

**Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Curso de Engenharia de Energia**

**ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM  
SISTEMAS DE POTÊNCIA UTILIZANDO FUNÇÃO  
ENERGIA**

**Autora: Kallyanny Silva Brasil  
Orientador: Flávio H. J. R. Silva**

**Brasília, DF  
2013**



**KALLYANNY SILVA BRASIL**

**ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS DE POTÊNCIA  
UTILIZANDO FUNÇÃO ENERGIA**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia de Energia da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia.

Orientador: Dr. Flávio Henrique J. R. Silva

**Brasília, DF  
2013**

**CIP – Catalogação Internacional da Publicação\***

Brasil, Kallyanny Silva.

Análise de estabilidade transitória em sistemas de potência utilizando função energia / Kallyanny Silva  
Brasil (em ordem normal). Brasília: UnB, 2013. 93 p. : il. ;  
29,5 cm.

Monografia (Graduação) – Universidade de Brasília  
Faculdade do Gama, Brasília, 2013. Orientação: Flávio H. J. R.  
Silva.

1. Sistema Elétrico de Potência. 2. Estabilidade Transitória. 3.  
Métodos Diretos. 4. PEBS. 5. BCU. Perturbações I. Henrique J.  
R. Silva, Flávio. II. Título.

CDU Classificação



**ANÁLISE DE ESTABILIDADE TRANSITÓRIA EM SISTEMAS DE POTÊNCIA  
UTILIZANDO FUNÇÃO ENERGIA**

**Kallyanny Silva Brasil**

Monografia submetida como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia de Energia da Faculdade UnB Gama - FGA, da Universidade de Brasília, em 09/12/2013 apresentada e aprovada pela banca examinadora abaixo assinada:

---

**Prof. Dr.: Flávio Henrique Justiniano R. Silva, UnB/ FGA**  
Orientador

---

**Prof. Dr.: Jorge Andrés Cormane Angarita, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

---

**Prof. Dr.: Luís Filomeno de Jesus Fernandes, UnB/ FGA**  
Membro Convidado

Brasília, DF  
2013

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar a Deus, por iluminar o meu caminho durante esta caminhada, me dando forças para enfrentar e superar as dificuldades.

Aos meus pais, que mesmo distantes, foram meu maior estímulo e fonte de força e coragem, me apoiando em todos os momentos.

Aos meus irmãos e familiares pelo incentivo e compreensão.

Ao professor Flávio, pelo auxílio e orientação durante todo o trabalho de conclusão de curso e por direcionar e partilhar todo seu conhecimento na área.

## RESUMO

O estudo de estabilidade transitória se insere no contexto dos Sistemas Elétricos de Potência, os quais alcançaram nos últimos anos uma maior complexidade tendo em vista a interligação entre os sistemas. Sujeitos a perturbações de pequeno e grande porte, a análise da estabilidade destes sistemas é de fundamental importância para a operação dos sistemas. A complexidade do estudo de estabilidade transitória se deve as não linearidades inerentes aos sistemas. A análise mais simples de estabilidade utiliza o método passo-a-passo com soluções numéricas iterativas para um conjunto de equações diferenciais associadas à dinâmica do sistema, visando obter uma estimativa do tempo crítico de eliminação da perturbação. No entanto, este não é o método mais adequado às aplicações em tempo real, devido às inúmeras soluções numéricas de equações diferenciais necessárias. Os métodos diretos são adequados às situações em tempo real, em que o estudo da estabilidade é realizado sem a necessidade do conhecimento da solução das equações diferenciais. Para se determinar este tempo crítico de abertura, foram realizadas simulações no *software Matlab* utilizando o método passo-a-passo e os métodos diretos PEBS (Potencial Energy Boundary Surface) e BCU (Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point).

**Palavras-chave:** Sistema Elétrico de Potência. Estabilidade Transitória. Métodos Diretos. PEBS. BCU.

## ABSTRACT

The transient stability study is in the context of Electrical Power Systems, which in recent years have reached greater complexity in view of the interconnection between systems. Subject to disturbances of small and large, the stability analysis of these systems is of fundamental importance to the operation of the systems. The complexity of the transient stability study is due to the nonlinearity of the systems. The simplest stability study using the step-by-step iterative numerical solutions for a set of differential equations associated with the dynamics of the system in order to obtain an estimate of the critical time of the disturbance. However, this is not the most appropriate method for real time applications, due to the numerous numerical solutions of differential equations needed. Direct methods are suited to situations in real time, when the stability study is conducted without the knowledge of the solution of differential equations. To determine this critical opening time, simulations were performed in *Matlab* using the step-by-step and direct methods PEBS (Potential Energy Boundary Surface) e BCU (Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point).

**Keywords:** Electric Power System. Transient Stability. Direct Methods. PEBS. BCU.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Classificação da estabilidade do sistema de potência. ....	14
Figura 2. Diagrama esquemático de uma máquina síncrona trifásica. ....	21
Figura 3. Modelo simplificado da máquina síncrona para os estudos de estabilidade transitória. ....	22
Figura 4. Gerador síncrono ligado a um sistema equivalente. ....	22
Figura 5. Correlação entre alternância e estrutura da rede de referência. ....	24
Figura 6. Equivalente monofásico de uma linha de comprimento médio. Os capacitores são omitidos para linhas curtas. ....	29
Figura 7. Modelo $\pi$ equivalente de uma linha de transmissão. ....	30
Figura 8. Circuito equivalente do transformador. ....	31
Figura 9. Representação em valores por unidade do transformador monofásico. ....	32
Figura 10. Comportamentos estáveis do ponto de equilíbrio. ....	36
Figura 11. Comportamento instável do ponto de equilíbrio. ....	36
Figura 12. Sistema uma máquina versus barramento infinito, condição pré-falta. ....	38
Figura 13. Sistema uma máquina versus barramento infinito durante a falta. ....	39
Figura 14. Sistema uma máquina versus barramento infinito pós falta. ....	39
Figura 15. Curvas de potência elétrica para o sistema UMBI. ....	41
Figura 16. Curva de Potência x ângulo. ....	42
Figura 17. Curva Potência – Ângulo do gerador. ....	44
Figura 18. Sistema multimáquinas. ....	48
Figura 19. Resposta de um sistema de quatro máquinas durante um transitório: (a) sistema estável (b) sistema instável. ....	50
Figura 20. Sistema máquina ligada a um barramento infinito. ....	54
Figura 21. Representação do sistema máquina ligada a um barramento infinito. ....	55
Figura 22. Representação do sistema em falta. ....	55
Figura 23. Representação do sistema pós falta. ....	56
Figura 24. Gráfico para o ângulo da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,29s$ ). ....	56
Figura 25. Gráfico para a velocidade angular da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,29s$ ). ....	57
Figura 26. Gráfico para o ângulo da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,33s$ ). ....	57
Figura 27. Gráfico para a velocidade angular da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,33s$ ). ....	58
Figura 28. Sistema de três máquinas. ....	59
Figura 29. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-2, barra 2) em relação ao tempo, (a) $t_a = 0,194s$ (b) $t_a = 0,196s$ . ....	61
Figura 30. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-2, barra 1) em relação ao tempo, (a) $t_a = 0,174s$ (b) $t_a = 0,176s$ . ....	62
Figura 31. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-3, barra 1) em relação ao tempo, (a) $t_a = 0,094s$ (b) $t_a = 0,096s$ . ....	63
Figura 32. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-3, barra 3) em relação ao tempo a) $t_a = 0,255s$ b) $t_a = 0,256s$ . ....	64
Figura 33. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 2-3, barra 2) em relação ao tempo a) $t_a = 0,001s$ b) $t_a = 0,150s$ . ....	65
Figura 34. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 2-3, barra 3) em relação ao tempo a) $t_a = 0,001s$ b) $t_a = 0,340s$ . ....	66
Figura 35. Ilustração da definição da estabilidade de Lyapunov. ....	68
Figura 36. Região de atração. ....	71
Figura 37. Representação do Método BCU. ....	79
Figura 38. Falha para a determinação do <i>exit point</i> . ....	80

Figura 39. Funcionamento da estimativa de $t_a$ utilizando o método PEBS.....	82
Figura 40. Diagrama de fases da trajetória do sistema para $t_a = 0,196s$ . ....	82
Figura 41. Energia do sistema para $t_a = 0,196s$ .....	83
Figura 42. Diagrama de fases da trajetória do sistema para $t_a = 0,194s$ . ....	84
Figura 43. Energia do sistema para $t_a = 0,194s$ .....	84
Figura 44. Diagrama de fases para $t_a = 0,178s$ . ....	85
Figura 45. Diagrama de fases para $t_a = 0,174s$ . ....	86
Figura 46. Monitoração da Energia do sistema para $t_a = 0,174s$ . ....	86
Figura 47. Diagrama de fases para $t_a = 0,001s$ . ....	87

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

CC	Corrente Contínua
CA	Corrente Alternada
$p_e$	Potência elétrica
$E'$	Tensão interna da máquina síncrona
$V_\infty$	Tensão do barramento infinito
$V_{bus}$	Tensão de barra
$\delta$	Ângulo de Referência da Máquina Síncrona
$X$	Reatância
$X'_d$	Reatância transitória direta
$X'_q$	Reatância transitória de quadratura
$V_r$	Componente de tensão do eixo real
$V_m$	Componente de tensão do eixo imaginário
$V_q$	Tensão de quadratura
$V_d$	Tensão direta
$I_q$	Corrente de quadratura
$I_d$	Corrente direta
$T_e$	Torque elétrico
$T_m$	Torque mecânico
$T_a$	Torque de aceleração
$p_m$	Potência mecânica
$\Delta E'_q$	Variação de tensão transitória no eixo de quadratura
$\Delta E'_d$	Variação de tensão transitória no eixo direto
$E_{fd}$	Tensão de campo
$J$	Momento de inércia
$\alpha$	Aceleração angular
$\omega$	Velocidade angular
$\theta$	Posição angular do rotor
$H$	Constante de inércia
$S$	Potência aparente
$p_a$	Potência de aceleração
$D$	Coefficiente de amortecimento

$Z$	Impedância
$G$	Condutância
$B$	Susceptância
$R$	Resistência
$P$	Potência ativa
$Q$	Potência reativa
$M$	Coefficiente de inércia das máquinas síncronas
$p_e^{prf}$	Potência elétrica pré-falta
$p_e^f$	Potência elétrica em falta
$p_e^{pf}$	Potência elétrica pós falta
$Y$	Admitância
$t_{cr}$	Tempo de crítico de abertura
$t_a$	Tempo de abertura
$\delta_a$	Ângulo de abertura
$\delta_{cr}$	Ângulo crítico de abertura
$\delta^u$	Ângulo do ponto de equilíbrio instável
$\delta_0$	Ângulo de referência
$E_p$	Energia potencial
$E_c$	Energia cinética
$V(x)$	Função de Lyapunov
$V_K$	Energia cinética do sistema
$V_P$	Energia potencial do sistema
$pee$	Ponto de equilíbrio estável
$pei$	Ponto de equilíbrio instável
$BCU$	Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point
$PEBS$	Potencial Energy Boundary Surface
$FMM$	Força magnetomotriz
$UMBI$	Uma Máquina barramento infinito
$FEM$	Força eletromotriz
$COA$	Center of Angle - Centro de Ângulo como referência.
$SEP$	Sistemas Elétricos de Potência

## SUMÁRIO

<b>AGRADECIMENTOS.....</b>	<b>v</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....</b>	<b>viii</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS .....</b>	<b>x</b>
<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>13</b>
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO .....	13
1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	15
1.3 MÉTODOS DE ANÁLISE.....	16
1.4 OBJETIVOS .....	17
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	18
<b>2 MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO .....</b>	<b>19</b>
2.1 MÁQUINAS SÍNCRONAS.....	19
2.2 REDE DE TRANSMISSÃO.....	28
2.3 TRANSFORMADOR.....	31
2.4 CARGAS .....	33
<b>3 ESTABILIDADE TRANSITÓRIA .....</b>	<b>35</b>
3.1 CONCEITOS BÁSICOS .....	35
3.1.1 Definição de Estabilidade .....	35
3.1.2 Determinação da Estabilidade.....	36
3.2 SISTEMA MÁQUINA VERSUS BARRAMENTO INFINITO .....	38
3.3 CRITÉRIO DAS ÁREAS IGUAIS .....	42
3.4 SISTEMAS MULTIMÁQUINAS .....	46
3.5 SINCRONISMO E ESTABILIDADE .....	49
3.5.1 Uma Máquina como Referência.....	50
3.5.2 Centro de Ângulo como Referência .....	51
<b>4 RESULTADOS PELO MÉTODO PASSO-A-PASSO.....</b>	<b>54</b>
4.1 SIMULAÇÃO SISTEMA MÁQUINA VESUS BARRAMENTO INFINITO .....	54
4.2 SIMULAÇÃO SISTEMA MULTIMÁQUINAS .....	58
<b>5 MÉTODOS DIRETOS.....</b>	<b>67</b>
5.1 SISTEMAS DINÂMICOS AUTÔNOMOS .....	67
5.2 MÉTODO DE LYAPUNOV.....	68
5.3 MÉTODO DE LYAPUNOV EM SISTEMAS DE POTÊNCIA .....	71
5.3.1 Função Energia para Sistemas de Potência.....	73
5.3.2 Métodos de Função Energia em Estabilidade Transitória .....	76
5.3.2.1 Método da Superfície Limite de Energia Potencial (Potential Energy Boundary Surface - PEBS).....	76
5.3.2.2 Método BCU (Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point) .....	78
5.3.2.3 Falhas nos Métodos PEBS e BCU .....	79
5.4 RESULTADOS PELO MÉTODO DIRETO .....	81
<b>6 CONCLUSÃO .....</b>	<b>89</b>
<b>7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>91</b>

## INTRODUÇÃO

*Este capítulo apresenta considerações gerais relacionadas à estrutura do trabalho e a definição do problema*

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) que são formados basicamente por três subsistemas responsáveis pela geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, têm se tornado cada vez mais complexos, sobretudo devido à grande demanda de potência requerida por consumidores. O principal objetivo dos sistemas elétricos de potência é atender essa demanda de forma aceitável. No entanto, neste tipo de sistema sujeito a falhas, o SEP deve ser capaz de operar satisfatoriamente tanto em regime permanente como também apresentar flexibilidade quando em presença de defeitos ou perturbações garantindo a continuidade da prestação de serviço. (Bretas & Alberto, 2000).

A função primordial exigida aos sistemas de potência é a manutenção da operação em estado normal, ou seja, garantir suprimento contínuo de energia respeitando padrões de qualidade, como manutenção da frequência constante (60Hz) e a tensão dentro de certos limites (entre 0,95 e 1,05pu). Contudo, nem sempre isso é possível, a necessidade do aumento da confiabilidade do sistema trouxe consigo a complexidade da interligação entre sistemas. De forma que, atrelada a essa transferência de energia entre diversos sistemas, a ocorrência de perturbações em qualquer sistema afeta também aos demais, tendo em vista a interligação entre eles. (Anderson & Fouad, 1977; Kundur, 1994).

Diversas são as causas das perturbações em sistemas de potência, que podem ser definidas como fatores externos que alteram a operação normal do sistema, como por exemplo, rompimento de linhas de transmissão, defeito em componentes do sistema, descargas atmosféricas, entrada ou saída de cargas de pequeno ou grande porte, curtos-circuitos, etc. Essas perturbações afastam o sistema do seu ponto de operação original. Quando o sistema opera em regime permanente, todas as máquinas síncronas possuem a mesma velocidade angular e o sistema está em um ponto de operação estável, no qual permanecerá até que alguma perturbação desloque-o deste estado. (Bretas & Alberto, 2000)

Segundo Glover et al. (2012), a estabilidade do sistema de potência refere-se à capacidade das máquinas síncronas de mover de um ponto de funcionamento em estado estacionário, após uma perturbação para outro ponto de operação em regime permanente, sem perder o sincronismo. A integridade do sistema é preservada quando praticamente todo o

sistema de potência permanece intacto sem aceleração dos geradores ou cargas motorizadas, exceto para aqueles desligados através do isolamento dos elementos em falha ou intencionalmente desligados para preservar a continuidade do funcionamento do resto do sistema.

A análise de problemas de estabilidade inclui a identificação de fatores essenciais que contribuem para a instabilidade e concepção de métodos para melhorar o funcionamento estável é muito facilitado pela classificação de estabilidade em categorias adequadas. As quais se baseiam nas considerações seguintes (Kundur, 1994):

- A natureza física da instabilidade resultante está relacionada com o parâmetro principal do sistema em que a instabilidade pode ser observada.
- O tamanho da perturbação considerada indica o método mais apropriado de cálculo e previsão da estabilidade.
- Os dispositivos, processos e o intervalo de tempo que deve ser tomado em consideração para a determinação da estabilidade.

A Figura (1) mostra as categorias de estabilidade relacionadas à estabilidade angular do rotor, estabilidade de frequência, e à estabilidade da tensão. Como os sistemas de potência são não lineares, sua estabilidade depende tanto das condições iniciais e da dimensão da perturbação. Por conseguinte, a estabilidade angular e de tensão podem ser divididas em pequenas e grandes perturbações. Assim, dependendo do tipo de fenômeno, pode-se referir a estabilidade em curto prazo e a estabilidade em longo prazo. (Machowaski et al., 2008).

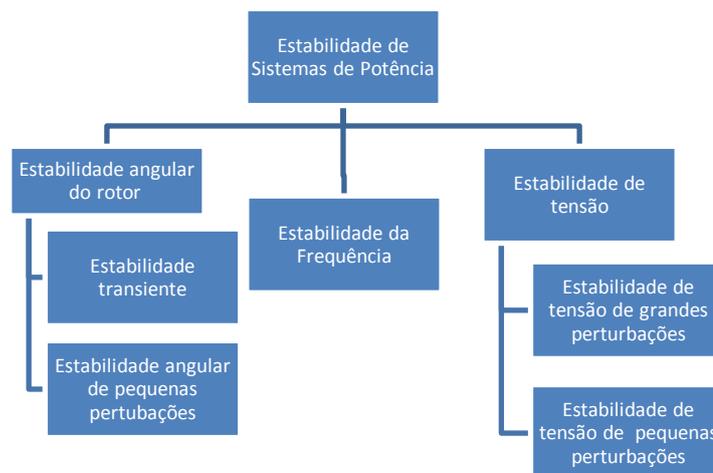


Figura 1. Classificação da estabilidade do sistema de potência.

Fonte: Machowaski et al., 2008.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O sistema de potência é um sistema não linear que opera em um ambiente em constante mudança; cargas, saídas do gerador, topologia e parâmetros de funcionamento mudam continuamente. Após uma perturbação transitória, se o sistema de fornecimento é *estável*, ele vai atingir um novo estado de equilíbrio, com o sistema com a mesma configuração ou não da rede de transmissão. Por outro lado, se o sistema é *instável*, irá resultar numa situação incerta, por exemplo, um aumento progressivo da separação angular do rotor do gerador, ou uma diminuição progressiva da tensão de barramento, esta condição de instabilidade pode levar a falhas em cascata e um desligamento de uma grande parte do sistema de potência. (Grigsby, 2007).

O problema da estabilidade está relacionado ao comportamento das máquinas síncronas, após uma perturbação. Sendo assim, por conveniência de análise, os problemas de estabilidade são geralmente divididos em duas grandes categorias - *estabilidade de pequenas perturbações e estabilidade transitória*. Estabilidade de pequenas perturbações refere-se à capacidade de o sistema de alimentação recuperar o sincronismo após perturbações pequenas e lentas, tais como mudanças graduais de potência. Neste tipo de estudo tem-se como modelo matemático equações diferenciais lineares invariantes no tempo, visto que as equações são linearizadas em torno de um ponto de operação estável, como:

$$\dot{x} = Ax \tag{1.1}$$

Neste caso, a análise é linear e está associada ao estudo dos autovalores da matriz  $A$ , que representa a matriz resultante da matriz de estado transformada por meio da linearização das equações referidas a um ponto de operação  $(x_0, y_0)$ . Assim, os autovalores desta matriz caracterizam a estabilidade local do ponto de operação do sistema. Já os estudos de estabilidade transitória lidam com os efeitos de grandes perturbações, súbitas, como a ocorrência de uma falha, a interrupção súbita de uma linha, curto-circuito trifásico ou a aplicação súbita ou remoção de cargas. Estudos de estabilidade transitória são necessários para garantir que o sistema possa suportar a condição transitória após uma grande perturbação. (Saadat, 2010; Bretas & Alberto, 2000).

Segundo Grigsby (2007), a instabilidade de um sistema de potência pode ocorrer de diversas formas, dependendo da topologia do sistema, modo de funcionamento, e a forma do defeito. De forma que, um funcionamento satisfatório requer o sincronismo das máquinas, nesse sentido o aspecto da estabilidade é influenciado pela dinâmica dos ângulos dos rotores

dos geradores e relações de ângulos de potência destes. Por conta da alta dimensionalidade e complexidade dos problemas de estabilidade é essencial que se faça hipóteses simplificadas e a análise de tipos específicos de problemas com determinado grau de detalhe da representação do sistema.

A estabilidade angular do sistema de potência está principalmente relacionada a fenômenos eletromecânicos. Neste trabalho tem-se como interesse a estabilidade angular relacionada à estabilidade transitória a qual é pautada em grandes perturbações. Nestas situações de grandes perturbações, o equilíbrio entre a potência elétrica gerada e potência mecânica de entrada é rompido. Em consequência disto, os rotores das máquinas sofrem diferentes acelerações levando, eventualmente, algumas delas a perda de sincronismo em relação ao resto do sistema. No entanto, se as oscilações tenderem a se amortecer fazendo com que o sistema como um todo atinja um novo ponto de operação em regime permanente, então é dito que o sistema é estável transitoriamente, o ponto de operação inicial do sistema é estável a uma dada perturbação. (Bretas & Alberto, 2000).

Deve-se levar em conta que as condições do defeito têm influência na estabilidade. De forma que, um mesmo ponto de operação pode ser classificado como estável ou instável dependendo, por exemplo, do tempo de eliminação do curto-circuito ou tempo de religamento de uma linha de transmissão.

No caso em que o sistema é dito instável, a velocidade de pelo menos uma máquina tenderá a se afastar progressivamente das demais, ocasionando seu desligamento. Para evitar isso, é essencial isolar o defeito rapidamente para garantir a integridade do sistema e que a trajetória convirja para um ponto de operação estável, sendo o sistema então transitoriamente estável. O tempo máximo para que isto ocorra é conhecido como tempo crítico de abertura “ $t_{cr}$ ”. Assim, eliminando-se o defeito antes do tempo crítico o sistema pode ser estável e após o tempo crítico temos um sistema instável. (Bretas & Alberto, 2000).

### 1.3 MÉTODOS DE ANÁLISE

A análise de estabilidade de sistemas elétricos de potência tem sido efetuada através das soluções das equações diferenciais e algébricas não lineares que descrevem a dinâmica do sistema e a evolução da posição angular de cada máquina síncrona ao longo do tempo (simulação), apresentada na forma de curvas de oscilação. Contudo, as técnicas utilizadas consomem uma grande quantidade de tempo para a realização dos cálculos e obtenção da análise. Dessa forma, este método só é recomendável para estudos “off-line” de projeto e

planejamento. Este método é denominado método passo-a-passo, em que o processo de determinação do tempo crítico de abertura consiste na realização de inúmeras simulações numéricas observando-se o comportamento angular da máquina. (Bretas & Alberto, 2000).

Os métodos diretos são mais adequados a aplicações em tempo real, pois são capazes de analisar a estabilidade dos sistemas, sem a necessidade do conhecimento da solução das equações diferenciais. Baseiam-se fundamentalmente na agregação das informações sobre o desempenho dinâmico em uma função dita Função de Lyapunov (FL), e a questão da estabilidade/instabilidade do movimento do sistema fica reduzida à verificação de condições sobre esta função e sua derivada temporal. Muitos avanços ocorreram na utilização de métodos diretos para a análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência, sendo que uma tendência bem estabelecida é a consideração da Função de Lyapunov com forma de energia transitória. No entanto, a função energia largamente empregada em diversas abordagens de análise de estabilidade de sistemas de potência encontra-se convencionalmente estabelecida considerando as máquinas representadas pelo modelo clássico, segundo o qual somente a dinâmica mecânica é efetivamente considerada, sendo o sistema conservativo. E a propriedade de conservação da energia buscou os métodos de análise denominados diretos, que, desse ponto de vista (modelo clássico, sistema conservativo) produzem resultados de alta qualidade. (Chiang et al., 1995; Bretas & Alberto, 2000).

No âmbito deste trabalho serão considerados os métodos passo-a-passo e os métodos diretos *PEBS* e *BCU* para análise da estabilidade transitória. Tendo em vista que aspectos adicionais devem ser levados em conta, o problema da estabilidade do SEP com vistas à metodologia de análise por método direto ou automático considera modelos detalhados em abordagem de sistemas não lineares e não conservativos.

#### 1.4 OBJETIVOS

Realizar a análise da estabilidade transitória com o intuito de se estudar e estimar a região de estabilidade em um sistema multimáquinas com três geradores e três barramentos, utilizando o método passo-a-passo e os métodos diretos *PEBS* (Potential Energy Boundary Surface) e *BCU* (Boundary Controlling Unstable Equilibrium).

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Nesta primeira parte do trabalho do qual faz parte este tópico, tem-se a Introdução. Neste Capítulo 1 é apresentado o problema de estabilidade transitória, sendo possível ter uma noção do assunto estudado e dos métodos existentes para os cálculos numéricos associados ao SEP.

O Capítulo 2 apresenta a modelagem do sistema elétrico de potência. No qual serão apresentadas as equações algébricas e diferenciais que caracterizam o comportamento dos componentes do sistema elétrico. Sendo feita para máquinas síncronas, linha de transmissão, transformador e cargas do sistema.

Já o Capítulo 3 apresenta os conceitos relacionados ao entendimento da estabilidade do sistema bem como os métodos para análise da estabilidade transitória.

No Capítulo 4 são apresentadas as simulações realizadas bem como seus resultados utilizando os modelos e metodologias apresentados no Capítulo 3. São mostrados os resultados obtidos pelas rotinas em *Matlab* para simular o sistema sujeito a perturbações.

No Capítulo 5 apresentam-se os métodos diretos aplicados aos Sistemas de Potência além dos resultados das simulações realizadas utilizando os métodos diretos PEBS e BCU.

Por fim, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

## 2 MODELAGEM DO SISTEMA ELÉTRICO

*Neste capítulo será mostrado o conjunto de equações que caracterizam os componentes do sistema elétrico.*

Para o estudo de estabilidade transitória de um sistema elétrico de potência são necessários modelos para representar matematicamente seus componentes, como, por exemplo, as máquinas síncronas, rede de transmissão e cargas. Esta modelagem é realizada por meio de simplificações, visto que uma modelagem detalhada resultaria em uma complexidade desnecessária para o objetivo em questão. Assim, dependendo do objetivo o sistema é modelado para um estudo mais eficiente do modelo utilizado. Logo, neste capítulo apresenta-se a modelagem dos componentes do sistema.

### 2.1 MÁQUINAS SÍNCRONAS

Nos estudos de estabilidade, o gerador síncrono é considerado o elemento mais importante do sistema. Ele tem o papel de fornecer energia elétrica às cargas do sistema. O modelamento, no entanto, pode ser feito através de vários modelos, dependendo do tipo de máquinas e de suas cargas.

A máquina síncrona possui alguns componentes principais (WEG):

- **Carcaça.** Tem como principal função apoiar e proteger o motor, alojando também o pacote de chapas e enrolamentos do estator. Forma um conjunto sólido e robusto que é a base estrutural da máquina.
- **Estator.** Constituído de partes magnéticas estacionárias, incluído o pacote laminado de chapas de aço silício, com ranhuras para alojar o enrolamento do estator, que opera com alimentação de potência em corrente alternada para gerar o campo magnético girante. É onde se localizam os enrolamentos de armadura.
- **Rotor.** Pode ser construído com polos lisos ou salientes dependendo das características construtivas do motor e de sua aplicação. Consiste na estrutura que compõe ou suporta os polos, os enrolamentos de campo e a gaiola de partida, que são as partes ativas girantes do motor síncrono. Os polos do campo são magnetizados através da CC da excitatriz ou diretamente por anéis coletores e escovas. Em funcionamento, os polos se alinham magneticamente pelo entreferro e giram em sincronismo com o campo girante do estator.

- **Mancais.** Os motores síncronos podem ser fornecidos com mancais de rolamento ou mancais de deslizamento dependendo de sua função da aplicação.
- **Excitatriz.** Fornece corrente para aos enrolamentos de campo do rotor, pode ser Brushless (sem escovas) ou estática (anéis coletores, escovas e fonte de alimentação externa).

A máquina síncrona é uma máquina CA cuja velocidade é proporcional à frequência da corrente de sua armadura. O rotor, junto ao campo magnético criado pela corrente CC do campo do rotor, gira na mesma velocidade ou em sincronismo com o campo magnético girante, produzido pelas correntes de armadura, resultando em um conjugado constante. (Fitzgerald et al., 2006).

Os geradores síncronos são a principal fonte de energia elétrica em sistemas de potência. Muitas cargas grandes são acionadas por motores síncronos. O problema da estabilidade do sistema de energia é em grande parte manter máquinas síncronas interligadas em sincronismo. Assim, uma compreensão de sua modelagem característica de seu desempenho dinâmico é de fundamental importância para o estudo da estabilidade do sistema de potência. A máquina consiste em dois elementos essenciais: o campo e a armadura. O enrolamento de campo conduz uma corrente direta e produz um campo magnético que induz tensões alternadas nos enrolamentos da armadura. (Kundur, 1994).

Para o desenvolvimento do modelo matemático de uma máquina síncrona é necessária uma breve revisão do estado estacionário e as características de desempenho transitórias. Na Fig. (2) temos o esquema de uma máquina síncrona trifásica de dois polos.

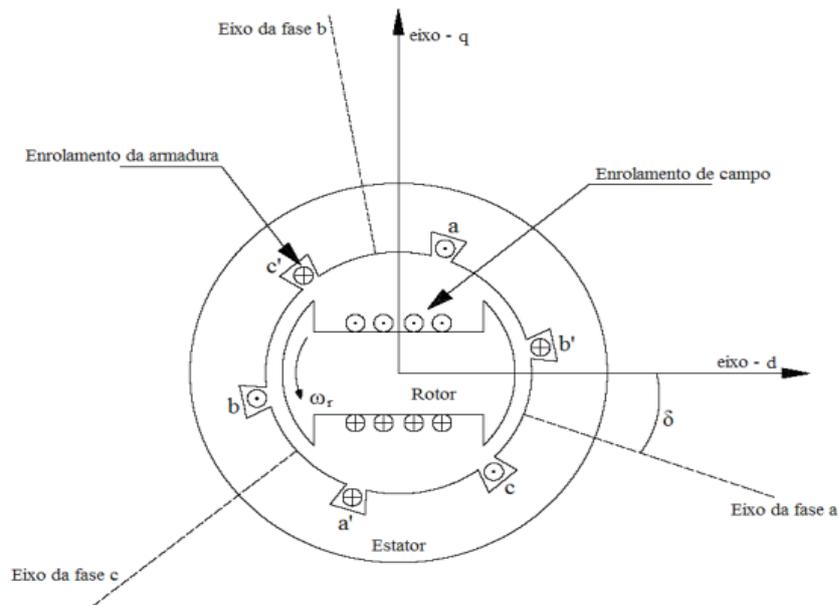


Figura 2. Diagrama esquemático de uma máquina síncrona trifásica.  
Fonte: Kundur, 1994.

Na modelagem do gerador síncrono, o quadro de referência mais apropriado é o que está ligado ao rotor, o qual gira à mesma velocidade do rotor. O eixo maior desta armação é conhecido como *eixo direto* (o eixo polar do rotor), ou simplesmente o eixo-*d* e o segundo eixo é de  $90^\circ$  além deste eixo polar e é conhecido como o *eixo em quadratura* (entre o eixo polar) ou o eixo-*q*. (Chakrabarti & Halder, 2006).

Da Figura (2) observa-se que o eixo direto (*d*) é centrado magneticamente no centro do pólo norte enquanto o eixo de quadratura (*q*),  $90$  graus elétricos à frente do eixo *d*. A posição do rotor em relação ao estator é medida pelo ângulo  $\theta$  entre o eixo *d* e o eixo magnético da fase "a" do enrolamento. (Kundur, 1994).

Alguns modelos são descritos na literatura. O modelo clássico tem uma modelagem conservativa, em que o gerador é representado apenas por sua equação de oscilação, sendo desprezado o efeito de saliência e considera o fluxo concatenado no campo como uma constante. Os seguintes pressupostos são utilizados no cálculo das equações básicas da máquina (Padiyar, 2008):

1. A força magnetomotriz (FMM) no entreferro é distribuída de forma senoidal e os harmônicos são negligenciados.
2. A saliência é restrita ao rotor. O efeito de ranhuras no estator é negligenciado.
3. Saturação magnética e histerese são ignoradas.

A Figura (3) mostra um modelo simplificado de uma máquina síncrona, à esquerda o diagrama de circuito e à direita o diagrama de fasor. O chamado modelo clássico pode ser utilizado em estudos de estabilidade de transitória. Como mostrado, a máquina síncrona é representada por uma tensão interna constante  $E'$ , reatância de eixo direto transitória  $X'_d$ . Nos programas de estabilidade transitória, os modelos mais detalhados podem ser usados para representar excitadores, perdas, saturação e saliência. No entanto, o modelo simplificado reduz complexidade do modelo, mantendo razoável precisão nos cálculos de estabilidade. (Glover et al., 2012).

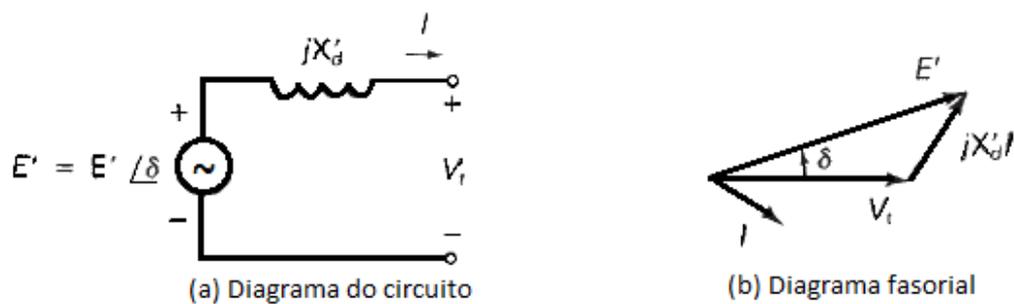


Figura 3. Modelo simplificado da máquina síncrona para os estudos de estabilidade transitória.

Fonte: Glover et al., 2012.

Cada gerador no modelo está ligado a um sistema que consiste em linhas de transmissão, transformadores, cargas e outras máquinas. Para uma primeira aproximação, o sistema pode ser representado por uma “barra infinita” atrás da reatância do sistema. Uma barra infinita é uma fonte de tensão ideal que mantém magnitude de tensão constante, a fase constante e frequência constante. A Figura (4) mostra um gerador síncrono ligado a um sistema equivalente.

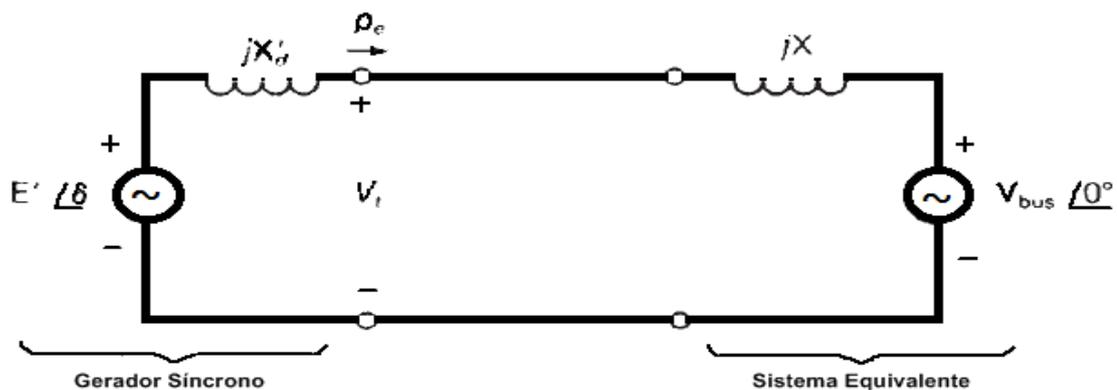


Figura 4. Gerador síncrono ligado a um sistema equivalente.

Fonte: Glover et all, 2012.

A magnitude de tensão  $V_{bus}$  e a fase  $0^\circ$  da barra infinita são constantes. O ângulo de fase  $\delta$  da tensão interna da máquina é o ângulo de potência da máquina em relação ao barramento infinito. A reatância equivalente entre tensão interna da máquina e barra infinita é  $X_{eq} = (X'_d + X)$ . A potência entregue pelo gerador síncrono ao barramento infinito é:

$$P_e = \frac{E V_{bus}}{X_{eq}} \sin \delta \quad (2.1)$$

Durante os distúrbios transitórios tanto  $E$  e  $V_{bus}$  são consideradas constantes em (2.1). Assim,  $P_e$  é uma função senoidal da máquina com ângulo de potência  $\delta$ .

Enquanto o modelo clássico para uma máquina síncrona proporciona um mecanismo útil para a introdução de conceitos de estabilidade transitória, ele é apropriado apenas para um estudo básico do sistema. A seguir será apresentado um modelo de máquina síncrona mais detalhada. A análise dos modelos de máquinas síncronas mais detalhadas requer que cada modelo de máquina seja expresso em um quadro de referência que gira em à mesma velocidade do rotor. (Glover et al., 2012).

As equações da máquina síncrona foram enquadradas com uma referência de rotação com o seu próprio rotor. As partes reais e imaginárias das tensões numa estrutura de rede de referência pode, assim, ser formado como (Chakrabarti & Halder, 2006):

$$\begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_q \\ V_d \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

ou,

$$\begin{bmatrix} V_q \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \delta & -\sin \delta \\ \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde  $V_r$  e  $V_m$  representam componentes da tensão  $V$  no eixo real e imaginário, respectivamente. Vale ressaltar que para representação das variáveis da máquina, as quantidades expressas em referencial  $d-q$  devem ser convertidas para um quadro de referência comum, para transformação de eixo.

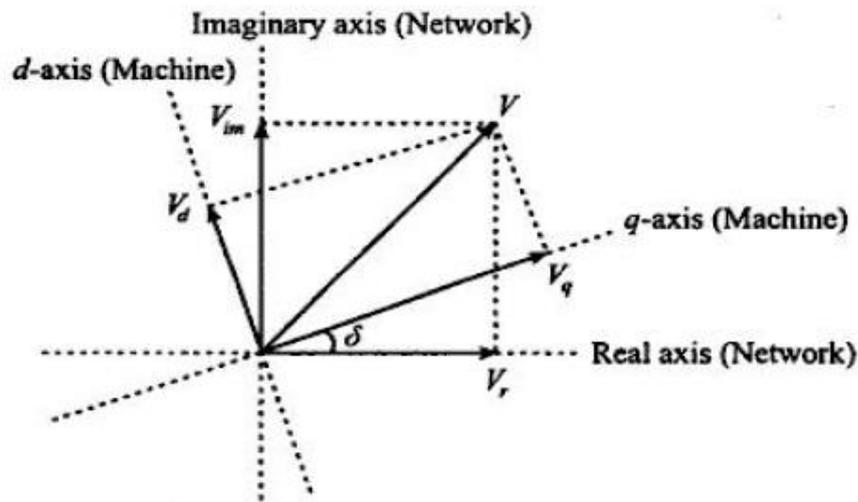


Figura 5. Correlação entre alternância e estrutura da rede de referência.  
Fonte: Chakrabarti & Halder, 2006.

Nota-se aqui que um dado fasor  $V$  (Eq. 2.2 e 2.3) foi distribuído em duas formas diferentes de componentes, dependendo do ângulo  $\delta$  de referência da máquina. Pode ser observado que o vetor  $V$  também pode ser representado na forma de Eq. (2.4).

$$V = (V_q + jV_d)e^{j\delta} \quad (2.4)$$

Onde  $V_q$  e  $V_d$  são grandezas de tensões nos eixos  $q$  e  $d$ . Assumindo que as tensões e correntes de sequência positiva, com a amplitude e fase, a relação geral entre estas variáveis pode ser escrita para a rede como:

$$[I] = [Y][V] \quad (2.5)$$

A representação de dois eixos, que modela a dinâmica associada ao enrolamento de campo e o enrolamento amortecedor do gerador síncrono, negligenciando a dinâmica mais rápida de amortecimento subtransitório e transitórios do estator. Para acessibilidade, a saturação da máquina não é considerada. Com o modelo de dois eixos, o comportamento elétrico do gerador é representado por duas equações algébricas e duas equações diferenciais. (Glover et al., 2012).

$$E'_q = V_q + X'_d I_d \quad (2.6)$$

$$E'_d = V_d - X'_q I_q \quad (2.7)$$

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{d0}} (-E'_q - (X_d - X'_d)I_d + E_{fd}) \quad (2.8)$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \frac{1}{T'_{q0}} (-E'_d + (X_q - X'_q)I_q) \quad (2.9)$$

onde  $V_d + jV_q = V_t$  e  $I_d + jI_q = I_t$  são a tensão e a corrente terminais do gerador em relação ao referencial do gerador, respectivamente e  $E_{fd}$  é a tensão de campo.

O torque elétrico por unidade,  $T_{epu}$ , é, então:

$$T_e = V_d I_d + V_q I_q \quad (2.10)$$

Enquanto  $P_e = T_{epu} \omega_{p.u.}$ , é frequentemente assumido que  $\omega_{p.u.} = 1,0$  como resultado supõem-se que  $P_e = T_{epu}$ .

Além do comportamento elétrico é necessário equacionar as propriedades mecânicas para a análise do comportamento dinâmico. Segundo Glover et al. (2012) considerando um gerador síncrono trifásico, o movimento do rotor é determinado pela segunda lei de Newton, dada por:

$$J\alpha_m(t) = T_m(t) - T_e(t) = T_a(t) \quad (2.11)$$

Portanto, o torque de aceleração é dado pela subtração do torque elétrico  $T_e$  (total de potência elétrica trifásica do gerador, acrescido de perdas elétricas), do torque mecânico  $T_m$  (fornecido pelo motor primário menos o retardamento do torque devido às perdas mecânicas).

Além disso, a aceleração angular do rotor é dada por:

$$\alpha_m(t) = \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} \quad (2.12)$$

$$\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt} \quad (2.13)$$

Onde:  $\omega_m$  = velocidade angular do rotor [rad/s].

$\theta_m$  = posição angular do rotor em relação a um eixo fixo [rad].

Em regime permanente os torques elétricos ( $T_e$ ) e mecânicos ( $T_m$ ) são iguais e são positivos para o funcionamento do gerador, o torque de aceleração  $T_a$  é zero, e, a partir de (2.11), a aceleração do rotor  $\alpha_m$  é zero, resultando numa velocidade de rotor constante chamada velocidade síncrona. Quando  $T_m$  é maior do que  $T_e$ ,  $T_a$  é positivo e  $\alpha_m$  é, portanto, positivo, resultando no aumento da velocidade do rotor. Do mesmo modo, quando  $T_m$  é inferior a  $T_e$ , a velocidade do rotor diminui. É importante medir a posição angular do rotor em relação a um eixo de rotação síncrona, em vez de um eixo fixo. Assim, define-se:

$$\theta_m(t) = \omega_{msin} \delta_m(t) \quad (2.14)$$

onde:  $\omega_{msin}$  = velocidade angular síncrona do rotor [rad/s].

$\delta_m$  = posição angular do rotor com em relação a um eixo fixo [rad].

Usando (2.12) e (2.14), a eq. (2.11) fica:

$$J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = J \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = T_m(t) - T_e(t) = T_a(t) \quad (2.15)$$

Contudo, é conveniente trabalhar com potência, em vez de torque, assim como trabalhar em por unidade em vez de unidades reais. Assim, deve-se multiplicar (2.15) por  $\omega_m(t)$  e dividir por  $S_{rat}$ , a potência aparente trifásica do gerador. Além disso, é conveniente trabalhar com uma constante de inércia normalizada chamada constante  $H$ , o qual é definida como  $H = \frac{1/2 J \omega_{msin}^2}{S_{rat}}$  [joules/VA ou pu.s]. Essa constante  $H$  tem como vantagem um intervalo relativamente estreito, normalmente entre 1 e 10 pu.s, enquanto  $J$  varia amplamente. Fazendo as modificações mencionadas acima e utilizando a constante de inércia para  $J$ , a Eq. (2.15) fica:

$$2H \frac{\omega_{p.u.}(t)}{\omega_{msin}} \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = p_{mp.u.}(t) - p_{ep.u.}(t) = p_{ap.u.}(t) \quad (2.16)$$

onde,  $p_{mpu}$ ,  $p_{epu}$  e  $p_{apu}$  são potência mecânica fornecida, potência elétrica de saída do gerador e potência de aceleração, em pu, e  $\omega_{p.u.}$ , a velocidade angular do rotor por unidade. Para um gerador síncrono com  $P$  polos, a aceleração angular, frequência em radianos e ângulo de potência e têm relação semelhante a  $x = P/2 x(t)$ , onde  $x$  pode ser qualquer uma dessas grandezas, portanto usando-se a relação  $\omega_{sin} = P/2 \omega_{msin}$  pode-se reescrever (2.16) em:

$$2H \frac{\omega_{p.u.}(t)}{\omega_{sin}} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = p_{mp.u.}(t) - p_{ep.u.}(t) = p_{ap.u.}(t) \quad (2.17)$$

À Equação (2.17) é incluído também um termo que representa um torque de amortecimento, representado pelo coeficiente de amortecimento ( $D$ ) quando o gerador se desvia a partir da sua velocidade síncrona, com o seu valor proporcional ao desvio da velocidade.

$$2H \frac{\omega_{p.u.}(t)}{\omega_{sin}} \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = p_{mp.u.}(t) - p_{ep.u.}(t) - \frac{D}{\omega_{sin}} \frac{d\delta(t)}{dt} = p_{ap.u.}(t) \quad (2.18)$$

Onde  $D$  é um número relativamente pequeno positivo com valores típicos entre 0 e 2. As unidades de  $D$  são potência por unidade dividida por desvio de velocidade por unidade. A Equação (2.18) pode ser chamada de equação de *swing*, é a equação fundamental que determina a dinâmica do rotor em estudos de estabilidade de transiente. Nota-se que  $p_{ep.u.}(t)$  não é linear, devido ao fato de ser uma função não linear de  $\delta$ . A Equação (2.18), também não é linear, devido ao termo  $\omega_{p.u.}(t)$ . No entanto, na prática, a velocidade do rotor não varia significativamente da velocidade síncrona durante transientes, de forma que muitas vezes  $\omega_{p.u.}(t) \approx 1$  é assumido em (2.18) para cálculos de manuais. A Equação (2.18) é uma diferencial de segunda ordem que pode ser reescrita como duas equações diferenciais de primeira ordem. (Glover et al., 2012).

$$\frac{d\delta(t)}{dt} = \omega(t) - \omega_{sin} \quad (2.19)$$

E usando (2.19) em (2.18),

$$\frac{2H}{\omega_{sin}} \omega_{p.u.}(t) \frac{d\omega(t)}{dt} = P_{mp.u.}(t) - P_{ep.u.}(t) - \frac{D}{\omega_{sin}} \frac{d\delta(t)}{dt} = P_{ap.u.}(t) \quad (2.20)$$

Quando (2.8) e (2.9) são combinados às equações mecânicas do gerador de apresentadas em (2.19) e (2.20), substituindo (2.10) para  $p_{ep.u.}$ , o resultado é um modelo de gerador síncrono contendo quatro equações diferenciais de primeira ordem.

Supondo que nos estudos de estabilidade transitória a tensão interna da máquina é constante, a máquina passa a ser representada somente pelas equações (2.19) e (2.20). Assim, o valor de equilíbrio é obtido resolvendo equações  $P_{mi} - P_{ei} = 0$ , em que  $P_{mi}$  e  $P_{ei}$  são as potências mecânica e elétrica da  $i$ -ésima máquina, respectivamente.

## 2.2 REDE DE TRANSMISSÃO

A análise do comportamento do sistema de potência como um todo requer que suas demais partes sejam representadas por um modelo matemático. Assim, a rede de transmissão faz parte desse sistema que integra o sistema elétrico sendo responsável pelo transporte de energia elétrica.

A energia elétrica é transferida de estações geradoras aos consumidores através de linhas aéreas e condutores. As linhas aéreas são usadas para longas distâncias em campo aberto e zonas rurais, enquanto os cabos são utilizados para transmissão sob a terra em áreas urbanas e para travessias subaquáticas. A linha de transmissão é caracterizada por quatro parâmetros: resistência em série devido à resistividade do condutor,  $R$ , condutância *shunt*  $G$  devido a correntes de fuga entre as fases e terra, indutância série  $L$  devido ao campo magnético que envolve os condutores, e capacitância de derivação  $C$ , devido ao campo elétrico entre os condutores. (Kundur, 1994).

Quanto à classificação, linhas com cerca de 80 km de comprimento são classificadas como linhas curtas. Linhas de comprimento médio estão aproximadamente entre 80 km e 240 km de comprimento. Linhas com mais de 240 km exigem cálculos em termos de distribuição de constantes com elevado grau de precisão, embora, para fins de uma representação de alguns parâmetros aglomerados podem ser utilizadas para as linhas de até 320 km de comprimento. (Grainger & Stevenson, 1994).

Se uma linha aérea é classificada como curta, a capacitância de derivação é tão pequena que pode ser omitida inteiramente, com pequena perda de precisão, e é necessário ter apenas em conta a resistência série  $R$  e a indutância série  $L$  para o comprimento total da linha.

Já uma linha de comprimento médio pode ter uma representação suficientemente boa com  $R$  e  $L$  como parâmetros concentrados, como mostrado na Fig. (6), com metade da capacitância de neutro da linha aglomeradas em cada extremidade do circuito equivalente. Condutância de derivação  $G$ , tal como mencionado anteriormente, geralmente é negligenciado em linhas de transmissão de alta tensão para o cálculo da tensão e da corrente. O mesmo circuito representa a linha curta se os capacitores forem omitidos. (Grainger & Stevenson, 1994).

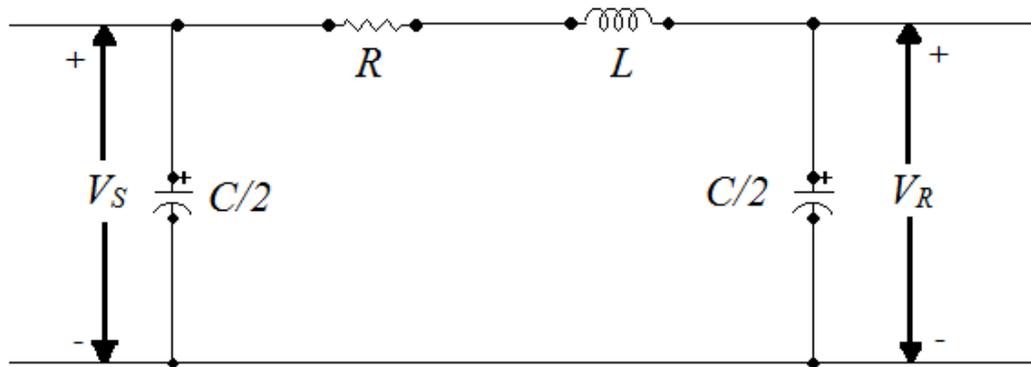


Figura 6. Equivalente monofásico de uma linha de comprimento médio. Os capacitores são omitidos para linhas curtas.

Fonte: Grainger & Stevenson, 1994.

Segundo Kundur (1994), para fins de análise, envolvendo a interligação com outros elementos do sistema é conveniente utilizar circuitos equivalentes que representam o desempenho das linhas apenas como visto a partir dos seus terminais. O circuito do modelo  $\pi$  de parâmetros concentrados é então utilizado na representação de linhas de transmissão, visto que, a frequência se mantém aproximadamente constante.

Definido por três parâmetros: resistência série  $r_{km}$ , reatância série  $x_{km}$  e susceptância *shunt*  $b_{km}^{sh}$ , a impedância do elemento série pode ser expressa da seguinte forma:

$$z_{km} = r_{km} + jx_{km} \quad (2.21)$$

Logo, a admitância série é dada por:

$$y_{km} = z_{km}^{-1} = g_{km} + jb_{km} \quad (2.22)$$

Em que  $g_{km}$  e  $b_{km}$  são a condutância série e a susceptância série, respectivamente, as quais são dadas por:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2}; b_{km} = \frac{-x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (2.23)$$

A Figura (7) mostra a representação dos parâmetros supracitados no circuito  $\pi$  equivalente. Para este modelo temos  $r_{km}$  e  $x_{km}$  positivos, logo  $g_{km}$  é positivo e  $b_{km}$  negativo, visto que é do tipo indutivo. Enquanto que o elemento  $b_{km}^{sh}$  é positivo, dado que o *shunt* é capacitivo. (Monticelli, 1983).

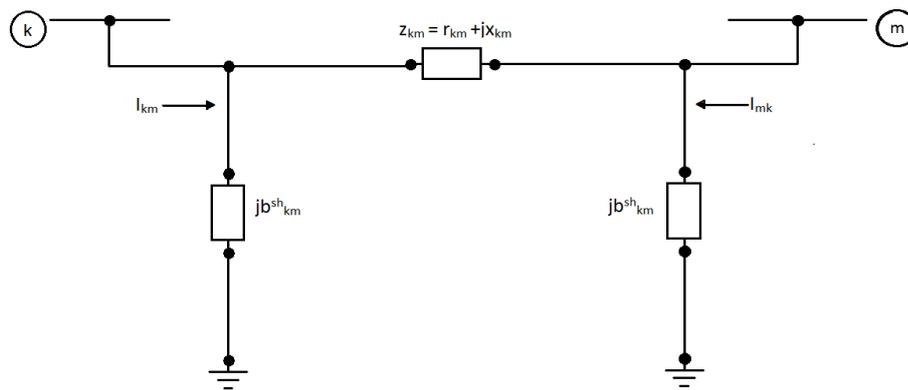


Figura 7. Modelo  $\pi$  equivalente de uma linha de transmissão.  
Fonte: Monticelli, 1983.

Sabendo que o referencial de corrente é positivo quando a mesma está saindo da barra, como na Fig. (7), as relações entre correntes e tensões do modelo são:

$$I_{km} = y_{km} (E_k - E_m) + jb_{km}^{sh} E_k \quad (2.24)$$

Observa-se que a corrente  $I_{km}$  é formada por uma componente série e uma componente *shunt*, sendo calculada a partir das tensões terminais  $E_k$  e  $E_m$ , dadas por:

$$E_k = V_k e^{j\theta_k}; E_m = V_m e^{j\theta_m} \quad (2.25)$$

De forma análoga, a corrente  $I_{mk}$  é dada por:

$$I_{mk} = y_{km} (E_k - E_m) + jb_{km}^{sh} E_k \quad (2.26)$$

Matricialmente, temos que:

$$\begin{bmatrix} I_{km} \\ I_{km} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jb_{km}^{sh} + y_{km} & -(y_{km}) \\ -(y_{km}) & jb_{km}^{sh} + y_{km} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_k \\ E_m \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

### 2.3 TRANSFORMADOR

A representação geral de transformadores consiste basicamente em um circuito equivalente como o da Figura (8). Em que os subscritos  $p$  e  $s$  referem-se ao primário e secundário, respectivamente. A reatância de magnetização  $X_{mp}$  é usualmente negligenciada. No entanto, para estudos que requerem sua representação, a reatância de magnetização pode ser aproximada movendo para o primário ou secundário considerando a dependência de tensão com a reatância *shunt* variável. (Kundur, 1994).

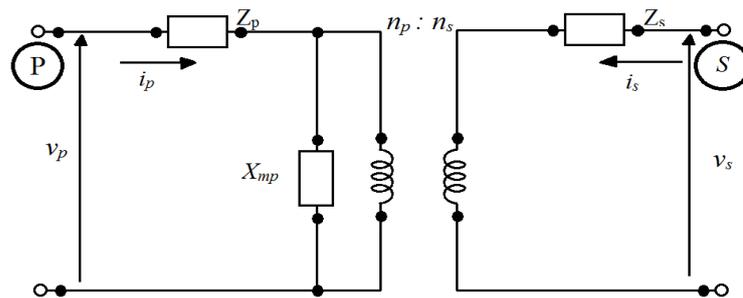


Figura 8. Circuito equivalente do transformador.  
Fonte: Kundur, 1994.

$$Z_p = R_p + jX_p \quad (2.28)$$

$$Z_s = R_s + jX_s \quad (2.29)$$

onde:

$R_p, R_s$  = resistências do primário e secundário;

$X_p, X_s$  = reatâncias do primário e secundário;

$n_p, n_s$  = número de espiras do primário e secundário;

$X_{mp}$  = reatância de magnetização referida ao primário.

Pode-se simplificar a representação do circuito equivalente do transformador, deixando a relação de 1:1 para o transformador ideal. Fazendo a escolha conveniente dos valores de base para o primário e secundário, conforme as equações a seguir:

$$\frac{V_{b,p}}{V_{b,s}} = \frac{V_{nom,p}}{V_{nom,s}} \quad (2.30)$$

$$S_{b,p} = S_{b,s} \quad (2.31)$$

Onde  $V_{b,p}$  e  $V_{b,s}$  são tensões de base do primário e secundário respectivamente,  $V_{nom,p}$  e  $V_{nom,s}$  são as tensões nominais do primário e secundário respectivamente e  $S_{b,p}$  e  $S_{b,s}$  são as potências bases do primário e secundário respectivamente. De forma que basta escolher a relação de tensões base com valores iguais a relação de espiras do transformador, e a potencia base do primário igual a do secundário o que permite a obtenção do circuito equivalente em valores por unidade conforme a Fig. (9). (Robba, 1973).

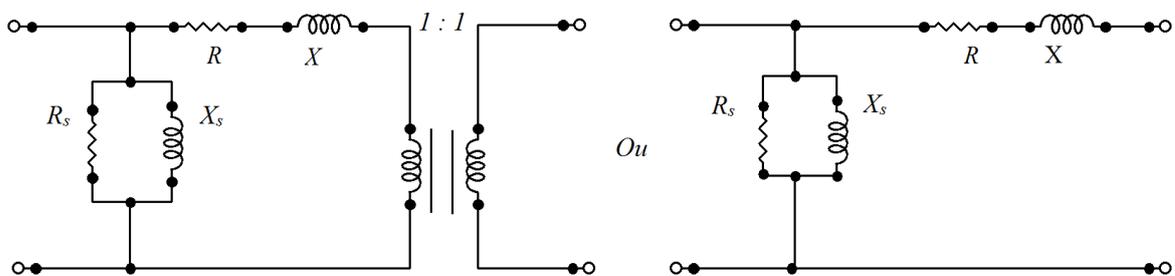


Figura 9. Representação em valores por unidade do transformador monofásico.  
Fonte: Robba, 1973.

Assim, o circuito equivalente de transformadores em diagramas unifilares é similar ao representado na Figura (9). Pode-se perceber que é possível adaptação do circuito equivalente do transformador ao modelo  $\pi$  da mesma forma das linhas de transmissão. Com a escolha apropriada de valores base, a representação elétrica de linhas de transmissão e transformadores é semelhante, ocorrendo o mesmo para sua modelagem matemática.

## 2.4 CARGAS

O comportamento real da carga tem uma relação estreita com sua tensão terminal e indiretamente impacta as tensões e controles do sistema. De forma que diferentes tipos e modelos de carga impactam de forma diferenciada o sistema, assim, a existência de variados tipos de cargas com comportamentos distintos torna difícil a modelagem para um sistema. No entanto, sabe-se que em seu comportamento real, existe uma relação direta da tensão terminal com a frequência no barramento. Nos modelos mais simples de representação de carga são utilizadas simplificações e tendo como variáveis a tensão e na barra, as cargas são modeladas por meio de polinômios. Já para modelos mais complexos a estrutura da rede é preservada, sendo necessário, portanto, trabalhar com equações diferenciais e algébricas de fluxo de carga. (Bretas & Alberto, 2000).

Um modelo de carga é uma expressão que relaciona a potência (ativa e reativa) consumida pela carga, com a tensão (magnitude e frequência) da mesma, como nas Eqs. (2.32) e (2.33) em que  $P$  e  $Q$  têm  $g$  e  $h$  representando funções arbitrárias.

$$P = g(V, f) \quad (2.32)$$

$$Q = h(V, f) \quad (2.33)$$

Para estudos estáticos as variações de frequência são mínimas e os modelos restringem-se a funções dependentes apenas das magnitudes das tensões. Dentre tais estudos, o modelo polinomial ou ZIP é o mais utilizado, o qual tem como significado físico a caracterização do comportamento da carga como uma agregação de uma parcela de impedância constante ( $Z$ ), uma parcela de corrente constante ( $I$ ) e uma parcela de potência constante ( $P$  ou  $Q$ ). Neste modelo a carga possui termos de potência, corrente e impedância constantes (Machowaski et al., 2008):

$$P = P_0 \left( a_1 \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 + a_2 \left( \frac{V}{V_0} \right) + a_3 \right); \quad a_1 + a_2 + a_3 = 1 \quad (2.34)$$

$$Q = Q_0 \left( a_4 \left( \frac{V}{V_0} \right)^2 + a_5 \left( \frac{V}{V_0} \right) + a_6 \right); \quad a_4 + a_5 + a_6 = 1 \quad (2.35)$$

Em que  $V_0$ ,  $P_0$  e  $Q_0$  são normalmente valores das condições de operação inicial. E os coeficientes  $a_1$  à  $a_6$  referem-se às parcelas da carga representadas como potência constante, a parcela modelada como corrente constante e de impedância constante. Observa-se em (2.34) e (2.35) que o modelo de carga é expresso por um polinômio de 2º grau em função da tensão. Assim, verifica-se que para a simulação adequada do comportamento da carga é necessário obter parâmetros referentes às suas características a fim de se determinar os coeficientes correspondentes as constantes do polinômio. (Machowaski et al., 2008).

Neste capítulo foi elaborada uma revisão dos principais conceitos necessários para a compreensão da estabilidade em máquinas síncronas. A equação de *swing* é caracterizada como a equação diferencial que representa a dinâmica das máquinas síncronas do sistema. Foram apresentados os principais modelos dos equipamentos envolvidos, sendo mostrados de forma resumida a modelagem para estudos estáticos normalmente utilizados.

### 3 ESTABILIDADE TRANSITÓRIA

*Este capítulo apresenta conceitos relacionados ao estudo e métodos para análise da estabilidade transitória.*

#### 3.1 CONCEITOS BÁSICOS

O problema de estabilidade está relacionado com o comportamento apresentado pelas máquinas síncronas quando há ocorrência de um defeito no sistema. Caso este defeito ocasione desbalanço entre o suprimento e a demanda de potência, uma nova condição de operação será buscada pelo sistema. Se o sistema tiver comportamento estável, todas as máquinas síncronas interligadas no sistema permanecerão em sincronismo, ou seja, deverão manter-se operando em paralelo e com mesma velocidade. Assim, o sistema é dito estável quando a resposta oscilatória do sistema, durante o período transitório após uma perturbação, é amortecida e o sistema atinge uma nova condição de operação num tempo finito. No entanto, se o sistema não consegue atingir uma nova condição de operação num tempo finito, o sistema é instável. (Anderson & Fouad, 1977).

É importante antes de aprofundar a análise do comportamento estável e instável definir a estabilidade.

##### 3.1.1 Definição de Estabilidade

A definição estabilidade está atrelada à definição de ponto de equilíbrio, o qual em geral, pode ser equivalente a determinação dos zeros de um sistema de  $n$  equações e  $n$  incógnitas.

Assim, sendo  $\dot{x} = f(x)$  e  $x^*$  um ponto de equilíbrio desse sistema, tem-se a seguinte definição matemática para estabilidade do sistema:

*Definição:* Um ponto de equilíbrio  $x^*$  é considerado estável se  $\exists \epsilon > 0$  e um  $\delta > 0$  dependendo de  $\epsilon$  tal que para todo ponto inicial  $x_0$  satisfazendo  $|x_0 - x^*| < \delta$ , a solução  $\Phi(t)$  com  $\Phi(t_0) = x_0$  satisfaz  $|\Phi(t) - x^*| < \epsilon$  para  $t \geq t_0$ .

Esta definição afirma que um ponto de equilíbrio é estável se, e somente se, toda solução que inicia em uma vizinhança do ponto de equilíbrio não se afasta significativamente com o passar do tempo. A equação (3.1) resume e representa matematicamente a definição de estabilidade, ou seja, toda solução que inicia em uma vizinhança do ponto de equilíbrio converge para o mesmo com o passar do tempo. (Bretas & Alberto, 2000).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = x^* \quad (3.1)$$

Um sistema é dito instável se não for estável. As Figuras (10) e (11) mostram respectivamente o comportamento de sistemas estável e instável. Quando a solução inicia em uma vizinhança do ponto de equilíbrio e se afasta deste com o passar do tempo, como mostrado na Fig. (11), o sistema é instável.

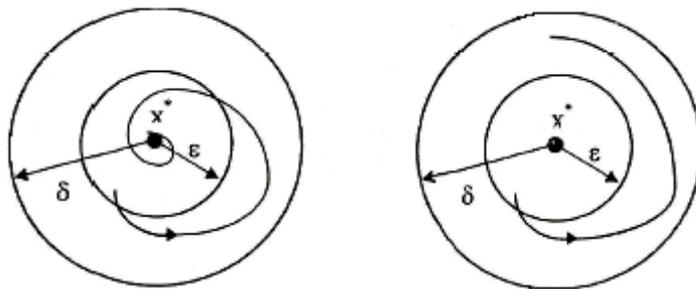


Figura 10. Comportamentos estáveis do ponto de equilíbrio.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

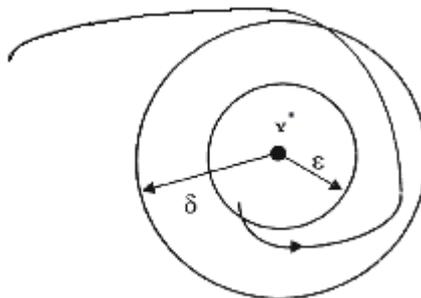


Figura 11. Comportamento instável do ponto de equilíbrio.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

### 3.1.2 Determinação da Estabilidade

Quando se estuda uma falta que muda a topologia da rede, as características do sistema se alteram quando há ocorrência de defeito e também se alteram novamente quando este é eliminado.

Inicialmente operando em regime permanente, o sistema possui  $\delta = 0$  e  $\dot{\delta} = 0$  e os ângulos  $\delta$ 's permanecem constantes podendo ser determinados por meio de um fluxo de potência. Admitindo que ocorra uma falta em um tempo  $t = 0$ , isto ocasiona alterações na

configuração da rede e conseqüentemente na matriz admitância. Sabendo-se que a potência elétrica  $P_e$  que é fornecida à rede está relacionada aos parâmetros da rede obtêm-se assim, um conjunto de equações diferenciais que descrevem este comportamento do sistema neste intervalo de tempo, desde a ocorrência da falta ( $t = 0$ ) até o tempo de abertura  $t_a$  da linha com a eliminação do defeito. Ainda após a eliminação do defeito, ocorre outra alteração na topologia da rede, tendo portanto, um novo conjunto de equações diferenciais que passam então a descrever o sistema. Tem-se, portanto três conjuntos de equações diferenciais representando três intervalos de tempo. (Bretas & Alberto, 2000)

Sistema pré-falta, que representa a operação do sistema elétrico antes da falta:

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_m - P_e^{prf} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t \leq 0 \\ \delta(t) = \delta^0, \dot{\delta}(t) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Sistema em falta, que representa o sistema durante a falta:

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_m - P_e^f = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq t \leq t_a \\ \delta(0) = \delta^0, \dot{\delta}(0) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Sistema pós-falta, representa o sistema após a eliminação da falta:

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_m - P_e^{pf} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} t \geq t_a \\ \delta^{pf}(t_a) = \delta^f(t_a) = 0 \\ i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Dessa forma, a condição inicial do sistema em falta é obtida da condição final do sistema estável pré-falta e da mesma forma, o ponto inicial do sistema pós-falta é obtido do ponto final do sistema em falta, logo, o ponto inicial de estudo do sistema pós-falta é o ponto em que o defeito foi eliminado. Assim, o problema fundamental da estabilidade transitória e garantir o retorno a um ponto de operação que pode ser representado por um ponto no sistema pós falta de equilíbrio estável ( $x^*$ ):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(x_p, t) = x^* \quad (3.5)$$

onde:  $\phi(x_p, t)$  é a solução do sistema após a eliminação da falta com a condição inicial  $x_p$ , e  $x^*$  condição inicial do sistema em falta no instante da abertura.

### 3.2 SISTEMA MÁQUINA VERSUS BARRAMENTO INFINITO

Nos estudos de estabilidade é possível ter dois tipos principais de modelagens: Sistemas multimáquinas e Sistemas com uma máquina versus barramento infinito (UMBI). Na verdade, os sistemas UMBI são uma simplificação do estudo de multimáquinas, onde todo o restante do sistema é considerado muito grande em relação à máquina de estudo, podendo ser tratado como máquina infinita.

O barramento infinito pode ser definido como uma máquina que possui capacidade de geração de potência ilimitada com uma inércia infinita, isto é, a velocidade angular do barramento é constante independente da potência fornecida à rede. De outra forma, um barramento infinito é uma fonte com frequência e tensão invariável, tanto em magnitude quanto em ângulo. (Anderson & Fouad, 1977; Bretas & Alberto, 2000)

Quando o objetivo de estudo refere-se a apenas uma máquina do sistema, o sistema UMBI pode ser utilizado de modo a simplificar o estudo de estabilidade em um sistema multimáquinas. A Figura (12) ilustra um sistema de uma máquina interligada a um grande sistema (barramento infinito).

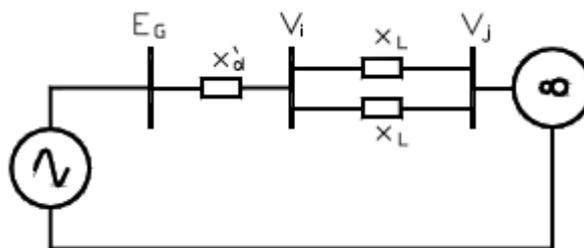


Figura 12. Sistema uma máquina versus barramento infinito, condição pré-falta.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

Segundo Anderson e Fouad (1977), o modelo adotado para a representação do sistema UMBI requer algumas premissas a serem adotadas:

- A entrada de potência mecânica é considerada constante durante o transitório.
- O amortecimento é insignificante.

- O ângulo mecânico do rotor coincide com o ângulo de fase da tensão elétrica.
- A barra infinita é considerada estática diante da dinâmica do gerador.
- O modelo clássico de máquina síncrona é utilizado.

O barramento infinito pode ser considerado um referencial de tensão e ângulo do sistema, portanto, é comum se adotar a tensão de 1 p.u. com ângulo  $0^\circ$  nesta barra. A dedução das equações para este sistema pode ser obtida pela aplicação de uma falta no sistema mostrado na Fig. (12). A falta é aplicada no centro de uma das linhas de transmissão, que está mostrada na Fig. (13).

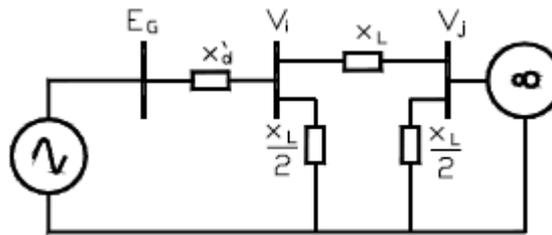


Figura 13. Sistema uma máquina versus barramento infinito durante a falta.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

A Figura (14) mostra a configuração do sistema após a eliminação da contingência. A linha em que ocorreu a falta é aberta configurando a situação pós falta.

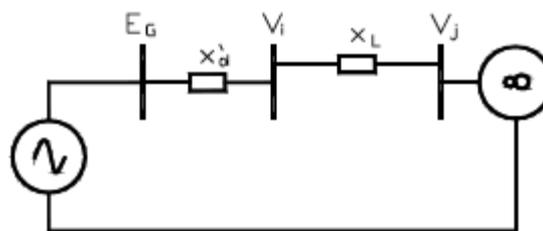


Figura 14. Sistema uma máquina versus barramento infinito pós falta.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

As Figuras (12), (13) e (14) representam as configurações do sistema nas situações pré-falta, falta e pós falta, respectivamente, as quais são representadas pelas equações

diferenciais definidas na seção anterior. A força eletromotriz (FEM) é considerada constante e pode ser calculada com as características de pré-falta.

Para o sistema pré-falta, a corrente que circula entre as máquinas  $i$  e  $j$  pode ser obtida através da equação (3.6):

$$I_{ij} = \frac{E_i - E_j}{jX_{ij}} \quad (3.6)$$

A tensão no gerador é dada pela expressão:

$$E_G = E_i + I_{ij}(X'_d + X_t) \quad (3.7)$$

Pela modelagem, a tensão no gerador será constante, portanto pode-se calcular a potência elétrica do sistema pré-falta. (Bretas & Alberto, 2000).

$$P_e^{prf} = \frac{E_G \cdot V_\infty}{X_{eq}^{prf}} \text{sen}(\delta_i) \quad (3.8)$$

Onde:  $V_\infty$  é a tensão no barramento infinito (1 p.u.),  $X_{eq}^{prf}$  é a reatância equivalente do sistema reduzido ao nó da FEM e  $\delta_i$  é a diferença angular entre o fasor tensão do gerador e o fasor tensão do barramento infinito.

Portanto, a equação de *swing* que representa o modelo dinâmico do sistema pré-falta é dada por:

$$M\ddot{\delta} = P_m - P_e^{prf} = P_m - \frac{E_G \cdot V_\infty}{X_{eq}^{prf}} \text{sen}(\delta_i) \quad (3.9)$$

De maneira similar, os modelos dinâmicos que representam os sistemas em falta e pós falta são dados pelas equações (3.10) e (3.11).

$$M\ddot{\delta} = P_m - P_e^f = P_m - \frac{E_G \cdot V_\infty}{X_{eq}^f} \text{sen}(\delta_i) \quad (3.10)$$

Onde:  $X_{eq}^f$  é a reatância equivalente do sistema reduzido ao nó da FEM (para casos semelhantes à Fig. (13) o circuito equivalente composto pela reatância transitória e a reatância equivalente da transformação delta-estrela do circuito formado pelas linhas de transmissão).

$$M\ddot{\delta} = P_m - P_e^{pf} = P_m - \frac{E_G \cdot V_\infty}{X_{eq}^{pf}} \text{sen}(\delta_i) \quad (3.11)$$

onde  $X_{eq}^{pf}$  é a reatância equivalente do sistema reduzido ao nó da FEM (para o caso da Fig. (14) o circuito equivalente composto pela reatância transitória e a reatância equivalente da linha de transmissão restante).

A Figura (15) esboça o comportamento da curva de potência para o sistema UMBI ilustrado.

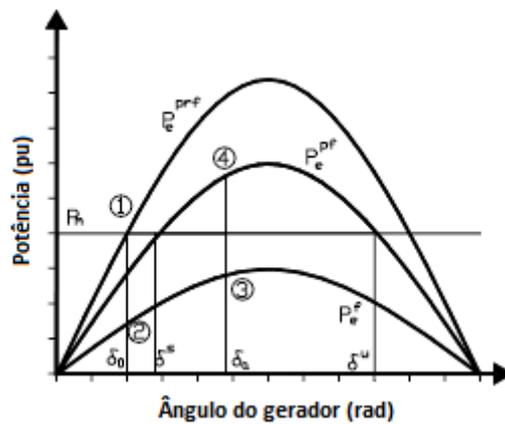


Figura 15. Curvas de potência elétrica para o sistema UMBI.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

O gráfico da Fig. (15) ilustra o exemplo representado anteriormente, em que na situação pré-falta a potência mecânica é igual à potência elétrica (sistema opera no ponto 1), caracterizando o equilíbrio. Quando o curto ocorre a potência elétrica diminui passando para o ponto 2 indicado na curva de potência do sistema em falta, neste ponto a potência mecânica é

maior que a elétrica e o sistema acelera. Sendo o defeito eliminado quando o ângulo atinge  $\delta_a$  com um tempo de abertura  $t_a$ , e a remoção da linha em curto, o sistema passa do ponto 3 na curva do sistema em falta para o ponto 4 na curva do sistema pós falta. Observa-se que a curva do sistema pós falta tem dois pontos de equilíbrio  $\delta^s$  e  $\delta'^s$ , obtidos igualando-se a potência mecânica e elétrica. Para  $\delta^s$  ao se perturbar a posição de equilíbrio incrementando ou diminuindo ângulo em ambas situações a máquina retorna ao ponto de equilíbrio, portanto este é um ponto estável. Já operando em equilíbrio com o ponto  $\delta'^s$  ao se perturbar o sistema este se afasta do valor  $\delta'^s$ , logo este é um ponto de equilíbrio instável. (Bretas & Alberto, 2000).

### 3.3 CRITÉRIO DAS ÁREAS IGUAIS

O critério das Áreas Iguais está fundamentado no conceito de energia dos sistemas físicos e é um método de resolução de estabilidade transitória. É baseado no fato de que as condições físicas antes, durante e após a falta podem ser compreendidas a partir das curvas que relacionam ângulo do gerador e potência. A Figura (16) ilustra o comportamento da curva de potência com o gerador operando na velocidade síncrona com um ângulo  $\delta_0$  e potência mecânica de entrada  $P_m$  igual à potência elétrica de saída  $P_e$  em  $a$ . (Grainger & Stevenson, 1994).

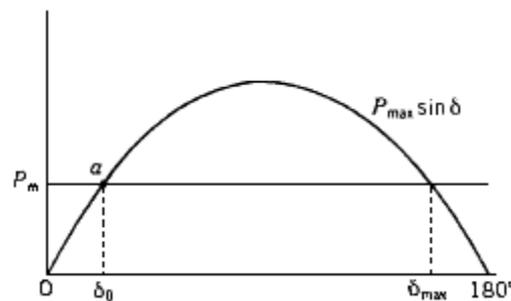


Figura 16. Curva de Potência x ângulo.  
Fonte: Grainger & Stevenson, 1994.

A avaliação rápida e aproximada da estabilidade transitória de um sistema com uma máquina conectada a um barramento infinito pode ser obtida por este critério de igualdade de áreas, o qual também pode ser adaptado para um sistema com duas máquinas. A dedução deste critério é obtida a partir da 2ª lei de Newton que descreve o movimento de uma partícula, tendo em vista que a energia de um sistema físico é função apenas de ser estado

(posição e velocidade). A equação (3.12) descreve a 2ª Lei de Newton e multiplicando pela velocidade  $v$  temos então a equação (3.13). (Bretas & Alberto, 2000)

$$m \frac{dv}{dt} = F(x) \quad (3.12)$$

$$mv \frac{dv}{dt} = F(x) \frac{dx}{dt} \Leftrightarrow mv dv = F(x) dx \quad (3.13)$$

A equação (3.13) pode ser integrada de um estado  $(x_1, v_1)$  até outro estado  $(x_2, v_2)$ , obtém-se então:

$$m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \int_{x_1}^{x_2} F(y) dy \quad (3.14)$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}_{\Delta E_c} = \underbrace{\int_{x_1}^{x_2} F(y) dy}_{-\Delta E_p} \quad (3.15)$$

A equação (3.15) pode ser interpretada como a variação de energia cinética é igual ao negativo da variação da energia potencial. A energia total pode ser definida de maneira absoluta escolhendo-se uma referência, sendo a referência definida pela posição  $x_0$  e pela velocidade  $v = 0$ , a energia total é dada pela soma das energias cinética e potencial. Nos sistemas em que a integral não depende do caminho, conhecidos como sistemas conservativos, e diz-se que  $E_p$  é a primeira integral desse sistema. Sendo que todos os sistemas conservativos escalares podem ser descritos pela equação (3.16) a qual mostra que a força atua no sentido inverso do gradiente da função energia potencial. (Bretas & Alberto, 2000)

$$m\ddot{x} = -\frac{dE_p(x)}{dx} \quad (3.16)$$

Para o SEP, o sistema de uma máquina versus barramento infinito pode ser considerado como um sistema conservativo caso sejam desprezadas as perdas por amortecimento e nas linhas de transmissão. Adotando-se algumas premissas: potência mecânica constante, amortecimento desprezado e modelo clássico para máquinas síncronas,

pode-se definir uma função energia para o sistema de potência. A equação (3.17) é a equação do sistema para uma máquina versus barramento infinito:

$$M \frac{d\omega}{dt} = P_m - \frac{E_G E_\infty}{X} \text{sen}\delta = P_m - P_{\text{máx}} \text{sen}\delta \quad (3.17)$$

$$M\omega \frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_{\text{máx}} \text{sen}\delta) \frac{d\delta}{dt} \Leftrightarrow M\omega d\omega = (P_m - P_{\text{máx}} \text{sen}\delta) d\delta \quad (3.18)$$

A equação (3.18) é obtida multiplicando-se a eq. (3.17) por  $\omega$ . Então, integrando-se (3.18) e tendo como referência a velocidade angular nula e o ângulo de equilíbrio estável  $\delta^s$  tem-se:

$$\begin{cases} E_c = \frac{M\omega^2}{2} \\ E_p = -P_m(\delta - \delta^s) - P_{\text{máx}}(\cos\delta - \cos\delta^s) \end{cases} \quad (3.19)$$

A Figura (17) mostra a curva Potência x Ângulo ( $P \times \delta$ ), pode-se verificar que o cálculo da integral da energia potencial equivale ao cálculo de áreas na curva de potência.

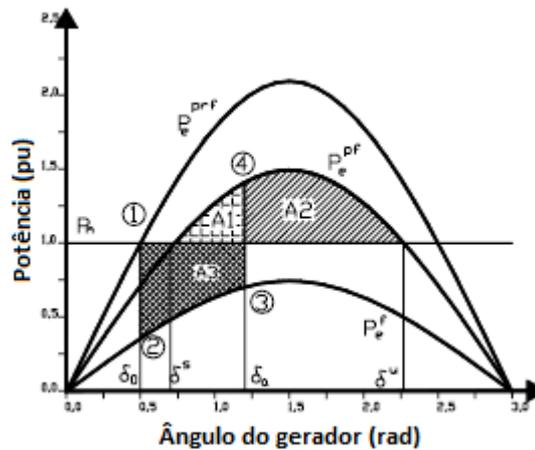


Figura 17. Curva Potência – Ângulo do gerador.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

Através da curva de potência mostrada na Fig. (17) verifica-se que o ângulo máximo que poderia ser atingido após a eliminação do defeito de forma que o sistema permaneça

estável é o ângulo  $\delta^u$ . Supondo que a falta seja eliminada em um ângulo  $\delta_a = \delta_{cr}$  e que o sistema atinja a velocidade síncrona ( $\omega = 0$ ) precisamente neste ângulo  $\delta^u$ , a energia potencial será:

$$-\int_{\delta^s}^{\delta^u} (P_m - P_e^{pf}(\delta)) d\delta = A_1 + A_2 \quad (3.20)$$

Estas áreas  $A_1$  e  $A_2$  estão indicadas na Fig. (17). A integral da energia potencial para  $A_3$  está relacionada à energia cinética no instante de abertura, sabendo que no instante inicial a energia cinética é nula, então:

$$E_c = \Delta E_c = \int_{\delta_0}^{\delta_a} (P_m - P_e^f(\delta)) d\delta = A_3 \quad (3.21)$$

Assim, a energia crítica do sistema se dá quando a energia total no instante de abertura no ponto 4 da Fig. (17) for igual a energia potencial do ponto de equilíbrio  $\delta^u$ , logo:

$$A_3 + A_1 = A_1 + A_2 \Leftrightarrow A_3 = A_2 \quad (3.22)$$

Então, se o defeito é eliminado de modo que a área 3 seja menor que a área 2, o sistema é estável, caso contrário o sistema será instável. Em um sistema onde uma máquina oscila em relação a um barramento infinito pode-se usar este princípio de igualdade de áreas para determinar a estabilidade do sistema nas condições transitórias sem resolver a equação de oscilação. As áreas descritas anteriormente podem ser igualadas, através de suas integrais de energia potencial, sendo possível extrair uma expressão para o cálculo do ângulo crítico de abertura. (Grainger & Stevenson, 1994).

$$\cos(\delta_{cr}) = \frac{P_m(\delta_0 - \delta^u) + P_{max}^f \cos(\delta_0) - P_{max}^{pf} \cos(\delta^u)}{(P_{max}^f - P_{max}^{pf})} \quad (3.23)$$

$$\delta_{cr} = \cos^{-1} \left( \frac{P_m(\delta_0 - \delta^u) + P_{max}^f \cos(\delta_0) - P_{max}^{pf} \cos(\delta^u)}{(P_{max}^f - P_{max}^{pf})} \right) \quad (3.24)$$

A equação (3.24) é utilizada para o cálculo do ângulo crítico de abertura, que é o ângulo limite entre a estabilidade e instabilidade. Com este critério, a obtenção do ângulo é feita através de simulações até que o ângulo crítico se iguale ao ângulo do sistema em falta, sendo o tempo que isto ocorre o tempo crítico de abertura. (Bretas & Alberto, 2000).

### 3.4 SISTEMAS MULTIMÁQUINAS

O critério das áreas iguais não pode ser utilizado diretamente em sistemas mais complexos com três ou mais máquinas em operação. Além disso, o problema da estabilidade de uma máquina conectada a um grande sistema, que se comporta com um barramento infinito, nem sempre representa o comportamento real do sistema. Embora o comportamento físico de duas máquinas reflita o caso multimáquinas, a complexidade dos cálculos em simulações numéricas aumenta com o número de máquinas consideradas no estudo de estabilidade transitória. As máquinas do sistema estão interligadas por meio de linhas de transmissão, assim, a potência elétrica fornecida por alguma máquina é uma função complexa que envolve equações diferenciais e algébricas da máquina síncrona e equações algébricas da rede. Para facilitar a complexidade da modelagem do sistema algumas considerações e suposições simplificadoras são adotadas (Bretas & Alberto, 2000; Grainger & Stevenson, 1994):

- A potência mecânica para cada máquina permanece constante durante todo o período de interesse e igual ao seu valor pré-falta.
- Cada máquina é representada por uma fonte de tensão com magnitude constante, que é determinada pelas condições de regime permanente anteriores à falta, em série com uma tensão reatância transitória constante.
- O ângulo de fase elétrico da tensão coincide com  $\delta$ , o ângulo mecânico do rotor de cada máquina.
- As cargas devem ser representadas por impedâncias constantes, com valores determinados pelas condições anteriores às condições transitórias.
- A rede é admitida em regime permanente senoidal, ou seja, variações no tempo são desprezíveis se comparadas à frequência eletromecânica de oscilação.

Como dito anteriormente, nos estudos de estabilidade transitória as condições do sistema antes da falta e a configuração da rede durante e depois de sua ocorrência deve ser conhecida. Assim, para o caso multimáquinas, temos primeiramente que as condições pré-falta do sistema são calculadas pelo fluxo de potência e a após a representação da rede pré-falta ser determinada, e modificada para levar as condições de falta e pós falta. (Grainger & Stevenson, 1994).

Para se determinar o fluxo de potência, com os valores de potências ativas e reativas e tensões em cada gerador e barramento são conhecidos, então a tensão interna transitória de cada gerador é calculada pela seguinte equação:

$$E' = V_i + jX'_d I \quad (3.25)$$

onde  $V_i$  é a tensão correspondente ao barramento  $i$  e  $I$  é a corrente de saída. Cada carga deve ser convertida em uma admitância constante, visto que uma das suposições do modelo é que as impedâncias permanecem constantes. O sistema multimáquinas é composto por  $n$  máquinas síncronas e  $m$  barras interconectadas por meio de linhas de transmissão, sendo assim, a equação (3.26) mostra como esta admitância é calculada.

$$Y_{Li} = \frac{P_{Li} - jQ_{Li}}{|V_i|^2}, i = n + 1, \dots, 2n + m \quad (3.26)$$

onde:  $P_{Li}$  é a potência ativa da carga no barramento  $i$ ,  $Q_{Li}$  é potência reativa da carga no barramento  $i$  e  $|V_i|$  - módulo da tensão no barramento  $i$ .

Para os cálculos do fluxo de potência para a condição pré-falta, a matriz admitância do barramento é aumentada incluindo a reatância transitória de cada gerador, como mostrado na Figura (18). Observa-se que a corrente injetada é zero, com exceção dos barramentos internos dos geradores.

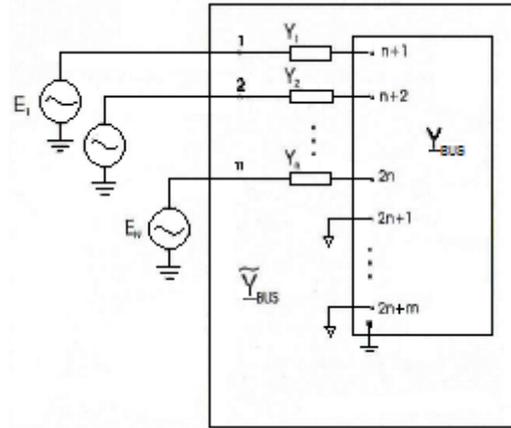


Figura 18. Sistema multimáquinas.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

A próxima etapa é determinar as matrizes admitâncias de barra modificadas, correspondentes às condições em falta e pós-falta. Como apenas os barramentos internos dos geradores têm injeções de corrente, todos os outros barramentos podem ser eliminados reduzindo as dimensões das matrizes modificadas até que sejam correspondentes ao número de gerador. O fluxo de potência durante e após a falta para cada gerador é calculado pela seguinte equação de ângulo-potência. (Grainger & Stevenson, 1994).

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + |E_i| |E_j| |Y_{ij}| \left[ \cos(\phi_{ij} - (\delta_i - \delta_j)) \right] \quad (3.27)$$

A equação (3.27) pode ser transformada decompondo-se a função cosseno com a identidade trigonométrica  $\cos(a-b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$ , tem-se então:

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + |E_i| |E_j| |Y_{ij}| \left[ \cos \phi_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + \sin \phi_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \right] \quad (3.28)$$

Para simplificar a notação, são definidas duas constantes:

$$|E_i| |E_j| |Y_{ij}| \cos \phi_{ij} = |E_i| |E_j| G_{ij} \triangleq D_{ij} \quad (3.29)$$

$$|E_i| |E_j| |Y_{ij}| \sin \phi_{ij} = |E_i| |E_j| B_{ij} \triangleq C_{ij} \quad (3.30)$$

Logo a equação (3.28) fica:

$$P_{ei} = |E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [D_{ij} (\delta_i - \delta_j) + C_{ij} (\delta_i - \delta_j)] \quad (3.31)$$

Substituindo na equação de *swing* que representa a dinâmica do sistema e decompondo a equação diferencial em duas de primeira ordem, temos:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i = \omega_i & (3.32) \\ M_i \dot{\omega}_i + D_i \omega_i = p_{mi} - |E_i|^2 G_{ii} - \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [D_{ij} (\delta_i - \delta_j) + C_{ij} (\delta_i - \delta_j)] & (3.33) \end{cases}$$

### 3.5 SINCRONISMO E ESTABILIDADE

A Figura (19) ilustra bem o sincronismo, ela mostra a situação em que quatro máquinas de um sistema submetidas a um desbalanço, causando desequilíbrio na forma de excesso de geração. Apesar de a maior parte do excesso de energia ser convertido em energia cinética, com as velocidades angulares dos rotores das máquinas aumentando, uma parte menor é consumida nas cargas e por meio de perdas no sistema. No entanto, um aumento considerável nas velocidades da máquina pode não significar necessariamente que o sincronismo será perdido. No caso de um sistema multimáquinas o que é importante é a diferença angular, em que o ângulo do rotor é medido com relação a uma referência girando à velocidade síncrona. Dessa forma, no primeiro caso da Fig. (19), todos os ângulos aumentam e as diferenças angulares permaneceram pequenas e o sistema pode ser considerado estável. Já no segundo caso desta mesma figura, as máquinas separam-se em dois grupos após a perturbação, com diferenças angulares ainda crescendo, portanto, o sistema é considerado instável. (Anderson & Fouad, 1977).

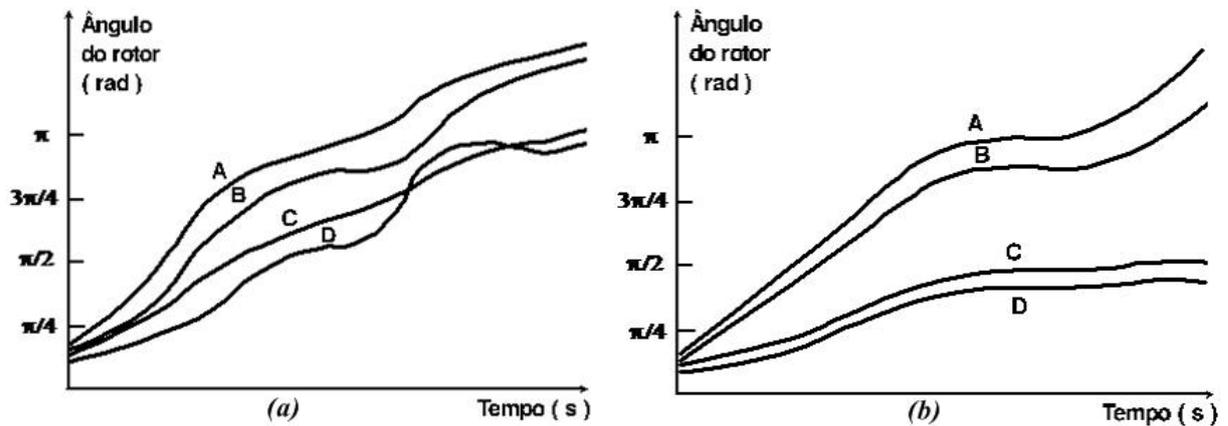


Figura 19. Resposta de um sistema de quatro máquinas durante um transitório: (a) sistema estável (b) sistema instável.

Fonte: Anderson & Fouad, 1977.

O problema de estabilidade de sistemas, na verdade está relacionado à análise de sincronismo entre máquinas, situações estáveis possuem as máquinas acelerando juntas após a eliminação do defeito. Esta dependência que existe entre estabilidade e sincronismo ocorre pois não é possível estudar matematicamente a estabilidade de um ponto de equilíbrio do sistema, visto que este ponto não existe. É necessário então, que nos sistemas multimáquinas se introduza um referencial girante à velocidade síncrona, visto que nestes sistemas a relação entre sincronismo e estabilidade não é dada de forma direta porque não há uma referência. A necessidade deste referencial é dada pelo fato de que embora o sincronismo seja mantido, a velocidade muitas vezes fica longe da velocidade síncrona. Aplicando esta característica, adota-se um referencial transformando o estudo de sincronismo entre geradores no estudo de estabilidade de um conjunto de equações diferenciais. A adoção do referencial pode ser abordada de duas maneiras: Uma máquina como referência (OMR) e Centro de Ângulo como Referência (COA). (Bretas & Alberto, 2000).

### 3.5.1 Uma Máquina como Referência

Uma forma de solução ao problema do referencial é a utilização de uma máquina como referência (OMR). Fazendo-se com que o sistema tenha  $2n - 2$  equações diferenciais que representam o sistema, ao tomar a máquina  $n$  como referência e subtraindo-se todas as equações da equação da máquina tomada como referência, obtém-se um conjunto de equações diferenciais que representam o sistema, equação (3.34).



$$\omega_0 = \frac{1}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \omega_i \quad (3.37)$$

A equação (3.37) pode ser derivada novamente, obtendo-se então a equação que descreve a dinâmica do COA.

$$M_T \dot{\omega}_0 = \sum_{i=1}^n (P_{mi} - P_{ei}) = P_{COA} \quad (3.38)$$

Esta equação (3.38) mostra a dinâmica do sistema do COA, em que  $P_{COA}$  representa o desbalanço de potência do sistema como um todo. Substituindo a equação da potência elétrica ( $P_{ei}$ ) na eq. (3.38), obtém-se a seguinte equação para o COA.

$$P_{COA} = \sum_{i=1}^n (P_{mi} - E_i^2 G_{ii}) - 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n D_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) \quad (3.39)$$

Após sua definição, o COA pode ser tomado como referência e têm-se novos estados de ângulo e velocidade relativos a ele:

$$\theta_i = \delta_i - \delta_0; \quad \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i = \omega_i - \omega_0 \quad (3.40)$$

Com estas novas variáveis, temos então a equação de *swing*, sem amortecimento, com referência ao COA:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\omega}}_i = \frac{P_{mi} - P_{ei}}{M_i} - \frac{1}{M_T} P_{COA} \\ \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (3.41)$$

A equação (3.41) mostra a formulação do problema de estabilidade utilizando o centro de ângulo como referência, em que no equilíbrio todas as máquinas possuirão a mesma

velocidade e aceleração. Da definição de  $\theta_i$  observa-se que os ângulos não são linearmente independentes, então a eles aplica-se a condição seguinte:

$$\sum_{i=1}^n M_i \cdot \theta_i = 0 \quad (3.42)$$

A condição da eq. (3.41) sugere que o sistema depende de  $2n - 2$  equações referenciadas ao COA, que depende de  $2n$  equações. Logo, utilizando o COA como referência,  $n-1$  ângulos são obtidos e um é referido aos outros. Isto permite averiguar que o sistema referencial COA equivale ao sistema com uma máquina como referência. (Bretas & Alberto, 2000).

Assim, neste capítulo foi desenvolvido o estudo clássico de estabilidade transitória com a solução numérica descrita. A equação de *swing* foi desenvolvida para sistemas multimáquinas e também para o caso particular de uma máquina versus barramento infinito e a descrição do problema como sendo de sincronismo entre geradores é realizado. Além da descrição dos referencias comumente utilizados, uma máquina como referência (OMR) e centro de ângulo como referência (COA) e todas suas complexidades no caso prático.

## 4 RESULTADOS PELO MÉTODO PASSO-A-PASSO

*Este capítulo apresenta resultados relativos às simulações realizadas para os sistemas máquina barramento infinito e multimáquinas pelo método de integração.*

### 4.1 SIMULAÇÃO SISTEMA MÁQUINA VESUS BARRAMENTO INFINITO

A análise do sistema máquina versus barramento infinito é o caso mais simples quanto à estrutura do sistema representado, visto que é composto por uma máquina síncrona apenas, ligada a um barramento infinito (referência angular do sistema). Na Figura (20) é apresentado o circuito analisado quanto à estabilidade transitória, composto por um gerador síncrono ligado a um transformador de impedância  $0,1 \text{ pu}$ , que é ligado ao barramento 1, o qual é ligado ao barramento 2 através de uma linha de transmissão dupla de reatância  $j0,4$ .

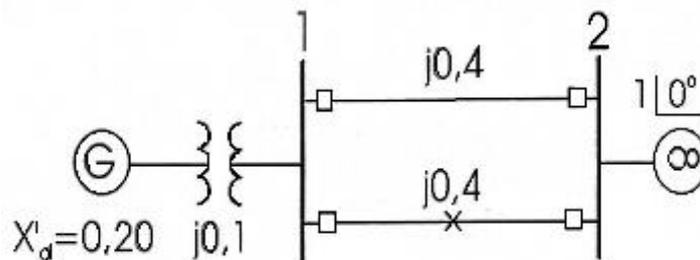


Figura 20. Sistema máquina ligada a um barramento infinito.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

A Figura (21) mostra o circuito equivalente simulado. Considerando que a máquina fornece uma potência ativa de  $1 \text{ pu}$  e possui uma constante de inércia  $H = 5 \text{ s}$ , ocorre um curto circuito em um tempo  $t = 0$  no meio de uma das linhas de transmissão. O defeito é eliminado em um tempo  $t_a$  com a abertura dos disjuntores e temos como objetivo encontrar este tempo crítico  $t_a$  que ainda garanta o sincronismo entre a máquina e o barramento infinito.

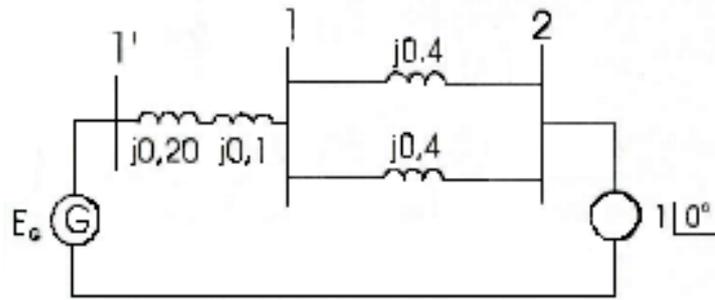


Figura 21. Representação do sistema máquina ligada a um barramento infinito.

Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

A dinâmica do sistema é descrita pela equação:

$$M\ddot{\delta} + D\dot{\delta} = P_m - P_e^{prf} = 0 \quad \begin{cases} t \leq 0, & p_{ei} = p_{ei}^{prf} \\ 0 \leq t \leq t_a, & p_{ei} = p_{ei}^f \\ t \geq t_a, & p_{ei} = p_{ei}^{pf} \end{cases} \quad (4.1)$$

Com as informações do sistema, a Eq. (4.1) e as demais equações para o sistema máquina *versus* barramento infinito apresentadas no capítulo anterior foi possível obter os parâmetros de entrada para a simulação (Anexo I). Utilizando esses parâmetros, obtêm-se o comportamento do ângulo e velocidade por meio da solução das equações diferenciais realizada com o comando *ode23* do *Matlab*, utilizando um tempo final de 5s de simulação. A Figura (22) mostra a situação em falta do sistema, observa-se que o circuito é modificado e para se determinar a reatância equivalente deste caso deve-se fazer uma transformação estrela-triângulo no barramento 1-2.

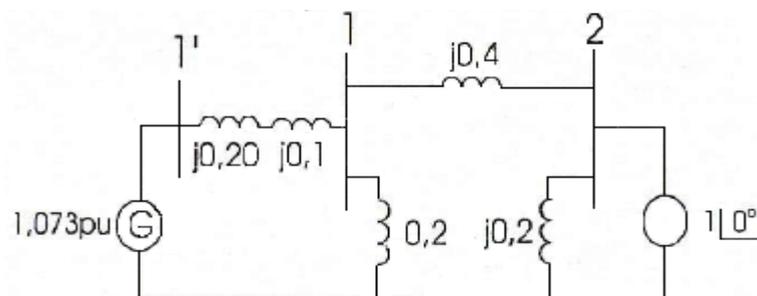


Figura 22. Representação do sistema em falta.

Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

A Figura (23) mostra a situação do circuito já com a falta eliminada, caracterizando a situação pós falta com a linha retirada. A partir destas condições é possível verificar as condições do sistema, se a estabilidade é garantida ou não.

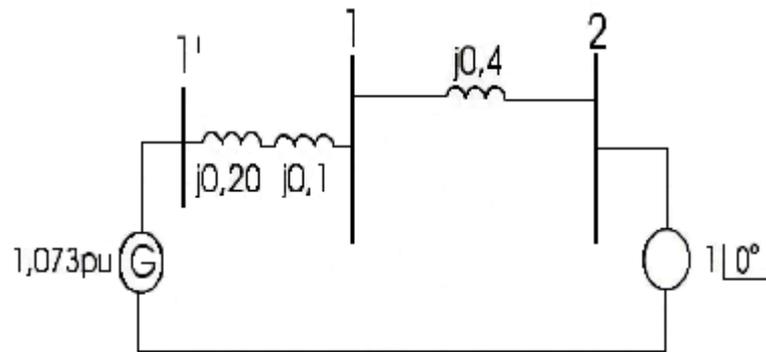


Figura 23. Representação do sistema pós falta.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

Com esta análise realizada das situações de pré-falta, em falta e pós falta e com todos os valores dos parâmetros necessários pode-se então realizar a simulação e determinar o tempo crítico de abertura que garante a estabilidade do sistema. As Figuras (24) e (25) mostram os gráficos resultantes da simulação numérica para um tempo de abertura de 0,29s.

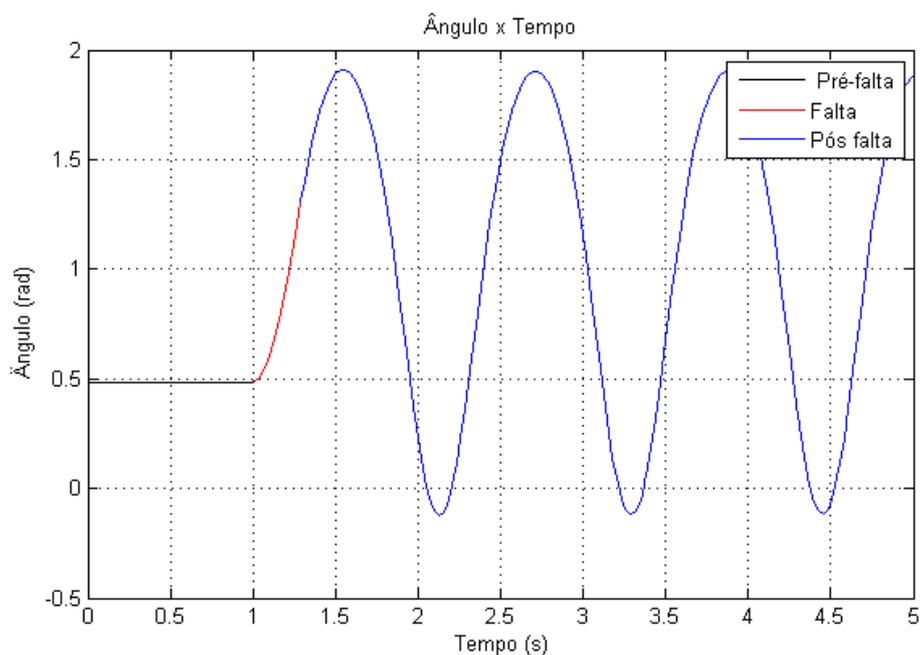


Figura 24. Gráfico para o ângulo da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,29s$ ).

Pode-se observar que representam uma situação estável, visto que o ângulo oscila em torno de um ponto de equilíbrio estável do sistema pós falta, mostrando sincronismo com o barramento infinito.

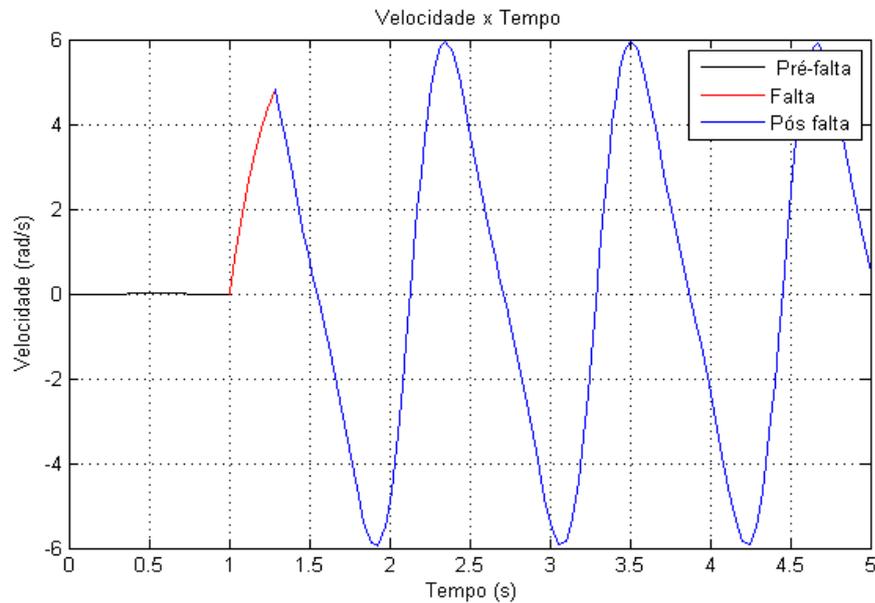


Figura 25. Gráfico para a velocidade angular da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,29s$ ).

Por outro lado, realizando-se diversas simulações verifica-se que o tempo crítico de abertura deve ser inferior a 0,33s. Os gráficos das Figuras (26) e (27) mostram as simulações realizadas para este tempo de abertura que resulta em uma situação instável do sistema.

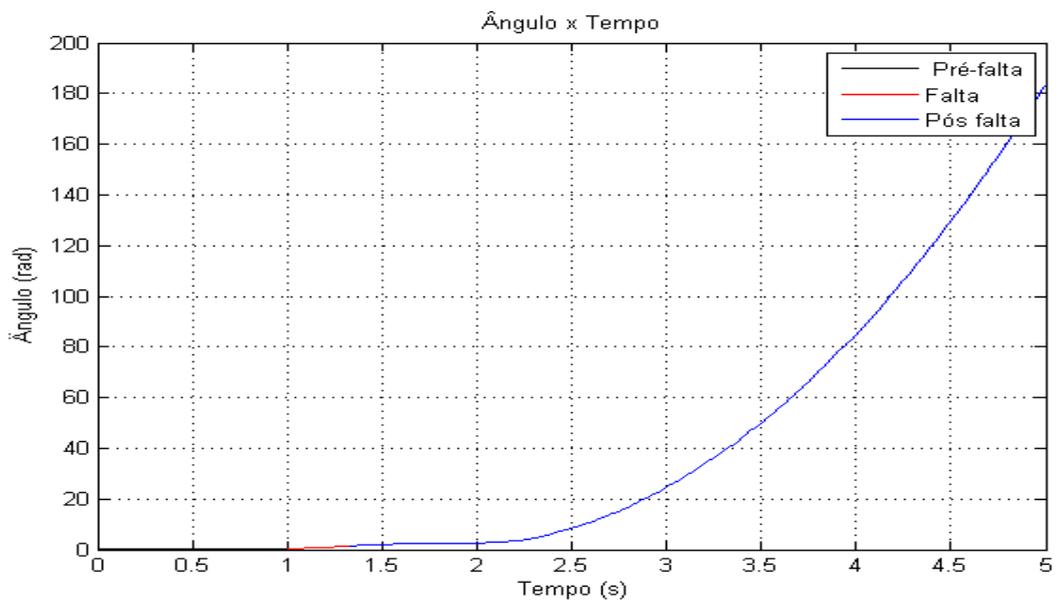


Figura 26. Gráfico para o ângulo da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,33s$ ).

Há uma diferença bastante nítida entre o comportamento angular e da velocidade para o sistemas estável e o outro instável. No sistema instável a máquina perde o sincronismo com o barramento infinito e tem seu ângulo crescendo indefinidamente, já no sistema estável, o ângulo permanece oscilando em torno da velocidade síncrona.

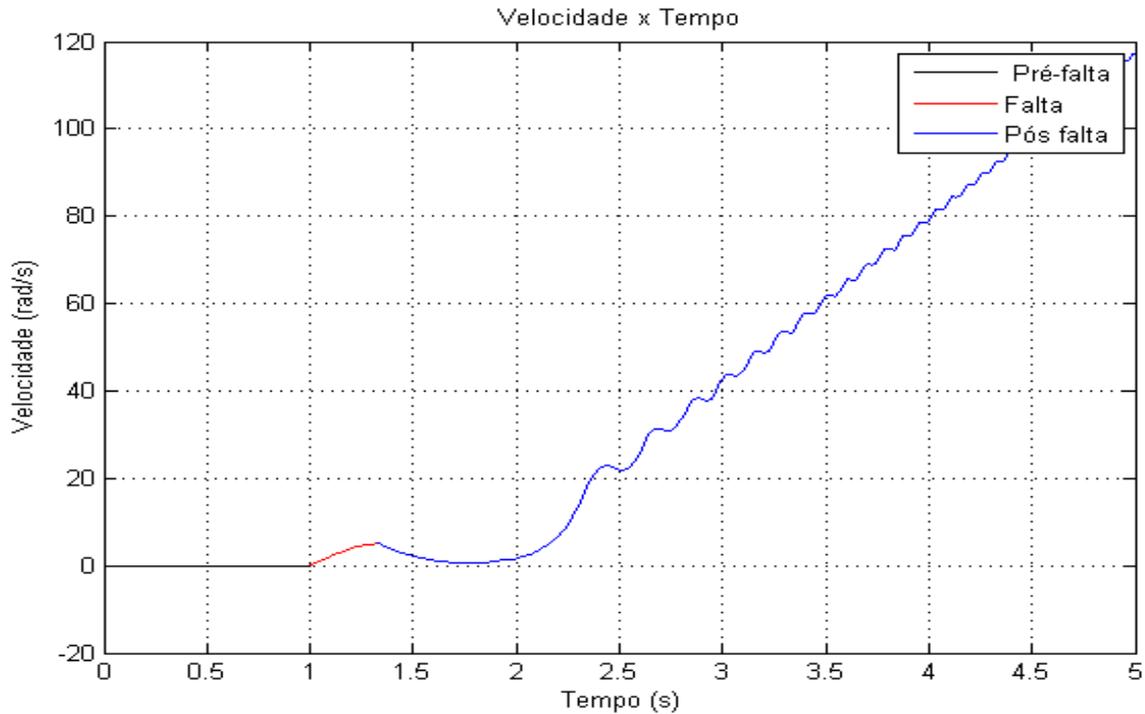


Figura 27. Gráfico para a velocidade angular da máquina em relação ao tempo ( $t_a = 0,33s$ ).

## 4.2 SIMULAÇÃO SISTEMA MULTIMÁQUINAS

A análise de um sistema multimáquinas, ao contrário do sistema com barramento infinito, é uma situação com maior complexidade. Na Figura (28) é apresentado um sistema com três máquinas e três barramentos; as informações de linha, de barra, das máquinas e do fluxo de carga pré-falta estão apresentados na figura. Admitindo que ocorra curto-circuito na linha 1-2, mais precisamente nas proximidades da barra 2, analisa-se o comportamento do sistema durante o defeito.

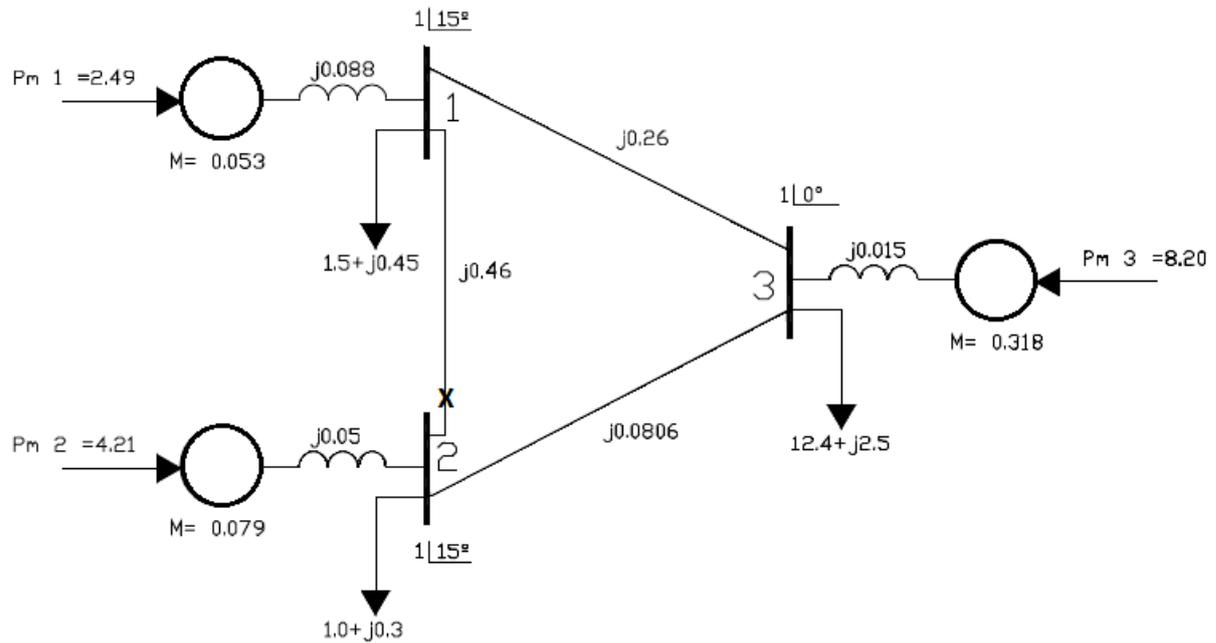


Figura 28. Sistema de três máquinas.  
Fonte: Bretas & Alberto, 2000.

A matriz da Eq. (4.2) representa a rede elétrica e pode ser obtida com os parâmetros mostrados na Fig. (28), das linhas entre os barramentos. No Anexo I, as informações do sistema representado na Fig. (28) são resumidas.

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} -j6,02 & j2,174 & j3,846 \\ j2,174 & -j14,58 & j12,407 \\ j3,846 & j12,407 & -j16,25 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Como as cargas serão tratadas como impedâncias constantes e as potências são dadas em *pu*, elas podem ser calculadas utilizando-se a tensão pré-falta como mostrado na Eq. (3.26). Incluindo as admitâncias constantes para as três barras na matriz  $Y_{BUS}$ , tem-se então uma nova matriz  $Y_{BUSL}$ .

$$Y_{BUSL} = \begin{bmatrix} (1,5 - j6,47) & j2,174 & j3,846 \\ j2,174 & (1 - j14,58) & j12,407 \\ j3,846 & j12,407 & (12,4 - j18,75) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Com a matriz  $Y_{BUSL}$  é possível calcular a corrente injetada nas barras e com esta pode-se calcular as tensões em cada gerador com a Eq. (3.25), temos então:  $E_{G1} = 1,073 \angle 26,8^\circ$ ,  $E_{G2} = 1,057 \angle 26,5^\circ$  e  $E_{G3} = 1,053 \angle 6,71^\circ$ . Estes ângulos (em radianos) serão condições

iniciais das equações diferenciais do sistema em falta e os módulos das tensões serão considerados constantes durante toda a análise de estabilidade transitória.

Considerando a ocorrência do curto, para a simulação sua proximidade com a barra 2 permite admitir que este tenha ocorrido na própria barra 2. Assim, nas manipulações ocorridas na matriz “Y” inclui-se a eliminação da linha da matriz correspondente à barra 2 e por meio do processo de eliminação de Gauss e eliminação da linha 1-2 para a eliminação do defeito, obtêm-se a matriz reduzida do pós-falta:

$$Y_{RED}^{pf} = \begin{bmatrix} (0,82 - j3,10) & (0,07 + j0,25) & (0,57 - j2,2) \\ (0,07 + j0,25) & (0,53 - j7,09) & (1,16 + j6,15) \\ (0,57 - j2,22) & (1,16 + j6,15) & (8,61 - j12,32) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Obtidas as matrizes, as equações diferenciais que descrevem o comportamento dinâmico do sistema são resolvidas por integração numérica com o comando *ode23* do *Matlab*.

Para um tempo de abertura igual a 0,194s, a Fig. (29) (a) mostra uma situação de sincronismo entre as máquinas, portanto considera-se que o sistema é transitoriamente estável. No entanto, realizando-se algumas simulações verifica-se que no tempo de 0,196s há uma situação de comportamento instável do sistema. A Figura (29) (b) mostra a situação em que as máquinas perdem o sincronismo e o sistema é transitoriamente instável. Observa-se que embora o curto tenha ocorrido na barra 2, é o gerador 1 que perde o sincronismo com os demais, isso está relacionado ao fato do gerador 1 possuir o menor momento de inércia e conseqüentemente maior facilidade para perder o sincronismo.

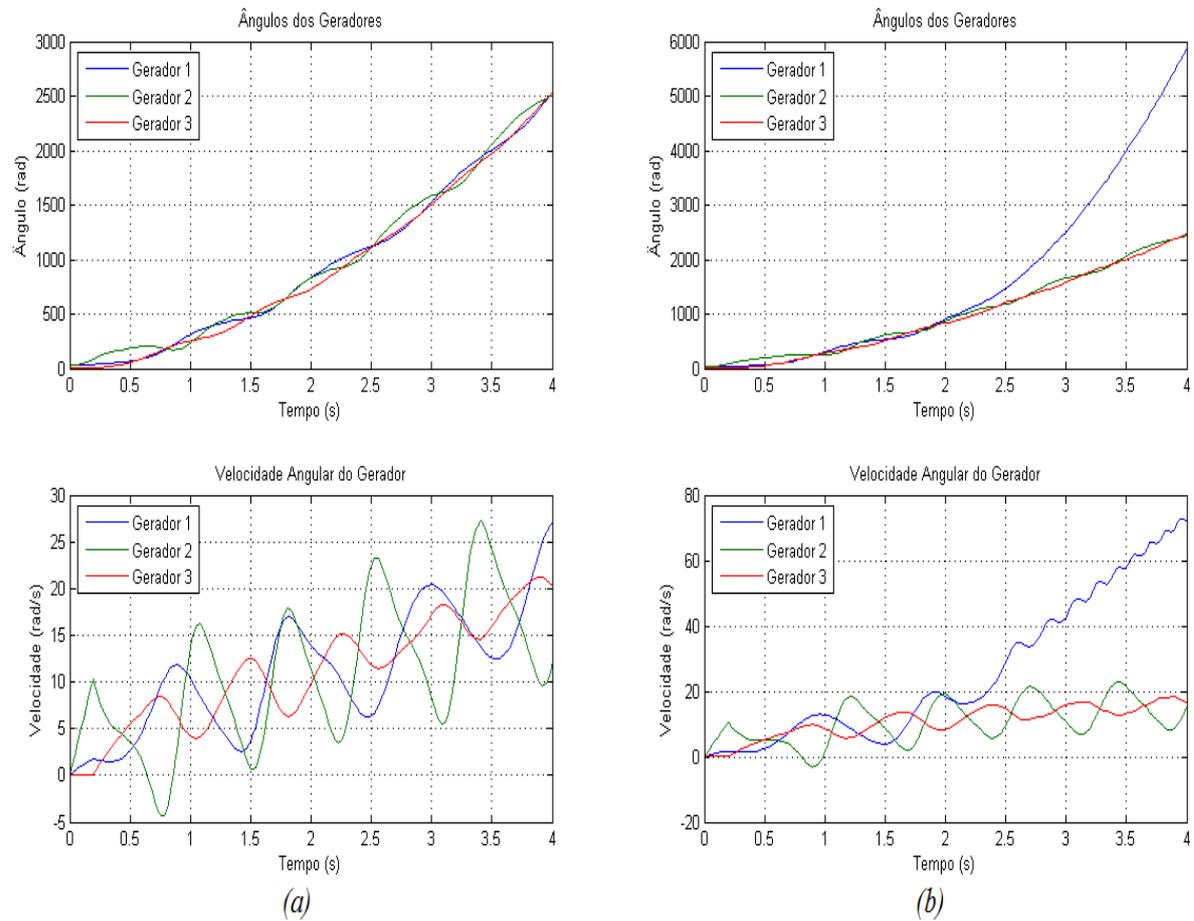


Figura 29. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-2, barra 2) em relação ao tempo, (a)  $t_a = 0,194s$  (b)  $t_a = 0,196s$ .

Utilizando a mesma metodologia realizada para o curto-circuito na linha 1-2, barra 2, considerando-se que esta mesma linha tenha sofrido curto-circuito e admitindo que tenha sido na barra 1, tem-se que para o tempo de abertura de 0,174s o sistema permanece transitoriamente estável, ou seja, em sincronismo, como mostrado na Fig. (30) (a), no entanto o sincronismo é perdido para um tempo de abertura de 0,176s mostrado na Fig. (30) (b).

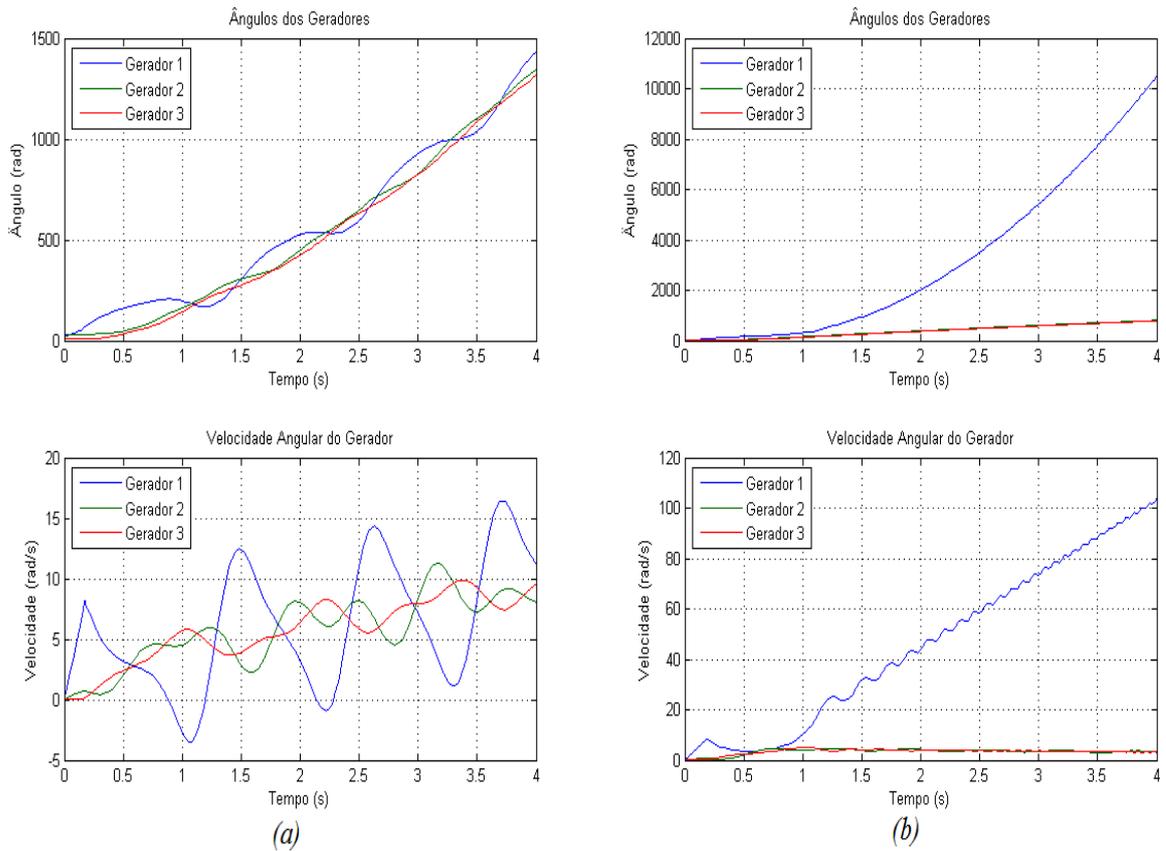


Figura 30. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-2, barra 1) em relação ao tempo, (a)  $t_a = 0,174s$  (b)  $t_a = 0,176s$ .

Já para uma falta na linha 1-3, próxima à barra 1, o sistema permanece estável para o tempo de abertura de 0,094 como mostrado na Fig. (31) (a), tornando-se instável para  $t_a = 0,096s$  como ilustrado na Fig. (31) (b).

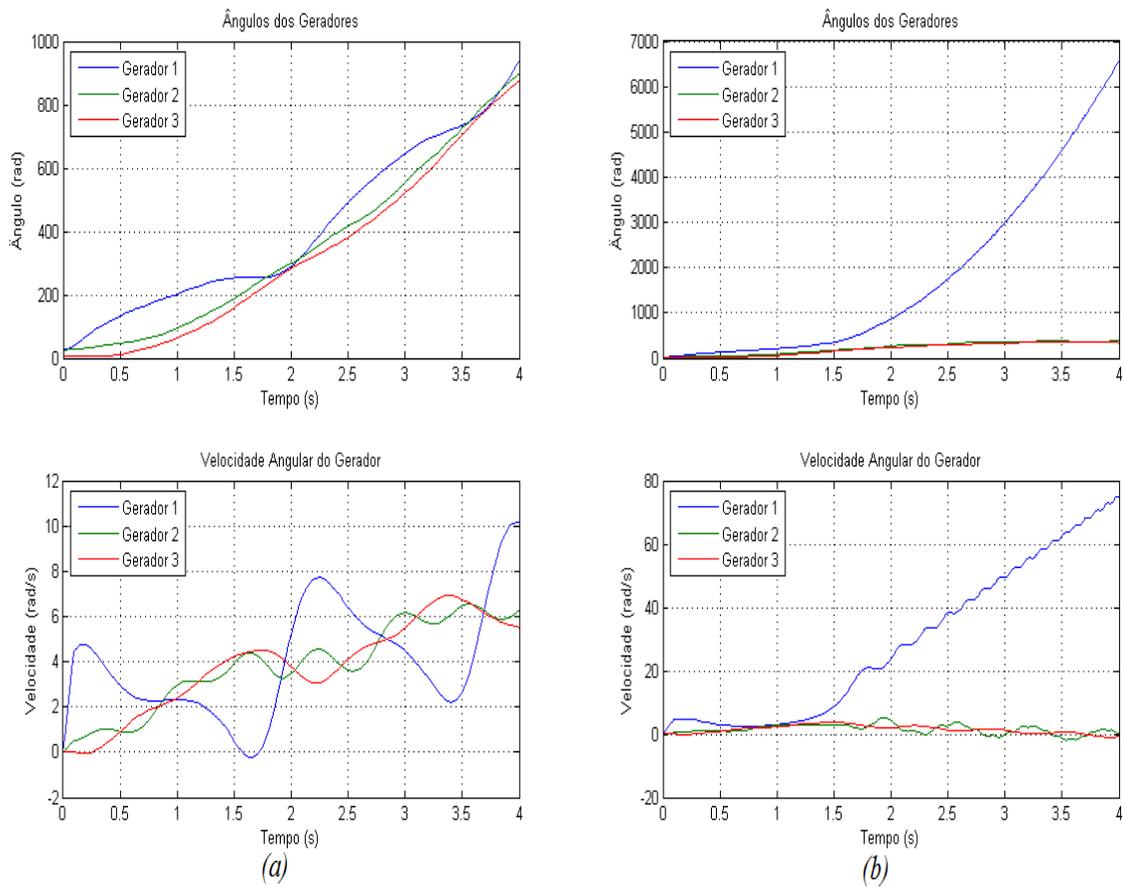


Figura 31. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-3, barra 1) em relação ao tempo, (a)  $t_a = 0,094s$  (b)  $t_a = 0,096s$ .

Para uma falta na linha 1-3, próxima à barra 3 o tempo crítico de abertura situa-se entre 0,255 e 0,256 segundos, como pode ser visto pela situação de estabilidade transitória e instabilidade na Fig. (32) (a) e (b), respectivamente.

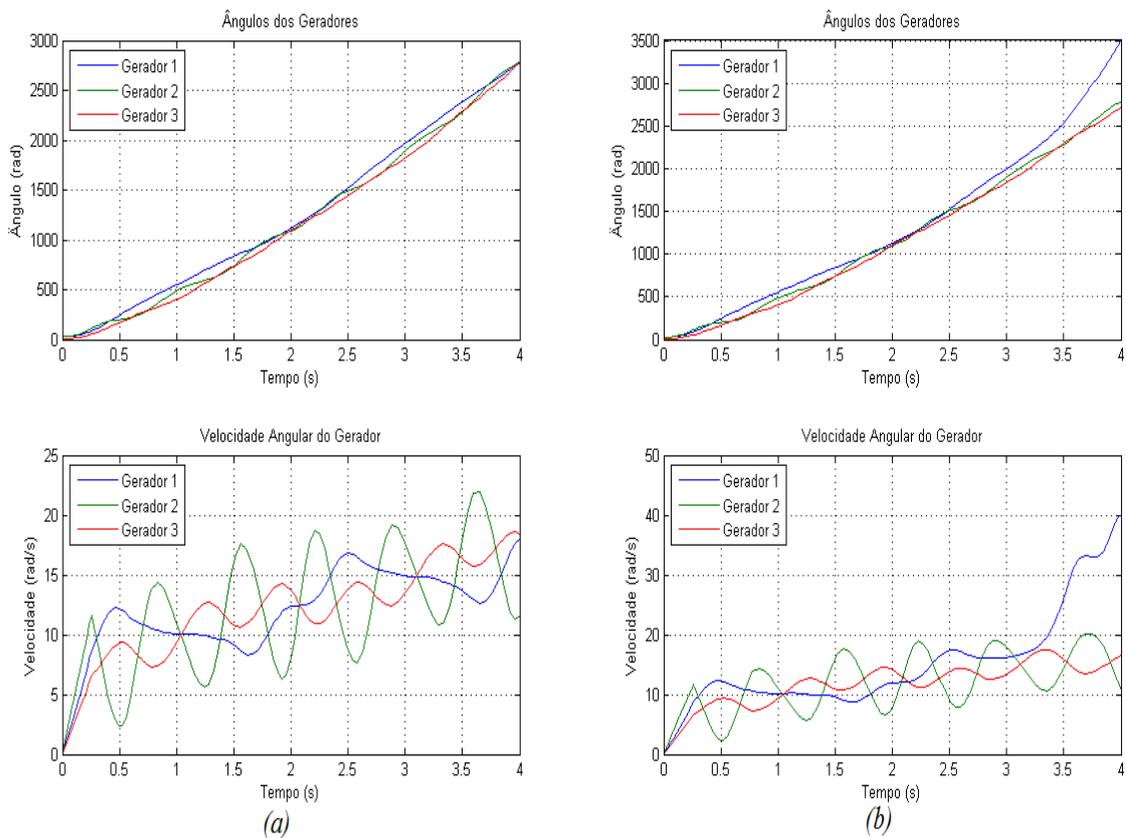


Figura 32. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 1-3, barra 3) em relação ao tempo a)  $t_a = 0,255s$  b)  $t_a = 0,256s$ .

Para os casos mostrados foi possível obter o tempo crítico de abertura de um disjuntor para evitar que a máquina mais sensível à falha atrapalhe a operação das outras existentes no sistema. Através da análise dos gráficos, o gerador 1 foi o mais sensível perdendo o sincronismo e como dito anteriormente este fato pode estar relacionado ao seu menor valor de momento de inércia. Vale ressaltar que os tempos foram obtidos pelo método de integração numérica caracterizado por relativa dificuldade, tendo em vista as várias tentativas de valores de tempo crítico até que seja encontrada a situação de comportamento instável.

As Figuras (33) e (34) mostram os casos em que a linha 2-3 é afetada por um curto.

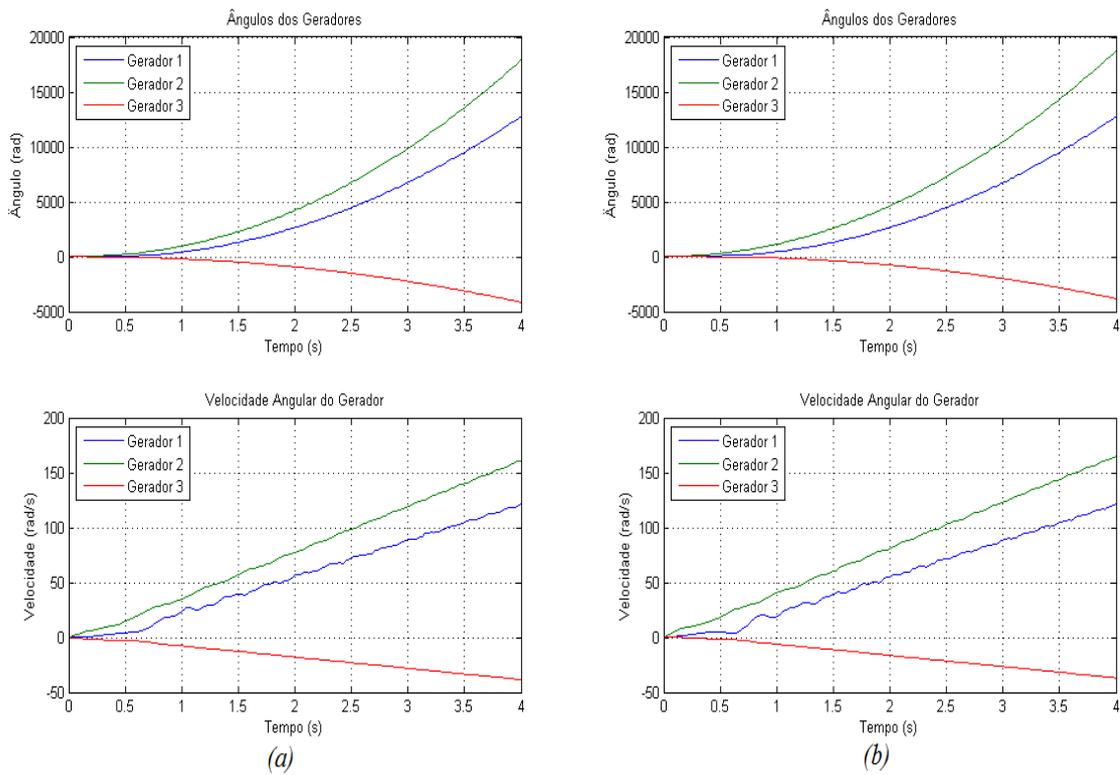


Figura 33. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 2-3, barra 2) em relação ao tempo a)  $t_a = 0,001s$  b)  $t_a = 0,150s$ .

Na Fig. (33) ele é atribuído à barra 2 e na Fig. (34) à barra 3. Observando os gráficos nas figuras, pode-se verificar que para qualquer tempo de abertura os geradores perderão o sincronismo, mesmo para um tempo de abertura de milissegundos (ms).

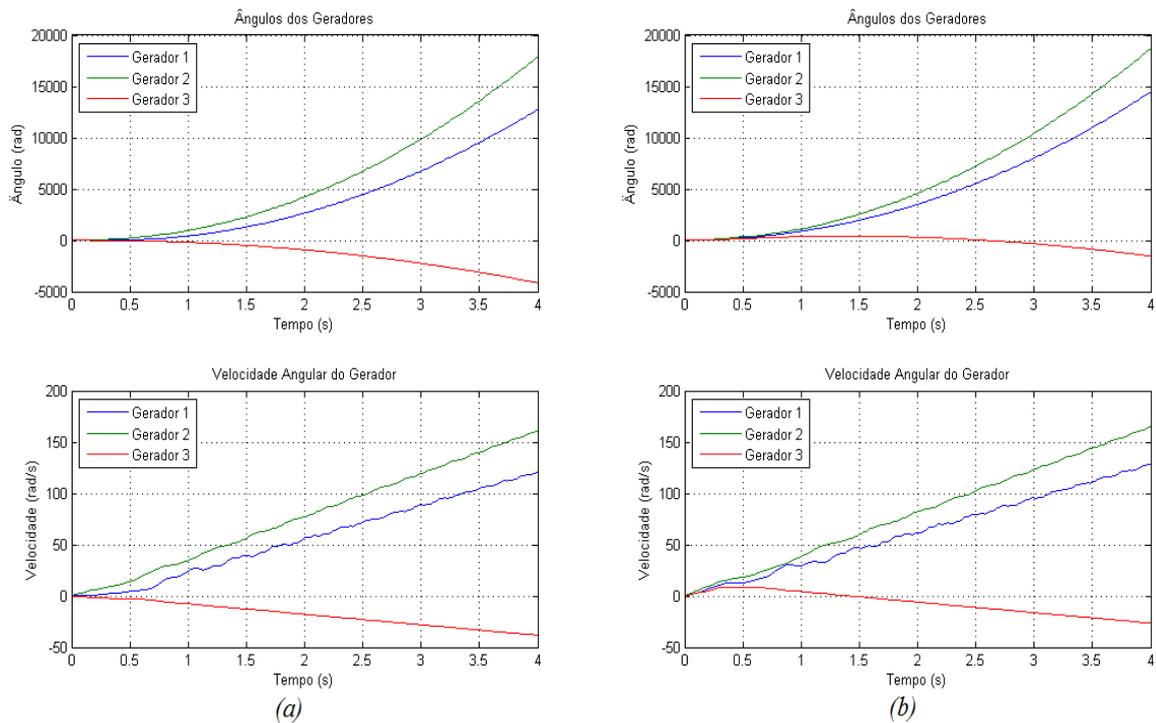


Figura 34. Ângulos das máquinas e velocidade angular (curto linha 2-3, barra 3) em relação ao tempo a)  $t_a = 0,001s$  b)  $t_a = 0,340s$ .

Dessa forma, curtos na linha 2-3 são os casos mais críticos para este sistema de 3 barras em anel. Isto, pois após a abertura da linha 2-3 (período pós-falta) o sistema não possui potência elétrica sincronizante, a qual depende dos ângulos dos rotores e da nova topologia da rede.

Portanto, apresentados estes gráficos das simulações realizadas, referentes a todas as linhas e barras, mostrando o tempo crítico de abertura de um disjuntor para evitar que a máquina mais sensível à falha atrapalhe a operação das outras existentes no sistema, e com a análise dos gráficos foi obtida a resposta almejada para cada situação específica, em que as características do sistema delimitam a região de estabilidade do tempo crítico de abertura para cada falta simulada.

## 5 MÉTODOS DIRETOS

*Este capítulo trata das definições e modelagem dos métodos diretos para aplicação em sistemas elétricos de potência utilizando função energia.*

Os métodos Diretos para análise de SEP são assim chamados porque avaliam a estabilidade transitória sem a resolução das equações algébrico-diferenciais. Esta classificação dada aos Métodos Diretos permite classificar o Critério das Áreas Iguais visto na seção (3.3) como tal, visto que permite a obtenção do  $t_{cr}$  de forma direta sem a resolução explícita das equações diferenciais e por meio do ângulo crítico de abertura. No entanto este capítulo será dedicado aos Métodos Diretos baseados nos conceitos matemáticos do teorema de Lyapunov. (Bretas & Alberto, 2000).

Estes métodos podem ser considerados boas ferramentas para a análise em tempo real, onde se requer uma avaliação mais rápida possível sobre a estabilidade do sistema. Para o entendimento do método serão apresentados os estudos de Lyapunov os quais fornecem condições necessárias para que uma função especifique a estabilidade ou instabilidade de um sistema. A vantagem deste método é que não é necessário conhecer explicitamente as velocidades angulares dos geradores e os ângulos no período pós-falta para que se possa concluir sobre a estabilidade do sistema, além de também fornecerem uma medida quantitativa do grau de estabilidade do sistema. (Nazareno, 2003).

### 5.1 SISTEMAS DINÂMICOS AUTÔNOMOS

O modelo utilizado para os estudos de estabilidade transitória é formado por equações que descrevem a dinâmica do sistema, o que o permite, portanto, ser modelado matematicamente como um sistema autônomo, ou seja, um sistema que não depende explicitamente da variável tempo. Assim, faz-se necessário a apresentação de algumas considerações sobre tais sistemas. Do ponto de vista analítico, métodos diretos foram originalmente desenvolvidos para sistemas de energia com sistemas de pós-falta autônomos. (Chiang, 2011).

Considerando o sistema dinâmico não-linear (autônomo):

$$\dot{x} = f(x), x \in \mathbb{R}^n \quad (5.1)$$

onde  $f: D \rightarrow \mathbb{R}^n$  é uma função continuamente diferenciável em um domínio  $D \subset \mathbb{R}^n$  em  $\mathbb{R}^n$ . Suponha que  $\bar{x} \in D$  seja um ponto de equilíbrio de (5.1), tal que:

$$f(\bar{x}) = 0 \quad (5.2)$$

Sendo  $\bar{x} \neq 0$ , o ponto de equilíbrio é uma solução que não se altera com o tempo. Considerando uma mudança de variáveis  $y = x - \bar{x}$ , logo a derivada de  $y$  é dada por:

$$\dot{y} = \dot{x} = f(x) = f(y + \bar{x}) \triangleq g(y), \text{ onde } g(0) \quad (5.3)$$

Assim, percebe-se que o sistema  $\dot{y} = g(y)$ , em  $y$ , possui o ponto de equilíbrio na origem, logo, pode-se assumir que  $f(x)$  satisfaz  $f(0) = 0$  e pode-se estudar a estabilidade da origem  $\hat{x} = 0$ . Dessa forma, para os problemas de estabilidade transitória que não possuem ponto de equilíbrio na origem, é possível encontrar um novo sistema que represente o sistema antigo com ponto de equilíbrio na origem. (Bretas & Alberto, 2000).

## 5.2 MÉTODO DE LYAPUNOV

A definição de sistemas autônomos permite a definição da estabilidade de Lyapunov:

Um ponto de equilíbrio  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  da Equação (5.1) é considerado estável em Lyapunov se, para a vizinhança  $U$  de  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ , existe uma vizinhança aberta  $V$  de  $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$  tal que, para todo  $x \in V$  e para todo  $t > 0$ ,  $\phi_t(x) \in U$  para todo  $t > 0$ . Equivalentemente,  $\phi_t(x) \in U$  para todo  $t > 0$ . Caso contrário,  $\bar{x}$  é instável. Este conceito é ilustrado na Fig.(35), em que além da trajetória ficar nas proximidades deve convergir para o ponto de equilíbrio. (Chiang, 2011).

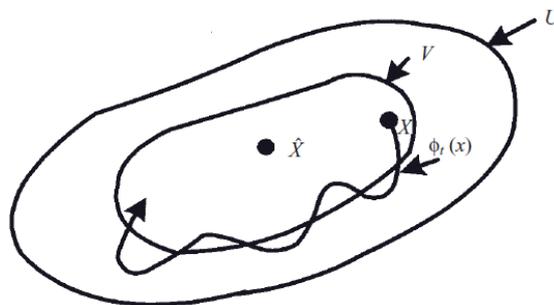


Figura 35. Ilustração da definição da estabilidade de Lyapunov.  
Fonte: Chiang, 2011.

Dessa forma, o método de Lyapunov, o qual é baseado nas ideias de Lagrange (1800) pode ser explicitado: “*Se uma certa posição de repouso de um sistema mecânico conservativo é um ponto de mínimo da energia potencial, então esta é uma posição de equilíbrio estável. Caso contrário, a posição é instável*”. (Bretas & Alberto, 2000).

Generalizando as ideias de Lagrange, Lyapunov estabeleceu o seguinte Teorema:

*Seja  $x = 0$  um ponto de equilíbrio de (5.1) e a função  $V: D \rightarrow \mathbb{R}^n$  diferenciável na vizinhança  $D$  de  $x = 0$ , tal que:*

$$V(0) = 0 \text{ e } V(x) > 0 \text{ em } D - \{0\} \quad (5.4)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ em } D - \{0\} \quad (5.5)$$

portanto,  $x = 0$  é estável, por outro lado se tivermos

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ em } D - \{0\} \quad (5.6)$$

o ponto  $x = 0$  é assintoticamente estável.

A teoria da função de Lyapunov afirma não só a propriedade de estabilidade do ponto de equilíbrio (resultado local), mas também que não existe qualquer limite de ciclo (comportamento de oscilação) no subconjunto do espaço de estados onde existe uma função de Lyapunov. A teoria da função de Lyapunov só fornece condições suficientes. Se para uma determinada função candidata de Lyapunov,  $V$ , as condições exigidas na derivada de  $V$ , ou seja,  $\dot{V}$ , não são satisfeitas, então conclusões sobre a estabilidade ou instabilidade do ponto de equilíbrio ainda não podem ser feitas. (Chiang, 2011).

A função conhecida como a função de Lyapunov é a função  $V(x)$  contínua e diferenciável que satisfaz (5.4) e (5.5). A superfície  $V(x) = c$ , para  $c > 0$ , é chamada de curva de nível ou superfície de Lyapunov. A condição em que  $\dot{V} \leq 0$  estabelece que  $V(x) = c$  quando a trajetória cruza a superfície de Lyapunov, e irá se mover para dentro do conjunto  $\Omega_c = \{x \in \mathbb{R}^n / V(x) \leq c\}$  e não sairá. Já quando  $\dot{V} < 0$ , a trajetória se movimentará de uma superfície de Lyapunov para outra superfície de Lyapunov com o  $c$  menor, como o valor de  $c$  é decrescente isso implicará que a trajetória irá se aproximar da origem para  $t \rightarrow \infty$ . No entanto, ter  $\dot{V} \leq 0$ , não implica que a trajetória necessariamente se aproximará da origem, mas

pode-se concluir que a origem é estável, desde que a trajetória esteja contida na vizinhança  $D$  de  $x = 0$  para determinada condição inicial  $x(0)$  o qual permanece no interior da superfície de Lyapunov que está contida dentro da vizinhança. (Bretas & Alberto, 2000).

O que ocorre é que em sistemas não-lineares a estabilidade global nem sempre ocorre; geralmente, somente um conjunto de condições iniciais, contido no espaço  $R^n$ , dá origem a trajetórias que convergem para um ponto de equilíbrio estável  $x_o$ . Isso acontece nos sistemas de potência, em que a determinação deste conjunto de condições iniciais é o principal objetivo para os métodos diretos de análises. Esse conjunto de condições iniciais é denominado área de atração ou região de estabilidade e é definido matematicamente por: (Bretas & Alberto, 2000)

$$A(x_o) \triangleq \{x \in R^n: \varphi(t, x) \rightarrow x_o, \text{ quando } t \rightarrow \infty\} \quad (5.7)$$

Dessa forma, a área de atração pode ser estimada para o problema de estabilidade transitória da seguinte forma: (Silva, 2001)

1. É construída uma função de Lyapunov para o sistema pós-falta:  $V(x(t))$  e estima-se a área de atração por  $\{x \in R^n: V(x) < V_{CR}\}$  sendo  $V_{CR}$  a energia crítica de abertura.
2. O sistema em falta é simulado no domínio do tempo até que sua órbita abandone a estimativa da área de atração do sistema pós-falta.
3. O tempo que a órbita do sistema em falta deixa a estimativa da área de atração pós-falta ( $V(x(t)) = V_{CR}$ ) é a aproximação para o tempo crítico de abertura,  $t_{cr}$ .

A Figura (36) ilustra este procedimento, em que se o defeito for eliminado antes do tempo crítico de abertura,  $t_{cr}$ , a condição inicial para o pós-falta estará dentro da área de atração, logo o sistema permanecerá estável. Tem-se o ponto de equilíbrio pré-falta  $x_o$  e  $x_s$  ponto de equilíbrio estável pós-falta. Ao ocorrer um defeito no sistema que o torne instável, a trajetória começa a se afastar indefinidamente do ponto de operação devido à aceleração das máquinas, a linha tracejada ilustra a trajetória  $x_{f(t)}$  do sistema em falta. O ponto do instante em que  $x_{f(t)}$  sai da área de atração é  $x_{cr}$ . Sendo assim, caso o defeito seja eliminado antes do tempo crítico de abertura, a condição inicial pós-falta pertencerá a área de atração e a trajetória correspondente a esta condição inicial irá convergir para o ponto de equilíbrio estável  $x_o$ . (Bretas & Alberto, 2000).

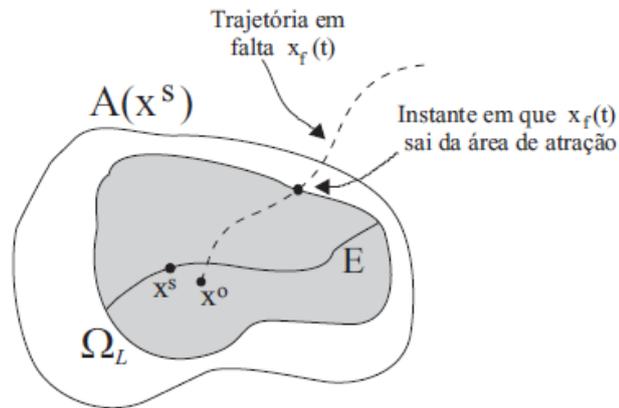


Figura 36. Região de atração.  
Fonte: Silva, 2001.

### 5.3 MÉTODO DE LYAPUNOV EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

A análise de estabilidade transitória realizada pelo método passo a passo, que consiste na integração, no domínio do tempo, das equações diferenciais que representam o sistema é inadequado para estudos em tempo real, uma vez que inúmeras simulações das equações diferenciais devem ser efetuadas para a determinação do tempo crítico de abertura. No entanto, os métodos diretos são adequados a aplicações em tempo real, pois permitem estudar com boa precisão a estabilidade da primeira oscilação das máquinas do sistema de potência, sem que haja a necessidade do conhecimento da solução numérica das equações diferenciais.

Encontrar uma Função de Lyapunov (FL) para sistemas de potência não é tarefa trivial, visto que não existem procedimentos sistemáticos para encontrá-la. No entanto, as funções energia provenientes dos conceitos físicos em geral são boas aproximações para se encontrar uma função de Lyapunov. A maioria das abordagens a FL refere-se à chamada energia transitória do sistema composta de energia cinética e energia potencial.

A energia cinética encontra-se armazenada na massa inercial dos rotores das máquinas em função do desvio de velocidade em relação ao valor normal de operação. Já a energia potencial encontra-se armazenada nos campos magnéticos e é está relacionada aos desvios das variáveis que definem o torque de restauração do equilíbrio em torno do ponto de operação. As variáveis típicas são os ângulos de defasagem dos rotores das máquinas e magnitudes das tensões internas das máquinas e constituem um subespaço do espaço de estado. De forma que, esse subespaço, denominado espaço do torque, existe um campo de forças, o qual confere essa denominação e/ou qualificação de estável ou instável aos pontos de equilíbrio. Logo, a energia potencial pode ser considerada como o trabalho necessário para deslocar o sistema do

ponto de equilíbrio considerado até outro ponto e é definida positiva numa vizinhança em torno de pontos de equilíbrio estável. (Chiang et al., 1995; Barbazelli, 2005)

Dessa forma, a utilização de uma função energia para SEP consiste na avaliação da energia total (cinética e potencial) do sistema durante um distúrbio. Para isso, é necessário que a energia máxima do sistema, acumulada durante o período da falta, seja igual à energia do sistema após a falta. Logo, esta metodologia determina o tempo crítico de abertura para o qual o sistema se mantém estável. Uma formulação genérica dos métodos baseados no Método de Lyapunov que usam funções energia para avaliar a estabilidade de um sistema é descrita a seguir (Chiang, 2011):

- a) Cálculo da região de estabilidade em torno do ponto de equilíbrio  $\bar{x}$  para a configuração pós-falta do sistema;
- b) Formulação da função Energia de Lyapunov  $V(x)$  para a configuração pós-falta do sistema. Sendo esta, geralmente, a soma das energias cinética e potencial do sistema na configuração pós-falta,  $V(x) = V_k + V_p$  (formulação que apresenta melhores resultados);
- c) Integração das equações que descrevem o sistema durante o período de falta, até a eliminação desta, calculando o valor da função de Lyapunov nesse ponto;
- d) Cálculo do valor crítico da função de Lyapunov,  $V_{cr}$ , para a configuração de defeito do sistema.

Se o valor da função no momento de eliminação do defeito for menor ou igual ao valor crítico, isto é,  $V \leq V_{cr}$ , o sistema é considerado estável, caso isso não se verifique o sistema é considerado instável.

A energia potencial é utilizada para estimar uma região (ou domínio) de estabilidade em torno do ponto de operação estável e os extremos da energia potencial se localizam em pontos de equilíbrio do sistema. Dessa forma, verifica-se que em um ponto de equilíbrio estável  $\delta^s$  se localiza um mínimo local da energia potencial do sistema enquanto nos pontos de equilíbrio instáveis se localizam outros extremos (máximos) locais da mesma energia. Os pontos de equilíbrio instáveis não pertencem à área de atração do ponto de equilíbrio em estudo, mas as vizinhanças destes pontos de equilíbrio possuem pontos que pertencem à área de atração, portanto, estes devem pertencer à fronteira da área de atração. Os pontos de equilíbrio instáveis que pertencem à fronteira da área de atração serão os responsáveis pela estimativa da região de atração. Tratando-se de sistemas de potência o processo de se estimar todos os pontos de equilíbrio instáveis torna-se inviável do ponto de vista de implementação, devido à dimensão e a complexidade do sistema. De forma resumida, o critério utilizado consiste em determinar se o sistema tem energia suficiente para superar a barreira de energia

potencial na fronteira da região de torque restaurativo (área de atração). Isto é feito mediante avaliação da energia do sistema em uma determinada condição inicial e comparação com o valor da energia potencial na fronteira (energia crítica). O que está em questão então, é a determinação do valor da energia crítica e diversas metodologias foram desenvolvidas, como as que consideram pontos de equilíbrio instável em diversas formulações ou as que utilizam a definição de uma fronteira da região de estabilidade. (Barbazelli, 2005; Bretas & Alberto, 2000).

Os principais métodos utilizados para a função energia em estabilidade transitória baseiam-se no cálculo do Ponto de Equilíbrio Instável (Unstable Equilibrium Point - UEP) e serão abordados neste capítulo os métodos utilizados no escopo deste trabalho.

### 5.3.1 Função Energia para Sistemas de Potência

Para a modelagem matemática do sistema multimáquinas realizada na seção (3.4) será apresentada uma função de Lyapunov, do tipo energia, para a análise de estabilidade transitória. Assim como naquela seção, as cargas serão consideradas como impedâncias constantes e considerando o modelo matemático para sistemas multimáquinas referido ao COA e com amortecimento nulo, temos o modelo: (Bretas & Alberto, 2000).

$$\begin{cases} \dot{\theta}_i = \tilde{\omega}_i \\ M_i \tilde{\omega}_i = P_{mi} - P_{ei} - \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (5.8)$$

Onde a potência elétrica é expressa por:

$$P_{ei} = -|E_i|^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \quad (5.9)$$

sendo  $P_{COA}$  o mesmo definido na eq. (3.39) e  $D_{ij}$  e  $C_{ij}$  são os mesmos definidos em (3.29) e (3.30), respectivamente.

Para obtenção da Função de Lyapunov do tipo energia é necessário multiplicar a  $i$ -ésima máquina de (5.8) por  $\tilde{\omega}_i$ , o que na mecânica equivale a multiplicar a força pela velocidade para obter a potência, assim efetuando a soma das equações:

$$\sum_{i=1}^n \left[ M_i \frac{d\tilde{\omega}_i}{dt} - (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) + \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] + \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \right] \tilde{\omega}_i \quad (5.10)$$

Sendo  $\tilde{\omega}_i = d\theta_i/dt$  a equação (5.10) pode ser reescrita por:

$$\sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i \frac{d\tilde{\omega}_i}{dt} - \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) \frac{d\theta_i}{dt} + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \frac{d\theta_i}{dt} + \sum_{i=1}^n \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \frac{d\theta_i}{dt} \quad (5.11)$$

Sabendo-se que os coeficientes C e D são simétricos, ou seja,  $C_{ij} = C_{ji}$  e  $D_{ij} = D_{ji}$ , temos então:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \frac{d\theta_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] \cdot \frac{d(\theta_i - \theta_j)}{dt} \quad (5.12)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \frac{d\theta_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n [D_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)] \cdot \frac{d(\theta_i - \theta_j)}{dt} \quad (5.13)$$

Pela própria definição de  $\tilde{\omega}_i$ , tem-se que  $\sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i = 0$ , assim temos também a igualdade:

$$\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{M_T} P_{COA} \frac{d\theta_i}{dt} = \frac{P_{COA}}{M_T} \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i = 0 \quad (5.14)$$

Com isso, substituindo-se (5.12), (5.13) e (5.14) em (5.11) e realizando uma integração do tempo  $t = 0$  até o tempo  $t$ , temos:

$$\begin{aligned} V(\theta, \tilde{\omega}_i) &= \int_0^t \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i \frac{d\tilde{\omega}_i}{dt} - \int_0^t \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) \frac{d\theta_i}{dt} dt + \\ &+ \int_0^t \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n [C_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)] \frac{d(\theta_i - \theta_j)}{dt} dt + \\ &+ \int_0^t \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n [D_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j)] \frac{d(\theta_i + \theta_j)}{dt} dt \end{aligned} \quad (5.15)$$

Das integrais de (5.15), a variável tempo pode ser eliminada se admitirmos que no tempo  $t = 0$  o sistema está no ponto de equilíbrio estável  $(\theta^s, 0)$  e que no tempo  $t$  esteja no ponto  $(\theta, \tilde{\omega})$ , com isto a expressão para  $V$  torna-se:

$$\begin{aligned} V(\theta, \tilde{\omega}_i) &= \int_0^{\tilde{\omega}} \sum_{i=1}^n M_i \tilde{\omega}_i d\tilde{\omega}_i - \int_{\theta^s}^{\theta} \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) d\theta_i + \\ &\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^s - \theta_j^s}^{\theta_i - \theta_j} C_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) d(\theta_i - \theta_j) + \\ &\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^s - \theta_j^s}^{\theta_i + \theta_j} D_{ij} \text{sen}(\theta_i - \theta_j) d(\theta_i + \theta_j) \end{aligned} \quad (5.16)$$

Resolvendo-se as integrais, temos:

$$\begin{aligned} V(\theta, \tilde{\omega}_i) &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} M_i \tilde{\omega}_i^2 - \sum_{i=1}^n (P_{mi} - |E_i|^2 G_{ii}) (\theta_i - \theta_i^s) - \\ &- \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n C_{ij} [\cos(\theta_i - \theta_j) - \cos(\theta_i^s - \theta_j^s)] + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int_{\theta_i^S - \theta_j^S}^{\theta_i + \theta_j} D_{ij} \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) d(\theta_i + \theta_j) \quad (5.17)$$

Esta última parcela de da função energia  $V$ , é uma integral que depende do caminho, o que significa que o sistema não é conservativo quando as condutâncias de transferência são diferentes de zero. Mas o efeito deste termo não é muito significativo para o cálculo da energia, assim, a função energia  $V$  em (5.17) será considerada uma função de Lyapunov aproximada para o sistema de potência. Como não existe um caminho definido entre o ponto de equilíbrio estável e instável para a integral, aproxima-se o caminho de integração por uma reta a integral para calcular a energia dos pontos de equilíbrio instáveis (Bretas & Alberto, 2000):

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n D_{ij} \frac{\theta_i + \theta_j - \theta_i^S - \theta_j^S}{\theta_i - \theta_j - \theta_i^S + \theta_j^S} [\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j) - \operatorname{sen}(\theta_i^S - \theta_j^S)] \quad (5.18)$$

A função energia (5.17) é uma função de Lyapunov com as condutâncias de transferência desprezadas, e tem sido utilizada com sucesso em várias aplicações; segundo Chiang, (2011) não existe uma função de Lyapunov geral para sistemas de potência quando as condutâncias de transferência são incluídas.

### 5.3.2 Métodos de Função Energia em Estabilidade Transitória

Os principais métodos utilizados para a função energia em estabilidade transitória baseiam-se no cálculo do Ponto de Equilíbrio Instável (Unstable Equilibrium Point - UEP) e serão abordados a seguir os métodos utilizados no escopo deste trabalho.

#### 5.3.2.1 Método da Superfície Limite de Energia Potencial (Potential Energy Boundary Surface - PEBS)

O método PEBS foi desenvolvido para estimar a área de atração sem a necessidade do cálculo dos pontos de equilíbrio instáveis. A ideia do método pode ser melhor entendida para o caso mais simples, UMBI, em que temos o sistema que descreve a dinâmica do sistema:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega \\ M\dot{\omega} = P - P_e \sin \delta \end{cases} \quad (5.19)$$

Seja  $\delta^s$  a posição de equilíbrio de interesse, a função  $V(\delta, \omega) = \frac{1}{2} M\omega^2 - P(\delta - \delta^s) - P_e(\cos\delta - \cos\delta^s)$  é uma função energia desse sistema, o qual pode ser dividido em energia cinética e potencial:

$$V_k = \frac{1}{2} M\omega^2 \quad (5.20)$$

$$V_p = -P(\delta - \delta^s) - P_e(\cos\delta - \cos\delta^s) \quad (5.21)$$

A velocidade é nula nos pontos de equilíbrio do sistema e  $V_p$  é um ponto de extremo com relação à  $\delta$ . Nas proximidades da posição de equilíbrio estável existe uma bacia energética, onde se tem um ponto de mínimo da superfície de energia potencial. A superfície gerada pela função de Lyapunov do tipo função energia fornece curvas de contorno fechadas e equipotenciais,  $V_p(x) = constante$ , em uma pequena região nas proximidades do ponto de equilíbrio estável, cuja fronteira é conhecida como PEBS. Esta fronteira é formada pelos pontos extremos de energia potencial que, neste caso, coincidem com as posições dos pontos de equilíbrio instáveis. O método PEBS aproveita essas ideias para encontrar o ponto de equilíbrio de controle. A ideia do método é bastante simples: estima-se o ponto de equilíbrio de controle, depois se integra numericamente a equação diferencial do sistema de falta mantida até que a projeção da trajetória do sistema em falta nos eixos dos ângulos  $\delta$  cruze o PEBS. O ponto em que a trajetória cruzar o PEBS será conhecido como *exit point*. Assim, consiste no seguinte algoritmo (Chiang, et al., 1995; Bretas & Alberto, 2000):

1) Verifica-se o ponto no qual a trajetória do sistema em falta  $x_f(t)$  cruza o PEBS (ponto em que a energia potencial atinge um máximo em cima da trajetória da falta), seja  $\delta^*$  este ponto.

2) O valor da energia potencial em  $\delta^*$  será a energia crítica  $V_{CR} = V(\delta^*)$ . Quando no tempo crítico de abertura  $t_{cr}$ ,  $V(t_{cr}) < V_{CR}$ , o sistema será estável.

O ponto de equilíbrio estável está localizado na parte mais baixa da bacia com a menor energia potencial, e os pontos de equilíbrio instáveis são os máximos locais da energia potencial ao longo da trajetória da falta.  $\delta^*$  é denominado *exit point*, e o valor de sua energia é utilizado como a energia crítica para a estimativa da região de estabilidade. O algoritmo PEBS

foi criado baseado em proposições físicas e por este motivo, gera resultados muitas vezes não conservativos, no entanto, fornecem estimativa muito boa do verdadeiro tempo crítico de abertura. Assim, matematicamente, o PEBS é a fronteira da área de atração do sistema gradiente reduzido: (Bretas & Alberto, 2000)

$$\dot{\delta} = \frac{-\partial V_P(\delta)}{\partial \delta} = P_m - P_e \quad (5.22)$$

Associando ao modelo original:

$$\begin{cases} \dot{\delta} = \omega \\ M\dot{\omega} = \frac{-\partial V_P(\delta)}{\partial \delta} - D\omega = P_m - P_e - D\omega \end{cases} \quad (5.23)$$

### 5.3.2.2 Método BCU (Boundary Controlling Unstable Equilibrium Point)

O método BCU baseia-se no conceito de ponto de equilíbrio instável de controle para efetuar a estimativa da região da área de atração. A principal característica deste método consiste no uso da noção de gradiente durante o período pós-falta, o que permite reduzir a ordem do sistema, fornecendo um novo algoritmo para determinar o ponto de equilíbrio instável de controle. Este método não utiliza a ideia de estimativa pelo ponto de equilíbrio de menor energia a fim de tentar eliminar as estimativas conservadoras. A sua eficiência está justamente na definição precisa, baseada em teoria matemática, do ponto de equilíbrio instável de controle. Para encontrar este ponto de equilíbrio de controle, o método BCU utiliza-se da relação existente entre a fronteira de estabilidade do sistema original e a fronteira de estabilidade do sistema reduzido  $\delta = P - P_{ei}$ . O método BCU funciona segundo o algoritmo a seguir (Barbazelli, 2005; Bretas & Alberto, 2000):

1) Detecta-se o ponto de saída *exit point*  $\delta^*$  da trajetória do sistema em falta  $x_f(t) = (\delta(t), \omega(t))$ , que é o ponto em que a projeção da trajetória  $\delta(t)$  cruza a fronteira de estabilidade do sistema reduzido (PEBS);

2) O *exit point*  $\delta^*$  é utilizado como condição inicial e resolvem-se numericamente as equações diferenciais do sistema reduzido para encontrar o mínimo local de  $\sum_{i=1}^n \|f_i(\delta)\|$  (medida da distância entre um ponto  $\delta$  qualquer e os pontos de equilíbrio do sistema reduzido); seja este ponto  $\delta_0^*$ ;

- 3) Utiliza-se o ponto  $\delta_0^*$  como condição inicial para encontrar o zero da função  $f(\delta)$ , ou seja, encontrar o ponto de equilíbrio instável de controle do sistema reduzido  $\delta_{co}^*$ ;
- 4) O ponto de equilíbrio instável de controle do sistema pós-falta será  $(\delta_{co}^*, 0)$ ;
- 5) Determina-se o valor da energia crítica como o valor da função energia calculada no ponto de equilíbrio instável de controle:  $V_{cr} = V(\delta_{co}^*, 0)$ . A superfície de energia constante  $\partial S(V_{cr})$  será utilizada como uma aproximação da parte importante da fronteira da área de atração;
- 6) Calcula-se a função energia do sistema pós-falta no instante da abertura:  $V_{ab} = V(x_f(t_{ab}))$ . Se  $V_{ab} < V_{cr}$  o sistema é estável, caso contrário é instável.

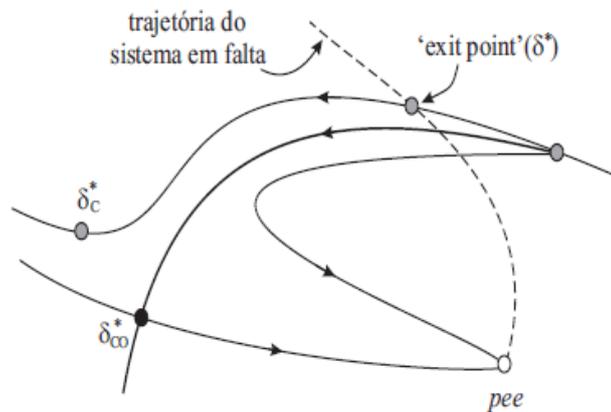


Figura 37. Representação do Método BCU.  
Fonte: (Bretas & Alberto, 2000)

A Figura (37) ilustra a representação geométrica do algoritmo BCU. O Método BCU tem se mostrado eficiente, para encontrar o ponto no qual a projeção da trajetória do sistema em falta cruza a fronteira de estabilidade do sistema reduzido pós-falta, verifica-se o momento em que a energia potencial atinge um máximo durante a trajetória. Mas todos os métodos que se utilizam do conceito de ponto de equilíbrio de controle, por mais eficientes que sejam, garantem apenas a existência de estabilidade para a primeira oscilação. (Chiang, 2011).

### 5.3.2.3 Falhas nos Métodos PEBS e BCU

Dentre os demais métodos diretos, o Método PEBS destaca-se por ser de simples implementação, no entanto o algoritmo pode levar, às vezes, a estimativas não conservadoras da área de atração. O Método BCU, entretanto, tem formulação mais precisa para o ponto de equilíbrio instável, mas o algoritmo possui implementação com maior esforço computacional.

Assim, o algoritmo de ambos baseia-se em características nem sempre testadas, possuindo problemas relacionados à detecção do *exit point* para o PEBS e do ponto de equilíbrio instável de controle pelo BCU. (Nazareno, 2003).

Os problemas associados à detecção do *exit point*  $\delta^*$ , pelo método PEBS estão relacionados ao cruzamento da trajetória em falta com a fronteira de estabilidade. No primeiro passo do algoritmo do método BCU assume-se que o máximo de energia potencial, ao longo da trajetória em falta, ocorre na vizinhança do PEBS, mas esta suposição nem sempre é verdadeira. Da Figura (38), pode-se perceber que na determinação do *exit point* podem ocorrer duas situações (Alberto et al., 2002; Nazareno, 2003):

- Caso estável: a trajetória do sistema cruza a superfície de energia crítica antes de passar pelo PEBS. Esta dependência da geometria faz com que em alguns casos o *exit point* encontrado esteja longe do PEBS, afastando a estimativa da realidade.
- Caso instável: a trajetória do sistema cruza o PEBS com energia inferior a energia crítica. O PEBS por meio da comparação do nível energético de um ponto sobre a trajetória em falta com o nível máximo de energia potencial sobre a trajetória de falta.

Além destes, outro problema está relacionado ao segundo passo do algoritmo do BCU. O *exit point* obtido pela integração numérica do sistema em falta nem sempre está contido sobre o PEBS. Assim, a trajetória do sistema reduzido, em alguns casos, poderá não ter ponto de mínimo nas proximidades do ponto de equilíbrio instável de controle. Dessa forma, a convergência e a estimativa do tempo crítico de abertura pelo método BCU ficam comprometidas.

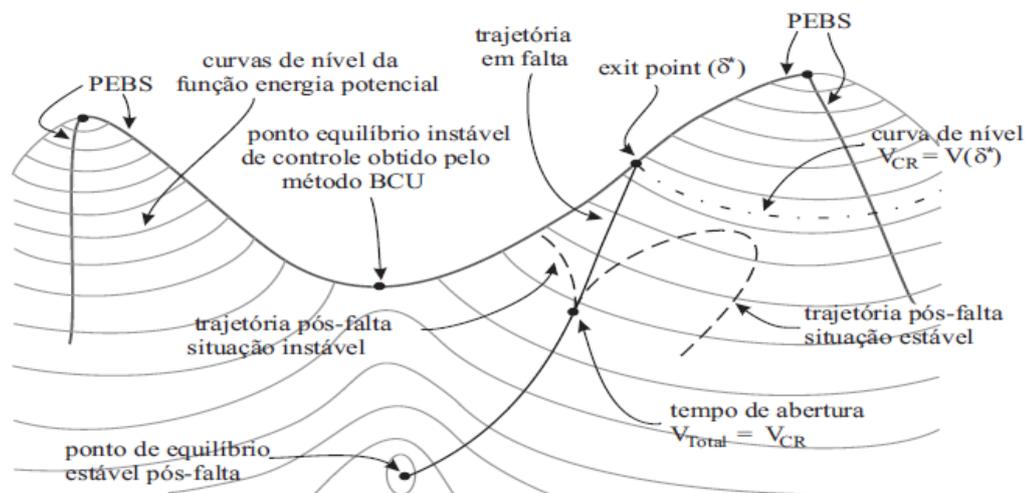


Figura 38. Falha para a determinação do *exit point*.

Fonte: Alberto et al., 2002.

As falhas do método BCU estão relacionadas a aproximações, o estudo de estabilidade *multiswing* mostra que condições que predizem estabilidade para o primeiro *swing* torna-se instável logo após a primeira oscilação. Este fato foi atribuído a não satisfação da condição de transversalidade requerida na teoria do método BCU. A condição de transversalidade está relacionada com os parâmetros do sistema e requer que as variedades estáveis e instáveis dos pontos de equilíbrio instáveis, pertencentes à fronteira de área de atração, devem cruzar-se transversalmente, mas ela não é satisfeita genericamente, portanto a validade do método BCU não pode ser justificada teoricamente. (Alberto et al., 2002; Chiang, et al., 1995; Nazareno, 2003)

#### 5.4 RESULTADOS PELO MÉTODO DIRETO

Nesta seção serão apresentadas simulações para o tempo crítico de abertura  $t_{CR}$  do mesmo sistema multimáquinas apresentado na seção (4.2) composto por 3 barras e 3 unidades geradoras.

A função energia será utilizada tendo em vista que é capaz de fornecer a margem de energia crítica do sistema. Serão utilizados os métodos PEBS e BCU para a estimativa do  $t_{cr}$  e os resultados para ambos serão comparados com o tempo de abertura obtido pelo método passo-a-passo.

Considerando um curto trifásico na linha 1-2 próxima à barra 2, foi encontrado um  $t_a$  entre 0,194 e 0,196s, como ilustrado pela Fig. (29). Para o método PEBS, o valor de energia crítica do sistema considerando o primeiro máximo da função energia é  $V_{máx} = 6,4008pu$  e considerando este valor de energia crítica obtêm-se um tempo de aproximadamente  $t_a = 0,197s$ , a Figura (39) ilustra graficamente o funcionamento do método PEBS.

A partir da Figura (39), observa-se que a partir do primeiro máximo da função energia potencial obtêm-se o tempo crítico de abertura por meio do tempo relacionado ao valor de energia total correspondente ao máximo de energia potencial.

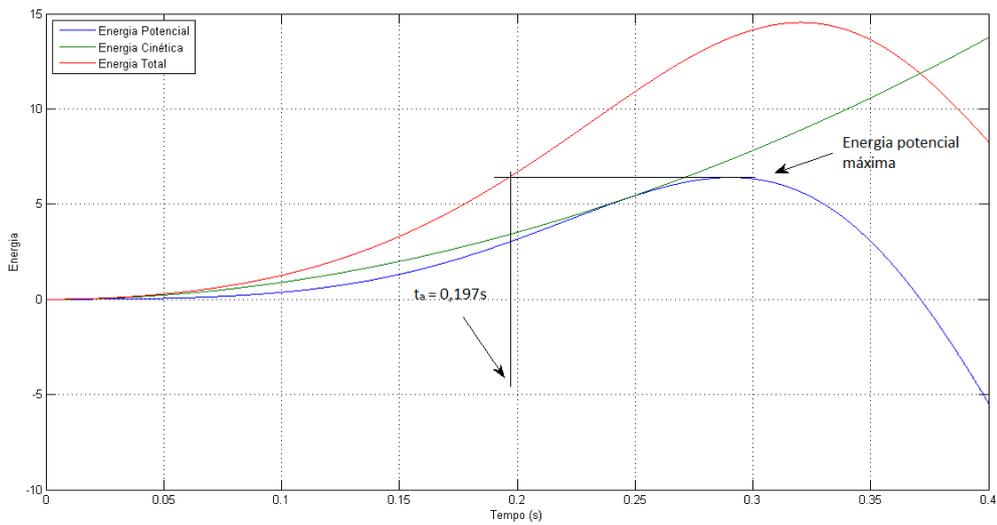


Figura 39. Funcionamento da estimativa de  $t_a$  utilizando o método PEBS.

Para este tempo de abertura do método PEBS o sistema tem uma situação instável como pode ser visto na Fig. (40) em que a trajetória do sistema se afasta da área de atração caracterizando esta situação.

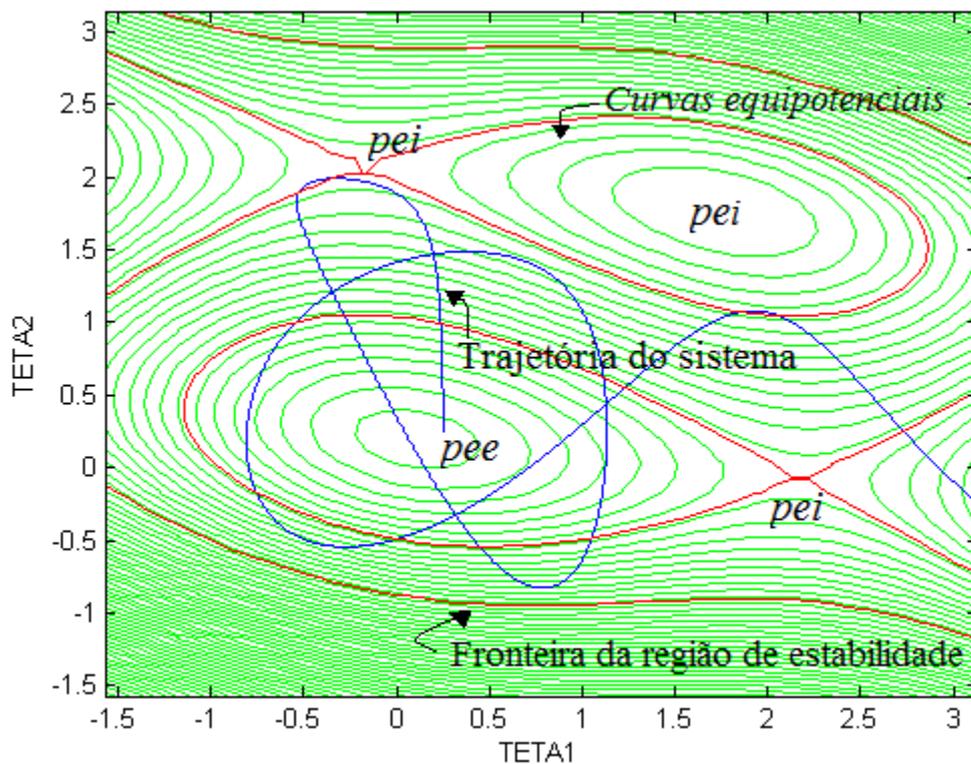


Figura 40. Diagrama de fases da trajetória do sistema para  $t_a = 0,196s$ .

Na Figura (40) é possível identificar fronteira da região de estabilidade, que é aquela em que contém trajetórias que resultam em situações estáveis do sistema. Além disso, tem as

curvas equipotenciais que caracterizam a bacia energética do sistema, nela pode-se observar que ao redor do ponto de equilíbrio estável (*pee*) pré-falta, em que se inicia a trajetória do sistema em falta, existem três pontos de equilíbrios instáveis (*pei*). O *pei* logo acima do *pee* é o ponto de equilíbrio instável mais próximo da trajetória do sistema em falta, logo é o ponto de equilíbrio instável de controle (*peic*) utilizado para energia crítica com o método BCU.

Na Figura (41) a perda de sincronismo é caracterizada pela oscilação da energia do sistema, em que a energia cinética do sistema tende a crescer tornando-se ilimitada.

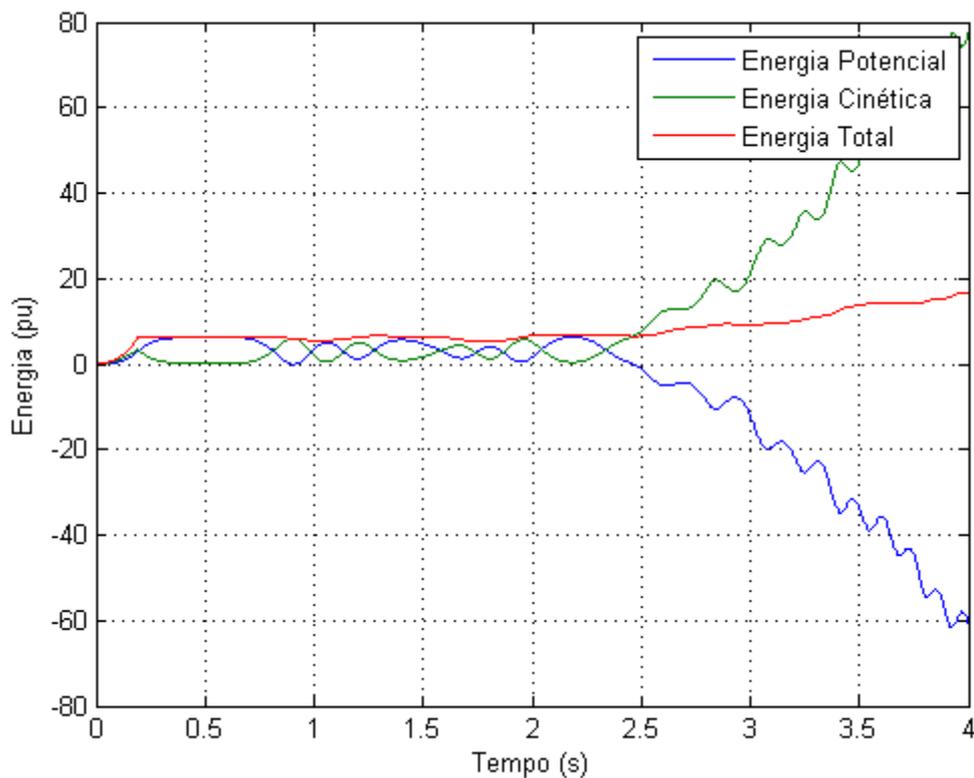


Figura 41. Energia do sistema para  $t_a = 0,196s$ .

Já o método BCU que utiliza como energia crítica do sistema a energia do ponto de equilíbrio instável de controle, encontra-se um tempo  $t_a = 0,194s$ . Na Figura (42) observa-se que este tempo estimado corresponde a uma trajetória estável do sistema, que não abandona a área de atração, também estão ilustrados pontos de equilíbrio instável (*pei*), para o método BCU o *pei* mais próximo à trajetória de falta do sistema é utilizado para a estimação do  $t_a$ .

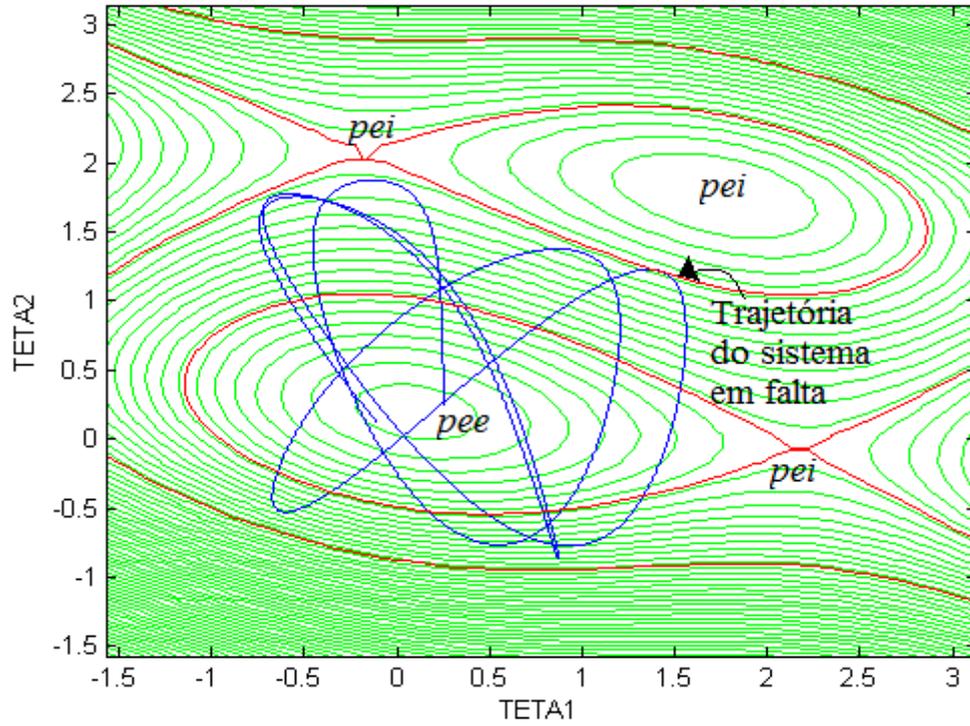


Figura 42. Diagrama de fases da trajetória do sistema para  $t_a = 0,194s$ .

A Figura (43) ilustra a monitoração da energia do sistema, em que a energia total cresce nos primeiros décimos de segundo e depois se mantém oscilando dentro de um valor limitado, o que caracteriza o sincronismo das máquinas.

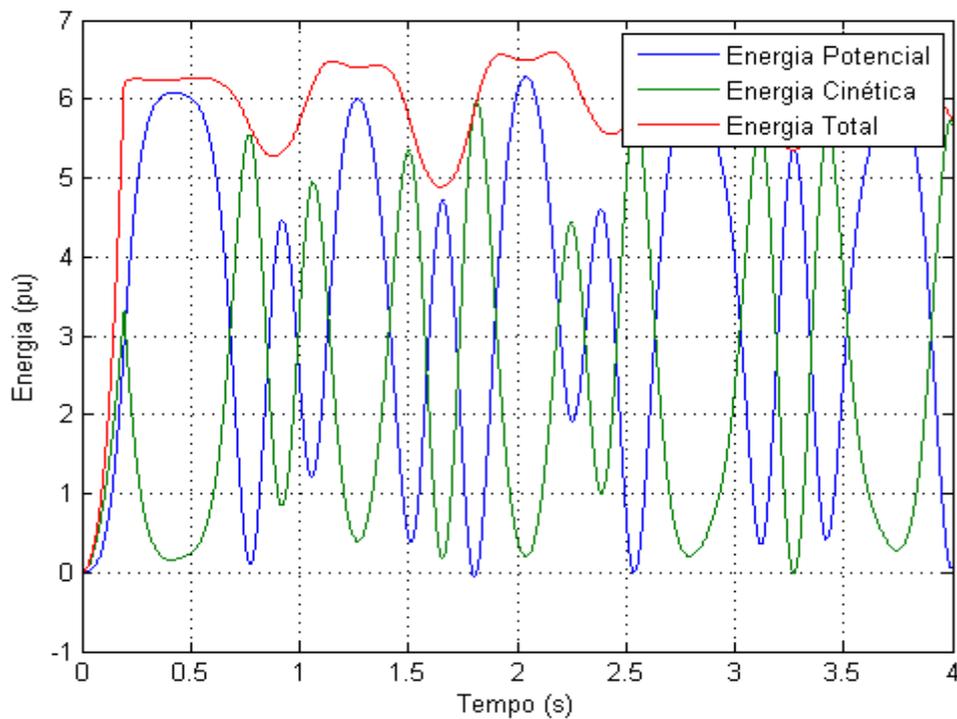


Figura 43. Energia do sistema para  $t_a = 0,194s$ .

Considerando agora que o curto na linha 1-2 foi próximo à barra 1, foi encontrado um  $t_a$  entre 0,174 e 0,176s, conforme ilustrado pela Fig. (30). Da mesma forma que foi encontrada na Fig. (39), para o método PEBS o valor de energia crítica da função energia para esta falta é  $V_{m\acute{a}x} = 2,1pu$  e obtêm-se  $t_a = 0,178s$ . Este tempo leva a uma situação instável do sistema, a Fig. (44) ilustra uma situação de instabilidade do sistema com  $t_a = 0,178s$ , logo o *exit point* não está contido na verdadeira área de atração do sistema.

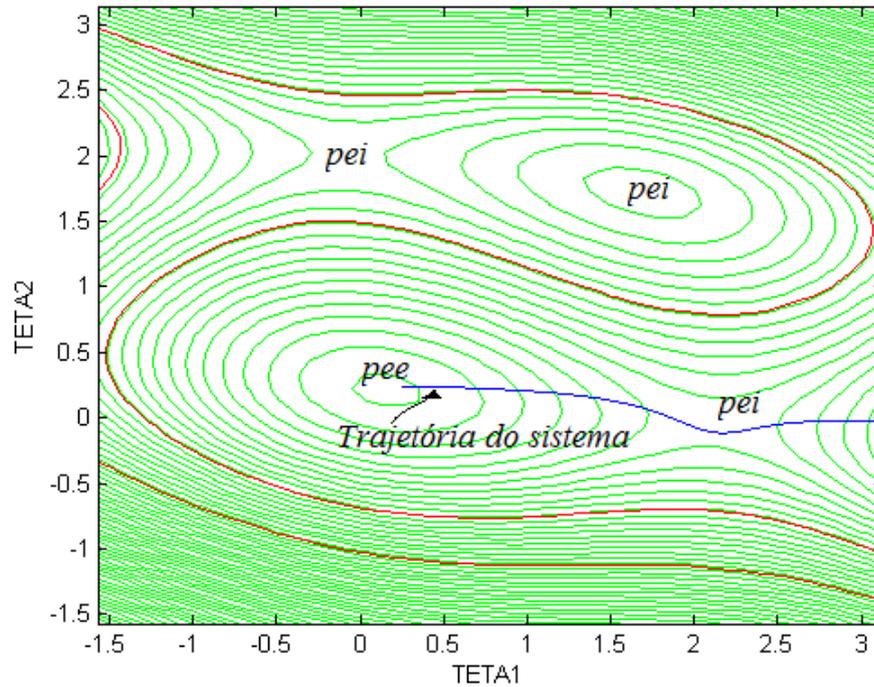


Figura 44. Diagrama de fases para  $t_a = 0,178s$ .

Na Figura (44) observa-se que a trajetória do sistema em falta parte de um ponto estável, passa por um ponto de equilíbrio instável e caso a trajetória tivesse seu fim nesse ponto, o tempo encontrado seria um tempo adequado caracterizando uma situação estável transitoriamente. No entanto, isto não ocorre e a trajetória em falta segue para uma situação instável em que não é encontrado um novo ponto de equilíbrio.

Já para o tempo crítico  $t_a = 0,174s$ , como mostrado na Fig. (45), o diagrama de fases apresenta uma trajetória que oscila dentro da região de estabilidade. Há até uma parte da trajetória que chega a aproximar-se de um *pei*, no entanto, esta retorna e mantém-se próxima ao *pee* pré-falta, caracterizado uma situação de estabilidade do sistema.

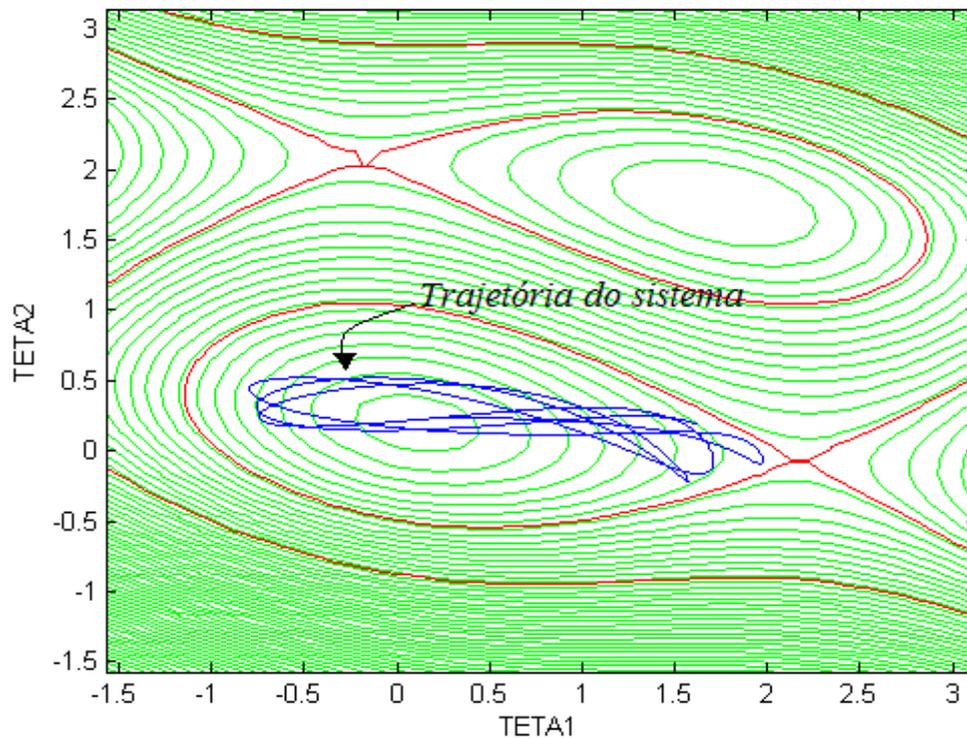


Figura 45. Diagrama de fases para  $t_a = 0,174s$ .

A Figura (46) mostra o comportamento da energia para a falta na barra 1, linha 1-2, para  $t_a = 0,174s$  a qual tem comportamento muito semelhante à da barra 2, tendo em vista que para ambas as faltas a máquina 1 é que perde o sincronismo.

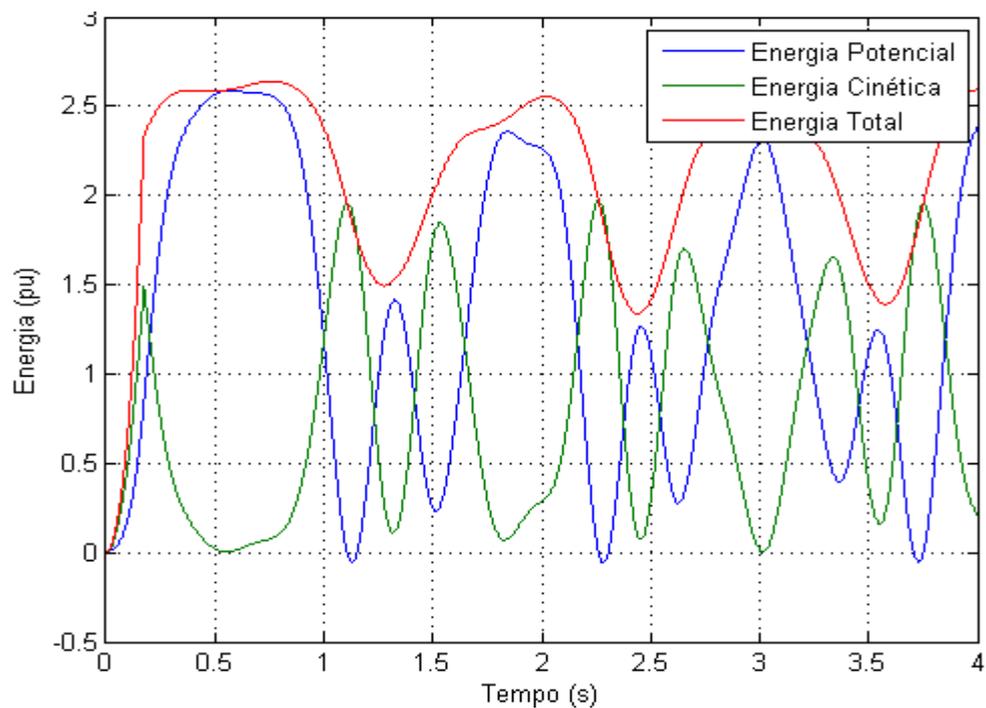


Figura 46. Monitoração da Energia do sistema para  $t_a = 0,174s$ .

Este mesmo procedimento foi realizado para faltas na linha 1-3 com o desligamento das barras 1 e 3, a Tabela (1) a seguir resume os parâmetros encontrados para as respectivas faltas bem como para os métodos utilizados para estimativa do  $t_a$ .

Tabela 1 – Parâmetros obtidos para o sistema de 3 máquinas.

Falta	Barra	Linha	Tempo crítico de abertura (ms)			Energia crítica	
			Passo-a-passo	PEBS	BCU	PEBS	BCU
1	1	1 – 2	174 – 176	178	178	2,01	2,0
2	2	1 – 2	194 – 196	197	194	6,40	6,25
3	1	1 – 3	94 – 96	87	92	0,49	0,56
4	3	1 – 3	255 – 256	382	379	5,43	4,58
5	2	2 – 3	*	*	*	*	*
6	3	2 – 3	*	*	*	*	*

\*Valores não encontrados, falta muito severa.

A Tabela (1) mostra o  $t_a$  encontrado para cada método para a respectiva falta de linha e barra indicada, as últimas colunas representam a energia potencial do *exit point* e do *pei* para os métodos PEBS e BCU, respectivamente.

Como pode ser visto na Fig. (47) em que temos o retrato de fases para a falta 5, com  $t_a = 0,001s$ , a trajetória do sistema não possui ponto de equilíbrio, para a falta 6 a situação é praticamente idêntica, visto que a abertura da linha 2-3 é muito severa para o sistema mesmo para tempos de abertura de milissegundos (ms).

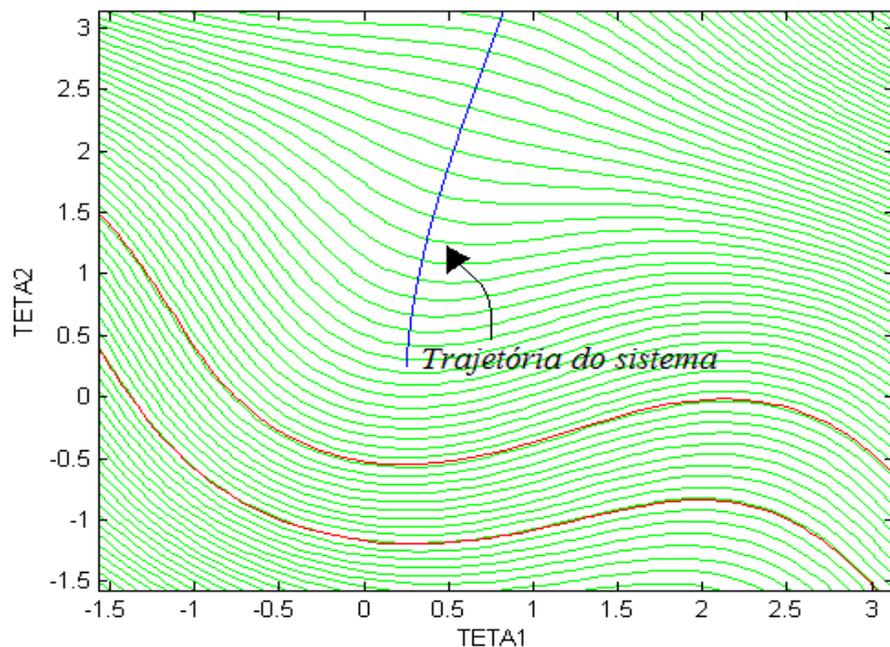


Figura 47. Diagrama de fases para  $t_a = 0,001s$ .

Para as faltas ocorridas na linha 2-3, como visto na Fig. (47), a trajetória do sistema não inicia em um ponto de equilíbrio estável, estas faltas são muito duras ao sistema e qualquer que seja tempo de abertura, não encontra um ponto de equilíbrio, o que caracteriza um caso crítico do sistema.

Observou-se que ambos os métodos PEBS e BCU resultaram em valores próximos para as faltas e o fato da Falta 3 o  $t_a$  encontrado com o BCU ter sido maior que o obtido pelo PEBS, aparentemente parece ser um caso específico, talvez decorrente de uma trajetória muito próxima ao *peic*,

## 6 CONCLUSÃO

*Este capítulo apresenta as conclusões a cerca da análise de estabilidade transitória nos sistemas simuladoos utilizando os métodos passo-a passo e direto.*

A análise de estabilidade transitória em sistemas elétricos de potência apresentada neste trabalho foi desenvolvida com o objetivo de determinar o tempo crítico de abertura do sistema quando submetido a grandes perturbações. Foram efetuadas simulações para duas situações onde foi possível analisar o comportamento transitório das máquinas síncronas. Nas simulações são resolvidas simultaneamente sistemas de equações algébricas e diferenciais que representam o sistema elétrico a ser analisado.

Realizaram-se os estudos de modelagem do sistema e da estabilidade transitória com simulações em *Matlab* para o tempo crítico de abertura com o método passo-a-passo e métodos diretos. Esta análise se justifica na medida em que a determinação deste tempo de abertura dos disjuntores é o maior tempo de abertura que permite que o sistema ainda permaneça estável.

O sistema multimáquinas estudado, com três geradores e três barramentos, ao contrário de um sistema simplificado de uma máquina barramento infinito (UMBI) caracteriza-se por uma maior complexidade, à medida que aumentam o número de máquinas e barramentos.

Utilizando como estudo de caso um pequeno sistema elétrico multimáquinas sujeito a um curto-circuito trifásico, esse tipo de falta é suficiente para retirar os geradores do sincronismo, o que caracteriza uma situação indesejada, devendo a proteção atuar antes que todo o sistema seja afetado. Simulando-se faltas em todos os casos possíveis do sistema foram encontrados tempos críticos de abertura do disjuntor em cada um deles.

Para o sistema multimáquinas analisado em uma linha de transmissão em especial observou-se um comportamento diferente das demais, os curtos ocorridos na linha 2-3 causam a perda do sincronismo mesmo para tempos de abertura muito próximos de zero, isto se deve ao fato do sistema não possuir potência elétrica sincronizante e sendo assim incapaz de manter as máquinas envolvidas em sincronismo após o curto-circuito, pois não foi encontrado um ponto de equilíbrio estável para o sistema.

Para os métodos diretos utilizados PEBS e BCU, em que a Função de Lyapunov utilizada é da energia transitória do sistema, composta por energia cinética e potencial, apesar

de serem encontradas informações corretas sobre a estabilidade do sistema, a aplicação restrita ao primeiro *swing* e as considerações utilizadas na definição e embasamento de cada método leva a casos em que os métodos falham, isto porque os métodos não verificam se as prerrogativas utilizadas no embasamento dos métodos são satisfeitas, como por exemplo a condição de transversalidade para o uso do método BCU.

Vale ressaltar que o estudo foi realizado simulando um pequeno sistema elétrico e qualquer acréscimo no número de máquinas, se faz necessária uma nova modelagem no sistema. Observa-se que mesmo para um pequeno sistema elétrico sujeito a um curto-circuito trifásico, este tipo de falha é suficiente para retirar os geradores elétricos do sincronismo, situação esta indesejada, logo a proteção deverá atuar antes que todo o sistema seja afetado. Por isto a importância da determinação do tempo crítico de atuação da proteção, este, depende de vários fatores, dentre eles o local da falta, as características dos geradores envolvidos e as cargas do sistema de transmissão.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A.; **Power System Control and Stability**. The Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1977.

ALBERTO, L.F.C., Silva F.H.J.R., Bretas, N. G., “**Directs Methods for Transient Stability Analysis in Power Systems: State of Art and Future Perspectives**”, VIII SEPOPE - Symposium of Specialists in Operational and Expansion Planning - Brasilia, Brasil, Maio de 2002.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. “**Estabilidade transitória em Sistemas Eletroenergéticos.**” 1ª Edição, EESC-USP, 2000.

BARBAZELLI, R. C. **Estudo de Funções de Lyapunov para a Estabilidade de Sistemas de Potência**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. UNESP. Ilha Solteira – SP, 2005.

CHIANG, H-D. **Direct Methods for Stability Analysis of Electric Power Systems**. Theoretical Foundation, BCU Methodologies, and Applications. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2011.

CHIANG, H-D.; CHU, C. C.; CAULEY, G. **Direct Stability Analysis of Electric Power Systems Using Energy Functions: Theory, Applications, and Perspective**. Proceedings of the IEEE, v. 83, n. 11, 1995.

CHAKRABARTI, A.; HALDER, S. “**Power System Analysis: Operation and Control**”, 2<sup>nd</sup> edition, Prentice-Hall, New Delhi, 2006.

FITZGERALD A. E.; KINGSLEY Jr. C.; UMANS S. D. “**Máquinas Elétricas: Com Introdução à Eletrônica de Potência**”. Tradução de Anatólio Laschuk. 6ª Edição Porto Alegre: Bookman, 2006.

GLOVER, J. D; SARMA, M. S.; OVERBYE, T. J. “**Power System Analysis and Design**”, 5<sup>th</sup> Edition, Cengage Learning, Stamford USA, 2012.

GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. JR. “**Power System Analysis**” McGraw-Hill, 1994.

GRIGSBY, L. L. Editor. “**Power System Stability and Control**”, Taylor & Francis Group, LLC, 2007.

KUNDUR, P., “**Power System Stability and Control**”, McGraw-Hill, New York, 1994.

MACHOWSKI, J., BIALEK, J.W. and BUMBY, J.R., “**Power System Dynamics – Stability and Control**”. Second Edition, John Wiley & Sons, 2008.

MONTICELLI, A. **Fluxo de carga em Redes de Energia Elétrica**. São Paulo, SP: Edgard Blücher Ltda, 1983.

NAZARENO, I. S. Método dinâmico para detecção do pebs e “shadowing” para cálculo do ponto de equilíbrio de controle em estudos de estabilidade transitória. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos-SP, 2003.

PADIYAR, K.R.: **“Power System Dynamics: Stability and Control”**, 2<sup>nd</sup> edition, BS Publications, 2008.

ROBBA, E. J. “Introdução a sistemas elétricos de potência: componentes simétricos”. Blücher, 1973.

SAADAT, H. **“Power System Analysis”**. PSA Publishing. Third Edition, 2010.

SILVA, F. H. J. R. **“Funções de Lyapunov para Análise de Estabilidade Transitória em Sistemas de Potência”**. Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos – USP, 2001.

WEG - **Motores Síncronos**, 2012. Disponível em: <  
<http://ecatalog.weg.net/files/wegnet/WEG-motores-sincronos-50005369-catalogo-portugues-br.pdf>>.

Acesso em: 9 mai 2013.

## ANEXO I

Informações do sistema uma máquina versus barramento infinito (UMBI):

Potência mecânica = 1 pu.

$X'_d = 0,20$ .

$E_G = 1,073$  pu.

$\delta_0 = 0,4852$  rad.

$M = 0,0265$  pu.

$V_\infty = 1$  pu.

$P^{prf} = 2,1460$  pu.

$P^f = 0,8254$  pu.

$P^{pf} = 1,5329$  pu.

Informações do sistema multimáquinas composto por três geradores e três barramentos:

Dados de Barra:

Barra	Reatância transitória (pu) - $X'_d$	Momento de inércia (M)	Potência (de carga)		Potência (gerada)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
			MW	MVAR	MW		
1	0,088	0,053	150	45	249	1	15
2	0,050	0,079	100	30	421	1	15
3	0,015	0,318	1240	250	820	1	0

Dados de Linha:

Linha	Resistência (pu) - R	Reatância (pu) - X	Susceptância (pu) - $B_{sh}$
1 - 2	0,0000	0,4600	0,0000
1 - 3	0,0000	0,2600	0,0000
2 - 3	0,0000	0,0806	0,0000