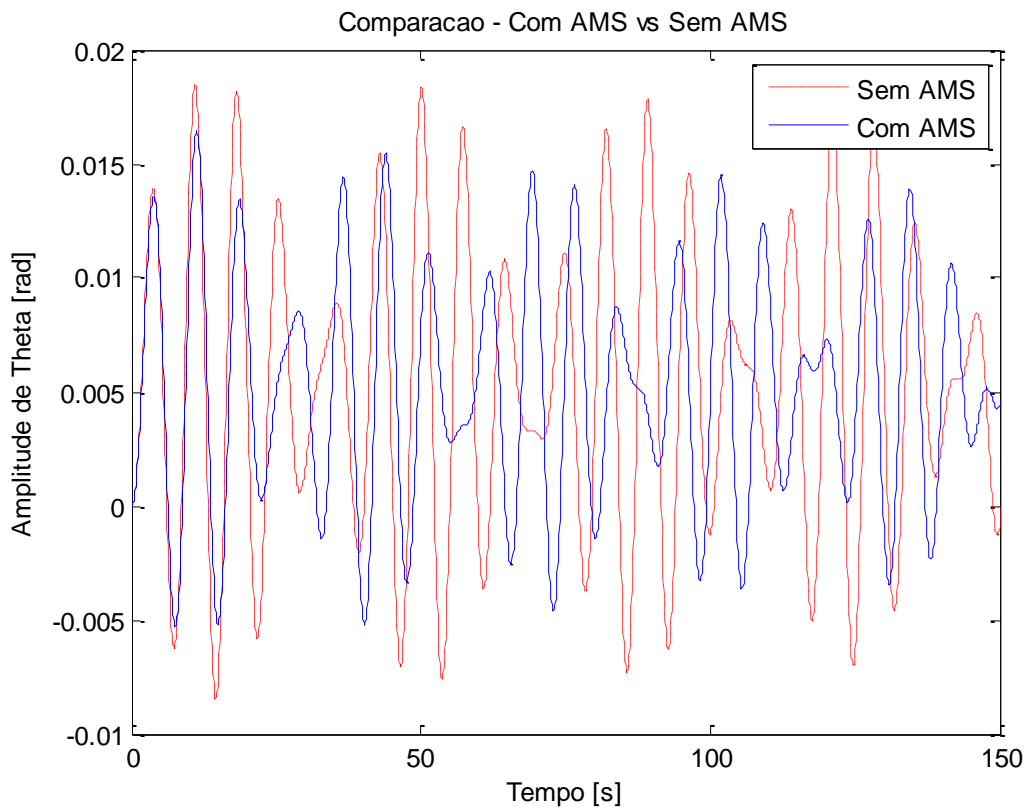


Figura 4.8. Evolução do deslocamento angular com e sem controle (Força harmônica)

Entretanto, ao modificar os parâmetros para $k_d = 10^5 [N/m]$, $c_d = 10^5 [N.s/m]$ e $l_d = 90 [m]$, verifica-se na Fig. (4.9) que ocorre uma melhora significativa da performance. Porém o comprimento l_d do pêndulo, na prática, é limitado por aspectos construtivos, sendo assim esta solução é inviável.

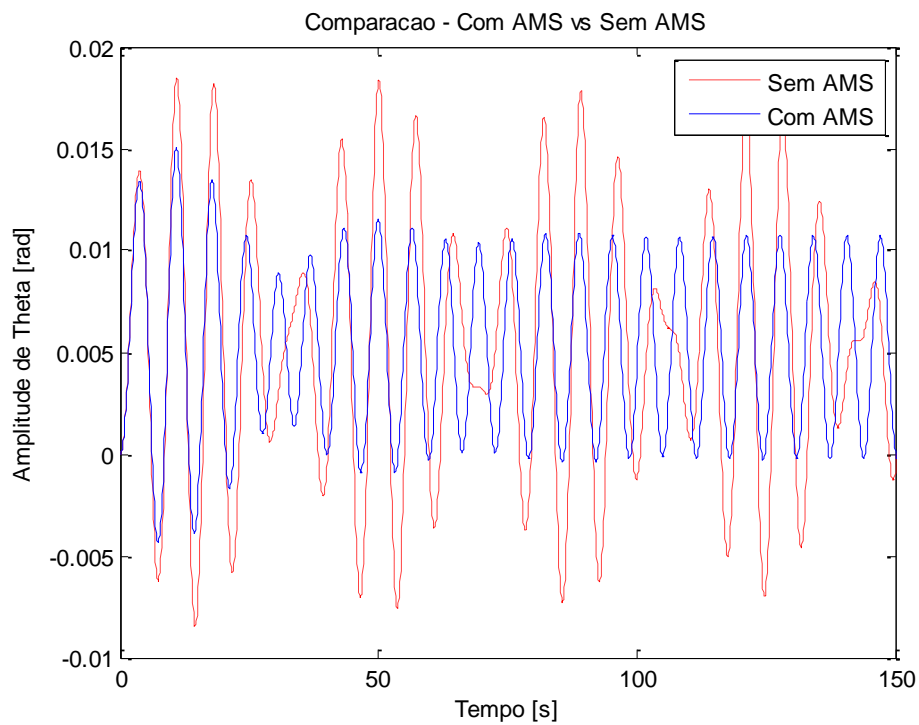


Figura 4.9. Evolução do deslocamento angular com e sem controle variando-se os parâmetros do AMS. (Força harmônica).

Ao aplicar o carregamento de ruído branco mostrado na Fig. (4.6.b), nota-se uma redução da amplitude em determinados intervalos de tempo, porém uma ampliação destes valores em outros intervalos, conforme se pode verificar na Fig. (4.10). Neste caso o AMS não é eficiente.

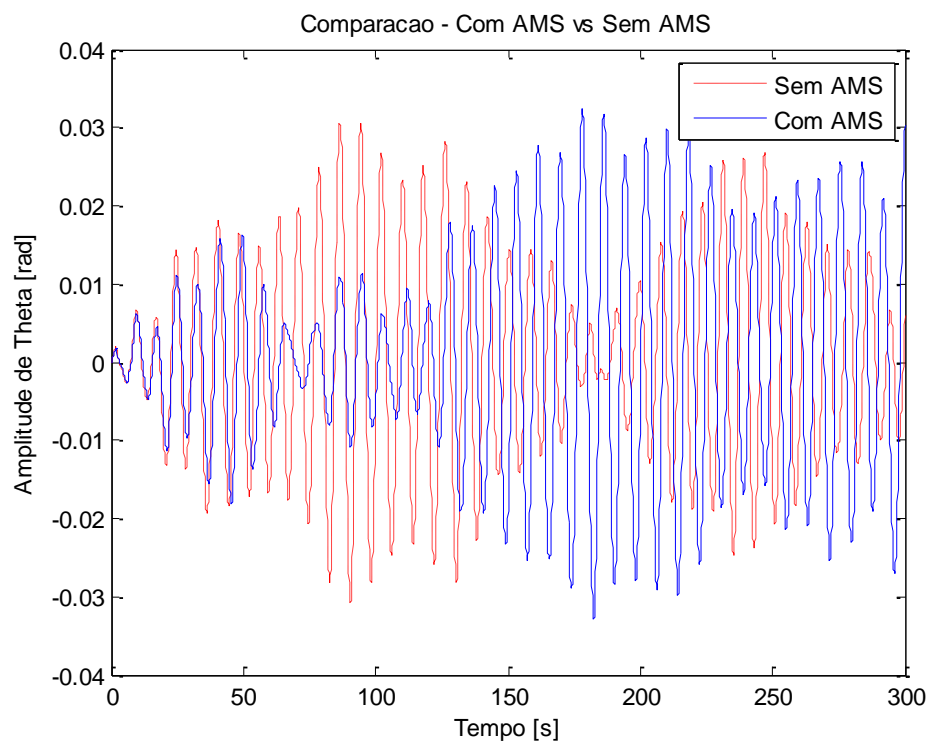


Figura 4.10. Evolução do deslocamento angular com e sem controle variando-se os parâmetros do AMS. (Ruído branco)

Novamente variando-se os valores dos parâmetros para $k_d = 10^5 [N/m]$, $c_d = 10^5 [N.s/m]$ e $l_d = 90 [m]$, nota-se a redução da amplitude conforme mostra a Fig. (4.11). No entanto, conforme citado anteriormente, este comprimento de pêndulo é inviável.

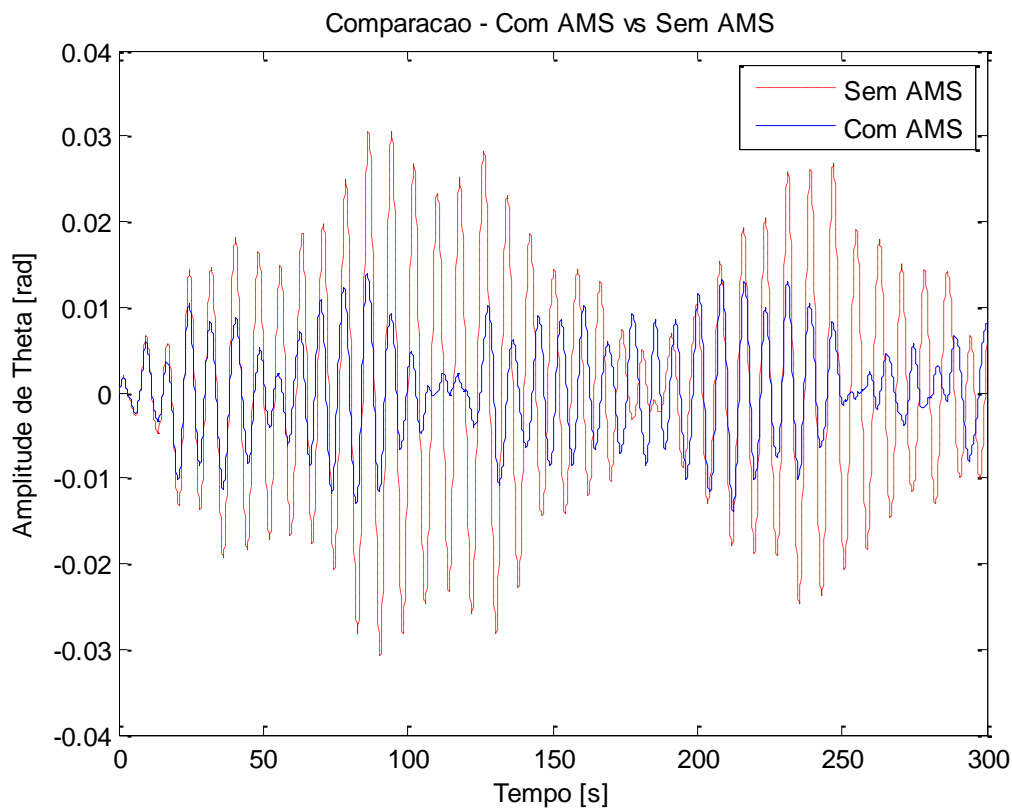


Figura 4.11. Gráfico da comparação da amplitude θ sem e com controle X tempo, para ruído branco.

Conclui-se desta forma que o AMS pendular, em ambos os casos de carregamento, só alcança bons níveis de eficiência para valores altos de comprimento l_d , não se apresentando como uma boa solução para este tipo de problema pelas limitações práticas.

Observou-se, em todos os gráficos e resultados, que as amplitudes angulares estavam todas dentro do limite de $0.26 [rad]$ determinado para manter as equações lineares, inclusive para a amplitude de deslocamento angular de θ_d .

4.3 CONTROLE COM AMS TIPO PÊNDULO INVERTIDO

A fim de analisar a performance do AMS como um pêndulo invertido, desconsiderando-se inicialmente a massa da haste, foi realizado um estudo paramétrico. Variou-se o comprimento l_d de 2 a 38 metros com variações de 1,5m garantindo-se que o valor da distância d também varie para manter o topo dessa haste a 3m do topo da torre principal. Consideraram-se os valores de k_d e c_d variando de 1 a 10^{10} em potências de 10. Os melhores resultados foram encontrados calculando a porcentagem de

redução do valor do deslocamento angular RMS (*Root Mean Square* – Valor Quadrático Médio) e estão dispostos na Tab.(4.4).

Tabela 4.4: Melhores resultados para os parâmetros do AMS como pêndulo invertido desconsiderando a massa da haste.

d	l_d	$k_d (10^7)$	$c_d (10^6)$	RMS %
77,5	9,5	1	1	32,15
77,5	9,5	1	10	29,27
76	11	1	0.1	30,08
76	11	1	1	34,86
76	11	1	10	29,87
74,5	12,5	1	10	29,43
73	14	1	10	28,07
56,5	30,5	10	100	28,62
55	32	10	100	29,18
53,5	33,5	10	10	28,24
53,5	33,5	10	100	29,67
52	35	10	10	29,43
52	35	10	100	30,09
50,5	36,5	10	10	30,55
50,5	36,5	10	100	30,44
49	38	10	10	31,69
49	38	10	100	30,71

Os valores de $l_d = 30,5$ até $l_d = 38$ são desconsiderados, pois não possuem um rendimento consideravelmente bom para compensar o comprimento da haste do AMS, pois, quanto maior for o comprimento de l_d , maior será o risco de ocorrência de problemas relacionados à flambagem.

Nota-se que os melhores resultados estão por volta de $k_d = 10^7$, $c_d = 10^5$ a 10^7 , $l_d = 9,5$ a 14 .

Uma nova tabela é gerada refinando os resultados, ou seja, diminuindo o intervalo entre os valores que possuem melhores resultados.

Variando l_d entre 6 e 17, k_d entre $5 \cdot 10^5$ e $5 \cdot 10^6$ e c_d entre 10^5 e 10^7 para um primeiro refinamento, os melhores resultados estão dispostos na Tab. (4.5):

Tabela 4.5: Melhores resultados do primeiro refinamento.

d	l_d	$k_d (10^7)$	$c_d (10^6)$	RMS %
79,50	7,5	0,6	0,5	35,60
76,25	10,75	1,0	1,0	35,57
75,75	11,25	1,1	1,0	35,53
75,50	11,5	1,1	1,0	35,57
75,00	12	1,2	1,0	35,55
74,25	12,75	1,3	1,0	35,51
74,25	12,75	1,3	1,5	35,57
73,75	13,25	1,4	1,5	35,61
73,50	13,5	1,4	1,5	35,53
73,25	13,75	1,5	1,5	35,50
73,00	14	1,5	1,5	35,63

Nota-se que os melhores valores de redução de deslocamento RMS em % são $l_d = 7,5$; 13,25 e 14. Refina-se mais uma vez a tabela em busca de um novo resultado em torno de $l_d = 7,5$, pois valores menores de l_d , k_d e c_d são mais interessantes do ponto de vista construtivo. Os melhores valores estão dispostos na Tab. (4.6):

Tabela 4.6: Melhores resultados do segundo refinamento.

d	l_d	$k_d (10^6)$	$c_d (10^5)$	RMS %
79,7	7,3	5,8	4,3	35,63
79,6	7,4	5,9	4,3	35,63
79,6	7,4	5,9	4,4	35,64
79,6	7,4	5,9	4,5	35,63
79,5	7,5	6,0	4,4	35,63
79,5	7,5	6,0	4,5	35,63
78,9	8,1	6,7	5,1	35,63
78,9	8,1	6,7	5,2	35,64
78,9	8,1	6,7	5,3	35,64
78,9	8,1	6,7	5,4	35,63

A partir desse ponto, um novo refinamento obterá uma melhora pouco significativa, sendo então desnecessário o mesmo. Os valores finais do estudo paramétrico são, portanto: $d = 79,6\text{m}$; $l_d = 7,4\text{m}$; $k_d = 5,9 \cdot 10^6 \text{ N/m}$; $c_d = 4,4 \cdot 10^5 \text{ N.s/m}$.

Aplicando os carregamentos do vento harmônico e de ruído branco, obtêm-se as respostas no tempo da estrutura sem controle e controlada dispostas em Fig. (4.12) e Fig. (4.13), respectivamente.

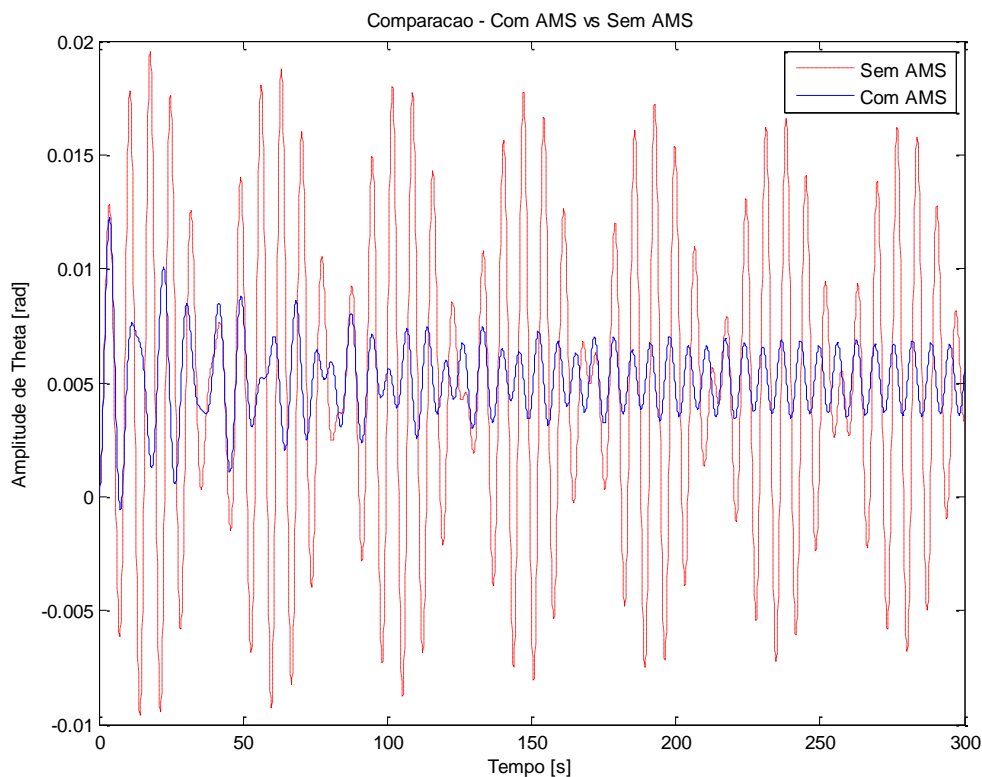


Figura 4.12: Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento harmônico do vento.

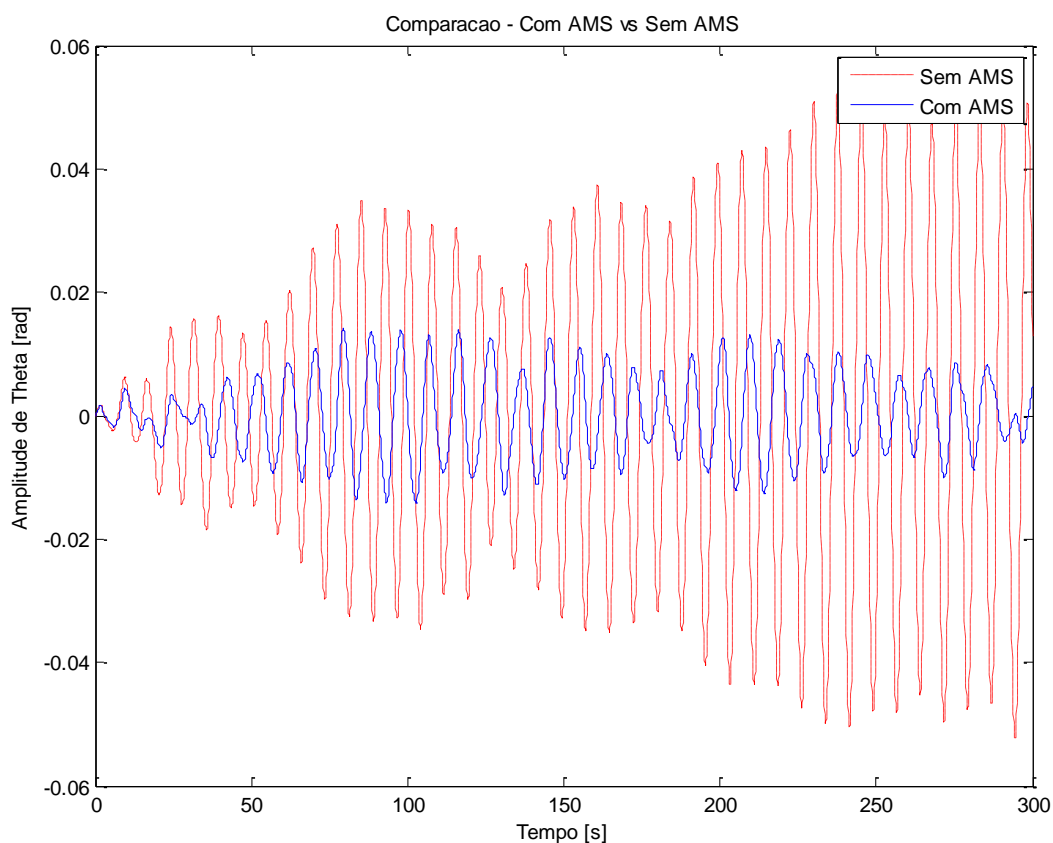


Figura 4.13: Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento de ruído branco do vento.

Nota-se que, com a configuração do AMS pendular invertido, o sistema de controle possui performance muito superior a do AMS pendular simples, considerando que, além de resultar em uma vibração de θ com menor amplitude, o comprimento do pêndulo invertido ($l_d = 7,4\text{m}$) é mais de 10 vezes menor que o comprimento do pêndulo simples ($l_d = 90\text{m}$). Dessa forma, conclui-se que a configuração invertida do AMS pendular é mais eficiente que configuração simples.

Em seguida foi realizada nova análise considerando desta feita a massa da haste, realizou-se novo estudo paramétrico e, para isso, considerou-se o comprimento l_d variando de 2m a 38m com variações de 1,5m de forma que o valor da distância d também varie para manter o topo dessa haste a 3m do topo da torre principal. Consideraram-se os valores de k_d e c_d variando de 1 a 10^{11} em potências de 10. Os melhores resultados foram encontrados calculando a redução do deslocamento angular RMS em porcentagem e estão dispostos na Tab. (4.7)

Tabela 4.7: Melhores resultados para os parâmetros do AMS como pêndulo invertido considerando a massa da haste.

d	l_d	$k_d (10^7)$	$c_d (10^6)$	RMS %
77,5	9,5	1	1	32,44
77,5	9,5	1	10	29,4
76,0	11	1	0,1	28,26
76,0	11	1	1	33,74
76,0	11	1	10	29,9
74,5	12,5	1	10	29,32
58,0	29	10	100	28,35
56,5	30,5	10	100	28,94
55,0	32	10	100	29,46
53,5	33,5	10	10	28,65
53,5	33,5	10	100	29,88
52,0	35	10	10	29,78
52,0	35	10	100	30,23
50,5	36,5	10	10	31,05
50,5	36,5	10	100	30,49
49,0	38	10	10	32,48
49,0	38	10	100	30,67

Os valores de $l_d = 29$ até $l_d = 38$ são desconsiderados, pois não levam a uma melhor performance considerável para compensar o comprimento da haste do AMS, pois, quanto maior for o comprimento de l_d , maior é a probabilidade de ocorrência de problemas relacionados à flambagem.

Nota-se que os melhores resultados estão em torno de $k_d = 10^7$, $c_d = 10^5$ a 10^7 , $l_d = 9$ a $12,5$.

Uma nova tabela é gerada refinando os resultados, ou seja, diminuindo o intervalo entre os valores que possuem melhores resultados.

Variando l_d entre 6 e 15,5, k_d entre $5 \cdot 10^5$ e $5 \cdot 10^6$ e c_d entre $5 \cdot 10^5$ e 10^8 para um primeiro refinamento, os melhores resultados estão dispostos na Tab. (4.8):

Tabela 4.8: Melhores resultados do primeiro refinamento.

d	l_d	$k_d (10^6)$	$c_d (10^5)$	RMS %
80,5	6,5	5	5	35,24
79,75	7,25	6	5	35,23
79,5	7,5	6	5	35,32
78,75	8,25	7	5	35,47
78	9	8	5	35,23
78	9	8	10	35,20

Nota-se que os melhores valores de redução do valor do deslocamento RMS em % se encontram entre os valores de $l_d = 6,5$ e 9 . Refina-se mais uma vez a tabela em busca de um novo resultado mais preciso. Os melhores valores estão dispostos na Tab.(4.9):

Tabela 4.9: Melhores resultados do segundo refinamento.

d	l_d	$k_d (10^6)$	$c_d (10^5)$	RMS %
79,7	7,3	5,9	4,5	35,52
79,7	7,3	5,9	4,6	35,52
79,6	7,4	6,0	4,4	35,52
79,6	7,4	6,0	4,5	35,52
79,6	7,4	6,0	4,6	35,52
79,6	7,4	6,0	4,7	35,52
79,5	7,5	6,1	4,6	35,52
79,5	7,5	6,1	4,7	35,52

Nota-se que, mesmo considerando a massa distribuída da haste do AMS, os resultados foram bem próximos aos da análise anterior, com uma diferença de 0,12% de RMS. Logo os valores de d , l_d , k_d e c_d utilizados serão os mesmos da análise anterior para uma comparação mais precisa.

Aplicando os carregamentos do vento harmônico e de ruído branco, obtêm-se os gráficos dispostos em Fig.(4.14) e Fig.(4.15), respectivamente. Nota-se que, com a configuração do AMS pendular invertido, o sistema de controle possui performance muito superior a do AMS pendular simples, considerando que, além de resultar em uma vibração de θ com menor amplitude, o comprimento do pêndulo invertido ($l_d = 7,4\text{m}$) é mais de 10 vezes menor que o comprimento do pêndulo simples ($l_d = 90\text{m}$).

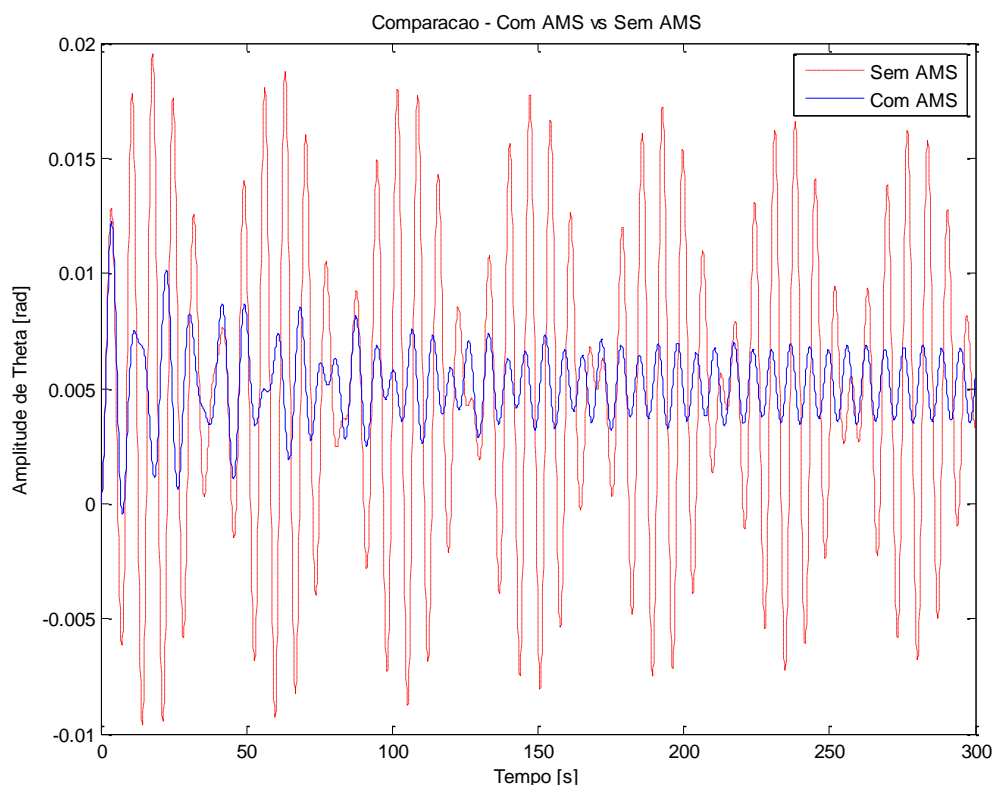


Figura 4.14: Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento harmônico do vento.

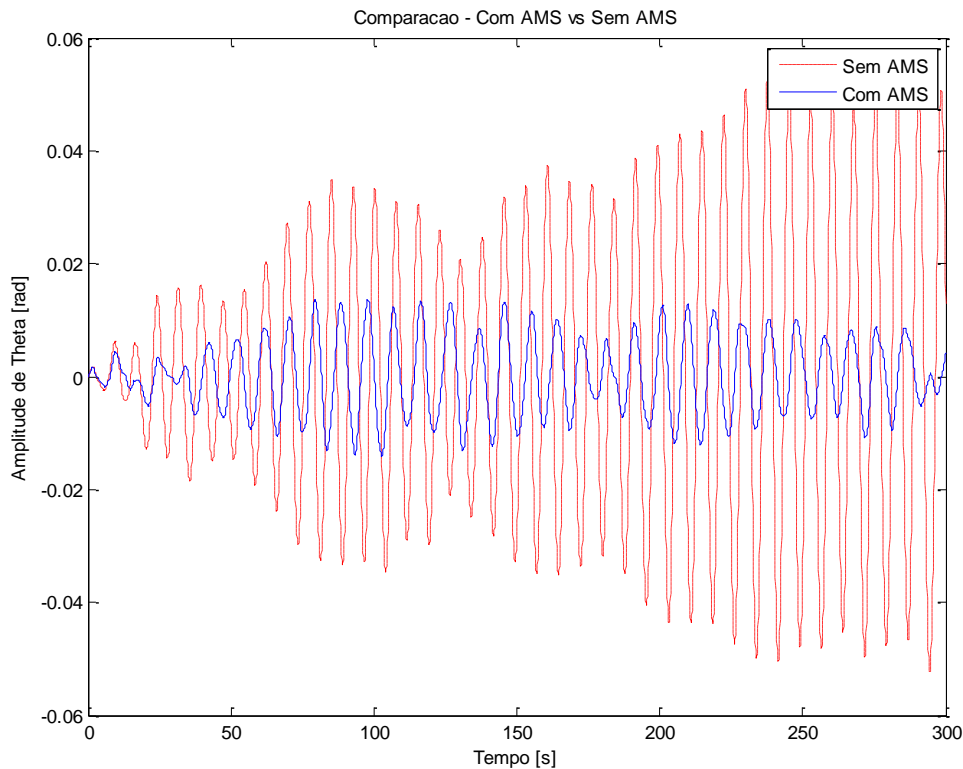


Figura 4.15: Gráfico da amplitude angular de θ em função do tempo sob carregamento de ruído branco do vento.

Ao comparar os gráficos das figuras Fig.(4.12) e Fig.(4.9), nota-se que o AMS como pêndulo invertido é consideravelmente mais eficiente que o AMS como pêndulo simples, principalmente pelo fato de que o AMS de pêndulo invertido de comprimento 7,4m absorveu mais energia que o do AMS de pêndulo simples de comprimento 90m.

Ao comparar os gráficos das figuras Fig.(4.12) e Fig.(4.14), fica imperceptível a diferença da eficiência, ao considerar a massa na haste, pois os resultados são muito próximos. Essa mesma conclusão é aplicada na comparação entre os gráficos das figuras Fig.(4.13) e Fig.(4.15). Logo, considerar a massa da haste do AMS, com o comprimento de apenas 7,4m, não resulta em uma diferença significativa nos resultados.

O cálculo dos polos foi realizado utilizando as funções de transferências dos sistemas considerados e as frequências naturais dos sistemas foram obtidas por meio de uma análise modal. Os valores dos polos estão dispostos na Tab.(4.10) e os valores das frequências naturais estão dispostos na Tab.(4.11), nas quais seus valores foram gerados utilizando os valores ótimos do estudo paramétrico.

Tabela 4.10. Polos dos sistemas desconsiderando a massa da haste e considerando-a

Polos do sistema sem a massa da haste	Polos do sistema com a massa da haste
$-0.083299707432147 + 1.117702915716513i$	$-0.125988073122892 + 1.123255169323508i$
$-0.083299707432147 - 1.117702915716513i$	$-0.125988073122892 - 1.123255169323508i$
$-0.014185339457069 + 0.677873968522726i$	$-0.015044798373969 + 0.661478502443062i$
$-0.014185339457069 - 0.677873968522726i$	$-0.015044798373969 - 0.661478502443062i$
$-0.003062485654249 + 0.000000000000000i$	$-0.003216186640776 + 0.000000000000000i$
$-0.000004172343475 + 0.000000000000000i$	$-0.000004172071847 + 0.000000000000000i$

Nota-se que a parte real de todos os polos é negativa, resultado esperado para o sistema estar dentro do regime de estabilidade.

Tabela 4.11. Frequências naturais dos sistemas desconsiderando a massa da haste e considerando-a

Frequências naturais do sistema sem a massa da haste	Frequências naturais do sistema com a massa da haste
0.000113037437408	0.000115835330287
0.676332798110798	0.660496037402893
1.123614908945937	1.135136775222053

Nota-se que os valores das frequências naturais dos sistemas são muito próximos, o que confirma que a massa da haste não resultou em uma diferença significativa.

Realizou-se uma comparação entre as respostas em frequência do sistema sem controle com o sistema com controle desconsiderando a massa da haste (Fig. 4.16) e a mesma comparação considerando a massa da haste (Fig. 4.17).

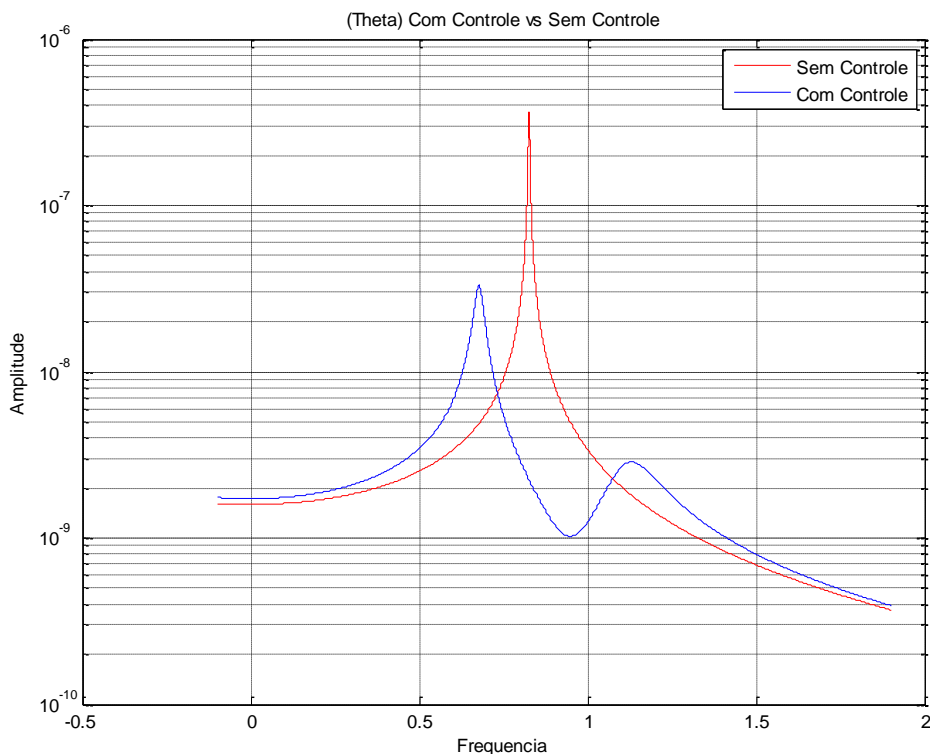


Figura 4.16. Comparação das respostas em frequência do sistema sem controle e do sistema com controle desconsiderando a massa da haste.

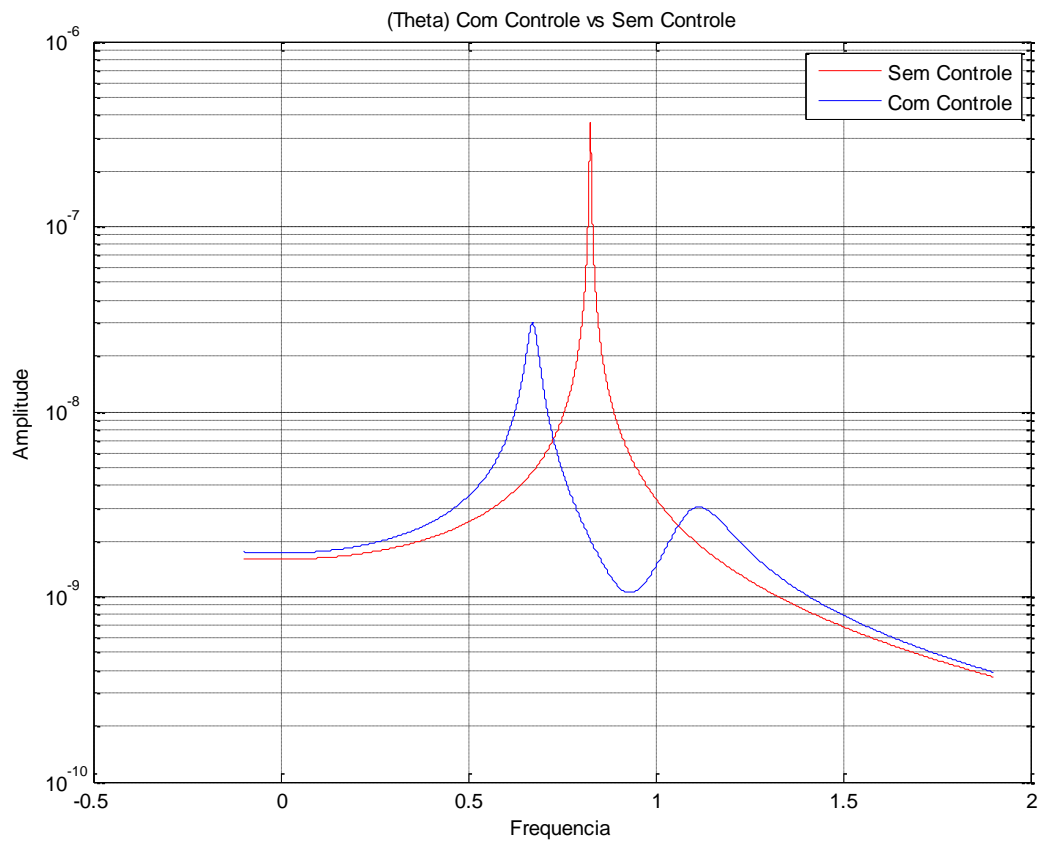


Figura 4.17. Comparação das respostas em frequência do sistema sem controle e do sistema com controle considerando a massa da haste.

Nota-se que, em ambos os casos, o sistema de controle é capaz de reduzir o pico de ressonância do sistema sem controle em aproximadamente 10 vezes, além de deslocar o valor da frequência natural de maior influência do sistema para dois valores, um menor e outro maior que o original.

Analisando a amplitude angular θ_d do AMS pendular invertido sem massa na haste, notou-se que a amplitude máxima de θ_d sob carregamento harmônico foi de 0,122 rad (Fig.4.18) e sob carregamento de ruído branco foi de 0,177 rad (Fig.4.19), ou seja, ambos dentro do limite de 0,26 rad determinado para manter o sistema em regime linear.

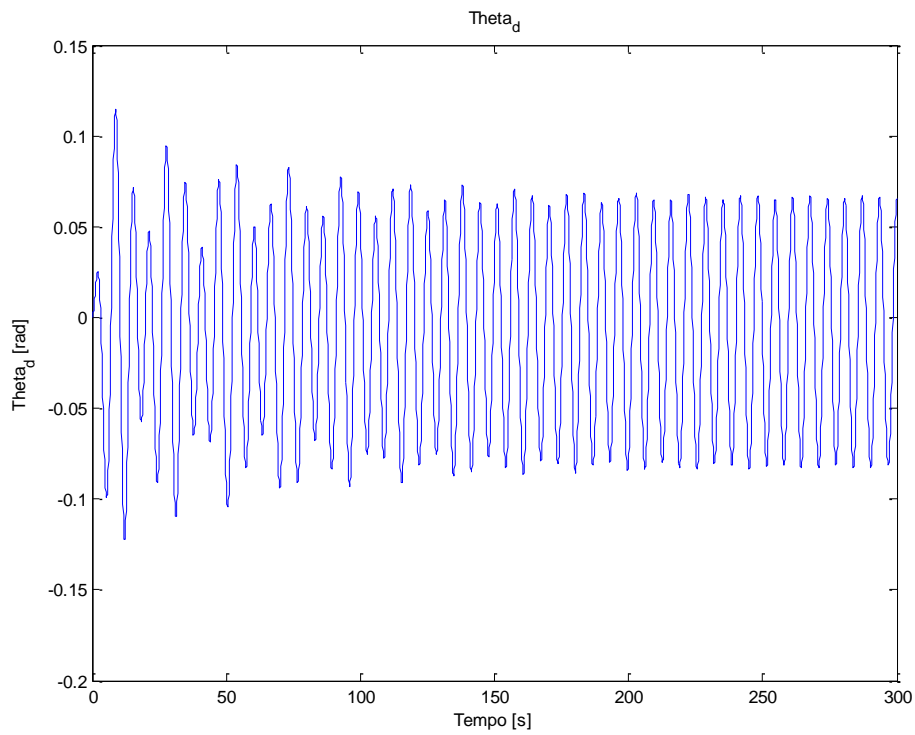


Figura 4.18. Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento harmônico do vento).

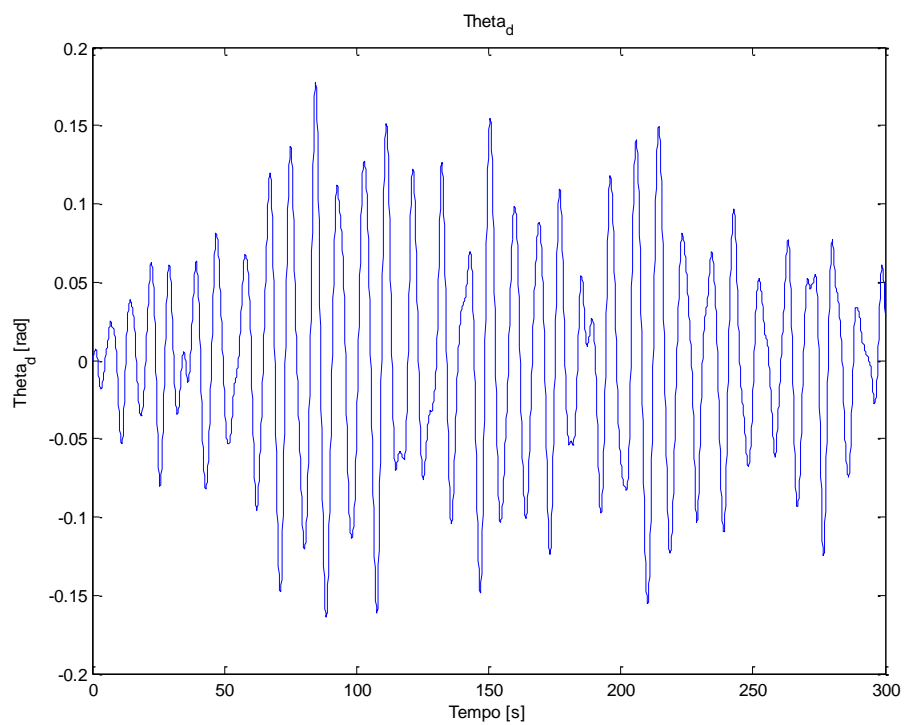


Figura 4.19. Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento de ruído branco do vento).

Analisando a amplitude angular θ_d do AMS pendular invertido com massa na haste, notou-se que a amplitude máxima de θ_d sob carregamento harmônico foi de 0,123 rad (Fig.4.20) e sob carregamento de ruído branco foi de 0,176 rad (Fig.4.21), ou seja, ambos dentro do limite determinado de 0,26 rad para manter o sistema em regime linear.

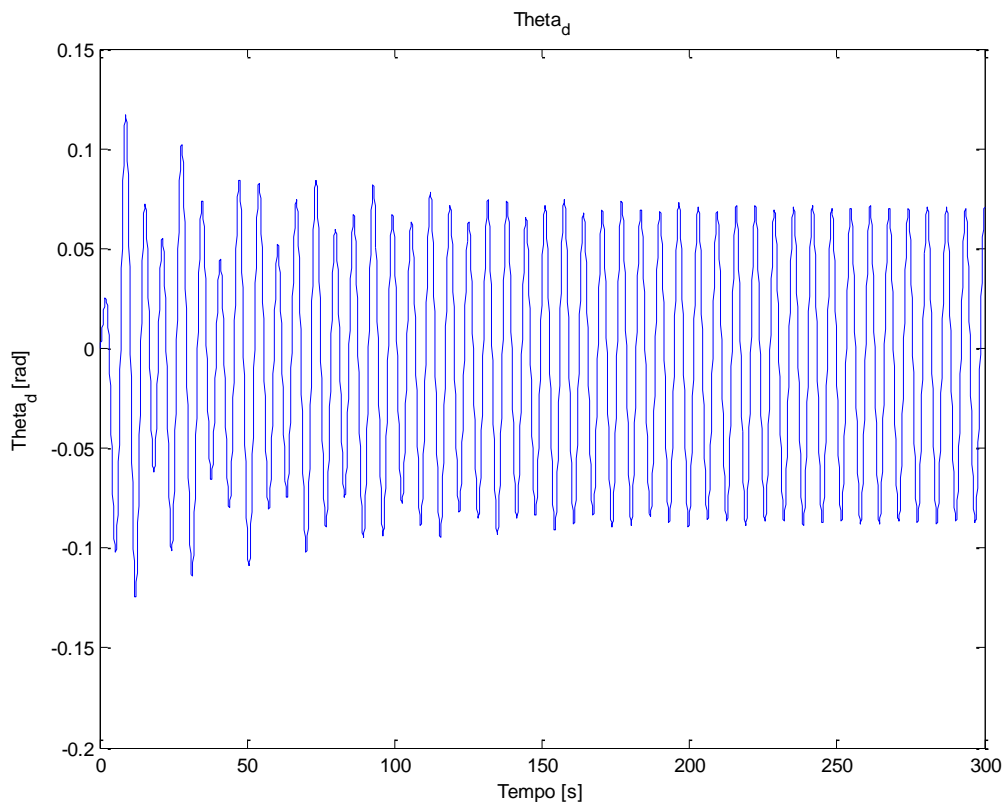


Figura 4.20. Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento harmônico do vento).

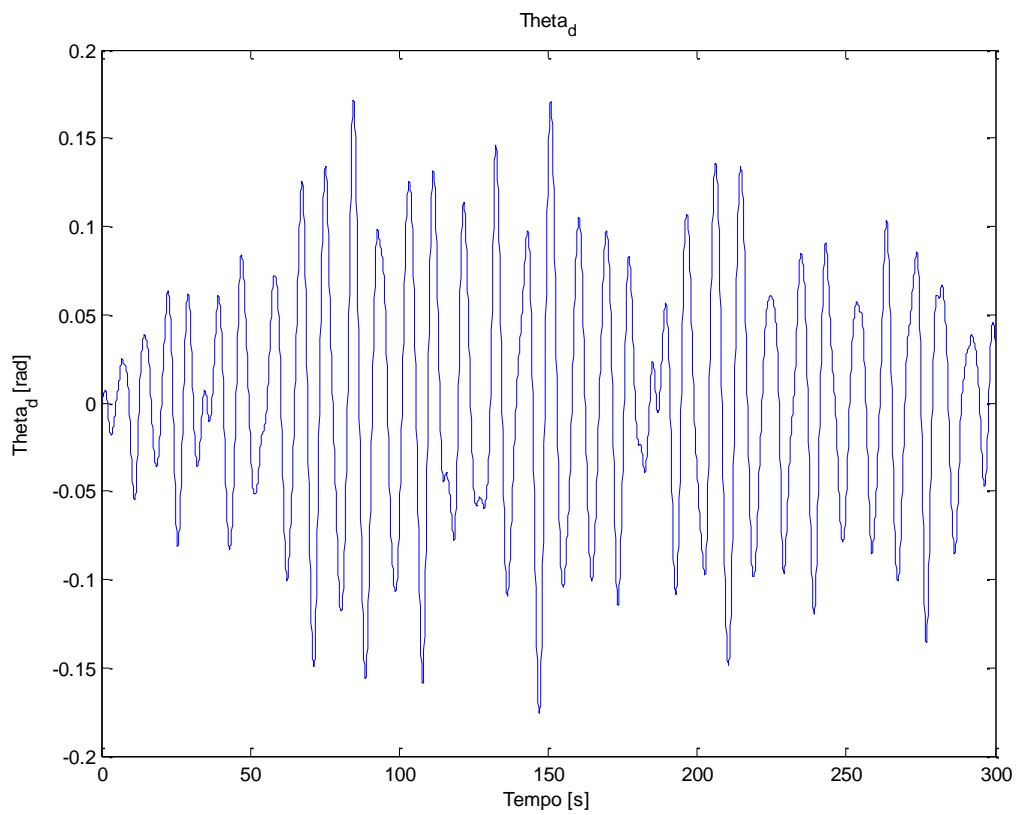


Figura 4.21. Gráfico da amplitude angular θ_d vs tempo (carregamento de ruído branco do vento).

A diferença entre as amplitudes de θ_d , comparando o sistema que considera a massa da haste com o que não considera, é desprezível. Entretanto, a amplitude θ_d em si é bastante relevante, pois afeta diretamente a amplitude linear com a qual o pêndulo invertido do AMS vibra dentro da torre principal, sendo importante para verificar se o pêndulo do AMS não irá colidir com as paredes internas da torre.

4.4 ANÁLISE DE CASO PRÁTICO

Para uma turbina de 2MW com 70 m de altura (Fig. 4.22), o diâmetro externo da torre principal é de 3 m no topo e aumenta à medida que se aproxima da base.

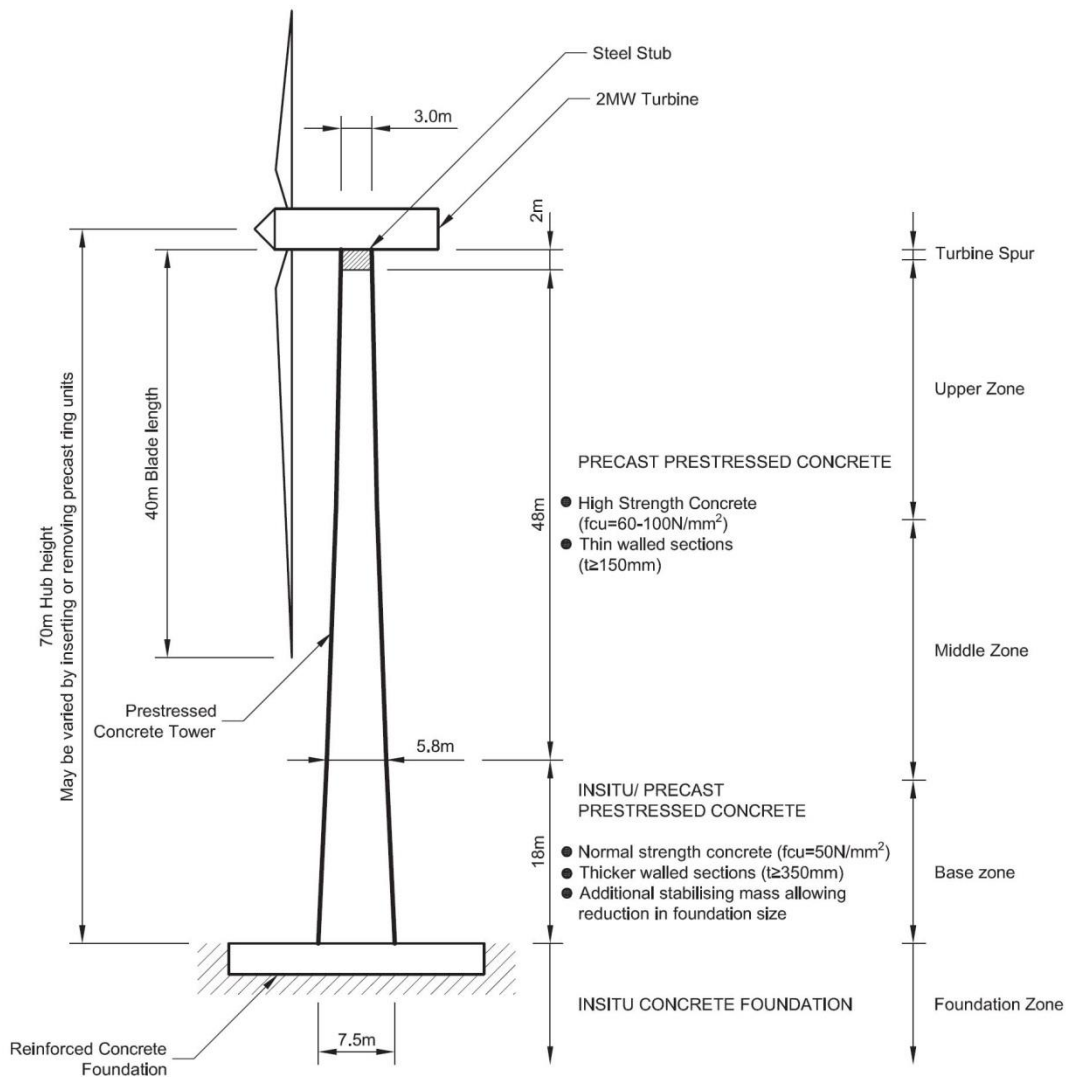


Figura 4.22. Dimensões de uma turbina de 2MW (<http://www.windfarmbop.com/category/foundations/>, acessado em 23/11/2013).

Utilizando esses dados como base para análise da turbina de 5MW, verifica-se que, com uma amplitude linear de 2,6 m aproximadamente, seria mais indicado colocar o AMS mais próximo do centro da torre principal para garantir espaço suficiente para a movimentação do pêndulo invertido

sem colidir com a parede interna da torre. Portanto, fez-se uma análise da variação do deslocamento RMS percentual à medida que o AMS é deslocado do topo para a base. Os resultados estão dispostos na Fig. (4.23), sendo o parâmetro d a distância entre a base da torre e a base do AMS pendular invertido.

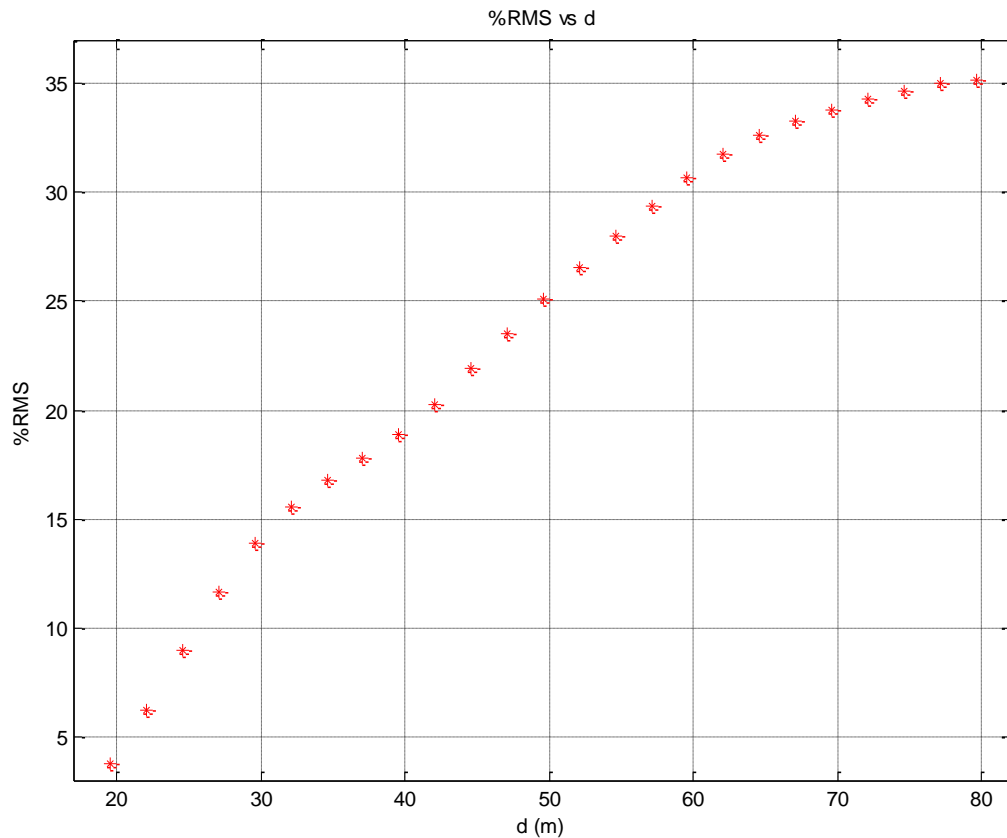


Figura 4.23. Gráfico da redução %RMS vs d .

Nota-se que, descendo de $d = 79,6 \text{ m}$ até cerca de $d = 70 \text{ m}$, a perda de eficiência é pequena. A partir desse ponto, a perda de eficiência se torna mais acentuada. Portanto, como era esperado, deve-se manter o AMS o mais próximo do topo possível, ou seja, considerando o espaço interno da torre para sua movimentação sem colisões com a parede interna.

Além de analisar a posição, deve-se analisar a massa admissível que a haste do AMS (Fig. 4.24) é capaz de suportar sem sofrer efeitos de flambagem. A seção transversal (Fig. 4.25) define o segundo momento de área, sendo este necessário para o cálculo da carga crítica de compressão da haste. A massa concentrada do AMS é de 49,267 toneladas, então o valor encontrado deve ser maior que 483,31kN de carga crítica para manter a segurança do sistema. A seção transversal da Fig. (4.25) com comprimento de 7,4m possui uma carga crítica de 582,5kN, resultando em um fator de segurança de 1,20.

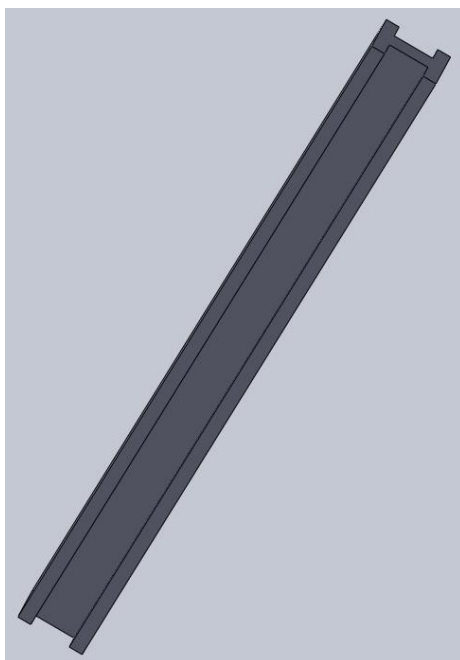


Figura 4.24. Imagem da haste em forma de viga em I.

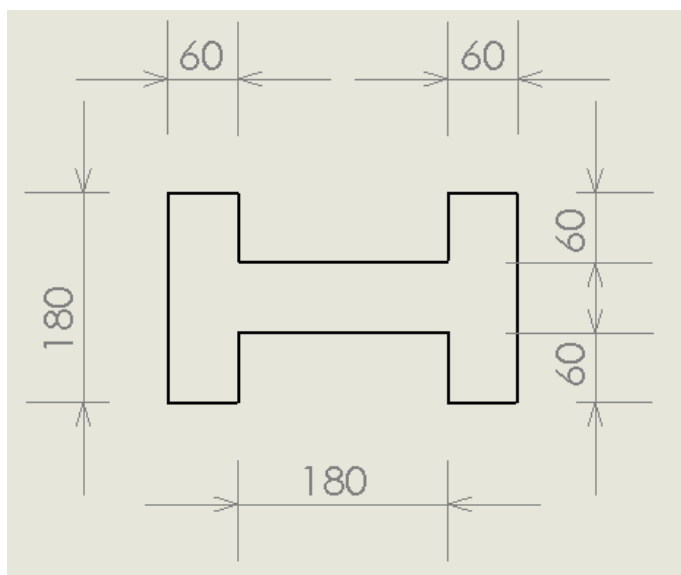


Figura 4.25. Seção transversal da haste com dimensões em mm.

A Fig. 4.26 propõe um esquema de instalação do AMS tipo pêndulo invertido na torre principal do aerogerador *offshore*.

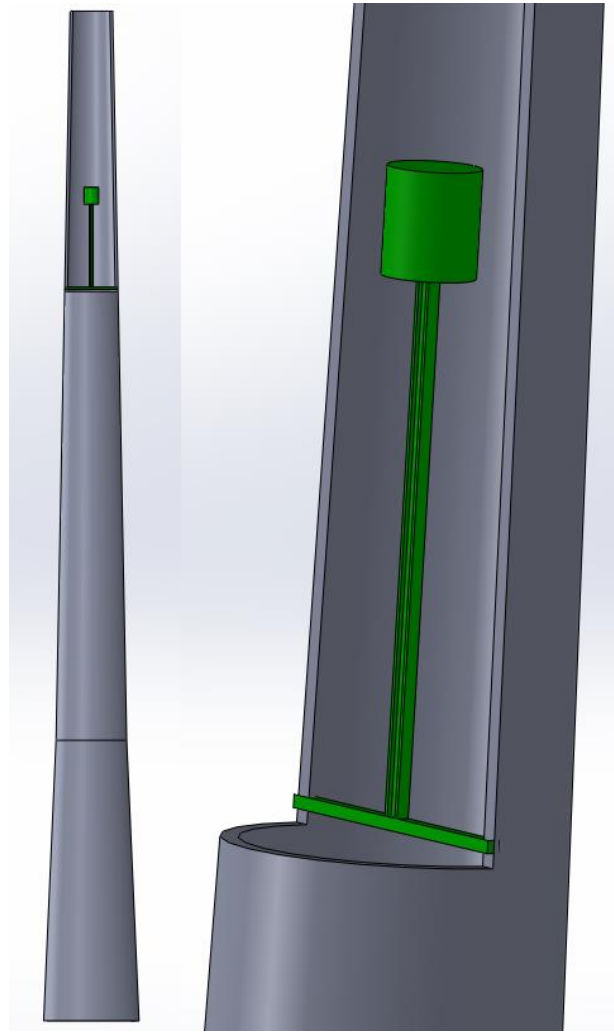


Figura 4.26. AMS tipo pêndulo invertido engastado na torre principal do aerogerador.

4 CONCLUSÕES

Este trabalho apresenta um estudo do comportamento de um aerogerador *offshore* por meio de um modelo simplificado de pêndulo invertido. É realizada uma proposta de sistemas de controle que minimizem vibrações excessivas e mantenham o comportamento do sistema dentro do regime linear.

Foi realizado um estudo paramétrico da rigidez rotacional do sistema, possibilitando verificar os valores dessa rigidez que separam o sistema estável do sistema instável.

Com esse estudo realizado, foi identificada uma situação de instabilidade, considerada crítica, na qual o controle proporcional foi aplicado, simulando uma mola torcional externa ao sistema. Sendo o pêndulo invertido um sistema originalmente instável e de comportamento não-linear, o controle proporcional foi eficaz sobre o problema, porque estabilizou o sistema e o manteve no regime de pequenos deslocamentos para garantir a hipótese de comportamento linear.

Para a segunda análise, utilizando o amortecedor de massa sintonizado, são considerados dois carregamentos distintos para uma análise mais aprofundada do sistema real. A performance do AMS é verificada realizando um estudo paramétrico. No entanto, somente é alcançada uma boa eficiência do sistema de controle adotando-se comprimentos do pêndulo secundário muito elevados, impraticáveis sob o ponto de vista construtivo.

Uma alternativa para este problema seria considerar o AMS pendular também invertido para verificar se há alguma melhora no sistema de controle. Verifica-se uma melhora bastante significativa na eficiência do AMS e uma redução do comprimento da haste necessário para uma boa performance do sistema de controle. Esta solução, portanto, demonstra ser viável do ponto de vista prático. Os gráficos da resposta em frequência também indicam melhoras no sistema, diminuindo os picos de amplitude nas frequências de ressonância.

É realizado, ainda, um estudo adicional, no qual se considera a massa da haste do pêndulo do AMS e os resultados são comparados com os da análise anterior para verificar a influência da haste no comportamento do sistema de controle. Para o comprimento da haste utilizado, essa adição não resultou em efeitos significativos, já que seu comprimento reduzido possui massa irrisória se comparada à massa da estrutura como um todo.

Sugestões para trabalhos futuros:

- Incluir as pás do aerogerador no sistema;
- Incluir uma modelagem matemática da força de amortecimento da água;
- Otimizar os parâmetros do AMS via algoritmo de otimização ao invés de estudo paramétrico;
- Aplicação de um AMS semi-ativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anh, N.D., Matsuhisa, H., Vieta, L.D., Yasuda, M., 2007, "Vibration control of an inverted pendulum type structure by passive mass-spring-pendulum dynamic vibration absorber", *Journal of Sound and Vibration* 307 (2007) 187-201. [6] [14]
- Avila, S.M., "Controle Híbrido para Atenuação de Vibrações em Edifícios", PhD Thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002. [3]
- Colwell, S., Basu, B., 2009, "Tuned liquid column dampers in offshore wind turbines for structural control", *Engineering Structures* 31 (2009) 358-368. [6]
- Drummond, A.C., Oliveira, K.C., Bauchspiess, A., 1999 "Estudo do Controle de Pêndulo Inverso sobre Carro Utilizando Rede Neyral de Base Radial", IV Congresso Brasileiro de Redes Neurais. [11]
- Garcia-Diéiguez, M., Koo, K-Y., Middleton, C.M., Brownjonh, J.M.W., Goddard, C., 2010, "Model Updating for a 183m of Reinforced Concrete Chimney", IMAC-XXVIII, Jacksonville, Florida USA.
- Golnaraghi, F. Kuo, B.C., 2009, "Automatic Control Systems" 9ª Edição, Jonh Wiley & Sons Inc.
- Guimarães, P.V.B., Avila, S.M., Shzu, M.A.M., Prado, Z.J.G., Morais, M.V.G., 2013, "Vibration Control of an Offshore Wind Turbine Modeled as an Inverted Pendulum, ICOVP 2013, Lisboa, Portugal. [11]
- Guimarães, P.V.B., Avila, S.M., 2013, "Control of na Offshore Wind Turbine Modeled as Discrete System", YIC 2013, Bordeaux, France. [13]
- Huang, C., Arrigan, J., Nagarajaiah, S., Basu, B., 2010, "Semi-Active Algorithm for Edgewise Vibration Control in Floating Wind Turbine Blades", *Earth and Space 2010: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments*. [7]
- Karimi, H.R., Zapateiro, M., Luo, N., 2010, "Semiactive vibration control of offshore wind turbine towers with Tuned Liquid Column Dampers Using H_{∞} Output Feedback Control", IEEE 2010, Yokohama, Japan. [7]
- Lackner, M.A., Rotea, M.A., (2011), "Structural control of floating wind turbines", *Mechatronics* 21 (2011) 704-719. [6]
- Li, J., Zhang, Z., Chen, J., 2012, "Experimental Study on Vibration Control of Offshore Wind Turbines Using a Ball Vibration Absorber", School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai, China. [7]
- Lindeberg, E., 2009, "Optimal Control of Floating Offshore Wind Turbines", Master of Science in Engineering Cybernetics, Norwegian University of Science and Tecnology. [6]
- Lourenço, R., 2011, "Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper". Master's Dissertation - Waterloo, Ontario, Canada. [3]
- Murtagh, P.J., Basu, B., Broderick, B.M., 2005, "Along-wind response of a wind turbine tower with blade coupling subjected to rotationally sampled wind loading". [6]
- Ogata, K., 2002, "Modern Control System", 4ª Edição, Prentice-Hall, New Jersey. [22]
- Oliveira, F.S., 2012, "Critérios de projeto para amortecedor tipo pêndulo para controle de vibrações em edifícios altos", Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília. [7]
- Pao, L.Y., Johnson, K.E., 2009, "A Tutorial on the Dynamics and Control of Wind Turbines and Wind Farms". [6]
- Quilligan, A., O'Connor A., Pakrashi V., 2012, "Fragility Analysis of Steel and Concrete Wind Towers", *Engineering Structures*, 36, 270-282. [1]
- Soong, T.T., Dargush, G.F. "Passive Energy Dissipation in Structural Engineering", John Wiley & Sons, Chichester, 1997. [3] [11]
- Stewart, G.M., 2012, "Load reduction of floating wind turbines using tuned mass dampers", Master's Dissertation, University of Massachussets Amherst. [6]
- Stewart, G.M., Lackner, M.A., 2011, "The effect of actuator dynamics on active structural control of offshore wind turbines". [6] [26]

Tsouroukdissian, A.R., Carcangiu, C.E., Martin, M., 2011, “Wind Turbine Tower Load Reduction Using Passive and Semi-Active Dampers”, EWEA 2011, Brussels, Belgium. [7]
<http://www.windenergyplanning.com/category/offshore-wind-turbines/> , acessado em 18/06/2013
<http://www.dailymail.co.uk/news/article-2013233/The-wind-turbine-backlash-Growing-public-opposition-thwarts-green-energy-drive.html>, acessado em 18/06/2013
<http://www.homesthetics.net/taipei-101-tower-in-taiwan-by-c-y-lee-partners/>, acessado em 18/06/2013 [7]
<http://www.windfarmbop.com/category/foundations/>, acessado em 23/11/2013 [41]
<http://pt.euronews.com/2013/08/27/alemanha-inaugura-maior-parque-eolico-offshore-do-pais/>, acessado em 23/11/2013 [3]
<http://www.taipeitimes.com/News/taiwan/archives/2004/04/30/2003138582>, acessado em 23/11/2013 [8]
<http://salemwind.wordpress.com/health-and-safety/>, acessado em 01/12/2013 [2]
<http://www.cresesb.cepel.br/>, acessado em 01/12/2013 [1]

ANEXOS

Neste capítulo são expostos quatro dos programas utilizados no presente trabalho com uma explicação sucinta do objetivo de cada um.

- Exemplo de um dos programas utilizados para calcular a matriz inversa do sistema, com o qual foram obtidas as funções de transferência:

```
clear all
clc

syms m l rho md d ld cd r K g kd s mc c kc rhod

% Calcular as funções de transferência utilizando
% a função de matriz inversa do MATLAB (AMS Invertido)
% considerando a massa da haste)

C = [(m*l^2 + rho*l^3/3 + md*(d+ld)^2 + rhod*d*ld*(d+ld)+rhod*ld^3/3)*s^2 +
K - m*g*l - rho*g*l^2/2 - md*g*(d+ld)-rhod*ld*g*(d+ld/2) ...
(-md*d*ld - md*ld^2-rhod*d*ld^2/2-rhod*ld^3/3)*s^2 +
md*g*ld+rhod*g*ld^2/2 (m*l + rho*l^2/2 +
md*(d+ld)+rhod*ld*(d+ld/2))*s^2;...
(-md*d*ld - md*ld^2-rhod*d*ld^2/2-rhod*ld^3/3)*s^2 +
md*g*ld+rhod*g*ld^2/2 (md*ld^2+rhod*ld^3/3)*s^2 + cd*r^2*s + kd*r^2 -
md*g*ld-rhod*g*ld^2/2 (-md*ld-rhod*ld^2/2)*s^2;...
(m*l + rho*l^2/2 + md*(d+ld)+rhod*ld*(d+ld))*s^2 (-md*ld-
rhod*ld^2/2)*s^2 (mc + rho*l + md + m + rhod*ld)*s^2 + c*s + kc];

D = inv(C);

TFCC_Teta = D(1,1)*1
TFCC_Tetad = D(2,1)*1
```

- Exemplo de um dos programas utilizados para simular e comparar os sistemas sem controle e com controle:

```
clc
clear all
close all
format long

% Valor das variaveis

l = 90; % Comprimento da barra do pêndulo primário
mc = 240000; % Massa do carro
g = 9.81; % Aceleração da gravidade
E = 210*10^9; % Coeficiente de elasticidade do aço em Pa
rb = 1; % Raio interno da barra
Rb = 1.2; % Raio externo da barra
rho = 3081*pi*(Rb^2 - rb^2); % Massa específica linear da barra do pêndulo
primário
Ib = 1/3*rho*l^3; % Momento de inércia da barra em relação ao
ponto de conexão
K = (3*E*Ib/(l^3))*10^(-6); % Coeficiente de amortecimento torcional
m = 110000; % Massa concentrada do pêndulo primário
d = 79.6; % Distância do eixo de rotação ao pêndulo
secundário
ld = 7.4; % Comprimento da barra do pêndulo secundário
```

```

r = 1; % Raio da roldana
c = 2*0.01*mc*0.5; % Coeficiente de amortecimento
kc = 10^(-2); % Constante elástica da mola na água
kd = 5900000; % Constante elástica (pêndulo)
cd = 430000; % Coeficiente de amortecimento (pêndulo)
s = 1; % Valor para não precisar apagar a variável 's'
%de cada termo dos numeradores e denominadores

%
%      b      b
%      B
%      | | | |
%      | h | | H
%      | | | |

b = 0.06;
B = 0.18;
h = 0.06;
H = 0.18;

IA = b*H^3/6 + B*h^3/12; % Segundo momento de área
rhod = 7860*(2*b*H + B*h); % Massa específica linear do pêndulo
secundário
md = 0.1*(rho*l+m-rhod*ld/3); % Massa concentrada do pêndulo secundário

F = 50000; % Força do vento
wf = 0.97; % Frequência da força do vento

disp('Sistema COM AMS')

% Função de transferência para Teta

% Numerador
ncc5 = 6*l*( + ld^4*rhod^2*s^4 + 12*ld^2*m*md*s^4 +
12*ld^2*mc*md*s^4 + 4*ld^3*m*rhod*s^4 + 4*ld^3*mc*rhod*s^4 +
4*ld^3*md*rhod*s^4 + 12*l*ld^2*md*rho*s^4 + 4*l*ld^3*rho*rhod*s^4 ); % s^4
ncc4 = 6*l*( + 12*c*ld^2*md*s^3 + 4*c*ld^3*rhod*s^3 +
12*cd*m*r^2*s^3 + 12*cd*mc*r^2*s^3 + 12*cd*md*r^2*s^3 + 12*cd*l*r^2*rho*s^3
+ 12*cd*ld*r^2*rhod*s^3 ); % s^3
ncc3 = 6*l*( - 6*g*ld^3*rhod^2*s^2 - 12*g*ld*md^2*s^2 -
6*g*ld^2*m*rhod*s^2 - 6*g*ld^2*mc*rhod*s^2 - 18*g*ld^2*md*rhod*s^2 +
12*c*cd*r^2*s^2 + 12*kc*ld^2*md*s^2 + 4*kc*ld^3*rhod*s^2 + 12*kd*m*r^2*s^2
+ 12*kd*mc*r^2*s^2 + 12*kd*md*r^2*s^2 + 12*kd*l*r^2*rho*s^2 +
12*kd*ld*r^2*rhod*s^2 - 12*g*ld*m*md*s^2 - 12*g*ld*mc*md*s^2 -
12*g*l*ld*md*rho*s^2 - 6*g*l*ld^2*rho*rhod*s^2); % s^2
ncc2 = 6*l*( + 12*c*kd*r^2*s + 12*cd*kc*r^2*s - 12*c*g*ld*md*s
- 6*c*g*ld^2*rhod*s ); % s^1
ncc1 = 6*l*( + 12*kc*kd*r^2 - 12*g*kc*ld*md - 6*g*kc*ld^2*rhod
); % s^0

% Denominador
dcc7 = 6*(+ l^4*ld^2*md*rho^2*s^6 + 12*l^2*ld^2*m*mc*md*s^6 +
4*l^3*ld^2*m*md*rho*s^6 + 4*l^3*ld^2*mc*md*rho*s^6) - 3*d*ld^6*rhod^3*s^6 +
6*d^2*ld^4*mc*rhod^2*s^6 + 6*l^2*ld^4*m*rhod^2*s^6 -
6*l^2*ld^5*rho*rhod^2*s^6 + 2*l^3*ld^4*rho*rhod^2*s^6 +
2*l^4*ld^3*rho^2*rhod*s^6 - 12*d*ld^5*md*rhod^2*s^6 -
12*l*ld^5*m*rhod^2*s^6 + 6*d^2*ld^4*m*rhod^2*s^6 - 12*d*l*ld^4*m*rhod^2*s^6
+ 24*d^2*ld^3*m*md*rhod*s^6 + 24*d^2*ld^3*mc*md*rhod*s^6 +
24*l^2*ld^3*m*mc*rhod*s^6 + 24*l^2*ld^3*m*md*rhod*s^6 +
8*l^3*ld^3*m*rho*rhod*s^6 + 8*l^3*ld^3*mc*rho*rhod*s^6 -

```

$$\begin{aligned}
& 18*1^2*ld^4*md*rho*rhod*s^6 + 8*1^3*ld^3*md*rho*rhod*s^6 - \\
& 6*d^2*1^2*ld^4*rho*rhod^2*s^6 + 6*d^2*1*ld^4*rho*rhod^2*s^6 - \\
& 36*1*ld^4*m*md*rhod*s^6 - 48*d^2*1*ld^3*m*md*rhod*s^6 - \\
& 24*d^2*1^2*ld^3*md*rho*rhod*s^6 + 24*d^2*1*ld^3*md*rho*rhod*s^6; \% s^6 \\
& \text{dcc6} = 6*(+ cd^1^4*r^2*rho^2*s^5 + 12*cd*d^2*m*md*r^2*s^5 + \\
& 12*cd*d^2*mc*md*r^2*s^5 + 12*c^1^2*ld^2*m*md*s^5 + 4*c^1^3*ld^2*md*rho*s^5 + \\
& 12*cd^1^2*m*mc*r^2*s^5 + 12*cd^1^2*m*md*r^2*s^5 + 12*cd*ld^2*m*md*r^2*s^5 \\
& + 12*cd*ld^2*mc*md*r^2*s^5 + 4*cd^1^3*m*r^2*rho*s^5 + \\
& 4*cd^1^3*mc*r^2*rho*s^5 + 4*cd^1^3*md*r^2*rho*s^5 - 24*cd*d^1*m*md*r^2*s^5 \\
& + 24*cd*d^1*d*m*md*r^2*s^5 + 24*cd*d^1*d*mc*md*r^2*s^5 - \\
& 24*cd^1*ld^2*m*md*r^2*s^5 - 12*cd*d^1^2*md*r^2*rho*s^5 + \\
& 12*cd*d^1*ld^2*rho*s^5 + 12*cd^1*ld^2*md*r^2*rho*s^5 - \\
& 12*cd^1^2*ld*md*r^2*rho*s^5 + 24*cd*d^1*ld*md*r^2*rho*s^5) - \\
& 12*cd*ld^4*r^2*rhod^2*s^5 + 6*c^d^2*ld^4*rhod^2*s^5 + \\
& 24*c^d^2*ld^3*md*rhod*s^5 + 24*c^1^2*ld^3*m*rhod*s^5 + \\
& 8*c^1^3*ld^3*rho*rhod*s^5 + 24*cd*ld^3*m*r^2*rhod*s^5 + \\
& 24*cd*ld^3*mc*r^2*rhod*s^5 - 12*cd*ld^3*md*r^2*rhod*s^5 - \\
& 36*cd*d^1*d^3*r^2*rhod^2*s^5 + 72*cd*d^1*d^2*m*r^2*rhod*s^5 + \\
& 72*cd*d^2*ld*m*r^2*rhod*s^5 + 72*cd*d^1*d^2*mc*r^2*rhod*s^5 + \\
& 72*cd*d^2*ld*mc*r^2*rhod*s^5 - 36*cd*d^1*d^2*md*r^2*rhod*s^5 - \\
& 108*cd^1*ld^2*m*r^2*rhod*s^5 + 72*cd^1^2*ld*m*r^2*rhod*s^5 + \\
& 24*cd^1*ld^3*r^2*rho*rhod*s^5 + 24*cd^1^3*ld*r^2*rho*rhod*s^5 - \\
& 54*cd^1^2*ld^2*r^2*rho*rhod*s^5 - 144*cd*d^1*ld*m*r^2*rhod*s^5 + \\
& 72*cd*d^1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^5 - 72*cd*d^1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^5 + \\
& 72*cd*d^2*1*ld*r^2*rho*rhod*s^5; \% s^5 \\
& \text{dcc5} = 6*(+ kd^1^4*r^2*rho^2*s^4 + 12*K^1*d^2*m*md*s^4 + \\
& 12*K^1*d^2*mc*md*s^4 + 12*c^c*d^1^2*m*r^2*s^4 - 12*d^g^1*d^2*m*md^2*s^4 - \\
& 12*d^2*g^1*d^2*m*md^2*s^4 - 12*d^g^1*d^2*mc*md^2*s^4 - 12*d^2*g^1*d^2*mc*md^2*s^4 \\
& + 12*c^c*d^1*d^2*md*r^2*s^4 + 4*c^c*d^1^3*r^2*rho*s^4 - 12*g^1*ld^2*m^2*md*s^4 \\
& - 12*g^1^2*ld*m*md^2*s^4 + 12*d^2*kd*m*md*r^2*s^4 + 12*d^2*kd*mc*md*r^2*s^4 \\
& + 12*kc^1^2*ld^2*m*md*s^4 - 4*g^1^3*ld*md^2*rho*s^4 - g^1^4*ld*md*rho^2*s^4 \\
& + 4*kc^1^3*ld^2*md*rho*s^4 + 12*kd^1^2*m*mc*r^2*s^4 + \\
& 12*kd^1^2*m*md*r^2*s^4 + 12*kd^1*d^2*m*md*r^2*s^4 + 12*kd^1*d^2*mc*md*r^2*s^4 \\
& + 4*kd^1^3*m*r^2*rho*s^4 + 4*kd^1^3*mc*r^2*rho*s^4 + \\
& 4*kd^1^3*md*r^2*rho*s^4 - 6*g^1^3*ld^2*md*rho^2*s^4 + \\
& 12*K^1*ld^2*md*rho*s^4 + 12*c^c*d^1^2*md*r^2*s^4 + 24*c^c*d^1*d^2*md*r^2*s^4 + \\
& 24*d^g^1*ld^2*m*md^2*s^4 - 12*g^1*ld^2*m*mc*md*s^4 - 12*g^1^2*ld^2*m*mc*md*s^4 \\
& - 24*d^k*d^1*m*md*r^2*s^4 + 24*d^k*d^1*d^2*md*r^2*s^4 + \\
& 24*d^k*d^1*d^2*mc*md*r^2*s^4 - 4*g^1^3*ld*m*md*rho*s^4 - \\
& 4*g^1^3*ld*mc*md*rho*s^4 - 24*kd^1*ld^2*m*md*r^2*s^4 - \\
& 12*d^g^1*ld^2*md^2*rho*s^4 + 12*d^g^1^2*ld*md^2*rho*s^4 - \\
& 12*d^2*g^1*ld*md^2*rho*s^4 - 18*g^1^2*ld^2*m*md*rho*s^4 - \\
& 6*g^1^2*ld^2*mc*md*rho*s^4 - 12*d^k*d^1^2*md*r^2*rho*s^4 + \\
& 12*d^2*kd^1*md*r^2*rho*s^4 + 12*kd^1*ld^2*md*r^2*rho*s^4 - \\
& 12*kd^1^2*ld*md*r^2*rho*s^4 + 24*d^k*d^1*ld*md*r^2*rho*s^4) + \\
& 6*K^1*d^4*rhod^2*s^4 - 12*kd^1*d^4*r^2*rhod^2*s^4 + 24*K^1*d^3*m*rhod*s^4 + \\
& 24*K^1*d^3*mc*rhod*s^4 + 24*K^1*d^3*md*rhod*s^4 + 12*d^g^1*d^5*rhod^3*s^4 + \\
& 6*d^2*kc^1*d^4*rhod^2*s^4 - 24*d^g^1*d^4*m*rhod^2*s^4 - \\
& 24*d^g^1*d^4*mc*rhod^2*s^4 + 24*c^c*d^1*d^3*r^2*rhod*s^4 + \\
& 12*d^g^1*d^3*md^2*rhod*s^4 + 24*d^g^1*d^4*md*rhod^2*s^4 + \\
& 24*d^2*kc^1*d^3*md*rhod*s^4 - 24*g^1*ld^3*m^2*rhod*s^4 + \\
& 12*g^1*ld^4*m*rhod^2*s^4 + 24*kc^1^2*ld^3*m*rhod*s^4 + \\
& 8*kc^1^3*ld^3*rho*rhod*s^4 + 24*kd^1*d^3*m*r^2*rhod*s^4 + \\
& 24*kd^1*d^3*mc*r^2*rhod*s^4 - 12*kd^1*d^3*md*r^2*rhod*s^4 - \\
& 36*d^2*g^1*d^3*m*rhod^2*s^4 - 36*d^2*g^1*d^3*mc*rhod^2*s^4 - \\
& 36*g^1^2*ld^3*m*rhod^2*s^4 - 36*d^k*d^1*d^3*r^2*rhod^2*s^4 + \\
& 6*g^1^2*ld^4*rho*rhod^2*s^4 - 12*g^1^3*ld^3*rho*rhod^2*s^4 - \\
& 12*g^1^3*ld^3*rho^2*rhod*s^4 - 3*g^1^4*ld^2*rho^2*rhod*s^4 + \\
& 24*K^1*ld^3*rho*rhod*s^4 - 96*d^g^1*d^3*m*md*rhod*s^4 - \\
& 96*d^g^1*d^3*mc*md*rhod*s^4 - 24*g^1*ld^3*m*mc*rhod*s^4 + \\
& 12*g^1*ld^3*m*md*rhod*s^4 + 72*c^c*d^1*d^2*r^2*rhod*s^4 + \\
& 72*c^c*d^1*d^2*ld*r^2*rhod*s^4 + 72*d^g^1*ld^3*m*rhod^2*s^4 -
\end{aligned}$$

$108*d^2*g*ld^2*m*md*rhod*s^4 - 108*d^2*g*ld^2*mc*md*rhod*s^4 -$
 $24*d*g*1*ld^4*rho*rhod^2*s^4 - 36*g*1^2*ld^2*m*mc*rhod*s^4 -$
 $108*g*1^2*ld^2*m*md*rhod*s^4 + 72*d*kd*ld^2*m*r^2*rhod*s^4 +$
 $72*d^2*kd*ld*m*r^2*rhod*s^4 + 72*d*kd*ld^2*mc*r^2*rhod*s^4 +$
 $72*d^2*kd*ld*mc*r^2*rhod*s^4 - 36*d*kd*ld^2*md*r^2*rhod*s^4 -$
 $36*g*1^2*ld^3*m*rho*rhod*s^4 - 12*g*1^3*ld^2*m*rho*rhod*s^4 -$
 $12*g*1^2*ld^3*mc*rho*rhod*s^4 - 12*g*1^3*ld^2*mc*rho*rhod*s^4 +$
 $6*g*1^2*ld^3*md*rho*rhod*s^4 - 36*g*1^3*ld^2*md*rho*rhod*s^4 -$
 $108*kd*1*ld^2*m*r^2*rhod*s^4 + 72*kd*1^2*ld*m*r^2*rhod*s^4 +$
 $24*kd*1*ld^3*r^2*rho*rhod*s^4 + 24*kd*1^3*ld*r^2*rho*rhod*s^4 +$
 $36*d*g*1^2*ld^3*rho*rhod^2*s^4 - 36*d^2*g*1*ld^3*rho*rhod^2*s^4 -$
 $54*kd*1^2*ld^2*r^2*rho*rhod*s^4 + 216*d*g*1*ld^2*m*md*rhod*s^4 -$
 $96*d*g*1*ld^3*md*rho*rhod*s^4 - 144*d*kd*1*ld*m*r^2*rhod*s^4 +$
 $108*d*g*1^2*ld^2*md*rho*rhod*s^4 - 108*d^2*g*1*ld^2*md*rho*rhod*s^4 +$
 $72*d*kd*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^4 - 72*d*kd*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^4 +$
 $72*d^2*kd*1*ld*r^2*rho*rhod*s^4; \% s^4$

$dcc4 = 6*(+ 12*K*c*ld^2*md*s^3 + 12*K*cd*m*r^2*s^3 +$
 $12*K*cd*mc*r^2*s^3 + 12*K*cd*md*r^2*s^3 + 12*c*d^2*kd*md*r^2*s^3 +$
 $12*cd*d^2*kc*md*r^2*s^3 - 12*cd*g*1*m^2*r^2*s^3 - 12*cd*g*ld*md^2*r^2*s^3 +$
 $12*c*kd*1^2*m*r^2*s^3 + 12*cd*kc*1^2*m*r^2*s^3 + 12*c*kd*ld^2*md*r^2*s^3 +$
 $12*cd*kc*ld^2*md*r^2*s^3 + 4*c*kd*1^3*r^2*rho*s^3 + 4*cd*kc*1^3*r^2*rho*s^3$
 $- 6*cd*g*1^3*r^2*rho^2*s^3 + 12*K*cd*1*r^2*rho*s^3 - 12*c*d*g*ld^2*md^2*s^3$
 $- 12*c*d^2*g*ld*md^2*s^3 - 12*cd*d*g*md^2*r^2*s^3 - 12*cd*d*g*m*md*r^2*s^3$
 $- 12*cd*d*g*mc*md*r^2*s^3 - 12*c*g*1*ld^2*m*md*s^3 - 12*c*g*1^2*ld*m*md*s^3$
 $+ 24*c*d*kd*ld*md*r^2*s^3 + 24*cd*d*kc*ld*md*r^2*s^3 -$
 $4*c*g*1^3*ld*md*rho*s^3 - 12*cd*g*1*m*mc*r^2*s^3 - 12*cd*g*1*m*md*r^2*s^3 -$
 $12*cd*g*ld*m*md*r^2*s^3 - 12*cd*g*ld*mc*md*r^2*s^3 -$
 $6*c*g*1^2*ld^2*md*rho*s^3 - 18*cd*g*1^2*m*r^2*rho*s^3 -$
 $6*cd*g*1^2*mc*r^2*rho*s^3 - 6*cd*g*1^2*md*r^2*rho*s^3 -$
 $12*cd*d*g*1*md*r^2*rho*s^3 - 12*cd*g*1*ld*md*r^2*rho*s^3) +$
 $24*K*c*ld^3*rhod*s^3 + 24*c*kd*ld^3*r^2*rhod*s^3 +$
 $24*cd*kc*ld^3*r^2*rhod*s^3 - 36*c*d^2*g*ld^3*rhod^2*s^3 -$
 $36*cd*g*ld^3*r^2*rhod^2*s^3 + 72*K*cd*ld*r^2*rhod*s^3 -$
 $96*c*d*g*ld^3*md*rhod*s^3 - 24*c*g*1*ld^3*m*rhod*s^3 -$
 $108*c*d^2*g*ld^2*md*rhod*s^3 - 36*c*g*1^2*ld^2*m*rhod*s^3 +$
 $72*c*d*kd*ld^2*r^2*rhod*s^3 + 72*c*d^2*kd*ld*r^2*rhod*s^3 +$
 $72*cd*d*kc*ld^2*r^2*rhod*s^3 + 72*cd*d^2*kc*ld*r^2*rhod*s^3 -$
 $12*c*g*1^2*ld^3*rho*rhod*s^3 - 12*c*g*1^3*ld^2*rho*rhod*s^3 -$
 $36*cd*g*ld^2*m*r^2*rhod*s^3 - 36*cd*g*ld^2*mc*r^2*rhod*s^3 -$
 $108*cd*g*ld^2*md*r^2*rhod*s^3 - 72*cd*d*g*ld^2*r^2*rhod^2*s^3 -$
 $72*cd*d*g*ld*m*r^2*rhod*s^3 - 72*cd*d*g*ld*mc*r^2*rhod*s^3 -$
 $144*cd*d*g*ld*md*r^2*rhod*s^3 - 72*cd*g*1*ld*m*r^2*rhod*s^3 -$
 $36*cd*g*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^3 - 36*cd*g*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^3 -$
 $72*cd*d*g*1*ld*r^2*rho*rhod*s^3 ; \% s^3$

$dcc3 = 6*(+ 12*K*c*cd*r^2*s^2 - 12*K*g*ld*md^2*s^2 +$
 $12*K*kc*ld^2*md*s^2 + 12*K*kd*m*r^2*s^2 + 12*K*kd*mc*r^2*s^2 +$
 $12*K*kd*md*r^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*md^3*s^2 - 12*d*g*kc*ld^2*md^2*s^2 -$
 $12*d^2*g*kc*ld*md^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*m*md^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*mc*md^2*s^2$
 $- 12*d*g*kd*md^2*r^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m*md^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m^2*md*s^2$
 $+ 12*d^2*kc*kd*md*r^2*s^2 - 12*g*kd*1*m^2*r^2*s^2 - 12*g*kd*ld*md^2*r^2*s^2$
 $+ 12*kc*kd*1^2*m*r^2*s^2 + 12*kc*kd*ld^2*md*r^2*s^2 +$
 $4*kc*kd*1^3*r^2*rho*s^2 - 12*K*g*ld*m*md*s^2 - 12*K*g*ld*mc*md*s^2 +$
 $6*g^2*1^2*ld*md^2*rho*s^2 + 6*g^2*1^3*ld*md*rho^2*s^2 -$
 $6*g*kd*1^3*r^2*rho^2*s^2 + 12*K*kd*1*r^2*rho*s^2 - 12*c*cd*d*g*md*r^2*s^2 -$
 $12*c*cd*g*1*m*r^2*s^2 - 12*c*cd*g*ld*md*r^2*s^2 - 12*d*g*kd*m*md*r^2*s^2 -$
 $12*d*g*kd*mc*md*r^2*s^2 - 12*g*kc*1*ld^2*m*md*s^2 - 12*g*kc*1^2*ld*m*md*s^2$
 $+ 24*d*kc*kd*ld*md*r^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m*mc*md*s^2 -$
 $4*g*kc*1^3*ld*md*rho*s^2 - 12*g*kd*1*m*mc*r^2*s^2 - 12*g*kd*1*m*md*r^2*s^2$
 $- 12*g*kd*ld*m*md*r^2*s^2 - 12*g*kd*ld*mc*md*r^2*s^2 -$
 $6*c*cd*g*1^2*r^2*rho*s^2 + 12*d*g^2*1*ld*md^2*rho*s^2 -$
 $6*g*kc*1^2*ld^2*md*rho*s^2 + 18*g^2*1^2*ld*m*md*rho*s^2 +$
 $6*g^2*1^2*ld*mc*md*rho*s^2 - 18*g*kd*1^2*m*r^2*rho*s^2 -$

```

6*g*kd*1^2*mc*r^2*rho*s^2 - 6*g*kd*1^2*md*r^2*rho*s^2 -
12*K*g*1*ld*md*rho*s^2 - 12*d*g*kd*1*md*r^2*rho*s^2 -
12*g*kd*1*ld*md*r^2*rho*s^2) + 24*K*kc*ld^3*rhod*s^2 -
36*K*g*ld^3*rhod^2*s^2 + 36*d*g^2*ld^4*rhod^3*s^2 -
24*d*g*kc*ld^4*rhod^2*s^2 + 24*kc*kd*ld^3*r^2*rhod*s^2 -
36*d^2*g*kc*ld^3*rhod^2*s^2 + 36*d*g^2*ld^3*m*rhod^2*s^2 +
36*d*g^2*ld^3*mc*rhod^2*s^2 + 180*d*g^2*ld^2*md^2*rhod*s^2 +
144*d*g^2*ld^3*md*rhod^2*s^2 + 36*g^2*1*ld^2*m^2*rhod*s^2 +
36*g^2*1*ld^3*m*rhod^2*s^2 - 36*g*kd*ld^3*r^2*rhod^2*s^2 -
36*K*g*ld^2*m*rhod*s^2 - 36*K*g*ld^2*mc*rhod*s^2 - 108*K*g*ld^2*md*rhod*s^2
+ 72*K*kd*ld*r^2*rhod*s^2 + 18*g^2*1^2*ld^3*rho*rhod^2*s^2 +
18*g^2*1^3*ld^2*rho^2*rhod*s^2 - 36*K*g*1*ld^2*rho*rhod*s^2 -
96*d*g*kc*ld^3*md*rhod*s^2 - 24*g*kc*1*ld^3*m*rhod*s^2 -
36*c*cd*g*ld^2*r^2*rhod*s^2 - 108*d^2*g*kc*ld^2*md*rhod*s^2 +
108*d*g^2*ld^2*m*md*rhod*s^2 + 108*d*g^2*ld^2*mc*md*rhod*s^2 -
36*g*kc*1^2*ld^2*m*rhod*s^2 + 72*d*kc*kd*ld^2*r^2*rhod*s^2 +
72*d^2*kc*kd*ld*r^2*rhod*s^2 + 36*g^2*1*ld^2*m*mc*rhod*s^2 +
108*g^2*1*ld^2*m*md*rhod*s^2 - 12*g*kc*1^2*ld^3*rho*rhod*s^2 -
12*g*kc*1^3*ld^2*rho*rhod*s^2 - 36*g*kd*ld^2*m*r^2*rhod*s^2 -
36*g*kd*ld^2*mc*r^2*rhod*s^2 - 108*g*kd*ld^2*md*r^2*rhod*s^2 -
72*d*g*kd*ld^2*r^2*rhod^2*s^2 + 36*d*g^2*1*ld^3*rho*rhod^2*s^2 +
54*g^2*1^2*ld^2*m*rho*rhod*s^2 + 18*g^2*1^2*ld^2*mc*rho*rhod*s^2 +
54*g^2*1^2*ld^2*md*rho*rhod*s^2 - 72*c*cd*d*g*ld*r^2*rhod*s^2 -
72*d*g*kd*ld*m*r^2*rhod*s^2 - 72*d*g*kd*ld*mc*r^2*rhod*s^2 -
144*d*g*kd*ld*md*r^2*rhod*s^2 - 72*g*kd*1*ld*m*r^2*rhod*s^2 +
108*d*g^2*1*ld^2*md*rho*rhod*s^2 - 36*g*kd*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^2 -
36*g*kd*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^2 - 72*d*g*kd*1*ld*r^2*rho*rhod*s^2; % s^2
    dcc2 = 6*(+ 12*K*c*kd*r^2*s + 12*K*cd*kc*r^2*s +
12*c*d*g^2*ld*md^2*s - 12*K*c*g*ld*md*s + 6*c*g^2*1^2*ld*md*rho*s -
6*c*g*kd*1^2*r^2*rho*s - 6*cd*g*kc*1^2*r^2*rho*s - 12*c*d*g*kd*md*r^2*s -
12*cd*d*g*kc*md*r^2*s + 12*c*g^2*1*ld*m*md*s - 12*c*g*kd*1*m*r^2*s -
12*cd*g*kc*1*m*r^2*s - 12*c*g*kd*ld*md*r^2*s - 12*cd*g*kc*ld*md*r^2*s) -
36*K*c*g*ld^2*rhod*s - 36*c*g*kd*ld^2*r^2*rhod*s -
36*cd*g*kc*ld^2*r^2*rhod*s + 18*c*g^2*1^2*ld^2*rho*rhod*s +
36*c*d*g^2*ld^3*rhod^2*s + 108*c*d*g^2*ld^2*md*rhod*s +
36*c*g^2*1*ld^2*m*rhod*s - 72*c*d*g*kd*ld*r^2*rhod*s -
72*cd*d*g*kc*ld*r^2*rhod*s ; % s^1
    dcc1 = 6*(+ 12*K*kc*kd*r^2 + 12*d*g^2*kc*ld*md^2 -
12*K*g*kc*ld*md - 12*d*g*kc*kd*md*r^2 + 12*g^2*kc*1*ld*m*md -
12*g*kc*kd*1*m*r^2 - 12*g*kc*kd*ld*md*r^2 + 6*g^2*kc*1^2*ld*md*rho -
6*g*kc*kd*1^2*r^2*rho) + 36*d*g^2*kc*ld^3*rhod^2 - 36*K*g*kc*ld^2*rhod +
18*g^2*kc*1^2*ld^2*rho*rhod + 108*d*g^2*kc*ld^2*md*rhod +
36*g^2*kc*1*ld^2*m*rhod - 36*g*kc*kd*ld^2*r^2*rhod -
72*d*g*kc*kd*ld*r^2*rhod ; % s^0

numcc = [ncc5 ncc4 ncc3 ncc2 ncc1];
dencc = [dcc7 dcc6 dcc5 dcc4 dcc3 dcc2 dcc1];

syscc = zpk(roots(numcc), roots(dencc), 1)
[z1, p1, k1] = tf2zp(numcc, dencc)

Mcc = [m*1^2 + rho*1^3/3 + md*(d+ld)^2+ rhod*d*ld*(d+ld)+rhod*ld^3/3 (-
md*d*ld - md*ld^2 - rhod*d*ld^2/2 - rhod*ld^3/3)
m*1+md*(d+ld)+1^2*rho/2+rhod*d*ld+rhod*ld^2/2;...
(-md*d*ld - md*ld^2 - rhod*d*ld^2/2 - rhod*ld^3/3) md*ld^2+rhod*ld^3/3
(-md*ld-rhod*ld^2/2); m*1+md*(d+ld)+1^2*rho/2+rhod*d*ld+rhod*ld^2/2 (-
md*ld-rhod*ld^2/2) m+md+mc+rho*1+rhod*ld];
Kcc = [K - m*g*1 - rho*g*1^2/2 - md*g*(d+ld)+rhod*g*ld*(d+ld/2) (+
md*g*ld+rhod*ld^2/2*g) 0;...
+ md*g*ld + rhod*g*ld^2/2 kd*r^2 - md*g*ld - rhod*g*ld^2/2 0;0 0 kc];

```

```

Ccc = [0 0 0;0 cd*r^2 0;0 0 c];

P = inv(Mcc)*Kcc;
[V,LL] = eig(P); % Autovalores(LL) e autovetores(V)
wncc = sqrt(diag(LL)) % Frecuencias naturais

% TFCC_Teta_d

% Numerador

nDcc5 = 6*1*(- 2*ld^4*rhod^2*s^4 + 12*ld^2*m*md*s^4 +
12*ld^2*mc*md*s^4 + 4*ld^3*m*rhod*s^4 + 4*ld^3*mc*rhod*s^4 -
2*ld^3*md*rhod*s^4 + 6*d*ld^2*m*rhod*s^4 + 6*d*ld^2*mc*rhod*s^4 -
6*1*ld^2*m*rhod*s^4 + 12*1*ld^2*md*rho*s^4 - 6*1^2*ld*md*rho*s^4 +
4*1*ld^3*rho*rhod*s^4 - 3*1^2*ld^2*rho*rhod*s^4 + 12*d*ld*m*md*s^4 +
12*d*ld*mc*md*s^4 - 12*1*ld*m*md*s^4 + 12*d*1*ld*md*rho*s^4 +
6*d*1*ld^2*rho*rhod*s^4 ); % s^4
nDcc4 = 6*1*(+ 12*c*ld^2*md*s^3 + 4*c*ld^3*rhod*s^3 +
6*c*d*ld^2*rhod*s^3 + 12*c*d*ld*md*s^3 ); % s^3
nDcc3 = 6*1*(- 6*g*ld^3*rhod^2*s^2 - 12*g*ld*md^2*s^2 +
12*kc*ld^2*md*s^2 + 4*kc*ld^3*rhod*s^2 + 6*d*kc*ld^2*rhod*s^2 -
6*g*ld^2*m*rhod*s^2 - 6*g*ld^2*mc*rhod*s^2 - 18*g*ld^2*md*rhod*s^2 +
12*d*kc*ld*md*s^2 - 12*g*ld*m*md*s^2 - 12*g*ld*mc*md*s^2 -
12*g*1*ld*md*rho*s^2 - 6*g*1*ld^2*rho*rhod*s^2); % s^2
nDcc2 = 6*1*(- 12*c*g*ld*md*s - 6*c*g*ld^2*rhod*s ); % s^1
nDcc1 = 6*1*(- 12*g*kc*ld*md - 6*g*kc*ld^2*rhod ); % s^0

% Denominador

dDcc7 = 6*(+ 1^4*ld^2*md*rho^2*s^6 + 12*1^2*ld^2*m*mc*md*s^6 +
4*1^3*ld^2*m*md*rho*s^6 + 4*1^3*ld^2*mc*md*rho*s^6) - 3*d*ld^6*rhod^3*s^6 +
6*d^2*ld^4*mc*rhod^2*s^6 + 6*1^2*ld^4*m*rhod^2*s^6 -
6*1^2*ld^5*rho*rhod^2*s^6 + 2*1^3*ld^4*rho*rhod^2*s^6 +
2*1^4*ld^3*rho^2*rhod*s^6 - 12*d*ld^5*md*rhod^2*s^6 -
12*1*ld^5*m*rhod^2*s^6 + 6*d^2*ld^4*m*rhod^2*s^6 - 12*d*1*ld^4*m*rhod^2*s^6
+ 24*d^2*ld^3*m*md*rhod*s^6 + 24*d^2*ld^3*mc*md*rhod*s^6 +
24*1^2*ld^3*m*mc*rhod*s^6 + 24*1^2*ld^3*m*md*rhod*s^6 +
8*1^3*ld^3*m*rho*rhod*s^6 + 8*1^3*ld^3*mc*rho*rhod*s^6 -
18*1^2*ld^4*md*rho*rhod*s^6 + 8*1^3*ld^3*md*rho*rhod*s^6 -
6*d*1^2*ld^4*rho*rhod^2*s^6 + 6*d^2*1*ld^4*rho*rhod^2*s^6 -
36*1*ld^4*m*md*rhod*s^6 - 48*d*1*ld^3*m*md*rhod*s^6 -
24*d*1^2*ld^3*md*rho*rhod*s^6 + 24*d^2*1*ld^3*md*rho*rhod*s^6; % s^6
dDcc6 = 6*(+ cd*1^4*r^2*rho^2*s^5 + 12*cd*d^2*m*md*r^2*s^5 +
12*cd*d^2*mc*md*r^2*s^5 + 12*c*1^2*ld^2*m*md*s^5+ 4*c*1^3*ld^2*md*rho*s^5 +
12*cd*1^2*m*mc*r^2*s^5 + 12*cd*1^2*m*md*r^2*s^5 + 12*cd*ld^2*m*md*r^2*s^5
+ 12*cd*ld^2*mc*md*r^2*s^5 + 4*cd*1^3*m*r^2*rho*s^5 +
4*cd*1^3*mc*r^2*rho*s^5 + 4*cd*1^3*md*r^2*rho*s^5 - 24*cd*d*1*m*md*r^2*s^5
+ 24*cd*d*ld*m*md*r^2*s^5 + 24*cd*d*ld*mc*md*r^2*s^5 -
24*cd*1*ld*m*md*r^2*s^5 - 12*cd*d*1^2*md*r^2*rho*s^5 +
12*cd*d^2*1*md*r^2*rho*s^5 + 12*cd*1*ld^2*md*r^2*rho*s^5 -
12*cd*1^2*ld*md*r^2*rho*s^5 + 24*cd*d*1*ld*md*r^2*rho*s^5) -
12*cd*ld^4*r^2*rhod^2*s^5 + 6*c*d^2*ld^4*rhod^2*s^5 +
24*c*d^2*ld^3*md*rhod*s^5 + 24*c*1^2*ld^3*m*rhod*s^5 +
8*c*1^3*ld^3*rho*rhod*s^5 + 24*cd*ld^3*m*r^2*rhod*s^5 +
24*cd*ld^3*mc*r^2*rhod*s^5 - 12*cd*ld^3*md*r^2*rhod*s^5 -
36*cd*d*ld^3*r^2*rhod^2*s^5 + 72*cd*d*ld^2*m*r^2*rhod*s^5 +
72*cd*d^2*ld*m*r^2*rhod*s^5 + 72*cd*d*ld^2*mc*r^2*rhod*s^5 +
72*cd*d^2*ld*mc*r^2*rhod*s^5 - 36*cd*d*ld^2*md*r^2*rhod*s^5 -
108*cd*1*ld^2*m*r^2*rhod*s^5 + 72*cd*1^2*ld*m*r^2*rhod*s^5 +
24*cd*1*ld^3*r^2*rho*rhod*s^5 + 24*cd*1^3*ld*r^2*rho*rhod*s^5 -
54*cd*1^2*ld^2*r^2*rho*rhod*s^5 - 144*cd*d*1*ld*m*r^2*rhod*s^5 +

```

```

72*cd*d*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^5 - 72*cd*d*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^5 +
72*cd*d^2*1*ld*r^2*rho*rhod*s^5; % s^5
dDcc5 = 6*(+ kd*1^4*r^2*rho^2*s^4 + 12*K*ld^2*m*md*s^4 +
12*K*ld^2*mc*md*s^4 + 12*c*cd*1^2*m*r^2*s^4 - 12*d*g*ld^2*m*md^2*s^4 -
12*d^2*g*ld*m*md^2*s^4 - 12*d*g*ld^2*mc*md^2*s^4 - 12*d^2*g*ld*mc*md^2*s^4
+ 12*c*cd*ld^2*md*r^2*s^4 + 4*c*cd*1^3*r^2*rho*s^4 - 12*g*1*ld^2*m^2*md*s^4
- 12*g*1^2*ld*m*md^2*s^4 + 12*d^2*kd*m*md*r^2*s^4 + 12*d^2*kd*mc*md*r^2*s^4
+ 12*kc*1^2*ld^2*m*md*s^4 - 4*g*1^3*ld*md^2*rho*s^4 - g*1^4*ld*md*rho^2*s^4
+ 4*kc*1^3*ld^2*md*rho*s^4 + 12*kd*1^2*m*mc*r^2*s^4 +
12*kd*1^2*m*md*r^2*s^4 + 12*kd*ld^2*m*md*r^2*s^4 + 12*kd*ld^2*mc*md*r^2*s^4
+ 4*kd*1^3*m*r^2*rho*s^4 + 4*kd*1^3*mc*r^2*rho*s^4 +
4*kd*1^3*md*r^2*rho*s^4 - 6*g*1^3*ld^2*md*rho^2*s^4 +
12*K*1*ld^2*md*rho*s^4 + 12*c*cd*d^2*md*r^2*s^4 + 24*c*cd*d*ld*md*r^2*s^4 +
24*d*g*1*ld*m*md^2*s^4 - 12*g*1*ld^2*m*mc*md*s^4 - 12*g*1^2*ld*m*mc*md*s^4
- 24*d*kd*1*m*md*r^2*s^4 + 24*d*kd*ld*m*md*r^2*s^4 +
24*d*kd*ld*mc*md*r^2*s^4 - 4*g*1^3*ld*m*md*rho*s^4 -
4*g*1^3*ld*mc*md*rho*s^4 - 24*kd*1*ld*m*md*r^2*s^4 -
12*d*g*1*ld^2*md^2*rho*s^4 + 12*d*g*1^2*ld*md^2*rho*s^4 -
12*d^2*g*1*ld*md^2*rho*s^4 - 18*g*1^2*ld^2*m*md*rho*s^4 -
6*g*1^2*ld^2*mc*md*rho*s^4 - 12*d*kd*1^2*md*r^2*rho*s^4 +
12*d^2*kd*1*md*r^2*rho*s^4 + 12*kd*1*ld^2*md*r^2*rho*s^4 -
12*kd*1^2*ld*md*r^2*rho*s^4 + 24*d*kd*1*ld*md*r^2*rho*s^4) +
6*K*ld^4*rhod^2*s^4- 12*kd*ld^4*r^2*rhod^2*s^4 + 24*K*ld^3*m*rhod*s^4 +
24*K*ld^3*mc*rhod*s^4 + 24*K*ld^3*md*rhod*s^4 + 12*d*g*ld^5*rhod^3*s^4 +
6*d^2*kc*ld^4*rhod^2*s^4 - 24*d*g*ld^4*m*rhod^2*s^4 -
24*d*g*ld^4*mc*rhod^2*s^4 + 24*c*cd*ld^3*r^2*rhod*s^4 +
12*d*g*ld^3*md^2*rhod*s^4 + 24*d*g*ld^4*md*rhod^2*s^4 +
24*d^2*kc*ld^3*md*rhod*s^4 - 24*g*1*ld^3*m^2*rhod*s^4 +
12*g*1*ld^4*m*rhod^2*s^4 + 24*kc*1^2*ld^3*m*rhod*s^4 +
8*kc*1^3*ld^3*rho*rhod*s^4 + 24*kd*ld^3*m*r^2*rhod*s^4 +
24*kd*ld^3*mc*r^2*rhod*s^4 - 12*kd*ld^3*md*r^2*rhod*s^4 -
36*d^2*g*ld^3*m*rhod^2*s^4 - 36*d^2*g*ld^3*mc*rhod^2*s^4 -
36*g*1^2*ld^3*m*rhod^2*s^4 - 36*d*kd*ld^3*r^2*rhod^2*s^4 +
6*g*1^2*ld^4*rho*rhod^2*s^4 - 12*g*1^3*ld^3*rho*rhod^2*s^4 -
12*g*1^3*ld^3*rho^2*rhod*s^4 - 3*g*1^4*ld^2*rho^2*rhod*s^4 +
24*K*1*ld^3*rho*rhod*s^4 - 96*d*g*ld^3*m*md*rhod*s^4 -
96*d*g*ld^3*mc*md*rhod*s^4 - 24*g*1*ld^3*m*mc*rhod*s^4 +
12*g*1*ld^3*m*md*rhod*s^4 + 72*c*cd*d*ld^2*r^2*rhod*s^4 +
72*c*cd*d^2*ld*r^2*rhod*s^4 + 72*d*g*1*ld^3*m*rhod^2*s^4 -
108*d^2*g*ld^2*m*md*rhod*s^4 - 108*d^2*g*ld^2*mc*md*rhod*s^4 -
24*d*g*1*ld^4*rho*rhod^2*s^4 - 36*g*1^2*ld^2*m*mc*rhod*s^4 -
108*g*1^2*ld^2*m*md*rhod*s^4 + 72*d*kd*ld^2*m*r^2*rhod*s^4 +
72*d^2*kd*ld*m*r^2*rhod*s^4 + 72*d*kd*ld^2*mc*r^2*rhod*s^4 +
72*d^2*kd*ld*mc*r^2*rhod*s^4 - 36*d*kd*ld^2*md*r^2*rhod*s^4 -
36*g*1^2*ld^3*m*rho*rhod*s^4 - 12*g*1^3*ld^2*m*rho*rhod*s^4 -
12*g*1^2*ld^3*mc*rho*rhod*s^4 - 12*g*1^3*ld^2*mc*rho*rhod*s^4 +
6*g*1^2*ld^3*md*rho*rhod*s^4 - 36*g*1^3*ld^2*md*rho*rhod*s^4 -
108*kd*1*ld^2*m*r^2*rhod*s^4 + 72*kd*1^2*ld*m*r^2*rhod*s^4 +
24*kd*1*ld^3*r^2*rho*rhod*s^4 + 24*kd*1^3*ld*r^2*rho*rhod*s^4 +
36*d*g*1^2*ld^3*rho*rhod^2*s^4 - 36*d^2*g*1*ld^3*rho*rhod^2*s^4 -
54*kd*1^2*ld^2*r^2*rho*rhod*s^4 + 216*d*g*1*ld^2*m*md*rhod*s^4 -
96*d*g*1*ld^3*md*rho*rhod*s^4 - 144*d*kd*1*ld*m*r^2*rhod*s^4 +
108*d*g*1^2*ld^2*md*rho*rhod*s^4 - 108*d^2*g*1*ld^2*md*rho*rhod*s^4 +
72*d*kd*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^4 - 72*d*kd*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^4 +
72*d^2*kd*1*ld*r^2*rho*rhod*s^4; % s^4
dDcc4 = 6*(+ 12*K*c*ld^2*md*s^3 + 12*K*cd*m*r^2*s^3 +
12*K*cd*mc*r^2*s^3 + 12*K*cd*md*r^2*s^3 + 12*c*d^2*kd*md*r^2*s^3 +
12*cd*d^2*kc*md*r^2*s^3 - 12*cd*g*1*m^2*r^2*s^3 - 12*cd*g*ld*md^2*r^2*s^3 +
12*c*kd*1^2*m*r^2*s^3 + 12*cd*kc*1^2*m*r^2*s^3 + 12*c*kd*ld^2*md*r^2*s^3 +
12*cd*kc*ld^2*md*r^2*s^3 + 4*c*kd*1^3*r^2*rho*s^3 + 4*cd*kc*1^3*r^2*rho*s^3
- 6*cd*g*1^3*r^2*rho^2*s^3 + 12*K*cd*1*r^2*rho*s^3 - 12*c*d*g*ld^2*md^2*s^3
- 12*c*d^2*g*ld*md^2*s^3 - 12*cd*d*g*md^2*r^2*s^3 - 12*cd*d*g*m*md*r^2*s^3

```

$$\begin{aligned}
& - 12*cd*d*g*mc*md*r^2*s^3 - 12*c*g*1*ld^2*m*md*s^3 - 12*c*g*1^2*ld*m*md*s^3 \\
& + 24*c*d*kd*ld*md*r^2*s^3 + 24*cd*d*kc*ld*md*r^2*s^3 - \\
& 4*c*g*1^3*ld*md*rho*s^3 - 12*cd*g*1*m*mc*r^2*s^3 - 12*cd*g*1*m*md*r^2*s^3 - \\
& 12*cd*g*ld*m*md*r^2*s^3 - 12*cd*g*ld*mc*md*r^2*s^3 - \\
& 6*c*g*1^2*ld^2*md*rho*s^3 - 18*cd*g*1^2*m*r^2*rho*s^3 - \\
& 6*cd*g*1^2*mc*r^2*rho*s^3 - 6*cd*g*1^2*md*r^2*rho*s^3 - \\
& 12*cd*d*g*1*md*r^2*rho*s^3 - 12*cd*g*1*ld*md*r^2*rho*s^3) + \\
& 24*K*c*ld^3*rhod*s^3 + 24*c*kd*ld^3*r^2*rhod*s^3 + \\
& 24*cd*kc*ld^3*r^2*rhod*s^3 - 36*c*d^2*g*ld^3*rhod^2*s^3 - \\
& 36*cd*g*ld^3*r^2*rhod^2*s^3 + 72*K*cd*ld*r^2*rhod*s^3 - \\
& 96*c*d*g*ld^3*md*rhod*s^3 - 24*c*g*1*ld^3*m*rhod*s^3 - \\
& 108*c*d^2*g*ld^2*md*rhod*s^3 - 36*c*g*1^2*ld^2*m*rhod*s^3 + \\
& 72*c*d*kd*ld^2*r^2*rhod*s^3 + 72*c*d^2*kd*ld*r^2*rhod*s^3 + \\
& 72*cd*d*kc*ld^2*r^2*rhod*s^3 + 72*cd*d^2*kc*ld*r^2*rhod*s^3 - \\
& 12*c*g*1^2*ld^3*rho*rhod*s^3 - 12*c*g*1^3*ld^2*rho*rhod*s^3 - \\
& 36*cd*g*ld^2*m*r^2*rhod*s^3 - 36*cd*g*ld^2*mc*r^2*rhod*s^3 - \\
& 108*cd*g*ld^2*md*r^2*rhod*s^3 - 72*cd*d*g*ld^2*r^2*rhod^2*s^3 - \\
& 72*cd*d*g*ld*m*r^2*rhod*s^3 - 72*cd*d*g*ld*mc*r^2*rhod*s^3 - \\
& 144*cd*d*g*ld*md*r^2*rhod*s^3 - 72*cd*g*1*ld*m*r^2*rhod*s^3 - \\
& 36*cd*g*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^3 - 36*cd*g*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^3 - \\
& 72*cd*d*g*1*ld*r^2*rho*rhod*s^3 ; \% s^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dDcc3 = & 6*(+ 12*K*c*cd*r^2*s^2 - 12*K*g*ld*md^2*s^2 + \\
& 12*K*kc*ld^2*md*s^2 + 12*K*kd*m*r^2*s^2 + 12*K*kd*mc*r^2*s^2 + \\
& 12*K*kd*md*r^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*md^3*s^2 - 12*d*g*kc*ld^2*md^2*s^2 - \\
& 12*d^2*g*kc*ld*md^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*m*md^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*mc*md^2*s^2 \\
& - 12*d*g*kd*md^2*r^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m*md^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m^2*md*s^2 \\
& + 12*d^2*kc*kd*md*r^2*s^2 - 12*g*kd*1*m^2*r^2*s^2 - 12*g*kd*ld*md^2*r^2*s^2 \\
& + 12*kc*kd*1^2*m*r^2*s^2 + 12*kc*kd*ld^2*md*r^2*s^2 + \\
& 4*kc*kd*1^3*r^2*rho*s^2 - 12*K*g*ld*m*md*s^2 - 12*K*g*ld*mc*md*s^2 + \\
& 6*g^2*1^2*ld*md^2*rho*s^2 + 6*g^2*1^3*ld*md*rho^2*s^2 - \\
& 6*g*kd*1^3*r^2*rho^2*s^2 + 12*K*kd*1*r^2*rho*s^2 - 12*c*cd*d*g*md*r^2*s^2 - \\
& 12*c*cd*g*1*m*r^2*s^2 - 12*c*cd*g*ld*md*r^2*s^2 - 12*d*g*kd*m*md*r^2*s^2 - \\
& 12*d*g*kd*mc*md*r^2*s^2 - 12*g*kc*1*ld^2*m*md*s^2 - 12*g*kc*1^2*ld*m*md*s^2 \\
& + 24*d*kc*kd*ld*md*r^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m*mc*md*s^2 - \\
& 4*g*kc*1^3*ld*md*rho*s^2 - 12*g*kd*1*m*mc*r^2*s^2 - 12*g*kd*1*m*md*r^2*s^2 \\
& - 12*g*kd*ld*m*md*r^2*s^2 - 12*g*kd*ld*mc*md*r^2*s^2 - \\
& 6*c*cd*g*1^2*r^2*rho*s^2 + 12*d*g^2*1*ld*md^2*rho*s^2 - \\
& 6*g*kc*1^2*ld^2*md*rho*s^2 + 18*g^2*1^2*ld*m*md*rho*s^2 + \\
& 6*g^2*1^2*ld*mc*md*rho*s^2 - 18*g*kd*1^2*m*r^2*rho*s^2 - \\
& 6*g*kd*1^2*mc*r^2*rho*s^2 - 6*g*kd*1^2*md*r^2*rho*s^2 - \\
& 12*K*g*1*ld*md*rho*s^2 - 12*d*g*kd*1*md*r^2*rho*s^2 - \\
& 12*g*kd*1*ld*md*r^2*rho*s^2) + 24*K*kc*ld^3*rhod*s^2 - \\
& 36*K*g*ld^3*rhod^2*s^2 + 36*d*g^2*ld^4*rhod^3*s^2 - \\
& 24*d*g*kc*ld^4*rhod^2*s^2 + 24*kc*kd*ld^3*r^2*rhod*s^2 - \\
& 36*d^2*g*kc*ld^3*rhod^2*s^2 + 36*d*g^2*ld^3*m*rhod^2*s^2 + \\
& 36*d*g^2*ld^3*mc*rhod^2*s^2 + 180*d*g^2*ld^3*md^2*rhod*s^2 + \\
& 144*d*g^2*ld^3*md*rhod^2*s^2 + 36*g^2*1*ld^2*m^2*rhod*s^2 + \\
& 36*g^2*1*ld^3*m*rhod^2*s^2 - 36*g*kd*ld^3*r^2*rhod^2*s^2 - \\
& 36*K*g*ld^2*m*rhod*s^2 - 36*K*g*ld^2*mc*rhod*s^2 - 108*K*g*ld^2*md*rhod*s^2 \\
& + 72*K*kd*ld*r^2*rhod*s^2 + 18*g^2*1^2*ld^3*rho*rhod^2*s^2 + \\
& 18*g^2*1^3*ld^2*rho^2*rhod*s^2 - 36*K*g*1*ld^2*rho*rhod*s^2 - \\
& 96*d*g*kc*ld^3*md*rhod*s^2 - 24*g*kc*1*ld^3*m*rhod*s^2 - \\
& 36*c*cd*g*ld^2*r^2*rhod*s^2 - 108*d^2*g*kc*ld^2*md*rhod*s^2 + \\
& 108*d*g^2*ld^2*m*md*rhod*s^2 + 108*d*g^2*ld^2*mc*md*rhod*s^2 - \\
& 36*g*kc*1^2*ld^2*m*rhod*s^2 + 72*d*kc*kd*ld^2*r^2*rhod*s^2 + \\
& 72*d^2*kc*kd*ld*r^2*rhod*s^2 + 36*g^2*1*ld^2*m*mc*rhod*s^2 + \\
& 108*g^2*1*ld^2*m*md*rhod*s^2 - 12*g*kc*1^2*ld^3*rho*rhod*s^2 - \\
& 12*g*kc*1^3*ld^2*rho*rhod*s^2 - 36*g*kd*ld^2*m*r^2*rhod*s^2 - \\
& 36*g*kd*ld^2*mc*r^2*rhod*s^2 - 108*g*kd*ld^2*md*r^2*rhod*s^2 - \\
& 72*d*g*kd*ld^2*r^2*rhod^2*s^2 + 36*d*g^2*1*ld^3*rho*rhod^2*s^2 + \\
& 54*g^2*1^2*ld^2*m*rho*rhod*s^2 + 18*g^2*1^2*ld^2*mc*rho*rhod*s^2 + \\
& 54*g^2*1^2*ld^2*md*rho*rhod*s^2 - 72*c*cd*d*g*ld*r^2*rhod*s^2 -
\end{aligned}$$


```

72*d*g*kd*ld*m*r^2*rhod*s^2 - 72*d*g*kd*ld*mc*r^2*rhod*s^2 -
144*d*g*kd*ld*md*r^2*rhod*s^2 - 72*g*kd*1*ld*m*r^2*rhod*s^2 +
108*d*g^2*1*ld^2*md*rho*rhod*s^2 - 36*g*kd*1*ld^2*r^2*rho*rhod*s^2 -
36*g*kd*1^2*ld*r^2*rho*rhod*s^2 - 72*d*g*kd*1*ld*r^2*rho*rhod*s^2; % s^2
dDcc2 = 6*(+ 12*K*c*kd*r^2*s + 12*K*cd*kc*r^2*s +
12*c*d*g^2*ld*md^2*s - 12*K*c*g*ld*md*s + 6*c*g^2*1^2*ld*md*rho*s -
6*c*g*kd*1^2*r^2*rho*s - 6*cd*g*kc*1^2*r^2*rho*s - 12*c*d*g*kd*md*r^2*s -
12*cd*d*g*kc*md*r^2*s + 12*c*g^2*1*ld*m*md*s - 12*c*g*kd*1*m*r^2*s -
12*cd*g*kc*1*m*r^2*s - 12*c*g*kd*ld*md*r^2*s - 12*cd*g*kc*ld*md*r^2*s) -
36*K*c*g*ld^2*rhod*s - 36*c*g*kd*ld^2*r^2*rhod*s -
36*cd*g*kc*ld^2*r^2*rhod*s + 18*c*g^2*1^2*ld^2*rho*rhod*s +
36*c*d*g^2*1*ld^3*rhod^2*s + 108*c*d*g^2*1*ld^2*md*rhod*s +
36*c*g^2*1*ld^2*m*rhod*s - 72*c*d*g*kd*ld*r^2*rhod*s -
72*cd*d*g*kc*ld*r^2*rhod*s ; % s^1
dDcc1 = 6*(+ 12*K*kc*kd*r^2 + 12*d*g^2*kc*ld*md^2 - 12*K*g*kc*ld*md -
12*d*g*kc*kd*md*r^2 + 12*g^2*kc*1*ld*m*md - 12*g*kc*kd*1*m*r^2 -
12*g*kc*kd*ld*md*r^2 + 6*g^2*kc*1^2*ld*md*rho - 6*g*kc*kd*1^2*r^2*rho) +
36*d*g^2*kc*ld^3*rhod^2 - 36*K*g*kc*ld^2*rhod + 18*g^2*kc*1^2*ld^2*rho*rhod
+ 108*d*g^2*kc*ld^2*md*rhod + 36*g^2*kc*1*ld^2*m*rhod -
36*g*kc*kd*ld^2*r^2*rhod - 72*d*g*kc*kd*ld*r^2*rhod ; % s^0

numDcc = [nDcc5 nDcc4 nDcc3 nDcc2 nDcc1];
denDcc = [dDcc7 dDcc6 dDcc5 dDcc4 dDcc3 dDcc2 dDcc1];

sysDcc = zpk(roots(numDcc), roots(denDcc), 1)
[z1, p1, k1] = tf2zp(numDcc, denDcc)

disp('_____')

disp('Sistema SEM AMS')

% Numerador
nsc3 = 1*12*(+ m*s^2 + mc*s^2 + 1*rho*s^2); % s^2
nsc2 = 1*12*(+ c*s ); % s^1
nsc1 = 1*12*(+ kc ); % s^0

% Denominador
dsc5 = + 1^4*rho^2*s^4 + 4*1^3*m*rho*s^4 + 4*mc*1^3*rho*s^4 +
12*mc*1^2*m*s^4;
dsc4 = + 4*c*1^3*rho*s^3 + 12*c*1^2*m*s^3;
dsc3 = - 6*g*1^3*rho^2*s^2 + 4*kc*1^3*rho*s^2 - 18*g*1^2*m*rho*s^2 +
12*kc*1^2*m*s^2 - 6*g*mc*1^2*rho*s^2 - 12*g*1*m^2*s^2 - 12*g*mc*1*m*s^2 +
12*K*1*rho*s^2 + 12*K*m*s^2 + 12*K*mc*s^2;
dsc2 = - 6*c*g*1^2*rho*s - 12*c*g*1*m*s + 12*K*c*s;
dsc1 = - 6*g*kc*1^2*rho - 12*g*kc*1*m + 12*K*kc;

numsc = [nsc3 nsc2 nsc1];
densc = [dsc5 dsc4 dsc3 dsc2 dsc1];

syssc = zpk(roots(numsc), roots(densc), 1)
[z1, p1, k1] = tf2zp(numsc, densc)

Msc = [m*1^2 + rho*1^3/3,m*1 + rho*1^2/2;m*1 + rho*1^2/2,m+mc+rho*1];
Ksc = [K - m*g*1 - rho*1^2/2*g,0;0,kc];
Csc = [0 0;0 c];

P = inv(Msc)*Ksc;
[V,LL] = eig(P); % Autovalores(LL) e autovetores(V)
wnsc = sqrt(diag(LL)) % Frequencias naturais

```

```

% Gerando os graficos

sim('comparacao2_com_mola_na_agua2')

figure(1)
plot(simout.time, simout.signals.values)
title('Com AMS')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Amplitude de Theta [rad]')

figure(2)
plot(simout1.time, simout1.signals.values, 'r--', simout.time,
simout.signals.values, 'b')
title('Comparacao - Com AMS vs Sem AMS')
legend('Sem AMS', 'Com AMS')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Amplitude de Theta [rad]')

figure(3)
plot(simout4.time, simout4.signals.values)
title('Theta_d')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Amplitude de Theta_d [rad]')

figure(4)
plot(simout2.time, simout2.signals.values)
title('Forca do vento')
axis([0 50 min(simout2.signals.values)*0.7
max(simout2.signals.values)*1.1])
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Forca do vento [N]')

figure(5)
plot(simout1.time, simout1.signals.values)
title('Sem AMS')
xlabel('Tempo [s]')
ylabel('Amplitude de Theta [rad]')

```

- Exemplo de um dos programas utilizados para gerar as tabelas refinamento com análise percentual da redução da amplitude θ (RMS%):

```

clc
clear all
close all
format long

% Valor das variaveis

l = 90; % Comprimento da barra do pêndulo primário
mc = 240000; % Massa do carro
g = 9.81; % Aceleração da gravidade
E = 210*10^9; % Coeficiente de elasticidade do aço em Pa
rb = 1; % Raio interno da barra
Rb = 1.2; % Raio externo da barra
rho = 3081*pi*(Rb^2 - rb^2); % Massa específica linear da barra do pêndulo
primário
Ib = 1/3*rho*l^3; % Momento de inércia da barra em relação ao
ponto de conexão
K = (3*E*Ib/(l^3))*10^(-6); % Coeficiente de amortecimento torcional

```

```

m = 110000; % Massa concentrada do pêndulo primário
md = 0.1*(rho*1+m); % Massa concentrada do pêndulo secundário
r = 1; % Raio da roldana
c = 2*0.01*mc*0.5; % Coeficiente de amortecimento
kc = 10^(-2); % Constante elástica da mola na água
s = 1; % Valor para não precisar apagar a variável 's'
%de cada termo dos numeradores e denominadores

F = 50000; % Força do vento
wf = 0.97; % Frequência da força do vento

% Sem AMS

% Numerador
nsc3 = 1*12*(+ m*s^2 + mc*s^2 + 1*rho*s^2); % s^2
nsc2 = 1*12*(+ c*s ); % s^1
nsc1 = 1*12*(+ kc ); % s^0

% Denominador
dsc5 = + 1^4*rho^2*s^4 + 4*1^3*m*rho*s^4 + 4*mc*1^3*rho*s^4 +
12*mc*1^2*m*s^4;
dsc4 = + 4*c*1^3*rho*s^3 + 12*c*1^2*m*s^3;
dsc3 = - 6*g*1^3*rho^2*s^2 + 4*kc*1^3*rho*s^2 - 18*g*1^2*m*rho*s^2 +
12*kc*1^2*m*s^2 - 6*g*mc*1^2*rho*s^2 - 12*g*1*m^2*s^2 - 12*g*mc*1*m*s^2 +
12*K*1*rho*s^2 + 12*K*m*s^2 + 12*K*mc*s^2;
dsc2 = - 6*c*g*1^2*rho*s - 12*c*g*1*m*s + 12*K*c*s;
dsc1 = - 6*g*kc*1^2*rho - 12*g*kc*1*m + 12*K*kc;

sim('SemTMD')

rms_padrao = rms(sectmd.signals.values);

% Com AMS

n = 0;

for i = 1:36

LD(i) = 5.5 + (i-1)*0.05;
D(i) = (1-3)-LD(i);
ld = LD(i);
d = D(i);

for j = 1:11

KD(j) = 4*10^6 + (j-1)*10^5;
kd = KD(j);

for k = 1:11

CD(k) = 4.5*10^5 + (k-1)*10^4;
cd = CD(k);

% Função de transferência para Teta

% Numerador
ncc5 = 12*1*( + ld^2*m*md*s^4 + ld^2*mc*md*s^4 +
1*ld^2*md*rho*s^4); % s^4

```

```

ncc4 = 12*1*( + c*ld^2*md*s^3 + cd*m*r^2*s^3 + cd*mc*r^2*s^3 +
cd*md*r^2*s^3 + cd*1*r^2*rho*s^3); % s^3
ncc3 = 12*1*( + c*cd*r^2*s^2 - g*ld*md^2*s^2 + kc*ld^2*md*s^2 +
kd*m*r^2*s^2 + kd*mc*r^2*s^2 + kd*md*r^2*s^2 + kd*1*r^2*rho*s^2 -
g*ld*m*md*s^2 - g*ld*mc*md*s^2 - g*1*ld*md*rho*s^2); % s^2
ncc2 = 12*1*( + c*kd*r^2*s + cd*kc*r^2*s - c*g*ld*md*s); % s^1
ncc1 = 12*1*( + kc*kd*r^2 - g*kc*ld*md ); % s^0

% Denominador
dcc7 = + 1^4*ld^2*md*rho^2*s^6 + 12*1^2*ld^2*m*mc*md*s^6 +
4*1^3*ld^2*m*md*rho*s^6 + 4*1^3*ld^2*mc*md*rho*s^6; % s^6
dcc6 = + cd*1^4*r^2*rho^2*s^5 + 12*cd*d^2*m*md*r^2*s^5 +
12*cd*d^2*mc*md*r^2*s^5 + 12*c*1^2*ld^2*m*md*s^5+ 4*c*1^3*ld^2*md*rho*s^5 +
12*cd*1^2*m*mc*r^2*s^5 + 12*cd*1^2*m*md*r^2*s^5 + 12*cd*ld^2*m*md*r^2*s^5
+ 12*cd*ld^2*mc*md*r^2*s^5 + 4*cd*1^3*m*r^2*rho*s^5 +
4*c*1^3*mc*r^2*rho*s^5 + 4*cd*1^3*md*r^2*rho*s^5 - 24*cd*d*1*m*md*r^2*s^5
+ 24*cd*d*ld*m*md*r^2*s^5 + 24*cd*d*ld*mc*md*r^2*s^5 -
24*cd*1*ld*m*md*r^2*s^5 - 12*cd*d*1^2*md*r^2*rho*s^5 +
12*cd*d^2*1*md*r^2*rho*s^5 + 12*cd*1*ld^2*md*r^2*rho*s^5 -
12*cd*1^2*ld*md*r^2*rho*s^5 + 24*cd*d*1*ld*md*r^2*rho*s^5; % s^5
dcc5 = + kd*1^4*r^2*rho^2*s^4 + 12*K*ld^2*m*md*s^4 +
12*K*ld^2*mc*md*s^4 + 12*c*cd*1^2*m*r^2*s^4 - 12*d*g*ld^2*m*md^2*s^4 -
12*d^2*g*ld*m*md^2*s^4 - 12*d*g*ld^2*mc*md^2*s^4 - 12*d^2*g*ld*mc*md^2*s^4
+ 12*c*cd*ld^2*md*r^2*s^4 + 4*c*cd*1^3*r^2*rho*s^4 - 12*g*1*ld^2*m^2*md*s^4
- 12*g*1^2*ld*m*md^2*s^4 + 12*d^2*kd*m*md*r^2*s^4 + 12*d^2*kd*mc*md*r^2*s^4
+ 12*kc*1^2*ld^2*m*md*s^4 - 4*g*1^3*ld*md^2*rho*s^4 - g*1^4*ld*md*rho^2*s^4
+ 4*kc*1^3*ld^2*md*rho*s^4 + 12*kd*1^2*m*mc*r^2*s^4 +
12*kd*1^2*m*md*r^2*s^4 + 12*kd*ld^2*m*md*r^2*s^4 + 12*kd*ld^2*mc*md*r^2*s^4
+ 4*kd*1^3*m*r^2*rho*s^4 + 4*kd*1^3*mc*r^2*rho*s^4 +
4*kd*1^3*md*r^2*rho*s^4 - 6*g*1^3*ld^2*md*rho^2*s^4 +
12*K*1*ld^2*md*rho*s^4 + 12*c*cd*d^2*md*r^2*s^4 + 24*c*cd*d*ld*md*r^2*s^4 +
24*d*g*1*ld*m*md^2*s^4 - 12*g*1*ld^2*m*mc*md*s^4 - 12*g*1^2*ld*m*mc*md*s^4
- 24*d*kd*1*m*md*r^2*s^4 + 24*d*kd*ld*m*md*r^2*s^4 +
24*d*kd*ld*mc*md*r^2*s^4 - 4*g*1^3*ld*m*md*rho*s^4 -
4*g*1^3*ld*mc*md*rho*s^4 - 24*kd*1*ld*m*md*r^2*s^4 -
12*d*g*1*ld^2*md^2*rho*s^4 + 12*d*g*1^2*ld*md^2*rho*s^4 -
12*d^2*g*1*ld*md^2*rho*s^4 - 18*g*1^2*ld^2*m*md*rho*s^4 -
6*g*1^2*ld^2*mc*md*rho*s^4 - 12*d*kd*1^2*md*r^2*rho*s^4 +
12*d^2*kd*1*md*r^2*rho*s^4 + 12*kd*1*ld^2*md*r^2*rho*s^4 -
12*kd*1^2*ld*md*r^2*rho*s^4 + 24*d*kd*1*ld*md*r^2*rho*s^4; % s^4
dcc4 = + 12*K*c*ld^2*md*s^3 + 12*K*cd*m*r^2*s^3 +
12*K*cd*mc*r^2*s^3 + 12*K*cd*md*r^2*s^3 + 12*c*d^2*kd*md*r^2*s^3 +
12*cd*d^2*kc*md*r^2*s^3 - 12*cd*g*1*m^2*r^2*s^3 - 12*cd*g*ld*md^2*r^2*s^3 +
12*c*kd*1^2*m*r^2*s^3 + 12*cd*kc*1^2*m*r^2*s^3 + 12*c*kd*ld^2*md*r^2*s^3 +
12*cd*kc*ld^2*md*r^2*s^3 + 4*c*kd*1^3*r^2*rho*s^3 + 4*cd*kc*1^3*r^2*rho*s^3
- 6*cd*g*1^3*r^2*rho^2*s^3 + 12*K*cd*1*r^2*rho*s^3 - 12*c*d*g*ld^2*md^2*s^3
- 12*c*d^2*g*ld*md^2*s^3 - 12*cd*d*g*md^2*r^2*s^3 - 12*cd*d*g*m*md*r^2*s^3
- 12*cd*d*g*mc*md*r^2*s^3 - 12*c*g*1*ld^2*m*md*s^3 - 12*c*g*1^2*ld*m*md*s^3
+ 24*c*d*kd*ld*md*r^2*s^3 + 24*cd*d*kc*ld*md*r^2*s^3 -
4*c*g*1^3*ld*md*rho*s^3 - 12*cd*g*1*m*mc*r^2*s^3 - 12*cd*g*1*m*md*r^2*s^3 -
12*cd*g*ld*mc*md*r^2*s^3 - 18*cd*g*1^2*m*r^2*rho*s^3 -
6*c*d*g*1^2*ld^2*md*rho*s^3 - 6*cd*g*1^2*md*r^2*rho*s^3 -
12*cd*d*g*1*md*r^2*rho*s^3 - 12*cd*g*1*ld*md*r^2*rho*s^3 ; % s^3
dcc3 = + 12*K*c*cd*r^2*s^2 - 12*K*g*ld*md^2*s^2 +
12*K*kc*ld^2*md*s^2 + 12*K*kd*m*r^2*s^2 + 12*K*kd*mc*r^2*s^2 +
12*K*kd*md*r^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*md^3*s^2 - 12*d*g*kc*ld^2*md^2*s^2 -
12*d^2*g*kc*ld*md^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*m*md^2*s^2 + 12*d*g^2*ld*mc*md^2*s^2
- 12*d*g*kd*md^2*r^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m*md^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m^2*md*s^2
+ 12*d^2*kc*kd*md*r^2*s^2 - 12*g*kd*1*m^2*r^2*s^2 - 12*g*kd*ld*md^2*r^2*s^2
+ 12*kc*kd*1^2*m*r^2*s^2 + 12*kc*kd*ld^2*md*r^2*s^2 +

```

```

4*kc*kd*1^3*r^2*rho*s^2 - 12*K*g*ld*m*md*s^2 - 12*K*g*ld*mc*md*s^2 +
6*g^2*1^2*ld*md^2*rho*s^2 + 6*g^2*1^3*ld*md*rho^2*s^2 -
6*g*kd*1^3*r^2*rho^2*s^2 + 12*K*kd*1*r^2*rho*s^2 - 12*c*cd*d*g*md*r^2*s^2 -
12*c*cd*g*1*m*r^2*s^2 - 12*c*cd*g*ld*md*r^2*s^2 - 12*d*g*kd*m*md*r^2*s^2 -
12*d*g*kd*mc*md*r^2*s^2 - 12*g*kc*1*ld^2*m*md*s^2 - 12*g*kc*1^2*ld*m*md*s^2
+ 24*d*kc*kd*ld*md*r^2*s^2 + 12*g^2*1*ld*m*mc*md*s^2 -
4*g*kc*1^3*ld*md*rho*s^2 - 12*g*kd*1*m*mc*r^2*s^2 - 12*g*kd*1*m*md*r^2*s^2
- 12*g*kd*ld*m*md*r^2*s^2 - 12*g*kd*ld*mc*md*r^2*s^2 -
6*c*cd*g*1^2*r^2*rho*s^2 + 12*d*g^2*1*ld*md^2*rho*s^2 -
6*g*kc*1^2*ld^2*md*rho*s^2 + 18*g^2*1^2*ld*m*md*rho*s^2 +
6*g^2*1^2*ld^2*mc*md*rho*s^2 - 18*g*kd*1^2*m*r^2*rho*s^2 -
6*g*kd*1^2*mc*r^2*rho*s^2 - 6*g*kd*1^2*md*r^2*rho*s^2 -
12*K*g*1*ld*md*rho*s^2 - 12*d*g*kd*1*md*r^2*rho*s^2 -
12*g*kd*1*ld*md*r^2*rho*s^2 ; % s^2
    dcc2 = + 12*K*c*kd*r^2*s + 12*K*cd*kc*r^2*s +
12*c*d*g^2*ld*md^2*s - 12*K*c*g*ld*md*s + 6*c*g^2*1^2*ld*md*rho*s -
6*c*g*kd*1^2*r^2*rho*s - 6*cd*g*kc*1^2*r^2*rho*s - 12*c*d*g*kd*md*r^2*s -
12*cd*d*g*kc*md*r^2*s + 12*c*g^2*1*ld*m*md*s - 12*c*g*kd*1*m*r^2*s -
12*cd*g*kc*1*m*r^2*s - 12*c*g*kd*ld*md*r^2*s - 12*cd*g*kc*ld*md*r^2*s; %
s^1
    dcc1 = + 12*K*kc*kd*r^2 + 12*d*g^2*kc*ld*md^2 - 12*K*g*kc*ld*md
- 12*d*g*kc*kd*md*r^2 + 12*g^2*kc*1*ld*m*md - 12*g*kc*kd*1*m*r^2 -
12*g*kc*kd*ld*md*r^2 + 6*g^2*kc*1^2*ld*md*rho - 6*g*kc*kd*1^2*r^2*rho; %
s^0
    sim('TMD')
    n = n+1;
    rms_percentual(n,1) = d;
    rms_percentual(n,2) = ld;
    rms_percentual(n,3) = kd;
    rms_percentual(n,4) = cd;
    rms_percentual(n,5) = (rms_padrao -
rms(tmd.signals.values))/rms_padrao*100;
end
end
end

```

- Exemplo de um dos programas utilizados para refinar a tabela gerada pelo programa anterior:

```

clc
clear all

load('TabTMDcomMassa6a9')

m = 1;

for n = 1:13671

    if (rms_percentual(n,5) > 35.5)

        rms_percentualR(m,1) = rms_percentual(n,1);
        rms_percentualR(m,2) = rms_percentual(n,2);
        rms_percentualR(m,3) = rms_percentual(n,3);
        rms_percentualR(m,4) = rms_percentual(n,4);
        rms_percentualR(m,5) = rms_percentual(n,5);
        rms_percentualR(m,6) = rms_percentual(n,6);
        m = m + 1;

    end

end

```