



Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FCTE
Engenharia Aeroespacial

**Análise de desempenho em rastreamento de
trajetória e atitude de veículo aéreo não
tripulado asa fixa via controladores PID e
ADRC**

Autor: Daniel Alberto dos Santos Filho
Orientador: Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Brasília, DF
2025



Daniel Alberto dos Santos Filho

**Análise de desempenho em rastreamento de trajetória e
atitude de veículo aéreo não tripulado asa fixa via
controladores PID e ADRC**

Monografia submetida ao curso de graduação
em Engenharia Aeroespacial da Universidade
de Brasília, como requisito parcial para ob-
tenção do Título de Bacharel em Engenharia
Aeroespacial.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FCTE

Orientador: Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Brasília, DF

2025

Daniel Alberto dos Santos Filho

Análise de desempenho em rastreo de trajetória e atitude de veículo aéreo não tripulado asa fixa via controladores PID e ADRC/ Daniel Alberto dos Santos Filho. – Brasília, DF, 2025-

82 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FCTE , 2025.

1. controle. 2. vants. I. Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Análise de desempenho em rastreo de trajetória e atitude de veículo aéreo não tripulado asa fixa via controladores PID e ADRC

CDU 02:141:005.6

Daniel Alberto dos Santos Filho

Análise de desempenho em rastreo de trajetória e atitude de veículo aéreo não tripulado asa fixa via controladores PID e ADRC

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 21 de Fevereiro de 2025 – Data da aprovação do trabalho:

**Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez
Cordeiro**
Orientador

**Prof^a Dra. Polliana Cândida Oliveira
Martins**
Convidado 1

Prof. Dr. William Reis Silva
Convidado 2

Brasília, DF
2025

*Para a minha mãe, Elione e meu pai, Daniel,
sem vocês nada disso seria possível.*

Agradecimentos

A Deus, que é meu guia e minha esperança.

A minha família, que sempre foi minha fonte de alegria e conforto.

A minha irmã Bianca, pela amizade e cuidado que sempre teve comigo

Aos meus amigos, tanto aos que convivo diariamente quanto aos da velha guarda, muito obrigado por fazerem parte da minha vida.

Aos professores e funcionários da UnB-Gama, agradeço por todas as experiências ao longo desses anos. Continuem inspirando as pessoas a deixarem a sua marca nesse mundo pelo conhecimento.

A Prof^a Luiza e seu marido Daniel, por serem fonte de apoio, amizade e cuidado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Thiago Fellipe Kurudez Cordeiro. Obrigado por todos os ensinamentos e pela paciência ao longo dessa jornada.

Aos membros da banca avaliadora, muito obrigado por aceitarem o convite, aguardo ansiosamente pelas suas contribuições.

A todos os membros e ex-membros da Draco Volans Aerodesign, obrigado por contribuírem para a história da equipe e fazerem a diferença na trajetória pessoal e profissional de tantos como eu.

Resumo

No âmbito de sistemas de controle de voo de aeronaves não tripuladas, visto que essas possuem requerimentos de operação em condições adversas e perturbadas, a avaliação de desempenho desses controladores em sistemas análogos à sua operação real torna-se conveniente. Portanto, esse trabalho objetiva comparar a implementação de um sistema de controle estruturado em corrigir os efeitos causados por perturbações, como é o caso do Controle Ativo de Rejeição de Perturbações (ADRC), com os sistemas usuais utilizados, controladores Proporcionais Integrativos Derivativos (PID). Para tanto, foi desenvolvido modelo matemático baseado em um sistema físico (VANT), no qual foram baseados os sistemas de controle de rolagem e arfagem, segundo as duas metodologias, que foram avaliados em trajetórias retilíneas e em circuito, em condições de perturbações na velocidade sua linear, segundo sua eficácia em cumprir o trajeto e o erro médio em relação ao trajeto de referência. Como resultado, não foi constatado discrepância notável de desempenho entre os dois métodos para os modelos e condições analisadas.

Palavras-chave: sistemas de controle. vants. modelagem. PID. ADRC.

Abstract

In the context of flight control systems for unmanned aircraft, since these have requirements for operation in adverse and disturbed conditions, evaluating the performance of these controllers in systems analogous to their actual operation becomes convenient. Therefore, this work aims to compare the implementation of a control system structured to correct the effects caused by disturbances, such as Active Disturbance Rejection Control (ADRC), with the usual systems used, Proportional Integrative Derivative (PID) controllers. To this end, a mathematical model was developed based on a physical system (UAV), on which the roll and pitch control systems were based, according to the two methodologies, which were evaluated on straight and circuit trajectories, under conditions of disturbances in their linear speed, according to their effectiveness in fulfilling the path and the average error in relation to the reference path. As a result, there was no notable disparity in performance between the two methods for the models and conditions analyzed.

Key-words: control systems. uavs.

Lista de ilustrações

Figura 1 – MQ-9 Reaper Fonte:Força aérea dos EUA, 2019	25
Figura 2 – DJI Mavic Fonte:Alexander Pöllinger, 2021	25
Figura 3 – Nauru 1000c Fonte:XMobots, 2024	25
Figura 4 – RQ-4. Fonte: Força Aérea dos EUA, 2010	26
Figura 5 – Representação das forças e momentos atuantes em perfil aerodinâmico. Adaptado de (ANDERSON, 2010).	31
Figura 6 – Sistemas de coordenadas. Adaptado de (NELSON et al., 1998).	34
Figura 7 – Definição do ângulo de ataque e derrapagem. Adaptado de (NELSON et al., 1998).	35
Figura 8 – Superfícies de controle de aeronave asa fixa. Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).	37
Figura 9 – Diagrama do algoritmo de trimagem. Adaptado de (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015)	43
Figura 10 – Parâmetros de resposta ao degrau. Adaptado de (OGATA et al., 2009)	45
Figura 11 – Diagrama do controle ativo de rejeição de distúrbios. Adaptado de (HAN, 2009)	47
Figura 12 – Aeronave DV24 em voo	51
Figura 13 – Geometrias modelada (a) e discretizada (b) em <i>OpenVSP</i>	52
Figura 14 – Coeficiente estático de sustentação da asa	53
Figura 15 – Aproximação da tração calculada pelo modelo	53
Figura 16 – Vista isométrica do CAD em <i>SolidWorks</i>	54
Figura 17 – Pólos do sistema não linear	55
Figura 18 – Simulação do modelo de turbulência de Dryden para a velocidade lon- gitudinal	57
Figura 19 – Arquitetura do sistema de controle. Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).	59
Figura 20 – Parâmetros do algoritmo de rastreamento lateral. Adaptado de (EL- KAIM; LIE; GEBRE-EGZIABHER, 2015)	60
Figura 21 – Parâmetros do algoritmo de troca de <i>waypoints</i> . Adaptado de (EL- KAIM; LIE; GEBRE-EGZIABHER, 2015)	61
Figura 22 – Parâmetros do algoritmo de rastreamento longitudinal. Adaptado de (ZHANG; WANG, 2017).	62
Figura 23 – Esquemática da estratégia de controle PID.	62
Figura 24 – Esquemática do projeto PID em sistemas reduzidos.	63
Figura 25 – Diagrama do sistema de controle de rolagem PD.	64

Figura 26 – Diagrama do sistema de controle de rolagem com inclusão do ganho integral.	65
Figura 27 – Lugar das raízes do sistema de controle de rolagem em função do ganho integrativo.	65
Figura 28 – Diagrama do sistema PD de controle de arfagem.	66
Figura 29 – Diagrama do sistema de controle de rolagem e arfagem por ADRC. . .	67
Figura 30 – Trajetória em linha reta.	71
Figura 31 – Trajetória em circuito.	72
Figura 32 – Comparação de controle do sistema lateral reduzido.	72
Figura 33 – Comparação de controle do sistema longitudinal reduzido.	73
Figura 34 – Controlador PID em trajetória retilínea.	74
Figura 35 – Controlador ADRC em trajetória retilínea.	74
Figura 36 – Trajetória em linha reta sob turbulência ($\sigma_u = 1m/s$).	75
Figura 37 – Trajetória em linha reta sob turbulência ($\sigma_u = 2m/s$).	75
Figura 38 – Trajetória em circuito não perturbada.	76
Figura 39 – Trajetória em circuito com vento constante.	77
Figura 40 – Trajetória em circuito em turbulência.	78

Lista de tabelas

Tabela 1	–	Dados de distribuição de massa do DV24	54
Tabela 2	–	Parâmetros de trimagem longitudinal	54
Tabela 3	–	Especificação dos modos dinâmicos	55
Tabela 4	–	Erros de rastreo em linha reta com perturbação constante.	74
Tabela 5	–	Erros de rastreo em linha reta com turbulência.	75
Tabela 6	–	Erros de rastreo em circuitos.	77

Lista de abreviaturas e siglas

ADRC	Control Ativo de Rejeição de Perturbações
CG	Centro de gravidade
PID	Proporcional, integrativo e derivativo
VANT	Veículo aéreo não tripulado

Lista de símbolos

Árabicos

b	Envergadura de asa [m]
b_0	Fator de proporcionalidade de controle
c	Corda média aerodinâmica [m]
m	Massa [Kg]
u, v, w	Componentes de velocidade linear do corpo [m/s]
p, q, r	Componentes de velocidade angular do corpo [rad/s]
x_{CG}	Coordenada do centro de massa no eixo X [m]
g	Aceleração da gravidade [m/s^2]
q_∞	Pressão dinâmica [N/m^2]
A, N	Componentes de força aerodinâmica tangentes e normais à corda [N]
C_l, C_m, C_n	Coefficientes de momento de rolagem, arfagem e guinada
C_L, C_S, C_D	Coefficientes de força de sustentação, lateral e arrasto
D	Força de arrasto [N]
D_i	Força de arrasto induzido [N]
M	Resultante aerodinâmica de momento [Nm]
R	Resultante aerodinâmica de força [N]
S	Área de referência [m^2]
S_{hel}	Área de abrangência da hélice [m^2]
L_u, L_v, L_w	Escala de comprimento de turbulência nos três eixos [m]
V_∞	Velocidade no escoamento não perturbado [m/s]
K_p, K_i, K_d	Ganhos proporcional, integrativo e derivativo

Gregos

α	Ângulo de ataque [rad]
α_{eff}	Ângulo de ataque eficaz [rad]
α_i	Ângulo de ataque induzido [rad]
β	Ângulo de derrapagem [rad]
δ_a	Deflexão de ailerons [rad]
δ_e	Deflexão de profundor [rad]
δ_r	Deflexão de leme [rad]
δ_t	Comando de potência
ϵ	<i>Downwash</i> [m/s]
ϕ, θ, ψ	Ângulos de Euler [rad]
γ	Ângulo de trajetória de voo [rad]
ρ_∞	Densidade do ar não perturbado [Kg/m^3]
ω_n	Frequência natural não amortecida [rad/s]
ζ	Fator de amortecimento
Γ	Circulação

Vetores

$\vec{x}, \vec{x}_e$	Vetor de estados e vetor de estados trimado
$\vec{u}, \vec{u}_e$	Vetor de entrada e vetor de entrada trimado
$\vec{g}$	Vetor aceleração gravitacional
$\vec{V}_p$	Vetor velocidade linear na aeronave
$\vec{r}$	Vetor deslocamento
$\vec{w}$	Vetor de velocidades angulares na aeronave
$\vec{F}_A, \vec{F}_T$	Vetor de força aerodinâmica e propulsiva
$\vec{M}_A, \vec{M}_T$	Vetor de força aerodinâmica e propulsiva

Matrizes

A,B	Matriz de estados e de entrada
C,D	Matriz de saída e transferência direta
D_i^b	Matriz de cossenos diretores
I	Matriz identidade quadrada
H	Matriz de correlação de das taxas angulares com os ângulos de euler
K, K_e	Matriz de ganhos e matriz de ganhos do observador

Sumário

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Contextualização e motivação	25
1.2	Objetivos	27
1.3	Metodologia	27
1.4	Organização do trabalho	28
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	31
2.1	Fundamentos de aerodinâmica	31
2.1.1	Asas finitas	32
2.2	Dinâmica do voo aeronáutico	33
2.2.1	Sistemas de coordenadas	33
2.2.2	Equações do movimento	34
2.2.3	Forças e momentos aerodinâmicos	36
2.2.4	Forças e momentos propulsivos	38
2.2.5	Orientação e posição no sistema inercial	39
2.3	Representação em espaço de estados	40
2.3.1	Trimagem e linearização	42
2.4	Projeto de sistemas de controle	44
2.4.1	PID	46
2.4.2	Alocação de polos	46
2.4.3	Observador de estados	47
2.4.4	ADRC	47
3	MODELO MATEMÁTICO	51
3.1	Sistema físico	51
3.2	Modelagem	52
3.2.1	Caracterização aerodinâmica	52
3.2.2	Tração	52
3.2.3	Massa e inércia	53
3.3	Modelos reduzidos	54
3.4	Modelo de ventos e turbulência	56
4	SISTEMAS DE CONTROLE	59
4.1	Controle de trajetória	59
4.2	Controle de atitude por PID	62
4.2.1	Controle lateral	63

4.2.2	Controle longitudinal	65
4.3	Controle de atitude por ADRC	66
4.3.1	Controle lateral	67
4.3.2	Controle longitudinal	68
5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	71
5.1	Metodologia de análise de simulação no tempo	71
5.2	Análise de resposta ao degrau	72
5.3	Análise de desempenho em trajetória retilínea	73
5.4	Análise de desempenho em circuito	76
6	CONCLUSÃO	79
	REFERÊNCIAS	81

1 Introdução

1.1 Contextualização e motivação

Veículos Aéreos Não Tripulados (VANTs), também conhecidos como drones, são aeronaves que podem ser pilotadas remotamente ou voar automaticamente em percurso predefinido, sem a necessidade de pilotos embarcados ([YANUSHEVSKY, 2011](#)). Tiveram aplicação inicial durante a Primeira Guerra Mundial, com o desenvolvimento de sistemas de armamento de longo alcance, que antecederam os mísseis conhecidos hoje. Desde então, essa tecnologia esteve em constante desenvolvimento, principalmente em projetos militares, devido à sua vantagem em relação às aeronaves tripuladas em papéis específicos, como em missões de vigilância, reconhecimento, ou ofensivas ([AUSTIN, 2011](#)).

Os drones podem ser classificados com base em diversas características de desempenho. Aspectos como peso, autonomia e velocidade são especificações cruciais na diferenciação desses veículos e determinantes para definir suas aplicações ([ARJOMANDI et al., 2006](#)). São geralmente diferenciados segundo a sua estrutura e método de pouso e decolagem, dando origem a três grandes grupos: Aeronaves de asa fixa (Figura 1), que realizam pouso e decolagem horizontalmente; Aeronaves de asa rotativa (Figura 2), que pousam e decolam na vertical, e veículos híbridos (Figura 3), que combinam atributos dos grupos anteriores ([AUSTIN, 2011](#)). Por utilizar a sua velocidade como meio de geração de sustentação através de sua eficiência aerodinâmica, drones asa fixa apresentam maior alcance, autonomia e conseguem voar em altitudes maiores quando comparados aos drones de asa rotativa ([HASSANALIAN; ABDELKEFI, 2017](#)).



Figura 1 – MQ-9 Reaper
Fonte:Força aérea
dos EUA, 2019



Figura 2 – DJI Mavic
Fonte:Alexander
Pöllinger, 2021



Figura 3 – Nauru 1000c
Fonte:XMobots,
2024

Dentre as aplicações principais de aeronaves não tripuladas destaca-se, tanto no meio militar quanto civil, as missões de reconhecimento e vigilância, sendo a primeira focada em obter, por meio visual ou outros métodos de detecção, informações sobre o que há ou o que está ocorrendo em determinado ambiente, e a segunda trata-se da observação

sistemática do espaço aéreo, superfície, lugares, pessoas ou objetos por meios visuais, auditivos, eletrônicos, entre outros (FAHLSTROM; GLEASON; SADRAEY, 2022). Dentre as aeronaves utilizadas mundialmente para tais tarefas destaca-se a RQ-4 Global Hawk (Figura 4), capaz de operar em grandes altitudes por mais de 30 horas, fornecendo imagens de alta resolução em qualquer condição climática.



Figura 4 – RQ-4. Fonte: Força Aérea dos EUA, 2010

Ao se encontrar requisitos de voo automático de VANTs em qualquer momento de uma missão, torna-se necessário o uso de sistemas de controle de voo. Esses sistemas, também conhecidos como autopilotos, utilizam de estimativas de posição e orientação da aeronave para guiá-la, por meio de comandos de atuadores, através de uma determinada trajetória, em que a eficiência desse processo depende diretamente do uso de técnicas de controle e sintonia adequadas para cada situação (CHAO; CAO; CHEN, 2007).

As estratégias de controle em que os sistemas de controle de voo são baseados podem variar, de acordo com sua aplicação, entre abordagens de controle clássico, como controladores proporcionais integrativos derivativos (PID), até sistemas baseados em rede neurais de aprendizado, cada um apresentando suas vantagens e desvantagens de implementação (CHAO; CAO; CHEN, 2007). Para um desempenho satisfatório de um controlador é essencial compreender a dinâmica do sistema e suas limitações, assim como considerar sua operação em condições adversas e possíveis perturbações. O uso de estratégias de controle PID é majoritária, principalmente em aplicações práticas voltadas à pesquisa e desenvolvimento, que é justificado por sua baixa complexidade e fácil implementação. Contudo, por ser uma técnica baseada em sistemas lineares e invariantes, muitas vezes tem seu desempenho prejudicado em situações em que esses fatores não são satisfeitos, como as que são esperadas na operação de um VANT (ZHANG; WANG, 2017).

A robustez de um controlador é relacionada à sua capacidade de manter performance em configurações e situações diferentes das quais foi inicialmente projetado, o que inclui incertezas em relação ao modelo do sistema a ser controlado e perturbações do ambiente em que está inserido. No âmbito dos sistemas de controle de voo de drones,

temos como principais fatores a incerteza em relação aos parâmetros do modelo como massa, inércia e resultantes aerodinâmicas, e as perturbações resultantes da dinâmica atmosférica.

Como solução para as limitações de sistemas de controle clássicos, foram desenvolvidas técnicas que visam reduzir a perda de desempenho ao considerar explicitamente a presença de incertezas e perturbações no sistema. Dentre essas técnicas, destacamos a aplicação da metodologia do Controle Ativo de Rejeição de Perturbações, conhecido por sua sigla em inglês ADRC (*Active Disturbance Rejection Control*), que une o aspecto de orientação ao erro, responsável pela baixa complexidade do PID, com a estimação de perturbações oriunda do controle moderno (HAN, 2009).

Dessa forma, no âmbito da aplicação de sistemas de controle de trajetória e atitude de VANTs, torna-se relevante a análise de desempenho desses controladores perante as condições diversas, com o intuito de garantir o cumprimento dos requisitos de controle exigidos por cada perfil de missão.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivos avaliar de maneira quantitativa e qualitativa a performance de modelos de autopiloto desenvolvidos com base nas técnicas PID e ADRC, considerando condições de perturbação atmosférica. Para tanto, faz-se a divisão em três etapas essenciais:

- Modelagem matemática de um sistema físico VANT em MATLAB para simulação numérica de voo.
- Desenvolvimento e sintonia dos sistemas de controle de voo segundo as técnicas PID e ADRC.
- Simular e avaliar a performance dos sistemas controlados em cumprir percursos de voo guiados por pontos de referência (*waypoints*) sob influência de condições estáticas e dinâmicas de ventos.

1.3 Metodologia

Esse estudo fundamenta-se na metodologia de projeto de aeronaves de voo autônomo, conforme descrito por Beard e McLain (2012), a qual utiliza a concepção de sistemas de controle a partir de modelos matemáticos simplificados da dinâmica de sistemas físicos de aeronaves não tripuladas. Aqui é utilizado como objeto de estudo a aeronave remotamente pilotada DV24 da equipe de competição *Draco Volans* da Universidade de Brasília.

É realizado levantamento das teorias e métodos apropriados para o modelo aerodinâmico, desprezando efeitos transientes, e calculamos os coeficientes e derivativas aerodinâmicas, em função dos ângulos de ataque e derrapagem, segundo o método de rede de vórtices implementado pelo software *OpenVSP*.

Para a modelagem do movimento da aeronave, foram empregadas as equações dinâmicas de corpo rígido, adotando-se uma representação simplificada da Terra, considerada estática e com um vetor gravitacional constante. Das equações resultantes é formado um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas não linear em espaço de estados, no qual, para facilitar a futura aplicação de controladores, é necessário conhecer o seu comportamento linear em torno de um ponto de equilíbrio, o que é desenvolvido através de técnicas de trimagem e linearização numérica.

Com o sistema completo linearizado, são desacopladas as dinâmicas longitudinais e latero-direcionais da aeronave, resultando em dois sistemas de única entrada e saída que possibilitam o projeto de controladores. Com base na teoria desenvolvida e visando requisitos de resposta temporal adequados, são projetados os controladores de ângulo de rolagem e arfagem conforme as técnicas de controle integrativo proporcional derivativo (PID) e Controle Ativo de Rejeição de Perturbações (ADRC).

O processo de simulação no tempo é desenvolvido pela implementação do sistema dinâmico e dos controladores por *scripts* no *software* Matlab®, incluindo a integração das equações de movimento no tempo por Runge-Kutta de 4ª Ordem. Ainda, o comportamento estático e dinâmico do vento é implementado ao sistema da aeronave pelo modelo de turbulência de Dryden como desenvolvido por Beal (1993).

Para avaliar o desempenho em voo, foi implementado, em conjunto com os autopilotos já existentes, um sistema de controle de trajetória baseado em *waypoints*. Nesse sistema, foram definidos percursos que estimulam a atuação dos controles de direção e altitude da aeronave, permitindo uma análise mais abrangente de sua capacidade de navegação e estabilidade.

Por fim, a performance dos dois tipos de controladores é avaliada de maneira primeiramente qualitativa, no que diz respeito à sua eficácia em cumprir o trajeto definido, e de maneira quantitativa a partir de parâmetros de erro de trajetória acumulados ao longo do percurso.

1.4 Organização do trabalho

O Capítulo atual é responsável por contextualizar o trabalho no âmbito de sistemas de aeronaves não tripulados e controladores de voo, estabelecendo a motivação que originou esse estudo. Ainda, definimos os objetivos e a metodologia que possibilitam o

desenvolvimento do trabalho.

O Capítulo 2 estabelece a fundamentação teórica necessária para desenvolver o estudo, assim como possibilitar sua reprodução.

O Capítulo 3 desenvolve o modelo matemático do sistema físico, estabelecendo as metodologias aplicadas e apresentando os modelos reduzidos que serão utilizados como base para os projetos de controle do Capítulo 4.

O Capítulo 4 é responsável por aplicar os métodos de controle cuja teoria foi apresentada no Capítulo 2, tomando como base requisitos de desempenho e os modelos reduzidos do modelo matemático.

O Capítulo 5 apresenta os parâmetros estabelecidos nas simulações e os resultados qualitativos e quantitativos de desempenho dos controladores analisados.

Por fim, o Capítulo 6 traz as conclusões obtidas com o trabalho.

2 Fundamentação teórica

Esse capítulo desenvolve a base teórica utilizado no desenvolvimento de todas as etapas futuras do trabalho. Primeiramente são introduzidos os conceitos de geração de sustentação por superfícies aerodinâmicas, logo após, são estruturadas as equações que regem o movimento de uma aeronave, e definidas as forças e momentos que atuam nesse processo. São apresentados os conceitos que possibilitam a implementação de sistemas de controle, como a representação em espaço de estados, trimagem e linearização. Por fim, é apresentada a teoria base do desenvolvimento dos controladores PID e ADRC.

2.1 Fundamentos de aerodinâmica

A aerodinâmica é uma ciência aplicada que tem como um dos principais objetivos prever as forças e momentos atuando na superfície de corpos se movendo através de um fluido (habitualmente ar) (ANDERSON, 2010). As forças e momentos de origem aerodinâmica são unicamente resultado das distribuições de pressão e tensão de cisalhamento sobre a superfície do corpo, sendo a primeira agindo perpendicularmente e a segunda tangencialmente. O efeito líquido da ação dessas distribuições gera as resultantes de força R e momento M . A força resultante ainda poder ser descrita, em relação à direção da velocidade do escoamento livre V_∞ , em termos de sua componentes tangencial, chamada de sustentação (L), e perpendicular, definida como arrasto (D), conforme ilustrado na Figura 5.

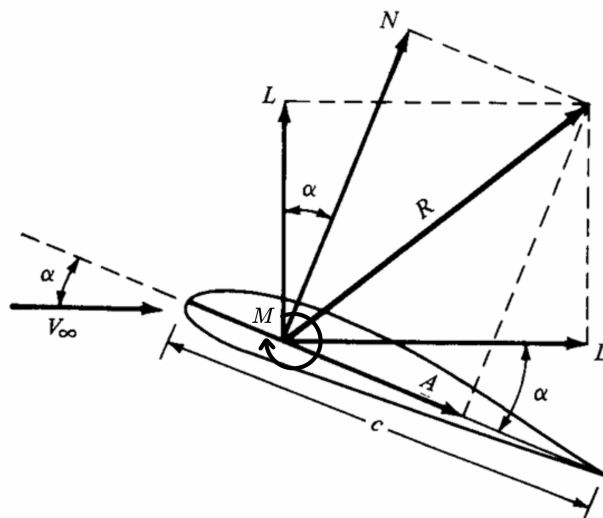


Figura 5 – Representação das forças e momentos atuantes em perfil aerodinâmico. Adaptado de (ANDERSON, 2010).

A corda (c) é a distância linear entre a extremidade dianteira (bordo de ataque) e traseira (bordo de fuga) de um perfil aerodinâmico. N e A são as componentes na direção normal e perpendicular à linha de corda, respectivamente. Uma definição de extrema importância na teoria aerodinâmica é a do ângulo de ataque α , definido como o ângulo entre a corda e a direção da velocidade.

Para facilitar a caracterização de forças e momentos aerodinâmicos utilizamos coeficientes aerodinâmicos adimensionais, que permitem a comparação do comportamento aerodinâmico de diferentes corpos e condições de escoamento, independentemente da escala. O coeficiente de sustentação (C_L) e o coeficiente de arrasto (C_D) são definidos como a razão entre as forças aerodinâmicas correspondentes e a pressão dinâmica multiplicada pela área de referência. De maneira análoga, o coeficiente de momento de arfagem (C_M) descreve o momento adimensional em relação a um ponto de referência, quase sempre ao quarto de corda. Essas relações são sintetizadas nas equações abaixo retiradas de Anderson (2010).

$$C_L \equiv \frac{L}{q_\infty S} \quad (2.1)$$

$$C_D \equiv \frac{D}{q_\infty S} \quad (2.2)$$

$$C_M \equiv \frac{M}{q_\infty S c} \quad (2.3)$$

Em que S é a área de referência e q_∞ é a pressão dinâmica, definida por:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2 \quad (2.4)$$

sendo ρ_∞ a densidade do ar no escoamento livre.

Para entendermos como a teoria inicial desenvolvida até aqui nos permite conhecer as forças e momentos agindo sobre as superfícies aerodinâmicas da aeronave precisamos explorar o conceito de asa finita

2.1.1 Asas finitas

Ao trazer o conceito de geração de resultantes aerodinâmicas (forças e momentos) para superfícies com dimensões limitadas, ou asas finitas, precisamos considerar que a velocidade do escoamento é tridimensional. Segundo Kartz (2001), pelo fato da diferença de pressão entre as superfícies superior e inferior da asa, surge uma componente de velocidade do escoamento na direção da envergadura, que possui duas principais implicações principais: As linhas de corrente sobre a asa são afetadas, diminuindo a eficiência aerodinâmica quanto maior for esse efeito, e segundo, são gerados vórtices de ponta de asa, originando uma componente de velocidade para baixo no escoamento posterior à asa, chamada de *downwash* (ϵ).

O *downwash* altera o ângulo de ataque localmente em cada seção da asa. O ângulo de ataque efetivo (α_{eff}) é, portanto, menor que o ângulo de ataque geométrico (α), e a diferença entre esses é chamada de ângulo de ataque induzido (α_i). Esse ângulo induzido gera uma componente de força na direção do escoamento livre (V_∞), conhecido como arrasto induzido (D_i).

De acordo com a teoria de linhas de sustentação de Prandtl, a força gerada em uma asa finita pode ser calculada pela substituição dessa por um filamento de vórtices de intensidade Γ fixo no espaço, e a intensidade da força é, de acordo com o teorema de Kutta-Joukowski:

$$L = \rho_\infty V_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) dy \quad (2.5)$$

$$\alpha_i(y_0) = \frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{(d\Gamma/dy) dy}{y_0 - y} \quad (2.6)$$

$$D_i = \rho_\infty V_\infty \int_{-b/2}^{b/2} \Gamma(y) \alpha_i(y) dy \quad (2.7)$$

Essa metodologia de solução pode ser estendida utilizando a discretização das superfícies aerodinâmicas e aplicando a teoria da linha sustentadora em cada elemento diferencial, técnica que tem seu desenvolvimento descrito por Katz (2001).

2.2 Dinâmica do voo aeronáutico

A mecânica do voo é a ciência de prever e controlar o movimento de uma aeronave (PHILLIPS, 2004). Assim, como todo corpo, o movimento de uma aeronave depende das forças e momentos que agem sobre ela, que em voo podem ser resumidos em forças e momentos aerodinâmicos, agindo na superfície em contato com o escoamento de ar, forças e momentos propulsivos, gerados pelos motores, e finalmente a força de atração gravitacional entre a aeronave e a Terra.

A dinâmica do voo de uma aeronave rígida é regida por suas equações do movimento. Nessa seção, são descritos os sistemas de coordenadas nas quais essas equações são baseadas, e definidos os vetores de força e momento envolvidos em sua composição.

2.2.1 Sistemas de coordenadas

O desenvolvimento das equações do movimento, como descrito aqui, é baseado em dois sistemas de eixos principais: o sistema inercial fixo na Terra ($X_i Y_i Z_i$), e o sistema de eixos fixo no corpo da aeronave ($X_b Y_b Z_b$), que são representados na Figura 6.

O sistema inercial é resultado da suposição de velocidade nula da rotação da Terra, que permite a validade das leis mecânicas de Newton. A orientação dos eixos do sistema

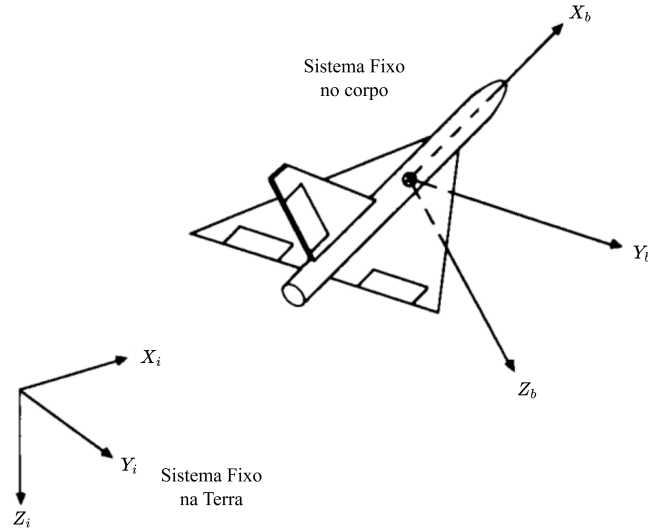


Figura 6 – Sistemas de coordenadas. Adaptado de (NELSON et al., 1998).

do corpo é arbitrária, porém, sua origem coincide com o centro de massa da aeronave (CG).

A aceleração gravidade é representada aqui a partir da simplificação dada pela hipótese de Terra plana (ROSKAM, 1998), resultando no vetor $\vec{g}$, alinhado com Z_i .

2.2.2 Equações do movimento

Considerando a aplicação da segunda lei do movimento de Newton sobre o avião

$$\frac{d\vec{V}_p}{dt} = \vec{g}_b + \frac{1}{m} (\vec{F}_A + \vec{F}_T) - \vec{\omega} \times \vec{V}_p \quad (2.8)$$

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \mathbf{I}^{-1} [(\vec{M}_A + \vec{M}_T) - \vec{\omega} \times \mathbf{I}\vec{\omega}] \quad (2.9)$$

Onde $\vec{g}_b$ é o vetor aceleração gravitacional em relação ao sistema do corpo, a ser desenvolvido futuramente. $\vec{V}_p$ e $\vec{\omega}$ são, respectivamente, os vetores velocidade linear e angular da aeronave, que são representados segundo seus componentes nas Eq. 2.10 e 2.11.

$$\vec{V}_p = \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \quad (2.10)$$

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (2.11)$$

Com o objetivo de determinar a orientação da aeronave em relação à velocidade do escoamento de ar ao seu redor, apresentamos as seguintes variáveis:

$$V_a = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (2.12)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \quad (2.13)$$

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{v}{V_a} \right) \quad (2.14)$$

Em que

- V_a é a magnitude do vetor velocidade do ar.
- β é o ângulo entre a projeção de $\vec{V}_p$ no plano $X_b Y_b$ e o versor do eixo X_b , chamado de ângulo de derrapagem.

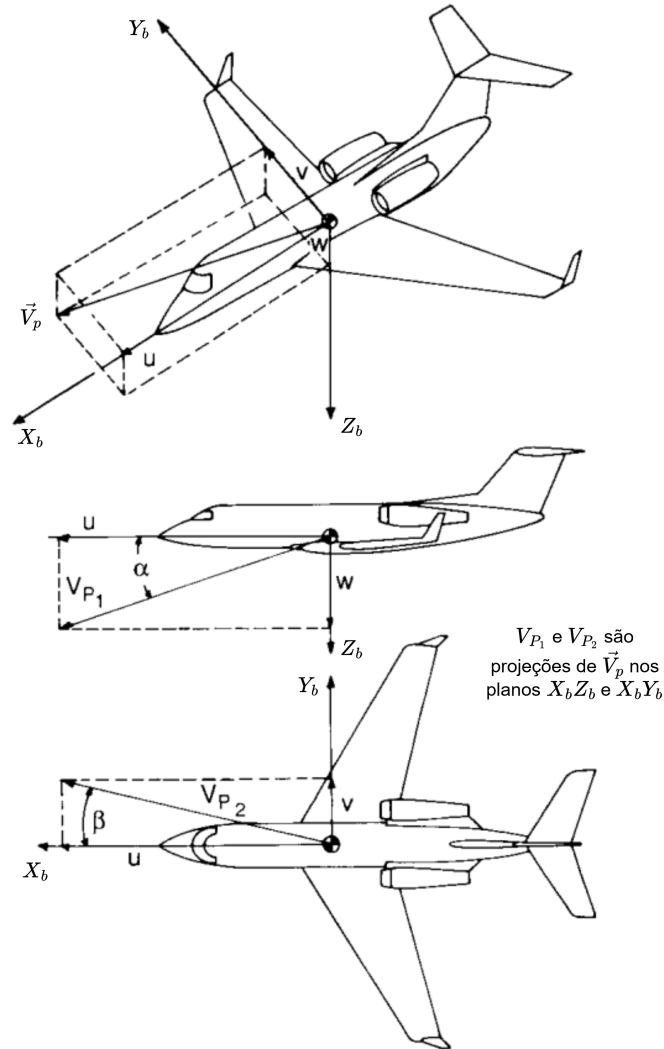


Figura 7 – Definição do ângulo de ataque e derrapagem. Adaptado de (NELSON et al., 1998).

O termo $\mathbf{I}$ é matriz de inércia (ou tensor de inércia), que descreve a distribuição de massa em relação ao sistema do corpo, a partir dos momentos de inércia em relação

aos seus eixos e os produtos de inércia, que representam o acoplamento entre esses eixos. O formato da matriz $\mathbf{I}$ é definido conforme a Eq. 2.15.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Em aeronaves com simetria pelo plano X_bZ_b , como considerado no presente trabalho, os termos I_{xy} , I_{yx} , I_{yz} e I_{zy} são nulos.

Finalmente, os termos $\vec{F}_A, \vec{M}_A$ e $\vec{F}_T, \vec{M}_T$, definidos nas Eqs. 2.16 - 2.19, são os vetores de forças e momentos, em relação ao sistema do corpo e calculadas sobre o CG, de origem aerodinâmica e propulsiva, respectivamente.

$$\vec{F}_A = \begin{bmatrix} F_{Ax} & F_{Ay} & F_{Az} \end{bmatrix}^T \quad (2.16)$$

$$\vec{F}_T = \begin{bmatrix} F_{Tx} & F_{Ty} & F_{Tz} \end{bmatrix}^T \quad (2.17)$$

$$\vec{M}_A = \begin{bmatrix} L_A & M_A & N_A \end{bmatrix}^T \quad (2.18)$$

$$\vec{M}_T = \begin{bmatrix} L_T & M_T & N_T \end{bmatrix}^T \quad (2.19)$$

2.2.3 Forças e momentos aerodinâmicos

Considerando uma configuração de aeronave convencional, determinada pela presença de três superfícies sustentadoras: asa, empenagem horizontal e empenagem vertical, e suas respectivas superfícies controladoras: ailerons, profundor e leme, conforme representado na Fig. 8, as forças e momentos aerodinâmicos em relação ao sistema do corpo podem ser escritas em função de suas componentes por superfície, resultando nas Eqs 2.20 e 2.21.

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{Aw} + \vec{F}_{Aht} + \vec{F}_{Avt} \quad (2.20)$$

$$\vec{M}_A = \vec{M}_{Aw} + \vec{M}_{Aht} + \vec{M}_{Avt} + \vec{r}_w \times \vec{F}_{Aw} + \vec{r}_{ht} \times \vec{F}_{Aht} + \vec{r}_{vt} \times \vec{F}_{Avt} \quad (2.21)$$

Onde:

- $\vec{F}_{Aw}$, $\vec{F}_{Aht}$ e $\vec{F}_{Avt}$, são os vetores de força resultante respectivos da asa (w), estabilizador horizontal (ht) e estabilizador vertical (vt).

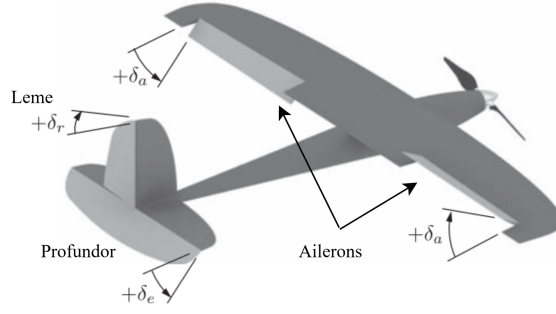


Figura 8 – Superfícies de controle de aeronave asa fixa. Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

- $\vec{M}_{Aw}$, $\vec{M}_{Aht}$ e $\vec{M}_{Avt}$, são os vetores de momento calculados no centro aerodinâmico de cada uma das superfícies citadas anteriormente.
- $\vec{r}_w$, $\vec{r}_{ht}$ e $\vec{r}_{vt}$ representam os vetores distância entre o ponto de aplicação das forças resultantes de cada superfície supracitada e o centro de massa da aeronave.

A partir dos trabalhos de Steven, Lewis e Johnson (2015) e Beard (2012), tomando por hipótese que o escoamento ao redor das superfícies é invariante no tempo, podemos estruturar os coeficientes aerodinâmicos de uma superfície por uma contribuição estática, que fixada uma condição de escoamento, é função dos ângulos aerodinâmicos α e β e de uma deflexão de superfície de controle δ , e ainda uma contribuição referente ao movimento de rotação da aeronave dada pelas derivativas aerodinâmicas em relação às taxas de rotação p , q e r .

Os coeficientes de forças e momentos modelados segundo a descrição acima são definidos a seguir:

$$C_L = C_{L0}(\alpha) + C_{Lq} \frac{c}{2V_a} q + C_{L\delta_e} \delta_e \quad (2.22)$$

$$C_D = C_{D0}(\alpha) + C_{Dq} \frac{c}{2V_a} q + C_{D\delta_e} \delta_e \quad (2.23)$$

$$C_m = C_{m0}(\alpha) + C_{mq} \frac{c}{2V_a} q + C_{m\delta_e} \delta_e \quad (2.24)$$

$$C_S = C_{S0}(\beta) + C_{Sp} \frac{b}{2V_a} p + C_{Sr} \frac{b}{2V_a} r + C_{S\delta_a} \delta_a + C_{S\delta_r} \delta_r \quad (2.25)$$

$$C_l = C_{l0}(\beta) + C_{lp} \frac{b}{2V_a} p + C_{lr} \frac{b}{2V_a} r + C_{l\delta_a} \delta_a + C_{l\delta_r} \delta_r \quad (2.26)$$

$$C_n = C_{n0}(\beta) + C_{n_p} \frac{b}{2V_a} p + C_{n_r} \frac{b}{2V_a} r + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r \quad (2.27)$$

Onde:

- C_L , C_D e C_S são os coeficientes de força de sustentação, arrasto e força lateral.
- C_l , C_m e C_n são os coeficientes de momento rolagem, arfagem e guinada em relação ao eixo do corpo.
- C_{Sp} , C_{lp} e C_{np} são as derivativas latero-direcionais em relação à taxa de rolagem.
- C_{Lq} , C_{Dq} e C_{mq} são as derivativas longitudinais em relação à taxa de arfagem.
- C_{Sr} , C_{lr} e C_{nr} são as derivativas latero-direcionais em relação à taxa de guinada.

Portanto, os vetores resultantes de força e momento de uma superfície podem ser calculados por

$$\vec{F} = q_\infty S \begin{bmatrix} C_D \\ C_S \\ C_L \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\vec{M} = q_\infty S \begin{bmatrix} b & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

2.2.4 Forças e momentos propulsivos

A maioria dos sistemas de propulsão de aeronaves são baseados, de alguma maneira, em deslocar uma massa de ar ao realizar trabalho sobre ela, gerando uma força de reação que chamamos de tração (PHILLIPS, 2004).

Aqui é considerada uma geração de tração líquida representada por um vetor $\vec{F}_T$ pertencente ao plano $X_b Z_b$, inclinado por um ângulo α_T em relação a X_b e de intensidade F_{T_n} em função do comando de potência δ_t . Dada essa configuração, é possível representar os vetores de força e momento de origem propulsiva, respectivamente por

$$\vec{F}_T = F_{T_n}(\delta_t) \begin{bmatrix} \cos(\alpha_T) \\ 0 \\ \sin(\alpha_T) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\vec{M}_T = \vec{M}_0 + \vec{r}_T \times \vec{F}_T \quad (2.31)$$

em que $\vec{M}_0$ é o momento gerado pela inércia de rotação de alguns sistemas propulsores, negligenciado nesse trabalho, e $\vec{r}_T$ é o vetor deslocamento entre o ponto de aplicação da força de tração e o centro de massa da aeronave.

2.2.5 Orientação e posição no sistema inercial

Para definir a orientação da aeronave em relação ao sistema inercial, nos basta definirmos a orientação do sistema fixo do corpo. Para isso é utilizada uma sequência de rotações no sentido horário, que resulta na matriz de rotação tridimensional (Eq. 2.32) que leva as grandezas vetoriais no sistema do corpo para o sistema inercial.

$$\mathbf{D}_i^b = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \cos\theta \sin\psi & -\sin\theta \\ \sin\phi \sin\theta \cos\psi - \cos\phi \sin\psi & \sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\phi \cos\psi & \sin\phi \cos\theta \\ \cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\phi \sin\psi & \cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Em que os ângulos apresentados, chamados de ângulos de Euler, são:

- ψ - Ângulo de guinada
- θ - Ângulo de arfagem
- ϕ - Ângulo de rolagem

Por conveniência, introduzimos aqui um parâmetro de extrema importância no guiamento de uma aeronave, que é o ângulo de trajetória de voo γ , definido pelo ângulo entre o vetor velocidade e o referencial do horizonte pela equação

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (2.33)$$

A partir desse entendimento é definido o vetor que representa a taxa de variação da posição do centro de gravidade da aeronave em relação ao sistema inercial como a rotação do vetor velocidade (Eq. 2.8) pela matriz dada pela Eq. 2.32, e ainda, pela propriedade da ortogonalidade, é usada a transposta dessa matriz para calcular o efeito da aceleração da gravidade vista pelo corpo, na Eq. 2.36.

$$\frac{d\vec{P}_i}{dt} = \mathbf{D}_i^b \vec{V}_p \quad (2.34)$$

$$\vec{P}_i = [x_p \ y_p \ z_p]^T \quad (2.35)$$

$$\vec{g}_b = \mathbf{D}_i^{bT} \vec{g} \quad (2.36)$$

Por último basta entender como os ângulos de Euler variam em função das velocidades de rotação da aeronave. Definindo o vetor $\vec{\Phi} = [\phi \ \theta \ \psi]^T$, a taxa de rotação entre o sistema do corpo e o inercial é relacionada à velocidade angular do corpo em relação ao referencial inercial através da matriz de transformação $\mathbf{H}$, pela equação (2.38)

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\dot{\vec{\Phi}} = \mathbf{H}\omega \quad (2.38)$$

2.3 Representação em espaço de estados

A complexidade de sistemas de múltiplas entradas, múltiplas variáveis e variantes no tempo, somada à necessidade de cumprir requisitos de performance de controle desses sistemas, resultaram no desenvolvimento da teoria moderna de controle, que se baseia principalmente no conceito de estado de um sistema (OGATA et al., 2009).

O estado de um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis (variáveis de estado) cujo seu conhecimento em um instante inicial, somado ao conhecimento das entradas em um intervalo de tempo a partir desse instante, nos possibilita o entendimento total do seu comportamento nesse intervalo.

O espaço de estados é um espaço vetorial cujos componentes de seus vetores (vetores de estado) são variáveis de estado, ou seja, o estado de um sistema é um ponto nesse espaço. Um sistema descrito por n estados, com r entradas ($u_1, u_2, \dots, u_r$) e m saídas, pode ser representado por

$$\dot{\vec{x}}(t) = f(\vec{x}, \vec{u}, t) \quad (2.39)$$

$$\vec{y}(t) = g(\vec{x}, \vec{u}, t) \quad (2.40)$$

Onde,

$$\vec{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{n-1} \ x_n]^T \quad (2.41)$$

$$\vec{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_{m-1} \ u_r]^T \quad (2.42)$$

$$\vec{y} = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{m-1} \ y_m]^T \quad (2.43)$$

A Eq. 2.39 é chamada de equação de estado, e é composta pelas equações diferenciais que determinam a dinâmica de um sistema. Se essas equações são lineares (ou linearizadas) em torno de um ponto de operação, e invariantes no tempo, o sistema pode ser representado por sua forma matricial segundo as Eqs. 2.44 e 2.45.

$$\dot{\vec{x}} = \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}\vec{u} \quad (2.44)$$

$$y = \mathbf{C}\vec{x} + \mathbf{D}\vec{u} \quad (2.45)$$

Em que $\mathbf{A}$ é a matriz de estados, $\mathbf{B}$ é chamada de matriz de entrada, $\mathbf{C}$ é a matriz de saída, e finalmente, $\mathbf{D}$ é a matriz de transmissão direta. Além disso, podemos associar o sistema em espaço de estados com sua função de transferência no regime de frequência pela Eq. 2.46.

$$G(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D} \quad (2.46)$$

Agora podemos aplicar o conceito de espaço de estados ao sistema de equações de movimento desenvolvidas na Seção 2.2. Primeiro, definimos o vetor de estados e o vetor de entrada

$$\vec{x} = [u \quad v \quad w \quad p \quad q \quad r \quad \phi \quad \theta \quad \psi \quad x_p \quad y_p \quad z_p]^T \quad (2.47)$$

$$\vec{u} = [\delta_a \quad \delta_e \quad \delta_r \quad \delta_t]^T \quad (2.48)$$

Então, a partir das Eqs. 2.8 e 2.9, descrevemos a dinâmica das seis primeiras variáveis de estado, conforme as Eqs. 2.49 e 2.50.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} \end{bmatrix}^T = \vec{g}_b(\vec{x}) + \frac{1}{m} \left(\vec{F}_A(\vec{x}, \vec{u}) + \vec{F}_T(\vec{x}, \vec{u}) \right) - \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \times \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \quad (2.49)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{p} & \dot{q} & \dot{r} \end{bmatrix}^T = \mathbf{I}^{-1} \left[\left(\vec{M}_A(\vec{x}, \vec{u}) + \vec{M}_T(\vec{x}, \vec{u}) \right) \right] - \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \times \mathbf{I} \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (2.50)$$

E para completar o sistema de equações diferenciais que compõem o vetor de estado, utilizando as definições anteriores das Eqs. 2.38 e 2.34, definimos as equações 2.51 e 2.52.

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T = \mathbf{H}(\vec{x}) \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (2.51)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p & \dot{y}_p & \dot{z}_p \end{bmatrix}^T = \mathbf{D}_i^b(\vec{x}) \begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T \quad (2.52)$$

A equação de estados do sistema dinâmico da aeronave é portanto

$$\dot{\vec{x}} = \begin{bmatrix} \dot{u} & \dot{v} & \dot{w} & \dot{p} & \dot{q} & \dot{r} & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} & \dot{x}_p & \dot{y}_p & \dot{z}_p \end{bmatrix}^T \quad (2.53)$$

A natureza complexa de sistemas não-lineares dificulta o projeto de sistemas de controle que satisfaçam diretamente os requisitos de performance impostos, e portanto, os procedimentos de linearização são essenciais no desenvolvimento desses sistemas ao simplificar as dinâmicas envolvidas no limiar dos pontos de operação.

2.3.1 Trimagem e linearização

Nos referimos aos pontos de equilíbrio (ou pontos de operação) em um sistema dinâmico como a combinação de um vetor de estado $\vec{x}_e$ e um vetor de entrada $\vec{u}_e$ que leva o vetor resultante da equação de estados para a origem (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015), o que é descrito pela Eq. 2.54.

$$\dot{\vec{x}} = f(\vec{x}_e, \vec{u}_e) = \vec{0} \quad (2.54)$$

Em sistemas dinâmicos de aeronaves, temos o conceito de estado trimado, no qual as acelerações lineares e angulares são nulas, e a aeronave está em estado permanente. Esse estado é de extrema importância pois representa as condições iniciais de uma simulação no tempo, e é o estado a partir do qual podemos linearizar o comportamento do sistema.

O problema apresentado aqui é resumido em calcular o conjunto $\vec{x}_e$ e $\vec{u}_e$ que satisfaz a Equação 2.54 para o sistema desenvolvido na seção anterior. Pela complexidade do termos envolvidos, é necessário lançar mão de algoritmos numéricos que ajustem as variáveis envolvidas até chegar perto o suficiente da solução. Stevens, Lewis e Johnson (2015) apresentam uma solução prática utilizando uma função de custo escalar, formada pela soma dos quadrados de uma série de funções de restrição. Essa função de custo é então minimizada a partir do ajuste dos elementos dos vetores $\vec{x}_e$ e $\vec{u}_e$ até que uma condição de erro mínimo seja satisfeita. O processo é esquematizado na Fig. 9.

Considerando uma condição de voo reto e nivelado, as seguintes restrições são aplicadas ao sistema:

- Pelo conceito inicial de estado trimado determinar a ausência de acelerações lineares e angulares, definimos as primeiras seis funções de restrição:

$$f_1 = \dot{u} \quad (2.55)$$

$$f_2 = \dot{v} \quad (2.56)$$

$$f_3 = \dot{w} \quad (2.57)$$

$$f_4 = \dot{p} \quad (2.58)$$

$$f_5 = \dot{q} \quad (2.59)$$

$$f_6 = \dot{r} \quad (2.60)$$

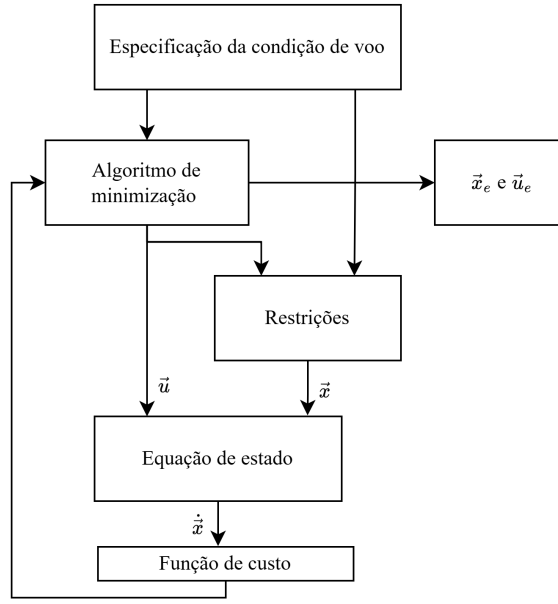


Figura 9 – Diagrama do algoritmo de trimagem. Adaptado de (STEVENSON; LEWIS; JOHNSON, 2015)

- Aplicando uma condição de não derrapagem ($\beta = 0$) e uma velocidade constante e igual a V_e , temos:

$$f_7 = v \quad (2.61)$$

$$f_8 = \sqrt{u^2 + w^2} - V_e \quad (2.62)$$

- Aplicando condição voo paralelo ao solo ($\gamma = 0$):

$$f_9 = \theta - \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \quad (2.63)$$

- A condição de voo nivelado, em conjunto com a imposição $\psi = 0^\circ$ implica:

$$f_{10} = \phi \quad (2.64)$$

$$f_{11} = \psi \quad (2.65)$$

- E finalmente, impondo a posição inicial no ponto $(0, 0, -h_e)$ do sistema inercial, em que h_e é a altitude inicial da aeronave.

$$f_{12} = x_p \quad (2.66)$$

$$f_{13} = y_p \quad (2.67)$$

$$f_{14} = z_p + h_e \quad (2.68)$$

A função de custo é definida então como

$$C(\vec{x}, \dot{\vec{x}}, \vec{u}) = \sum_{i=1}^{14} f_i^2 \quad (2.69)$$

Como exemplo de algoritmo numérico de otimização, e opção utilizada nesse trabalho, temos o algoritmo *simplex* utilizado em Lagarias et al (1998). O desenvolvimento minucioso das características desse algoritmo não será apresentado por fugir do escopo desse trabalho. O resultado da otimização é o estado $\vec{x}_e$ que aproxima a função de custo ao zero, conhecido como ponto de equilíbrio.

Na engenharia de sistemas de controle, a operação desses sistemas pode ser descrita através de pequenas perturbações nas proximidades de um ponto de equilíbrio, e nesses casos podemos aproximar sistemas naturalmente não lineares como sistemas lineares em uma região limitada de operação (OGATA et al., 2009). Um procedimento de linearização usual se baseia na expansão em primeira ordem da série de Taylor, centrada no ponto de operação, das funções não lineares do sistema. A aplicação desse método à equação de estado (Eq. 2.39), considerando invariância no tempo e o ponto de operação dado por x_e e u_e , resulta em

$$\dot{\vec{x}} - f(\vec{x}_e, \vec{u}_e) \approx \frac{\partial f}{\partial \vec{x}}(\vec{x} - \vec{x}_e) + \frac{\partial f}{\partial \vec{u}}(\vec{u} - \vec{u}_e) \quad (2.70)$$

Essa aproximação pode ser reescrita como um sistema linear na forma da Eq. 2.71.

$$\Delta \dot{\vec{x}} = \mathbf{A} \Delta \vec{x} + \mathbf{B} \Delta \vec{u} \quad (2.71)$$

2.4 Projeto de sistemas de controle

Os sistemas de controle são desenvolvidos para executar funções específicas, e têm seus requisitos definidos por especificações de desempenho. Essas especificações podem ser dadas em termo de sua resposta transitória, comportamento em regime permanente ou até em relação à sua resposta em frequência (OGATA et al., 2009).

O processo central do projeto de sistemas de controle consiste em configurar um modelo matemático da planta do sistema, ajustar os parâmetros de compensação e analisar o seu desempenho. Por mais satisfatório que um modelo matemático possa ser, este não traduz todas as nuances de um sistema físico, e portanto o desempenho real de um controlador quase sempre difere de sua predição teórica, tornando necessário um ajuste iterativo de parâmetros até que os requisitos iniciais sejam satisfeitos.

Um sistema dinâmico de segunda ordem, representado pela função de transferência em malha fechada ($C(s)/R(s)$) dada pela Eq. 2.72, têm seu comportamento dinâmico

descrito em termos de dois parâmetros: ω_n , chamado de frequência natural não amortecida, e ζ que é o seu fator de amortecimento. Esses parâmetros são relacionados aos polos do sistema (s_p) através da Eq. 2.73.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.72)$$

$$s_p = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2} \quad (2.73)$$

A caracterização do comportamento transitório de um sistema é muitas vezes desenvolvida segundo a observação de parâmetros específicos da sua resposta em amplitude ($c(t)$) à uma entrada degrau, o que é ilustrado na Fig. 10.

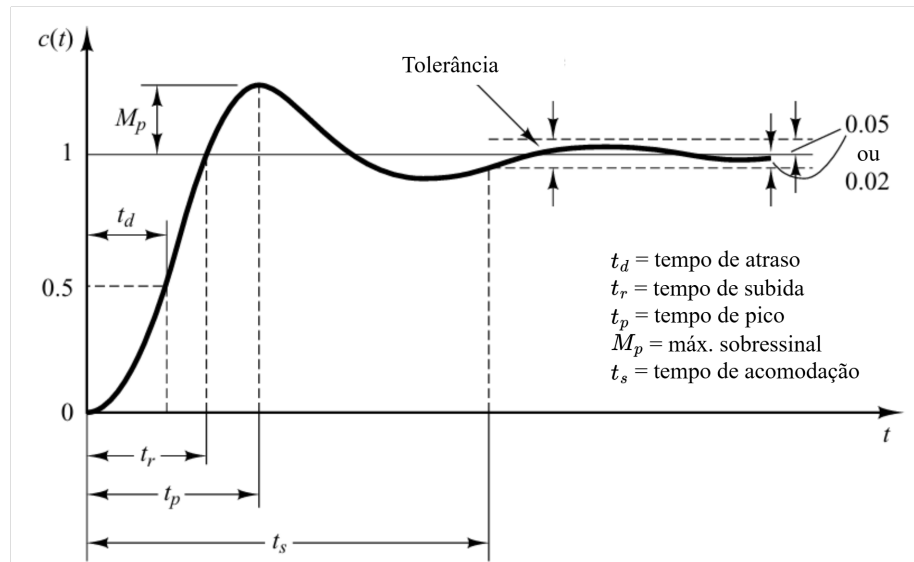


Figura 10 – Parâmetros de resposta ao degrau. Adaptado de (OGATA et al., 2009)

Na avaliação da performance de sistemas de controle de atitude de aeronaves, temos como destaque a importância do tempo de acomodação, que muitas vezes é apresentado como requisito de projeto e traduz a velocidade com a qual o sistema consegue rastrear uma entrada de referência. Considerando um sistema regido por equações diferenciais de segunda ordem, podemos calcular o tempo de acomodação, com critério de tolerância de 5%, pela Eq. 2.74.

$$t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n} \quad (2.74)$$

Visto que o tempo de acomodação, assim como os outros parâmetros de desempenho, dependem diretamente da posição das polos do sistema em circuito fechado, grande parte das técnicas da teoria de controle são baseadas no posicionamento desses de maneira que os requisitos de projeto sejam satisfeitos, método chamado de alocação de polos.

2.4.1 PID

Controladores PID possuem vasto uso industrial por ter aplicação geral na maioria dos tipos de sistemas. O princípio básico de seu funcionamento é baseado no erro (E) da saída do sistema em relação à entrada de referência desejada, conforme a Eq. 2.75, ou ainda, o controlador pode ser representado por sua função de transferência pela Eq. 2.76.

$$u = K_p E + K_i \int E dt + K_d \dot{E} \quad (2.75)$$

$$P(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.76)$$

A observância dos requisitos de performance em estado transiente e permanente em controladores PID depende da sintonia apropriada dos parâmetros K_p , K_i e K_d .

O parâmetro proporcional permite que o sistema atue diretamente na mitigação do erro, atuando de maneira mais rápida quanto maior for o erro, porém amplificando também qualquer ruído ou variação repentina, o que pode causar instabilidades. A parte integrativa atua na diminuição de erro em regime permanente ao mudar o tipo do sistema adicionando polos em sua origem. Finalmente, o ganho derivativo é um fator de amortecimento, que evita que variações bruscas atrapalhem o desempenho do sistema.

2.4.2 Alocação de polos

Quando temos conhecimento da função de transferência do sistema, podemos determinar os ganhos de realimentação tal que a equação característica do sistema em circuito fechado seja igual à formada pelos polos desejados.

Uma das principais técnicas utilizadas para alocar polos em sistemas em espaço de estados é a Fórmula de Ackermann, que, dado o sistema formado pelas Eqs. 2.44 e 2.45, consiste em selecionar os polos desejados $(p_{d1}, \dots, p_{dn})$ e calcular uma entrada de controle $u = -\mathbf{K}\vec{x}$, em que $\mathbf{K}$ é a matriz de ganhos de realimentação referente a cada estado do vetor $\vec{x}$, e é calculada por

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} & | & \mathbf{AB} & | & \dots & | & \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}^{-1} \Pi(\mathbf{A}) \quad (2.77)$$

em que $\Pi(\mathbf{A})$ é a equação característica desejada substituindo a variável s pela matriz $\mathbf{A}$.

Como ferramenta aliada ao projeto de sistemas de controle, destacamos os observadores de estado, que têm principal função estimar os estados internos de um sistema dinâmico, principalmente se esses não são diretamente medidos.

2.4.3 Observador de estados

Um observador de estado estima as variáveis de estado com base nas medições das variáveis de saída e controle. Definimos um sistema em espaço de estados a partir de um vetor de estado observado $\vec{z}$ a partir da equação do observador (Eq. 2.78).

$$\dot{\vec{z}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}_e \mathbf{C}) \vec{z} + \mathbf{B}u + \mathbf{K}_e y \quad (2.78)$$

A matriz $\mathbf{K}_e$ é a matriz de ganhos do observador, que têm como objetivo corrigir a saída da planta e melhorar a performance do observador. Esses ganhos são calculados conforme o método de alocação de polos apresentado, fazendo as substituições decorrentes da definição da Eq. 2.78, resultando em

$$\mathbf{K}_e^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\mathbf{C}^T | \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \right]^{-1} \Pi(\mathbf{A}^T) \quad (2.79)$$

A seguir veremos a base teórica das metodologias de controle utilizadas nesse trabalho e como elas contribuem para a performance do sistema.

2.4.4 ADRC

A metodologia de Controle Ativo de Rejeição de Distúrbios, conforme o elaborado em Han (2009), é a combinação de três elementos principais: o gerador de perfil transiente, a realimentação ponderada e a estimação e rejeição de distúrbios, e seu funcionamento é diagramado na Fig. 11.

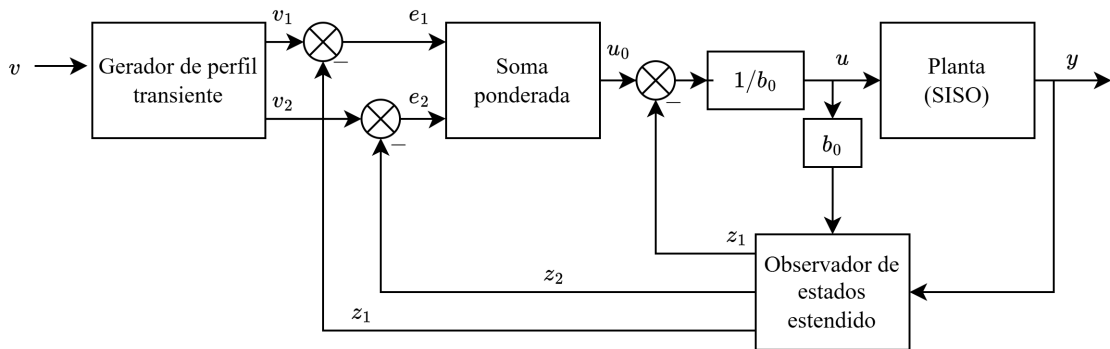


Figura 11 – Diagrama do controle ativo de rejeição de distúrbios. Adaptado de (HAN, 2009)

O gerador de perfil surge para evitar mudanças abruptas no valor de referência que possam causar respostas indesejadas ou esforços demasiados dos atuadores. Com base no gerador de perfil transiente desenvolvido no trabalho de Cordeiro e Brière (2024), é utilizada aqui a seguinte configuração:

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_1 \\ \dot{v}_2 \\ \dot{v}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a^3 & -3a^2 & -3a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a^3 \end{bmatrix} v \quad (2.80)$$

Em que v é a referência a ser rastreada, v_1 é a trajetória suavizada da referência a ser seguida e v_2 e v_3 são sua primeira e segunda derivadas, enquanto a é o parâmetro que define a suavidade de transição.

Aplicando o conceito de estimação e rejeição de perturbação, como implementado por Han (2009), para um sistema de uma entrada e uma saída (SISO) descrito como

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu \\ \dot{x}_3 = G(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.81)$$

Temos como objetivo fazer com que y convirja para um valor desejado através de uma variável de manipulação u , observando que x_3 engloba tanto um comportamento não modelado da planta quanto perturbações externas, sendo assim chamado de perturbação total, que será estimada para participar do processo de rejeição de perturbação pela atuação de u .

O princípio básico de funcionamento dessa técnica reside na sua atuação análoga a um sistema duplo integrador, em que a saída depende do conhecimento de duas taxas, a primeira depende da ação já conhecida do atuador, já a segunda, x_3 , não é conhecida imediatamente, porém é estimada de acordo com a resposta do sistema.

A partir do sistema apresentado anteriormente, desenvolvemos o observador de estados estendido, conhecido por sua sigla em inglês *ESO*, na seguinte forma:

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1 e \\ \dot{z}_2 = z_3 + b_0 u - \beta_2 e \\ \dot{z}_3 = -\beta_3 e \end{cases} \quad (2.82)$$

Onde β_1 , β_2 e β_3 são os ganhos do observador, que podem ser calculados pelos processos de alocação de polos citados anteriormente buscando uma resposta pelo menos cinco vezes mais rápida que a planta original. b_0 é uma aproximação do parâmetro b da planta.

Por fim, a variável de controle u é calculada a partir da soma ponderada dos erros entre as saídas do perfil transiente e os estados de saída do observador, conforme

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - z_1 \\ e_2 = v_2 - z_2 \\ \delta_a = \frac{K_1 e_1 + K_2 e_2 - z_3}{b_1} \end{cases} \quad (2.83)$$

3 Modelo matemático

O presente capítulo é a aplicação de parte das teorias fundamentadas no capítulo anterior, com objetivo de constituir um modelo matemático e seus sistemas linearizados, que são base para o projeto dos controladores. Primeiramente, é apresentado o sistema físico que será nosso objeto de estudo, e então os processos práticos que abrangem a modelagem desse sistema. Seguida da apresentação dos modelos linearizados reduzidos e o modelo de implementação de turbulência atmosférica no modelo da aeronave.

3.1 Sistema físico

Esse trabalho tem como sistema físico a aeronave remotamente controlada DV24 (Fig. 12), projetada para cumprir missões de transporte de carga. Possui configuração asa fixa com empenagem convencional. É controlada pelas superfícies de controle usuais somada ao comando de potência. Seu conjunto moto-propulsor é composto por um motor DC de 1400 W e uma hélice bipá de 14 polegadas.

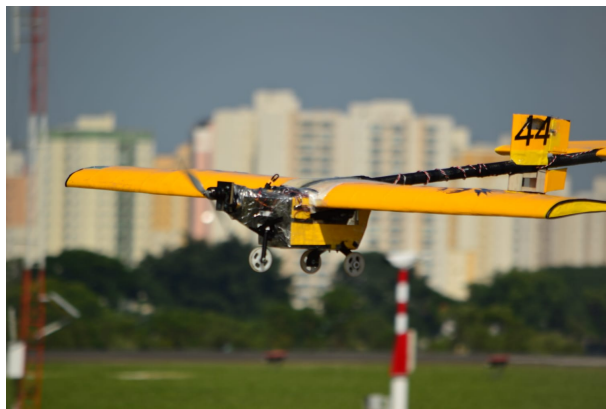


Figura 12 – Aeronave DV24 em voo

3.2 Modelagem

A seguir, são apresentados os métodos utilizados para gerar o modelo matemático do sistema físico.

3.2.1 Caracterização aerodinâmica

Com objetivo de caracterizar os coeficientes das Eqs. 2.22-2.27, a geometria das superfícies aerodinâmicas do sistema físico foram modeladas e discretizadas (Fig 13) com auxílio do *software OpenVSP*.

Baseado nas dimensões da aeronave, juntamente com seu perfil de operação usual, o escoamento de referência é definido por $Re = 360.000$ e $Mach = 0,05$.

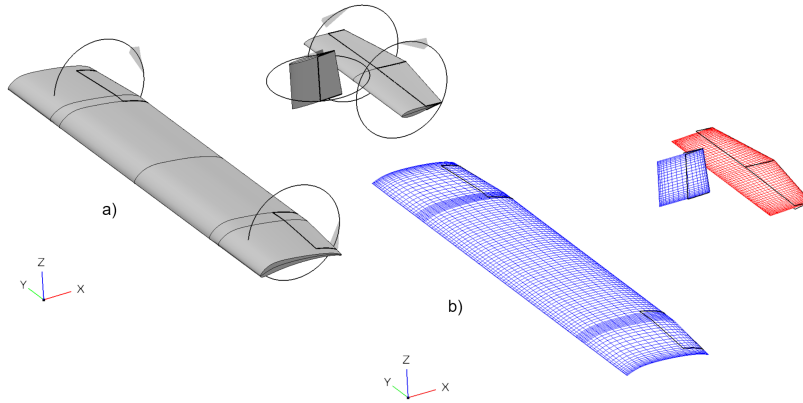


Figura 13 – Geometrias modelada (a) e discretizada (b) em *OpenVSP*.

Por simulação, em cada superfície, do escoamento pela metodologia numérica de rede de vórtices (*Vortex Lattice*) implementada pelo código *VSPAERO*, obtendo assim, os dados dos coeficientes aerodinâmicos estáticos em função de α e β , como exemplificado na Fig. 14, e por aproximação por pequenas perturbações, são calculadas as derivativas aerodinâmicas relativas às taxas de rotação e comandos de controle.

3.2.2 Tração

Na seção 2.2.4 foi estabelecido que a resultante de tração depende da intensidade F_{Tn} sendo essa função do comando de potência δ_t . Beard e MacLain (2012) propõem modelo de tração dinâmica baseado na aplicação da equação de Bernoulli ao volume de ar deslocado pela hélice, definido pela Eq. 3.1.

$$F_{tn} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} S_{hel} \left[(k_{motor} \delta_t)^2 - V_a^2 \right] \quad (3.1)$$

Onde S_{hel} é a área de abrangência da hélice, e k_{motor} é uma constante de proporcionalidade entre o comando de potência e a velocidade do ar deslocado.

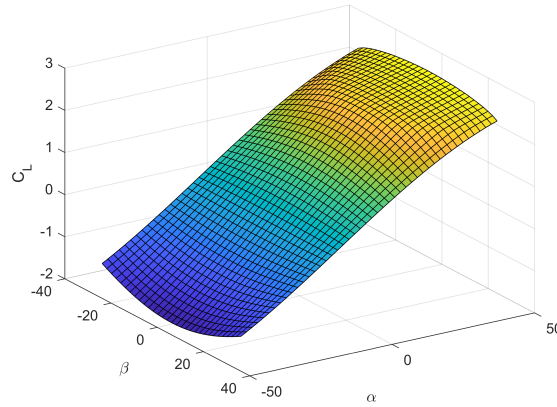


Figura 14 – Coeficiente estático de sustentação da asa

A curva de tração, considerando máxima potência ($\delta_t = 1$), foi calculada pela ferramenta computacional *QPROP* cuja metodologia é desenvolvida por Drela (2006), e o resultado foi utilizado para ajustar o parâmetro k_{motor} do modelo através da ferramenta *CurveFitter(Matlab)*, e o resultado é apresentado na Fig. 15.

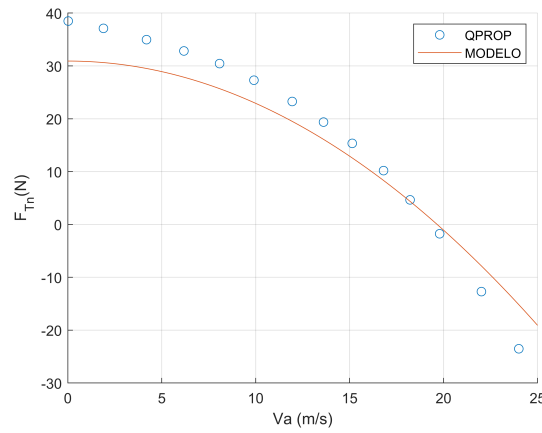


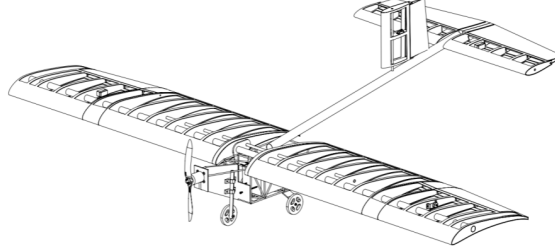
Figura 15 – Aproximação da tração calculada pelo modelo

3.2.3 Massa e inércia

Como última caracterização física da aeronave, temos a distribuição de massa, que é definida pelos parâmetros de quantidade total de massa (m), a localização longitudinal do centro de massa (x_{CG}) e pela matriz de inércia I . Por praticidade, foi utilizado CAD da aeronave em *SolidWorks* (Figura 16), com dimensões e materiais correspondentes ao modelo físico, para ponderar essa distribuição, e os resultados obtidos são resumidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados de distribuição de massa do DV24

m (kg)	x_{CG} (m)	I_{xx} (kg m ²)	I_{yy} (kg m ²)	I_{zz} (kg m ²)
15,0	0.12	0,442	0,657	0,447

Figura 16 – Vista isométrica do CAD em *SolidWorks*

3.3 Modelos reduzidos

Com os dados obtidos na seção anterior é possível alimentar o sistema de equações diferenciais do modelo não linear da aeronave, porém, ainda não é obtido um sistema no qual se pode basear o projeto dos sistemas de controle proposto no trabalho. Portanto, nessa seção é calculado o ponto de operação e são obtidos os sistemas desacoplados das dinâmicas de rolagem e arfagem.

Primeiramente é necessário definir a condição de voo na qual a aeronave será trimada. Com base nas restrições determinadas anteriormente (Seção 2.3.1), é imposto uma velocidade $V_a = 16m/s$ com posição inicial na origem do sistema. A metodologia de trimagem numérica apresentada foi implementada em *Matlab* para tais condições, e resultou nos vetores de estado e controle no ponto de equilíbrio. A condição de equilíbrio pode ser representada pelos parâmetros longitudinais dados na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros de trimagem longitudinal

θ	α	δ_e
0,5°	0,49°	-6,1°

A seguir, é aplicada a metodologia de linearização também introduzida na Seção 2.3.1, e são delimitados os sistemas reduzidos das dinâmicas laterais (Eq. 3.2) e longitudinais (Eq. 3.3).

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -33,3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 218,8 \end{bmatrix} \delta_e \quad (3.2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,29 & 0,27 & -0,12 & -9,81 \\ -1,19 & -3,33 & 15,20 & -0,08 \\ 0,09 & -10,6 & -3,2 & 0,0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5 \\ -7,3 \\ -207,0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_a \quad (3.3)$$

Com o objetivo de constatar a estabilidade inerente do sistema não controlado, são apresentados os pólos do sistema na Figura 17 para cada modo dinâmicos da aeronave como definidos por Roskam (1998), e baseado nesses, a Tabela 3 contém as especificações de frequência natural e amortecimento para os modos subamortecidos, constante de tempo configurando o modo superamortecido de rolagem e o tempo para dobrar a amplitude do modo instável espiral.

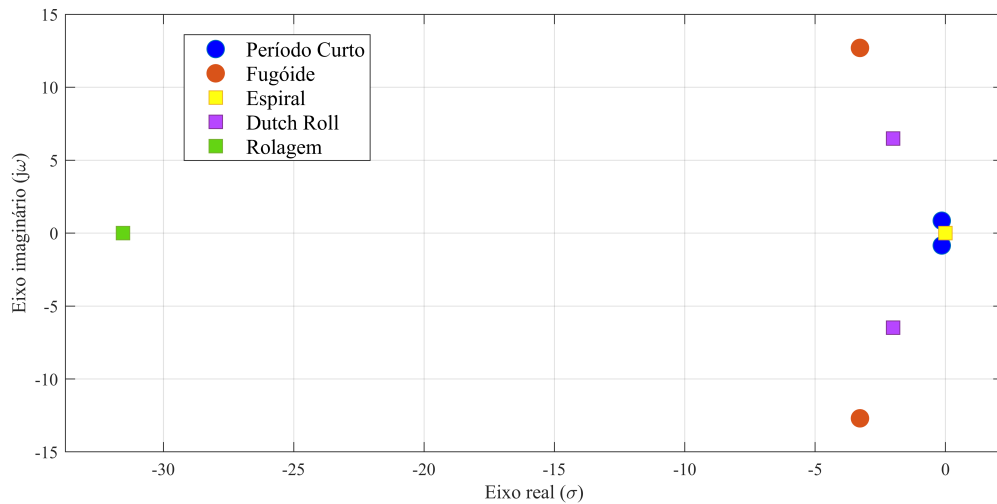


Figura 17 – Pólos do sistema não linear

Tabela 3 – Especificação dos modos dinâmicos

Modo	Especificação	
Período Curto	Frequência Natural (rad/s)	$\omega_n = 13,1$
	Amortecimento	$\xi = 0,25$
Fugóide	Frequência Natural (rad/s)	$\omega_n = 0,86$
	Amortecimento	$\xi = 0,165$
Dutch-Roll	Frequência Natural (rad/s)	$\omega_n = 6,7$
	Amortecimento	$\xi = 0,29$
Rolagem	Constante de Tempo (s)	$T_C = 0,03$
Espiral	Tempo para dobrar Amplitude	$T = 2,4 \text{ s}$

3.4 Modelo de ventos e turbulência

A dinâmica atmosférica tem papel fundamental no desempenho de voo, sendo aqui o principal fator de perturbação a ser utilizado. Para incluir o efeito dessa dinâmica, é estruturado modelo de ventos que soma componentes estáticas com o comportamento estocástico da turbulência. Na literatura, dois modelos estocásticos se destacam em aplicações semelhantes: Dryden e Von Kármán ([MILITARY... , 1980](#)). Por sua maior praticidade de implementação, sem perda de confiabilidade, aqui será implementado o modelo de Dryden pelo algoritmo apresentado por Beal ([1993](#)).

O modelo de Dryden é baseado em funções de transferência que descrevem as perturbações de velocidade linear nos três eixos da aeronave como processos estocásticos. Na prática, é gerada variação de velocidade ao passar uma função geradora de números aleatórios com distribuição Gaussiana, muitas vezes chamado de "ruído branco", pelos filtros definidos pelas Eqs. [3.4](#) [3.5](#). Aqui não é apresentado o procedimento para a velocidade v por ser análogo a w .

$$F_u(s) = \frac{1}{1 + L_u s} \quad (3.4)$$

$$F_w(s) = \frac{1 + 3^{1/2} L_w s}{(1 + L_w s)^2} \quad (3.5)$$

Em que os parâmetros L_u e L_w são as escalas de comprimento da turbulência, que conforme implementação usual definida na norma MIL-F-8785c ([1980](#)), assumem valor de 533 metros. A função geradora de ruído tem como parâmetro o desvio padrão de intensidade σ_{wn} que é correlacionado aos desvios padrão de velocidade σ_u e σ_w por

$$\sigma_{wn} = \sigma_u (2L_u/D_x)^{1/2} \quad (3.6)$$

$$\sigma_{wn} = \sigma_w (L_w/D_x)^{1/2} \quad (3.7)$$

onde a variável D_x é definida como $D_x = V dt$, sendo V a velocidade linear da aeronave e dt o passo de tempo de discretização do modelo.

Para inserir essa dinâmica na planta a ser simulada, é definido o vetor velocidade total da aeronave em relação ao vento $\vec{V}$ como a composição da velocidade da aeronave $\vec{V}_p$ somada à contribuição do vento $\vec{V}_w$.

$$\vec{V} = \vec{V}_p + \vec{V}_w \quad (3.8)$$

Ainda, $\vec{V}_w$ pode ser dividido em duas contribuições principais: velocidade constante de vento $\vec{V}_{wst}$ e turbulência $\vec{V}_{wtu}$, portanto

$$\vec{V}_w = \vec{V}_{wst} + \vec{V}_{wtu} \quad (3.9)$$

O modelo de turbulência de Dryden utilizado nesse trabalho foi implementado em *Matlab* com o auxílio da função de ruído *randn* e sua resposta para diferentes desvios padrão de velocidade são demonstradas

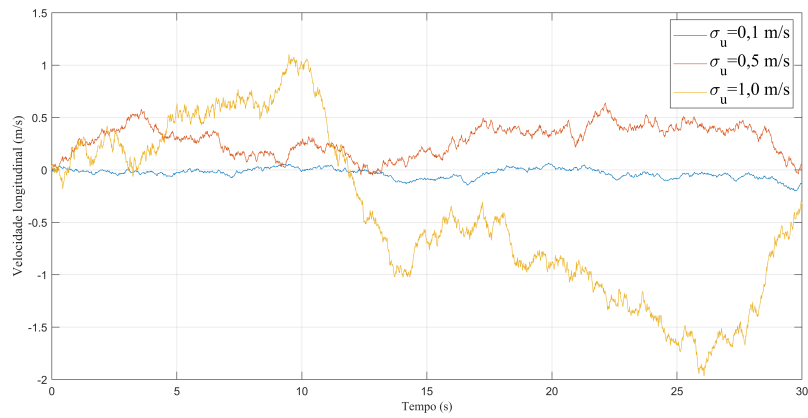


Figura 18 – Simulação do modelo de turbulência de Dryden para a velocidade longitudinal

4 Sistemas de controle

O movimento da aeronave é controlado por dois sistemas principais aninhados, conforme a Figura 19. Em um ciclo de realimentação interior, temos o controlador de atitude, que calcula as entradas de comando dos atuadores a partir das de referências de direção, velocidade e altitude fornecidos pela controlador de trajetória externo.

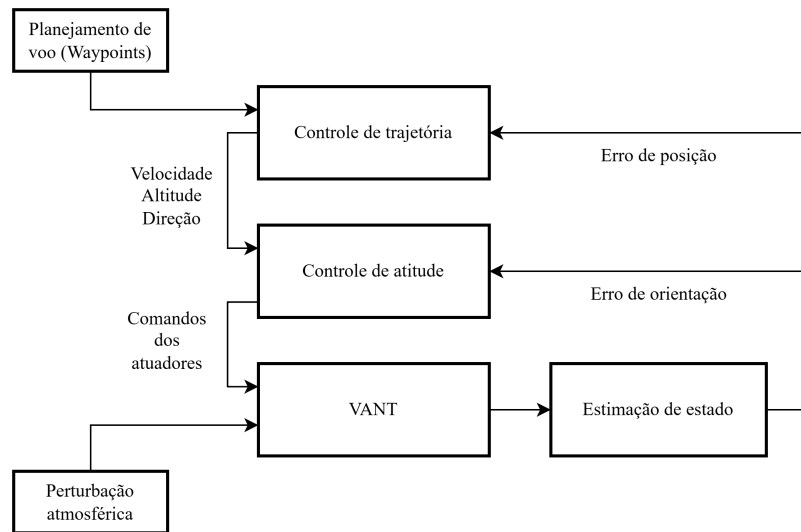


Figura 19 – Arquitetura do sistema de controle. Adaptado de (BEARD; MCLAIN, 2012).

O objetivo aqui é utilizar do conhecimento dos modelos reduzidos e simplificados para projetar controladores visando requisitos de desempenho, para depois aplicar esses ao modelo não linear do sistema físico e verificar sua performance.

Neste capítulo definiremos o algoritmo de controle de trajetória baseado na metodologia de Elkaim e Lie (2015) e em seguida projetaremos os controladores de atitude baseado nas teorias PID e ADRC, como apresentado na Seção 2.4.

4.1 Controle de trajetória

Esse sistema tem como objetivo, a partir da definição prévia das coordenadas dos *waypoints*, calcular as referências dos ângulos de rolagem ϕ_r e arfagem θ_r com base na leitura de posição e velocidade da aeronave.

De maneira geral, essa metodologia é composta dois algoritmos funcionando em paralelo: o rastreamento de trajetória em linha reta entre dois *waypoints* consecutivos, e a troca do trecho de referência sendo rastreado.

O rastreamento de linha reta, como ilustrado na Fig. 20 , é baseado no erro de direção η entre a velocidade do avião em relação ao solo $\vec{V}_g$ e o vetor distância $\vec{L}$ entre a posição atual da aeronave e um ponto de referência futuro sobre a trajetória desejada. O equacionamento necessário para calcular a saída de referência de rolagem é dada pelas Eqs. 4.1 a 4.2.

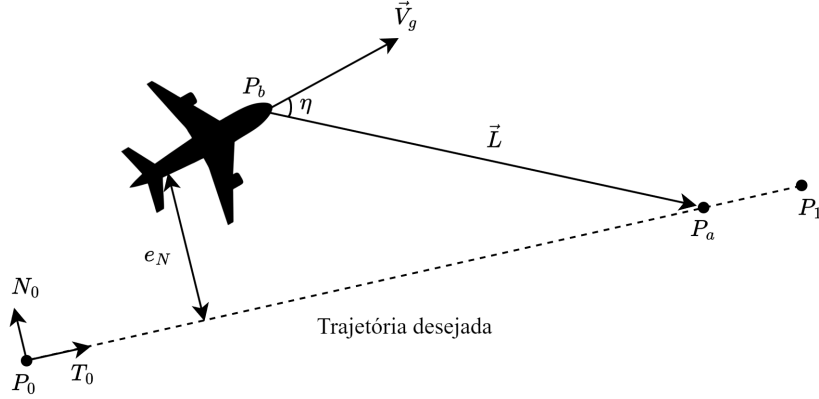


Figura 20 – Parâmetros do algoritmo de rastreamento lateral. Adaptado de (ELKAIM; LIE; GEBRE-EGZIABHER, 2015)

$$\vec{V}_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{D}_i^b \vec{V}_b \quad (4.1)$$

O ângulo de rolagem de referência é calculado por

$$\phi_r = \tan^{-1} \frac{a_r}{g} \quad (4.2)$$

Onde:

$$a_r = 2 \frac{|\vec{V}_g|^2}{|\vec{L}|} \sin \eta \quad (4.3)$$

$$\sin \eta = \frac{|\vec{V}_g \times \vec{L}|}{|\vec{V}_g| |\vec{L}|} \quad (4.4)$$

O algoritmo de troca de *waypoints*, ilustrado na Fig. 21, consiste em calcular o ponto de troca (P_s) sobre a trajetória atual a partir da definição do raio de curvatura da manobra de troca de trecho.

Temos que

$$P_s = P_1 - dsT_1 \quad (4.5)$$

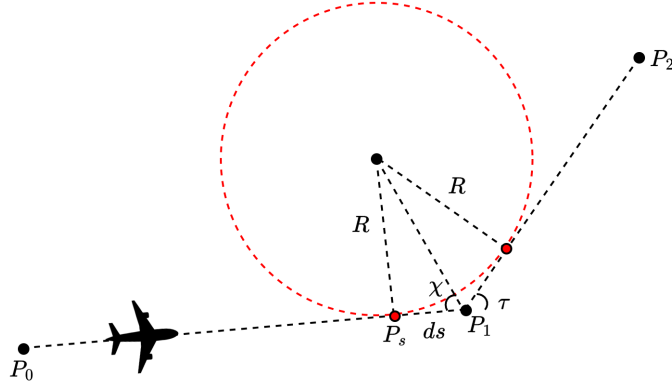


Figura 21 – Parâmetros do algoritmo de troca de *waypoints*. Adaptado de (ELKAIM; LIE; GEBRE-EGZIABHER, 2015)

Onde

$$ds = \frac{R}{\tan \chi} \quad (4.6)$$

é a distância entre o final do trecho e o ponto de troca, que depende do ângulo χ e do raio de curvatura R , que são definidos, a partir da Figura 21, como

$$R = \frac{V_a^2}{a_{max}} \quad (4.7)$$

$$\chi = \frac{\pi - \tau}{2} \quad (4.8)$$

sendo que

$$\tau = \cos^{-1} T_0^T T_1 \quad (4.9)$$

Onde a_{max} é a aceleração máxima em curva, resultante da definição de um ângulo de rolagem máximo ϕ_{max} , dada por

$$a_{max} = \phi_{max} g \quad (4.10)$$

Finalmente, o ângulo de referência de arfagem θ_r é calculado a partir do ângulo de trajetória de voo de referência γ_r , como definido na Figura 22.

Pela definição dada pela Eq. 2.33, temos que

$$\theta_r = \gamma_r + \alpha \quad (4.11)$$

Onde,

$$\gamma_r = \tan^{-1} \left(\frac{e_h}{T_0^T \vec{L}} \right) \quad (4.12)$$

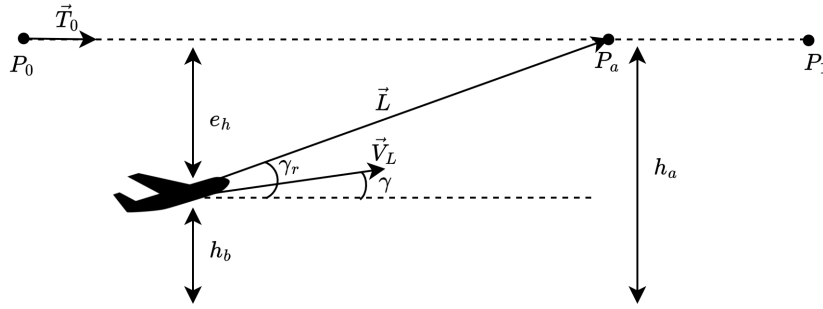


Figura 22 – Parâmetros do algoritmo de rastreamento longitudinal. Adaptado de (ZHANG; WANG, 2017).

$$e_h = h_a - h_b \quad (4.13)$$

4.2 Controle de atitude por PID

A proposta de controle usando técnica PID é aqui desenvolvida de acordo com o esquema presente na Figura 23, na qual os quatro comandos de controle são definidos dentro do ciclo de controle com base em referências tanto internas ao circuito, como os valores de rolagem e arfagem de referência, assim como externas como é o caso da velocidade constante e igual a V_e e a imposição de comando nulo e fixo de leme.

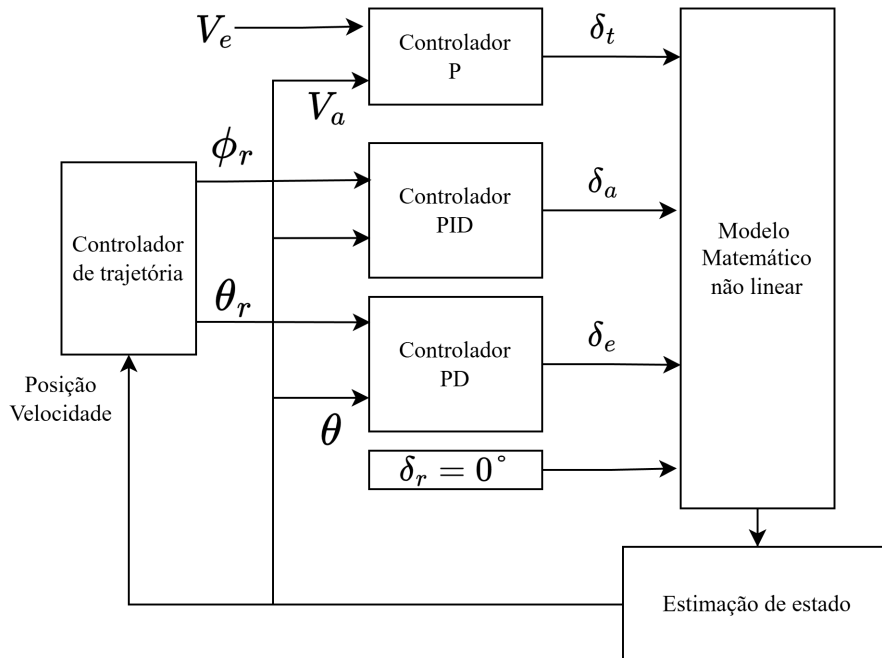


Figura 23 – Esquemática da estratégia de controle PID.

Segundo a metodologia do trabalho, os controladores serão projetados a partir de sistemas reduzidos do sistema original, conforme a dinâmica apresentada na Fig. 24, logo, o restante dessa seção aborda os métodos utilizados para tal.

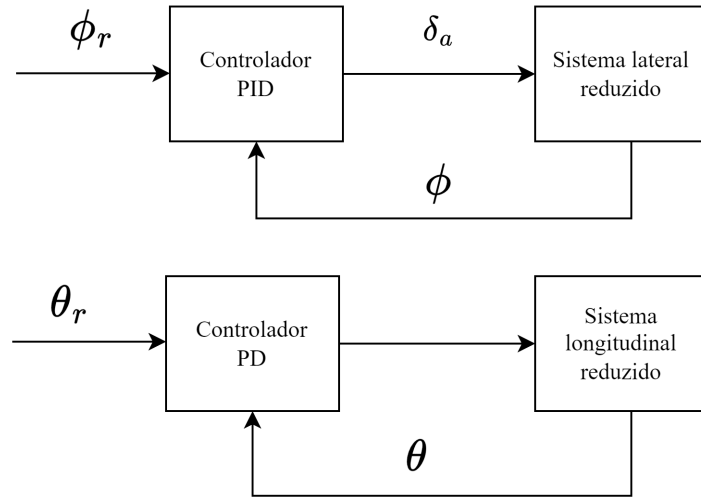


Figura 24 – Esquemática do projeto PID em sistemas reduzidos.

4.2.1 Controle lateral

Representamos o sistema de dinâmica lateral em espaço de estados por

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_{lat} \begin{bmatrix} \phi \\ p \end{bmatrix} + \mathbf{B}_{lat} \delta_a \quad (4.14)$$

Aqui é separada a equação diferencial que traduz a dinâmica do ângulo de rolagem p , e pela Equação 3.2, é calculada a sua função de transferência, apresentada a seguir

$$\frac{p(s)}{\delta_a(s)} = \frac{218,8}{s + 33,27} \quad (4.15)$$

Com base na Equação 2.75, é definida a variação do comando de deflexão de aileron em função do erro através do controlador proporcional derivativo (PD), como

$$\delta_a(t) = K_{plat} e(t) - K_{dlat} \dot{e}(t) \quad (4.16)$$

Sendo e o erro entre a saída ϕ e o ângulo de referência ϕ_r , e aproximando a derivada do ângulo de rolagem por p , temos

$$\delta_a(t) = K_{plat}(\phi_r - \phi) - K_{dlat} p \quad (4.17)$$

Aplicando essa proposta de controle ao sistema lateral, resultamos no sistema realimentado ilustrada na Figura 25.

Simplificando o sistema, resultamos na sua função de transferência de segunda ordem (Eq. 4.18), que comparada à Eq. 2.72, nos permite avaliar a relação entre os ganhos do sistema e os parâmetros de desempenho.

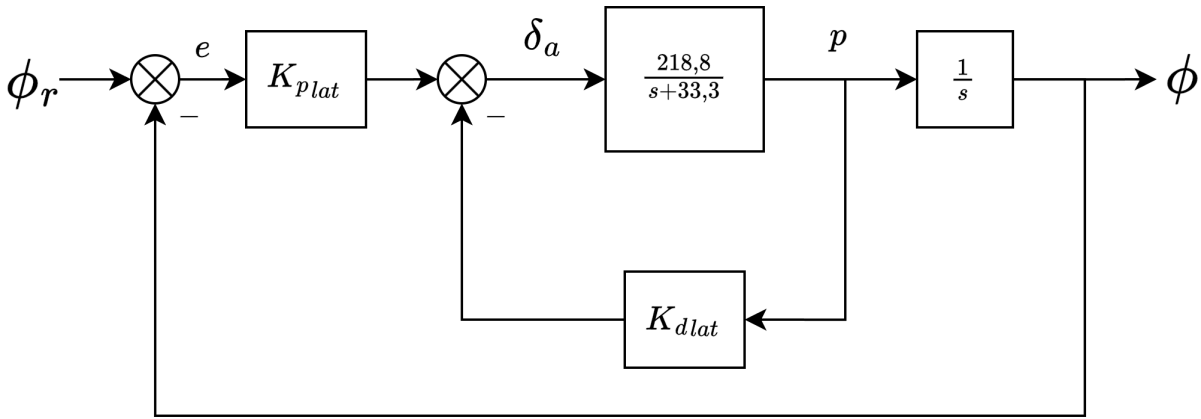


Figura 25 – Diagrama do sistema de controle de rolagem PD.

$$\frac{\phi(s)}{\phi_r(s)} = \frac{K_{plat}218,8}{s^2 + (33,3 + 218,8K_{dlat}) + K_{plat}218,8} \quad (4.18)$$

$$\omega_n^2 = K_{plat}218,8 \quad (4.19)$$

$$2\omega_n\zeta = 33,3 + 218,8K_{dlat} \quad (4.20)$$

Primeiramente, o ganho proporcional é calculado impondo que a situação de saturação de comando de aileron (aqui consideramos 10°) ocorre para um erro máximo ($e(t)$) de 30° , resultando em $K_{plat} = 0,33$ e $\omega_n = 8,49 \text{ rad/s}$.

Utilizando as Eqs.4.20 e 2.74 com o requisito de tempo de acomodação de 2s, temos $K_{dlat} = 0.14$. Esses ganhos resultam no sistema de malha fechada cujos polos são localizados sobre o eixo real em $-1,15$ e $-62,8$.

Pela teoria de controle, o sistema de malha aberta visto na Figura 25, por possuir um polo na origem, é capaz de rastrear com erro nulo em regime permanente referências do tipo degrau, porém, essa capacidade é afetada na existência de perturbações, que podem ser tanto das dinâmicas não consideradas nesse modelo, quanto perturbações externas. Considerando essa fonte de perturbação constante, podemos recuperar o erro em regime permanente através da inclusão de um ganho integrador K_{ilat} , como esquematizado na Figura 26.

Para selecionar o valor do ganho integrativo, é feita análise do lugar das raízes, em função de K_{ilat} , com os ganhos restantes como calculados anteriormente, e como é indicado para os polos dominantes na Figura 27, o sistema apresenta resposta estável e não oscilatória para $K_{ilat} < 0,063$, e portanto optamos por $K_{ilat} = 0,05$. Resultando nos polos sobre o eixo real em $-0,18$, $-0,97$ e $-62,8$.

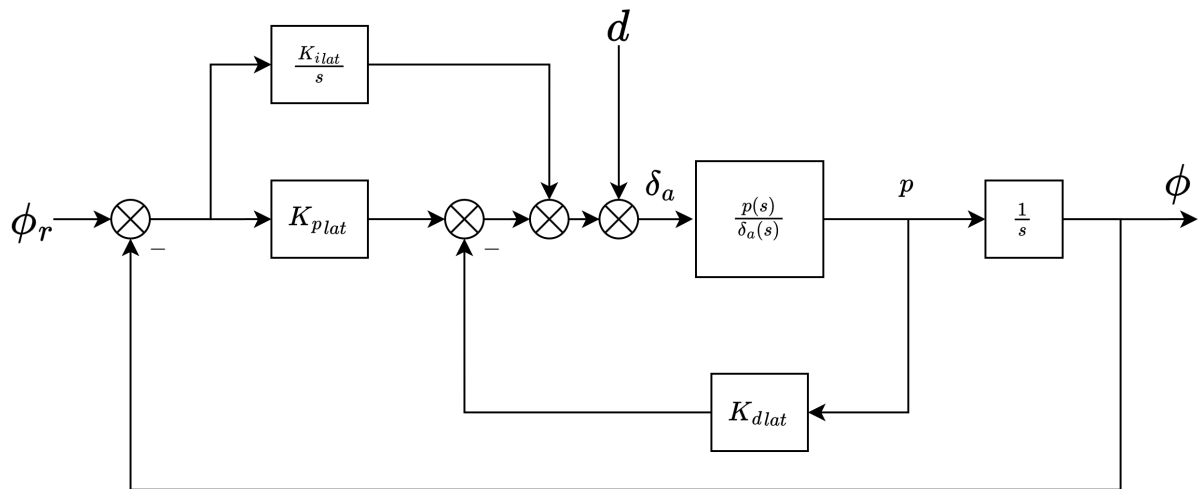


Figura 26 – Diagrama do sistema de controle de rolagem com inclusão do ganho integral.

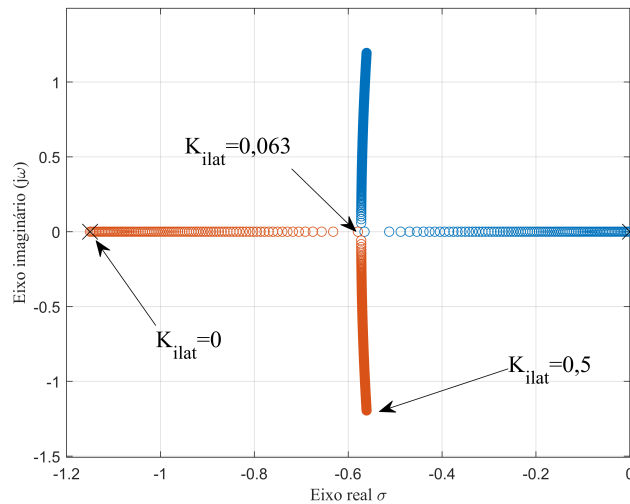


Figura 27 – Lugar das raízes do sistema de controle de rolagem em função do ganho integrativo.

4.2.2 Controle longitudinal

O controlador longitudinal é projetado para manter a atitude de voo por meio de comandos de profundor. A sua implementação é mais complicada que a metodologia utilizada para o controle lateral por sua dinâmica ser dependente das condições dos ventos, mais precisamente do ângulo α , que não é diretamente medido. Para contornar essa situação, primeiramente, é definido de maneira análoga ao caso anterior, o sistema de controle do ângulo de arfagem θ a partir da referência θ_r , onde

$$\delta_e = (\theta_r - \theta)K_{p_{long}} - qK_{d_{long}} \quad (4.21)$$

Aqui a função de transferência $q(s)/\delta_e$ possui ordem três, o que dificulta o cálculo analítico dos ganhos proporcionais e derivativos, o que vai ser portanto feito de maneira

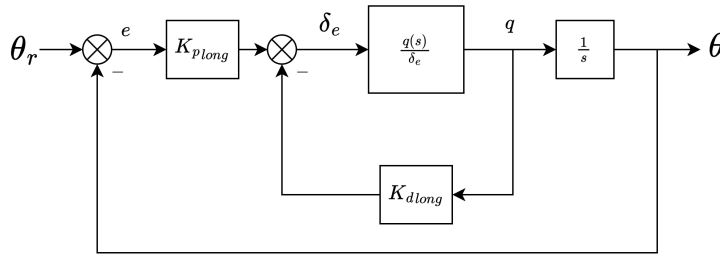


Figura 28 – Diagrama do sistema PD de controle de arfagem.

iterativa. O ganho K_{plong} é determinado pela saturação do comando de profundor ($\delta_{emax} = 30^\circ$) para o erro em arfagem de 10° , resultando em $K_{plong} = 3,0$. E o ganho derivativo é escolhido tal que a resposta não provoque instabilidade, o que resultou na escolha de $K_{dlong} = 0,5$.

Finalmente, para o projeto do controlador de velocidade longitudinal, temos em mente que esse sistema dificilmente apresenta variações bruscas e na prática é pouco acionado durante o voo, portanto optamos por um controlador proporcional de ganho pequeno, tal que seja mais lento que as dinâmicas de controle de atitude definidas anteriormente. A partir do modelo longitudinal reduzido podemos simplificar a variação da velocidade u com o controle de potência δ_t por

$$\dot{u} = -0,29u + 4,88\delta_t \quad (4.22)$$

Aplicando a técnica de controle proporcional de ganho K_{pt} ao erro de realimentação, obtemos a função de transferência do sistema em circuito fechado

$$\frac{u(s)}{u_r(s)} = \frac{4,88K_{pt}}{s + (0,29 + 4,88K_{pt})} \quad (4.23)$$

Para um tempo de acomodação próximo dos 10s, precisamos que o polo desse sistema esteja em $-0,33$. o que resulta em $K_{pt} = 0,01$.

4.3 Controle de atitude por ADRC

A partir do modelo de referência da Figura 11, é projetado o controle dos comandos de aileron e profundor, conforme o diagrama da Figura 29, a partir de dois ramos principais alimentados pelo controle de trajetória e estruturados segundo as bases do Controle Ativo de Rejeição de Perturbações.

O controle dos comandos restantes, leme e manete, por não serem críticos para o estudo aqui desenvolvido, permanecem como foram projetados para os controladores PID.

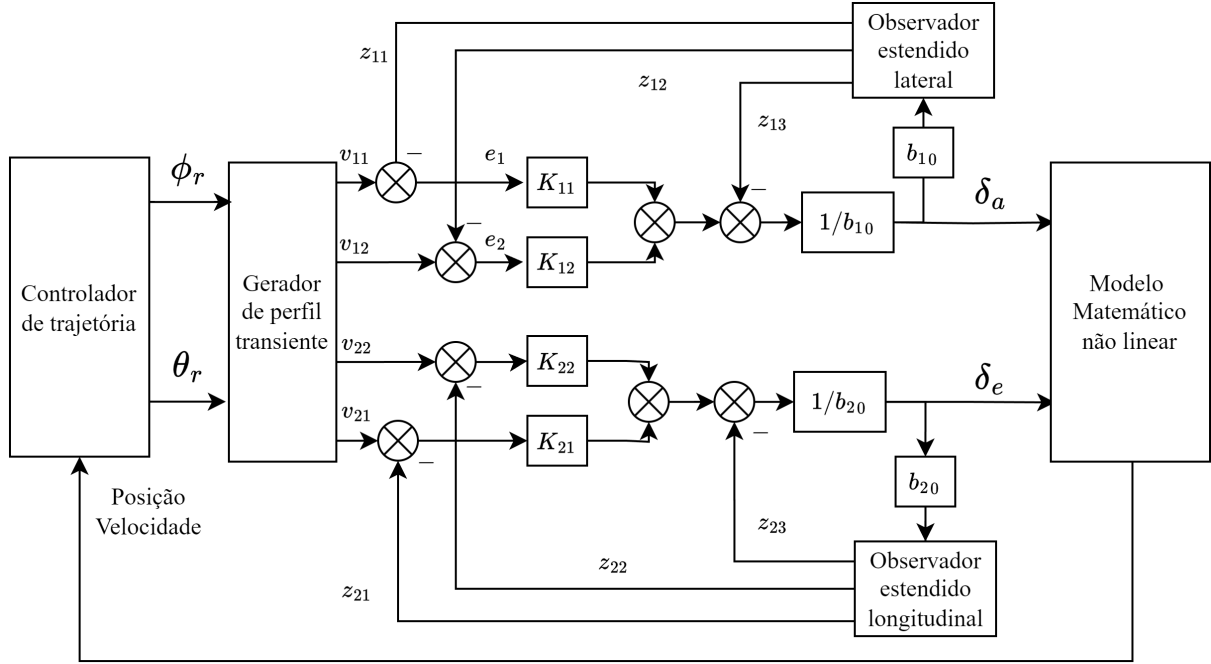


Figura 29 – Diagrama do sistema de controle de rolagem e arfagem por ADRC.

A seguir, são desenvolvidos os elementos que constituem esses controladores com base no modelo reduzido dos sistemas lateral e longitudinal e tendo como referência o trabalho de Zhang e Wang (2017).

4.3.1 Controle lateral

Como a implementação desse controlador não necessita do conhecimento total da planta, dinâmica do sistema lateral é reescrita como

$$\begin{cases} \dot{\phi} = p \\ \dot{p} = f_{\phi} + b_{10}\delta_a \\ y = \phi \end{cases} \quad (4.24)$$

Em que f_{ϕ} é a perturbação total a ser estimada pelo observador de estados e b_{10} é uma aproximação do coeficiente que relaciona diretamente a entrada de aileron com o momento de rolagem, que é calculado por $q_{\infty} S b C_{l_{\delta_a}}$. Aqui definimos $b_{10} = 80,0$. Podemos representar esse sistema na sua forma matricial com o intuito da construção do observador, como

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{f}_{\phi} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_p \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ f_{\phi} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_p \delta_a = \quad (4.25)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{p} \\ \dot{f}_{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ p \\ f_{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_{10} \\ 0 \end{bmatrix} \delta_a \quad (4.26)$$

$$\mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Com essas matrizes em mãos, projetamos o observador de estados da forma

$$\dot{\vec{z}} = (\mathbf{A}_p - \mathbf{K}_e \mathbf{C}_p) \vec{z} + \mathbf{B}_p u + \mathbf{K}_e y \quad (4.28)$$

em que $\mathbf{K}_e$, que contém os ganhos do observador, deve ser calculado tal que garanta que a velocidade de resposta maior que a do sistema sendo observado, e por isso, são selecionados os polos do observador em $P = [-10 \ -10 \ -10]$. Seguindo, o problema de alocação de polos é solucionado utilizando a fórmula de Ackermann (Eq. 2.77), fazendo as substituições de $\mathbf{A} = \mathbf{A}_p^T$ e $\mathbf{B} = \mathbf{C}_p^T$, que resulta em

$$\mathbf{K}_e^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\mathbf{C}_p^T | \mathbf{A}_p^T \mathbf{C}_p^T \right]^{-1} \Pi(\mathbf{A}_p^T) = \begin{bmatrix} 30 & 300 & 1000 \end{bmatrix}^T \quad (4.29)$$

As saídas do observador de estados são z_{11} , z_{12} e z_{13} , que são, respectivamente, o ângulo de rolagem, a taxa de rolagem e a perturbação total estimados, e que serão realimentados à planta. O processo de realimentação é construído conforme

$$\begin{cases} e_{11} = v_{11} - z_{11} \\ e_{12} = v_{12} - z_{12} \\ \delta_a = \frac{K_{11}e_{11} + K_{12}e_{12} - z_{13}}{b_{10}} \end{cases} \quad (4.30)$$

Onde v_{11} e v_{12} são as referências de saída do gerador de perfil transiente como resposta à referência de ângulo de rolagem do controlador de trajetória.

Finalmente, os últimos parâmetros a serem definidos são os ganhos de realimentação K_{11} e K_{12} , que, visando uma comparação justa com os controladores PID, são relacionados aos ganhos proporcional e derivativo do controlador de rolagem PID, por

$$K_{11} = b_{10} K_{p_{lat}} = 26,4 \quad (4.31)$$

$$K_{12} = b_{10} K_{d_{lat}} = 11,2 \quad (4.32)$$

4.3.2 Controle longitudinal

O sistema de controle de arfagem é construído de maneira análoga ao anterior, partindo do sistema de equações simplificado da dinâmica longitudinal

$$\begin{cases} \dot{\theta} = q \\ \dot{q} = f_{\theta} + b_{20}\delta_e \\ y = \theta \end{cases} \quad (4.33)$$

O parâmetro b_{20} é aproximado do valor de $q_{\infty} ScCm_{\delta_e}$ por $b_{20} = -200$. Utilizando a mesma metodologia anterior, calculamos os ganhos do observador de estados, resultando em:

$$\mathbf{K}_e^T = [30 \quad 300 \quad 1000]^T \quad (4.34)$$

E o comando de controle de profundor é calculado, também de maneira análoga:

$$\begin{cases} e_{21} = v_{21} - z_{21} \\ e_{22} = v_{22} - z_{22} \\ \delta_e = \frac{K_{21}e_{21} + K_{22}e_{22} - z_{23}}{b_2} \end{cases} \quad (4.35)$$

Onde,

$$K_{21} = b_{20}K_{p_{long}} = -600,0 \quad (4.36)$$

$$K_{22} = b_{20}K_{d_{long}} = -100,0 \quad (4.37)$$

Finalmente, esse capítulo estabeleceu os sistemas de controle que serão utilizados como forma de comparação nas análises do próximo capítulo.

5 Simulações e resultados

Esse Capítulo objetiva englobar os tópicos desenvolvidos anteriormente, através da análise temporal do desempenho do sistema não linear sob controle das técnicas fundamentadas no capítulo anterior. Primeiramente, é introduzida a metodologia de avaliação a ser aplicada. Logo após, são apresentadas e analisadas as respostas transitórias dos controladores a entrada degrau, e por fim, os sistemas são avaliados segundo sua capacidade de rastreamento em condições de perturbação atmosférica.

5.1 Metodologia de análise de simulação no tempo

Tendo como objetivo avaliar o desempenho dos controladores projetados no Capítulo 4 aplicados no modelo matemático não linear do sistema físico modelado no Capítulo 3, é executada solução ao longo do tempo pelo método de Runge-Kutta 4ª Ordem com os sistemas de controle operando em paralelo com a planta da aeronave. As condições iniciais de simulação são definidas pelo ponto de operação da aeronave em condição de voo reto e nivelado trimado em velocidade $V_b = 16 \text{ m/s}$.

As trajetórias de referência para avaliação dos controladores foram definidas com o intuito de exigir tanto o controle de direção quanto de altitude em meio ao voo, em dimensões condizentes com a faixa de operação do modelo físico. Abaixo as duas trajetórias analisadas são destacadas.

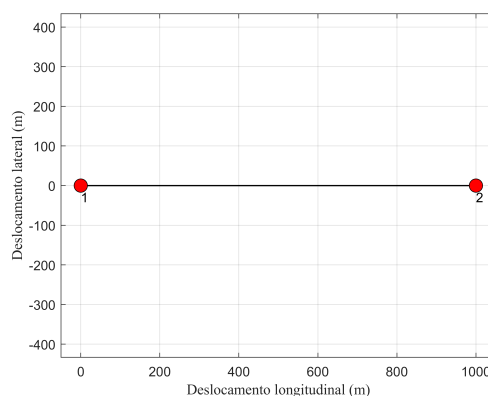


Figura 30 – Trajetória em linha reta.

A análise de desempenho avalia a eficácia e eficiência dos controladores de voo no que diz respeito à sua capacidade de rastrear as trajetórias de referência. Como metodologia de avaliação quantitativa de desempenho, calcularemos o erro absoluto médio dos parâmetros e_N e e_h , definidos respectivamente nas Figuras 20 e 22, pelas seguintes fórmulas:

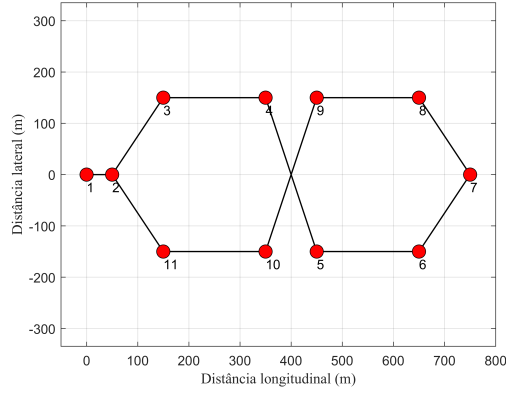


Figura 31 – Trajetória em circuito.

$$\bar{e}_N = \frac{1}{T} \int_0^T |e_N| dt \quad (5.1)$$

$$\bar{e}_h = \frac{1}{T} \int_0^T |e_h| dt \quad (5.2)$$

5.2 Análise de resposta ao degrau

Com o intuito de analisar o comportamento transiente das técnicas de controle aplicadas, observaremos seu comportamento em resposta a uma entrada de referência degrau com passo inicial em 1s e amplitude de 1° , em condições não perturbadas.

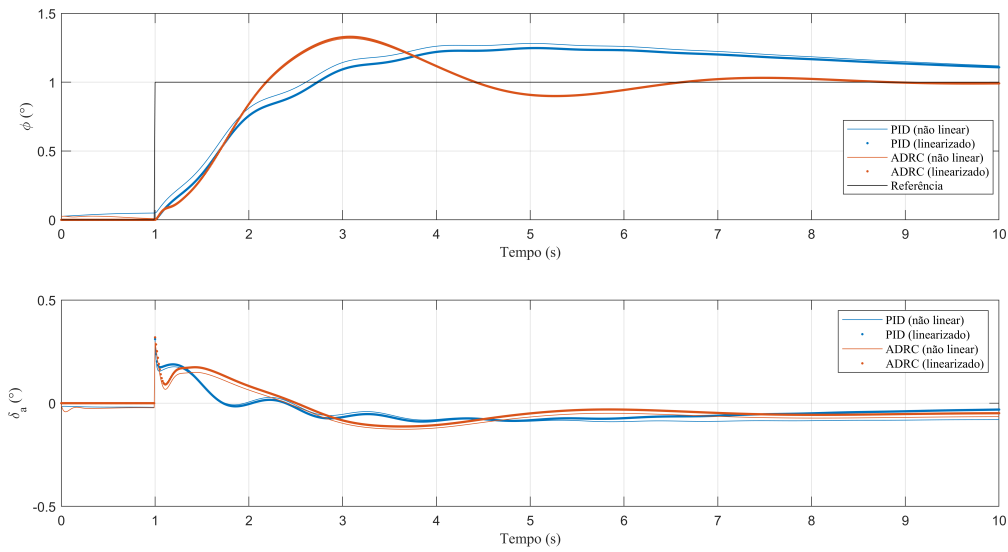


Figura 32 – Comparação de controle do sistema lateral reduzido.

No ponto de vista do controle lateral, os sistema analisados apresentam comportamento conforme a Figura 32. Como o esperado, os controladores projetados em PID e

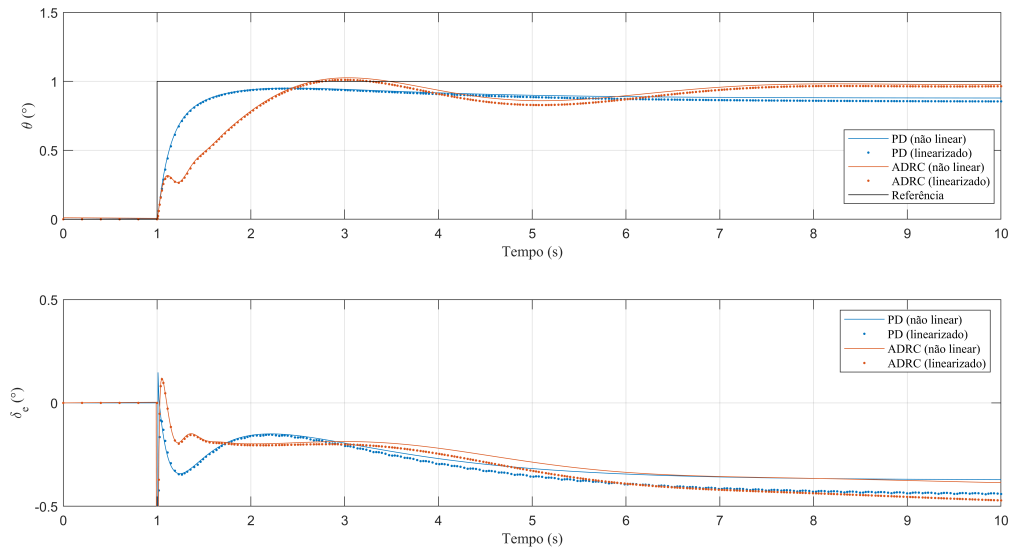


Figura 33 – Comparação de controle do sistema longitudinal reduzido.

ADRC apresentam um tempo de subida similar pela relação estabelecida entre seus ganhos. Apesar da resposta por controle ADRC apresentar sobressinal, caracterizando um subamortecimento, ambos possuem valor de pico semelhante e próximo de 30% do valor de referência e tendem a erro de rastreo nulo no infinito.

Quanto ao controle longitudinal, o comportamento observado na Figura 33 demonstra as principais implicações do uso do controlador PD, apesar de apresentar tempo de acomodação menor, é caracterizado por erro constante em regime permanente, nesse caso de aproximadamente 10%, enquanto o controlador ADRC tem tempo de acomodação entre 4 e 5 segundos mas, assim como no caso lateral, apresenta erro de rastreo ao degrau nulo.

5.3 Análise de desempenho em trajetória retilínea

O princípio de funcionamento de grande parte das técnicas de guiamento é baseado no rastreo de um percurso reto entre dois pontos, e portanto, os controladores devem ser eficazes nesse fundamento. Para fins de análise nesse âmbito, observamos nas Figuras 34 e 35 o comportamento do sistema ao rastrear a trajetória retilínea sob condições de vento perpendicular com alteração no seu sentido na segunda metade do trajeto.

Ambos controladores tiveram limite de eficácia próximo a intensidade $V_y = 10m/s$, após isso apresentaram divergência ou foram desconsiderados por atingirem a saturação dos atuadores. Destacamos a semelhança da capacidade de amortecimento e da proporcionalidade dos atuadores. Como meio de comparação quantitativa, os dados de erros médio em distância apresentados na Tabela 4 confirmam a proximidade de desempenho

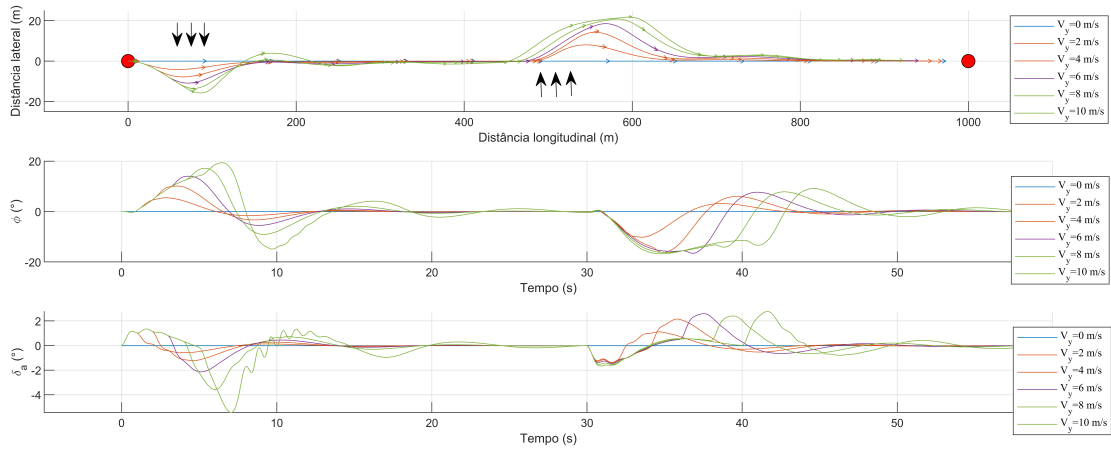


Figura 34 – Controlador PID em trajetória retilínea.

observada.

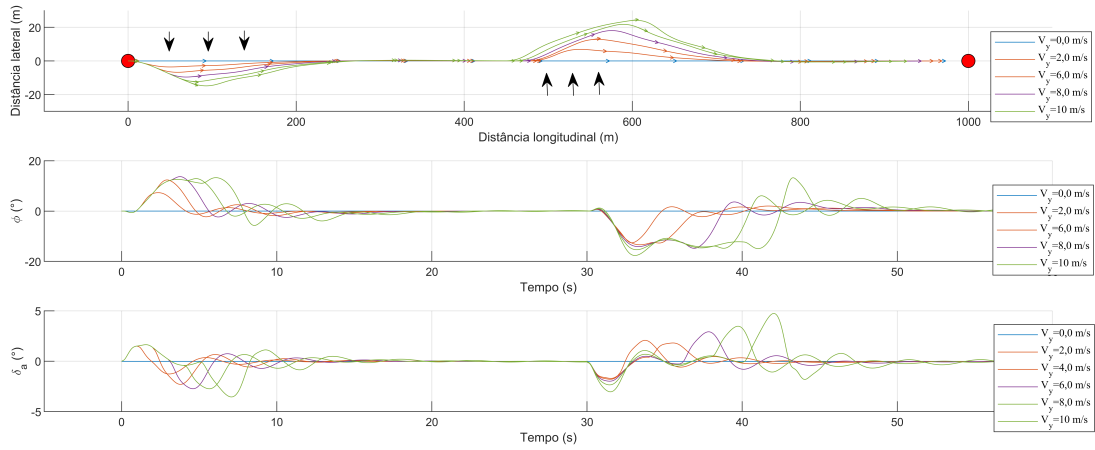


Figura 35 – Controlador ADRC em trajetória retilínea.

Tabela 4 – Erros de rastreo em linha reta com perturbação constante.

	PID		ADRC	
	$\bar{e}_N$ (m)	$\bar{e}_h$ (m)	$\bar{e}_N$ (m)	$\bar{e}_h$ (m)
$V_y = 0,0m/s$	0,02	0,02	0,02	0,01
$V_y = 2,0m/s$	0,93	0,11	0,99	0,09
$V_y = 4,0m/s$	1,79	0,40	1,95	0,29
$V_y = 6,0m/s$	2,64	0,84	2,88	0,64
$V_y = 8,0m/s$	3,48	1,43	3,81	1,13
$V_y = 10,0m/s$	4,31	2,13	4,65	1,73

A intensidade crescente de uma perturbação constante é um meio de avaliar os limites das capacidades de controle proporcionais e integrativas dos sistemas testados. Agora, por meio das geração de perfis de turbulência pelo modelo de Dryden apresen-

tado no Capítulo 3, buscamos estimular as capacidades derivativas dos controladores pela variação de velocidade no seus três eixos.

As Figuras 36 e 37 demonstram a resposta de controle de direção e nivelamento para turbulências de desvio padrão σ_u igual a $1m/s$ e $2m/s$, respectivamente. O primeiro caso é solucionado sem esforços demasiados dos atuadores para ambos sistemas com erro médio menor que 1 metro lateralmente e menor que 2 metros em altitude, segundo a Tabela 5. Porém, perante ação da turbulência de maior intensidade, a trajetória da aeronave não converge com a referência dentro do período analisado para nenhuma das técnicas.

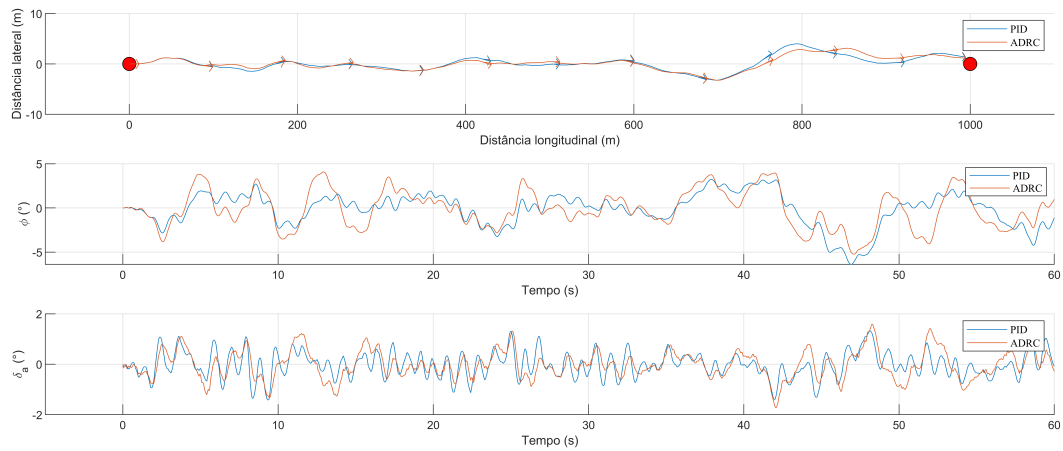


Figura 36 – Trajetória em linha reta sob turbulência ($\sigma_u = 1m/s$).

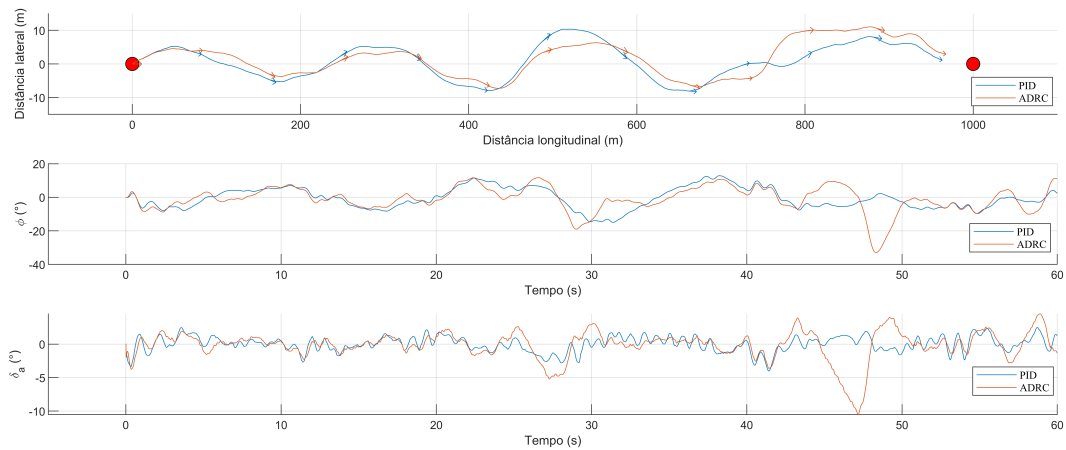


Figura 37 – Trajetória em linha reta sob turbulência ($\sigma_u = 2m/s$).

Tabela 5 – Erros de rastreo em linha reta com turbulência.

	PID		ADRC	
	$\bar{e}_N$ (m)	$\bar{e}_h$ (m)	$\bar{e}_N$ (m)	$\bar{e}_h$ (m)
$\sigma_u = 1,0m/s$	0,8	1,43	0,58	1,54
$\sigma_u = 2,0m/s$	3,24	3,27	3,51	3,07

Desta forma, é possível atestar a eficácia, dentro das limitações do modelo matemático, dos controladores em guiamento sobre trajetória retilínea em condições levemente perturbadas. Além disso, nas condições analisadas, não é possível observar diferença evidente de desempenho, tanto visualmente quanto pela análise do erros em relação trajetória.

5.4 Análise de desempenho em circuito

Prosseguimos então para a verificação da capacidade dos sistemas em manter desempenho de controle de trajetória em circuito, no que diz respeito a efetividade em cumprir o percurso imposto pela Figura 31 e na manutenção da altitude no plano em que se situam os *waypoints*.

Primeiramente são comparadas as respostas em condições não perturbadas pela Figura 38, onde tanto a abordagem PID quanto ADRC foram eficazes, com erros médios laterais menores que 1 metro e em altitude ambos próximos a 1,5 metros. Nota-se aqui, a diferença entre os amortecimentos do comportamento vertical, o controlador PID apresenta resposta superamortecida e impossibilitada de alcançar erro nulo de rastreo, enquanto o controlador ADRC apresenta oscilação e aproximação lenta da referência.

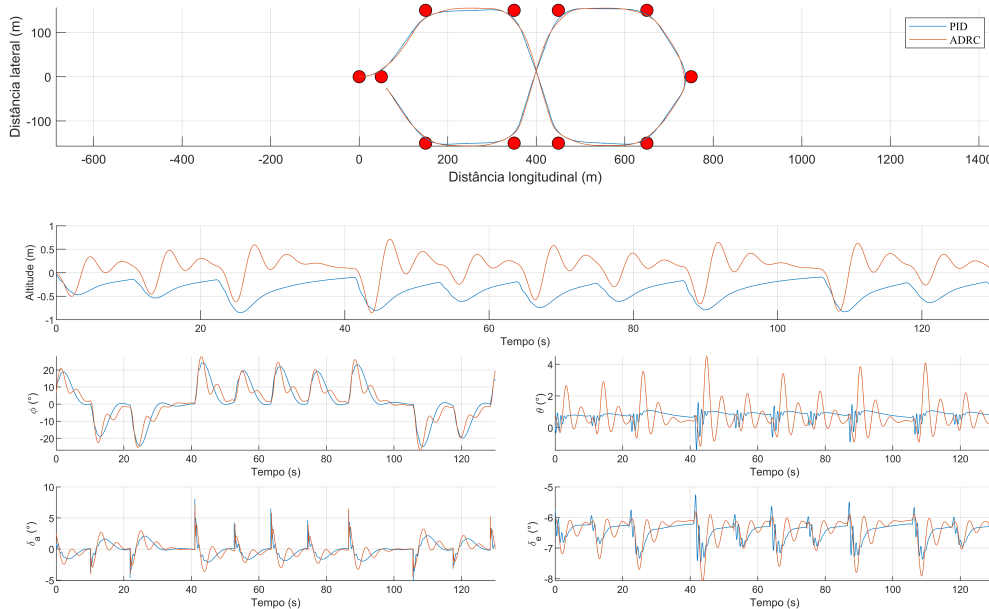


Figura 38 – Trajetória em circuito não perturbada.

Novamente, é avaliado o efeito de perturbações inseridas na simulação, primeiramente pela inclusão de vento constante, com direção e sentido indicado pelas setas da

Figura 39, e intensidade de $6m/s$, que está dentro de faixa de efetividade analisada anteriormente para a trajetória retilínea. E por fim, aplicamos condições de turbulência com desvio padrão de velocidade igual a $1m/s$.

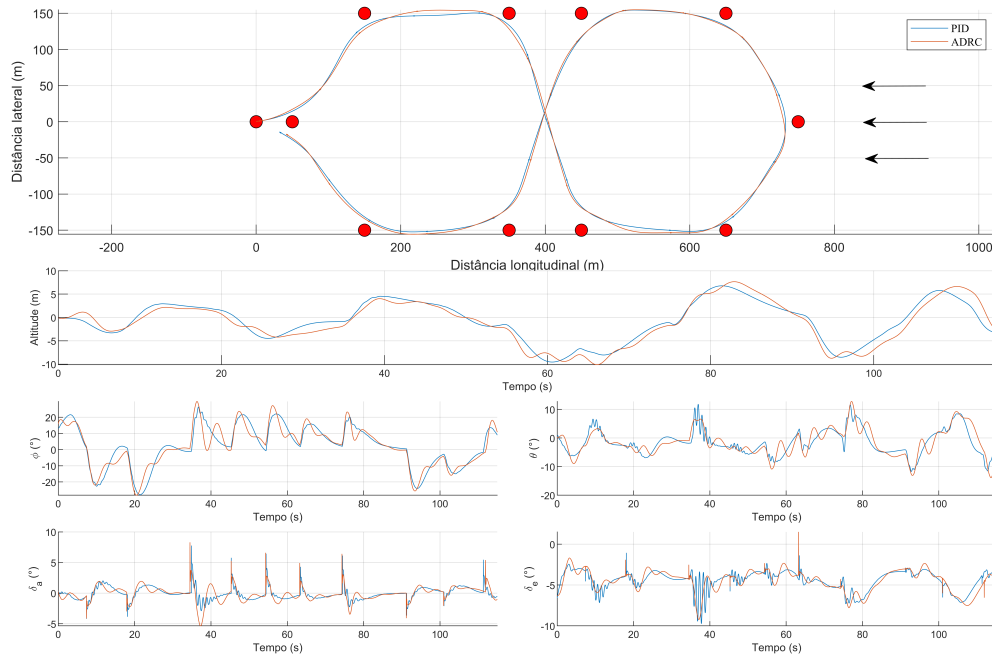


Figura 39 – Trajetória em circuito com vento constante.

A partir dos resultados apresentados nas Figuras 39 e 40, e na Tabela 6, confirmamos o desempenho qualitativo dos sistemas propostos no controle de referências de atitude e trajetória sob as condições apresentadas, e reiteramos a não evidência de características notáveis de desempenho discrepante entre os controladores PID e ADRC.

Tabela 6 – Erros de rastreo em circuitos.

	PID		ADRC	
	$\bar{e}_N$ (m)	$\bar{e}_h$ (m)	$\bar{e}_N$ (m)	$\bar{e}_h$ (m)
Não perturbado	0,8	1,43	0,58	1,54
Vento constante	3,24	3,27	3,51	3,07
Turbulência	13,12	3,89	12,75	3,95

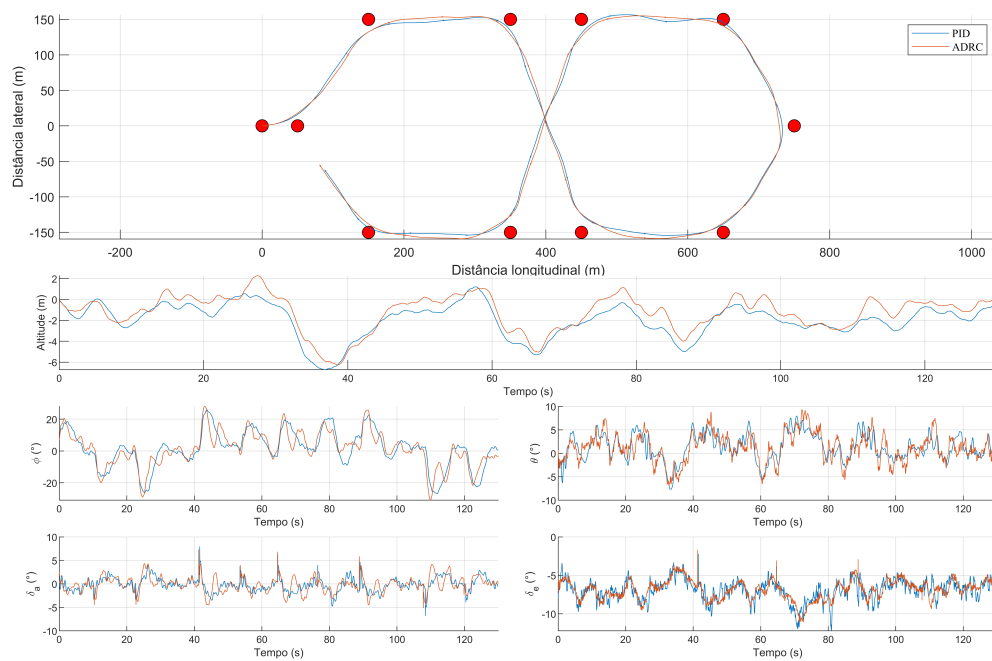


Figura 40 – Trajetória em circuito em turbulência.

6 Conclusão

Nesse trabalho, objetivamos o estudo da implementação e análise de sistemas de controle de voo no contexto de aeronaves não tripuladas, mais precisamente na comparação do desempenho, em sua forma qualitativa e quantitativa, de uma técnica usual e amplamente difundida (PID), com uma metodologia que promete mitigar dificuldades de uso e implementação de sistemas de controle habituais.

O processo de estudo foi baseado no ciclo de projeto padrão de desenvolvimento de sistemas de controle, que se iniciou na constituição de um modelo matemático baseado em um sistema físico, a partir da caracterização aerodinâmica e modelagem de tração por métodos de escoamento potencial e mensuração de inércia por CAD em *SolidWorks*. Por meio de métodos de trimagem linearização numérica implementados em ambiente *Matlab*, damos origem aos sistemas dinâmicos linearizados que tiveram sua similaridade enquanto ao modelo matemático não linear testada por resposta transitória. O modelo matemático não linear, constituído das equações de movimento de corpo rígido, teve sua dinâmica implementada em simulação em *Matlab*¹.

A partir das características e requisitos do sistema físico, projetamos os sistemas de controle baseados nas técnicas PID e ADRC, abrangendo sua arquitetura e cálculo de ganhos. O sistema controlado foi avaliado sob percursos padrão de rastreo de trajetória retilínea e circuito, nos quais, mesmo com a implementação de perturbações de velocidade linear, os controladores PID e ADRC apresentaram comportamento sem discrepâncias notáveis.

Com base no trabalho desenvolvido, considerando as características e limitações do modelo matemático e das metodologias utilizadas, resultamos em respostas ainda inconclusivas para determinar qualquer superioridade de performance para alguma das técnicas consideradas. Porém, em quesitos de implementação, é notável a maior praticidade e menor necessidade de conhecimento do sistema a ser controlado quando tratamos da metodologia ADRC.

Com base na teoria que fundamenta a metodologia ADRC, temos como aplicações principais casos que exijam do sistema certa performance tanto sob perturbação, como as situações consideradas no presente trabalho, quanto sob alguma incerteza quanto ao modelo do sistema controlado. Portanto, surge a necessidade de trabalhos futuros que abordem essas incertezas de modelagem, como por exemplo aeronaves que realizam alinhamentos e mudam sua distribuição de massa durante o voo, assim tornando possível analisar possíveis superioridades de desempenho ao comparar o controle ativo de rejeição

¹ Códigos do simulador em Matlab disponíveis em: <<https://github.com/dansntsf>>

de perturbações com técnicas de controle clássicas.

Referências

- ANDERSON, J. *Fundamentals of Aerodynamics*. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2010. ISBN 9780073398105. Citado 3 vezes nas páginas 13, 31 e 32.
- ARJOMANDI, M. et al. Classification of unmanned aerial vehicles. *Report for Mechanical Engineering class, University of Adelaide, Adelaide, Australia*, p. 1–48, 2006. Citado na página 25.
- AUSTIN, R. *Unmanned aircraft systems: UAVS design, development and deployment*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. Citado na página 25.
- BEAL, T. Digital simulation of atmospheric turbulence for dryden and von karman models. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 16, n. 1, p. 132–138, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 56.
- BEARD, R. W.; MCLAIN, T. W. *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. [S.l.]: Princeton university press, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 13, 27, 37, 52 e 59.
- CHAO, H.; CAO, Y.; CHEN, Y. Autopilots for small fixed-wing unmanned air vehicles: A survey. In: IEEE. *2007 International Conference on Mechatronics and Automation*. [S.l.], 2007. p. 3144–3149. Citado na página 26.
- CORDEIRO, T. F.; BRIERE, Y. Use of quanser aero 2 as a testbed for quadrotor nonlinear control techniques. 2024. Citado na página 47.
- DRELA, M. Qprop formulation. *Massachusetts Inst. of Technology Aeronautics and Astronautics, Cambridge, MA*, 2006. Citado na página 53.
- ELKAIM, G. H.; LIE, F. A. P.; GEBRE-EGZIABHER, D. Principles of guidance, navigation, and control of uavs. *Handbook of unmanned aerial vehicles*, p. 347–380, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 13, 59, 60 e 61.
- FAHLSTROM, P. G.; GLEASON, T. J.; SADRAEY, M. H. *Introduction to UAV systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2022. Citado na página 26.
- HAN, J. From pid to active disturbance rejection control. *IEEE transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 56, n. 3, p. 900–906, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 13, 27, 47 e 48.
- HASSANALIAN, M.; ABDELKEFI, A. Classifications, applications, and design challenges of drones: A review. *Progress in Aerospace sciences*, Elsevier, v. 91, p. 99–131, 2017. Citado na página 25.
- KATZ, J. *Low-speed aerodynamics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- LAGARIAS, J. C. et al. Convergence properties of the nelder–mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal on optimization*, SIAM, v. 9, n. 1, p. 112–147, 1998. Citado na página 44.

- MILITARY Specification: Flying Qualities of Piloted Airplanes (MIL-F-8785C). Washington, D.C., 1980. Citado na página 56.
- NELSON, R. C. et al. *Flight stability and automatic control*. [S.l.]: WCB/McGraw Hill New York, 1998. v. 2. Citado 3 vezes nas páginas 13, 34 e 35.
- OGATA, K. et al. *Modern control engineering*. [S.l.]: Prentice Hall India, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 13, 40, 44 e 45.
- PHILLIPS, W. F. *Mechanics of flight*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 38.
- ROSKAM, J. *Airplane flight dynamics and automatic flight controls*. [S.l.]: DARcorporation, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 55.
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 13, 37, 42 e 43.
- YANUSHEVSKY, R. *Guidance of unmanned aerial vehicles*. [S.l.]: CRC press, 2011. Citado na página 25.
- ZHANG, D.; WANG, X. Autonomous landing control of fixed-wing uavs: from theory to field experiment. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, Springer, v. 88, n. 2, p. 619–634, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 13, 26, 62 e 67.