



**Universidade de Brasília  
Departamento de Estatística**

**Estudo da mensuração de liderança do diretor e a relação  
com desempenho escolar utilizando os dados do SAEB**

**Sofia Rodrigues Silva**

Relatório apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília  
2025**

**Sofia Rodrigues Silva**

**Estudo da mensuração de liderança do diretor e a relação  
com desempenho escolar utilizando os dados do SAEB**

Orientador(a): Prof. Luís Gustavo do Amaral Vinha

Relatório apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília  
2025**

---

# Agradecimentos

Em primeiro lugar, expresso minha gratidão a Deus, que me fortaleceu em todos os momentos e guiou cada passo dessa jornada.

Agradeço aos meus pais, Hildilene e Vlado, pelo apoio incondicional, confiança e por sempre estarem ao meu lado em cada conquista e desafio. Ao meu irmão, Artur, que, mesmo distante, sempre esteve presente de alguma forma torcendo por mim. A toda minha família, pelo carinho e suporte ao longo desses anos.

Agradeço ao Rafael, cuja presença sempre foi sinônimo de incentivo e motivação, tornando cada etapa mais leve e me fazendo acreditar ainda mais no meu próprio potencial.

Aos amigos que fiz ao longo do curso e da vida, sou grata por cada conversa, troca e risada que tornaram essa caminhada mais especial.

Aos professores com quem tive contato durante a graduação, agradeço pela dedicação ao ensino e por despertarem em mim o interesse e a admiração pelo conhecimento.

Aos meus supervisores ao longo dos estágios, pela confiança e apoio que foram fundamentais para o meu desenvolvimento em estatística.

Por fim, expresso minha profunda gratidão ao meu orientador, Luís Gustavo Vinha, por sua orientação ao longo deste trabalho, pelo compromisso, pelo suporte constante e pelos valiosos ensinamentos, que foram cruciais para o meu crescimento acadêmico.

---

# Resumo

O presente estudo tem como objetivo propor indicadores para mensurar as dimensões da atuação do diretor na escola, incluindo a liderança, e analisar sua relação com o desempenho dos alunos por meio da análise multinível. Foram explorados os questionários contextuais de diretores e professores da edição de 2019 do SAEB. Inicialmente, uma Análise Fatorial Exploratória foi realizada para identificar padrões de agrupamento entre os itens, resultando na construção de indicadores de liderança e gestão escolar. Os dados analisados referem-se aos resultados de matemática dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas, totalizando 1.956.582 observações de alunos e 42.108 de escolas. A análise multinível considerou dois níveis hierárquicos: alunos (nível 1) e escolas (nível 2). O modelo nulo apresentou um coeficiente de correlação intraclasse (ICC) de 0,27, reforçando a necessidade dessa abordagem. No modelo final, as variáveis de nível 1 incluíram *raça/cor, escolaridade da mãe, nível econômico do aluno, repetência e abandono escolar*. No nível 2, foram considerados o *nível socioeconômico da escola* e os indicadores de liderança e gestão escolar. Os resultados indicam que, embora a liderança do diretor seja relevante, fatores socioeconômicos e individuais, como repetência, exercem maior influência no desempenho dos alunos em matemática.

**Palavras-chave:** Análise multinível; Análise Fatorial; Gestão escolar; Desempenho acadêmico; Indicadores educacionais; SAEB.

## **Lista de Tabelas**

|    |  |    |
|----|--|----|
| 1  | Itens selecionados do questionário do professor . . . . .  | 21 |
| 2  | Itens selecionados do questionário do diretor . . . . .  | 22 |
| 3  | Itens selecionados do questionário do aluno . . . . .  | 22 |
| 4  | Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática . . . . .  | 25 |
| 5  | Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo sua raça/cor . . . . .                     | 26 |
| 6  | Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo a escolaridade da mãe . . . . .            | 27 |
| 7  | Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo o número de reprovações . . . . .          | 28 |
| 8  | Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo abandono escolar . . . . .                 | 29 |
| 9  | Itens selecionados para a criação do indicador de nível econômico . . . . .                                | 30 |
| 10 | Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo o nível socioeconômico da escola . . . . . | 31 |
| 11 | Resultados da Análise Fatorial - dados do questionário do professor . . . . .                              | 34 |
| 12 | Resultados da Análise Fatorial - dados numéricos do questionário do diretor                                | 37 |
| 13 | Resultados da Análise Fatorial - dados ordinais do questionário do diretor .                               | 40 |
| 14 | Resultados da Análise Fatorial - dados dicotômicos do questionário do diretor                              | 43 |
| 15 | Indicadores de liderança e gestão escolar . . . . .  | 44 |
| 16 | Correlação dos indicadores com a proficiência média em matemática . . . . .                                | 46 |
| 17 | Modelo nulo (M0) . . . . .   | 48 |
| 18 | Modelos com as variáveis explicativas do nível 1 (M1) e do nível 2 (M2) inseridas . . . . .                | 49 |
| 19 | Modelos com efeitos randômicos (M3) e interações (M4) . . . . .  | 51 |

## **Lista de Figuras**

|    |  |    |
|----|--|----|
| 1  | Distribuição da proficiência dos alunos em matemática . . . . .                          | 25 |
| 2  | Proficiência dos alunos em matemática por raça/cor . . . . .                             | 26 |
| 3  | Proficiência dos alunos em matemática segundo a escolaridade da mãe . . .                | 27 |
| 4  | Proficiência dos alunos em matemática segundo o número de reprovações .                  | 28 |
| 5  | Proficiência dos alunos em matemática segundo abandono escolar . . . .                   | 29 |
| 6  | Proficiência dos alunos em matemática segundo o nível socioeconômico da escola . . . . . | 31 |
| 7  | Matriz de correlação - dados do questionário do professor . . . . .                      | 32 |
| 8  | Análise paralela - dados do questionário do professor . . . . .                          | 33 |
| 9  | Composição de cada fator - dados do questionário do professor . . . . .                  | 35 |
| 10 | Matriz de correlação - dados numéricos do questionário do diretor . . . .                | 36 |
| 11 | Análise paralela - dados numéricos do questionário do diretor . . . . .                  | 37 |
| 12 | Composição de cada fator - dados numéricos do questionário do diretor .                  | 38 |
| 13 | Matriz de correlação - dados ordinais do questionário do diretor . . . .                 | 39 |
| 14 | Análise paralela - dados ordinais do questionário do diretor . . . . .                   | 40 |
| 15 | Composição do fator extraído - dados ordinais do questionário do diretor .               | 41 |
| 16 | Matriz de correlação - dados dicotômicos do questionário do diretor . . .                | 41 |
| 17 | Análise paralela - dados dicotômicos do questionário do diretor . . . . .                | 42 |
| 18 | Composição de cada fator - dados dicotômicos do questionário do diretor .                | 43 |
| 19 | Matriz de correlação - indicadores . . . . .   | 45 |
| 20 | Gráfico dos resíduos <i>versus</i> escores normais para o nível 1 . . . . .              | 52 |
| 21 | Gráfico dos resíduos <i>versus</i> valores preditos para o nível 1 . . . . .             | 52 |
| 22 | Gráfico dos resíduos <i>versus</i> escores normais para o nível 2 . . . . .              | 53 |
| 23 | Gráfico dos resíduos <i>versus</i> valores preditos para o nível 2 . . . . .             | 53 |

# Sumário

|          |                                      |    |
|----------|--------------------------------------|----|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                    | 8  |
| <b>2</b> | <b>Referencial Teórico</b>           | 10 |
| 2.1      | Análise Fatorial Exploratória        | 10 |
| 2.1.1    | Modelo fatorial                      | 10 |
| 2.1.2    | Pressupostos                         | 11 |
| 2.1.3    | Determinação do número de fatores    | 11 |
| 2.1.4    | Rotação dos fatores                  | 12 |
| 2.1.5    | Confiabilidade da estrutura fatorial | 12 |
| 2.2      | Ressagem linear simples              | 13 |
| 2.3      | Ressagem multinível                  | 14 |
| 2.3.1    | Formulação do modelo                 | 14 |
| 2.3.2    | Suposições do modelo                 | 16 |
| 2.3.3    | Estimação dos parâmetros             | 16 |
| 2.3.4    | Centralização de variáveis           | 17 |
| 2.3.5    | Seleção de variáveis                 | 17 |
| 2.3.6    | Comparação de modelos                | 20 |
| 2.3.7    | Análise de resíduos                  | 20 |
| <b>3</b> | <b>Metodologia</b>                   | 21 |
| 3.1      | Conjunto de dados                    | 21 |
| 3.2      | Variáveis                            | 21 |
| 3.3      | Análise de dados                     | 23 |
| <b>4</b> | <b>Resultados</b>                    | 25 |
| 4.1      | Análise no nível do aluno            | 25 |
| 4.1.1    | Proficiência em matemática           | 25 |
| 4.1.2    | Raça/cor                             | 26 |
| 4.1.3    | Escolaridade da mãe                  | 27 |

|                              |  |           |
|------------------------------|--|-----------|
| 4.1.4                        | Repetência . . . . .   | 28        |
| 4.1.5                        | Abandono escolar . . . . .                                       | 29        |
| 4.1.6                        | Indicador de nível econômico . . . . .                           | 30        |
| 4.2                          | Análise do nível socioeconômico da escola . . . . .              | 31        |
| 4.3                          | Construção dos indicadores do questionário do professor. . . . . | 32        |
| 4.4                          | Construção dos indicadores do questionário do diretor . . . . .  | 35        |
| 4.4.1                        | Itens numéricos . . . . .  | 35        |
| 4.4.2                        | Itens em escala tipo Likert . . . . .                            | 39        |
| 4.4.3                        | Itens dicotômicos . . . . .                                      | 41        |
| 4.5                          | Indicadores de liderança e gestão escolar. . . . .               | 44        |
| 4.6                          | Análise multinível . . . . .                                     | 47        |
| 4.7                          | Análise de resíduos. . . . .                                     | 52        |
| <b>5</b>                     | <b>Conclusão . . . . .</b>                                       | <b>54</b> |
| <b>Referências . . . . .</b> |  | <b>56</b> |

## 1 Introdução

A educação é essencial para o desenvolvimento humano e social, fortalecendo capacidades físicas, intelectuais e éticas, além de promover integração pessoal e comunitária (JÚNIOR, 2023). Por meio dela, adquirem-se conhecimentos e habilidades que impulsionam o progresso da sociedade. No Brasil, desafios como baixa qualidade do ensino, evasão escolar e desigualdades sociais, geográficas, raciais e de gênero dificultam a excelência educacional (Agenda Brasil 2034<sup>1</sup>). Embora políticas públicas frequentemente foquem em infraestrutura e métodos pedagógicos, é vital reconhecer outro fator importante: a estrutura de liderança nas escolas.

Uma publicação da Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), organizada por Simielli e Weinstein (2022), destaca que a liderança escolar é um dos principais fatores intraescolares que influenciam a melhoria da educação, sendo um fator-chave para aumentar a qualidade do aprendizado dos alunos. Essa obra discute a necessidade de políticas públicas que apoiem a formação contínua e o desenvolvimento profissional dos diretores, destacando que uma liderança bem preparada é fundamental para a eficácia escolar.

Segundo Fullan (2007), na década de 1990, a percepção da liderança como um elemento central no contexto escolar ganhou força, sendo reconhecida como fundamental para criar um ambiente escolar propício ao desenvolvimento acadêmico e pessoal dos alunos. Além disso, Lück (2009) destaca a importância de estabelecer um ambiente escolar que seja inclusivo, participativo, transparente e autônomo, onde as decisões são tomadas em benefício de toda a comunidade escolar.

A avaliação da qualidade da educação é fundamental para identificar fatores que influenciam o desempenho dos alunos e propor melhorias efetivas. Nesse sentido, o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), coordenado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), desempenha um papel crucial. Criado em 1990, o SAEB avalia, a cada dois anos, a qualidade do ensino por meio de testes e questionários em língua portuguesa e matemática, aplicados a estudantes do 2º, 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e do 3º ano do Ensino Médio, além de questionários contextuais para alunos, professores, diretores e escolas.

Estudos recentes têm explorado os dados do SAEB para investigar a influência da

<sup>1</sup>A Agenda Brasil 2034, desenvolvida pelo Movimento Brasil Competitivo (MBC) em parceria com a Fundação Getúlio Vargas (FGV), é um documento referencial com propostas para a promoção do crescimento sustentável do país.

liderança escolar no desempenho dos alunos. Oliveira et al. (2023) utilizaram análise de componentes principais e regressão linear múltipla, identificando que a liderança percebida pelos professores está positivamente associada ao desempenho em língua portuguesa e matemática. De forma semelhante, Silva (2020) criou indicadores baseados nos questionários de diretores e professores para investigar essa relação e, por meio de regressão múltipla em painel, concluiu que a liderança pode exercer uma influência equivalente a 12 pontos na nota do SAEB.

Em geral, no contexto das avaliações educacionais, uma abordagem muito utilizada para explorar os fatores que influenciam o desempenho dos alunos é a análise multinível. Andrade e Laros (2007), ao construírem um modelo de desempenho escolar utilizando essa técnica, identificaram que variáveis como *atraso escolar* e *comparação entre alunos* exercem grande influência no nível individual, enquanto a variável agregada *recursos culturais* afeta significativamente o desempenho em nível escolar. Além disso, Karino, Laros e Vinha (2016) identificaram que variáveis como *reprovação de ano*, no nível do aluno, e o *estado de conservação dos equipamentos*, no nível da escola, afetam diretamente o aprendizado. Essas evidências reforçam que a análise multinível é especialmente relevante no contexto do SAEB, que apresenta uma estrutura hierárquica clara, envolvendo alunos, turmas, escolas, municípios e Unidades da Federação, possibilitando uma compreensão mais profunda das relações entre os fatores em diferentes níveis.

Deste modo, o presente trabalho tem como objetivo propor indicadores que mensurem as dimensões da atuação do diretor na escola, incluindo a liderança, e verificar sua relação com o desempenho dos alunos. Para isso, serão explorados os questionários contextuais de diretores e professores do SAEB 2019. Por meio da regressão multinível, será investigada a influência dessas dimensões no desempenho dos alunos em matemática. Dessa forma, a pesquisa busca contribuir para a compreensão do papel da liderança escolar no sucesso acadêmico, preenchendo lacunas na literatura e fornecendo subsídios para aprimorar a qualidade da educação no Brasil.

Este estudo está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2, apresenta-se o referencial teórico que embasa o estudo, abordando os conceitos de Análise Fatorial Exploratória, regressão linear e regressão multinível. O Capítulo 3 descreve a metodologia adotada, incluindo o conjunto de dados, as variáveis utilizadas e os procedimentos empregados na análise de dados. No Capítulo 4, são apresentados os resultados obtidos, com destaque para a análise descritiva das variáveis e os achados da regressão multinível. Por fim, o Capítulo 5 traz a conclusão do trabalho, revisitando os principais resultados e discutindo suas implicações, além das limitações da pesquisa.

## 2 Referencial Teórico

### 2.1 Análise Fatorial Exploratória

A Análise Fatorial Exploratória (AFE) é uma técnica estatística utilizada para identificar estruturas subjacentes em um conjunto de variáveis observadas. Parte do pressuposto de que essas variáveis podem ser explicadas por um número menor de variáveis hipotéticas, não observáveis, chamadas de fatores (PASQUALI, 2017). Os fatores são construções teóricas que capturam a variância compartilhada entre as variáveis observadas. Em outras palavras, ao analisar a estrutura das inter-relações de um determinado número de variáveis observadas, a AFE define o(s) fator(es) que melhor explica(m) a sua covariância (HAIR et al., 2009).

#### 2.1.1 Modelo factorial

Na Análise Fatorial Exploratória (AFE), as variáveis observadas são representadas como combinações lineares de fatores latentes, acrescidas de um termo de erro aleatório. De acordo com Johnson e Wichern (2007), essa relação pode ser descrita matematicamente da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Z_1 &= l_{11}F_1 + l_{12}F_2 + \cdots + l_{1m}F_m + \varepsilon_1 \\ Z_2 &= l_{21}F_1 + l_{22}F_2 + \cdots + l_{2m}F_m + \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ Z_p &= l_{p1}F_1 + l_{p2}F_2 + \cdots + l_{pm}F_m + \varepsilon_p \end{aligned} \tag{1}$$

em que

- $Z_i$  representa a versão padronizada da variável observada  $X_i$ , obtida por  $Z_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}$ , em que  $\mu_i$  e  $\sigma_i$  são, respectivamente, a média e o desvio padrão da variável original, com  $i = 1, \dots, p$ , sendo  $p$  o número total de variáveis observáveis;
- $l_{ij}$  é a carga factorial da  $i$ -ésima variável sobre o  $j$ -ésimo fator comum, com  $j = 1, 2, \dots, m$ , em que  $m$  é o número de fatores extraídos e satisfaz  $m \leq p$ ;
- $F_j$  representa os fatores comuns, que são variáveis latentes não correlacionadas entre si, com média zero e variância unitária;
- $\varepsilon_i$  corresponde ao termo de erro aleatório associado à  $i$ -ésima variável observada, assumindo média zero.

Esse modelo estabelece que as variáveis originais podem ser expressas como combinações lineares dos fatores comuns, acrescidas de seus respectivos termos de erro. Uma premissa importante é que os erros aleatórios não são correlacionados entre si, e não necessariamente possuem a mesma variância. Devido a essa propriedade, o modelo fatorial é considerado ortogonal, conforme definido por Johnson e Wichern (2007).

### 2.1.2 Pressupostos

O primeiro passo durante a implementação da Análise Fatorial Exploratória é analisar se a matriz de dados é passível de fatoração (PASQUALI, 2017). Para isso, dois métodos são mais comumente utilizados: o critério de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO); e o Teste de Esfericidade de Bartlett.

O índice de KMO, ou índice de adequação da amostra, indica a proporção de variância dos itens que pode ser explicada por uma variável latente. Esse índice é calculado dividindo o quadrado das correlações totais pelo quadrado das correlações parciais das variáveis analisadas e varia de zero a um (FIELD, 2018). Valores próximos a zero sugerem que a Análise Fatorial pode não ser apropriada. Os valores do índice KMO que indicam que a AFE é apropriada varia de autor para autor. Para Hutcheson e Sofroniou (1999) valores abaixo de 0,5 são inaceitáveis; entre 0,5 e 0,7 são medíocres; entre 0,7 e 0,8 são bons; entre 0,8 e 0,9 são ótimos; e acima de 0,9 são considerados excelentes.

O teste de esfericidade de Bartlett avalia se as variáveis observadas são correlacionadas, verificando se os elementos fora da diagonal principal da matriz de correlação dos dados são aproximadamente zero (MATOS; RODRIGUES, 2019). Se o resultado for estatisticamente significativo, a hipótese nula de que a matriz de correlação é similar a uma matriz identidade é rejeitada, indicando que a matriz é fatorável.

### 2.1.3 Determinação do número de fatores

Uma das decisões mais importantes a ser tomada durante a execução da AFE se refere ao número de fatores a ser escolhido, pois uma extração inadequada impossibilita a interpretação dos resultados de maneira apropriada (DAMÁSIO, 2012). Um método amplamente utilizado consiste na observação do gráfico dos autovalores, o *scree plot* (HAIR et al., 2009). O gráfico apresenta no eixo x o número de fatores, e no eixo y os seus autovalores correspondentes. Por meio de sua análise é possível observar quais fatores apresentam maiores autovalores, sendo, portanto, responsáveis por uma maior variância

explicada. O objetivo é encontrar o ponto (comumente chamado de ‘cotovelo’) onde ocorre uma inflexão.

Um segundo critério utilizado para a determinação do número de fatores é o método da análise paralela. De acordo com Borsa et al. (2014), a análise paralela é um procedimento estatístico que consiste em comparar os autovalores (ou a porção da variância total explicada) dos fatores extraídos da matriz de dados observados com a média dos autovalores extraídos de uma série de matrizes geradas aleatoriamente, com o mesmo número de variáveis e observações. São selecionados apenas os fatores comuns com autovalores superiores aos autovalores aleatórios.

#### 2.1.4 Rotação dos fatores

Outro ponto importante é definir o método de rotação fatorial (HAIR et al., 2009). As rotações fatoriais têm como objetivo simplificar a interpretação dos fatores, já que muitas vezes as variáveis analisadas exibem cargas fatoriais altas em mais de um fator. O objetivo das rotações é, portanto, obter uma solução mais clara e de fácil interpretação, de modo que cada variável possua cargas fatoriais elevadas em um número reduzido de fatores ou em apenas um (DAMÁSIO, 2012).

As rotações fatoriais podem ser ortogonais ou oblíquas. De acordo com Hair et al. (2009), as rotações ortogonais assumem que os fatores extraídos são independentes e incluem os métodos *quartimax*, *equimax* e *varimax*. Já as rotações oblíquas permitem que os fatores sejam correlacionados e incluem os métodos *oblimin*, *quartimin* e *promax*. Se os fatores não forem correlacionados, os resultados das rotações oblíquas serão semelhantes aos das ortogonais. Não há um método de rotação oblíqua claramente superior aos outros, pois todos tendem a produzir resultados semelhantes (DAMÁSIO, 2012).

#### 2.1.5 Confiabilidade da estrutura fatorial

A confiabilidade de uma escala pode ser avaliada por diversos critérios, dependendo das escolhas do pesquisador e do tipo de estudo realizado. Entre os critérios disponíveis na literatura, o Alfa de Cronbach ( $\alpha$ ) é amplamente utilizado. Ele mede a consistência interna dos itens de uma matriz de dados, indicando o grau de correlação entre eles (PASQUALI, 2017). Os valores de  $\alpha$  variam de 0 a 1, e George e Mallery (2003) sugerem que  $\alpha > 0,90$  = excelente;  $\alpha > 0,80$  = bom;  $\alpha > 0,70$  = aceitável;  $\alpha > 0,60$  = questionável;  $\alpha > 0,50$  = pobre;  $\alpha < 0,50$  = inaceitável.

## 2.2 Regressão linear simples

A regressão linear é uma técnica estatística utilizada para modelar a relação entre uma variável resposta e uma ou mais variáveis explicativas. Segundo Kutner (2005), no caso de apenas uma variável explicativa, tem-se a regressão linear simples, expressa por

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad (2)$$

em que

- $Y_i$  representa o valor da variável resposta para a  $i$ -ésima observação;
- $X_i$  é o valor da variável explicativa para a  $i$ -ésima observação;
- $\beta_0$  é o intercepto do modelo, indicando o valor esperado de  $Y$  quando  $X = 0$ ;
- $\beta_1$  é o coeficiente de regressão, que indica a variação esperada em  $Y$  para cada unidade de aumento em  $X$ ;
- $\varepsilon_i$  é o erro aleatório, assumido como normalmente distribuído com média zero e variância constante.

O ajuste do modelo de regressão linear simples é geralmente realizado por meio do método dos mínimos quadrados, que busca minimizar a soma dos quadrados dos erros (KUTNER, 2005). Assim, os coeficientes  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são estimados de modo a reduzir a diferença entre os valores observados e os valores preditos pelo modelo. Para que os coeficientes estimados sejam válidos e as inferências estatísticas confiáveis, o modelo de regressão linear assume pressupostos como linearidade, independência, homocedasticidade e normalidade dos resíduos. A verificação dessas condições pode ser feita por meio da análise de resíduos, que envolve a inspeção de gráficos, como o de dispersão dos resíduos *versus* valores ajustados e o gráfico que compara os resíduos com os quantis teóricos da distribuição normal.

A regressão linear é amplamente utilizada para modelar relações entre variáveis, mas apresenta limitações quando os dados possuem uma estrutura hierárquica, como no caso de informações agrupadas em níveis distintos (por exemplo, alunos dentro de escolas). Nessas situações, ignorar a dependência entre as observações pode levar a erros na estimação dos coeficientes e na interpretação dos resultados. Para lidar com esse problema, a regressão multinível se torna mais adequada, pois permite modelar a variabilidade entre os grupos.

## 2.3 Regressão multinível

No estudo de dados educacionais, é comum observar uma estrutura hierárquica natural. Alunos estão organizados em turmas, as turmas pertencem a escolas, e estas, por sua vez, estão inseridas em determinadas localidades. Essa estrutura de agrupamento evidencia a necessidade de técnicas estatísticas que levem em conta as diferenças entre os grupos e o contexto em que os indivíduos estão inseridos, além de considerar a influência exercida pelo nível superior sobre os níveis inferiores. Nesse cenário, o modelo de regressão multinível, também conhecido como modelo linear hierárquico, apresenta-se como a abordagem mais adequada para análises desse tipo (HOX; MOERBEEK; SCHOOT, 2018).

Modelos de regressão tradicionais não conseguem lidar adequadamente com dados hierárquicos, pois partem da suposição de independência entre as observações. No entanto, em dados agrupados, os indivíduos dentro de um mesmo grupo compartilham características e contextos que os tornam correlacionados. Essa violação da independência pode levar a estimativas distorcidas dos erros padrão. Como consequência, procedimentos inferenciais, como intervalos de confiança e testes de hipóteses, podem ser comprometidos, resultando em estimativas e conclusões imprecisas. Segundo Hox, Moerbeek e Schoot (2018), a regressão multinível, ao modelar explicitamente a estrutura hierárquica e capturar as dependências entre os dados, corrige essas limitações, oferecendo estimativas mais precisas e interpretações mais confiáveis.

### 2.3.1 Formulação do modelo

Considere, por exemplo, um estudo com dois níveis, alunos (nível 1) agrupados em escolas (nível 2). Cada aluno pode ser representado pelo índice  $i$ , cada escola pelo índice  $j$ , e a variável resposta, como o desempenho escolar do aluno. Segundo Hox, Moerbeek e Schoot (2018), o modelo multinível terá, então, a seguinte expressão geral

$$Y_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}X_{1ij} + e_{ij}, \quad (3)$$

em que

- $Y_{ij}$  é o desempenho escolar do estudante  $i$  na escola  $j$ ;
- $X_{1ij}$  é uma variável explicativa que representa uma característica do aluno  $i$  na escola  $j$ ;

- $\beta_{0j}$  é o intercepto, que representa o valor médio do desempenho escolar dos alunos na escola  $j$  quando a variável explicativa  $X_1$  assume valor zero;
- $\beta_{1j}$  é o coeficiente de regressão da escola  $j$  relativo à variável explicativa  $X_1$ ;
- $e_{ij}$  é o erro aleatório.

Pela expressão 3, nota-se que  $\beta_{0j}$  e  $\beta_{1j}$  possuem o índice  $j$ , assim, tanto o intercepto quanto o coeficiente de inclinação podem variar de escola para escola. Para explicar a variação nos coeficientes de regressão, variáveis explicativas no nível da escola são introduzidas. Com a inclusão de uma variável  $Z$  associada ao nível 2, o intercepto e o coeficiente de inclinação se modificam, conforme mostrado pelas expressões (4) e (5).

O intercepto ( $\beta_{0j}$ ) é dado por

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}Z_j + u_{0j}, \quad (4)$$

em que

- $\gamma_{00}$  representa o intercepto global considerando todas as escolas;
- $\gamma_{01}$  é o efeito fixo da variável explicativa de nível 2 ( $Z_j$ );
- $u_{0j}$  é o termo que captura a variação do intercepto em relação ao valor médio  $\gamma_{00}$ , geralmente chamado de efeito aleatório ou termo de erro aleatório.

O coeficiente de inclinação ( $\beta_{1j}$ ) é dado por

$$\beta_{1j} = \gamma_{10} + \gamma_{11}Z_j + u_{1j}, \quad (5)$$

em que

- $\gamma_{10}$  é o coeficiente global do efeito de  $X_1$  sobre  $Y$  considerando todas as escolas;
- $\gamma_{11}$  é o efeito fixo da variável explicativa de nível 2 ( $Z_j$ ) sobre a inclinação, capturando como as características das escolas afetam a relação entre  $X_1$  e  $Y$ ;
- $u_{1j}$  é o termo que captura a variação da inclinação em relação ao coeficiente médio  $\gamma_{10}$ , geralmente chamado de efeito aleatório ou termo de erro aleatório.

Substituindo então, (4) e (5) em (3), o modelo pode ser reescrito da seguinte forma:

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{11}X_{1ij}Z_j + u_{1j}X_{1ij} + u_{0j} + e_{ij}. \quad (6)$$

O termo  $X_{1ij}Z_j$  que aparece em (6) representa uma interação entre uma variável de nível 1 (do aluno) e uma variável de nível 2 (da escola). Esse termo indica que o efeito da variável do aluno  $X_1$  sobre o desempenho do aluno  $Y$  pode variar dependendo da característica da escola  $Z$ . Em outras palavras, a influência da variável  $X_1$  no desempenho dos alunos pode ser diferente para escolas com características diferentes. A centralização das variáveis, um processo que será detalhado em uma seção posterior, é um passo fundamental para entender melhor essas interações.

No modelo apresentado, foi considerada apenas uma variável explicativa no nível do aluno e uma no nível da escola. No entanto, é possível adicionar outras variáveis em ambos os níveis, a fim de aumentar o poder explicativo do modelo.

### 2.3.2 Suposições do modelo

Segundo Hox, Moerbeek e Schoot (2018), as suposições do modelo multinível estabelecem que o erro de nível 1 ( $e_{ij}$ ) segue uma distribuição normal com média zero e variância constante, denotada por  $\sigma_e^2$ . Quanto aos erros de nível 2 ( $u_{0j}$  e  $u_{1j}$ ), estes são independentes dos erros de nível 1 ( $e_{ij}$ ) e possuem uma distribuição normal multivariada, com médias iguais a zero. As variâncias dos erros de nível 2 são dadas por  $\sigma_{u0}^2$  e  $\sigma_{u1}^2$ , respectivamente, e a covariância entre eles é diferente de zero.

### 2.3.3 Estimação dos parâmetros

A estimação de parâmetros em modelos de regressão multinível é predominantemente feita pelo método de máxima verossimilhança (HOX; MOERBEEK; SCHOOT, 2018), que produz estimativas para os parâmetros do modelo, maximizando a probabilidade de observar os dados da amostra analisada. Outras técnicas de estimação incluem mínimos quadrados generalizados, equações de estimação generalizadas, e abordagens Bayesianas. Apesar da diversidade, a máxima verossimilhança é preferida devido à sua robustez e simplicidade.

O método de máxima verossimilhança consiste em maximizar a função de verossimilhança. Conforme descrito por Hox, Moerbeek e Schoot (2018), duas funções são utilizadas na regressão multinível: a máxima verossimilhança completa, que considera os coeficientes de regressão e os componentes de variância, e a máxima verossimilhança

restrita, que foca inicialmente nos componentes de variância, estimando os coeficientes de regressão em um segundo passo. Apesar de apresentarem diferenças práticas pequenas, ambos os métodos fornecem estimativas com erros-padrão e desvio geral (*deviance*) do modelo. A técnica a ser utilizada neste estudo é a máxima verossimilhança restrita.

#### 2.3.4 Centralização de variáveis

Em análise de regressão simples, múltipla ou multinível, o intercepto representa o valor esperado da variável dependente quando todas as variáveis explicativas são iguais a zero. Contudo, frequentemente, zero não é um valor possível ou com significado. Para contornar essa limitação, utiliza-se a centralização das variáveis explicativas, subtraindo-se a média global de cada valor da variável.

A centralização torna o intercepto interpretável como o valor esperado da variável dependente quando as variáveis explicativas assumem seus valores médios. Esse procedimento é crucial em modelos de regressão que incluem termos de interação (HOX; MOERBEEK; SCHOOT, 2018). Isso porque o coeficiente de uma variável representa seu efeito quando a outra variável envolvida na interação é igual a zero. No entanto, esse valor zero pode ser inexistente ou sem sentido no contexto da pesquisa. Centralizando as variáveis o problema é resolvido, pois o coeficiente de regressão passa a representar o efeito da variável quando a outra está em seu valor médio.

#### 2.3.5 Seleção de variáveis

A seleção das variáveis para o modelo multinível foi feita com uma estratégia *bottom-up*, sugerida por Hox, Moerbeek e Schoot (2018), priorizando a simplicidade do modelo final. Essa abordagem inicia-se com o modelo mais básico, contendo apenas o intercepto, e progressivamente inclui novos parâmetros, primeiramente os efeitos fixos e, em seguida, os efeitos aleatórios. A cada inclusão, avalia-se a significância estatística dos parâmetros e os erros relativos a cada nível hierárquico. As diferentes etapas do procedimento de seleção são apresentadas a seguir.

- Primeiro passo

O primeiro passo consiste na análise de um modelo sem variáveis explicativas, denominado modelo nulo ou vazio. Esse modelo, formado apenas pelo intercepto e pelo erro do nível do grupo e do nível do indivíduo, é dado por

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + e_{ij}. \quad (7)$$

Esse modelo inicial possui diversas utilidades. Primeiramente, permite o cálculo da correlação intraclasse (ICC), que quantifica a proporção da variância total atribuída ao nível do grupo. A ICC é calculada pela fórmula

$$\rho = \frac{\sigma_{u_0}^2}{\sigma_{u_0}^2 + \sigma_e^2}, \quad (8)$$

em que  $\sigma_{u_0}^2$  é a variância dos erros no nível do grupo, e  $\sigma_e^2$  é a variância dos erros no nível individual. A correlação intraclasse ( $\rho$ ), que varia entre 0 e 1, indica a proporção da variância total atribuída ao nível do grupo. Valores próximos de zero sugerem que a maior parte da variação está no nível individual, enquanto valores distantes de zero apontam a importância da variação entre os grupos, indicando assim, a necessidade da utilização de modelos multiníveis. Além disso, o modelo nulo fornece um valor de desvio (*deviance*) inicial, que é uma medida do grau de inadequação do modelo e serve como referência para avaliar o ajuste de modelos mais complexos.

- Segundo passo

No segundo passo são introduzidas as variáveis explicativas do nível mais baixo. O modelo, considerando apenas uma variável no nível do aluno, é escrito como

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij} + u_{0j} + e_{ij}. \quad (9)$$

Nesta etapa, avalia-se a contribuição de cada preditor individual, testando sua significância estatística e observando as alterações resultantes nas componentes de variância nos níveis do indivíduo e do grupo.

- Terceiro passo

No terceiro passo, as variáveis explicativas do nível mais alto são incorporadas ao modelo. A equação do modelo expandido, considerando apenas uma variável no nível superior, é dada por

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij} + \gamma_{01}Z_{1j} + u_{0j} + e_{ij}. \quad (10)$$

A inclusão dessas variáveis permite avaliar se características do grupo influenciam significativamente a variável dependente, além dos efeitos já considerados no nível individual.

- Quarto passo

O quarto passo consiste em avaliar se as inclinações das variáveis explicativas de nível individual apresentam variação significativa entre os grupos. O modelo, que incorpora o efeito aleatório da única variável de nível inferior na inclinação, é expresso por

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{1ij} + \gamma_{01}Z_{1j} + u_{1j}X_{1ij} + u_{0j} + e_{ij}, \quad (11)$$

em que  $u_{1j}$  representa o componente aleatório da inclinação de  $X_{1ij}$  para o grupo  $j$ , indicando o quanto o efeito dessa variável se diferencia do efeito médio ( $\gamma_{10}$ ) em cada grupo.

A análise da variação aleatória das inclinações é realizada variável por variável, evitando a inclusão simultânea de todos os termos de variância e covariância para prevenir superparametrização e problemas de estimação. Variáveis omitidas no segundo passo podem ser reanalisadas aqui, pois podem apresentar variação significativa na inclinação mesmo sem um efeito médio significativo. Após identificar as inclinações com variação significativa entre grupos, esses componentes de variância são adicionados simultaneamente em um modelo final.

- Quinto passo

No quinto e último passo adicionam-se as interações de nível cruzado entre as variáveis explicativas de nível mais alto e as variáveis explicativas de nível mais baixo que apresentaram variação significativa na inclinação no quarto passo. Assim, o modelo completo, considerando apenas uma variável explicativa para ambos os níveis, é dado por

$$Y_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{10}X_{ij} + \gamma_{01}Z_j + \gamma_{11}X_{ij}Z_j + u_{1j}X_{1ij} + u_{0j} + e_{ij}, \quad (12)$$

em que o termo  $X_{ij}Z_j$  representa a interação cruzada. Este modelo permite examinar as relações combinadas entre diferentes níveis explicativos e como essas interações influenciam a variação na variável dependente.

### 2.3.6 Comparação de modelos

A partir da função de verossimilhança é possível calcular uma estatística chamada *deviance*, que indica o grau de desajuste do modelo aos dados. Essa estatística é definida como

$$Deviance = -2 \times \ln(\text{Verossimilhança}). \quad (13)$$

O *deviance* avalia a qualidade do ajuste do modelo, sendo que valores menores indicam melhor adequação aos dados. Em modelos aninhados, em que um é uma simplificação do outro, o teste da razão de verossimilhança compara os *deviances*. A diferença entre os *deviances* segue, assintoticamente, uma distribuição qui-quadrado com graus de liberdade equivalentes à diferença no número de parâmetros estimados. Esse teste verifica se a adição de parâmetros no modelo mais complexo melhora significativamente o ajuste.

### 2.3.7 Análise de resíduos

Na regressão multinível, é essencial realizar uma análise dos resíduos para garantir que as suposições de normalidade, linearidade, independência dos erros e homocedasticidade estejam adequadas. Dado que esse tipo de regressão é mais complexo em comparação com a regressão clássica, essa verificação se torna ainda mais crucial (HOX; MOERBEEK; SCHOOT, 2018). A omissão na análise de relações não lineares pode levar a distorções nas estimativas das variâncias das inclinações e nos efeitos de interação entre os níveis, comprometendo a qualidade do modelo e tornando os resultados pouco confiáveis.

Diferente da regressão clássica, a regressão multinível leva em conta a estrutura hierárquica dos dados, o que implica a existência de diferentes componentes de variação associados a distintos níveis da análise. No modelo (12), apresentado anteriormente, identificam-se três termos de erro aleatório ( $u_{1j}$ ,  $u_{0j}$ ,  $e_{ij}$ ). Dessa forma, a verificação dos pressupostos exige uma análise específica para cada um desses componentes, incluindo a inspeção dos resíduos associados ao modelo. Para testar a normalidade, compara-se os resíduos com os escores normais, sendo que um alinhamento diagonal indica distribuição normal. Gráficos de dispersão dos resíduos *versus* valores preditos ajudam a identificar falhas de linearidade e heterocedasticidade. Se as suposições forem atendidas, os pontos devem se distribuir uniformemente em torno de zero, sem padrões evidentes. Essas análises podem ser aplicadas aos três tipos de resíduos, permitindo uma avaliação completa das premissas do modelo.

### 3 Metodologia

#### 3.1 Conjunto de dados

Este estudo utilizou os microdados da edição de 2019 do SAEB, fornecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). Os dados analisados referem-se exclusivamente aos resultados de matemática dos alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em escolas públicas, totalizando 1.956.582 observações de alunos e 42.108 de escolas. A escolha desse ano escolar foi fundamentada na relevância dessa etapa educacional, em que são consolidadas habilidades fundamentais, como leitura, escrita e matemática (ALMEIDA; FARAGO, 2014).

#### 3.2 Variáveis

As variáveis utilizadas foram extraídas dos questionários contextuais do SAEB. A escolha dos itens relacionados à atuação do diretor e do professor foi fundamentada no trabalho de Silva (2020), que examinou como a liderança escolar impacta os resultados de aprendizagem em escolas públicas brasileiras. Para as variáveis referentes aos alunos foi utilizado o estudo de Karino e Laros (2017), que, por meio de uma revisão sistemática da literatura nacional, identificou fatores recorrentes associados à eficácia escolar. Assim, foram analisados 10 itens do questionário do professor (Tabela 1), 21 itens do questionário do diretor (Tabela 2), 4 itens do questionário do aluno (Tabela 3) e o nível socioeconômico da escola, extraído do questionário da escola.

Tabela 1: Itens selecionados do questionário do professor

| Item | Descrição  | Variável                       |
|------|--|--------------------------------|
| 81   | O(A) diretor(a) debate com frequência metas educacionais com os(as) professores(as) nas reuniões.  | Debate metas                   |
| 82   | O(A) diretor(a) e os(as) professores(as) sempre tratam a qualidade de ensino como uma responsabilidade coletiva.   | Responsabilidade coletiva      |
| 83   | O(A) diretor(a) informa aos(as) professores(as) sobre as possibilidades de aperfeiçoamento profissional.   | Aperfeiçoamento profissional   |
| 84   | O(A) diretor(a) dá atenção especial a aspectos relacionados à aprendizagem dos alunos.   | Foco na aprendizagem           |
| 85   | O(A) diretor(a) dá atenção especial a aspectos relacionados às normas administrativas.   | Foco em normas administrativas |
| 86   | O(A) diretor(a) com frequência me anima e me motiva para o trabalho.   | Motivação do diretor           |
| 87   | Tenho confiança no(a) diretor(a) como profissional.  | Confiança no diretor           |
| 88   | O(A) diretor(a) e os(as) professores(as) sempre asseguram que as questões relacionadas à qualidade da convivência e gestão de conflitos sejam uma responsabilidade coletiva. | Gestão e convivência           |
| 91   | Houve colaboração da gestão da escola para superar dificuldades de sala de aula.   | Colaboração em sala            |
| 92   | Houve colaboração da gestão da escola para superar problemas que interferem na qualidade das relações com os estudantes.   | Relações com estudantes        |

Tabela 2: Itens selecionados do questionário do diretor

| Item | Descrição   | Variável                              |
|------|---|---------------------------------------|
| 09   | Quantas horas você trabalha em uma semana normal em atividades relacionadas à educação?   | Tempo com atividades educacionais     |
| 11   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Prestação de contas.                            | Tempo com prestação de contas         |
| 12   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Reunião com professores(as).                    | Tempo com reuniões de professores     |
| 13   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Atendimento aos pais ou responsáveis.           | Tempo com atendimento aos pais        |
| 14   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Gerenciamento de conflitos.                     | Tempo com gerenciamento de conflitos  |
| 15   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Atendimento aos(as) alunos(as).                 | Tempo com atendimento aos alunos      |
| 16   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Atendimento individual aos(as) professores(as). | Tempo com atendimento aos professores |
| 17   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Demandas da Secretaria de Educação.             | Tempo com demandas da Secretaria      |
| 18   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Merenda.  | Tempo com merenda escolar             |
| 19   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Manutenção.                                     | Tempo com manutenção escolar          |
| 20   | Em uma semana normal de trabalho, quantas horas você costuma gastar, aproximadamente, com as seguintes atividades para esta escola: Segurança.                                      | Tempo com segurança escolar           |
| 125  | Neste ano, indique a frequência com que os temas/assuntos foram discutidos pelo Conselho Escolar: Questões pedagógicas.   | Discussão de questões pedagógicas     |
| 126  | Neste ano, indique a frequência com que os temas/assuntos foram discutidos pelo Conselho Escolar: Questões administrativas e institucionais.  | Discussão de questões administrativas |
| 127  | Neste ano, indique a frequência com que os temas/assuntos foram discutidos pelo Conselho Escolar: Questões financeiras.   | Discussão de questões financeiras     |
| 128  | Neste ano, indique a frequência com que os temas/assuntos foram discutidos pelo Conselho Escolar: Questões de relacionamento com a comunidade.                                      | Relacionamento com a comunidade       |
| 159  | O conteúdo do Projeto Político-Pedagógico (PPP) é discutido em reuniões?  | Discussão do PPP                      |
| 160  | Os(as) professores(as) participaram da elaboração do Projeto Político-Pedagógico?   | Participação dos professores no PPP   |
| 162  | Os(as) estudantes participaram da elaboração do Projeto Político-Pedagógico?  | Participação dos alunos no PPP        |
| 163  | O Projeto Político-Pedagógico estabelece metas de aprendizagem?   | Metas de aprendizagem no PPP          |
| 164  | O Projeto Político-Pedagógico considera os resultados de avaliações externas (Saeb, estaduais, municipais etc.)?  | Avaliações externas no PPP            |
| 165  | Há metas de alcance de indicadores externos (Ideb, índices estaduais ou municipais) no Projeto Político-Pedagógico?   | Indicadores externos no PPP           |

Tabela 3: Itens selecionados do questionário do aluno

| Item | Descrição   | Variável            |
|------|---|---------------------|
| 02   | Qual é a sua cor ou raça?   | Raça/cor            |
| 04   | Qual é a maior escolaridade da sua mãe (ou mulher responsável por você)?                | Escolaridade da mãe |
| 15   | Você já foi reprovado?  | Repetência          |
| 16   | Alguma vez você abandonou a escola deixando de frequentá-la até o final do ano escolar? | Abandono escolar    |

Os itens selecionados do questionário do professor encontram-se em uma escala tipo Likert com quatro pontos. Os itens 81 a 88 estão em uma escala de grau de concordância, com respostas que variam de ‘Discordo fortemente’ a ‘Concordo fortemente’. Por sua vez, os itens 91 a 92 estão em uma escala de grau de frequência, com respostas que variam de ‘Nunca’ a ‘Sempre’. Todas as respostas foram convertidas em valores numéricos de 1 a 4, e a mediana de cada item foi calculada para agregar as respostas ao nível da escola, considerando apenas os itens com um percentual de valores não ausentes maior ou igual a 70%.

As respostas dos itens do questionário do diretor estão divididas da seguinte forma: itens numéricos (09 a 20); itens em escala tipo Likert de grau de frequência com quatro pontos, variando de ‘Nunca’ a ‘Sempre’ (125 a 128), convertidos em valores numéricos de 1 a 4; e itens com respostas dicotômicas (159 a 165) representando ‘Sim’ e ‘Não’, convertidos respectivamente em 1 e 0. Para agregar as respostas no nível da escola, foram consideradas as respostas do diretor com o menor número de valores ausentes. Em casos de empate, quando dois diretores afirmam trabalhar na mesma escola, a escolha foi realizada de forma aleatória.

### **3.3 Análise de dados**

A análise de dados iniciou-se pela exploração descritiva das variáveis do nível do aluno. Para isso, foram empregados métodos gráficos e medidas resumo que possibilitam compreender o comportamento dessas variáveis. Para os itens dos questionários aplicados aos professores e diretores, foi examinada a matriz de correlação entre os itens, com o objetivo de identificar padrões. Posteriormente, foi realizada uma Análise Fatorial Exploratória para verificar possíveis agrupamentos entre os itens e, então, criar indicadores que representam os fatores identificados. Por fim, a matriz de correlação foi utilizada para investigar a relação entre esses indicadores e a proficiência em matemática dos alunos. Também foi criado um indicador de nível econômico a partir de itens do questionário do aluno.

Um dos desafios do SAEB é a grande quantidade de respostas ausentes, possivelmente devido ao tamanho extenso dos questionários aplicados aos alunos, professores, diretores e sobre a escola, o que leva muitos respondentes a não preenchê-los de forma completa. Para lidar com esse problema, foi adotada a estratégia de calcular os indicadores apenas para as escolas que possuíam pelo menos 70% dos itens que compunham o indicador preenchidos.

Para investigar a relação entre os indicadores propostos e a proficiência em matemática dos alunos, utilizou-se a regressão multinível. Dois níveis foram definidos para o estudo: o nível dos alunos (nível 1) e o nível da escola (nível 2). A modelagem foi realizada no *software* R, utilizando o pacote *lme4*. Foram ajustados quatro modelos sequenciais, com a inclusão progressiva de variáveis, conforme descrito na subseção 2.2.5. A significância dos efeitos aleatórios foi testada com a função *ranova* do pacote *lmerTest*. Por fim, a qualidade do ajuste do modelo final foi verificada por meio da análise de resíduos, conforme detalhado na subseção 2.2.7.

## 4 Resultados

### 4.1 Análise no nível do aluno

Para explorar a relação entre a proficiência em matemática e os itens selecionados do questionário do aluno, foi conduzida uma análise descritiva. Essa abordagem permitiu observar o comportamento da variável resposta e das variáveis explicativas no nível do aluno, fornecendo uma base inicial para compreender suas relações.

#### 4.1.1 Proficiência em matemática

A Figura 1 apresenta o histograma da proficiência em matemática dos alunos do 5º ano de escolas públicas no Brasil em 2019, enquanto a Tabela 4 fornece as medidas resumo desse desempenho.

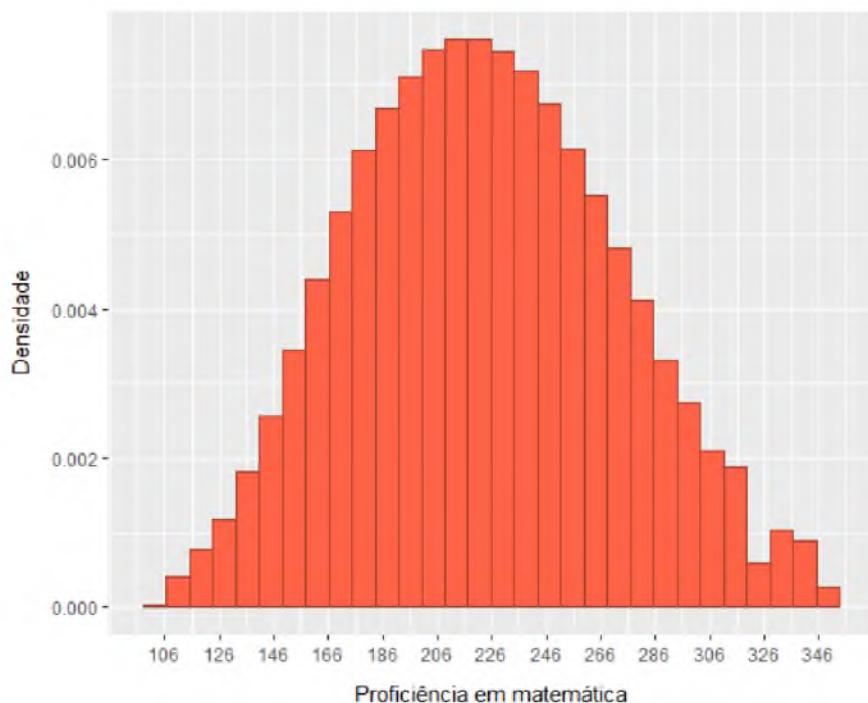


Figura 1: Distribuição da proficiência dos alunos em matemática

Tabela 4: Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática

| Mínimo | Q1     | Mediana | Média  | Q3     | Máximo | DP    |
|--------|--------|---------|--------|--------|--------|-------|
| 106,00 | 187,49 | 221,46  | 223,10 | 256,93 | 353,09 | 48,28 |

Nota: Q1 = primeiro quartil; Q3 = terceiro quartil; DP = desvio padrão.

A proficiência média dos alunos foi de 223,10 pontos, com pontuações variando entre 106,00 e 353,09. A mediana foi de 221,46, muito próxima da média, indicando uma distribuição aproximadamente simétrica. O histograma (Figura 1) reforça essa conclusão, mostrando uma concentração de valores em torno da média, com uma forma que sugere uma distribuição normal.

#### 4.1.2 Raça/cor

A Figura 2 apresenta o *boxplot* da proficiência dos alunos em relação à sua raça/cor, enquanto a Tabela 5 mostra as medidas resumo correspondentes.

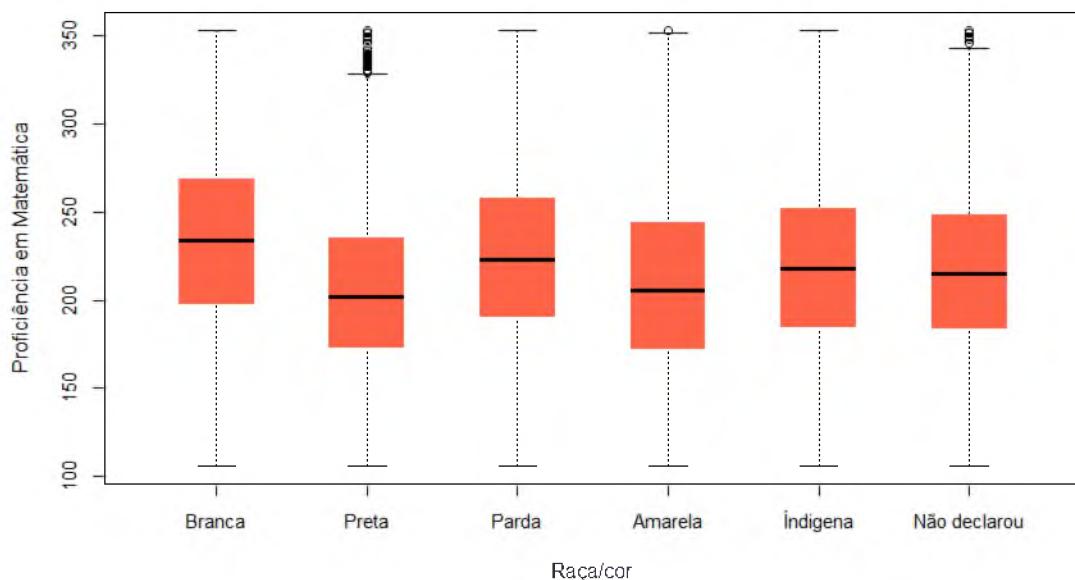


Figura 2: Proficiência dos alunos em matemática por raça/cor

Tabela 5: Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo sua raça/cor

| Raça/cor     | <i>n</i> | %     | Média  | Desvio padrão |
|--------------|----------|-------|--------|---------------|
| Branca       | 569.253  | 26,23 | 233,14 | 49,17         |
| Preta        | 205.004  | 9,45  | 205,40 | 44,78         |
| Parda        | 972.250  | 44,81 | 224,77 | 47,20         |
| Amarela      | 52.884   | 2,44  | 209,99 | 49,67         |
| Índigena     | 52.968   | 2,44  | 219,07 | 47,47         |
| Não declarou | 242.643  | 11,18 | 217,46 | 45,86         |
| Sem resposta | 74.946   | 3,45  | 204,06 | 48,24         |

Os dados revelam que os estudantes que se autodeclararam brancos apresentam maior proficiência, com uma média de 233,14 pontos. Em contraste, o grupo com a menor proficiência é o dos alunos autodeclarados pretos, com uma pontuação média de 205,40. Além disso, observa-se que a maior parte do estudo é composta por alunos que se identificaram como pardos ou brancos, representando 71% dos estudantes avaliados.

#### 4.1.3 Escolaridade da mãe

A Figura 3 ilustra a distribuição da proficiência em matemática dos alunos segundo a escolaridade materna, enquanto a Tabela 6 apresenta as medidas resumo correspondentes a cada categoria.

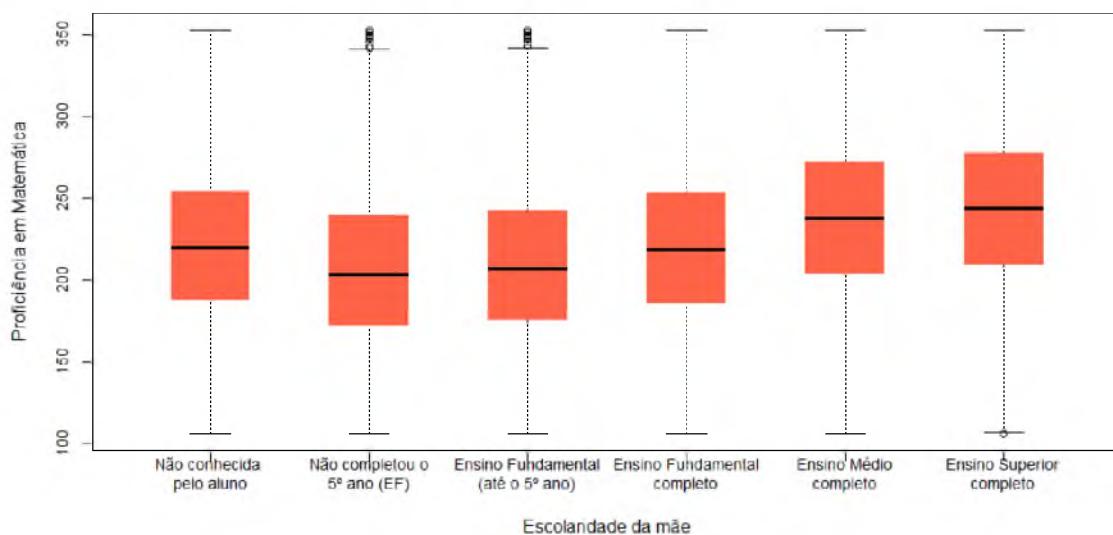


Figura 3: Proficiência dos alunos em matemática segundo a escolaridade da mãe

Tabela 6: Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo a escolaridade da mãe

| Escolaridade da mãe              | n         | %     | Média  | Desvio padrão |
|----------------------------------|-----------|-------|--------|---------------|
| Não completou o 5º ano (EF)      | 121.886   | 5,62  | 207,33 | 47,77         |
| Ensino Fundamental, até o 5º ano | 138.214   | 6,37  | 210,48 | 46,96         |
| Ensino Fundamental completo      | 191.904   | 8,84  | 220,60 | 47,57         |
| Ensino Médio completo            | 257.716   | 11,88 | 237,28 | 47,98         |
| Ensino Superior completo         | 189.260   | 8,72  | 242,65 | 47,95         |
| Não conhecida pelo aluno         | 1.143.348 | 52,69 | 221,87 | 46,83         |
| Sem resposta                     | 127.620   | 5,88  | 209,00 | 48,48         |

Observa-se que a mediana da proficiência é maior para alunos cujas mães possuem ensino superior completo, seguida daqueles cujas mães têm ensino médio completo (Figura 3). Em contrapartida, os alunos cujas mães possuem níveis de escolaridade mais baixos tendem a apresentar desempenho inferior. Além disso, conforme apresentado na Tabela 6, mais de 50% dos alunos não souberam informar o nível de escolaridade de suas mães, o que representa uma proporção muito relevante. Esses alunos apresentam uma proficiência média próxima à dos níveis mais baixos, o que sugere que a falta de informação sobre a escolaridade materna pode estar associada a condições menos favoráveis de desempenho.

#### 4.1.4 Repetência

A Figura 4 exibe a distribuição da proficiência em matemática dos alunos segundo o histórico de reprovação. A Tabela 7 apresenta as medidas resumo dessa variável para cada grupo.

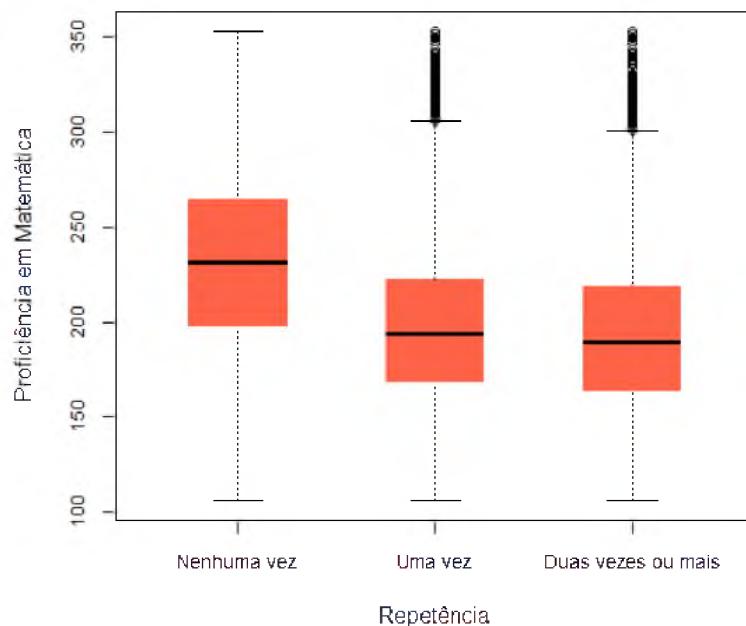


Figura 4: Proficiência dos alunos em matemática segundo o número de reprovações

Tabela 7: Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo o número de reprovações

| Repetência         | n         | %     | Média  | Desvio padrão |
|--------------------|-----------|-------|--------|---------------|
| Nenhuma vez        | 1.658.779 | 76,44 | 231,51 | 47,07         |
| Uma vez            | 310.627   | 14,31 | 196,84 | 40,68         |
| Duas vezes ou mais | 112.947   | 5,21  | 192,82 | 40,15         |
| Sem resposta       | 87.595    | 4,04  | 196,07 | 46,17         |

Os alunos que nunca reprovaram apresentam uma proficiência em matemática notavelmente superior em comparação com aqueles que já reprovaram pelo menos uma vez, conforme ilustrado na Figura 4. A Tabela 7 revela que a maioria dos alunos (76,44%) nunca reprovou, apresentando uma proficiência média em matemática de 231,51. Os dados indicam uma queda no desempenho relacionada à reprovação, os alunos que reprovaram uma vez têm uma média de 196,84, enquanto aqueles que reprovaram duas vezes ou mais apresentam uma média ainda mais baixa, de 192,82.

#### 4.1.5 Abandono escolar

A Figura 5 ilustra a distribuição da proficiência em matemática dos alunos com base no histórico de abandono escolar. A Tabela 8 apresenta as medidas resumo dessa variável para cada grupo.

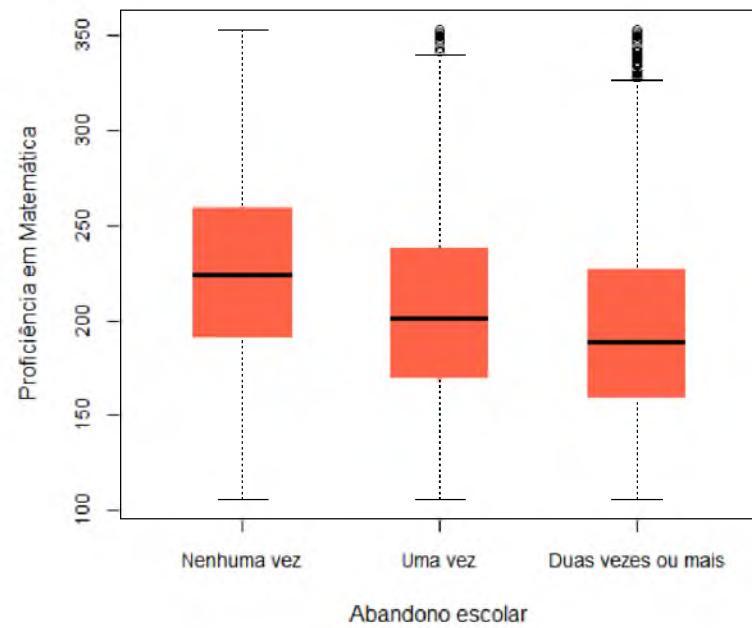


Figura 5: Proficiência dos alunos em matemática segundo abandono escolar

Tabela 8: Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo abandono escolar

| Abandono escolar   | n     | %    | Média  | Desvio padrão |
|--------------------|-------|------|--------|---------------|
| Nenhuma vez        | 1.929 | 46,5 | 225,83 | 47,65         |
| Uma vez            | 124   | 7,17 | 205,26 | 47,44         |
| Duas vezes ou mais | 42    | 1,96 | 195,32 | 47,31         |
| Sem resposta       | 73    | 3,37 | 197,75 | 47,66         |

Alunos que nunca abandonaram a escola tendem a apresentar um desempenho

acadêmico superior em comparação àqueles que já vivenciaram episódios de abandono escolar, conforme evidenciado na Figura 5. Além disso, nota-se, por meio da Tabela 8, que 88,92% dos alunos nunca abandonaram a escola e apresentam proficiência média de 225,83. Alunos que abandonaram a escola uma vez (5,75% do total) têm uma proficiência média de 205,26, enquanto aqueles que abandonaram duas vezes ou mais (1,96%) apresentam a menor proficiência, com uma média de 195,32. Esses dados indicam uma redução no desempenho à medida que o número de episódios de abandono escolar aumenta.

#### 4.1.6 Indicador de nível econômico

Na edição de 2019 do SAEB, o Indicador de Nível Socioeconômico (INSE) não foi incluído no questionário do aluno, e os dados fornecidos pelo Inep referem-se apenas a níveis agregados — por escola, estado ou município. Isso inviabilizou sua utilização para análises individuais. Diante dessa limitação, desenvolveu-se, no presente estudo, um novo indicador a partir de alguns dos itens descritos na Nota Técnica do Indicador de Nível Socioeconômico do SAEB 2019, publicada pelo Inep. Os itens que compõem esse indicador estão detalhados na Tabela 9.

Tabela 9: Itens selecionados para a criação do indicador de nível econômico

| Item | Descrição   |
|------|---|
| 09a  | Dos itens relacionados abaixo, quantos existem na sua casa? - Geladeira.                |
| 09c  | Dos itens relacionados abaixo, quantos existem na sua casa? - Computador (ou notebook). |
| 09d  | Dos itens relacionados abaixo, quantos existem na sua casa? - Quartos para dormir.      |
| 09e  | Dos itens relacionados abaixo, quantos existem na sua casa? - Televisão.                |
| 09f  | Dos itens relacionados abaixo, quantos existem na sua casa? - Banheiro.                 |
| 09g  | Dos itens relacionados abaixo, quantos existem na sua casa? - Carro.                    |
| 10b  | Na sua casa tem: - Rede Wi-Fi.  |
| 10d  | Na sua casa tem: - Mesa para estudar (ou escrivaninha).                                 |
| 10e  | Na sua casa tem: - Garagem.   |
| 10f  | Na sua casa tem: - Forno de micro-ondas.  |
| 10g  | Na sua casa tem: - Aspirador de pó.   |
| 10h  | Na sua casa tem: - Máquina de lavar roupa.  |
| 10i  | Na sua casa tem: - Freezer (independente ou segunda porta da geladeira).                |

As respostas dos itens relacionados às condições econômicas dos alunos foram transformadas em valores numéricos, binários ou com múltiplas categorias, conforme adequado a cada caso. A média aritmética desses itens foi utilizada para calcular o indicador, uma vez que havia valores faltantes, tornando essa abordagem uma forma justa de representar as condições econômicas. O indicador resultante apresentou uma correlação de

Pearson de 0,25 com a proficiência em matemática dos alunos.

## 4.2 Análise do nível socioeconômico da escola

A Figura 6 e a Tabela 10 apresentam, respectivamente, a distribuição e as medidas resumo da proficiência em matemática dos alunos segundo o nível socioeconômico (NSE) da escola.

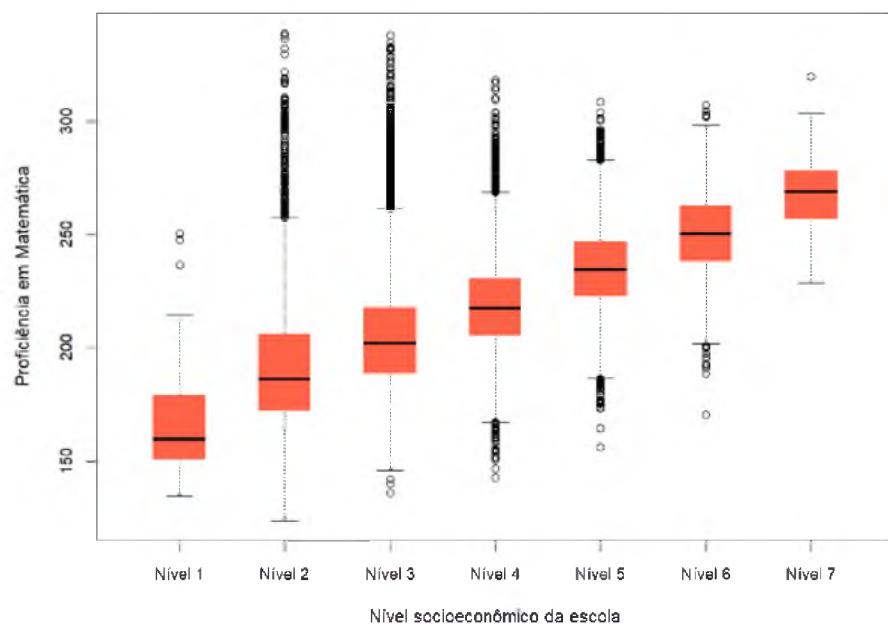


Figura 6: Proficiência dos alunos em matemática segundo o nível socioeconômico da escola

Tabela 10: Medidas resumo da proficiência dos alunos em matemática segundo o nível socioeconômico da escola

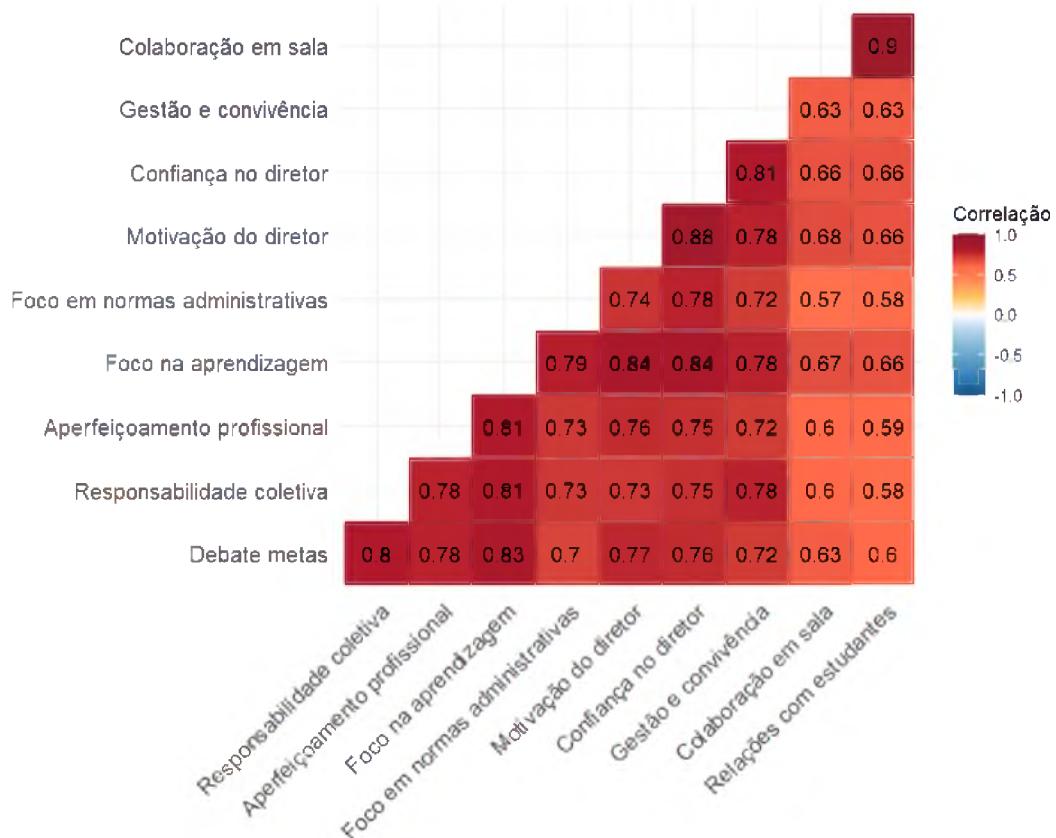
| NSE da escola | <i>n</i> | %     | Média  | Desvio padrão |
|---------------|----------|-------|--------|---------------|
| Nível 1       | 42       | 0,09  | 168,76 | 27,33         |
| Nível 2       | 5.002    | 10,76 | 192,48 | 29,32         |
| Nível 3       | 11.549   | 24,85 | 204,99 | 24,37         |
| Nível 4       | 12.813   | 27,58 | 218,56 | 19,57         |
| Nível 5       | 12.765   | 27,47 | 234,84 | 17,99         |
| Nível 6       | 3.257    | 7,01  | 250,23 | 17,70         |
| Nível 7       | 81       | 0,17  | 267,36 | 15,92         |
| Sem resposta  | 957      | 2,06  | 193,03 | 30,73         |

O NSE da escola é uma variável ordinal que classifica as instituições em níveis de 1 a 7, representando um gradiente crescente de condições socioeconômicas mais favoráveis.

Por meio do gráfico, observa-se que, de forma geral, a mediana da proficiência em matemática dos alunos aumenta à medida que o NSE da escola aumenta. Isso sugere que o ambiente escolar associado ao NSE pode influenciar o desempenho dos alunos. Além disso, a Tabela 10 mostra que a maior parte dos alunos está concentrada em escolas de NSE intermediário (Níveis 3 a 5). A média da proficiência cresce de maneira consistente com o NSE, passando de 168,76 no Nível 1 para 267,36 no Nível 7. Por fim, é importante destacar que há uma parcela de escolas sem o registro do nível socioeconômico. Para essas escolas, os alunos apresentam proficiência média próxima à dos níveis mais baixos (193,03), o que pode indicar que a falta de informação está associada a condições socioeconômicas menos favoráveis.

### 4.3 Construção dos indicadores do questionário do professor

A partir do questionário do professor, verificou-se as correlações entre os itens selecionados com o objetivo de identificar possíveis agrupamentos entre eles. Com base nessas correlações, foi aplicada uma Análise Fatorial Exploratória para explorar de forma mais robusta os itens que se agrupam em dimensões subjacentes, visando, assim, a criação de indicadores.



Para calcular as correlações, utilizou-se a correlação policórica, obtida por meio da função *polychor* do pacote *polycor* do software *R*. Essa medida de associação bivariada é adequada quando ambas as variáveis são ordinais com três ou mais categorias. A Figura 7 apresenta a matriz de correlação entre os itens selecionados do questionário do professor. Observa-se que todos os itens apresentam correlações positivas moderadas a fortes, variando de 0,57 a 0,90. Segundo Matos e Rodrigues (2019), é importante tentar identificar subconjuntos de variáveis com coeficientes de correlação altos, pois isso sugere que elas podem estar medindo uma mesma dimensão.

A adequabilidade dos dados para a aplicação da Análise Fatorial Exploratória foi confirmada pelo índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), que apresentou valor de 0,94, considerado excelente. Além disso, o teste de esfericidade de Bartlett rejeitou a hipótese nula ( $p$ -valor  $< 0,05$ ), evidenciando que a matriz de correlação entre os itens difere de uma matriz identidade. Esse resultado indica a presença de uma estrutura fatorial nos dados, justificando a aplicação da AFE.

Para determinar o número de fatores a serem retidos na Análise Fatorial, foi utilizada a análise paralela. O gráfico resultante, mostrado na Figura 8, revela que os autovalores dos três primeiros fatores são superiores aos valores médios dos fatores gerados aleatoriamente. Esse resultado sugere que a retenção de três fatores é apropriada, pois indica que esses fatores explicam uma quantidade significativa de variação nos dados.

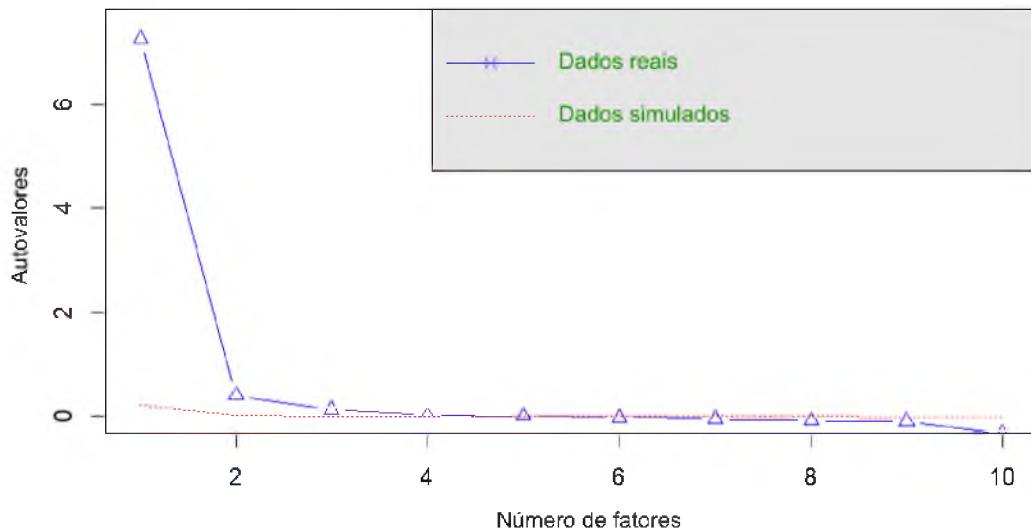


Figura 8: Análise paralela - dados do questionário do professor

Os resultados detalhados da Análise Fatorial com três fatores e a rotação oblíqua *promax* estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11: Resultados da Análise Fatorial - dados do questionário do professor

| Variável                       | Fator 1      | Fator 2      | Fator 3      |
|--------------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Debate metas                   | <b>0,823</b> |              |              |
| Responsabilidade coletiva      | <b>0,908</b> |              |              |
| Aperfeiçoamento profissional   | <b>0,793</b> |              |              |
| Foco na aprendizagem           | <b>0,695</b> | 0,184        |              |
| Foco em normas administrativas | <b>0,533</b> | 0,286        |              |
| Motivação do diretor           | 0,297        |              | <b>0,541</b> |
| Confiança no diretor           |              |              | <b>0,900</b> |
| Gestão e convivência           | <b>0,427</b> | 0,372        |              |
| Colaboração em sala            |              | <b>1,019</b> |              |
| Relações com estudantes        |              | <b>0,786</b> |              |
| SQ Cargas Fatoriais            | 3,173        | 1,668        | 1,370        |
| Proporção de Variância         | 0,317        | 0,167        | 0,137        |
| Variância Acumulada            | 0,317        | 0,484        | 0,621        |

Nota: SQ = Soma de Quadrados.

O Fator 1 apresentou altas cargas fatoriais nas variáveis *debate metas, responsabilidade coletiva, aperfeiçoamento profissional, foco na aprendizagem, foco em normas administrativas e gestão e convivência*, explicando 31,7% da variância total. Já o Fator 2 apresentou altas cargas nos itens *colaboração em sala e relações com estudantes*, explicando 16,7% da variância total. Por fim, o Fator 3 mostrou altas cargas nos itens *motivação do diretor e confiança no diretor*, explicando 13,7% da variância total. Em conjunto, esses três fatores explicaram aproximadamente 62,1% da variância total dos dados, evidenciando sua capacidade de capturar uma grande parcela da variabilidade nos itens do questionário.

Três principais fatores que agrupam diferentes aspectos da percepção dos professores em relação à gestão escolar foram identificados (Figura 9). O Fator 1 representa o engajamento e liderança educacional do diretor(a), englobando atividades como debates frequentes sobre metas educacionais, tratamento da qualidade de ensino como uma responsabilidade coletiva, e fornecimento de informações sobre oportunidades de aperfeiçoamento profissional. O Fator 2 está relacionado à colaboração e gestão de desafios específicos na escola. Por fim, o Fator 3 destaca o apoio emocional e a confiança depositada no diretor(a) como profissional.

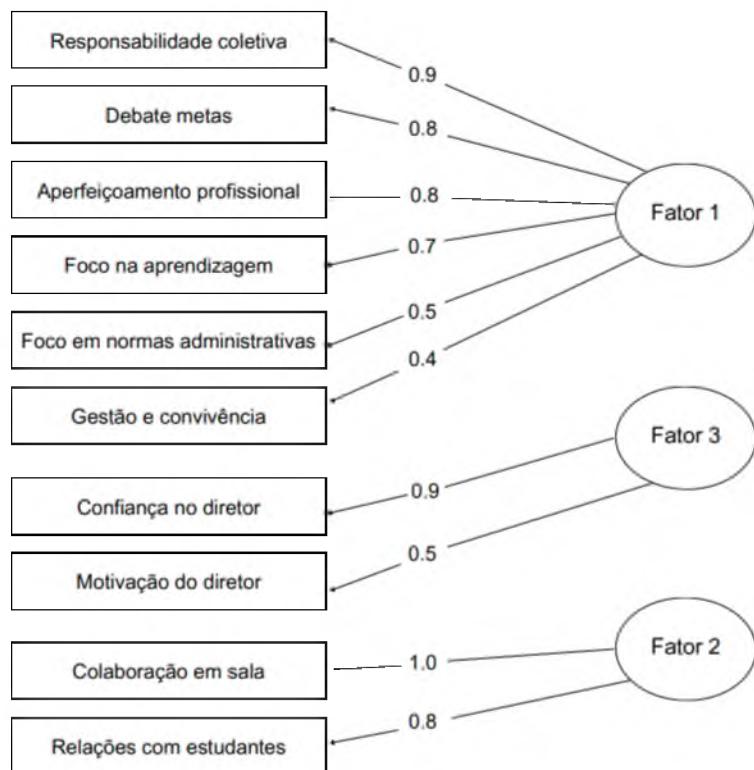


Figura 9: Composição de cada fator - dados do questionário do professor

Para avaliar a consistência interna dos itens que compõem cada fator, foi calculado o Alfa de Cronbach. Os resultados para o Fator 1 e Fator 2 foram, respectivamente, 0,92 e 0,91, indicando uma consistência interna excelente. O Fator 3 apresentou um alfa de 0,88, classificado como boa consistência interna.

#### 4.4 Construção dos indicadores do questionário do diretor

A análise dos itens do questionário do diretor foi conduzida com base nos três tipos de dados presentes: numéricos, em escala tipo Likert e dicotômicos. Foram investigadas as correlações entre os itens selecionados para identificar possíveis agrupamentos. Em seguida, foi aplicada a Análise Fatorial Exploratória, com o objetivo de explorar as dimensões subjacentes aos dados e criar indicadores que as representassem.

##### 4.4.1 Itens numéricos

A Figura 10 apresenta a matriz de correlação de Pearson entre os itens numéricos do questionário do diretor.

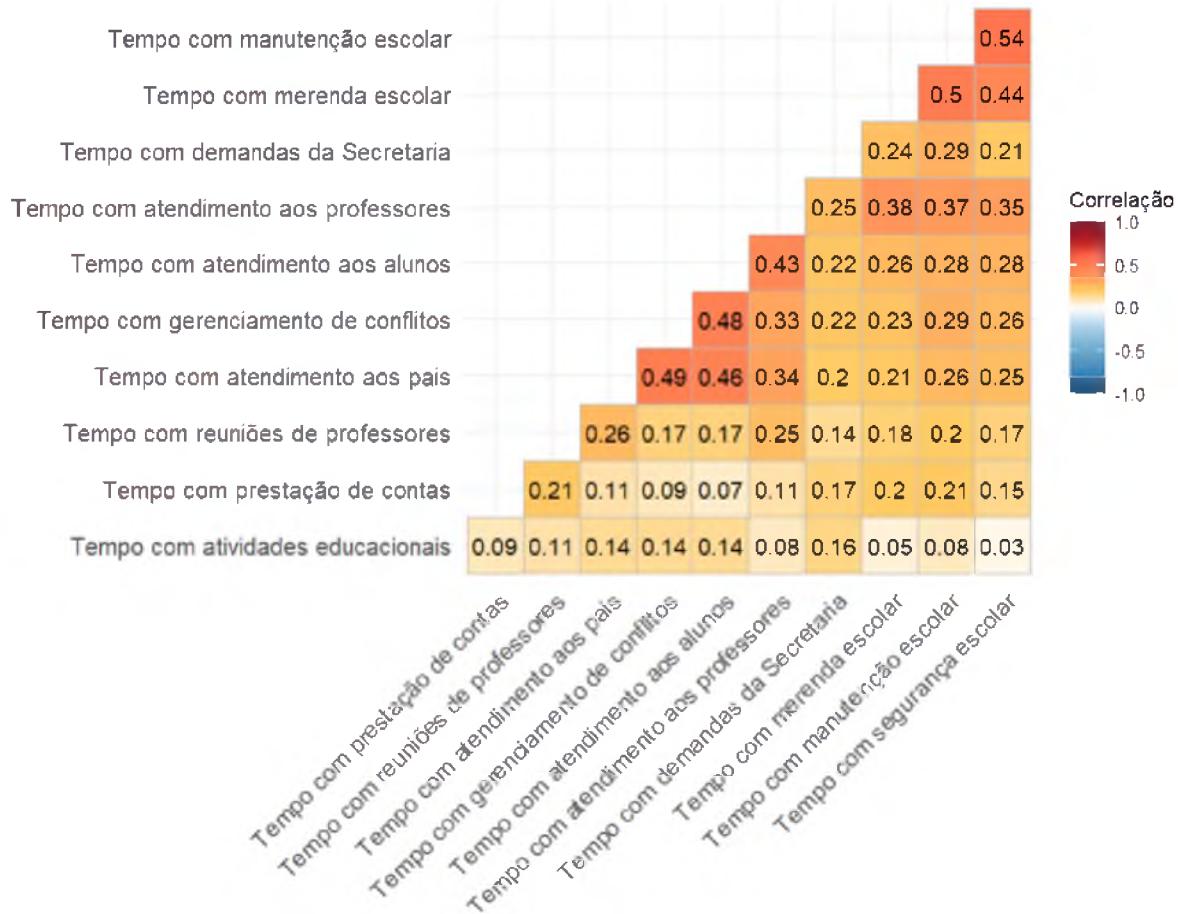


Figura 10: Matriz de correlação - dados numéricicos do questionário do diretor

Observa-se que há alguns subconjuntos de variáveis com coeficientes mais elevados. Entre eles, destacam-se as variáveis *tempo com merenda escolar*, *tempo com manutenção escolar* e *tempo com segurança escolar* assim como as variáveis *tempo com atendimento aos pais*, *tempo com gerenciamento de conflitos*, *tempo com atendimento aos alunos* e *tempo com atendimento aos professores*. Isso pode sugerir a existência de diferentes grupos de fatores correspondentes a cada subconjunto.

A adequabilidade dos dados para a aplicação da Análise Fatorial Exploratória foi confirmada pelo índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), que apresentou valor de 0,84, indicando ótima adequação. O teste de esfericidade de Bartlett, por sua vez, rejeitou a hipótese nula ( $p$ -valor  $< 0,05$ ), evidenciando que a matriz de correlação entre os itens não é uma matriz identidade, o que indica a presença de uma estrutura fatorial nos dados e justifica a aplicação da AFE.

Para determinar o número de fatores a serem retidos na Análise Fatorial, foi utilizada a análise paralela. O gráfico gerado, apresentado na Figura 8, indica que o número ideal de fatores a ser retido é quatro.

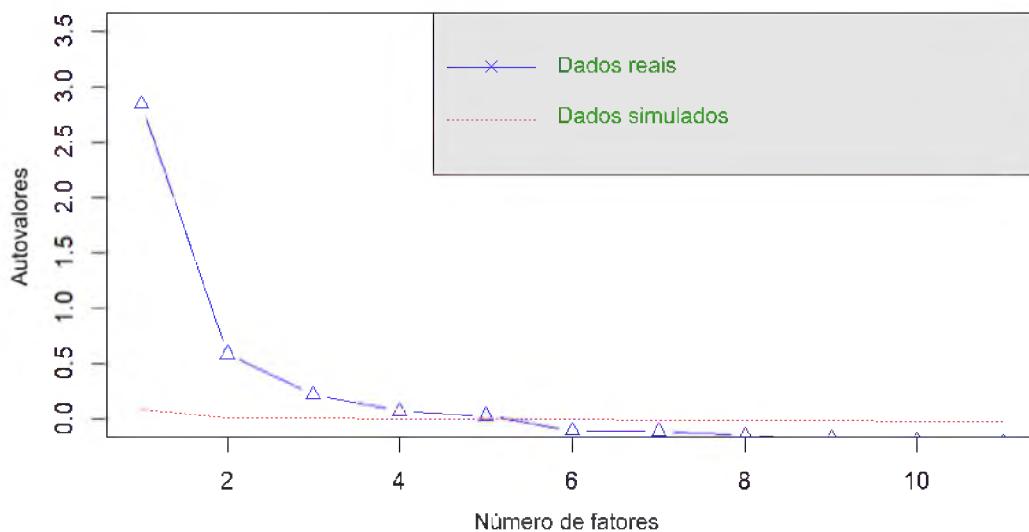


Figura 11: Análise paralela - dados numéricos do questionário do diretor

A Tabela 12 mostra o resultado da Análise Fatorial com quatro fatores e a rotação oblíqua *promax*.

Tabela 12: Resultados da Análise Fatorial - dados numéricos do questionário do diretor

| Variável                              | Fator 1      | Fator 2      | Fator 3      | Fator 4      |
|---------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Tempo com merenda escolar             | <b>0,754</b> |              |              |              |
| Tempo com manutenção escolar          | <b>0,872</b> |              |              |              |
| Tempo com segurança escolar           | <b>0,776</b> |              |              | -0,178       |
| Tempo com atendimento aos pais        |              | <b>0,626</b> | 0,119        |              |
| Tempo com gerenciamento de conflitos  |              | <b>0,660</b> |              |              |
| Tempo com atendimento aos alunos      |              | <b>0,736</b> |              |              |
| Tempo com reuniões de professores     |              |              | <b>0,942</b> |              |
| Tempo com atividades educacionais     | -0,120       |              |              | <b>0,376</b> |
| Tempo com prestação de contas         | 0,265        | -0,128       | 0,160        | 0,206        |
| Tempo com atendimento aos professores | <b>0,393</b> | 0,366        |              |              |
| Tempo com demandas da Secretaria      | 0,291        |              |              | <b>0,384</b> |
| SQ Cargas Fatoriais                   | 2,266        | 1,534        | 0,948        | 0,389        |
| Proporção de Variância                | 0,206        | 0,139        | 0,086        | 0,035        |
| Variância Acumulada                   | 0,206        | 0,345        | 0,432        | 0,467        |

Nota: SQ = Soma de Quadrados.

O Fator 1 apresentou altas cargas fatoriais nas variáveis *tempo com merenda*

escolar, tempo com manutenção escolar, tempo com segurança escolar e tempo com atendimento aos professores, explicando 20,6% da variância total. Já o Fator 2, apresentou altas cargas nos itens tempo com atendimento aos pais, tempo com gerenciamento de conflitos e tempo com atendimento aos alunos, e explica 13,9% da variância total. O Fator 3 mostrou alta carga apenas no item tempo com reuniões de professores, explicando 8,6% da variância total. E por fim, o Fator 4 apresentou cargas fatoriais moderadas nos itens tempo com atividades educacionais e tempo com demandas da Secretaria, explicando 3,5% da variância total. Em conjunto, esses quatro fatores explicaram aproximadamente 46,7% da variância total dos dados.

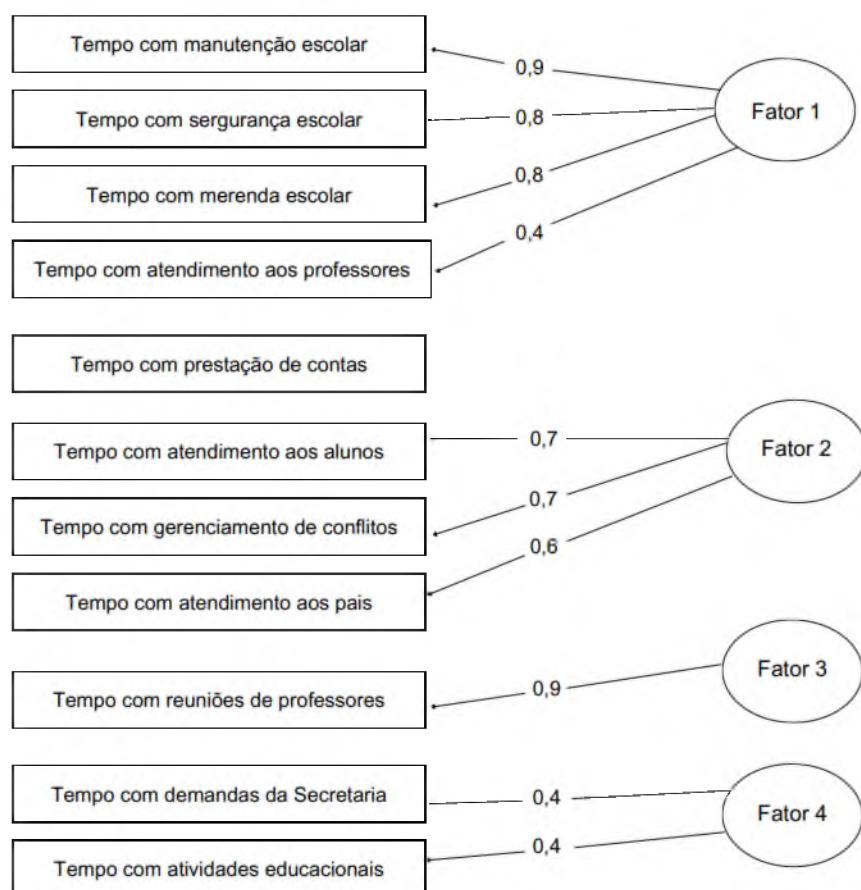


Figura 12: Composição de cada fator - dados numéricos do questionário do diretor

Quatro fatores distintos foram identificados, representando diferentes dimensões das responsabilidades e atividades desempenhadas pelos diretores escolares (Figura 12). O Fator 1, relacionado à gestão operacional da infraestrutura, reflete o tempo dedicado a atividades essenciais, como atendimento individual aos professores, gestão da merenda, manutenção da infraestrutura e segurança. Esse fator destaca o foco nas tarefas logísticas e no suporte estrutural da escola. O Fator 2 agrupa atividades voltadas para interações

diretas do diretor com a comunidade escolar, como atendimento aos pais ou responsáveis, gerenciamento de conflitos e atendimento aos alunos. O Fator 3 se destaca pela ênfase nas reuniões com os professores, sugerindo um foco significativo na coordenação pedagógica e no desenvolvimento educacional da equipe docente. Por fim, o Fator 4 compreende atividades gerais de educação, incluindo demandas da Secretaria de Educação e outras tarefas administrativas relacionadas ao trabalho educacional.

Para avaliar a consistência interna dos itens, foi calculado o Alfa de Cronbach. Os resultados para o Fator 1 e Fator 2 foram, respectivamente, 0,79 e 0,73, indicando uma consistência interna aceitável. Para o Fator 3, não foi calculado o Alfa de Cronbach, visto que a Análise Fatorial resultou em apenas um único item. O Fator 4 apresentou um alfa de 0,20, considerado inaceitável, o que levou ao descarte de seus itens na construção dos indicadores para garantir que apenas aqueles com boa qualidade de mensuração fossem considerados na análise.

#### 4.4.2 Itens em escala tipo Likert

Para calcular a correlação entre os itens do questionário do diretor que se encontravam em uma escala tipo Likert, foi utilizada a correlação policórica. A Figura 13 exibe a matriz resultante, na qual é possível observar que todos os itens apresentam correlações positivas moderadas a fortes, variando de 0,51 a 0,73.

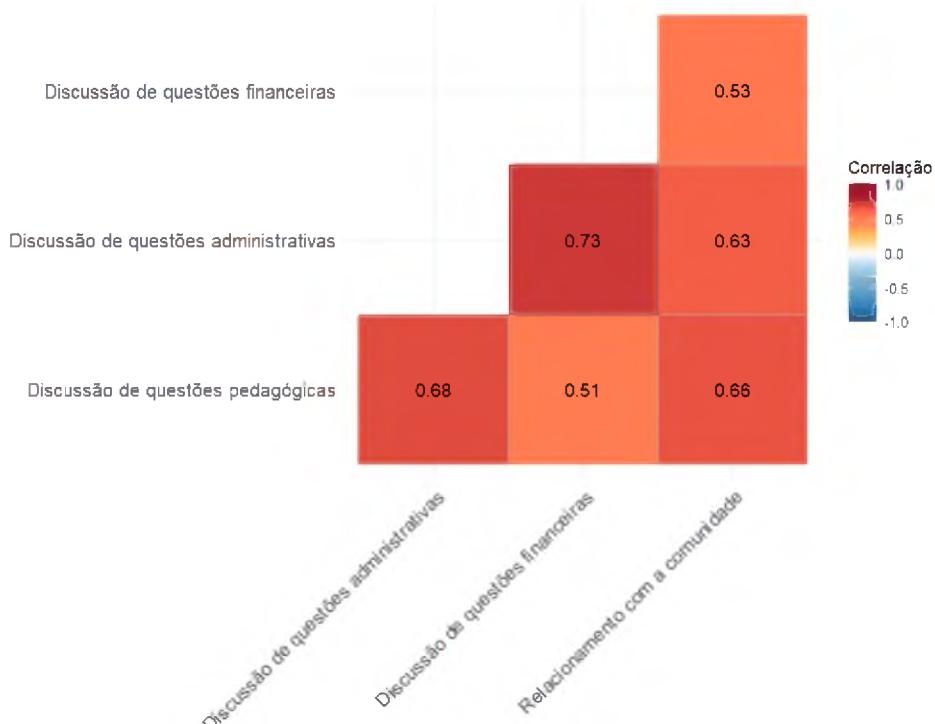


Figura 13: Matriz de correlação - dados ordinais do questionário do diretor

A adequabilidade dos dados para a aplicação da Análise Fatorial Exploratória foi confirmada pelo índice de KMO, que apresentou valor de 0,77, indicando boa adequação. O teste de Bartlett rejeitou a hipótese nula de matriz identidade, com p-valor < 0,05, confirmando a fatorabilidade da matriz.

O número de fatores a ser considerado na Análise Fatorial foi determinado com base na análise do gráfico da análise paralela, apresentado na Figura 14. O gráfico indicou a retenção de dois fatores. No entanto, devido à quantidade reduzida de itens, optou-se por utilizar apenas um fator.

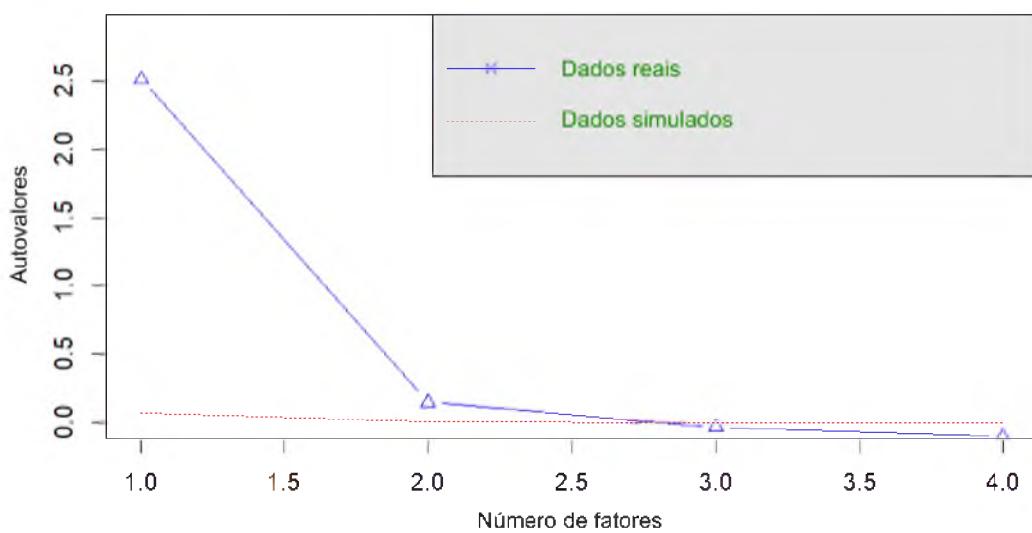


Figura 14: Análise paralela - dados ordinais do questionário do diretor

A Tabela 13 mostra o resultado da Análise Fatorial.

Tabela 13: Resultados da Análise Fatorial - dados ordinais do questionário do diretor

| Variável                              | Fator 1      |
|---------------------------------------|--------------|
| Discussão de questões pedagógicas     | <b>0,717</b> |
| Discussão de questões administrativas | <b>0,841</b> |
| Discussão de questões financeiras     | <b>0,668</b> |
| Relacionamento com a comunidade       | <b>0,699</b> |
| SQ Cargas Fatoriais                   | 2,155        |
| Proporção de variância                | 0,539        |

Nota: SQ = Soma de Quadrados.

O Fator 1 apresentou altas cargas fatoriais para todos os itens, explicando 53,9%

da variância total. Esse fator representa as discussões no conselho escolar, envolvendo temas administrativos, institucionais, financeiros, pedagógicos e de relacionamento com a comunidade (Figura 15).



Figura 15: Composição do fator extraído - dados ordinais do questionário do diretor

O cálculo do Alfa de Cronbach foi realizado para avaliar a consistência interna dos itens que compõem o fator. O resultado, de 0,82, aponta para uma boa consistência interna.

#### 4.4.3 Itens dicotômicos

Para calcular a correlação entre os itens dicotômicos do questionário do diretor foi utilizada a correlação tetracórica. A Figura 16 mostra a matriz de correlação resultante.

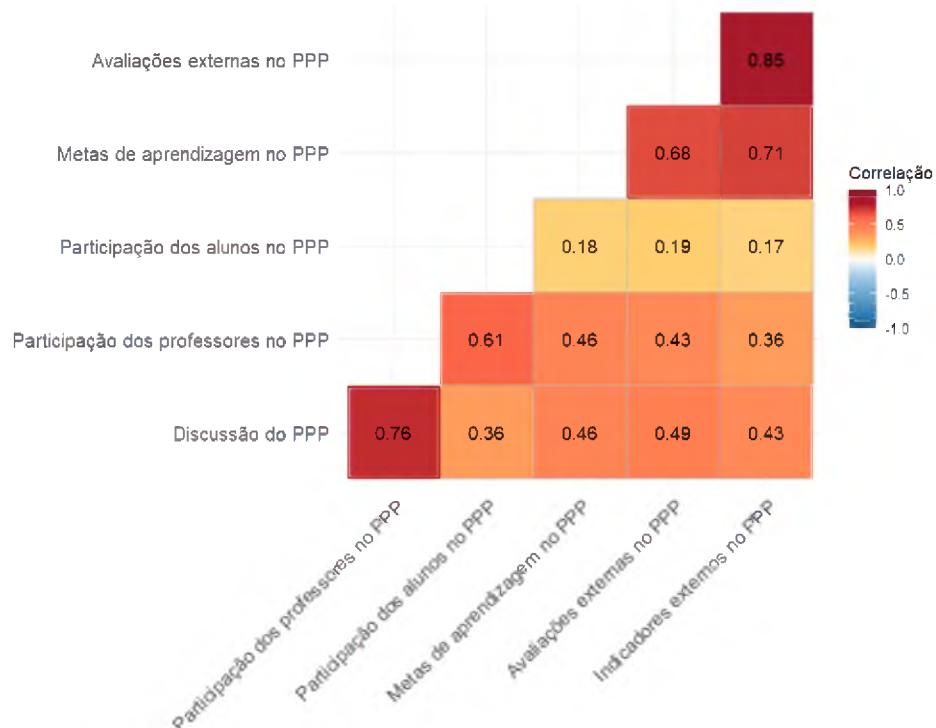


Figura 16: Matriz de correlação - dados dicotômicos do questionário do diretor

Nota-se que existem alguns subconjuntos de variáveis com coeficientes mais elevados. Entre eles, destacam-se as variáveis *metas de aprendizagem no PPP*, *avaliações externas no PPP* e *indicadores externos no PPP*, assim como as variáveis *discussão do PPP*, *participação dos professores no PPP* e *participação dos alunos no PPP*. Isso pode sugerir a existência de diferentes grupos de fatores correspondentes a cada subconjunto.

A adequação dos dados para a realização da Análise Fatorial Exploratória foi validada pelo índice de KMO, que apresentou valor igual a 0,73, o que indica uma boa adequação. Além disso, o teste de Bartlett rejeitou a hipótese nula de matriz identidade, com p-valor inferior a 0,05, sugerindo que os dados são fatoráveis.

A definição do número de fatores a ser retido na Análise Fatorial foi realizada a partir do gráfico da análise paralela, ilustrado na Figura 17. O gráfico indicou que o número ideal de fatores a ser retido é dois.

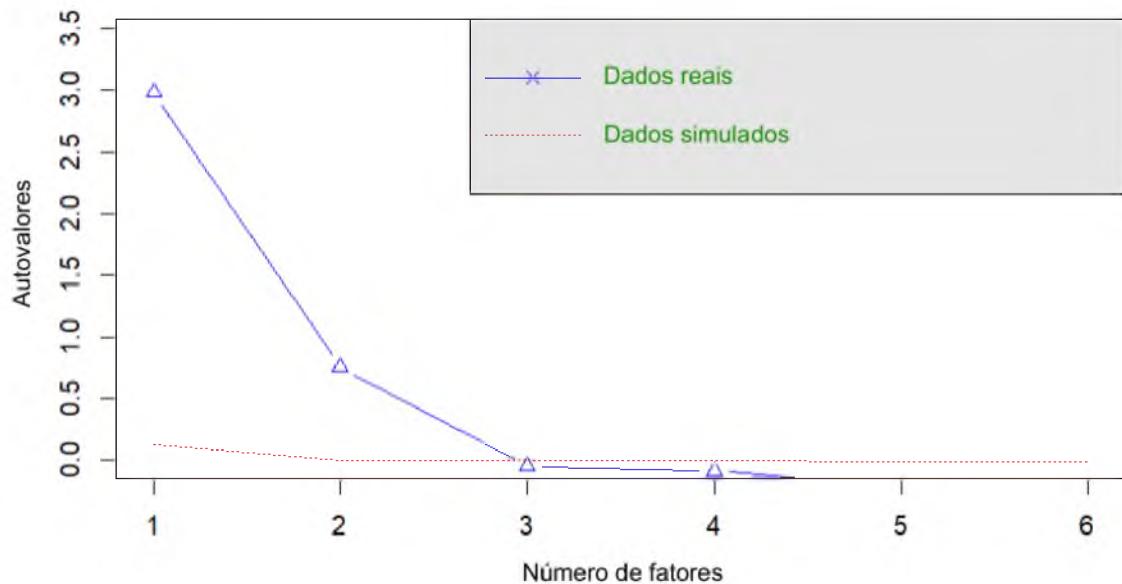


Figura 17: Análise paralela - dados dicotômicos do questionário do diretor

A Tabela 14 mostra o resultado da Análise Fatorial com dois fatores e a rotação oblíqua *promax*. O Fator 1, que explicou 21,2% da variância total, é fortemente associado às variáveis *avaliações externas no PPP*, *indicadores externos no PPP* e *metas de aprendizagem no PPP*. O Fator 2, por sua vez, explicou 12,4% da variância e apresentou altas cargas nos itens *discussão do PPP* e *participação dos professores no PPP*. Juntos, os dois fatores explicaram cerca de 33,6% da variância total dos dados.

Tabela 14: Resultados da Análise Fatorial - dados dicotômicos do questionário do diretor

| Variável                            | Fator 1      | Fator 2      |
|-------------------------------------|--------------|--------------|
| Avaliações externas no PPP          | <b>0,689</b> |              |
| Indicadores externos no PPP         | <b>0,782</b> |              |
| Discussão do PPP                    |              | <b>0,513</b> |
| Participação dos professores no PPP |              | <b>0,656</b> |
| Participação dos alunos no PPP      |              | 0,201        |
| Metas de aprendizagem no PPP        | <b>0,419</b> |              |
| SQ Cargas Fatoriais                 | 1,273        | 0,745        |
| Proporção de Variância              | 0,212        | 0,124        |
| Variância Acumulada                 | 0,212        | 0,336        |

Nota: SQ = Soma de Quadrados.

Dois fatores distintos capturam aspectos centrais do Projeto Político-Pedagógico (Figura 18). O Fator 1 parece representar um construto relacionado ao conteúdo e objetivos do PPP em termos de metas e indicadores de desempenho. Por outro lado, o Fator 2 parece representar um construto relacionado à participação e envolvimento na elaboração e discussão do Projeto Político-Pedagógico.

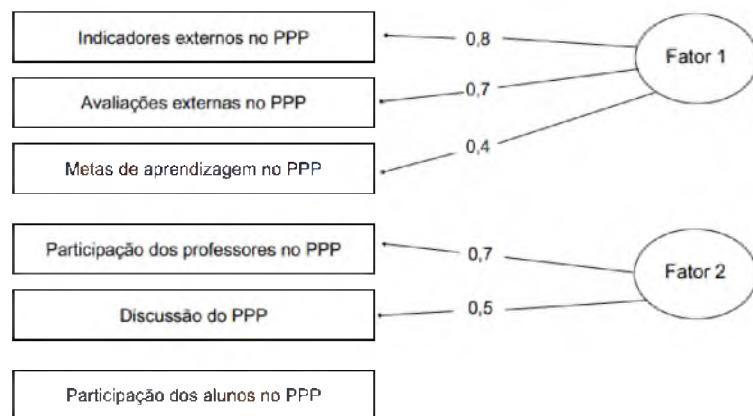


Figura 18: Composição de cada fator - dados dicotômicos do questionário do diretor

Para avaliar a consistência interna dos itens, foi calculado o Alfa de Cronbach. O Fator 1 apresentou um alfa de 0,65, indicando uma consistência questionável, enquanto o Fator 2 teve um alfa de 0,46, considerado inaceitável. Diante dos resultados insatisfatórios, os itens relacionados a esses fatores não foram utilizados na criação dos indicadores.

## 4.5 Indicadores de liderança e gestão escolar

Os indicadores utilizados foram construídos a partir dos resultados da AFE e calculados com base na média aritmética dos itens que os compõem. Cada indicador reflete uma dimensão identificada na análise, sendo composto por variáveis relacionadas entre si. A Tabela 15 apresenta um resumo de cada indicador, incluindo as variáveis que o constituem, conforme a estrutura fatorial identificada. Vale destacar que, com base no questionário do diretor, a variável *tempo com reuniões de professores*, que enfatiza a participação do diretor(a) em reuniões com os professores, formou um fator isolado, então ela será analisada separadamente.

Tabela 15: Indicadores de liderança e gestão escolar

| Indicador            | Descrição   | Variável  |
|----------------------|---|---|
| Liderança do diretor | Avalia a percepção dos professores sobre o engajamento do diretor na qualidade do ensino, gestão coletiva e normas administrativas.                       | Debate metas<br>Responsabilidade coletiva<br>Aperfeiçoamento profissional<br>Foco na aprendizagem<br>Foco em normas administrativas<br>Gestão e convivência |
| Gestão colaborativa  | Envolve a capacidade do diretor(a) de colaborar com a equipe escolar para resolver dificuldades em sala de aula e melhorar as relações com os estudantes. | Colaboração em sala<br>Relação com estudantes   |
| Apoio e confiança    | Destaca o apoio emocional oferecido pelo diretor(a) e a confiança que ele(a) inspira na equipe.   | Motivação do diretor<br>Confiança no diretor  |
| Gestão operacional   | Mensura o tempo dedicado pelo diretor a atividades operacionais, como manutenção escolar, segurança e alimentação.  | Tempo com atendimento aos professores<br>Tempo com merenda escolar<br>Tempo com manutenção escolar<br>Tempo com segurança escolar                           |
| Interações e suporte | Avalia o tempo gasto pelo diretor no atendimento a pais, alunos e no gerenciamento de conflitos escolares.  | Tempo com atendimento aos pais<br>Tempo com gerenciamento de conflitos<br>Tempo com atendimento aos alunos  |
| Conselho escolar     | Foca em discussões administrativas, institucionais e financeiras dentro do conselho escolar.  | Discussão de questões pedagógicas<br>Discussão de questões administrativas<br>Discussão de questões financeiras<br>Relacionamento com a comunidade          |

Após a definição dos indicadores, procedeu-se à análise de correlação a fim de identificar relações entre eles. A Figura 19 exibe a matriz de correlação de Pearson obtida.

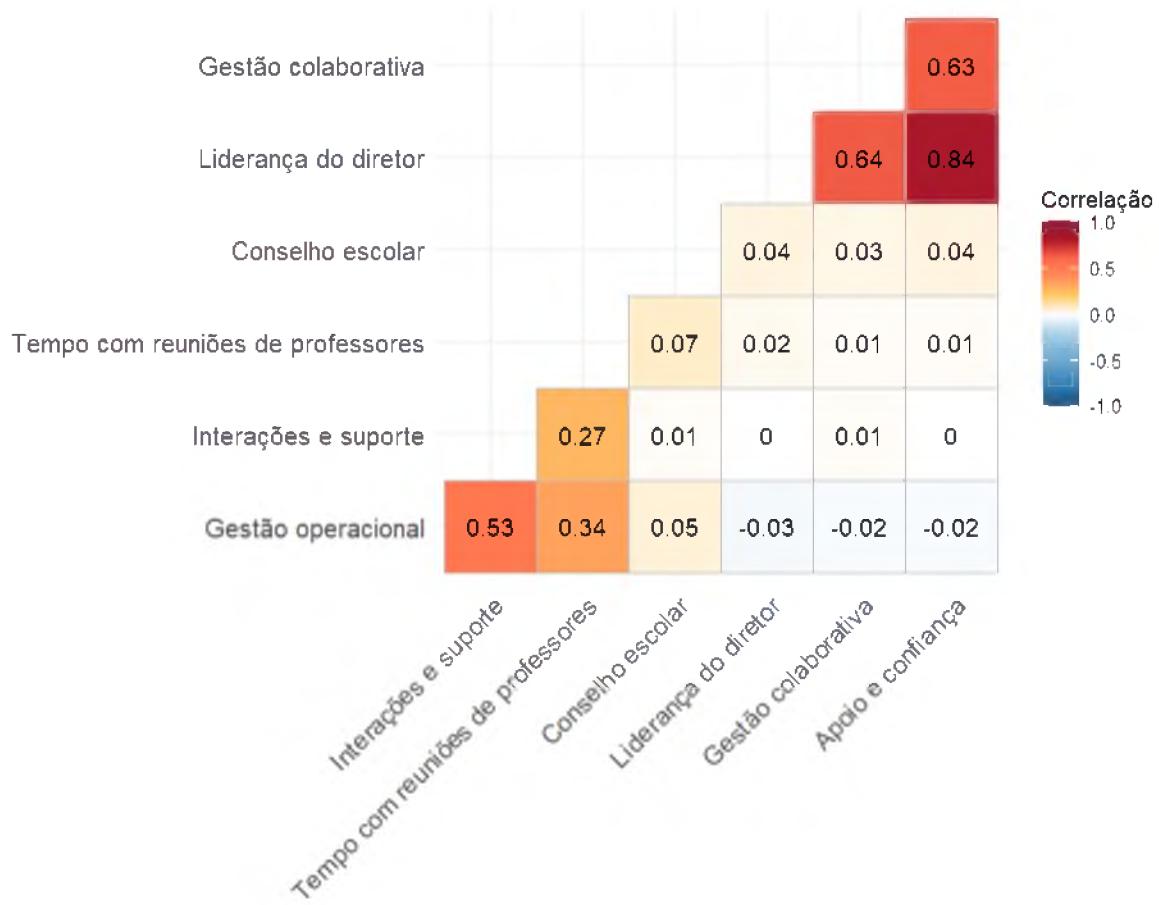


Figura 19: Matriz de correlação - indicadores

Entre os aspectos analisados, destaca-se a forte correlação positiva entre *liderança do diretor* e *apoio e confiança* percebidos pelos professores (0,84). Este resultado sugere que uma percepção positiva da liderança do diretor, especialmente no que diz respeito ao seu engajamento com a qualidade do ensino, gestão coletiva e normas administrativas, está fortemente associada ao apoio emocional e à confiança que ele(a) inspira na equipe escolar. Essa relação pode refletir a importância de uma liderança eficaz para promover um ambiente de confiança e apoio dentro da escola, o que pode impactar as dinâmicas de ensino e aprendizagem.

Adicionalmente, foi identificada uma correlação positiva forte entre *liderança do diretor* e *gestão colaborativa* (0,64), indicando que diretores com maior capacidade de liderança tendem a promover práticas colaborativas dentro da escola. Por sua vez, a correlação entre *gestão colaborativa* e *apoio e confiança* (0,63) sugere que a colaboração na gestão escolar fortalece a percepção de apoio e confiança no diretor. Dessa forma, a gestão colaborativa pode atuar como um mediador na construção de um ambiente escolar mais integrado.

A *gestão operacional* (mensurada pelo tempo dedicado pelo diretor a atividades operacionais, como manutenção escolar, segurança e alimentação) mostra uma correlação moderada com o indicador de *interações e suporte* (0,53). Esse valor indica que a maior dedicação do diretor à gestão das atividades operacionais tende a se associar a um maior envolvimento nas interações com pais, alunos e no gerenciamento de conflitos escolares, que são atividades relacionadas ao suporte e ao atendimento direto da comunidade escolar.

No entanto, *conselho escolar* e *tempo com reuniões de professores* apresentam correlações mais baixas, quase nulas, com os demais indicadores, sugerindo que não estão tão fortemente inter-relacionados com as outras práticas de gestão escolar apresentadas neste trabalho.

Além da análise das correlações internas entre os indicadores, também foi calculada a correlação de Pearson entre cada indicador de gestão escolar e a proficiência dos alunos em matemática. Os resultados dessas correlações estão apresentados na Tabela 16.

Tabela 16: Correlação dos indicadores com a proficiência média em matemática

| Indicador                         | Correlação com Proficiência |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| Gestão operacional                | -0,03                       |
| Interações e suporte              | 0,02                        |
| Conselho escolar                  | 0,01                        |
| Liderança do diretor              | 0,07                        |
| Gestão colaborativa               | 0,06                        |
| Apoio e confiança                 | 0,07                        |
| Tempo com reuniões de professores | 0,01                        |

Observa-se que, de maneira geral, não há uma relação substancial entre os indicadores de gestão escolar e o desempenho dos alunos em matemática. Embora as correlações internas entre os indicadores de gestão sejam evidentes, indicando interações entre as variáveis, suas relações com a proficiência dos alunos são praticamente inexistentes. Esse resultado sugere que os fatores representados pelos indicadores analisados não parecem exercer um impacto direto ou relevante sobre o desempenho acadêmico dos estudantes. Essa limitação pode refletir a complexidade do processo educacional, no qual outros fatores, não contemplados pelos indicadores analisados, podem exercer uma influência mais pronunciada sobre os resultados dos alunos.

## 4.6 Análise multinível

Para a análise de regressão multinível, as variáveis foram recodificadas conforme descrito a seguir. No nível do aluno:

- **Raça/cor:** variável dicotômica, codificada como 0 para alunos pretos, pardos, indígenas ou sem declaração de raça/cor, e 1 para alunos brancos ou amarelos.
- **Escolaridade da mãe:** variável ordinal com seis categorias: 0 = Não sei; 1 = Não completou o 5º ano do Ensino Fundamental; 2 = Ensino Fundamental incompleto (até o 5º ano); 3 = Ensino Fundamental completo; 4 = Ensino Médio completo; e 5 = Ensino Superior completo (faculdade ou graduação).
- **Repetência:** variável dicotômica, codificada como 0 para alunos que nunca repetiram e 1 para alunos que repetiram uma ou mais vezes.
- **Abandono escolar:** variável dicotômica, codificada como 0 para alunos que nunca abandonaram a escola e 1 para alunos que abandonaram uma ou mais vezes.

No nível da escola:

- **Nível socioeconômico da escola (NSE):** variável ordinal de 1 a 7.

As variáveis qualitativas foram transformadas em quantitativas para facilitar sua inclusão no modelo multinível. As variáveis dicotômicas foram recodificadas como 0 e 1, enquanto as variáveis ordinais, como *escolaridade da mãe* e *nível socioeconômico da escola*, foram convertidas em escalas crescentes. Para os alunos que não sabiam a escolaridade da mãe, a categoria ‘Não sei’ foi codificada como 0, uma vez que esses alunos apresentaram uma proficiência média semelhante à dos níveis mais baixos. Além disso, todas as variáveis, tanto do nível do aluno quanto da escola, foram centralizadas pela média. As recodificações realizadas foram fundamentadas em análises anteriores e na literatura existente (ANDRADE; LAROS; MARCIANO, 2012; KARINO; LAROS; VINHA, 2016).

A Tabela 17 apresenta os resultados do modelo nulo, o primeiro ajustado no processo de análise multinível conforme os passos descritos por Hox, Moerbeek e Schoot (2018), que não inclui variáveis explicativas.

Tabela 17: Modelo nulo (M0)

| Efeito Fixo      | Efeito    | EP            | Estatística t | p-valor |
|------------------|-----------|---------------|---------------|---------|
| Intercepto       | 220,82    | 0,13          | 1700,46       | <0,001  |
| Efeito randômico | Variância | Desvio Padrão | p-valor       |         |
| Nível 2 - escola | 651,04    | 25,52         | <0,001        |         |
| Nível 1 - aluno  | 1724,89   | 41,53         |               |         |
| <b>ICC</b>       |           | 0,27          |               |         |
| <b>Deviance</b>  |           | 20.248.472,77 |               |         |

Nota: EP = Erro Padrão.

A partir das informações referentes à variância dos níveis 1 e 2, foi possível calcular o coeficiente de correlação intraclasso

$$\text{ICC} = \frac{\sigma_{u0}^2}{\sigma_{u0}^2 + \sigma_e^2} = \frac{651,04}{651,04 + 1724,89} = 0,27. \quad (14)$$

O resultado obtido indica que, sem considerar as variáveis de alunos e da escola, 27% da variância do desempenho escolar dos alunos está relacionada ao nível da escola, reforçando a necessidade do uso de modelos de regressão multinível. Esse valor está dentro da faixa observada em outros estudos, em que a variação explicada pelo nível da escola assumiu valores entre 27% e 46% (ANDRADE; LAROS, 2007; ANDRADE; LAROS; MARCIANO, 2010; KARINO; LAROS; VINHA, 2016), indicando uma consistência com os achados da literatura.

Na etapa seguinte, foram incluídas as variáveis explicativas do nível do aluno (Modelo 1). As variáveis consideradas neste modelo foram: *raça/cor*, *escolaridade da mãe*, *nível econômico (NE) do aluno*, *repetência* e *abandono escolar*. Em seguida, foram introduzidas as variáveis do nível da escola (Modelo 2), que incluíram o *nível socioeconômico (NSE) da escola*, os indicadores de liderança e gestão escolar e a variável *tempo com reuniões de professores*. A Tabela 18 apresenta os resultados dos modelos ajustados.

No Modelo 1, a variável que apresentou o maior coeficiente foi *repetência*, e indicou que, em média, alunos que já repetiram o ano escolar uma ou mais vezes apresentam uma redução de 25,34 pontos no teste de matemática em comparação com aqueles que nunca repetiram. Esse achado corrobora a literatura que associa a repetência a dificuldades de aprendizagem acumuladas e desmotivação, impactando negativamente o desempenho acadêmico (BONAMINO; CORREA; SOARES, 2014). Além disso, nota-se também a forte influência do *nível econômico do aluno* sobre o desempenho, em que um aumento de uma unidade no NE do aluno gera, em média, um aumento de 12,46 pontos em sua nota no teste.

Tabela 18: Modelos com as variáveis explicativas do nível 1 (M1) e do nível 2 (M2) inseridas

| <b>Efeito Fixo</b>                  | <b>Modelo 1 (M1)</b> |           |                | <b>Modelo 2 (M2)</b> |           |                |
|-------------------------------------|----------------------|-----------|----------------|----------------------|-----------|----------------|
|                                     | <b>Efeito</b>        | <b>EP</b> | <b>p-valor</b> | <b>Efeito</b>        | <b>EP</b> | <b>p-valor</b> |
| Intercepto                          | 224,44               | 0,11      | <0,001         | 223,80               | 0,10      | <0,001         |
| <i>Variáveis do nível do aluno</i>  |                      |           |                |                      |           |                |
| Raça/cor                            | 3,33                 | 0,07      | <0,001         | 3,04                 | 0,07      | <0,001         |
| Escolaridade da mãe                 | 2,01                 | 0,02      | <0,001         | 2,03                 | 0,02      | <0,001         |
| NE do aluno                         | 12,46                | 0,12      | <0,001         | 10,51                | 0,12      | <0,001         |
| Repetência                          | -25,34               | 0,08      | <0,001         | -25,27               | 0,09      | <0,001         |
| Abandono escolar                    | -7,07                | 0,12      | <0,001         | -7,13                | 0,13      | <0,001         |
| <i>Variáveis do nível da escola</i> |                      |           |                |                      |           |                |
| NSE da escola                       | —                    | —         | —              | 9,89                 | 0,09      | <0,001         |
| Gestão operacional                  | —                    | —         | —              | -0,45                | 0,04      | <0,001         |
| Tempo com reuniões de professores   | —                    | —         | —              | 0,24                 | 0,04      | <0,001         |
| Liderança do diretor                | —                    | —         | —              | 3,35                 | 0,25      | <0,001         |
| Gestão colaborativa                 | —                    | —         | —              | 1,23                 | 0,19      | <0,001         |
| <b>Efeito randômico</b>             | <b>Variância</b>     | <b>DP</b> | <b>p-valor</b> | <b>Variância</b>     | <b>DP</b> | <b>p-valor</b> |
| Erro - Nível 1                      | 1554,66              | 39,43     |                | 1558,26              | 39,47     |                |
| Intercepto - Nível 2                | 432,13               | 20,79     | <0,001         | 301,42               | 17,36     | <0,001         |
| <b>Deviance</b>                     | 17.449.942,20        |           |                | 16.273.289,70        |           |                |
| <b>Variância explicada</b>          |                      |           |                |                      |           |                |
| Nível 1 - aluno                     | 9,87%                |           |                | 9,66%                |           |                |
| Nível 2 - escola                    | 33,62%               |           |                | 53,70%               |           |                |

Notas: EP = erro padrão; DP = desvio padrão.

O *abandono escolar*, com um coeficiente de -7,07, revelou-se um preditor importante, indicando que alunos que já abandonaram a escola apresentam, em média, uma redução de 7,07 pontos em seu desempenho em comparação aos que nunca abandonaram. A variável *raça/cor* também se destacou, sugerindo que, controlando as demais variáveis, alunos que se autodeclararam brancos ou amarelos têm um desempenho, em média, 3,33 pontos superior aos que se autodeclararam pretos, pardos ou indígenas. Além disso, a *escolaridade da mãe* apresentou um coeficiente de 2,01, indicando que um aumento na escolaridade materna está associado a um incremento médio de 2,01 pontos na nota do aluno.

A comparação entre o Modelo 1, que inclui as variáveis explicativas no nível do aluno, e o Modelo nulo, sem variáveis explicativas, revela uma melhoria no ajuste aos dados, evidenciada pela redução no *deviance*. Além disso, ao quantificar a variância explicada pelas variáveis independentes em relação ao Modelo nulo, observou-se que o Modelo 1 explica 9,87% da variância no nível do aluno e 33,62% da variância no nível da escola.

No Modelo 2 somente as variáveis *gestão operacional*, *tempo com reuniões de professores*, *liderança do diretor* e *gestão colaborativa* foram significativas ao nível de 5%, juntamente com o *nível socioeconômico da escola*. A Tabela 18 mostra que o *nível*

*socioeconômico da escola* tem um efeito positivo sobre o desempenho dos alunos. Em média, a transição de uma categoria de nível socioeconômico para a categoria imediatamente superior está associada a um aumento de 9,89 pontos no desempenho médio dos alunos, o que pode ser considerado relevante visto que o desvio padrão do desempenho em matemática nas escolas é de, aproximadamente, 27 pontos. Em relação às variáveis de gestão escolar, os resultados indicam que as variáveis de *liderança do diretor* (3,35) e *gestão colaborativa* (1,23) têm efeitos positivos no desempenho dos alunos, indicando que uma liderança forte e uma gestão colaborativa eficaz podem melhorar o desempenho escolar. A variável *tempo com reuniões de professores* tem um efeito positivo e menor que os demais (0,24), sugerindo que, embora contribua, seu impacto é limitado. Por outro lado, a *gestão operacional* apresenta um efeito negativo e fraco de -0,45, indicando que ao dedicar tempo excessivo a atividades operacionais, o diretor pode reduzir seu foco nas necessidades dos alunos. Essa sobrecarga de tarefas administrativas pode comprometer a capacidade do diretor de se envolver diretamente com as questões pedagógicas e de liderança, impactando negativamente o desempenho dos alunos.

Além disso, ao considerar a variância explicada pelos modelos em relação ao Modelo nulo, observa-se que o nível do aluno explica apenas 9,59% da variância. Em contrapartida, o nível da escola explica 53,70% da variância do desempenho, um valor consideravelmente alto, o que reforça a importância das características e condições da escola na determinação do desempenho escolar (KARINO; LAROS, 2017). Essa análise é corroborada pela redução no *deviance* em relação ao Modelo 1, evidenciando uma melhoria significativa no ajuste do modelo e reforçando a contribuição das variáveis explicativas do nível da escola incluídas.

O quarto passo consiste em verificar a existência de efeito randômico dos coeficientes das variáveis do nível do aluno. Esse procedimento investiga se o efeito das variáveis individuais dos alunos sobre a variável resposta varia significativamente entre as escolas, ou seja, se a relação entre uma característica do aluno e seu desempenho é constante em todas as escolas ou se sofre modulação dependendo do contexto escolar. No último passo, analisam-se os efeitos de interação entre os níveis. A Tabela 19 apresenta os Modelos 3 e 4, que avaliam, respectivamente, os efeitos randômicos das variáveis do nível do aluno e as interações entre os níveis.

A constatação de efeito randômico significativo para todas as variáveis do nível do aluno (*raça/cor, escolaridade da mãe, nível econômico, repetência e abandono escolar*) indica que a influência de cada uma dessas variáveis no desempenho não é uniforme entre as escolas (Tabela 19, Modelo 3). Com base nesse resultado, passou-se à análise

das interações entre os níveis, na qual três interações se mostraram estatisticamente significativas (Tabela 19, Modelo 4). A interação entre *raça/cor* e *nível socioeconômico da escola* sugere que a diferença no desempenho entre alunos brancos/amarelos e alunos pretos/pardos/indígenas é maior em escolas com níveis socioeconômicos mais elevados. Em outras palavras, escolas de alto NSE podem estar reproduzindo ou até ampliando as disparidades raciais já existentes. A interação entre *repetência* e *nível socioeconômico da escola* indica que o efeito negativo da repetência no desempenho é intensificado em escolas com níveis socioeconômicos mais altos. Apesar de tais escolas contarem com mais recursos e suporte pedagógico, esses benefícios parecem ser direcionados ou mais bem aproveitados pelos alunos com melhor desempenho, o que pode contribuir para a amplificação das desigualdades entre os estudantes. Por fim, a interação entre o *nível econômico do aluno* e o *nível socioeconômico da escola* indica que o efeito positivo do nível econômico do aluno na proficiência em matemática é amplificado em escolas com níveis socioeconômicos mais elevados, sugerindo que a condição socioeconômica da escola intensifica a relação entre o nível econômico individual e o desempenho em matemática.

Tabela 19: Modelos com efeitos randômicos (M3) e interações (M4)

| <b>Efeito Fixo</b>                  | <b>Modelo 3 (M3)</b> |                  |                | <b>Modelo 4 (M4)</b> |                  |                |
|-------------------------------------|----------------------|------------------|----------------|----------------------|------------------|----------------|
|                                     | <b>Efeito</b>        | <b>EP</b>        | <b>p-valor</b> | <b>Efeito</b>        | <b>EP</b>        | <b>p-valor</b> |
| Intercepto                          | 223,56               | 0,10             | <0,001         | 222,97               | 0,10             | <0,001         |
| <i>Variáveis do nível do aluno</i>  |                      |                  |                |                      |                  |                |
| Raça/cor                            | 2,87                 | 0,08             | <0,001         | 1,74                 | 0,08             | <0,001         |
| Escolaridade da mãe                 | 1,99                 | 0,02             | <0,001         | 1,99                 | 0,02             | <0,001         |
| NE do aluno                         | 10,51                | 0,13             | <0,001         | 10,07                | 0,14             | <0,001         |
| Repetência                          | -25,64               | 0,09             | <0,001         | -25,30               | 0,09             | <0,001         |
| Abandono escolar                    | -7,33                | 0,14             | <0,001         | -7,32                | 0,14             | <0,001         |
| <i>Variáveis do nível da escola</i> |                      |                  |                |                      |                  |                |
| NSE da escola                       | 9,41                 | 0,09             | <0,001         | 10,00                | 0,09             | <0,001         |
| Gestão operacional                  | -0,41                | 0,04             | <0,001         | -0,45                | 0,04             | <0,001         |
| Tempo com reuniões de professores   | 0,22                 | 0,04             | <0,001         | 0,22                 | 0,04             | <0,001         |
| Liderança do diretor                | 3,18                 | 0,24             | <0,001         | 3,22                 | 0,25             | <0,001         |
| Gestão colaborativa                 | 1,27                 | 0,19             | <0,001         | 1,27                 | 0,19             | <0,001         |
| <i>Efeitos de interação</i>         |                      |                  |                |                      |                  |                |
| Raça/cor x NSE da escola            | —                    | —                | —              | 2,44                 | 0,07             | <0,001         |
| Repetência x NSE da escola          | —                    | —                | —              | -2,44                | 0,09             | <0,001         |
| NE do aluno x NSE da escola         | —                    | —                | —              | 1,42                 | 0,13             | <0,001         |
| <b>Efeito randômico - Nível 1</b>   |                      | <b>Variância</b> | <b>DP</b>      | <b>Variância</b>     | <b>DP</b>        |                |
| Erro - Nível 1                      |                      | 1540,32          | 39,25          | 1539,85              | 39,24            |                |
| <b>Efeito randômico - Nível 2</b>   |                      | <b>Variância</b> | <b>DP</b>      | <b>p-valor</b>       | <b>Variância</b> | <b>DP</b>      |
| Intercepto - Nível 2                |                      | 296,07           | 17,21          | <0,001               | 296,50           | 17,22          |
| Raça/cor                            |                      | 15,07            | 3,88           | <0,001               | 7,35             | 2,71           |
| Escolaridade da mãe                 |                      | 0,87             | 0,94           | <0,001               | 0,90             | 0,95           |
| Nível econômico                     |                      | 66,85            | 8,18           | <0,001               | 65,50            | 8,09           |
| Repetência                          |                      | 28,40            | 5,33           | <0,001               | 25,15            | 5,01           |
| Abandono escolar                    |                      | 45,63            | 6,76           | <0,001               | 44,17            | 6,65           |
| <b>Deviance</b>                     |                      |                  | 16.270.278,29  |                      | 16.268.194,42    |                |

Notas: EP = erro padrão; DP = desvio padrão.

## 4.7 Análise de resíduos

Para avaliar se o modelo final (Modelo 4) atende às suposições de normalidade, homocedasticidade e linearidade, realizou-se uma análise dos resíduos nos níveis 1 e 2. A Figura 20 apresenta o gráfico dos resíduos *versus* escores normais, enquanto a Figura 21 exibe o gráfico dos resíduos *versus* valores preditos, ambos referentes ao nível 1.

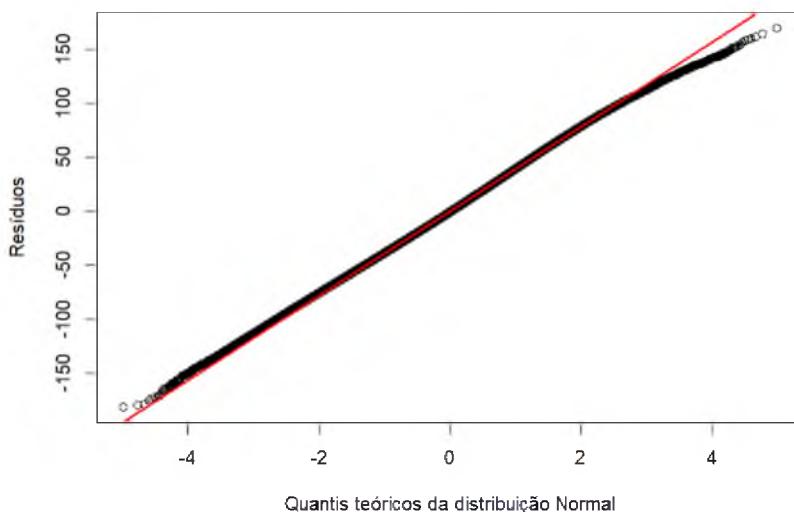


Figura 20: Gráfico dos resíduos *versus* escores normais para o nível 1

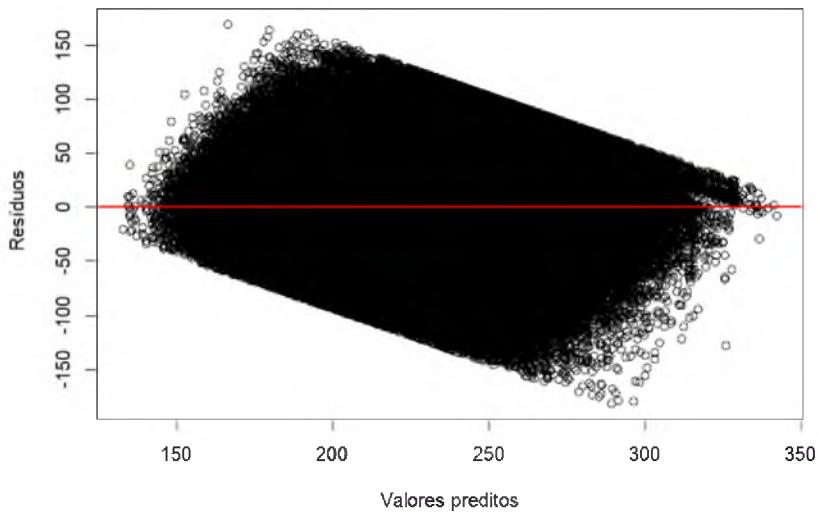


Figura 21: Gráfico dos resíduos *versus* valores preditos para o nível 1

Nota-se que não há desvios consideráveis dos pontos em relação à reta indicando adequação à normalidade. No entanto, os resíduos não estão distribuídos de maneira completamente aleatória em torno do zero, o que sugere a violação das suposições de homocedasticidade e linearidade.

A Figura 22 apresenta o gráfico dos resíduos *versus* escores normais, enquanto a Figura 23 exibe o gráfico dos resíduos *versus* valores preditos, ambos referentes às componentes aleatórias do nível 2.

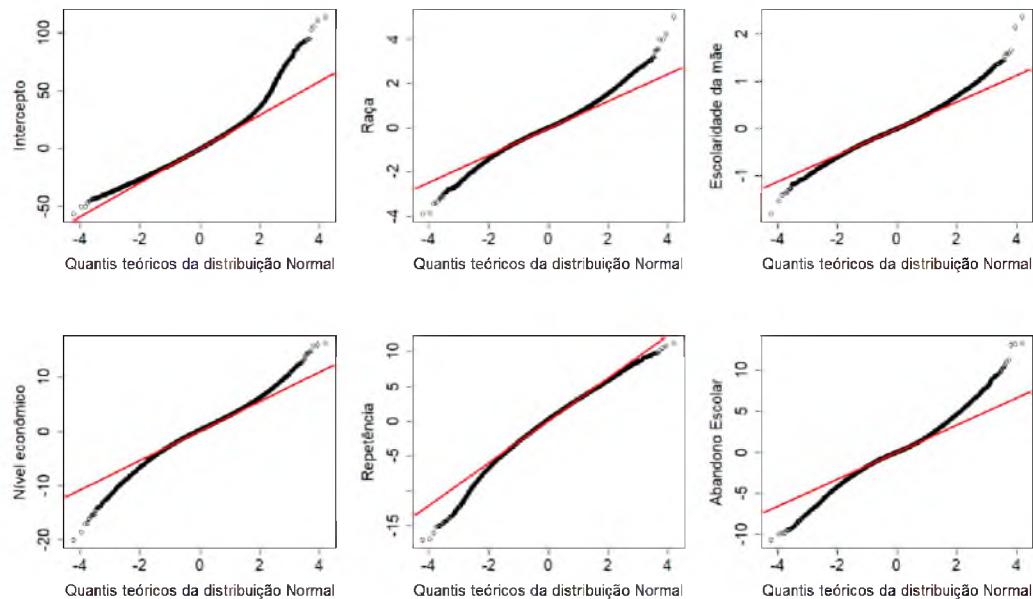


Figura 22: Gráfico dos resíduos *versus* escores normais para o nível 2

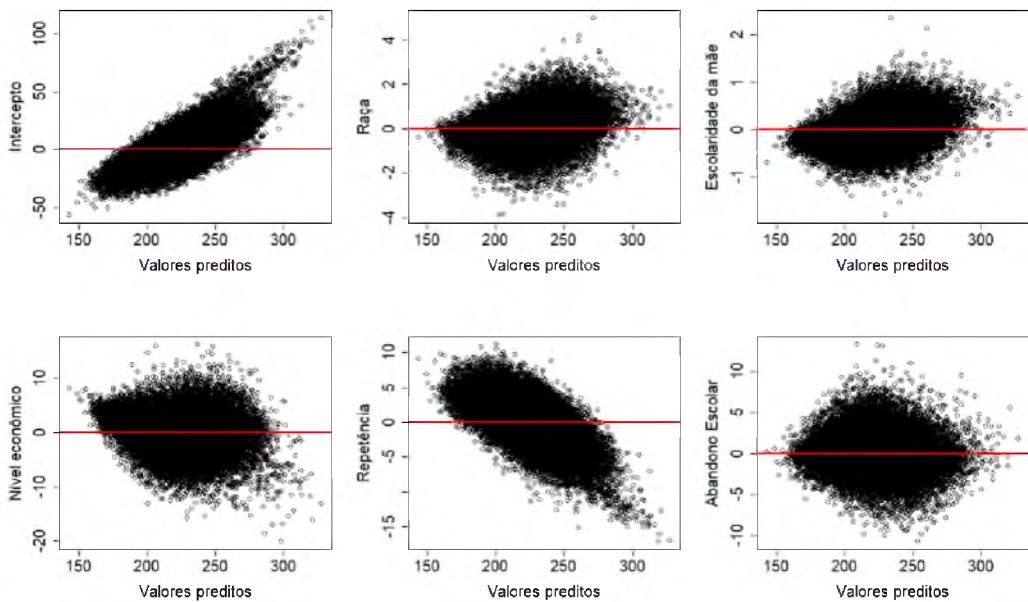


Figura 23: Gráfico dos resíduos *versus* valores preditos para o nível 2

Observa-se que todas as variáveis apresentam desvios nas caudas da distribuição, indicando violação da premissa de normalidade. Além disso, os resíduos não estão homogeneamente dispersos ao redor de zero, sugerindo violações da homocedasticidade e da linearidade.

## 5 Conclusão

A presente pesquisa teve como objetivo investigar a influência da atuação do diretor sobre o desempenho dos alunos em matemática. Para isso, foram utilizados os dados do questionário do SAEB da edição de 2019, e a análise foi conduzida por meio de um modelo de regressão multinível. Os resultados apontaram que a liderança do diretor, embora possa apresentar alguma influência no desempenho dos alunos, não se configura como o fator determinante neste contexto. A análise exploratória inicial dos indicadores de liderança e gestão escolar criados, já indicava uma baixa relação com a proficiência em matemática, o que foi corroborado pelos resultados da regressão multinível.

No nível do aluno, as variáveis com maior impacto no desempenho em matemática foram a *repetência* e o *nível econômico*. Alunos que repetiram pelo menos um ano escolar apresentam, em média, uma redução de 25 pontos na nota do SAEB, revelando um forte efeito negativo da repetência na proficiência. Esse resultado pode estar relacionado a dificuldades de aprendizagem acumuladas ao longo do tempo ou à desmotivação decorrente da experiência da reprovação. Por outro lado, o nível econômico mostrou-se um preditor positivo da proficiência, com cada unidade de aumento no nível econômico correspondendo a um aumento de 10 pontos na nota do SAEB. Isso sugere que um ambiente domiciliar mais estruturado, com melhores condições econômicas, pode oferecer melhores condições para o estudo e, consequentemente, impactar positivamente o desempenho dos alunos em Matemática.

No nível da escola, o nível socioeconômico destacou-se como o fator mais influente sobre o desempenho. Escolas com um nível socioeconômico mais elevado apresentam médias de proficiência superiores, com um aumento de 10 pontos na nota do SAEB para cada aumento no nível socioeconômico da escola. Esse efeito pode estar relacionado a melhores condições de infraestrutura, maior disponibilidade de recursos pedagógicos e um ambiente escolar mais favorável ao aprendizado. Esses achados reforçam a influência dos fatores socioeconômicos no desempenho escolar, convergindo com uma ampla literatura que aponta a desigualdade de recursos como um dos principais desafios para a equidade na educação (KARINO; LAROS, 2017).

É importante salientar que todas as variáveis do nível do aluno apresentaram efeito randômico, ou seja, variaram de escola para escola. Isso sugere que as características individuais dos alunos podem ter um impacto diferenciado no desempenho, dependendo da escola em que estão inseridos.

A análise de resíduos indicou violações das suposições de homocedasticidade e linearidade no nível 1, bem como de normalidade, homocedasticidade e linearidade no nível 2. No entanto, é fundamental destacar que os dados do SAEB 2019 foram coletados de forma censitária para escolas públicas situadas em zonas urbanas e rurais, com pelo menos 10 matrículas, nas disciplinas de língua portuguesa e matemática. Dessa forma, ainda que a violação de algumas suposições possa comprometer a confiabilidade do modelo para inferências estatísticas, entende-se que esse impacto é reduzido no contexto deste estudo, considerando que o objetivo não é a generalização para uma população maior. Hox e Maas (2005) destacam que estimativas enviesadas dos erros-padrão no segundo nível são comuns apenas em amostras pequenas (50 escolas ou menos), o que não se observa neste estudo, dado o número substancial de escolas incluídas. Além disso, Hox e Maas (2004) argumentam que a utilização de métodos de máxima verossimilhança para dados multinível com resíduos não normalmente distribuídos no nível do grupo (escola) apenas causa problemas quando se está interessado na significância ou nos intervalos de confiança dos termos de variância no segundo nível, o que também não se aplica ao presente estudo. Como recomendação para investigações futuras, sugere-se uma análise mais detalhada dos tipos de resíduos disponíveis e de suas distribuições, permitindo uma avaliação mais aprofundada do impacto das violações das suposições no ajuste do modelo.

Os achados desta pesquisa indicam que, embora a liderança do diretor tenha um papel relevante na organização escolar, fatores socioeconômicos e individuais exercem maior influência no desempenho dos alunos em matemática. A relação entre o nível econômico dos estudantes, o nível socioeconômico da escola e a proficiência reforça a necessidade de políticas públicas que mitiguem desigualdades educacionais e ofereçam suporte aos alunos em situação de vulnerabilidade. No entanto, isso não diminui a importância da gestão escolar, que pode atuar indiretamente na melhoria do aprendizado ao promover um ambiente de ensino estruturado, incentivar práticas pedagógicas eficazes e fomentar a colaboração entre professores e alunos. Karino e Laros (2017) destacam que as dificuldades de definição e mensuração dos fatores intraescolares evidenciam a complexidade de avaliar a influência da gestão escolar sobre o desempenho dos alunos. Embora a AFE tenha sido utilizada para construir os indicadores de liderança e gestão escolar, sua capacidade de refletir a atuação do diretor é limitada pela subjetividade das respostas e pela dificuldade de capturar aspectos qualitativos. Assim, em estudos futuros, outras técnicas podem ser exploradas. Considerando os resultados obtidos no presente trabalho, acredita-se que investir na qualificação da liderança escolar e em políticas de redução das desigualdades socioeconômicas seja fundamental para criar um ambiente educacional mais equitativo, favorecendo o aprendizado e a evolução dos alunos.

## Referências

ALMEIDA, V. F. d.; FARAGO, A. C. A importância do letramento nas séries iniciais. 2014.

ANDRADE, J. M. d.; LAROS, J. A. Fatores associados ao desempenho escolar: estudo multinível com dados do saeb/2001. *Psicologia: teoria e pesquisa*, SciELO Brasil, v. 23, p. 33–41, 2007.

ANDRADE, J. M. d.; LAROS, J. A.; MARCIANO, J. L. Fatores associados ao desempenho escolar em português: um estudo multinível por regiões. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, v. 20, n. 77, p. 623–646, 2012.

ANDRADE, J. M. d.; LAROS, J. A.; MARCIANO, J. L. P. Fatores que afetam o desempenho na prova de matemática do saeb: um estudo multinível. *Avaliação Psicológica: Interamerican Journal of Psychological Assessment*, Instituto Brasileiro de Avaliação Psicológica (IBAP), v. 9, n. 2, p. 173–186, 2010.

BONAMINO, A.; CORREA, E. V.; SOARES, T. M. Evidências do efeito da repetência nos primeiros anos escolares. *Estudos em Avaliação Educacional*, v. 25, n. 59, p. 242–269, 2014.

BORSA, J. C. et al. Dimensionalidade da escala de estresse percebido (perceived stress scale, pss-10) em uma amostra de professores. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, SciELO Brasil, v. 27, p. 38–43, 2014.

DAMÁSIO, B. F. Uso da análise fatorial exploratória em psicologia. *Avaliação Psicológica: Interamerican Journal of Psychological Assessment*, Instituto Brasileiro de Avaliação Psicológica (IBAP), v. 11, n. 2, p. 213–228, 2012.

FIELD, A. *Discovering Statistics Using IBM SPSS Statistics*. [S.l.]: SAGE Publications, 2018. ISBN 9781526419514.

FULLAN, M. *The New Meaning of Educational Change*. [S.l.]: Teachers College Press, 2007.

GEORGE, D.; MALLERY, P. *SPSS for Windows Step by Step: A Simple Guide and Reference, 11.0 Update*. [S.l.]: Allyn and Bacon, 2003. ISBN 9780205375523.

HAIR, J. et al. *Análise multivariada de dados - 6ed.* [S.l.]: Bookman, 2009. ISBN 9788577805341.

HOX, J. J.; MAAS, C. J. The influence of violations of assumptions on multilevel parameter estimates and their standard errors. *Computational statistics & data analysis*, Elsevier, v. 46, n. 3, p. 427–440, 2004.

HOX, J. J.; MAAS, C. J. Sufficient sample sizes for multilevel modeling. *Methodology*, Hogrefe & Huber Publishers, v. 1, n. 3, p. 86–92, 2005.

HOX, J. J.; MOERBEEK, M.; SCHOOT, R. v. d. *Multilevel analysis: Techniques and applications*. [S.l.]: Routledge, 2018.

- HUTCHESON, G.; SOFRONIOU, N. *The Multivariate Social Scientist: Introductory Statistics Using Generalized Linear Models*. [S.l.]: SAGE Publications, 1999. (Statistics Series). ISBN 9780761952015.
- JOHNSON, R.; WICHERN, D. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2007. (Applied Multivariate Statistical Analysis). ISBN 9780131877153.
- JÚNIOR, J. F. C. A importância da educação como ferramenta para enfrentar os desafios da sociedade da informação e do conhecimento. *Convergências: estudos em Humanidades Digitais*, v. 1, n. 01, p. 127–144, 2023.
- KARINO, C. A.; LAROS, J. A. Estudos brasileiros sobre eficácia escolar: uma revisão de literatura. *Examen: Política, Gestão e Avaliação da Educação*, v. 1, n. 1, p. 32–32, 2017.
- KARINO, C. A.; LAROS, J. A.; VINHA, L. G. d. A. Factors associated with mathematics performance in brazilian basic education. *Psico-USF*, SciELO Brasil, v. 21, p. 87–100, 2016.
- KUTNER, M. *Applied Linear Statistical Models*. [S.l.]: McGraw-Hill Irwin, 2005. (McGrwa-Hill international edition). ISBN 9780071122214.
- LÜCK, H. *Dimensões da gestão escolar e suas competências*. [S.l.]: Editora Positivo, 2009.
- MATOS, D. A. S.; RODRIGUES, E. C. *Análise fatorial*. [S.l.]: Escola Nacional de Administração Pública (Enap), 2019.
- OLIVEIRA, A. C. P. d. et al. Desempenho acadêmico, índice de liderança do diretor e índice de confiança do diretor. *Estudos em Avaliação Educacional*, Fundação Carlos Chagas, v. 34, 2023.
- PASQUALI, L. *Psicometria: teoria dos testes na psicologia e na educação*. [S.l.]: Editora Vozes Limitada, 2017.
- SILVA, F. S. *Eficácia escolar, liderança e aprendizagem nas escolas estaduais brasileiras: uma análise multivariada em painel*. Tese (Doutorado), 2020.
- SIMIELLI, L.; WEINSTEIN, J. *Liderança escolar: diretores como fatores-chave para a transformação da educação no Brasil*. [S.l.]: UNESCO, 2022.