



Universidade de Brasília - UnB
Instituto de Exatas
Departamento de Estatística

**ANÁLISE DE VOLATILIDADE DE ÍNDICES
FINANCEIROS SETORIAIS**

Mauricio Lamas Viotti de Barros – 06/91861

Brasília - DF
2011

MAURICIO LAMAS VIOTTI DE BARROS – 06/91861

ANÁLISE DE VOLATILIDADE DE ÍNDICES FINANCEIROS SETORIAIS

Relatório apresentado à disciplina Estágio Supervisionado II do curso de graduação em Estatística, Departamento de Estatística, Instituto de Exatas, Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para o grau de Bacharel em Estatística.

Orientação: Prof. Luís Gustavo do Amaral Vinha

**Brasília
2011**

Dedico este trabalho a Bernard Cornwell, Eiichiro Oda, Hideo Kojima, Peter Jackson, Rafael Grampá e aos demais homens e mulheres que demonstram que o único limite imposto ao homem é o limite da própria imaginação.

Mauricio

AGRADECIMENTO

Gostaria de agradecer aos meus amigos, familiares, ao professor e orientador Luis Gustavo pela compreensão nos momentos em que a dedicação aos estudos foi exclusiva, e a todos que contribuíram direta ou indiretamente para que esse trabalho fosse realizado meu eterno AGRACIAMENTO.

Maurício

O homem não é nada além daquilo que a educação faz dele.

Immanuel Kant

RESUMO

Este trabalho tem por enfoque a análise e comparação de modelos da família GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), aplicados a índices financeiros setoriais em períodos de diferentes características, dando-se especial atenção ao período de crise iniciado em 2008. A proposta é estimar os melhores modelos GARCH e EGARCH (*Exponential GARCH*) para cada combinação de índice e período e então confrontar os resultados, buscando-se verificar qual modelo apresenta melhores resultados.

Palavras-chave: Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Índices financeiros setoriais. Crise.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	01
2 OBJETIVOS	04
2.1 Geral	04
2.2 Específicos	04
3 METODOLOGIA	05
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	08
4.1 Séries temporais	08
4.1.1 <i>Aspectos gerais</i>	08
4.1.2 <i>Função de autocovariância e estacionariedade</i>	10
4.1.3 <i>Função de autocorrelação e função de autocorrelação parcial</i>	11
4.2 Modelo ARIMA	12
4.3 Modelo ARCH (p)	13
4.4 Modelo GARCH (p,q)	14
4.5 Modelo EGARCH (p,q)	15
5 ESTIMAÇÃO DE MODELOS	18
5.1 Método da máxima verossimilhança	18
6 SELEÇÃO E ADEQUAÇÃO DOS MODELOS	20
6.1 Escolha dos modelos	20
6.1.1 <i>Akaike information Criterion – AIC</i>	20
6.1.2 <i>Schwarz Criterion – SBC</i>	21

6.2	Teste dos multiplicadores de Lagrange para distúrbios ARCH.....	22
6.3	Teste Jarque-Bera de normalidade.....	23
6.4	Teste Qui Quadrado.....	23
7	APLICAÇÃO.....	24
7.1	Análise descritiva.....	24
7.2	Índice Bovespa.....	26
7.2.1	<i>Estimação – Período de crise.....</i>	27
7.2.2	<i>Estimação – Período pré-crise.....</i>	29
7.2.3	<i>Estimação – Período completo.....</i>	31
7.3	Índice do setor industrial – INDX.....	33
7.3.1	<i>Estimação – Período de crise.....</i>	34
7.3.2	<i>Estimação – Período pré-crise.....</i>	36
7.3.3	<i>Estimação – Período completo.....</i>	38
7.4	Comparação de resultados.....	40
8	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....	41
	BIBLIOGRAFIA.....	43
	APÊNDICE A – CRITÉRIOS DE SELEÇÃO AIC E SBC.....	45
	APÊNDICE B – GRÁFICOS DE RESÍDUOS.....	51
	APÊNDICE C – TESTES DOS MULTIPLICADORES DE LAGRANGE.....	57
	APÊNDICE D – TESTES JARQUE-BERA DE NORMALIDADE.....	61

1. Introdução

O mercado financeiro é o ambiente de negociação de diversos ativos financeiros, estes têm características que variam bastante entre si. Aquelas que mais interessam aos investidores são a *volatilidade*, o *retorno* e a *liquidez*. A volatilidade é o foco deste trabalho, ela nos indica de que maneira a cotação dos ativos varia, com base na frequência e na intensidade da oscilação desses. Quanto maior a volatilidade maior é a probabilidade de um ativo apresentar resultados extremos, tanto positivos quanto negativos, portanto o risco da ação aumenta. O conhecimento do risco de ativos financeiros é de fundamental importância para a gestão de carteiras, determinação de preços de opções e análise de sensibilidade de retornos.

Pode-se definir o cálculo do risco como a estimação do grau de incerteza associado ao retorno esperado em uma determinada aplicação. Investimentos de baixo risco apresentam um maior nível de segurança, mas, em geral, costumam apresentar retornos menores. Os investimentos de alto risco, em contrapartida, apresentam menor nível de segurança, mas podem trazer retornos excepcionalmente mais altos.

O estudo dos padrões de comportamento dos retornos de ativos financeiros permite aos investidores avaliarem de maneira mais adequada o momento de investir em algum ativo, podendo inclusive prevenir-se contra eventual prejuízo ou até tirar proveito das oscilações do mercado especulativo. Tal informação deve interessar a todos aqueles que investem em qualquer uma das inúmeras bolsas de valores existentes no mundo.

Existem na literatura diversos modelos econométricos cuja finalidade é a medição do risco através da volatilidade do retorno dos ativos. Esses modelos geralmente permitem entender as oscilações do mercado, garantindo ao investidor uma razoável capacidade de predição. Em situações específicas, no entanto, a volatilidade aumenta consideravelmente, como, por exemplo, em épocas de crise financeira.

O período de maior interesse deste trabalho consiste no período de vigência da crise Mundial de 2008, originada pela crise do *subprime* americana, que surgiu a partir da falência de instituições financeiras dos Estados Unidos. Essas instituições concediam crédito lastreado por hipotecas de alto risco, levando vários bancos a uma situação de insolvência e gerando instabilidade no sistema financeiro mundial, em especial nas bolsas de valores. Em 2008 a crise chegou então ao seu auge, culminando naquela que ficou conhecida como a *Crise Econômica de 2008*.

Tendo em vista o cenário de crise estabelecida selecionamos os modelos GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) sem intercepto e EGARCH (*Exponencial GARCH*) como potenciais modelos de análise da volatilidade de ativos.

Em estudos recentes o modelo GARCH é sugerido como a alternativa mais eficiente para a estimação de volatilidade condicional do retorno de ativos financeiros, sendo esse superior a maioria dos demais métodos de estimação existentes, a exemplo dos modelos de classe ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Questiona-se, no entanto, a capacidade de tais métodos para capturar importantes propriedades de séries de dados financeiros, a exemplo do *efeito assimetria*, que consiste no impacto diferenciado que choques positivos e negativos, sendo eles de mesma magnitude, têm no retorno corrente de ativos sobre a volatilidade de retornos futuros.

Em contrapartida ao modelo GARCH, estimamos o modelo GARCH exponencial, que é parametricamente menos restritivo e cuja capacidade de adequar-se aos dados é maior. Tal comparação visa verificar se a captura do efeito

assimetria permite a obtenção de resultados mais precisos num cenário de crise estabelecida.

Este trabalho visa confrontar os dois diferentes modelos, sendo o primeiro (GARCH) considerado mais eficiente para a estimação de volatilidade em situações convencionais, de forma a verificar qual modelo obtém resultados mais precisos em termos de medição de riscos através da volatilidade em um cenário de crise estabelecida.

2. Objetivos

2.1. Geral

Este trabalho tem como objetivo principal comparar o desempenho dos modelos econométricos GARCH e EGARCH para diferentes períodos, dando-se especial atenção ao período de crise internacional iniciada no ano de 2008.

2.2. Específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Fazer a análise descritiva dos dados utilizados;
- Estimar os modelos ARMA para o período de estudo;
- Estimar os modelos GARCH e EGARCH para o período de estudo;
- Analisar de maneira crítica os resultados obtidos a partir dos modelos sob estudo.

3. Metodologia

A base de dados que será utilizada neste estudo consistirá dos retornos de dois índices setoriais calculados pela Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (Bm&fbovespa S.A.), sendo eles:

- Índice Bovespa (Ibovespa): é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações das ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo. É formado pelas ações com maior volume negociado nos últimos meses;
- Índice do setor industrial (INDX): desenvolvido com o objetivo de medir o desempenho das ações mais representativas do setor industrial, importante segmento da economia brasileira. É composto pelas ações de emissão de empresas do setor industrial que são mais negociadas em termos de liquidez na BOVESPA.

Para cada índice em estudo, o valor do fechamento diário será transformado em séries de retorno, através da fórmula

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right).$$

Os dados utilizados neste trabalho englobam os retornos observados para os índices acima de dezembro de 2005 a novembro de 2009, totalizando 986 observações. Este estudo analisará três períodos distintos:

- Período de crise: entre setembro de 2008, mês no qual o banco Lehman Brothers anunciou concordata, e agosto de 2009, o que corresponde a um ano da concordata do banco e 254 dias úteis;
- Período pré-crise: entre dezembro de 2005 e agosto de 2008, série que antecede a declaração de concordata do banco Lehman Brothers;
- Período completo: entre dezembro de 2005 e novembro de 2009, engloba toda a série de dados disponível.

Depois de transformar os ativos diários em séries de retorno, foi verificado se há a presença de heterocedasticidade entre os dados. Detectada a presença de heterocedasticidade será feito o uso dos modelos GARCH e EGARCH.

No modelo GARCH a volatilidade dos retornos depende dos quadrados dos erros anteriores e também da sua própria variância em momentos anteriores. Já o modelo EGARCH, que também é conhecido como GARCH Exponencial, apresenta formulação semelhante ao modelo GARCH, porém com menos restrições. No decorrer do trabalho os modelos serão devidamente apresentados.

Para cálculos, manipulação de dados e edição de textos foram utilizados os seguintes softwares:

- SAS: sistema integrado de produtos de software fornecido pelo SAS Institute Inc;
- Microsoft Office Excel: aplicativo de planilha eletrônica desenvolvido e produzido pela Microsoft Corporation;
- Microsoft Office Word: processador de texto projetado e produzido pela Microsoft Corporation.

No final das estimações, os resultados dos modelos foram confrontados de forma a verificar quais apresentam resultados mais precisos em termos de medição de riscos através da volatilidade.

4. Fundamentação teórica

4.1. Séries temporais

Nesta fase do trabalho serão abordados os temas de principal importância para o entendimento e análise de séries temporais. Os conceitos que foram usados foram retirados principalmente de Brockell e Davis (2002) e Morettin (2008). Para um melhor entendimento, aconselha-se o uso de tais referências.

Este trabalho não tem por objetivo esgotar os temas nele abordados, sendo importante consultar outros autores para a total compreensão dos assuntos por ele abordados.

4.1.1. Aspectos gerais

A idéia que normalmente se tem de uma série temporal é a de uma coleção de observações feitas seqüencialmente ao longo do tempo. Os modelos utilizados para descrever estas séries são os processos estocásticos, isto é, processos que são controlados por leis probabilísticas.

Um *processo estocástico* pode ser definido como uma família de variáveis aleatórias $\{X(t), t \in \mathbf{T}\}$, que supomos definidas em um mesmo espaço de probabilidade (Ω, \mathcal{A}, P) , onde \mathbf{T} é um conjunto arbitrário e para cada $t \in \mathbf{T}$, $X(t)$ é uma variável aleatória. O conjunto \mathbf{T} é normalmente tomado como o conjunto dos números reais \mathbb{R} e o conjunto dos valores $\{X(t), t \in \mathbf{T}\}$ é chamado de *espaço de estados* e os valores de $X(t)$ são chamados de *estados*.

Como, para cada $t \in T$, $X(t)$ é uma variável aleatória definida sobre Ω , na realidade $X(t)$ é uma função de dois argumentos, $X(t, \omega)$, $t \in T$, $\omega \in \Omega$. Com isso, para cada $t \in T$, temos uma variável aleatória $X(t, \omega)$, com uma distribuição de probabilidades e é possível que a função densidade de probabilidade no instante t_1 seja diferente da do instante t_2 .

Para cada $\omega \in \Omega$, o conjunto formado pelos valores da coleção de variáveis aleatórias do processo, $\{X(\omega), \omega \in \Omega\}$ é chamado de *realização* ou *trajetória* do processo. O conjunto de todas as trajetórias é chamado de *ensemble* das realizações. Analogamente, o *ensemble* pode ser visto como todos os possíveis caminhos por onde as observações podem ocorrer.

Agora, a série temporal pode ser definida adequadamente:

Uma série temporal é um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$, onde o T é caracterizado de duas formas, uma onde o T são intervalos e outra se T é um conjunto discreto.

- Se T são intervalos: $T = \{t: t_1 < t < t_2\}$, diz-se que $\{X(t)\}$ é uma série temporal a *tempo contínuo*;
- Se T é um conjunto discreto: $T = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ finito ou não, se diz que $\{X(t)\}$ é uma série temporal a *tempo discreto*.

Em relação ao tipo de variável aleatória, temos as séries temporais discretas, onde cada uma das variáveis aleatórias $\{X(t), t \in T\}$ é discreta, isto é, com espaço de estados discreto, e as séries temporais contínuas, onde o espaço de estados é contínuo.

Neste trabalho serão consideradas séries temporais contínuas a tempo discreto.

4.1.2. Função de autocovariância e estacionariedade

A função de autocovariância estende o conceito de matriz de covariância para tratar coleções infinitas de variáveis aleatórias, neste caso estão presentes os processos estocásticos e as séries infinitas de variáveis aleatórias. A função de autocovariância, $\gamma_{t,s}$, é definida como

$$\gamma_{t,s} = \text{Cov}(Y_t, Y_s), \text{ para } t, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

onde

$$\text{Cov}(Y_t, Y_s) = E[(Y_t - \mu_t)(Y_s - \mu_s)] = E(Y_t Y_s) - \mu_t \mu_s, \quad (1)$$

a quantidade $h = t - s$ é chamada de defasagem ou “lag”.

Em séries temporais, ao falar de função de autocovariância, temos que definir um conceito importantíssimo que é o de estacionariedade.

Uma série é fracamente estacionária quando ela se desenvolve no tempo de forma aleatória ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio. Formalmente, ela é estacionária quando a série $\{X(t), t \in T\}$ satisfaz as propriedades

- $E|X_t|^2 < \infty, \forall t \in T$
- $E(X_t) = m, \forall t \in T$
- $\gamma(t, s) = \gamma(t + k, s + k), \forall t, s, k \in T$

Com isso, para um processo estacionário, a função de autocovariância (1) pode ser reescrita em função apenas da defasagem ou “lag”, isto é:

$$\gamma(t, s) = \gamma(t - t, s - t) = \gamma(0, h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) \equiv \gamma_h, \forall t, h \in T \quad (2)$$

Reiterando o que foi dito acima, em uma série estacionária, a covariância entre os valores defasados depende apenas da própria defasagem, não dependendo do instante em que se encontre.

A função de autocovariância é importante para comparar diferentes séries temporais, pois resume a estrutura de variância das séries.

4.1.3. Função de autocorrelação e função de autocorrelação parcial

A função de autocorrelação (*Auto Correlation Function – ACF*) mede o grau de correlação de uma variável, em um dado instante, com suas realizações passadas, em um instante de tempo anterior. Permite-se, assim, que seja analisado o grau de irregularidade de um sinal. Pode ser definida como a razão entre a autocovariância e a variância para um conjunto de dados. Posteriormente tal função será útil quando da determinação de qual série temporal utilizar para o ajuste do processo. A função de autocorrelação (ρ_x) pode ser escrita como

$$\rho_x(t, s) = \frac{\text{Cov}(X_t, X_s)}{\sigma_t \cdot \sigma_s} = \frac{E[(X_t - \mu_t) \cdot (X_s - \mu_s)]}{\sigma_t \cdot \sigma_s},$$

sendo que, para séries estacionárias, pode ser definida como

$$\rho_x(h) = \frac{\gamma_x(h)}{\gamma_x(0)}, \quad \forall t, h \in T.$$

Em complemento à função de autocorrelação, a função de autocorrelação parcial (*Partial Autocorrelation Function - PACF*) desempenha um papel importante na análise de dados de séries temporais, sendo um de seus principais objetivos a identificação da extensão do *lag* em um modelo auto-regressivo. A função de autocorrelação parcial pode ser escrita como

$$\phi_{hh} = \rho_x(t, t+h | t+1, t+2, \dots, t+h-1).$$

A análise dos correlogramas tanto para a ACF quanto para PACF ajuda a identificar modelos potenciais que explicam determinados comportamentos característicos. Estes podem ainda ser utilizados na análise dos resíduos da série, pois, dadas as suposições do modelo, espera-se que os resíduos se comportem de maneira aleatória e, sendo assim, o correlograma não pode apresentar padrões que

indiquem relação temporal. Um estimador não viesado da função de autocorrelação será dado por

$$\hat{\rho}_x(h) = \frac{\sum_{t=1}^{T-h} (x_{t+h} - \bar{x})(x_t - \bar{x})}{(T-h) \sum_{t=1}^T (x_t - \bar{x})^2}, \quad h < T.$$

Para estimar a função de autocorrelação parcial da amostra podemos utilizar o estimador

$$\phi_{hh} = \frac{\rho_x(h) - \sum_{t=1}^{h-1} \phi_{h-1,t} \cdot \rho_x(h-t)}{1 - \sum_{t=1}^{h-1} \phi_{h-1,t} \cdot \rho_x(t)},$$

onde,

$$\phi_{h,t} = \phi_{h-1,t} - \phi_{hh} \cdot \phi_{h-1,h-t},$$

para $t = 1, 2, \dots, h-1$.

Existem outras maneiras de se estimar a função de autocorrelação parcial, para maiores detalhes ver Fuller (1976).

4.2. Modelo ARMA

A teoria das equações lineares de diferenças com componentes estocásticas é a base para o estudo das séries temporais econométricas. Essas séries também são válidas para serem aplicadas em outras áreas, como a física, a engenharia ou até mesmo a biologia.

A metodologia mais conhecido dos modelos ARMA é a de Box and Jenkins (1976) em que temos uma variável y_t que é gerada inteiramente por um processo estocástico cuja representação matemática simplificada pode ser demonstrada pela fórmula abaixo:

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$$

Onde α_0 é uma constante no modelo, $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ são parâmetros que ajustam os valores passados de y do instante anterior até o mais distante representado por p , os valores de ε_t representam os choques independentes e aleatórios e que representa a parte não controlável do modelo e os parâmetros β_1, \dots, β_q possibilitam escrever a série em função dos choques passados. Quando o valor de $p = 0$, temos modelo de média móvel (MA) puro e quando $q = 0$ temos um modelo auto-regressivo (AR) puro.

É importante destacar que os modelos ARMA não apresentam especificidade gráfica, isto é, somente a análise do gráfico temporal não é suficiente para identificar qual o modelo que a representa. Com tudo, a correlação temporal normalmente é o principal instrumento para sua identificação.

Resumidamente, o processo prático de Box and Jenkins pode ser implementado em dois estágios recursivos:

- Identificação – Análise exploratória da série temporal (Função de autocorrelação e autocorrelação parcial).
- Estimação – Estimação dos parâmetros, análise dos resíduos e critérios de ajuste (AIC e BIC).

A característica que deixou o modelo ARMA (p, q) bastante popular consiste no fato de poder descrever uma série estacionária por meio de um modelo que envolve menos parâmetros que um AR ou um MA puro. A metodologia ARMA tem sido bastante utilizada devido aos vários resultados expressivos alcançados principalmente na área econométrica. As principais vantagens deste modelo são as seguintes: é conceitualmente sólido, o método de estimativa dos parâmetros permite calcular o erro associado e estabelecer intervalos de confiança, permite estabelecer relações causais considerando o tempo. Entre as principais desvantagens, destacam-se as seguintes: requer muita experiência na modelagem, geralmente só apresentam bons resultados para processos lineares, estacionários e com curta dependência, com isso, não consegue captar assimetrias, longas dependências e outras peculiaridades que acontecem nas séries temporais.

4.3. Modelo ARCH (p)

Em 1982, o professor de finanças da New York University Stern School of Business, Robert F. Engle, desenvolveu o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) para volatilidade. O modelo admite que a variância seja heterocedástica, isto é, não constante ao longo do tempo. Um modelo ARCH(p) pode ser definido por

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad (3)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p X_{t-p}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2, \quad (4)$$

onde X_t é o retorno não-correlacionado serialmente, ε_t são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média 0 e variância 1, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ e $i = 1, 2, \dots, p$.

Uma das vantagens do modelo ARCH é que ele é conceitualmente sólido, o método de estimativa dos parâmetros permite calcular o erro associado, determinar intervalos de confiança e, além disso, ele permite estabelecer relações causais considerando o tempo. Entretanto, os modelos ARCH em geral, apresentam alta persistência na volatilidade das séries de retornos, o que faz com que o valor de p no modelo seja elevado e, conseqüentemente, elevando o número de parâmetros do modelo.

Apesar de o modelo ter sido desenhado para prever a inflação, as propriedades dele foram identificadas como favoráveis no estudo da variância de séries financeiras. Este permitiu o desenvolvimento de novos modelos que atualmente são amplamente utilizados na análise da volatilidade.

4.4. Modelo GARCH (p, q)

O modelo GARCH (*Generalized ARCH*) foi desenvolvido por Bollerslev (Bollerslev, 1986) e consiste em uma versão generalizada do modelo ARCH. Bollerslev observou que as aplicações do ARCH acabavam tendo que optar por uma estrutura de defasagem longa e com pesos declinantes. Esse artigo propõe a introdução de uma variável de média móvel no modelo. Conseqüentemente, a volatilidade dos retornos depende dos quadrados dos erros anteriores e também da sua própria variância em momentos anteriores. Um modelo GARCH (p, q) pode ser definido por

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (5)$$

onde ε_t são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com

média 0 e variância 1, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{k=1}^r (\alpha_k + \beta_k) < 1$, $r = \max(p, q)$.

No ARCH original a variância condicional é função das variâncias amostrais, enquanto no GARCH as variâncias condicionais defasadas também são levadas em consideração, dessa forma uma grande vantagem apresentada pelo modelo GARCH sobre o ARCH é a necessidade de estimar uma quantidade menor de parâmetros.

4.5. Modelo EGARCH (p, q)

Foi introduzida por Nelson (1991), uma nova abordagem do modelo ARCH que ficou ainda mais próximo das características estatísticas dos dados de finanças, este novo modelo ficou conhecido como EGARCH e foi criado com o objetivo de contornar algumas limitações do GARCH.

Para Nelson, o modelo GARCH possui mais desvantagens do que vantagens. Uma das vantagens citadas é que o modelo GARCH consegue captar

uma grande característica das séries financeiras, que é a concentração de volatilidade (*volatility clustering*). Entre as desvantagens, ele apontou que o modelo possuía muitas restrições sobre os parâmetros necessários para garantir uma variância positiva e que não captava o efeito assimétrico das inovações sobre a volatilidade.

O modelo EGARCH ou GARCH Exponencial desenvolvido por Nelson descreve as diferentes respostas da taxa de retorno aos choques positivos e negativos, mas sem a necessidade de qualquer restrição paramétrica. Esta assimetria permite que a volatilidade responda com maior velocidade a retornos negativos do que a positivos, fato conhecido como **efeito assimetria**.

Um modelo EGARCH(p, q) é descrito por

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t$$

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i g(\varepsilon_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2), \quad (6)$$

em que ε_t são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média 0 e variância 1 e $g(\cdot)$ é a curva de impacto de informação, dada por

$$g(\varepsilon_t) = \theta \varepsilon_t + \gamma \{ |\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|) \}, \quad (7)$$

onde, θ e γ são parâmetros reais, e $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$ é uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com média 0.

O logaritmo impõe naturalmente a restrição de não negatividade. Quando a função de máxima verossimilhança é maximizada não é preciso impor restrições como no caso GARCH.

A forma da função $g(\cdot)$ permite a relação assimétrica da relação entre retornos e volatilidade. O termo γ entra com sinal invertido no coeficiente angular da regressão da variância dependendo de qual for o tipo de especulação (positiva ou negativa).

Não existe restrição em relação ao fato de α_i ser positivo ou negativo, o que devolve à variância seu caráter aleatório e oscilatório.

5. Estimação de modelos

O método freqüentista mais utilizado na estimação dos parâmetros da família GARCH é o Método da Máxima Verossimilhança. Tal método será utilizado no decorrer deste trabalho, e será apresentado a seguir. Para maiores esclarecimentos acerca do tema aconselha-se o uso de (Beach e MacKinnon, 1978).

5.1. Método da máxima verossimilhança

A família de modelos GARCH é estimada usando o método da máxima verossimilhança. A função log-verossimilhança é calculada a partir do produto de todas as densidades condicionais dos erros de previsão.

Considerando-se uma série y_t , que segue um processo GARCH, e assumindo-se que e_t tem uma distribuição normal padrão, a função log-verossimilhança será dada por

$$l = \sum_{t=1}^T \frac{1}{2} \left[-\ln(2\pi) - \ln(h_t) - \frac{\varepsilon_t^2}{h_t} \right],$$

onde $\varepsilon_t = y_t - x_t' \beta$, h_t é a variância condicional e $l = \ln(L)$. Quando o modelo GARCH(p, q)-M é estimado $\varepsilon_t = y_t - x_t' \beta - \delta \sqrt{h_t}$. Quando não há regressores, os erros ε_t são indicados como y_t ou $y_t - \delta \sqrt{h_t}$.

Se e_t tem distribuição t de Student padronizada, a função log-verossimilhança para a distribuição t condicional é

$$\ell = \sum_{t=1}^N \left[\ln \left(\Gamma \left(\frac{\nu+1}{2} \right) \right) - \ln \left(\Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) \right) - \frac{1}{2} \ln((\nu-2)h_t) - \frac{1}{2}(\nu+1) \ln \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{h_t(\nu-2)} \right) \right],$$

onde $\Gamma(\cdot)$ é a função gama e ν é o grau de liberdade ($\nu > 2$). Sob a distribuição t condicional, o parâmetro adicional $1/\nu$ é estimado. A função log-verossimilhança para a distribuição t condicional converge para a função log-verossimilhança do modelo GARCH condição normal com $1/\nu \rightarrow 0$.

A função verossimilhança é maximizada, quer através do algoritmo quasi-Newton dual ou algoritmo de região de confiança. O padrão a ser utilizado no presente trabalho é o algoritmo quasi-Newton dual. Os valores iniciais para os parâmetros β da regressão são obtidas as estimativas dos mínimos quadrados ordinários (*Ordinary least squares – OLS*). Caso a série apresente uma estrutura de autocorrelação em X_t , faz-se necessário estimar o modelo auto-regressivo, os valores iniciais são obtidos a partir das estimativas Yule-Walker. O valor inicial 1.0^{-6} é usado para os parâmetros do processo GARCH.

A variância-covariância é calculada usando a matriz Hessiana. O método quasi-Newton dual se aproxima da matriz Hessiana, enquanto o método quasi-Newton recebe uma aproximação da inversa da Hessiana. O método de região de confiança usa a matriz Hessiana obtida com a diferenciação numérica. Quando há restrições ativas, isto é, $q(\theta) = 0$ a variância-covariância é dada por

$$V(\theta) = H^{-1} \left[I - Q'(QH^{-1}Q')^{-1}QH^{-1} \right],$$

onde $H = -\partial^2 \ell / \partial \theta \partial \theta'$ e $Q = \partial q(\theta) / \partial \theta'$. Portanto, a variância-covariância sem restrições ativas reduz-se a $V(\hat{\theta}) = H^{-1}$.

Este procedimento de estimação será executado através do *AUTOREG Procedure* do software estatístico SAS.

6. Seleção e adequação dos modelos

6.1. Testes de seleção

Como forma de determinar os melhores modelos foi utilizado os critérios AIC e SBC para comparar os modelos GARCH e EGARCH estimados.

6.1.1. Akaike Information Criterion – AIC

O critério de informação de Akaike, desenvolvido pela Hirotugu Akaike (Akaike, 1974) sob o nome de "*an information criterion*" (AIC), é uma medida da qualidade do ajuste de um modelo de estimativa estatística. Ela se baseia no conceito de entropia, no sentido que oferece uma medida relativa da perda de informações quando um determinado modelo é usado para descrever a realidade e pode ser dito para descrever o equilíbrio entre viés e variância na construção do modelo, ou vagamente falar da precisão e complexidade do modelo. Em sua forma geral pode ser expresso como

$$AIC = 2k - 2\ln(L),$$

onde k é o número de parâmetros no modelo estatístico e L é o valor máximo da função de verossimilhança para o modelo estimado.

O AIC não é um teste do modelo no sentido de teste de hipóteses, mas sim um teste entre os modelos - uma ferramenta para seleção de modelos. Dado um conjunto de dados, vários modelos concorrentes podem ser classificados de acordo com seus AIC, considerando-se o modelo que conta com o menor AIC como o melhor.

6.1.2. Schwarz Criterion – SBC

Na escolha de modelos, o critério de Schwarz (Schwarz, 1978) ou critério de informação Bayesiano (BIC) é um critério de seleção de modelos, entre uma classe de modelos paramétricos com diferentes números de parâmetros. Escolher um modelo para otimizar a SBC é uma forma de regularização.

Ao estimar os parâmetros do modelo com a estimativa de máxima verossimilhança, é possível aumentar a probabilidade ao adicionar parâmetros, que podem resultar em *overfitting*. O SBC resolve este problema através da introdução de um termo penaliza o aumento número de parâmetros do modelo.

O SBC foi desenvolvido por Gideon E. Schwarz, que deu um argumento Bayesiano para adotá-la. É estreitamente relacionado com o critério de informação de Akaike (AIC), sendo que em SBC, a penalização aplicada sobre parâmetros adicionais é mais forte do que no critério anterior.

O SBC é um resultado assintótico derivado sob a suposição de que a distribuição dos dados é da família exponencial. Sua forma geral pode ser expressa por

$$BIC = -2\ln(L) + k \ln(n) ,$$

podendo, sob um enfoque Bayesiano, ser escrito também como

$$-2\ln p(x|k) \approx BIC ,$$

onde:

- x = dados observados;
- n = o tamanho da amostra;
- k = número de parâmetros livres a serem estimados. Se o modelo estimado é uma regressão linear, k é o número de regressores, incluindo o intercepto;

- $p(x | k)$ = a probabilidade de os dados observados, dado o número de parâmetros;
- L = o valor maximizado da função de verossimilhança para o modelo estimado.

6.2. Teste dos multiplicadores de Lagrange para distúrbios ARCH

Um teste proposto por Engle (1982) para a identificação de heterocedasticidade é o teste dos multiplicadores de Lagrange (LM) para distúrbios ARCH, que possui como hipótese nula de que as variáveis são ruídos brancos, isto é, não correlacionadas. O teste dos multiplicadores de Lagrange de Engle para a g -ésima ordem do processo ARCH é escrito como

$$LM(q) = \frac{TW'Z(Z'Z)^{-1}Z'W}{W'W},$$

onde

$$W = \left(\frac{\hat{v}_1^2}{\hat{\sigma}^2}, \dots, \frac{\hat{v}_T^2}{\hat{\sigma}^2} \right)'$$

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & \hat{v}_0^2 & \dots & \hat{v}_{-q+1}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \hat{v}_{T-1}^2 & \dots & \hat{v}_{T-q}^2 \end{bmatrix}$$

Os valores pré-amostrais $(\hat{v}_0^2, \dots, \hat{v}_{-q+1}^2)$ são definidos como iguais a zero. LM é calculado a partir de resíduos OLS assumindo que os distúrbios são ruído branco. A estatística LM tem uma distribuição aproximadamente $\chi_{(q)}^2$ sob a hipótese nula de ruído branco.

6.3. Teste Jarque-Bera de normalidade

O teste de normalidade Jarque-Bera (Jarque e Bera, 1980), sob a hipótese nula de normalidade, é baseado em assimetria e curtose, sendo seu valor estimado por

$$JB = \left[\frac{T}{6} b_1^2 + \frac{T}{24} (b_2 - 3)^2 \right],$$

onde

$$b_1 = \frac{\sqrt{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^3}{\left(\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right)^{3/2}}$$

$$b_2 = \frac{\sqrt{T} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^4}{\left(\sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2 \right)^2}.$$

Quando o modelo GARCH é estimado, o teste de normalidade é obtido utilizando os resíduos padronizados $\hat{u}_t = \hat{\varepsilon}_t / \sqrt{\hat{h}_t}$.

6.4. Teste Qui-Quadrado

O teste qui-quadrado para os resíduos é um teste que possui a hipótese nula de que não há dependência entre os resíduos, portanto, podemos considerá-los como observações de variáveis aleatórias independentes. O seu valor é estimado por

$$Q(q) = N(N+2) \sum_{i=1}^q \frac{r(i; \hat{v}_t^2)}{(N-i)}$$

Onde

$$r(i; \hat{v}_t^2) = \frac{\sum_{t=i+1}^N (\hat{v}_t^2 - \hat{\sigma}^2) ((\hat{v}_{t-1}^2 - \hat{\sigma}^2))}{\sum_{t=i+1}^N (\hat{v}_t^2 - \hat{\sigma}^2)^2}$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{v}_t^2$$

7. Aplicação

Estudados os modelos, o método de estimação e os critérios de escolha, efetuaremos o ajuste de modelos GARCH e EGARCH para os diferentes índices e períodos selecionados. A efeito de comparação foram estimados todos os modelos $GARCH(p,q)$, $EGARCH(p,q)$, $p = 1,2,3,4,5$, $q = 1,2,3,4,5$ e seus valores AIC e SBC foram devidamente comparados para todos os cenários previamente descritos.

7.1. Análise descritiva dos dados

Em séries financeiras é comum efetuar-se a análise dos retornos das variáveis, visto que os dados em geral não explicitam a existência de blocos com alta volatilidade na série, algo marcante nos modelos pertencentes à família GARCH. Tais características ficam evidentes quando observados os gráficos correspondentes às séries de dados, conforme as Figuras (7.1), (7.2) e (7.3).

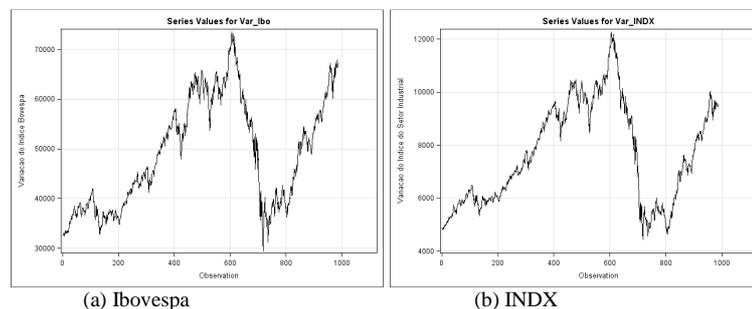


Figura 7.1: Valores diários dos índices

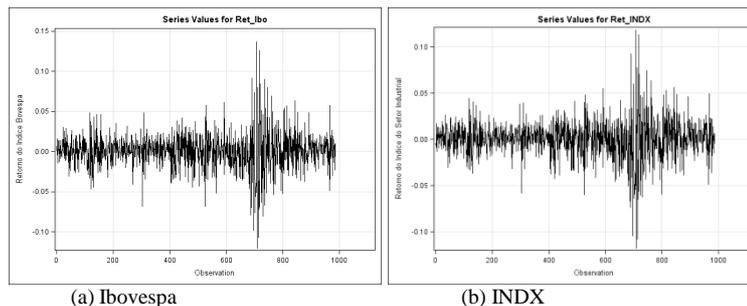


Figura 7.2: Retornos dos índices

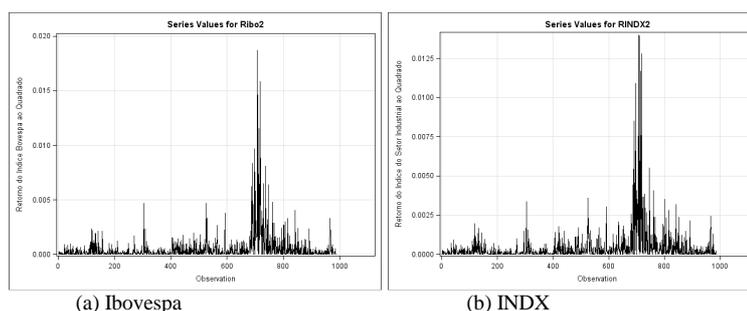


Figura 7.3: Retornos dos índices ao quadrado

Destaca-se que as séries de dados são muito semelhantes, tanto no comportamento dos valores reais dos índices quanto dos retornos, o que evidencia uma alta correlação entre os índices estudados. Observa-se que os valores dos índices seguem trajetórias ascendentes até aproximadamente a sexcentésima observação, quando os valores decrescem rapidamente até retomarem a trajetória ascendente. Quanto às séries de retorno e de retorno ao quadrado observa-se que elas demonstram uma oscilação aleatória e com variância aproximadamente constante até que, por volta da setingentésima observação, ocorre um aumento elevado na oscilação dos retornos (volatilidade).

Em cada uma das duas seções subseqüentes serão analisados os modelos estimados para os índices financeiros previamente apresentados. Cada seção contará com três subseções, nas quais serão apresentados os modelos por período analisado.

7.2. Índice Bovespa

Primeiramente iremos identificar qual o modelo ARMA mais adequado a este cenário para remover a correlação serial na série, se esta existir, e depois vamos verificar se os dados apresentam heterocedasticidade, permitindo o ajuste de modelos da família GARCH.

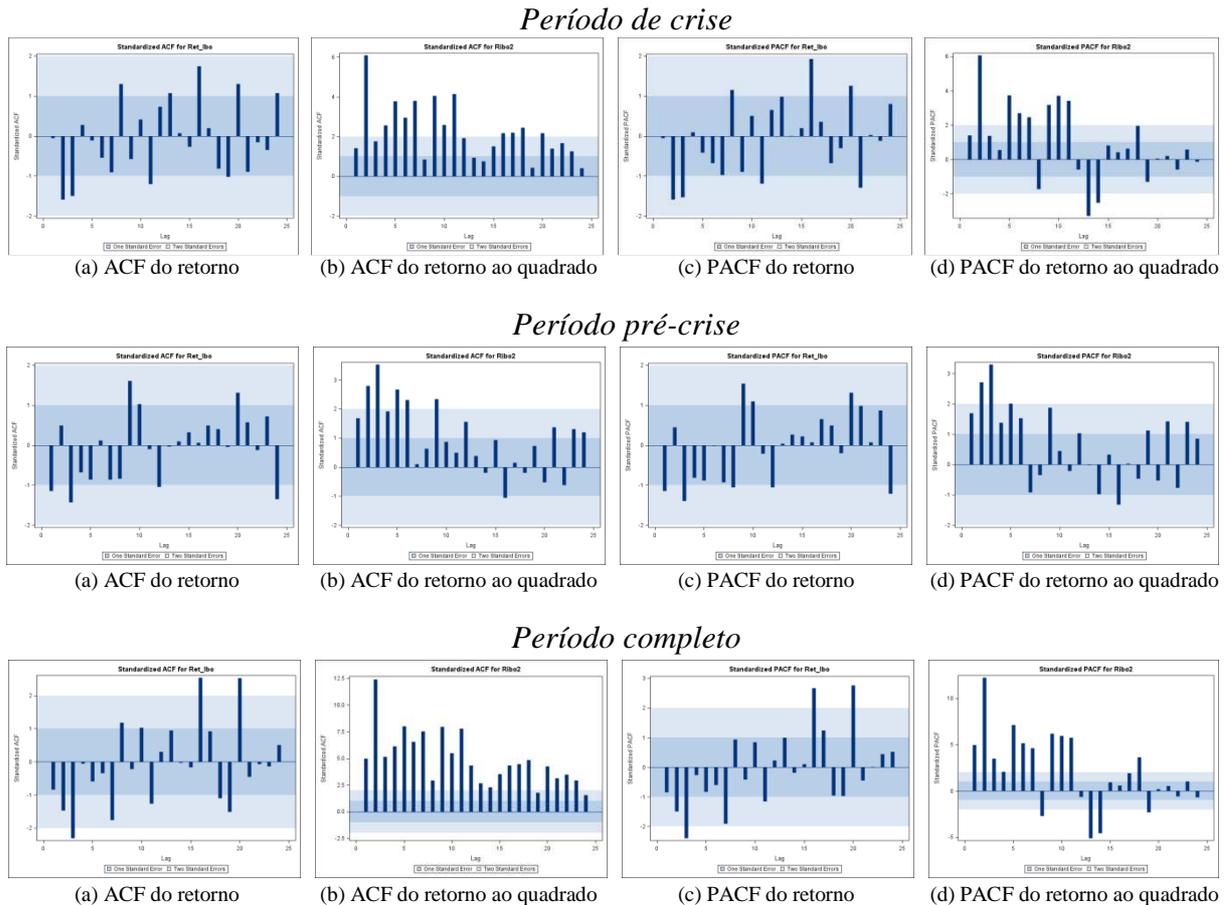


Figura 7.1: Ibovespa - ACF e PACF padronizados

A partir dos gráficos ACF e PACF dos retornos, não há indicação clara de que exista uma estrutura de correlação da média nos cenários de crise e pré-crise, no cenário completo, no entanto, existem *spikes* que indicam uma possível estrutura de correlação da média. Os correlogramas ACF e PACF dos retornos ao quadrado demonstram processos de variação que aparentam ser heterocedásticos em todos os cenários. Isso indica que existe uma correlação entre a magnitude das variações

nos retornos. Em outras palavras, há dependência serial da variância dos dados. Tais resultados indicam a necessidade de ajuste de um modelo para volatilidade.

7.2.1. Estimação – Período de crise

Antes de ajustar os modelos da família GARCH, iremos ajustar os períodos de pré-crise, crise e o período completo para os modelos ARMA para remover a correlação serial na série, se esta existir.

De acordo com os critérios AIC e SBC de seleção de modelos, identificamos como o melhor modelo ARMA, o modelo ARMA (1,1).

Tabela 7.1: Ibovespa – Período de crise – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
Média	0,00013570	0,0016015	0,08	0,9325
MA(1)	0,78477000	0,2373200	3,31	0,0009
AR(1)	0,71263000	0,2691700	2,65	0,0081

Ao analisarmos as informações na Tabela 7.1 verifica-se que os estimadores AR(1) (Autoregressivo) e o MA(1) (Média Móvel) são significantes de acordo com o teste t.

Tabela 7.2: Ibovespa – Período de crise – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Lag	Qui-Quadrado	GL	Pr > Q.Q.
6	5,31	5	0,379
12	10,8	11	0,4601
18	16,69	17	0,4753
24	22,81	23	0,4718

O teste Qui-Quadrado da Tabela 7.2 mostra que não podemos rejeitar a hipótese de que os resíduos são correlacionados. Assim, podemos concluir que o modelo ARMA (1,1) é adequado para o Período de Crise do Ibovespa.

Vamos Utilizar também os critérios AIC e SBC de seleção de modelos (Apêndice A – Pág. 45) para identificar os melhores modelos GARCH e EGARCH para os retornos do índice Bovespa no período de crise. E de acordo com estes critérios são, respectivamente, o GARCH (4,4) e o EGARCH (1,1).

Tabela 7.3: Ibovespa – Período de crise – Parâmetros do modelo GARCH (4,4)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor <i>t</i>	Aprox Pr> <i>t</i>
ARCH0	0,000000	0,000017	0,00	0,9995
ARCH1	0,000000	0,000000	0,00	1,0000
ARCH2	0,095900	0,053900	1,78	0,0755
ARCH3	0,022600	0,052800	0,43	0,6682
ARCH4	0,123700	0,025400	4,87	<,0001
GARCH1	-0,089600	0,486300	-0,18	0,8538
GARCH2	-0,051600	0,045300	-1,14	0,2546
GARCH3	0,892800	0,028200	31,70	<,0001
GARCH4	-0,004941	0,443600	-1,00	0,9911

Ao analisarmos as informações listadas na Tabela 7.3 verifica-se que boa parte dos estimadores do modelo GARCH não são significantes, apenas α_4 e β_3 são, o que implica no fato de que o modelo depende, principalmente, desses parâmetros.

Tabela 7.4: Ibovespa – Período de crise – Parâmetros do modelo EGARCH (1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor <i>t</i>	Aprox Pr> <i>t</i>
EARCH0	-0,116500	0,060500	-1,93	0,0540
EARCH1	0,093700	0,043900	2,14	0,0328
EGARCH1	0,984000	0,008539	115,24	<,0001
THETA	-1,216400	0,628600	-1,94	0,0530

Verifica-se conforme a Tabela 7.4 que o modelo EGARCH apresenta estimadores mais representativos do que o modelo anterior. Observa-se que α_1 e β_1 são significantes a um nível de significância de 5% e que apesar de α_0 e θ não serem significantes ao mesmo nível, eles são facilmente aceitos a um nível de 10%.

Ao analisarmos os resíduos dos modelos GARCH (4,4) e EGARCH (1,1), observa-se, conforme as Figuras B.1 e B.2 (Apêndice B – Pag. 51), que eles indicam comportamento normal com a média centrada no valor zero, ao analisarmos os testes Jarque-Bera de normalidade constata-se que ambos os modelos rejeitam a hipótese nula de normalidade. Nota-se ao observar os correlogramas de ACF e PACF que os resíduos se comportam de maneira aleatória, não sendo possível observar padrões que indiquem alguma relação temporal entre os resíduos, ao analisarmos o teste dos multiplicadores de Lagrange, observa-se que os resíduos apresentam indícios da ausência de heterocedasticidade.

7.2.2. Estimação – Período pré-crise

De acordo com os critérios AIC e SBC de seleção de modelos, identificamos como o melhor modelo ARMA, o modelo ARMA (1,1).

Tabela 7.5: Ibovespa – Período de pré-crise – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
Média	0,0007755	0,0006422	1,21	0,2272
Média Móvel	-0,6183700	0,4101000	-1,51	0,0002
Autoregressivo	-0,6610900	0,3911100	-1,69	0,0062

Ao analisarmos as informações na Tabela 7.5 verifica-se que os estimadores AR(1) (Autoregressivo) e o MA(1) (Média Móvel) são significantes de acordo com o teste t.

Tabela 7.6: Ibovespa – Período de pré-crise – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Lag	Qui-Quadrado	GL	Pr > Q.Q.
6	2,66	4	0,6168
12	9,58	10	0,478
18	10,19	16	0,8564
24	15,09	22	0,8584

O teste Qui-Quadrado da Tabela 7.6 mostra que não podemos rejeitar a hipótese de que os resíduos são não correlacionados. Assim, podemos concluir que o modelo ARMA (1,1) é adequado para o Período de pré-crise do Ibovespa.

Utilizando os critérios AIC e SBC de seleção de modelos (Apêndice A – Pág. 46) identificamos que os melhores modelos GARCH e EGARCH para os retornos do índice Bovespa no período pré-crise são respectivamente o GARCH (5,1) e o EGARCH (1,1).

Tabela 7.7: Ibovespa – Período pré-crise – Parâmetros do modelo GARCH (5,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox $Pr> t $
ARCH0	0,000004	0,000002	1,92	0,0551
ARCH1	0,023400	0,005765	4,05	<,0001
GARCH1	1,176700	0,037100	31,73	<,0001
GARCH2	0,606600	0,009743	62,25	<,0001
GARCH3	-0,461600	0,035700	-12,91	<,0001
GARCH4	-1,253800	0,019900	-62,99	<,0001
GARCH5	0,895100	0,033900	26,41	<,0001

Ao analisarmos as informações listadas na Tabela 7.7 verifica-se que praticamente todos os estimadores do modelo GARCH são significantes, apenas α_0 não é significativa a um nível de significância de 5%, mas é a um nível de 10%.

Tabela 7.8: Ibovespa – Período pré-crise – Parâmetros do modelo EGARCH (1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox $Pr> t $
EARCH0	-1,006700	0,290700	-3,46	0,0005
EARCH1	0,071600	0,036800	1,94	0,0518
EGARCH1	0,876400	0,035400	24,72	<,0001
THETA	-2,994700	1,615100	-1,85	0,0637

Observa-se através da Tabela 7.8 que o modelo EGARCH apresenta estimadores com níveis de significância semelhantes ao do modelo GARCH. Observa-se que α_0 e β_1 são significantes a um nível de significância de 5% e que apesar de α_1 e θ não serem significantes ao mesmo nível, eles são facilmente aceitos a um nível de 10%.

Os gráficos de resíduos contidos nas Figuras B.3 e B.4 (Apêndice B – Pág. 52) sugerem que os resíduos dos modelos GARCH e EGARCH apresentam média centrada no valor zero e assimetria a esquerda, o que é confirmado pelos testes Jarque-Bera de ambos os modelos. Ao observar os correlogramas de ACF e PACF nota-se que os resíduos se comportam de maneira aleatória, estando estes ainda mais distantes dos limites de especificação do que no modelo pertinente ao período pré-crise, não sendo possível observar padrões que indiquem relação temporal entre os resíduos, ao analisarmos o teste dos multiplicadores de Lagrange nota-se que os resíduos apresentam indícios da não presença de heterocedasticidade.

7.2.3. Estimação – Período completo

De acordo com os critérios AIC e SBC de seleção de modelos, identificamos como o melhor modelo ARMA, o modelo ARMA (1,1).

Tabela 7.9: Ibovespa – Período Completo – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
Média	0,0007293	0,0005652	1,29	0,197
Média Móvel	0,7774400	0,1477200	5,26	< 0,0001
Autoregressivo	0,7188100	0,1636200	4,39	< 0,0001

Ao analisarmos as informações na Tabela 7.9 verifica-se que os estimadores AR(1) (Autoregressivo) e o MA(1) (Média Móvel) são significantes de acordo com o teste t.

Tabela 7.10: Ibovespa – Período Completo – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Lag	Qui-Quadrado	GL	Pr > Q.Q.
6	2,96	4	0,5652
12	9,57	10	0,4794
18	20,39	16	0,2031
24	29,68	22	0,1265

O teste Qui-Quadrado da Tabela 7.10 mostra que não podemos rejeitar a hipótese de que os resíduos são não correlacionados. Assim, podemos concluir que o modelo ARMA (1,1) é adequado para o Período Completo do Ibovespa.

Utilizando os critérios AIC e SBC de seleção de modelos (Apêndice A – Pág.47) verificamos que os melhores modelos GARCH e EGARCH para os retornos do índice Bovespa no período completo são respectivamente o GARCH (5,1) e o EGARCH (1,1).

Tabela 7.11: Ibovespa – Período completo – Parâmetros do modelo GARCH (5,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox $Pr> t $
ARCH0	0,000003	0,000001	3,45	0,0006
ARCH1	0,026400	0,002961	8,92	<,0001
GARCH1	1,553400	0,013000	119,57	<,0001
GARCH2	-0,401300	0,009485	-42,31	<,0001
GARCH3	0,486900	0,005241	92,91	<,0001
GARCH4	-1,564600	0,011500	-136,34	<,0001
GARCH5	0,893100	0,011800	75,85	<,0001

Ao analisarmos as informações listadas na Tabela 7.11 verifica-se que todos os estimadores do modelo GARCH são significantes a um nível de significância de 5%, sugerindo boa adequabilidade por parte dos estimadores.

Tabela 7.11: Ibovespa – Período completo – Parâmetros do modelo EGARCH (1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox $Pr> t $
EARCH0	-0,265100	0,072900	-3,64	0,0003
EARCH1	0,130900	0,027900	4,68	<,0001
EGARCH1	0,965400	0,009280	104,03	<,0001
THETA	-1,010700	0,246300	-4,10	<,0001

Observa-se através da Tabela 7.11 que o modelo EGARCH a exemplo do modelo GARCH possui todos os estimadores significantes a um nível de 5%.

Os gráficos de resíduos contidos nas Figuras B.5 e B.6 (Apêndice B – Pág.53) dão indícios de que os resíduos dos modelos apresentam médias centradas em zero e assimetria a esquerda, isto é confirmado pelo teste Jarque-Bera de

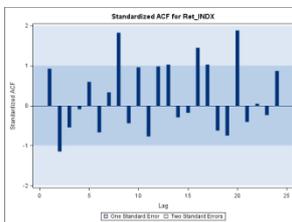
normalidade. Os correlogramas de ACF e PACF sugerem que os resíduos não se comportam de maneira aleatória, apresentando vários *lags* que encontram-se a margem dos limites de especificação, através do teste LM é possível confirmar que os resíduos são heterocedásticos.

7.3. Índice do setor industrial – INDX

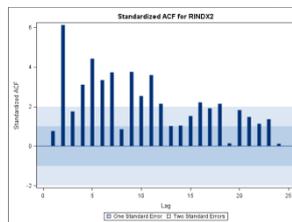
Primeiramente iremos identificar qual o modelo ARMA mais adequado a este cenário e depois vamos verificar se os dados apresentam heterocedasticidade, permitindo o ajuste de modelos da família GARCH.

No intuito de identificarmos quais os modelos mais adequados a este cenário devemos primeiramente verificar se os dados apresentam heterocedasticidade, permitindo o ajuste de modelos da família GARCH.

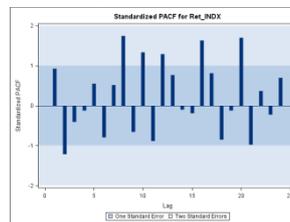
Período de crise



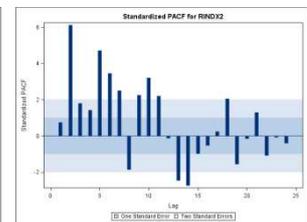
(a) ACF do retorno



(b) ACF do retorno ao quadrado

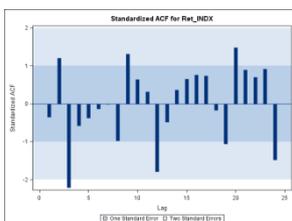


(c) PACF do retorno

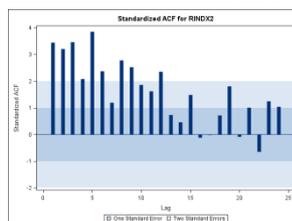


(d) PACF do retorno ao quadrado

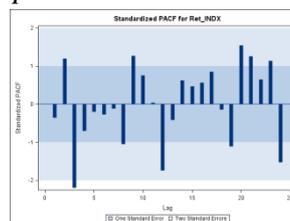
Período pré-crise



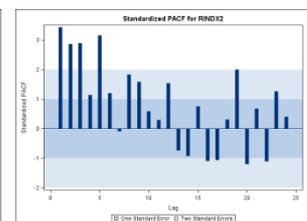
(a) ACF do retorno



(b) ACF do retorno ao quadrado



(c) PACF do retorno



(d) PACF do retorno ao quadrado

Período completo

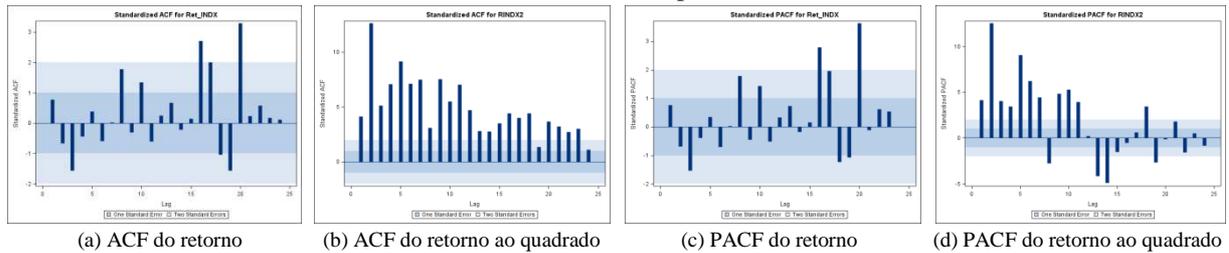


Figura 7.3: INDX - ACF e PACF padronizados

A exemplo dos índices anteriores observa-se, a partir dos gráficos ACF e PACF dos retornos, que não há indicação clara da existência de uma estrutura de correlação da média nos cenários de crise e pré-crise, enquanto no cenário completo existem *spikes* que indicam uma possível estrutura de correlação da média. Os correlogramas ACF e PACF dos retornos ao quadrado demonstram processos de variação que aparentam ser heterocedásticos em todos os cenários, o que indica a existência de correlação entre a magnitude das variações nos retornos. Esses resultados evidenciam a necessidade de ajuste de um modelo para volatilidade.

7.3.1. Estimação – Período de crise

De acordo com os critérios AIC e SBC de seleção de modelos, identificamos que os modelos ARMA (1,1) e MA(1) apresentavam valores muito parecidos. Por este motivo, resolvemos escolher como o melhor modelo para estes dados, o modelo de médias móveis, que é mais simples por possuir menos parâmetros.

Tabela 7.12: INDX – Período de crise – Parâmetros do modelo MA(1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
Média	-0,0004024	0,0021073	-0,19	0,8486
Média Móvel	-0,0687200	0,0635100	-1,08	0,009

Ao analisarmos as informações na tabela acima verifica-se que os estimador MA(1) (Média Móvel) é significantes de acordo com o teste a um nível de 10%.

Tabela 7.13: INDX – Período de crise – Parâmetros do modelo MA(1)

Lag	Qui-Quadrado	GL	Pr > Q.Q.
6	2,50	5	0,7759
12	9,95	11	0,5351
18	15,20	17	0,5808
24	22,41	23	0,4959

O teste Qui-Quadrado da Tabela 7.13 mostra que não podemos rejeitar a hipótese de que os resíduos são não correlacionados. Assim, podemos concluir que o modelo MA (1) é adequado para o Período de crise do INDX (Índice do Setor Industrial).

Através dos critérios AIC e SBC identificamos que os melhores modelos GARCH e EGARCH para os retornos do índice INDX no período de crise são respectivamente o GARCH (4,4) e o EGARCH (1,1) (Apêndice A – Pág. 48).

Tabela 7.14: INDX – Período de crise – Parâmetros do modelo GARCH (4,4)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
ARCH0	0,000000	0,000024	0,00	0,9996
ARCH1	0,000000	0,000000	0,00	1,0000
ARCH2	0,164400	0,050800	3,24	0,0012
ARCH3	0,010500	0,027000	0,39	0,6973
ARCH4	0,135000	0,046900	2,88	0,0040
GARCH1	0,141300	0,447700	0,32	0,7523
GARCH2	-0,435800	0,311200	-1,40	0,1615
GARCH3	0,511500	0,347900	1,47	0,1415
GARCH4	0,482200	0,426000	1,13	0,2577

Observando-se as informações listadas da Tabela 7.14 é possível identificar a maioria dos estimadores do modelo GARCH que não são significantes, observa-se que dentre todos os estimadores α_2 e α_4 são os únicos significantes a um nível de 5%.

Tabela 7.15: INDX – Período de crise – Parâmetros do modelo EGARCH (1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
EARCH0	-0,142600	0,071200	-2,00	0,0454
EARCH1	0,106700	0,043800	2,44	0,0148
EGARCH1	0,980800	0,009872	99,35	<,0001
THETA	-0,821200	0,405800	-2,02	0,0430

Conforme a tabela acima nota-se que o modelo EGARCH apresenta estimadores representativos, dado que todos os estimadores são significantes a um nível de significância de 5%.

Ao analisarmos os resíduos dos modelos acima (Apêndice B – Pág. 54), observa-se que eles sugerem comportamento normal com a média centrada no valor zero, ao analisarmos o teste Jarque-Bera (Apêndice D – Pág. 60) de normalidade rejeitamos a hipótese de não normalidade em ambos os modelos, sendo que essa rejeição se dá de forma mais clara no modelo EGARCH. Ao observar os correlogramas de ACF e PACF verificamos que os resíduos se comportam de maneira aleatória, não sendo possível observar padrões que indiquem alguma relação temporal entre os resíduos, enquanto o teste LM apresenta indícios de haver heterocedasticidade.

7.3.2. Estimação – Período pré-crise

De acordo com os critérios AIC e SBC de seleção de modelos, identificamos que os modelos ARMA (1,1) e MA(1) apresentavam valores muito parecidos. Por este motivo, resolvemos escolher o modelo mais simples, que é o modelo de médias móveis MA(1).

Tabela 7.16: INDX – Período de pré-crise – Parâmetros do modelo MA(1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
Média	0,0009196	0,0005935	1,55	0,1212
Média Móvel	0,0126000	0,0384900	0,33	0,7434

Ao analisarmos as informações da Tabela 7.16 acima verifica-se que o estimador MA(1) (Média Móvel) não é significativo de acordo com teste t.

Tabela 7.17: INDX – Período de pré-crise – Parâmetros do modelo MA(1)

Lag	Qui-Quadrado	GL	Pr > Q.Q.
6	6,89	5	0,2291
12	13,57	11	0,2574
18	15,77	17	0,5404
24	24,12	23	0,397

O teste Qui-Quadrado da Tabela 7.17 mostra que não podemos rejeitar a hipótese de que os resíduos são não correlacionados. Assim, podemos concluir que o modelo MA (1) é adequado para o Período pré-crise do INDX.

Através dos critérios AIC e SBC (Apêndice A – Pág. 49) identificamos que os melhores modelos GARCH e EGARCH para os retornos do INDX no período pré-crise são respectivamente o GARCH (4,1) e o EGARCH (1,1).

Tabela 7.18: INDX – Período pré-crise – Parâmetros do modelo GARCH (4,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
ARCH0	0,000011	0,000003	4,06	<,0001
ARCH1	0,085400	0,020000	4,26	<,0001
GARCH1	1,262600	0,072900	17,32	<,0001
GARCH2	-0,923800	0,098100	-9,41	<,0001
GARCH3	1,225400	0,095400	12,84	<,0001
GARCH4	-0,692000	0,064800	-10,69	<,0001

Ao analisarmos as informações listadas na Tabela 7.18 verifica-se que todos estimadores do modelo GARCH são significantes, demonstrando alta representatividade desses.

Tabela 7.19: INDX – Período pré-crise – Parâmetros do modelo EGARCH (1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
EARCH0	-0,717500	0,210700	-3,41	0,0007
EARCH1	0,114500	0,043500	2,63	0,0084
EGARCH1	0,913500	0,025100	36,39	<,0001
THETA	-1,434200	0,594000	-2,41	0,0158

Observa-se através da tabela acima que o modelo EGARCH a exemplo do modelo GARCH apresenta somente estimadores significativos.

Os gráficos de resíduos pertinentes aos modelos acima (Apêndice B – Pág 55) indicam que as médias estão centradas em zero e que há presença de assimetria a esquerda para ambos, a presença de assimetria é confirmada pelos testes Jarque-Bera dos modelos. Analisando-se os correlogramas de ACF e PACF observa-se que os resíduos têm comportamento aleatório, sendo difícil observar algum padrão que indique relação temporal entre os resíduos, ao analisarmos o teste dos multiplicadores de Lagrange nota-se que os resíduos apresentam indícios de que estes sejam homocedásticos.

7.3.3. Estimação – Período Completo

De acordo com os critérios AIC e SBC de seleção de modelos, identificamos que o melhor modelo para o Índice do Setor Industrial no período completo é o modelo ARMA(1,1).

Tabela 7.20: INDX – Período Completo – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
Média	0,0006800	0,0006743	1,01	0,3132
Média Móvel	-0,1873000	1,2079600	-0,16	0,8768
Autoregressivo	-0,1611300	1,2134200	-0,13	0,8944

Ao analisarmos as informações na Tabela 7.20 verifica-se que apesar do modelo ARMA ser o melhor, de acordo com os critérios AIC e SBC, seus parâmetros não são significantes.

Tabela 7.21: INDX – Período Completo – Parâmetros do modelo ARMA(1,1)

Lag	Qui-Quadrado	GL	Pr > Q.Q.
6	3,390	4	0,4944
12	9,270	10	0,5064
18	22,280	16	0,1345
24	37,440	22	0,0211

O teste Qui-Quadrado da Tabela 7.21 mostra que não podemos rejeitar a hipótese de que os resíduos são não correlacionados. Assim, podemos concluir que o modelo ARMA (1,1) é adequado para o Período Completo do INDX.

Utilizando os critérios AIC e SBC de seleção de modelos (Apêndice A – Pág. 50) verificamos que os melhores modelos GARCH e EGARCH para os retornos do índice INDX para o período completo são respectivamente o GARCH (5,3) e o EGARCH (1,1).

Tabela 7.22: INDX – Período completo – Parâmetros do modelo GARCH (5,3)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox Pr> t
ARCH0	0,000001	0,000000	1,76	0,0779
ARCH1	0,033900	0,013200	2,57	0,0101
ARCH2	-0,001782	0,022700	-0,08	0,9375
ARCH3	-0,024400	0,014200	-1,71	0,0866
GARCH1	2,212800	0,035900	61,69	<,0001
GARCH2	-2,060200	0,049500	-41,59	<,0001
GARCH3	2,117800	0,036900	57,38	<,0001
GARCH4	-2,110200	0,052700	-40,06	<,0001
GARCH5	0,831000	0,033400	24,87	<,0001

Ao analisarmos as informações listadas na Tabela 7.22 verifica-se que a maioria dos estimadores do modelo GARCH é significativa, apenas α_0 , α_2 e α_3 demonstraram ser não significantes a um nível de 5%, sendo que α_0 e α_3 são significantes a 10%.

Tabela 7.23: INDX – Período completo – Parâmetros do modelo EGARCH (1,1)

Variável	Estimativa	Desvio padrão	Valor t	Aprox $Pr> t $
EARCH0	-0,243600	0,065900	-3,70	0,0002
EARCH1	0,156700	0,032300	4,86	<,0001
EGARCH1	0,968800	0,008204	118,09	<,0001
THETA	-0,660200	0,163200	-4,05	<,0001

Observa-se através da tabela acima que o modelo EGARCH possui todos os estimadores significantes a um nível de 5%, indicando boa adequabilidade por parte dos estimadores.

Os gráficos de resíduos dos modelos (Apêndice B – Pág. 56) dão indícios de que os resíduos apresentam médias centradas em zero e assimetria a esquerda, pelo teste Jarque-Bera é possível confirmar que os resíduos não seguem uma distribuição normal. Os correlogramas de ACF e PACF sugerem que os resíduos não se comportam de maneira aleatória, visto que apresentam *lags* fora dos limites de especificação, através do teste dos multiplicadores de Lagrange confirma-se que os resíduos são heterocedásticos. Demonstrando uma adequação ruim do mesmo.

7.4. Comparação de resultados

Observa-se que de maneira geral os modelos estimados para cada um dos índices estudados apresentaram comportamentos semelhantes, tanto no que diz respeito a significância dos parâmetros estimados para os diferentes quanto no que concerne aos testes de adequação utilizados para analisá-los .

Quando fazemos uma comparação entre os períodos é notório que existem diferenças significativas entre eles. Em geral os resíduos pertinentes ao período de crise são os que melhor se adéquam aos modelos gerados, possuindo distribuição normal e homocedasticidade para todos os índices estudados. Os resíduos referentes ao período completo, por outro lado, foram aqueles que apresentaram pior adequação, demonstrando assimetria a esquerda e heterocedasticidade para todos os índices.

Ao compararmos os modelos GARCH e EGARCH não foi possível detectar diferenças significativas entre seus resultados. O que se pode defender como uma vantagem dos modelos EGARCH é a presença de uma quantidade menor de parâmetros estimados através de tal modelo, essa característica é importante visto que a necessidade de uma quantidade menor de parâmetros facilita o processo de previsão.

8. Conclusão

Foram identificados ao longo deste trabalho modelos GARCH e EGARCH para índices financeiros setoriais, utilizamos para o desenvolvimento das análises a transformação para os retornos, tornando aparente a presença de “blocos de variação” nas séries dos retornos.

Utilizou-se para a estimação dos modelos o método freqüentista da Máxima Verossimilhança aplicado a diversos cenários, frutos de combinações entre os diferentes períodos e índices apresentados. Porém, muitas outras combinações de índices e modelos podem ser exploradas.

Inicialmente esperava-se que não houvesse uma boa adequação dos modelos ao cenário de crise apresentado, tendo em vista a elevada volatilidade observada no período, essa expectativa, entretanto, não foi atingida. Os cenários que contavam com o período de crise foram àqueles que melhor se adequaram aos modelos.

Verificou-se ainda que o período “completo”, que consiste nos dados de todo período a que tivemos acesso, foi aquele que apresentou a pior adequação aos modelos. Acreditamos que tal característica é fruto de variações bruscas na variabilidade da série de retornos, algo que não ocorreu nas demais séries, dada a segmentação dos dados.

Na comparação entre os modelos da família GARCH não foi possível detectar grandes diferenças em termos de adequação, no entanto consideramos os modelos EGARCH como sendo melhores devido ao fato de este utilizar menos parâmetros para estimar modelos equivalentes aos modelos GARCH.

Por fim, trabalhos futuros podem ser desenvolvidos estimando-se modelos da família GARCH através de métodos bayesianos em contraste com o método da Máxima Verossimilhança ou outros métodos de estimação frequentista, tendo em vista verificar se existe a superioridade de métodos bayesianos frente aos métodos frequentistas, como defende parte da literatura relacionada ao assunto.

Bibliografia

AKAIKE, Hirotugu. **A new look at the statistical model identification.** *IEEE Transactions on Automatic Control* 19 (6): 716–723, 1974.

BEACH, C. M.; MACKINNON, J. G. **A Maximum Likelihood Procedure for Regression with Autocorrelated Errors,** *Econometrica*, 46, 51–58, 1978.

BOLLERSLEV, T. **Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity,** *Journal of Econometrics*, 31, 307-327, 1986.

BROCKWELL P.J.; DAVIS R.A. **Introduction to Statistical Time Series and Forecasting.** Springer, 2 edition, 2002. New York.

BUSSAB, Wilton O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica.** 5. ed. Rio de Janeiro: Saraiva, 2002.

MORETTIN, Pedro A. **Econometria financeira.** *Um curso de séries temporais financeiras.* São Paulo: Ed Edgard Blucher, 2008.

FULLER , W.A. **Introduction to Statistical Time Series.** New York. Editor: John Wiley and sons, 1976.

GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, Paul. **Forecasting Economic Time Series.** New York : Academic Press, 1977.

NELSON, Charles R. **Applied Time Series Analysis.** San Francisco : Holden-Day, 1973.

NELSON, D. B. **Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach,** *Econometrica* 59: 347-370, 1991.

SAMPAIO, Antonio A. P. **Alocação de ativos com modelos de volatilidade multivariada – evidências com dados brasileiros**. Dissertação. (Mestrado em economia) – Programa de Mestrado Profissional, Faculdade IBMEC, São Paulo, 2006.

SARMANHO, Gabriel F. **Modelagem de Retornos Climatológicos via modelos GARCH**. Monografia. (Graduação em estatística) – Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

SAS Institute, Inc., **SAS/ETS User's Guide, Version 9.22**, Cary, NC: SAS Institute, Inc., 2010.

SCHWARZ, Gideon E. **Estimating the dimension of a model**. *Annals of Statistics* 6 (2): 461-464, 1978.

SOUZA, Reinaldo Castro. **Modelos Estruturais para Previsão de Séries Temporais : Abordagens Clássica e Bayesiana**. In : 17° Colóquio Brasileiro de Matemática. Rio de Janeiro, 1989.

APÊNDICE A – Critérios de seleção AIC e SBC

Tabela A.1: Ibovespa – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo GARCH período de crise

			Q				
			1	2	3	4	5
P	1	AIC	-1.073,90	-1.079,90	-1.077,76	-1.076,47	-1.074,65
		SBC	-1.063,35	-1.069,35	-1.063,69	-1.058,88	-1.053,54
	2	AIC	-1.075,05	-1.078,07	-1.076,09	-1.074,77	-1.072,56
		SBC	-1.060,98	-1.064,00	-1.058,51	-1.053,66	-1.047,94
	3	AIC	-1.074,85	-1.076,40	-1.075,62	-1.082,84	-1.070,83
		SBC	-1.057,27	-1.058,81	-1.051,00	-1.061,73	-1.042,69
	4	AIC	-1.072,92	-1.075,45	-1.073,06	-1.089,82	-1.075,20
		SBC	-1.051,82	-1.057,86	-1.051,95	-1.065,20	-1.043,54
	5	AIC	-1.071,05	-1.066,84	-1.054,27	-1.070,69	-1.071,33
		SBC	-1.046,43	-1.042,22	-1.026,13	-1.039,03	-1.036,15

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.2: Ibovespa – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo EGARCH período de crise

			Q				
			1	2	3	4	5
P	1	AIC	-1.085,47	-1.088,39	-1.088,20	-1.086,65	-1.085,68
		SBC	-1.071,40	-1.070,80	-1.067,09	-1.062,03	-1.057,54
	2	AIC	-999,32	-1.084,80	-1.086,08	-1.085,28	-1.083,60
		SBC	-981,74	-1.063,70	-1.061,46	-1.057,14	-1.051,94
	3	AIC	-1.070,78	-1.079,46	-1.091,72	-1.094,62	-1.089,92
		SBC	-1.049,67	-1.054,84	-1.063,58	-1.062,96	-1.054,74
	4	AIC	-1.085,54	-1.084,80	-1.079,03	-1.078,96	-1.087,71
		SBC	-1.060,92	-1.056,66	-1.047,38	-1.043,78	-1.049,02
	5	AIC	-1.074,69	-1.094,47	-1.072,95	-1.067,61	-1.081,89
		SBC	-1.046,55	-1.062,81	-1.037,77	-1.028,92	-1.039,68

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.3: Ibovespa – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo GARCH período pré-crise

			Q				
			1	2	3	4	5
ρ	1	AIC	-3.592,55	-3.588,72	-3.578,94	-3.575,38	-3.569,31
		SBC	-3.606,11	-3.606,79	-3.601,53	-3.602,48	-3.600,93
	2	AIC	-3.587,95	-3.582,22	-3.575,73	-3.569,32	-3.562,79
		SBC	-3.606,02	-3.604,81	-3.602,84	-3.600,94	-3.598,93
	3	AIC	-3.582,36	-3.576,29	-3.574,13	-3.569,96	-3.563,44
		SBC	-3.604,94	-3.603,40	-3.605,76	-3.606,10	-3.604,10
	4	AIC	-3.577,46	-3.573,64	-3.569,75	-3.563,44	-3.558,19
		SBC	-3.604,56	-3.605,26	-3.605,89	-3.604,10	-3.603,37
	5	AIC	-3.580,08	-3.566,43	-3.560,17	-3.557,51	-3.543,00
		SBC	-3.611,70	-3.602,57	-3.600,83	-3.602,69	-3.592,69

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.4: Ibovespa – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo EGARCH período pré-crise

			Q				
			1	2	3	4	5
ρ	1	AIC	-3.624,56	-3.618,16	-3.619,09	-3.612,67	-3.606,26
		SBC	-3.642,63	-3.640,75	-3.646,20	-3.644,29	-3.642,40
	2	AIC	-3.618,08	-3.615,26	-3.611,67	-3.612,33	-3.583,34
		SBC	-3.640,67	-3.642,37	-3.643,30	-3.648,48	-3.624,00
	3	AIC	-3.617,07	-3.611,09	-3.619,38	-3.595,82	-3.604,77
		SBC	-3.644,17	-3.642,71	-3.655,52	-3.636,48	-3.649,94
	4	AIC	-3.610,81	-3.606,20	-3.604,94	-3.608,42	-3.594,50
		SBC	-3.642,43	-3.642,34	-3.645,60	-3.653,60	-3.644,20
	5	AIC	-3.610,11	-3.599,70	-3.600,99	-3.602,78	-3.603,66
		SBC	-3.646,25	-3.640,36	-3.646,17	-3.652,47	-3.657,87

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.5: Ibovespa – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo GARCH período completo

			Q				
			1	2	3	4	5
P	1	AIC	-4.991,78	-4.994,45	-4.992,71	-4.990,71	-4.988,88
		SBC	-4.977,10	-4.974,87	-4.968,24	-4.961,35	-4.954,62
	2	AIC	-4.992,65	-4.992,69	-4.990,71	-4.988,72	-4.986,71
		SBC	-4.973,07	-4.968,22	-4.961,35	-4.954,47	-4.947,56
	3	AIC	-4.991,25	-4.991,02	-4.988,70	-4.993,83	-4.998,00
		SBC	-4.966,79	-4.961,66	-4.954,44	-4.954,68	-4.953,95
	4	AIC	-4.989,29	-4.993,53	-4.987,18	-4.996,42	-5.000,67
		SBC	-4.959,93	-4.959,27	-4.948,03	-4.952,37	-4.951,73
	5	AIC	-5.001,81	-4.987,93	-4.991,83	-4.990,08	-4.982,15
		SBC	-4.967,55	-4.948,78	-4.947,78	-4.941,15	-4.928,32

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.6: Ibovespa – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo EGARCH período completo

			Q				
			1	2	3	4	5
p	1	AIC	-5.024,59	-5.022,92	-5.025,91	-5.023,97	-5.025,25
		SBC	-5.005,01	-4.998,45	-4.996,55	-4.989,71	-4.986,10
	2	AIC	-5.022,71	-5.020,62	-5.019,16	-5.022,07	-5.020,15
		SBC	-4.998,25	-4.991,25	-4.984,91	-4.982,93	-4.976,10
	3	AIC	-5.022,92	-5.018,97	-5.032,51	-5.026,79	-5.029,51
		SBC	-4.993,56	-4.984,72	-4.993,36	-4.982,74	-4.980,57
	4	AIC	-5.020,45	-5.021,59	-4.907,09	-5.013,05	-5.024,69
		SBC	-4.986,20	-4.982,44	-4.863,04	-4.964,11	-4.970,86
	5	AIC	-5.030,05	-5.041,50	-5.019,96	-5.000,23	-5.006,30
		SBC	-4.990,91	-4.997,46	-4.971,02	-4.946,40	-4.947,58

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.7: INDX – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo GARCH período de crise

			Q				
			1	2	3	4	5
ρ	1	AIC	-1.101,96	-1.107,29	-1.105,29	-1.104,64	-1.103,10
		SBC	-1.091,41	-1.096,74	-1.091,23	-1.087,05	-1.081,99
	2	AIC	-1.103,02	-1.106,33	-1.104,05	-1.102,77	-1.101,37
		SBC	-1.088,95	-1.092,26	-1.086,47	-1.081,66	-1.076,75
	3	AIC	-1.110,34	-1.104,44	-1.102,30	-1.108,55	-1.099,41
		SBC	-1.092,75	-1.086,85	-1.081,19	-1.083,92	-1.071,27
	4	AIC	-1.103,95	-1.103,15	-1.100,63	-1.111,93	-1.100,12
		SBC	-1.082,84	-1.085,57	-1.076,01	-1.087,31	-1.071,98
	5	AIC	-1.108,71	-1.098,76	-1.087,71	-1.105,23	-1.106,04
		SBC	-1.084,09	-1.077,65	-1.063,09	-1.070,05	-1.070,86

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.8: INDX – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo EGARCH período de crise

			Q				
			1	2	3	4	5
ρ	1	AIC	-1.111,13	-1.113,98	-1.115,47	-1.114,39	-1.113,92
		SBC	-1.097,06	-1.096,39	-1.094,36	-1.089,77	-1.085,78
	2	AIC	-1.035,47	-1.115,40	-1.112,28	-1.112,99	-1.113,00
		SBC	-1.017,88	-1.094,29	-1.087,65	-1.084,85	-1.081,35
	3	AIC	-1.114,76	-1.116,44	-1.112,36	-1.111,36	-1.114,44
		SBC	-1.093,66	-1.091,81	-1.084,22	-1.079,71	-1.079,26
	4	AIC	-1.109,53	-1.098,53	-1.097,20	-1.122,43	-1.118,53
		SBC	-1.084,91	-1.070,39	-1.065,54	-1.087,26	-1.079,84
	5	AIC	-1.108,82	-1.112,83	-1.099,21	-1.117,30	-1.114,39
		SBC	-1.080,68	-1.081,17	-1.064,03	-1.078,60	-1.072,18

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.9: INDX – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo GARCH período pré-crise

			Q				
			1	2	3	4	5
p	1	AIC	-3.760,25	-3.739,67	-3.757,59	-3.756,31	-3.756,68
		SBC	-3.746,69	-3.721,60	-3.735,00	-3.729,20	-3.725,06
	2	AIC	-3.759,28	-3.757,70	-3.752,66	-3.753,90	-3.755,26
		SBC	-3.741,21	-3.735,11	-3.725,55	-3.722,28	-3.719,12
	3	AIC	-3.759,44	-3.760,26	-3.759,02	-3.757,58	-3.755,96
		SBC	-3.736,85	-3.733,15	-3.727,40	-3.721,44	-3.715,30
	4	AIC	-3.762,24	-3.759,36	-3.758,72	-3.756,25	-3.756,28
		SBC	-3.735,13	-3.727,74	-3.722,58	-3.715,59	-3.711,11
	5	AIC	-3.760,60	-3.759,36	-3.757,33	-3.755,38	-3.751,99
		SBC	-3.728,98	-3.723,22	-3.716,67	-3.710,20	-3.702,29

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.10: INDX – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo EGARCH período pré-crise

			Q				
			1	2	3	4	5
p	1	AIC	-3.786,49	-3.785,31	-3.791,39	-3.790,03	-3.789,88
		SBC	-3.768,42	-3.762,73	-3.764,28	-3.758,41	-3.753,74
	2	AIC	-3.784,75	-3.792,97	-3.792,62	-3.792,48	-3.790,97
		SBC	-3.762,16	-3.765,87	-3.760,99	-3.756,34	-3.750,31
	3	AIC	-3.786,51	-3.791,94	-3.796,52	-3.794,62	-3.796,00
		SBC	-3.759,40	-3.760,32	-3.760,37	-3.753,96	-3.750,82
	4	AIC	-3.784,70	-3.791,59	-3.794,67	-3.791,23	-3.796,53
		SBC	-3.753,08	-3.755,44	-3.754,01	-3.746,05	-3.746,84
	5	AIC	-3.792,42	-3.795,92	-3.802,02	-3.790,41	-3.788,33
		SBC	-3.756,27	-3.755,26	-3.756,84	-3.740,72	-3.734,12

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.11: INDX – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo GARCH período completo

			Q				
			1	2	3	4	5
ρ	1	AIC	-5.180,28	-5.182,48	-5.180,52	-5.179,68	-5.182,11
		SBC	-5.165,60	-5.162,90	-5.156,05	-5.150,32	-5.147,85
	2	AIC	-5.182,76	-5.180,59	-5.178,55	-5.176,55	-5.180,11
		SBC	-5.163,19	-5.156,12	-5.149,19	-5.142,30	-5.140,96
	3	AIC	-5.181,69	-5.179,01	-5.186,05	-5.187,23	-5.178,11
		SBC	-5.157,22	-5.149,65	-5.151,79	-5.148,08	-5.134,07
	4	AIC	-5.181,58	-5.186,17	-5.189,94	-5.189,16	-5.185,20
		SBC	-5.152,22	-5.151,92	-5.150,79	-5.145,12	-5.136,27
	5	AIC	-5.184,53	-5.192,47	-5.196,37	-5.187,22	-5.173,80
		SBC	-5.150,28	-5.153,32	-5.152,32	-5.138,29	-5.119,97

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela A.12: INDX – Critérios de escolha AIC e SBC – Modelo EGARCH período completo

			q				
			1	2	3	4	5
ρ	1	AIC	-5.203,39	-5.202,30	-5.204,19	-5.202,52	-5.204,72
		SBC	-5.183,81	-5.177,84	-5.174,83	-5.168,26	-5.165,57
	2	AIC	-5.201,76	-5.199,86	-5.197,14	-5.200,44	-5.198,91
		SBC	-5.177,29	-5.170,50	-5.162,89	-5.161,29	-5.154,87
	3	AIC	-5.201,24	-5.198,20	-5.211,15	-5.203,10	-5.203,55
		SBC	-5.171,88	-5.163,95	-5.172,00	-5.159,05	-5.154,61
	4	AIC	-5.199,96	-5.195,80	-5.212,72	-5.218,85	-5.181,67
		SBC	-5.165,70	-5.156,65	-5.168,67	-5.169,91	-5.127,84
	5	AIC	-5.209,49	-5.196,24	-5.209,13	-5.209,01	-5.183,13
		SBC	-5.170,34	-5.152,20	-5.160,19	-5.155,18	-5.124,40

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

APÊNDICE B – Gráficos de resíduos

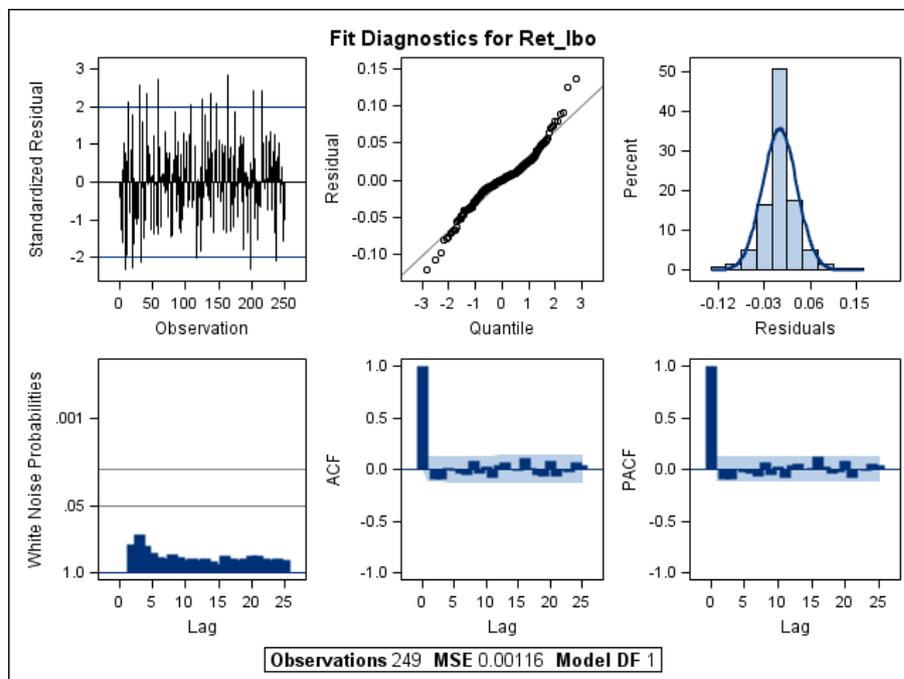


Figura B.1: Ibovespa – Período de crise – GARCH (4,4)

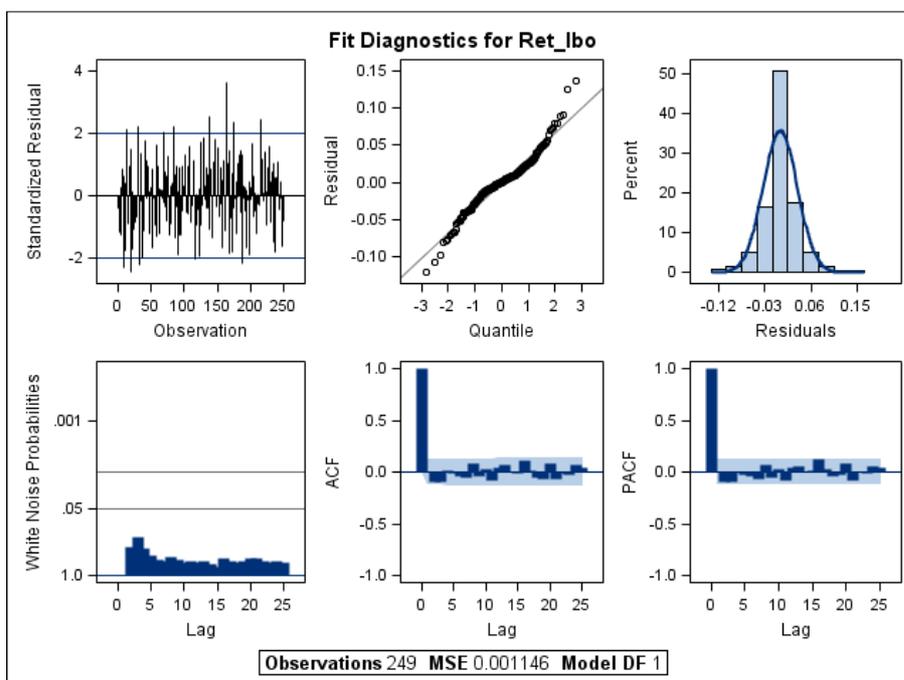


Figura B.2: Ibovespa – Período de crise – EGARCH (1,1)

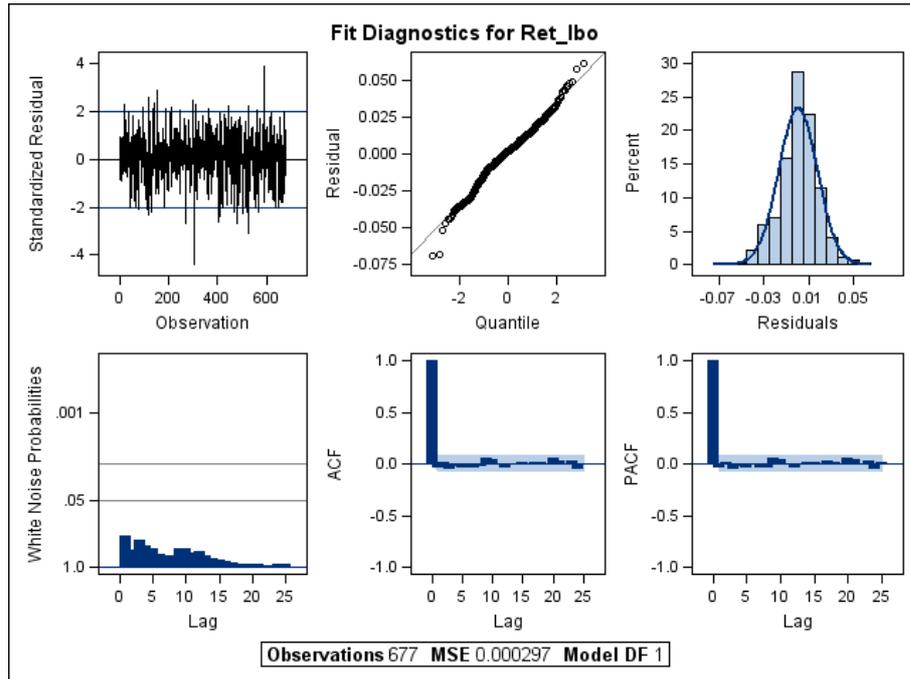


Figura B.3: Ibovespa – Período pré-crise – GARCH (5,1)

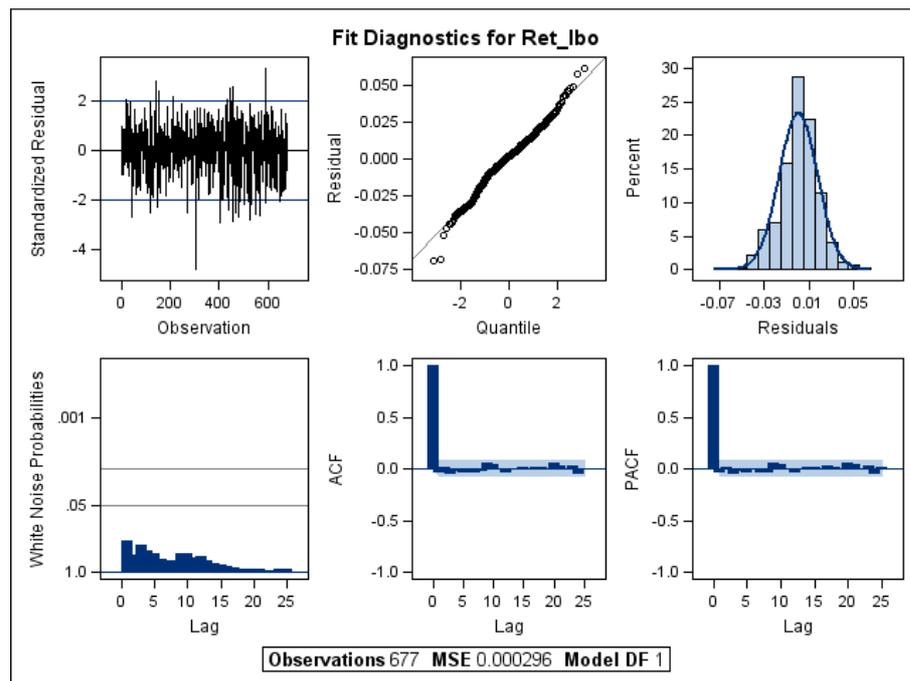


Figura B.4: Ibovespa – Período pré-crise – EGARCH (1,1)

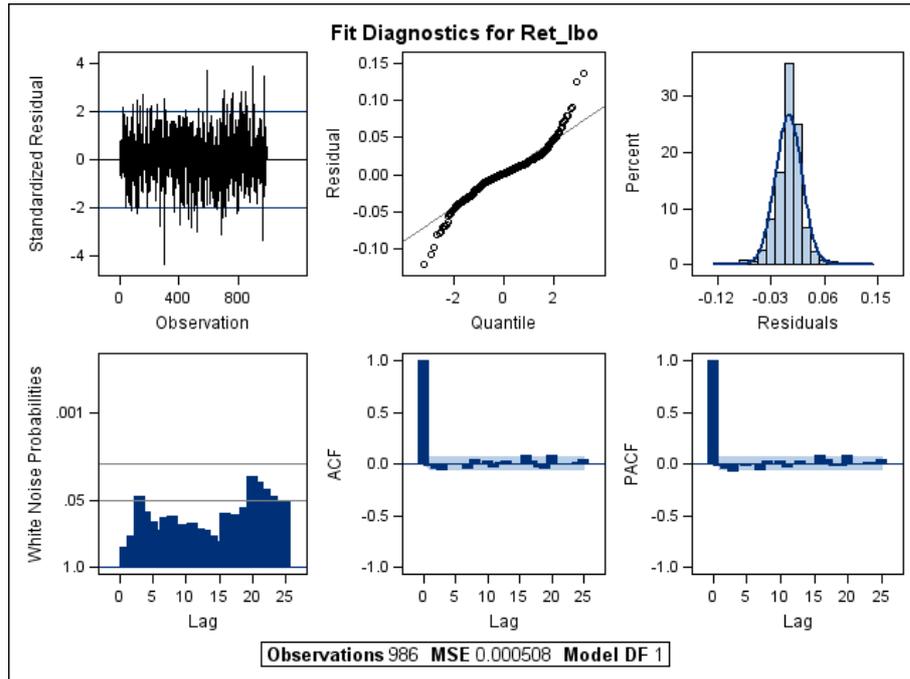


Figura B.5: Ibovespa – Período completo – GARCH (5,1)

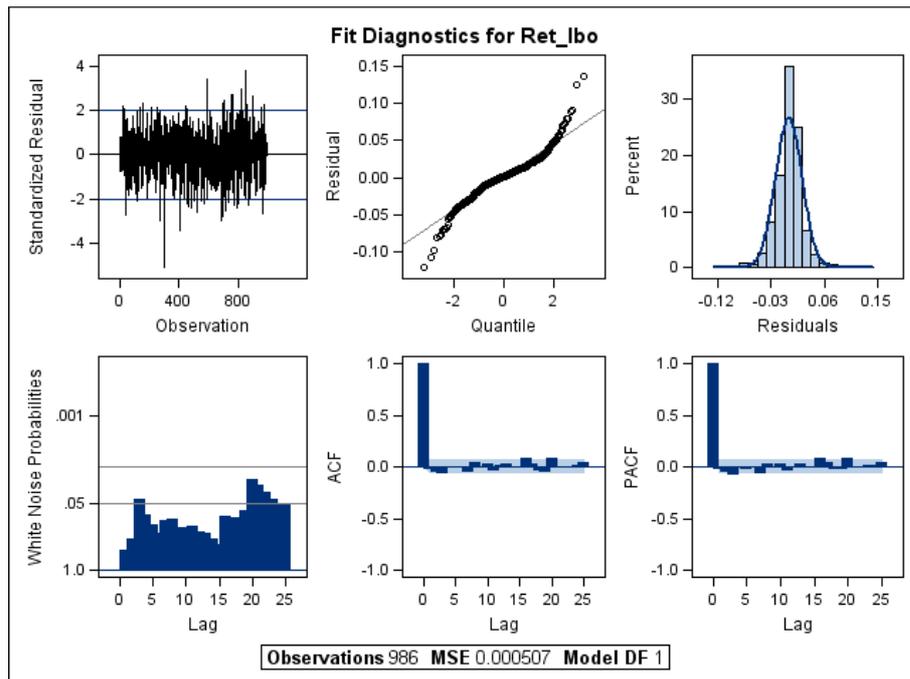


Figura B.6: Ibovespa – Período completo – EGARCH (1,1)

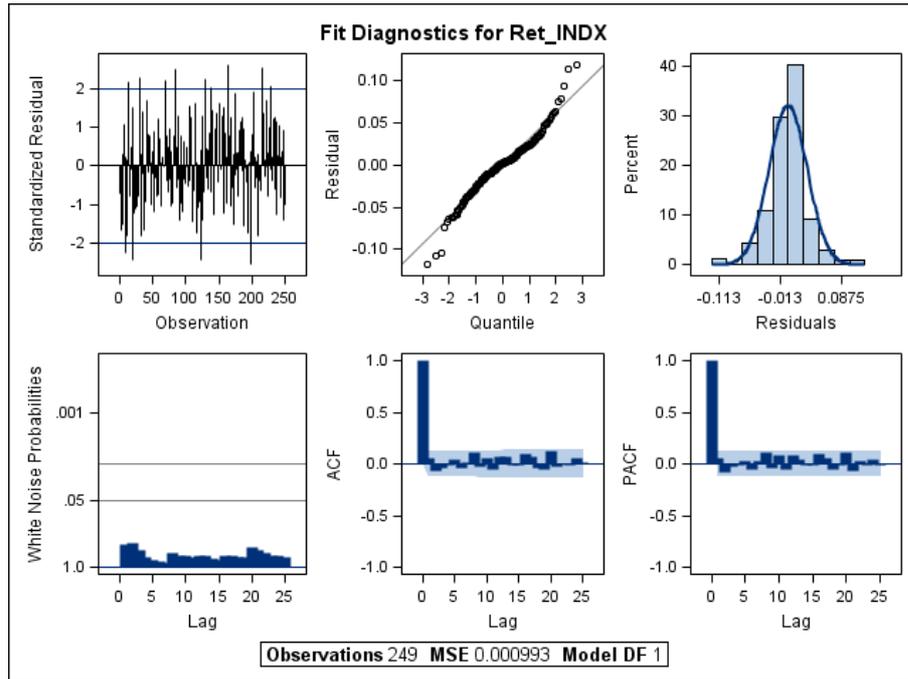


Figura B.7: INDX – Período de crise – GARCH (4,4)

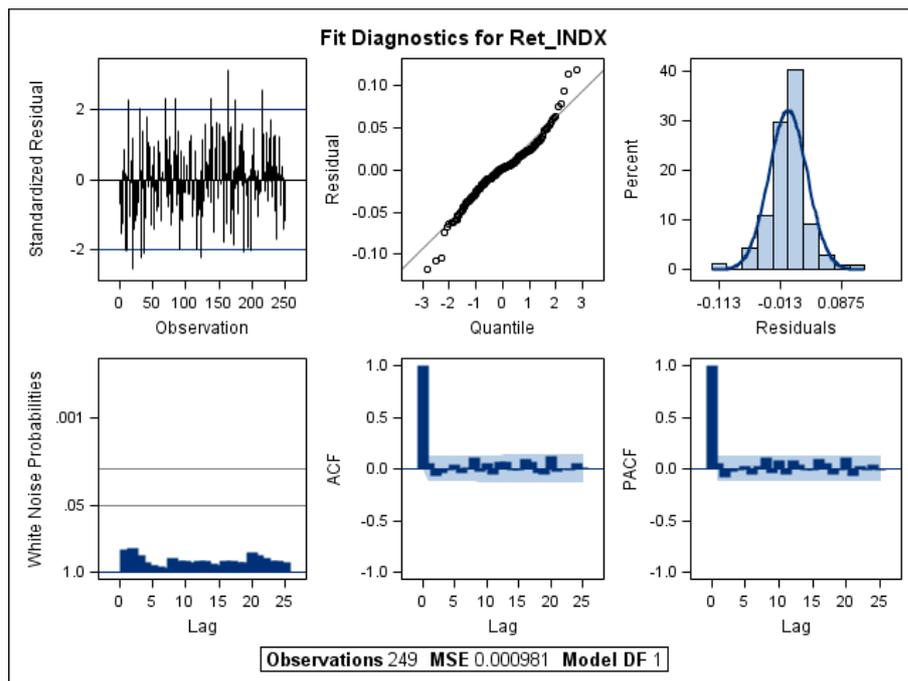


Figura B.8: INDX – Período de crise – EGARCH (1,1)

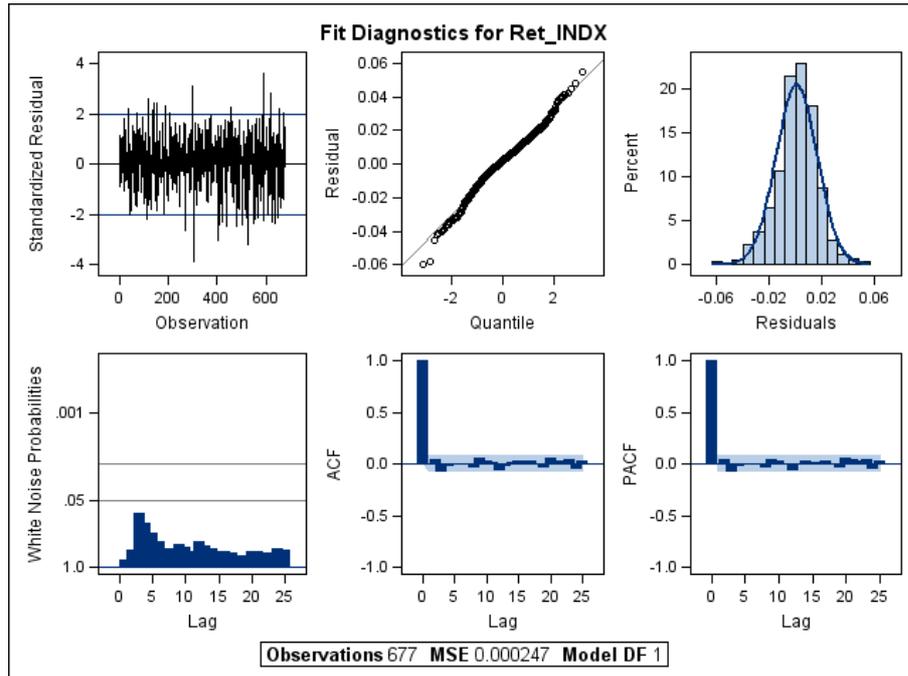


Figura B.9: INDX – Período pré-crise – GARCH (4,1)

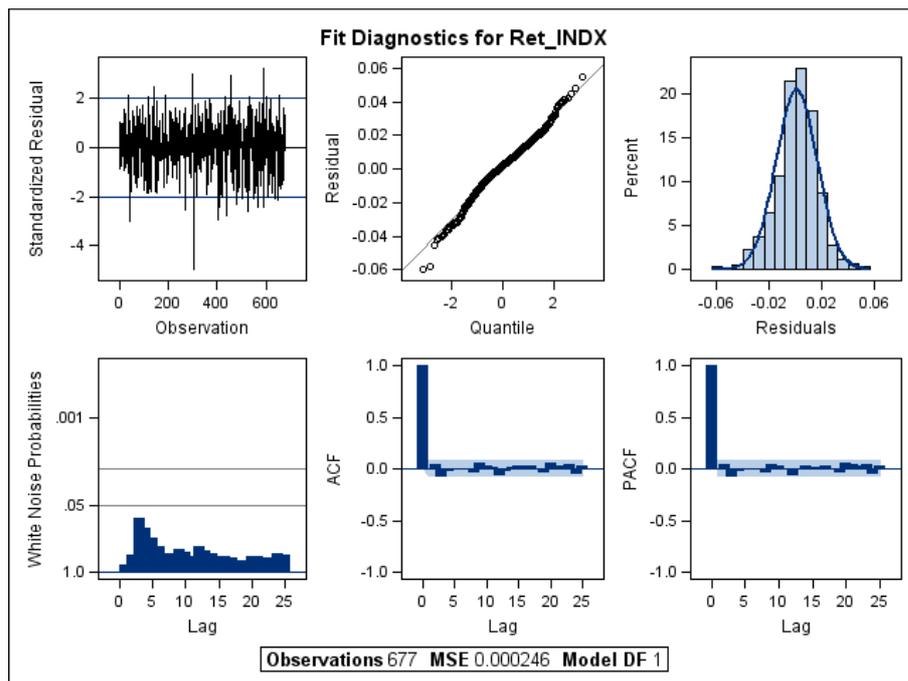


Figura B.10: INDX – Período pré-crise – EGARCH (1,1)

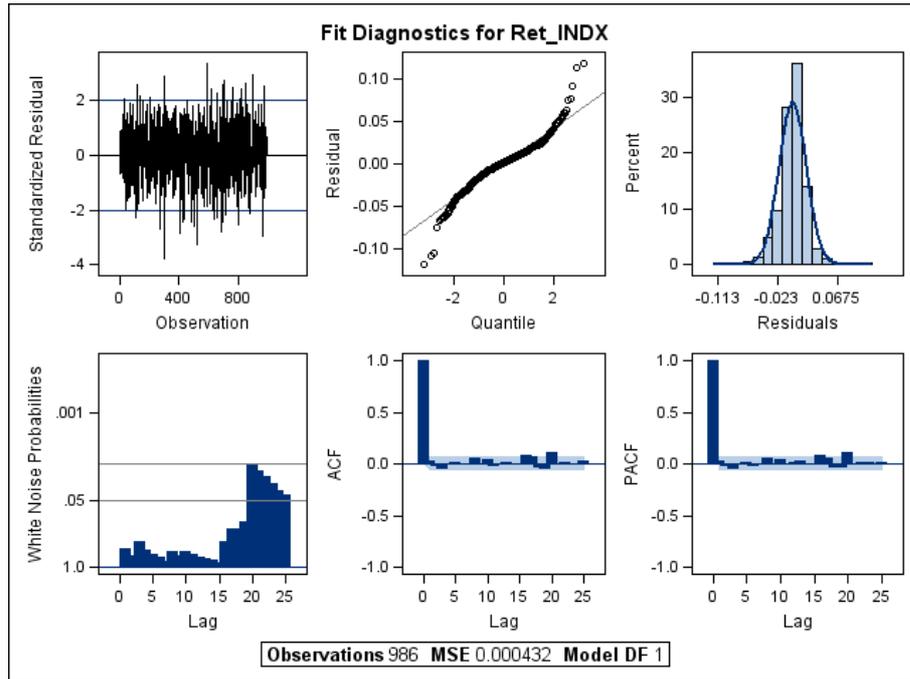


Figura B.11: INDX – Período completo – GARCH (5,3)

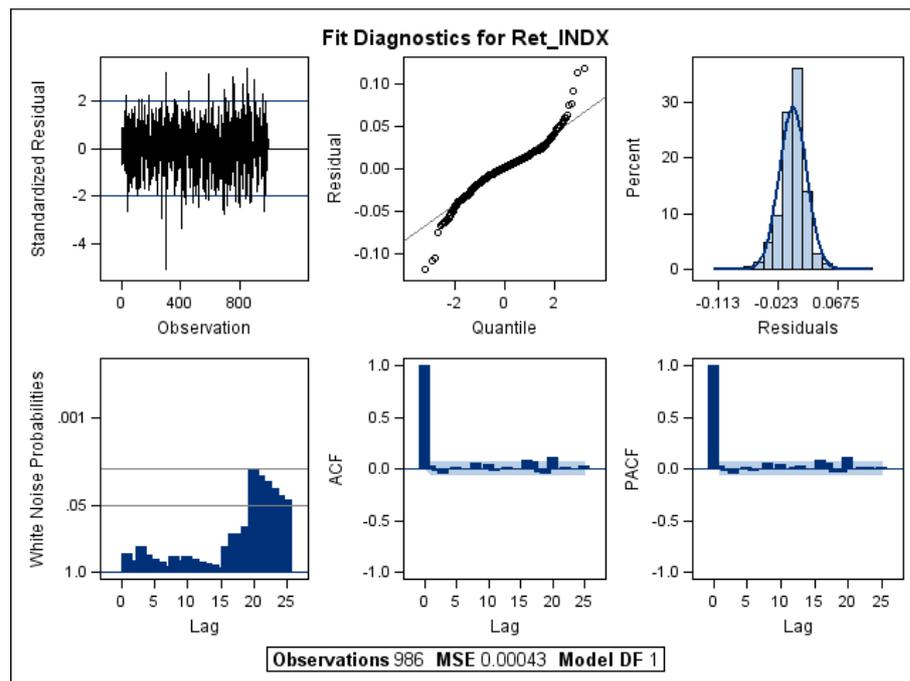


Figura B.12: INDX – Período completo – EGARCH (1,1)

APÊNDICE C – Tabelas de testes dos multiplicadores de Lagrange

Tabela C.1: Ibovespa – Período de crise – Teste dos

Multiplicadores de Lagrange

Ordem	LM	Pr > LM
1	2,0284	0,1544
2	38,8735	<,0001
3	40,4815	<,0001
4	40,7590	<,0001
5	52,5874	<,0001
6	58,3759	<,0001
7	63,0864	<,0001
8	65,2816	<,0001
9	72,8169	<,0001
10	82,1976	<,0001
11	89,6632	<,0001
12	89,9709	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela C.2: Ibovespa – Período pré-crise – Teste dos

Multiplicadores de Lagrange

Ordem	LM	Pr > LM
1	2,9564	0,0855
2	11,4352	0,0033
3	21,8693	<,0001
4	24,2519	<,0001
5	27,9909	<,0001
6	30,4034	<,0001
7	31,2450	<,0001
8	31,3525	0,0001
9	34,6425	<,0001
10	34,9444	0,0001
11	34,9830	0,0002
12	36,0038	0,0003

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela C.3: Ibovespa – Período completo – Teste dos

Multiplicadores de Lagrange

Ordem	LM	Pr > LM
1	25,4397	<,0001
2	173,7345	<,0001
3	184,5418	<,0001
4	188,2397	<,0001
5	229,9143	<,0001
6	250,1576	<,0001
7	266,5685	<,0001
8	271,6558	<,0001
9	298,7452	<,0001
10	323,5716	<,0001
11	345,6338	<,0001
12	345,8793	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela C.4: INDX – Período de crise – Teste dos Multiplicadores de Lagrange

Ordem	LM	Pr > LM
1	0,5719	0,4495
2	38,0411	<,0001
3	40,6362	<,0001
4	42,2250	<,0001
5	60,7658	<,0001
6	69,7953	<,0001
7	74,1335	<,0001
8	76,6825	<,0001
9	80,4317	<,0001
10	87,3235	<,0001
11	90,3069	<,0001
12	90,3690	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela C.5: INDX – Período pré-crise – Teste dos Multiplicadores de Lagrange

Ordem	LM	Pr > LM
1	12,6345	0,0004
2	22,2886	<,0001
3	30,0352	<,0001
4	31,7366	<,0001
5	40,2813	<,0001
6	41,9389	<,0001
7	41,9683	<,0001
8	45,2580	<,0001
9	47,4143	<,0001
10	47,9683	<,0001
11	48,0501	<,0001
12	50,2863	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela C.6: INDX – Período completo – Teste dos Multiplicadores de Lagrange

Ordem	LM	Pr > LM
1	17,8375	<,0001
2	173,2922	<,0001
3	187,5903	<,0001
4	197,7186	<,0001
5	264,0708	<,0001
6	292,1051	<,0001
7	306,3081	<,0001
8	311,0559	<,0001
9	326,5410	<,0001
10	344,9313	<,0001
11	354,6693	<,0001
12	354,7206	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

APÊNDICE D – Tabelas de testes Jarque-Bera de normalidade

Tabela D.1: Ibovespa – Teste Jarque-Bera de normalidade

Período	Modelo	Teste de Normalidade	Pr > ChiSq
Crise	GARCH (4,4)	4,0502	0,1320
	EGARCH (1,1)	2,8569	0,2397
Pré-crise	GARCH (5,1)	12,4601	0,0020
	EGARCH (1,1)	27,8271	<,0001
Completo	GARCH (5,1)	29,8033	<,0001
	EGARCH (1,1)	43,2480	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.

Tabela D.2: INDX – Teste Jarque-Bera de normalidade

Período	Modelo	Teste de Normalidade	Pr > ChiSq
Crise	GARCH (4,4)	2,2752	0,3206
	EGARCH (1,1)	0,9146	0,6330
Pré-crise	GARCH (4,1)	6,9642	0,0307
	EGARCH (1,1)	22,0630	<,0001
Completo	GARCH (5,3)	7,1790	0,0276
	EGARCH (1,1)	27,6541	<,0001

Fonte: Dados da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo - Bm&fbovespa S.A.