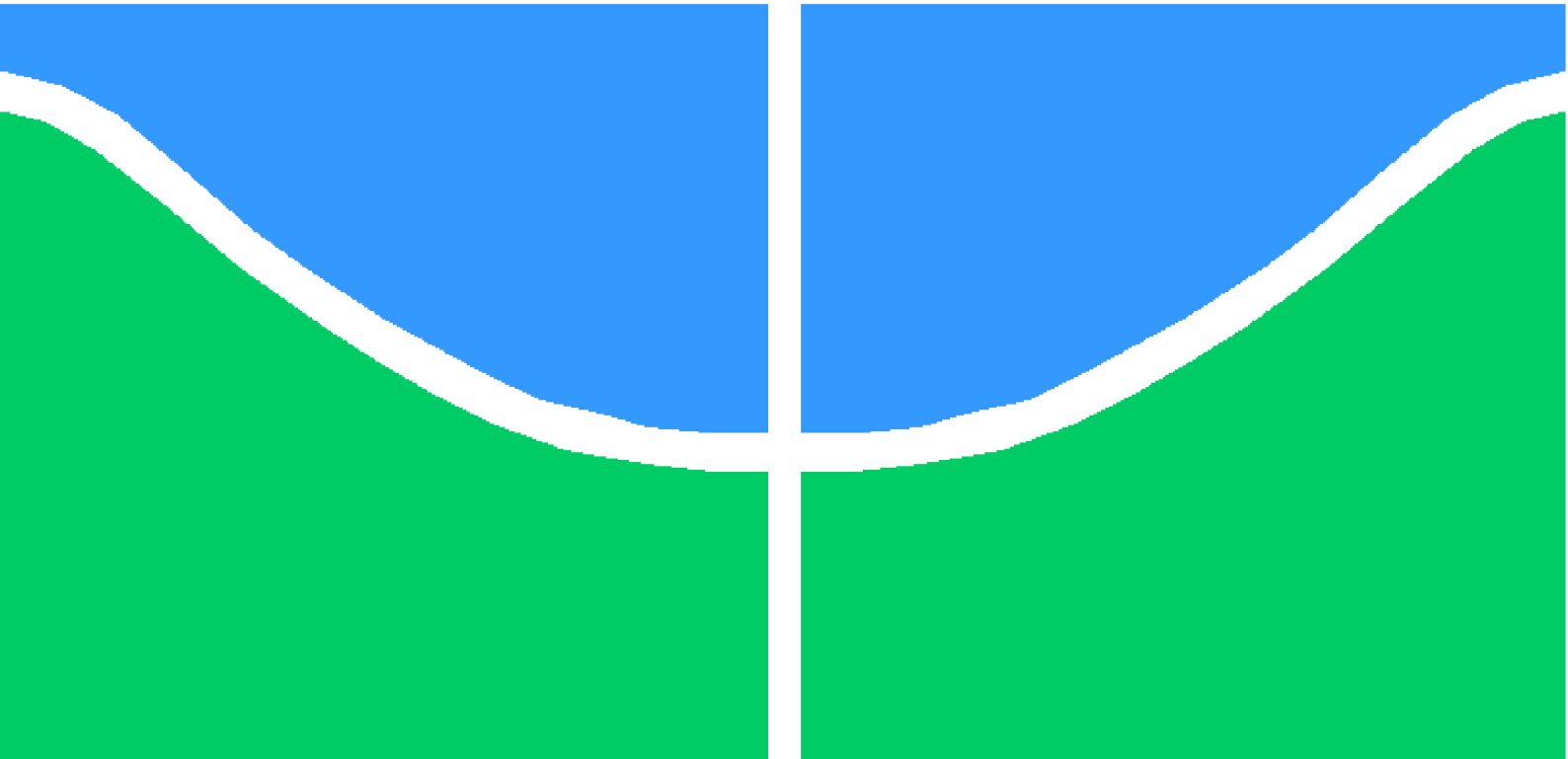




Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia - FCTE
Engenharia Aeroespacial

Simulação de Trajetórias da Missão Vigil para o Ponto L5: Contribuições para o Monitoramento do Clima Espacial

Autor: Ivana Figueiredo Bezerra
Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Brasília, DF
2025



Ivana Figueiredo Bezerra

Simulação de Trajetórias da Missão Vigil para o Ponto L5: Contribuições para o Monitoramento do Clima Espacial

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia - FCTE

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Brasília, DF

2025

Ivana Figueiredo Bezerra

Simulação de Trajetórias da Missão Vigil para o Ponto L5: Contribuições para o Monitoramento do Clima Espacial/ Ivana Figueiredo Bezerra. – Brasília, DF, 2025-

108 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB

Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia - FCTE , 2025.

1. Missão Vigil no Ponto L5. 2. Simulação de Trajetórias orbitais. I. Prof. Dr. William Reis Silva. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia. IV. Simulação de Trajetórias da Missão Vigil para o Ponto L5: Contribuições para o Monitoramento do Clima Espacial

CDU 02:141:005.6

Ivana Figueiredo Bezerra

Simulação de Trajetórias da Missão Vigil para o Ponto L5: Contribuições para o Monitoramento do Clima Espacial

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Aeroespacial) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Aeroespacial).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 8 de dezembro de 2025:

Prof. Dr. William Reis Silva
Orientador

Prof. Dr. Lui Txai Calvoso Habl
Convidado

Prof. Dr. Paulo Gessini
Convidado

Brasília, DF
2025

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por sempre ter me abençoado com recursos e força para continuar em frente nesse processo de graduação.

Agradeço aos meus irmãos e professores de Física e Química, Ramon Rodrigues Bezerra e Monica Rodrigues Bezerra, por terem platado em mim curiosidade e me ensinado o amor pelas ciencias exatas desde pequena. Agradeço aos meus pais, Wilson Bezerra e Francinete da Silva, por sempre priorizarem a minha educação e nunca terem deixado nada faltar, especialmente apoio e amor.

Agradeço aos meus amigos e companheiros de graduação: Ana Kaline Mendes, André Silva, Allan César Castelo Branco, Arthur Menezes e Maria Eduarda de Andrade, por estarem comigo nos dias bons e ruins, sempre trazendo a leveza de suas companhias.

Agradeço ao meu esposo, Igor Branquinho de Abreu, por ouvir as minhas maiores angústias, por ser meu porto seguro, por ser o meu maior fã e, especialmente, por nunca ter me deixado desistir. E não posso deixar de agradecer à minha cachorrinha Luna, por ser o meu apoio emocional e sempre estar do meu lado na escrita deste trabalho.

*"If I have seen further,
it is by standing on the shoulders of giants."*

— Isaac Newton

Resumo

Este trabalho apresenta o estudo, a modelagem e a simulação de trajetórias orbitais para posicionar a sonda da Missão Vigil, da Agência Espacial Europeia (ESA), no ponto de Lagrange L5 do sistema Terra–Sol, com o objetivo de aprimorar o monitoramento antecipado do clima espacial a partir de uma perspectiva lateral inédita. Fundamentado nos princípios da mecânica celeste, o estudo desenvolveu simulações no *software Systems Tool Kit* (STK), abrangendo o processo de saída da Terra, a transferência heliocêntrica e a inserção orbital nas proximidades de L5. Nesse contexto, foram analisadas duas estratégias de transferência: a primeira envolvendo injeção direta e a segunda com uma sequência de elevação de apogeu (ARS), a fim de comparar o consumo de propelente, os requisitos de Δv e tempo total de trajetória. Os resultados obtidos evidenciam as diferenças operacionais entre as abordagens, permitindo avaliar sua eficiência e viabilidade no cenário da Missão Vigil e do monitoramento do clima espacial.

Palavras-chaves: Missão Vigil, ponto de Lagrange L5, clima espacial, mecânica orbital, STK.

Abstract

This work presents the study, modeling, and simulation of orbital trajectories aimed at positioning the probe of the Vigil Mission, developed by the European Space Agency (ESA), at the Lagrange point L5 of the Earth–Sun system, with the objective of improving early space weather monitoring from a unique lateral perspective. Based on the principles of celestial mechanics, the study developed simulations using the *Systems Tool Kit* (STK) software, covering the spacecraft’s departure from Earth, the heliocentric transfer, and the orbital insertion in the vicinity of L5. In this context, two transfer strategies were analyzed: the first involving direct injection and the second employing an apogee-raising sequence (ARS), in order to compare propellant consumption, Δv requirements, and total transfer time. The results highlight the operational differences between the approaches, enabling an assessment of their efficiency and feasibility within the context of the Vigil Mission and space weather monitoring applications.

Key-words: Vigil Mission, Lagrange point L5, space weather, orbital mechanics, STK.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Pilares da influência do clima espacial em tecnologias terrestres e espaciais (ESA, (s.d.)b)	20
Figura 2 – Ilustração - Pontos de Lagrange (Sistema Terra-Sol) (ESA, s.d.)	21
Figura 3 – Manchas Solares: Imagem do Sol no comprimento de onda 193 Angstrom (19,3 nm, ultravioleta extremo) tirada do <i>Solar Dynamics Observatory</i> (SDO) da NASA. As regiões brilhantes da imagem correspondem às regiões ativas e as regiões escuras correspondem a buracos coronais (NASA/Goddard Space Flight Center, 2022)	26
Figura 4 – Erupção Solar: Imagem de uma erupção solar classe X5.8 capturada pelo Observatório de Dinâmica Solar (SDO) em 10 de maio de 2024. A imagem mostra um subconjunto de luz ultravioleta extrema que destaca o material extremamente quente presente nas erupções solares (NASA, 2024)	26
Figura 5 – Diagrama da estrutura da CME (ZURBUCHEN, 2006)	27
Figura 6 – Mapeamento do espaço Sol-Terra combinando dados de medições remotas e in-situ (MAKI et al., 2002)	28
Figura 7 – Esquema de dois fluxos de alta velocidade corrotando com o Sol e as variações associadas em diversos parâmetros do plasma. (RICHARDSON, 2018)	29
Figura 8 – Uma representação dos campos magnéticos do Sol é sobreposta a uma imagem do Sol capturada em luz ultravioleta extrema pelo Observatório de Dinâmica Solar da NASA em 12 de março de 2016. (NASA, 2024) .	30
Figura 9 – Sonda da missão IMP-8 (Explorer 50) (NASA, s.d.)	31
Figura 10 – Conceito artístico da sonda da missão ISSE-3 (NASA, s.d.)	32
Figura 11 – Conceito artístico da sonda SOHO, uma missão conjunta da ESA e da NASA (NASA, (s.d.))	32
Figura 12 – Conceito artístico da sonda da missão ACE (NASA, (s.d.))	33
Figura 13 – Conceito artístico da sonda da missão STEREO (NASA, (s.d.))	33
Figura 14 – Conceito artístico da sonda da missão DSCOVR (NASA, (s.d.))	34
Figura 15 – Conceito artístico da sonda PARKER (NASA, (s.d.))	34
Figura 16 – Conceito artístico da sonda da missão <i>Solar Orbiter</i> (NASA, (s.d.)) . .	35
Figura 17 – Conceito artístico da sonda SWFO-L1 (NASA, (s.d.))	35
Figura 18 – <i>Patch</i> da missao Vigil	37
Figura 19 – Representação da Anomalia Verdadeira como ângulo entre o vetor de excentricidade e e o vetor de posição r (CURTIS, 2014)	41
Figura 20 – Ilustração do <i>lactus rectum</i> e do <i>semi-lactus rectum</i> p (CURTIS, 2014)	42

Figura 21 – Representação da órbita elíptica e dos semi-eixos (CURTIS, 2014)	43
Figura 22 – Representação da trajetória parabólica no foco F (CURTIS, 2014)	44
Figura 23 – Representação da trajetória hiperbólica (CURTIS, 2014)	45
Figura 24 – Representação de várias trajetórias com diferentes excentricidades (CUR- TIS, 2014)	46
Figura 25 – Representação da transferência de Hohmann (CURTIS, 2014)	47
Figura 26 – Transferência bi-elíptica da órbita interna 1 para órbita externa 4 (CUR- TIS, 2014)	49
Figura 27 – Órbitas em que a transferência bi-elíptica é menos ou mais eficiente que a transferência de Hohmann (CURTIS, 2014)	50
Figura 28 – Esquemático transferência Fásica aplicada no posicionamento da sonda no ponto L5 (MAKI et al., 2002)	51
Figura 29 – Corpos de m_1 e m_2 com órbitas circulares entre si e uma massa adicional m (CURTIS, 2014)	55
Figura 30 – Gráfico da Equação 2.195 para os dados Terra–Lua ($\pi=0,01215$), mos- trando as três raízes reais (CURTIS, 2014)	59
Figura 31 – O movimento epicíclico (pequena elipse) e o movimento do epicentro (grande elipse). O epicentro é indicado pelo pequeno círculo vazio. A cruz denota a localização do ponto de equilíbrio L4. O caminho da par- tícula ao redor do equilíbrio é uma combinação do movimento epicíclico e do movimento do epicentro (MURRAY; DERMOTT, 2000).	62
Figura 32 – A trajetória, no referencial rotante, de uma partícula librando ao redor do ponto de equilíbrio lagrangiano L4. A trajetória é derivada da so- lução analítica do problema de estabilidade fornecida na Eq. 3.73, e o movimento é mostrado para 25 unidades de tempo (12,5 períodos orbi- tais da massa $_2$). As linhas tracejadas indicam o movimento epicíclico e o caminho do epicentro mostrado na Figura 31 (MURRAY; DERMOTT, 2000).	62
Figura 33 – Arquitetura da Missão Vigil (ESA; Vigil Team, 2023)	64
Figura 34 – Fases da Missão Vigil (ESA; Vigil Team, 2023)	65
Figura 35 – Design do instrumento PMI (ESA, 2022)	68
Figura 36 – Design do instrumento CCOR (ESA, 2022)	69
Figura 37 – <i>Layout</i> do instrumento HI (ESA, 2022)	69
Figura 38 – Instrumento PLA (ESA, 2022)	70
Figura 39 – Elementos do instrumento MAG da Vigil (ESA, 2022)	71
Figura 40 – Iterações do <i>Targeter</i> para alcançar o ponto L5.	75
Figura 41 – Saída da Terra - Injeção Direta.	77
Figura 42 – Propagação Heliocêntrica da Transferência de Injeção Direta.	79

Figura 43 – Órbita de Manutenção - <i>Tadpole (Station Keeping)</i> em torno do ponto L5.	79
Figura 44 – Sequência de Elevação de Apogeu (ARS) na vizinhança da Terra. . . .	81
Figura 45 – Janela de Boas-Vindas do STK com a seleção da funcionalidade de Criação de Cenário.	88
Figura 46 – Seleção de Objeto STK para inserção, destacando a escolha de Planet (Planeta) para o cenário.	89
Figura 47 – Caixa de diálogo Add Geometry Component para a criação do ponto Lagrange L5 (Point_SEL5	90
Figura 48 – Definição do sistema de eixos (Axes_SEL5) baseado no ponto L5 e corpos primários.	91
Figura 49 – Propriedades do Componente de Geometria montado (Syst_SEL5) a partir do ponto e eixos de referência L5.	92
Figura 50 – Configuração do vetor de deslocamento (Displacement) Sun-Probe a partir do Sol em direção ao ponto L5.	93
Figura 51 – Definição do ângulo PROBE-SUN-EARTH (Between Vectors) entre o vetor Sol-Terra e o vetor Sol-Sonda (Sun-Probe).	94
Figura 52 – Visão do Component Browser com a duplicação dos elementos Cartesianos para posição e velocidade no sistema de referência L5.	95
Figura 53 – Configuração da Projeção e Display Coordinate Frame (BBR) na janela de Gráficos 2D.	95
Figura 54 – Seleção do componente Point_SEL5 para inclusão na visualização vetorial da janela de Gráficos 3D.	96
Figura 55 – Interface de Gráficos 3D com a opção View From/To selecionada para personalização da perspectiva.	96
Figura 56 – Configuração detalhada da visualização View From/To focada no ponto Lagrange L5.	97
Figura 57 – Caixa de diálogo Insert STK Objects para a inserção padrão de um objeto Satellite (Satélite).	97
Figura 58 – Estrutura sequencial dos segmentos na Target Sequence para a trajetória de injeção direta em L5.	98
Figura 59 – Configurações do segmento de manobra (Maneuver) injection no Mission Control Sequence (MCS).	99
Figura 60 – Seleção do User Calculation Object para a condição de parada no segmento Prop to 30 deg.	100
Figura 61 – Disposição sequencial dos Profiles de correção (Differential Corrector) e controle de segmentos na Target Sequence Target L5.	101
Figura 62 – Estrutura dos segmentos para a Target Sequence de manutenção orbital Stay at L5.	102

Figura 63 – Disposição sequencial dos Profiles Zero Velocity e Zero Position na Target Sequence Stay at L5.	103
Figura 65 – Janelas de notificação indicando a convergência dos Differential Correctors e o atendimento das restrições.	103
Figura 64 – Visualização da trajetória convergida na janela 3D, evidenciando as iterações do método Targeting.	104
Figura 66 – Disposição final das janelas gráficas (2D e 3D) após a execução da sequência nominal com a trajetória convergida.	104
Figura 67 – Configurações dos Elementos Keplerianos para o Initial State do satélite em GTO (Geosynchronous Transfer Orbit).	105
Figura 68 – Sequência de segmentos ARM (Apogee Raising Maneuver) e Coast para a elevação progressiva do apogeu.	106
Figura 69 – Configuração do Differential Correcto Alvo C3, utilizando as manobras ARM e injection para atingir a energia C3 desejada.	107

Lista de tabelas

Tabela 1 – Histórico de Missões para Monitoramento do Clima Espacial	36
Tabela 2 – Objetivos Principais das Missões de Monitoramento do Clima Espacial	36
Tabela 3 – Objetivos da missão Vigil (ESA, 2022)	38
Tabela 4 – Valores de ΔV , consumo de propelente e durações para a trajetória de injeção direta.	78
Tabela 5 – Valores de ΔV , consumo de propelente e durações para a trajetória com elevação de apogeu.	80
Tabela 6 – Comparação dos valores de Delta V e tempo de operação entre as duas estratégias	81

Lista de abreviaturas e siglas

CR3BP	<i>Circular Restricted Three-Body Problem</i> - Problema Circular Restrito de Três Corpos SEL5
SEL5	<i>Sun-Earth Lagrange Point 5</i> - Sol-Terra Ponto 5 de Lagrange
LEOP	<i>Launch and Early Orbit Phase</i> - Lançamento e Órbita Inicial
ARM	<i>Apogeu Rising Manuever</i> - Manobra de Elevação de Apogeu
ARS	<i>Apogeu Rising Sequence</i> - Sequência de Elevação de Apogeu
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i> - Administração Nacional de Aeronáutica e Espaço
ESA	<i>European Space Agency</i> - Agência Espacial Europeia
NOAA	<i>National Environmental Satellite, Data, and Information Service</i> - Serviço Nacional de Satélite Ambiental, Dados e Informações
GPS	<i>Global Positioning System</i> - Sistema de Posicionamento Global
SIR	<i>Stream Interaction Region</i> - Região de interação corrotantes
CME	<i>Coronal Mass Injection</i> - Ejeção de massa coronal
SDO	<i>Solar Dynamics Observatory</i> - Observatório de Dinâmica Solar
IMF	<i>Interplanetary Magnetic Field</i> - Campo Magnético Interplanetário
PMI	<i>Photospheric Magnetic Field Imager</i> - Imageador do Campo Magnético da Fotosfera
PHI	<i>Polarimetric and Helioseismic Imager</i> - Imageador Polarimétrico e Heliossísmico
MPS	<i>Max Planck Max Institute for Solar System Research</i> - Instituto Max Planck de Pesquisa do Sistema Solar
NRL	<i>U.S. Naval Research Laboratory</i> - U.S. laboratório de Pesquisa Naval
HI	<i>Heliospheric Imager</i> - Imageador Heliosférico
PLA	<i>Plasma Analyser</i> - Analisador de Plasma
IPA	<i>Improved Plasma Analyser</i> - Analisador de Plasma Melhorado

MAG	<i>Magnetometer</i> - Magnetômetro
ESTRACK	<i>European Space Tracking</i> - Rede Europeia de Rastreamento de Satélites
STK	<i>Systems Tool Kit</i>
TCC	Trabalho de conclusão de curso
UNB	Universidade de Brasília

Lista de símbolos

F	Força gravitacional entre duas massas
G	Constante da gravitação universal
m_n	Massa do corpo n
$r_{12}^{\vec{}}$	Distância entre a m_1 e m_2
r	Módulo da distância
μ	Parâmetro gravitacional
T	Período de órbita do planeta
a	Semieixo maior
h	Momento angular
e	Excentricidade
θ	Anomalia verdadeira
p	Parâmetro <i>semilatus rectum</i>
v	Velocidade
b	Semieixo menor
ε	Energia específica
r_a	Raio da apoapse
r_p	Raio da periapse
v_{esc}	Velocidade de escape
v_{∞}	Velocidade de excesso hiperbólica
C_3	Energia Característica
R	Raio da órbita do planeta em torno do Sol
Δv_{total}	Velocidade total
Δv_B	Velocidade no Apoapse

Δv_A	Velocidade no Periapse
a_t	Semieixo maior da órbita de transferência
r_1	Raio da órbita 1
r_2	Raio da órbita 2
ε_t	Energia da órbita de transferência
v_c	Velocidade da órbita circular
α	Relação entre o raio das órbitas C e A
β	Relação entre o raio das órbitas B e A
$\ddot{\vec{r}}$	Aceleração
$\vec{r}_m$	Vetor posição do corpo m
$\vec{r}_M$	Vetor posição do corpo M
$\vec{\Omega}$	Velocidade angular da órbita
$\vec{a}_G$	Aceleração da origem do referencial não inercial
v_{rel}	Velocidade calculada no sistema de coordenadas móvel
$\vec{a}_{rel}$	Aceleração relativa
ξ	Variável auxiliar
u	Distância relativa a massa do corpo 2 em Unidade Astronômica
UA	Unidade Astronômica
R	Uma unidade da Unidade Astronômica
U	Potencial efetivo

Sumário

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Introdução	20
1.2	Objetivos Gerais	22
1.3	Objetivos Específicos	22
1.4	Motivação	23
1.5	Justificativa	23
1.6	Organização do trabalho	24
2	MONITORAMENTO DO CLIMA ESPACIAL	25
2.1	Clima espacial	25
2.2	Histórico de missões	31
2.3	A missão Vigil	37
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	39
3.1	Mecânica Orbital	39
3.1.1	Gravitação de Newton e Equações do Movimento	39
3.1.2	Leis de Kepler	40
3.1.3	Órbitas	40
3.1.4	Manobras Orbitais	46
3.2	Problema de N corpos	51
3.2.1	Problema de Dois Corpos	52
3.2.2	Problema Restrito de Três Corpos	53
3.3	Pontos de Lagrange	57
3.3.1	Órbitas <i>tadpole</i> no ponto L5	61
4	ARQUITETURA DA MISSÃO VIGIL	64
4.1	Sensores e componentes da Missão Vigil	68
5	METODOLOGIA	72
6	APLICAÇÃO	74
7	RESULTADOS	77
7.1	Análise dos resultados das Estratégias de Transferência	77
7.1.1	Trajetória de Injeção Direta	77
7.1.2	Trajetória com Elevação de Apogeu (ARS)	79
7.2	Comparação dos Cenários	81

8	COMENTÁRIOS FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	83
8.1	Conclusão	83
	REFERÊNCIAS	85
A	APÊNDICE A - TUTORIAL STK: SIMULAÇÃO DA MISSÃO VI- GIL ATÉ SEL5)	88
A.1	Configurações iniciais (para os dois cenários - injeção direta e ele- vação de apogeu)	88
A.2	Configurar trajetória com Injeção Direta	98
A.3	Configurar trajetória com elevação de apogeu	105

1 Introdução

1.1 Introdução

Atualmente, o monitoramento do clima espacial tornou-se essencial para a sociedade. A dependência crescente de satélites, redes de comunicação, sistemas de navegação e infraestrutura elétrica torna esses setores vulneráveis às condições dinâmicas do ambiente heliosférico. Eventos como ejeções de massa coronal, tempestades geomagnéticas e variações abruptas no vento solar podem produzir impactos significativos, afetando diretamente a operação de satélites, redes de energia, sistemas de posicionamento e até mesmo missões espaciais tripuladas. Assim, compreender e antecipar tais fenômenos é fundamental para reduzir danos e proteger os sistemas tecnológicos que regem e sustentam a vida dos seres humanos na Terra.

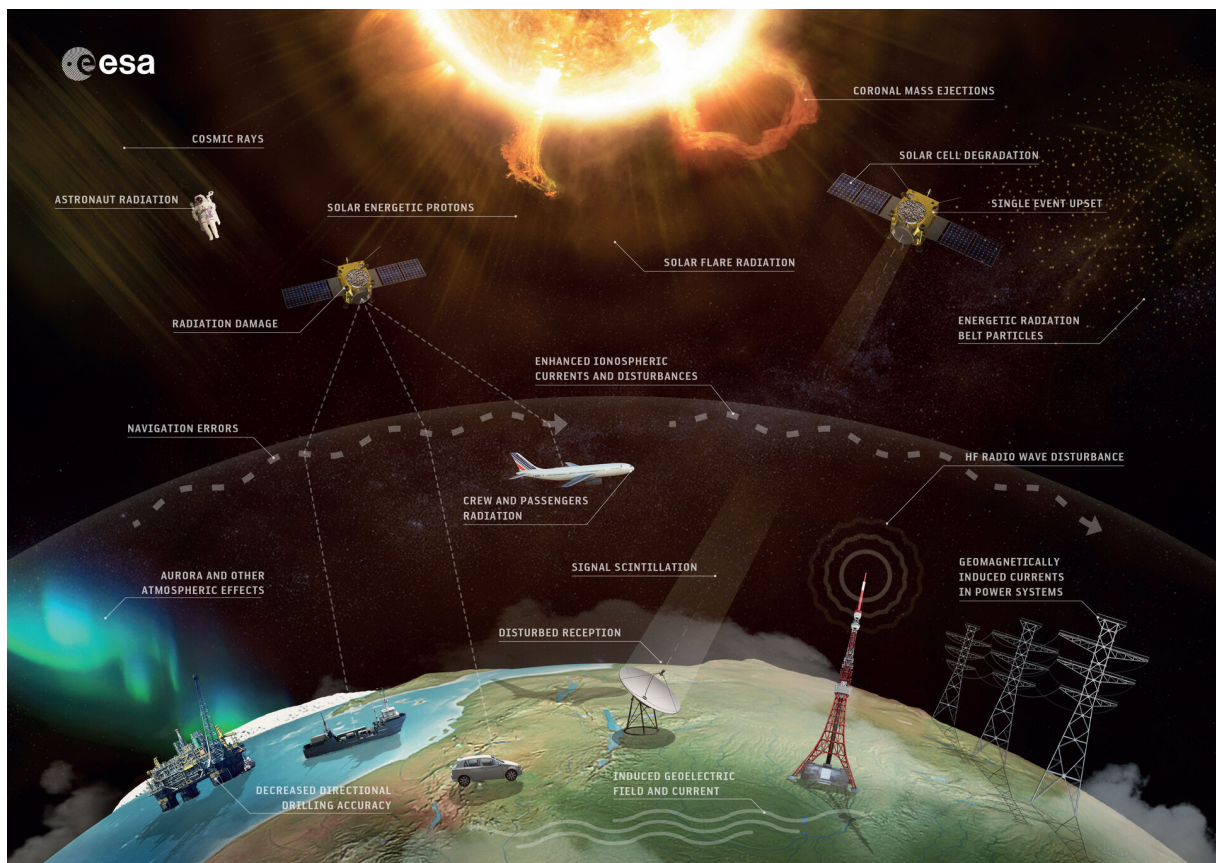


Figura 1 – Pilares da influência do clima espacial em tecnologias terrestres e espaciais (ESA, (s.d.)b)

Neste contexto, a Missão Vigil, proposta pela Agência Espacial Europeia (ESA),

destaca-se por adotar uma estratégia inovadora: posicionar uma sonda no ponto de Lagrange L5 do sistema Terra-Sol. Esse ponto se encontra aproximadamente 60° atrás da Terra em sua órbita ao redor do Sol e permite a observação de regiões solares antes que fiquem visíveis da Terra. Tal perspectiva possibilita alertas com até cinco dias de antecedência, fornecendo uma janela temporal valiosa para ações preventivas (([ESA, 2022](#)), ([eoPortal Directory, 2024](#)))

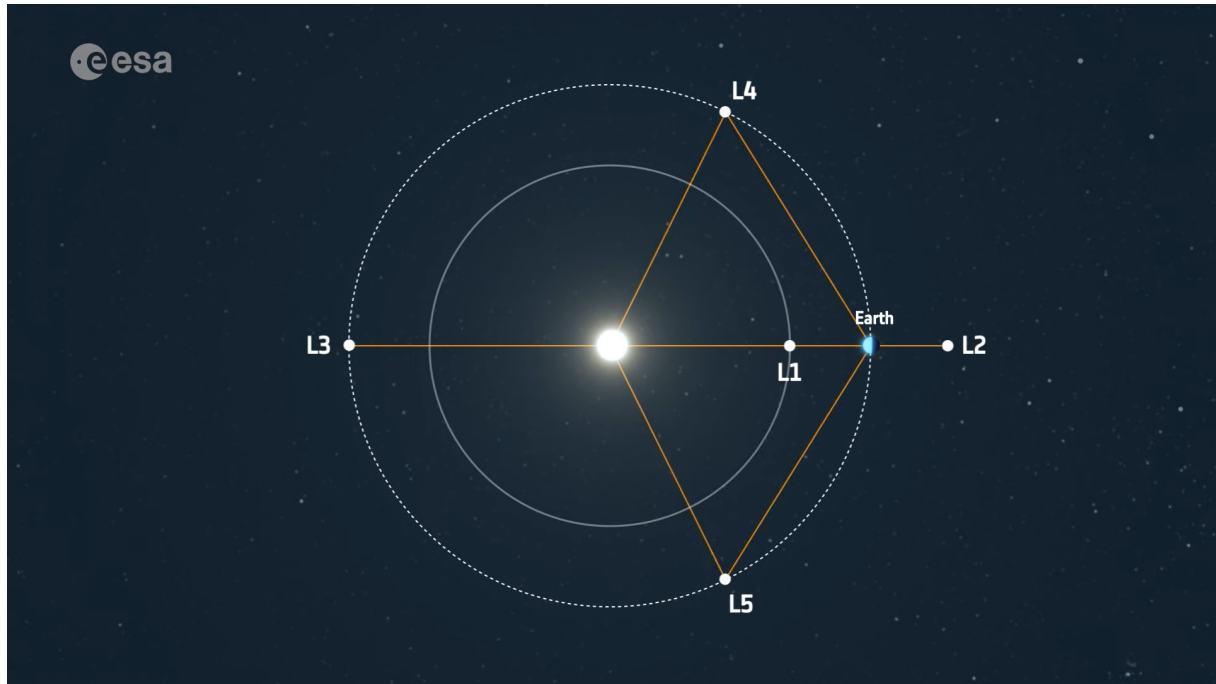


Figura 2 – Ilustração - Pontos de Lagrange (Sistema Terra-Sol) ([ESA, s.d.](#))

A escolha do ponto L5 pela ESA não é por acaso. Ele está associado a configurações de estabilidade dinâmica descritas pelo Problema Restrito de Três Corpos. Esse equilíbrio proporciona à sonda um ambiente orbital de variações suaves, facilitando a manutenção de sua posição relativa por longos períodos. Contudo, para alcançar essa região, a missão deve seguir uma trajetória cuidadosamente projetada, envolvendo manobras precisas, ajustes orbitais sucessivos e análise contínua das perturbações ao longo do trajeto. Esses elementos tornam o estudo da navegação até L5 não apenas relevante, mas também indispensável. Ele determina a viabilidade energética, temporal e operacional da missão.

O presente estudo visa combinar fundamentos teóricos da mecânica celeste com simulações no software *Systems Tool Kit* e em seu módulo *Astrogator*. A metodologia envolve etapas como a construção de sistemas de referência específicos e rotinas de correção diferencial, manobras de injeção heliocêntrica e propagação orbital de longo alcance. Com isso, busca-se compreender em profundidade as diferentes estratégias de transferência que estão sendo consideradas pela ESA, bem como seus custos energéticos e suas implicações

operacionais.

Neste contexto, o estudo não se limita apenas à reprodução das trajetórias, ele também visa analisar o comportamento dinâmico da sonda na vizinhança do ponto L5 e compara dois métodos distintos de chegada: a injeção direta e a sequência de elevação de apogeu. Cada abordagem apresenta vantagens e limitações. Essa comparação fornece bases sólidas para avaliar a eficiência e a viabilidade das estratégias possíveis, contribuindo para o planejamento preliminar de missões reais destinadas ao monitoramento do clima espacial.

1.2 Objetivos Gerais

A Missão Vigil tem como objetivo o monitoramento dos fenômenos Solares de uma perspectiva inédita: posicionada no ponto lagrangeano L5 (ESA, (s.d.)a). Busca-se entender como essa posição estratégica pode contribuir para o aprimoramento da previsão de eventos de clima espacial, especialmente a detecção antecipada de ejeções de massa coronal (CMEs) e outros fenômenos solares que impactam diretamente sistemas tecnológicos na Terra.

O objetivo geral deste trabalho é modelar e avaliar trajetórias orbitais para o posicionamento de uma sonda no ponto de Lagrange L5 do sistema Sol–Terra, conforme previsto na Missão *Vigil* da ESA (ESA, (s.d.)). Para isso, neste trabalho será utilizado o software *Systems Tool Kit* (STK) como ferramenta principal de modelagem e simulação, implementando um sistema de referência vetorial próprio para L5 (AGI, 2019) realizando comparações entre diferentes estratégias de transferência orbital, incluindo a injeção direta e a elevação de apogeu. O objetivo central consiste em determinar a eficiência, o custo propulsivo e a viabilidade dessas trajetórias para apoiar o planejamento preliminar da missão.

1.3 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são os seguintes:

- Estudar os requisitos da Missão de monitoramento do clima espacial "Vigil", da ESA, com lançamento previsto para 2031 e posicionamento no ponto L5.
- Estudar a dinâmica orbital no ponto de Lagrange L5, considerando os efeitos gravitacionais e perturbações relevantes.
- Analisar os benefícios da posição em L5 para a detecção precoce de eventos solares em comparação com missões situadas em L1 e L2.

- Simular e comparar diferentes estratégias de transferência orbital até o ponto L5, com ênfase nas abordagens de injeção direta e elevação de apogeu.
- Avaliar a viabilidade propulsiva das trajetórias simuladas, considerando o consumo total de combustível, a influência das manobras no desempenho da missão e os *trade-offs* entre custo energético e tempo de transferência.
- Analisar o comportamento dinâmico da sonda na vizinhança do ponto L5, considerando perturbações relevantes e estimando necessidades iniciais de *station keeping*.

1.4 Motivação

O clima espacial tem impacto direto no Planeta Terra: fenômenos solares, como CMEs e tempestades geomagnéticas, podem afetar redes elétricas, sistemas de comunicação, navegação GPS, satélites e até infraestrutura aeronáutica (HAPGOOD, 2011). A missão Vigil surge como uma resposta para monitoramento desse problema, oferecendo uma perspectiva inédita a partir do ponto L5, capaz de fornecer alertas com até cinco dias de antecedência (ESA, (s.d.)a).

A motivação deste trabalho é explorar o planejamento de trajetórias espaciais que são necessárias para posicionar a sonda de uma missão como essa, em uma posição inédita, como o ponto de Lagrange L5.

Além da relevância prática, este estudo busca contribuir para o aprofundamento acadêmico na área de mecânica orbital, especialmente no problema de três corpos restrito e ao uso de pontos de equilíbrio gravitacional, como os de Lagrange, como destinos orbitais. Além disso, a missão Vigil foi escolhida como objeto de análise por sua importância estratégica no avanço do monitoramento do clima espacial e por representar um marco na mecânica orbital, com o uso do ponto L5 para fins operacionais.

1.5 Justificativa

O avanço tecnológico no monitoramento do clima espacial é uma necessidade crescente, pois cada vez mais aumenta-se a dependência global de tecnologias, que são sensíveis a fenômenos Solares.

Atualmente, a maioria dos satélites de observação solar e monitoramento do clima espacial está posicionada em L1, oferecendo uma visão limitada da atividade solar que se aproxima da Terra. O diferencial da Missão Vigil, operando em L5, está na capacidade de monitorar regiões do Sol, de uma "perspectiva lateral", que ainda não estão visíveis da Terra, permitindo detecção antecipada de eventos críticos (ESA, (s.d.)a).

A justificativa desse trabalho se dá pela sua relevância tanto científica quanto tecnológica, contribuindo para o estudo de missões futuras e em planejamento.

1.6 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 aborda uma visão geral dos conceitos de clima espacial, além do histórico das principais missões relacionadas e um detalhamento maior sobre a missão ESA Vigil; o Capítulo 3 apresenta os conceitos fundamentais de mecânica orbital, problema restrito de três corpos, pontos de Lagrange, manobras orbitais e dinâmica associada ao ponto L5, para o melhor entendimento do tema; o Capítulo 4 descreve parâmetros da arquitetura da missão Vigil, e uma descrição sobre os sensores e componentes que serão utilizados na missão. O Capítulo 5 descreve em linhas gerais a metodologia de construção das simulações; o Capítulo 6 descreve de maneira mais detalhada a aplicação da metodologia; O Capítulo 7 demonstra os resultados obtidos através das simulações e a interpretação desses resultados; o Capítulo 8 apresenta as considerações finais do trabalho, o que pode-se concluir a partir dos resultados obtidos e comentários sobre possíveis futuros trabalhos nesta área de estudo.

2 Monitoramento do clima espacial

2.1 Clima espacial

A Terra, como parte do sistema solar, está sujeita não apenas às variações do clima terrestre, mas também ao impacto do clima espacial, que é influenciado diretamente pela atividade do Sol. Eventos como erupções solares, ejeções de massa coronal (CMEs) e vento solar podem interagir com o campo magnético terrestre e causar perturbações que afetam infraestruturas tecnológicas essenciais. De acordo com [Hapgood \(2011\)](#), redes de telecomunicações, sistemas de navegação, satélites e até a distribuição de energia podem sofrer interferências ou falhas devido a tempestades solares intensas, tornando fundamental o monitoramento constante desses fenômenos.

O vento solar é um dos principais agentes do clima espacial. Ele é formado por partículas ionizadas de alta energia emitidas pela coroa solar e, em alguns casos, pode ser intensificado pelas ejeções de massa coronal, resultando em tempestades geomagnéticas que afetam a magnetosfera da Terra ([MEYER-VERNET, 2007](#)). Para minimizar os impactos dessas perturbações, o monitoramento do clima espacial é indispensável.

Principais fenômenos Solares

O campo magnético do Sol, gerado por processos de dínamo no interior da estrela, é a força motriz da atividade solar. Ele segue um ciclo de aproximadamente 11 anos, caracterizado por variações na quantidade de manchas solares, explosões e ejeções de massa coronal ([USOSKIN, 2023](#)). Durante o ciclo solar, ocorrem períodos de máximo e mínimo de atividade, afetando o ambiente espacial e, potencialmente, o clima terrestre.

Além disso, [Usoskin \(2023\)](#) acrescenta que mínimos solares históricos, como o Mínimo de Maunder (1645-1715), estiveram associados a períodos de resfriamento global, sugerindo uma relação entre a atividade solar e o clima da Terra. Outros mínimos, como os de Spörer e Dalton, também registraram impactos climáticos.

A atividade solar se manifesta em diversos fenômenos que impactam diretamente o espaço interplanetário e a Terra, sendo os principais:

- **Manchas solares:** Regiões de intensa concentração magnética na fotosfera, com temperaturas mais baixas que a região ao redor. Elas seguem o ciclo solar e são indicadores da atividade magnética da estrela ([SOLANKI, 2003](#)).

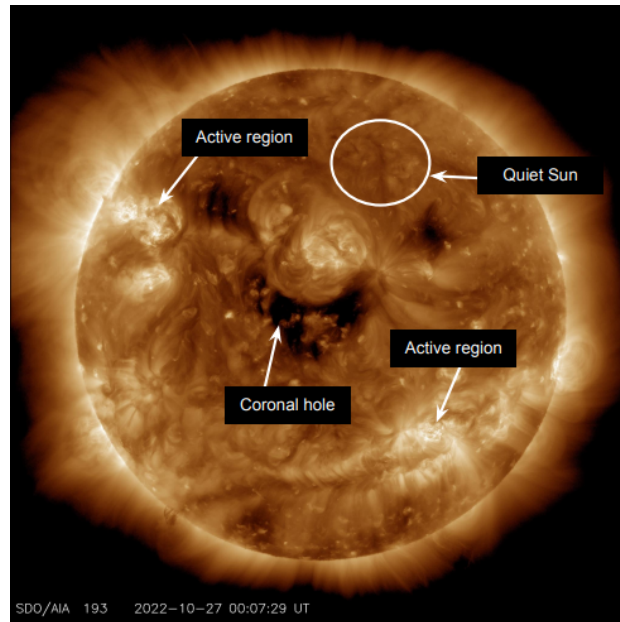


Figura 3 – Manchas Solares: Imagem do Sol no comprimento de onda 193 Angstrom (19,3 nm, ultravioleta extremo) tirada do *Solar Dynamics Observatory* (SDO) da NASA. As regiões brilhantes da imagem correspondem às regiões ativas e as regiões escuras correspondem a buracos coronais ([NASA/Goddard Space Flight Center, 2022](#))

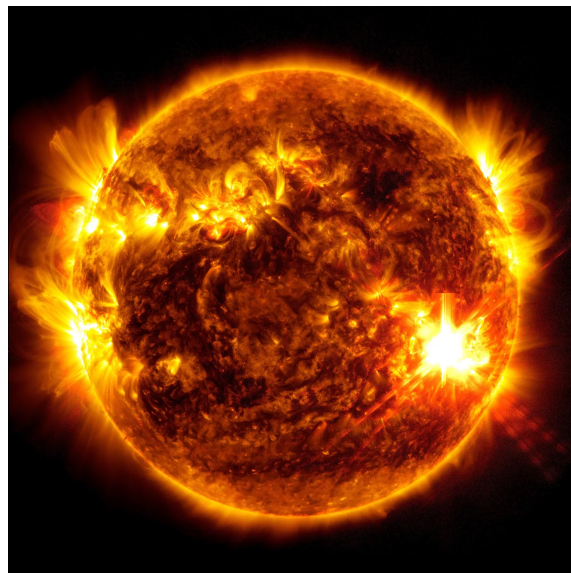


Figura 4 – Erupção Solar: Imagem de uma erupção solar classe X5.8 capturada pelo Observatório de Dinâmica Solar (SDO) em 10 de maio de 2024. A imagem mostra um subconjunto de luz ultravioleta extrema que destaca o material extremamente quente presente nas erupções solares ([NASA, 2024](#))

- **Erupções solares:** Liberam grandes quantidades de energia na forma de radiação eletromagnética, podendo afetar sistemas de comunicação e redes elétricas na Terra (SOLANKI, 2003).
- **Ejeções de massa coronal (CME):** Segundo Meyer-Vernet (2007), as CMEs são erupções violentas de plasma e campo magnético da coroa solar para o espaço interplanetário. Essas ejeções podem conter até $10^{12} - 10^{13} kg$ de matéria e viajar a velocidades superiores a 1000 km/s, atingindo a Terra em poucos dias. As CMEs são uma das principais causas de tempestades geomagnéticas severas, especialmente quando o campo magnético associado à CME está orientado para o sul.

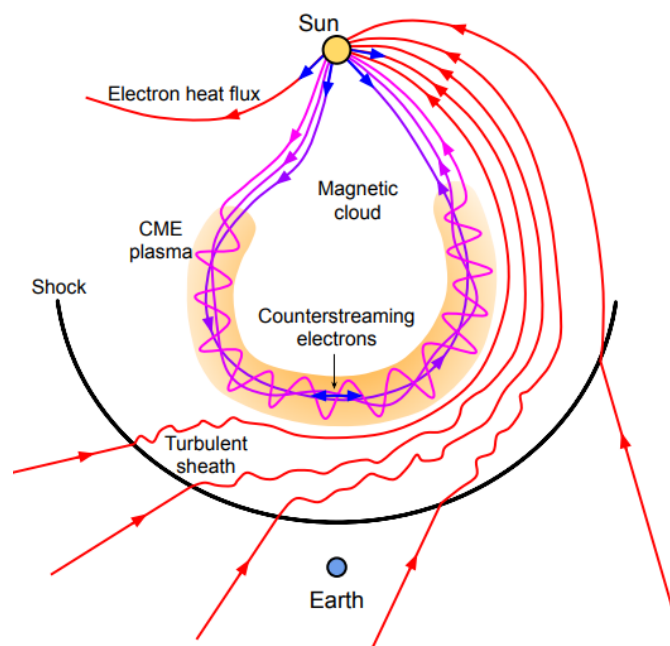


Figura 5 – Diagrama da estrutura da CME (ZURBUCHEN, 2006)

A detecção remota de Ejeções de Massa Coronal (CMEs) depende primariamente do espalhamento Thomson: quando uma onda eletromagnética incide sobre um elétron, o campo elétrico da onda força o elétron a oscilar, assim constitui-se um dipolo clássico (uma carga em movimento), ele passa a irradiar energia em todas as direções. Esse processo é mais eficiente quando o ponto de observação é perpendicular à direção de propagação da CME. Devido a essa geometria ideal, o ponto de Lagrange L5 (posicionado a 60° atrás da Terra em sua órbita) oferece uma vista lateral (*side-view*) única e privilegiada.

Segundo Maki et al. (2002), essa posição permite o monitoramento contínuo das CMEs desde sua ejeção solar até as proximidades da órbita terrestre (Figura 6, permitindo aos instrumentos a bordo, como câmeras de grande campo, rastrear

toda a linha Sol-Terra, mesmo com a extrema atenuação do brilho (que pode ser 10^{15} vezes mais fraco que o brilho solar).

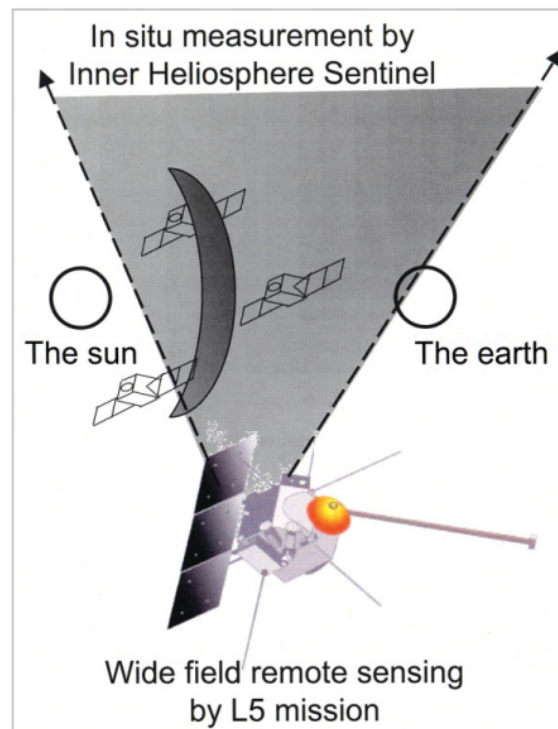


Figura 6 – Mapeamento do espaço Sol-Terra combinando dados de medições remotas e in-situ (MAKI et al., 2002)

Enquanto o monitoramento em L1 oferece hoje cerca de uma hora de aviso, a capacidade de rastrear a evolução estrutural da CME a partir de L5 transforma este ponto em um recurso estratégico, garantindo uma análise detalhada da propagação e oferecendo um alerta com maior margem de segurança.

- **Região de interação corrotantes (SIR):** Regiões de compressão causadas por vento solar rápido alcançando vento mais lento à sua frente ([MEYER-VERNET, 2007](#)).

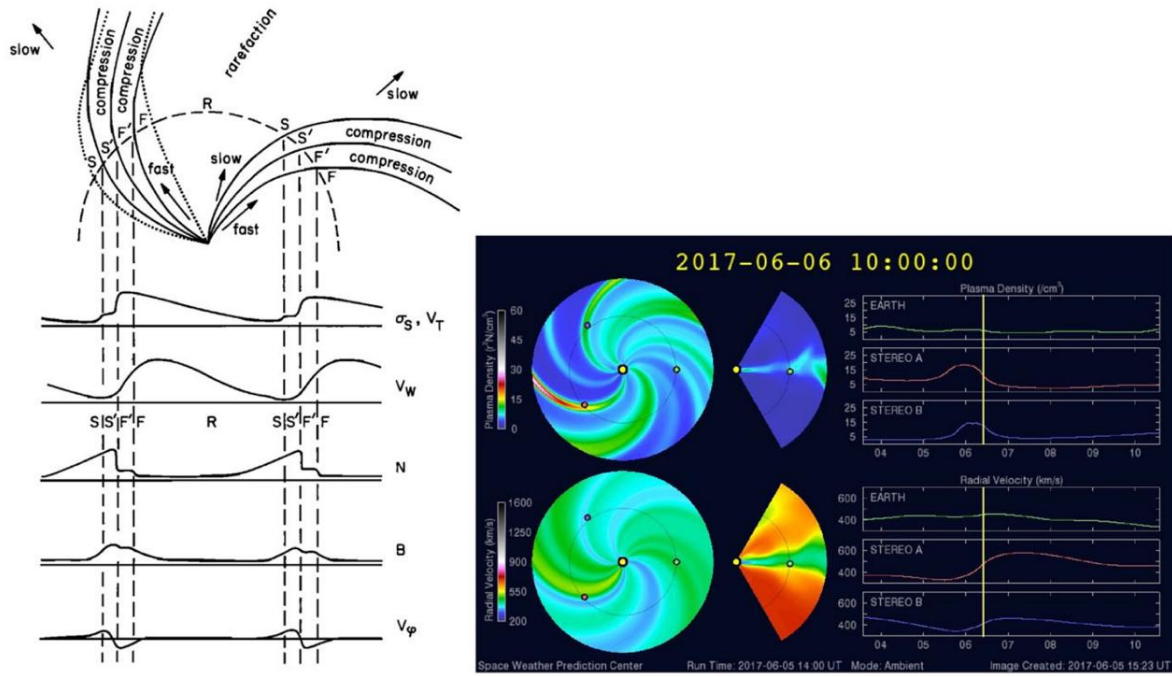


Figura 7 – Esquema de dois fluxos de alta velocidade corrotando com o Sol e as variações associadas em diversos parâmetros do plasma. ([RICHARDSON, 2018](#))

Impactos da Atividade Solar na Terra

O clima espacial pode ter impactos significativos na Terra, especialmente em sistemas tecnológicos. Segundo [Hapgood \(2011\)](#), a interação das partículas solares e da radiação emitida pelo Sol com o campo magnético terrestre e a atmosfera pode causar diversos efeitos, tais como:

- **Tempestades geomagnéticas:** Resultam da interação do vento solar com a magnetosfera terrestre, podendo causar apagões, interrupções em sistemas de comunicação e danos a satélites.
- **Auroras polares:** Fenômenos luminosos resultantes da interação de partículas solares com os gases da atmosfera.
- **Interferências em comunicações e sistemas de navegação:** Alterações na ionosfera podem causar degradação de sinais de rádio e GPS.
- **Danos a satélites:** O aumento da densidade atmosférica em decorrência do aquecimento da termosfera pode resultar em maior arrasto sobre satélites de órbita baixa, levando à sua reentrada prematura.

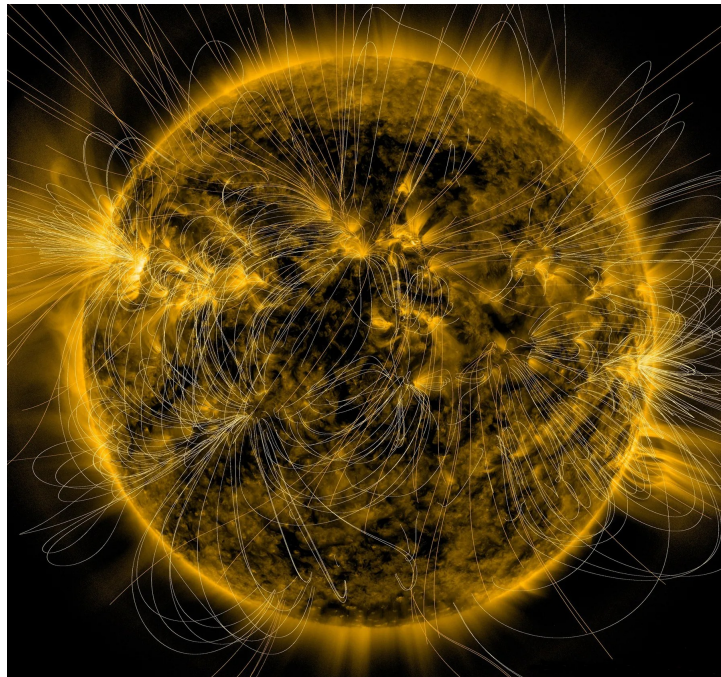


Figura 8 – Uma representação dos campos magnéticos do Sol é sobreposta a uma imagem do Sol capturada em luz ultravioleta extrema pelo Observatório de Dinâmica Solar da NASA em 12 de março de 2016. ([NASA, 2024](#))

Casos históricos, como o apagão de Quebec em 1989, demonstram o potencial de danos que tempestades geomagnéticas podem causar às infraestruturas elétricas terrestres ([HAPGOOD, 2011](#)).

O prejuízo financeiro que a atividade do clima espacial na Terra, para a economia global ainda é debatido, mas estudos recentes como de [Eastwood \(2017\)](#) estimam que um evento severo de clima espacial poderia custar até 333,7 bilhões de dólares.

2.2 Histórico de missões

Como principal objetivo de aumentar o monitoramento do clima espacial e dos seus efeitos sobre a Terra, várias missões espaciais foram desenvolvidas e lançadas ao longo das últimas décadas. Os dados sobre cada missão foram extraídos diretamente dos *websites* dos órgãos responsáveis pelas missões: ([ESA, \(s.d.\)](#)), ([NASA, \(s.d.\)](#)), ([NOAA, \(s.d.\)](#)).

A missão IMP-8, representada na Figura 9, foi lançada em 1973 pela NASA com o objetivo de monitorar partículas energéticas e campos magnéticos no espaço interplanetário. Atuando até 2006, foi uma das primeiras a fornecer dados fundamentais sobre a interação entre o vento solar e a magnetosfera terrestre, servindo como base para futuras missões.

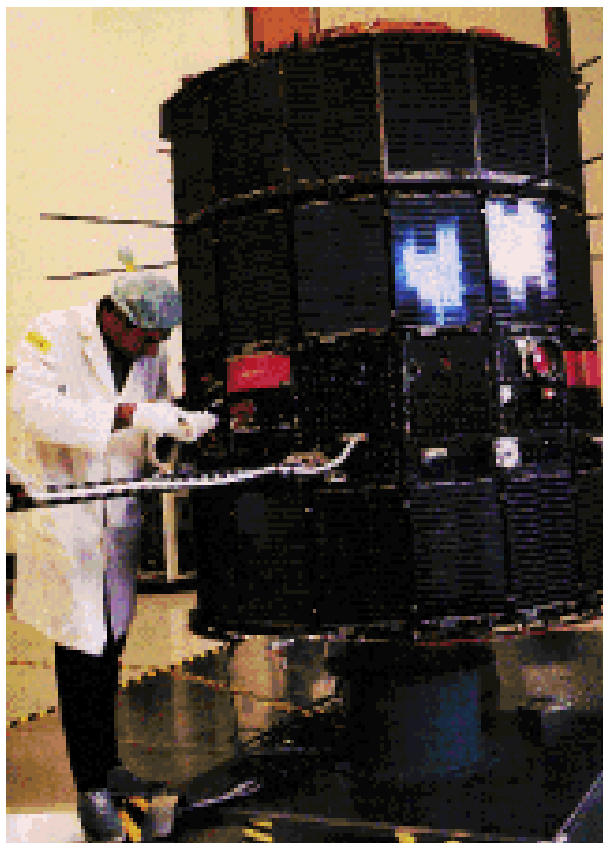


Figura 9 – Sonda da missão IMP-8 (Explorer 50) ([NASA, s.d.](#))

A ISEE-3, ilustrada na Figura 10, foi lançada em 1978 em colaboração entre a NASA e a ESA. Operando no ponto de Lagrange L1, seu foco era estudar a interação do vento solar com a magnetosfera. Sua localização estratégica e dados pioneiros serviram de base para o desenvolvimento de missões futuras como SOHO e ACE.

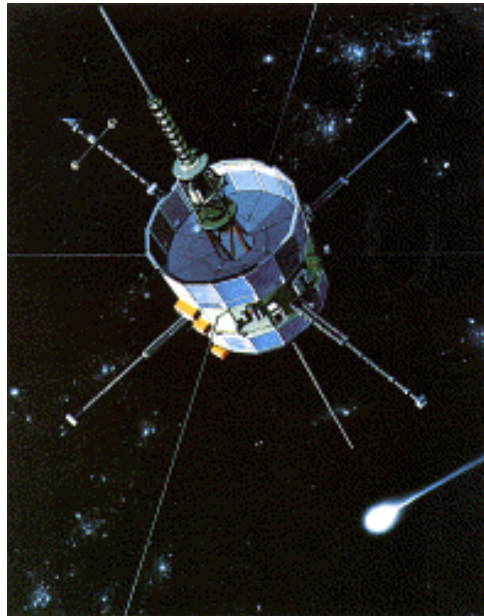


Figura 10 – Conceito artístico da sonda da missão ISSE-3 (NASA, s.d.)

A SOHO, mostrada na Figura 11, foi lançada em 1995 pela ESA em parceria com a NASA. Sua missão é monitorar continuamente o Sol, observando eventos como CMEs e ventos solares. Utilizando o ponto L1 como posição orbital, ela aproveitou os avanços de missões anteriores, como a ISEE-3.

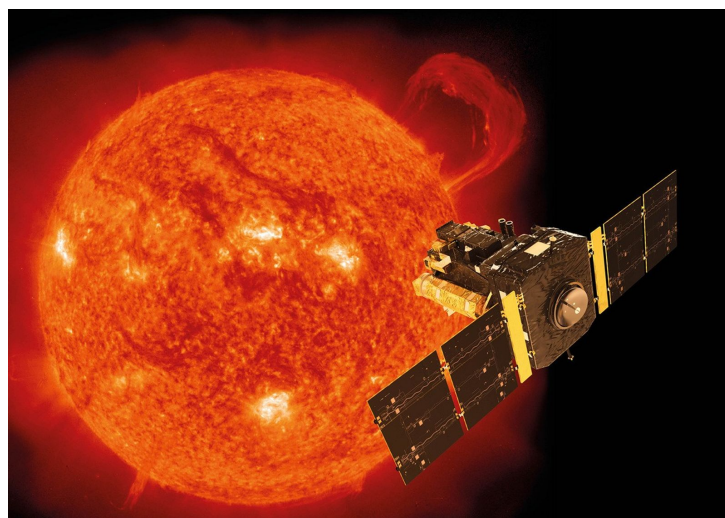


Figura 11 – Conceito artístico da sonda SOHO, uma missão conjunta da ESA e da NASA (NASA, (s.d.))

A missão ACE, representada na Figura 12, foi lançada em 1997 para medir partículas energéticas solares, interestelares e galácticas. Sua atuação contínua no ponto L1 complementa os dados fornecidos pela SOHO, reforçando a vigilância do clima espacial.



Figura 12 – Conceito artístico da sonda da missão ACE (NASA, (s.d.))

A Figura 13 ilustra a missão STEREO, lançada em 2006 com duas sondas em órbitas heliocêntricas. Seu diferencial foi a obtenção de imagens em 3D do Sol, permitindo o rastreamento das CMEs com maior profundidade. Essa missão expande as observações realizadas por SOHO e ACE.

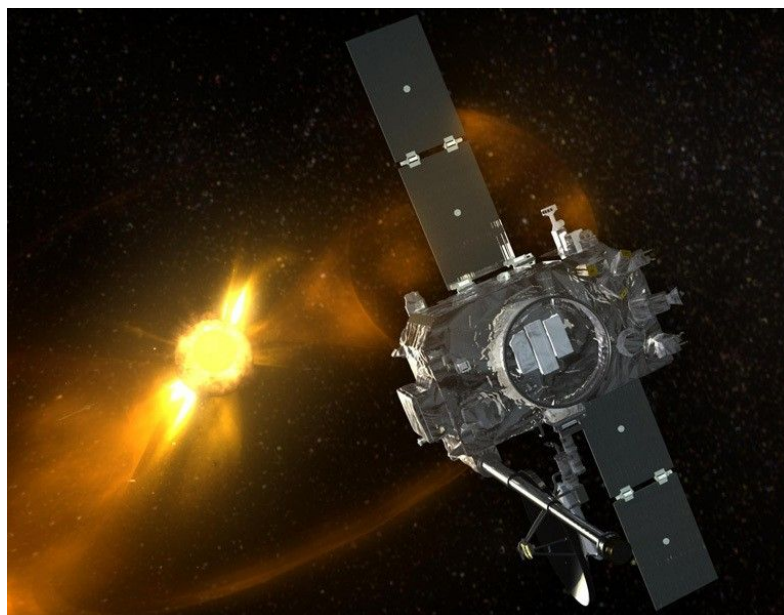


Figura 13 – Conceito artístico da sonda da missão STEREO (NASA, (s.d.))

A missão DSCOVR, apresentada na Figura 14, foi lançada em 2015 e tem como

foco o monitoramento em tempo real do vento solar e das tempestades geomagnéticas. Ela também fornece imagens da Terra, sendo uma evolução funcional de missões como ACE e SOHO.

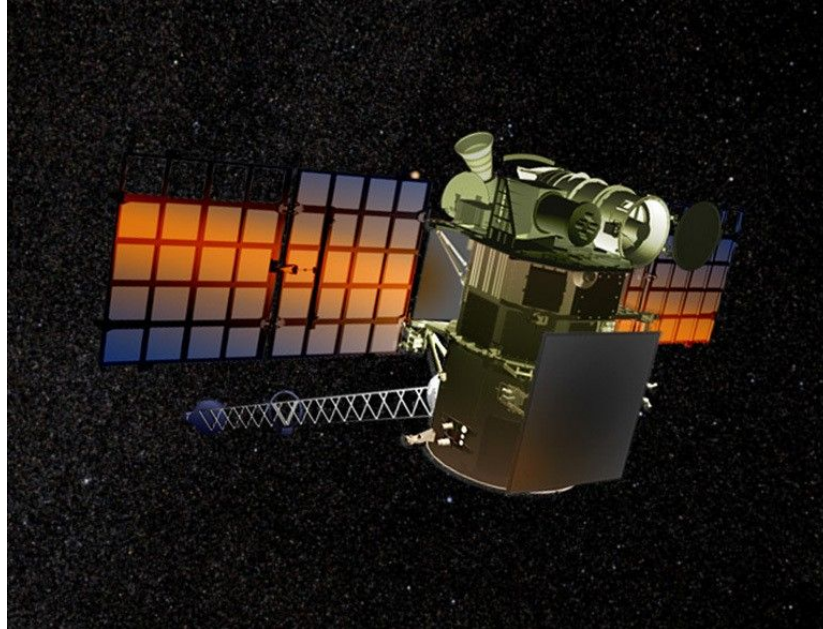


Figura 14 – Conceito artístico da sonda da missão DSCOVR (NASA, (s.d.))

A Parker Solar Probe, ilustrada na Figura 15, foi lançada em 2018 com a missão de estudar diretamente a coroa solar. Ao contrário das demais que operam no ponto L1, ela segue uma órbita elíptica ao redor do Sol, oferecendo dados únicos sobre a origem do vento solar.

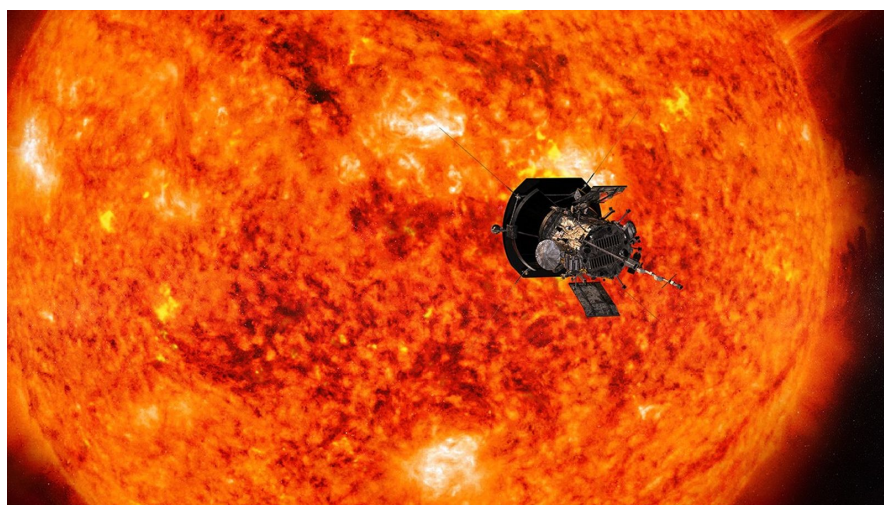


Figura 15 – Conceito artístico da sonda PARKER (NASA, (s.d.))

A Solar Orbiter, representada na Figura 16, foi lançada em 2020 para estudar as regiões polares do Sol e o ambiente heliosférico. Sua trajetória inclinada oferece perspec-

tivas complementares às da Parker Solar Probe e SOHO, aprofundando o entendimento da dinâmica solar.



Figura 16 – Conceito artístico da sonda da missão *Solar Orbiter* (NASA, (s.d.))

A missão SWFO-L1, prevista para 2025, é ilustrada na Figura 17. Ela representa a próxima geração de satélites operacionais, substituindo o DSCOVR no ponto L1 e oferecendo maior capacidade de previsão e alerta contra eventos solares extremos.

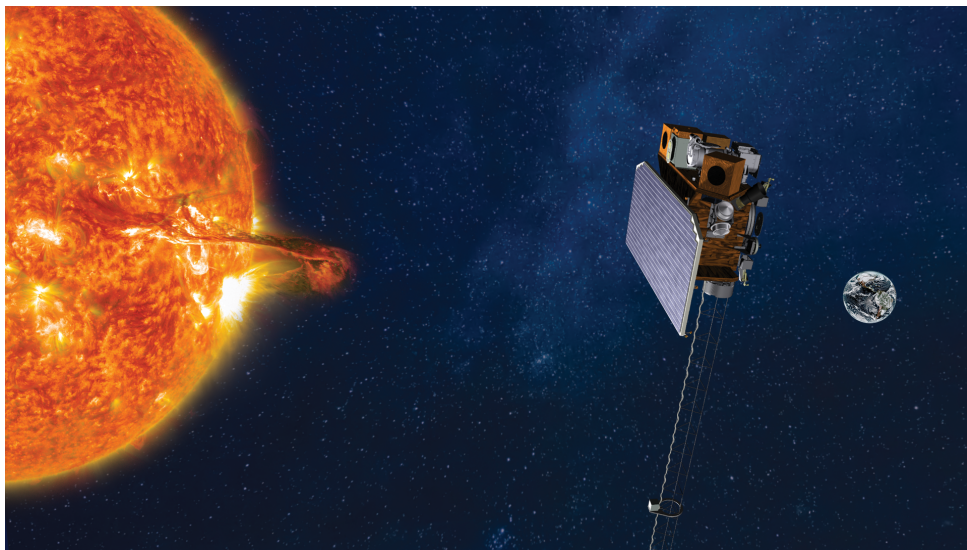


Figura 17 – Conceito artístico da sonda SWFO-L1 (NASA, (s.d.))

Abaixo, nas Tabelas 1 e 2 é possível ter uma visão geral sobre essas missões apresentadas.

Missão	Período	Órgão	Posição Orbital
IMP-8	1973 – 2006	NASA	Órbita elíptica ao redor da Terra
ISEE-3	1978 – 1997	NASA e ESA	Ponto de Lagrange L1
SOHO	1995 – presente	ESA e NASA	Ponto de Lagrange L1
ACE	1997 – presente	NASA	Ponto de Lagrange L1
STEREO	2006 – presente	NASA	Órbitas heliocêntricas: STEREO-A (Ahead): à frente da Terra. STEREO-B (Behind): atrás da Terra.
DSCOVR	2015 – presente	NOAA, NASA e USAF	Ponto de Lagrange L1
Parker Solar Probe	2018 – presente	NASA	Órbita elíptica ao redor do Sol.
Solar Orbiter	2020 – presente	ESA e NASA	Órbita elíptica ao redor do Sol.
SWFO-L1	Previsto para 2025	NOAA e NASA	Ponto de Lagrange L1
Vigil	Previsto para 2031	ESA	Ponto de Lagrange L5

Tabela 1 – Histórico de Missões para Monitoramento do Clima Espacial

Missão	Objetivo Principal
IMP-8	Monitorar partículas energéticas e campos magnéticos no espaço interplanetário, com foco no estudo da interação do vento solar com a magnetosfera terrestre.
ISEE-3	Estudar a interação do vento solar com a magnetosfera terrestre e o ambiente espacial próximo da Terra.
SOHO	Monitorar a atividade solar, como ejeções de massa coronal (CMEs) e ventos solares.
ACE	Medir partículas energéticas do Sol, do meio interestelar e galáctico.
STEREO	Fornecer imagens 3D do Sol e estudar a propagação de ejeções de massa coronal (CMEs) até a Terra.
DSCOVR	Monitoramento em tempo real do vento solar e de tempestades geomagnéticas que afetam a Terra; imagens da Terra para estudos climáticos.
Parker Solar Probe	Estudar a coroa solar e os mecanismos de aceleração do vento solar.
Solar Orbiter	Estudar de perto o Sol, suas regiões polares e o ambiente heliosférico.
SWFO-L1	Substituir e expandir as capacidades de monitoramento do DSCOVR; fornecer dados críticos para previsões operacionais do clima espacial.
Vigil	Fornecer monitoramento contínuo do Sol e suas atividades, de uma perspectiva inédita, com foco em ejeções de massa coronal (CMEs) que possam afetar a Terra.

Tabela 2 – Objetivos Principais das Missões de Monitoramento do Clima Espacial

Ao visualizar essas tabelas, é possível perceber que as missões foram evoluindo desde satélites que monitoravam partículas e campos magnéticos até sondas altamente especializadas, capazes de fornecer dados em tempo real e imagens detalhadas do Sol. Esse histórico evidencia tanto o avanço tecnológico quanto a colaboração entre agências como NASA, ESA e NOAA. Dentre essas missões, destaca-se a Vigil, prevista para 2031, que terá um papel estratégico na observação do Sol a partir do ponto de Lagrange L5, e será abordada em mais detalhes na próxima parte deste capítulo.

2.3 A missão Vigil

A missão ESA Vigil, antes denominada como "Lagrange", recebeu esse novo nome através de um concurso promovido pela ESA, e foi escolhido pelo seu significado. Em latim, "*vigilis exceptus*" significa sentinela ou guarda, enquanto "vigilia" se refere ao estado de vigília e ao ato de manter uma observação dedicada ([eoPortal Directory, 2024](#)).



Figura 18 – Patch da missão Vigil

Segundo [eoPortal Directory \(2024\)](#), esse novo nome tornou-se mais coerente com o propósito principal da missão: a observação contínua do Sol e do espaço interplanetário com foco na previsão e monitoramento do clima espacial. Para isso, a sonda será posicionada no ponto de Lagrange L5 do sistema Terra-Sol, um dos cinco pontos de equilíbrio gravitacional entre os dois corpos. O que é uma perspectiva inédita para esse tipo de monitoramento.

O ponto L5 localiza-se a aproximadamente 60° atrás da Terra em sua órbita ao redor do Sol, em uma distância de aproximadamente 1,5 milhão de quilômetros da Terra e 150 milhões de quilômetros do Sol, o que proporciona uma perspectiva única e estratégica ([eoPortal Directory, 2024](#)).

Segundo [Vourlidas \(2015\)](#), o ponto L5 do permite a observação de atividades solares com pelo menos 3 dias de antecedência em relação ao ponto de vista da Terra, além de medir as condições do vento solar 4 a 5 dias antes do impacto terrestre. Desse modo, missão será capaz de observar regiões ativas do Sol dias antes de elas se tornarem visíveis da Terra, oferecendo uma janela temporal valiosa para previsões mais longas. A sonda também poderá detectar CMEs discretas, conhecidas como "*stealth CMEs*", e eventos múltiplos que ocorrem em sequência rápida.

Diferente de outras missões que monitoram o Sol na linha direta entre Sol e Terra (como no ponto L1), a Vigil vai observar as ejeções de massa coronal (CMEs) por uma perspectiva "lateral", o que permite uma estimativa mais precisa da velocidade e direção dessas partículas. Isso é fundamental para a geração de alertas antecipados e mais confiáveis sobre tempestades solares que podem impactar sistemas de comunicação, satélites, redes elétricas e até a saúde de astronautas ([eoPortal Directory, 2024](#)). Na tabela 3 são descritos os ojetivos principais da missão Vigil de acordo com a ESA.

	Objetivos
Objetivos primários	Fornecer uma avaliação aprimorada do movimento e da densidade das CMEs, na coroa solar e na heliosfera. Fornecer observações necessárias para melhorar a detecção do início da atividade solar. Permitir a avaliação do desenvolvimento da atividade solar por meio do monitoramento de regiões ativas.
Objetivos secundários	Determinar a velocidade, densidade e temperatura de estruturas do vento solar (ex.: SIRs) que se dirigem à Terra a partir de uma perspectiva in-situ. Monitorar os componentes vetoriais do Campo Magnético Interplanetário (IMF).

Tabela 3 – Objetivos da missão Vigil ([ESA, 2022](#))

Nesse sentido, as observações a partir do ponto L5 complementarão o monitoramento do clima espacial realizado na linha Sol-Terra. A ESA está cooperando com os Estados Unidos (NOAA e NASA), que esses planeja continuar mantendo o monitoramento operacional a partir da linha Sol-Terra por meio de missões posicionadas no primeiro ponto de Lagrange (L1) e de instrumentos a bordo de satélites em órbita da Terra ([ESA, 2022](#)).

3 Fundamentação Teórica

Neste capítulo serão abordados os principais conceitos necessários para a compreensão do tema proposto neste trabalho, como uma introdução sobre mecânica orbital, o problema de N corpos, o problema de 3 corpos restrito, os pontos de Lagrange.

3.1 Mecânica Orbital

3.1.1 Gravitação de Newton e Equações do Movimento

No século XVII, Isaac Newton reuniu os trabalhos de nomes como Galileu, Kepler e Tycho Brahe e publicou, em trabalhos seguintes, a Lei da Gravitação Universal. A partir disso, Newton desenvolveu as leis do movimento e mostrou que o comportamento dos corpos no espaço podia ser previsto com base em equações matemáticas (KUGA; PRADO, 2011). Esses conceitos, aliados com as ideias de Kepler, formam a base da mecânica orbital, que será explorada neste capítulo e que é essencial para o estudo de trajetórias no espaço.

A força gravitacional entre dois corpos, de acordo com a Lei da Gravitação de Newton, é dada por:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (3.1)$$

Onde:

- $\vec{F}$ é a força gravitacional entre duas massas;
- G é a Constante Gravitacional Universal;
- m_1 e m_2 representam as massas dos corpos;
- $\hat{r}$ representa a distância entre os centros dos dois corpos.

Assim, ao combinar com a segunda lei de Newton (3.2), temos a equação do movimento relativo entre dois corpos (3.3).

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (3.2)$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \quad (3.3)$$

Onde $\mu = G(m_1 + m_2)$ é o parâmetro gravitacional (CURTIS, 2014) .

3.1.2 Leis de Kepler

O astrônomo alemão Johannes Kepler, após muitas observações, percebeu que os planetas não se moviam em círculos perfeitos, como era acreditado no século XVII. A partir disso, ele formulou três leis que descrevem com precisão o movimento dos planetas ao redor do Sol. Essas leis serviram de base para os trabalhos de Newton, citado anteriormente, e atualmente, ainda são essenciais para entender órbitas elípticas e prever posições de corpos no espaço.

- **1ª Lei (Lei das Órbitas):** A trajetória dos planetas é uma elipse com o Sol em um dos focos.
- **2ª Lei (Lei das Áreas):** A linha que liga o planeta ao Sol varre áreas iguais em tempos iguais. Ou seja, quando o planeta está se movendo no periélio (ponto mais próximo do Sol), ele se move mais rapidamente do que quando está no afélio (ponto mais distante do Sol).
- **3ª Lei (Lei dos Períodos):** Relação de proporcionalidade entre o período de órbita de um planeta e sua distância em relação ao Sol.

$$T^2 \propto a^3$$

onde T é o período orbital e a o semi-eixo maior da elipse (CURTIS, 2014).

3.1.3 Órbitas

As orbitas entre dois corpos são comumente denominadas de órbitas keplerianas, e a equação da órbita, que rege esse fenômeno, é um prova matemática da primeira lei de Kepler, pois decreve seções cônicas, incluindo elipses (CURTIS, 2014). Dentro do estudo de órbitas, existem alguns conceitos e variáveis que são importantes de serem definidas para o melhor entendimento. Para introdução desses conceitos, iniciaremos com análise da equação da órbita, que pode ser observada a seguir:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + e \cos \theta} \quad (3.4)$$

Onde:

- h é o momento angular;
- μ é o parâmetro gravitacional;

- e é a excentricidade da órbita;
- θ representa a anomalia verdadeira, o ângulo entre e e r representados na Figura 19.

A partir dessa equação, é possível perceber que a órbita representada é simétrica em relação a linha apse. A Figura 20 representa essa relação, assim como a ilustração do *latus rectum*, que é a linha que passa pelo centro de atração (perpendicular a linha de apse). O *latus rectum* é dividido em duas partes iguais pela linha de simetria, os *semi-latus rectum* de comprimento p . O parâmetro p é conhecido como parâmetro de órbita e é definido por $p = \frac{h^2}{\mu}$ (CURTIS, 2014).

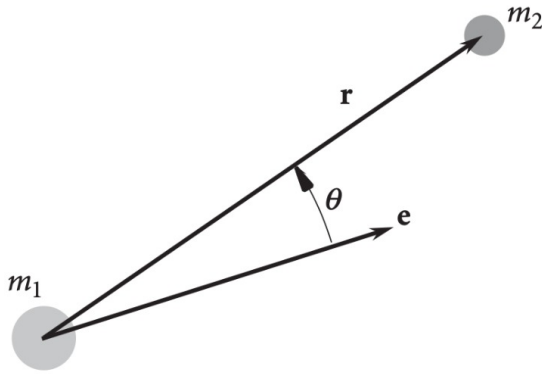


Figura 19 – Representação da Anomalia Verdadeira como ângulo entre o vetor de excentricidade e e o vetor de posição r (CURTIS, 2014)

Segundo Curtis (2014), a conservação de energia em uma órbita é dada pela equação 3.5, chamada de equação *vis-viva*, em que $\frac{v^2}{2}$ representa a energia cinética por unidade de massa, e $\frac{\mu}{r}$ representa a energia potencial por unidade de massa.

$$\frac{v^2}{2} + \frac{\mu}{r} = \varepsilon \quad (3.5)$$

Já a energia específica de uma órbita é dada por:

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} \frac{\mu}{h^2} (1 - e^2) \quad (3.6)$$

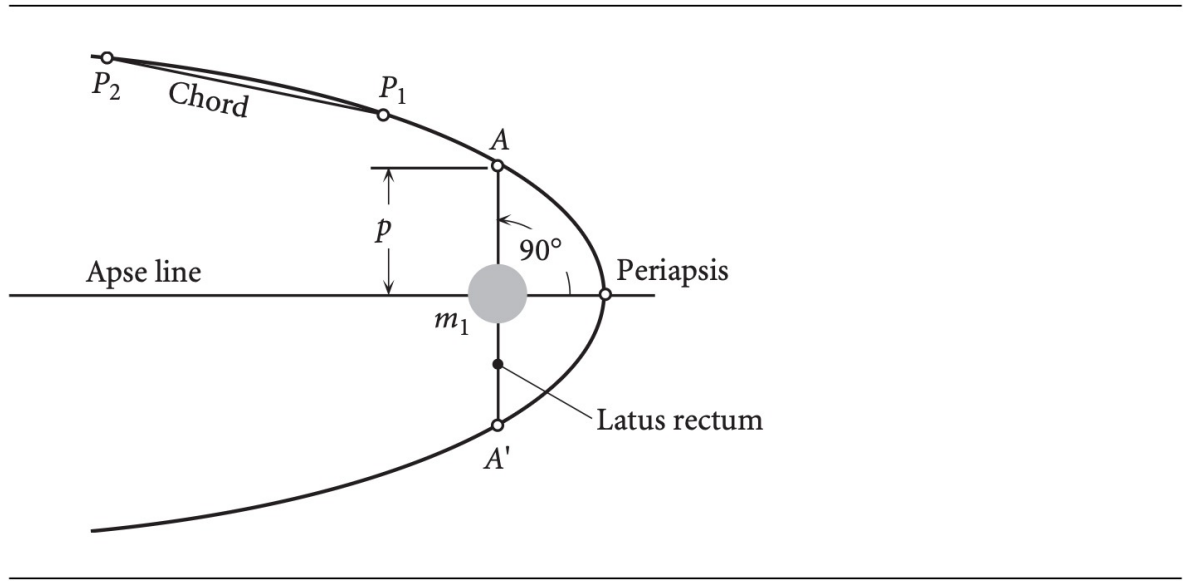


Figura 20 – Ilustração do *latus rectum* e do *semi-latus rectum* p (CURTIS, 2014)

Tipos de Órbitas

A seguir vamos classificar os tipos de órbitas baseando-se na energia específica ε e na excentricidade e :

- Órbita circular: $e = 0$, $\varepsilon < 0$

Sendo $e = 0$, e substituindo na equação 3.4, temos:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \quad (3.7)$$

O r é constante, o que significa que a órbita de m_2 ao redor de m_1 é circular (CURTIS, 2014).

A velocidade da órbita é dada por:

$$v_{\text{circular}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (3.8)$$

O período (tempo necessário para completar uma órbita) é:

$$T_{\text{circular}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} r^{\frac{3}{2}} \quad (3.9)$$

E a energia específica dessa órbita é dada por:

$$\varepsilon = -\frac{1}{2} \frac{\mu^2}{h^2} \quad (3.10)$$

- Órbita elíptica: $0 < e < 1$, $\varepsilon < 0$

Para a órbita elíptica, podemos considerar a equação 3.11 como uma forma alternativa da equação de órbita, em termos de a , o semieixo maior da elipse, ilustrado da figura 21.

$$r = a \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \theta} \quad (3.11)$$

Em que:

$$a = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 - e^2} \quad (3.12)$$

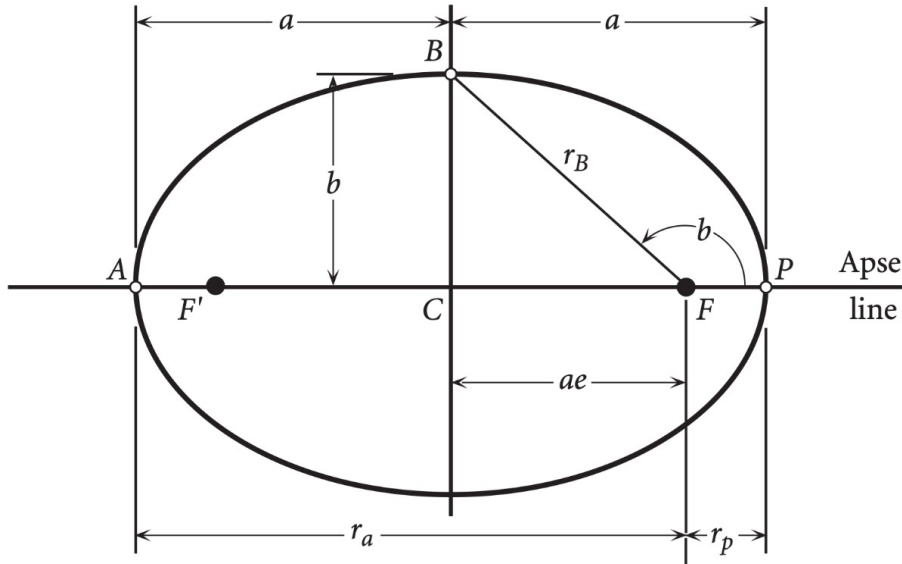


Figura 21 – Representação da órbita elíptica e dos semi-eixos (CURTIS, 2014)

A equação das coordenadas cartesianas de uma elipse centrada na origem é:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.13)$$

Em que b representa o semieixo menor (Figura 21).

A energia específica da elipse é dada por:

$$\varepsilon = -\frac{\mu}{2a} \quad (3.14)$$

E o periodo da orbita é:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} a^{\frac{3}{2}} \quad (3.15)$$

É possível observar que a energia específica e o período orbital independem da excentricidade, dependem apenas do semieixo maior a . E a equação 3.15 representa a terceira Lei de Kepler: o período de um planeta é proporcional à potência de três meios ($3/2$) do seu semieixo maior (CURTIS, 2014).

A excentricidade da elipse pode ser calculada pela relação:

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \quad (3.16)$$

- Órbita parabólica: $e = 1$, $\varepsilon = 0$

A equação da órbita, para $e = 1$ se torna:

$$r = \frac{h^2}{\mu} \frac{1}{1 + \cos \theta} \quad (3.17)$$

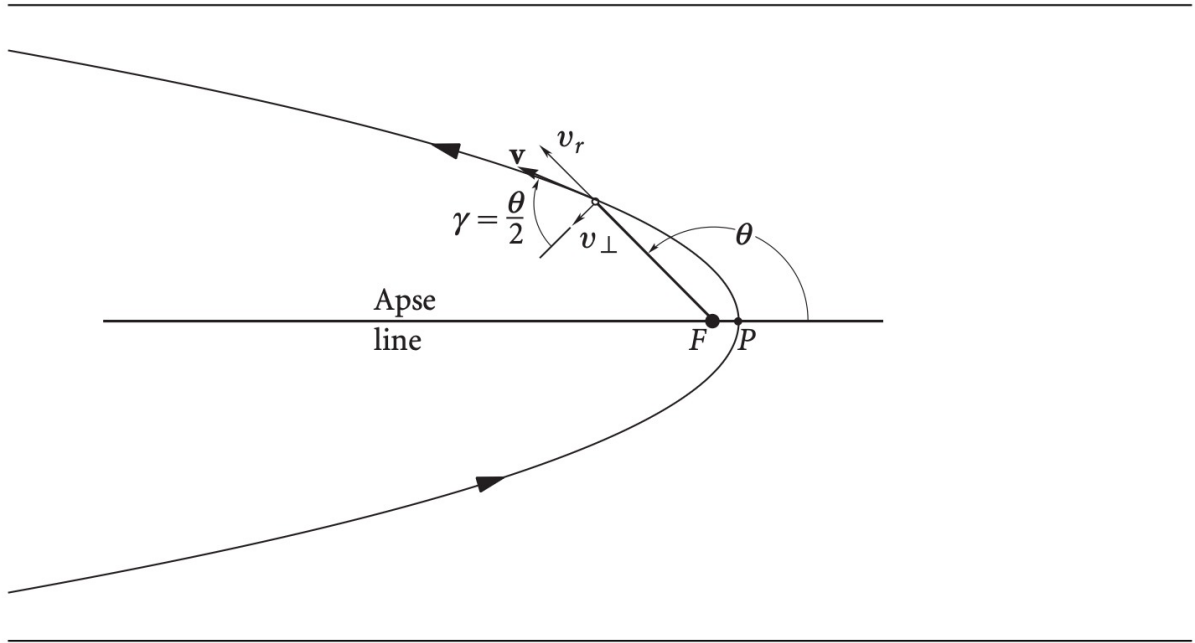


Figura 22 – Representação da trajetória parabólica no foco F (CURTIS, 2014)

Segundo 2014, como uma trajetória parabólica é considerada uma trajetória de escape, a velocidade é dada por:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} \quad (3.18)$$

E a equação da parábola em coordenadas cartesianas, com centro de origem no foco:

$$x = \frac{p}{2} - \frac{y^2}{2p} \quad (3.19)$$

- Órbita hiperbólica: $e > 1$, $\varepsilon > 0$

Segundo [Curtis \(2014\)](#) a geometria da órbita hiperbólica consiste em 2 curvas simétricas, uma ocupada por um corpo orbitante e outra vazia (Figura 23).

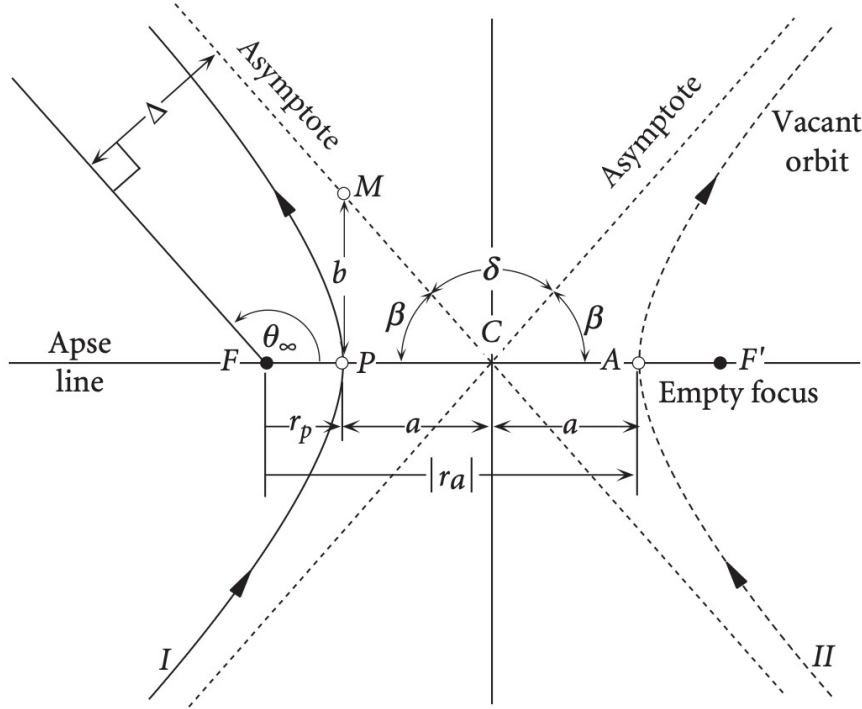


Figura 23 – Representação da trajetória hiperbólica ([CURTIS, 2014](#))

Como $e > 1$, a equação da órbita permanece a mesma equação 3.4.

A equação de coordenadas cartesianas da trajetória hiperbólica é dada por:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.20)$$

A energia específica é:

$$\varepsilon = \frac{\mu}{2a} \quad (3.21)$$

E a velocidade é dada por:

$$v^2 = v_{\text{esc}}^2 + v_{\infty}^2 \quad (3.22)$$

Sendo v_{∞} a velocidade de excesso hiperbólica, que representa a velocidade necessária para escapar do centro de atração. Assim, o quadrado dessa velocidade é dado como C_3 , a energia característica ([CURTIS, 2014](#)):

$$C_3 = v_{\infty}^2 \quad (3.23)$$

A figura a seguir ilustra varias trajetórias variando em excentricidade, e indo de círculo, elipse, parábola até hipérbole, com um foco comum no periapse, para melhor visualização e comparação.

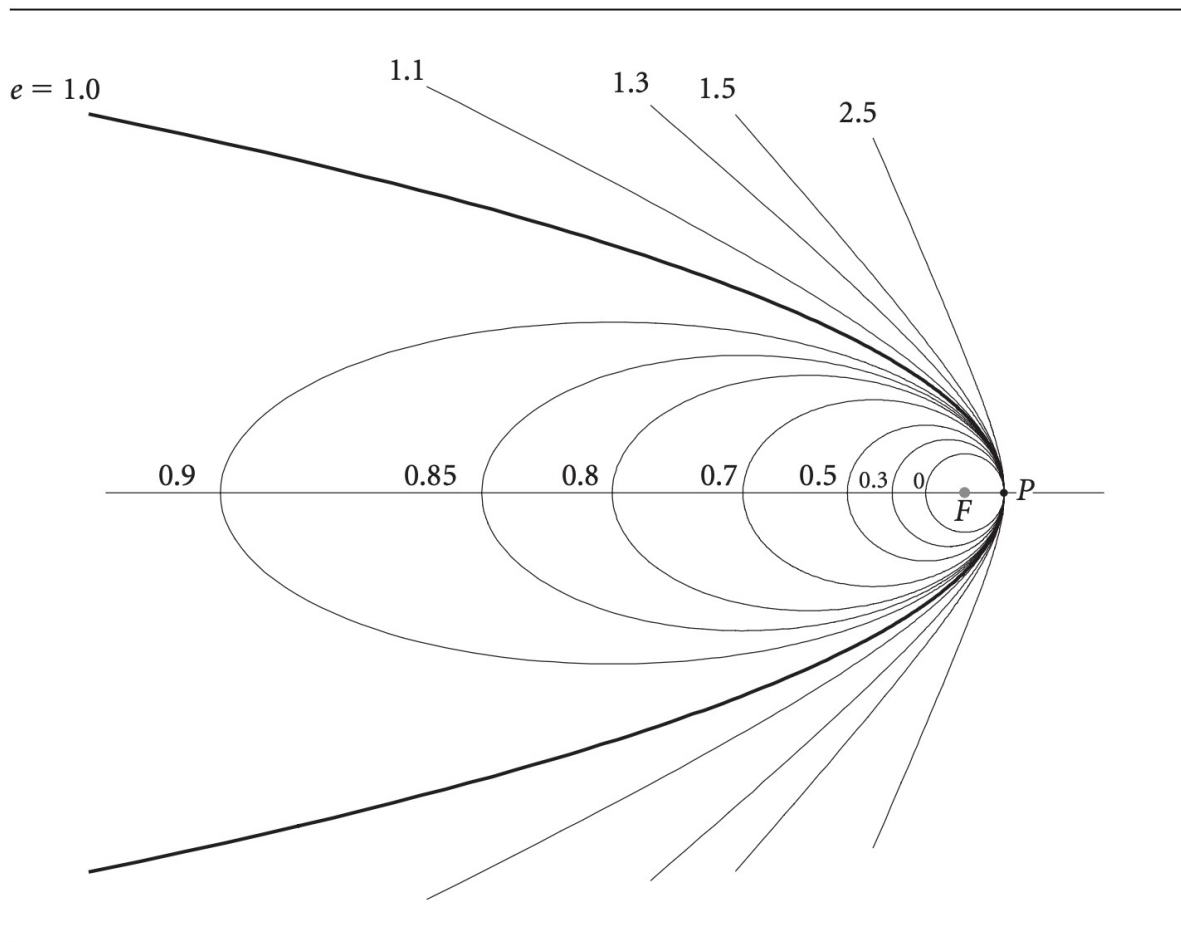


Figura 24 – Representação de várias trajetórias com diferentes excentricidades (CURTIS, 2014)

3.1.4 Manobras Orbitais

Transferência de Hohmann

A transferência orbital de Hohmann é uma manobra orbital clássica e amplamente utilizada em missões espaciais. Sua principais aplicação é em manobra de satélites artificiais, pois essa técnica permite transferir um corpo de uma órbita circular de raio menor para uma órbita circular de raio maior (ou vice-versa) (KUGA; PRADO, 2011).

Podemos considerar um satélite inicialmente em uma órbita circular de raio r_1 (órbita de estacionamento), e que precisa ser transferido para uma órbita circular de raio maior r_2 . Para realização da manobra, é necessário aplicar um primeiro impulso no ponto

A da órbita Δv_a . Esse impulso insere o satélite em uma órbita elíptica de transferência e, em seguida, ao chegar ao ponto B, aplica-se um segundo impulso Δv_b , finalizando a inserção na órbita de destino (CURTIS, 2014). Essa trajetória é mostrada na Figura 25.

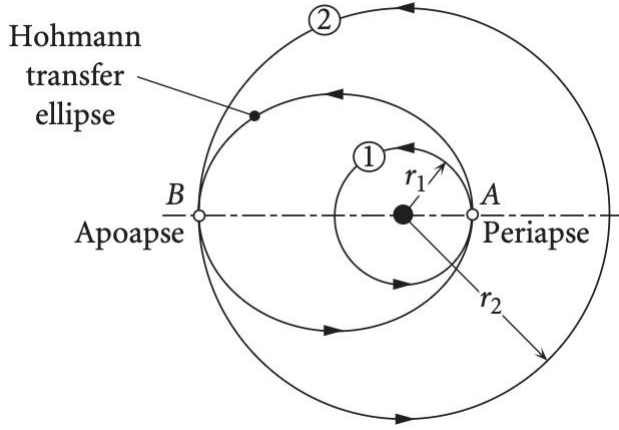


Figura 25 – Representação da transferência de Hohmann (CURTIS, 2014)

Assim, o gasto total de energia necessária para a manobra é dado por:

$$\Delta v_{\text{total}} = \Delta v_A + \Delta v_B$$

Segundo (KUGA; PRADO, 2011), a energia total ε de uma órbita elíptica é dada pela equação 3.14:

$$\varepsilon = -\frac{\mu}{2a}$$

Onde μ é o parâmetro gravitacional do corpo central (no caso, a Terra), e a é o semi-eixo maior da órbita. Como a órbita de transferência tem seu semi-eixo maior (a_t) definido por:

$$2a_t = r_1 + r_2 \Rightarrow a_t = \frac{r_1 + r_2}{2}$$

A energia da órbita de transferência (ε_t) é então:

$$\varepsilon_t = -\frac{\mu}{r_1 + r_2} \quad (3.24)$$

Agora, para determinar as velocidades envolvidas, podemos utilizar a equação da energia mecânica total, considerando o ponto A da transferência:

$$v_A^2 = \mu \left(\frac{2}{r_1} - \frac{1}{a_t} \right) = \mu \left(\frac{2}{r_1} + \frac{2\varepsilon_t}{\mu} \right) \quad (3.25)$$

A velocidade na órbita circular de raio r_1 , antes da transferência, é dada por:

$$v_{cA}^2 = \frac{\mu}{r_1} \quad (3.26)$$

Portanto, o primeiro impulso necessário para entrar na órbita de transferência é:

$$\Delta v_A = v_A - v_{cA}$$

Analogamente, no ponto 2, temos:

$$v_{cB}^2 = \frac{\mu}{r_2} \quad (3.27)$$

$$v_B^2 = \mu \left(\frac{2}{r_2} + \frac{2\varepsilon_t}{\mu} \right) \quad (3.28)$$

Assim, o segundo impulso necessário para sair da órbita de transferência e estabilizar na órbita final é:

$$\Delta v_B = v_{cB} - v_B$$

Além disso, o tempo necessário para o satélite ir do ponto A ao ponto B corresponde à metade do período da órbita elíptica (equação 3.15), considerando que a transferência de Hohmann se dá de um extremo da elipse ao outro. Esse tempo de voo (T) é dado por:

$$T = \pi \sqrt{\frac{a_t^3}{\mu}} \quad (3.29)$$

Transferência Bi-Elíptica

Segundo [Curtis \(2014\)](#), a transferência de Hohmann bi-elíptica é uma alternativa à transferência de Hohmann convencional. Ela consiste em utilizar duas semi-elipses coaxiais, que se estendem além da órbita-alvo externa. Cada uma das elipses é tangente a uma das órbitas circulares e ambas são tangentes entre si no ponto B (Figura 26).

A estratégia dessa manobra é posicionar o ponto B distante o suficiente do foco gravitacional, de forma que o incremento de velocidade necessário nesse ponto (Δv_B) se torne muito pequeno, assim quando o raio r_B tende ao infinito, Δv_B tende a zero.

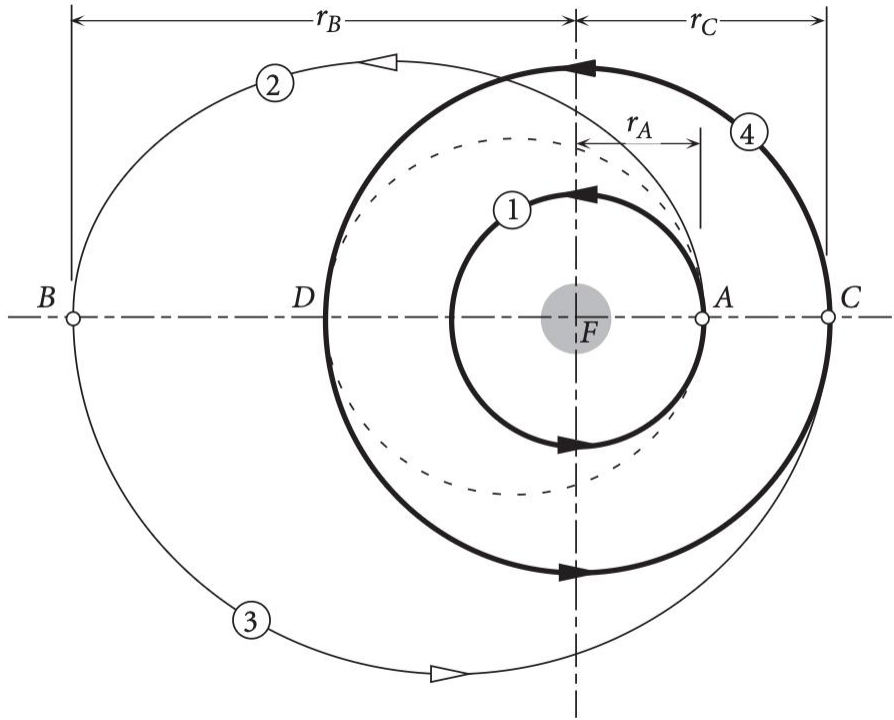


Figura 26 – Transferência bi-elíptica da órbita interna 1 para órbita externa 4 (CURTIS, 2014)

Curtis (2014) complementa ao dizer que esse tipo de transferência pode ser mais eficiente que a transferência de Hohmann se a seguinte condição for satisfeita:

$$(\Delta v_{\text{total}})_{\text{bi-elíptica}} < (\Delta v_{\text{total}})_{\text{Hohmann}}$$

Analisando os Δv_{total} da manobra transferência de Hohmann e da bi-elíptica, a fins de comparação, temos:

$$\Delta v_{\text{Hohmann}} = \left[\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{\sqrt{2(1-\alpha)}}{\sqrt{\alpha(1+\alpha)}} - 1 \right] \sqrt{\frac{\mu}{r_A}} \quad (3.30)$$

$$\Delta v_{\text{bi-elíptica}} = \left[\sqrt{\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}} - \frac{1+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha}} - \sqrt{\frac{2}{\beta(1+\beta)}}(1-\beta) \right] \sqrt{\frac{\mu}{r_A}} \quad (3.31)$$

Onde:

$$\alpha = \frac{r_C}{r_A} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{r_B}{r_A} \quad (3.32)$$

Ao plotar a diferença entre Δv_{total} dos dois casos (Figura 27), chega-se à conclusão de que se o raio r_C da órbita circular externa for menor que aproximadamente 11,9 vezes

o raio da órbita interna (r_A), a manobra de Hohmann padrão é a mais eficiente em termos de energia. Entretanto, se essa razão exceder cerca de 15 vezes, a estratégia bi-elíptica passa a ser mais vantajosa.

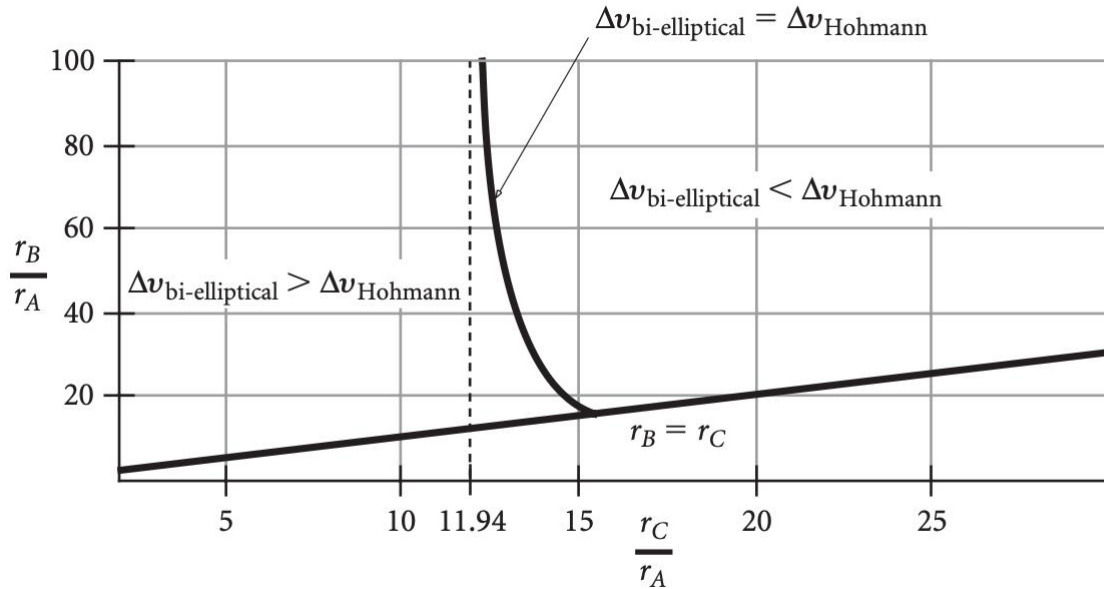


Figura 27 – Órbitas em que a transferência bi-elíptica é menos ou mais eficiente que a transferência de Hohmann (CURTIS, 2014)

Transferência Fásica

Uma manobra de transferência fásica tem como objetivo alterar a posição angular da espaçonave na própria órbita, sem mudar o plano. Consiste em uma transferência de Hohmann com dois impulsos, nos quais a espaçonave deixa a órbita e depois retorna para a mesma depois de um tempo. Ou seja, o tempo de revolução do veículo é ajustado por meio de uma órbita elíptica temporária. Esse tipo de transferência é muito utilizada em manobras de encontro de veículos espaciais ou de reposicionamento de satélites (CURTIS, 2014). Além disso, tem grande relevância para o problema de posicionamento da satélite da Missão Vigil no ponto L5 (Figura 28), já que esse ponto se encontra na mesma órbita que a Terra faz ao redor do Sol, apenas com 60° de diferença fásica.

De acordo com Curtis (2014), o dimensionamento dessa manobra começa com a definição do período T da órbita de faseamento. Se o alvo estiver à frente, utiliza-se uma órbita com menor período, exigindo um impulso contrário para reduzir a velocidade. Se o alvo estiver atrás, a órbita de faseamento terá maior período, demandando um impulso para aumentar a altitude e, consequentemente, reduzir a velocidade angular.

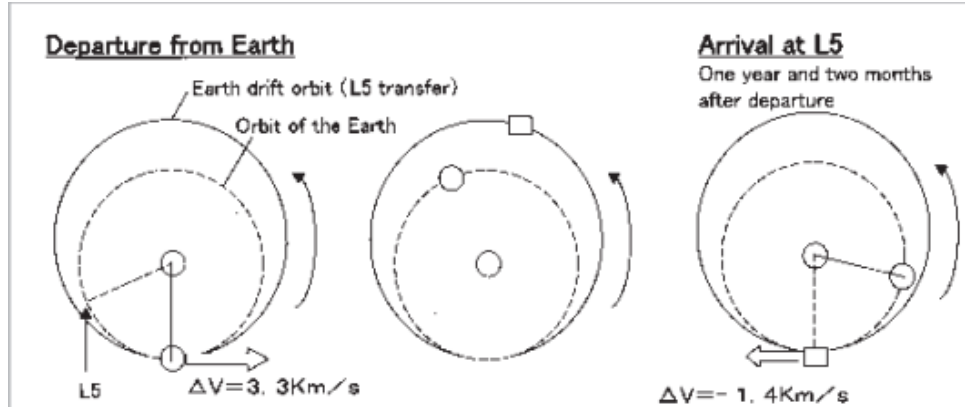


Figura 28 – Esquemático transferência Fásica aplicada no posicionamento da sonda no ponto L5 (MAKI et al., 2002)

O semi-eixo maior da elipse de faseamento é calculado utilizando a seguinte equação, derivada da Terceira Lei de Kepler:

$$a = \left(\frac{T\sqrt{\mu}}{2\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (3.33)$$

Com o valor do semi-eixo maior determinado, calcula-se o raio do ponto oposto A em relação ao ponto P através da expressão:

$$2a = r_P + r_A \quad (3.34)$$

Assim, é definido o ponto P corresponde ao periastro ou apoastro da elipse, permitindo determinar a excentricidade da órbita por meio da equação 3.16 e o momento angular pela equação orbital 3.4, completando a caracterização da órbita de faseamento (CURTIS, 2014).

3.2 Problema de N corpos

Nesta seção, analisaremos o movimento de corpos, que podem ser desde planetas até satélites artificiais, sondas lunares, solares e interplanetárias. Consideramos que esse corpo está sob influência da força gravitacional de várias massas e pode estar sujeito a forças externas como arrasto, empuxo e radiação solar.

No âmbito dessa análise inicial, o sistema será composto por um número N de corpos, sendo um deles o corpo cujo movimento será o objeto de estudo - o corpo j , com massa m_j . A equação do movimento desse corpo é composta pela soma vetorial de todas as forças gravitacionais, descritas pela Lei da Gravitação Universal de Newton, e

forças externas que atuam sobre m_j (BATE; MUELLER; WHITE, 1971). Essa equação é demonstrada a seguir:

$$\ddot{\vec{r}}_{12} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} - \sum_{j=3}^n Gm_j \left(\frac{\vec{r}_{j2}}{r_{j2}^3} - \frac{\vec{r}_{j1}}{r_{j1}^3} \right) \quad (3.35)$$

Essa expressão descreve o movimento de um satélite de órbita próxima à Terra, onde m_2 é a massa do satélite e m_1 é a massa da Terra. Assim, $\ddot{\vec{r}}_{12}$ representa a aceleração do satélite em relação à Terra. O segundo termo da equação descreve os efeitos perturbadores de corpos como a Lua, o Sol e outros planetas (BATE; MUELLER; WHITE, 1971).

A próxima parte desta seção será destinada para analisar a expressão apresentada para o problema de N corpos (Equacao 3.35) reduzida para apenas dois corpos e em seguida para três corpos.

3.2.1 Problema de Dois Corpos

Segundo Bate, Mueller e White (1971), o problema da análise da trajetória de dois corpos que exercem efeitos gravitacionais entre si, foi equacionado e possui solução analítica, baseada nos seguintes requisitos:

- Os corpos são esfericamente simétricos (massas concentradas nos centros);
- Não há forças externas e nem internas atuando no sistema, além das forças gravitacionais, que atuam ao longo da linha que une os centros dos dois corpos;
- É definido um referencial inercial, não acelerado e não rotacionado (X, Y, Z) , que serve como base para medir o movimento. Esse sistema é paralelo a um sistema de coordenadas retangulares (X', Y', Z') , porém com origem coincidente com o corpo de massa M ;
- Os vetores posição dos corpos M e m em relação ao sistema (X', Y', Z') são, respectivamente, $\vec{r}_M$ e $\vec{r}_m$.

Assim, temos que:

$$\vec{r} = \vec{r}_m - \vec{r}_M$$

Aplicando a Segunda Lei e a Lei da Gravitação de Newton no referencial inercial (X', Y', Z') :

$$m\ddot{\vec{r}}_m = -\frac{GMm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$M\ddot{\vec{r}}_M = \frac{GMm}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

Reescrevendo as equações:

$$\ddot{\vec{r}}_m = -\frac{GM}{r^3} \vec{r} \quad (3.36)$$

$$\ddot{\vec{r}}_M = \frac{Gm}{r^3} \vec{r} \quad (3.37)$$

Ao subtrair 3.36 de 3.37, obtemos:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{G(M+m)}{r^3} \vec{r} \quad (3.38)$$

Sendo a equação 3.38 a equação diferencial vetorial do movimento relativo para o problema de dois corpos. Assim, considerando que o foco deste trabalho é o entendimento do movimento de sondas espaciais transitando por e orbitando em corpos de massa muito maiores, temos que:

$$G(M+m) \approx GM$$

Desse modo, o parâmetro gravitacional μ , que tem um valor diferente para cada corpo central de atração, é definido por:

$$\mu \equiv GM$$

Assim, temos a equação de movimento do problema de dois corpos reduzida para $M \gg m$:

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{\mu}{r^3} \vec{r} = 0 \quad (3.39)$$

Já no Problema Circular Restrito de Três Corpos (CR3BP), adiciona-se uma terceira massa m desprezível, que não influencia os dois corpos primários m_1 e m_2 . O movimento de m é determinado apenas pelo campo gravitacional combinado de m_1 e m_2 , que se movem em órbita circular entre si. Esse problema será analisado na próxima parte dessa seção.

3.2.2 Problema Restrito de Três Corpos

Nesta parte da seção, vamos explorar o sistema de gravitação de corpos, introduzindo um terceiro corpo de massa m , que é extremamente pequena em relação às massas

m_1 e m_2 . O tipo de sistema que ilustra a situação, por exemplo, da massa de uma espaçonave sendo afetada pela massa de corpos celestes como o Sol ou um planeta, é chamado de Problema Restrito dos Três Corpos (CR3BP) (CURTIS, 2014).

Esse problema não possui solução fechada, diferentemente do problema de dois corpos visto anteriormente. Porém, existem equações do movimento formuladas, e que podem fornecer alguns *insights*. A seguir, será descrito o desenvolvimento utilizado para chegar a essas equações.

Considera-se o sistema da parte anterior, sobre problema de dois corpos, em que dois corpos m_1 e m_2 , estão se movendo sob influência de apenas gravitação mútua e a órbita entre eles é circular e tem raio r_{12} . Ao inserir um referencial não inercial, obtemos um sistema (Figura 29) com as seguintes características:

- Novo referencial xyz cuja origem se encontra no centro de massa G do sistema;
- Eixo x do referencial aponta em direção de m_2 ;
- Eixo y do referencial está no plano orbital;
- Eixo z é perpendicular ao plano orbital;
- Neste referencial, corpos m_1 e m_2 aparentam estar em repouso.

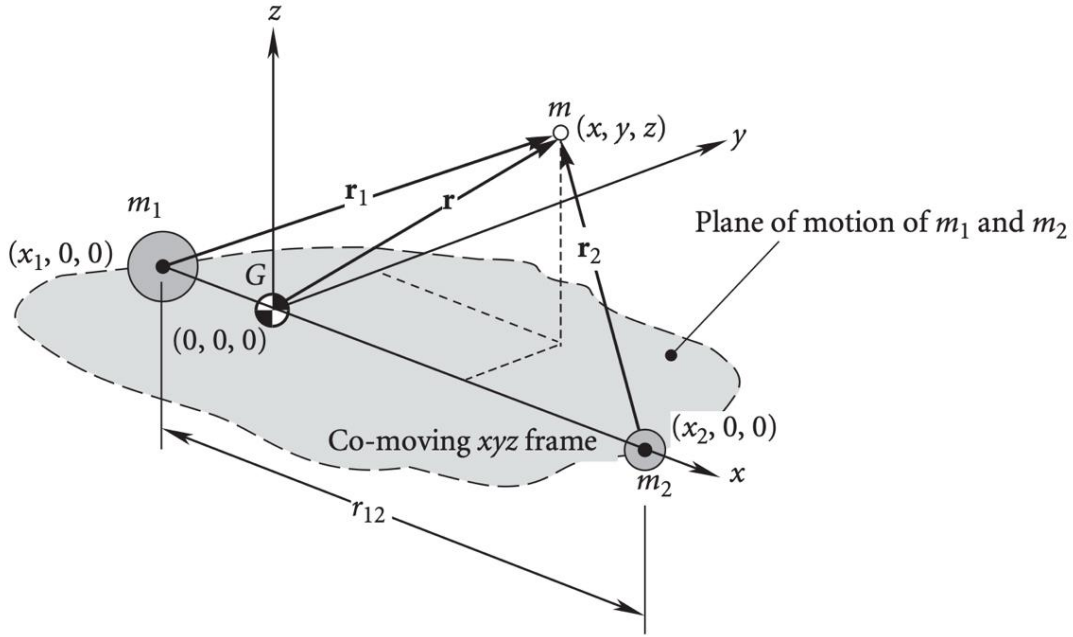


Figura 29 – Corpos de m_1 e m_2 com órbitas circulares entre si e uma massa adiconal m (CURTIS, 2014)

Segundo Curtis (2014) a partir desse novo sistema de coordenadas em movimento conjunto, temos as seguintes relações para os vetores posição da massa secundária m em relação a m_1 e m_2 , respectivamente:

$$\vec{r}_1 = (x - x_1)\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = (x + \pi_2 r_{12})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (3.40)$$

$$\vec{r}_2 = (x - \pi_1 r_{12})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad (3.41)$$

Onde π_1 e π_2 são as razões adimensionais de massa, dadas por:

$$\pi_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad (3.42)$$

$$\pi_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (3.43)$$

E a aceleração absoluta de m é dada pela equação de aceleração relativa dos cinco termos:

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{a}_G + \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r} + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{\text{rel}} + \vec{a}_{\text{rel}} \quad (3.44)$$

Em que:

- $\vec{a}_G$ — Aceleração da origem do referencial não inercial (G)
- $\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}$ — Aceleração de Euler (ou aceleração de arrasto)
- $\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r})$ — Aceleração centrífuga
- $2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{\text{rel}}$ — Aceleração de Coriolis
- $\vec{a}_{\text{rel}}$ — Aceleração relativa

Considerando que a velocidade $\vec{v}_G$ do centro de massa é constante, então $\vec{a}_G = 0$. Além disso, $\dot{\vec{\Omega}} = 0$ já que a velocidade angular da órbita circular também é constante. Assim a equação 3.44 fica da seguinte forma:

$$\ddot{\vec{r}} = \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_{\text{rel}} + \vec{a}_{\text{rel}} \quad (3.45)$$

Onde:

$$\vec{a}_{\text{rel}} = \ddot{x}\hat{i} + \ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k} \quad (3.46)$$

Substituindo os termos da equação, temos a expressão da aceleração inercial em termos de quantidades medidas no referencial rotativo:

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} - \Omega^2x)\hat{i} + (\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} - \Omega^2y)\hat{j} + \ddot{z}\hat{k} \quad (3.47)$$

A Segunda Lei de Newton, aplicada a massa m , tem a seguinte forma:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (3.48)$$

Em que:

$$\vec{F}_1 = -\frac{Gm_1m}{r_1^2}\hat{u}_{r_1} = -\frac{\mu_1m}{r_1^3}\vec{r}_1 \quad (3.49)$$

$$\vec{F}_2 = -\frac{Gm_2m}{r_2^2}\hat{u}_{r_2} = -\frac{\mu_2m}{r_2^3}\vec{r}_2 \quad (3.50)$$

Substituindo em 3.48:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}\vec{r}_1 - \frac{\mu_2}{r_2^3}\vec{r}_2 \quad (3.51)$$

Ao substituir a equação 3.45 na esquerda e as equações 3.40 e 3.41 na parte direita da igualdade, temos:

$$\begin{aligned} (\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} - \Omega^2x)\hat{i} + (\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} - \Omega^2y)\hat{j} + \ddot{z}\hat{k} = \\ -\frac{\mu_1}{r_1^3} \left[(x + \pi_2 r_{12})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \right] \\ -\frac{\mu_2}{r_2^3} \left[(x - \pi_1 r_{12})\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \right] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Assim, os coeficientes $\hat{i}$, $\hat{j}$ e $\hat{k}$ representam as três equações escalares do movimento do Problema de Três Corpos Restrito (CURTIS, 2014):

$$\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} - \Omega^2x = -\frac{\mu_1}{r_1^3}(x + \pi_2 r_{12}) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - \pi_1 r_{12}) \quad (3.53)$$

$$\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} - \Omega^2y = -\frac{\mu_1}{r_1^3}y - \frac{\mu_2}{r_2^3}y \quad (3.54)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}z - \frac{\mu_2}{r_2^3}z \quad (3.55)$$

3.3 Pontos de Lagrange

Os pontos de Lagrange são os locais no espaço em que a massa m teria velocidade e aceleração nulas, ou seja, permaneceria em repouso em relação a m_1 e m_2 . Assim, pareceria, para um observador inercial, que a massa m estaria se movendo em órbitas circulares em torno de m_1 e m_2 (CURTIS, 2014).

Existem cinco pontos de Lagrange:

- L_1 , L_2 , L_3 : localizados ao longo da linha entre m_1 e m_2 (instáveis);
- L_4 e L_5 : formam triângulos equiláteros com m_1 e m_2 (estáveis, sob certas condições).

Embora as equações 3.53, 3.54 e 3.55, do CR3BP, não possuam solução fechada, elas podem ser utilizadas para determinar a localização desses pontos de equilíbrio.

Segundo Curtis (2014) os pontos de Lagrange são definidos pelas seguintes condições:

$$\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0 \quad \text{e} \quad \ddot{x} = \ddot{y} = \ddot{z} = 0$$

Ao substituir essas condições nas equações 3.53, 3.54 e 3.55, temos:

$$-\Omega^2 x = -\frac{\mu_1}{r_1^3}(x + \pi_2 r_{12}) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - \pi_1 r_{12}) \quad (3.56)$$

$$-\Omega^2 y = -\frac{\mu_1}{r_1^3}y - \frac{\mu_2}{r_2^3}y \quad (3.57)$$

$$0 = -\frac{\mu_1}{r_1^3}z - \frac{\mu_2}{r_2^3}z \quad (3.58)$$

Considerando as seguintes igualdades:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\mu}{r_{12}^3}} \quad (3.59)$$

$$\pi_1 = 1 - \pi_2 \quad (3.60)$$

Temos que:

$$(1 - \pi_2)(x + \pi_2 r_{12})\frac{1}{r_1^3} + \pi_2(x + \pi_2 r_{12} - r_{12})\frac{1}{r_2^3} = \frac{x}{r_{12}^3} \quad (3.61)$$

$$(1 - \pi_2)\frac{1}{r_1^3} + \pi_2\frac{1}{r_2^3} = \frac{1}{r_{12}^3} \quad (3.62)$$

Além disso, sabendo que $\pi_1 = \frac{\mu_1}{\mu}$, $\pi_2 = \frac{\mu_2}{\mu}$ e considerando as equações 3.61 e 3.62 como um sistema em $\frac{1}{r_1^2}$ e $\frac{1}{r_2^2}$.

$$\frac{1}{r_1^3} = \frac{1}{r_2^3} = \frac{1}{r_{12}^3} \quad \Rightarrow \quad r_1 = r_2 = r_{12}$$

Se $z = 0$ nas equações 3.40 e 3.41, temos:

$$r_{12}^2 = (x + \pi_2 r_{12})^2 + y^2 \quad (3.63)$$

$$r_{12}^2 = (x + \pi_2 r_{12} - r_{12})^2 + y^2 \quad (3.64)$$

Ao igualar os lados direitos das equações, podemos chegar a:

$$x = \frac{r_{12}}{2} - \pi_2 r_{12}$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} r_{12}$$

Assim, encontramos dois dos pontos de equilíbrio: os pontos de Lagrange L_4 e L_5 , em eferencial rotativo com origem no corpo de massa m_1 , com coordenadas:

$$L_4, L_5 : \quad x = \frac{r_{12}}{2} - \pi_2 r_{12}, \quad y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} r_{12}, \quad z = 0 \quad (3.65)$$

Os demais pontos de equilíbrio, L_1, L_2 e L_3 podem ser encontrados ao considerar $y = 0$ e $z = 0$, nas equacoes 3.56, 3.57 e 3.58:

$$r_1 = |x + \pi_2 r_{12}|, \quad r_2 = |x + \pi_2 r_{12} - r_{12}|$$

$$(1 - \pi_2) \frac{(x + \pi_2 r_{12})}{|x + \pi_2 r_{12}|^3} + \pi_2 \frac{(x + \pi_2 r_{12} - r_{12})}{|x + \pi_2 r_{12} - r_{12}|^3} - \frac{x}{r_{12}^3} = 0$$

Considerando uma nova variável ξ definida por:

$$\xi = \frac{x}{r_{12}} \quad (3.66)$$

Temos que:

$$f(\xi) = \frac{1 - \pi_2}{|\xi + \pi_2|^3} (\xi + \pi_2) + \frac{\pi_2}{|\xi + \pi_2 - 1|^3} (\xi + \pi_2 - 1) - \xi \quad (3.67)$$

Assim, as raízes da equação $f(\xi) = 0$ fornecem os pontos L_1, L_2 e L_3 , ao determinar o valor da razão de massas π_2 e utilizando de técnicas numéricas (CURTIS, 2014).

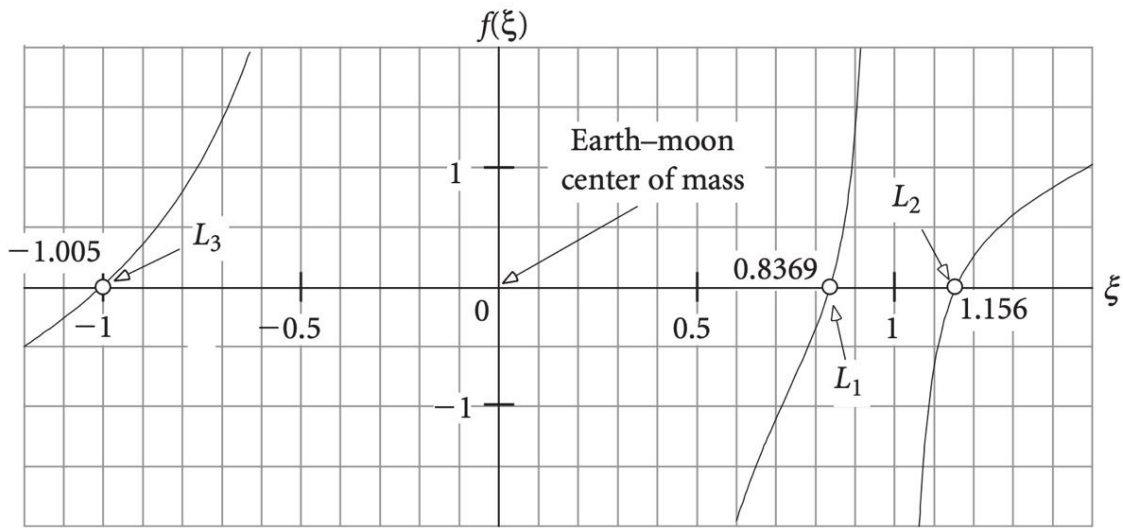


Figura 30 – Gráfico da Equação 2.195 para os dados Terra-Lua ($\pi=0,01215$), mostrando as três raízes reais (CURTIS, 2014)

Desse modo, para encontrarmos as coordenadas dos demais pontos, no sistema Terra-Sol, podemos usar a abordagem de [Cornish \(2018\)](#). Considerando que o sistema é simétrico em relação ao eixo x , a componente da força no eixo y deve ser zero ao longo desse eixo. Assim, define-se uma variável auxiliar:

$$x = R(u + \beta)$$

Em que $\beta = \pi_2$ da equação 3.43 e u representa a distância relativa a m_2 em unidades de $R = 1UA \approx 1,5 \times 10^8 km$

A condição para que a força total no eixo x seja zero leva a seguinte equação polinomial de 5º grau:

$$u^2 \left((1 - s_1) + 3u + 3u^2 + u^3 \right) = \alpha \left(s_0 + 2s_0u + (1 + s_0 - s_1)u^2 + 2u^3 + u^4 \right) \quad (3.68)$$

Onde:

- $s_0 = \text{sign}(u)$ (sinal de u)
- $s_1 = \text{sign}(u + 1)$ (sinal de $u + 1$)
- $\alpha = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$, uma razão de massas adimensional que é igual a π_1 da equação 3.42 (no sistema Terra-Sol vale cerca de 3×10^{-6})

Assim, os três casos possíveis são:

- $(s_0, s_1) = (-1, 1)$
- $(s_0, s_1) = (1, 1)$
- $(s_0, s_1) = (-1, -1)$

O caso $(1, -1)$ não é possível fisicamente, pois não existe nenhum valor de u que satisfaça essas duas condições ao mesmo tempo ($u > 0$ e $u < -1$).

Em cada caso, existe uma única solução real para essa equação, que corresponde à posição dos pontos de Lagrange L_1 , L_2 e L_3 no eixo x . Porém, não é possível encontrar uma solução exata (fechada) para essa equação para valores gerais de α . Assim, é feita uma aproximação assumindo que $\alpha \ll 1$ (que de fato ocorre, por exemplo, no sistema Terra-Sol onde $\alpha \approx 3 \times 10^{-6}$) ([CORNISH, 2018](#)). Assim, obtemos as seguintes coordenadas para L_1 , L_2 e L_3 :

$$\begin{aligned}
L1 &: \left(r_{12} \left[1 - \left(\frac{\alpha}{3} \right)^{1/3} \right], 0, 0 \right), \\
L2 &: \left(r_{12} \left[1 + \left(\frac{\alpha}{3} \right)^{1/3} \right], 0, 0 \right), \\
L3 &: \left(-r_{12} \left[1 + \frac{5}{12}\alpha \right], 0, 0 \right).
\end{aligned} \tag{3.69}$$

E as coordenadas de L_4 e L_5 podem ser reescritas, utilizando referencial rotativo e origem do sistema no baricentro, como:

$$\begin{aligned}
L4 &: \left(\frac{r_{12}}{2} \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right), \frac{\sqrt{3}}{2} r_{12}, 0 \right), \\
L5 &: \left(\frac{r_{12}}{2} \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right), -\frac{\sqrt{3}}{2} r_{12}, 0 \right).
\end{aligned} \tag{3.70}$$

3.3.1 Órbitas *tadpole* no ponto L5

As órbitas *tadpole* constituem o regime dinâmico mais relevante para operações de longo prazo próximas ao ponto de Lagrange L5 no Problema Restrito de Três Corpos. Quando a partícula inicia seu movimento nas proximidades desse ponto, pequenas perturbações dão origem a oscilações confinadas, com trajetória alongada em torno do equilíbrio. Murray e Dermott (2000) descrevem essas trajetórias como movimentos de libração de pequena amplitude, em que a partícula permanece limitada ao entorno de um único ponto triangular. Esse tipo de órbita é denominada *tadpole orbits* devido à sua forma alongada.

A dinâmica dessas órbitas resulta da combinação entre um movimento de curto período, próximo ao período orbital do corpo secundário, e um movimento de longo período responsável pela libração. Murray e Dermott (2000) destacam que o movimento pode ser interpretado como a oscilação de um “epicentro” e um movimento epicíclio superposto. Essa estrutura gera trajetórias peculiares, com laços e assimetrias características.

À medida que a amplitude inicial aumenta, a órbita *tadpole* torna-se mais alongada em direção ao ponto L3, mantendo, porém, a topologia restrita ao entorno de L5 enquanto não ultrapassa a largura angular crítica. Tais órbitas têm extensão angular crescente com o afastamento inicial do ponto de equilíbrio, preservando a forma característica e a estabilidade local até que a amplitude se torne suficientemente grande para transitar ao regime de órbitas de ferradura (MURRAY; DERMOTT, 2000).

A trajetórias representadas nas Figuras 31 e 32 são dadas pela solução da equação 3.73 e, por mais que estejam centradas no ponto L4, também descrevem o ponto L5 por simetria. Essa equação decorre da linearização das equações de movimento do Problema

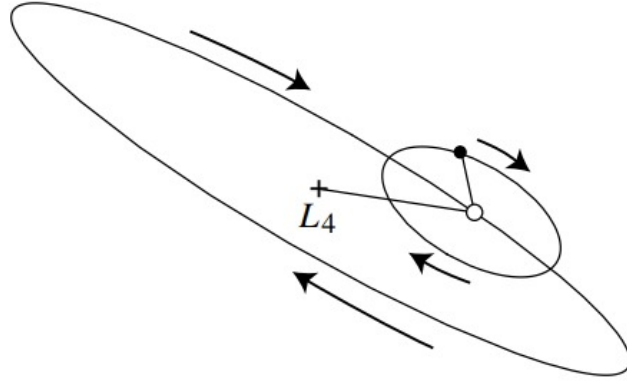


Figura 31 – O movimento epicíclico (pequena elipse) e o movimento do epicentro (grande elipse). O epicentro é indicado pelo pequeno círculo vazio. A cruz denota a localização do ponto de equilíbrio L_4 . O caminho da partícula ao redor do equilíbrio é uma combinação do movimento epicíclico e do movimento do epicentro (MURRAY; DERMOTT, 2000).

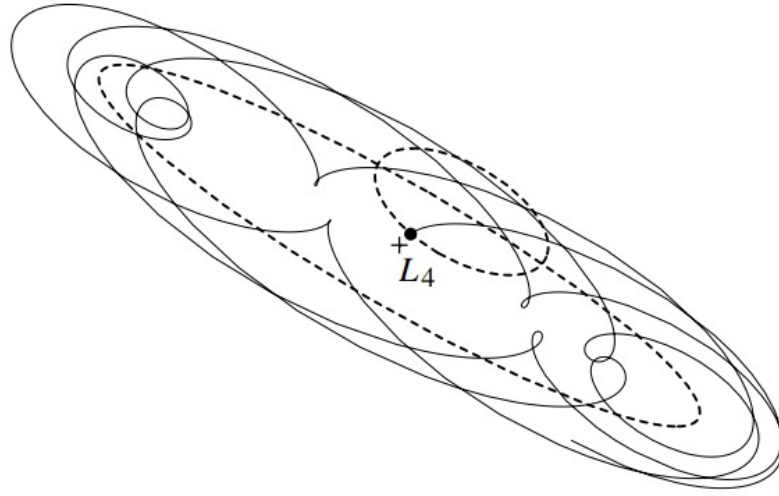


Figura 32 – A trajetória, no referencial rotante, de uma partícula librando ao redor do ponto de equilíbrio lagrangiano L_4 . A trajetória é derivada da solução analítica do problema de estabilidade fornecida na Eq. 3.73, e o movimento é mostrado para 25 unidades de tempo (12,5 períodos orbitais da massa 2). As linhas tracejadas indicam o movimento epicíclico e o caminho do epicentro mostrado na Figura 31 (MURRAY; DERMOTT, 2000).

Restrito de Três Corpos no referencial rotante, dadas por

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \ddot{y} + 2\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (3.71)$$

Onde U é o potencial efetivo. Para analisar pequenas perturbações em torno de L_4 ou L_5 ,

definem-se deslocamentos lineares $x(t)$ e $y(t)$ em relação às coordenadas exatas do ponto de equilíbrio. O potencial é expandido em série de Taylor e apenas os termos lineares são mantidos, o que gera o sistema linearizado

$$\ddot{x} - 2\dot{y} = a x + b y, \quad \ddot{y} + 2\dot{x} = c x + d y, \quad (3.72)$$

Onde a , b , c e d são constantes avaliadas em L_4/L_5 . A solução desse sistema depende dos autovalores obtidos da equação característica, resultando em quatro valores $\lambda_{1,2,3,4}$, dos quais dois estão associados a um movimento rápido (período $\approx 2\pi$) e dois a uma libração de longo período (MURRAY; DERMOTT, 2000).

A solução geral do sistema linearizado é uma combinação dos quatro modos harmônicos independentes, cada um com frequência igual ao módulo de seu autovalor. Isso leva à forma analítica apresentada na seguinte equação:

$$\begin{aligned} x(t) &= \bar{\alpha}_1 \cos(\lambda_1 t) + \bar{\beta}_1 \sin(\lambda_1 t) + \bar{\alpha}_2 \cos(\lambda_3 t) + \bar{\beta}_2 \sin(\lambda_3 t), \\ y(t) &= \bar{\alpha}'_1 \cos(\lambda_1 t) + \bar{\beta}'_1 \sin(\lambda_1 t) + \bar{\alpha}'_2 \cos(\lambda_3 t) + \bar{\beta}'_2 \sin(\lambda_3 t), \end{aligned} \quad (3.73)$$

Onde os coeficientes dependem das condições iniciais. Os termos de frequência maior representam o movimento epicíclio, enquanto os de baixa frequência descrevem o movimento lento do epicentro, produzindo a trajetória combinada observada nas Figuras 31 e 32. Assim, a Equação 3.73 é a expressão completa da solução linear para a dinâmica local em torno de L_4 e L_5 .

Desse modo, as órbitas *tadpole* permitem operações estáveis e previsíveis, reduzindo a necessidade de correções intensivas e oferecendo um ambiente dinâmico adequado para observação solar contínua a partir do ponto L5.

4 Arquitetura da Missão Vigil

A arquitetura da Missão Vigil é estruturada em três componentes principais, conforme ilustrado na Figura 33: o veículo lançador, o segmento espacial e o segmento de solo. O lançamento será realizado pelo Ariane 6, responsável por inserir a sonda na trajetória inicial rumo ao ponto de Lagrange L5. O segmento espacial é composto pela plataforma da espaçonave e pelo conjunto de instrumentos científicos (Payload Suite), que incluem o coronógrafo CCOR, o heliosférico HI, o magnetômetro V-MAG, o analisador de plasma PLA, o observador fotossférico PMI e o instrumento NIO, em colaboração com a NASA. Já o segmento de solo integra a rede de estações de rastreamento, o centro de operações da missão e o centro de processamento de dados, responsáveis pelo controle, recepção, distribuição e análise das informações enviadas pela sonda.

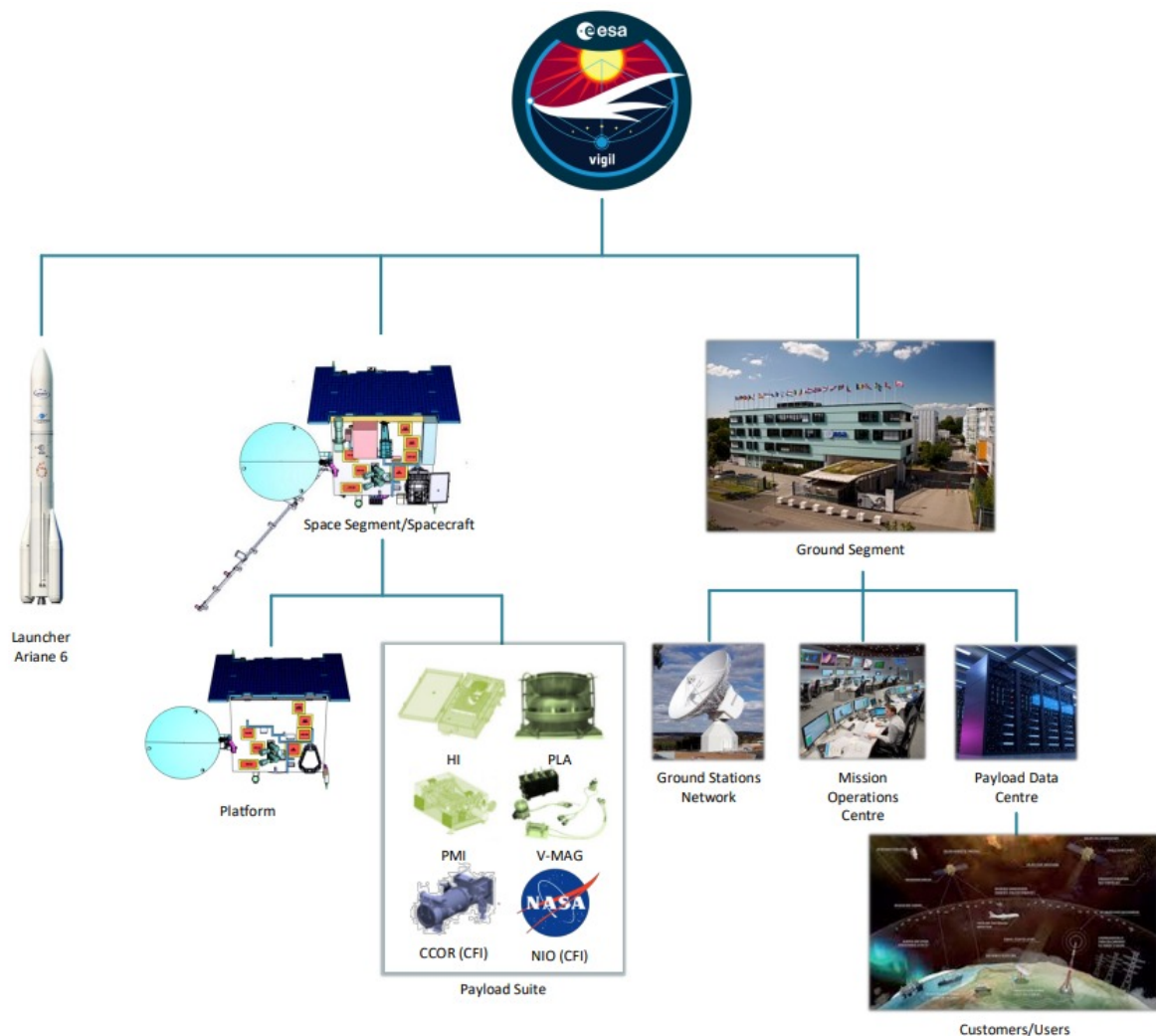


Figura 33 – Arquitetura da Missão Vigil (ESA; Vigil Team, 2023)

Fases da Missão Vigil

A arquitetura e a operação da Missão Vigil, são estruturadas em fases sequenciais bem definidas, que abrangem desde o preparo inicial em solo até o fim da vida útil da espaçonave. A duração de cada uma delas é influenciada pela estratégia selecionada para o alcance de SEL5, sendo consideradas, atualmente, duas abordagens: via GTO como elevação de apogeu (cenário de Base) ou por injeção direta. As fases da missão, segundo [ESA e Vigil Team \(2023\)](#), podem ser visualizadas no esquemático da Figura 34 e estão descritas a seguir.

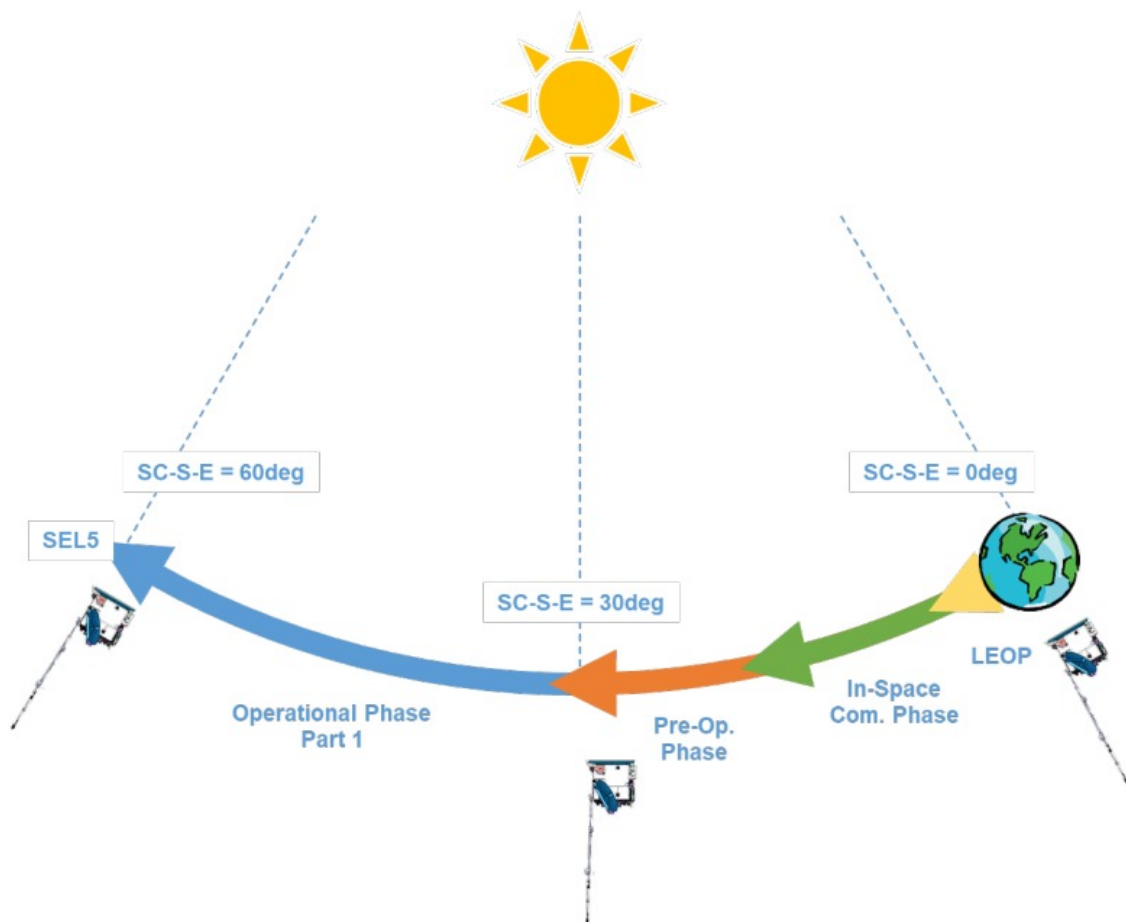


Figura 34 – Fases da Missão Vigil ([ESA; Vigil Team, 2023](#))

Pré-Lançamento (*Pre-Launch*)

A Fase de Pré-Lançamento inicia-se com a integração da espaçonave no veículo lançador e se estende até o momento em que a alimentação elétrica interna é ativada por meio da bateria da espaçonave. O sistema deve interagir com as instalações de pré-lançamento para fins de testes. As atividades previstas para esta fase incluem:

- A verificação final da espaçonave no modo Pré-Lançamento.
- Testes de simulação entre a espaçonave e o local de lançamento.
- A verificação dos procedimentos de contagem regressiva e de Go/No-Go.

Lançamento e Fase Inicial de Órbita (LEOP)

A Fase de Lançamento e Órbita Inicial (*LEOP*) começa na contagem regressiva e se encerra quando a espaçonave atinge uma atitude nominal estável e os equipamentos para a primeira Manobra de Elevação de Apogeu (*ARM*) estão verificados.

Sequência de Elevação de Apogeu (ARS)

Após a conclusão da *LEOP*, a Sequência de Elevação de Apogeu (*ARS*) é executada, consistindo em diversas manobras com o intuito de elevar progressivamente o apogeu (*ARMs*), culminando com a manobra final de escape da órbita terrestre. A duração máxima esperada para a *ARS* é de 14 dias, sem margem para contingências, e inclui alguma flexibilidade para otimização da trajetória e mitigação de perturbações lunares. As manobras podem ocorrer em eclipse.

Fase de Transferência (*Transfer Phase*)

A Fase de Transferência começa com a primeira queima para escape da órbita terrestre e finaliza quando a espaçonave atinge a órbita L5. O tempo de transferência máximo suportado pelo sistema é de 1380 dias, e a espaçonave deve levar propulsor suficiente para a duração da transferência e para compensar as imprecisões das manobras. Eclipses podem ser experienciados durante as manobras e a transferência.

Fase de Comissionamento em Órbita (ISCP)

É o período dedicado à validação do sistema no espaço, consistindo primariamente no Comissionamento da Espaçonave e na Calibração dos Instrumentos. O comissionamento envolve a ativação das unidades remanescentes e a verificação funcional completa de todos os subsistemas da Plataforma (Potência, Térmico e Gerenciamento de Dados), além da verificação *end-to-end* da cadeia de comando e dados até o segmento terrestre. Paralelamente, a calibração se concentra em ajustar os instrumentos, verificando os parâmetros e as funções do processamento de dados L1 e fornecendo uma avaliação preliminar dos produtos L1 e L2. A fase é concluída quando o sistema está estável, verificado e pronto para as operações de calibração/validação.

Fase Pré-Operacional (*Pre-OP*)

Entre o final do Comissionamento em Órbita e o início da Fase Operacional, todos os instrumentos da suíte de *Payload* podem ser ativados para coletar dados antecipadamente ao seu uso nominal. Esta fase não é considerada operacional, pois não há garantia de que todas as *performances* da missão possam ser atendidas, como a disponibilidade, uma vez que as observações teriam que ser periodicamente interrompidas para permitir o *download* de dados após o re-apontamento da antena principal da espaçonave.

Fase Operacional (OP)

A Fase Operacional pode ser dividida em duas subfases:

- Parte 1: Começa quando a espaçonave atinge uma separação de 30 graus da Terra em relação ao Sol (ângulo SC-S-E 30°) e se estende até o alcance de *SEL5*.
- Parte 2: Inicia-se a partir da injeção final na órbita operacional ao redor de *SEL5* (ângulo SC-S-E 60°) e continua até o fim da missão.

Em ambas as partes, a espaçonave e a suíte de *Payload* deverão operar com seu desempenho nominal.

Fase de Descarte (*Disposal Phase*)

Ao final da missão, a espaçonave deve ser retirada da órbita *SEL5* através de uma manobra de descarte, garantindo que a evolução orbital resultante não cause interferência com satélites operacionais conhecidos orbitando a Terra no futuro previsível. Antes do fim da vida útil, a espaçonave deve ser passivada, o que reduz a chance de uma explosão acidental capaz de gerar detritos espaciais.

Propulsores previstos

Além das fases da missão, outra informação importante é referente ao propulsor que será utilizado para controle de altitude, sendo definido, no documento de requisitos, o sistema de gás frio (*Cold Gas Propulsion*) como solução padrão para o controle de atitude e para a execução de pequenos ajustes orbitais durante a fase operacional da sonda ((ESA; Vigil Team, 2023)). Segundo o documento técnico da ESA, esse tipo de propulsão foi selecionado como baseline para as correções finas necessárias ao longo da missão. O propulsor específico para manobras de inserção na órbita de transferência não foi encontrado nos documentos que foram divulgados até o momento para o público.

4.1 Sensores e componentes da Missão Vigil

Segundo [ESA \(2022\)](#), a missão Vigil conta com um conjunto de cinco instrumentos principais que compõem sua carga útil. Esses sensores foram selecionados para fornecer dados essenciais para o monitoramento do clima espacial a partir do ponto L5. A seguir, apresenta-se uma breve descrição de cada componente:

- ***Photospheric Magnetic Field Imager (PMI)***

O PMI é um magnetógrafo vetorial baseado no instrumento PHI (Imageador Polarimétrico e Heliossísmico) da missão *Solar Orbiter*. Desenvolvido pelo Instituto *Max Planck Max Institute for Solar System Research* (MPS). Ele realiza o mapeamento completo do campo magnético vetorial da fotosfera solar, incluindo intensidade, azimuth e inclinação. Também fornece parâmetros como helicidade, densidade de corrente, ângulos de torção, entre outros. A partir do ponto L5, permite a identificação de regiões ativas com potencial de gerar eventos solares com até 6 a 7 dias de antecedência ([ESA, 2022](#)).

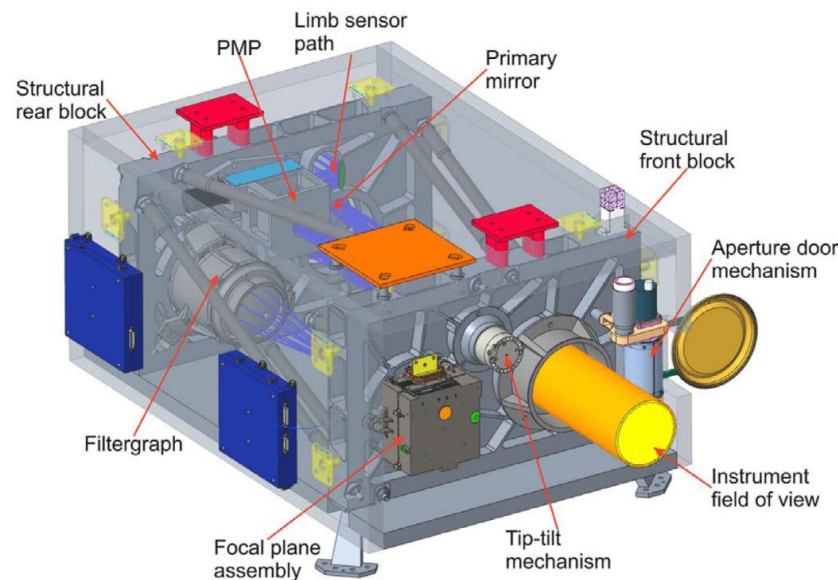


Figura 35 – Design do instrumento PMI ([ESA, 2022](#))

- ***Compact Coronagraph (CCOR)***

O CCOR é o principal instrumento para detectar o início de ejeções de massa coronal (CMEs). É responsável por observar aumentos súbitos de dispersão luminosa causados por nuvens de plasma. Sua posição em L5 possibilita a detecção de CMEs fracas ou consecutivas que não seriam facilmente observadas na linha Sol-Terra. É desenvolvido em parceria com o *U.S. Naval Research Laboratory* (NRL) e harmonizado com instrumentos embarcados nas missões GOES-U e SWFO-L1 da NOAA ([ESA, 2022](#)).

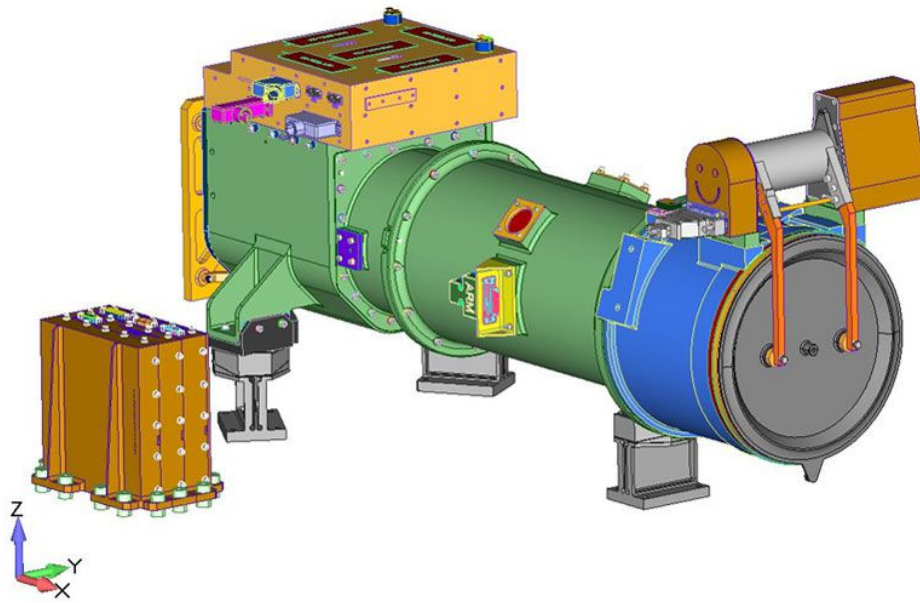


Figura 36 – Design do instrumento CCOR (ESA, 2022)

- ***Heliospheric Imager (HI)***

O imageador heliosférico (HI) registra imagens em luz branca e angulagem ampla do espaço entre o Sol e a Terra. Ele rastreia a propagação de CMEs após saírem do campo de visão do coronógrafo, ajudando na previsão do tempo de chegada e intensidade dos impactos. Também fornece dados sobre o vento solar de fundo e eventos complexos, como fusões de CMEs durante o trajeto até a Terra (ESA, 2022).

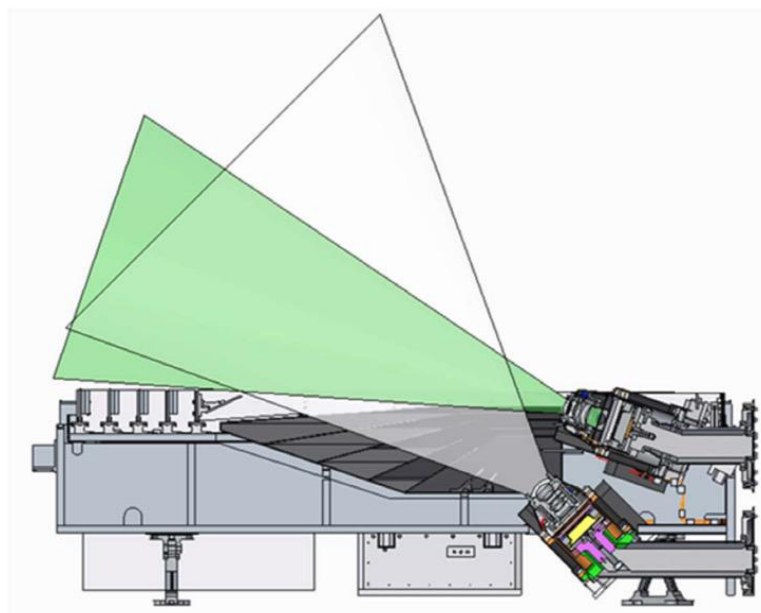


Figura 37 – *Layout* do instrumento HI (ESA, 2022)

- **Plasma Analyser (PLA)**

O Analisador de Plasma (PLA) mede a velocidade, densidade e temperatura do vento solar e das CMEs. É baseado no *Improved Plasma Analyser* (IPA), herdado da missão *Solar Orbiter*. É utilizado na identificação de correntes rápidas de vento solar (SIRs e CIRs) e no aprimoramento de modelos de propagação de CMEs, contribuindo diretamente para a mitigação de riscos a satélites (ESA, 2022).

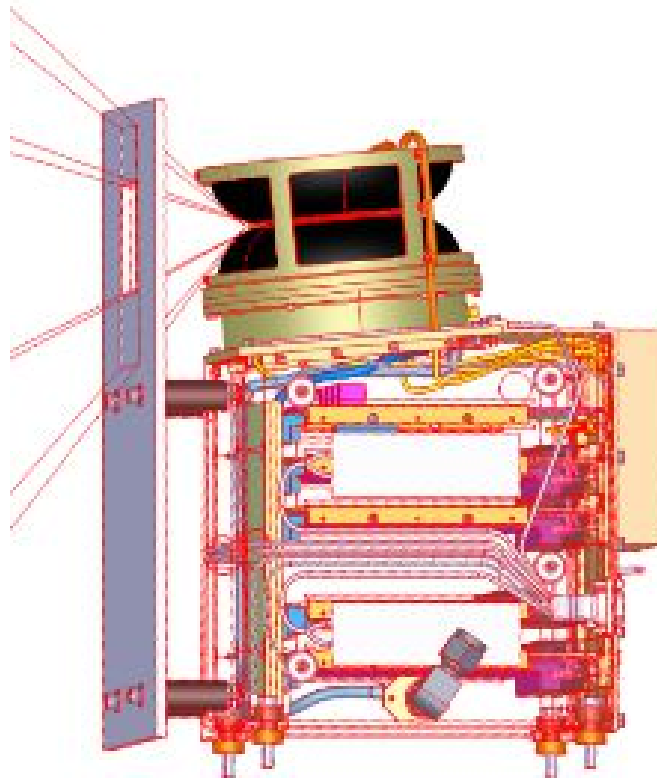


Figura 38 – Instrumento PLA (ESA, 2022)

- **Magnetometer (MAG)**

O Magnetômetro (MAG) mede o campo magnético interplanetário (IMF) no ponto L5, permitindo a previsão de perturbações com 4 a 5 dias de antecedência. Utiliza sensores de fluxo duplo ou triaxial com precisão de aproximadamente $1nT$, montados em um mastro de 7 metros para evitar interferências. O instrumento tem herança técnica do J-MAG da missão JUICE da ESA (ESA, 2022).

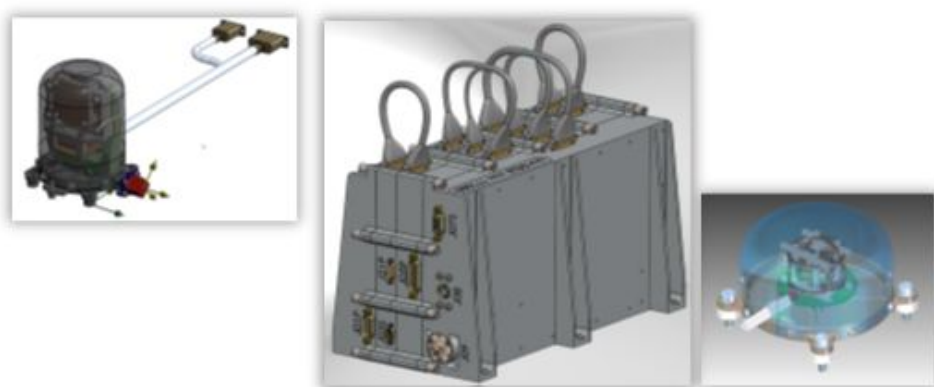


Figura 39 – Elementos do instrumento MAG da Vigil ([ESA, 2022](#))

5 Metodologia

Este capítulo apresenta os fundamentos técnicos e a metodologia empregada para a simulação da missão *Vigil*. A modelagem da trajetória até o ponto de Lagrange L5 foi realizada utilizando o software *Systems Tool Kit (STK)*, por meio do módulo *Astrogator*. O objetivo central consiste em reproduzir numericamente a trajetória da sonda até o ponto L5 de duas formas distintas: (i) por meio de injeção direta na órbita de transferência até L5; e (ii) por meio de uma sequência de elevação de apogeu, que conduz a sonda da órbita terrestre à órbita de transferência.

Neste contexto, tornou-se necessário construir um sistema de referência personalizado no ambiente do *STK* utilizando a ferramenta *Analysis Workbench*. Essa etapa é essencial, uma vez que o ponto L5 não é disponibilizado diretamente pelo software (AGI, 2019). Além disso, a simulação foi concebida de modo a permitir o posicionamento da sonda em L5 por meio de uma transferência fásica, ajustando o ângulo entre o vetor Terra-Sol e a posição do satélite até atingir os 60° característicos do ponto de equilíbrio.

A utilização do módulo *Astrogator* foi fundamental para a construção das sequências de manobras, permitindo o controle das etapas da missão, o planejamento detalhado da transferência e a análise da estabilidade na região do ponto L5.

Estrutura geral das simulações

A metodologia foi dividida em duas fases principais. Na primeira fase, são realizadas as configurações iniciais comuns a ambos os cenários: *injeção direta* e *elevação de apogeu*. A segunda fase envolve a configuração detalhada das manobras, da propagação e do processo de *correção diferencial* no *Astrogator*. Os procedimentos foram baseados nos tutoriais técnicos apresentados no Apêndice, que descrevem passo a passo cada ação dentro do *STK*.

O processo inicia-se pela criação de um cenário no *STK*, com duração abrangendo o instante de lançamento e vários anos de operação. São então adicionados os corpos relevantes, como Terra e Sol, com seus parâmetros físicos e referenciais definidos conforme os padrões do software. As janelas 2D e 3D são ajustadas para otimizar a visualização, utilizando projeções *orthographic*, exibição de eixos, quadro *BBR* e maior campo de visão.

Como o ponto L5 não é nativo no *STK*, sua representação foi construída manualmente por meio da *Vector Geometry Tool*. Foram definidos:

- Um ponto representando a posição de L5 no sistema Terra-Sol;

- Um sistema de eixos associado, denominado *Syst_SEL5*;
- Vetores auxiliares, como o vetor *Sun-Probe*;
- O ângulo *PROBE-SUN-EARTH*, utilizado como critério de parada.

Essas entidades forneceram a base geométrica para as condições de parada e para os algoritmos de *differential correction*.

Além disso, foram duplicadas as componentes cartesianas de posição e velocidade, criando objetos de cálculo específicos associados ao sistema de referência em L5. Eles foram utilizados como parâmetros de parada, variáveis monitoradas e restrições para *correctors*.

Após a preparação do ambiente, foi inserido o satélite da missão, e seu propagador foi alterado para o modo *Astrogator*. A partir desse ponto, a metodologia divide-se em duas abordagens independentes — injeção direta e elevação de apogeu — detalhadas no capítulo seguinte.

6 Aplicação

Este capítulo descreve a aplicação prática da metodologia apresentada anteriormente, detalhando a implementação das trajetórias com *injeção direta* e com *elevação de apogeu* no módulo *Astrogator* do *STK*.

Configuração da trajetória com *injeção direta*

Na abordagem de *injeção direta*, a sequência MCS inicia-se com um segmento de *Launch* configurado para o sítio de lançamento de Kourou no Japão (local designado pela ESA para o lançamento da missão). Em seguida, utiliza-se um segmento *Coast* com o propagador *Cislunar* até a realização da manobra de *injection*. Após essa manobra, incluem-se um segmento de correção (*TCM*), uma propagação até o ângulo de 30° entre Sol-sonda-Terra e, por fim, a propagação heliocêntrica até a vizinhança do ponto L5.

Diversos perfis foram configurados com *differential correctors*, garantindo:

- Circularização preliminar da órbita;
- Ajuste da assíntota de saída da Terra por meio da declinação, ascensão reta e energia característica da assíntota;
- *Coarse targeting* com alvo nas componentes de posição de L5 (X, Y, Z);
- Ajuste fino final (*fine targeting*) com tolerância de quilômetros.

Esses perfis corrigem parâmetros como o instante de lançamento, a duração dos segmentos *coast* e as componentes da manobra de *injection*, respeitando as restrições impostas.

Configuração da trajetória com *elevação de apogeu*

Na abordagem alternativa, a sonda executa três manobras sucessivas — *ARM 1*, *ARM 2* e *ARM 3* — cada uma seguida de propagação até o apoastro. Após a terceira manobra, realiza-se a injeção heliocêntrica e a propagação até L5. Essa configuração inclui um *differential corrector* adicional, denominado *Alvo C3*, responsável por ajustar simultaneamente as magnitudes das três manobras ARM e da manobra final de *injection*, garantindo que a energia característica (*C3*) atinja o valor desejado na saída da esfera de influência da Terra.

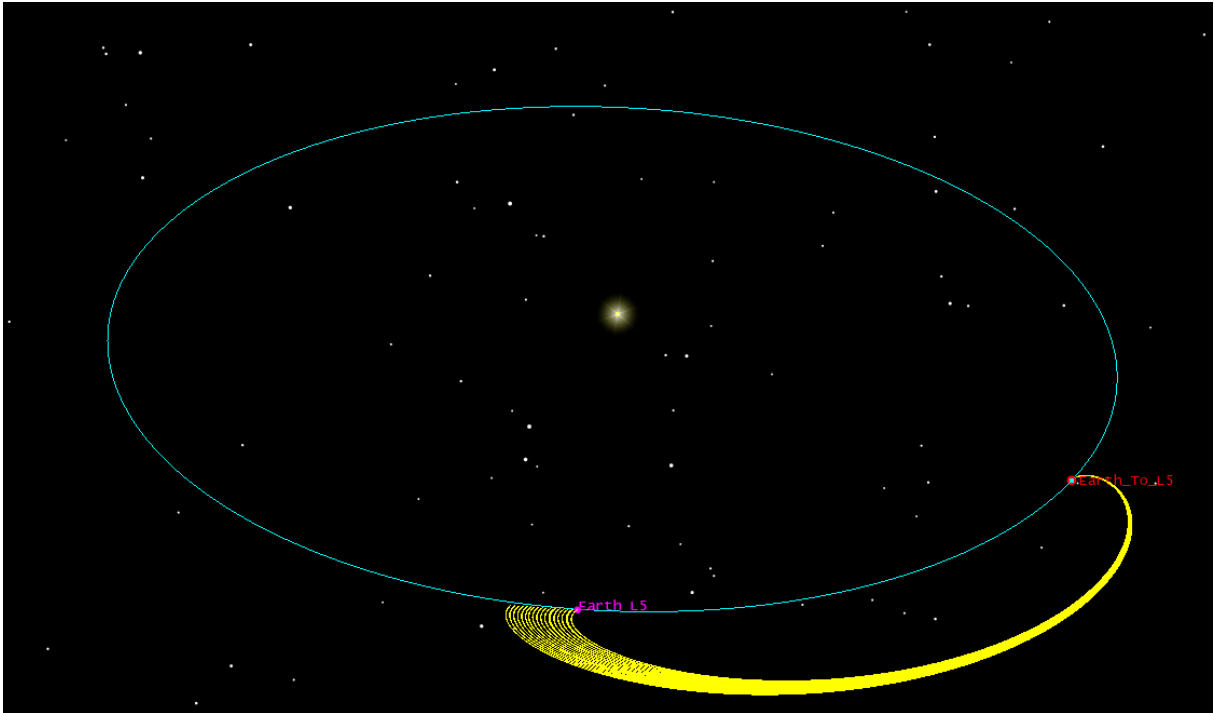


Figura 40 – Iterações do *Targeter* para alcançar o ponto L5.

Configuração da órbita *Station Keeping* no ponto L5

Após a convergência da trajetória até o ponto L5, torna-se necessário garantir que a sonda permaneça estável na vizinhança do ponto de equilíbrio. Para isso, foi criada no *Astrogator* uma segunda sequência de *Target*, denominada *Stay at L5*, responsável por executar a manobra de captura e a propagação prolongada para avaliar a estabilidade e aplicar correções.

Dentro dessa nova sequência foram adicionados um segmento de manobra impulsiva (*Capture*), um segmento *Return* e um segmento de propagação final (*Station Keeping*). O segmento *Capture* foi configurado com o propagador *Earth Full RKP*, controle de atitude em *Thrust Vector* e eixos VNC(Sun), com as componentes X, Y e Z selecionadas como *Control Parameters*. A tolerância definida nos requisitos da missão da ESA foi de até $8Mkm$ para manutenção em L5 (ESA; Vigil Team, 2023). Porém, a tolerância definida nas simulações foi de $0,1km$ nas componentes Y e Z, para garantir que a órbita se restringisse a apenas um plano, de $8 \cdot 10^6 km$ para a componente X de posição. Adicionalmente, as velocidades relativas no sistema de referência de L5 ('Vx L5', 'Vy L5', 'Vz L5') foram incluídas como *Results* para uso posterior nos algoritmos de correção.

Perfis de correção e estabilização

Na aba de *Profiles* da sequência *Stay at L5*, foram configurados dois conjuntos de *Differential Correctors*. No primeiro perfil, denominado *Zero Velocity*, as velocidades ‘Vx L5’, ‘Vy L5’ e ‘Vz L5’ são tratadas como *Equality Constraints*, com tolerância de 0,0001 km/s, assegurando que a sonda alcance o ponto L5 com velocidade relativa praticamente nula no sistema de referência local.

Após a convergência da etapa de anulação de velocidade, o segmento *Return* é desativado, dando lugar ao segundo *Differential Corrector*, denominado *Zero Position*. Esse corretor utiliza novamente as componentes da manobra *Capture* como *Control Parameters*, mas agora impõe como *Equality Constraints* as posições ‘X_L5’, ‘Y_L5’ e ‘Z_L5’ medidas ao final da propagação de sete anos. A tolerância adotada foi de 0,1 km, o que garante que a trajetória de manutenção permaneça rigidamente vinculada ao ponto L5 dentro dos limites desejados para a missão.

Execução e validação das simulações

Com todas as sequências configuradas, executou-se o MCS completo no *Astrogator*. Quando os *differential correctors* convergiam, os parâmetros finais eram registrados como solução nominal. A simulação era então executada em modo nominal, permitindo a visualização da trajetória nas janelas 2D e 3D do cenário previamente configurado. Os resultados foram posteriormente analisados no capítulo de resultados.

7 Resultados

7.1 Análise dos resultados das Estratégias de Transferência

A comparação entre as duas estratégias de transferência (injeção direta e elevação de apogeu) foi realizada a partir dos valores de ΔV , consumo de propelente e durações segmentadas de cada fase da missão. Esta análise permite identificar as diferenças operacionais entre os dois perfis, o gasto total necessário para cada alternativa e avaliar qual deles oferece maior tempo útil de operação em L5 dentro do limite de 7 anos e 9 meses de missão (ESA; Vigil Team, 2023).

Além disso, a análise gráfica das simulações é fundamental para validar a dinâmica orbital calculada pelo STK/Astrogator e comparar visualmente as duas metodologias de transferência.

7.1.1 Trajetória de Injeção Direta

A injeção direta é a abordagem mais simples, caracterizada por um impulso único e de alta energia na saída da Terra.

Os resultados da simulação de injeção direta estão apresentados na Tabela 4. O perfil é composto por uma queima principal de escape, uma pequena correção de trajetória (TCM) e a manobra de captura em L5.

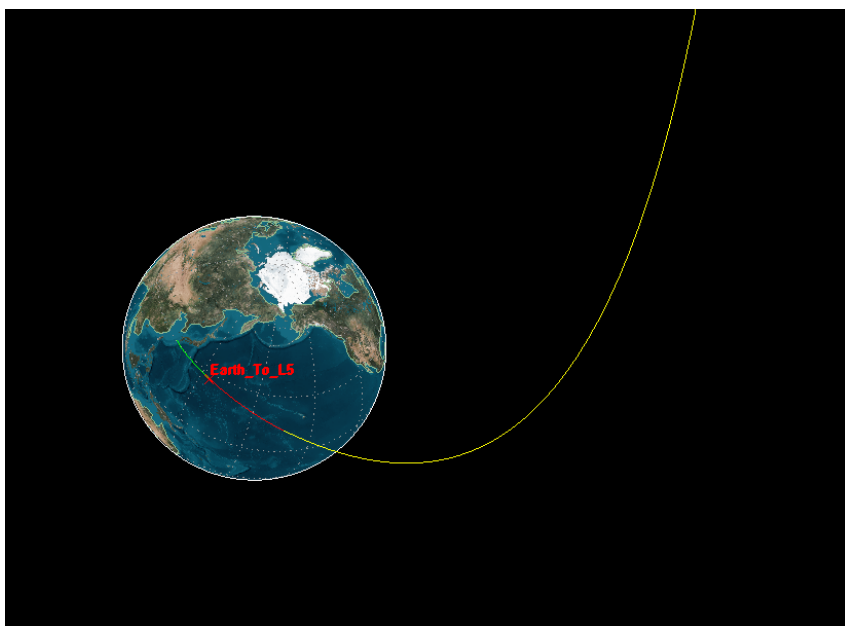


Figura 41 – Saída da Terra - Injeção Direta.

Tabela 4 – Valores de ΔV , consumo de propelente e durações para a trajetória de injeção direta.

Segmento/Manobra	ΔV (m/s)	Propelente (kg)
<i>INJECTION</i> (Escape)	3.294,3	673,6
TCM (correção)	1,0	0,3
<i>CAPTURE</i> (em L5)	2.125,6	514,5
TOTAL	5.420,9	1.188,4

Segmento	Tempo (s)	Tempo (dias)	Tempo (anos)
<i>Launch</i>	$4,09 \cdot 10^2$	0,0	0,0
<i>Coast</i>	$5,98 \cdot 10^2$	0,0	0,0
<i>INJECTION</i> (Escape)	0,0	0,0	0,0
Tempo de escape da Terra	$1,0 \cdot 10^3$	0,01 (16,8 min)	0,0
TCM (correção)	0,0	0,0	0,0
<i>Prop to 30 deg</i> (fase Pre-OP)	$1,92 \cdot 10^7$	221,8	0,61
<i>Prop to L5</i> (fase OP)	$1,52 \cdot 10^7$	177,4	0,49
Tempo de propagação até L5	$3,45 \cdot 10^7$	399,19	1,09
<i>CAPTURE</i> (em L5)	0,0	0,0	0,0
<i>Station Keeping</i>	$8,64 \cdot 10^7$	1000,8	2,74 (2 anos e 8 meses)
Tempo total operacional	$1,02 \cdot 10^8$	1178,2	3,2 (3 anos e 2 meses)
Tempo total da missão	$1,21 \cdot 10^8$	1400,0	3,8 (3 anos e 10 meses)

- **Saída da Terra:** A Figura 41 ilustra o momento de aplicação da manobra principal de escape (injeção). A trajetória amarela representa a hipérbole de fuga da Terra, onde a nave atinge o requisito de energia $C3 > 0$.
- **Custo:** O ΔV total acumulado é de aproximadamente 5.420,9 m/s (necessário para o escape da Terra), com um consumo de cerca de 1.188,4 kg de propelente.

A trajetória heliocêntrica subsequente, representada na Figura 42, demonstra a órbita de transferência para L5.

- **Transferência:** A órbita em roxo e amarelo descreve o caminho da sonda em torno do Sol (corpo central), ajustada para interceptar a órbita da Terra no ponto L5. Segundo [ESA e Vigil Team \(2023\)](#), essa transferência é dividida em duas fases: a fase pré operacional (até atingir o ângulo de 30 graus entre o satélite, o Sol e a Terra) representada pela linha roxa, e a fase de operação (entre 30 e 60 graus) representada pela linha amarela. A transferência total teve duração de 399 dias, o que também está dentro da faixa de 1380 dias limitada nos requisitos de missão.
- **Chegada:** O *Targeter* encerra a propagação no ponto *Earth L5*, conforme ilustrado.
- **Órbita de Manutenção (Halo/Lissajous):** A Figura 43 exibe a órbita periódica da nave no referencial rotatório após a manobra final de captura. O *Targeter* convergiu com sucesso, resultando em um padrão estável e fechado em torno do ponto

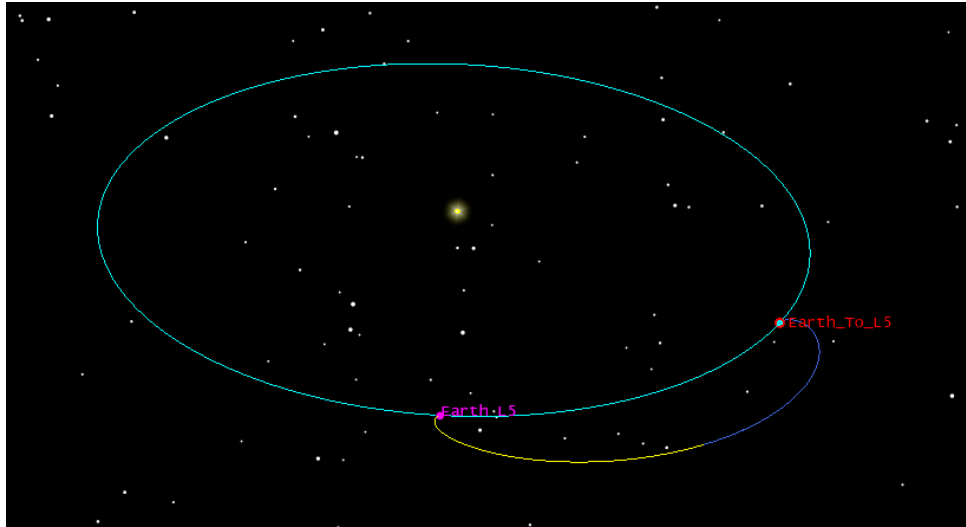


Figura 42 – Propagação Heliocêntrica da Transferência de Injeção Direta.

Earth L5. A mesma metodologia foi aplicada para a *station keeping* do cenário de injeção direta.

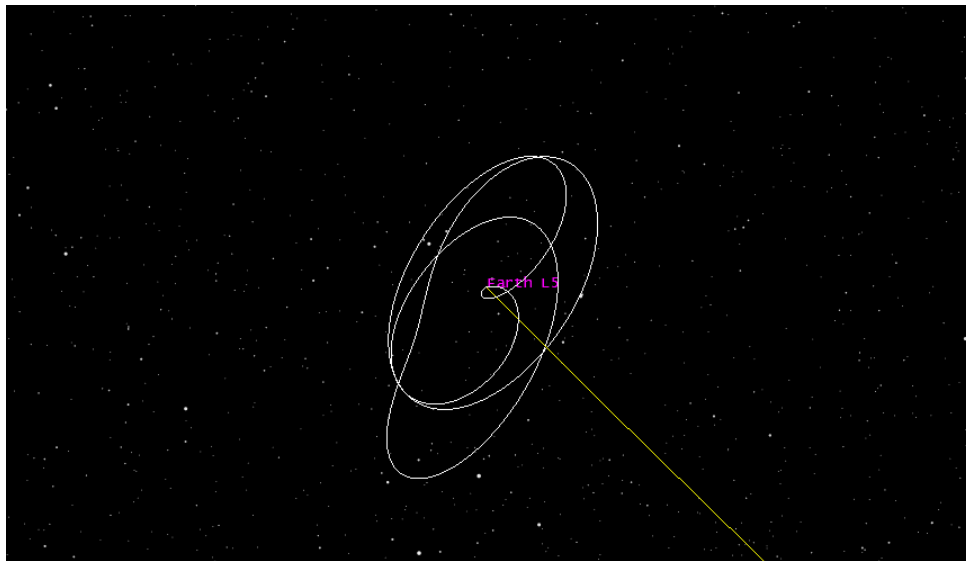


Figura 43 – Órbita de Manutenção - *Tadpole* (*Station Keeping*) em torno do ponto L5.

7.1.2 Trajetória com Elevação de Apogeu (ARS)

A trajetória com elevação de apogeu divide o ganho de energia orbital em elevações sucessivas até atingir as condições necessárias para escapar da Terra. Embora isso aumente a complexidade, permite um escape em condições dinâmicas mais eficientes para a fase heliocêntrica subsequente.

Os resultados completos encontram-se na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores de ΔV , consumo de propelente e durações para a trajetória com elevação de apogeu.

Segmento/Manobra	ΔV (m/s)	Propelente (kg)
ARM 1	396,2	126,0
ARM 2	358,5	114,7
ARM 3	358,5	114,7
<i>INJECTION</i> (Escape)	5.002,5	817,4
TCM (correção)	5,7	0,0
<i>CAPTURE</i> (em L5)	2.122,3	513,9
TOTAL	8.243,7	1.688,7

Segmento	Tempo (s)	Tempo (dias)	Tempo (anos)
<i>Initial State</i> (GTO)	0,0	0,0	0,0
ARM 1	0,0	0,0	0,0
<i>COAST 1</i>	$5,38 \cdot 10^4$	0,62	0,00
ARM 2	0,0	0,0	0,0
<i>COAST 2</i>	$1,23 \cdot 10^5$	1,42	0,00
ARM 3	0,0	0,0	0,0
<i>COAST 3</i>	$1,5 \cdot 10^5$	1,73	0,00
Tempo de escape da Terra	$3,26 \cdot 10^5$	3,77	0,00
<i>INJECTION</i> (Escape)	0,0	0,0	0,0
<i>Prop to 30 deg</i> (fase Pre-OP)	$1,06 \cdot 10^7$	123,41	0,34
<i>Prop to L5</i> (fase OP)	$1,01 \cdot 10^7$	116,95	0,32
Tempo de propagação até L5	$2,07 \cdot 10^7$	240,36	0,66
<i>CAPTURE</i> (em L5)	0,0	0,0	0,0
<i>Station Keeping</i>	$0,9 \cdot 10^8$	1155,87	3,17 (3 anos e 2 meses)
Tempo total operacional	$1,1 \cdot 10^8$	1272,8	3,5 (3 anos e 6 meses)
Tempo total da missão	$1,2 \cdot 10^8$	1400	3,8 (3 anos e 10 meses)

- **Ciclos de ΔV :** A Figura 7.1.2 mostra as hipérboles de escape resultantes das 3 manobras segmentadas (ARM 1, 2 e 3) que elevaram progressivamente a energia orbital.
- **Eficiência:** Embora o ΔV total seja superior (8.243,7 m/s total), a separação em ciclos permite um ganho em dinâmicas mais eficientes.
- **Restrição de Tempo:** O Targeter encontrou a solução de escape em menos de 4 dias (respeitando o limite de 14 dias) apresentado nos requisitos de missão (ESA; Vigil Team, 2023).

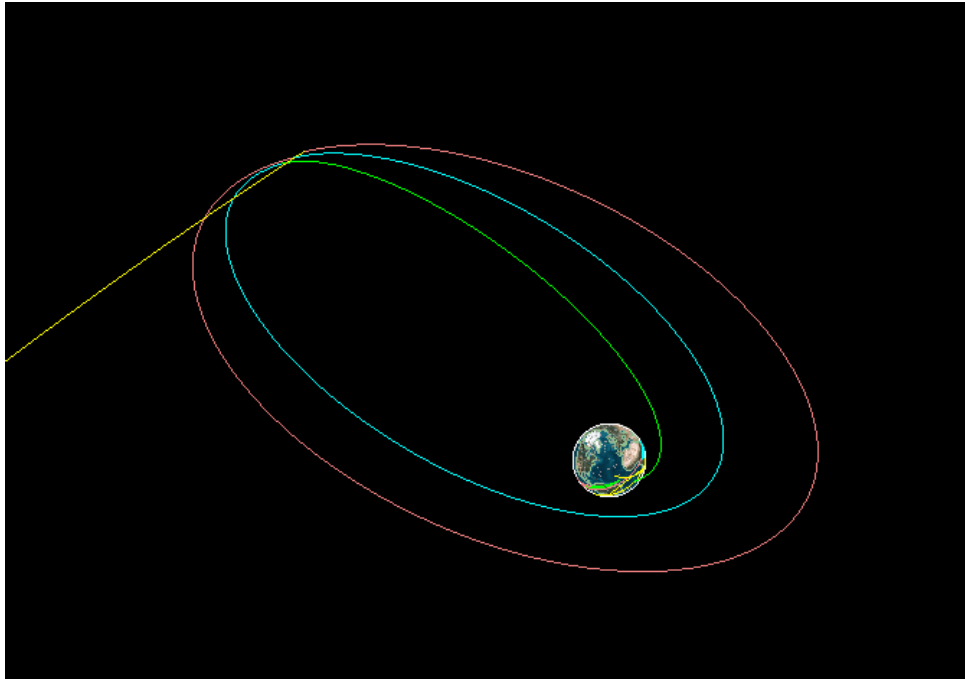


Figura 44 – Sequência de Elevação de Apogeu (ARS) na vizinhança da Terra.

7.2 Comparação dos Cenários

A comparação entre as duas metodologias de transferência, Elevação de Apogeu (ARS) e Injeção Direta, revela um importante trade-off de custo e tempo na fase operacional da missão Vigil. A principal diferença reside na eficiência da propulsão versus a duração total da fase científica.

Tabela 6 – Comparação dos valores de Delta V e tempo de operação entre as duas estratégias

Critério	Injeção Direta	ARS	Diferença (ARS vs. DI)
Custo de ΔV	5,4 km/s	8,2 km/s	+2,8 km/s
Tempo Total de Operação	1178 dias	1272 dias	+94 dias

A trajetória com Elevação de Apogeu (ARS) resultou em um custo de ΔV total de 8,2 km/s. Este valor é significativamente superior ao custo de 5,4 km/s da injeção direta. A diferença de 2,8 km/s é atribuída às manobras adicionais de baixo impulso necessárias para elevar o apogeu em múltiplos ciclos. A ARS, portanto, exige um maior consumo de propelente na fase de escape.

No entanto, a viabilidade operacional deve considerar a duração total da operação científica. Para esta análise, o início da fase operacional é estabelecido quando o satélite atinge 30° de separação angular na trajetória para L5.

A Injeção Direta, embora mais simples, requer uma transferência mais longa. O tempo de propagação até L5 é de 399,19 dias. Ao somar o tempo de operação durante a

transferência (177,4 dias) e a fase de *station keeping* em L5 (1000,8 dias), o tempo total de operação desta estratégia atinge 1178,2 dias.

Em contraste, a estratégia ARS é mais rápida na fase de transferência. A duração de propagação até L5 é de 240,36 dias. O tempo total de operação, que inclui 117 dias de transferência e 2.594 dias de *station keeping*, soma 2.711 dias.

A diferença final no tempo total de operação científica entre os dois métodos é de apenas 94 dias ($\approx 3,15$ meses). Este pequeno ganho operacional de 3,15 meses na ARS deve levar em consideração o custo de 2.822,8 m/s de ΔV e 500kg de combustível adicional. Nesse sentido, a economia em propulsão da Injeção Direta é massiva, justificando a escolha desta metodologia sob o ponto de vista econômico e de engenharia de lançamento. Pois a perda operacional de apenas 3,2 meses é minimizada pelo ganho de quase 3 km/s em ΔV .

Porém escolha nominal da ESA pela ARS é justificada pela flexibilidade e robustez dessa estratégia. Para Injeção Direta seria necessário uma janela de lançamento específica para o lançamento da missão, e caso não seja possível realizar o lançamento nessa janela, a próxima oportunidade seria a semanas ou meses de distância, representando a falta de flexibilidade dessa estratégia. Além disso, a injeção direta não permite a realização das fases de comissionamento perto da Terra por não possuir tempo hábil de órbita ao redor da Terra antes da inserção na órbita de transferência para L5, representando a robustez e confiabilidade da Elevação de Apogeu em relação aos testes de equipamentos.

8 Comentários Finais e Trabalhos Futuros

8.1 Conclusão

O presente trabalho modelou e simulou trajetórias para a Missão Vigil com destino ao ponto de Lagrange L5. A abordagem adotada permitiu analisar as etapas necessárias para conduzir uma sonda desde o lançamento na Terra até uma região de equilíbrio dinâmico no sistema Sol-Terra a partir da utilização do software *Systems Tool Kit* e do módulo *Astrogator* para construir perfis completos de manobras, oferecendo confiabilidade aos resultados obtidos.

A metodologia aplicada baseou-se na construção de um sistema de referência próprio para o ponto L5, possibilitando a criação de variáveis geométricas, vetores auxiliares e critérios de parada fundamentais para orientar a navegação durante a transferência. Além disso, o uso do *Analysis Workbench* garantiu que todos os elementos geométricos utilizados nas simulações refletissem a estrutura do problema restrito de três corpos, permitindo que o comportamento da trajetória fosse analisado de forma consistente.

Os resultados da simulação com elevação de apogeu apresentaram uma trajetória energeticamente mais custosa. O método exigiu maior ΔV . Ainda assim, apresentou boa estabilidade na convergência dos *differential correctors* e forneceu uma trajetória clara e direta para alcançar o ponto L5. O uso do corretor diferencial denominado. Esse resultado reforça a ideia de que trajetórias híbridas podem ser particularmente úteis para missões que enfrentam grandes diferenças de energia entre seus regimes orbitais.

A simulação baseada na injeção direta ofereceu outra perspectiva. O tempo de transferência foi maior, entretanto, apresentou redução significativa de consumo de propelente. Porém, esse tipo de trajetória não é tão flexível em questão de lançamento e confiável em questão de realização de testes na órbita terrestre, justificando a escolha nominal da ESA pela Elevação de Apogeu.

Além disso, as análises finais mostraram que o comportamento da sonda na vizinhança de L5 é estável do ponto de vista do Problema Circular Restrito de Três Corpos, mas sujeito a pequenas perturbações. Elas requerem correções periódicas. As simulações permitiram estimar a ordem de grandeza dessas operações de *station keeping*, fornecendo um panorama realista sobre o esforço operacional necessário para manter a sonda na região do ponto. Assim, o trabalho contribuiu para a compreensão prática da navegabilidade ao redor de L5 e para a avaliação do custo de manutenção orbital.

Como continuidade deste estudo, é possível considerar a exploração de modelos dinâmicos mais completos, incluindo por exemplo perturbações não gravitacionais. Outro

avanço possível consiste em simulações de longo prazo de estabilidade no entorno de L5 com diferentes estratégias de *station keeping* e com o uso de diferentes propulsores como o iônico ou elétrico. Esses desenvolvimentos futuros poderão aprofundar ainda mais a compreensão da missão e fornecer subsídios adicionais para projetos reais de monitoramento heliosférico inspirados na missão Vigil.

Referências

AGI. *DIY with AWB – Lagrangian Points*. 2019. Acessado em 15 de junho de 2025. Disponível em: <<https://www.agi.com/articles/DIY-with-AWB-Lagrangian-Points>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 72.

BATE, R. R.; MUELLER, D.; WHITE, J. E. *Fundamentals of Astrodynamics*. [S.l.]: Dover Publications, 1971. Citado na página 52.

CORNISH, N. J. *What is a Lagrange Point?* 2018. Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <<https://science.nasa.gov/resource/what-is-a-lagrange-point/>>. Citado na página 60.

CURTIS, H. D. *Orbital Mechanics for Engineering Students*. third. [s.n.], 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/C2011-0-69685-1>>. Citado 18 vezes nas páginas 9, 10, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 54, 55, 57 e 59.

EASTWOOD, J. P. e. a. Towards a scientific understanding of the risk from extreme space weather. *advances in space research*. v. 47, p. 2059–2072, 2017. Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1111/risa.12765>>. Citado na página 31.

eoPortal Directory. *Vigil Satellite Mission*. 2024. <<https://www.eoportal.org/satellite-missions/vigil#development-status>>. Acesso em: 15 jun. 2025. Citado 3 vezes nas páginas 21, 37 e 38.

ESA. *VIGIL Mission Objectives and Payload Description*. Darmstadt, Germany, 2022. Prepared by OPS-SW. Disponível em: <<https://www.esa.int/>>. Acesso em: 16 jun. 2025. Citado 8 vezes nas páginas 10, 13, 21, 38, 68, 69, 70 e 71.

ESA. *Mission Navigator*. (s.d.). Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <https://www.esa.int/ESA/Our_Missions>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 31.

ESA. *Space weather and its hazards*. s.d. <https://www.esa.int/Space_Safety/Space_weather/Space_weather_and_its_hazards>. Acesso em: 25 jun. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 21.

ESA. *Vigil mission overview*. (s.d.). Acessado em 28 de maio de 2025. Disponível em: <https://www.esa.int/Space_Safety/Vigil/Vigil_mission_overview>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 23.

ESA. *What are Lagrange points?* (s.d.). Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <https://www.esa.int/Enabling_Support/Operations/What_are_Lagrange_points>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 20.

ESA; Vigil Team. *NIO Requirements Document*. Noordwijk, The Netherlands, 2023. Issue/Revision 1.0. Data de Emissão: 24/04/2023. Citado 8 vezes nas páginas 10, 64, 65, 67, 75, 77, 78 e 80.

- HAPGOOD, M. The economic impact of space weather: Where do we stand? risk analysis. v. 37, p. 206–218, 2011. Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asr.2010.02.007>>. Citado 4 vezes nas páginas 23, 25, 30 e 31.
- KUGA, H. K.; PRADO, A. F. B. A. *Fundamentos de tecnologia espacial*. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2011. Citado 3 vezes nas páginas 39, 46 e 47.
- MAKI, A. et al. L5 Mission and Observation of Interplanetary CME. *Journal of the Communications Research Laboratory*, Communications Research Laboratory (CRL), v. 49, n. 4, p. 13–26, 2002. Citado 5 vezes nas páginas 9, 10, 27, 28 e 51.
- MEYER-VERNET, N. *Basics of the solar wind*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 25, 27 e 29.
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. *Solar System Dynamics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 10, 61, 62 e 63.
- NASA. *Solar Storms and Flares*. 2024. Acesso em: 18 jun. 2025. Disponível em: <<https://science.nasa.gov/sun/solar-storms-and-flares/>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 26 e 30.
- NASA. *Missions*. (s.d.). Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <<https://www.nasa.gov/missions/?terms=12942%2C12881%2C12879>>. Citado 6 vezes nas páginas 9, 31, 32, 33, 34 e 35.
- NASA. *National Space Science Data Center (NSSDC)*. s.d. Acesso em: 18 jun. 2025. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 31 e 32.
- NASA/Goddard Space Flight Center. *When Coronal Holes are Smiling...* 2022. Scientific Visualization Studio, Solar Dynamics Observatory (SDO/AIA-193). Visualização por Tom Bridgman; produção por Scott Wiessinger; suporte técnico por Laurence Schuler e Ian Jones. Disponível em: <<https://svs.gsfc.nasa.gov/5102>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 26.
- NOAA. *DSCOVR: Deep Space Climate Observatory*. (s.d.). Acessado em 23 de maio de 2025. Disponível em: <<https://www.nesdis.noaa.gov/current-satellite-missions/currently-flying/dscovr-deep-space-climate-observatory>>. Citado na página 31.
- RICHARDSON, I. G. Solar wind stream interaction regions throughout the heliosphere. *Living Reviews in Solar Physics*, v. 15, n. 1, p. 1–146, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s41116-017-0011-z>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 29.
- SOLANKI, S. K. *Sunspots: An overview*. [S.l.: s.n.], 2003. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.
- USOSKIN, L. G. *A history of solar activity over millennia*. [S.l.: s.n.], 2023. Citado na página 25.
- VOURLIDAS, A. Mission to the sun-earth l5 lagrangian point: An optimal platform for space weather research. *Space Weather*, v. 13, p. 197–201, 2015. Citado na página 37.

ZURBUCHEN, I. R. T. In-situ solar wind and magnetic field signatures of interplanetary coronal mass ejections. *Space Sci Rev*, v. 123, p. 31–43, 2006. Acessado em 23 de maio de 2025. Citado 2 vezes nas páginas [9](#) e [27](#).

A Apêndice A - Tutorial STK: Simulação da Missão Vigil até SEL5)

A.1 Configurações iniciais (para os dois cenários - injeção direta e elevação de apogeu)

Criar cenário

1. Abra o STK.
2. Clique em “Create a Scenario”.

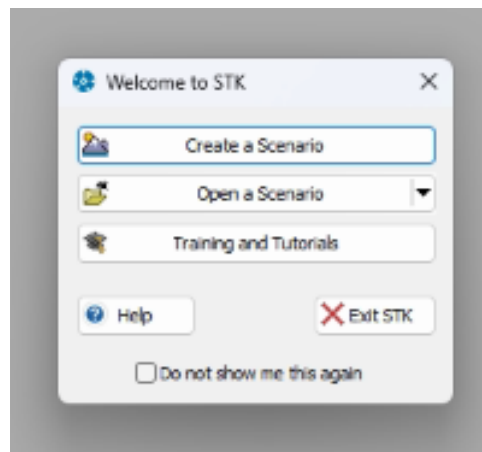


Figura 45 – Janela de Boas-Vindas do STK com a seleção da funcionalidade de Criação de Cenário.

3. Nome: Vigil_SEL5_injecao_direta.
4. Defina o período de análise:
 - Start: data do lançamento (1 Jan 2031 15:00:00).
 - Stop: pelo menos 5 anos depois (31 Dec 2036 15:00:00).
5. Defina o “Central Body”: Earth.
6. Clique em OK.

Inserir objetos básicos

1. Em Object Browser, clique com botão direito → Insert Default Object.

2. Selecione planet. Clique em “Insert”. Repita o processo 2 vezes.

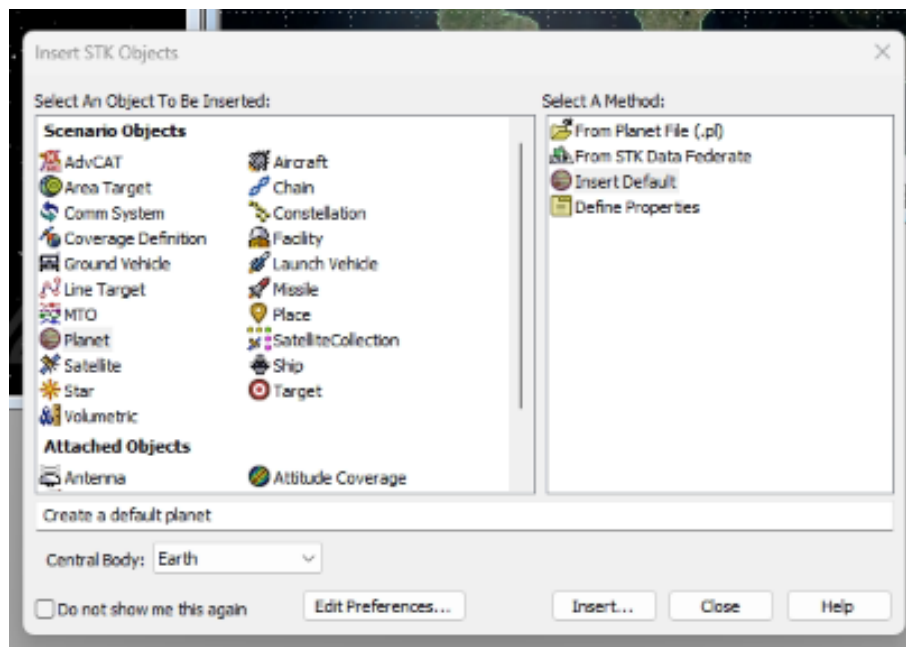


Figura 46 – Seleção de Objeto STK para inserção, destacando a escolha de **Planet** (Planeta) para o cenário.

3. Para cada “Planet” inserido, abra as propriedades e defina o “Central Body” como “Earth” e “Sun”.

Criar sistema de referência SEL5

1. Vá em Analysis Workbench → Vector Geometry Tool → Filter by: Primary Central Bodies.
2. Selecione “Earth” e clique em “Create New Point”. Configure como a Figura 47.

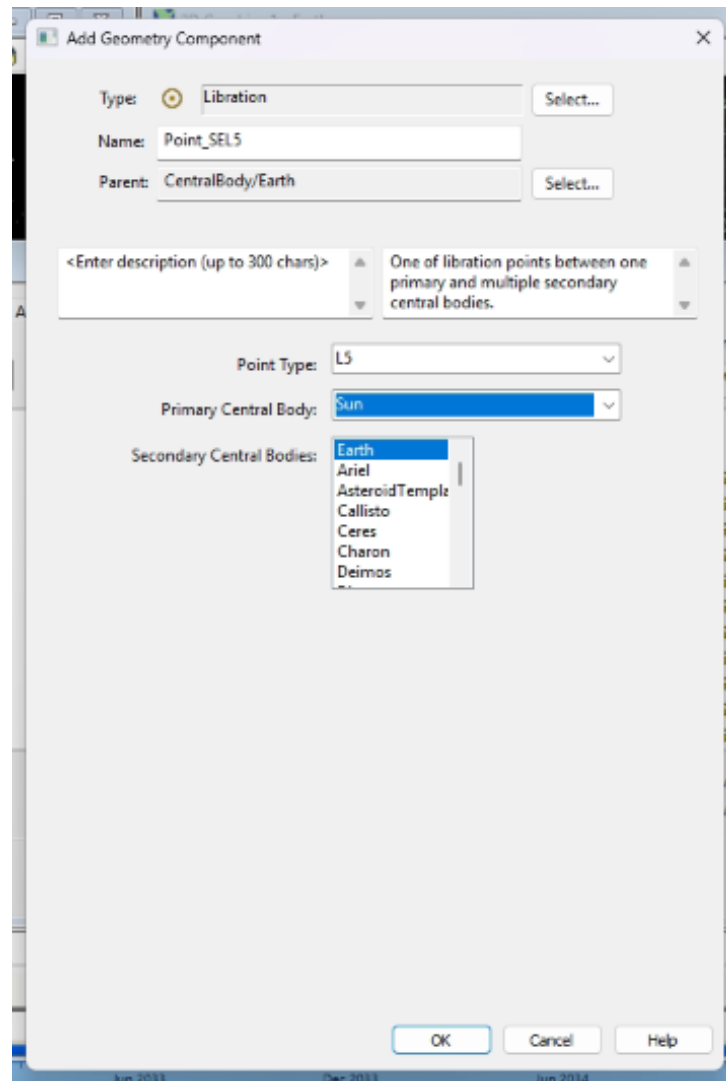


Figura 47 – Caixa de diálogo Add Geometry Component para a criação do ponto Lagrange L5 (Point_SEL5).

3. Com “Earth” selecionado clique em “Create New Axes” e configure como a Figura 48.

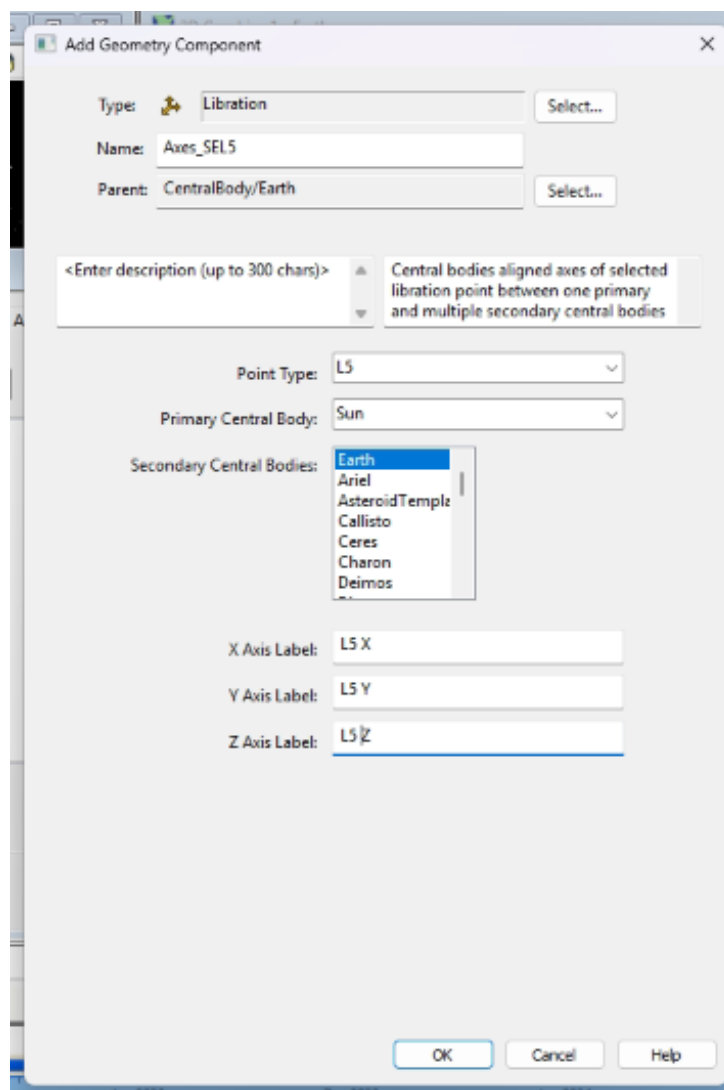


Figura 48 – Definição do sistema de eixos (Axes_SEL5) baseado no ponto L5 e corpos primários.

4. Ainda com “Earth” selecionado clique em “Create New System” e configure como a Figura 49.

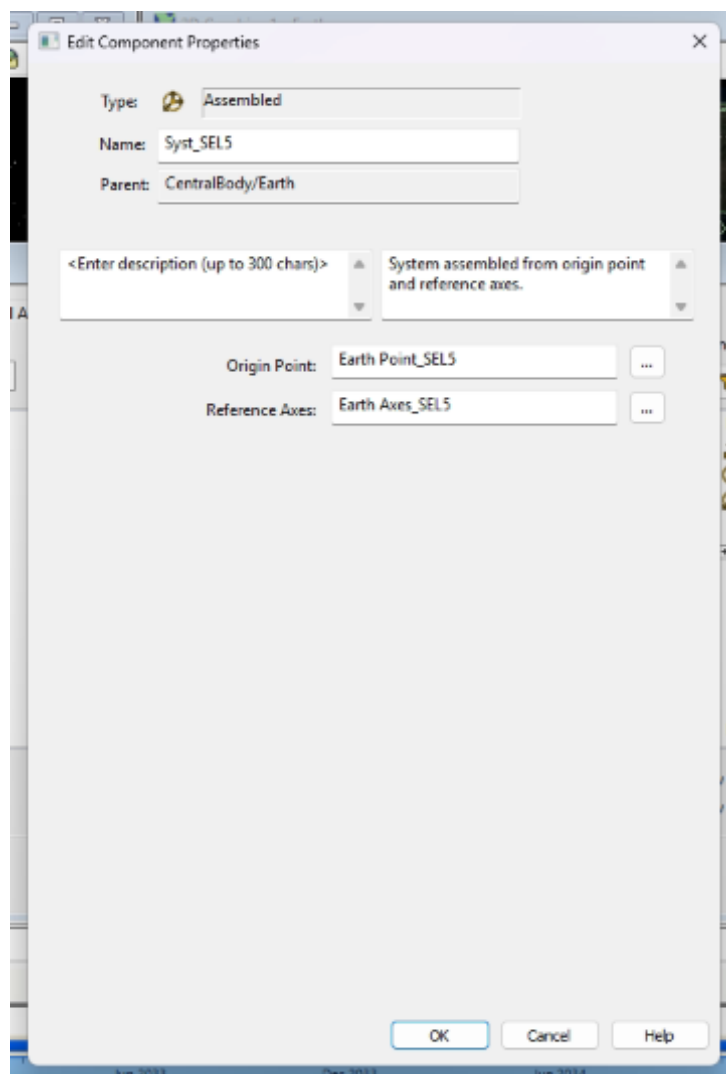


Figura 49 – Propriedades do Componente de Geometria montado (Syst_SEL5) a partir do ponto e eixos de referência L5.

5. Selecione “Sun” → Create New Axes (renomear como Sun-Probe) e configure como a Figura 50.

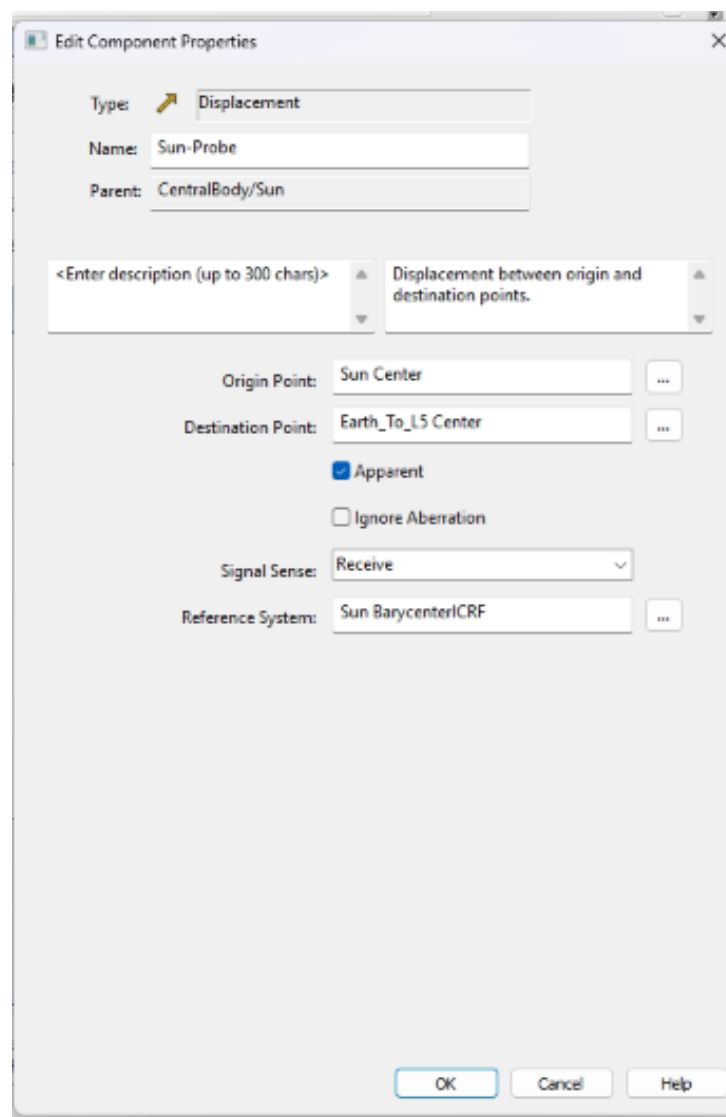


Figura 50 – Configuração do vetor de deslocamento (Displacement) Sun-Probe a partir do Sol em direção ao ponto L5.

6. Ainda com “Sun” selecione “Create New Angle” (renomear como PROBE-SUN-EARTH) e configure como a Figura 51.

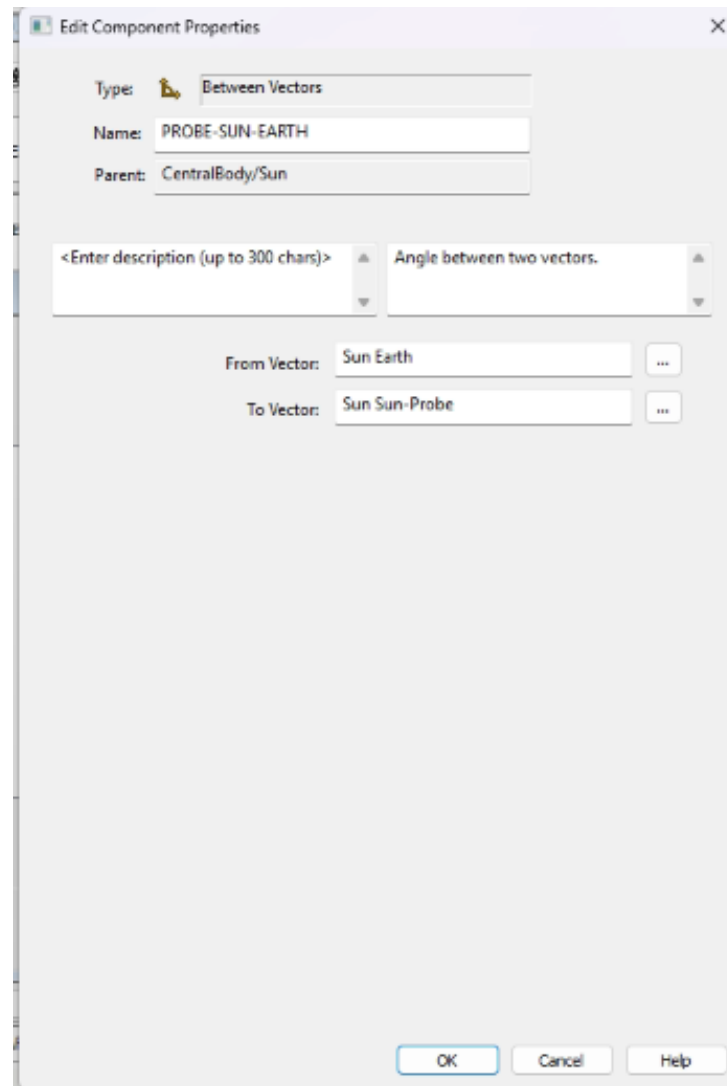


Figura 51 – Definição do ângulo PROBE-SUN-EARTH (Between Vectors) entre o vetor Sol-Terra e o vetor Sol-Sonda (Sun-Probe).

Configurar Calculation Objects necessários

1. Vá em Utilities → Component Browser → Calculation Objects → Cartesian Elems.
2. Duplique cada componente de velocidade e posição.

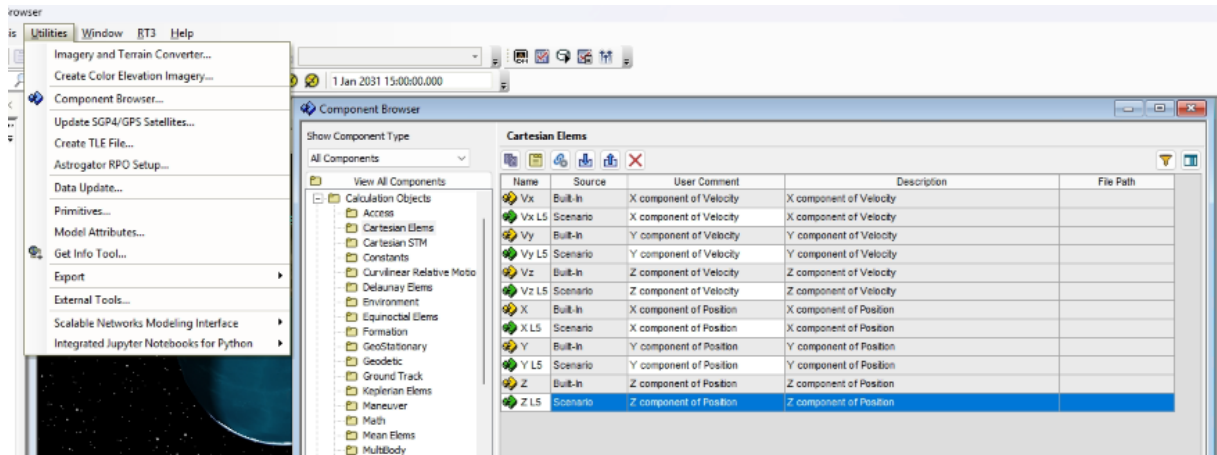


Figura 52 – Visão do Component Browser com a duplicação dos elementos Cartesianos para posição e velocidade no sistema de referência L5.

3. Feche a aba.

Configurar janelas gráficas

1. Em Scenario Properties → 2D Graphics - Global Attributes: habilitar órbitas, posições inerciais e rótulos; esconder Subplanetas.
2. Na janela 2D → Projection: Orthographic, Display Coordinate Frame: BBR, Secondary Body: Sun, Display Height: $2e+006$ km, Show Axes ON.

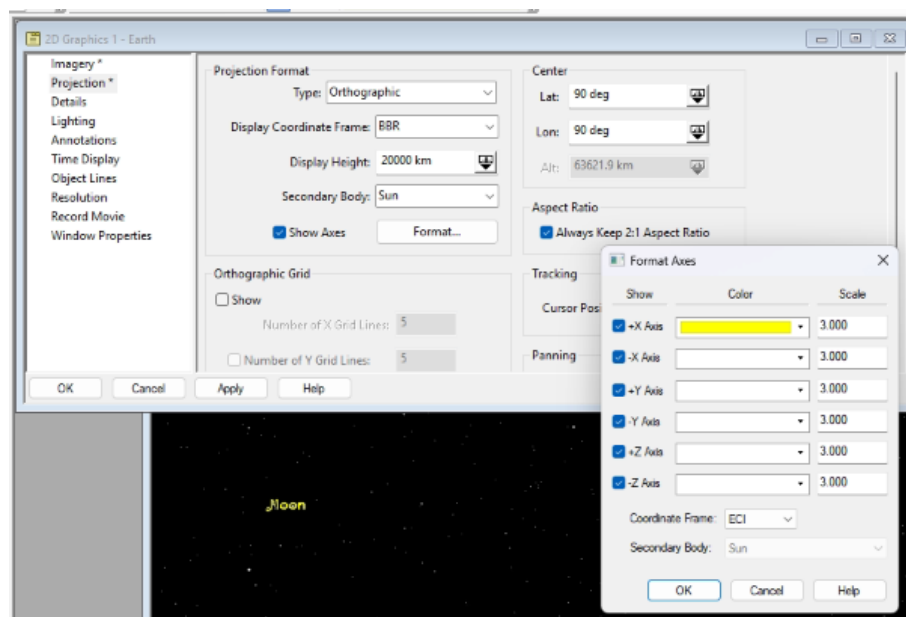


Figura 53 – Configuração da Projeção e Display Coordinate Frame (BBR) na janela de Gráficos 2D.

3. Na janela 3D → Properties → Advanced: Max Visible Distance = $1e+12$ km, Field of View = 35 deg.
4. Em Vector → Points → Add: selecionar Point_SEL5.

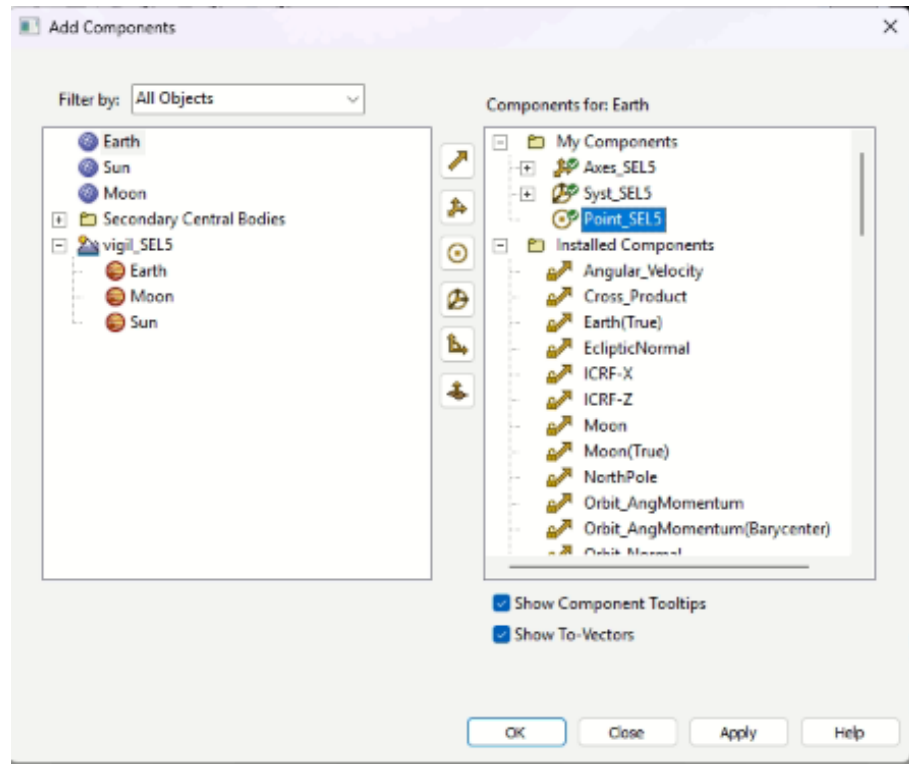


Figura 54 – Seleção do componente Point_SEL5 para inclusão na visualização vetorial da janela de Gráficos 3D.

5. Inserir nova 3D View: “View From/To”.

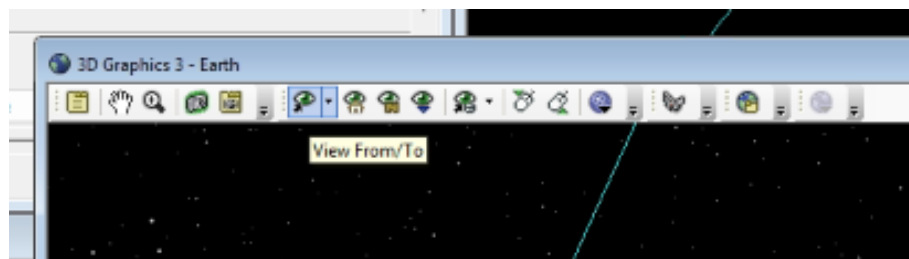


Figura 55 – Interface de Gráficos 3D com a opção View From/To selecionada para personalização da perspectiva.

6. Select From = Point L5, To = Point L5.

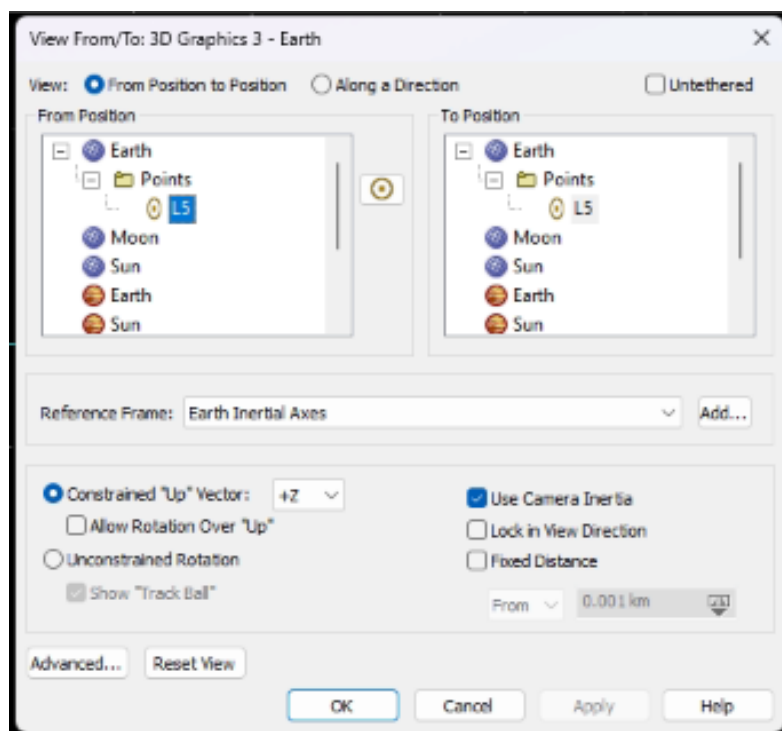


Figura 56 – Configuração detalhada da visualização View From/To focada no ponto Lagrange L5.

Inserir satélite

1. Insert → New → Satellite → Insert Default.

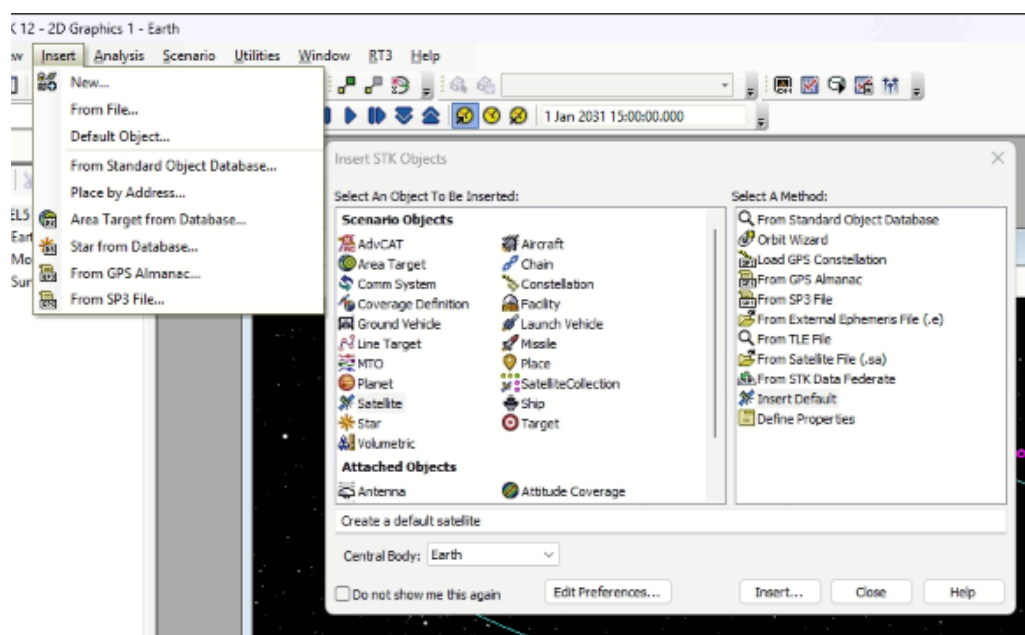


Figura 57 – Caixa de diálogo Insert STK Objects para a inserção padrão de um objeto Satellite (Satélite).

2. Renomeie para “Earth_To_L5”.
3. Em Properties → Basic → Orbit → Propagator: Astrogator.

Observação

A partir desse estágio existem dois caminhos de simulação. A simulação pode ser feita como uma injeção direta do foguete na trajetória até L5, ou pode ser feita utilizando uma sequência de elevação de apogeu para que o foguete saia da órbita da Terra e seja inserido na trajetória até L5. No capítulo de resultados deste trabalho foram comparados os resultados das duas simulações e concluído qual seria mais eficiente.

Entretanto, para fins didáticos e documentais, serão apresentados os tutoriais das duas possibilidades. A seguir, serão apresentados os passos para simulação com injeção direta (o passo a passo para elevação de apogeu se encontra na próxima seção deste Apêndice).

A.2 Configurar trajetória com Injeção Direta

1. Criar e configurar a Sequência de “Target para L5”

1. Deletar os segmentos padrão no MCS.
2. Clicar em “Insert segment after” e selecionar “Target Sequence”.
3. Repetir o procedimento adicionando em sequência: um “Launch”, um “Propagate”, um “Maneuver”, um “Return”, um “Maneuver” e mais dois “Propagate”, e nomeie cada um como na Figura 58.

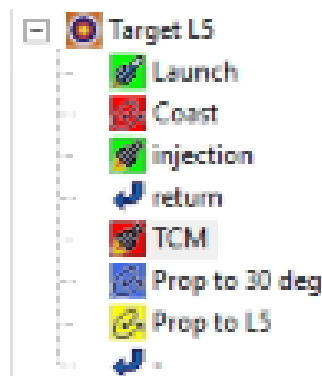


Figura 58 – Estrutura sequencial dos segmentos na Target Sequence para a trajetória de injeção direta em L5.

4. Clique em “Launch” e configure da seguinte forma:

- Na aba “Launch” altere o “Step Size” para 60 sec, “Latitude” = 5.3 deg, “Longitude” = -52.77 deg, Altitude = 0 km (Kourou). Selecione “Epoch” como Control Parameter.
 - Na aba “Burnout” selecione “Fixed Velocity” como Control Parameter.
 - Na aba “Spacecraft Parameters”: áreas = 1 m².
 - Em “Results” adicionar “Eccentricity”.
5. Clique em “Coast” e configure Propagator = Cislunar. Selecione o “Trip” como Control Parameter.
6. Clique em “injection” e altere:
- Propagator = Earth Full RKP
 - Altitude Control = Thrust Vector
 - Thrust Axes = VNC(Earth)
 - Chute inicial: 300 m/s na componente X (Control Parameter)
 - Em Results: Outgoing Asymptote Dec, Outgoing Asymptote RA, C3 Energy

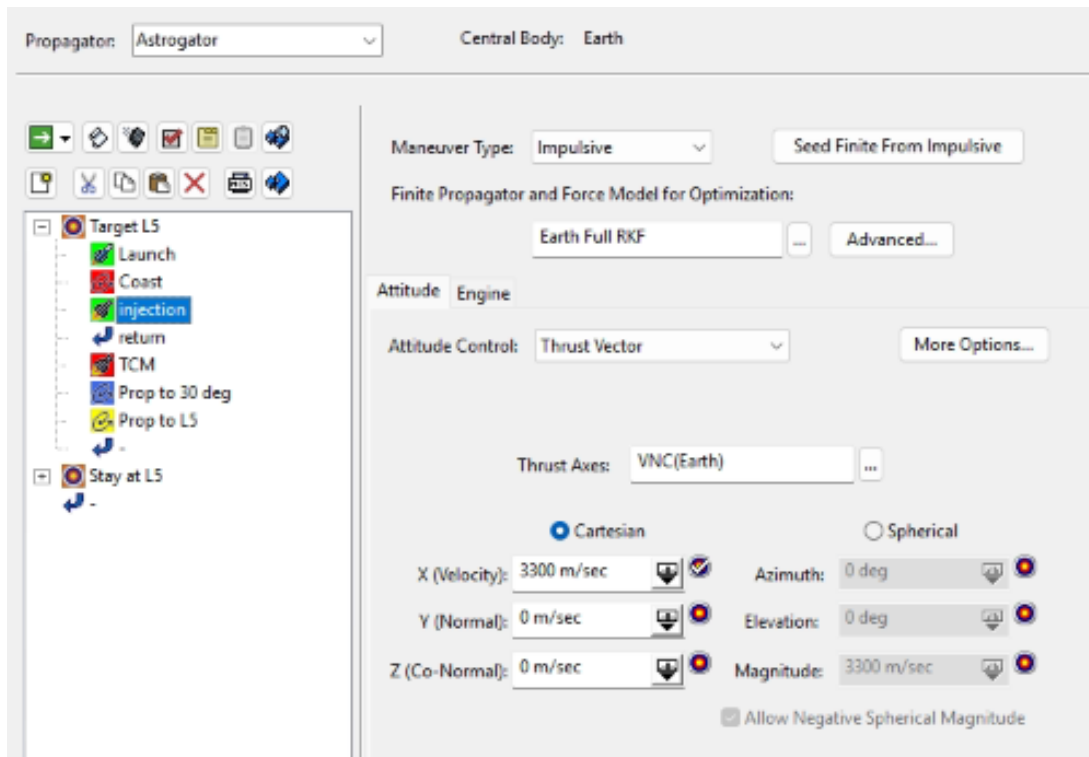


Figura 59 – Configurações do segmento de manobra (Maneuver) injection no Mission Control Sequence (MCS).

7. Clique em “TCM” e altere:

- Propagator = Earth Full RKP
 - Attitude = Thrust Vector
 - Thrust Axes = VNC(Sun)
 - Componentes X, Y, Z = Control Parameters (magnitudes zeradas)
8. Clique em “Prop to 30 deg” e crie uma Stopping Condition de UserSelect (renomear “30 degree”). Em User Calc Object: selecionar Angle $\rightarrow$ PROBE-SUN-EARTH. Excluir Stopping Condition de duração.

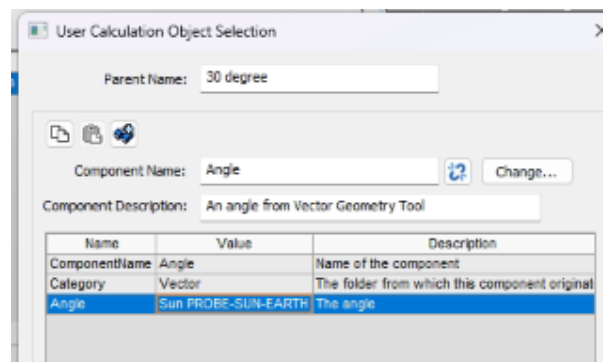


Figura 60 – Seleção do User Calculation Object para a condição de parada no segmento Prop to 30 deg.

9. Clique em “Prop to L5” e configure:
- Propagator = Heliocentric
 - Adicionar Stopping Conditions: Periapsis e Y-Z Plane Cross (coord. Syst_SEL5)
 - Excluir duração
 - Em Results: X_L5, Y_L5, Z_L5, Duration
10. Na aba “Profiles” do Target L5 adicionar:
- **Change Stopping Condition State** (“Plane Cross off”) Segment = Prop to L5, Trigger = Y-Z Plane Cross, State = Disabled Excluir Differential Corrector
 - **Change Return Segment** (“Return On”) $\rightarrow$ Enable
 - **Differential Corrector** (“Circularize”) Control Parameter = BurnoutFixedVelocity Equality Constraint = Eccentricity (tol.=0.001)
 - **Differential Corrector** (“Outgoing Asymptote”) Control Parameters: – LaunchEpoch (Pert: 1000s, Max Step: 10000s) – StoppingConditions (Pert:100s, Max Step:1000s) – ImpulsiveMnvr.Pointing.Cartesian.X (TLI) (Pert:0.1, Max Step:100)

Equality Constraints: – $C3 = 2.2 \text{ km}^2/\text{s}^2$ – Outgoing_Asymptote_Dec = 0° (tol.=0.01) – Outgoing_Asymptote_RA = 280° (tol.=0.1)

- **Change Return Segment** (“Return off”) → Disabled
- **Change Stopping Condition State** (“Plane Cross on”) Segment = Prop to L5, Trigger = Y-Z Plane Cross, State = Enabled
- **Differential Corrector** (“Coarse Target L5”) Control Parameters: – LaunchEpoch – StoppingConditions – ImpulsiveMnvr.Pointing.Cartesian.X (TLI) (Pert: 0.001, Max: 0.1)

Equality Constraints: – $X_{L5} = 0 \text{ km}$ – $Y_{L5} = 0 \text{ km}$ – $Z_{L5} = 0 \text{ km}$ (tol.=0.1 km)

- **Differential Corrector** (“Fine Target L5”) Control Parameters: – ImpulsiveMnvr.Pointing.Cartesian.X – ImpulsiveMnvr.Pointing.Cartesian.Y – ImpulsiveMnvr.Pointing.Cartesian.Z (TCM)

Equality Constraints: – X_{L5} , Y_{L5} , Z_{L5} (tol.=1 km)

A aba do target deve ficar como na Figura 61.

Run active profiles

When Profiles Converge: Run to RETURN and continue

☐ Continue if profiles don't converge

☐ Reset inner targeters before each run

Profiles and Corrections

Apply Changes

Reset

Change Profile Run Modes

Run Mode: Iterate/Active

Update Run Modes

Profiles

Name	Reset	Apply	Mode	Status	User Comment
Plane Cross off	Reset	Apply	Active	N/A	Enables or disables a stopping condition
Return On	Reset	Apply	Active	N/A	Changes the state of a Return segment
Circularize	Reset	Apply	Iterate	Converged	-Differential Corrector Description-
Outgoing Asymptote	Reset	Apply	Iterate	Converged	-Differential Corrector Description-
Return Off	Reset	Apply	Active	N/A	Changes the state of a Return segment
Plane Cross on	Reset	Apply	Active	N/A	Enables or disables a stopping condition
Coarse Target L5	Reset	Apply	Iterate	Converged	-Differential Corrector Description-
Fine Target L5	Reset	Apply	Iterate	Converged	-Differential Corrector Description-

☐ Enable Logging

Figura 61 – Disposição sequencial dos Profiles de correção (Differential Corrector) e controle de segmentos na Target Sequence Target L5.

Criar e configurar a Sequência “Stay at L5”

1. Inserir “Target Sequence” e renomear “Stay at L5”.
2. Inserir: Maneuver (“Capture”), Return, Propagate (“Station Keeping”).
3. Em “Capture” configurar:
 - Propagator = Earth Full RKP
 - Attitude = Thrust Vector (VNC-Sun)
 - X, Y, Z = Control Parameters

Adicionar Results: Vx L5, Vy L5, Vz L5.

4. Em “Station Keeping”:
 - Propagator = Heliocentric
 - Trip = 3 yr
 - Results: X_L5, Y_L5, Z_L5
5. Na aba Profiles:
 - Change Return Segment (“Return On”)
 - DC (“Zero Velocity”): Control Params = Capture X,Y,Z Equality Constraints = Vx,Vy,Vz (tol.=0.0001 km/s)
 - Change Return Segment (“Return Off”)
 - DC (“Zero Position”): Control Params = Capture X,Y,Z Equality Constraints = X_L5, Y_L5, Z_L5 (tol.=0.1 km)

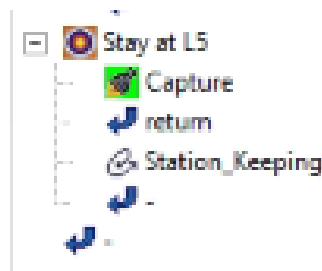


Figura 62 – Estrutura dos segmentos para a Target Sequence de manutenção orbital Stay at L5.

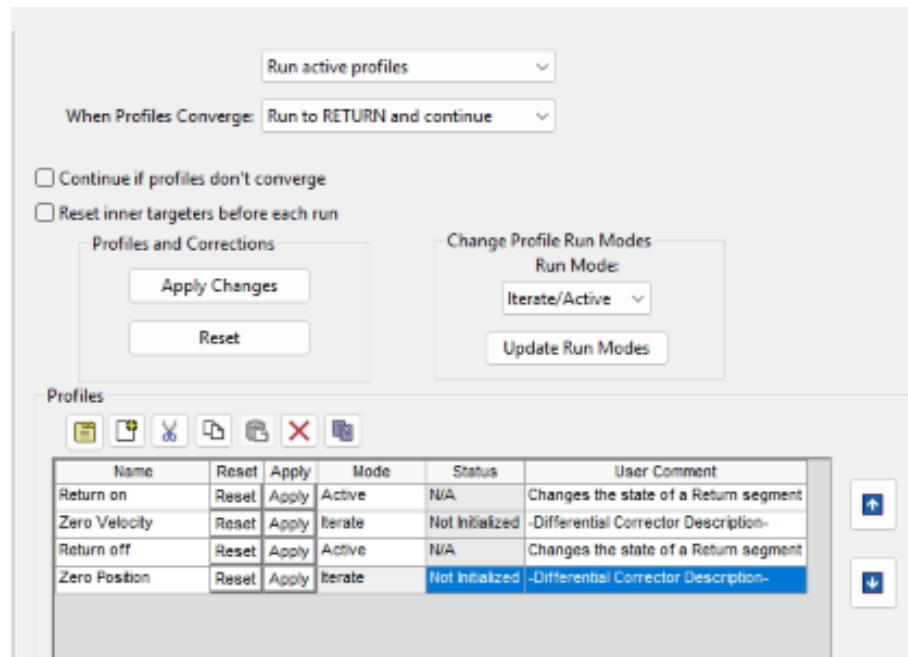


Figura 63 – Disposição sequencial dos Profiles Zero Velocity e Zero Position na Target Sequence Stay at L5.

Execução da MCS

1. Com targeters em “Run Active Profiles”, clicar em “Run Entire Mission Control Sequence”.
2. Após convergência dos profiles Coarse e Fine Target L5, deve aparecer integração como na Figura 64.

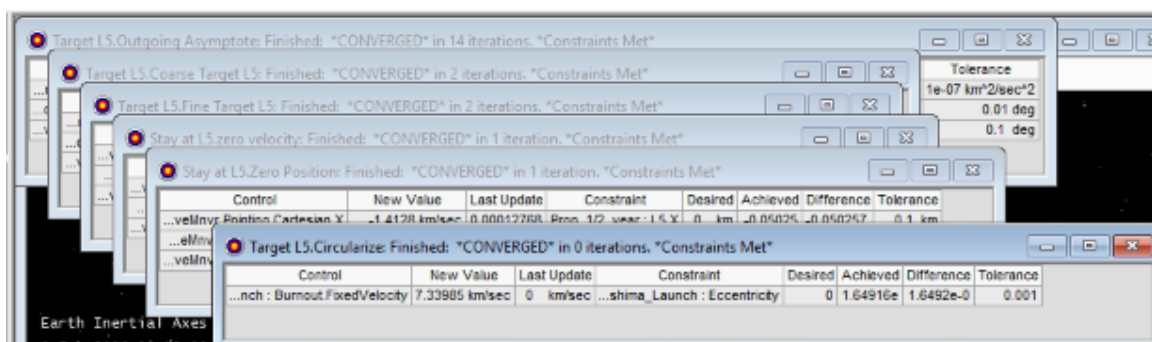


Figura 65 – Janelas de notificação indicando a convergência dos Differential Correctors e o atendimento das restrições.

3. Clique em “Apply Changes” → Run nominal sequence. A trajetória final deve aparecer assim nas janelas gráficas (Figura 66).

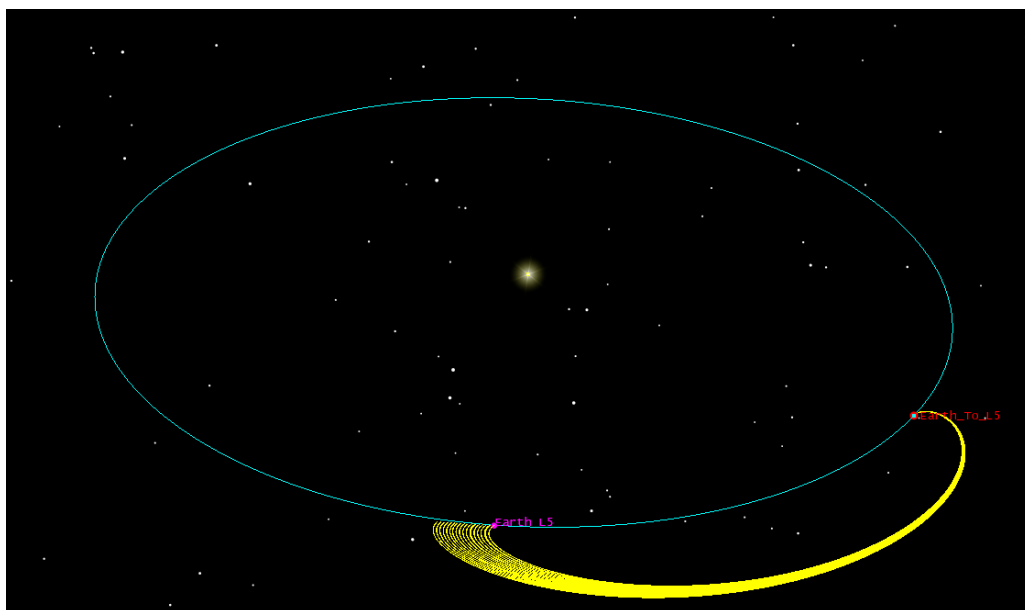


Figura 64 – Visualização da trajetória convergida na janela 3D, evidenciando as iterações do método Targeting.

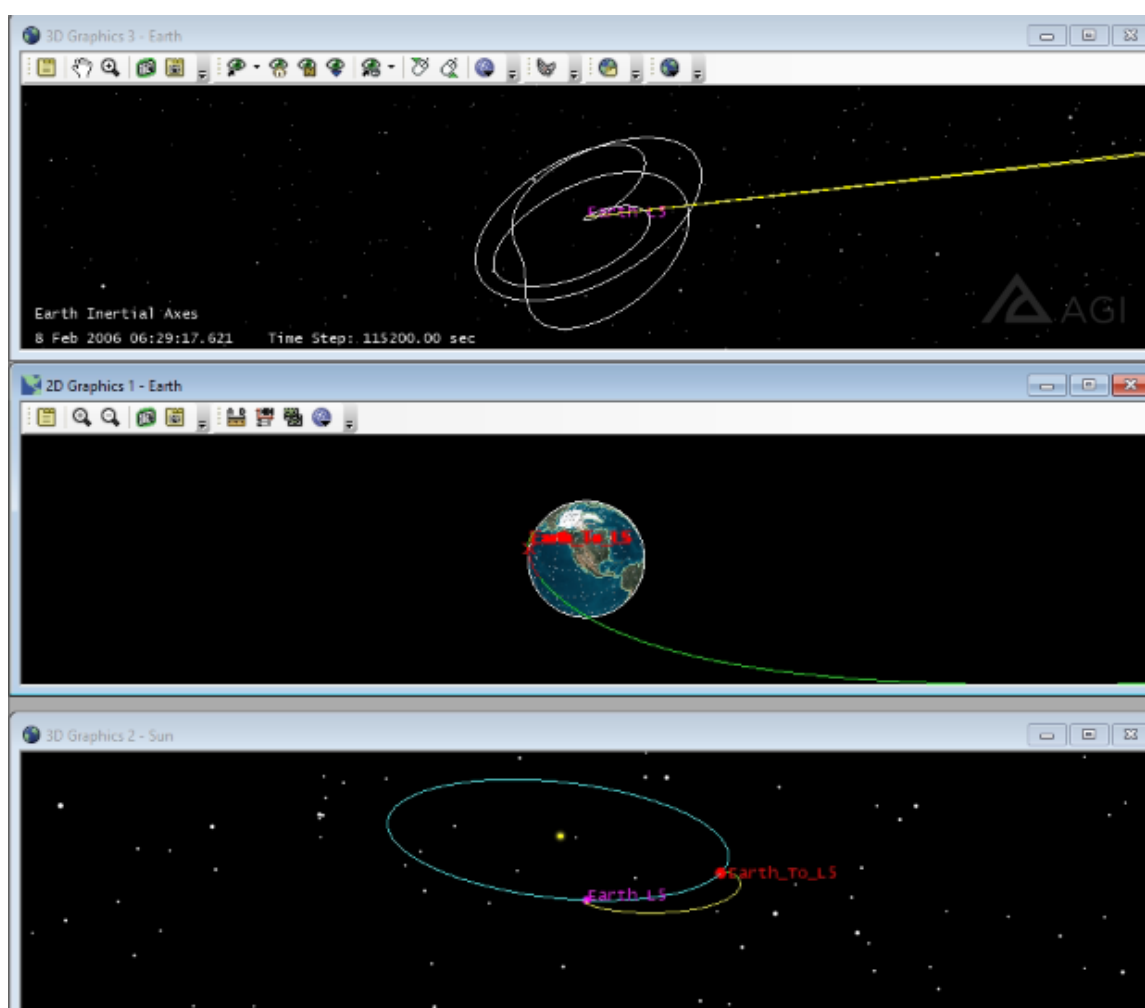


Figura 66 – Disposição final das janelas gráficas (2D e 3D) após a execução da sequência nominal com a trajetória convergida.

A.3 Configurar trajetória com elevação de apogeu

Criar e configurar a Sequência de “Target para L5”

1. Criar o cenário e configurar de acordo com os passos descritos na primeira seção deste Apêndice.
2. Configurar o “Initial State” da GTO como na Figura:

Central Body: Earth

Elements | Spacecraft Parameters | Fuel Tank | User Variables

Coord.System: Earth Inertial

Coordinate Type: Keplerian

Orbit Epoch: 1 Jul 2009 15:00:00.000 UTCG

Element Type: Osculating

Semi-major Axis	24361 km
Eccentricity	0.73
Inclination	5 deg
Right Asc. of Asc. Node	0 deg
Argument of Periapsis	0 deg
True Anomaly	0 deg

Initial State Tool... Set Full State...

Figura 67 – Configurações dos Elementos Keplerianos para o Initial State do satélite em GTO (Geosynchronous Transfer Orbit).

3. Clicar em “Insert segment after” e selecionar “Target Sequence”.
4. Adicione em sequência: um “Maneuver” (renomear “AMR 1”) e um “Propagate” (renomear “Coast 1”).
5. Configurar “AMR 1” com:
 - Propagator = Earth HPOP Default v10
 - Attitude Control = Along Velocity Vector
 - Delta-V magnitude = 300 m/s (chute inicial)
 - Marcar Delta-V como Control Parameter

6. Configurar “Coast 1”:

- Stopping Condition = Apoapsis
- Central Body = Earth
- Propagator = Earth HPOP Default v10

7. Copiar e colar os segmentos para criar “AMR 2”, “Coast 2”, “AMR 3”, “Coast 3”, seguindo o padrão da Figura:



Figura 68 – Sequência de segmentos ARM (Apogee Raising Maneuver) e Coast para a elevação progressiva do apogeu.

8. Inserir na sequência:

- Maneuver
- Return
- Maneuver
- Propagate
- Propagate

Renomear todos como indicado na versão de injeção direta.

Aplicar as mesmas configurações da seção anterior para:

- injection
- TCM
- Prop to 30 deg
- Prop to L5
- Stopping Conditions
- Results
- Profiles gerais (com exceção da circularização, substituída no passo seguinte)

9. A única mudança desta versão (elevação de apogeu):

Ao invés de criar o profile “Circularize”, deve ser criado um Differential Corrector chamado “Alvo C3”, configurado assim:

- Control Parameters:
 - ImpulsiveMnvr... dos AMR 1
 - ImpulsiveMnvr... dos AMR 2
 - ImpulsiveMnvr... dos AMR 3
 - ImpulsiveMnvr... do injection
- Equality Constraint:
 - C3_Energy (da injection)

Como na figura:

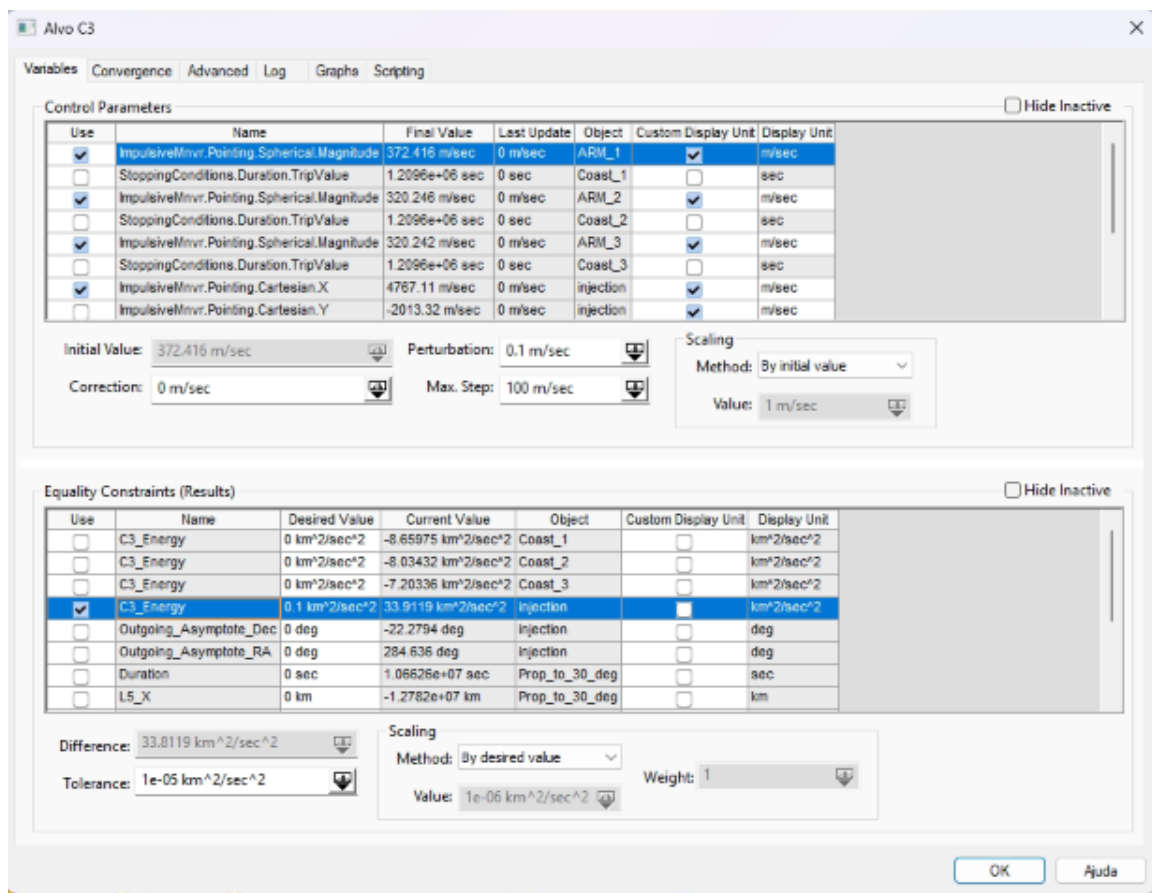


Figura 69 – Configuração do Differential Correcto Alvo C3, utilizando as manobras ARM e injection para atingir a energia C3 desejada.

- O restante da configuração deve seguir os mesmos passos descritos na seção de injeção direta.