



Universidade de Brasília
Faculdade de Ciências e Tecnologias em
Engenharia

**Desenvolvimento de uma Gaiola de
Helmholtz Triaxial para Aplicações em
Controle de Atitude**

Gustavo Ferreira Malta

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
ENGENHARIA AEROESPACIAL

Brasília
2025

Universidade de Brasília
Faculdade de Ciências e Tecnologias em
Engenharia

**Desenvolvimento de uma Gaiola de
Helmholtz Triaxial para Aplicações em
Controle de Atitude**

Gustavo Ferreira Malta

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
como requisito parcial para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Brasília
2025

Universidade de Brasília
Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia

**Desenvolvimento de uma Gaiola de Helmholtz Triaxial para
Aplicações em Controle de Atitude**

Gustavo Ferreira Malta

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
como requisito parcial para obtenção do título
de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, 14 de Julho de 2025:

Prof. Dr. William Reis Silva,
UnB/FCTE
Orientador

Prof. Dr. Renato Alves Borges,
UnB/ENE
Examinador interno

Prof. Dr. Lui Txai Calvoso Habl,
UnB/FCTE
Examinador interno

Agradecimentos

Este trabalho é fruto de aproximadamente um ano e meio de esforço, marcado por diversos desafios que só puderam ser superados graças ao apoio e à colaboração de pessoas fundamentais ao longo dessa jornada.

Em primeiro lugar, agradeço à minha família, que sempre me apoiou incondicionalmente durante os meus quase cinco anos de formação. Aos meus pais, Valter e Maria Adriana, e à minha irmã Beatriz, expresso minha profunda gratidão por todos os ensinamentos e pelo suporte constante, que foram essenciais para minha trajetória na UnB. Agradeço também pelas inúmeras ajudas na elaboração deste trabalho e em tantos outros projetos ao longo da graduação, mesmo à distância, sua presença e apoio foram indispensáveis.

À minha namorada Júlia Dalle Molle e à sua família, agradeço por sempre estarem ao meu lado e compreenderem minhas escolhas durante a faculdade, inclusive nos momentos em que precisei abdicar de finais de semana, datas importantes e até férias para estudar ou trabalhar. Sua disposição em me ajudar, mesmo em assuntos fora da sua área, demonstra um carinho e dedicação que me inspiram. Obrigado por acreditar em mim e estar presente em todos os momentos importantes, especialmente quando eu mesmo duvidava da minha capacidade.

Aos meus amigos, que me acompanharam em toda a jornada universitária e contribuíram diretamente para a conclusão deste trabalho, inclusive em finais de semana, feriados e períodos de descanso, deixo meu sincero agradecimento. Sem vocês, não teria sido possível construir a gaiola em tão pouco tempo. Agradeço nominalmente a Filipe Daltro, João Victor Rocha, João Victor Alves, Pedro Campos e Vitor Lima pela amizade, apoio e parceria em cada etapa.

Ao meu orientador, Professor William Reis Silva, agradeço pela excelente orientação, pela confiança depositada em minhas ideias e pela liberdade que sempre me concedeu nas decisões relativas ao projeto da gaiola. Sua parceria e apoio acadêmico durante toda a graduação foram fundamentais para que eu pudesse enfrentar e superar os desafios deste curso.

Agradeço também à equipe Gama Cubedesign, que, desde o meu primeiro semestre, me proporcionou uma formação técnica e prática inestimável. Sob a orientação do Professor William e a liderança do meu amigo João Victor Alves, vivi experiências únicas que contribuíram imensamente para meu crescimento como futuro engenheiro.

Por fim, estendo meus agradecimentos a todos os professores do curso de Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, que ministraram com excelência conteúdos complexos e inspiradores, revelando a beleza e os desafios da exploração do céu e do espaço. Em

especial, agradeço aos professores Sergio Henrique da Silva Carneiro, Sébastien Rondineau e William Reis Silva, não apenas pela competência e dedicação, mas também pelo apoio e compreensão nos momentos mais difíceis dos semestres finais da graduação.

A todos vocês, meu sincero agradecimento. Este trabalho também é fruto de cada um que acreditou e contribuiu para que eu chegasse até aqui.

Agradeço pelo apoio financeiro recebido do CNPq por meio do projeto (CNPq 403801/2021-4), da Fundação de Apoio à Pesquisa do Distrito Federal (FAPDF - 00193-00001200/2019-41) e do Ministério das Relações Exteriores e Cooperação Internacional da Itália (MAECI - PGR10074), no âmbito do primeiro Programa Executivo de Cooperação Científica e Tecnológica entre o Governo da República Federativa do Brasil e o Governo da República Italiana.

Resumo

A necessidade de reduzir os custos das missões espaciais, impulsionada pelo surgimento da *New Space*, exige uma qualificação mais rigorosa dos sistemas antes do lançamento. Para isso, foram desenvolvidos instrumentos de teste capazes de simular condições espaciais e validar o funcionamento dos subsistemas que compõem uma espaçonave. Dessa maneira, este trabalho busca desenvolver um ambiente de testes capaz de simular os campos magnéticos gerados em quaisquer órbitas terrestres, viabilizando a avaliação do controle de atitude de pequenos satélites nos três eixos. O sistema proposto é composto por uma gaiola de Helmholtz, fontes de alimentação programáveis e um software capaz de controlar essas fontes e simular o campo magnético ao longo da órbita desejada, utilizando os elementos keplerianos. O desenvolvimento abrange desde o levantamento de requisitos e a modelagem da gaiola, considerando parâmetros essenciais para testes bem-sucedidos, como a uniformidade e intensidade do campo no interior da estrutura. Além disso, são analisadas a seleção dos principais materiais, as geometrias estruturais e as fontes de alimentação que atendam aos requisitos estabelecidos. Assim, o trabalho detalha também todo o desenvolvimento do software e sua integração com a gaiola física, explicando os modelos de campo magnético e de propagação orbital utilizados para a operacionalização do ambiente de testes. Por último, são apresentados alguns resultados e medições que permitem validar a modelagem da gaiola, além de destacar pontos de melhoria para o projeto.

Palavras-chave: Determinação de Atitude. CubeSat. Gaiola de Helmholtz.

Abstract

The need to reduce the costs of space missions, driven by the emergence of New Space, requires a more rigorous qualification of systems before launch. To achieve this, test instruments have been developed to simulate space conditions and validate the operation of the subsystems that make up a spacecraft. In this context, this work aims to develop a testing environment capable of simulating the magnetic fields generated in any Earth orbit, enabling the evaluation of attitude control for small satellites along all three axes. The proposed system consists of a Helmholtz cage, programmable power supplies, and software capable of controlling these power sources and simulating the magnetic field throughout the desired orbit using Keplerian elements. The development process covers requirements gathering and the modeling of the Helmholtz cage, considering essential parameters for successful testing, such as field uniformity and intensity within the structure. Additionally, the selection of key materials, structural geometries, and power supplies that meet the defined requirements is analyzed. Therefore, the work details the entire software development process and its integration with the physical cage, explaining the magnetic field and orbital propagation models used to operate the test environment. Lastly, results and measurements are presented, validating the modeling of the Helmholtz cage and highlighting potential improvements for the project.

Keywords: Attitude Determination. CubeSat. Helmholtz's Cage.

Lista de figuras

Figura 1.1	Tamanho padrão Cubesats. Fonte: (Stanford Space Initiative (SSI) Wiki, 2024)	17
Figura 1.2	Gaiola de Helmholtz. Fonte: (Silva et al., 2019)	18
Figura 2.1	Órbita no plano.	21
Figura 2.2	Elementos orbitais em órbita. Fonte: (Ribeiro, 2014)	22
Figura 2.3	Sistema de coordenadas ECI. Fonte: (Wikipedia, 2025)	24
Figura 2.4	Sistema de coordenadas ECEF. Fonte: (Popescu, 2014)	25
Figura 2.5	Sistema de coordenadas LLA. Fonte: (Popescu, 2014)	26
Figura 2.6	Diagrama de corpo livre elétron. Fonte: (Ida, 2015)	29
Figura 2.7	Bobina de Helmholtz e campo uniforme gerado. Fonte: (Banerjee; Shen; Ren, 2018)	30
Figura 2.8	Linhas de campo magnético terrestre do modelo IGRF	33
Figura 2.9	Variação prevista no campo magnético de 2020 a 2025. Fonte: (Alken et al., 2021)	34
Figura 2.10	Componentes da roda de reação. Fonte: (ASPINA Group, 2023)	36
Figura 2.11	Magnetorques para 3 eixos. Fonte: (Wu; Shan, 2019)	37
Figura 2.12	Cenário com sensores magnético e solar. Fonte: (Wu; Shan, 2019)	39
Figura 2.13	Efeito de <i>Hard Iron</i> em medições do campo magnético	43
Figura 2.14	Efeito de <i>Soft Iron</i> em medições do campo magnético	44
Figura 3.1	Par de bobinas quadradas.	50
Figura 3.2	Desenho do perfil do quadro de bobina.	53
Figura 3.3	Modelo 3D da gaiola de Helmholtz.	53
Figura 3.4	Estrutura interna da gaiola	54
Figura 3.5	Pés niveladores.	55
Figura 3.6	Vista da bobina da gaiola de Helmholtz.	56
Figura 3.7	Estrutura completa da gaiola de Helmholtz	56
Figura 3.8	Presilhas	57
Figura 3.9	Modelo 3D da gaiola de Helmholtz no software <i>Ansys Maxwell</i>	58
Figura 3.10	Vetores do campo magnético gerados pela gaiola	59
Figura 3.11	Resistência medida do par de bobinas.	60
Figura 3.12	Interface da página principal do software.	63
Figura 3.13	Circuito de medição do campo magnético. Fonte: Autor	67
Figura 4.1	Magnitude do campo magnético simulado no Ansys Maxwell	68
Figura 4.2	Vetores do campo magnético simulado no Ansys Maxwell	69
Figura 4.3	Teste do campo magnético em rampa.	70

Figura 4.4	Medição 2D do sensor rotacionado ao redor do eixo z	71
Figura 4.5	Calibração 2D do magnetômetro	72
Figura 4.6	Medição 3D do sensor rotacionado nos 3 eixos	73
Figura 4.7	Calibração 3D do magnetômetro	73
Figura 4.8	Teste do campo magnético em rampa com sensores calibrados	75
Figura 4.9	Análise de erro com faixa de $\pm 3\sigma$ — Eixo X	77
Figura 4.10	Análise de erro com faixa de $\pm 3\sigma$ — Eixo Y	78
Figura 4.11	Análise de erro com faixa de $\pm 3\sigma$ — Eixo Z	78
Figura 4.12	Uniformidade do campo com distanciamento do centro	79
Figura 4.13	Uniformidade do campo magnético simulado	80

Lista de tabelas

Tabela 2.1	Sensores utilizados em sistemas de controle de atitude	38
Tabela 3.1	Requisitos funcionais da gaiola de Helmholtz	49
Tabela 3.2	tabela compacta de especificações	52
Tabela 3.3	Requisitos funcionais das fontes de alimentação	60
Tabela 3.4	Parâmetros elétricos da fonte	61
Tabela 3.5	Parâmetros elétricos teóricos do design	61
Tabela 3.6	Comandos SCPI para fontes de tensão Rigol. Fonte: (Rigol Technologies , n.d.)	64
Tabela 4.1	tabela com erro percentual, desvio padrão e erro padrão para os 3 eixos .	71
Tabela 4.2	Métricas de desempenho dos filtros aplicados — Eixo X	76
Tabela 4.3	Métricas de desempenho dos filtros aplicados — Eixo Y	76
Tabela 4.4	Métricas de desempenho dos filtros aplicados — Eixo Z	77
Tabela 4.5	Uniformidade do campo de acordo com offset do centro.	79

Lista de abreviaturas e siglas

ADC	<i>Analog-to-Digital Converter</i>
ADCS	<i>Attitude Determination and Control System</i>
AMR	<i>Anisotropic magnetoresistance</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
DC	<i>Direct Current</i>
ECEF	<i>Earth Centered Earth Fixed</i>
ECI	<i>Earth Centered Inertial</i>
EMA	<i>Exponential Moving Average</i>
EPS	<i>Electrical Power System</i>
ESOQ	<i>Estimator of the Optimal Quaternion</i>
FDP	<i>Função Densidade de Probabilidade</i>
IAGA	<i>International Association of Geomagnetism and Aeronomy</i>
IGRF	<i>International Geomagnetic Reference Field</i>
LDMA	<i>Linear Decay Moving Average</i>
LLA	<i>Latitude Longitude Altitude</i>
LPF	<i>Low-Pass Filter</i>
OBDH	<i>On-Board Data Handling</i>
QUEST	<i>Quaternion Estimator Algorithm</i>
RAAN	<i>Right Ascension of the Ascending Node</i>
RCMA	<i>Raised Cosine Moving Average</i>
SCPI	<i>Standard Commands for Programmable Instruments</i>
SMA	<i>Simple Moving Average</i>
STK	<i>Systems Tool Kit</i>
SVD	<i>Singular Value Decomposition</i>
TRIAD	<i>Triaxial Determination</i>
TT&C	<i>Telemetry Tracking and Command</i>

Lista de símbolos

a	Semi-eixo maior (m)
e	Excentricidade
I	Inclinação orbital (deg)
$\hat{k}$	Vetor unitário eixo z
$\vec{h}$	Momento angular específico
Ω	Longitude do nodo ascendente (deg)
ω	Argumento do periapsis (deg)
T	Tempo de passagem pelo periapsis (s)
$\vec{r}$	Vetor posição do corpo em relação ao centro de massa
r	Módulo do vetor posição $\vec{r}$
$\vec{v}$	Vetor velocidade do corpo
μ	Parâmetro gravitacional padrão
$\vec{\omega}$	Vetor velocidade angular
$\vec{e}$	Vetor excentricidade orbital
p	<i>semi-latus rectum</i>
θ	Ângulo verdadeiro entre os vetores $\vec{e}$ e $\vec{r}$
θ_G	Ângulo sideral (rad)
ω_e	Velocidade angular de rotação da Terra (rad/s)
t	Tempo decorrido desde o instante inicial (s)
X, Y, Z	Coordenadas no sistema ECEF (m)
x, y, z	Coordenadas no sistema ECI (m)
λ	Longitude geodésica (rad)
ϕ_0	Latitude aproximada a partir das coordenadas cartesianas (rad)

ϕ	Latitude geodésica (rad)
R_e	Raio equatorial da Terra (m)
N_{curv}	Raio de curvatura no primeiro vertical (m)
h_e	Altura acima do elipsoide de referência (m)
$\vec{F}$	Força magnética (N)
Q	Carga elétrica (C)
$\vec{v}_q$	Vetor velocidade da carga (m/s)
$\vec{B}$	Vetor densidade de fluxo magnético (T)
$\vec{J}$	Vetor densidade de corrente elétrica (A/m ²)
v	Volume (m ³)
$\vec{i}$	Corrente elétrica (A)
$\vec{L}$	Comprimento ao longo de um condutor (m)
$\vec{F}$	Força magnética total sobre um circuito (N)
$\vec{R}$	Vetor posição em relação ao ponto de torque (m)
$\vec{\tau}$	Torque (N·m)
$d\vec{S}$	Elemento de área (m ²)
$\vec{m}$	Momento de dipolo magnético (A·m ²)
$\vec{E}$	Campo elétrico (V/m)
$\vec{H}$	Campo magnético auxiliar ou intensidade do campo magnético (A/m)
$\vec{D}$	Densidade de fluxo elétrico (C/m ²)
ρ	Densidade volumétrica de carga elétrica (C/m ³)
$\vec{A}$	Potencial vetor magnético
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m)
N	Número de espiras da bobina
R	Raio da bobina (m)
z_{bobina}	Posição ao longo do eixo da bobina (m)

h_b	Distância do centro da bobina ao plano onde o campo é avaliado (m)
V	Potencial escalar do campo geomagnético (T·m ou Wb/m)
r_T	Distância radial ao centro da Terra (m)
g_n^m	Coefficiente de Gauss (componente cossenoidal)
h_n^m	Coefficiente de Gauss (componente senoide)
P_n^m	Função associada de Legendre de ordem m e grau n
N_{max}	Grau máximo da expansão harmônica (inteiro)
T_i	Epoch (época de referência)
$\dot{g}_n^m$	Variação anual do coeficiente g_n^m
$\dot{h}_n^m$	Variação anual do coeficiente h_n^m
$\vec{v}_1, \vec{v}_2$	Vetores de referência no referencial inercial (sem unidade)
$\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$	Base ortonormal no referencial inercial (sem unidade)
$\vec{w}_1, \vec{w}_2$	Vetores de referência no referencial do corpo (sem unidade)
$\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3$	Base ortonormal no referencial do corpo (sem unidade)
M_0	Matriz de base do referencial inercial ($[r_1 \ r_2 \ r_3]$)
M_b	Matriz de base do referencial do corpo ($[s_1 \ s_2 \ s_3]$)
A	Matriz de atitude do corpo (sem unidade, rotação)
P_{TRIAD}	Covariância do erro do algoritmo TRIAD
σ_1^2, σ_2^2	Variâncias dos vetores medidos no referencial do corpo
$I_{3 \times 3}$	Matriz identidade 3×3
I_{roda}	Momento de inércia da roda de reação (kg·m ²)
ω_{roda}	Velocidade angular da roda de reação (rad/s)
$I_{\text{satélite}}$	Momento de inércia do satélite (kg·m ²)
$\omega_{\text{satélite}}$	Velocidade angular do satélite (rad/s)
β	Razão da distância entre as bobinas por comprimento da aresta da bobina
K_{dist}	Constante magnética e de distância entre bobinas

D	Distância entre bobinas
L	Comprimento da aresta da bobina
P	Potência consumida pela bobina
i_{max}	Corrente máxima suportada pela bobina
R_{eq}	Resistência da bobina
$\tilde{y}$	Valor medido
h_s	Bias
T_{fe}	Matriz de fator de escala
T_{ac}	Matriz de erro acoplamento cruzado
T_{si}	Matriz de distorção de <i>soft iron</i>
h_{hi}	Distorção <i>hard iron</i>
ϵ	Ruído aleatório
A	Matriz de distorção
h	erro vetor de deslocamento do magnetômetro
S_n	Densidade Espectral de Potência
N_o	Densidade Espectral de Potência Unilateral
P_n	Potência de Ruído Térmico
k_B	constante de Boltzmann
B	Largura de Banda
T	Temperatura absoluta
T_s	Período de Amostragem
f_c	Frequência de corte de filtro
$p(n)$	Função de densidade probabilidade

Sumário

1	Introdução	17
1.1	Objetivo Geral	18
1.2	Objetivo Específico	18
1.3	Motivação	19
1.4	Justificativa	19
1.5	Organização do Trabalho	19
2	Fundamentação Teórica	21
2.1	Mecânica Orbital	21
2.2	Sistemas de Coordenadas	23
2.2.1	Sistema Earth-Centered Inertial (ECI)	24
2.2.2	Sistema Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF)	24
2.2.3	Sistema Latitude Longitude Altitude (LLA)	25
2.3	Equações de Maxwell	26
2.4	Campo Magnético	27
2.5	Lei de Biot-Savart	29
2.6	Bobina de Helmholtz	30
2.7	Modelo IGRF	32
2.8	Subsistemas	34
2.9	Controle de Atitude	35
2.9.1	Atuadores	35
2.9.2	Sensores	37
2.9.3	Método TRIAD	38
2.10	Magnetômetro	40
2.10.1	Funcionamento físico do magnetômetro HMC5883L	40
2.10.2	Modelo de Medição e Fontes de Erro do Magnetômetro	41
2.10.3	Efeitos <i>Hard Iron</i> e <i>Soft Iron</i> em Magnetômetros	42
2.10.4	Modelo Compacto de Distorção	44
2.11	Ruído	45
2.11.1	Médias Móveis	46
2.11.2	Filtro Passa-Baixa Recursivo (LPF IIR)	47
3	Metodologia de aplicação	49
3.1	Gaiola de Helmholtz	49
3.1.1	Design	49
3.1.2	Construção	54

3.2	Simulação	57
3.2.1	Rotina de simulação	57
3.3	Eletrônica	59
3.4	Software	61
3.4.1	Interação fonte e software	63
3.4.2	Interação software e sensor	64
3.5	Calibração dos sensores	64
3.5.1	Calibração de Magnetômetros	65
3.5.2	Calibração Tridimensional de Magnetômetros	66
3.6	Validação da Gaiola	67
4	Resultados	68
4.1	Resultados simulados	68
4.1.1	Sensor descalibrado	69
4.1.2	Sensor calibrado	71
4.1.3	Sensor calibrado e medições filtradas	71
4.1.4	Sensor calibrado e filtrado	75
4.1.5	Uniformidade do campo	79
5	Comentários finais e trabalhos futuros	81
	Referências	82
	Anexos	86

1 Introdução

Um projeto, iniciado no ano de 1999, pela *California Polytechnic State University* e pelo laboratório de Desenvolvimento de Sistemas Espaciais da Universidade de Stanford, criou o *Cubesat Project*. Essa iniciativa buscava criar sistemas espaciais de baixo custo e que pudessem ser desenvolvidos em ambientes acadêmicos, não apenas como formas de aprendizado, como também de validação tecnológica. Os pequenos satélites conhecidos como CubeSats são capazes de cumprir diversas missões espaciais, com tamanhos, como pode ser observado na figura 1.1 com a unidade de 10x10x10 cm, e orçamentos reduzidos. Isso possibilitou que mais instituições explorassem o setor espacial, inclusive contribuindo para a ascensão da iniciativa privada neste setor ([The CubeSat Program, Cal Poly SLO, 2020](#)).

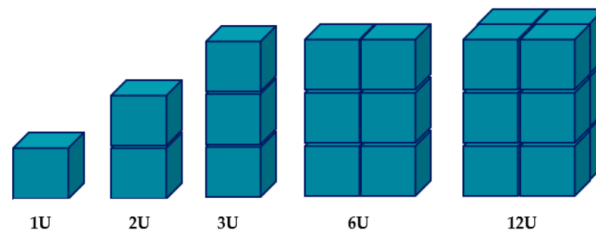


Figura 1.1 – Tamanho padrão Cubesats.

Fonte: ([Stanford Space Initiative \(SSI\) Wiki, 2024](#))

Outro fator contribuinte para a diminuição dos preços em missões espaciais é a garantia que os sistemas funcionarão em ambiente espacial, mesmo com todos os desafios enfrentados em um local tão hostil. Visto isso, a qualificação espacial é essencial para garantir que não ocorrerão quaisquer falhas e, consequentemente a perda da missão. Para isso, são estabelecidos diversos testes e normas que estabelecem métricas para o bom funcionamento destes sistemas, como normas de vibração para espaçonaves dadas pela NASA GSFC-STD-7000 ([NASA Goddard Space Flight Center, 2013](#)).

Em relação a sistemas de controle de atitude, é necessário avaliar se os atuadores serão capazes de realizar a movimentação adequada e ter torque suficiente para atuar. Em razão disso, são necessárias máquinas que habilitem o teste de apontamento do satélite simulando da melhor maneira o ambiente espacial, seja a microgravidade ou campo magnético, por exemplo ([Hsieh et al., 2023](#)). Para este último caso, para simular o campo magnético requer-se um sistema que consiga gerar um campo que se sobressaia ao da posição atual na terra, visto que tendem a ser maiores do que em órbita. Um bom exemplo disso é a gaiola de Helmholtz, um instrumento composto de 3 pares de bobinas que conseguem gerar um campo magnético uniforme em 3 eixos distintos em seu interior e, assim, possibilitar a simulação de quaisquer campos magnéticos encontrados durante uma missão espacial em órbita terrestre ([Pastena;](#)

Sorrentino; Grassi, 2001). Um modelo de gaiola pode ser observada na figura 1.2 construída na Universidade de Brasília, no campus Darcy Ribeiro (Silva *et al.*, 2019).



Figura 1.2 – Gaiola de Helmholtz.
Fonte: (Silva *et al.*, 2019)

1.1 Objetivo Geral

A criação de ambientes de testes para examinar o funcionamento dos sistemas espaciais são essenciais na sua validação para garantir uma maior probabilidade de sucesso no cumprimento da missão. Por este motivo, o objetivo principal deste trabalho é a modelagem, construção e testes experimentais de uma gaiola de Helmholtz para validação de sistemas de controle de atitude para pequenas espaçonaves.

1.2 Objetivo Específico

Em função de cumprir com o objetivo principal do projeto, é necessário subdividi-lo em alguns objetivos mais específicos, sendo eles:

- Modelar a gaiola de Helmholtz a partir dos parâmetros de testes máximos desejados;
- Criar ambiente de teste integrado com a gaiola, fontes de alimentação e software capaz de controlá-la de maneira automática;
- Simular campo magnético de órbitas terrestres a partir de propagador de órbita e modelo de campo magnético terrestre IGRF;

- Testar variação do campo magnético de acordo com mudança da distância do centro para garantir um campo uniforme;

1.3 Motivação

Com o objetivo de criar um laboratório dedicado ao controle de atitude de satélites e proporcionar um ambiente de testes para pequenos satélites na Universidade de Brasília, propõe-se o desenvolvimento de uma gaiola multifuncional. Essa estrutura visa não apenas simular o ambiente magnético terrestre, essencial para experimentos com sistemas de controle de atitude, mas também permitir a reprodução de outros fenômenos físicos relevantes observados em órbita, tornando-se um recurso versátil e fundamental para pesquisa, ensino e desenvolvimento tecnológico na área espacial dentro da Universidade de Brasília.

1.4 Justificativa

A necessidade da qualificação de sistemas espaciais antes de seu lançamento requisita a existência de métodos de testes ainda durante o período de construção do projeto. Devido a isso, mostra-se importante elaborar ambientes de testes que sejam capazes de simular o ambiente espacial. No âmbito do controle de atitude, é essencial simular o campo magnético terrestre em quaisquer pontos de órbitas. Além disso, para garantir um sistema confiável e preciso é importante que todo o procedimento de teste seja 100% automático e baseado em cálculos precisos, não apenas do campo magnético como da propagação de uma órbita a partir dos elementos keplerianos. Visto isso, apresenta-se um projeto que integra não apenas o sistema físico da gaiola, composto pelas bobinas, mas também das fontes que as alimentam e do software capaz de programá-las de acordo com a missão.

Dessa forma, a questão central deste trabalho é como construir um ambiente de teste do campo magnético terrestre, utilizando uma gaiola de Helmholtz, que permita a investigação e validação de técnicas de controle de atitude passivo aplicadas a CubeSats, além de abrigar outros sistemas que agreguem na simulação do ambiente espacial para pequenos satélites.

1.5 Organização do Trabalho

O Capítulo 2 deste trabalho apresenta a fundamentação teórica não apenas das gaiolas de Helmholtz, mas também de todos os aspectos físicos que envolvem sua modelagem e construção. Além disso, aprofunda os conceitos relacionados às missões espaciais e suas aplicações na engenharia, com ênfase na mecânica orbital e nos principais subsistemas

que compõem os sistemas aeroespaciais, especialmente os pequenos satélites. Para isso, são explorados os sensores e atuadores essenciais para os testes realizados no interior da gaiola.

O Capítulo 3 detalha todo o processo de modelagem das bobinas da gaiola, além dos aspectos eletrônicos e estruturais envolvidos em sua construção. Todos os cálculos são apresentados com base na fundamentação teórica do capítulo anterior. Por fim, são abordadas as funcionalidades do software e suas principais características, detalhando a sua integração com a gaiola física.

No Capítulo 4, são abordados os principais resultados obtidos durante alguns testes e calibração inicial da gaiola. Ademais, algumas interpretações dos resultados e maiores análises são realizadas para garantir que a gaiola está funcionando da maneira correta.

O Capítulo 5 agrega os principais resultados e as conclusões possíveis com tudo que foi alcançado neste trabalho. Além disso, discute as perspectivas para os próximos passos, incluindo as melhorias que podem ser implementadas e as possíveis aplicações a serem exploradas em trabalhos subsequentes.

2 Fundamentação Teórica

2.1 Mecânica Orbital

A mecânica orbital é essencial para o estudo e aplicação de quaisquer tecnologias de observação da Terra e controle de qualquer sistema que utilize o planeta como referência. Dessa forma, o entendimento da dinâmica orbital e do ambiente espacial como um todo são importantes para um melhor funcionamento de qualquer sistema fora da atmosfera terrestre. Com o objetivo de se utilizar a Terra como corpo central para uma aplicação de engenharia, é vital que se projete e conheça todos os aspectos envolvendo a órbita em que este corpo será inserido.

A descrição de uma órbita necessita de pelo menos 5 elementos independentes para que seja possível determinar seu tamanho, formato e orientação. Além disso, um sexto elemento é necessário para determinar a posição de um corpo na órbita para um dado tempo (Bate *et al.*, 2020). Os 6 parâmetros, conhecidos como elementos keplerianos, além de suas definições, são:

- Semi-eixo maior (a): define o tamanho da órbita cônica;
- Excentricidade (e) define a forma da órbita cônica;
- Inclinação (i): ângulo entre o vetor unitário $\vec{K}$ e o vetor momento angular $\vec{h}$;
- Longitude do nodo ascendente (Ω): ângulo no plano fundamental entre $\vec{I}$ e o nodo ascendente, também conhecido como Right Ascension Ascending Node (RAAN) ;
- Argumento do periapsis (ω): ângulo entre o nodo ascendente e o periapsis no plano orbital;
- Tempo de passagem pelo periapsis (T): instante em que o satélite passa pelo periapsis;

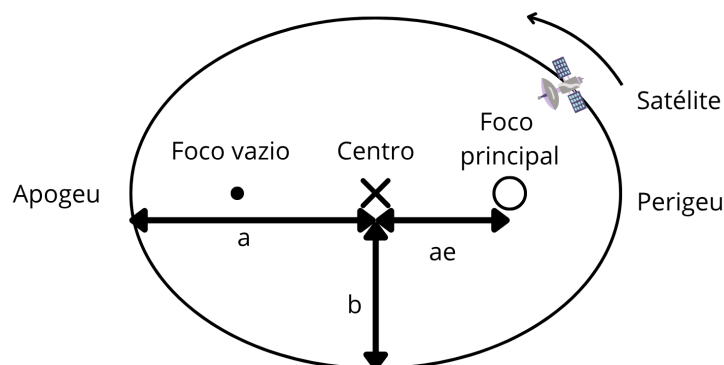


Figura 2.1 – Órbita no plano.

A partir dos elementos orbitais clássicos, é possível determinar órbitas simples de dois corpos na Terra ou de um planeta em um sistema heliocêntrico. Pelas figuras 2.1 e 2.2, é possível observar graficamente o que os parâmetros keplerianos significam para uma órbita terrestre. No sentido inverso, derivando dos elementos orbitais, é possível resolver o problema de Kepler, que procura determinar a posição e velocidade de dois corpos a partir de suas massas, posições iniciais e velocidades.

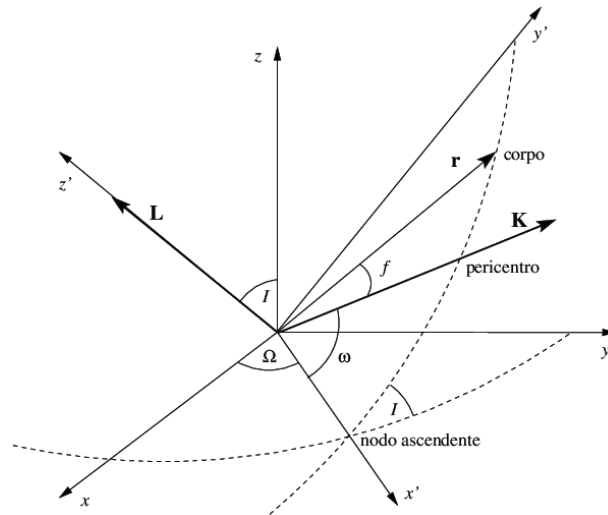


Figura 2.2 – Elementos orbitais em órbita.

Fonte: (Ribeiro, 2014)

O problema de determinação orbital pode ser dividido em 2 dois problemas distintos, sendo eles o problema geométrico e o temporal. Segundo Bate et al. (2020), no caso do problema geométrico, as primeiras integrais da equação do movimento são suficientes para chegar a solução e obter os 5 elementos keplerianos. A equação do movimento derivada da segunda lei de Newton e que é observada na equação 2.1, além de suas condições iniciais.

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \quad (2.1)$$

$$t = t_0 \begin{cases} \vec{r} = \vec{r}_0 \\ \vec{v} = \vec{v}_0 \end{cases}$$

A partir da equação 2.1, ao realizar o produto vetorial com o vetor posição $\vec{r}$, algumas propriedades importantes são encontradas, como exemplificadas na equação 2.2.

$$\begin{aligned} \vec{r} \times \left[\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right] &= -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \times \vec{r} \\ \vec{r} \times \left[\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.2)$$

O resultado proveniente da equação 2.2 permite inferir que o vetor posição e aceleração possuem a mesma direção. Além disso, pode-se concluir também que o momento angular específico ($\vec{h}$) é constante na direção e no módulo. Isso significa que o plano orbital é mantido durante a órbita, caso não existam perturbações externas.

$$\vec{h} = r^2 \vec{\omega} \quad (2.3)$$

De maneira análoga, partindo da equação 2.1, ao realizar o produto vetorial com o momento angular específico $\vec{h}$, obtêm-se o vetor excentricidade $\vec{e}$, dado pela equação 2.4, como exemplificado por Bate et al. (2020)

$$\vec{e} = \left(-\hat{r} - \frac{1}{\mu} \vec{h} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) \quad (2.4)$$

Os vetores $\vec{e}$ e $\vec{h}$ possibilitam a definição da geometria do problema e resultam na equação 2.5, em que p é o semi-latus retum, equivalente a $\left(p = \frac{h^2}{\mu} \right)$ e θ é o ângulo entre $\vec{e}$ e $\hat{r}$.

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta} \quad (2.5)$$

Por outro lado, com o objetivo de calcular a anomalia verdadeira em função do tempo, utiliza-se da relação $\vec{\omega} = \frac{\vec{h}}{r^2} = \dot{\theta} \hat{h}$, o que resulta em $\dot{\theta} = \frac{h}{r^2}$. Manipulando a equação 2.5, pode-se reescrevê-la para resultar na anomalia verdadeira, como vista na equação 2.6.

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = h \frac{(1 + e \cos \theta)^2}{p^2} \quad (2.6)$$

Ao integrar a equação 2.6 de um tempo referente a uma anomalia verdadeira conhecida θ até o tempo da anomalia verdadeira desejada, apresenta-se a solução final do problema temporal dada pela equação 2.7. De acordo com Rodriguez (2024), a resolução do problema temporal é possível através de algoritmos iterativos, como o caso do propagador de órbita presente na função poliastro do *Python*.

$$t - t_0 = \frac{p^2}{h} \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \quad (2.7)$$

2.2 Sistemas de Coordenadas

A descrição de uma órbita necessita da determinação de um sistema de referência no qual todos os parâmetros orbitais e vetoriais sejam definidos. Além disso, para o estudo da cinemática e dinâmica de um corpo no espaço, a escolha adequada desse sistema é essencial. Em geral, as referências adotadas são inerciais ou quase inerciais, o que permite simplificar

a análise sem a necessidade de contabilizar os efeitos de rotação da Terra e o fator tempo (Bate *et al.*, 2020).

Dessa forma, alguns sistemas de coordenadas fundamentais podem ser exemplificados, entre eles o *Earth-Centered Inertial* (ECI), o *Earth-Centered Earth-Fixed* (ECEF) e o *Latitude Longitude Altitude* (LLA), apresentados nas figuras 2.3, 2.4 e 2.5, respectivamente.

2.2.1 Sistema Earth-Centered Inertial (ECI)

O sistema ECI é um sistema de coordenadas cartesiano tridimensional, com origem no centro de massa da Terra. Ele é considerado inercial, pois não acompanha a rotação terrestre, mantendo-se fixo em relação às estrelas distantes.

Como mostrado na figura 2.3, o eixo Z_{eci} é alinhado com o eixo de rotação da Terra, apontando para o polo norte celeste, o eixo X_{eci} aponta em direção ao equinócio vernal, o ponto onde o Sol cruza o Equador Celeste ao se mover do sul para o norte, e o eixo Y_{eci} é determinado de forma a completar um sistema ortogonal destrógiro. Esse sistema é amplamente utilizado para a determinação das trajetórias de satélites, pois permite descrever o movimento orbital de forma independente da rotação terrestre.

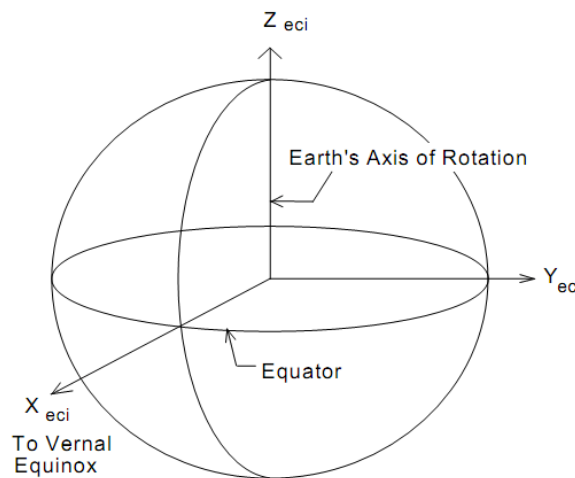


Figura 2.3 – Sistema de coordenadas ECI.

Fonte: (Wikipedia, 2025)

2.2.2 Sistema Earth-Centered Earth-Fixed (ECEF)

O sistema ECEF, mostrado na figura 2.4, é também um sistema cartesiano tridimensional com origem no centro da Terra. No entanto, diferentemente do ECI, ele está fixo em relação à superfície terrestre, rotacionando junto com a Terra. Dessa forma, as coordenadas de um ponto fixo na superfície terrestre permanecem constantes nesse sistema.

O eixo Z_{ecef} coincide com o eixo de rotação da Terra, o eixo X_{ecef} aponta para a interseção do meridiano de Greenwich com o equador, e o eixo Y_{ecef} completa o sistema

ortogonal. A transformação entre ECI e ECEF é realizada por uma rotação em torno do eixo Z , que depende do ângulo sideral de Greenwich θ_G , calculado a partir do tempo sideral em um instante de referência e o tempo decorrido:

$$\theta_G = \theta_{G0} + \omega_e(t - t_0) \quad (2.8)$$

onde ω_e é a velocidade angular da Terra. Essa transformação é dada por:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_G & \sin \theta_G & 0 \\ -\sin \theta_G & \cos \theta_G & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

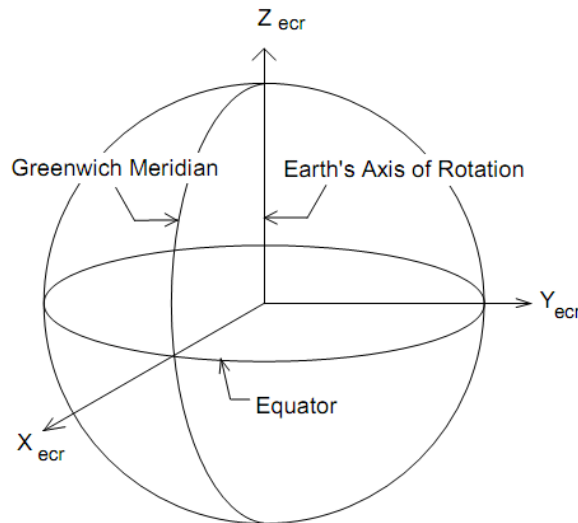


Figura 2.4 – Sistema de coordenadas ECEF.

Fonte: (Popescu, 2014)

2.2.3 Sistema Latitude Longitude Altitude (LLA)

O sistema LLA, mostrado na figura 2.5, representa posições na superfície da Terra em coordenadas geodésicas, expressas em *latitude* (φ), *longitude* (λ) e *altitude* (h). Esse sistema é não cartesiano e é utilizado para descrever posições em relação ao elipsoide terrestre, permitindo uma representação mais intuitiva e prática para aplicações geográficas e de navegação.

A longitude λ é obtida a partir das coordenadas X e Y do sistema ECEF, enquanto a latitude φ é determinada considerando a curvatura do elipsoide terrestre. As equações aproximadas de conversão são:

$$\lambda = \tan^{-1} \left(\frac{Y}{X} \right) \quad (2.10)$$

$$\varphi_0 = \tan^{-1} \left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \quad (2.11)$$

Para uma latitude geodésica precisa, utiliza-se um processo iterativo, considerando o raio de curvatura N do elipsoide:

$$N = \frac{R_e}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.12)$$

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \varphi} - N \quad (2.13)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2} (1 - e^2 N / (N + h_e))} \right) \quad (2.14)$$

onde R_e é o raio equatorial da Terra e e é a excentricidade do elipsoide. Esse sistema é amplamente usado em receptores GNSS (como o GPS), que fornecem a posição em LLA e, se necessário, podem ser convertidas para ECEF ou ECI para cálculos orbitais.

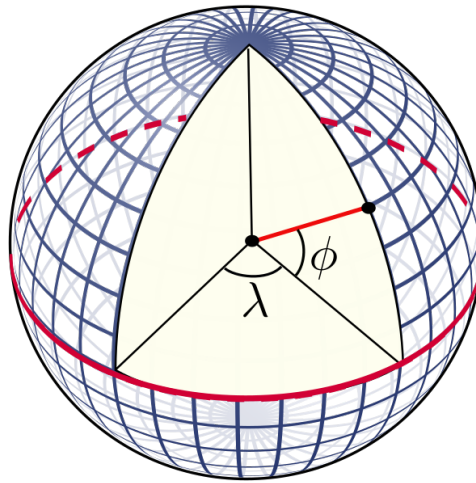


Figura 2.5 – Sistema de coordenadas LLA.

Fonte: (Popescu, 2014)

2.3 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell explicam o comportamento de todos os fenômenos eletromagnéticos, a partir da descrição dos campos elétrico $\vec{E}$ e magnético $\vec{B}$ em relação às cargas elétricas ρ e às correntes $\vec{J}$.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.16)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.17)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.18)$$

As Equações 2.15 a 2.18 são conhecidas como leis de Maxwell e cada uma possui individualmente um nome associado à elas. As grandezas $\vec{E}$ representa, a intensidade dos campos elétrico, medidas em unidades de [volt/m]. Por outro lado, as grandezas $\vec{D}$ e $\vec{B}$ representam as densidades de fluxo elétrico e magnético, medidas em [coulomb/m²] e [weber/m²], ou, alternativamente, [tesla] (Orfanidis, 2002).

2.4 Campo Magnético

O campo magnético é um campo vetorial que descreve a interação entre forças magnéticas e partículas eletricamente carregadas em movimento (Griffiths, 2023). De forma geral, esse fenômeno pode ter origem em correntes elétricas, na presença de materiais com domínios magnéticos alinhados, os ímãs permanentes (Jr; Buck, 2001), ou ainda na geração de correntes induzidas pelo deslocamento de fluidos condutores, como ocorre na magnetosfera terrestre, resultante da dinâmica das camadas internas do planeta (Gunnarsdóttir, 2012).

Uma das consequências interessantes de campos magnéticos é a força gerada sob uma partícula carregada quando introduzida em um campo, conhecida como Força de Lorentz. Para calculá-la, inicia-se com uma força diferencial exercida sobre um elemento diferencial de carga, visto pela equação 2.19. Como é observado pela equação, a direção da velocidade das cargas e a direção do campo magnético são perpendiculares uma a outra, assim como a força também será, resultado do produto vetorial entre elas. Com isso, a regra da mão direita é adotada para melhor entendimento da direção de cada grandeza física.

$$d\vec{F} = dQ\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.19)$$

A partir dos conceitos de densidade de corrente $\vec{J} = \rho_v \vec{v}$, é possível reescrever o elemento de carga diferencial $dQ = \rho_v dv$ em função da densidade de carga volumétrica (ρ_v). Dessa forma, a equação 2.19 é reescrita como vista na equação 2.20.

$$d\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B} dv \quad (2.20)$$

A distribuição de corrente elétrica, considerando um volume ($\vec{J}dv$) é análoga a uma distribuição em um fio condutor, dada por ($\vec{i}dL$). Dessa forma, o diferencial de força é dado em função da corrente e do campo magnético, como visto pela equação 2.21.

$$d\vec{F} = \vec{i}dL \times \vec{B} \quad (2.21)$$

Se integrar a equação 2.21 sobre um caminho fechado, o que configura uma bobina, por exemplo, é possível calcular a força proveniente de uma dada corrente em um campo magnético, exemplificada na equação 2.22.

$$\vec{F} = -i \oint \vec{B} \times d\vec{L} \quad (2.22)$$

Se o campo magnético em estudo for uniforme, sua componente pode ser considerada como constante durante o cálculo da integral, o que resulta em uma integral fechada de um caminho fechado, como uma bobina. Dessa forma, o resultado da integral será 0, o que define a força como sendo igual a 0 em circuitos fechados. No entanto, o torque resultante na situação exemplificada anteriormente, em geral, não é nulo. Consequentemente, algumas aplicações se tornam possíveis, como o caso de magnetorques para controle de atitude de satélites. De forma generalizada, o torque é dado por um produto vetorial entre um braço de alavanca e a força, como mostrada pela equação 2.23.

$$\vec{T} = \vec{R} \times \vec{F} \quad (2.23)$$

Considerando o exemplo de um magnetorques, o diferencial do Torque pode ser dado pelo produto vetorial da distribuição de corrente elétrica em uma superfície pelo campo magnético uniforme, como visto na equação 2.24.

$$d\vec{T} = \vec{i}dS \times \vec{B} \quad (2.24)$$

Um conceito importante para a formulação da equação do Torque magnético é a de momento de dipolo magnético ($\vec{m}$) dado pelo produto entre a corrente e o vetor área, equivalente a $\vec{m} = I\vec{S}$. Dessa forma, a equação do diferencial do torque poderá ser reformulada como na equação 2.25 e do torque como na equação 2.26.

$$d\vec{T} = d\vec{m} \times \vec{B} \quad (2.25)$$

$$\vec{T} = \vec{i} \times \vec{B} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (2.26)$$

A tendência do torque exercido por uma bobina, quando submetida a um campo magnético constante, é de se alinhar às linhas de campo, o que facilita na determinação da

direção do torque. Um exemplo de como as forças atuam em cada partícula pode ser melhor exemplificado na figura 2.6

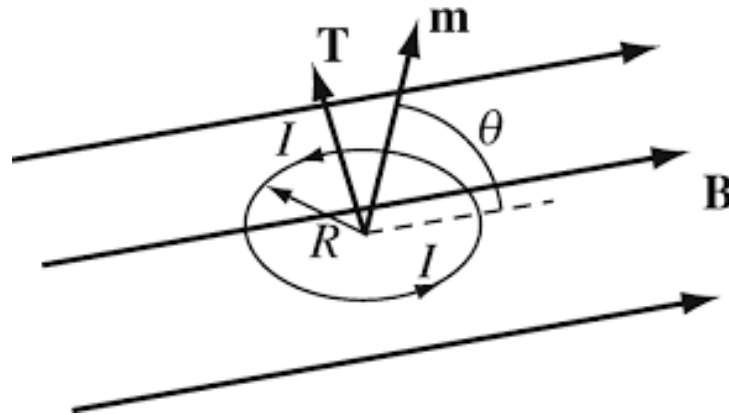


Figura 2.6 – Diagrama de corpo livre elétron.

Fonte: (Ida, 2015)

2.5 Lei de Biot-Savart

Para chegar à equação que descreve o comportamento eletromagnético de uma corrente que atravessa um fio, deve-se derivar das equações de Maxwell. Visto isso, inicialmente utiliza-se a equação de Gauss para o eletromagnetismo 2.18 e o conceito de potencial vetor magnético $\vec{A}$.

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \quad (2.27)$$

Como $B = \mu_0 H$, sendo μ a permeabilidade magnética do vácuo.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} \quad (2.28)$$

A partir da equação de Poisson 2.29, pode-se simplificá-la para o potencial vetor magnético A , como exemplificado no equacionamento abaixo:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \quad (2.29)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \vec{\nabla} \vec{B}$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \mu \vec{J}$$

Considerando o calibre de Coulomb, temos que o divergente de A é nulo, logo, a equação é simplificada, obtendo-se:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (2.30)$$

A equação 2.30 é conhecida como equação de Poisson vetorial para o vetor $\vec{A}$. Resolvendo essa equação, obtêm-se a seguinte solução, para um dado ponto no espaço $\vec{r}$ e considerando o ponto de referência da corrente $\vec{r}'$:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3\vec{r}' \quad (2.31)$$

A partir da solução dada pela equação 2.31 e considerando a equação 2.27, encontra-se a lei de Biot-Savart, dada pela equação 2.32, capaz de explicar a relação de uma corrente elétrica e do campo magnético gerado por ela.

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \vec{J}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} d^3\vec{r}' \quad (2.32)$$

Considerando o caso de um fio fino com corrente i e com um comprimento dl , obtêm-se:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int \frac{d\vec{l}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (2.33)$$

2.6 Bobina de Helmholtz

As bobinas de Helmholtz foram desenvolvidas para possibilitar a criação de campos magnéticos uniformes internos aos limites da bobina. Segundo DeTroye e Chase (1994), essa propriedade permite a calibração de sensores com maior precisão, além de facilitar os cálculos dos campos gerados pela bobina. O equipamento é composto de duas bobinas paralelas e originalmente circulares, nas quais a corrente passa no mesmo sentido em ambas, produzindo o campo uniforme ao centro. A região em que se obtém a uniformidade do campo magnético está diretamente ligada ao tamanho das bobinas: quanto maior o seu raio, maior a região de testes (Saqib; Francis; Francis, 2020).

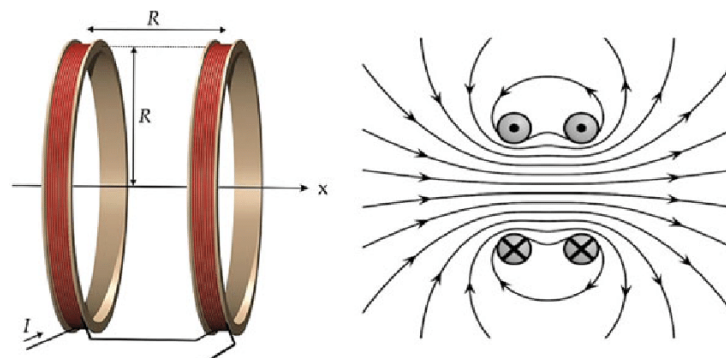


Figura 2.7 – Bobina de Helmholtz e campo uniforme gerado.

Fonte: (Banerjee; Shen; Ren, 2018)

A geometria padrão segue formatos circulares, como visto na figura 2.7. No entanto, existem diversas variações com modelos quadrados e até triangulares.

A derivação do campo magnético em uma configuração de bobinas de Helmholtz circulares inicia-se com a aplicação da Lei de Biot-Savart, que fornece o campo magnético infinitesimal $d\vec{B}$ gerado por um elemento de corrente $I d\vec{l}$ a uma distância $\vec{r}$:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (2.34)$$

onde μ_o é a permeabilidade magnética do vácuo.

Para o caso de uma única espira circular de raio R com N voltas, transportando uma corrente I , o cálculo do campo magnético ao longo de seu eixo central (eixo z) é realizado pela integração da equação 2.34 ao longo de toda a circunferência. Devido à simetria axial, as componentes do campo magnético perpendiculares ao eixo z se anulam mutuamente. Apenas as componentes axiais (ao longo de z) contribuem para o campo resultante. A integração resulta no campo magnético em um ponto z ao longo do eixo, a partir do centro da espira

$$\vec{B}_{\text{espira}}(z) = \frac{\mu_o N I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (2.35)$$

A configuração de Helmholtz é composta por duas bobinas idênticas (mesmo R , N e I) posicionadas coaxialmente, separadas por uma distância d . Para determinar o campo magnético total no eixo, $\vec{B}_{\text{total}}(z)$, aplica-se o princípio da superposição. Adotando-se a origem do sistema de coordenadas ($z = 0$) no ponto médio exato entre as duas bobinas, a primeira bobina localiza-se em $z = -d/2$ e a segunda em $z = +d/2$. O campo total em qualquer ponto z do eixo é a soma vetorial dos campos de cada bobina:

$$\vec{B}_{\text{total}}(z) = \vec{B}_{\text{espira}}(z + d/2) + \vec{B}_{\text{espira}}(z - d/2) \quad (2.36)$$

Substituindo a equação 2.6 na equação 2.36, obtém-se a expressão geral para o campo no eixo do par de bobinas:

$$\vec{B}_{\text{total}}(z) = \left[\frac{\mu_o N I R^2}{2} \right] \left(\frac{1}{(R^2 + (z + d/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (z - d/2)^2)^{3/2}} \right) \hat{z} \quad (2.37)$$

O principal objetivo das bobinas de Helmholtz é gerar um campo magnético altamente uniforme na região central entre elas. Matematicamente, esta condição de uniformidade é alcançada quando as derivadas espaciais do campo magnético são nulas no centro ($z = 0$). Uma condição crítica para essas bobinas são que a segunda derivada também seja nula no centro, para que a variação do campo seja mínima.

$$\left. \frac{d^2 B_{\text{total}}}{dz^2} \right|_{z=0} = 0 \quad (2.38)$$

A resolução da equação 2.38 demonstra que esta condição só é satisfeita quando a distância de separação d entre as bobinas é exatamente igual ao raio R de cada bobina, ou seja, $d = R$.

Ao impor esta condição ($d = R$) e calcular o campo magnético no ponto central ($z = 0$), chega-se à magnitude do campo uniforme. O cálculo é segue:

$$\begin{aligned}\vec{B}_{\text{centro}} &= \left[\frac{\mu_0 N I R^2}{2} \right] \left(\frac{1}{(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (-R/2)^2)^{3/2}} \right) \hat{z} \\ \vec{B}_{\text{centro}} &= \left[\frac{\mu_0 N I R^2}{2} \right] \left(\frac{2}{(R^2 + R^2/4)^{3/2}} \right) \hat{z} \\ \vec{B}_{\text{centro}} &= \frac{\mu_0 N I R^2}{(5R^2/4)^{3/2}} \hat{z} = \frac{\mu_0 N I R^2}{(5\sqrt{5}/8)R^3} \hat{z}\end{aligned}\quad (2.39)$$

Simplificando a expressão, obtém-se a equação final para o campo magnético no centro de um par de bobinas de Helmholtz:

$$\vec{B}_{\text{centro}} = \left(\frac{8}{5\sqrt{5}} \right) \frac{\mu_0 N I}{R} \hat{z} \quad (2.40)$$

Este valor representa a magnitude do campo magnético na região central, onde ele apresenta sua máxima uniformidade.

2.7 Modelo IGRF

O modelo *International Geomagnetic Reference Field* (IGRF) é uma descrição matemática adotada para estimar os valores do campo magnético terrestre ao longo do tempo. Suas aplicações são extensas pela comunidade científica e podem auxiliar na determinação de atitude de satélites ou de outros sistemas que utilizem o modelo como forma de orientação. Com o objetivo de aumentar a confiabilidade dos resultados, o IGRF utiliza de medições de satélites e observatórios terrestres, além de ser supervisionado pelo grupo V-MOD da *International Association of Geomagnetism and Aeronomy* (IAGA), desenvolvido para coordenar esforços internacionais na análise e modelagem do campo geomagnético (Alken *et al.*, 2021).

Visto que o núcleo terrestre está em constante mudança, os campos são afetados diretamente. Com isso, o IGRF pode ficar desatualizado e fornecer valores que não condizem com a realidade. Dessa forma, o modelo matemático é atualizado a cada 5 anos por uma equipe especializada e as mudanças observadas, durante este período, são calculadas para obter resultados que possam ser utilizados por mais uma meia década. A alta precisão do modelo se dá pela constante atualização dos coeficientes conhecidos como coeficientes de Gauss g_n^m e h_n^m , termos harmônicos esféricos.

O IGRF é capaz de calcular o campo magnético terrestre a partir do gradiente de um potencial elétrico V , dado por $B = -\nabla V$, sendo V dado por uma expansão de séries finita dos coeficientes de Gauss, como vista pela equação 2.41, dada por (Alken *et al.*, 2021). O gráfico dos vetores de campo magnético terrestre na figura 2.8 obtidos através da equação 2.41.

$$V(r, \theta, \varphi, t) = a \sum_{n=1}^{N_{max}} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} [g_n^m(t) \cos m\varphi + h_n^m(t) \sin m\varphi] P_n^m(\cos \theta) \quad (2.41)$$

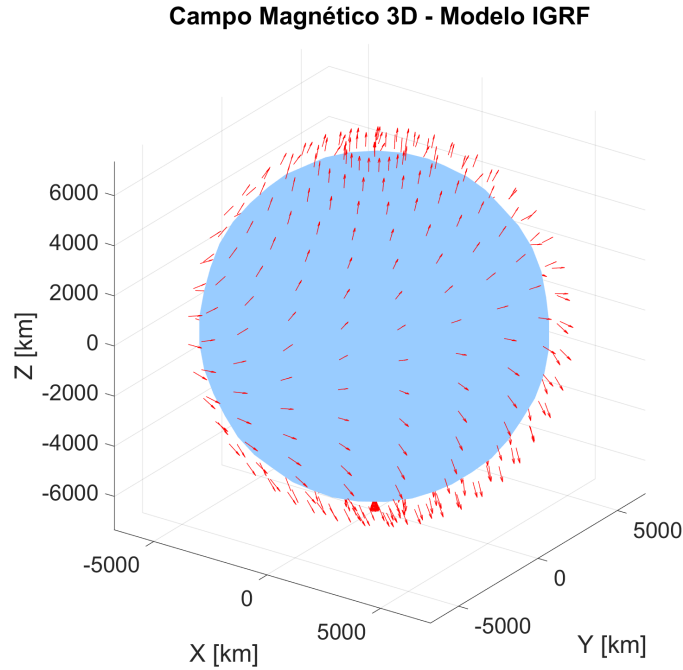


Figura 2.8 – Linhas de campo magnético terrestre do modelo IGRF

A equação 2.41 é válida para quaisquer coordenadas a partir da superfície terrestre e tem como variáveis a serem informadas as coordenadas utilizando o sistema de coordenadas Geocêntricas, em que r é a distância radial do centro da Terra, θ é a co-latitute e φ é a longitude. Por fim, a dependência do modelo IGRF no tempo está associada com os coeficientes $g_n^m(t)$ e $h_n^m(t)$. Por isso que a expansão de séries permanece a mesma a cada atualização e apenas os coeficientes são alterados. Os valores dos coeficientes de Gauss são calculados pela equação 2.42 e 2.43

$$g_n^m(t) = g_n^m(T_t) + (t - T_t)\dot{g}_n^m(T_t) \quad (2.42)$$

$$h_n^m(t) = h_n^m(T_t) + (t - T_t)\dot{h}_n^m(T_t) \quad (2.43)$$

Dentre as variáveis relacionadas com os cálculos dos coeficientes, está a *Epoch* (T_t) dada em múltiplos de 5 anos e variam de 1900 a 2020 para a versão IGRF13. Os termos $\dot{g}_n^m$ e $\dot{h}_n^m$ representam a variação dos coeficientes ao longo do período de 5 anos e podem ser aproximados linearmente através das equações 2.44 e 2.45.

$$\dot{g}_n^m(T_t) = \frac{1}{5}(g_n^m(T_t + 5) - g_n^m(T_t)) \quad (2.44)$$

$$\dot{h}_n^m(T_t) = \frac{1}{5}(h_n^m(T_t + 5) - h_n^m(T_t)) \quad (2.45)$$

De modo a demonstrar a relevância de se utilizar os modelos matemáticos do campo magnético atualizados, a figura 2.9 ilustra a variação do campo total em Nanotesla por ano (nT_{ano}) dentro do período de 5 anos.

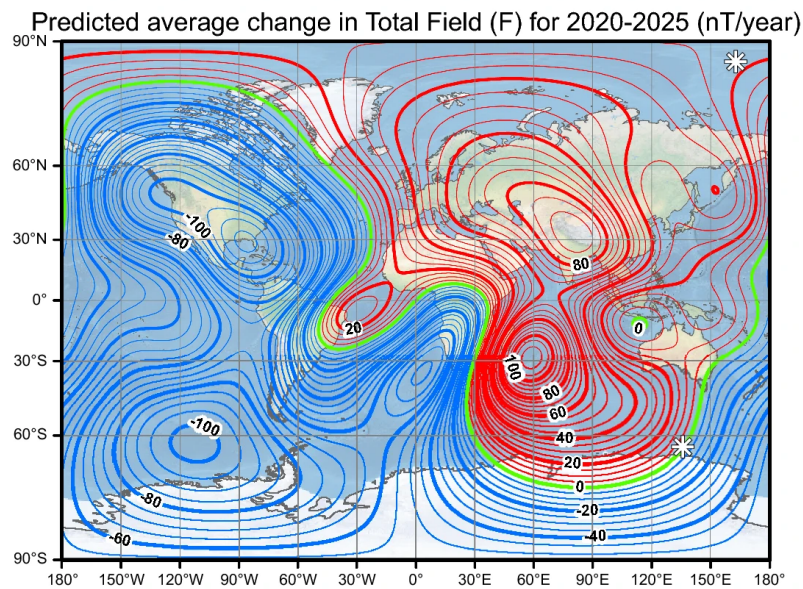


Figura 2.9 – Variação prevista no campo magnético de 2020 a 2025.

Fonte: (Alken *et al.*, 2021)

2.8 Subistemas

Os subsistemas que compõem um satélite, em especial pequenos satélites como cubesats, são responsáveis por garantir o cumprimento da missão com sucesso. Dentre os principais subsistemas, podem ser citados o *Electrical Power System* (EPS), o *Attitude Determination and Control System* (ADCS), *Telemetry Tracking and Command* (TT&C), *On-Board Data Handling* (OBDH), e subsistemas de Mecânica e Térmicas (Cappelletti; Robson, 2021).

- **EPS:** Responsável pela geração, armazenamento e distribuição de energia elétrica no satélite.
- **ADCS:** Determina e controla a orientação do satélite no espaço por meio de sensores e atuadores.
- **TT&C:** Permite a comunicação entre o satélite e a estação terrestre.

- **OBDH:** Gerencia o processamento de dados dentro do satélite, armazenando informações, executando software de controle e coordenando a comunicação entre os subsistemas.
- **Mecânica e Térmicas:** Responsável pela estrutura física e sua integridade durante o lançamento e operação. Além disso, gerencia a temperatura do satélite para garantir seu funcionamento dentro de limites seguros.

2.9 Controle de Atitude

Para o foco deste trabalho, o subsistema principal para o âmbito do estudo é o ADCS, responsável pelo controle da atitude do satélite, essencial para grande parte das missões envolvendo a Terra, principalmente em casos de sensoriamento remoto. A atitude é definida como a orientação da espaçonave no espaço. Dessa forma, segundo Wertz (2012) para poder controlá-la é necessário um conjunto de sensores e atuadores que possam regir toda a movimentação do corpo. A existência deste subsistema é justificada para garantir que os fenômenos ocorrentes, durante a dinâmica de voo do satélite, não irão impactar negativamente no cumprimento da missão. Dessa forma, o controle de atitude é capaz de estabilizar o satélite em situações de capotamento, auxiliar em manobras orbitais e garantir que a atitude do satélite contribuirá para que os sensores apontem na direção da Terra nos momentos devidos (Markley; Crassidis, 2014).

2.9.1 Atuadores

O sistema de controle de atitude de espaçonaves utiliza princípios físicos como forças e torques para modificar, de alguma forma, a atitude do mesmo. Visto isso, existem diversos atuadores responsáveis por realizar este controle e podem variar a forma de atuação, como, por exemplo, sistemas ativos e passivos.

Os controles ativos, de forma geral, convertem energia elétrica em mecânica e, em conjunto com o controlador, conseguem resultados mais precisos e mais rápidos.

- Rodas de reação

As rodas de reação, em geral, são os principais atuadores de satélites, visto que possuem alto torque e conseguem atuar ativamente nos 3 eixos, desde que possuam pelo menos 3 rodas, uma para cada eixo. O princípio físico que possibilita a atuação das rodas é a conservação do momento angular, e com isso, esse atuador possibilita não só a estabilização como o apontamento da espaçonave.

A roda de reação é composta, de maneira simplificada, por uma roda, um motor e um controlador. O dimensionamento da roda envolve o cálculo de momento de inércia do

satélite e da roda, possibilitando determinar a velocidade de rotação necessária para que a roda consiga atuar.

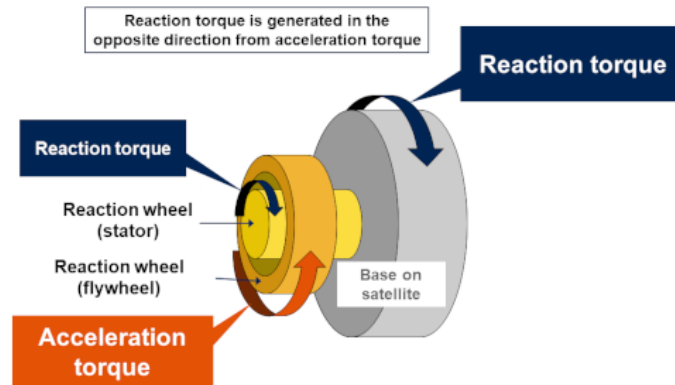


Figura 2.10 – Componentes da roda de reação.

Fonte: (ASPINA Group, 2023)

Segundo Halliday e Resnick (1996), desprezando perturbações externas, a conservação do momento angular pode ser simplificada apenas ao momento de inércia e velocidade angular da roda e do corpo, como exemplificada na equação 2.46. Essa relação é essencial no dimensionamento atuador e na estimação do torque e velocidade necessárias para controlar a atitude do corpo.

$$I_{roda}\vec{\omega}_{roda} = I_{satlite}\vec{\omega}_{satlite} \quad (2.46)$$

Ao se considerar perturbações externas, como pressões de radiação solar, atrito com atmosfera, entre outras, a quantidade de momento angular pode ser maior do que as rodas consigam realizar. Esse é um fenômeno conhecido como saturação da roda de reação sendo necessário um torque externo para dessaturá-la. Dessa forma, alguns outros atuadores podem fornecer este torque extra necessário para recuperar o controle do satélite, dentre eles o magnetorque.

- Magnetorquer

Os magnetorquers são dispositivos que funcionam como atuadores de atitude através da interação eletromagnética de um campo magnético artificial e do campo magnético terrestre. O princípio de funcionamento dos magnetorquers é que um dipolo magnético é criado, cujo momento é controlável pela intensidade e direção da corrente elétrica, que flui através de suas bobinas. O torque gerado pelo atuador é dado pela equação 2.47

$$\vec{\tau} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (2.47)$$

Os magnetorques são capazes de atuar em até dois eixos, o que o impossibilita de ser utilizado para controle nos 3 eixos e, assim, é necessário adotá-lo juntamente a outro atuador, como rodas de reação, por exemplo. Dessa forma, os magnetorques podem funcionar para dessaturar as rodas de reação. Ou seja, quando elas não possuírem torque suficiente para atuar em algum momento, pode-se utilizar do atuador magnético. Além disso, também servem para estabilizar os satélites quando estão em estágio de capotamento após o *deploy* do veículo lançador. Geralmente são utilizados 3 magnetorques, um para cada eixo, pois assim, como é evidenciado na equação 2.47, o magnetorque deve possuir um ângulo diferente de 0 em relação ao eixo a ser atuado, para que exista algum torque gerado. Um exemplo de magnetorque pode ser observado na figura 2.11, onde são observadas 3 bobinas, uma para cada eixo.



Figura 2.11 – Magnetorques para 3 eixos.
Fonte: (Wu; Shan, 2019)

2.9.2 Sensores

O funcionamento adequado do subsistema de controle necessita de sensores que atualizem os algoritmos de determinação de atitude e que, então, possam informar qual a orientação do satélite de forma precisa aos controladores. Por conseguinte, para que o referenciamento do satélite seja realizado com a maior precisão, é fundamental que a escolha dos sensores seja bem feita e que sejam suficientes para determinar a atitude sem problemas de singularidades. Visto isso, alguns dos sensores mais comuns para aplicações espaciais podem ser observados na tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Sensores utilizados em sistemas de controle de atitude

Sensor	Princípio Físico	Vantagens	Desvantagens
Sensor Solar	Posição do Sol	Simples	Impreciso em eclipses
Magnetômetro	Campo magnético	Baixa massa e preço	Baixa precisão em órbitas polares
Giroscópio	Taxa angular	Alta precisão	Deriva com o tempo
Rastreador de Estrelas	Mapa de estrelas	Alta precisão	Alto consumo de energia
Sensor de Horizonte	Borda da Terra (IR)	Funciona em LEO	Sensível a nuvens

Em função de garantir que o satélite está bem orientado, faz-se necessário a combinação de alguns sensores que, juntos, consigam determinar a atitude do mesmo nos 3 eixos. Dessa forma, o algoritmo deve ser bem modelado para que não ocorram singularidades durante a missão que possam prejudicá-la. Alguns dos métodos mais conhecidos são: *Triaxial Determination* (TRIAD), *Quaternion Estimator Algorithm* (QUEST) e *Estimator of the Optimal Quaternion* (ESOQ), algoritmos que utilizam medições de sensores em intervalos de tempo curtos e que não prejudicam a determinação da orientação do satélite (Markley; Crassidis, 2014).

2.9.3 Método TRIAD

O método TRIAD, assim como outros métodos de determinação de atitude de espaçonaves, utiliza dois vetores, sendo eles, geralmente, o vetor do campo magnético da Terra e o vetor solar, como visto na figura 2.12. A matriz de atitude rotaciona os vetores do sistema de referência para o sistema do corpo.

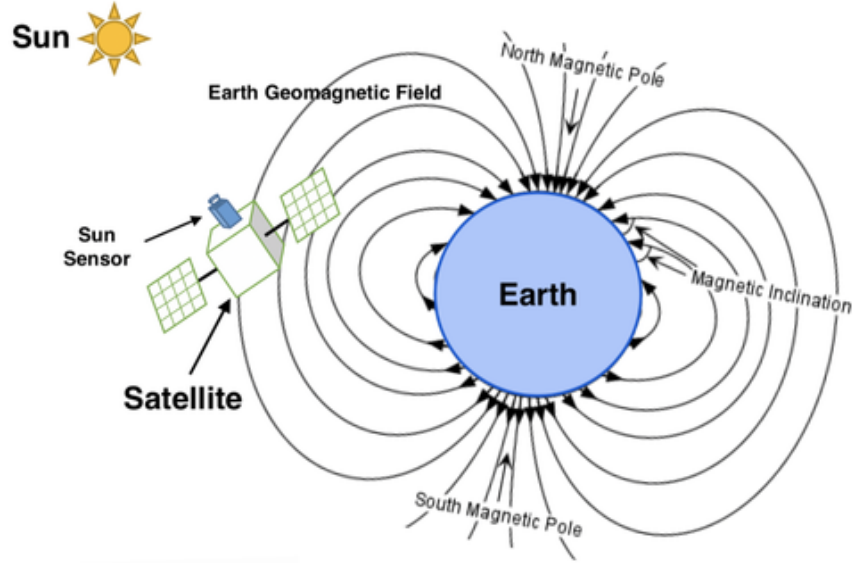


Figura 2.12 – Cenário com sensores magnético e solar.

Fonte: (Wu; Shan, 2019)

Tomando como referência as medições de sensores não paralelos, são traçados vetores v_1 e v_2 representados em um referencial inercial. O método TRIAD busca encontrar a matriz de atitude (A) a partir de duas tríades ortonormais, sendo uma no referencial inercial $\{r_1 \ r_2 \ r_3\}$ e outra no referencial do corpo $\{s_1 \ s_2 \ s_3\}$, dadas pelas equações 2.48 e 2.49 (Kirci; Hajiye, 2024).

$$\vec{r}_1 = \vec{v}_1, \quad \vec{r}_2 = \frac{\vec{v}_1 \times \vec{v}_2}{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|}, \quad \vec{r}_3 = \frac{\vec{v}_1 \times \vec{r}_2}{|\vec{v}_1 \times \vec{r}_2|} \quad (2.48)$$

$$\vec{s}_1 = \vec{w}_1, \quad \vec{s}_2 = \frac{\vec{w}_1 \times \vec{w}_2}{|\vec{w}_1 \times \vec{w}_2|}, \quad \vec{s}_3 = \frac{\vec{w}_1 \times \vec{s}_2}{|\vec{w}_1 \times \vec{s}_2|} \quad (2.49)$$

O algoritmo agrupa as tríades em matrizes em referencial inercial (M_0) e em referencial do corpo (M_b), para então poder calcular a matriz de atitude do satélite como o produto entre $M_b = [s_1 \ s_2 \ s_3]$ e a transposta da matriz $M_0 = [r_1 \ r_2 \ r_3]$, dada pela equação 2.50

$$A = M_b M_0^T \quad (2.50)$$

A covariância do erro para o algoritmo TRIAD é expressa como:

$$P_{TRIAD} = \sigma_1^2 I_{3 \times 3} + \frac{1}{|w_1 + w_2|^2} \left[\sigma_2^2 (w_1 \cdot w_2) (w_1 w_2^T + w_2 w_1^T) + (\sigma_2^2 - \sigma_1^2) w_1 w_1^T \right] \quad (2.51)$$

Em que σ_1 e σ_2 representam os desvios padrão associados à incerteza das medições dos vetores v_1 e v_2 , respectivamente, e $I_{3 \times 3}$ é a matriz identidade 3×3 , que representa a ausência de correlação entre os eixos do sistema de coordenadas. Esse método é de extrema

importância para a utilização da gaiola de Helmholtz em testes de controle de atitude, visto que o vetor magnético em combinação com algum outro vetor, como o vetor solar são necessários para a determinação da atitude do satélite ou espaçonave.

2.10 Magnetômetro

O magnetômetro, de maneira geral, é um dispositivo capaz de medir campos magnéticos. Esse sensor pode ser elaborado para funcionar com alguns princípios diferentes e isso irá determinar qual a melhor aplicação para cada classe de magnetômetros. Dentre os principais sensores magnéticos, pode-se mencionar os magnetorresistivos, de efeito Hall e *fluxgate*. Os sensores Hall geram uma tensão proporcional ao campo magnético pelo efeito Hall, sendo simples e robustos. Já os *fluxgate* utilizam um núcleo ferromagnético excitado por corrente alternada, alcançando alta precisão em medições de campos muito fracos. Os magnetorresistivos variam sua resistência conforme o campo aplicado, oferecendo alta sensibilidade e boa linearidade e serão utilizados neste trabalho.

2.10.1 Funcionamento físico do magnetômetro HMC5883L

O sensor *HMC5883L* é um magnetômetro digital triaxial baseado no *efeito magnetorresistivo anisotrópico* (AMR), desenvolvido pela Honeywell. O princípio de funcionamento desse tipo de sensor baseia-se na variação da resistência elétrica de um material ferromagnético em função da direção de sua magnetização relativa à direção da corrente elétrica que o atravessa. Em termos físicos, trata-se de um fenômeno em que a resistividade do material depende do ângulo entre o vetor densidade de corrente $\vec{J}$ e o vetor magnetização $\vec{M}$ do material sensível (Tumański, 1998).

Matematicamente, a resistência R_{magn} de um elemento magnetorresistivo pode ser expressa como:

$$R_{magn} = R_0 + \Delta R_{magn} \cos^2(\psi) \quad (2.52)$$

onde R_0 representa a resistência mínima (quando a magnetização é perpendicular à corrente elétrica), ΔR_{magn} é a variação máxima de resistência observada, e ψ é o ângulo entre $\vec{M}$ e $\vec{J}$. Quando um campo magnético externo $\vec{B}$ é aplicado, ele modifica a orientação da magnetização $\vec{M}$, alterando o valor de ψ e, consequentemente, a resistência do material. Essa variação é convertida em uma diferença de tensão mensurável por meio de uma ponte de Wheatstone, permitindo determinar o valor do campo magnético (Ripka, 2001).

O *HMC5883L* utiliza três pontes magnetorresistivas ortogonais, cada uma sensível a um dos eixos cartesianos x , y e z . Cada ponte é composta por quatro elementos AMR conectados de modo a amplificar a diferença de resistência provocada pelo campo externo.

Para garantir estabilidade e linearidade, o dispositivo incorpora um circuito denominado *set/reset strap*, responsável por aplicar pulsos de corrente de alta intensidade nos elementos sensores, realinhando os domínios magnéticos internos e eliminando efeitos de histerese (Inc., 2013).

O sinal analógico gerado pelas pontes é amplificado internamente e convertido em formato digital por um conversor analógico-digital (ADC) de 12 bits, sendo disponibilizado ao sistema de controle via interface I_2C . A sensibilidade típica do sensor é de aproximadamente 0,73 mV/Gauss, com faixas de medição configuráveis entre $\pm 0,88$ G e $\pm 8,1$ G (Inc., 2013). Dessa forma, o HMC5883L é capaz de medir tanto a intensidade quanto a direção do campo magnético local, funcionando como um magnetômetro vetorial.

Em termos práticos, sensores baseados em AMR apresentam alta estabilidade, baixo consumo de energia e boa linearidade para campos na faixa de microtesla a militesla. Entretanto, possuem sensibilidade inferior à de magnetômetros fluxgate ou atômicos, sendo mais adequados para aplicações embarcadas, como navegação, detecção de orientação e medição de campo geomagnético em pequenos satélites (Ripka, 2001; Inc., 2013).

2.10.2 Modelo de Medição e Fontes de Erro do Magnetômetro

Os sensores magnéticos triaxiais medem a intensidade do campo magnético ao longo dos eixos x , y e z do sensor, sendo amplamente utilizados como sensores auxiliares em sistemas de navegação inercial de baixo custo. Com base neles, é possível estabelecer um modelo matemático que relaciona as leituras do sensor com o valor real do campo magnético (Quan; Dai; Wang, 2020).

O erro total de saída de um sensor magnético resulta da combinação de diversas fontes de erro associadas ao elemento sensor, aos circuitos eletrônicos de instrumentação, às imperfeições de fabricação e às distorções causadas por materiais magnéticos e ferromagnéticos nas proximidades do sensor (Belsten *et al.*, 2023; Hajiye, 2016). As principais fontes de erro lineares e invariantes no tempo são descritas a seguir:

- **Bias ou offset:** todos os sensores magnéticos apresentam um desvio constante, denominado *bias*, que representa uma distorção fixa entre o valor medido e o real. Em muitos casos, é o erro mais significativo e é modelado por um vetor $h_s \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$.
- **Erro de fator de escala:** representa o erro de ganho entre a entrada e a saída do sensor, causado por diferenças de sensibilidade entre os eixos. É modelado por uma matriz diagonal $T_{fe} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.
- **Erro de acoplamento cruzado ou não ortogonalidade:** resulta do desalinhamento dos eixos de medição durante a fabricação, sendo modelado por uma matriz $T_{ac} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

- **Distorção *soft-iron*:** causada por materiais ferromagnéticos nas proximidades do sensor. Esses materiais não geram campo magnético próprio, mas alteram o campo local existente, distorcendo a leitura. É modelada por uma matriz $T_{si} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.
- **Distorção *hard-iron*:** ocorre devido a materiais magnéticos fixos na estrutura do sensor, que produzem um campo magnético permanente, resultando em um deslocamento constante da leitura. É modelada por um vetor $h_{hi} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$.
- **Ruído aleatório:** trata-se do erro estocástico do sensor, induzido por limitações mecânicas e elétricas de sua arquitetura. É modelado por um vetor $\epsilon \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, com distribuição gaussiana $\epsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Considerando essas fontes de erro, um modelo amplamente aceito para as medições de um magnetômetro triaxial é dado por:

$$\tilde{y} = T_{fe} T_{ac} (T_{si} b + h_{hi}) + h_s + \epsilon \quad (2.53)$$

onde $b \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ representa o vetor verdadeiro do campo magnético, e $\tilde{y} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ é o vetor medido pelo sensor.

2.10.3 Efeitos *Hard Iron* e *Soft Iron* em Magnetômetros

Os magnetômetros são sensores vetoriais utilizados para medir o campo magnético local, geralmente empregados em sistemas de determinação de atitude ou navegação. Entretanto, as medições obtidas estão sujeitas a distorções provenientes de interferências magnéticas do ambiente e dos próprios componentes eletrônicos. Tais distorções podem ser classificadas em dois tipos principais: *hard iron* e *soft iron*. A compreensão e a modelagem desses efeitos são essenciais para garantir a precisão do sensor.

2.10.3.1 Efeito *Hard Iron*

O efeito *hard iron* está associado à presença de materiais denominados materiais magnéticos duros, conforme descrito por Callister (2020). Esses materiais são caracterizados por apresentarem alta coercividade, elevada remanência e baixa permeabilidade magnética inicial, propriedades que conferem uma forte resistência à desmagnetização. Em termos práticos, são capazes de manter um campo magnético permanente mesmo após a remoção da excitação externa.

Fisicamente, componentes metálicos magnetizados, ímãs permanentes, motores elétricos e condutores com corrente contínua nas proximidades do sensor podem gerar campos magnéticos constantes e não variáveis com a orientação do magnetômetro. Esse campo adicional é superposto ao campo magnético terrestre, resultando em um *bias* fixo nas medições.

Matematicamente, o campo magnético medido pode ser expresso como:

$$\tilde{B} = B_{\text{real}} + b \quad (2.54)$$

onde: em que:

- $B_{\text{real}} = [B_x, B_y, B_z]^T$ é o vetor do campo magnético real;
- $b = [b_x, b_y, b_z]^T$ representa o vetor de *bias* magnético permanente introduzido pelo efeito *hard iron*.

Geometricamente, quando o sensor é rotacionado em um plano, o conjunto de medições deveria descrever uma circunferência centrada na origem. No entanto, devido à adição do vetor de *bias*, essa circunferência é deslocada, mantendo o mesmo formato e raio, mas com o centro fora da origem. Esse deslocamento representa a contribuição permanente do campo magnético estático, típico de materiais magnéticos duros.

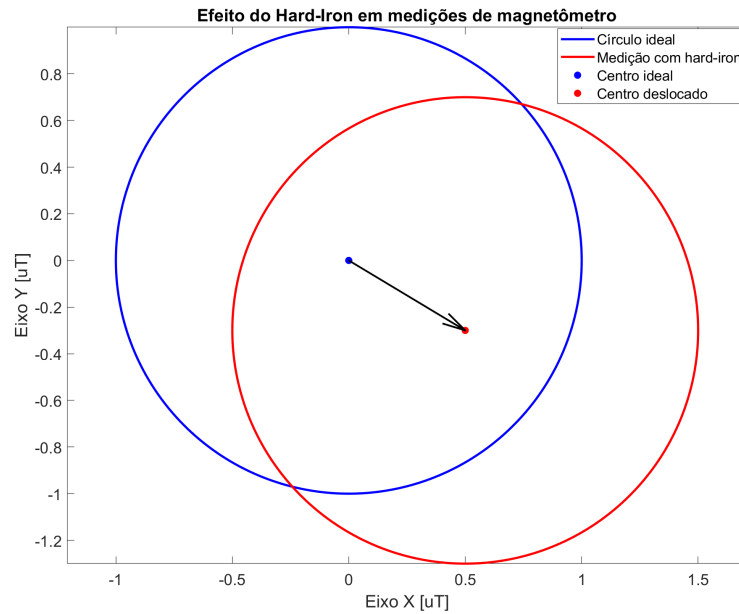


Figura 2.13 – Efeito de *Hard Iron* em medições do campo magnético

2.10.3.2 Efeito *Soft Iron*

O efeito *soft iron*, por sua vez, está relacionado à presença de materiais magnéticos moles, que apresentam alta permeabilidade magnética inicial e baixa coercividade (Callister; Rethwisch, 2020). Tais materiais são facilmente magnetizáveis e desmagnetizáveis, não mantendo magnetização permanente. No entanto, eles distorcem o campo magnético aplicado devido à redistribuição das linhas de fluxo em seu interior e ao redor do sensor.

Essa distorção é dependente da direção e da intensidade do campo externo, de modo que o vetor medido não é apenas deslocado, mas também deformado. O comportamento

pode ser modelado por uma transformação linear:

$$\tilde{B} = AB_{\text{real}} \quad (2.55)$$

em que A é uma matriz 3×3 que representa os diferentes ganhos e acoplamentos entre os eixos do sensor, resultando em uma deformação elipsoidal das medições (Belsten *et al.*, 2023).

$$A = \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} & a_{xz} \\ a_{yx} & a_{yy} & a_{yz} \\ a_{zx} & a_{zy} & a_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Do ponto de vista geométrico, o conjunto de dados que idealmente formaria uma circunferência passa a formar uma *elipse*, indicando que a amplitude medida do campo varia com a orientação. Essa deformação está diretamente associada à presença de materiais ferromagnéticos não magnetizados permanentemente, que redirecionam as linhas de campo e alteram a distribuição do vetor magnético local.

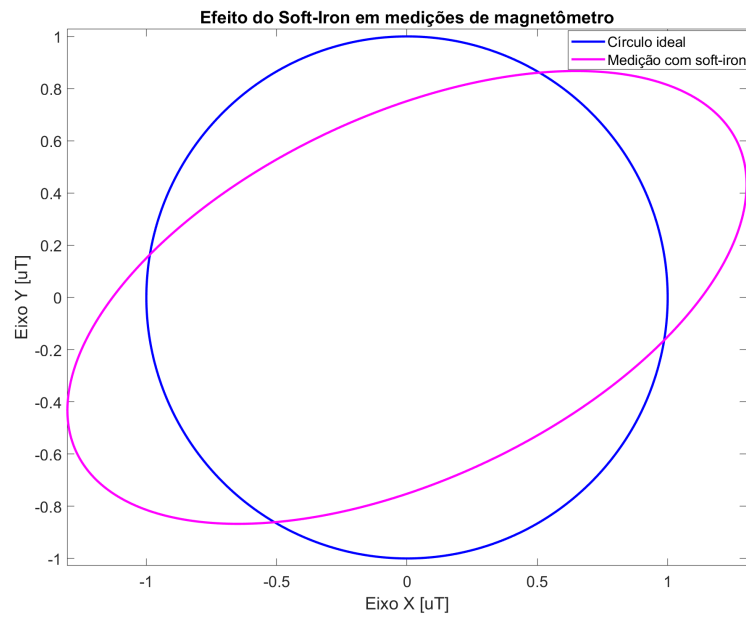


Figura 2.14 – Efeito de *Soft Iron* em medições do campo magnético

2.10.4 Modelo Compacto de Distorção

Os efeitos de não ortogonalidade, fator de escala e distorção *soft iron* podem ser combinados em uma única matriz de distorção A_d , enquanto os efeitos de *hard iron* e *bias* podem ser reunidos em um vetor de deslocamento h , resultando no modelo simplificado:

$$y = A_d b + h + \epsilon \quad (2.57)$$

O efeito *soft iron* distorce a esfera ideal de medições em um elipsoide, enquanto o *hard iron* desloca o centro dessa esfera. Por fim, o componente ε representa o ruído presente nas medições e que possuem algumas propriedades que o caracterizam e que podem facilitar na minimização de seus impactos nas medidas realizadas.

2.11 Ruído

Em engenharia e ciências físicas, ruído é rigorosamente definido como qualquer sinal aleatório e indesejado que interfere na transmissão, processamento ou medição de um sinal de interesse (Haykin, 2009; Lathi; Ding, 2018). Diferente de uma distorção determinística (como a saturação de um amplificador), o ruído é um fenômeno estocástico; seu valor instantâneo não pode ser previsto com exatidão. Em vez disso, ele é descrito por suas propriedades estatísticas, como média, variância (potência) e sua distribuição de frequência (Oppenheim; Schaffer, 2010).

As fontes de ruído são onipresentes e podem ser categorizadas como internas ou externas. O ruído externo refere-se a sinais indesejados captados do ambiente, como interferência eletromagnética de motores, descargas atmosféricas ou mesmo a radiação cósmica de fundo. O ruído interno, por outro lado, é gerado intrinsecamente pelos componentes do próprio sistema. O exemplo mais fundamental de ruído interno é o ruído térmico, também conhecido como ruído de Johnson-Nyquist, causado pela agitação térmica aleatória dos portadores de carga (elétrons) em qualquer condutor com temperatura acima do zero absoluto (Johnson, 1928; Nyquist, 1928).

Como o ruído $n(t)$ é um processo estocástico, ele não é descrito por uma única função, mas sim por um modelo estatístico que captura seu comportamento médio. O modelo mais comum para análise de sistemas de comunicação é o modelo de ruído aditivo. Assume-se que o sinal recebido $y(t)$ é a soma linear do sinal de informação transmitido $x(t)$ e de um processo de ruído $n(t)$, independente do sinal:

$$y(t) = x(t) + n(t) \quad (2.58)$$

O modelo de ruído mais importante e amplamente utilizado na engenharia é o AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), cujas propriedades matemáticas são definidas por seus termos:

Gaussiano (Gaussian): Refere-se à distribuição de amplitude do ruído. Em qualquer instante de tempo t , a amplitude de $n(t)$ é uma variável aleatória que segue uma Distribuição Normal (Gaussiana). A Função Densidade de Probabilidade (FDP) $p(n)$ para um ruído com média zero ($X_n = 0$) e variância σ_n^2 (que é igual à potência P_n) é dada por:

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad (2.59)$$

Este modelo é fisicamente justificado pelo Teorema do Limite Central, pois o ruído térmico é o resultado cumulativo de um número imenso de flutuações eletrônicas aleatórias e independentes (Haykin, 2009).

Branco (White): Refere-se às propriedades espectrais do ruído. Um ruído é considerado "branco", se sua Densidade Espectral de Potência (PSD), $S_n(f)$, for constante para todas as frequências f . Isso implica que o ruído possui potência igual em todas as bandas de frequência:

$$S_n(f) = \frac{N_0}{2} \quad (\text{Watts/Hertz}) \quad (2.60)$$

Onde N_0 é a densidade espectral de potência unilateral. Uma consequência matemática do ruído branco é que seus valores em instantes de tempo distintos não possuem correlação.

O modelo AWGN tem uma base física direta no ruído térmico. Conforme demonstrado por Nyquist (Nyquist, 1928), a potência de ruído térmico P_n gerada por um resistor a uma temperatura absoluta T (em Kelvin) sobre uma largura de banda B (em Hertz) é dada por:

$$P_n = k_B T B \quad (2.61)$$

onde k_B é a constante de Boltzmann (aproximadamente 1.38×10^{-23} J/K). Esta equação define a Densidade Espectral de Potência N_0 para o ruído térmico como $N_0 = k_B T$. O ruído térmico possui as seguintes propriedades que facilitam no tratamento de dados e a sua filtragem.

- É um processo estacionário;
- Possui $E[N(t)] = 0$;
- É um processo Gaussiano;
- É um processo branco.

Para reduzir o ruído presente nas medições do magnetômetro e preservar a tendência do campo magnético ao longo do tempo, podem ser aplicados diferentes tipos de filtros digitais. Os filtros incluem médias móveis de diferentes tipos e um filtro passa-baixa recursivo. A seguir, detalham-se cada um dos filtros utilizados, suas formulações matemáticas e características.

2.11.1 Médias Móveis

2.11.1.1 1. SMA - Simple Moving Average

A média móvel simples é uma técnica clássica de suavização, onde cada ponto da janela tem o mesmo peso. A saída $y[n]$ é calculada como a média aritmética dos M últimos valores do sinal $x[n]$:

$$y[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x[n-k] \quad (2.62)$$

Este filtro é simples de implementar e efetivo para ruídos de alta frequência, porém tende a introduzir atraso no sinal.

2.11.1.2 2. LDMA - Linear Decay Moving Average

Na média móvel com decaimento linear, os pesos dos pontos da janela decrescem linearmente, dando maior importância aos valores mais recentes:

$$y[n] = \frac{\sum_{k=0}^{M-1} w_k x[n-k]}{\sum_{k=0}^{M-1} w_k}, \quad w_k = M - 1 - k \quad (2.63)$$

Esse filtro reduz o atraso introduzido pelo SMA e mantém uma resposta mais ágil às mudanças do sinal.

2.11.1.3 3. RCMA - Raised Cosine Moving Average

O filtro com cosseno elevado aplica pesos baseados em uma função cosseno, de modo a suavizar a transição entre os pontos da janela:

$$y[n] = \frac{\sum_{k=0}^{M-1} \left(\cos \frac{k\pi}{2M} \right)^2 x[n-k]}{\sum_{k=0}^{M-1} \left(\cos \frac{k\pi}{2M} \right)^2} \quad (2.64)$$

Este filtro apresenta uma suavização mais gradual e reduz o efeito de picos abruptos no sinal.

2.11.1.4 4. EMA - Exponential Moving Average

A média móvel exponencial atribui pesos decrescentes exponencialmente aos valores anteriores, de forma que os valores mais recentes têm maior influência:

$$y[n] = \alpha x[n] + (1 - \alpha)y[n-1], \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.65)$$

O parâmetro α controla a taxa de decaimento: valores maiores dão mais peso ao ponto atual, tornando o filtro mais responsivo.

2.11.2 Filtro Passa-Baixa Recursivo (LPF IIR)

O filtro passa-baixa recursivo é projetado para atenuar componentes de alta frequência, suavizando o sinal sem alterar significativamente sua tendência:

$$y[n] = \alpha_{\text{LPF}}x[n] + (1 - \alpha_{\text{LPF}})y[n - 1] \quad (2.66)$$

onde

$$\alpha_{\text{LPF}} = \frac{T_s}{RC + T_s}, \quad RC = \frac{1}{2\pi f_c} \quad (2.67)$$

T_s é o período de amostragem e f_c é a frequência de corte do filtro. Esse filtro é equivalente a um filtro RC analógico discreto.

3 Metodologia de aplicação

3.1 Gaiola de Helmholtz

3.1.1 Design

O processo de modelagem da gaiola deve levar em conta os requisitos estabelecidos para os testes a serem realizados nela. Para isso, é crucial determinar todas as funcionalidades da gaiola, e suas limitações devem ser bem definidas para que o instrumento possa cumprir, com êxito, todas suas aplicações. Dessa forma, o primeiro passo é o levantamento dos requisitos funcionais do ambiente físico de testes, exemplificados na tabela 3.1

Tabela 3.1 – Requisitos funcionais da gaiola de Helmholtz

Requisitos	Descrição
REQ.1	O volume de testes deve comportar um cubesat 3U
REQ.2	O campo magnético deve ser uniforme, com uma tolerância de 0,2% na região de testes
REQ.3	As dimensões da gaiola devem ter 2 m $\pm$ 0,03m
REQ.4	O campo gerado deve ser capaz de alcançar 2 Gauss, aproximadamente 200 μT
REQ.5	O fio de cobre deve ter 1,65mm ² de seção transversal e diâmetro de 1,45 mm
REQ.6	A gaiola deve ser capaz de criar 3 campos magnéticos independentes e referentes a 3 eixos (x,y,z)
REQ.7	O campo magnético gerado pela gaiola deve ser controlado através de um computador

A partir dos requisitos, é possível iniciar o processo de modelagem das bobinas da gaiola, além de toda a estrutura que irá suportá-las. Dessa forma, inicia-se calculando o campo magnético criado por ambas as bobinas, distanciadas por uma distância D e considerando a geometria quadrada de lado L, como vista na figura 3.1.

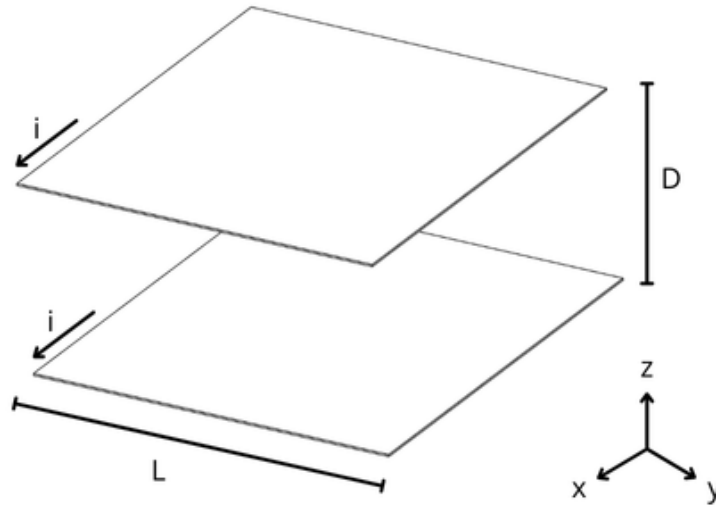


Figura 3.1 – Par de bobinas quadradas.

A lei de Biot-Savart, dada pela equação 2.33, que descreve o campo magnético criado por uma corrente elétrica. Como a corrente atravessa um fio, o diferencial do campo magnético é proporcional a um elemento diferencial de comprimento $d\vec{l}$, à distância do elemento r ao ponto de observação, à permeabilidade magnética do vácuo (μ_0), ao versor na direção radial $\hat{r}$ e a corrente elétrica i , demonstrada na equação 3.1

$$d\vec{B}_O = \frac{\mu_0 i}{4\pi r^2} d\vec{l} \times \hat{r} \quad (3.1)$$

Como a aplicação é uma bobina quadrada de lado L com N fios, todos os elementos diferenciais de corrente contribuem com um diferencial de campo magnético ao ponto centralizado entre as bobinas. Dessa forma, para calcular o campo magnético gerado por cada aresta, deve-se resolver a integral de $-L/2$ a $L/2$, como visto na equação 3.2, derivada da lei de Biot-Savart. A equação 3.2 é referente ao eixo z , como ilustrada na figura 3.1. No entanto, o cálculo é análogo aos 3 eixos.

$$\vec{B}_{\text{lado}}(z_c) = \frac{\mu_0(Ni)}{4\pi} \frac{L}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dx}{(z_c^2 + (\frac{L}{2})^2 + x^2)^{3/2}} \hat{z} \quad (3.2)$$

Resolvendo a integral acima, a equação final do campo magnético gerado por cada aresta da bobina será:

$$\vec{B}_{\text{lado}}(z_c) = \frac{\mu NI}{\pi} \frac{L^2}{(4z_c^2 + L^2)\sqrt{4z_c^2 + 2L^2}} \hat{z} \quad (3.3)$$

Como a equação 3.3 fornece o campo criado por cada aresta da bobina quadrada, pela simetria em relação a ela, o resultado final gerado pelo par de bobinas pode ser obtido simplesmente somando as componentes.

$$\vec{B}(z_c) = 4\vec{B}_{\text{lado}}(z_c) + 4\vec{B}_{\text{lado}}(-z_c) \quad (3.4)$$

A partir da relação acima, obtém-se o resultado final gerado pelo par de bobinas da gaiola, sendo que cada par gera um campo em um dos três eixos. Assim, o resultado final para cada eixo, de forma independente, em qualquer região interna às duas bobinas, é dado pela equação 3.5, e apenas variando a distância entre as bobinas (d_c) e as propriedades como tamanho e número de voltas para os outros 2 eixos:

$$\vec{B}(d_c) = \frac{8\mu_0 Ni L^2}{\pi(4d_c^2 + L^2)\sqrt{4d_c^2 + 2L^2}} \quad (3.5)$$

3.1.1.1 Uniformidade do Campo

Uma vez que o campo magnético já pode ser calculado, é necessário encontrar a distância ótima entre ambas as bobinas do mesmo eixo. Para isso, utilizando um termo $\beta = \frac{2z_c}{L}$ que irá maximizar a região uniforme do campo (Batista *et al.*, 2017), substitui-se na equação 3.5:

$$B_{\text{total}}(\beta) = \frac{8\mu_0 Ni}{\pi L} \frac{1}{(\beta^2 + 1)\sqrt{\beta^2 + 2}} \quad (3.6)$$

Calculando a derivada do campo magnético em função de β , têm-se a variação de B_{total} interna às bobinas.

$$\frac{dB_{\text{total}}(\beta)}{d\beta} = \frac{8\mu_0 Ni}{\pi L} \left(\frac{-\beta(3\beta^2 + 5)}{(\beta^2 + 1)^2(\beta^2 + 2)^{3/2}} \right) \quad (3.7)$$

Para minimizar a variação do campo e encontrar qual a distância ótima entre as bobinas, deve-se calcular a segunda derivada da equação 3.9 e igualá-la a 0.

$$\frac{d^2 B_{\text{total}}(\beta)}{d\beta^2} = \frac{8\mu_0 Ni}{\pi L} \left(\frac{2(6\beta^6 + 18\beta^4 + 11\beta^2 - 5)}{(\beta^2 + 1)^3(\beta^2 + 2)^{5/2}} \right) \quad (3.8)$$

Igualando o numerador da equação acima a zero, determina-se a distância ideal para minimizar as variações de campo na gaiola. Assim, o valor ótimo de β é $\pm 0,54450564302$. Como β é dado por $\frac{2z_c}{L}$, a distância entre as duas bobinas, resulta em $2z_c = \pm 0,54450564302L$. O resultado obtido é válido para qualquer configuração de bobina de Helmholtz quadrada, variando apenas com a dimensão de sua aresta L .

3.1.1.2 Volume de Testes

Assim sendo, pode-se calcular qual o espaço de testes interno que respeita o requisito REQ.2. na gaiola apenas com a dimensão do quadrado. Dessa forma, utilizando uma configuração em que a bobina interna, de menor dimensão, terá 1,94m de dimensão, o gráfico de

variação do campo magnético pode ser observado na figura 4.12. Esse gráfico foi desenhado utilizando um código feito em MATLAB e que pode calcular a variação do campo magnético em função do deslocamento do centro da gaiola. Com isso, é calculada a razão entre o campo magnético deslocado do centro pelo campo magnético ao centro das bobinas, evidenciada nas equações 3.9 a 3.10.

$$B_{\text{total}}(z_c + D) = \frac{8\mu_0 NiL^2}{\pi(4(z_c + D)^2 + L^2)\sqrt{4(z_c + D)^2 + 2L^2}} \quad (3.9)$$

$$\text{ratio}_{\text{ideal}} = \frac{B_{\text{ideal}}}{B_{\text{ideal},0}} \quad (3.10)$$

Ao substituir os valores de permeabilidade magnéticas do vácuo μ_0 e o valor de σ calculado pela minimização da variação da uniformidade do campo, é substituído por uma constante K_{dist} igual a 1,628733676 e então chega-se a equação 3.11, dependendo apenas da corrente elétrica i , da quantidade de voltas N da bobina e do tamanho da aresta L :

$$|B_{\text{total}}| = K_{\text{dist}} \frac{Ni}{L} \quad (3.11)$$

3.1.1.3 Campo magnético máximo

Para os últimos passos na modelagem da bobina, é necessário encontrar a combinação das 3 variáveis da equação 3.11 que melhor cumprem os requisitos estabelecidos na tabela 3.1, em especial o REQ.4. Dessa forma, a partir da tabela 3.2, é possível definir a bitola do fio, além da quantidade de voltas necessárias e a corrente máxima para que se alcance o campo magnético máximo desejado.

Nº voltas	i (A)	Bitola (AWG)	i. máx. (A)	Comp. (m)	m/kg	Kg	Área (mm ²)
50	5,0	14	5,9	400	54	7,4	104,1
60	4,2	15	4,7	480	69	6,95	99,06
70	3,6	16	3,7	560	86	6,5	91,49
80	3,2	16	3,7	640	108	5,9	83,2

Tabela 3.2 – tabela compacta de especificações

Dadas as opções disponíveis na tabela 3.2, a opção feita foi de um número de voltas igual a 60, com uma corrente máxima de até 4,2 A e utilizando um fio AWG 15, conveniente pela capacidade de conduzir até 4,7 A de corrente e possuir maleabilidade suscetível a bobinar ao longo dos perfis.

Com o fio de cobre definido, pode-se escolher os perfis de alumínio que irão compor as bobinas. Para isso, a partir da seção transversal do fio e quantidade de voltas, pode-se calcular

qual a seção transversal que o perfil deve ter para contê-las. Dessa forma, foi escolhido um perfil em U, capaz de conter todo o volume dos fios AWG 15, como visto na figura 3.2.

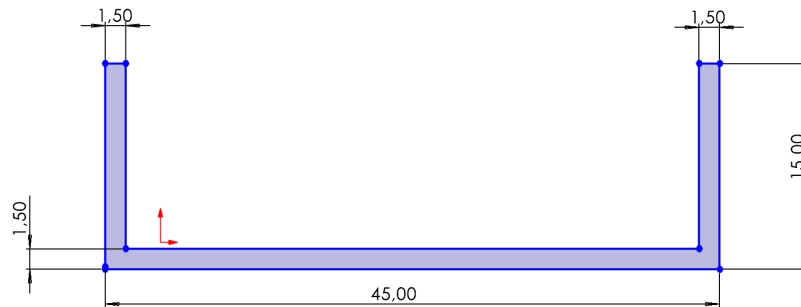


Figura 3.2 – Desenho do perfil do quadro de bobina.

A área de seção transversal útil do perfil é de 567 mm^2 e a área que as 60 voltas do fio de cobre irão ocupar é igual a $99,06 \text{ mm}^2$. Logo, o perfil é adequado para esta aplicação. Como os perfis tem 15 mm de altura, as bobinas internas, médias e externas terão 1,94 m, 1,97 m e 2 m, respectivamente. O modelo 3D da gaiola desenvolvida pode ser visto na figura 3.3.

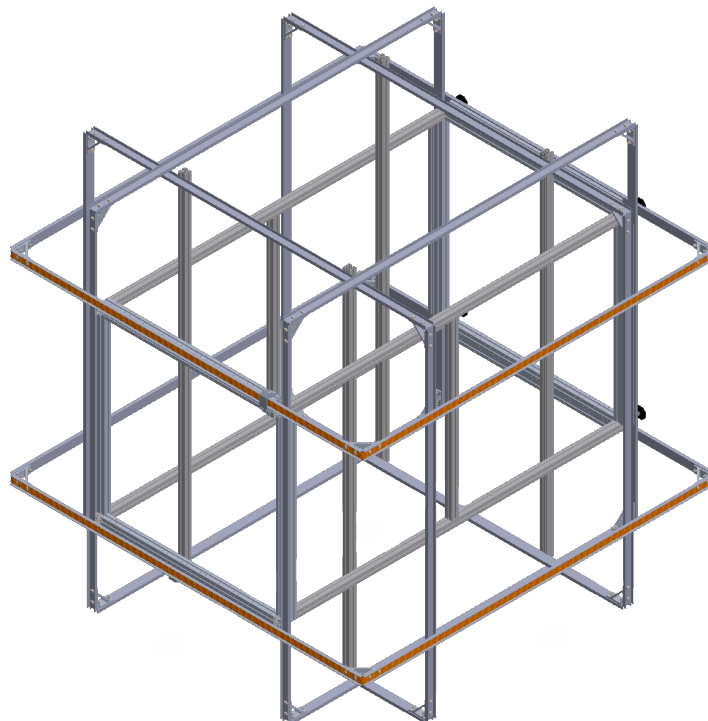


Figura 3.3 – Modelo 3D da gaiola de Helmholtz.

Com a modelagem da gaiola respeitando os requisitos estabelecidos, deve-se montar a estrutura capaz de suportar toda a gaiola e realizar a bobinagem dos fios, como será melhor

explicado no próximo tópico 3.1.2.

3.1.2 Construção

A construção visa colocar em prática o projeto desenvolvido da gaiola, a partir da modelagem, cumprindo todos os requisitos levantados e possibilitando uma área de testes que permita melhora e outras aplicações conjuntas. A gaiola será composta de uma estrutura responsável pela sustentação de todos os componentes e os quadros contendo as bobinas.

3.1.2.1 Estrutura interna

Com o objetivo de sustentar todas as bobinas da gaiola, foi desenvolvida uma estrutura baseada no trabalho feito pela Universidade de Stuttgart (Klinkner; Koller; Loidold, 2021). A estrutura é composta por perfis de alumínio estruturais 40x40 mm, montados de forma a possibilitar a montagem de outras estruturas para testes como mesas e mancais, além de sustentar os quadros com as bobinas.



Figura 3.4 – Estrutura interna da gaiola

Os perfis foram fixados utilizando cantoneiras, parafusos martelo e porcas, aproveitando as guias presentes nos próprios perfis. A estrutura é retangular, garantindo que as bobinas fiquem posicionadas a distâncias adequadas, conforme os valores calculados durante a modelagem da gaiola, minimizando variações no campo magnético. Os quadros dos eixos x e y são fixados verticalmente nas estruturas, enquanto o eixo z será preso com os quadros na horizontal, utilizando perfis de 2 metros que atravessam a estrutura retangular interna, como ilustrado na figura 3.4. Para garantir um nivelamento correto da base da estrutura e

conseguir levantá-la suficientemente do solo para que as bobinas não encostassem no chão, foram utilizados pés niveladores, como vistos na figura 3.5.



Figura 3.5 – Pés niveladores.

3.1.2.2 Quadros das bobinas

Os quadros das bobinas foram modelados para armazenar todas as voltas do fio de cobre, mantendo-as o mais agrupadas possível e evitando danos ao esmalte dos fios. Durante a fase de bobinagem, foi observado que alguns trechos dos fios apresentavam falhas no isolamento, com o esmalte danificado. Isso fazia com que, ao entrarem em contato com os perfis de alumínio, as bobinas entrassem em curto com a própria estrutura, comprometendo seu funcionamento. Para solucionar esses possíveis curtos, os perfis de alumínio foram revestidos com fita isolante e *silver tape*, materiais que apresentam baixa condutividade elétrica.

Outra precaução adotada durante a bobinagem foi a proteção das quinas do quadro, já que eram pontos críticos para o desgaste do esmalte. Assim, foram utilizadas fitas emborrachadas em todas as conexões dos perfis, a fim de mitigar a presença de quinas expostas. Para garantir que não havia curto-circuito durante a bobinagem, a cada 10 voltas foi testada a continuidade entre o fio e a estrutura. Além disso, a resistência do fio era verificada antes e após a finalização da bobina, confirmando que não houve variação.

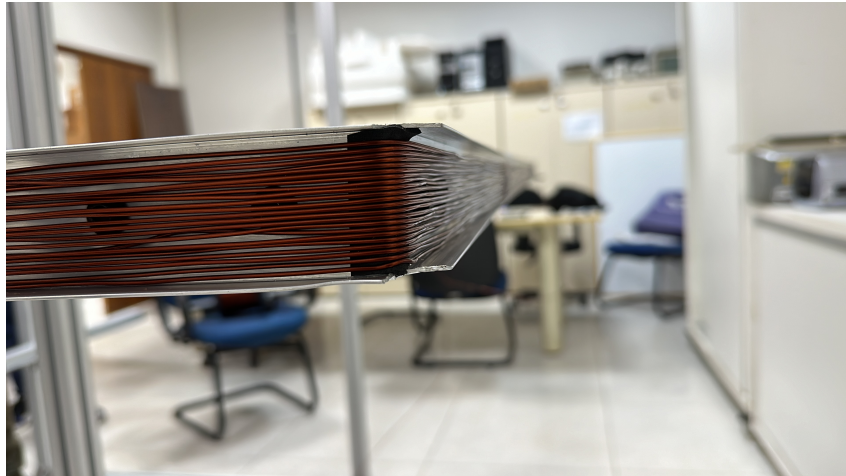


Figura 3.6 – Vista da bobina da gaiola de Helmholtz.

3.1.2.3 Estrutura completa

A estrutura completa da gaiola é composta por todos os elementos estruturais definidos pela estrutura interna vista na figura 3.4 e todos os 6 quadros de bobinas, colocados dos pares menores aos maiores, gerando um formato cúbico com o espaçamento adequado e explicado anteriormente no subtópico 3.1.1.2. A figura da estrutura montada inteiramente pode ser observada na figura 3.7



Figura 3.7 – Estrutura completa da gaiola de Helmholtz

A estrutura toda montada possui pouco mais de $8m^3$ e é fixada através de presilhas de impressão 3D que garantem o não deslocamento das bobinas e asseguram que o espaçamento adequado entre cada par será respeitado e, assim, maximizará a uniformidade do campo

interna à gaiola. Foram modelados duas presilhas diferentes, uma para fixar o eixo x e y e a outra exclusivamente para o eixo z, como podem ser observadas pela figura 3.8.

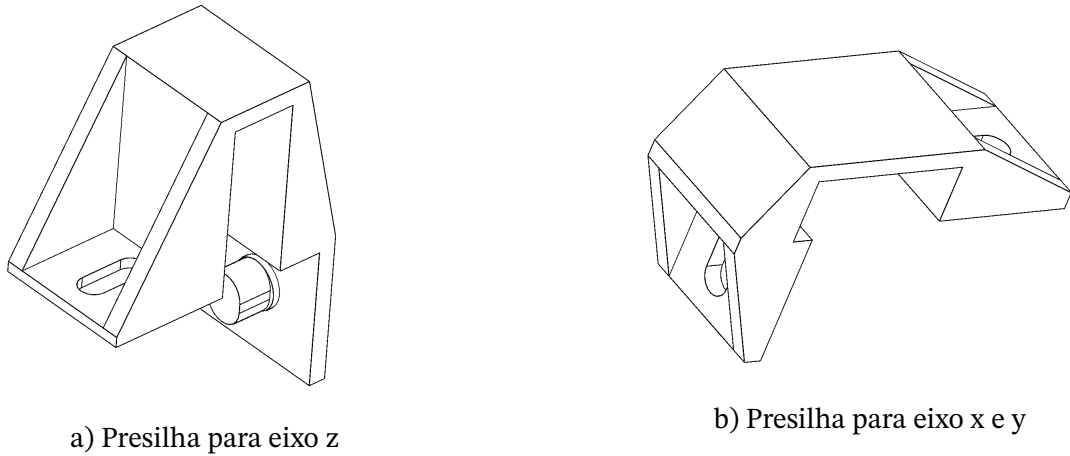


Figura 3.8 – Presilhas

3.2 Simulação

Foi realizada a simulação de um par de bobinas de Helmholtz no software ANSYS Maxwell com o propósito de validar os resultados analíticos previamente obtidos. O modelo computacional foi configurado conforme as dimensões, materiais e parâmetros elétricos adotados nas formulações teóricas, garantindo a consistência entre os métodos analítico e numérico. A análise dos resultados permitiu verificar a uniformidade do campo magnético na região central das bobinas, evidenciando a concordância entre os valores simulados e os calculados teoricamente, o que confirma a validade e a precisão do modelo desenvolvido. Além disso, a magnitude do campo magnético interno às bobinas e as linhas de campo geradas pelas mesmas foram analisadas e comprovaram o comportamento teórico esperado.

3.2.1 Rotina de simulação

Um modelo da gaiola foi criado no software respeitando as dimensões modeladas analiticamente, apenas simplificando a quantidade de voltas do fio de cobre por um retângulo com as mesmas proporções para cada bobina, como exemplificado na figura 3.9.

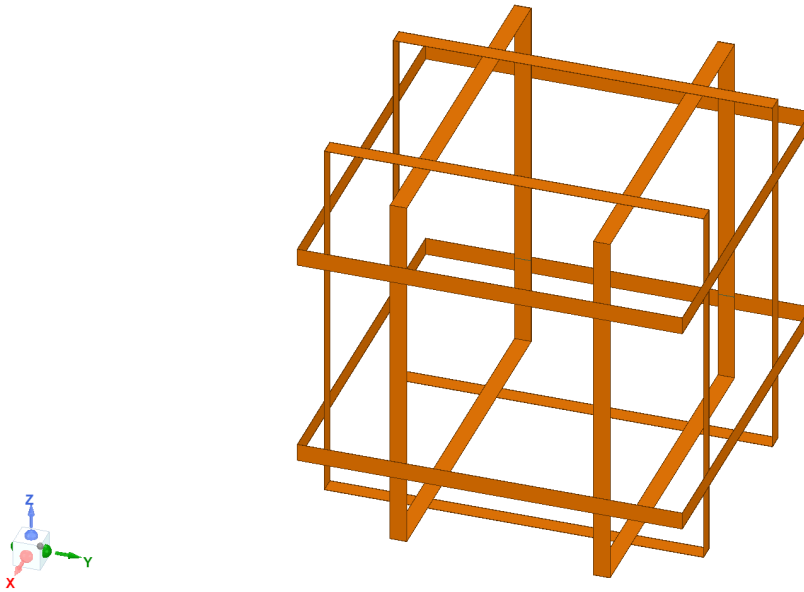


Figura 3.9 – Modelo 3D da gaiola de Helmholtz no software *Ansys Maxwell*

O material do fio (cobre) foi aplicado para todas as estruturas, com todas as propriedades elétricas e magnéticas do material.

Com a gaiola devidamente projetada no software, foram aplicadas as excitações para cada uma das bobinas com a corrente necessária para alcançar o campo magnético desejado de 2 Gauss. A excitação utilizada foi a *Current Excitation* com o valor do número de voltas multiplicado pela corrente calculada analiticamente de 4.2 A. Por fim, foi construída uma região de simulação (material aplicado = Ar) ao redor da estrutura, que representará a vizinhança de estudo em que será calculada a influência do campo magnético gerado pela gaiola.

Antes de finalizar a simulação, foi definido o modelo de simulação (*Magnetostatic*), visto que a gaiola funciona com tensão contínua (DC) e o critério de convergência para garantir que a malha está bem formulada (critério utilizado = 1%).

Ao finalizar a simulação, são gerados gráficos que ilustram o comportamento vetorial das linhas de campo magnético, como demonstrado pela figura 3.10 e a magnitude do campo no interior da gaiola. Ademais, é possível observar a uniformidade do campo magnético de acordo com a distância do centro, sendo esses fatores, essenciais para avaliar a qualidade do dimensionamento da gaiola e se todos os requisitos pré-estabelecidos serão contemplados.

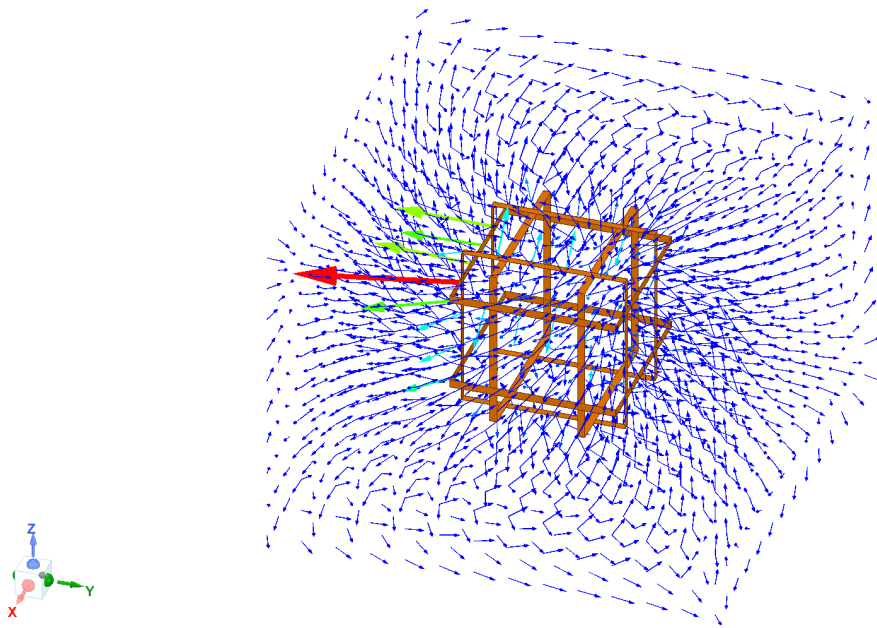


Figura 3.10 – Vetores do campo magnético gerados pela gaiola

3.3 Eletrônica

Após desenvolver a estrutura física da gaiola, deve-se dimensionar os parâmetros necessários para as fontes que irão alimentar as bobinas com correntes elétricas e, assim, criar o campo desejado na gaiola. Visando à escolha das fontes, alguns requisitos foram traçados para facilitar a escolha, dentre eles a potência, a tensão e as correntes máximas, o modo de comunicação e se é programável ou não foram levados em conta durante esse processo.

De início, o primeiro requisito a ser levantado é a potência da fonte, para isso, a partir da 1ª lei de Ohm, evidenciada pela equação 3.12, irá fornecer o valor de potência necessário dada a resistência da bobina e a corrente máxima necessária.

$$P = i_{max} R_{eq}^2 \quad (3.12)$$

A corrente máxima i_{max} já foi dimensionada no tópico 3.1. No entanto, a resistência da bobina pode ser calculada através da resistividade elétrica do fio de cobre AWG 15 ou através de medições utilizando um multímetro. O valor da resistividade elétrica é igual a 10,441 Ω/km (Condutores, 2025), logo, para um total de 480 m para cada bobina, e considerando que o par está em série, a resistência calculada é igual a 10,02 Ω . No entanto, o valor medido foi de 5,2 Ω para cada bobina, como visto na figura 3.11, totalizando 10,4 Ω de resistência para cada eixo.



Figura 3.11 – Resistência medida do par de bobinas.

A partir do valor de resistência do par de bobinas medido e a corrente máxima necessária para criar o campo magnético de 2 Gauss desejado, é possível calcular a potência necessária para a fonte, o que é evidenciado na equação 3.13:

$$P_{fonte} = I_{max} R_{eq}^2 \quad (3.13)$$

Com o resultado acima, pode-se afirmar que a fonte necessitará de pelo menos 183,46 W para conseguir suprir a necessidade de corrente das bobinas para a criação do campo magnético desejado. Dessa forma, alguns requisitos podem ser levantados na escolha das fontes de alimentação, como podem ser vistas na tabela 3.3:

Tabela 3.3 – Requisitos funcionais das fontes de alimentação

Requisitos	Descrição
REQ.1	A fonte deve ser capaz de fornecer até 4,2 A de corrente
REQ.2	A fonte deve ter interface RS232 ou USB-GPIB
REQ.3	A fonte deve ter no mínimo 190 W de potência
REQ.4	A fonte deve fornecer corrente contínua (DC)

Dados os requisitos traçados para a fonte de alimentação e levando em conta o custo benefício, foi escolhida a fonte da empresa Rigol, modelo DP932U. As especificações da fonte utilizada para a gaiola podem ser observadas na tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Parâmetros elétricos da fonte

Especificação	Valor
Corrente Máxima (A)	6
Potência (W)	210
Número de Canais	3
Interface	RS232

A partir dos parâmetros observados na tabela 3.4, é possível calcular a resistência, tensão e potência que cada bobina irá utilizar para poder criar o campo desejado. Essa análise pode ser observada na tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Parâmetros elétricos teóricos do design

Par	N	Tam. (m)	Res. (Ω)	Cor. (A)	Volt. (V)	Pot (W)
Int.	60	931,2	9,59	4,2	40,28	169,18
Med.	60	945,6	9,74	4,2	40,91	171,82
Ext.	60	960	9,88	4,2	41,5	174,3

Observados os resultados na tabela 3.5, é possível inferir que a potência máxima necessária é de 174.3 W para poder alimentar cada um dos pares de bobina e alcançar o campo magnético máximo desejado.

3.4 Software

O software desenvolvido durante este trabalho têm o objetivo de integrar a estrutura física desenvolvida (Gaiola) com as fontes de alimentação escolhidas. Dessa forma, assim como citado no tópico 3.3, as fontes devem ser programáveis através de um computador, possibilitando o controle da corrente que cada fonte irá fornecer por meio do software desenvolvido.

O programa foi desenvolvido em *Python* e *Custom Tkinter* para a implementação da interface gráfica e suas funcionalidades. Seu principal objetivo é fornecer um software capaz de controlar qualquer gaiola de Helmholtz, independentemente de suas dimensões, exigindo apenas fontes programáveis com interface serial.

O programa desenvolvido é capaz de simular o campo magnético em qualquer órbita terrestre do ano de 1900 a 2025. A partir do propagador de órbita em *Python*, poliastro, é possível propagar a posição do satélite em função do tempo e assim, utilizando o modelo IGRF, pode-se calcular o campo magnético de cada ponto na órbita.

Explicando com maiores detalhes, inicialmente, o usuário deve inserir os elementos keplerianos da órbita a ser estudada, além da *epoch*, tempo em que os corpos estão

referenciados. Os dados são inseridos nos seguintes formatos:

- Epoch:
- Semi-eixo maior:
- Excentricidade:
- Inclinação:
- Longitude do nodo ascendente (RAAN):
- Argumento do Perigeu:
- Anomalia verdadeira:

A partir dos parâmetros da órbita dados, a função *poliastro* é capaz de propagar a posição do corpo com o passo desejado. Para a aplicação deste trabalho foi usado um passo de 1 s, para que, quando seja aplicado ao modelo IGRF, não tenham variações grandes entre os valores de campo magnético entre uma medida e a seguinte.

A posição fornecida por esta função está referenciada como um vetor posição em que a origem é o centro da Terra e o vetor é fornecido em função de x, y e z (sistema cartesiano). Já o modelo IGRF adotado utiliza as coordenadas no sistema Geodésico, dado em latitude, longitude e altitude. Logo, no código, foi realizada a transformação do sistemas de referência. Dessa forma, o primeiro passo é a conversão do vetor posição dado pelo sistema ECI para o sistema LLA, como explicado na seção 2.2 e utilizando a função *eci2geodetic* do *Python*. Cada medida, fornecida pelo propagador de órbita, é convertida para o sistema de referência LLA e é inserida no modelo IGRF para o cálculo do campo magnético a cada passo de tempo. Dessa forma, o campo magnético durante a órbita é calculado para os 3 eixos e possibilita uma melhor análise de suas variações.

Com os valores de campo magnético calculados para cada passo de tempo durante a órbita, pode-se calcular quais as correntes que cada fonte deverá fornecer para reproduzir o campo elétrico na região de testes interior à gaiola. Visto isso, as informações da gaiola serão necessárias para o cálculo da corrente exata que irá fornecer o campo desejado, como calculado na equação 3.11. Os dados referentes às dimensões físicas da gaiola são o comprimento L de cada aresta dos 3 eixos e o número de voltas para cada bobina. Com os parâmetros da órbita e da gaiola, o código é capaz de calcular e comandar as fontes de alimentação para gerar o campo desejado para cada teste. Por fim, o último parâmetro é o tempo de simulação que irá determinar por quanto tempo o teste irá ocorrer.

O design da página principal do software com as informações necessárias, além da exibição do gráfico do campo nos 3 eixos pode ser observada na figura 3.12. Além de exibir a plotagem do gráfico, é possível exportar os valores do campo em cada eixo, de acordo com a *Epoch*, no formato .csv.

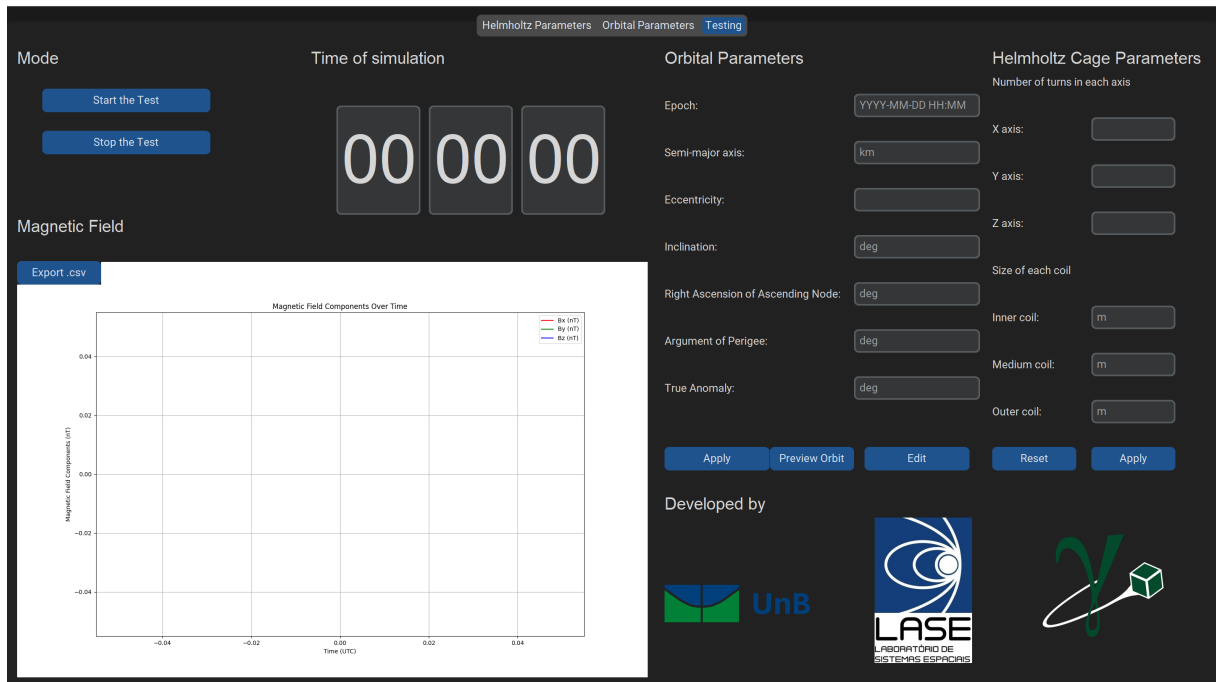


Figura 3.12 – Interface da página principal do software.

3.4.1 Interação fonte e software

A escolha das fontes programáveis foi fundamental na concepção do projeto, por possibilitar uma maior automação e precisão dos testes, além da análise de alguns cenários que só são possíveis graças ao propagador integrado no software. Dessa forma, a comunicação entre ambos deve ser bem estabelecida para que todos os comandos, efetuados pelo usuário no software, sejam transmitidos às fontes.

As fontes da empresa *Rigol* possuem um software capaz de enviar os comandos *Standard Commands for Programmable Instruments* (SCPI). No entanto, para os objetivos deste trabalho, os comandos serão enviados pelo software desenvolvido utilizando a biblioteca em *Python PyVisa*. Alguns dos comandos utilizados e suas respectivas funções podem ser observados na tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Comandos SCPI para fontes de tensão Rigol. Fonte: (Rigol Technologies, n.d.)

Comando SCPI	Descrição
<i>*IDN?</i>	Retorna a identificação do instrumento
<i>OUTP CH1,ON</i>	Liga a saída do canal 1
<i>OUTP CH1,OFF</i>	Desliga a saída do canal 1
<i>APPLy CH1,5,1</i>	Configura o canal 1 para 5 V e 1 A
<i>VOLT CH1,5</i>	Define a tensão do canal 1 para 5 V
<i>CURR CH1,1</i>	Define a corrente do canal 1 para 1 A
<i>MEAS:VOLT? CH1</i>	Mede a tensão atual do canal 1
<i>MEAS:CURR? CH1</i>	Mede a corrente atual do canal 1
<i>OUTP:STAT? CH1</i>	Retorna o estado (ligado/desligado) do canal 1
<i>SYST:ERR?</i>	Retorna a última mensagem de erro

O primeiro passo para programar as fontes é identificar o ID de cada uma, garantindo que sejam corretamente atribuídas ao controle de cada eixo. Em seguida, os comandos são enviados para configurar as fontes com os limites máximos de corrente e tensão. Além disso, os canais das fontes são colocados em paralelo, de modo a permitir a obtenção de todos os valores de corrente necessários.

Com as fontes já configuradas, os valores obtidos durante a propagação da órbita e calculados pelo modelo IGRF são enviados às fontes e, assim, irão fornecer a corrente devida para cada bobina.

3.4.2 Interação software e sensor

Como já foi explicado na sub-seção anterior, com a interação entre o software e a fonte, as bobinas geram o campo no interior da gaiola. Para que os valores reais internos à gaiola sejam comparados aos calculados pelo software com o modelo IGRF, um sensor magnético conectado a uma ESP3 é posicionado no centro do ambiente de testes e comunica através de fio USB-C para o computador com o software em execução. Os dados informados pelo sensor são então plotados em um gráfico do campo magnético junto com os valores do modelo IGRF, possibilitando a análise do valor teórico com o real e assim podendo analisar se a gaiola está bem calibrada e funcionando adequadamente.

3.5 Calibração dos sensores

A Calibração dos sensores é uma importante etapa do trabalho, visto que sensores sem a devida calibração podem acarretar medições não confiáveis e consequentemente uma menor validação do sistema desenvolvido. Dessa forma, a calibração foi realizada com o objetivo de mitigar 2 influências externas, sendo elas a de metais leves (*soft irons*) e metais pesados (*hard irons*). A influência dos metais leves ocasiona na distorção do campo

magnético medido pelo sensor e irá criar uma curva elipsoidal durante a calibração que é composta pela rotação do sensor ao longo dos 3 eixos. A influência dos metais pesados, por outro lado, irá acarretar no deslocamento do sensor em relação à origem.

3.5.1 Calibração de Magnetômetros

A calibração de magnetômetros constitui uma etapa fundamental para a caracterização e correção dos erros sistemáticos presentes nas medições de campo magnético. Esses erros, frequentemente associados aos efeitos *hard iron* e *soft iron*, comprometem a linearidade e a precisão do sensor, sendo indispensável sua compensação para o uso em sistemas de navegação, controle de atitude e experimentos de caracterização magnética. O objetivo principal da calibração é determinar os parâmetros de *bias* e de distorção direcional, de modo que o vetor de campo medido represente fielmente o campo magnético real.

Durante o processo de calibração, o magnetômetro é posicionado em ambiente livre de interferências magnéticas externas, considerando apenas as influências locais de materiais próximos. O conjunto de pontos obtido é ajustado a um modelo elíptico (2D) ou elipsoidal (3D), a partir do qual são extraídos o vetor de deslocamento e , correspondente ao *hard iron*, e a matriz de transformação A_{Calib} , associada ao *soft iron*. A medição é feita rotacionando o sensor ao redor de um eixo para calibração bidimensional e ao redor dos 3 eixos em calibrações tridimensionais. A compensação é então realizada conforme:

$$B_{calib} = A_{Calib}(B_m - e), \quad (3.14)$$

restaurando a linearidade e isotropia do campo medido. Após a correção, o conjunto de dados idealmente deve descrever uma circunferência (2D) ou uma esfera (3D) centrada na origem, indicando que o magnetômetro está calibrado.

3.5.1.1 Ajuste Bidimensional

O método bidimensional de calibração considera as medições de campo magnético em apenas dois eixos. Ao rotacionar o sensor em torno do terceiro eixo, as medições ideais deveriam formar uma circunferência. No entanto, em sensores descalibrados, observa-se uma elipse possivelmente deslocada da origem. A equação geral de uma elipse no plano XY é dada por:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0, \quad (3.15)$$

onde os coeficientes A , B , C , D , E e F são obtidos por meio de um ajuste de mínimos quadrados a partir das medições experimentais. A partir desses parâmetros, determinam-se o centro (x_c, y_c) , os comprimentos dos semi-eixos a e b e o ângulo de rotação φ , que descrevem completamente a deformação observada nas medições.

O código desenvolvido em MATLAB executa automaticamente esse processo. Inicialmente, estabelece comunicação com o microcontrolador conectado ao magnetômetro e coleta os dados em tempo real. As medições nos eixos X e Y são plotadas continuamente, e o algoritmo ajusta uma elipse à nuvem de pontos utilizando decomposição em valores singulares (*SVD*) para estimar os coeficientes da equação 3.15. Em seguida, calcula-se o vetor de *offset* e a matriz de transformação linear que corrigem o deslocamento e a distorção de escala. Após a aplicação das correções, os dados transformados passam a descrever uma circunferência centrada na origem, representando a magnitude nominal do campo magnético. A verificação visual dessa transformação é feita sobrepondo-se a elipse ajustada, os dados crus e uma circunferência de referência, permitindo avaliar a eficiência da calibração. O método bidimensional apresenta boa precisão e simplicidade de implementação, sendo adequado para calibrações em plano, quando apenas medições em dois eixos são necessárias.

3.5.2 Calibração Tridimensional de Magnetômetros

A calibração tridimensional é uma extensão natural do método 2D e se torna indispensável quando o sensor é utilizado em aplicações que exigem medições vetoriais completas do campo magnético. O objetivo é corrigir as distorções em todo o volume tridimensional, garantindo que os dados descrevam uma esfera uniforme centrada na origem.

Durante o processo, o magnetômetro é rotacionado em múltiplas orientações, registrando as componentes (X, Y, Z) do campo. Os dados coletados são utilizados para ajustar matematicamente uma elipsoide tridimensional que representa a distorção geométrica causada pelos efeitos de *hard iron* e *soft iron*. O ajuste é obtido pela solução de um sistema quadrático:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Exz + Fyz + Gx + Hy + Iz + J = 0, \quad (3.16)$$

em que os coeficientes A a J descrevem completamente a forma, orientação e posição da elipsoide. A resolução é realizada via decomposição em valores singulares (*SVD*), método robusto para dados ruidosos.

Com base nos coeficientes ajustados, são determinados o centro da elipsoide (x_c, y_c, z_c) , os semi-eixos principais (a, b, c) e a matriz de rotação R que define sua orientação espacial. O deslocamento do centro está associado ao *hard iron*, enquanto as variações de escala e rotação entre os eixos correspondem ao *soft iron*. A visualização final sobrepõe os dados crus, a elipsoide ajustada e a esfera de referência, permitindo verificar a qualidade da calibração. Quando corretamente compensado, o conjunto de medições passa a se distribuir uniformemente sobre a superfície esférica, indicando resposta linear e isotrópica do sensor. Esse método tridimensional apresenta alta precisão e confiabilidade, pois considera as interações cruzadas entre os eixos, inevitáveis em sensores reais.

3.6 Validação da Gaiola

Com o objetivo de avaliar os campos magnéticos gerados pela gaiola de Helmholtz, foi desenvolvido um circuito composto por uma ESP32, um display LCD, um potenciômetro e um magnetômetro. O circuito visto pela figura 3.13 foi posicionado no centro da gaiola e é capaz de medir os campos nos 3 eixos, em um intervalo de $\pm 2\text{G}$, o que respeita os limites de operação.

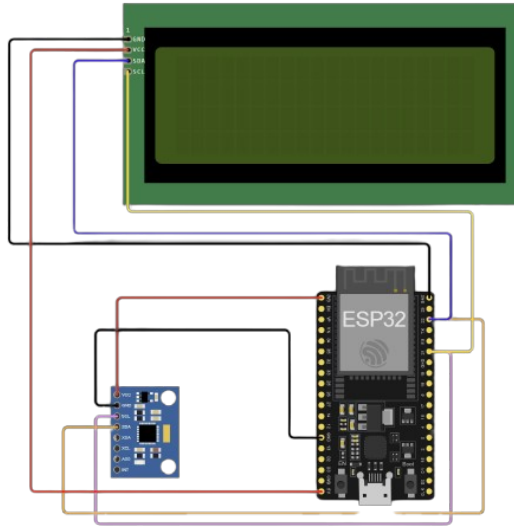


Figura 3.13 – Circuito de medição do campo magnético.
Fonte: Autor

O código desenvolvido para rodar o circuito na ESP32 pode ser visto ao fim deste trabalho nos anexos. Com o objetivo de verificar a precisão das bobinas, foi realizado um teste com um magnetômetro posicionado no centro da gaiola para medir o campo magnético gerado de acordo com a corrente fornecida pelas fontes. Para isso, foi desenvolvido um script em Python que gera um sinal em rampa para as fontes de alimentação, seguido por um período de corrente constante e, em seguida, uma rampa decrescente. Esse teste permite observar como as medições do magnetômetro se comportam em relação ao sinal aplicado. Os valores medidos foram armazenados em uma matriz, juntamente com os valores exatos de corrente fornecidos pela fonte a cada intervalo de tempo (200 ms).

4 Resultados

4.1 Resultados simulados

Os resultados obtidos no Ansys Maxwell demonstraram o comportamento esperado de uma gaiola de Helmholtz composta por um par de bobinas idênticas, dispostas de forma coaxial e separadas por uma distância otimizada de $0,5445L$. A simulação evidenciou que a magnitude do campo magnético no centro geométrico da gaiola apresenta um valor praticamente constante e uniforme, evidenciado na figura 4.1, confirmando a validade do princípio de superposição dos campos gerados por cada bobina. A magnitude do campo magnético ao centro das bobinas foi de 1.9925 G, com um erro de 0.375% em comparação aos 2 G desejados.

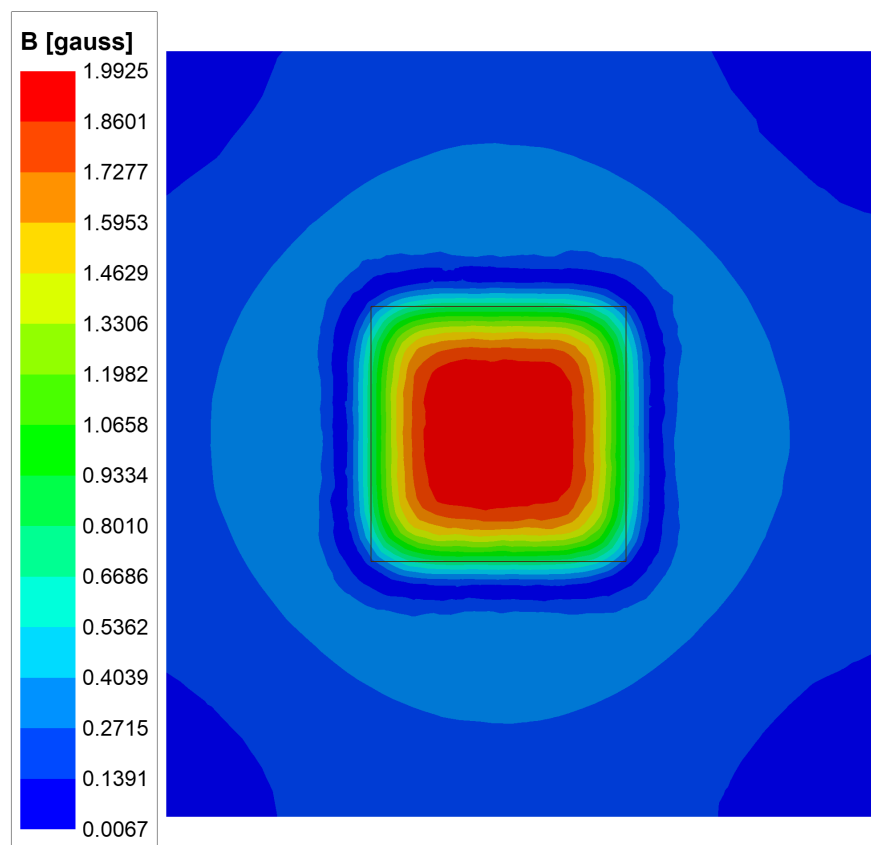


Figura 4.1 – Magnitude do campo magnético simulado no Ansys Maxwell

As linhas de campo magnético obtidas na análise vetorial, demonstradas na figura 4.2 mostram um comportamento simétrico e uniforme entre as bobinas, com direção predomi-

nante ao longo do eixo comum das espiras. Fora da região central, observa-se a divergência gradual das linhas de campo, indicando a redução da uniformidade à medida que se afasta do eixo principal. Esses resultados corroboram tanto as previsões teóricas do modelo de Helmholtz quanto os valores analíticos calculados, validando o dimensionamento e o desempenho magnético da estrutura simulada.

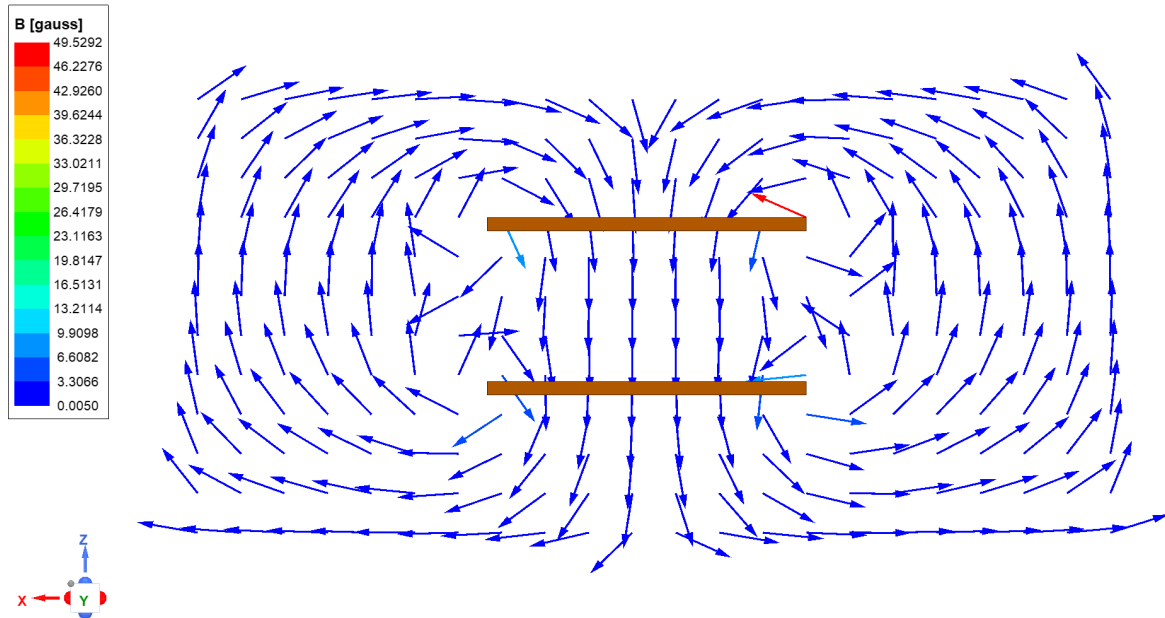


Figura 4.2 – Vetores do campo magnético simulado no Ansys Maxwell

4.1.1 Sensor descalibrado

Sem quaisquer calibração ou tratamento dos dados obtidos durante o teste de rampa, observa-se uma boa coerência com os valores teóricos e simulados. O resultado gráfico para os 3 eixo pode ser observado na figura 4.8.

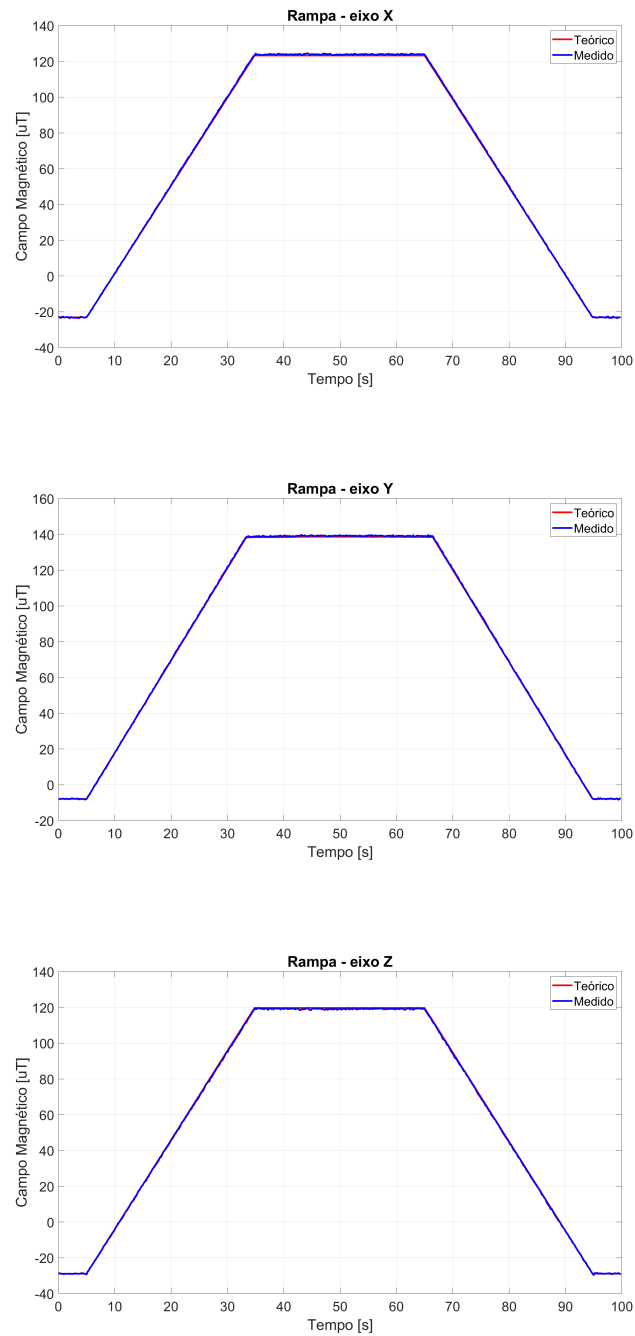


Figura 4.3 – Teste do campo magnético em rampa.

Os resultados obtidos durante o teste de rampa e demonstrados na figura 4.8 apresentaram os erros expostos na tabela 4.1 quando comparados com valores teóricos.

Observa-se pelos resultados das medições que, apesar dos sensores não terem sido propriamente calibrados e a gaiola não ter passado por uma caracterização minuciosa com os devidos equipamentos, o erro permaneceu baixo. O erro percentual para nenhum dos 3 eixos ultrapassou 0,54%, o que demonstra uma alta fidelidade dos resultados experimentais

Eixo	Erro Percentual (%)	Desvio Padrão	Erro Padrão
X	0,5350	0,2481	0,0195
Y	0,4064	0,3260	0,0146
Z	0,4857	0,2641	0,0207

Tabela 4.1 – tabela com erro percentual, desvio padrão e erro padrão para os 3 eixos

aos valores previstos teoricamente, de acordo com os cálculos para a gaiola modelada. O comportamento com os valores de corrente variando e com a corrente constante apresentam uma grande coerência, dessa forma, espera-se que, para os casos simulados com os 3 eixos variando simultaneamente, a gaiola será capaz de gerar os campos magnéticos adequados, criando um ambiente de testes fiel à realidade.

4.1.2 Sensor calibrado

A calibração dos sensores a partir dos procedimentos discutidos na seção 3.5 foram realizados utilizando a calibração dos 3 eixos

4.1.3 Sensor calibrado e medições filtradas

A calibração 2D do magnetômetro composta pela rotação do sensor ao redor de um eixo irá conformar uma elipse no plano. A partir do código feito em *MATLAB*, durante essa rotação, a elipse é ajustada de acordo com os dados crus medidos e assim fornece os coeficientes para compor a equação geral da elipse dada pela equação 3.15. O resultado da calibração para os eixos X e Y pode ser observada pela figura 4.4

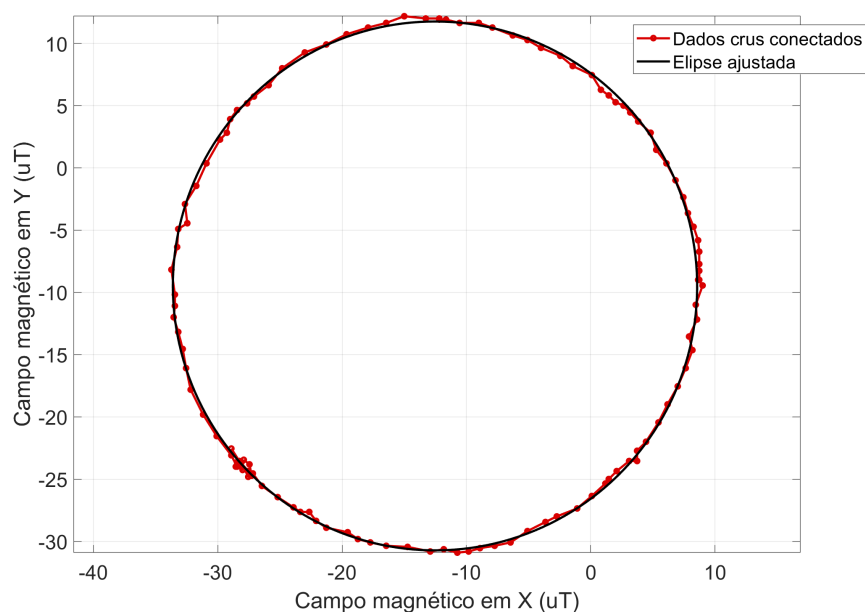


Figura 4.4 – Medição 2D do sensor rotacionado ao redor do eixo z

A partir das medições experimentais obtidas durante a calibração bidimensional do magnetômetro, foi ajustada a elipse que melhor representa a distribuição dos dados no plano XY , resultando na seguinte equação geral:

$$0.0057918X^2 + 0.00078188XY + 0.005739Y^2 + 0.073049X + 0.10078Y - 0.99219 = 0. \quad (4.1)$$

A partir dos coeficientes ajustados, determinou-se o centro da elipse em $(x_c, y_c) = (-5.74, -8.39)$, indicando o deslocamento associado ao efeito de *hard iron*. Os semi-eixos principais apresentam comprimentos $a = 16.24$ e $b = 17.39$, e a elipse encontra-se rotacionada de um ângulo $\varphi = 0.75$ rad em relação aos eixos de referência, o que reflete a presença de distorção direcional (*soft iron*). A matriz de transformação linear aplicada para compensar essas deformações foi obtida como

$$T = \begin{bmatrix} 0.0450 & 0.0420 \\ -0.0393 & 0.0420 \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

sendo responsável por alinhar e escalonar os dados medidos, de modo que, após a correção, o conjunto de pontos descreva uma circunferência centrada na origem, representando assim um sensor calibrado e com resposta isotrópica. O resultado da rotação fornece a seguinte equação geral da elipse

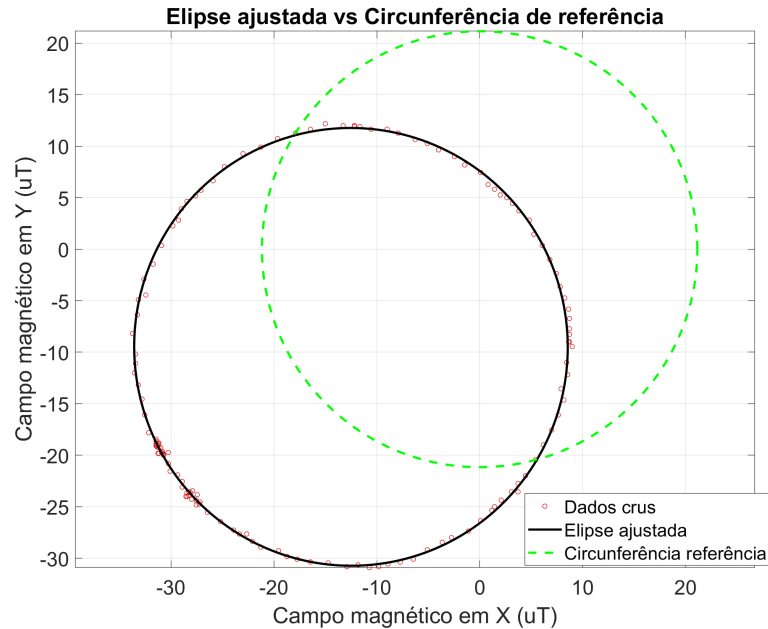


Figura 4.5 – Calibração 2D do magnetômetro

O procedimento para a calibração tridimensional é o mesmo, mas ao invés de manter a rotação ao redor de um eixo, é feito nos 3 eixos. Dessa forma, garante-se não apenas a

calibração dos 3 eixos, como também pode corrigir possíveis acoplamentos dos eixos. A elipsóide medida pela calibração pode ser observada pela figura 4.6.

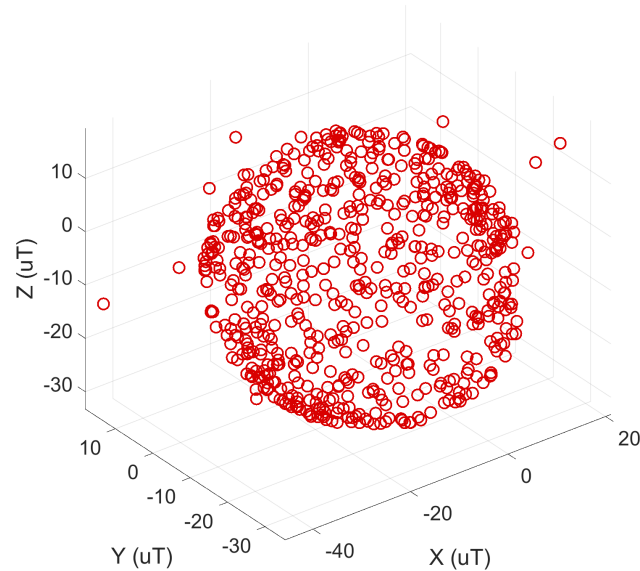


Figura 4.6 – Medição 3D do sensor rotacionado nos 3 eixos

Através do método de Decomposição em Valores Singulares (SVD), a elipsóide que melhor se ajusta aos dados crus medidos é estimada e assim, pode-se transformar a partir da matriz de transformação a elipsóide em uma esfera centrada.

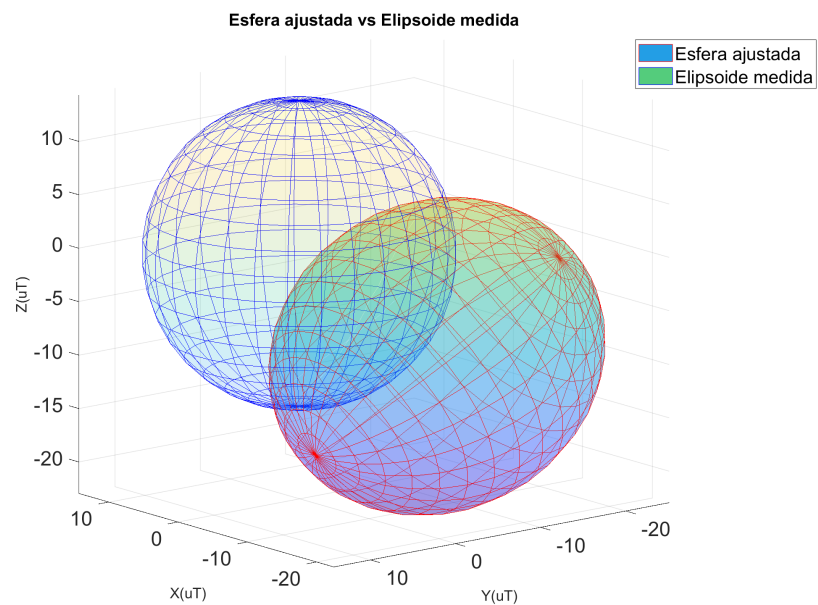


Figura 4.7 – Calibração 3D do magnetômetro

A elipsoide medida e a esfera centrada e ajustada obtida pela transformação e calibração dos dados pode ser observada na figura 4.7.

Na calibração tridimensional do magnetômetro, os dados experimentais foram ajustados a uma elipsoide que representa a resposta espacial do sensor nas três componentes de campo magnético. O ajuste resultou na seguinte equação geral:

$$\begin{aligned} & -0.0022122x^2 - 0.0020503y^2 - 0.0024492z^2 \\ & - 0.0001013xy - 0.0002109xz - 0.0001275yz \\ & - 0.0145781x - 0.0113025y - 0.0447127z + 0.9988220 = 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

A partir dos coeficientes ajustados, determinou-se o centro da elipsoide em $(x_c, y_c, z_c) = (-7.18, -3.39, -5.67)$, indicando o deslocamento causado pelo efeito de *hard iron*. Os semi-eixos principais obtidos foram $a = 11.89$, $b = 12.19$ e $c = 15.16$, refletindo a anisotropia do sensor devido às interferências de *soft iron*. A matriz de transformação linear T , responsável pela correção das escalas e rotações entre os eixos medidos e os eixos ideais do campo magnético, foi determinada como:

$$T = \begin{bmatrix} -0.0672 & -0.0270 & -0.0428 \\ -0.0043 & 0.0722 & -0.0387 \\ -0.0395 & 0.0231 & 0.0475 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

A aplicação dessa matriz, em conjunto com a compensação pelo vetor de centro, permite transformar os dados medidos de modo que o conjunto de pontos resultante se aproxime de uma esfera centrada na origem. Dessa forma, o magnetômetro passa a apresentar resposta uniforme e calibrada em todas as direções, caracterizando uma calibração tridimensional bem-sucedida.

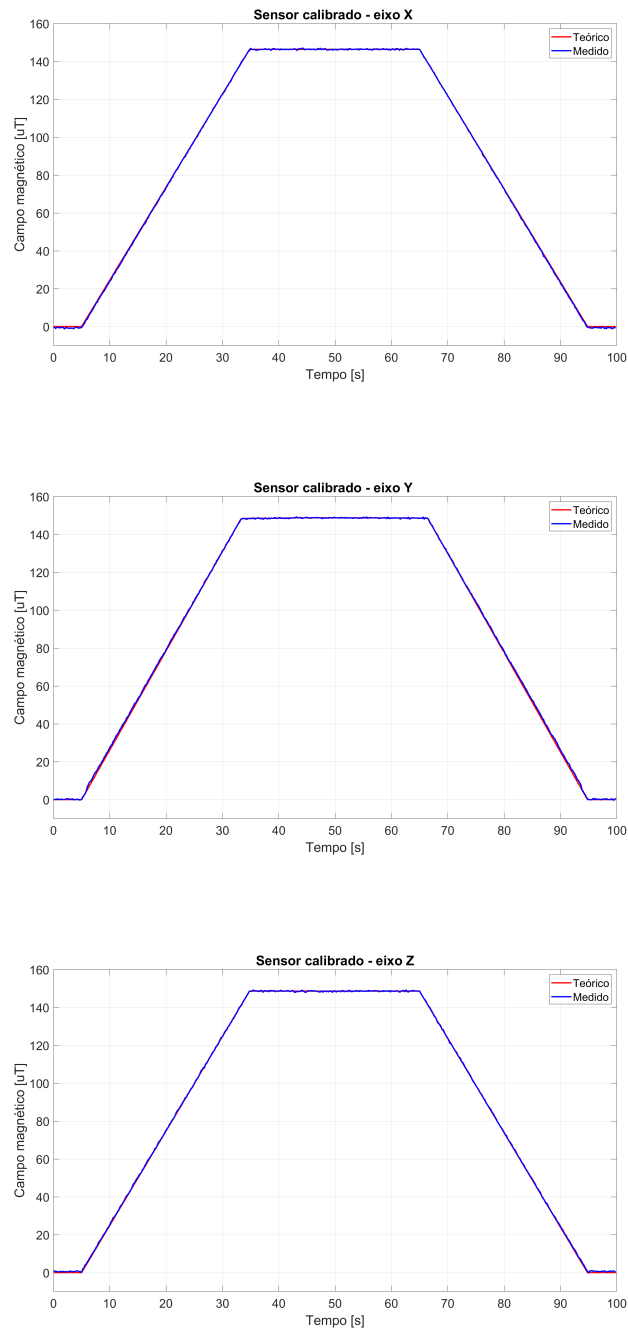


Figura 4.8 – Teste do campo magnético em rampa com sensores calibrados

4.1.4 Sensor calibrado e filtrado

Após o processo de calibração do magnetômetro, foi realizada a aplicação de diferentes técnicas de filtragem com o objetivo de reduzir o ruído de medição e aprimorar a fidelidade do sinal em relação ao campo magnético teórico. Os filtros implementados foram: Média Móvel Simples (SMA), Média Móvel com Decaimento Linear (LDMA), Média Móvel Cossenoidal (RCMA), Média Móvel Exponencial (EMA) e um filtro Passa-Baixa de primeira ordem (LPF).

Cada método possui características próprias de resposta temporal e suavização, permitindo comparar sua eficiência em termos de estabilidade e precisão do sinal filtrado.

4.1.4.1 Comparação de Desempenho

A análise comparativa dos filtros foi conduzida por meio de três métricas estatísticas: o desvio padrão do erro, que avalia a dispersão do sinal filtrado em relação ao teórico, o erro padrão, que estima a incerteza média associada às medições, e o erro percentual médio, que quantifica o desvio relativo em termos percentuais.

A tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos para o eixo X. Observa-se que o filtro SMA apresentou o menor desvio padrão e o menor erro médio, evidenciando uma boa capacidade de suavização sem comprometer significativamente a resposta temporal. Por outro lado, o RCMA e o LDMA apresentaram erros mais elevados, indicando menor eficiência na remoção do ruído neste eixo específico.

Tabela 4.2 – Métricas de desempenho dos filtros aplicados — Eixo X

Filtro	Desvio Padrão [μT]	Erro Padrão [μT]	Erro médio [%]
Original	0,2481	0,0195	0,1299
SMA	0,1473	0,0116	0,0775
LDMA	0,2832	0,0223	0,1136
RCMA	0,3240	0,0255	0,1195
EMA	0,2126	0,0167	0,1098
LPF	0,2486	0,0195	0,1137

Para o eixo Y, cujos resultados estão sumarizados na tabela 4.3, os filtros baseados em médias móveis apresentaram desempenho superior em relação ao sinal original, com destaque para o RCMA, que obteve o menor desvio padrão e o menor erro percentual. Este comportamento sugere que o perfil de ruído neste eixo possui componentes mais facilmente atenuadas por janelas de suavização cossenoidais.

Tabela 4.3 – Métricas de desempenho dos filtros aplicados — Eixo Y

Filtro	Desvio Padrão [μT]	Erro Padrão [μT]	Erro médio [%]
Original	0,2201	0,0173	0,1160
SMA	0,1240	0,0097	0,0689
LDMA	0,1234	0,0097	0,0676
RCMA	0,1201	0,0094	0,0652
EMA	0,1594	0,0125	0,0850
LPF	0,1383	0,0109	0,0743

No eixo Z, apresentado na tabela 4.4, observa-se um comportamento similar ao eixo X, onde o filtro SMA novamente apresentou os menores valores de desvio padrão e erro

médio. Apesar disso, o desempenho geral dos filtros foi ligeiramente inferior ao observado no eixo Y, possivelmente devido à maior presença de ruído associado ao alinhamento do sensor ou à influência residual do ambiente magnético local.

Tabela 4.4 – Métricas de desempenho dos filtros aplicados — Eixo Z

Filtro	Desvio Padrão [μT]	Erro Padrão [μT]	Erro médio [%]
Original	0,2641	0,0207	0,1438
SMA	0,1575	0,0124	0,0840
LDMA	0,2832	0,0223	0,1199
RCMA	0,3248	0,0255	0,1251
EMA	0,2162	0,0170	0,1195
LPF	0,2475	0,0194	0,1204

As figuras 4.9, 4.10 e 4.11 mostram a análise do erro em relação ao campo teórico com as faixas de confiança de $\pm 3\sigma$, permitindo visualizar a estabilidade e o comportamento estatístico dos filtros ao longo do tempo. Observa-se que os sinais filtrados permanecem majoritariamente dentro dos limites de três desvios padrão, evidenciando a consistência dos métodos aplicados e a efetiva redução do ruído após o processo de filtragem.

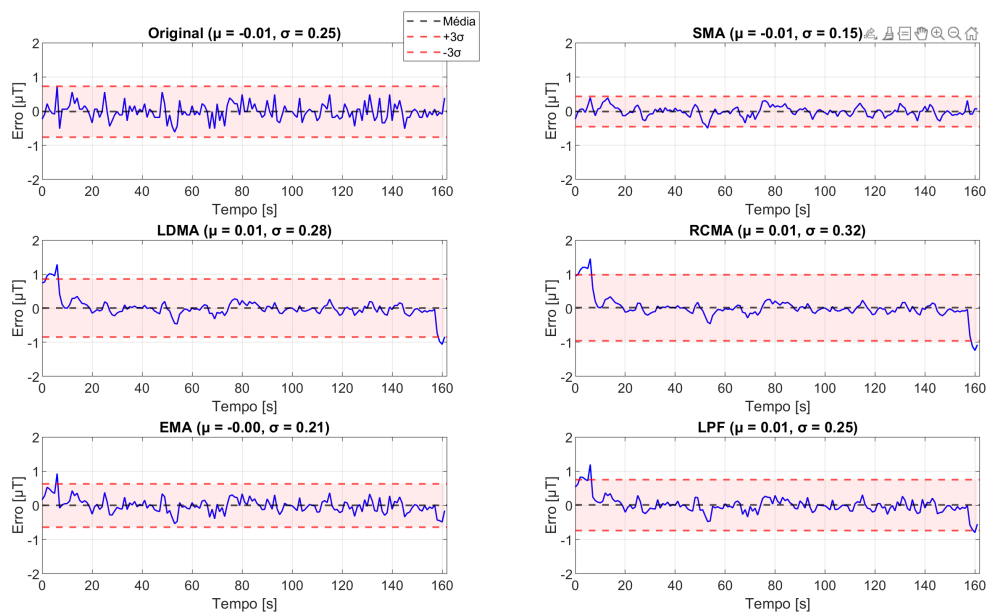


Figura 4.9 – Análise de erro com faixa de $\pm 3\sigma$ — Eixo X

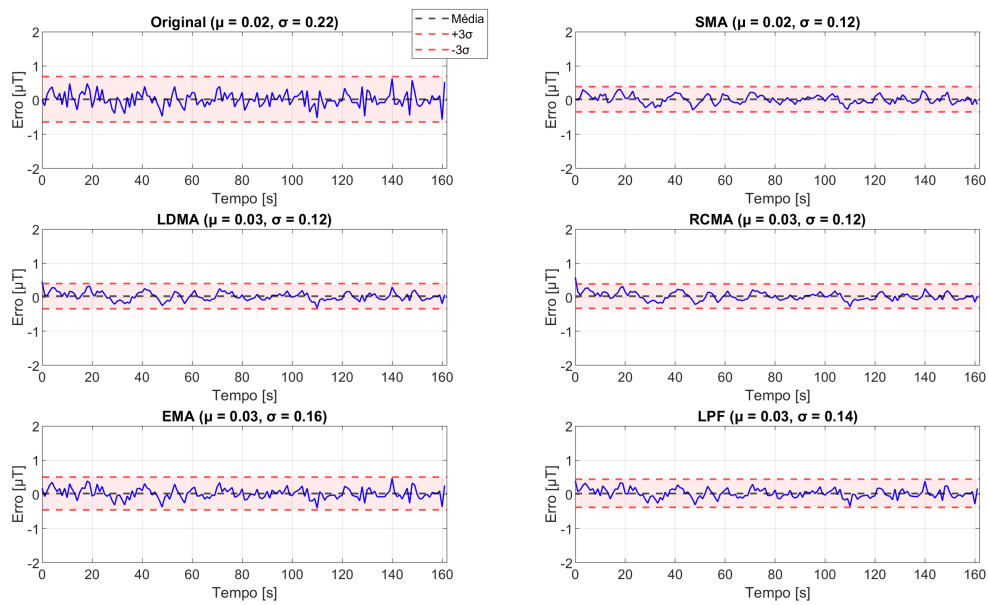


Figura 4.10 – Análise de erro com faixa de $\pm 3\sigma$ — Eixo Y

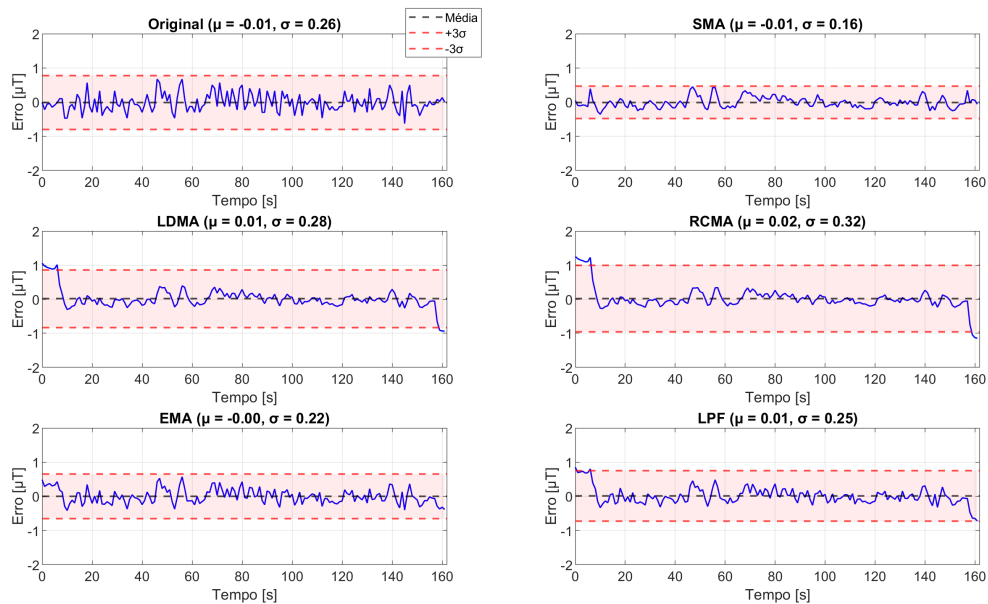


Figura 4.11 – Análise de erro com faixa de $\pm 3\sigma$ — Eixo Z

Em síntese, os resultados demonstram que o processo de calibração associado à filtragem adequada melhora significativamente a precisão das medições do magnetômetro. Dentre os filtros testados, o SMA apresentou desempenho consistente nos três eixos, sendo o mais indicado para aplicações em que a suavização do sinal é desejada sem grande atraso de resposta.

4.1.5 Uniformidade do campo

A uniformidade do campo é um parâmetro essencial para a caracterização da gaiola, visto que quaisquer testes a serem realizados no seu interior devem ser realizados na região de testes em que a uniformidade do campo é garantida. Dessa forma, a partir do resultado analítico desenvolvido, obtêm-se o comportamento demonstrado na figura 4.12.

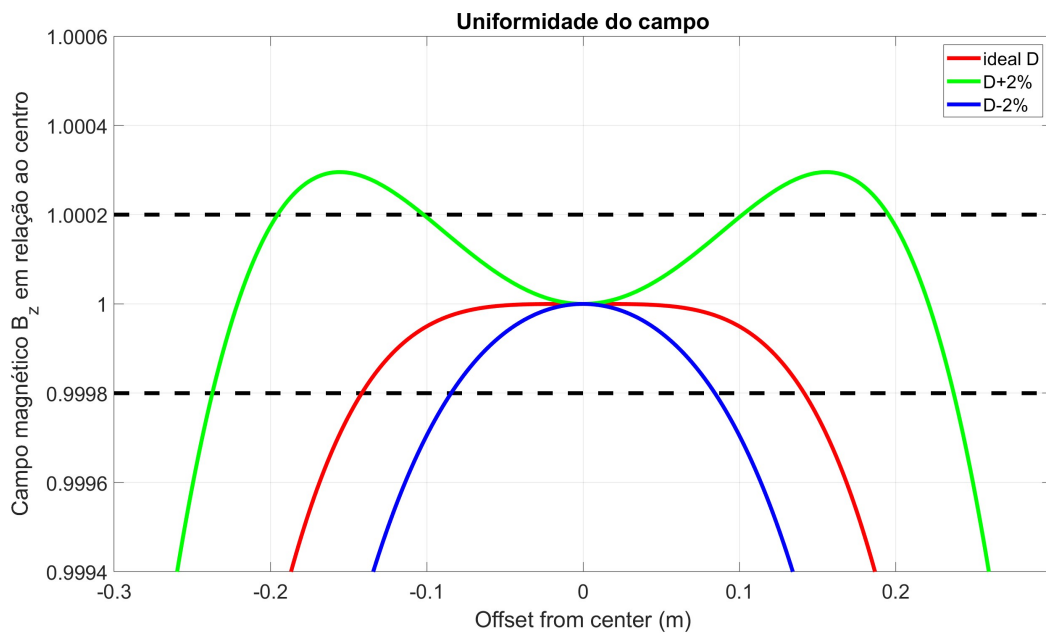


Figura 4.12 – Uniformidade do campo com distanciamento do centro

Como pode ser visto pela legenda da figura 4.12, as 3 curvas representam a distância ideal entre as bobinas e variações de $\pm 2\%$ dessa distância. A interpretação desse gráfico possibilita inferir uma margem de erro na construção da gaiola e que não irá impactar consideravelmente a uniformidade do campo. Dessa forma, a partir das curvas, é possível observar quais os limites de *offset* do centro da gaiola que irão gerar campos com variações superiores a 0,02 %, como demonstrado na tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Uniformidade do campo de acordo com offset do centro.

Dimensão de L	Offset do centro		
	D – 2%	D ideal	D + 2%
Bobina menor (1,94 m)	87 mm	145 mm	100 mm
Bobina média (1,97 m)	87 mm	147 mm	102 mm
Bobina maior (2 m)	104 mm	149 mm	104 mm

A partir dos resultados obtidos para as dimensões de 1,94 m, que é a bobina mais crítica em relação à uniformidade do campo, percebe-se que a distância entre o par de

bobinas deve ser de $D = 1,056$ m ou até 2% maior, o que cumpre com o requisito [REQ.1](#) estabelecido, visto que o volume de testes será consideravelmente maior a um cubesat 3U.

A uniformidade do campo, assim como comprovado teoricamente depende das dimensões físicas da gaiola e principalmente da distância entre as duas bobinas. A simulação realizada pôde demonstrar coerência com o resultado analítica observado na figura [4.12](#).

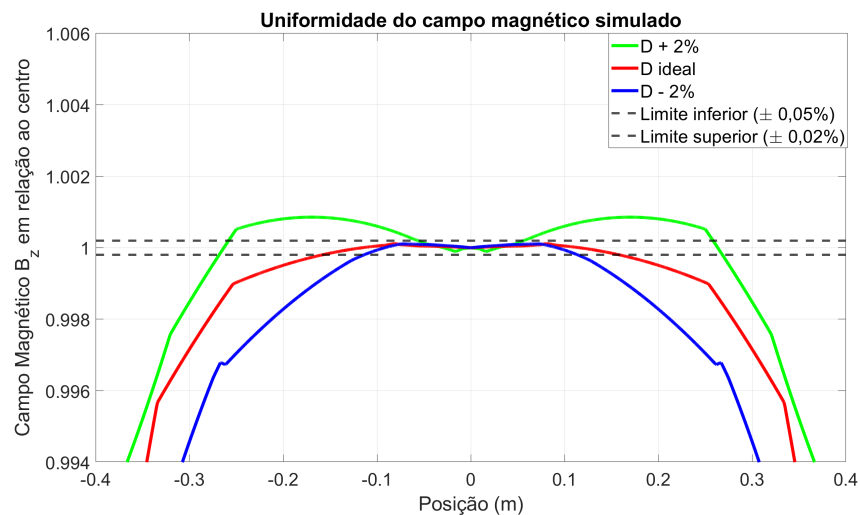


Figura 4.13 – Uniformidade do campo magnético simulado

Como observado na figura [4.13](#), com a distância ideal entre as duas bobinas, a região de testes é igual a um cubo de 30cm de aresta, resultado semelhante aos 29 cm de aresta obtido analiticamente.

5 Comentários finais e trabalhos futuros

O modelo desenvolvido para a gaiola de Helmholtz, bem como sua construção e posterior testagem, apresentou desempenho compatível com os resultados inicialmente previstos. Os baixos erros observados durante os testes preliminares indicam forte aderência entre o comportamento experimental e o modelo teórico derivado e simulado.

Além disso, a aplicação de técnicas de calibração do magnetômetro contribuiu para uma redução significativa na dispersão das medições, aproximando-as ainda mais dos valores esperados. Esse processo reforça a confiabilidade do arranjo experimental e evidencia a importância de metodologias robustas de calibração para sistemas sensíveis a ruídos eletromagnéticos ambientais.

Outro aspecto relevante é que os modelos teóricos, simulados e experimentais demonstraram elevada coerência entre si, validando a metodologia proposta para geração e controle de campos magnéticos em ambientes de teste. Dessa forma, estabelece-se uma base sólida para o uso da gaiola como um sistema confiável de simulações eletromagnéticas voltadas para cenários orbitais, sobretudo em aplicações relacionadas ao controle de atitude de pequenos satélites.

Com o foco na evolução da plataforma para um ambiente completo de testes de ADCS, é essencial que estudos futuros contemplem a integração de sensores adicionais. Embora o vetor do campo magnético seja crucial para determinadas estratégias de determinação de atitude, ao menos outro vetor independente é necessário para garantir uma solução completa e não ambígua. Assim, recomenda-se a implementação de simuladores do vetor solar ou de mapas estelares, capazes de complementar o sistema sensorial e ampliar as possibilidades de teste.

Adicionalmente, para permitir a avaliação realista dos algoritmos de controle, torna-se imprescindível incorporar dispositivos mecânicos que possibilitem a rotação livre da espaçonave em um ou mais eixos, como mancais de baixo atrito ou plataformas de suspensão dinâmica. Esses elementos permitirão reproduzir condições mais próximas às encontradas em órbita e, conseqüentemente, validar com maior fidelidade o desempenho do sistema de controle.

Em síntese, os resultados obtidos confirmam a eficácia do modelo proposto e consolidam a gaiola de Helmholtz como uma ferramenta robusta para estudos e ensaios relacionados ao ambiente magnético orbital. Com a integração de novos sensores, aprimoramentos mecânicos e a expansão das capacidades de simulação, abre-se caminho para o desenvolvimento de um ambiente de testes completo e versátil, apto a contribuir significativamente para o avanço de tecnologias de controle de atitude em pequenos satélites.

Referências

- ALKEN, P.; THÉBAULT, E.; BEGGAN, C. D.; AMIT, H.; AUBERT, J.; BAERENZUNG, J.; BONDAR, T.; BROWN, W.; CALIFF, S.; CHAMBODUT, A. *et al.* International geomagnetic reference field: The thirteenth generation. **Earth, Planets and Space**, Springer, v. 73, p. 1–25, 2021. Citado nas pp. 7, 32 e 34.
- ASPINA Group. **How to select a motor for space applications**. 2023. Accessed: 2025-04-09. Disponível em: <https://us.aspina-group.com/en/learning-zone/columns/2023022201/>. Citado nas pp. 7 e 36.
- BANERJEE, H.; SHEN, S.; REN, H. Magnetically actuated minimally invasive microbots for biomedical applications. **Electromagnetic Actuation and Sensing in Medical Robotics**, Springer, p. 11–41, 2018. Citado nas pp. 7 e 30.
- BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E.; SAYLOR, W. W. **Fundamentals of astrodynamics**. [S.l.]: Courier Dover Publications, 2020. Citado nas pp. 21, 22, 23 e 24.
- BATISTA, D. S.; GRANZIERA, F.; TOSIN, M. C.; MELO, L. F. de. Three-axial helmholtz coil design and validation for aerospace applications. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, IEEE, v. 54, n. 1, p. 392–403, 2017. Citado na p. 51.
- BELSTEN, N.; KNAPP, M.; MASTERSON, R.; PAYNE, C.; AMMONS, K.; LIND, F. D.; CAHOY, K. Verification and calibration of a commercial anisotropic magnetoresistive magnetometer by multivariate non-linear regression. **EGUsphere [preprint]**, 2023. Citado nas pp. 41 e 44.
- CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Materials Science and Engineering: An Introduction**. 10th. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2020. ISBN 978-1-119-56817-3. Disponível em: <https://www.wiley.com/en-us/Materials+Science+and+Engineering%3A+An+Introduction%2C+10th+Edition-p-9781119564393>. Citado nas pp. 42 e 43.
- CAPPELLETTI, C.; ROBSON, D. Cubesat missions and applications. *In*: **Cubesat Handbook**. [S.l.]: Elsevier, 2021. p. 53–65. Citado na p. 34.
- CONDUTORES, M. **Tabela de Fios AWG**. 2025. Acessado em: 17 mar. 2025. Disponível em: https://multicondutores.com.br/ficha_tecnica/tn_fios_awg.htm. Citado na p. 59.
- DETROYE, D. J.; CHASE, R. J. The calculation and measurement of helmholtz coil. **Army Research Laboratory, ARL-TN-35**, p. 1–21, 1994. Citado na p. 30.
- GRIFFITHS, D. J. **Introduction to electrodynamics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2023. Citado na p. 27.
- GUNNARSDÓTTIR, E. L. **The Earth's Magnetic Field**. Tese (Doutorado), 2012. Citado na p. 27.

- HAIJIYEV, C. In-orbit magnetometer bias and scale factor calibration. **International Journal of Metrology and Quality Engineering**, v. 7, n. 1, p. 104, 2016. Citado na p. 41.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentos de física**, 1. 4. ed.. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996. Tradução de : Fundamentals of physics. Citado na p. 36.
- HAYKIN, S. **Communication Systems**. 5th. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2009. ISBN 978-0470460867. Citado nas pp. 45 e 46.
- HSIEH, J. H.; HUANG, J.-Y.; YEN, T.; LEE, S.; CHANG, A.; HOU, L. **Attitude Control Calibration and Experiment Testbed to Characterize Attitude Determination and Control System Performance**. 3F.-1, No. 211, Sec. 2, Anhe Rd., Da'an Dist., Taipei City 106056, Taiwan (R.O.C.): [s.n.], 2023. Contact: jordan@tensortech.com.tw. Citado na p. 17.
- IDA, N. **Engineering electromagnetics**. [S.l.]: Springer, 2015. Citado nas pp. 7 e 29.
- INC., H. **HMC5883L 3-Axis Digital Compass IC Datasheet**. Morristown, NJ, 2013. Disponível em: <https://cdn.sparkfun.com/datasheets/Sensors/Magneto/HMC5883L-FDS.pdf>. Citado na p. 41.
- JOHNSON, J. B. Thermal agitation of electricity in conductors. **Physical Review**, v. 32, n. 1, p. 97–109, Jul 1928. Citado na p. 45.
- JR, W. H. H.; BUCK, J. A. **Engineering Electromagnetics Sixth Edition William H. Hayt, Jr.. John A. Buck, 2001 The McGraw Companies**. [S.l.]: The McGraw Companies, 2001. Citado na p. 27.
- KIRCI, O.; HAIJIYEV, C. Optimized triad-based nanosatellite attitude determination using horizon sensor and magnetometer. **WSEAS Transactions on Systems and Control**, WSEAS, v. 19, p. 240–246, 2024. Citado na p. 39.
- KLINKNER, S.; KOLLER, M. S. M. T.; LOIDOLD, M. S. L.-M. Aufbau eines magnetfeldteststandes zur verifikation von cubesat lagekontrollsystemen construction of a magnetic field cage for the verification of cubesat attitude control systems. 2021. Citado na p. 54.
- LATHI, B. P.; DING, Z. **Modern Digital and Analog Communication Systems**. 5th. ed. New York, NY: Oxford University Press, 2018. ISBN 978-0190686840. Citado na p. 45.
- MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L. **Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control**. [S.l.]: Springer, 2014. Citado nas pp. 35 e 38.
- NASA Goddard Space Flight Center. **General Environmental Verification Standard (GEVS) for GSFC Flight Programs and Projects**. 2013. <https://standards.nasa.gov/standard/gsfsc/gsfsc-std-7000>. NASA GSFC-STD-7000 Revision A-1, Accessed: 2025-06-08. Citado na p. 17.
- NYQUIST, H. Thermal agitation of electric charge in conductors. **Physical Review**, v. 32, n. 1, p. 110–113, Jul 1928. Citado nas pp. 45 e 46.

- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. **Discrete-Time Signal Processing**. 3rd. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2010. ISBN 978-0131988422. Citado na p. 45.
- ORFANIDIS, S. J. Electromagnetic waves and antennas. Rutgers University New Brunswick, NJ, 2002. Citado na p. 27.
- PASTENA, M.; SORRENTINO, L.; GRASSI, M. Design and validation at the university of naples space magnetic field simulator (smafis). **Journal of the IEST**, v. 44, p. 33, 12 2001. Citado na p. 18.
- POPESCU, G. Pixel geolocation algorithm for satellite scanner data. *In: . [S.l.: s.n.]*, 2014. Citado nas pp. 7, 25 e 26.
- QUAN, Q.; DAI, X.-H.; WANG, S. **Multicopter Design and Control Practice: A Series Experiments based on MATLAB and Pixhawk**. 1. ed. [S.l.]: Springer Singapore, 2020. ISBN 978-981-15-3137-8. Citado na p. 41.
- RIBEIRO, M. A. de O. Asteroides cruzadores das órbitas planetárias. Observatório Nacional - ON, 2014. Citado nas pp. 7 e 22.
- Rigol Technologies. **DP900 Series Programmable Linear DC Power Supply – User’s Guide**. [S.l.], n.d. Accessed: 2025-04-23. Disponível em: <https://www.rigolna.com>. Citado nas pp. 9 e 64.
- RIPKA, P. **Magnetic Sensors and Magnetometers**. Norwood, MA: Artech House, 2001. Citado nas pp. 40 e 41.
- RODRÍGUEZ, J. L. C. poliastro: Astrodynamics in python. Zenodo, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.5281/zenodo.596014>. Citado na p. 23.
- SAQIB, M.; FRANCIS, S.; FRANCIS, J. Design and development of helmholtz coils for magnetic field. *In: IEEE. 2020 International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)*. [S.l.], 2020. p. 1–5. Citado na p. 30.
- SILVA, R. C. da; ISHIOKA, I. S. K.; CAPPELLETTI, C.; BATTISTINI, S.; BORGES, R. A. Helmholtz cage design and validation for nanosatellites hwil testing. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 55, n. 6, p. 3050–3061, 2019. Citado nas pp. 7 e 18.
- Stanford Space Initiative (SSI) Wiki. **Category: Satellites**. 2024. <https://ssi-wiki.stanford.edu/w/index.php?title=Category:Satellites>. Last edited 3 October 2024. Citado nas pp. 7 e 17.
- The CubeSat Program, Cal Poly SLO. **CubeSat Design Specification Rev. 14.1**. 2020. <https://www.cubesat.org/s/CDS-Rev14.1-2020-03-03.pdf>. Accessed: 2025-06-08. Citado na p. 17.
- TUMAŃSKI, S. Thin film magnetoresistive sensors. **Journal of Physics D: Applied Physics**, v. 31, n. 20, p. 1993–2009, 1998. Citado na p. 40.

- WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 73. Citado na p. 35.
- Wikipedia. **Earth-centered inertial**. 2025. https://en.wikipedia.org/wiki/Earth-centered_inertial. Última edição em março de 2025. Citado nas pp. 7 e 24.
- WU, J.; SHAN, S. Dot product equality constrained attitude determination from two vector observations: Theory and astronomical applications. **Aerospace**, MDPI, v. 6, n. 9, p. 102, 2019. Citado nas pp. 7, 37 e 39.
-

Anexos

Código de display do magnetômetro

```
1  #include <Wire.h>
2  #include <QMC5883LCompass.h>
3  #include <LiquidCrystal.h>
4
5  LiquidCrystal lcd(19, 23, 18, 17, 16, 15);
6  QMC5883LCompass compass;
7
8  void setup() {
9      Serial.begin(9600);
10     Wire.begin();
11     compass.init();
12     lcd.begin(20, 4);
13 }
14
15 void loop() {
16     int x_raw, y_raw, z_raw;
17     float x_uT, y_uT, z_uT;
18
19     compass.read();
20
21     x_raw = compass.getX();
22     y_raw = compass.getY();
23     z_raw = compass.getZ();
24
25
26     float sensitivity = 120;
27
28     x_uT = x_raw / sensitivity;
29     y_uT = y_raw / sensitivity;
30     z_uT = z_raw / sensitivity;
31
32     Serial.print("X: ");
33     Serial.print(x_uT);
34     Serial.print("Y: ");
35     Serial.print(y_uT);
36     Serial.print("Z: ");
37     Serial.print(z_uT);
38
39     lcd.setCursor(0, 0);
40     lcd.print("Magnetic Field");
41     lcd.setCursor(0, 1);
42     lcd.print("X:");
43     lcd.print(x_uT, 1);
44     lcd.print(" uT ");
```

```
45  
46     lcd.setCursor(0, 2);  
47     lcd.print("Y:");  
48     lcd.print(y_uT, 1);  
49     lcd.print(" uT ");  
50  
51     lcd.setCursor(0, 3);  
52     lcd.print("Z:");  
53     lcd.print(z_uT, 1);  
54     lcd.print(" uT ");  
55  
56     delay(300);  
57 }
```

Código de teste em rampa das fontes

```

1  import pyvisa
2  import numpy as np
3  import time
4  import csv
5  import serial
6
7
8
9  ser = serial.Serial('COM5',115200)
10 ser.flushInput()
11 logging = open('current_measure.csv',mode='w')
12 writer = csv.writer(logging, delimiter="," , escapechar=' ',
13     quoting=csv.QUOTE_NONE)
14
15
16 rm = pyvisa.ResourceManager()
17 rm.list_resources()
18 print(rm.list_resources())
19 # 'USB0::0x1AB1::0xA4A8::DP9C264400871::INSTR '
20 # 'USB0::0x1AB1::0xA4A8::DP9C264400872::INSTR', 'ASRL5::INSTR '
21 psu = rm.open_resource('USB0::0x1AB1::0xA4A8::DP9C264400872::INSTR')
22 print(psu.query("*IDN?"))
23
24 psu.write("*IDN?")
25 ##psu.query(':OUTPut:PAIR OFF')
26 #psu.write(':OUTP CH1,ON') # start OFF - safe
27 #time.sleep(3)
28 psu.write(':OUTP CH1,OFF')
29 time.sleep(3)
30 psu.write(':OUTPut:PAIR PARallel')
31 time.sleep(0.1)
32 psu.write(':APPL CH1,32,0')# apply 0V, 0.2A
33 # time.sleep(3)
34 psu.write(':OUTP CH1,ON')
35
36
37
38 for count in range(0,11):
39     ser_bytes = ser.readline()
40
41
42
43 for count in range(0,25):
44     time.sleep(0.2)
45     current = psu.query(':MEAS:CURREN? PAR')
46     current = current.replace('\n', '')
47     #print(current)

```

```

44     ser_bytes = ser.readline()
45     #print(ser_bytes)
46     decoded_bytes = (ser_bytes[0:len(ser_bytes)-2].decode("utf-8"))
47
48     reading = current + decoded_bytes
49     reading = reading.replace(',', ' ')
50     print(reading)
51     writer.writerow([reading])
52     # Set parallel mode
53     time.sleep(0.5)
54     for count in np.linspace(0,1.6, 150):
55
56         psu.write(f':APPL CH1,32,{count}')
57         time.sleep(0.2)
58         current = psu.query(':MEAS:CURREN? PAR')
59         current = current.replace('\n', ' ')
60         #print(current)
61
62         ser_bytes = ser.readline()
63         #print(ser_bytes)
64         decoded_bytes = (ser_bytes[0:len(ser_bytes)-2].decode("utf-8"))
65
66         reading = current + decoded_bytes
67         reading = reading.replace(',', ' ')
68         print(reading)
69         writer.writerow([reading])
70
71
72     # time.sleep(30)
73
74     for count in range(0,150):
75
76         time.sleep(0.2)
77         current = psu.query(':MEAS:CURREN? PAR')
78
79         current = current.replace('\n', ' ')
80         #print(current)
81
82         ser_bytes = ser.readline()
83         #print(ser_bytes)
84         decoded_bytes = (ser_bytes[0:len(ser_bytes)-2].decode("utf-8"))
85
86         reading = current + decoded_bytes
87         reading = reading.replace(',', ' ')
88         print(reading)
89         writer.writerow([reading])

```

```
90
91
92
93     for count in np.linspace(1.6,0, 150):
94         #time.sleep(0.2)
95         psu.write(f':APPL CH1,32,{count}')
96         time.sleep(0.2)
97         current = psu.query(':MEAS:CURRE? PAR')
98         current = current.replace('\n', '')
99         #print(current)
100
101         ser_bytes = ser.readline()
102         #print(ser_bytes)
103         decoded_bytes = (ser_bytes[0:len(ser_bytes)-2].decode("utf-8"))
104
105         reading = current + decoded_bytes
106         reading = reading.replace(',', '')
107         print(reading)
108         writer.writerow([reading])
109
110     for count in range(0,25):
111         time.sleep(0.2)
112         current = psu.query(':MEAS:CURRE? PAR')
113         current = current.replace('\n', '')
114         #print(current)
115
116         ser_bytes = ser.readline()
117         #print(ser_bytes)
118         decoded_bytes = (ser_bytes[0:len(ser_bytes)-2].decode("utf-8"))
119
120         reading = current + decoded_bytes
121         reading = reading.replace(',', '')
122         print(reading)
123         writer.writerow([reading])
124
125 logging.close()
126
127 psu.write(':OUTP CH1,OFF')
```

Calibração Bidimensional

```

1  clear; clc; close all;
2
3  % Parâmetros de calibracao
4  offset = [0,0,0];
5  scale  = [1,1,1];
6
7  port = "COM3";
8  baud = 115200;
9  s = serialport(port, baud);
10 flush(s);
11
12 set(groot, 'DefaultAxesFontSize', 18);
13 set(groot, 'DefaultTextFontSize', 18);
14
15 figure;
16 hRaw = plot(nan, nan, '-o', 'Color', [0.85 0 0], 'MarkerSize', 4,
17            'LineWidth', 2); hold on;
18 hEllipsePlot = plot(nan, nan, 'k-', 'LineWidth', 2);
19 xlabel('Campo magnetico em X (uT)');
20 ylabel('Campo magnetico em Y (uT)');
21 legend('Dados crus conectados', 'Elipse ajustada', 'Location', 'best');
22 grid on; axis equal;
23
24 accRaw = [];
25
26 while ishandle(hRaw)
27     if s.NumBytesAvailable > 0
28         try
29             line = readline(s);
30             values = sscanf(line, '%f %f %f');
31
32             if numel(values) == 3
33                 acc = (values' - offset) .* scale;
34                 accRaw(end+1,:) = acc;
35
36                 set(hRaw, 'XData', accRaw(:,1), 'YData', accRaw(:,2));
37
38                 if size(accRaw,1) > 20
39                     X = accRaw(:,1);
40                     Y = accRaw(:,2);
41                     Dmat = [X.^2, X.*Y, Y.^2, X, Y, ones(size(X))];
42                     [~,~,V] = svd(Dmat,0);
43                     coef = V(:,end);
44                     A = coef(1); B = coef(2); C = coef(3);

```

```

44         Df = coef(4); E = coef(5); F = coef(6);
45
46         phi = 0.5 * atan2(B, A-C);
47         num = 2*(A*E^2 + C*Df^2 - B*Df*E + (B^2 - 4*A*C)*F);
48         den1 = (B^2 - 4*A*C)*( (C-A)*sqrt(1+(B^2)/((A-C)^2))
49             - (C+A) );
50         den2 = (B^2 - 4*A*C)*( (A-C)*sqrt(1+(B^2)/((A-C)^2))
51             - (C+A) );
52         a = sqrt(abs(num/den1));
53         b = sqrt(abs(num/den2));
54         xc = (2*C*Df - B*E)/(B^2 - 4*A*C);
55         yc = (2*A*E - B*Df)/(B^2 - 4*A*C);
56
57         theta = linspace(0,2*pi,200);
58         x_ellipse = xc + a*cos(theta)*cos(phi) -
59             b*sin(theta)*sin(phi);
60         y_ellipse = yc + a*cos(theta)*sin(phi) +
61             b*sin(theta)*cos(phi);
62         set(hEllipsePlot, 'XData', x_ellipse, 'YData',
63             y_ellipse);
64     end
65     drawnow limitrate;
66 end
67 catch
68
69 end
70
71 clear s;
72
73 X_raw = accRaw(:,1);
74 Y_raw = accRaw(:,2);
75
76 % Ajuste final da elipse
77 Dmat = [X_raw.^2, X_raw.*Y_raw, Y_raw.^2, X_raw, Y_raw,
78     ones(size(X_raw))];
79 [~,~,V] = svd(Dmat,0);
80 coef = V(:,end);
81 A = coef(1); B = coef(2); C = coef(3);
82 Df = coef(4); E = coef(5); F = coef(6);
83
84 phi = 0.5 * atan2(B, A-C);
85 num = 2*(A*E^2 + C*Df^2 - B*Df*E + (B^2 - 4*A*C)*F);
86 den1 = (B^2 - 4*A*C)*( (C-A)*sqrt(1+(B^2)/((A-C)^2)) - (C+A) );

```

```

84     den2 = (B^2 - 4*A*C)*( (A-C)*sqrt(1+(B^2)/((A-C)^2)) - (C+A) );
85     a = sqrt(abs(num/den1));
86     b = sqrt(abs(num/den2));
87     xc = (2*C*Df - B*E)/(B^2 - 4*A*C);
88     yc = (2*A*E - B*Df)/(B^2 - 4*A*C);
89
90     % Matriz de transformação linear
91     R = [cos(phi), -sin(phi); sin(phi), cos(phi)];
92     S = diag([1/a, 1/b]);
93     T = S * R';
94     offset_center = [xc; yc];
95     scale_factor = sqrt(a*b);
96
97     disp('--- Equação da elipse ---');
98     fprintf('A*x^2 + B*xy + C*y^2 + D*x + E*y + F = 0\n');
99     fprintf('Coeficientes: [A B C D E F] = [%.6g %.6g %.6g %.6g %.6g %.6g\n', A,B,C,Df,E,F);
100
101     disp('--- Centro da elipse ---');
102     fprintf('xc = %.6f, yc = %.6f\n', xc, yc);
103     disp('--- Semi-eixos ---');
104     fprintf('a = %.6f, b = %.6f\n', a, b);
105     disp('--- Angulo de rotacao phi (rad) ---');
106     fprintf('phi = %.6f\n', phi);
107     disp('--- Matriz de transformação T ---');
108     disp(T);
109     disp('--- Offset do centro para a origem ---');
110     disp(offset_center);
111     disp('--- Fator de escala (raio do circulo de referencia) ---');
112     disp(scale_factor);
113
114     theta = linspace(0,2*pi,300);
115     figure('Name','Ellipse vs Circunferencia','NumberTitle','off','Units','normalized');
116
117     plot(X_raw, Y_raw, 'o', 'MarkerSize', 4, 'Color', [0.85 0 0]); hold on;
118     x_ellipse = xc + a*cos(theta)*cos(phi) - b*sin(theta)*sin(phi);
119     y_ellipse = yc + a*cos(theta)*sin(phi) + b*sin(theta)*cos(phi);
120     plot(x_ellipse, y_ellipse, 'k-', 'LineWidth', 2);
121
122
123     plot(cos(theta)*scale_factor, sin(theta)*scale_factor, 'g--',
124           'LineWidth', 2);
125
126     axis equal; grid on;
127     xlabel('Campo magnético em X (uT)'); ylabel('Campo magnético em Y (uT)');

```

```
127 title('Elipse ajustada vs Circunferencia de referencia');  
128 legend('Datos crus', 'Elipse ajustada', 'Circunferencia referencia',  
        'Location','best');
```

Calibração Tridimensional

```

1  clear; clc; close all;
2
3  % Parâmetros de calibracao
4  offset = [0,0,0];
5  scale  = [1,1,1];
6
7  port = "COM3";
8  baud = 115200;
9  s = serialport(port, baud);
10 flush(s);
11
12
13 figure;
14 hRaw = plot3(nan, nan, nan, 'o', 'Color', [0.85 0 0], 'MarkerSize', 10,
    'LineWidth', 1.5); hold on;
15
16 [u_sph,v_sph] = meshgrid(linspace(0,2*pi,30), linspace(0,pi,20));
17 x_ell0 = zeros(size(u_sph));
18 y_ell0 = zeros(size(u_sph));
19 z_ell0 = zeros(size(u_sph));
20 hEllipsoidPlot = surf(x_ell0, y_ell0, z_ell0,
    'EdgeColor','k','FaceAlpha',0.1);
21
22 xlabel('X (uT)'); ylabel('Y (uT)'); zlabel('Z (uT)');
23 title('');
24 grid on; axis equal; view(3);
25
26 accRaw = [];
27
28 while ishandle(hRaw)
29     if s.NumBytesAvailable > 0
30         try
31             line = readline(s);
32             values = sscanf(line, '%f %f %f');
33             if numel(values) == 3
34                 acc = (values' - offset) .* scale;
35                 accRaw(end+1,:) = acc;
36
37                 set(hRaw, 'XData', accRaw(:,1), 'YData', accRaw(:,2),
38                     'ZData', accRaw(:,3));
39
40                 if size(accRaw,1) > 30
41                     X = accRaw(:,1);
42                     Y = accRaw(:,2);

```

```

42         Z = accRaw(:,3);
43
44
45         Dmat = [X.^2, Y.^2, Z.^2, X.*Y, X.*Z, Y.*Z, X, Y, Z,
46                 ones(size(X))];
47         [~,~,V] = svd(Dmat,0);
48         coef = V(:,end);
49
50         A=coef(1); B=coef(2); C=coef(3);
51         D=coef(4); E=coef(5); F=coef(6);
52         G=coef(7); H=coef(8); I=coef(9); J=coef(10);
53
54         Q = [A D/2 E/2; D/2 B F/2; E/2 F/2 C];
55         u_vec = -0.5 * [G; H; I];
56         center = Q \ u_vec;
57         xc = center(1); yc = center(2); zc = center(3);
58
59         T = [X - xc, Y - yc, Z - zc]';
60
61         [V_eig, D_eig] = eig(cov(T'));
62         a = sqrt(D_eig(1,1)); b = sqrt(D_eig(2,2)); c =
63             sqrt(D_eig(3,3));
64
65         x_ell = a*cos(u_sph).*sin(v_sph);
66         y_ell = b*sin(u_sph).*sin(v_sph);
67         z_ell = c*cos(v_sph);
68
69
70         ellipsoid_rot = V_eig * [x_ell(:)'; y_ell(:)';
71                                 z_ell(:)'];
72         x_ell = reshape(ellipsoid_rot(1,:) + xc, size(x_ell));
73         y_ell = reshape(ellipsoid_rot(2,:) + yc, size(y_ell));
74         z_ell = reshape(ellipsoid_rot(3,:) + zc, size(z_ell));
75
76         % Atualiza surf
77         % set(hEllipsoidPlot, 'XData', x_ell, 'YData', y_ell,
78             'ZData', z_ell);
79
80     end
81     drawnow limitrate;
82 end
83

```

```

84     end
85 end
86
87 clear s;
88
89
90 X_raw = accRaw(:,1); Y_raw = accRaw(:,2); Z_raw = accRaw(:,3);
91
92 T_data = [X_raw - mean(X_raw), Y_raw - mean(Y_raw), Z_raw - mean(Z_raw)]';
93 [V_eig,D_eig] = eig(cov(T_data));
94 a = sqrt(D_eig(1,1)); b = sqrt(D_eig(2,2)); c = sqrt(D_eig(3,3));
95
96 xc = mean(X_raw); yc = mean(Y_raw); zc = mean(Z_raw);
97 offset_center = [xc; yc; zc];
98
99 S = diag([1/a, 1/b, 1/c]);
100 R = V_eig;
101 T = S * R';
102
103 scale_factor = (a*b*c)^(1/3);
104
105 disp('--- Centro da elipsoide ---'); disp(offset_center);
106 disp('--- Semi-eixos ---'); fprintf('a = %.6f, b = %.6f, c = %.6f\n',
    a,b,c);
107 disp('--- Matriz de transformação T (3x3) ---'); disp(T);
108 disp('--- Fator de escala (raio esfera) ---'); disp(scale_factor);
109
110 %% %% Plot final 3D sobreposto
111 % x_sphere = scale_factor * sin(v_sph).*cos(u_sph);
112 % y_sphere = scale_factor * sin(v_sph).*sin(u_sph);
113 % z_sphere = scale_factor * cos(v_sph);
114 %
115 % figure('Name','Elipsoide vs Esfera de Referencia','NumberTitle','off');
116 % surf(x_ell, y_ell, z_ell, 'FaceAlpha',0.3, 'EdgeColor','k'); hold on;
117 % scatter3(X_raw, Y_raw, Z_raw, 15, 'r','filled');
118 % surf(x_sphere, y_sphere, z_sphere, 'FaceAlpha',0.1, 'EdgeColor','g');
119 % axis equal; grid on; xlabel('X'); ylabel('Y'); zlabel('Z');
120 % title('Elipsoide ajustada vs Esfera de referencia');
121 % legend('Elipsoide ajustada','Dados crus','Esfera referencia');
122 % view(3);
123
124
125 x_sphere = scale_factor * sin(v_sph).*cos(u_sph);
126 y_sphere = scale_factor * sin(v_sph).*sin(u_sph);
127 z_sphere = scale_factor * cos(v_sph);
128

```

```
129 figure('Name','Elipsoide vs Esfera de Referencia','NumberTitle','off');
130 surf(x_ell, y_ell, z_ell, 'FaceAlpha',0.3, 'EdgeColor','r'); hold on;
131
132 % % --- Trajetoria conectada (dados medidos em sequencia) ---
133 % plot3(X_raw, Y_raw, Z_raw, '-o', 'Color', [0.85 0 0], ...
134 %       'LineWidth', 1.2, 'MarkerSize', 4, 'MarkerFaceColor', [0.9 0.3
        0.3]);
135
136 surf(x_sphere, y_sphere, z_sphere, 'FaceAlpha',0.1, 'EdgeColor','b');
137
138 axis equal; grid on;
139 xlabel('X', 'FontSize', 13);
140 ylabel('Y', 'FontSize', 13);
141 zlabel('Z', 'FontSize', 13);
142 title('Elipsoide ajustada vs Esfera de referencia', 'FontSize', 15);
143 legend('Elipsoide ajustada','Trajetoria medida','Esfera de referencia',
        'Location', 'best');
144 view(3);
```

