



Universidade de Brasília
Faculdade de Ciência e Tecnologia

**Simulação numérica de um propulsor
Hall cilíndrico de baixa potência para
nanosatélites**

Gabriele Almeida dos Santos

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
ENGENHARIA AEROESPACIAL

Brasília
2025

Universidade de Brasília
Faculdade de Ciência e Tecnologia

**Simulação numérica de um propulsor Hall
cilíndrico de baixa potência para
nanosatélites**

Gabriele Almeida dos Santos

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
como requisito parcial para obtenção do grau
de Engenheiro Aerospacial.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Andrés Miranda Cerda Chehab

Brasília
2025

FICHA CATALOGRÁFICA

Santos, Gabriele Almeida dos .

Simulação numérica de um propulsor Hall cilíndrico de baixa potência para nanosatélites / Gabriele Almeida dos Santos; orientador Rodrigo Andrés Miranda Cerda Chehab. -- Brasília, 2025.

58 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Aeroespacial) -- Universidade de Brasília, 2025.

1. Hall cilíndrico. 2. Propulsão elétrica. 3. FEMM. 4. HALLIS. I. Chehab, Rodrigo Andrés Miranda Cerda, orient. II. Título.

Universidade de Brasília
Faculdade de Ciência e Tecnologia

**Simulação numérica de um propulsor Hall cilíndrico de baixa
potência para nanosatélites**

Gabriele Almeida dos Santos

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
como requisito parcial para obtenção do grau
de Engenheiro Aeronáutico.

Trabalho aprovado. Brasília, 9 de Dezembro de 2025:

Prof. Dr. Rodrigo Andrés Miranda Cerda
Orientador

Prof. Dr. William Reis Silva
Examinador interno

Prof. Dr. Lui Txai Calvoso Hahl
Examinador interno

Dedico este trabalho à minha família, meu porto seguro em todas as tempestades. Agradeço especialmente à minha mãe, Katia Cylene, por seu amor incondicional e aos meus irmãos, Grazielle e Gabriel, por serem meus maiores companheiros. Agradeço também a todos os meus professores, que me inspiraram a buscar a excelência e a me tornar um profissional mais completo. Em especial, gostaria de agradecer ao professor Cerda, que despertou em mim a paixão pelo plasma.

Agradecimentos

Agradeço profundamente a todas as pessoas que estiveram ao meu lado ao longo dessa jornada. Àquelas que me deram total apoio em cada uma das minhas escolhas, oferecendo palavras de encorajamento nos momentos difíceis e celebrando comigo cada conquista. Também sou grata às que, com suas exigências e cobranças, me desafiaram a ir além dos meus próprios limites, despertando em mim a vontade de fazer sempre o meu melhor e alcançar a excelência em tudo o que me propus a realizar.

Minha gratidão se estende, especialmente, àquelas pessoas que, direta ou indiretamente, despertaram em mim o interesse pelo desconhecido — que me fizeram questionar, explorar, aprender e crescer. Foram esses encontros, essas trocas e experiências que me ajudaram a encontrar meu caminho ao longo do curso, guiando minha trajetória e alimentando meu desejo constante de evolução e aprimoramento pessoal e profissional.

Não fui eu que lhe ordenei?

Seja forte e corajoso!

Não se apavore, nem desanime, pois o Senhor,
o seu Deus, estará com você por onde você andar.

Josué 1:9

Resumo

O Propulsor Hall Cilíndrico (CHT) é uma alternativa inovadora em sistemas de propulsão elétrica voltada para aplicações em satélites de pequeno porte, como os CubeSats. Sua principal vantagem está no design cilíndrico, que permite reduzir desgastes estruturais internos e facilitar a miniaturização, diferindo da configuração anular presente nos propulsores Hall tradicionais. A operação do CHT envolve a utilização de um campo magnético para confinar elétrons, promovendo a ionização de um gás propelente dentro de um canal cilíndrico. O gás é introduzido por um ânodo central, e os elétrons confinados colidem com as partículas neutras, gerando íons que são acelerados por um campo elétrico até serem expelidos, gerando empuxo. Esta monografia realiza uma análise computacional de dois modelos de CHT de baixa potência, operando com tensões entre 50 e 200 volts no ânodo, uma faixa compatível com as limitações energéticas de satélites miniaturizados. Após isso, serão comparados os resultados de ambas as configurações, de modo a identificar qual delas apresenta o melhor desempenho. As simulações utilizam dois softwares de código aberto: o FEMM, que modela o campo magnético do sistema, e o HALLIS, que simula a dinâmica do plasma com abordagem híbrida, tratando elétrons como fluido e os íons/neutros como partículas.

Palavras-chave: Hall cilíndrico; Propulsão elétrica; FEMM; HALLIS.

Abstract

The Cylindrical Hall Thruster (CHT) is an innovative alternative in electric propulsion systems, aimed at applications in small satellites such as CubeSats. Its main advantage lies in its cylindrical design, which helps reduce internal structural wear and facilitates miniaturization, in contrast to the annular configuration used in conventional Hall thrusters. The operation of the CHT involves the use of a magnetic field to confine electrons, promoting the ionization of a propellant gas inside a cylindrical channel. The gas is introduced through a central anode, and the confined electrons collide with neutral particles, generating ions that are then accelerated by an electric field and expelled to produce thrust. This monograph presents a computational analysis of a low-power CHT model operating at voltages between 50 and 200 volts, a range compatible with the energy constraints of miniaturized satellites. The simulations use two open-source software tools: FEMM, which models the system's magnetic field, and HALLIS, which simulates the plasma dynamics using a hybrid approach, treating electrons as a fluid and ions/neutrals as particles.

Keywords: Cylindrical Hall; Electric propulsion; FEMM; HALLIS.

Lista de figuras

Figura 1.1	Filamentos de plasma no sol Fonte: NASA	20
Figura 1.2	Propulsor de plasma	20
Figura 2.1	Propulsor Iônico Fonte: (<i>Barnett, 2021</i>)	22
Figura 2.2	Propulsor Hall Fonte: (<i>Gulczynski; Spores, 2012</i>)	23
Figura 2.3	Propulsor Hall Cilindrico Fonte: (<i>Raitses; Merino; Fisch, 2010</i>)	24
Figura 2.4	Propulsor Hall Cilindrico Fonte: (<i>Raitses; Merino; Fisch, 2010</i>)	24
Figura 4.1	Nós e Campo eletromagnético no FEMM	37
Figura 4.2	Distribuição de potência no ânodo para diferentes tensões aplicadas . .	38
Figura 4.3	Distribuição da densidade de plasma no ânodo para diferentes tensões aplicadas	39
Figura 5.1	Gráfico de referência (<i>Polzin et al., 2002</i>)	41
Figura 5.2	Propulsor proposto por Raites (<i>Raitses; Merino; Fisch, 2010</i>)	42
Figura 5.3	Resultados simulados no FEMM: à esquerda, a malha do domínio; à direita, as linhas de campo eletromagnético obtidas.	42
Figura 5.4	Campo Magnético gerado por ímãs em sentido contrários	43
Figura 5.5	Campo Magnético gerado por ímãs em mesmo sentido	43
Figura 5.6	Eixo normal	43
Figura 5.7	Eixo Tangente	43
Figura 5.8	Gráfico do Campo magnético gerado pelo artigo (<i>Raitses; Merino; Fisch, 2010</i>)	44
Figura 5.9	Distribuições de potencial elétrico para diferentes tensões aplicadas. . .	45
Figura 5.10	Distribuições de densidade de plasma para diferentes tensões aplicadas. .	46
Figura 5.11	Dados da eficiência da Referência (<i>Polzin et al., 2002</i>)	48
Figura 5.12	Dados da eficiência da Simulação	48
Figura 5.13	Dados do I_{sp} da Referência (<i>Polzin et al., 2002</i>)	49
Figura 5.14	Dados do I_{sp} da Simulação	49

Lista de tabelas

Tabela 2.1	Comparação entre diferentes tipos de propulsores	25
Tabela 4.1	Desempenho do propulsor Hall em diferentes tensões	40
Tabela 5.1	Desempenho do propulsor Hall para diferentes tensões.	47

Lista de abreviaturas e siglas

Δt	Passo de tempo (s)
Γ_e	Fluxo de elétrons ($\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$)
λ_D	Comprimento de Debye (m)
$\mathbf{v}_e$	Velocidade média dos elétrons (m/s)
$\mathbf{v}_i$	Velocidade do íon i (m/s)
$\mathbf{x}_i$	Posição do íon i (m)
μ	Permeabilidade magnética (H/m)
μ_e	Mobilidade eletrônica ($\text{m}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$)
ν	Taxa de colisões / frequência colisional (s^{-1})
ν_m	Frequência de colisões elétron-átomo (s^{-1})
ω	Frequência de perturbação (rad/s)
ω_{pe}	Frequência de plasma dos elétrons (rad/s)
φ	Potencial elétrico (V)
τ	Tempo de resposta (s)
ϵ	Energia média por elétron (J)
ϵ_0	Permissividade elétrica do vácuo (F/m)
$\vec{A}$	Vetor potencial magnético
$\vec{B}$	Indução magnética (T)
$\vec{E}$	Campo elétrico (V/m)
$\vec{H}$	Campo magnético (A/m)
$\vec{J}$	Densidade de corrente elétrica (A/m^2)
A_z	Potencial vetorial magnético na direção z (Wb/m)
D_e	Coeficiente de difusão eletrônica (m^2/s)
e	Carga elementar do elétron (C)
J_z	Densidade de corrente na direção z (A/m^2)
k_B	Constante de Boltzmann (J/K)
L	Dimensão característica do sistema (m)
m_e	Massa do elétron (kg)
m_i	Massa do íon i (kg)
N_D	Número de partículas na esfera de Debye
n_e	Densidade numérica de elétrons (m^{-3})
N_i	Densidade de íons (m^{-3})
P	Probabilidade de colisão
p_e	Pressão eletrônica (Pa)
q	Carga elétrica total (C)

q_i Carga do íon i (C)
 r Distância onde se calcula o potencial (m)
 S_e Termo fonte/poço de elétrons
 T, T_e Temperatura do plasma / eletrônica (K)

Sumário

Introdução	15
1 Plasma	17
1.1 Conceito de Plasma	17
1.2 Condições para a existencia do Plasma	17
1.2.1 Neutralidade Macróscopica	17
1.2.2 Blindagem de Debye	18
1.2.3 Frequência do plasma	19
1.3 Plasma na Natureza	19
1.4 Plasma em Laboratório	20
2 Propulsão Elétrica	21
2.1 Revisão Histórica	21
2.2 Propulsor de Íons	22
2.3 Propulsor Hall	23
2.3.1 Propulsor Hall Cilíndrico	24
2.3.2 Comparação de desempenho	25
2.4 Principios de propulsores eletricos	25
2.4.1 Equação do Foquete	26
2.4.2 Transferência de força em propulsores Hall	27
2.4.3 Empuxo	28
2.4.4 Impulso Específico	28
2.4.5 Eficiência	28
3 Metodologia	30
3.1 Finite Element Method Magnetic	30
3.1.1 Lei de Gauss	30
3.1.2 Lei de Ampère	31
3.1.3 Relação Constitutiva do Material	31
3.1.4 Formulação 2D	31
3.2 HALL Ion Sources	32
3.2.1 Átomos e Íons	32
3.2.2 Transporte de Elétrons	33
4 Resultados Configuação Anterior	37
4.1 FEMM	37
4.2 HALLIS	38
4.2.1 Análise de Desempenho	39

5 Resultados Nova Configuração	41
5.1 Motivação	41
5.2 FEMM	42
5.3 HALLIS	44
5.4 Análise de Desempenho	47
6 Conclusão	50
Referências	52
Apêndices	53
Apêndice A Apêndice	54

Introdução

A propulsão elétrica tem se consolidado como uma das tecnologias mais promissoras para missões espaciais modernas, especialmente em um cenário onde pequenos satélites e plataformas de baixo custo passam a ocupar papel central no setor aeroespacial. Entre as diversas alternativas existentes, os propulsores Hall destacam-se por sua eficiência, robustez e capacidade de operação contínua. No entanto, apesar de sua ampla utilização, diversos aspectos de seu funcionamento ainda exigem investigação aprofundada, particularmente no que diz respeito à influência da geometria do canal de descarga na dinâmica do plasma e na configuração do campo magnético (Sutton; Biblarz, 2017). A forma como a estrutura interna do propulsor molda esses parâmetros determina diretamente o empuxo, a eficiência e o impulso específico, tornando essencial o estudo sistemático de diferentes configurações.

Nesse contexto, o Propulsor Hall Cilíndrico (CHT) surge como uma alternativa de grande potencial tecnológico. Sua geometria simplificada não apenas facilita processos de miniaturização, como também reduz problemas clássicos de erosão encontrados em modelos anulares. Estudos, como o apresentado em (Raitses; Merino; Fisch, 2010), evidenciam que a transição do formato anular para o cilíndrico altera significativamente as regiões de ionização e a distribuição do campo magnético, modificando de maneira determinante o comportamento do plasma. Assim, torna-se pertinente investigar de que forma essas diferenças estruturais influenciam o desempenho global do sistema.

A simulação numérica apresenta-se como ferramenta ideal para esse tipo de investigação, uma vez que possibilita a análise detalhada de cenários complexos sem os altos custos e limitações de experimentos laboratoriais. Neste trabalho, são realizadas simulações de duas configurações de CHT operando em baixa potência, com tensões aplicadas ao ânodo variando entre 50 V e 200 V — faixa relevante para CubeSats e sistemas com forte restrição energética. Para isso, empregam-se dois softwares de código aberto: o Finite Element Method Magnetism (FEMM), utilizado para modelar o campo magnético do propulsor, e o Hall Ion Source Simulator (HALLIS), que permite simular o comportamento híbrido do plasma, no qual elétrons são tratados como fluido e íons e átomos neutros como partículas individuais (Choueiri, 2001).

O objetivo geral deste estudo é realizar a simulação de uma nova configuração de propulsor Hall cilíndrico e compará-la com um modelo previamente investigado, buscando compreender com precisão o comportamento do plasma e avaliar a eficiência do dispositivo. Especificamente, pretende-se analisar a distribuição dos campos elétrico e magnético, examinar a dinâmica do plasma dentro do canal cilíndrico. A comparação entre as duas configurações permitirá verificar se a geometria proposta apresenta melhorias significativas em relação ao modelo tradicionalmente utilizado.

A justificativa para esta pesquisa fundamenta-se na importância da geometria interna dos propulsores Hall, cuja influência se estende desde os processos de ionização até o confinamento eletrônico e a aceleração iônica. Compreender como ajustes estruturais podem alterar o comportamento do propulsor é essencial para o desenvolvimento de sistemas otimizados, especialmente para missões que dispõem de energia limitada. A questão central que orienta este trabalho é, portanto, a seguinte: uma nova configuração cilíndrica de propulsor Hall pode oferecer desempenho superior ou mais adequado às condições operacionais impostas por pequenos satélites?

A motivação para este estudo está associada ao crescente interesse pelo desenvolvimento de tecnologias de propulsão elétrica em âmbito acadêmico e industrial. No Brasil, particularmente, a possibilidade de projetar e testar um propulsor Hall cilíndrico nacional representa um passo importante para fortalecer a autonomia tecnológica no setor espacial. Além disso, a construção futura de um protótipo a partir das simulações aqui apresentadas permitirá validar de forma experimental os resultados obtidos, contribuindo para o avanço de pesquisas e para a formação de profissionais especializados nesse campo.

Por fim, este trabalho está organizado da seguinte maneira: o Capítulo 1 apresenta os conceitos fundamentais sobre plasma e suas propriedades básicas; o Capítulo 2 reúne uma revisão sobre propulsão elétrica e os diferentes tipos de propulsores existentes; no Capítulo 3 são descritos os códigos e métodos de simulação utilizados; os resultados preliminares são discutidos nos Capítulos 4 e 5; e, por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões e considerações finais deste estudo.

1 Plasma

1.1 Conceito de Plasma

O termo "plasma" tem origem no grego, significando "moldado", e foi empregado pela primeira vez no século XX pelos físicos Tonks e Langmuir. No universo, a matéria pode ser encontrada em quatro estados fundamentais: sólido, líquido, gasoso e plasma. As transições entre esses estados estão associadas à intensidade das forças de ligação que mantêm as partículas unidas. Quando uma substância sólida ou líquida é aquecida, seus átomos ou moléculas adquirem energia cinética térmica suficiente para superar a energia potencial das ligações intermoleculares, resultando na mudança de fase. Ao se fornecer energia suficiente a um gás, ele se dissocia em um gás atômico devido às colisões entre partículas. Com o aumento adicional da temperatura, os átomos ganham ainda mais energia cinética, provocando a excitação dos elétrons para orbitais mais externos. Esse processo culmina na ionização do gás, levando à formação do plasma (Bittencourt, 2004).

Segundo (Czarnetzki, 2025), o plasma pode ser criado atualmente em laboratório de duas formas: por fotoionização e por descarga de gás. Na fotoionização, ocorre a absorção de fótons, principalmente radiação na faixa do ultravioleta. Esse processo também pode produzir raios X e gama. Já nas descargas de gases, a ionização ocorre por meio de um campo elétrico, que acelera os elétrons livres. Esses elétrons colidem com outros átomos ou moléculas, provocando novas ionizações e mantendo o plasma.

1.2 Condições para a existencia do Plasma

Para que o plasma exista, é necessário que três condições sejam atendidas: neutralidade macroscópica, blintagem de Debye e frequência do plasma.

1.2.1 Neutralidade Macróscopica

A neutralidade macroscópica está associada ao equilíbrio entre a energia térmica, que tende a aumentar a desordem dos átomos, e a energia eletrostática, que busca restaurar a neutralidade do sistema. A ausência dessa neutralidade pode provocar um aumento da energia potencial associada às forças de Coulomb. Isso resultaria em um aumento do movimento das partículas para restabelecer o equilíbrio, gerando correntes e campos elétricos mais intensos, o que pode levar à instabilidade do sistema (Bittencourt, 2004).

Se q é a carga total dentro de um volume qualquer, temos que :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (1.1)$$

Onde φ é o potencial elétrico, r é a distância entre a carga e o ponto onde se calcula o potencial, e ϵ_0 é a permissividade do vácuo. Considerando a equação acima, pode-se perceber que, quanto maior a carga total (q), maior será o potencial elétrico (φ), provocando, assim, uma maior desordem nas partículas e desestabilizando o sistema.

1.2.2 Blindagem de Debye

Para compreendermos a blindagem de Debye, é fundamental entender o conceito de comprimento de Debye. Esse parâmetro está relacionado à influência eletrostática que uma partícula carregada exerce sobre as demais em um plasma. Especificamente, ele define a distância máxima a partir da qual essa influência se torna insignificante devido à presença de outras partículas carregadas que se reorganizam para blindar o campo elétrico gerado (Bittencourt, 2004)

Esse fenômeno de blindagem ocorre como resultado da movimentação das partículas do plasma, principalmente elétrons, que se ajustam rapidamente para neutralizar perturbações locais no campo eletrostático. O conceito foi introduzido pelo físico Peter Debye, e o comprimento de Debye é representado por λ_D , dado pela equação:

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k T}{n_e e^2} \right)^{1/2} \quad (1.2)$$

Onde λ_D é o comprimento de Debye, ϵ_0 é a permissividade do vácuo, k é a constante de Boltzmann, T é a temperatura do plasma (em Kelvin), n_e é a densidade de elétrons, e é a carga elementar do elétron.

A blindagem de Debye é uma das características fundamentais que definem o comportamento coletivo de um plasma. Para que um meio possa ser descrito como um plasma verdadeiro, é necessário que o comprimento de Debye seja muito menor que as dimensões físicas do sistema.

$$\lambda_D \ll L \quad (1.3)$$

Essa condição garante que um grande número de partículas esteja presente em qualquer volume elementar, possibilitando a neutralidade elétrica macroscópica e o uso de modelos contínuos para descrever o comportamento do plasma. Para introduzir o conceito de número de partículas, precisa-se fazer as seguintes considerações. Define-se a esfera de Debye como uma região imaginária dentro do plasma, cujo raio é igual ao comprimento de Debye, λ_D . Dentro dessa esfera, uma partícula carregada interage coletivamente, por meio da força de

Coulomb, apenas com outras partículas carregadas presentes nesse volume ([Bittencourt, 2004](#)). O número de elétrons contidos em uma esfera de Debye é dado por:

$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \quad (1.4)$$

Para que o plasma de fato se comporte como tal, é necessário que o número de partículas dentro da esfera de Debye seja muito maior que 1, ou seja,

$$N_D \gg 1 \quad (1.5)$$

1.2.3 Frequência do plasma

De acordo com ([Bittencourt, 2004](#)), os íons são partículas muito pesadas e, por isso, possuem uma frequência natural muito baixa, pois quem se movimenta predominantemente são os elétrons. Ao se perturbar o plasma, os elétrons oscilam coletivamente para restabelecer a neutralidade de carga macroscópica. A frequência de plasma é dada pela seguinte equação:

$$\omega_{pe} = \left(\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (1.6)$$

Para que o plasma realmente se comporte como tal, é necessário que:

$$\omega \tau \gg 1 \quad (1.7)$$

1.3 Plasma na Natureza

O plasma atualmente é observado apenas no vácuo. No planeta Terra, segundo ([Chen, 2016](#)), há vislumbres de plasma em fenômenos como as auroras boreais, os relâmpagos e o vento solar.

Magnetosferas Planetárias

O campo magnético da Terra, na região da cauda geomagnética, pode promover a aceleração de partículas que se depositam nos polos terrestres. A ionização dessas partículas é responsável pela formação de fenômenos luminosos, como as auroras boreais e austrais ([Ziebell, 2004](#)).

Estrelas

Devido às altíssimas temperaturas no interior e na atmosfera do Sol, os átomos presentes em seu plasma se encontram em constante estado de ionização. Nessas condições extremas,

os elétrons são arrancados dos átomos, formando um gás altamente ionizado, ou seja, plasma. Esse estado da matéria predomina no Sol e em praticamente todas as estrelas do universo, sendo responsável pela emissão de radiação eletromagnética e por fenômenos como o vento solar (Ziebell, 2004).

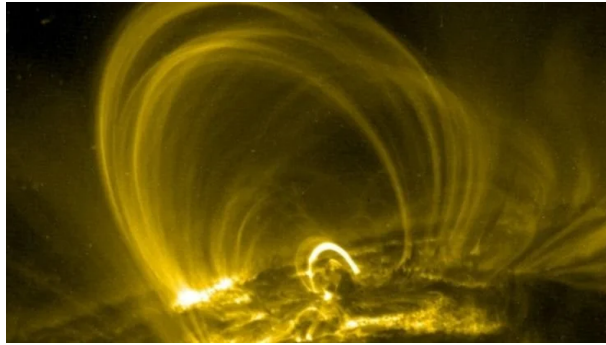


Figura 1.1 – Filamentos de plasma no sol
Fonte: NASA

1.4 Plasma em Laboratório

Segundo (Barnett, 2021), motores de propulsão iônica utilizam plasma para gerar empuxo em naves espaciais, permitindo missões de longa duração com maior eficiência de combustível em comparação com sistemas de propulsão química tradicionais. Um exemplo amplamente utilizado é o propulsor Hall, que acelera íons por meio de um campo elétrico perpendicular a um campo magnético, produzindo um jato de plasma que impulsiona a espaçonave. Esse tipo de motor tem sido empregado com sucesso em missões científicas e comerciais, como nos satélites geoestacionários e nas sondas interplanetárias, devido à sua durabilidade e baixo consumo de propelente.

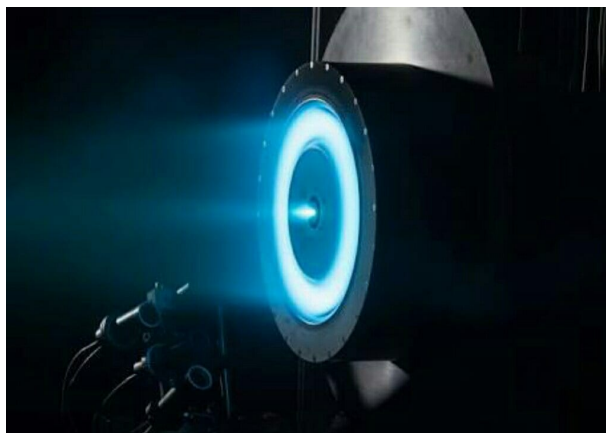


Figura 1.2 – Propulsor de plasma

2 Propulsão Elétrica

2.1 Revisão Histórica

A propulsão elétrica teve início em 1906 com o pesquisador Robert Goddard e, posteriormente, em 1911, com o cientista russo Konstantin Tsiolkovskiy. No entanto, foi somente entre 1929 e 1949 que os conceitos de propulsão elétrica passaram por uma grande expansão, especialmente no contexto do setor espacial, com contribuições de pesquisadores como Hermann, Shepherd e Cleaver ([Goebel, 2008](#)).

O primeiro tipo de propulsor elétrico a ser analisado foi o propulsor iônico, estudado por Ernst Stuhlinger em sua obra *Ion Propulsion for Space*. Esse sistema utilizava césio e mercúrio como propelentes. A partir dessas pesquisas iniciais, diversos programas ao redor do mundo foram criados com o objetivo de desenvolver tecnologias de propulsão elétrica, dada sua utilidade na manutenção da posição de satélites e em missões interplanetárias e de espaço profundo.

Segundo ([Goebel, 2008](#)), durante a Guerra Fria, os Estados Unidos e a União Soviética foram os primeiros países a desenvolverem e lançar propulsores iônicos em órbita. Esses primeiros testes ocorreram na década de 1960 e utilizaram propelentes como césio e mercúrio. A primeira menção documentada aos propulsores Hall remonta à década de 1970, quando foram utilizados pela União Soviética para a manutenção da posição de satélites de comunicação. O uso comercial desses propulsores pelos Estados Unidos teve início em 2004. A Agência Espacial Europeia (ESA) também adotou a tecnologia Hall em suas missões lunares.

Em 1997, os Estados Unidos desenvolveram o primeiro propulsor iônico utilizando xenônio como propelente. Esse propulsor participou da missão *Deep Space 1*, lançada em 1998, marcando a primeira aplicação de propulsão elétrica em uma missão de exploração do espaço profundo. Posteriormente, o Japão também utilizou propulsores iônicos movidos a xenônio na missão *Hayabusa*, destinada ao retorno de amostras de um asteroide.

Na última década, os propulsores elétricos têm se consolidado como uma alternativa promissora aos sistemas de propulsão química. Isso se deve à sua leveza, alta confiabilidade, maior eficiência no uso do propelente, maior vida útil, flexibilidade para realizar manobras orbitais complexas e maior impulso específico.

2.2 Propulsor de Íons

Segundo (Goebel, 2008), os propulsores iônicos são dispositivos que ejetam uma corrente de íons proveniente do plasma. Esses propulsores são utilizados em uma variedade de missões, desde ajustes de órbita até missões de exploração espacial profunda, pois não necessitam de propelentes químicos, que são volumosos e mais pesados.

O funcionamento do propulsor iônico começa com a entrada do gás na câmara de descarga do propulsor. Dentro dessa câmara, elétrons provenientes de um cátodo oco colidem com os átomos de xenônio, arrancando elétrons e produzindo íons positivos. Essa ionização é essencial, pois transforma o propelente em uma forma que pode ser acelerada por campos elétricos.

Em seguida ocorre a aceleração dos íons, etapa descrita por Goebel e Katz como o núcleo do funcionamento dos propulsores iônicos. O motor utiliza um conjunto de grades aceleradoras submetidas a uma diferença de potencial que ultrapassa frequentemente 1.000 V. Os íons positivos são então atraídos pela grade de menor potencial, atingindo velocidades entre 20.000 e 40.000 m/s, muito superiores às obtidas pelos motores químicos convencionais. Essa aceleração eletrostática gera um alto impulso específico, com valores típicos acima de 3.000 s, característica marcante da propulsão elétrica.

Após deixarem o propulsor, os íons constituem um feixe altamente positivo. Para evitar que essa carga elétrica cause efeitos indesejáveis na espaçonave, um segundo cátodo libera elétrons livres, que se combinam com o feixe iônico e o neutralizam. Essa neutralização é indispensável para impedir o acúmulo de cargas ao redor do veículo espacial e para manter o empuxo estável durante a operação

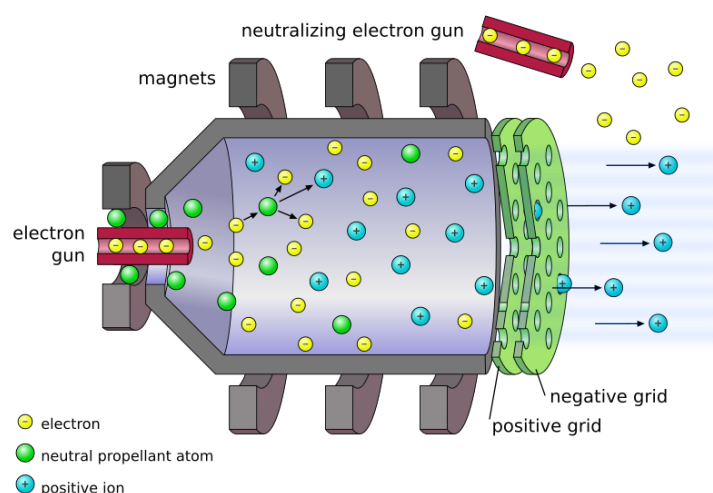


Figura 2.1 – Propulsor Iônico

Fonte: (Barnett, 2021)

2.3 Propulsor Hall

Os propulsores Hall são dispositivos de propulsão elétrica caracterizados por suas altas velocidades de exaustão e elevado impulso específico (Braga; Miranda, 2019). Embora apresentem eficiência ligeiramente inferior em comparação aos propulsores iônicos, destacam-se por gerar maior empuxo e demandar menor potência elétrica para operação.

O propulsor Hall é um tipo de propulsor a plasma composto essencialmente por três partes principais: o cátodo, a região de descarga e o gerador de campo eletromagnético. Durante a operação, estabelece-se um campo elétrico perpendicular ao campo magnético, o que resulta na aceleração eletrostática dos íons até velocidades extremamente elevadas, responsáveis pela exaustão do propelente.

De acordo com (Goebel, 2008), o sistema opera com um campo magnético radial, gerado por bobinas ou ímãs permanentes, que atua sobre os elétrons emitidos pelo cátodo e injetados em direção ao ânodo, localizado na base do canal cilíndrico. O cátodo da descarga encontra-se na parte externa do propulsor, enquanto o ânodo está situado no interior da câmara de descarga. O gás propelente, geralmente xenônio, é injetado por meio do ânodo e ionizado pelos elétrons provenientes do cátodo.

Sob a ação combinada dos campos elétrico e magnético, os elétrons passam a girar em espiral ao redor do eixo do propulsor, na direção $E \times B$, formando a corrente Hall. Essa corrente é fundamental para o funcionamento do sistema, pois é responsável tanto pela ionização do gás neutro injetado logo atrás do ânodo quanto pela aceleração do plasma, devido à interação entre a corrente Hall e o campo magnético (Braga; Miranda, 2019).

Como resultado, os íons acelerados na câmara anular são ejetados a altas velocidades, gerando o empuxo, enquanto os elétrons permanecem confinados na região de descarga, mantendo a neutralidade elétrica e a estabilidade do plasma.

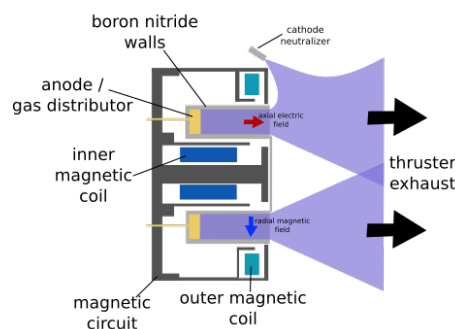


Figura 2.2 – Propulsor Hall
Fonte: (Gulczynski; Spores, 2012)

2.3.1 Propulsor Hall Cilíndrico

O Propulsor Hall Cilíndrico (CHT) é uma tecnologia de propulsão elétrica desenvolvida para aplicações em nanosatélites, como os CubeSats, destacando-se por sua eficiência, simplicidade construtiva e dimensões reduzidas. Ao contrário dos propulsores Hall tradicionais com geometria anular, o CHT adota uma configuração cilíndrica que favorece a miniaturização e pode minimizar a erosão das paredes do canal. (Raitses; Merino; Fisch, 2010)

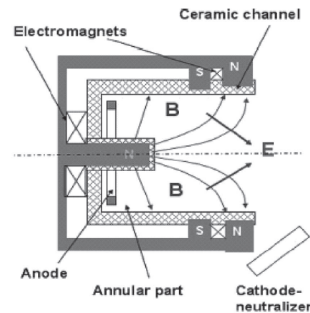


Figura 2.3 – Propulsor Hall Cilíndrico
Fonte: (Raitses; Merino; Fisch, 2010)

Esta monografia apresenta um propulsor Hall cilíndrico simulado com ímãs permanentes, projetado para operar em níveis de baixa potência, variando de 50 a 300W. Esses propulsores são mais leves em comparação com os que utilizam bobinas eletromagnéticas, as quais podem consumir até 100W e reduzir a eficiência do sistema. Além disso, os campos eletromagnéticos externos gerados pelos ímãs permanentes são mais intensos, contribuindo para o aumento do impulso específico (Raitses; Merino; Fisch, 2010).

A ionização ocorre na região anular do propulsor, onde são produzidos íons duplamente carregados, resultando na geração de empuxo. No modelo proposto neste artigo, o propulsor não possui um canal anular, o que ajuda a aumentar a vida útil do dispositivo ao evitar colisões de elétrons com as paredes do canal. (Garrigues; Hagelaar, 2008)

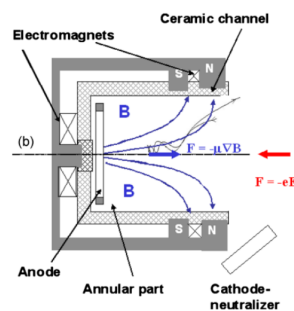


Figura 2.4 – Propulsor Hall Cilíndrico
Fonte: (Raitses; Merino; Fisch, 2010)

A ausência do canal anular reduz significativamente a degradação estrutural, permi-

tindo um funcionamento contínuo por períodos prolongados em missões de longa duração. Adicionalmente, o uso de ímãs permanentes simplifica o projeto térmico do propulsor, eliminando a necessidade de resfriamento ativo das bobinas. A geometria cilíndrica favorece o confinamento magnético do plasma, otimizando a eficiência da aceleração dos íons. Essa configuração tem se mostrado promissora para aplicações em CubeSats e pequenos satélites de observação.

2.3.2 Comparação de desempenho

A Tabela 2.1 apresenta o impulso específico gerado por dois tipos de propulsores químicos e dois tipos de propulsores elétricos. Ao analisar os dados, observa-se que os propulsores elétricos apresentam um impulso específico significativamente maior do que os químicos, o que os torna extremamente eficientes para aplicações em satélites.

Apesar de o propulsor iônico apresentar um impulso específico maior, o propulsor de Hall cilíndrico demonstra uma eficiência superior, como será analisado nos resultados desta monografia. Além disso, o propulsor de Hall requer um consumo de energia significativamente menor quando comparado ao propulsor iônico.

Tabela 2.1 – Comparação entre diferentes tipos de propulsores

Propulsor	Impulso Específico (I_{sp}) (s)	Potência de Entrada (kW)	Faixa de Eficiência (%)	Propelente
Químico (monopropelente)	150–225	20000	20–30	N_2H_4 , H_2O_2
Propulsor de íons	2500–3600	0.4–4.3	40–80	Xenônio
Propulsor de Hall	1500–2000	1.5–4.5	35–60	Xenônio

(Goebel, 2008)

2.4 Princípios de propulsores eletricos

Os propulsores elétricos têm como princípio de funcionamento a aceleração e ejeção de massa. Segundo (Goebel, 2008), quando comparados aos propulsores químicos, os propulsores elétricos apresentam velocidades de exaustão significativamente maiores, o que resulta em um incremento de ΔV mais elevado. Como comparação, os propulsores químicos possuem velocidades de exaustão típicas entre 3 e 4 km/s, enquanto os propulsores elétricos atingem valores na faixa de 10^2 a 10^3 km/s.

2.4.1 Equação do Foguete

A equação do foguete, também conhecida como equação de Tsiolkovsky, descreve a relação entre a variação de velocidade e a razão de massas de um sistema de propulsão. Dessa forma, sua dedução pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\text{Força} = T = M \frac{dv}{dt} \quad (2.1)$$

em que M é a massa da espaçonave, T é o empuxo (ou impulso), dv representa a variação da velocidade e dt a variação do tempo. Considerando o empuxo T como a taxa temporal de variação do momento do propelente, temos:

$$T = -\frac{d}{dt}(m_p v_{ex}) = -v_{ex} \frac{dm_p}{dt} \quad (2.2)$$

onde m_p é a massa do propelente e v_{ex} é a velocidade de exaustão. Se a massa total é igual a $M = m_d + m_p$ e sabendo que a massa varia com o consumo do propelente e reorganizarmos a equação do impulso, temos:

$$T = -v_{ex} \frac{dm_p}{dt} = -v_{ex} \frac{dM}{dt} \quad (2.3)$$

Igualando as equações 2.1 e 2.3, obtém-se a seguinte equivalência:

$$-M \frac{dv}{dt} = -v_{ex} \frac{dm_p}{dt} \quad (2.4)$$

reorganizando a equação geral 2.4, obtemos:

$$dv = -v_{ex} \frac{dM}{m} \quad (2.5)$$

Integrando em relação a v , velocidade final, e v_0 , velocidade inicial, pois se é considerado o movimento em linha reta, adquirisse:

$$\int_{v_0}^v dv = -v_{ex} \int_{m_d+m_p}^{m_d} \frac{dM}{M} \quad (2.6)$$

Resolvendo 2.6, obtem-se :

$$v - v_0 = \Delta v = v_{ex} \ln\left(\frac{m_d + m_p}{m_d}\right) \quad (2.7)$$

O propulsor elétrico torna-se uma opção viável quando analisamos a equação do foguete: para uma mesma missão de observação, a massa de propelente químico necessária pode ser, aproximadamente, 70 vezes maior do que a massa de propelente utilizada por um sistema elétrico. Essa diferença reduz consideravelmente o custo e a massa total da missão, tornando os sistemas de propulsão elétrica especialmente atrativos para aplicações espaciais de longa duração (Goebel, 2008).

2.4.2 Transferência de força em propulsores Hall

Segundo (Goebel, 2008), o gás ionizado é acelerado pelo campo elétrico, mas devido à corrente de Hall, o mecanismo que promove o empuxo é modificado quando comparado ao propulsor iônico, pois o impulso é transferido dos íons para o corpo do propulsor. Para realizar os cálculos, deve-se assumir que $qn_i \approx qn_e$, em que q é a carga elétrica, n_i é a densidade de íons e n_e é a densidade de elétrons. Além disso, supõe-se que as regiões de aceleração elétrica e magnética sejam uniformes e que os íons não estejam magnetizados. Assim, obtém-se a seguinte equação:

$$F_{ion} = 2\pi \int \int qn_i E r dr dz \quad (2.8)$$

Como os elétrons se movimentam transversalmente em relação aos campos $\mathbf{B} \times \mathbf{E}$, deve-se determinar a velocidade dos elétrons v_e .

$$\mathbf{v}_e = \frac{\vec{B} \times \vec{E}}{B^2} \quad (2.9)$$

Se a força eletrostática dos íons e elétrons tem sinais contrários, pode-se concluir que os elétrons não se movem no sentido axial no campo eletromagnético, logo, tem-se o equilíbrio da força de Lorentz.

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.10)$$

Integrando a 2.10, tem-se:

$$F_e = -2\pi \int \int qn_e E r dr dz - 2\pi \int \int en_e v_e B r dr dz = 0 \quad (2.11)$$

Considerando a corrente Hall como sendo, $J_{hall} = -en_e v_e$ e considerar a afirmação que de $F_{ion} = F_{lorentz}$, tem-se que:

$$F_i = -2\pi \int \int qn_e E r dr dz + 2\pi \int \int J_{hall} B r dr dz = 0 \quad (2.12)$$

Integrando 2.12, obtém-se a força nos íons

$$F_i = J_{hall} \times \vec{B} \quad (2.13)$$

Conclui-se pela 2ª Lei de Newton que o empuxo é :

$$T = J_{hall} \times \vec{B} = -F_i \quad (2.14)$$

2.4.3 Empuxo

Como tratado em capitulos anteriores, a velocidade exaustão dos ions é muito alta, logo, pode-se fazer algumas considerações, como:

$$T = v_e \frac{dm_p}{dt} \approx \dot{m}_i v_i \quad (2.15)$$

onde $\dot{m}_i$ é taxa de fluxo de massa e v_i a velocidade iônica. Considerando a conservação de energia v_i e dado por:

$$v_i = \sqrt{\frac{2qV_b}{M}} \quad (2.16)$$

em que V_b é a tensão que o ion foi acelerado e M massa iônica. Para encontrar o empuxo, faze-se necessário encontrar o fluxo de massa iônica, substituir na 2.15.

$$\dot{m}_i = \frac{I_b M}{q} \quad (2.17)$$

Onde I_b é a corrente nos íons Substituindo as equações 3.28 e 2.17 em 2.15, tem-se que:

$$T = I_b \sqrt{\frac{2MV_b}{e}} [Newtons] \quad (2.18)$$

2.4.4 Impulso Específico

O impulso especifico é definido como a razão emtre o empuxo e a taxa de massa do propelente.

$$I_{isp} = \frac{T}{\dot{m}g} \quad (2.19)$$

2.4.5 Eficiência

A eficiência total do propulsor (η_T) é expressa como a razão entre a potência do jato e a potência elétrica total do propulsor

$$\eta_T = \frac{P_{jato}}{P_{in}} \quad (2.20)$$

A potência cinética do jato é dada por:

$$P_{jato} = \frac{1}{2} \dot{m}_p v_e^2 \quad (2.21)$$

em que $\dot{m}_p$ é a vazão mássica do propelente e v_e é a velocidade de exaustão.

O empuxo (T) gerado pelo propulsor pode ser escrito como:

$$T = \dot{m}_p v_e \quad (2.22)$$

Isolando v_e :

$$v_e = \frac{T}{\dot{m}_p} \quad (2.23)$$

Substituindo essa relação na expressão da potência do jato:

$$P_{\text{jato}} = \frac{1}{2} \dot{m}_p \left(\frac{T}{\dot{m}_p} \right)^2 \quad (2.24)$$

$$P_{\text{jato}} = \frac{T^2}{2\dot{m}_p} \quad (2.25)$$

Sendo assim, a potência de qualquer propulsor elétrico é fornecida pela seguinte equação:

$$\eta_T = \frac{P_{\text{jato}}}{P_{\text{in}}} = \frac{T^2}{2\dot{m}_p P_{\text{in}}} \quad (2.26)$$

3 Metodologia

Para realizar a simulação, dois softwares especializados foram utilizados, cada um com um papel específico no processo. O primeiro é o Finite Element Method Magnetic (FEMM), que foi empregado para a geração do modelo geométrico e para a análise do campo eletromagnético associado ao sistema. Este software é amplamente utilizado em estudos envolvendo o método dos elementos finitos para resolver problemas eletromagnéticos com alta precisão.

O segundo software utilizado foi o *HALL Ion Sources* (HALLIS), responsável por simular a geração e o comportamento do plasma no interior do sistema. O HALLIS permite a modelagem detalhada das propriedades do plasma, fornecendo dados essenciais sobre parâmetros como potência e densidade, especialmente em condições de baixa potência, nas quais o comportamento do plasma pode apresentar características particulares. O HALLIS, assim como seu manual de utilização, está disponível gratuitamente no site do desenvolvedor.¹

A combinação dessas duas ferramentas possibilita uma análise integrada e precisa dos fenômenos envolvidos, permitindo a validação e a correlação dos resultados obtidos, principalmente no que se refere à potência e à densidade do plasma gerado, que são fundamentais para a eficiência e o desempenho do sistema em estudo.

3.1 Finite Element Method Magnetic

Para as simulações realizadas com o software FEMM (Finite Element Method Magnetic), as linhas de campo magnético são geradas com base nas equações de Maxwell, considerando o campo magnético como um problema de baixa frequência. Essas equações resolvem problemas magnetostáticos ou magnetodinâmicos quase estacionários, utilizando o método dos elementos finitos. Para gerar os resultados do campo eletromagnético, são utilizadas as equações de Maxwell.

3.1.1 Lei de Gauss

Essa equação é utilizada para garantir que não existam monopolos magnéticos, ou seja, o fluxo magnético é conservado.

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.1)$$

em que $\vec{B}$ é o vetor de indução magnética (medido em tesla, T).

¹ <https://jpb911.wixsite.com/hallis>

3.1.2 Lei de Ampère

Essa equação garante que não ocorra corrente de deslocamento em problemas eletrostáticos.

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (3.2)$$

em que $\mathbf{H}$ é o vetor de campo magnético (A/m) e $\mathbf{J}$ é a densidade de corrente elétrica (A/m²).

3.1.3 Relação Constitutiva do Material

A relação constitutiva entre o campo magnético e o campo de indução magnética é dada por:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.3)$$

onde μ é a permeabilidade magnética do meio (H/m), $\mathbf{B}$ é a indução magnética e $\mathbf{H}$ é o campo magnético.

3.1.4 Formulação 2D

Neste projeto será utilizada a formulação bidimensional (2D), que emprega o potencial vetorial magnético A_z , definido de modo que:

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad \Rightarrow \quad B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}, \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} \quad (3.4)$$

em que $\mathbf{A} = (0, 0, A_z)$ é o vetor potencial magnético, e A_z representa o componente do potencial na direção z .

Equação do Potencial Vetorial A_z com corrente

A partir da combinação das equações de Maxwell e da relação constitutiva do material, obtém-se a equação diferencial que rege o comportamento do potencial vetorial magnético A_z em regime magnetostático bidimensional.

$$\mu \vec{H} = \nabla \times \vec{A} \quad (3.5)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} (\nabla \times \vec{A}) \quad (3.6)$$

Substituindo na Lei de Ampère (4.6), temos :

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\mu} (\nabla \times A_z) \right) = -J_z \quad (3.7)$$

em que μ é a permeabilidade magnética do material (H/m), A_z é o potencial vetorial magnético na direção z (Wb/m), J_z é a densidade de corrente elétrica na direção z (A/m²).

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J_z \quad (3.8)$$

Na forma da equação de Poisson modificada para o domínio magnético (4.8). Ela descreve a distribuição espacial do potencial vetorial magnético A_z em função da corrente elétrica aplicada e das propriedades magnéticas do meio.

Equação do Potencial Vetorial A_z sem corrente

Em regiões sem corrente ($J_z = 0$), a equação reduz-se a:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times A_z \right) = 0 \quad (3.9)$$

o que indica um campo puramente induzido pela distribuição do material magnético (4.10). Essa formulação é a base do método dos elementos finitos utilizado pelo software FEMM, que resolve numericamente o potencial vetorial A_z para determinar o campo magnético $\mathbf{B}$ e o campo $\mathbf{H}$ em todo o domínio analisado.

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.10)$$

3.2 HALL Ion Sources

O software Hallis é uma ferramenta de simulação de plasma que utiliza um modelo híbrido: os elétrons são tratados como um fluido, enquanto os íons e átomos neutros são representados por pseudo-partículas. As simulações podem ser realizadas em 1D ou 2D. Neste trabalho, foi utilizada a configuração 2D. O modelo de fluido para os elétrons considera as equações de continuidade, quantidade de movimento e energia (com distribuição de velocidades de Maxwell). As colisões de elétrons e átomos com as paredes do propulsor também são consideradas. No modelo 2D, assume-se o equilíbrio entre a força elétrica e o gradiente de pressão ao longo das linhas de campo magnético, ou seja, adota-se a aproximação de Morozov.

3.2.1 Átomos e Íons

Segundo (Hagelaar *et al.*, 2002), o programa calcula o movimento dos íons os considerando como partículas. O processo começa com a determinação do potencial elétrico φ dado

pela solução da equação de Poisson. A partir dele, obtém-se o campo elétrico responsável pela aceleração dos íons:

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (3.11)$$

onde $\mathbf{E}$ é o campo elétrico e φ é o potencial eletrostático. O movimento dos íons é calculado integrando a equação de Newton. Como o efeito do campo magnético é desprezível, a aceleração é causada apenas pelo campo elétrico. A velocidade do íon i é atualizada por:

$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \frac{q_i}{m_i} \mathbf{E}_i \Delta t \quad (3.12)$$

onde $\mathbf{v}_i$ é a velocidade do íon, q_i sua carga, m_i sua massa, e Δt o passo de tempo. A posição do íon i é então dada pela seguinte equação:

$$\mathbf{x}_i^{n+1} = \mathbf{x}_i^n + \mathbf{v}_i^{n+1} \Delta t \quad (3.13)$$

onde $\mathbf{x}_i$ é a posição do íon. Para incluir colisões com o gás neutro, o software utiliza o método Monte Carlo, logo, a probabilidade de uma colisão ocorrer em cada passo de tempo é:

$$P = 1 - e^{-\nu\Delta t} \quad (3.14)$$

onde P é a probabilidade de colisão, ν é a taxa de colisão total (ionização, troca de carga e colisão elástica), e Δt é o passo de tempo. Quando uma colisão ocorre, a velocidade do íon é ajustada conforme o tipo de interação. Íons que atingem as paredes são absorvidos, enquanto aqueles que saem pelo canal contribuem para o feixe acelerado. Ao final de cada passo, a densidade de íons é recalculada e a equação de Poisson é resolvida novamente, atualizando o potencial φ e o campo elétrico $\mathbf{E}$. Esse ciclo se repete continuamente permitindo uma maior precisão no movimento dos íons.

3.2.2 Transporte de Elétrons

Para descrever o transporte dos elétrons no software HALLIS, segundo (Choueiri, 2001), considera-se que os elétrons se comportam como um fluido contínuo. Essa abordagem apresenta a vantagem de reduzir significativamente o custo computacional, uma vez que não é necessário acompanhar individualmente o movimento e a velocidade de cada partícula, mas sim tratar o conjunto de elétrons por meio de grandezas médias obtidas a partir das equações de transporte. A equação de continuidade descreve o fluxo dos elétrons; a equação do momento determina a velocidade que eles adquirem; e a equação de energia caracteriza a quantidade de energia que esses elétrons transportam no plasma.

3.2.2.1 Equação da Continuidade

Partimos da equação da continuidade para elétrons, de acordo com (Hagelaar *et al.*, 2002), expressa a conservação do número de partículas eletrônicas em um volume de controle. Seja n_e o número de elétrons por unidade de volume, temos:

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Gamma}_e = S_e, \quad (3.15)$$

em que $\mathbf{\Gamma}_e$ representa o fluxo de elétrons e S_e corresponde ao termo fonte (ou poço), englobando processos de ionização, recombinação ou injeção.

O fluxo de elétrons pode ser escrito em função da velocidade média eletrônica $\mathbf{v}_e$:

$$\mathbf{\Gamma}_e = n_e \mathbf{v}_e. \quad (3.16)$$

Para determinar $\mathbf{v}_e$, utilizamos a equação de balanço de momento dos elétrons, que, em sua forma simplificada, é dada por:

$$m_e n_e \left(\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \mathbf{v}_e \right) = -en_e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e - m_e n_e \nu_m \mathbf{v}_e. \quad (3.17)$$

Nessa expressão, m_e é a massa do elétron, $-e$ é sua carga elétrica, ν_m é a frequência média de colisões elásticas (transferência de momento) e p_e é a pressão eletrônica.

Para encontrar $\mathbf{v}_e$, algumas simplificações são adotadas. A primeira é desprezar os termos inerciais, assumindo que a derivada temporal de $\mathbf{v}_e$ e o termo convectivo $\mathbf{v}_e \cdot \nabla \mathbf{v}_e$ são nulos. A segunda é considerar um regime em que o efeito magnético é desprezável, de modo que $\mathbf{v}_e \times \mathbf{B} = 0$. Com essas hipóteses, a equação de balanço de momento dos elétrons pode ser simplificada e resolvida explicitamente para $\mathbf{v}_e$. Assim, obtém-se a seguinte expressão para a velocidade dos elétrons no fluido:

$$\mathbf{v}_e = -\mu_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{en_e} \nabla p_e \right) \quad (3.18)$$

Mobilidade e Difusão

Define-se a *mobilidade eletrônica* μ_e e o *coeficiente de difusão* D_e como:

$$\mu_e = \frac{e}{m_e \nu_m}, \quad (3.19)$$

$$D_e = \frac{k_B T_e}{m_e \nu_m}. \quad (3.20)$$

Substituindo 3.18 em 3.16 encontra-se o fluxo do elétrons.

$$\mathbf{\Gamma}_e = -\mu_e n_e \mathbf{E} - D_e \nabla n_e. \quad (3.21)$$

Equação de Transporte de Elétrons

Ao substituir 3.21 na 3.15, obtemos a equação de transporte dos elétrons.

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (-\mu_e n_e \mathbf{E} - D_e \nabla n_e) = S_e. \quad (3.22)$$

3.2.2.2 Equação de Momento dos Elétrons

A equação de momento descreve o balanço de forças que atuam sobre o fluido eletrônico no plasma. Partindo da segunda lei de Newton, tem-se:

$$\vec{F} = m_e \vec{a}_e \quad (3.23)$$

ou, em termos de densidade de força:

$$m_e n_e \frac{d\vec{V}_e}{dt} = n_e q_e (\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) - \nabla p_e - m_e n_e \nu \vec{V}_e, \quad (3.24)$$

onde $q_e = -e$ é a carga do elétron, ν é a frequência efetiva de colisões elétron-neutro, p_e é a pressão eletrônica, e $\vec{E}$ e $\vec{B}$ representam os campos elétrico e magnético.

Aproximação de Regime Estacionário

Assume-se que o fluido eletrônico responde rapidamente às variações do campo, de modo que o termo inercial é desprezível. Assim, a equação de momento reduz-se a:

$$0 = -en_e (\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) - \nabla p_e - m_e n_e \nu \vec{V}_e. \quad (3.25)$$

Rearranjando os termos, obtém-se:

$$m_e n_e \nu \vec{V}_e = -en_e (\vec{E} + \vec{V}_e \times \vec{B}) - \nabla p_e. \quad (3.26)$$

Componente Paralela ao Campo Magnético

Na direção paralela ao campo magnético ($\vec{V}_\parallel \times \vec{B} = 0$), a equação simplifica-se para:

$$m_e n_e \nu \vec{V}_{e\parallel} = -en_e \vec{E}_\parallel - \nabla_\parallel p_e, \quad (3.27)$$

resultando em:

$$\vec{V}_{e\parallel} = -\frac{e}{m_e \nu} \vec{E}_\parallel - \frac{1}{m_e n_e \nu} \nabla_\parallel p_e. \quad (3.28)$$

Aplicando a Lei dos Gases Ideais

Considerando que a pressão eletrônica é dada por $p_e = n_e k_B T_e$, temos:

$$\nabla_{\parallel} p_e = k_B T_e \nabla_{\parallel} n_e + n_e k_B \nabla_{\parallel} T_e. \quad (3.29)$$

Substituindo 3.29 em 3.28, tem-se a seguinte equação:

$$\vec{V}_{e\parallel} = -\frac{e}{m_e \nu} \vec{E}_{\parallel} - \frac{k_B}{m_e \nu} \nabla_{\parallel} T_e - \frac{k_B T_e}{m_e \nu n_e} \nabla_{\parallel} n_e. \quad (3.30)$$

Forma com Mobilidade Eletrônica

Definindo a mobilidade eletrônica como:

$$\mu_e = \frac{e}{m_e \nu}, \quad (3.31)$$

a expressão da velocidade média dos elétrons torna-se:

$$\vec{V}_{e\parallel} = -\mu_e \left(\vec{E}_{\parallel} + \frac{1}{en_e} \nabla_{\parallel} (n_e T_e) \right) \quad (3.32)$$

3.2.2.3 Energia

Segundo (Choueiri, 2001), a equação de energia deriva da equação de Boltzmann, essa equação descreve estatisticamente a energia dos elétrons. Nesse processo, considera-se que os elétrons possuem uma energia média relacionada à temperatura eletrônica e que essa energia é transportada pelo fluxo de partículas e modificada pelos campos elétrico e magnético, além das colisões presentes no plasma.

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f_e - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f_e = \left(\frac{\partial n_e}{\partial t} \right)_{\text{col}} \quad (3.33)$$

A partir dessa equação fundamental, multiplica-se a equação de Boltzmann por funções da velocidade associadas à energia cinética e integra-se no espaço das velocidades, logo, se obtém a seguinte equação de energia dos elétrons:

$$\frac{\partial (n\epsilon)}{\partial t} + \frac{5}{3} \nabla \cdot (\Gamma \epsilon) - \frac{10}{9} \nabla \cdot (\mu n \nabla \epsilon) = -e \mathbf{E} \cdot \Gamma - N_i k - nW. \quad (3.34)$$

Nessa expressão, o termo Γ representa o fluxo de partículas que transporta energia, enquanto o termo proporcional a $\mu n \nabla \epsilon$ descreve o transporte difusivo associado à condutividade eletrônica. O termo $-e \mathbf{E} \cdot \Gamma$ corresponde ao aquecimento Joule relacionado ao transporte de elétrons no campo elétrico, enquanto os termos $N_i k$ e nW representam as perdas de energia para os íons e as perdas inelásticas associadas a processos colisionalmente excitativos.

4 Resultados Configuração Anterior

Serão utilizados ímãs permanentes em vez de bobinas, uma vez que as bobinas, além de serem mais pesadas, consomem cerca de 100 W, potência significativa que poderia ser aproveitada em outras funções essenciais do satélite. Como esta monografia tem como foco o desenvolvimento de um propulsor para nanosatélites, a escolha por ímãs permanentes contribui para a redução do consumo energético e da massa total do sistema (Garrigues; Hagelaar, 2008).

4.1 FEMM

Os ímãs utilizados para gerar a simulação no software FEMM são feitos de samário-cobalto 32. As simulações foram realizadas utilizando um modelo 2D com formato assimétrico para gerar o campo eletromagnético. Como se trata de uma imagem 2D, a simulação foi definida como um semicírculo contido dentro de uma condição de contorno composta por 7 camadas, impedindo a influência externa.

Os ímãs possuem as seguintes dimensões: o primeiro mede 10 x 10 cm, e os outros dois medem 2 x 10 cm cada. A malha, com 11.841 nós, gerada entre os ímãs e a câmara, foi criada pelo próprio software, mantendo uniformidade e alta resolução para os cálculos do campo eletromagnético. Ao final da simulação, os dados gerados em um arquivo do FEMM são utilizados para iniciar a simulação no software seguinte (Hallis), que processa os dados para gerar a densidade simulada, potência e plasma.

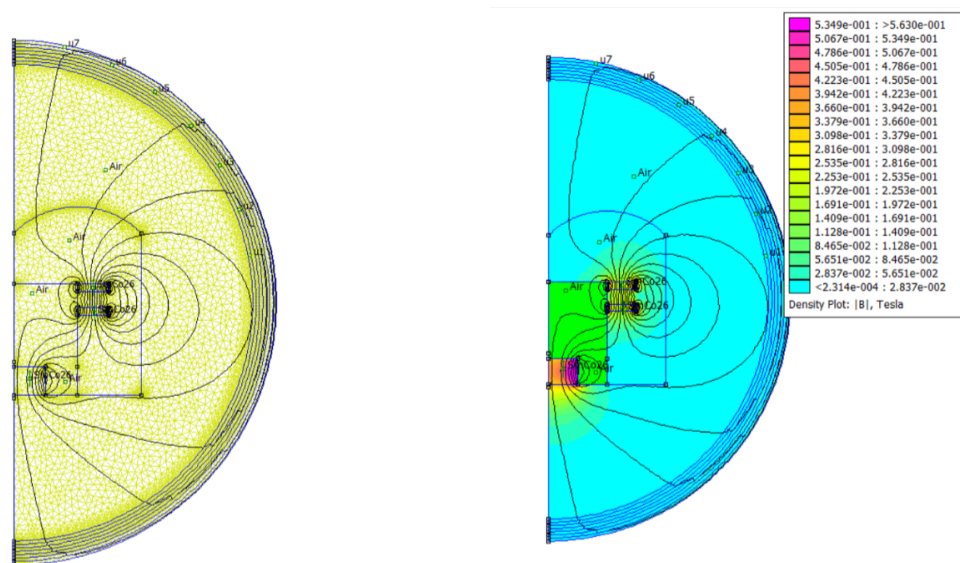


Figura 4.1 – Nós e Campo eletromagnético no FEMM

4.2 HALLIS

Neste estudo, foram considerados níveis de tensão de 50 V e 150 V nas simulações, com o objetivo de avaliar o comportamento do propulsor sob diferentes entradas de potência elétrica. Foram obtidos resultados para o consumo de potência elétrica e a densidade de plasma gerada no interior do propulsor, fornecendo informações essenciais para a compreensão do funcionamento do dispositivo e orientação para sua otimização.

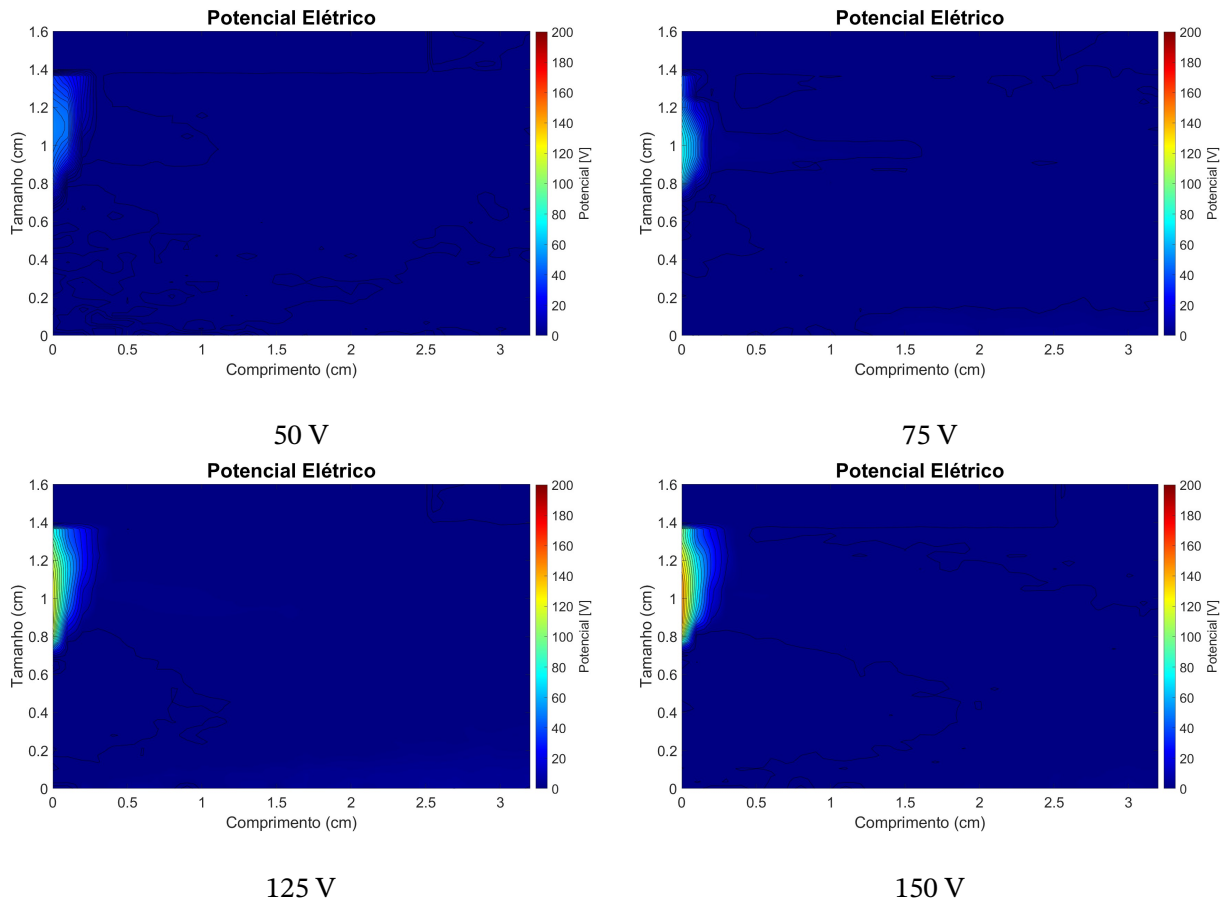


Figura 4.2 – Distribuição de potência no ânodo para diferentes tensões aplicadas

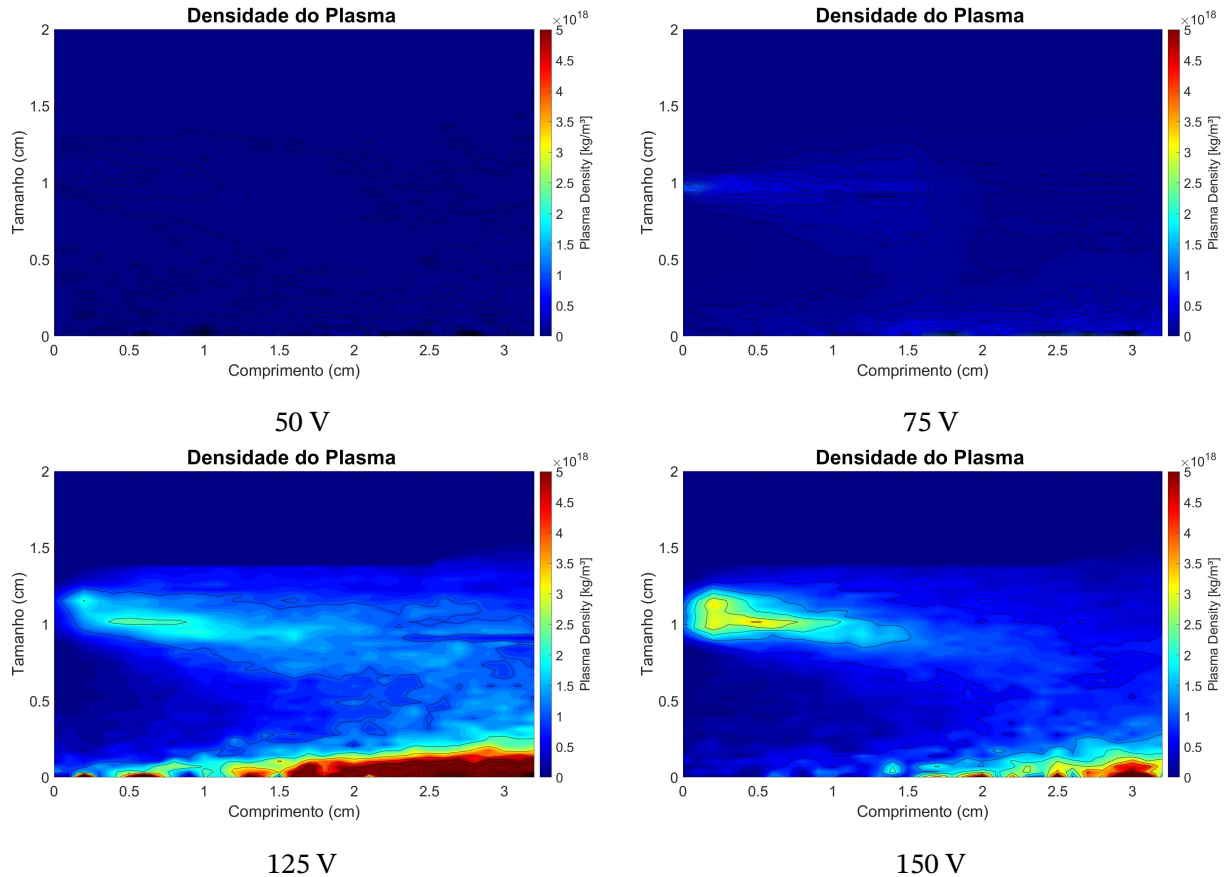


Figura 4.3 – Distribuição da densidade de plasma no ânodo para diferentes tensões aplicadas

Observa-se que o potencial eletrostático atinge seu valor máximo próximo ao ânodo e diminui gradualmente ao longo da direção axial em direção à saída do canal. A densidade de plasma é maior próxima ao eixo central ($Y = 0$), com um pico localizado próximo ao ânodo, causado por colisões entre elétrons presos e átomos neutros, que intensificam a ionização. As distribuições de densidade de plasma apresentadas nas Figuras 4.3 e 4.2 também revelam uma região estreita que se estende do ânodo até a região central na saída do canal, onde são registrados os maiores valores.

4.2.1 Análise de Desempenho

Ao analisar o desempenho apresentado na Tabela 4.1 e compará-lo com os resultados de outros artigos, observou-se que os valores obtidos não representam um comportamento típico de propulsores Hall. Dessa forma, torna-se necessária a remodelação do propulsor, a fim de alcançar um desempenho mais consistente e alinhado aos valores esperados pelas simulações.

Tabela 4.1 – Desempenho do propulsor Hall em diferentes tensões

Tensão (V)	Eficiência	Empuxo (mN)	ISP (s)	Potência (W)
50	0,001	0,169	3,44	2,399
75	0,010	1,008	20,56	11,046
125	0,127	14,472	295,04	166,852
150	0,194	22,435	457,38	263,980

5 Resultados Nova Configuração

5.1 Motivação

Em busca de melhores resultados de desempenho, observou-se que o propulsor anteriormente proposto apresentava baixa eficiência quando comparado com (Raites; Merino; Fisch, 2010). Com base em novos estudos, como o trabalho *Performance of a Low-Power Cylindrical Hall Thruster* (Polzin *et al.*, 2002), constatou-se que a eficiência, a potência, o empuxo e o impulso específico obtidos estavam muito abaixo do esperado para um propulsor desse tipo.

Segundo (Polzin *et al.*, 2002), um propulsor CHT deve apresentar um impulso específico situado na faixa de 1000–1500 s, o que demonstra maior coerência com valores observados em outros propulsores de porte semelhante. Observando o gráfico 5.1 abaixo, percebe-se que o impulso específico fornecido pelo modelo 1 encontra-se fora dessa faixa, o que reforça a necessidade de uma mudança na geometria do propulsor.

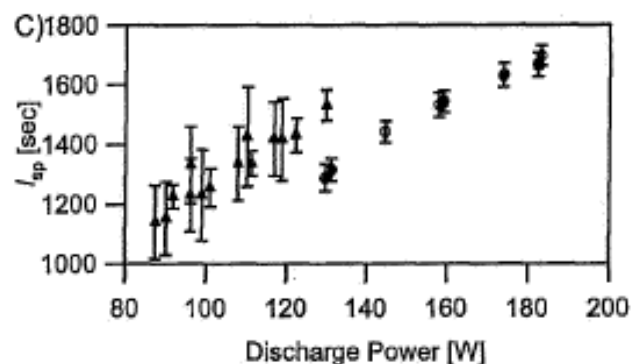


Figura 5.1 – Gráfico de referência
(Polzin *et al.*, 2002)

A partir dos dados apresentados na Figura 5.1, foi proposta uma nova configuração para o propulsor. Essa configuração tem como base o propulsor descrito no artigo de Raites, como na figura 5.2. Com isso, o modelo foi adaptado para alcançar o maior desempenho possível, organizando-se os cátodos e ânodos de forma otimizada.

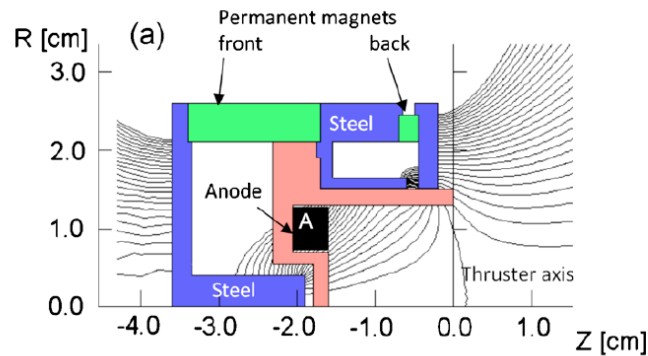


Figura 5.2 – Propulsor porposto por Raites
(Raitses; Merino; Fisch, 2010)

5.2 FEMM

Os ímãs utilizados para gerar a simulação no software FEMM são feitos de samário-cobalto 32. As simulações foram realizadas utilizando um modelo 2D com formato assimétrico para gerar o campo eletromagnético. Os ímãs possuem as seguintes dimensões: o primeiro mede 0.5 x 0.2 cm, e os outro mede 0,5 x 1,6 cm cada. A malha, com 11.841 nós, gerada entre os ímãs e a câmara, foi criada pelo próprio software, mantendo uniformidade e alta resolução para os cálculos do campo eletromagnético. Ao final da simulação, os dados gerados em um arquivo do FEMM são utilizados para iniciar a simulação no software seguinte (Hallis), que processa os dados para gerar a densidade simulada, potência e plasma.

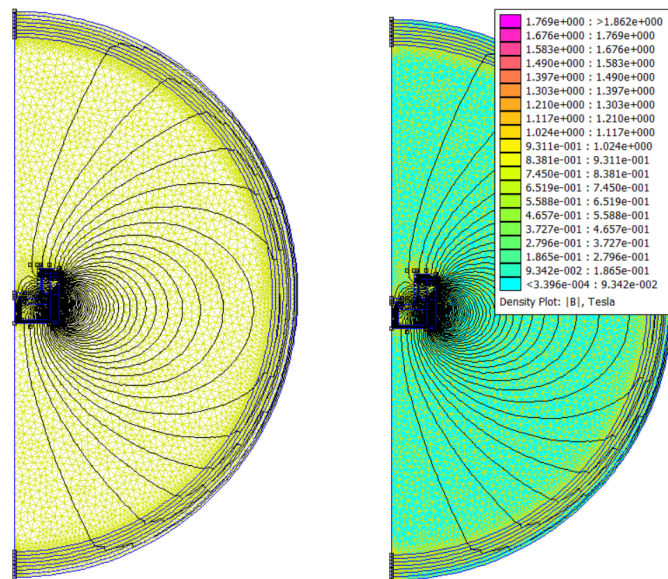


Figura 5.3 – Resultados simulados no FEMM: à esquerda, a malha do domínio; à direita, as linhas de campo eletromagnético obtidas.

A simulação, figuras 5.4 e 5.5, demonstra o novo formato do propulsor a ser simulado

pelo HALLIS, modelo este que foi proposto no artigo Cylindrical Hall thrusters with permanent magnets, em que os ímãs estão orientados em sentidos opostos, provocando um aumento no campo magnético do propulsor e promovendo melhores condições de simulação.

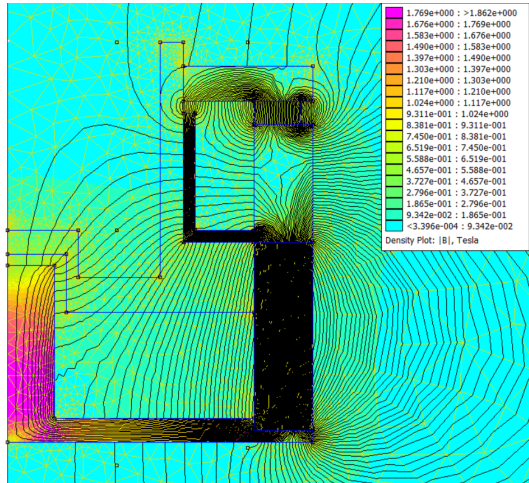


Figura 5.4 – Campo Magnético gerado por ímãs em sentido contrário

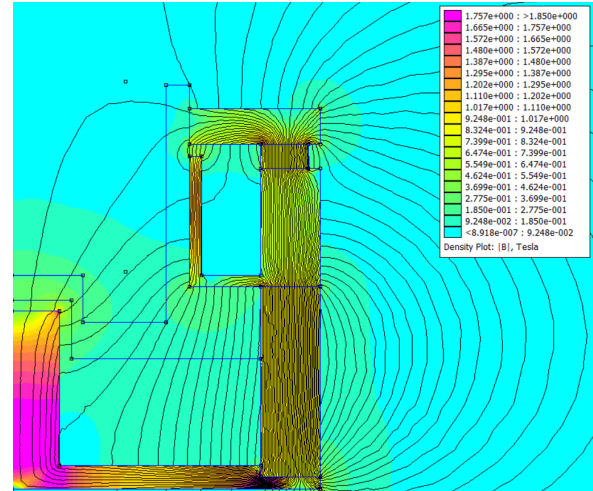


Figura 5.5 – Campo Magnético gerado por ímãs em mesmo sentido

Ao analisar os campos magnéticos dos ímãs, observa-se que os arranjos com ímãs orientados em sentidos opostos são os que mais se aproximam do campo magnético desejado para a geração das simulações no FEMM, uma vez que o campo resultante é mais intenso nessa região, no caso do ânodo.

De acordo com o artigo de Raites, o campo magnético ideal situa-se na faixa entre 500 e 1000 gauss. Nos gráficos apresentados abaixo, é possível identificar esse comportamento justamente nas curvas correspondentes aos arranjos com ímãs em orientações opostas.

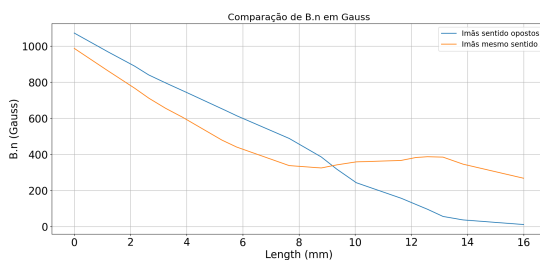


Figura 5.6 – Eixo normal

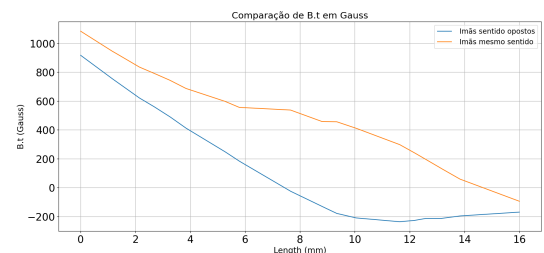


Figura 5.7 – Eixo Tangente

A partir disso, observando os gráficos, nota-se que o ponto -2,5 equivale a 0 nos gráficos 5.6 e 5.7. Além disso, as medições apresentadas em ambos os gráficos são realizadas a partir do ponto final onde se encontra a saída do canal. Ao analisar o gráfico apresentado por Raites, observa-se que o arranjo em que os ímãs possuem orientações opostas é o que mais se aproxima da solução desejada para o propulsor.

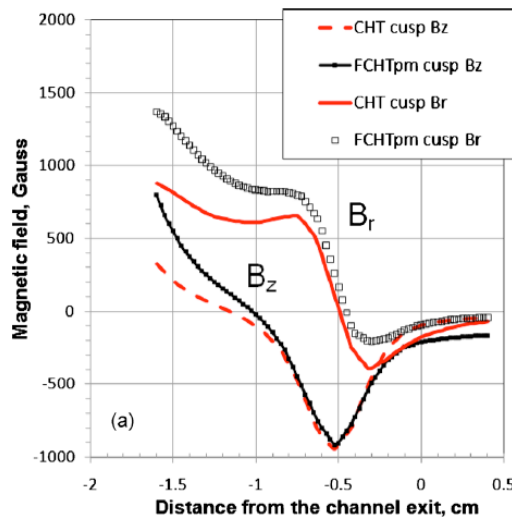


Figura 5.8 – Gráfico do Campo magnético gerado pelo artigo (Raitses; Merino; Fisch, 2010)

Considerando B_z como o componente tangencial e B_r como o componente normal, e tomando as linhas vermelhas continua (campo magnetico no eixo normal) e as linhas vermelha tracejada (campo magnetico no eixo tangencial) como representativas do CHT com ímãs permanentes, observa-se que o campo ideal, de acordo com Raites e com as análises realizadas a partir dos dados fornecidos pelo FEMM, é melhor atendido pelo arranjo em que os ímãs estão em sentidos opostos. Esse arranjo é o que mais se aproxima do modelo desejado para as simulações no software *Hallis*.

5.3 HALLIS

Após as análises do campo magnético e a identificação da configuração mais adequada, os dados do campo foram repassados ao programa *Hallis*, que forneceu o potencial elétrico e a densidade do plasma. Como analisado nos resultados anteriores, foram estudadas tensões de 50 a 200 V, com o objetivo de reavaliar o comportamento da nova configuração sob diferentes condições de operação.

Cabe ressaltar que, além das modificações estruturais, o cátodo também foi reposicionado em diferentes locais ao longo do propulsor. Dessa forma, diversas configurações foram testadas com o objetivo de identificar arranjos capazes de melhorar o desempenho e aumentar a eficiência do sistema.

Os resultados indicaram que a melhor posição para o cátodo foi obtida em aproximadamente $x = 2$ e $y = 3$. Além disso, também foi avaliada a configuração proposta por Garrigues, que sugere a alocação do cátodo na posição $x = 3.5$ e $y = 5.4$, permitindo uma comparação direta entre diferentes arquiteturas de injeção de elétrons.

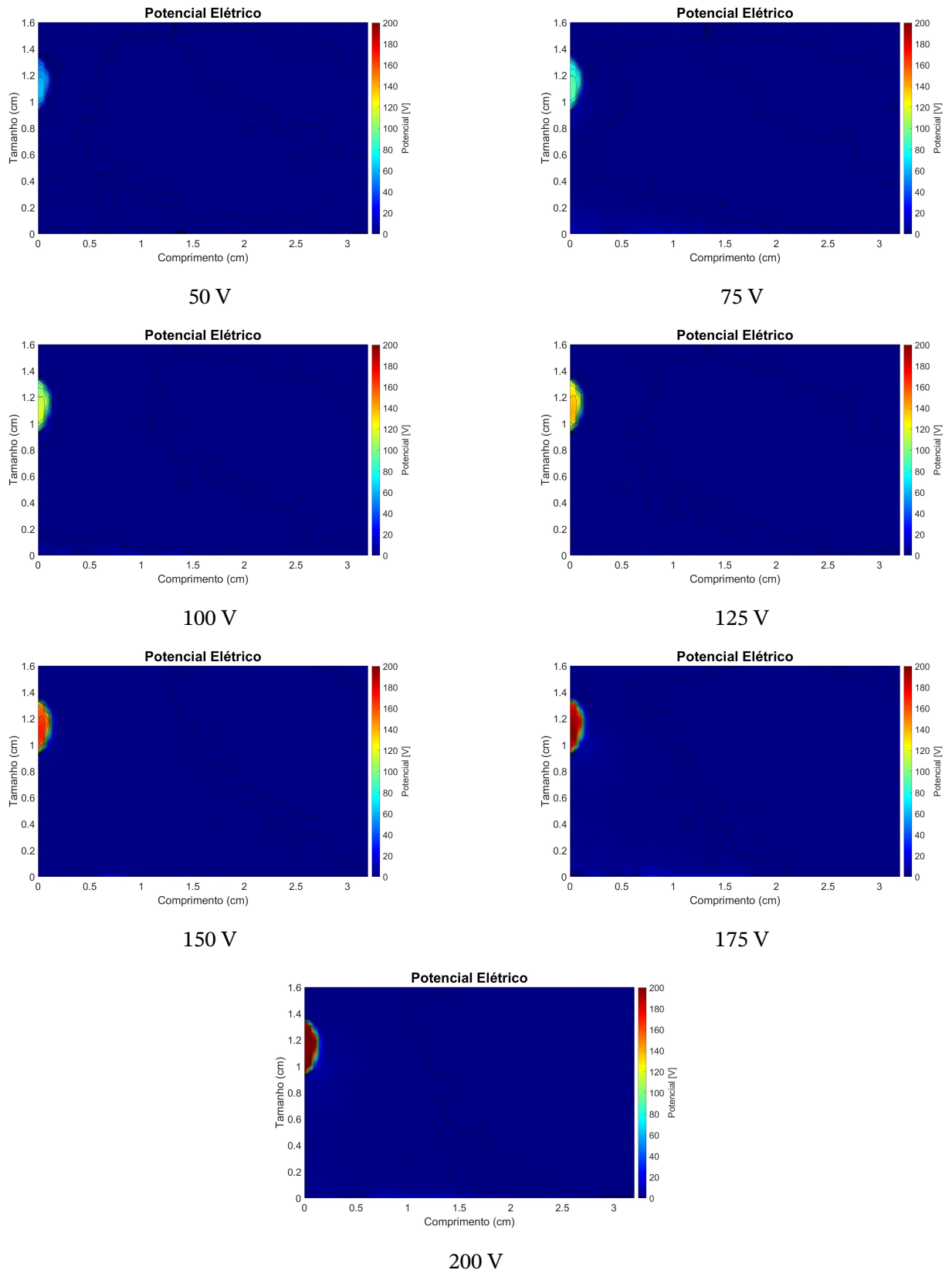


Figura 5.9 – Distribuições de potencial elétrico para diferentes tensões aplicadas.

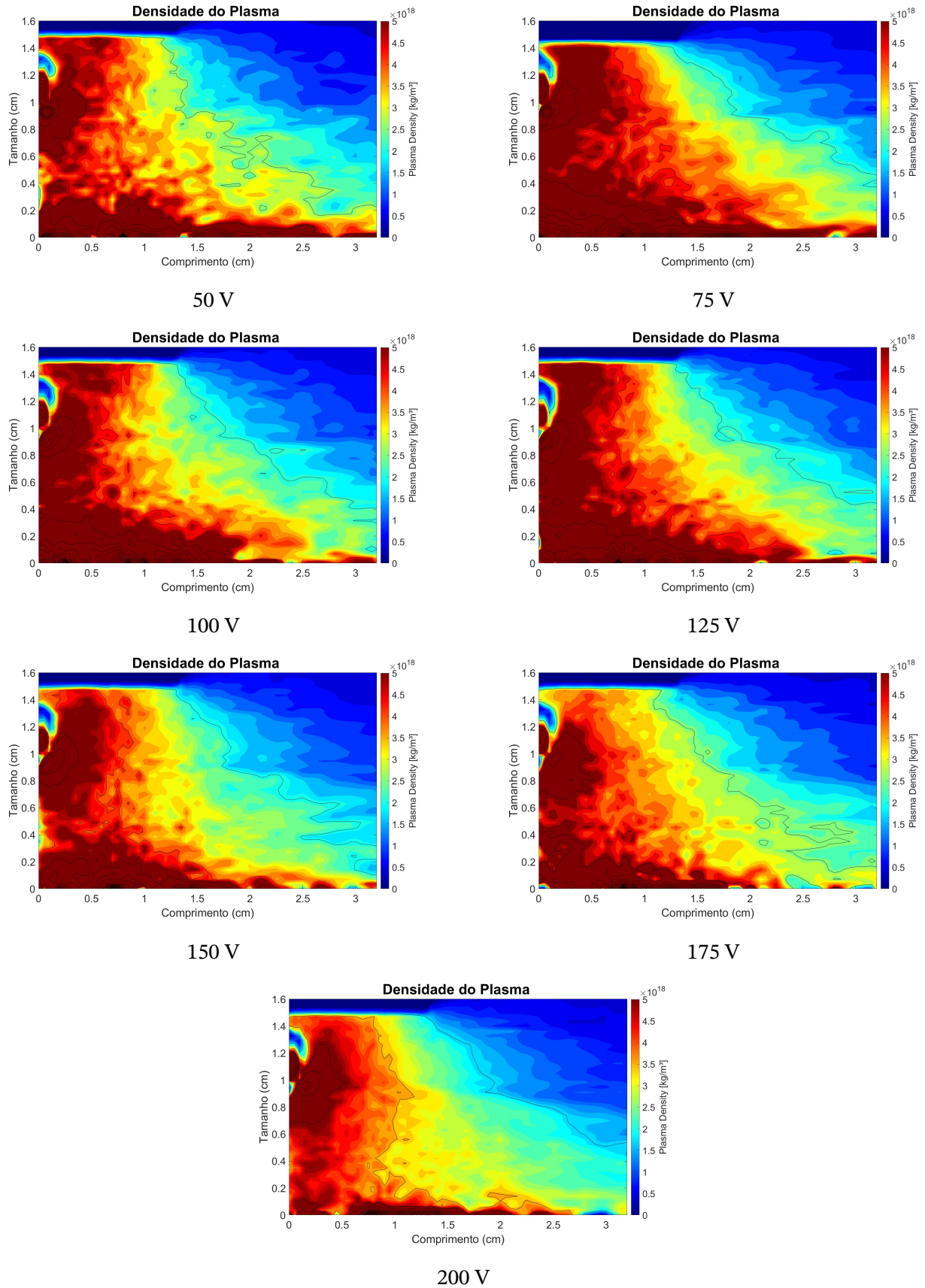


Figura 5.10 – Distribuições de densidade de plasma para diferentes tensões aplicadas.

Próximo ao ânodo, o potencial eletrostático é mais elevado, criando um gradiente que

diminui progressivamente em direção à saída do canal. Esse gradiente contribui para o aprisionamento de elétrons, que ao colidirem com átomos neutros aumentam a taxa de ionização, produzindo uma densidade de plasma maior na linha central ($Y = 0$). Como mostrado nas Figuras 5.9 e 5.10, forma-se uma região estreita que se estende do ânodo até a área central da saída do canal, onde a densidade atinge seus valores máximos.

5.4 Análise de Desempenho

Com base nos trabalhos de Raites e Polzin, observa-se que na tabela 5.1 que os valores de impulso específico obtidos aproximam-se dos resultados apresentados na literatura para propulsores com configurações semelhantes. Além disso, os valores de eficiência também mostram boa concordância com aqueles reportados pelos autores, indicando que a configuração analisada apresenta desempenho compatível com o esperado para sistemas reais de propulsão elétrica. Esses resultados reforçam a validade do modelo adotado e a aderência do propulsor às características típicas de dispositivos Hall cilíndricos miniaturizados.

Tabela 5.1 – Desempenho do propulsor Hall para diferentes tensões.

Tensão (V)	Eficiência	Empuxo (mN)	ISP (s)	Pot
50	0,576	38,257	779,96	333,12
75	0,521	43,202	880,77	448,937
100	0,545	48,762	994,13	550,83
125	0,565	55,652	1134,59	695,329
150	0,564	53,570	1094,54	562,201
175	0,390	55,863	1138,44	619,596
200	0,541	59,240	1204,80	659,85

Ao analisar os gráficos de comparação, observa-se que os valores obtidos para o propulsor apresentam boa concordância com as referências experimentais reportadas por (Raites; Merino; Fisch, 2010) e (Polzin *et al.*, 2002). Esse alinhamento indica que o desempenho simulado, especialmente em termos de eficiência e impulso específico, está coerente com o comportamento esperado para propulsores Hall de configuração semelhante, como Observado nas figuras 5.12 e 5.14.

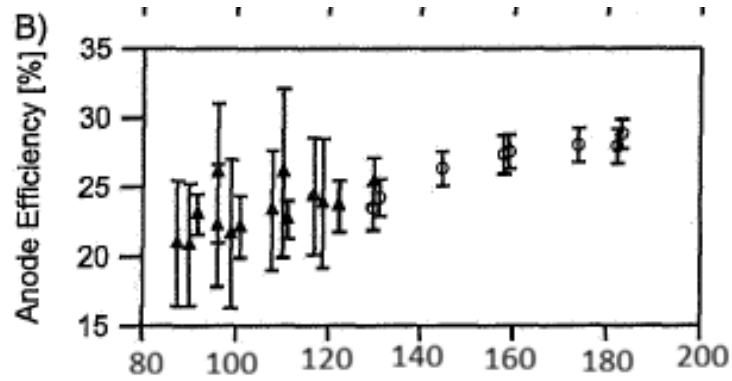


Figura 5.11 – Dados da eficiência da Referência
(Polzin *et al.*, 2002)

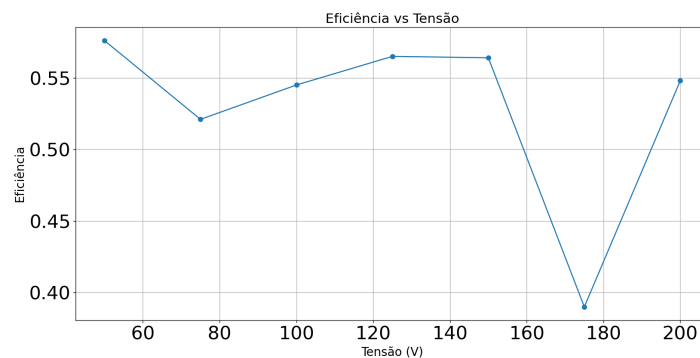


Figura 5.12 – Dados da eficiência da Simulação

Ao observar a eficiência do ponto 7, verificou-se uma inconsistência no desempenho do propulsor. Isso ocorre porque o software reinicia sempre de modo diferente após a inicialização, fazendo com que esses valores apresentem pequenas variações. Contudo, esse ponto deve ser simulado novamente e, caso a inconsistência persista, será necessário reavaliar a simulação e buscar novos meios de ajustar esse parâmetro. Além disso, cabe-se ressaltar de fluxo massico esta muito elevado para esse propulsor o que pode provocar essa queda abrupta.

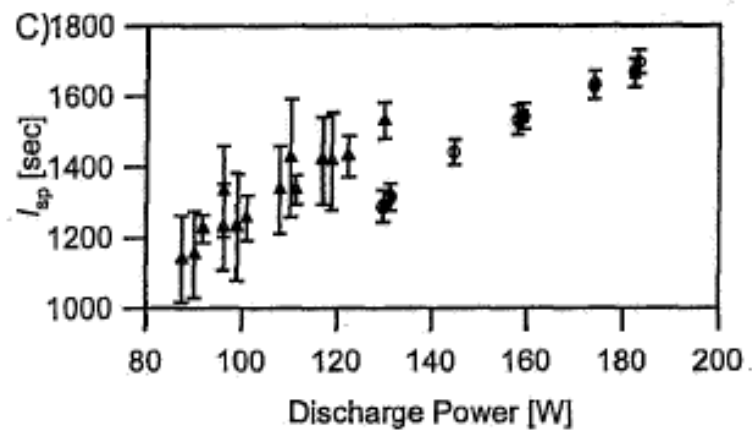


Figura 5.13 – Dados do I_{sp} da Referência
(Polzin *et al.*, 2002)

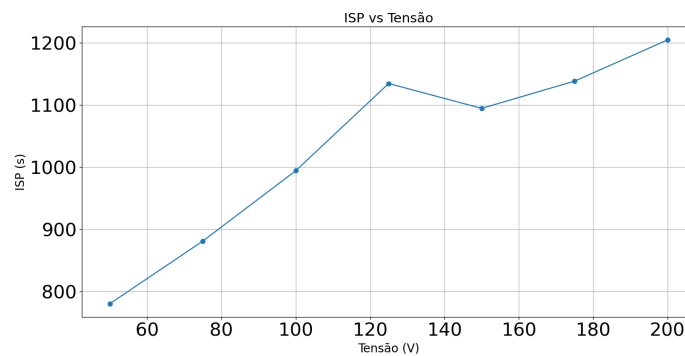


Figura 5.14 – Dados do I_{sp} da Simulação

Ao analisar os gráficos, pode-se observar que a eficiência e o I_{sp} apresentam comportamento semelhante aos resultados fornecidos pelos autores. Nos gráficos apresentados por eles, a variação de um ponto para outro ocorre devido ao próprio software utilizado, que reinicia de forma aleatória alguns parâmetros internos, causando pequenas flutuações nas imagens e curvas geradas.

Da mesma forma, as simulações realizadas para esta monografia também apresentaram variações a cada nova execução do software, o que reforça a coerência entre os resultados obtidos e aqueles reportados na literatura. Além disso, observou-se que a potência e a eficiência simulada é ligeiramente superior à apresentada nos artigos de referência.

6 Conclusão

A análise do potencial eletrostático revela uma queda significativa ao longo do canal do propulsor, diretamente associada à posição do ânodo, localizado no centro do sistema. As imagens da densidade do plasma (Figuras 16 e 17) mostram um acúmulo pronunciado na região anular próxima à saída do canal ($x < 1,5$ cm) e ao redor do ânodo. Além disso, observa-se a formação de uma faixa de plasma de alta densidade que se estende do ânodo até a região central na saída, indicando uma maior concentração de partículas nessa área.

Esse comportamento se intensifica com o aumento da tensão aplicada ao ânodo, promovendo uma ionização mais elevada. Isso ocorre devido à presença de elétrons presos em regiões com campos magnéticos mais intensos, os quais colidem com átomos neutros, aumentando a densidade do plasma.

Ao analisar os gráficos e figuras da nova proposta, verifica-se que os resultados obtidos estão próximos daqueles apresentados na literatura e em artigos especializados. A avaliação do campo magnético gerado pelo novo propulsor demonstra uma clara semelhança, tanto no componente tangencial quanto no componente normal, com os resultados apresentados por Raites.

Além disso, a análise das linhas de campo evidencia que a configuração com os ímãs dispostos em sentido invertido é a que apresenta o melhor desempenho. Essa configuração gera um campo magnético mais intenso na região próxima ao ânodo, favorecendo a produção de elétrons e íons no canal anular. Como consequência, observa-se um aumento da densidade de plasma na região central do propulsor, o que contribui para a obtenção de um maior impulso específico e eficiência.

Contudo, observou-se que a potência e a eficiência do propulsor apresentaram valores ligeiramente superiores aos de referência. Esse comportamento provavelmente está associado ao fluxo adotado no software de simulação, que pode ter sido configurado com valores elevados, ocasionando uma possível saturação do propulsor durante o processo computacional. Acredita-se que, após a redução dos parâmetros relacionados ao fluxo mássico e à temperatura, seja possível estabilizar a simulação e obter valores ainda mais próximos aos apresentados no artigo de referência.

Além disso, cabe salientar que novas configurações na posição do cátodo podem produzir diferenças significativas nos resultados obtidos pelas simulações. Ajustes na localização do cátodo podem alterar diretamente a distribuição de elétrons no canal, influenciando o processo de ionização e, consequentemente, o desempenho global do propulsor.

Após as simulações e a confirmação de que o novo propulsor apresenta desempenho superior, aproximadamente três vezes maior que o do modelo anterior em praticamente

todos os parâmetros avaliados, observou-se que as configurações que proporcionaram os melhores resultados foram 125 V, 175 V e 200 V, sendo esta última associada à menor corrente consumida. Dessa forma, recomenda-se que trabalhos futuros investiguem essas configurações com maior profundidade, visando aprimorá-las e alcançar resultados ainda mais próximos ou melhores daqueles obtidos pelos autores dos artigos que fundamentam esta monografia.

Referências

- BARNETT, G. M. **Advanced Electric Propulsion: Technologies and Mission Applications**. [S.l.]: CRC Press, 2021. Citado nas pp. 9, 20 e 22.
- BITTENCOURT, J. A. **Fundamentals of Plasma Physics**. 3rd. ed. [S.l.]: Springer, 2004. ISBN 978-1-4757-0576-7. Citado nas pp. 17, 18 e 19.
- BRAGA, L. L.; MIRANDA, R. A. Particle-in-cell numerical simulation of the phall-iic hall thruster. **Plasma Physics Laboratory**, 2019. Citado na p. 23.
- CHEN, F. F. **Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion**. [S.l.]: Springer, 2016. Citado na p. 19.
- CHOUEIRI, E. Y. Fundamental difference between the two hall thruster modes. **Physics of Plasmas**, v. 8, n. 11, 2001. Citado nas pp. 15, 33 e 36.
- CZARNETZKI, U. **Basic Course in Plasma Physics**. [S.l.]: Springer, 2025. Citado na p. 17.
- GARRIGUES, L.; HAGELAAR, G. J. M. Simulations of a miniaturized cylindrical hall thruster. **IEEE TRANSACTIONS ON PLASMA SCIENCE**, 2008. Citado nas pp. 24 e 37.
- GOEBEL, D. M. **Fundamentals of Electric Propulsion: Ion and Hall Thrusters**. [S.l.]: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 2008. (JPL Space Science and Technology Series). Citado nas pp. 21, 22, 23, 25, 26 e 27.
- GULCZINSKI, F. S.; SPORES, R. A. Analysis of hall-effect thrusters and ion engines for orbit transfer missions. **123**, 2012. Citado nas pp. 9 e 23.
- HAGELAAR, G.; BAREILLES, J.; GARRIGUES, L.; BOEUF, J.-P. Two-dimensional model of a stationary plasma thruster. **Journal of Applied Physics**, v. 91, n. 9, p. 5592–5598, 2002. DOI [10.1063/1.1465125](https://doi.org/10.1063/1.1465125). Citado nas pp. 32 e 34.
- POLZIN, K. A.; MARKUSIC, T. E.; STANOJEV, B. J.; DEHOYOS, A.; RAITSES, Y.; SMIRNOV, A.; FISCH, N. J. Performance of a low-power cylindrical hall thruster. Huntsville, AL 35812; Princeton, New Jersey 08543, 2002. Citado nas pp. 9, 41, 47, 48 e 49.
- RAITSES, Y.; MERINO, E.; FISCH, N. J. Cylindrical hall thrusters with permanent magnets. **JOURNAL OF APPLIED PHYSICS**, 2010. Citado nas pp. 9, 15, 24, 41, 42, 44 e 47.
- SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket Propulsion Elements**. 9. ed. [S.l.]: Wiley, 2017. Inclui capítulo sobre propulsão elétrica. Citado na p. 15.
- ZIEBELL, L. F. **O quarto estado da materis**. [S.l.: s.n.], 2004. Citado nas pp. 19 e 20.

Apêndices

Apêndice A – Apêndice

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.ndimage import zoom
4
5 dados = np.loadtxt('densidade_plasma_150.txt')
6
7 # Dimensões reais do propulsor
8 comprimento_mm = 25
9 altura_mm = 20
10
11 # Dimensões alvo
12 comprimento_cm = 5
13 altura_cm = 5
14 comprimento_total_mm = comprimento_cm * 10
15 altura_total_mm = altura_cm * 10
16
17 # Interpolação dos dados
18 fator_x = comprimento_total_mm / comprimento_mm
19 fator_y = altura_total_mm / altura_mm
20 dados_estendido = zoom(dados, zoom=(fator_y, fator_x))
21
22 # Corta pela metade
23 dados_cortado = dados_estendido[:dados_estendido.shape[0] // 2, :]
24
25 # Eixos
26 ny, nx = dados_cortado.shape
27 x = np.linspace(0, comprimento_cm, nx)
28 y = np.linspace(0, altura_cm / 2, ny)
29 X, Y = np.meshgrid(x, y)
30
31 # Plot
32 plt.figure(figsize=(6, 4))
33 contour = plt.contourf(X, Y, dados_cortado, levels=100, cmap='jet')
34 plt.contour(X, Y, dados_cortado, colors='black', linewidths=0.3)
35
36 # Colorbar
37 cbar = plt.colorbar(contour)
38
39
40 plt.xlabel('Comprimento (cm)')
41 plt.ylabel('Altura (cm)')
42 plt.tight_layout()
```

```
43 plt.show()
```

Código A.1 – Visualização da densidade de plasma

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 from scipy.ndimage import zoom
4
5
6 dados = np.loadtxt('potencia_150.txt')
7
8 # Dimensões reais
9 comprimento_mm = 25
10 altura_mm = 10
11
12 # Dimensões alvo
13 comprimento_cm = 5
14 altura_cm = 5
15 comprimento_total_mm = comprimento_cm * 10
16 altura_total_mm = altura_cm * 10
17
18 # Esticamento
19 fator_x = comprimento_total_mm / comprimento_mm
20 fator_y = altura_total_mm / altura_mm
21 dados_estendido = zoom(dados, zoom=(fator_y, fator_x))
22
23 # Corta metade da altura
24 dados_cortado = dados_estendido[:dados_estendido.shape[0] // 2, :]
25
26 # Eixos
27 ny, nx = dados_cortado.shape
28 x = np.linspace(0, comprimento_cm, nx)
29 y = np.linspace(0, altura_cm / 2, ny)
30 X, Y = np.meshgrid(x, y)
31
32 # Plot
33 plt.figure(figsize=(6, 4))
34 contour = plt.contourf(X, Y, dados_cortado, levels=100, cmap='jet')
35 plt.contour(X, Y, dados_cortado, colors='black', linewidths=0.3)
36
37 cbar = plt.colorbar(contour)
38 cbar.set_label('Potential (V)')
39
40 plt.xlabel('Comprimento (cm)')
41 plt.ylabel('Altura (cm)')
42 plt.tight_layout()
```

```
43 plt.show()
```

Código A.2 – Visualização do potencial elétrico no canal

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Carregar dados
5 normal = np.loadtxt('normal.txt', comments='%')
6 normal_iguais = np.loadtxt('normal_iguais.txt', comments='%')
7
8 x1, y1_T = normal[:,0], normal[:,1]
9 x2, y2_T = normal_iguais[:,0], normal_iguais[:,1]
10
11
12 y1_G = y1_T * 1e4
13 y2_G = y2_T * 1e4
14
15 plt.figure(figsize=(10,5))
16 plt.plot(x1, y1_G, label='Imãs sentido opostos')
17 plt.plot(x2, y2_G, label='Imãs mesmo sentido')
18
19 plt.xlabel('Length (mm)', fontsize=20)
20 plt.ylabel('B.n (Gauss)', fontsize=20)
21 plt.title('Comparação de B.n em Gauss', fontsize=18)
22
23 plt.xticks(fontsize=20)
24 plt.yticks(fontsize=20)
25 plt.grid(True)
26 plt.legend(fontsize=14)
27 plt.tight_layout()
28 plt.show()
```

Código A.3 – Comparação da componente normal do campo magnético

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Carregar dados
5 normal = np.loadtxt('tangente.txt', comments='%')
6 normal_iguais = np.loadtxt('tangente_iguais.txt', comments='%')
7
8 x1, y1_T = normal[:,0], normal[:,1]
9 x2, y2_T = normal_iguais[:,0], normal_iguais[:,1]
10
11 y1_G = y1_T * 1e4 * -1
```

```

12 y2_G = y2_T * 1e4 * -1
13
14 plt.figure(figsize=(10,5))
15 plt.plot(x1, y1_G, label='Imãs sentido opostos')
16 plt.plot(x2, y2_G, label='Imãs mesmo sentido')
17
18 plt.xlabel('Length (mm)', fontsize=16)
19 plt.ylabel('B.t (Gauss)', fontsize=16)
20 plt.title('Comparação de B.t em Gauss', fontsize=18)
21
22 plt.xticks(fontsize=20)
23 plt.yticks(fontsize=20)
24 plt.legend(fontsize=14)
25 plt.grid(True)
26
27 plt.tight_layout()
28 plt.show()

```

Código A.4 – Comparação da componente tangencial do campo magnético

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 # Dados
4 tensao = [50, 75, 100, 125, 150, 175, 200]
5 eficiencia = [0.576, 0.521, 0.545, 0.565, 0.564, 0.390, 0.548]
6 impulso = [779.96, 880.77, 994.13, 1134.59, 1094.54, 1138.44, 1204.80]
7
8 # Configuração global de fonte
9 plt.rcParams.update({
10     "font.size": 14,
11     "axes.labelsize": 16,
12     "xtick.labelsize": 20,
13     "ytick.labelsize": 20,
14     "axes.titlesize": 18
15 })
16
17
18 plt.figure(figsize=(7,5))
19 plt.plot(tensao, eficiencia, marker='o')
20 plt.xlabel("Tensão (V)")
21
22
23 plt.grid(True)
24 plt.tight_layout()
25 plt.show()
26

```

```
27
28 plt.figure(figsize=(7,5))
29 plt.plot(tensao, impulso, marker='o')
30 plt.xlabel("Tensão (V)")
31 plt.ylabel("ISP (s)")
32 plt.title("ISP vs Tensão")
33 plt.grid(True)
34 plt.tight_layout()
35 plt.show()
```

Código A.5 – Geração dos gráficos de Eficiência e ISP



UnB