



**Universidade de Brasília - UnB**  
**Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia - FCTE**  
**Engenharia Aeroespacial**

## **Bancada Experimental para Análises Aeroelásticas em Túnel de Vento**

**Autor:** Geovanna Dalinajara Abreu Smith Borges  
**Orientadora:** Dra. Polliana Candida Oliveira Martins  
**Coorientador:** Dr. Rafael Castilho Faria Mendes

**Brasília, DF**

**2025**



Geovanna Dalinajara Abreu Smith Borges

## **Bancada Experimental para Análises Aeroelásticas em Túnel de Vento**

Monografia submetida ao curso de graduação  
em Engenharia Aeroespacial da Universidade  
de Brasília, como requisito parcial para obten-  
ção do Título de Bacharel em Engenharia Aero-  
espacial.

Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia - FCTE

Orientador: Dra. Polliana Cândida Oliveira Martins  
Coorientador: Dr. Rafael Castilho Faria Mendes

Brasília, DF

2025

---

Geovanna Dalinajara Abreu Smith Borges

Bancada Experimental para Análises Aeroelásticas em Túnel de Vento / Geovanna  
Dalinajara Abreu Smith Borges. – Brasília, DF, 2025-

75 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Dra. Polliana Cândida Oliveira Martins

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia - FCTE , 2025.

1. Aeroelasticidade. 2. Ensaio Aeroelástico. I. Dra. Polliana Cândida Oliveira Martins. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Bancada Experimental para Análises Aeroelásticas em Túnel de Vento

---

Geovanna Dalinajara Abreu Smith Borges

## **Bancada Experimental para Análises Aeroelásticas em Túnel de Vento**

Monografia submetida ao curso de graduação  
em Engenharia Aeroespacial da Universidade  
de Brasília, como requisito parcial para obten-  
ção do Título de Bacharel em Engenharia Aero-  
espacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, :

---

**Dra. Polliana Cândida Oliveira Martins**  
Orientadora

---

**Dr. Rafael Castilho Faria Mendes**  
Coorientador

---

Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro

---

Dr. Luciano Gonçalves Noleto

Brasília, DF  
2025

*Dedico este trabalho aos meus pais que se fizeram gigantes para que eu pudesse me apoiar em seus ombros.*

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus pela minha vida e todas as oportunidades que Este me deu.

Agradeço aos meus pais: Kátia e Lobão, por acreditarem e me apoiarem em cada sonho que tive. Mais importante que sonhar é ter quem nutra e sustente esse sonho, obrigada por nunca me deixarem duvidar de mim mesma. A confiança de vocês em mim me fez acreditar também.

Agradeço aos meus avós: Liliane e George, que sempre cuidaram de mim e fizeram da minha infância um lugar mágico. O amor incondicional que apenas avós são capazes de dar me empulsionou durante toda a minha vida.

Ao meu irmão e a minha cunhada: Eduardo e Caroline, que me receberam em sua casa e em seus corações como filha. Cada passo dado e conquista realizada nesses anos passaram pelo amor, carinho e cuidado de vocês.

Aos meus padrinhos: Alessandra e Noel, que sempre foram grandes fãs meus e confiaram em meu potencial quando eu mesma chegava a duvidar, muito obrigada por nunca me deixarem desistir e desacreditar em mim. O amor de vocês me fez chegar até aqui.

À minha prima Camilla, cujo amor por sua profissão me inspira a me transformar na melhor profissional possível e cujo coração me inspira a me tornar a melhor pessoa possível.

Agradeço às minhas amigas: Giulia e Isa, que estiveram comigo em todos esses anos de curso e com as quais compartilhei os obstáculos, rimos e choramos nesses anos, mas o fizemos juntas.

Agradeço a minha família como um todo, é preciso uma vila para criar uma criança, vocês contribuíram para a formação do meu caráter.

Aos meus orientadores, Polliana e Rafael, que contribuíram diretamente para o desenvolvimento deste trabalho, enriquecendo o processo de aprendizado. E ao técnico de laboratório: Allan, que tornou possível o desenvolvimento deste trabalho.

Por fim, agradeço ao Clube de Regatas do Flamengo, que me ensinou a não desistir nunca e acreditar até o fim, pois uma virada impossível pode acontecer no minuto 91. Quisera eu ser imortal para viver a glória eterna do Flamengo.

*“Só há duas opções nesta vida:  
Se resignar ou se indignar.  
E eu não vou me resignar nunca.”  
(Darcy Ribeiro)*

# Resumo

O desenvolvimento da indústria aeroespacial impulsiona a exploração de novos materiais e estruturas, tornando necessárias experimentações preliminares do comportamento desses materiais quando submetidos a fenômenos de interação fluido-estrutura. Neste cenário, o *flutter*, manifestação clássica deste caso, é caracterizado por ser uma ocorrência aeroelástica dinâmica de difícil previsão, cujos efeitos oscilatórios podem acarretar amplitudes de crescimento exponencial, ocasionando uma falha estrutural. Considerando tal premissa, este estudo visa desenvolver um modelo de aparato aeroelástico para determinar o comportamento de uma asa retangular simétrica de madeira balsa em situações de escoamento semelhantes às submetidas na realidade. De forma análoga, enflechamento e centro de massa serão variados para avaliação da mudança do comportamento e suas implicações no deslocamento final. Para alcançar tal objetivo, baseou-se em um modelo aeroelástico previamente estudado e utilizado em análises semelhantes. Este modelo foi adaptado e utilizado no túnel de vento do Laboratório de Termofluidos da Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia. As ferramentas de auxílio utilizadas foram o *Tracker* para obtenção de dados referentes aos deslocamentos no plano Z e o *MATLAB* para a criação dos códigos utilizados para o desenvolvimento do gráfico Deslocamento x Tempo. Por fim, os resultados obtidos a partir dos experimentos foram graficamente dispostos de forma a facilitar a interpretação dos fenômenos obtidos.

**Palavras-chaves:** Aeroelasticidade. *Flutter*. Ensaio aeroelástico. Túnel de vento.

# Abstract

The development of the aerospace industry drives the exploration of new materials and structures, making preliminary experimentation necessary to understand the behavior of these materials when subjected to fluid-structure interaction phenomena. In this context, flutter, a classic manifestation of this phenomenon, is characterized as a dynamic aeroelastic occurrence that is difficult to predict, whose oscillatory effects can lead to exponentially growing amplitudes, resulting in structural failure. Given this premise, this study aims to develop an aeroelastic apparatus model to determine the behavior of a symmetric rectangular balsa wood wing under flow conditions similar to those experienced in real-world scenarios. Additionally, sweep angle and center of mass will be varied to assess changes in behavior and their implications on the final displacement. To achieve this objective, the study was based on an aeroelastic model previously studied and used in similar analyses. This model was adapted and tested in the wind tunnel at the Thermofluids Laboratory of the Faculty of Science and Technology in Engineering. The tools used for assistance included Tracker to obtain data related to displacements in the Z-plane and MATLAB to create the codes used for developing the Displacement vs. Time graph. Finally, the results obtained from the experiments were graphically presented to facilitate the interpretation of the observed phenomena.

**Key-words:** Aeroelastic. Flutter. Aeroelastic test. Wind tunnel

# Lista de ilustrações

Figura 1 – Diagrama de Collar. Fonte: MUKHOPADHYAY (2003) . . . . .	17
Figura 2 – Deformação típica do fenômeno de <i>flutter</i> . Fonte: MICELI (2024) . . . . .	18
Figura 3 – Primeiros modos de flexão da asa. Fonte: STEVENSON (1981) . . . . .	23
Figura 4 – Modelo Binário Aeroelástico . . . . .	32
Figura 5 – Gráfico V-g-f. (Adaptado: (WRIGHT and COOPER, 2015) . . . . .	37
Figura 6 – Gráfico comparacional <i>Flutter</i> x LCO . . . . .	39
Figura 7 – Protótipo projetado do PAPA (SANCHES, 2022) . . . . .	42
Figura 8 – Protótipo completo do modelo aeroelástico (SANTOS, 2024) . . . . .	42
Figura 9 – Modelo do Aparato Aeroelástico NATA (SANCHES, 2022) . . . . .	43
Figura 10 – Modelo do Aparato Aeroelástico Viga Flexível (ZHIYUAN, 2021) . . . . .	44
Figura 11 – Túnel de Vento do Laboratório de Termofluidos da FCTE . . . . .	47
Figura 12 – Desenho técnico do túnel de vento do Laboratório de Termofluidos . . . . .	48
Figura 13 – Fixação dos perfis de alumínio na placa de Material Composto de Alumínio . . . . .	49
Figura 14 – Placa de madeira balsa com o modelo de identificação de deslocamento . . . . .	50
Figura 15 – Aparato Aeroelástico disposto no Túnel de Vento . . . . .	50
Figura 16 – Configuração Asa Enflechada . . . . .	51
Figura 17 – Asa com configuração de variação de CM . . . . .	52
Figura 18 – Posicionamento da câmera de captação do experimento . . . . .	53
Figura 19 – Eixos de referência do deslocamento da asa . . . . .	54
Figura 20 – Exemplificação da utilização do Tracker . . . . .	54
Figura 21 – Diagrama V-G-F para o NACA 0012 . . . . .	55
Figura 22 – Média acumulada para o deslocamento em condição subcrítica . . . . .	57
Figura 23 – Síntese da Metodologia do Trabalho . . . . .	58
Figura 24 – Diagrama V-G-F para asa retangular estudada . . . . .	59
Figura 25 – Gráfico de média para o deslocamento a 4,39 m/s . . . . .	60
Figura 26 – Gráfico da média para o deslocamento a 8,38 m/s . . . . .	61
Figura 27 – Gráfico da média para o deslocamento de asa enflechada a 8,38 m/s . . . . .	63
Figura 28 – Gráfico da média acumulada para o deslocamento de asa com variação de CM a 4,39 m/s . . . . .	65

# Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação entre asa retangular e asa enflechada ( $V = 8,38 \text{ m/s}$ ) . . . . . 64

# **Lista de abreviaturas e siglas**

PRFC	Poliméricos Reforçados com Fibras
FSW	<i>Forward Swept Wing</i> - Asa de Enflechamento Negativo
AOI	<i>Angle of Incidence</i> - Ângulos de Incidência
V-g-f	Velocidade, amortecimento e frequência
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> - Dinâmica dos fluidos Computacional
PAPA	<i>Pitch and Plunge Aeroelastic Apparatus</i> - Aparelho de Arfagem e Mergulho
NATA	<i>Nonlinear Aeroelastic Testbed Apparatus</i> - Aparelho de Teste Aeroelástico Não Linear
TDT	<i>Langley Transonic Dynamics Tunnel</i> - Túnel de Dinâmica Transônica Langley
GDL	Graus De Liberdade
LCO	<i>Limit Cycle Oscillation</i> - Oscilação de Ciclo Limite
CM	Centro de Massa

# Listas de símbolos

$\alpha$	Ângulo de ataque
$\rho$	Massa Específica do ar
$\theta$	Deslocamento da asa em virtude da torção, movimento rotacional
$\zeta$	Fator de amortecimento, Taxa de amortecimento viscoso
$a$	Parâmetro adimensional- posição do centro elástico
$b$	Semi-corda do aerofólio
$d$	Derivada
$Hz$	Hertz
$\partial$	Derivada Parcial
$\mathbf{q}$	Vetor de coordenadas generalizadas
$\dot{z}_a$	Velocidade vertical na asa, ou seja, velocidade de subida/decida
EI	Rigidez a elasticidade
GJ	Rigidez a torção
$m, m_a, Msc$	Massa do sistema, massa por unidade da asa e massa por unidade da superfície de controle
$x_{ac}, x_f, x_h$	Posição do eixo aerodinâmico, eixo elástico e posição da superfície de controle
c	Corda do aerofólio, Coeficiente de amortecimento
s	Semi-envergadura da asa
t	Tempo
v	Velocidade de escoamento

$\mathbf{x}$	Vetor de estado, Vetor coluna de deslocamento
$\dot{\mathbf{x}}$	Velocidade, Derivada do vetor de estado em relação ao tempo
$\ddot{\mathbf{x}}$	Aceleração, Derivada do vetor de velocidade em relação ao tempo
$W$	Trabalho
$T$	Energia cinética
$U$	Energia Potencial
$\mathbf{f}(t)$	Força de excitação aplicada ao sistema em função do tempo
$K$	Rigidez da mola
$A$	Matriz de inércia estrutural
$B$	Matriz de amortecimento aerodinâmico
$C$	Matriz de rigidez aerodinâmica
$D$	Matriz de amortecimento estrutural
$E$	Matriz de rigidez estrutural
$\lambda$	Autovalor
$Q_x$	Força generalizada
$\mathbf{M}_{\dot{z}}, \mathbf{M}_{\dot{\theta}}$	Derivadas de momento
$k, \theta$	Coordenadas generalizadas
$\phi_k, \phi_\theta$	Formatos simples quaisquer
$\mathbf{M}_{\dot{\theta}}$	Derivada de amortecimento aerodinâmico de controle
$e$	Distância do centro aerodinâmico até o eixo elástico
$a_w$	Variação do coeficiente de sustentação em relação ao ângulo de ataque

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
<b>1.1</b>	<b>Contextualização</b>	<b>16</b>
<b>1.2</b>	<b>Motivação</b>	<b>18</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos</b>	<b>21</b>
<b>1.4</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>22</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>23</b>
<b>2.1</b>	<b>Aeroelasticidade Dinâmica</b>	<b>23</b>
<b>2.2</b>	<b>Fundamentos teóricos do <i>Flutter</i></b>	<b>24</b>
<b>2.3</b>	<b>Enflechamento de Asa</b>	<b>25</b>
<b>2.3.1</b>	Impacto do Enflechamento em Características Aerodinâmicas	26
<b>2.3.1.1</b>	Enflechamento Positivo	26
<b>2.3.1.2</b>	Enflechamento Negativo	27
<b>2.3.2</b>	Impacto do Enflechamento em Cargas Estruturais	27
<b>2.3.2.1</b>	Enflechamento Positivo	27
<b>2.3.2.2</b>	Enflechamento Negativo	28
<b>2.4</b>	<b>Forças Aerodinâmicas</b>	<b>28</b>
<b>2.4.1</b>	Forças Circulatórias	29
<b>2.4.2</b>	Forças Não Circulatórias	30
<b>2.4.3</b>	Efeitos de Compressibilidade	31
<b>2.5</b>	<b>Modelo Matemático Aeroelástico</b>	<b>32</b>
<b>2.5.1</b>	Resolução do Modelo Matemático Aeroelástico	35
<b>2.5.1.1</b>	Solução por Autovalores e Autovetores	35
<b>2.5.1.2</b>	Método P - K	36
<b>2.5.2</b>	Gráfico V-g-f e Velocidade de <i>Flutter</i>	37
<b>2.6</b>	<b>Oscilação Ciclo Limite</b>	<b>38</b>
<b>2.7</b>	<b>Aparatos Aeroelásticos</b>	<b>39</b>
<b>2.7.1</b>	PAPA	40
<b>2.7.2</b>	NATA	43
<b>2.7.3</b>	Flexible Beam <i>Flutter</i> Apparatus	44
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>46</b>
<b>3.1</b>	<b>Determinação do Aparato Aeroelástico</b>	<b>46</b>
<b>3.2</b>	<b>Modelo Aeroelástico</b>	<b>46</b>
<b>3.3</b>	<b>Túnel de Vento</b>	<b>47</b>

<b>3.4</b>	<b>Montagem do Aparato Aeroelástico</b>	<b>48</b>
3.4.1	Asa Retangular Simétrica	49
3.4.2	Asa Rígida Enflechada	51
3.4.3	Asa com uma Variação de Centro de Massa	51
<b>3.5</b>	<b>Aquisição de dados</b>	<b>52</b>
<b>3.6</b>	<b>Cálculo de Velocidade Crítica</b>	<b>54</b>
<b>3.7</b>	<b>Procedimentos</b>	<b>56</b>
3.7.1	Protocolo Experimental	56
3.7.2	Determinação do Tempo de Experimento	57
<b>3.8</b>	<b>Tratamento de Dados</b>	<b>58</b>
<b>4 RESULTADOS</b>		<b>59</b>
4.0.1	Velocidade de 4,39 m/s	60
4.0.2	Velocidade de 8,38 m/s	61
<b>4.1</b>	<b>Asa Rígida Enflechada</b>	<b>63</b>
<b>4.2</b>	<b>Asa Retangular com Variação de Centro de Massa</b>	<b>64</b>
<b>5 CONCLUSÕES</b>		<b>67</b>
<b>5.1</b>	<b>Síntese dos Resultados</b>	<b>67</b>
<b>5.2</b>	<b>Objetivos Alcançados</b>	<b>68</b>
<b>5.3</b>	<b>Sugestões para Trabalhos Futuros</b>	<b>69</b>
<b>Referências</b>		<b>70</b>
<b>APÊNDICES</b>		<b>73</b>
<b>Appendices</b>		<b>73</b>
<b>A</b>	<b>CÓDIGO MATLAB - DETERMINAÇÃO DA MÉDIA ACUMULADA</b>	<b>74</b>
<b>B</b>	<b>CÓDIGO MATLAB - MÉDIA DE DESLOCAMENTO EM Z DA ASA RÍGIDA</b>	<b>75</b>

# 1 Introdução

## 1.1 Contextualização

Aeroelasticidade é o ramo científico presente na Engenharia Aeroespacial voltado ao estudo das consequências da interação entre forças iniciais, elásticas e aerodinâmicas, atuantes simultaneamente em uma estrutura. Nesse contexto, as forças iniciais decorrem das acelerações inerentes a todo corpo com massa, as forças elásticas surgem das deformações da estrutura em movimento e as forças aerodinâmicas são provenientes do escoamento do fluido no qual o corpo está inserido ([HODGES, 2002](#)).

Para fins acadêmicos, estabelece-se uma distinção fundamental entre aeroelasticidade estática e aeroelasticidade dinâmica. No primeiro caso, as forças e os deslocamentos são considerados independentes do tempo, o que permite desprezar os efeitos iniciais devido à sua dependência da aceleração. Dessa forma, a análise restringe-se às forças aerodinâmicas estacionárias, ou seja, invariantes no tempo ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

Como consequência, a modelagem de fenômenos aeroelásticos estáticos — tais como divergência, redistribuição de cargas aerodinâmicas e reversão de comandos — apresenta menor complexidade matemática e computacional quando comparada à análise de fenômenos dinâmicos ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

No domínio da aeroelasticidade dinâmica, o tempo emerge como uma variável fundamental na descrição do movimento, introduzindo novas camadas de complexidade na modelagem dos sistemas aeroelásticos. Neste contexto, passam a ser consideradas forças iniciais, critérios de estabilidade dinâmica e efeitos de perturbações externas. Consequentemente, a análise de fenômenos dinâmicos — tais como *flutter*, *buffeting* e cargas induzidas por rajadas — exige formulações matemáticas mais sofisticadas em comparação com problemas estáticos ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

Esta relação entre domínios pode ser observada pelo diagrama de Collar, Fig. 1 cujo papel é o de auxiliar na representação dos fenômenos aeroelásticos e na forma como os estudos das áreas podem ser relacionados.

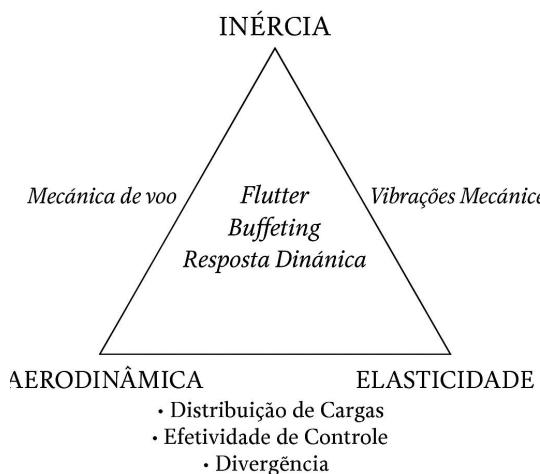


Figura 1 – Diagrama de Collar. Fonte: [MUKHOPADHYAY \(2003\)](#)

Especificando as três instabilidades estáticas fundamentais, determina-se a **divergência** como o fenômeno no qual o momento de arfagem gerado pela alta pressão dinâmica do escoamento supera o limite de rigidez torsional da asa. A **redistribuição de cargas** refere-se à transferência de esforços internos em uma estrutura devido a alterações em sua rigidez, geometria ou condições de carregamento. E, por fim, a **reversão de controles** como o efeito no qual a aplicação de um comando resulta em uma resposta estrutural oposta à intencional, caracterizando uma condição crítica para a manobrabilidade da aeronave ([HODGES, 2002](#)).

Dentre os fenômenos aeroelásticos dinâmicos, o **buffeting** configura-se como uma instabilidade aerodinâmica de particular relevância em aeronaves de alta manobrabilidade. Este fenômeno se caracteriza pelo surgimento de vibrações estruturais não estacionárias, resultantes da interação entre componentes da aeronave e vórtices desprendidos de escoamentos separados. Estes vórtices convectados interagem dinamicamente com as superfícies de controle a jusante, induzindo excitações periódicas que se manifestam predominantemente no estabilizador vertical ([BISPLINHOFF et al., 1996](#)).

O **flutter**, outro importante fenômeno aeroelástico dinâmico, é definido como uma instabilidade aeroelástica autoexcitada, resultante do acoplamento entre dois ou mais modos de vibração estrutural. Sua manifestação ocorre quando a aeronave atinge uma velocidade crítica (velocidade de *flutter*), na qual o amortecimento aerodinâmico total do sistema torna-se nulo ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

Inicialmente, o aumento da velocidade promove um incremento no amortecimento aerodinâmico, estabilizando as oscilações em amplitudes limitadas (*flutter limit-cycle*). Contudo, ao aproximar-se da condição crítica, o amortecimento decresce até sua anulação, momento em que o sistema perde sua capacidade dissipativa. Nessa configuração, perturbações infinitesimais desencadeiam oscilações divergentes e não amortecidas, configurando a instabilidade de *flutter*.

Fig. 2 . Inicialmente, o aumento da velocidade promove um incremento no amortecimento aerodinâmico, estabilizando as oscilações em amplitudes limitadas (*flutter limit-cycle*). Contudo, ao aproximar-se da condição crítica, o amortecimento decresce até sua anulação, momento em que o sistema perde sua capacidade dissipativa. Nessa configuração, perturbações infinitesimais desencadeiam oscilações divergentes e não amortecidas, configurando a instabilidade de *flutter*. Tal efeito é identificado na Fig. 2 .



Figura 2 – Deformação típica do fenômeno de *flutter*. Fonte: [MICHELI \(2024\)](#)

Como estabelecido por [BISPLINHOFF et al. \(1996\)](#), as oscilações características do *flutter* possuem natureza autossustentada, dispensando, portanto, a atuação contínua de excitações externas para sua manutenção.

Esse fenômeno se manifesta tipicamente como um sistema de ressonâncias fluido-estruturais de amplificação rápida. A essência não linear intrínseca a essas interações resulta em um comportamento dinâmico complexo, de difícil modelagem analítica e predição numérica. As consequências operacionais associadas a esta instabilidade podem assumir caráter particularmente severo, compreendendo desde processos graduais de degradação estrutural por mecanismos de fadiga dinâmica até cenários críticos de falha catastrófica, incluindo a completa perda de controlabilidade da aeronave ([BISPLINHOFF et al., 1996](#)).

## 1.2 Motivação

A natureza potencialmente catastrófica dos fenômenos aeroelásticos - tanto de origem estática quanto dinâmica - impõe a necessidade imperativa de sua mitigação como condição fundamental para a garantia da integridade estrutural, manutenção dos requisitos de segurança operacional e otimização do desempenho aerodinâmico-estrutural.

Contudo, esta exigência representa um paradoxo tecnológico contemporâneo: os avanços em materiais avançados (compósitos de alta razão resistência/peso) e geometrias aerodinâ-

micas otimizadas (asas de alto alongamento e superfícies adaptativas) acarretam, como efeito colateral indesejável, a amplificação da suscetibilidade a interações aeroelásticas (COSTA, 2007).

Os avanços significativos no domínio da Ciência e Engenharia de Materiais têm impulsionado a adoção progressiva de materiais compósitos em componentes estruturais aeronáuticos. Essa tendência tecnológica deriva principalmente das propriedades mecânicas superiores apresentadas por esses materiais, que oferecem vantagens críticas para aplicações aerospaciais. Dentre essas características destacam-se a elevada razão resistência-específica/peso ( $\sigma/\rho$ ) e uma notória versatilidade de aplicação (GUIMARÃES, 2016).

Como exemplo desta predileção, destaca-se o Boeing 787, aeronave *wide-body* de última geração que incorpora conceitos avançados de engenharia. Neste modelo, observa-se uma redução significativa na utilização de ligas metálicas convencionais (alumínio e titânio) em favor de compósitos poliméricos reforçados com fibras (PRFCs), os quais representam aproximadamente 50 % da massa estrutural total da aeronave (GAY and HOA, 2015).

Segundo discutido por COSTA (2007) esta transição paradigmática no projeto aeronáutico acarreta um aumento significativo da flexibilidade estrutural dos componentes, introduzindo complexidades adicionais no regime de carregamento. A estrutura passa a estar submetida não apenas a cargas estáticas convencionais e condições aerodinâmicas estacionárias, mas também a excitações dinâmicas não estacionárias decorrentes de:

- Acoplamentos aeroelásticos não lineares;
- Efeitos transientes em manobras;
- Interações fluido-estrutura em altos regimes de escoamento.

Igualmente na área de otimização de aeronaves, o desenvolvimento de veículos de alta performance tem sido marcado por significativos avanços na compreensão aerodinâmica. As pesquisas conduzidas por Busemann estabeleceram os fundamentos teóricos para o emprego do enflechamento de asas como mecanismo eficiente para a redução do arrasto compressível em velocidades supersônicas (ANDERSON, 2017).

O princípio físico, conforme elucidado por Busemann, baseia-se na relação entre a componente normal da velocidade do escoamento em relação à borda de ataque e a formação de ondas de choque. Ao se introduzir um ângulo de enflechamento adequado, reduz-se substancialmente a componente perpendicular da velocidade, mitigando, consequentemente, a intensidade do arrasto de onda característico de regimes supersônicos (ANDERSON, 2017).

A aplicação prática deste conceito reflete-se no projeto de aeronaves de alta velocidade, desde plataformas de combate como o F-16 Fighting Falcon até aeronaves executivas como o Embraer Phenom 100. A configuração de asa enflechada demonstra particular eficácia na atenuação dos efeitos adversos inerentes aos regimes transônico e supersônico, onde se observa não

apenas a degradação do desempenho aerodinâmico devido ao aumento do arrasto compressível, mas também a ocorrência de fenômenos como a separação do escoamento e a perda abrupta de sustentação (RAYMER, 2018).

A análise comparativa entre as configurações de enflechamento positivo e negativo (Forward-Swept Wing - FSW) revela características aerodinâmicas distintas. Enquanto as asas convencionais com enflechamento positivo apresentam tendência à separação do escoamento nas regiões próximas às extremidades, resultando em *stall* inicial nas pontas da asa, as configurações com enflechamento negativo exibem um comportamento aerodinâmico inverso. Neste último caso, a separação do escoamento manifesta-se preferencialmente nas regiões proximais à raiz da asa, preservando a qualidade do escoamento sobre as superfícies de controle mesmo em condições de elevado ângulo de ataque (RAYMER, 2018).

Contudo, a implementação de configurações com enflechamento negativo enfrenta desafios estruturais significativos, particularmente no que concerne à estabilidade aeroelástica. O fenômeno de divergência aeroelástica, inerente a esta configuração, decorre do acoplamento positivo entre a deformação estrutural e as cargas aerodinâmicas (RAYMER, 2018).

Quando submetida a carregamentos aerodinâmicos, a flexão característica de uma asa com enflechamento negativo resulta no incremento do ângulo de ataque efetivo nas regiões distais, o que por sua vez induz aumento adicional na sustentação local e, consequentemente, na magnitude do carregamento estrutural (RAYMER, 2018). Este mecanismo de realimentação positiva pode conduzir a condições de instabilidade estrutural crítica, impondo severas restrições ao projeto de aeronaves empregando esta configuração.

Em paralelo a tais avanços, a Administração Nacional de Aeronáutica e Espaço (NASA) e a Comissão Europeia têm fomentado pesquisas para quantificar a relação entre o incremento da razão de aspecto das asas e a eficiência energética em aeronaves. Estudos empíricos demonstram que a ampliação da envergadura em 15-23% resulta em reduções mensuráveis no consumo específico de combustível da ordem de 8-11%, evidenciando os benefícios aerodinâmicos desta abordagem (MARCHETTI et al., 2022).

Entretanto, esta solução de projeto, embora vantajosa sob as perspectivas econômica e ambiental, introduz desafios estruturais significativos. As configurações de alta razão de aspecto implicam necessariamente maior susceptibilidade a fenômenos aeroelásticos, tais quais (MA and ELHAM, 2024):

- Instabilidades do tipo *flutter* em modos acoplados
- Efeitos de divergência estática
- Respostas dinâmicas não lineares em regime turbulento

O estudo aprofundado desses fenômenos aeroelásticos configura-se como imperativo para a garantia da integridade estrutural de aeronaves, uma vez que sua natureza não linear e potencialmente instável pode conduzir a cenários de falha catastrófica (WRIGHT and COOPER, 2015). Nesse contexto, a caracterização experimental mediante ensaios em túneis de vento com modelos dinâmicos escalados consolida-se como metodologia fundamental.

Conforme discutido por CHOWDHURY and SARKAR (2003), esta abordagem permite a identificação precisa dos limites de estabilidade aeroelástica, a validação de modelos numéricos e a quantificação de amortecimento aerodinâmico.

A metodologia padrão dos testes envolve: modelos híbridos (estruturas flexíveis acopladas a componentes rígidos), simulação de rigidez equivalente parametrizada e instrumentação precisa (sensores de deslocamentos e acelerômetros) (CHOWDHURY and SARKAR, 2003).

Denomina-se **aparato aeroelástico** a estrutura que, além de sustentar o protótipo, permite a movimentação dos seus graus de liberdade (GDL) para a realização dos testes desejados. O'NEIL et al. (1996) desenvolveu o NATA (*Nonlinear Aeroelastic Test Apparatus*) com o objetivo de analisar a resposta não linear do *flutter*, enquanto o *YF-17 AFS Program* foi criado para estudar a estabilidade e o controle da aeronave sujeita a *buffeting* em altos ângulos de ataque.

Reconhecendo a relevância dos ensaios experimentais em túneis de vento para a compreensão de fenômenos aeroelásticos, o presente trabalho propõe a investigação sistemática destes fenômenos mediante a utilização de um aparato aeroelástico didático. O objetivo é servir como ferramenta de estudo e consulta para a comunidade acadêmica, incentivando a realização de novas pesquisas sobre testes de fenômenos aeroelásticos, com foco em *flutter* nas universidades.

Dessa forma, realizou-se uma comparação entre dados experimentais e resultados analíticos obtidos via modelo simplificado por meio da bancada experimental proposta e desenvolvida pioneiramente no novo túnel de vento do Laboratório de Termofluidos na Faculdade de Ciências e Tecnologia em Engenharia (FCTE).

### 1.3 Objetivos

O objeto geral deste trabalho consiste em consolidar uma bancada aeroelástica na Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia (FCTE), garantindo parâmetros metrológicos adequados para investigações científicas em aeroelasticidade. Dentre os objetivos específicos estão incluídos:

- Determinar a velocidade crítica de *flutter* para uma asa retangular simétrica de madeira balsa, comparando resultados experimentais com previsões teóricas (método P-K e diagramas V-g-f).

- Investigar a influência de parâmetros como enflechamento (45 graus) e variação do centro de massa (CM) no comportamento aeroelástico, quantificando mudanças nas amplitudes de oscilação e estabilidade dinâmica.

## 1.4 Organização do trabalho

Capítulo 1 fornece a contextualização e motivação para o presente estudo, assim como seus objetivos gerais e específicos.

Capítulo 2 resume-se à revisão bibliográfica do fenômeno aeroelástico *flutter*, assim como à exposição do aparato escolhido a ser utilizado no túnel de vento.

Capítulo 3 refere-se à metodologia do estudo, com uma documentação cuidadosa da montagem e desenvolvimento do aparato aeroelástico, assim como à obtenção e tratamento de dados utilizado para gerar os resultados analíticos.

Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos por meio da bancada experimental dos testes de *flutter* e discute acerca dos fenômenos relacionados a esses resultados;

Capítulo 5 encerra com as conclusões acerca do trabalho realizado, avalia se os objetivos foram alcançados e deixa sugestões para trabalhos futuros.

## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Aeroelasticidade Dinâmica

A aeroelasticidade dinâmica caracteriza-se pela análise dos mecanismos de acoplamento fluido-estrutura que governam a resposta temporal de sistemas aeroelásticos submetidos a carregamentos dinâmicos ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Dentre os fenômenos mais críticos neste contexto, destacam-se o *flutter* e o *buffeting*, cuja relevância advém de suas naturezas potencialmente catastróficas. Ambos os fenômenos apresentam características não lineares marcantes e sensibilidade pronunciada às condições operacionais, demandando abordagens analíticas sofisticadas para sua adequada caracterização e prevenção ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

A compreensão dos fenômenos aeroelásticos demanda uma análise integrada que considere simultaneamente as características vibracionais da estrutura aeronáutica e os campos de pressão aerodinâmica por ela gerados. Esta abordagem requer a determinação precisa tanto dos modos naturais de vibração da estrutura quanto das distribuições de pressão aerodinâmica associadas aos movimentos estruturais ([STEVENSON, 1981](#)).

Na prática, tanto em análises computacionais quanto experimentais, verifica-se a impossibilidade de caracterizar todos os modos de vibração de uma aeronave em condições de voo livre. Diante desta limitação, adota-se como prática a seleção de um conjunto finito de modos estruturais dominantes, como por exemplo o primeiro modo de flexão simétrico Fig. 3a e o primeiro antissimétrico Fig. 3b ([STEVENSON, 1981](#)).



(a) Primeiro modo de flexão simétrico da asa

(b) Primeiro modo de flexão antissimétrico da asa

Figura 3 – Primeiros modos de flexão da asa. Fonte: [STEVENSON \(1981\)](#)

Tais modos capturam de forma satisfatória o comportamento dinâmico essencial da estrutura. Esta aproximação fundamenta-se no princípio de que os modos de baixa frequência são predominantes na resposta dinâmica global do sistema, sendo, portanto, suficientes para uma análise precisa dos fenômenos aeroelásticos mais relevantes (STEVENSON, 1981).

A realização de análises aeroelásticas detalhadas constitui uma exigência técnica fundamental, não obstante os custos envolvidos neste processo. Esta necessidade decorre do atual paradigma de projeto aeronáutico, que preconiza estruturas com características de rigidez e resistência estritamente otimizadas para desempenhar suas funções específicas (STEVENSON, 1981).

Essa abordagem de projeto implica na obrigatoriedade de conduzir novas avaliações do comportamento dinâmico sempre que ocorrem modificações nos parâmetros de carregamento, incluindo alterações na capacidade de combustível, instalação de equipamentos adicionais como sondas instrumentais, ou qualquer outra variação significativa na configuração original (STEVENSON, 1981).

Particularmente em aeronaves de alto desempenho, esta exigência adquire especial relevância devido à sensibilidade dos parâmetros aerodinâmicos às características geométricas dos componentes adicionais. Incrementos de massa mínimos podem produzir efeitos profundamente desestabilizadores quando posicionados em regiões estruturalmente sensíveis, particularmente aquelas situadas a considerável distância do eixo elástico principal (STEVENSON, 1981).

Este fenômeno resulta de alterações complexas no tensor de inércia da configuração global, modificações nas frequências naturais dos modos críticos e variações nos mecanismos de acoplamento energia aerodinâmica-estrutural (STEVENSON, 1981).

## 2.2 Fundamentos teóricos do *Flutter*

O fenômeno de *flutter* em asas retas engastadas manifesta-se através do acoplamento dinâmico entre os modos de flexão e torção. Esta instabilidade aeroelástica requer fundamentalmente a interação entre múltiplos graus de liberdade, evidenciando que sistemas restritos exclusivamente ao movimento de flexão não desenvolvem *flutter*. Configurações com apenas grau de liberdade de torção tornam-se suscetíveis ao *flutter* de *stall* em condições próximas ao ângulo crítico (FUNG, 1955).

Estudos no domínio da dinâmica aeroelástica revelam a atuação simultânea de mecanismos de amortecimento estrutural e aerodinâmico durante as oscilações de uma asa em regime de voo. A velocidade, ao atingir um valor crítico, implica na inversão do amortecimento efetivo para um dos modos acoplados. Esta transição marca o início de um regime de oscilações não amortecidas, caracterizado pelo crescimento exponencial das amplitudes vibratórias e pela perda de estabilidade dinâmica (BISPLINHOFF et al., 1996).

As manifestações da instabilidade aeroelástica podem assumir diversas configurações espaciais complexas, incluindo não apenas o clássico acoplamento flexão-torção da estrutura alar, mas também interações asa-motor (*engine-whirl*) e acoplamentos multimodais em estruturas de geometria complexa. A análise matemática deste fenômeno é descrita pela equação característica do sistema, que incorpora as matrizes de massa, amortecimento e rigidez - tanto aerodinâmicas quanto estruturais - cujo determinante se anula na condição crítica de flutter ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Estes princípios fundamentais possuem implicações diretas no projeto aeroespacial moderno, servindo como base para a determinação de margens de segurança contra o *flutter*, a definição de envelopes operacionais seguros e o desenvolvimento de sistemas avançados de supressão ativa de vibrações. O domínio teórico-prático desses mecanismos constitui um elemento essencial para garantir a segurança e eficácia de estruturas aeronáuticas sujeitas a carregamentos dinâmicos complexos ([BISPLINHOFF et al., 1996](#)).

## 2.3 Enflechamento de Asa

Do ponto de vista conceitual, a adoção de asas enflechadas apresenta desvantagens aerodinâmicas e estruturais intrínsecas. Essa configuração eleva o peso estrutural da aeronave, reduz a sustentação máxima por um fator proporcional ao cosseno do ângulo de enflechamento ( $\Lambda$ ) e degrada a eficiência aerodinâmica de *ailerons* e *flaps* devido à diminuição da componente normal do escoamento. Contudo, paradoxalmente, a maioria das aeronaves de alta velocidade emprega esse recurso geométrico, cuja justificativa transcende a mitigação dos efeitos compressíveis em regimes transônicos e supersônicos ([RAYMER, 2018](#)).

Uma motivação crítica reside nas restrições de design impostas pela configuração da fuselagem. Quando o layout estrutural não permite posicionar o longoar (*carry-through*) da asa na posição ideal para equilíbrio estático, o enflechamento surge como solução. Esse cenário é particularmente relevante em aeronaves com configuração *canard* e propulsão *pusher* (traseira), que frequentemente apresentam desbalanceamento longitudinal (tendência *tail-heavy*). Nesses casos, o enflechamento desloca o centro aerodinâmico para posições mais posteriores, restabelecendo a estabilidade longitudinal ([RAYMER, 2018](#)).

A adoção de asas enflechadas é ainda justificada por outros dois efeitos aerodinâmicos. Primeiramente, o enflechamento confere estabilidade lateral inerente através da indução de um efeito diedro natural, que surge da distribuição assimétrica de sustentação quando a aeronave experimenta ângulos de derrapagem ([RAYMER, 2018](#)).

Secundariamente, verifica-se um incremento significativo na eficiência aerodinâmica em configurações que incorporam dispositivos de ponta de asa (*winglets*) ou superfícies verticais terminais (*tip fins*). Este aprimoramento decorre do aumento do braço de momento direcional:

o enflechamento amplifica a distância entre o centro aerodinâmico da empenagem vertical e o centro de gravidade da aeronave, elevando a eficácia do momento restaurador (RAYMER, 2018).

Apesar dos benefícios aerodinâmicos e estruturais mencionados, é fundamental destacar que a adoção de asas enflechadas introduz implicações significativas no comportamento aeroelástico da aeronave.

A interação entre enflechamento e razão de aspecto influencia diretamente o comportamento dinâmico em altos ângulos de ataque. Essa combinação determina a suscetibilidade ao *pitch-up*, fenômeno no qual a aeronave experimenta uma divergência não comandada em arfagem próxima ao ângulo de *stall*. Tal condição, caracterizada pela migração não linear do centro aerodinâmico, pode evoluir para um *stall* profundo e perda irreversível de controle (RAYMER, 2018).

De forma análoga, o enflechamento altera substancialmente as características de rigidez estrutural e as interações fluido-estrutura, potencializando fenômenos como divergência estática, *flutter* e problemas de carga divergente (SADRAEY, 2020).

### 2.3.1 Impacto do Enflechamento em Características Aerodinâmicas

#### 2.3.1.1 Enflechamento Positivo

Conforme supramencionado, o enflechamento positivo acentua significativamente o efeito diedro natural da asa, resultando em uma redução mensurável do arrasto induzido, porém com a consequente amplificação da instabilidade modal conhecida como *Dutch Roll* - fenômeno caracterizado pelo acoplamento dinâmico não linear entre os modos de guinada e rolagem. Este efeito aerodinâmico apresenta implicações operacionais críticas, particularmente no domínio de baixas velocidades e altos ângulos de ataque (SADRAEY, 2020).

Do ponto de vista das características de *stall*, o enflechamento positivo demonstra efeitos particularmente adversos. À medida que o ângulo de ataque se aproxima do regime crítico, observa-se a formação de um gradiente de pressão acentuado ao longo da envergadura, promovendo a migração do escoamento em direção às regiões extremas da asa. Este mecanismo físico precipita a separação prematura do escoamento nas seções de ponta, estabelecendo um padrão de *stall* assimétrico estruturalmente desfavorável (SADRAEY, 2020).

Esta condição aerodinâmica gera dois efeitos primários de natureza crítica:

- Primeiramente, a perda de sustentação nas regiões extremas provoca um deslocamento anterior do centro aerodinâmico efetivo, induzindo um momento de arfagem positivo não comandado (*nose pitch-up moment*). Este fenômeno, caracterizado por uma divergência não linear do ângulo de ataque, representa um caso clássico de instabilidade estática lon-

gitudinal, com potenciais consequências catastróficas para a controlabilidade da aeronave ([SADRAEY, 2020](#)).

- Secundariamente, observa-se uma degradação acentuada da autoridade em rolagem (*roll authority*), onde mesmo excitações moderadas nos eixos lateral e direcional podem resultar em inclinações assimétricas não amortecidas durante o *stall*. Quando esta condição ocorre em fases críticas do voo, particularmente durante aproximações finais ou manobras próximas ao solo, as implicações para a segurança operacional tornam-se extremamente severas, frequentemente resultando em cenários de perda de controle irreversível ([SADRAEY, 2020](#)).

### 2.3.1.2 Enflechamento Negativo

A configuração de enflechamento negativo apresenta influências marcantes no comportamento aerodinâmico da aeronave. Primeiramente, observa-se uma redução quantificável no efeito diedro natural da asa, decorrente da alteração na distribuição do escoamento *spanwise* e na resposta às perturbações laterais. Esta característica resulta em uma atenuação significativa da tendência de rolagem associada ao modo oscilatório lateral-direcional *Dutch roll* ([SADRAEY, 2020](#)).

Do ponto de vista das características de *stall*, o enflechamento negativo demonstra propriedades aerodinâmicas vantajosas. A distribuição dos coeficientes de sustentação ao longo da envergadura assemelha-se ao padrão observado em asas retangulares, promovendo uma progressão do *stall* que se inicia na região da raiz e propaga-se gradualmente em direção às pontas. Este comportamento desejável mantém a efetividade dos controladores laterais durante as fases iniciais do *stall*, proporcionando maior margem de segurança operacional ([SADRAEY, 2020](#)).

Contudo, esta configuração aerodinâmica apresenta desafios estruturais consideráveis, particularmente no que concerne aos fenômenos aeroelásticos. O enflechamento negativo está sujeito a deformações estruturais prejudiciais decorrentes das interações fluido-estrutura, que podem comprometer a integridade da aeronave e seu desempenho operacional ([ISOGAI, 1979](#)).

## 2.3.2 Impacto do Enflechamento em Cargas Estruturais

### 2.3.2.1 Enflechamento Positivo

A configuração de enflechamento positivo introduz consideráveis desafios estruturais. O posicionamento posterior do centro de pressão em relação ao eixo estrutural da raiz da asa resulta em um incremento substancial nos momentos torsóres atuantes sobre a estrutura. Este efeito é particularmente pronunciado devido ao braço de momento aumentado entre o ponto de aplicação das forças aerodinâmicas e o eixo de flexão primário da asa ([ISOGAI, 1979](#)).

Sob condições operacionais, observa-se que os perfis aerodinâmicos localizados nas regiões distais sofrem deformações estruturais significativas que reduzem sistematicamente seus ângulos de incidência (AOI). Esta resposta estrutural é amplificada exponencialmente durante a deflexão dos *ailerons*, criando um cenário propício para a manifestação do fenômeno de reversão de rolagem (*roll-reversal*) (ISOGAI, 1979).

Em velocidades críticas - tipicamente próximas ou além da velocidade de divergência aeroelástica - esta configuração pode levar a respostas de controle paradoxais, onde comandos de rolagem convencionais produzem efeitos opostos aos desejados. Especificamente, uma entrada de comando para rolagem à esquerda pode resultar em um movimento efetivo de rolagem à direita, e vice-versa, representando uma séria limitação operacional (ISOGAI, 1979).

### 2.3.2.2 Enflechamento Negativo

A adoção de enflechamento negativo na configuração aerodinâmica promove uma redução inicial dos esforços torsóres atuantes na estrutura da asa, fenômeno este decorrente do posicionamento anterior do centro de pressão aerodinâmico em relação ao eixo de flexão estrutural da raiz. Esta condição persiste até a obtenção de um ponto crítico operacional, além do qual se observa o estabelecimento de um regime de torção estrutural divergente (ISOGAI, 1979).

O mecanismo físico subjacente a este comportamento não-linear caracteriza-se por um processo de realimentação positiva: o incremento progressivo do Ângulo de Incidência (AOI) nas seções distais da asa provoca um aumento correspondente na distribuição de sustentação local, o que, por sua vez, amplifica ainda mais os valores de AOI através de acoplamentos aerodinâmico-estruturais (ISOGAI, 1979).

Este ciclo autoalimentado de deformações torsionais e redistribuição de cargas aerodinâmicas impõe requisitos quanto à rigidez estrutural da asa. A necessidade de mitigação eficaz deste fenômeno de divergência aeroelástica torna-se parâmetro fundamental no dimensionamento estrutural, demandando soluções de projeto que garantam adequada resistência aos momentos torsóres em todo o envelope operacional da aeronave (ISOGAI, 1979).

A análise quantitativa desta condição crítica deve considerar não apenas as propriedades materiais da estrutura, mas também os acoplamentos dinâmicos entre os modos de flexão e torção em diferentes regimes de voo.

## 2.4 Forças Aerodinâmicas

Do ponto de vista da mecânica dos fluidos, o *flutter* é definido como uma instabilidade aeroelástica autoinduzida, resultante exclusivamente da interação entre as forças aerodinâmicas e a resposta estrutural do corpo, na ausência de excitações externas. Essa condição é satisfeita

quando o sistema é capaz de extrair energia líquida do escoamento circundante (FUNG, 2002).

A estabilidade aerodinâmica do sistema pode ser determinada mediante uma análise energética ao longo de um ciclo completo de oscilação. Um corpo é considerado aerodinamicamente instável quando, após um ciclo, a energia transferida do fluido para a estrutura excede as dissipações inerentes ao sistema. Na hipótese de um sistema conservativo ideal — desprovido de amortecimento interno ou forçantes externas —, tal balanço energético positivo configura uma condição necessária e suficiente para a ocorrência de *flutter* (FUNG, 2002).

Conforme supramencionado, as forças aerodinâmicas constituem o mecanismo primário de transferência energética neste sistema acoplado, atuando como agente de realimentação das oscilações estruturais. Este processo gera um ciclo de retroalimentação positiva no qual, quando as contribuições do amortecimento aerodinâmico negativo excedem a capacidade dissipativa intrínseca da estrutura, instala-se a condição crítica de *flutter* (FUNG, 2002). A modelagem matemática destes fenômenos requer a consideração de três componentes aerodinâmicas distintas.

Primeiramente, as forças circulatórias, descritas pela função de Theodorsen, capturam os efeitos da formação e convecção de vórtices no bordo de fuga. Em segundo lugar, as forças não circulatórias, associadas à aceleração do fluido circundante. Por fim, os efeitos decorrentes da compressibilidade do escoamento, que se tornam particularmente relevantes em regimes transônicos e hipersônicos, onde a formação de ondas de choque introduz não linearidades significativas no comportamento aerodinâmico (DOWELL and ILGAMOV, 1988).

#### 2.4.1 Forças Circulatórias

A Função de Theodorsen ( $C(k)$ ), formulada originalmente por THEODORSEN (1935), é uma função complexa, definida para escoamentos incompressíveis e movimentos harmônicos, que modela matematicamente a redução na sustentação aerodinâmica decorrente da formação e desenvolvimento de vórtices no bordo de fuga do perfil. Sua relevância teórica e prática reside na capacidade de predizer com precisão as condições críticas de acoplamento entre as excitações aerodinâmicas e os modos de vibração estrutural que culminam no fenômeno de *flutter*.

Conforme Wright and Cooper (2007) (apud THEODORSEN (1935), p. 157) Sua função definida para um perfil aerodinâmico oscilante harmônico em um escoamento incompressível é expressa como:

$$C(K) = \frac{H_1^{(2)}(k)}{H_1^{(2)}(k) + iH_0^{(2)}(k)} \quad (2.1)$$

Em que,

$k = \frac{\omega b}{V}$  = Frequência reduzida (razão entre a frequência de oscilação ( $\omega$ ), semi-corda ( $b$ ) e a velocidade do escoamento ( $V$ ))

$H_n^{(2)}$  = Funções de Hankel de segundo tipo que relacionam as funções de Bessel  $J_n(k)$  e  $Y_n(k)$ .

Analiticamente a componente real ( $\mathcal{R}[C(k)]$ ) governa os mecanismos de dissipação energética do sistema, sendo que valores negativos desta grandeza em determinadas faixas de frequência reduzida indicam transferência líquida de energia do escoamento para a estrutura. Complementarmente, a componente imaginária ( $\mathcal{I}[C(k)]$ ) introduz uma defasagem temporal entre os deslocamentos estruturais e as forças aerodinâmicas induzidas, possibilitando a realização de trabalho positivo pelo escoamento ao longo de cada ciclo de oscilação.

A condição crítica de *flutter* materializa-se precisamente quando a combinação específica entre frequência reduzida ( $k$ ) e velocidade do escoamento ( $V$ ) resulta no cancelamento exato do amortecimento total do sistema - isto é, quando a soma do amortecimento estrutural intrínseco e das contribuições aerodinâmicas, estas últimas moduladas por  $C(k)$ , se anula. Este equilíbrio dinâmico, formalizado através da solução do problema de autovalor associado às equações do movimento aeroelástico, representa o limiar além do qual as oscilações estruturais tornam-se divergentes (THEODORSEN, 1935).

#### 2.4.2 Forças Não Circulatórias

As forças não circulatórias, também denominadas forças de massa adicionada, originam-se da aceleração do campo fluido circunvizinho a um perfil aerodinâmico em movimento. Estas forças assumem particular relevância na análise do fenômeno de *flutter*, especialmente em regimes dinâmicos caracterizados por elevadas frequências reduzidas ( $k = b/V > 1$ ), onde seus efeitos tornam-se dominantes no acoplamento fluido-estrutura (DOWELL and ILGAMOV, 1988).

Em um perfil 2D oscilante, as forças não circulatórias são derivadas do potencial de velocidade e expressas como:

$$L_{nc} = \pi \rho b^2 (\ddot{h} - ba\ddot{\rho}) \quad (2.2)$$

$$M_{nc} = \pi \rho b^3 (-a\ddot{h} + b(\frac{1}{8} + a^2)\ddot{\alpha}) \quad (2.3)$$

Em que,

$L_{nc}$  ,  $M_{nc}$  = Sustentação e Momento não circulatórios, respectivamente

$\rho$  = Massa Específica do ar

$b$  = Semi-corda do perfil

$a$  = Posição do eixo elástico

Do ponto de vista dinâmico, a atuação destas forças manifesta-se através de dois mecanismos fundamentais.

Primariamente, induzem uma alteração nas frequências naturais do sistema estrutural, efeito este decorrente da adição de massa efetiva ao sistema mecânico. Esta massa adicional, proveniente da inércia do fluido acelerado, reduz significativamente as frequências naturais associadas aos modos de flexão e torção. Tal redução frequencial pode promover a convergência das frequências modais, criando condições propícias para o acoplamento crítico entre modos e, consequentemente, para o desencadeamento da instabilidade aeroelástica (DOWELL and ILGAMOV, 1988).

Secundariamente, as forças não circulatórias modificam substancialmente a relação de fase entre o movimento estrutural e a distribuição de pressões aerodinâmicas. Quando combinadas com as forças circulatórias descritas pela função de Theodorsen, estas forças podem alterar de maneira significativa a velocidade crítica de *flutter*, seja antecipando ou retardando o limiar de instabilidade (FUNG, 2002).

Esta interação dinâmica complexa entre componentes circulatórios e não circulatórios pode resultar em comportamentos aeroelásticos não intuitivos, particularmente em configurações onde os efeitos iniciais do fluido tornam-se dominantes em relação aos efeitos viscosos e circulatórios (FUNG, 2002).

### 2.4.3 Efeitos de Compressibilidade

A análise dos fenômenos aeroelásticos em regimes transônicos ( $Mach = 0.8\text{-}1.2$ ) e hipersônicos ( $Mach > 5$ ) revela efeitos significativos da compressibilidade que influenciam decisivamente a estabilidade dinâmica de estruturas aeronáuticas. Nestes regimes, observa-se a formação de ondas de choque estacionárias e móveis, redistribuição não linear de pressões aerodinâmicas e alterações marcantes nas características de amortecimento do sistema (DOWELL and ILGAMOV, 1988).

No domínio transônico, a dinâmica das ondas de choque assume particular relevância, com sua posição oscilando em resposta aos movimentos estruturais. Esta oscilação modifica substancialmente a distribuição de pressão ao longo do perfil aerodinâmico, criando condições propícias para a separação da camada limite a jusante da região de choque. Tal fenômeno gera cargas aerodinâmicas altamente não lineares que comprometem significativamente a eficácia do amortecimento aerodinâmico, conforme documentado em estudos de *flutter* transônico em configurações de asa (DOWELL and ILGAMOV, 1988).

A natureza intrínseca do escoamento transônico manifesta-se ainda através de não linearidades aerodinâmicas que invalidam a proporcionalidade direta entre forças aerodinâmicas e parâmetros cinemáticos convencionais (Número de Mach). Esta característica pode levar à ocorrência de múltiplos pontos de instabilidade (fenômeno de coalescência modal) e ao surgimento de Oscilações Ciclo Limite (LCOs), mesmo em condições de voo substancialmente inferiores à velocidade crítica de *flutter* prevista por análises lineares tradicionais (DOWELL and ILGA-

MOV, 1988).

No regime hipersônico, a análise aeroelástica torna-se ainda mais complexa devido à influência crítica da camada limite. Sua espessura e estado (laminar ou turbulento) afetam diretamente tanto a distribuição de pressão quanto o momento aerodinâmico resultante, introduzindo não linearidades dinâmicas adicionais que podem desestabilizar modos estruturais originalmente estáveis (WRIGHT and COOPER, 2015).

A operação em altas altitudes características de voos hipersônicos acrescenta outra camada de complexidade, com o aumento do número de Knudsen (Kn) decorrente da rarefação atmosférica. Esta condição torna inadequadas as abordagens clássicas baseadas na hipótese do contínuo, exigindo métodos cinéticos para caracterização adequada das forças aerodinâmicas e, consequentemente, reduzindo significativamente a previsibilidade do comportamento aeroelástico (DOWELL and ILGAMOV, 1988).

## 2.5 Modelo Matemático Aeroelástico

A utilização da asa retangular sem enflechamento é utilizada para explicar o conceito de *flutter* binário clássico. Em que é possível identificar na representação Fig.4 a envergadura  $s$ , a corda  $c$  com dois movimentos de flexão e torção. (WRIGHT and COOPER, 2015)

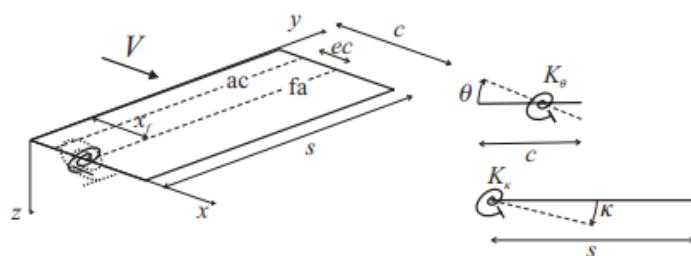


Figura 4 – Modelo Binário Aeroelástico

Estes movimentos são promovidos por duas molas rotacionais encontradas na raiz da asa para fornecer os graus de liberdade de *flap* ( $k$ ) e arfagem ( $\theta$ ).

Assumindo que a massa é uniformemente distribuída, o deslocamento em  $z$  de um ponto qualquer na asa é representado por:

$$z(x, y, t) = yk(t) + (x - x_f)\theta(t) = \phi_k k + \phi_\theta \theta \quad (2.4)$$

Em que,

$k, \theta$  = Coordenadas generalizadas

$\phi_k, \phi_\theta$  = Formatos simples quaisquer

A formulação lagrangiana, mediante o balanço energético entre as energias cinética - dinâmica do movimento - e potencial - elasticidade estrutural proveniente das molas-, estabelece as equações governantes para a asa retangular, conforme:

$$T = \int_{wing} \frac{1}{2} dm \dot{z}^2 = \frac{m}{2} \int_0^s \int_0^c (y\dot{k} + (x - x_f)\dot{\theta})^2 dx dy \quad (2.5)$$

$$U = \frac{1}{2} \int EI \left( \frac{d^2 z}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \int GJ \left( \frac{d\theta}{dy} \right)^2 dy \quad (2.6)$$

Aplicando Lagrange para ambas coordenadas generalizadas, obtém-se:

$$\frac{dT}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{k}} \right) = m \int_0^s \int_0^c (y^2 \ddot{k} + y(x - x_f) \ddot{\theta}) dx dy = m \left[ \frac{s^3 c}{3} \ddot{k} + \frac{s^2}{2} \left( \frac{c^2}{2} - x_f c \right) \ddot{\theta} \right] \quad (2.7)$$

$$\frac{dT}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) = m \int_0^s \int_0^c [y(x - x_f) \ddot{k} + (x - x_f)^2] dx dy = m \left[ \frac{s^2}{2} \left( \frac{c^2}{2} - x_f c \right) \ddot{k} + s \left( \frac{c^3}{3} - c^2 x_f^2 c \right) \ddot{\theta} \right] \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial U}{\partial k} = K_k k \quad \frac{\partial U}{\partial \theta} = K_\theta \theta \quad (2.9)$$

A equação de movimento para a asa, sem adição de forças aerodinâmicas, pode ser descrita, portanto, por:

$$\begin{bmatrix} \frac{ms^3 c}{3} & \frac{ms^2}{2} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) \\ \frac{ms^2}{2} \left( \frac{c^2}{2} - cx_f \right) & ms \left( \frac{c^3}{3} - c^2 x_f + c^2 x_f \right) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{k} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_K & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} k \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

A matriz de inércia assume a forma:

$$\begin{bmatrix} I_k & I_{k\theta} \\ I_{k\theta} & I_\theta \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Ao se adicionar as forças aerodinâmicas por meio das Equações de Lagrange, em que as deflexões incrementais equivalem ao trabalho realizado, estas assumem a forma de:

$$Q_k = \frac{\partial(\delta W)}{\partial \delta k} = - \int_0^2 y dL = - \frac{1}{2} \rho V^2 c s^2 a_w \left( \frac{\ddot{k}s}{3V} + \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.12)$$

$$Q_\theta = \frac{\partial(\delta W)}{\partial \delta \theta} = - \int_0^2 dM = - \frac{1}{2} \rho V^2 c^2 s [e a_w \left( \frac{\ddot{k}s}{2V} + \theta \right) + M_\theta \frac{\dot{\theta}c}{4V}] \quad (2.13)$$

E finalmente, a Equação de Movimento Aeroelástico completa se torna:

$$\begin{bmatrix} I_k & I_{k\theta} \\ I_{k\theta} & I_\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{k} \\ \ddot{\theta} \end{Bmatrix} + \rho V \begin{bmatrix} \frac{cs^3 a_w}{6} & 0 \\ -\frac{ec^2 s^2 a_w}{4} & -\frac{c^3 s}{8} M_{\dot{\theta}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{k} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} + \left\{ \rho V^2 \begin{bmatrix} 0 & -\frac{cs^2 a_w}{4} \\ 0 & -\frac{ec^2 s a_w}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_k & 0 \\ 0 & K_\theta \end{bmatrix} \right\} \begin{Bmatrix} k \\ \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

Em que,

$m$  = Massa da asa

$x_f$  = Posição do eixo elástico

$\rho$  = Massa Específica do ar

$V$  = Velocidade do escoamento

$a_w$  = Ângulo da curva de sustentação

$M_{\dot{\theta}}$  = Amortecimento Aerodinâmico

$e$  = Distância entre eixo elástico e centro aerodinâmico

$EI$  = Rigidez de flexão

$GJ$  = Rigidez torsional

Esta equação pode ser escrita no formato clássico de segunda ordem e assume a forma:

$$A\ddot{\mathbf{q}} + (\rho v B + D)\dot{\mathbf{q}} + (\rho v^2 C + E)\mathbf{q} = 0 \quad (2.15)$$

Em que,

$A$  = Matriz de inércia estrutural

$B$  = Matriz de amortecimento aerodinâmico

$C$  = Matriz de rigidez aerodinâmica

$D$  = Matriz de amortecimento estrutural

$E$  = Matriz de rigidez estrutural

$\ddot{\mathbf{q}}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{q}$  = Vetores de aceleração, velocidade e deslocamento das coordenadas generalizadas, respectivamente

## 2.5.1 Resolução do Modelo Matemático Aeroelástico

### 2.5.1.1 Solução por Autovalores e Autovetores

Baseando-se na expressão Eq.(2.15) aplicável para sistemas com N graus de liberdade, pode-se solucionar empregando métodos de autovalores.

Essa abordagem possibilita a identificação das frequências naturais do sistema e da magnitude do amortecimento para condições de voo específicas, levando em consideração variáveis como velocidade e altitude.

Introduzindo a equação trivial  $I\dot{q} - I\ddot{q} = 0$ , em que  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade N x N e relacionando com a equação aeroelástica 2.15, obtém-se a seguinte formulação:

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & I \\ -(\rho v^2 C + E) & -(\rho v B + D) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Reescrevendo, têm-se que:

$$\begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & I \\ -A^{-1}(\rho v^2 C + E) & -A^{-1}(\rho v B + D) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \dot{q} - Qx = 0 \quad (2.17)$$

A equação 2.17 está agora em primeira ordem, contudo a matriz  $\mathbf{Q}$  está no formato 2N x 2N o dobro do tamanho da matriz da equação aeroelástica (2.15). É possível solucionar tal equação ao assumir que  $x = x_0 e^{\lambda t}$  e assim a equação 2.17 adota o formato:

$$(I\lambda - Q)x_0 = 0 \quad (2.18)$$

Deve-se considerar ainda a expressão que define o problema de autovalores e autovetores 2.19

$$(A - I\lambda)x = 0 \quad (2.19)$$

Os autovalores  $\lambda$  associados ao sistema aparecem como pares conjugados em 2.20.

$$\lambda_j = -\zeta_j \omega_j \pm \omega_j \sqrt{1 - \zeta_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.20)$$

Em que  $\omega_j$  se refere às frequências naturais, enquanto  $\zeta_j$  denota as taxas de amortecimento.

Os autovetores são colunas complexas conjugadas:

$$x_j = \begin{Bmatrix} q_j \\ \lambda_j q_j \end{Bmatrix}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.21)$$

Seguindo WRIGHT and COOPER (2015) interpreta-se que, ao evitar-se a aproximação do amortecimento aerodinâmico, as matrizes de rigidez e amortecimento aerodinâmico tornam-se dependentes da frequência reduzida  $K = \frac{\omega b}{v}$ .

Dessa forma, as matrizes B e C não são formuladas até que se tenha conhecimento das frequências reduzidas e, para tal, faz-se necessário resolver os autovalores do sistema **Q** utilizando Eq. (2.18). No entanto, para ser possível a resolução da matriz **Q** é necessário já possuir as matrizes B e C.

A solução de tal problema é proposta por WRIGHT and COOPER (2015) por meio do método de solução P - K.

### 2.5.1.2 Método P - K

O método P-K evita a aproximação estrutural ao adotar um método iterativo. Para cada velocidade de interesse, recomenda-se adotar os seguintes passos:

1. **Estimativa Inicial de Frequência:** Estabeleça uma frequência inicial para o modo vibratório em análise, fundamentando-se em resultados prévios da velocidade do escoamento aerodinâmico. Com base nesta estimativa, calcule a frequência reduzida correspondente para a combinação específica de velocidade e frequência.
2. **Determinação das Matrizes Aerodinâmicas:** A partir da frequência reduzida obtida, calcule as matrizes de rigidez aerodinâmica (**B**) e amortecimento aerodinâmico (**C**), que caracterizam o acoplamento fluido-estrutural do sistema.
3. **Solução do Problema de Autovalor:** Resolva o sistema para as frequências naturais nas condições estabelecidas, mediante a solução do problema de autovalor da matriz real na forma de primeira ordem, conforme descrito na Equação ??.
4. **Seleção e Iteração:** Adote como nova estimativa a solução de frequência que apresente maior proximidade com a frequência inicial assumida. Reinicie o processo iterativo com este novo valor.
5. **Critério de Convergência:** Repita o procedimento até que seja alcançada a convergência da frequência, observando simultaneamente o comportamento da taxa de amortecimento associada. A convergência é considerada atingida quando a variação relativa entre iterações sucessivas for inferior a uma tolerância pré-estabelecida (tipicamente da ordem de  $10^{-4}$ ).

A identificação precisa da velocidade crítica de *flutter* mediante esta metodologia requer necessariamente a construção e análise sistemática do diagrama tridimensional V-g-f.

## 2.5.2 Gráfico V-g-f e Velocidade de *Flutter*

O diagrama V-g-f representa uma ferramenta analítica essencial no estudo de fenômenos aeroelásticos, permitindo a caracterização das condições críticas associadas ao fenômeno de *flutter*.

Este método gráfico integra três parâmetros fundamentais: a velocidade do escoamento (V) no eixo das abscissas, o coeficiente de amortecimento estrutural (g) no eixo das ordenadas, e as frequências naturais dos modos vibracionais (f) representadas como curvas parametrizadas. A análise deste diagrama possibilita a identificação clara da convergência modal entre os modos de flexão e torção à medida que a velocidade do escoamento aumenta, culminando na coalescência das frequências que caracteriza o início da instabilidade aeroelástica (WRIGHT and COOPER, 2015).

Abaixo Fig.(5) identifica-se um caso de *flutter* binário clássico em que os modos de torção e flexão se acoplam.

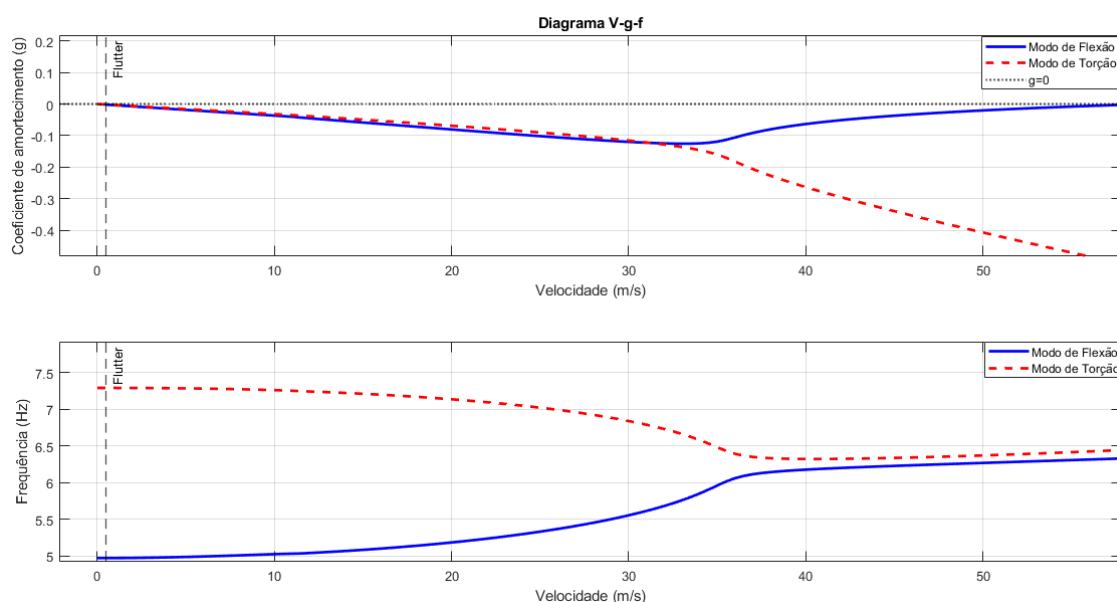


Figura 5 – Gráfico V-g-f. (Adaptado: (WRIGHT and COOPER, 2015))

A interpretação adequada do diagrama V-g-f requer a compreensão de seus elementos constituintes. O ponto crítico de *flutter* ( $V_f$ ) é determinado pela interseção da curva de amortecimento com o eixo das abscissas ( $g=0$ ), indicando o limiar onde o sistema passa a exibir oscilações não amortecidas. Paralelamente, a evolução das curvas de frequência revela o progressivo acoplamento entre os modos estruturais, fenômeno este que antecede a instabilidade.

Para uma asa semirrígida com dois graus de liberdade primários - flexão ( $h$ ) e torção ( $\alpha$ ) - esta metodologia permite quantificar não apenas a velocidade crítica, mas também a sensibilidade aerodinâmica do sistema e as respetivas margens de segurança operacionais. Esta abordagem tem implicações diretas no processo de projeto aeronáutico, permitindo a otimização de

parâmetros estruturais, a validação de modelos computacionais e o estabelecimento de envelopes de voo seguros em conformidade com os requisitos regulatórios ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Além das aplicações tradicionais, o método V-g-f tem sido estendido para abordar cenários mais complexos, incluindo análises não lineares de oscilações em ciclo limite (*limit-cycle oscillations*), a consideração de efeitos transônicos associados à formação de ondas de choque e a incorporação de sistemas de controle ativo. Desta forma, a análise de diagramas V-g-f mantém-se como um pilar fundamental no desenvolvimento e certificação de estruturas aeronáuticas, proporcionando orientações valiosas sobre o comportamento dinâmico de sistemas sujeitos a carregamentos aeroelásticos complexos ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

## 2.6 Oscilação Ciclo Limite

As premissas adotadas até o presente momento - incluindo a hipótese de pequenas deformações estruturais, a proporcionalidade linear entre forças aerodinâmicas e resposta dinâmica, e o comportamento linear dos elementos de controle - caracterizam adequadamente a modelagem de sistemas aeroelásticos lineares, conforme estabelecido por ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Contudo, a realidade física dos fenômenos aeroelásticos frequentemente apresenta comportamentos não lineares significativos, que emergem através de três principais mecanismos: estruturais, aerodinâmicos e relacionados aos sistemas de controle. Estas não linearidades, que afetam profundamente o comportamento dinâmico do sistema, não podem ser adequadamente previstas mediante métodos de análise linear convencionais ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

Do ponto de vista estrutural, as não linearidades manifestam-se predominantemente devido a variações na distribuição de rigidez do sistema. Um caso relevante ocorre em estruturas aeronáuticas altamente flexíveis, onde a rigidez geométrica torna-se significativa em decorrência de grandes deflexões, introduzindo assim um comportamento não linear marcante na resposta estrutural. Este efeito é especialmente pronunciado em aeronaves de alta razão de aspecto, onde as deformações podem alterar substancialmente as características dinâmicas do sistema ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

No domínio aerodinâmico, as não linearidades tornam-se particularmente evidentes em regimes de voo transônico. Nesta condição, a formação e deslocamento de ondas de choque sobre as superfícies aerodinâmicas - cuja posição varia dinamicamente em resposta aos movimentos estruturais - geram fortes não linearidades no carregamento aerodinâmico. A interação dinâmica entre estas ondas de choque e as superfícies de controle é comumente denominada como fenômeno de "zumbido"(buzz), representando um caso paradigmático de acoplamento não linear fluido-estrutura ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Entre as manifestações mais relevantes de comportamento não linear em aeroelasticidade

dade, destacam-se as Oscilações de Ciclo Limite (LCOs - *Limit Cycle Oscillations*), também conhecidas como "flutter limitado". Este fenômeno apresenta características peculiares: um sistema aeroelástico que, ao atingir a condição de amortecimento nulo - e que em uma análise linear convencional apresentaria amplitudes de oscilação divergentes - estabiliza-se em oscilações periódicas com amplitude constante ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Este comportamento distinto resulta da relação diretamente proporcional entre deflexão e rigidez, que atua como mecanismo limitador do movimento. Nesta condição, as forças aerodinâmicas e as características estruturais interagem de forma complexa, estabelecendo um equilíbrio dinâmico que mantém a estabilidade do sistema mesmo em condições críticas ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

Esta premissa está disposta no gráfico 6 em que o sistema em *flutter*, linha vermelha, amplia-se indefinidamente, enquanto o caso de LCO, em azul, atinge o equilíbrio após alguns segundos de oscilação.

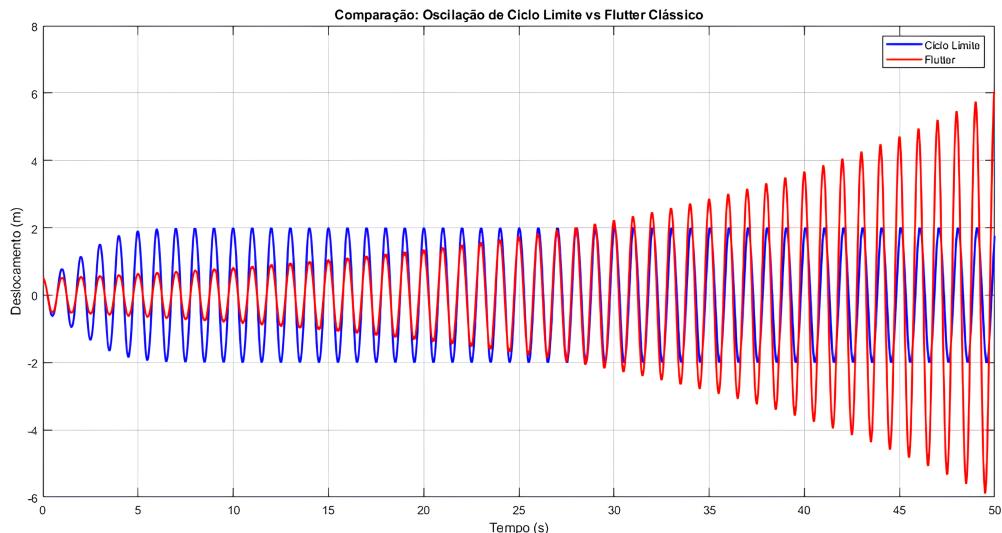


Figura 6 – Gráfico comparacional *Flutter* x LCO

A compreensão destes fenômenos não lineares é essencial para o desenvolvimento de metodologias avançadas de análise e predição do comportamento aeroelástico, particularmente no projeto de aeronaves modernas que operam em regimes cada vez mais exigentes. A modelagem adequada destas não linearidades permite não apenas uma avaliação mais precisa dos limites operacionais seguros, mas também o desenvolvimento de estratégias eficazes para o controle ativo de instabilidades aeroelásticas ([WRIGHT and COOPER, 2015](#)).

## 2.7 Aparatos Aeroelásticos

Os aparelhos aeroelásticos consistem em sistemas especializados projetados para a realização de ensaios dinâmicos em condições controladas de laboratório, particularmente em ins-

talações de túnel de vento. Estes dispositivos permitem a aplicação de diversos mecanismos de excitação, incluindo forças mecânicas, estímulos eletromagnéticos e perturbações acústicas, possibilitando a caracterização abrangente do comportamento vibratório de estruturas aeronáuticas ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

A relevância destes sistemas experimentais torna-se particularmente evidente quando se considera a natureza crítica dos fenômenos aeroelásticos, como o *flutter*, cujas consequências podem ser extremamente danosas. Embora os testes em voo real ofereçam dados de elevada fidelidade, estes apresentam limitações significativas quanto ao custo operacional, risco estrutural e complexidade de execução ([TAVARES, 2009](#)). Consequentemente, os ensaios utilizando aparatos aeroelásticos constituem a abordagem metodológica preferencial para a maioria dos casos, sendo reservados os testes em voo apenas para configurações aeronáuticas completamente novas ou para modificações estruturais substanciais em projetos existentes ([DOWELL and ILGAMOV, 1988](#)).

Do ponto de vista arquitetônico, estes sistemas experimentais compreendem dois subsistemas fundamentais:

1. Um modelo representativo da asa, que pode incorporar superfícies de controle como *aile-  
erons* e compensadores
2. Uma estrutura de suporte especialmente projetada.

A configuração típica destes aparelhos apresenta uma asa com rigidez estrutural superior à dos elementos de sustentação, os quais são concebidos para permitir dois graus de liberdade primários: o movimento de translação vertical ( $h$ ), denominado *plunge*, e o movimento de rotação angular ( $\theta$ ), referido como *pitch*. Esta configuração básica possibilita a investigação sistemática dos modos fundamentais de vibração e seus acoplamentos característicos ([SANCHES, 2022](#)).

A sofisticação destes sistemas experimentais tem evoluído significativamente, incorporando atualmente tecnologias avançadas de aquisição de dados e técnicas de análise modal, que permitem uma caracterização precisa do comportamento dinâmico de estruturas aeronáuticas em diversas condições operacionais. Esta evolução tem sido fundamental para o desenvolvimento de aeronaves mais eficientes e seguras, reduzindo a dependência de ensaios em voo e minimizando os riscos associados ao processo de certificação aeroespacial ([SANCHES, 2022](#)).

Os dispositivos dispostos neste trabalho visam à experimentação em túneis de vento como método experimental para estudar o fenômeno de *flutter*.

### 2.7.1 PAPA

O modelo aeroelástico PAPA (*Pitch And Plunge Apparatus*), desenvolvido originalmente por [FARMER \(1982\)](#), constitui um sistema experimental concebido para a emulação con-

trolada de dois modos fundamentais de vibração estrutural: rotação em torno do eixo elástico - *pitch* ( $\theta$ )- e translação vertical - *plunge* ( $h$ ). Este aparato foi especificamente projetado para reproduzir modos flexíveis de baixa frequência, característicos de estruturas aeronáuticas reais em condições de voo (WASZAKI, 1986).

A versatilidade do sistema PAPA permite sua aplicação tanto em modelos simplificados de asa rígida com dois graus de liberdade quanto em configurações mais complexas de asas flexíveis tridimensionais. Esta capacidade de representação *flutter* foi particularmente explorada nos experimentos conduzidos no túnel de vento transônico *NASA Langley Transonic Dynamics Tunnel* (TDT), onde o aparato foi fundamental para a obtenção de dados relevantes sobre os fenômenos de *flutter* clássico e *flutter* de *stall*.

Os resultados experimentais obtidos com o PAPA demonstraram de forma inequívoca que o modo de *flutter* predominante corresponde a uma oscilação acoplada entre os movimentos de *pitching* (arfagem) e *plunging*, com clara dominância do modo rotacional (*pitching*). Esta constatação reforça a importância do acoplamento modal na gênese de instabilidades aeroelásticas (FARMER, 1982).

Do ponto de vista estrutural, o sistema de montagem do modelo PAPA foimeticulosa-mente projetado para atender a dois requisitos fundamentais:

1. Capacidade de suportar cargas dinâmicas significativas
2. Provisionamento de restrições elásticas lineares bem definidas

Como destacado por FARMER (1982), estas características são essenciais para garantir que, quando excitado, o modelo oscile harmonicamente em torção e flexão, com respostas dinâmicas que dependem criticamente de três fatores principais: as características das restrições elásticas, as propriedades de massa do modelo e a influência de quaisquer estruturas auxiliares acopladas ao sistema.

As propriedades dinâmicas do sistema são governadas por dois parâmetros fundamentais: o momento de inércia de área ( $I_a$ ) e a rigidez à flexão ( $EI$ ), que determinam diretamente as características modais da estrutura. Especificamente, o modo de *pitching* (arfagem) relaciona-se com o momento de inércia de massa ( $I_m$ ) e a rigidez à torção ( $GJ$ ), enquanto o modo *plunging* (translação vertical) está associado à flexão geométrica da configuração estrutural. Esta distinção é crucial para a correta interpretação dos fenômenos de acoplamento modal observados experimentalmente (FARMER, 1982).

A implementação prática do modelo requer uma configuração específica: a asa deve ser rigidamente fixada a uma placa divisória, formando assim um conjunto estrutural monolítico. Este conjunto é então engastado em uma plataforma especialmente projetada para restringir os movimentos aos modos fundamentais de *pitching* (arfagem) e *plunging*. Complementando o

arranjo experimental, a plataforma é conectada a uma mesa rotativa instalada na parede lateral do túnel de vento, permitindo o controle remoto e preciso do ângulo de ataque ( $\alpha$ ) durante os ensaios (FARMER, 1982).

Esta configuração assegura a obtenção de dados experimentais consistentes e reproduutíveis, essenciais para a validação de modelos teóricos e numéricos.

A seguir se encontra o protótipo completo projetado por SANCHES (2022) e desenvolvido por SANTOS (2024).

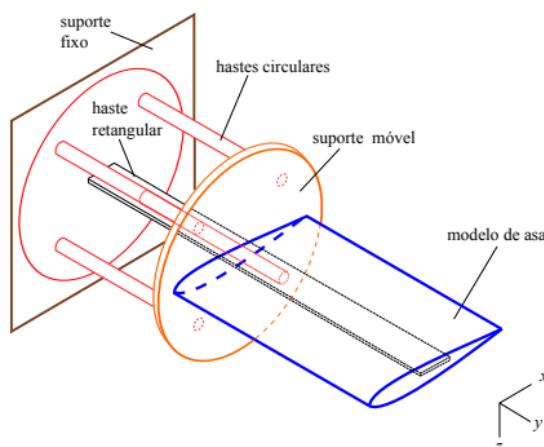


Figura 7 – Protótipo projetado do PAPA (SANCHES, 2022)



Figura 8 – Protótipo completo do modelo aeroelástico (SANTOS, 2024)

A relevância do aparato PAPA para a pesquisa aeroelástica contemporânea reside em sua capacidade de fornecer dados experimentais confiáveis em condições controladas, permitindo a validação de modelos teóricos e a calibração de ferramentas computacionais para análise de fenômenos dinâmicos complexos. Seu projeto robusto e versátil continua servindo como referência para o desenvolvimento de novas gerações de dispositivos experimentais em aeroelasticidade.

## 2.7.2 NATA

O NATA (*Nonlinear Aeroelastic Tested Apparatus*) constitui um sistema experimental especializado desenvolvido por O'NEIL et al. (1996) para investigação sistemática de respostas não lineares em fenômenos de *flutter*. Este aparato fundamenta-se em um modelo de dois graus de liberdade (GDL) que incorpora intencionalmente componentes com comportamento estrutural não linear, sendo composto por uma asa rígida montada em um mecanismo especialmente projetado.

A capacidade de reproduzir movimentos de *pitching* (arfagem) e *plunging* (translação vertical) é garantida por um sistema de molas ajustáveis que permitem a variação controlada das características de rigidez não linear (Figura 9). A utilização de um túnel de vento de baixa velocidade possibilita a geração de transientes aeroelásticos tanto livres quanto controlados, abrangendo desde comportamentos lineares até respostas não lineares complexas em diversas condições operacionais (SILVA et al., 2005).

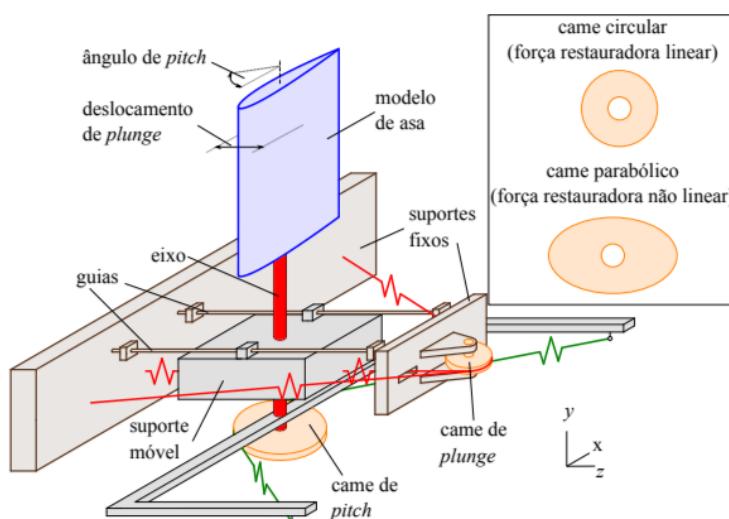


Figura 9 – Modelo do Aparato Aeroelástico NATA (SANCHES, 2022)

O controle preciso da resposta não linear é obtido mediante um sistema mecânico inovador composto por um par de cames ajustáveis. Estes elementos mecânicos, que convertem movimento rotacional em linear, apresentam perfis geométricos especialmente calculados para reproduzir diferentes funções polinomiais de rigidez (SILVA et al., 2005).

Consequentemente, a natureza e intensidade das não linearidades presentes no sistema podem sermeticulosamente controladas através de dois parâmetros fundamentais: a geometria específica dos cames empregados e as propriedades de rigidez das molas selecionadas para a configuração do aparato (SILVA et al., 2005).

Esta abordagem experimental permite a investigação parametrizada de fenômenos não lineares em condições cuidadosamente controladas, fornecendo dados essenciais para a valida-

ção de modelos teóricos e computacionais de comportamento aeroelástico. A versatilidade do sistema NATA tem-se mostrado particularmente valiosa para o estudo de transições entre regimes lineares e não lineares, bem como para a caracterização de oscilações em ciclo limite (*limit cycle oscillations*) em estruturas aeronáuticas.

### 2.7.3 Flexible Beam *Flutter* Apparatus

O Aparato de *Flutter* de Viga Flexível consiste essencialmente em uma viga fabricada com materiais leves de alta flexibilidade, montada em configuração *cantilever* (engastada-livre) ou bi-engastada (fixa-fixa) e submetida a escoamento aerodinâmico controlado em túnel de vento (DOWELL et al., 1975).

O princípio operacional deste aparato baseia-se na excitação dinâmica da estrutura por forças aerodinâmicas não estacionárias, gerando vibrações que sãometiculosamente monitoradas através de um sistema integrado de instrumentação composto por acelerômetros de alta sensibilidade para registro das acelerações vibratórias, extensômetros para medição precisa das deformações estruturais e sistemas ópticos, incluindo câmeras de alta velocidade, que permitem a análise cinemática detalhada do movimento (DOWELL et al., 1975).

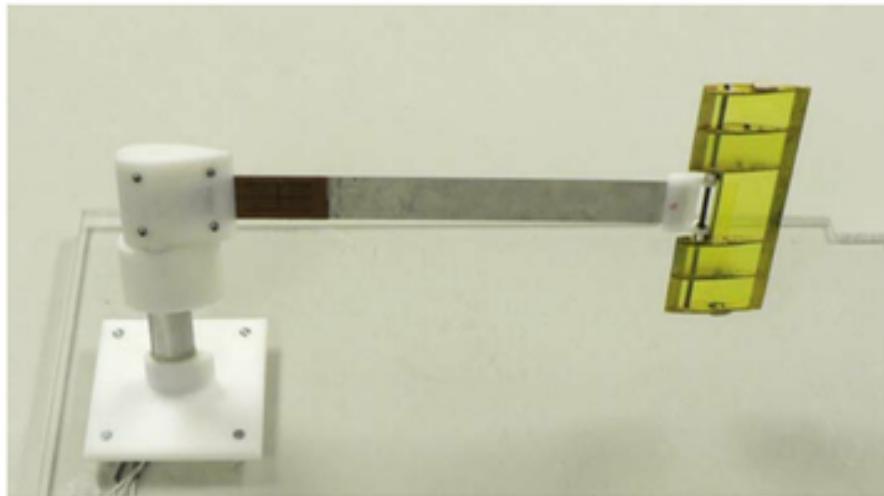


Figura 10 – Modelo do Aparato Aeroelástico Viga Flexível (ZHIYUAN, 2021)

A relevância deste aparato estende-se a diversas aplicações no âmbito da engenharia aeroespacial, particularmente no estudo de fenômenos de *flutter* em superfícies aerodinâmicas como asas, *flaps* e *ailerons*, além da análise do comportamento dinâmico de estruturas flexíveis sob carregamento aerodinâmico e do desenvolvimento de técnicas para supressão de instabilidades aeroelásticas (DOWELL et al., 1975).

Sua configuração permite a investigação sistemática de parâmetros críticos como a influência da razão de aspecto na estabilidade aeroelástica, o efeito da distribuição de massa e

rigidez, e a determinação de limiares de instabilidade para diferentes configurações estruturais. A versatilidade do aparato possibilita ainda estudos comparativos entre diferentes materiais e geometrias, contribuindo significativamente para o avanço do conhecimento em aeroelasticidade não linear. ([DOWELL et al., 1975](#)).

# 3 Metodologia

## 3.1 Determinação do Aparato Aeroelástico

A escolha do aparato aeroelástico baseou-se em dados, hipóteses e matrizes de decisões previamente levantados em trabalhos anteriores (ESPER, 2023). Desta forma, o modelo definido para a realização deste trabalho consiste no *Pitch And Plunge Apparatus* (PAPA). Tal escolha baseou-se em:

- Montagem simples;
- Modelo de asa adaptável;
- Boa acessibilidade a equipamentos e materiais necessários;
- Custo baixo quando comparado a outros métodos;

## 3.2 Modelo Aeroelástico

O desenvolvimento do modelo aeroelástico foi fundamentado nos objetivos estabelecidos para esta investigação, considerando especificamente a análise experimental do fenômeno de *flutter* e a determinação da respectiva velocidade crítica. Para tanto, optou-se por um modelo simplificado de asa que, intencionalmente, não incorporou efeitos de amortecimento, decisão esta que se mostrou adequada para os propósitos observacionais do estudo.

Conforme abordado na seção precedente, o aparato experimental foi concebido para permitir dois graus de liberdade: um deslocamento vertical (eixo Z) associado à flexão e uma rotação ( $\theta$ ) ao longo do eixo longitudinal, correspondente à torção. A representação física da asa simplificada foi materializada por meio de uma placa fabricada em madeira balsa, cujas dimensões foram selecionadas em função das restrições dimensionais do túnel de vento utilizado e das características operacionais do escoamento. Essas dimensões, essenciais para a reprodutibilidade dos experimentos, são explicitamente apresentadas a seguir.

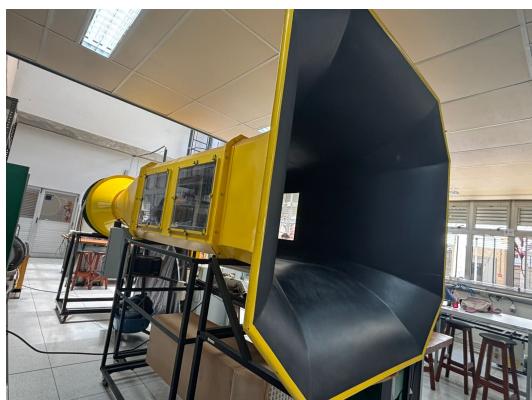
**Placa:**

- comprimento s: 0,5 m
- corda c: 0,079 m
- espessura: 0,0023 m
- massa: 19,1 g

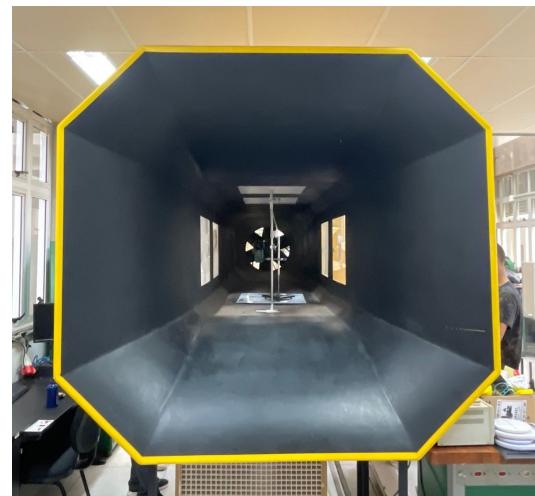
O modelo simplificado proposto demonstrou características operacionais vantajosas, destacando-se pela simplicidade construtiva, baixo custo de implementação e facilidade de adaptação às condições experimentais do túnel de vento. Esses atributos permitiram elevada reproduzibilidade, condição essencial para assegurar a confiabilidade estatística dos dados coletados e a validade científica dos resultados obtidos. A viabilidade técnica do modelo foi comprovada através de sua capacidade de gerar dados consistentes em condições controladas, atendendo plenamente aos requisitos metodológicos estabelecidos para a investigação experimental do fenômeno aeroelástico em questão.

### 3.3 Túnel de Vento

O túnel de vento utilizado para a montagem e realização dos experimentos pertence ao Laboratório de Termofluidos da Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia (FCTE). Nas figuras 11a e 11b é possível identificar uma vista lateral e frontal do túnel de vento utilizado para realizar os experimentos.



(a) Vista lateral do túnel de vento



(b) Vista frontal do túnel de vento

Figura 11 – Túnel de Vento do Laboratório de Termofluidos da FCTE

As dimensões do túnel se encontram abaixo Fig. 12 no seu desenho técnico.

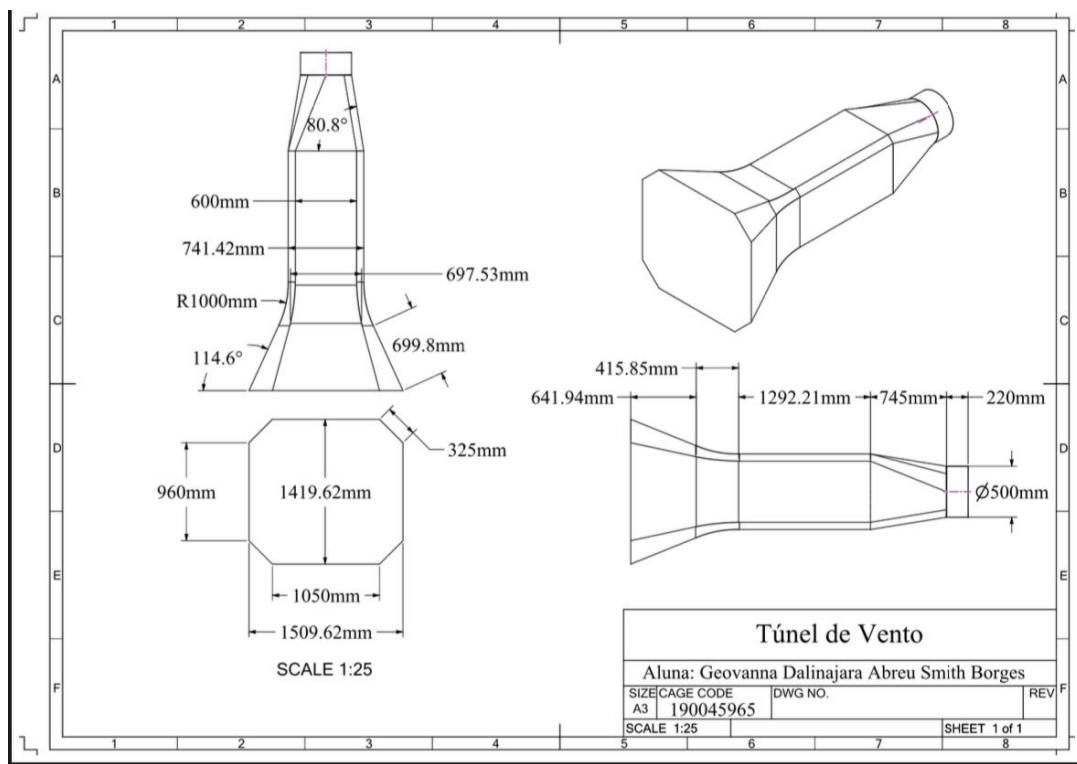


Figura 12 – Desenho técnico do túnel de vento do Laboratório de Termofluidos

A região em que os experimentos foram realizados compreende uma largura de 0,741 m, um comprimento de 1,292 m e uma altura de 0,96 m. A velocidade máxima possível de ser alcançada dentro dessa região é de 9 m/s .

### 3.4 Montagem do Aparato Aeroelástico

Para análise comparativa do comportamento aerodinâmico, estabeleceram-se três configurações distintas para avaliação:

1. **Configuração de referência:** asa retangular sem enflechamento, mantendo-se as características geométricas básicas;
2. **Configuração com enflechamento:** introdução de um ângulo de enflechamento aerodinâmico, visando analisar sua influência no desempenho;
3. **Configuração com variação do centro de massa:** modificação da distribuição de massa ao longo da estrutura, permitindo avaliar seus efeitos na estabilidade e resposta dinâmica.

A descrição detalhada da montagem experimental para cada caso é apresentada nas seções subsequentes.

### 3.4.1 Asa Retangular Simétrica

Conforme previamente estabelecido, a seleção dos materiais empregados na construção do aparato aeroelástico foi fundamentada em critérios técnicos específicos, incluindo parâmetros econômicos, disponibilidade de recursos e requisitos experimentais inerentes à natureza do estudo.

Nesse contexto, dois perfis estruturais em liga de alumínio foram rigidamente fixados a uma placa de Material Compósito de Alumínio (ACM - Aluminum Composite Material) por meio de parafusos de fixação tipo Allen, assegurando a precisão mecânica do conjunto. Tal configuração garantiu a condição de engastamento perfeito da asa rígida, conforme previamente discutido na Seção 2.7.1, atendendo aos critérios de rigidez e estabilidade exigidos pelo modelo experimental.

Esta solução estrutural assegurou não apenas a integridade mecânica do sistema, mas também a reprodutibilidade dos resultados em conformidade com os protocolos estabelecidos na metodologia.



Figura 13 – Fixação dos perfis de alumínio na placa de Material Composto de Alumínio

Considerando que o sistema de rastreamento opera mediante a detecção de variações, neste caso, de contraste luminoso, a região selecionada para ser monitorada pelo *software* foi recoberta por uma fita isolante de cor preta, a fim de estabelecer um contraste visível com a superfície interna do túnel. Para este experimento, a superfície interna do túnel foi revestida com fita 3M<sup>TM</sup> VHB<sup>TM</sup> branca, resultando em uma tonalidade uniformemente clara, otimizando assim as condições para o processamento algorítmico do rastreamento.

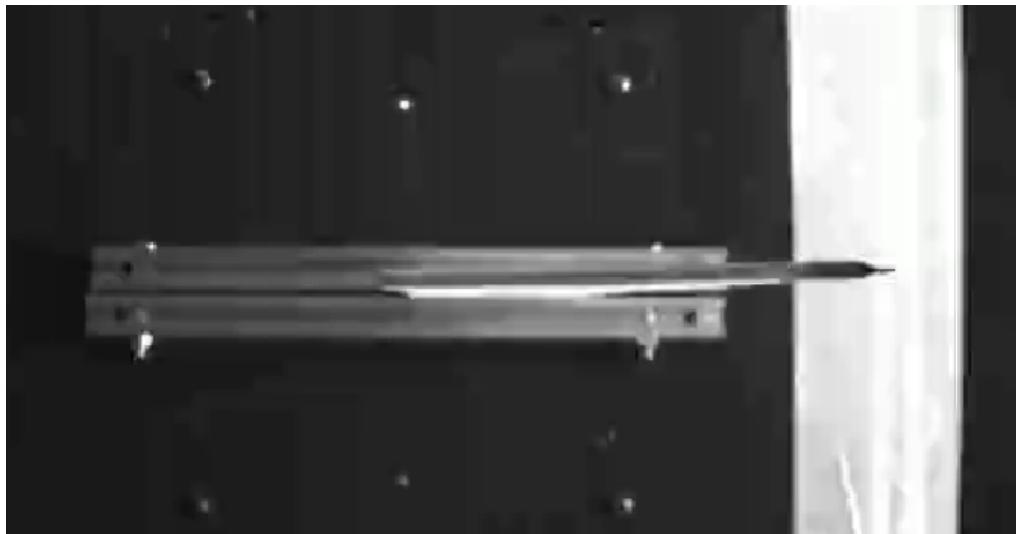
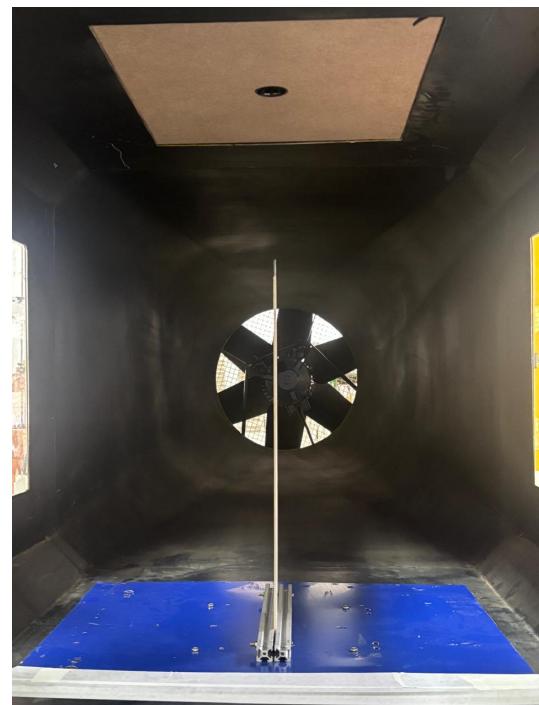


Figura 14 – Placa de madeira balsa com o modelo de identificação de deslocamento

Por fim, o mecanismo de fixação, a asa rígida e o sistema de monitoramento foram integrados e posicionados no interior do túnel de vento, constituindo assim a bancada aeroelástica completa. A configuração final da montagem experimental está ilustrada nas Figuras 15a e 15b, que apresentam, respectivamente, as vistas frontal e lateral do arranjo experimental.



(a) Vista frontal da montagem do aparato aeroelástico



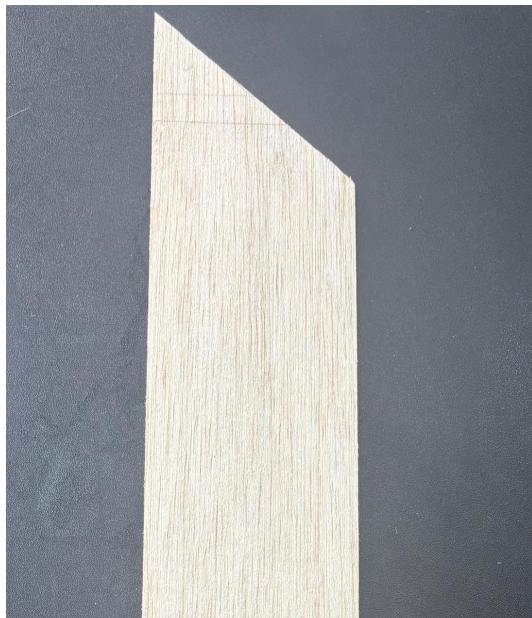
(b) Vista lateral da montagem do aparato aeroelástico

Figura 15 – Aparato Aeroelástico disposto no Túnel de Vento

### 3.4.2 Asa Rígida Enflechada

Para introduzir o efeito de enflechamento aerodinâmico na configuração de asa retangular, realizou-se um corte angular de 45° em uma das extremidades da placa. A seleção desse ângulo específico fundamentou-se primordialmente em critérios de viabilidade operacional durante o processo de fabricação, garantindo precisão geométrica e reproduzibilidade experimental.

Após essa modificação estrutural, procedeu-se à instalação da placa adaptada no aparato aeroelástico, seguindo rigorosamente o mesmo protocolo de montagem previamente estabelecido e detalhado para a asa sem enflechamento, assegurando assim a consistência metodológica entre os diferentes ensaios.



(a) Corte de 45 graus na placa de madeira balsa



(b) Vista frontal da asa enflechada

Figura 16 – Configuração Asa Enflechada

### 3.4.3 Asa com uma Variação de Centro de Massa

Em um corpo rígido com simetria retangular e distribuição homogênea de massa, o centro de massa (CM) coincide com o centro geométrico do objeto. Dessa forma, para a placa de referência em estudo, a posição do centro de massa pode ser determinada analiticamente por meio da relação:

$$CM = \left( \frac{s}{2}, \frac{c}{2} \right) \quad (3.1)$$

Para a configuração inicial (placa sem modificações), o centro de massa está localizado em:  $CM = (0,0395 \text{ m}; 0,25 \text{ m})$ , adotando-se como referência o sistema de coordenadas com origem  $(0,0)$  no vértice inferior esquerdo da placa.

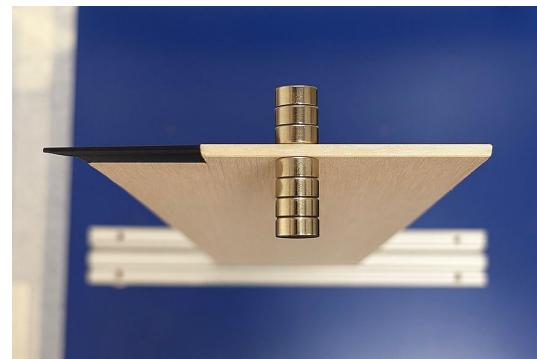
Para introduzir uma variação controlada na posição do centro de massa, procedeu-se à fixação de seis ímãs, cada um com massa de 4 gramas, distribuídos simetricamente na região superior da placa. Esta configuração visa:

- Deslocar verticalmente o CM: A adição de massa concentrada acima do centro geométrico altera a distribuição de massa ao longo do eixo longitudinal.
- Manter simetria lateral: A disposição equilibrada dos ímãs (três em cada extremidade) preserva a simetria em relação ao eixo longitudinal, evitando deslocamentos laterais indesejados do CM.

Abaixo é possível identificar a disposição desta configuração.



(a) Ímãs utilizados para a variação de CM da asa



(b) Asa adaptada com mudança no CM

Figura 17 – Asa com configuração de variação de CM

A configuração adotada resultou em um deslocamento vertical significativo do centro de massa do sistema, que passou de 0,25 m para 0,364 m em relação à base da placa. Esse deslocamento de 45,6% na posição vertical do centro de massa decorre diretamente da adição de massa concentrada na extremidade superior da estrutura.

Nota-se que a componente horizontal do centro de massa permaneceu inalterada (mantendo-se em 0,0395 m), uma vez que os ímãs foram dispostos simetricamente ao longo do eixo longitudinal da placa, preservando o equilíbrio na direção transversal.

### 3.5 Aquisição de dados

A coleta de dados durante os ensaios aerodinâmicos foi realizada mediante um sistema de visão computacional composto por uma câmera de alta definição (lente Fujinon DV3.4x3.8SA-

1) posicionada estrategicamente na seção superior do túnel de vento (Fig.18a). Este dispositivo, operando a uma taxa de aquisição de 180 quadros por segundo, permitiu a captura contínua do comportamento dinâmico da estrutura em estudo.



Figura 18 – Posicionamento da câmera de captação do experimento

Os registros videográficos obtidos foram submetidos a processamento digital através do software especializado *Tracker*, ferramenta computacional destinada à análise cinemática baseada em técnicas de visão computacional. O algoritmo implementado realiza o rastreamento automático de marcadores posicionados na superfície da placa, gerando como *output* séries temporais de deslocamento vertical - eixo Z (Fig.19)- com resolução temporal correspondente à taxa de aquisição estabelecida.

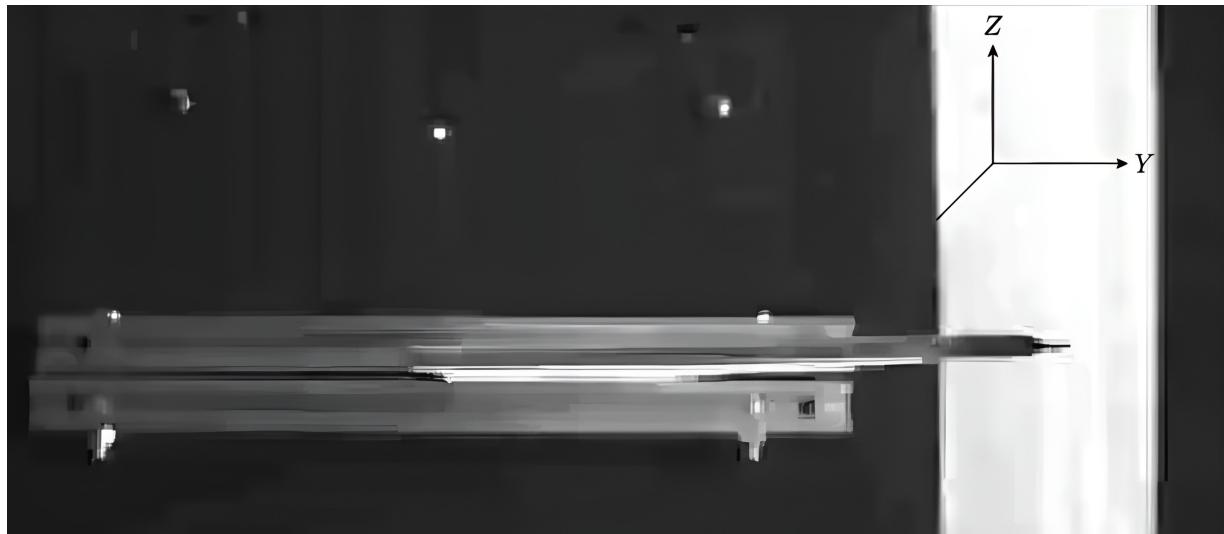


Figura 19 – Eixos de referência do deslocamento da asa

O processamento digital das imagens segue um protocolo padronizado que comprehende: calibração espacial do sistema óptico, identificação automática de marcadores, rastreamento quadro a quadro e exportação de dados para análise espectral. Esta metodologia permite a caracterização precisa das respostas dinâmicas do sistema, com especial atenção aos parâmetros modais de interesse para a investigação do fenômeno aeroelástico.

Abaixo Fig. 20 se encontra uma demonstração prática de como utilizar o software *Tracker* para mapeamento de deslocamento.

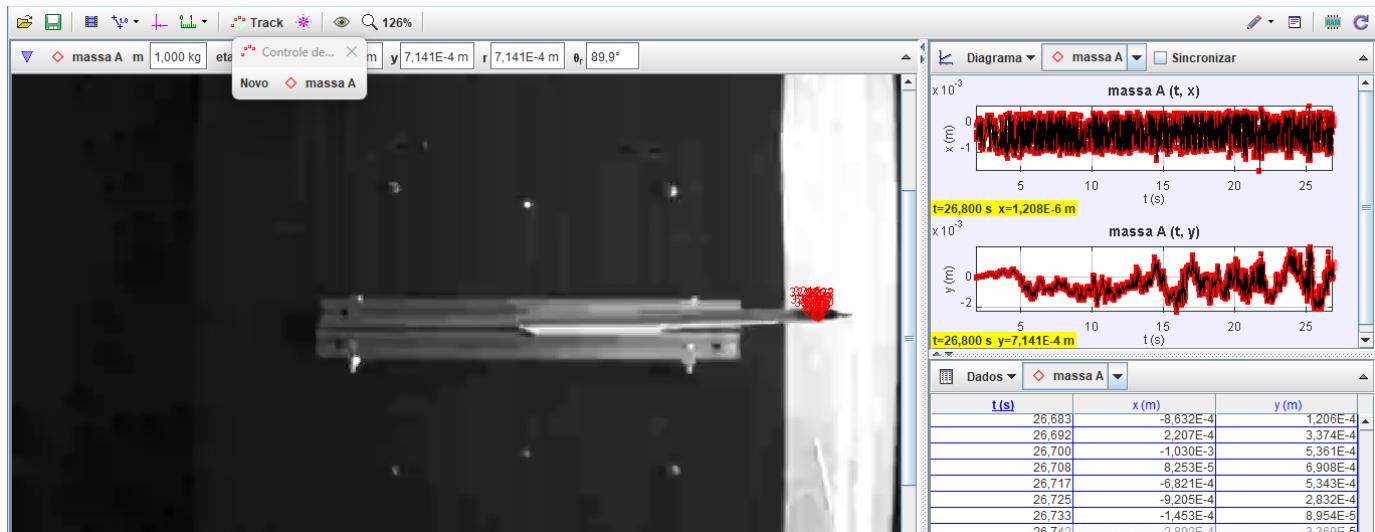


Figura 20 – Exemplificação da utilização do Tracker

### 3.6 Cálculo de Velocidade Crítica

A determinação da velocidade crítica para a asa retangular foi realizada com base no código desenvolvido por WRIGHT and COOPER (2015) e no método de resolução P-K .Adotou-se

como referência para validação os parâmetros aerodinâmicos e estruturais do perfil NACA 0012. Este perfil foi selecionado por suas propriedades bem documentadas na literatura, apresentando as seguintes características:

1. Geometria: Asa retangular simétrica

Corda (c): 0.5 m

Envergadura (s): 2.0 m

Perfil: NACA 0012

2. Propriedades Estruturais:

Rigidez à flexão (EI):  $1,5 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2$

Rigidez torsional (GJ):  $1 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2$

Razão de frequências ( $\omega/\theta\omega h$ ):  $\approx 1,2$  (flexão: 10 Hz, torção: 12 Hz)

Para esta configuração, a faixa de velocidade de flutter encontra-se estabelecida entre 40 e 50 m/s ([THEODORSEN, 1935](#)). Mediante a construção do diagrama V-G-F (Fig. 24), obteve-se uma velocidade de flutter de 45 m/s, valor que se mostra plenamente consistente com os resultados esperados para o perfil em questão. Esta concordância entre os valores calculados e os dados de referência atesta a precisão do código empregado, validando sua aplicabilidade para análises aeroelásticas em configurações similares.

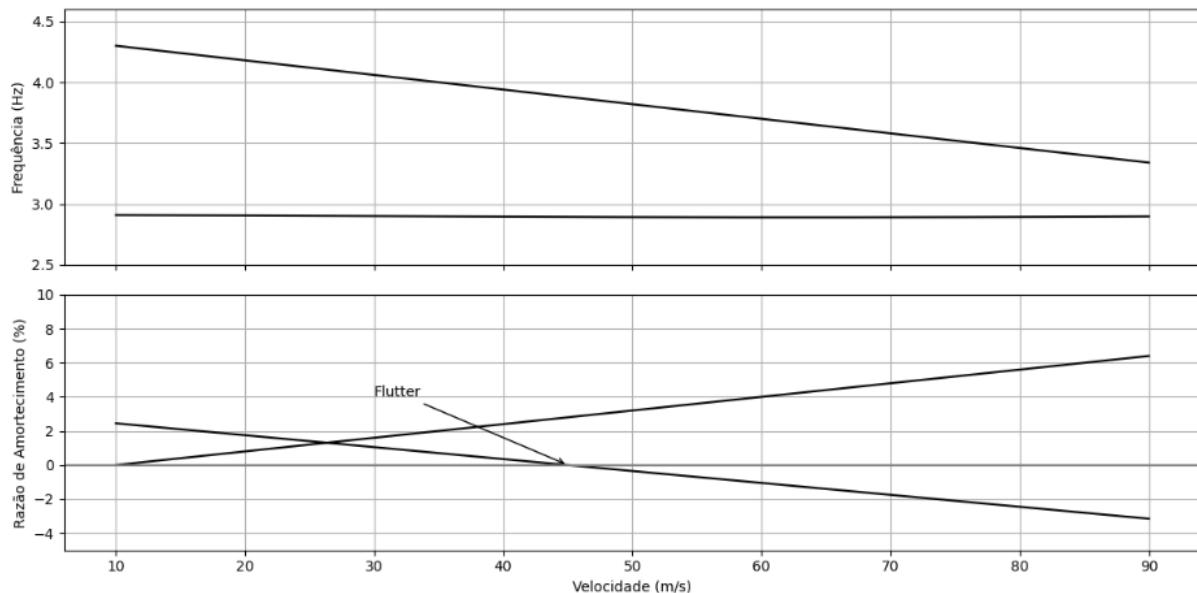


Figura 21 – Diagrama V-G-F para o NACA 0012

## 3.7 Procedimentos

Após a caracterização do comportamento aeroelástico do sistema por meio da construção dos diagramas V-G-F, procedeu-se ao planejamento experimental. Para o caso da asa retangular simétrica sem enflechamento, estabeleceu-se a realização de ensaios em duas condições distintas de velocidade de escoamento:

1. Condição Subcrítica: Ensaios a uma faixa de velocidade consideravelmente menor a de velocidade crítica de *flutter* determinada analiticamente. Esta condição permite a avaliação do comportamento estrutural em regime aerodinâmico estável.
2. Condição Pré-crítica: Ensaios a uma velocidade próxima a de velocidade crítica, destinados a investigar os fenômenos aerodinâmicos não lineares que antecedem a instabilidade de *flutter*.

Para a configuração de asa com enflechamento de 45 graus, estabeleceu-se que a faixa de velocidade ótima para observação dos efeitos aerodinâmicos característicos desta geometria situa-se na condição pré-crítica. Observou-se ainda que a introdução do enflechamento acarreta um aumento significativo no tempo requerido para o estabelecimento de padrões consistentes de deslocamento.

Dante desta característica dinâmica, adotou-se como procedimento experimental padrão o início do registro de deslocamentos somente após 5 segundos da ativação do túnel de vento.

Por fim, em relação à asa com uma variação do centro de massa, estabeleceu-se que a análise seria conduzida na faixa subcrítica, a fim de viabilizar uma comparação direta com os resultados obtidos da asa de referência.

### 3.7.1 Protocolo Experimental

O protocolo experimental foi estruturado considerando os seguintes parâmetros:

**Número de repetições:** 30 ensaios para cada condição de velocidade, garantindo significância estatística ( $\alpha = 0,05$ ) e minimização de erros aleatórios associados a variações ambientais e instrumentais.

**Tempo de aquisição:** Determinado mediante análise de convergência temporal, assegurando que a duração de cada ensaio ( $\Delta t = 30s$ ) fosse suficiente para capturar corretamente o deslocamento da asa.

**Controle experimental:** Manutenção das condições de contorno idênticas para todos os ensaios, com monitoramento contínuo de:

- Velocidade do escoamento (incerteza  $\pm 0,1m/s$ )
- Ângulo de ataque ( $0^\circ \pm 0,5^\circ$ )
- Temperatura ambiente ( $23^\circ C \pm 2^\circ C$ )
- Umidade relativa ( $50\% \pm 5\%$ )

Este procedimento metodológico foi concebido para validar quantitativamente os resultados analíticos, permitindo a comparação direta entre os dados teóricos e experimentais nos regimes subcríticos e pré-críticos de operação.

### 3.7.2 Determinação do Tempo de Experimento

O estabelecimento do tempo de experimento foi fundamentado em um rigoroso procedimento de análise de convergência temporal. Para tal, conduziu-se inicialmente um ensaio preliminar, durante o qual foram registrados os dados de deslocamento da estrutura em estudo.

A metodologia adotada consistiu no cálculo progressivo da média acumulada dos valores de deslocamento obtidos (Apêndice A). Esta abordagem permitiu identificar com precisão o instante temporal no qual a série de médias apresentava estabilização estatística, indicando a convergência do sistema para um regime permanente de vibração.

No caso específico dos ensaios realizados à velocidade subcrítica, os resultados demonstraram que o tempo necessário para atingir a convergência situou-se na ordem de 30 segundos. Este valor foi determinado quando a variação da média acumulada permaneceu inferior a 2% durante um intervalo mínimo de 3 segundos consecutivos, atendendo assim ao critério de estabilização previamente estabelecido.

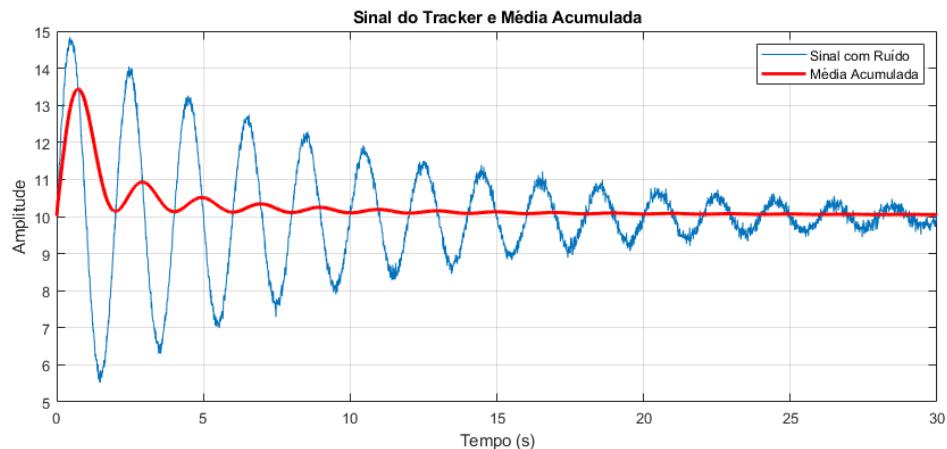


Figura 22 – Média acumulada para o deslocamento em condição subcrítica

Este procedimento metódico assegurou que a duração adotada para os experimentos subsequentes fosse suficiente para capturar de forma representativa o comportamento dinâmico da estrutura em regime estabelecido.

### 3.8 Tratamento de Dados

Após a execução de trinta ensaios experimentais para cada configuração aerodinâmica definida, os dados de deslocamento foram processados por meio de um algoritmo desenvolvido em MATLAB® (ver Apêndice B). O código implementou um método de média para calcular o deslocamento médio do modelo em um intervalo de tempo fixo, assegurando a comparabilidade dos resultados entre os diferentes casos de estudo. Os valores médios obtidos foram então plotados em gráficos normalizados, permitindo uma análise quantitativa e comparativa do comportamento aeroelástico do sistema.

Para garantir a reproduzibilidade do estudo e facilitar a compreensão da metodologia empregada, um fluxograma esquemático (Fig. 23) foi elaborado, detalhando as etapas sequenciais do processo experimental, desde a preparação do modelo até a aquisição e tratamento dos dados. Os resultados finais, acompanhados de uma discussão crítica sobre suas implicações físicas e eventuais limitações, são apresentados na Seção 4.

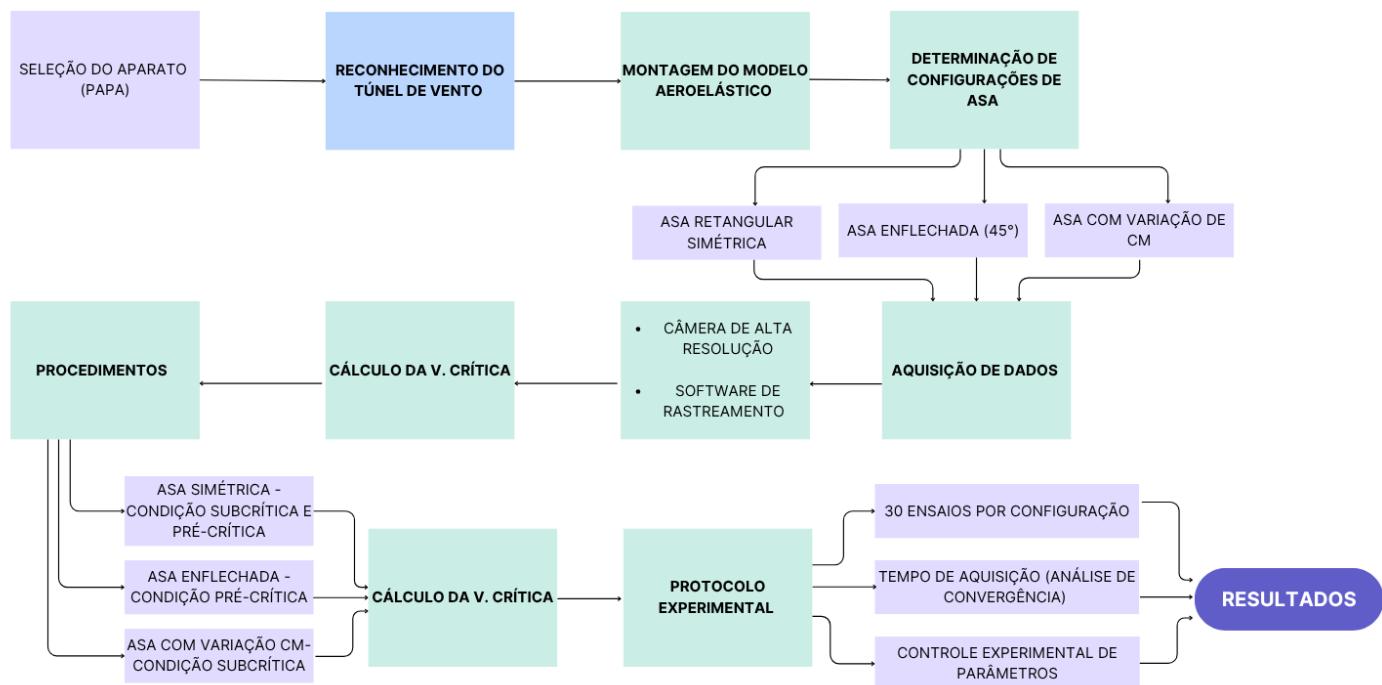


Figura 23 – Síntese da Metodologia do Trabalho

## 4 Resultados

Determinou-se inicialmente a velocidade crítica de *flutter* para a asa retangular rígida, obtendo-se o valor de 11,2 m/s (Fig. 24). Este resultado apresenta consistência com os valores de referência estabelecidos na literatura técnica para sistemas estruturais com características geométricas e iniciais equivalentes, validando sua adoção como parâmetro de referência para a condução dos experimentos subsequentes na bancada aeroelástica.

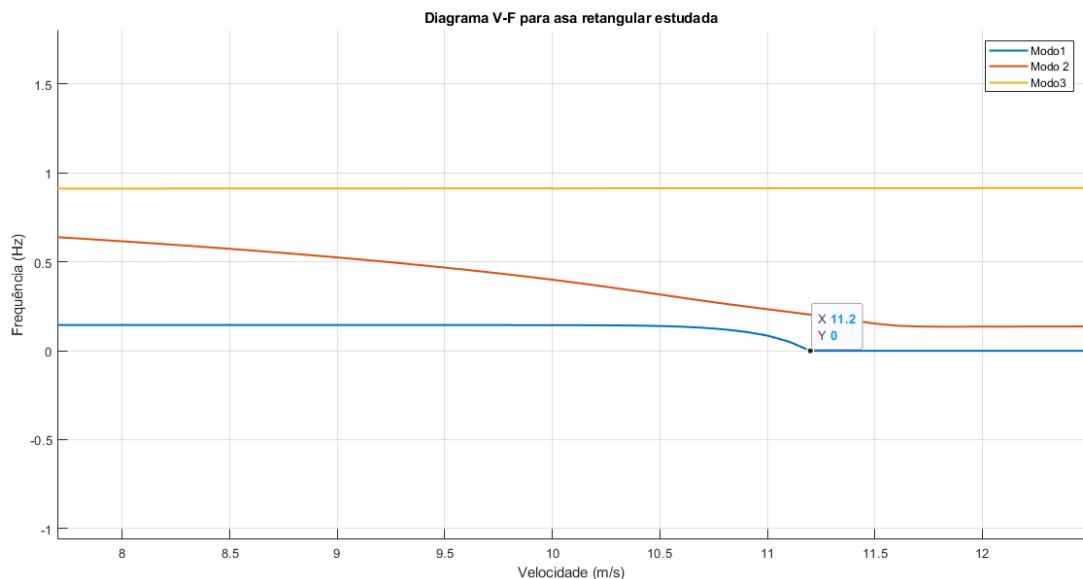


Figura 24 – Diagrama V-G-F para asa retangular estudada

Com base nesse parâmetro fundamental, estabeleceram-se então as duas velocidades operacionais para realização dos ensaios experimentais. A primeira condição foi definida em 4,39 m/s, correspondendo a aproximadamente 30% da velocidade crítica de *flutter*, enquanto a segunda condição foi fixada em 8,38 m/s, equivalente a 80% do valor crítico.

Após a determinação das velocidades críticas, procedeu-se à execução dos ensaios experimentais, seguindo rigorosamente os protocolos estabelecidos para investigação aeroelástica. Subsequentemente, os dados brutos foram submetidos a um processamento analítico que incluiu o cálculo da média de deslocamento para cada velocidade e configuração.

Os resultados obtidos através deste protocolo experimental serão apresentados e discuti-

dos na sequência, com ênfase particular nas correlações entre as respostas estruturais observadas e os modelos teóricos preditivos.

#### 4.0.1 Velocidade de 4,39 m/s

A Figura 25 apresenta os resultados médios obtidos em 30 ensaios experimentais de deslocamento estrutural, realizados sob velocidade de escoamento de 4,39 m/s. A análise dos dados revela uma sequência temporal característica, iniciando com deslocamento nulo (0 mm) nos instantes iniciais do experimento, comportamento este atribuído ao período transitório necessário para a estabilização da velocidade do escoamento no túnel de vento.



Figura 25 – Gráfico de média para o deslocamento a 4,39 m/s

Superada esta fase inicial de acomodação dinâmica, observa-se entre os intervalos de 6 a 10 segundos e 16 a 18 segundos a ocorrência de oscilações periódicas com amplitudes características de +1,4 mm (deslocamento positivo) e -1,0 mm (deslocamento negativo), demonstrando o estabelecimento de um padrão oscilatório consistente.

Notavelmente, após 20 segundos de ensaio, consiste na alteração marcante do comportamento dinâmico do sistema, caracterizada pelo estabelecimento de deslocamentos exclusivamente negativos mantidos por um intervalo temporal contínuo de 6 segundos. Este fenômeno sugere a possível emergência de efeitos não lineares no sistema acoplado fluido-estrutura ou, alternativamente, a manifestação de instabilidades dinâmicas características deste regime operacional específico.

A amplitude dos deslocamentos, variando entre -3,4 mm e 1,5 mm, evidencia uma resposta estrutural contida, porém quantitativamente mensurável, indicativa da interação entre as cargas aerodinâmicas e as propriedades inerciais da estrutura.

Sobre amplitude e resposta oscilatória, é possível ainda levantar algumas hipóteses.

- Padrão Oscilatório: A presença de variações regulares sugere excitação de modos naturais da estrutura
- Assimetria na Resposta: A maior amplitude negativa (-3,4 mm) em relação à positiva (1,5 mm) pode indicar efeitos não-lineares na resposta estrutural, influência de cargas aerodinâmicas assimétricas e possível acoplamento entre modos de flexão e torção

O comportamento observado a 4,39 m/s representa uma condição limitada de estabilidade, com oscilações moderadas, mas controladas. A relativa pequena amplitude das oscilações sugere que a asa opera próximo, mas não além de seu limite de estabilidade nesta velocidade específica.

#### 4.0.2 Velocidade de 8,38 m/s

Esta seção apresenta os resultados médios de deslocamento obtidos para a asa retangular submetida a uma velocidade de escoamento de 8,38 m/s (Fig. 26). Conforme observado nas análises anteriores, o deslocamento inicial nulo (0 mm) corresponde ao período transiente necessário para estabilização da velocidade no túnel de vento.

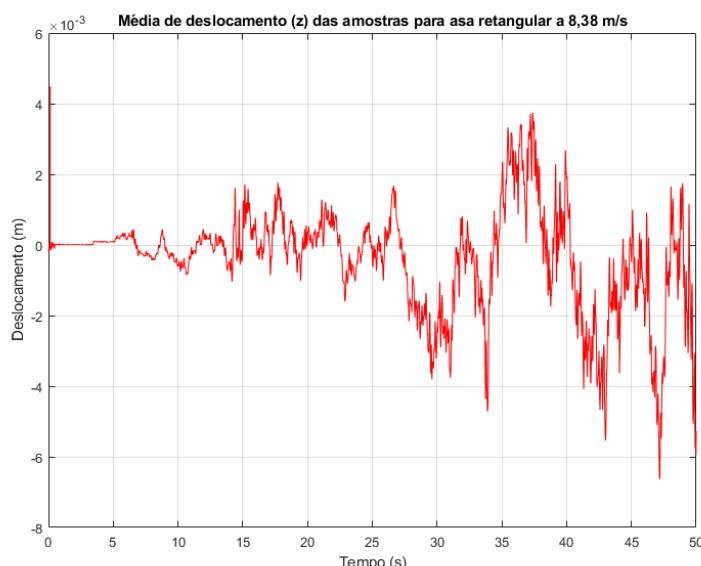


Figura 26 – Gráfico da média para o deslocamento a 8,38 m/s

Verifica-se que, em contraste marcante com os resultados obtidos a 4,39 m/s, a magnitude dos deslocamentos nos instantes iniciais apresenta valores significativamente inferiores aos registrados no restante do ensaio. A estrutura somente exibe deslocamentos de amplitude rele-

vante a partir do marco temporal de 20 segundos, demonstrando um comportamento dinâmico distinto do caso anterior, com picos positivos de quase 4 mm e negativos de -7 mm.

Notavelmente, diferentemente do observado na condição de 4,39 m/s, não se verifica a predominância de deslocamentos unidirecionais em nenhum intervalo temporal. A resposta estrutural caracteriza-se pela ocorrência simultânea de deslocamentos tanto positivos quanto negativos ao longo de todo o período de medição.

A divergência observada nos comportamentos dinâmicos pode ser atribuída fundamentalmente à alteração na velocidade do escoamento, que promoveu modificações substanciais nas características do acoplamento fluido-estrutura.

Adicionalmente, o incremento na velocidade do escoamento provavelmente induziu transformações nos mecanismos de transferência de energia entre os modos estruturais e o campo aerodinâmico circundante. Tal modificação se manifesta particularmente na alteração dos padrões de oscilação, onde se observa a transição de um comportamento predominantemente unidirecional para oscilações bidirecionais simétricas, indicando uma mudança no balanço energético do sistema acoplado.

Tais observações abrem margem para o levantamento de duas hipóteses.

- Amplitude significativa: Os deslocamentos variam entre -7 mm e +4 mm, indicando uma resposta aeroelástica ativa.
- Assimetria marcante: A amplitude negativa é 75% maior que a positiva, sugere:
  1. Forte acoplamento flexão-torção
  2. Não-linearidades aerodinâmicas no escoamento

Embora a placa submetida ao escoamento de 8,38 m/s exiba inicialmente uma resposta mais atenuada, verifica-se posteriormente o desenvolvimento de deslocamentos significativamente mais pronunciados quando comparados aos observados a 4,39 m/s. Esta amplificação dinâmica manifesta-se quantitativamente através de um incremento de aproximadamente 100% nas amplitudes de oscilação, evidenciando uma substancial elevação nos níveis de energia cinética e potencial do sistema acoplado fluido-estrutura.

Tal comportamento dinâmico sugere que o aumento da velocidade do escoamento accentua consideravelmente as não linearidades inerentes ao sistema. Essas não linearidades, que se tornam progressivamente mais relevantes com o incremento da velocidade, exercem influência determinante na resposta dinâmica global da asa. Particularmente, na condição de 4,39 m/s, a magnitude das oscilações observadas permite intuir a ocorrência de um fenômeno de ressonância estrutural, provavelmente decorrente da proximidade entre a frequência de excitação aerodinâmica e a frequência natural fundamental da estrutura.

Em contraste, no regime de 8,38 m/s, o aumento da energia cinética do escoamento favorece a formação de estruturas vorticais mais intensas e coerentes. Estes vórtices, caracterizados por maior conteúdo energético, promovem uma transferência mais eficiente de energia do campo fluido para a estrutura, resultando na amplificação observada das amplitudes de deslocamento.

## 4.1 Asa Rígida Enflechada

A Figura 27 apresenta os resultados médios de deslocamento para a configuração de asa enflechada submetida a um escoamento com velocidade de 8,38 m/s. Em virtude do período de estabilização prolongado característico desta geometria, optou-se por iniciar a aquisição de dados somente após 5 segundos da ativação do túnel de vento. Esta abordagem metodológica resulta em registros iniciais que, embora não partam exatamente de 0 mm, apresentam valores extremamente próximos desta referência.

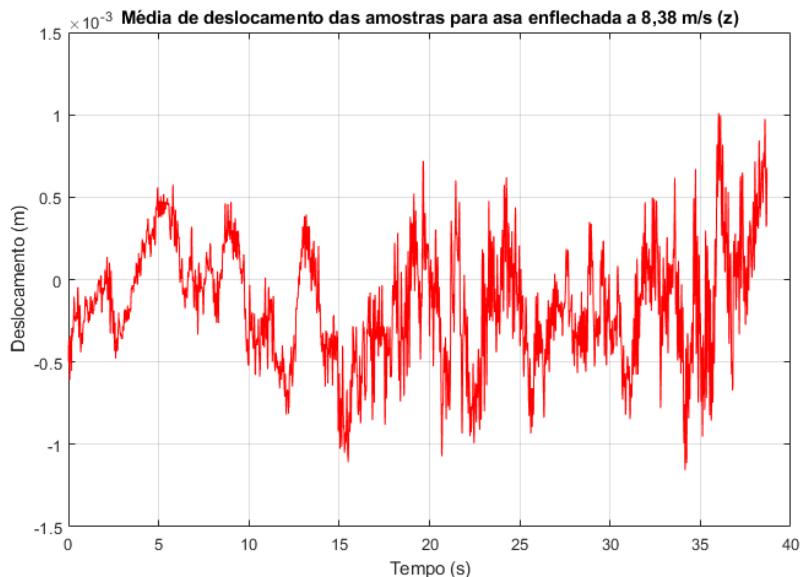


Figura 27 – Gráfico da média para o deslocamento de asa enflechada a 8,38 m/s

A análise temporal revela um comportamento dinâmico distinto em duas fases principais. Na fase inicial (5-15 segundos), observa-se uma resposta estrutural irregular, com deslocamentos variando entre +0,5 mm e -1,0 mm, caracterizando um período de acomodação dinâmica. Segue-se um regime estacionário (15-32 segundos) com oscilações harmônicas bem definidas, apresentando certa simetria entre os deslocamentos positivos e negativos.

Um evento particular ocorre no intervalo de 32-36 segundos, com picos de  $\pm 1,0 \text{ mm}$ , sugerindo possíveis interações modais transitórias.

Notavelmente, as amplitudes máximas registradas para a configuração enflechada são significativamente menores (aproximadamente 75% na redução dos picos positivos e 85% nos

negativos) quando comparadas aos resultados da asa retangular simétrica nas mesmas condições experimentais. Esta drástica redução nas amplitudes de deslocamento permite inferir duas hipóteses principais:

- Efeito do enflechamento: A geometria a  $45^\circ$  redistribui as cargas aerodinâmicas, reduzindo a energia transferida para modos estruturais críticos.
- Assimetria na resposta: Maior magnitude em deslocamentos negativos, sugerindo:
  1. Prevalência de torção sobre flexão pura.
  2. Possível separação assimétrica do escoamento nas bordas do enflechamento.

Em comparação com a asa de referência de perfil retangular sob idênticas condições de velocidade, observam-se diferenças fundamentais no comportamento aeroelástico que merecem análise criteriosa, dispostas na tabela abaixo.

Tabela 1 – Comparaçao entre asa retangular e asa enflechada ( $V = 8,38 \text{ m/s}$ )

Parâmetro	Retangular	Enflechada $45^\circ$	Dif. (%)	Interpretação
Amplitude (z)	-7 a +4 mm	-2,5 a +1,5 mm	↓ 64%	Redução drástica de oscilações
Razão (-/+)	1,75:1	1,67:1	↓ 5%	Menor assimetria, melhor distribuição de cargas

A redução observada nos deslocamentos aeroelásticos pode ser atribuída a mecanismos físicos fundamentais associados à configuração de enflechamento a 45 graus. Primeiramente, este ângulo promove um desacoplamento eficiente dos modos estruturais, inibindo a transferência de energia entre eles e, consequentemente, mitigando a amplificação das oscilações.

Outro fator determinante é a redução da componente de velocidade perpendicular à linha de enflechamento, que decresce proporcionalmente ao cosseno do ângulo ( $\cos(45^\circ)$ ), resultando em menores cargas dinâmicas atuantes na estrutura. Em conjunto, esses mecanismos explicam a atenuação das respostas aeroelásticas, evidenciando a influência crítica da geometria de enflechamento no controle de instabilidades dinâmicas.

## 4.2 Asa Retangular com Variação de Centro de Massa

Para a configuração com variação vertical do centro de massa, a Figura 28 apresenta os resultados médios de deslocamento obtidos experimentalmente. Similarmente aos casos anteriores de asa retangular, observa-se um deslocamento inicial nulo (0 mm), correspondendo ao período transiente necessário para estabilização das condições de escoamento após a ativação do túnel de vento.

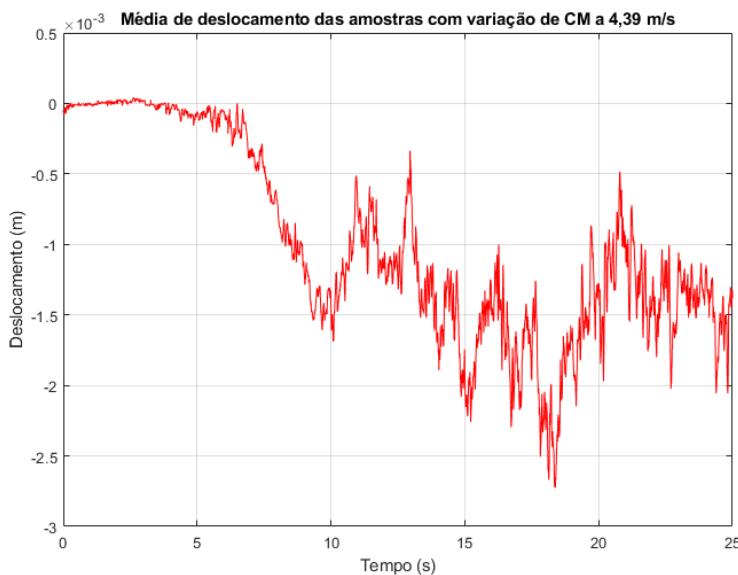


Figura 28 – Gráfico da média acumulada para o deslocamento de asa com variação de CM a 4,39 m/s

A análise dos dados revela um comportamento dinâmico notavelmente assimétrico, com 100% dos deslocamentos ocorrendo exclusivamente no sentido negativo. Este fenômeno de unidirecionalidade persistente destaca-se como característica fundamental da resposta estrutural nesta configuração particular. Nos instantes iniciais ( $t < 5$  s), registram-se deslocamentos de magnitude reduzida, com amplitudes mais significativas somente manifestando-se após o quinto segundo de ensaio.

A partir do marco temporal de 10 segundos, embora se observe variações na amplitude dos deslocamentos, estes permanecem restritos ao regime negativo, atingindo um pico máximo de -2,7 mm. Este padrão contrasta marcadamente com os comportamentos observados nas configurações anteriores, sugerindo que a modificação vertical do centro de massa: introduz uma assimetria substancial na distribuição de massas, alterando fundamentalmente as características modais da estrutura. Assim como modifica o acoplamento entre os graus de liberdade estruturais e aerodinâmicos.

A mudança na posição vertical do centro de massa altera significativamente a distribuição de inércia e os modos de vibração da estrutura. O deslocamento do CM para uma posição mais elevada (0,364 m) aumenta o momento de inércia em relação ao eixo de flexão, o que pode reduzir a frequência natural da asa, aproximando-a da frequência de excitação aerodinâmica. Assim como, introduz acoplamento entre modos de flexão e torção, potencialmente amplificando as respostas dinâmicas.

A amplitude de deslocamento variando entre -2,75 mm e 0 mm (sem valores positivos) sugere uma condição de carregamento assimétrico, possivelmente devido à combinação entre a variação do CM e o escoamento aerodinâmico.

Na asa de referência, as amplitudes de deslocamento variam de -3,4 mm a 1,5 mm, demonstrando uma oscilação mais simétrica em torno da posição de equilíbrio. Esse comportamento está alinhado com o esperado para uma asa simétrica sem variação no CM, onde as forças aerodinâmicas e a inércia estrutural estão equilibradas e o sistema exibe dominância linear-elástica, evidenciada pelos deslocamentos bidirecionais.

A faixa restrita de deslocamento (-2,75 mm a 0 mm) e a menor amplitude de pico (2,75 mm vs. 3,4 mm) sugerem feitos de amortecimento aumentados devido à redistribuição do CM, possivelmente por acoplamento inercial ou alteração na transferência de energia modal. Já para o caso referencial as amplitudes bidirecionais são maiores (2,45 mm em média) indicando maior retenção de energia no sistema, típica de interações aeroelásticas simétricas.

Aerodinamicamente, a variação no CM provavelmente modifica a distribuição de carga ao longo da envergadura, retardando o desprendimento de vórtices ou criando separação de fluxo localizada. Enquanto que na ocorrência original, o perfil simétrico promove a formação uniforme de vórtices ao longo da asa, levando a excitações periódicas mais previsíveis e oscilações maiores.

# 5 Conclusões

A investigação de fenômenos aeroelásticos é fundamental para assegurar a integridade estrutural de aeronaves, constituindo-se como elemento essencial no processo de projeto e validação de sistemas aeronáuticos. O presente estudo dedicou-se à identificação e análise do comportamento desses fenômenos em ambiente controlado, adotando uma abordagem experimental mediante o desenvolvimento de uma bancada aeroelástica na Faculdade de Ciência e Tecnologia em Engenharia. Paralelamente, conduziu-se um levantamento bibliográfico abrangendo fenômenos aeroelásticos, configurações experimentais e dispositivos de ensaio, estabelecendo assim as bases teóricas e metodológicas necessárias para a execução dos experimentos.

## 5.1 Síntese dos Resultados

Através de procedimentos experimentais, foi possível caracterizar os comportamentos dinâmicos, tanto lineares quanto não lineares, de uma asa rígida em três configurações distintas: perfil retangular, geometria enflechada e variação no centro de massa. A análise gráfica mostrou-se instrumental para o rastreamento e comparação dos padrões de deslocamento apresentados pelas três configurações estudadas.

Os dois primeiros casos experimentais, realizados respectivamente nas velocidades de 4,39 m/s e 8,38 m/s, apresentaram similaridades metodológicas em sua execução, porém revelaram diferenças significativas em seus resultados. Enquanto o primeiro caso exibiu um período mais prolongado de instabilidade inicial com amplitudes de deslocamento relativamente menores, o segundo caso caracterizou-se por maiores picos de deslocamento associados a um período mais extenso de estabilidade dinâmica durante os ensaios.

No terceiro caso, que investigou a configuração com enflechamento, observou-se uma redução substancial nas amplitudes máximas de deslocamento quando comparadas à asa retangular submetida à mesma velocidade de 8,38 m/s. O caso final, envolvendo a variação do centro de massa (CM), apresentou um comportamento dinâmico distintivo, com deslocamentos exclusivamente unilaterais (negativos) ao longo de todo o ensaio, atingindo um pico máximo de -2,75 mm.

Estes resultados experimentais demonstram consistência com o referencial teórico apre-

sentado neste estudo. O aumento da velocidade de 4,39 m/s para 8,38 m/s resultou na intensificação das não-linearidades do sistema, conforme evidenciado pelo incremento nas amplitudes máximas de deslocamento, em concordância com os princípios aeroelásticos estabelecidos.

A implementação do enflechamento, apesar de suas implicações estruturais, mostrou-se eficaz na mitigação de fenômenos aeroelásticos. Esta característica foi comprovada experimentalmente através dos menores deslocamentos observados e do comportamento dinâmico mais controlado.

Finalmente, a modificação vertical do centro de massa provocou uma redistribuição significativa das propriedades iniciais da estrutura, alterando seus modos naturais de vibração e resultando em uma resposta dinâmica amplificada e assimétrica. Os resultados experimentais, que revelaram deslocamentos exclusivamente negativos, validam esta premissa teórica e destacam a sensibilidade dos sistemas aeroelásticos às variações na distribuição de massa.

## 5.2 Objetivos Alcançados

Em relação aos objetivos estabelecidos no início deste trabalho, verifica-se que o objetivo geral de consolidar uma bancada aeroelástica na Faculdade de Ciências e Tecnologias em Engenharia (FCTE), garantindo parâmetros metrológicos adequados para investigações científicas em aeroelasticidade, foi alcançado. O aparato desenvolvido demonstrou-se operacionalmente apto para a realização de ensaios experimentais de diferentes naturezas, permitindo a análise de fenômenos aeroelásticos em condições controladas. A validação metrológica foi confirmada por meio da reproduzibilidade dos resultados e da consistência dos dados coletados.

No que concerne aos objetivos específicos, destaca-se que:

1. A análise comparativa entre os dados experimentais e os modelos teóricos, tomando como referência o comportamento da asa retangular simétrica, foi realizada com sucesso. Essa avaliação ocorreu mediante a investigação de duas faixas de velocidade distintas (4,39 m/s e 8,38 m/s), permitindo a identificação de regimes dinâmicos lineares e não lineares. Os resultados obtidos apresentaram concordância qualitativa com as previsões teóricas, particularmente no que diz respeito à amplificação das amplitudes de deslocamento em velocidades próximas à crítica.
2. A investigação dos efeitos do enflechamento (45 graus) e da variação do centro de massa (CM) no comportamento aeroelástico foi conduzida segundo os mesmos protocolos experimentais aplicados à asa retangular de referência. Os ensaios revelaram que:
  - O enflechamento promoveu uma redução significativa nas amplitudes de oscilação, corroborando a literatura especializada quanto ao seu efeito estabilizador.

- A modificação do CM resultou em um comportamento assimétrico nos deslocamentos, com respostas exclusivamente negativas, evidenciando a sensibilidade do sistema a alterações na distribuição de massa.

### 5.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Com base nas análises realizadas e nos resultados obtidos, propõem-se as seguintes diretrizes para investigações futuras para o prosseguimento deste estudo.

1. Realizar análise modal experimental para identificar os modos de vibração envolvidos de cada caso experimentado;
2. Incluir simulações numéricas (CFD + Estrutural) para estudar o acoplamento fluido-estrutura e a formação de vórtices;
3. Modelar o acoplamento fluido-estrutura com enflechamento em softwares como ANSYS ou OpenFOAM;
4. Estudar a variação da posição do centro de massa como forma de otimização da estabilidade e realizar os testes experimentais referentes.

# Referências

- John D.; ANDERSON. *Fundamentals of Aerodynamics*. McGraw-Hill Education, New York, 6 edition, 2017. ISBN 978-1-259-12991-9. Citado na página [19](#).
- Raymond L. BISPLINHOFF, Holt ASHLEY, and Robert L. HALFOMAN. *Aeroelasticity*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1996. ISBN 978-0486691893. Citado 4 vezes nas páginas [17](#), [18](#), [24](#) e [25](#).
- A. G. CHOWDHURY and P. P. SARKAR. A new technique for identification of eighteen flutter derivatives using a three-degree-of-freedom section model. *Engineering Structures*, 25:1763–1772, 2003. Citado na página [21](#).
- TIAGO COSTA. Estudo numérico de uma asa com controle ativo de flutter por realimentação da pressão medida num ponto. *EED/USP*, 2007. Citado na página [19](#).
- Earl H. DOWELL and Marat ILGAMOV. *Studies in Nonlinear Aeroelasticity*. y Springer-Verlag New York Inc., 1988. ISBN 13:978-1-4612-3908-6. Citado 9 vezes nas páginas [16](#), [17](#), [23](#), [29](#), [30](#), [31](#), [32](#), [38](#) e [40](#).
- E.H. DOWELL, J.J. TRAYBAR, and D.H. HODGES. Experimental investigation of flutter in a cantilevered flexible beam. *Journal of Sound and Vibration*, 42(4):453–465, 1975. doi: 10.1016/0022-460X(75)90068-4. Citado 2 vezes nas páginas [44](#) e [45](#).
- Mila Fernanda ESPER. Bancada experimental para análises aeroelásticas em túnel de vento. Master's thesis, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2023. Trabalho de Conclusão do Curso de Engenharia Aeroespacial. Citado na página [46](#).
- M.G. FARMER. A two-degree-of-freedom flutter mount system with low damping for testing rigid wings at different angles of attack. Technical Report NASA-TM-83302, NASA, 1982. Citado 3 vezes nas páginas [40](#), [41](#) e [42](#).
- Y. C FUNG. *An introduction to the theory of aeroelasticity*. New York, Wiley, 1955. Citado na página [24](#).
- Yuan-cheng FUNG. *Aeroelasticity*. Dover Publications, Mineola, New York, 2002. ISBN 978-0486425979. Citado 2 vezes nas páginas [29](#) e [31](#).

- Daniel GAY and Suong V. HOA. *Composite Materials: Design and Applications*. CRC Press, Boca Raton, 3 edition, 2015. ISBN 978-1-4822-3434-6. URL <https://www.routledge.com/Composite-Materials-Design-and-Applications/Gay-Hoa/p/book/9781482234346>. Livro técnico sobre aplicações de materiais compósitos em engenharia, com ênfase em projetos aeronáuticos. Citado na página 19.
- Thiago Augusto Machado GUIMARÃES. *Contribuição ao estudo do comportamento dinâmico e aeroelástico de laminados compósitos de rigidez variável*. Tese de doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasil, 2016. 134 f. Citado na página 19.
- G. Alvin HODGES, DEWEY H. and PIERCE. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*. Cambridge University Press, 2002. ISBN 0-521-80698. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.
- Koji ISOGAI. On the transonic-dip mechanism of flutter of a sweptback wing. Technical report, National Aerospace Laboratory, Tokyo, Japan, 1979. URL <https://ntrs.nasa.gov/citations/19790016345>. Relatório técnico do National Aerospace Laboratory, Japão. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- Yiyuan MA and Ali ELHAM. Designing high aspect ratio wings: A review of concepts and approaches. *Progress in Aerospace Sciences*, 145:100983, 2024. ISSN 0376-0421. doi: 10.1016/j.paerosci.2024.100983. URL <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2024.100983>. Available online 22 February 2024. Citado na página 20.
- L. MARCHETTI, F. Toffol, S. Ricci, J. Beretta, and N. Paletta. Aeroelastic optimization of high aspect ratio wings for environmentally friendly aircraft. In *AIAA SCITECH 2022 Forum*, San Diego, CA & Virtual, 2022. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2022-0166. URL <https://doi.org/10.2514/6.2022-0166>. Citado na página 20.
- Boris MICHELI. Active flutter suppression: Are we reactive enough? Technical report, DLR Institute of Aeroelasticity, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 18.
- VIVEK MUKHOPADHYAY. Historical perspective on analysis and control of aeroelastic responses. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 26(5), 673–684., 2003. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 17.
- T. O’NEIL, H. GILLIATT, and T. W. STRGANAC. Investigations of aeroelastic response for a system with continuous structural nonlinearities. In *Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, volume 37, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 43.
- Daniel P. RAYMER. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 6 edition, 2018. ISBN 978-1-62410-490-9. Citado 3 vezes nas páginas 20, 25 e 26.

- Mohammad H. SADRAEY. *General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 2 edition, 2020. ISBN 978-1-62410-490-2. Inclui bibliografia e índice. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- P. A. SANCHES. Projeto de aparato aeroelástico com superfície de controle e compensador. Dissertação (mestrado), Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, Brasil, 2022. Citado 4 vezes nas páginas 9, 40, 42 e 43.
- Matheus Martines SANTOS. Wind tunnel bench test of a pitch-and-plunge aeroelastic model undergoing nonlinear post-flutter oscillations. *Discover Mechanical Engineering*, 3(15):21–37, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 42.
- Walter A. SILVA, Thomas W. STRGANAC, and Muhammad R. HAJJ. Higher-order spectral analysis of a nonlinear pitch and plunge apparatus. In *AIA*, pages 1–20, Austin, TX, 2005. American Inst. of Aeronautics and Astronautics. Citado na página 43.
- W J STEVENSON. Aeroelasticity in aircraft design. *The South African Mechanical Engineer*, 31:50–57, 1981. Citado 3 vezes nas páginas 9, 23 e 24.
- E.J. TAVARES. Modelo experimental para ensaios de flutter de uma seção típica aeroelástica. Master's thesis, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, Brasil, 2009. Citado na página 40.
- Theodore THEODORSEN. General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter. Technical Report NACA-TR-496, National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), Washington, D.C., 1935. URL <https://ntrs.nasa.gov/citations/19930090935>. Citado 3 vezes nas páginas 29, 30 e 55.
- Martin R. WASZAKI. Modeling the benchmark active control technology wind-tunel modelo for active control desing applications. Technical Report NASA-TP-206270, NASA, 1986. Citado na página 41.
- Jan R. WRIGHT and Jonathan Edward COOPER. *Introduction to aircraft aeroelasticity and load*. John Wiley & Sons, ISBN TL574.A37W75 2014 629.132'362–dc23, 2015. Citado 10 vezes nas páginas 9, 21, 23, 25, 32, 36, 37, 38, 39 e 54.
- Jan Robert Wright and Jonathan Edward Cooper. *Introduction to Aircraft Aeroelasticity and Loads*. Aerospace Series (PEP). John Wiley & Sons, Incorporated, Chichester, England, 2007. ISBN 978-0-470-85840-0. Citado na página 29.
- Li ZHIYUAN. Recent progress on flutter based wind energy harvesting. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 32(5):497–515, 2021. doi: 10.1177/1045389X20987912. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 44.

# APÊNDICES

# A CÓDIGO MATLAB - DETERMINAÇÃO DA MÉDIA ACUMULADA

```

tempo = xlsread('balsa30.xlsx', 1, 'A3:A3070');
deslocamentoy = xlsread('balsa30.xlsx', 1, 'B3 : B3070');
plot(tempo, deslocamentoy, 'LineStyle', '-' , 'Marker', 'o', 'MarkerSize', 2);
xlabel("Tempo (s)");
ylabel("Amplitude");
% Calculando a média acumulada
mediaacumulada = cumsum(deslocamentoy).(1 : length(deslocamentoy));
% Plotando o sinal final e a média acumulada figure('Position', [100, 100, 1000, 400]);
plot(tempo, deslocamentoy, 'LineStyle', '-' , 'DisplayName', 'SinalcomRudo');
hold on;
plot(tempo, mediaacumulada, 'Color', 'red', 'LineWidth', 2, 'DisplayName', 'MdiaAcumulada');
xlabel("Tempo (s)");
ylabel("Amplitude");
title("Sinal do Tracker e Média Acumulada");
legend;
grid on;
hold off;

```

## B CÓDIGO MATLAB - MÉDIA DE DESLOCAMENTO EM Z DA ASA RÍGIDA

```

clc; clear; close all;

tempo = zeros(3068, 1);

deslocamento = zeros(3068, 30);

%% Leitura do tempo t = xlsread('balsa30.xlsx', 1, 'A3:A3070');

tempo = t; % Extrai de 3 a 3070 (3068 elementos)

for i = 1:30

    zi = xlsread('balsa30.xlsx', i, 'B3 : B3070'); %disp(['Sensor', num2str(i), '-Tamanhodezi :',
    , num2str(size(zi))]);

    deslocamento(:, i) = zi;

end

A = deslocamento';

Media_z = median(A);

%% Plots deslocamento

figure(1);

% plot para z % subplot(2,1,1); plot(tempo,Media_z, "r");

xlim([0, 30]);

grid on; hold on;

title(sprintf('Média de deslocamento das amostras (z)'));

xlabel('Tempo (s)');

ylabel('Deslocamento (m)');

set(gca,'fontsize',10);

```