



Universidade de Brasília – UnB
Faculdade de ciências e tecnologias em engenharia – FCTE
Engenharia Aeroespacial

Resposta dinâmica estrutural ao empuxo de um foguete de competição

Autor: Davi Toledo da Costa
Orientador: Professor Doutor Sergio Henrique da Silva Carneiro

Brasília, DF
2025



Davi Toledo da Costa

**Resposta dinâmica estrutural ao empuxo de um foguete
de competição**

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília – UnB
Faculdade de ciências e tecnologias em engenharia – FCTE

Orientador: Professor Doutor Sergio Henrique da Silva Carneiro

Brasília, DF
2025

Davi Toledo da Costa

Resposta dinâmica estrutural ao empuxo de um foguete de competição/ Davi Toledo da Costa. – Brasília, DF, 2025-

169 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Professor Doutor Sergio Henrique da Silva Carneiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB
Faculdade de ciências e tecnologias em engenharia – FCTE , 2025.

1. Análise Modal. 2. Análise Transiente. I. Professor Doutor Sergio Henrique da Silva Carneiro. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade de ciências e tecnologia em engenharia. IV. Resposta dinâmica estrutural ao empuxo de um foguete de competição

CDU

629.78:624.042.3:519.6

Davi Toledo da Costa

Resposta dinâmica estrutural ao empuxo de um foguete de competição

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 14 de Julho de 2025 – Data da aprovação do trabalho:

**Professor Doutor Sergio Henrique da
Silva Carneiro**
Orientador

**Professora Doutora Suzana Moreira
Avila**
Convidado 1

**Professora Doutora Maura Angelica
Milfont Shzu**
Convidado 2

Brasília, DF
2025

Dedico este trabalho às pessoas especiais na minha vida, que enxergaram meu potencial e me incentivaram a ser uma pessoa melhor, quando até mesmo eu não via mais potencial em mim.

Agradecimentos

À minha família, meu alicerce e minha fonte inesgotável de amor e apoio. Agradeço por estarem sempre ao meu lado, acreditando em meus sonhos e me dando a força necessária para seguir em frente.

Ao meu amor, companheira de tantas jornadas, obrigada por estar ao meu lado nos momentos mais difíceis e por celebrar comigo cada pequena vitória. Sua presença me trouxe equilíbrio, coragem e serenidade ao longo desse caminho. Obrigada por acreditar em mim mesmo quando eu duvidava, por ouvir minhas angústias, apoiar meus planos e por ser um porto seguro quando tudo parecia turbulento. Essa conquista também é sua.

Aos meus amigos, pela amizade sincera e pelos momentos de alegria e descontração que tornaram essa jornada mais leve e prazerosa. Vocês são essenciais na minha vida e cada um de vocês contribuiu de forma única para que eu chegasse até aqui.

Aos meus professores, que me proporcionaram uma educação sólida e despertaram em mim a curiosidade e o desejo de aprender sempre mais. Agradeço por compartilharem seu conhecimento e por serem exemplos de dedicação e excelência.

Ao meu orientador, por sua orientação paciente, pelas valiosas lições e pelo constante encorajamento. Sua confiança em meu trabalho foi fundamental para que eu pudesse superar os desafios e alcançar meus objetivos.

A todos vocês, minha gratidão eterna. Este trabalho é uma conquista que compartilho com cada um que esteve presente em minha caminhada. Muito obrigado!

*“Desde pequeno falam que eu sou curioso
Quem me viu, quem me vê, fala que eu nunca cresci
Não tenho medo de errar ...
Só medo de desistir
Mas tenho 20 e poucos anos, e não vou parar aqui...”*
(Lagum, Ninguém Me Ensinou)

Resumo

Estruturas aeroespaciais são submetidas a cargas dinâmicas que podem gerar vibrações potencialmente prejudiciais durante a operação. Portanto, é crucial desenvolver modelos dinâmicos precisos durante a fase de projeto para prever adequadamente o comportamento estrutural em ambientes aeroespaciais rigorosos. Para isso, é comum a utilização de modelos numéricos baseados no Método dos Elementos Finitos (MEF). Este trabalho se concentra na utilização do software Ansys para realizar a análise transiente de um modelo numérico de foguete, considerando os efeitos do empuxo. Foram modeladas duas configurações do veículo lançador, para serem usados em três casos de voo distintos, estes sendo a ignição, a decolagem e o fim de queima da parafina, o empuxo foi modelado para ser utilizado na análise destes casos como forças oscilatórias aplicadas ao bocal do foguete. A análise abordou as frequências naturais da estrutura e a aceleração resultante em resposta às forças propulsivas aplicadas ao longo do eixo de movimento do foguete. Os resultados demonstram a eficácia da metodologia empregada para prever o comportamento estrutural sob o empuxo, contribuindo para a melhoria do projeto estrutural e assegurando a integridade do foguete durante seu lançamento. Porém, recomenda-se cautela ao realizar análises empregando MEF, pois estas dependem da precisão das propriedades dos materiais e das condições de contorno especificadas. O modelo apresentado no trabalho foi desenvolvido com base em geometrias simplificadas para capturar de forma adequada as características dinâmicas essenciais do foguete, sem comprometer a viabilidade computacional. A aplicação do empuxo como forças oscilatórias no modelo permitiu investigar o comportamento transiente da estrutura sob condições realistas de operação. No corpo do trabalho serão apresentadas as acelerações medidas em 3 nós, a fim de comparação, na placa onde se encontra a carga útil, na plataforma do óxido nitroso e no bocal.

Palavras-chave: foguete, carga útil, análise modal, empuxo, simulação computacional.

Abstract

Aerospace structures are subjected to dynamic loads that may induce potentially harmful vibrations during operation. Therefore, the development of accurate dynamic models during the design phase is essential for reliably predicting structural behavior in demanding aerospace environments. Numerical models based on the Finite Element Method (FEM) are commonly employed for this purpose. This study focuses on the use of Ansys software to perform a transient analysis of a numerical rocket model, considering the effects of thrust.

Two structural models of the launch vehicle were developed to represent three distinct flight conditions: ignition, liftoff, and the end of paraffin combustion. Thrust was modeled as oscillatory forces applied to the rocket nozzle for each of these scenarios. The analysis encompassed the identification of the structure's natural frequencies and the evaluation of the resulting acceleration in response to propulsive forces applied along the rocket's axis of motion. The results demonstrate the effectiveness of the proposed methodology in predicting structural behavior under thrust, contributing to the improvement of structural design and ensuring rocket integrity during launch.

Nonetheless, caution is advised when conducting FEM-based analyses, as their accuracy depends on the reliability of material properties and the correct specification of boundary conditions. The models developed in this work were based on simplified geometries, aiming to capture the essential dynamic characteristics of the rocket without compromising computational feasibility. The application of thrust as oscillatory forces enabled the investigation of the structure's transient behavior under realistic operational conditions. Acceleration data were measured at three specific nodes—on the plate where the payload is located, on the nitrous oxide platform, and on the platform in contact with the nozzle—for comparative analysis throughout the study.

Key-words: rocket, payload, modal analysis, thrust, computational simulation.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação de elemento BEAM188 (ANSYS, INC., 2022)	27
Figura 2 – Representação de elemento SHELL181 (ANSYS, INC., 2022)	28
Figura 3 – Representação de elemento SOLID186 (ANSYS, INC., 2022)	29
Figura 4 – Representação de um foguete VS-50 (Brazilian Space, 2018)	31
Figura 5 – Local de definição das condições iniciais para análise transiente	39
Figura 6 – Exemplo de fator de participação modal demonstrado no Ansys Workbench	42
Figura 7 – Fluxograma da metodologia adotada para análise dinâmica	43
Figura 8 – Fuselagem do foguete após remoção dos furos	45
Figura 9 – Tanque e parafina do foguete	46
Figura 10 – Vista isométrica da tubeira	47
Figura 11 – Vista isométrica da tubeira (2)	47
Figura 12 – Plataformas e longarinas	48
Figura 13 – Foguete completo com componentes internos	48
Figura 14 – Malha do foguete completo	49
Figura 15 – Malha da coifa	50
Figura 16 – Malha do tanque e parafina	50
Figura 17 – Malha da tubeira	51
Figura 18 – Malha das plataformas e longarinas	51
Figura 19 – Gráfico do empuxo durante os testes do Sara	53
Figura 20 – Gráfico do empuxo modificado do Sara	53
Figura 21 – Gráfico do empuxo durante o lançamento	54
Figura 22 – Gráfico do empuxo durante o Voo pleno	55
Figura 23 – Gráfico do empuxo durante o fim de queima	56
Figura 24 – Local de aplicação de força	58
Figura 25 – Local de definição dos coeficiente alfa e beta	60
Figura 26 – Local de aplicação das massas pontuais	62
Figura 27 – Primeiro modo de vibração - Flexão - 43,36 Hz	63
Figura 28 – Segundo modo de vibração - Flexão - 43,37 Hz	64
Figura 29 – Terceiro modo de vibração - Longitudinal - 110,98 Hz	64
Figura 30 – Quarto modo de vibração - Flexão - 134,40 Hz	65
Figura 31 – Quinto modo de vibração - Flexão - 134,54 Hz	65
Figura 32 – Locais do nós	69
Figura 33 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, não amortecida, eixo X . . .	71
Figura 34 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, não amortecida, eixo Y . . .	72
Figura 35 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, não amortecida, eixo Z . . .	73

Figura 36 – Resposta ao lançamento, corpo rígido, não amortecida, eixo X	73
Figura 37 – Resposta ao lançamento, corpo rígido, não amortecida, eixo Y	74
Figura 38 – Resposta ao lançamento, corpo rígido, não amortecida, eixo Z	74
Figura 39 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, não amortecida, eixo X	76
Figura 40 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, não amortecida, eixo Y	77
Figura 41 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, não amortecida, eixo Z	78
Figura 42 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo X .	79
Figura 43 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Y .	80
Figura 44 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Z .	80
Figura 45 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo X .	81
Figura 46 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Y .	81
Figura 47 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Z .	82
Figura 48 – Pico de aceleração X Kg, eixo X	83
Figura 49 – Pico de aceleração X Kg, eixo Y	83
Figura 50 – Pico de aceleração X Kg, eixo Z	84
Figura 51 – RMS X Kg, eixo X	84
Figura 52 – RMS X Kg, eixo Y	85
Figura 53 – RMS X Kg, eixo Z	85
Figura 54 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, não amortecida, eixo X	87
Figura 55 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, não amortecida, eixo Y	87
Figura 56 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, não amortecida, eixo Z	88
Figura 57 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X .	90
Figura 58 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y .	91
Figura 59 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z .	91
Figura 60 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X .	92
Figura 61 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y .	93
Figura 62 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z .	93
Figura 63 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X .	94
Figura 64 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y .	95
Figura 65 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z .	95
Figura 66 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X . . .	96
Figura 67 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y . . .	97
Figura 68 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z . . .	97
Figura 69 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X .	98
Figura 70 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y .	99
Figura 71 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z .	99
Figura 72 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X . . .	100
Figura 73 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y . . .	101
Figura 74 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z . . .	101

Figura 75 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), decolagem, eixo X	102
Figura 76 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), decolagem, eixo Y	103
Figura 77 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), decolagem, eixo Z	103
Figura 78 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), voo pleno, eixo X	104
Figura 79 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), voo pleno, eixo Y	104
Figura 80 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), voo pleno, eixo Z	105
Figura 81 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), fim de voo, eixo X	105
Figura 82 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), fim de voo, eixo Y	106
Figura 83 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), fim de voo, eixo Z	106
Figura 84 – RMS X amortecimento (%), decolagem, eixo X	109
Figura 85 – RMS X amortecimento (%), decolagem, eixo Y	109
Figura 86 – RMS X amortecimento (%), decolagem, eixo Z	110
Figura 87 – RMS X amortecimento (%), voo pleno, eixo X	111
Figura 88 – RMS X amortecimento (%), voo pleno, eixo Y	111
Figura 89 – RMS X amortecimento (%), voo pleno, eixo Z	112
Figura 90 – RMS X amortecimento (%), fim de voo, eixo X	113
Figura 91 – RMS X amortecimento (%), fim de voo, eixo Y	113
Figura 92 – RMS X amortecimento (%), fim de voo, eixo Z	114
Figura 93 – Resposta ao voo pleno, corpo rígido, não amortecida, eixo X	125
Figura 94 – Resposta ao voo pleno, corpo rígido, não amortecida, eixo Y	126
Figura 95 – Resposta ao voo pleno, corpo rígido, não amortecida, eixo Z	126
Figura 96 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo X . .	127
Figura 97 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Y . .	127
Figura 98 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Z . .	128
Figura 99 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo X . .	128
Figura 100 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Y . .	129
Figura 101 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Z . .	129
Figura 102 – Resposta ao fim de voo, corpo rígido, não amortecida, eixo X	130
Figura 103 – Resposta ao fim de voo, corpo rígido, não amortecida, eixo Y	131
Figura 104 – Resposta ao fim de voo, corpo rígido, não amortecida, eixo Z	131
Figura 105 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X . .	132
Figura 106 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y . .	132
Figura 107 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z . .	133
Figura 108 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X . .	133
Figura 109 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y . .	134
Figura 110 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z . .	134
Figura 111 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X . .	135
Figura 112 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y . .	135
Figura 113 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z . .	136

Figura 114 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X . . .	137
Figura 115 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y . . .	137
Figura 116 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z . . .	138
Figura 117 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X . . .	138
Figura 118 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y . . .	139
Figura 119 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z . . .	139
Figura 120 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X . . .	140
Figura 121 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y . . .	140
Figura 122 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z . . .	141
Figura 123 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X . . .	142
Figura 124 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y . . .	142
Figura 125 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z . . .	143
Figura 126 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X . . .	143
Figura 127 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y . . .	144
Figura 128 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z . . .	144
Figura 129 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X . . .	145
Figura 130 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y . . .	145
Figura 131 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z . . .	146
Figura 132 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X . . .	146
Figura 133 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y . . .	147
Figura 134 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z . . .	147
Figura 135 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X . . .	148
Figura 136 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y . . .	148
Figura 137 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z . . .	149
Figura 138 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X . . .	149
Figura 139 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y . . .	150
Figura 140 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z . . .	150
Figura 141 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X . . .	151
Figura 142 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y . . .	151
Figura 143 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z . . .	152
Figura 144 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X . . .	152
Figura 145 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y . . .	153
Figura 146 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z . . .	153
Figura 147 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X . . .	154
Figura 148 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y . . .	154
Figura 149 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z . . .	155
Figura 150 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X . . .	155
Figura 151 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y . . .	156
Figura 152 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z . . .	156

Figura 153 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X . . .	157
Figura 154 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y . . .	157
Figura 155 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z . . .	158
Figura 156 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X . . .	158
Figura 157 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y . . .	159
Figura 158 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z . . .	159
Figura 159 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X . . .	160
Figura 160 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y . . .	160
Figura 161 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z . . .	161
Figura 162 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X . . .	161
Figura 163 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y . . .	162
Figura 164 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z . . .	162
Figura 165 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X . .	163
Figura 166 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y . .	163
Figura 167 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z . .	164
Figura 168 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X . .	164
Figura 169 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y . .	165
Figura 170 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z . .	165
Figura 171 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X . .	166
Figura 172 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y . .	166
Figura 173 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z . .	167
Figura 174 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X . .	168
Figura 175 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y . .	168
Figura 176 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z . .	169

Lista de tabelas

Tabela 1 – Frequências para diferentes massas de óxido nitroso (Hz)	66
Tabela 2 – Frequências para diferentes massas de óxido nitroso (corpo rígido)(Hz)	67
Tabela 3 – Pico de aceleração nos três pontos para diferentes amortecimentos (m/s ²)	115
Tabela 4 – Aceleração RMS nos três pontos para diferentes amortecimentos (m/s ²)	116

Lista de abreviaturas e siglas

MEF	Método dos Elementos Finitos
CRT	Capital Rocket Team
NURBS	Non Uniform Rational Basis Spline
APDL	<i>Ansys Parametric Design Language</i>
GL	Grau de liberdade
FFT	Transformada rápida de Fourier
IGFEM	<i>Interface-enriched Generalized Finite Element Method</i>
CAD	<i>Computer-Aided Design</i>

Lista de símbolos

$[\mathbf{M}]$	Matriz de massa
$[\mathbf{K}]$	Matriz de rigidez
$[\mathbf{C}]$	Matriz de amortecimento
t	Tempo
$x_h(t)$	Solução homogênea (resposta livre)
$x_p(t)$	Solução particular (resposta forçada)
x_i	Posição para um grau de liberdade qualquer
\dot{x}_i	Primeira derivada da posição
\ddot{x}_i	Segunda derivada da posição
ω_i	Frequência natural de vibração para um grau de liberdade qualquer
λ_i	Conjunto de constantes associadas aos autovalores do sistema
I_{sp}	Impulso específico
\dot{m}	Taxa de fluxo de massa
v_e	Velocidade de exaustão dos gases
Σ	Somatório
Φ_i	Forma modal

Sumário

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Contextualização	20
1.2	Justificativa	21
1.3	Objetivos	23
1.4	Síntese da metodologia	23
1.5	Organização do manuscrito	24
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	25
2.1	Método de elementos finitos	25
2.1.1	Elementos de viga	27
2.1.2	Elementos de casca	28
2.1.3	Elementos sólidos	29
2.2	Malha	30
2.3	Componentes básicos de Foguete	31
2.4	Modelagem da força propulsiva	33
2.4.1	Força propulsiva em foguetes	33
2.5	Amortecimento	34
2.5.1	Amortecimento de Rayleigh	35
2.6	Análise de vibrações usando Ansys	35
2.6.1	Equações gerais para sistemas com n graus de liberdade	36
2.6.2	Análise transiente	38
2.6.2.1	Solução geral da resposta transiente	39
2.6.2.1.1	Solução homogênea	40
2.6.2.1.2	Solução particular	40
2.6.2.2	Superposição modal na resposta transiente	40
2.6.3	Fator de participação modal	41
2.6.4	Massa efetiva	42
3	MATERIAIS E MÉTODOS	43
3.1	Modificação do CAD para estrutura de foguete	44
3.2	Análise de malha	49
3.3	Modelagem da força propulsiva	51
3.3.1	Início de queima	54
3.3.2	Voo pleno	55
3.3.3	Fim de queima	56
3.4	Análise de vibração - Resposta transiente ao lançamento	57

3.5	Determinação dos parâmetros de amortecimento	59
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	62
4.1	Análise modal	62
4.1.1	Análise modal - considerando apenas modos elásticos	65
4.1.2	Análise modal - incluindo modos de corpo rígido	67
4.2	Resposta ao empuxo	68
4.2.1	Caso 1: decolagem	69
4.2.1.1	Resposta ao lançamento - modos elásticos, não amortecidos	70
4.2.1.2	Resposta ao lançamento - corpo rígido, não amortecidos	73
4.2.2	Caso 2: voo pleno	75
4.2.2.1	Resposta ao voo pleno - modos elásticos, não amortecidos	76
4.2.2.2	Resposta ao voo pleno - 17 Kg e 18Kg - modos elásticos, não amortecidos	78
4.2.3	Caso 3: fim de queima	86
4.2.3.1	Resposta ao fim de voo - modos elásticos, não amortecidos	86
4.3	Resposta transiente - com amortecimento	89
4.3.1	Caso 1: lançamento	90
4.3.1.1	Resposta ao lançamento - modos elásticos, amortecidos	90
4.3.1.1.1	Amortecimento = 0,005	90
4.3.1.1.2	Amortecimento = 0,1	92
4.3.2	Caso 2: voo pleno	94
4.3.2.1	Resposta ao voo pleno - modos elásticos, amortecidos	94
4.3.2.1.1	Amortecimento = 0,005	94
4.3.2.1.2	Amortecimento = 0,1	96
4.3.3	Caso 3: fim de voo	98
4.3.3.1	Resposta ao fim de voo - modos elásticos, amortecidos	98
4.3.3.1.1	Amortecimento = 0,005	98
4.3.3.1.2	Amortecimento = 0,1	100
4.3.4	Pico de aceleração x amortecimento	102
4.3.5	RMS x amortecimento	108
4.3.6	Resumo dos resultados amortecidos	114
5	CONCLUSÕES	117
	REFERÊNCIAS	120

APÊNDICE A – ANÁLISES COMPLEMENTARES DE ACELERAÇÃO: MODOS DE CORPO RÍGIDO E VARIAÇÕES DO AMORTECIMENTO	125
A.1 Resposta ao voo pleno - corpo rígido, não amortecidos	125
A.1.1 Resposta ao voo pleno - 17 Kg e 18 Kg- corpo rígido, não amortecidos	126
A.2 Resposta ao fim de voo - corpo rígido, não amortecidos	130
A.3 Amortecimento caso 1: lançamento	132
A.3.1 Amortecimento = 0,01	132
A.3.2 Amortecimento = 0,02	133
A.3.3 Amortecimento = 0,03	135
A.3.4 Amortecimento = 0,05	137
A.4 Amortecimento caso 2: voo pleno	138
A.4.1 Amortecimento = 0,01	138
A.4.2 Amortecimento = 0,02	140
A.4.3 Amortecimento = 0,03	141
A.4.4 Amortecimento = 0,05	143
A.4.5 17 Kg	145
A.4.6 18 Kg	154
A.5 Amortecimento caso 3: fim de voo	163
A.5.1 Amortecimento = 0,01	163
A.5.2 Amortecimento = 0,02	164
A.5.3 Amortecimento = 0,03	165
A.5.4 Amortecimento = 0,05	168

1 Introdução

1.1 Contextualização

Estudar o efeito das forças que atuam em foguetes e veículos lançadores durante seu lançamento e as vibrações ocasionadas por elas é de suma importância para a segurança e eficácia das missões espaciais. O empuxo, sendo o resultado da reação de queima do combustível, é a principal força geradora de movimento, mas também gera desafios dinâmicos que precisam ser analisados e mitigados.

O empuxo gerado pelos motores de foguete não é perfeitamente uniforme. Pequenas variações na força de empuxo podem causar oscilações e vibrações na estrutura do veículo, propagando-se até a carga útil e podendo afetar componentes sensíveis. Durante diferentes fases do voo, como ignição, separação de estágios e queima de motores auxiliares, as variações de empuxo geram diferentes padrões de vibração que precisam ser controlados.

A interação aerodinâmica entre o foguete e a atmosfera também influencia as vibrações induzidas pelo empuxo. Conforme o foguete acelera e atravessa diferentes camadas atmosféricas, enfrenta variações na densidade do ar e na pressão dinâmica, amplificando as vibrações estruturais. Em altitudes mais baixas, a resistência do ar é maior, resultando em forças aerodinâmicas intensas que, combinadas com o empuxo do motor, podem causar fenômenos como flutter e buffeting, afetando a estabilidade do veículo.

A análise modal e a modelagem numérica via MEF são ferramentas indispensáveis para abordar esses desafios. Através de simulações detalhadas, engenheiros podem prever a resposta estrutural do foguete a diferentes níveis de empuxo e variações aerodinâmicas ao longo do voo. Isso permite identificar modos naturais de vibração que podem ser excitados pelo empuxo e pela interação com a atmosfera, fornecendo informações cruciais para o projeto de sistemas de amortecimento e controle de vibrações.

Diversas estratégias podem ser implementadas para mitigar os efeitos das vibrações identificadas. O uso de materiais avançados com propriedades de amortecimento superiores, a otimização do design estrutural para evitar ressonâncias indesejadas e a implementação de isoladores de vibração são algumas das técnicas empregadas. Além disso, o controle ativo de vibrações, utilizando sistemas de atuadores e sensores distribuídos ao longo da estrutura do foguete, pode ajustar dinamicamente a resposta do veículo às vibrações induzidas pelo empuxo, aumentando a segurança e a estabilidade durante o voo ([LBF, 2024](#)).

A importância do estudo do empuxo e das vibrações associadas também se estende ao processo de qualificação e teste dos foguetes. Antes de qualquer lançamento, é essencial

realizar testes em solo que simulem as condições de empuxo e as vibrações esperadas durante o voo. Esses testes permitem validar os modelos numéricos e ajustar os parâmetros de projeto conforme necessário, garantindo que o veículo estará preparado para enfrentar as condições reais de operação.

Portanto, a análise detalhada do efeito do empuxo e das vibrações induzidas é vital para o sucesso das missões espaciais. Compreender e mitigar esses fenômenos assegura a integridade estrutural do foguete, preserva a carga útil, e contribui para a segurança dos tripulantes e a eficácia das operações espaciais. À medida que as missões se tornam mais complexas, a evolução contínua das técnicas de análise modal e modelagem numérica será essencial para enfrentar os desafios dinâmicos associados ao empuxo em foguetes e veículos lançadores.

Além dos impactos estruturais e operacionais, as forças envolvidas no lançamento de foguetes têm efeitos fisiológicos significativos sobre o corpo humano, especialmente em missões tripuladas. Durante o lançamento, os tripulantes estão sujeitos a forças de aceleração elevadas, principalmente ao longo do eixo vertical ($+G_z$), que podem provocar alterações no fluxo sanguíneo cerebral, risco de perda de consciência (G-LOC) e sobre carga cardiovascular. Estudos como os de Tripp et al. ([TRIPP et al., 2009](#)) mostraram que, mesmo após a normalização da oxigenação cerebral pós-G-LOC, há um retardado considerável na recuperação das capacidades cognitivas e motoras. Outros trabalhos também identificaram que a exposição contínua a vibrações e acelerações pode levar a distúrbios musculoesqueléticos, como dor lombar crônica, particularmente entre pilotos expostos à vibração de corpo inteiro, como discutido por Kåsin et al. ([KÅSIN; MANSFIELD; WAGSTAFF, 2011](#)). Em voos suborbitais ou orbitais, onde os tripulantes são submetidos a perfis complexos de aceleração e desaceleração, esses efeitos se tornam ainda mais relevantes. A análise dinâmica detalhada, associada à modelagem biomecânica e à instrumentação fisiológica, é essencial para mitigar os riscos à saúde. Além disso, como observado em estudos de alta aceleração em pilotos de caças ([SHIRI et al., 2014](#)), a posição do corpo e a postura são determinantes para o agravamento de dores cervicais e lombares. Isso reforça a importância de integrar avaliações biomecânicas humanas nos projetos estruturais e nos sistemas de suporte à vida de foguetes tripulados.

1.2 Justificativa

A análise estrutural de veículos aeroespaciais, especialmente foguetes, exige uma abordagem detalhada e antecipatória para compreender como a estrutura do veículo se comportará sob as condições extremas de voo. Realizar testes experimentais é um processo complexo, demorado e caro, que envolve a construção de protótipos físicos e a execução de ensaios em condições reais de operação. Isso torna a análise dinâmica computacional um

componente essencial no desenvolvimento inicial de foguetes, permitindo prever e avaliar com precisão o comportamento estrutural de um veículo sem a necessidade de repetidos testes experimentais.

Nesse cenário, o uso do Método dos Elementos Finitos (MEF) e simulações numéricas, como as realizadas no software ANSYS, tem se consolidado como uma estratégia fundamental para antecipar os efeitos dinâmicos de forças propulsivas sobre a estrutura. Ao permitir a modelagem detalhada das vibrações e a resposta da estrutura a diferentes condições de voo, essas análises oferecem um nível de precisão que seria impossível de alcançar com simples experimentações iniciais, além de serem significativamente mais econômicas.

Este trabalho visa realizar uma análise preditiva do comportamento dinâmico de um foguete, utilizando simulações modais e de resposta forçada para avaliar o impacto das forças propulsivas em diferentes fases do voo: decolagem, voo pleno e fim de queima. A segmentação do estudo em diferentes fases permite uma visualização detalhada das variações nas condições de contorno e distribuição de massa ao longo do voo, o que é essencial para capturar as particularidades do comportamento do foguete em cada estágio.

Ao realizar essas simulações, é possível obter dados essenciais para a mitigação de fenômenos críticos, como a ressonância estrutural, excessos de vibração em componentes sensíveis e riscos à estabilidade estrutural. Essas análises não apenas preveem os possíveis problemas no desempenho da estrutura, mas também ajudam a identificar pontos críticos no projeto, fornecendo uma base sólida para o engenheiro tomar decisões informadas nas fases iniciais do desenvolvimento. A antecipação de falhas e o refinamento progressivo do modelo permitem uma redução substancial nos custos de produção e testes físicos, que são inevitavelmente mais caros e demorados.

A aplicação de métodos numéricos aqui proposta não tem como objetivo substituir completamente os testes experimentais, mas sim fornecer uma ferramenta eficiente para otimizar o processo de projeto. Ao integrar simulações dinâmicas no início do ciclo de desenvolvimento, é possível reduzir o número de protótipos físicos necessários, identificar potenciais falhas antes da fase de construção e, assim, otimizar tanto o tempo quanto o orçamento alocado para a qualificação e testes de voo.

Além disso, as simulações realizadas neste trabalho foram fundamentadas em um modelo cedido pela equipe Capital Rocket Team (CRT - UnB/FGA), o qual foi modificado para atender aos objetivos deste estudo. O modelo inclui componentes essenciais como o tanque de combustível e o bocal, que apresentam a maior concentração de massa e influenciam diretamente as vibrações da estrutura. A utilização dessa base de dados permitiu uma análise focada nas áreas de maior criticidade, fornecendo resultados diretamente aplicáveis à fase de projeto.

A importância deste trabalho se reflete na sua contribuição para a prática de engenharia aeroespacial, pois oferece uma metodologia que pode ser amplamente adotada em projetos de foguetes. Ao prever os efeitos dinâmicos no início do projeto, o trabalho contribui para a redução dos custos de desenvolvimento, permitindo que os engenheiros ajustem os parâmetros de design de forma eficaz antes da construção do protótipo. Isso não só melhora a segurança do sistema, mas também aumenta a eficiência das missões espaciais ao garantir que as estruturas sejam projetadas para resistir adequadamente às forças a que estarão sujeitas.

Em suma, este estudo fornece uma base sólida para otimizar o processo de design de foguetes, antecipando problemas estruturais e permitindo um desenvolvimento mais ágil e econômico. As simulações numéricas realizadas neste trabalho servem como um guia fundamental para decisões de engenharia, tornando o processo de construção de veículos lançadores mais eficiente e com menos risco de falhas, além de estabelecer um framework robusto para futuras análises dinâmicas em projetos aeroespaciais.

1.3 Objetivos

O objetivo desse trabalho consiste em realizar análises dinâmicas que ajudem a entender o comportamento de um foguete durante diferentes fases de sua missão, e o efeito das forças que ocorrem durante o lançamento no corpo dele e na carga que este carrega.

Os objetivos específicos incluem:

- Modelar representativamente as forças propulsivas atuantes em três fases distintas da missão, utilizando Matlab, com base em dados realistas e variáveis de voo.
- Elaborar modelos estruturais representativos do foguete no ANSYS, incluindo subsistemas internos como reforços, plataformas, tanque e carga útil.
- Simular corretamente o comportamento dinâmico da estrutura por meio de análise modal, visando identificar possíveis regiões críticas de ressonância.
- Executar simulações transitórias de resposta forçada, buscando integrar amortecimento de maneira verossímil ao modelo.
- Interpretar os dados obtidos buscando compreender a propagação de forças no modelo, e avaliar o impacto causado pelas mudanças nas diferentes configurações.

1.4 Síntese da metodologia

Inicialmente, foi produzido um modelo de foguete no Ansys Workbench com duas configurações: um contendo a fuselagem, reforços estruturais, plataformas para inserção de massas concentradas, bocal e o interior do tanque preenchido com parafina; e outro

estruturalmente idêntico, porém com o tanque vazio. Essas duas configurações do modelo serão utilizados tanto para a análise modal quanto para as simulações de resposta forçada.

Com o modelo definido, serão modeladas três forças propulsivas no MATLAB, representando diferentes fases do lançamento, com base no empuxo médio fornecido pela CRT - UnB/FGA e em dados experimentais obtidos no âmbito das atividades do Laboratório de Propulsão Química (CPL - cpl.unb.br), vinculadas ao projeto de pesquisa CNPQ intitulado "Desenvolvimento e teste de um motor foguete a propelentes híbridos fabricado por manufatura aditiva". Essas forças serão aplicadas nas simulações de resposta forçada no modelo, permitindo observar a resposta dinâmica em termos de aceleração em três pontos distintos, na região da carga útil, na região da segunda massa pontual (representando o oxidante), e no centro da plataforma conectada ao bocal. Esses dados serão fundamentais para avaliar os efeitos das excitações durante o lançamento sobre a estrutura e a carga transportada.

1.5 Organização do manuscrito

Para auxiliar na compreensão do manuscrito, o texto está dividido em cinco capítulos, incluindo o presente capítulo da introdução.

No [Capítulo 2](#), são apresentados os principais conceitos que fundamentam a pesquisa. Este capítulo começa com uma breve explicação sobre o método de elementos finitos (MEF) e os tipos de elementos utilizados neste trabalho. A seção discute brevemente os conceitos empregados para modelar as forças propulsivas, a abordagem do Ansys para realizar análises de vibrações, concluindo com uma passagem sobre amortecimento.

No [Capítulo 3](#), são demonstrados a geometria do foguete, as modificações realizadas na estrutura básica, seus componentes e os materiais selecionados para cada um deles. Em seguida, é apresentada a malha de cada componente, acompanhada de uma análise básica de sua eficácia. Abordamos também o método de modelagem das forças propulsivas, detalhando os intervalos de tempo utilizados para a análise e o local de aplicação da força. Em seguida, são expostas as considerações e configurações para a realização das análises modal e de resposta forçada. Por fim, é abordado o método utilizado para estimar os parâmetros de amortecimento.

No [Capítulo 4](#), são apresentados os resultados obtidos com os métodos descritos no capítulo anterior, comparando-os entre si. Além disso, são promovidas discussões sobre o significado dos resultados e suas possíveis implicações para futuros projetos.

Por fim, no [Capítulo 5](#) encontra-se a conclusão do trabalho de maneira sintetizada, contemplando todos os tópicos de discussão de maneira reduzida, e possíveis caminhos a serem seguidos em trabalhos futuros.

2 Fundamentação teórica

Neste capítulo, são apresentados os conceitos essenciais para a compreensão do trabalho. Primeiramente, explora-se o método de elementos finitos, detalhando os elementos de casca, sólidos e de viga. Após isso, aborda-se a malha, os componentes básicos do foguete, a modelagem da força propulsiva, o amortecimento e, por fim, as equações e métodos para análise de vibrações utilizados pelo software Ansys.

2.1 Método de elementos finitos

O método de elementos finitos (MEF) é uma técnica essencial na análise numérica de problemas complexos de engenharia e física. Destaca-se por sua capacidade de modelar geometrias e comportamentos não lineares, oferecendo uma abordagem sistemática para resolver equações diferenciais parciais que regem tais sistemas ([ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005](#); [LOGAN, 2011](#)).

A aplicação do MEF inicia-se com a discretização do domínio em elementos finitos conectados por nós, pontos nos quais se calculam as soluções numéricas. A forma dos elementos depende da geometria do problema e da precisão desejada. São comuns elementos unidimensionais (barras), bidimensionais (triângulos, quadriláteros) e tridimensionais (tetraedros, hexaedros) ([COOK et al., 2007](#); [BATHE, 1996](#)).

Dentro de cada elemento, a solução é aproximada por funções de interpolação, ou funções de forma, escolhidas por sua simplicidade computacional e flexibilidade na representação local do problema. Costumam-se empregar polinômios de baixa ordem, como os lineares e quadráticos ([ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005](#); [RAO, 2007](#)).

Após a discretização, formulam-se as equações que governam o comportamento físico de cada elemento, geralmente com base em leis de conservação de massa, energia e momento. Em problemas estruturais, destacam-se as equações de equilíbrio de forças ([BATHE, 1996](#); [LOGAN, 2011](#)).

As equações elementares são então combinadas em um sistema global, a partir da montagem das matrizes de massa, rigidez, amortecimento (se aplicável) e outras propriedades físicas. A imposição das condições de contorno assegura que a solução respeite as restrições do problema ([ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005](#); [COOK et al., 2007](#)).

A resolução do sistema global pode ser feita por métodos diretos (como a eliminação gaussiana) ou iterativos (como o método de Jacobi), especialmente úteis quando se tratam de matrizes esparsas ([BATHE, 1996](#); [LOGAN, 2011](#)).

O MEF também se destaca em análises dinâmicas, como a determinação de frequências naturais, modos de vibração e respostas a excitações externas. Tais análises são fundamentais em engenharia sísmica, dinâmica estrutural e estudos de impacto (RAO, 2007; COOK et al., 2007).

A validação dos resultados obtidos pelo MEF é etapa crítica, feita por comparação com soluções analíticas (quando disponíveis) ou dados experimentais. A precisão depende tanto da qualidade da malha quanto da definição correta das propriedades materiais e das condições de contorno (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005; EWINS, 2000).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) não é apenas uma ferramenta consolidada na análise estrutural, mas também um campo ativo de desenvolvimento e pesquisa. Diversas inovações têm sido propostas com o objetivo de aumentar a precisão das simulações, reduzir o custo computacional e permitir a modelagem de comportamentos físicos mais complexos. Entre esses avanços, destacam-se a otimização de malhas, os elementos não lineares, os métodos adaptativos e as formulações isogeométricas.

A otimização de malhas busca melhorar a distribuição e qualidade dos elementos finitos ao longo da geometria, concentrando maior refinamento em regiões críticas, como zonas de alta concentração de tensões ou de contato. Essa abordagem permite obter resultados mais precisos sem um aumento proporcional no custo computacional, sendo especialmente útil em estruturas com descontinuidades geométricas ou carregamentos localizados.

Os elementos não lineares são fundamentais quando a resposta estrutural envolve grandes deslocamentos, materiais com comportamento plástico, ou condições de contato. Em foguetes, por exemplo, esse tipo de modelagem pode ser necessário para representar deformações na tubeira ou em juntas estruturais submetidas a cargas intensas e variáveis durante o voo.

Já os métodos adaptativos consistem em estratégias que ajustam automaticamente a malha durante a simulação, com base em critérios de erro estimado. Isso garante que o refinamento seja aplicado apenas onde necessário, tornando o processo mais eficiente. Tais métodos são úteis em análises transientes ou de longa duração, como na simulação da resposta do foguete ao longo de diferentes fases do voo.

Por fim, o método isogeométrico (IGFEM) integra a geometria CAD diretamente ao processo de análise, utilizando funções de base NURBS (Splines Racionais Não Uniformes) ou outras representações geométricas contínuas, em vez das aproximações típicas de elementos convencionais. Essa técnica oferece vantagens em precisão geométrica e suavidade de solução, sendo promissora para a análise de componentes com geometria complexa, como bocais e superfícies de contato com gradientes suaves de tensão.

Essas técnicas representam não apenas avanços teóricos, mas também melhorias

práticas no desempenho e na confiabilidade das simulações, e vêm sendo incorporadas progressivamente em softwares comerciais e acadêmicos de simulação estrutural (BATHE, 1996; ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005).

2.1.1 Elementos de viga

Elementos de viga, como o BEAM188 utilizado no trabalho, mostrado na Figura 1, são apropriados para modelar estruturas longas e esbeltas, como pilares, treliças e vigas metálicas, onde o comprimento predomina sobre as demais dimensões (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005). Sua formulação baseia-se em hipóteses simplificadoras que desconsideram variações significativas nas seções transversais, permitindo uma representação eficiente do comportamento estrutural global.

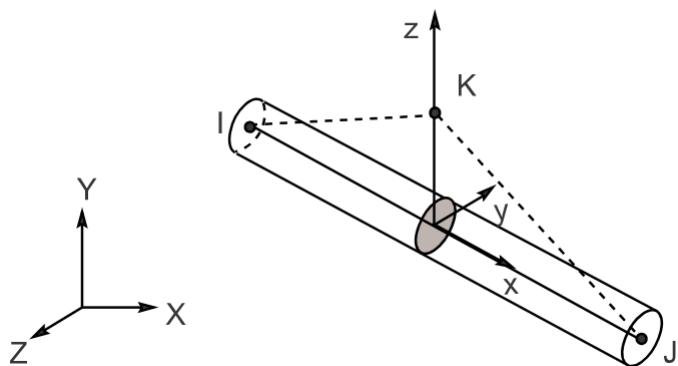


Figura 1 – Representação de elemento BEAM188 (ANSYS, INC., 2022)

Podem ser retilíneos ou curvos, adaptando-se a diferentes geometrias estruturais (BATHE, 2006). As funções de forma associadas descrevem os deslocamentos, rotações, tensões e momentos fletores ao longo do eixo da viga (COOK et al., 2007). A formulação das equações pode ser feita com base na teoria clássica de Euler-Bernoulli ou na teoria de Timoshenko, dependendo do tipo de estrutura e da precisão desejada (REDDY, 2004).

Após a montagem do sistema global e aplicação das condições de contorno, a solução é obtida por métodos numéricos diretos ou iterativos (SAAD, 2003; BATHE, 1996). Elementos de viga são muito utilizados na análise de estruturas civis, máquinas e equipamentos, devido à sua eficiência computacional e adequação à modelagem de componentes lineares (REDDY, 2006a).

Neste trabalho foram utilizados elementos de viga, para modelar as longarinas internas do foguete.

2.1.2 Elementos de casca

Elementos de casca, por exemplo o SHELL181 utilizado no trabalho, mostrado na Figura 2, são empregados na modelagem de estruturas bidimensionais finas, cuja espessura é pequena em relação às demais dimensões. São apropriados para representar superfícies curvas ou planas sujeitas à flexão, cisalhamento e deformações, como em asas de aeronaves, cascos de navios e painéis estruturais (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005). A malha desses elementos pode ser formada por triângulos ou quadriláteros, escolhidos conforme a complexidade geométrica e a precisão necessária (BATHE, 2006).

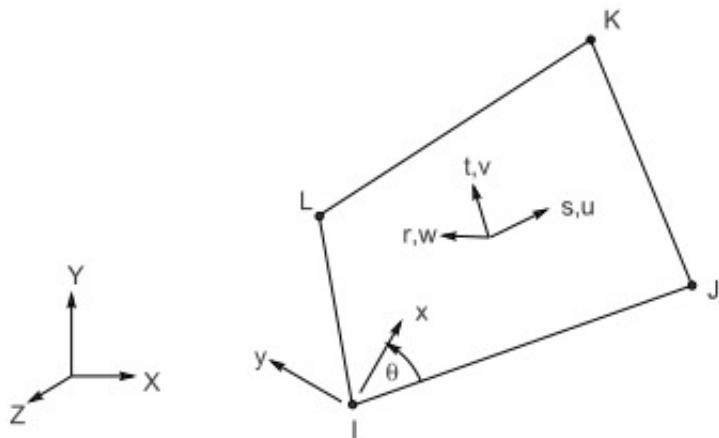


Figura 2 – Representação de elemento SHELL181 (ANSYS, INC., 2022)

As funções de forma utilizadas nesses elementos descrevem o comportamento de campos físicos (como deslocamentos ou tensões) ao longo da espessura da casca, assegurando uma modelagem adequada do comportamento bidimensional (COOK et al., 2007). As equações são formuladas com base em princípios de equilíbrio e nas teorias de casca, derivadas da elasticidade linear ou não linear, dependendo do material e das cargas aplicadas (REDDY, 2004). Em seguida, essas equações são combinadas, formando o sistema global com a inclusão das condições de contorno apropriadas (FELIPPA, 2004).

A solução do sistema é obtida por métodos numéricos, como decomposição LU ou gradiente conjugado, conforme as características das matrizes envolvidas (SAAD, 2003). A qualidade da malha influencia diretamente a precisão da resposta obtida. Esses elementos têm ampla aplicação em engenharia aeroespacial, automotiva e naval, dada sua eficiência na simulação de estruturas leves e delgadas (BATHE, 1996; REDDY, 2006a).

Elementos de casca foram empregados na modelagem de componentes específicos da estrutura do foguete, tais como a fuselagem, a coifa, o tanque de combustível, a parafina em seu interior e as plataformas internas.

2.1.3 Elementos sólidos

Elementos sólidos, como o SOLID186 usado no trabalho, demonstrado na Figura 3 são amplamente utilizados para representar domínios tridimensionais complexos, como peças mecânicas, componentes estruturais e elementos submetidos a estados tensionais tridimensionais (ZIENKIEWICZ; TAYLOR; ZHU, 2005). A malha pode ser composta por elementos tetraédricos ou hexaédricos, cuja escolha depende da geometria da estrutura e do nível de refinamento necessário (BATHE, 2006).

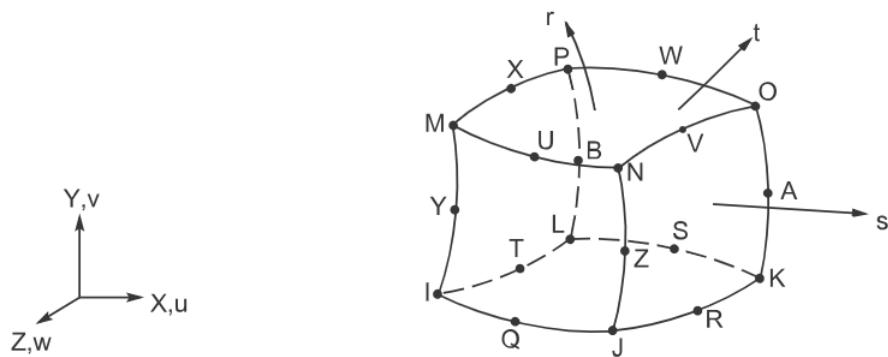


Figura 3 – Representação de elemento SOLID186 (ANSYS, INC., 2022)

Esses elementos utilizam funções de forma tridimensionais, geralmente compostas por polinômios de baixa ordem, para aproximar campos físicos como deslocamentos, tensões e temperaturas (COOK et al., 2007). As equações que regem o comportamento físico são formuladas com base em leis de conservação e princípios de equilíbrio (REDDY, 2004), sendo então reunidas em um sistema global resolvido numericamente (SAAD, 2003; BATHE, 1996).

A qualidade da malha influencia diretamente a acurácia e a estabilidade da solução obtida. Elementos sólidos são particularmente vantajosos na modelagem de grandes deformações, materiais heterogêneos ou comportamentos não lineares, sendo amplamente empregados em simulações estruturais, térmicas e biomédicas (REDDY, 2006a; LEE, 2015; NAKASONE; YOSHIMOTO, 2006).

Neste projeto, a tubeira foi o único componente modelado com elementos sólidos, devido à sua geometria tridimensional complexa. Essa escolha visou garantir uma representação mais precisa da transmissão das forças de empuxo aplicadas diretamente sobre essa região.

2.2 Malha

A malha é um componente crítico nas simulações de Método dos Elementos Finitos (MEF) devido à sua influência direta na precisão e eficiência dos resultados. No contexto do MEF, a malha refere-se à subdivisão do domínio do problema em elementos menores e mais gerenciáveis, que facilitam a resolução das equações diferenciais associadas ao comportamento físico do sistema em análise. A qualidade da malha determina a precisão da solução obtida na simulação. Uma malha mais fina, composta por elementos menores, pode capturar melhor as variações sutis no campo de interesse, resultando em uma solução mais precisa. No entanto, uma malha muito fina pode ser computacionalmente onerosa, exigindo um equilíbrio entre precisão e custo computacional ([FISH; BELYTSCHKO, 2007](#)); ([BATHE, 1996](#)).

Em modelos com geometria complexa ou com regiões de alta gradiente, como cantos afiados ou zonas de alta concentração de tensão, é essencial usar uma malha refinada para capturar essas características detalhadamente. Isso é crucial para garantir que a simulação reflita fielmente o comportamento físico real do sistema ([ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000](#)). Uma malha bem projetada ajuda a garantir a convergência da solução. Isso significa que à medida que a malha é refinada (i.e., os elementos ficam menores), a solução do MEF se aproxima da solução exata do problema contínuo. Uma malha inadequada pode levar a resultados não convergentes ou a soluções que não representam com precisão o comportamento do sistema ([COOK et al., 2001](#)).

A malha também afeta a distribuição de erros na simulação. Em áreas onde se espera um maior gradiente de variáveis, como deslocamentos ou tensões, um refinamento da malha é necessário para reduzir o erro de discretização. O controle adequado da malha em tais regiões é fundamental para obter resultados precisos sem aumentar desnecessariamente o número total de elementos no modelo ([HUGHES, 2000](#)). Além disso, uma malha otimizada contribui para a eficiência computacional da simulação. Utilizar elementos de tamanhos variados — menores nas regiões de interesse e maiores onde a solução varia lentamente — pode reduzir significativamente o tempo de computação e os requisitos de memória, mantendo ao mesmo tempo a precisão necessária ([REDDY, 2006b](#)).

Na prática, a criação de uma malha eficiente envolve uma série de etapas, incluindo a definição da geometria do problema, a escolha do tipo e tamanho dos elementos, e a aplicação de refinamento adaptativo onde necessário. Ferramentas de software de MEF frequentemente fornecem métodos automáticos para geração de malhas, mas a intervenção e o ajuste manual por engenheiros experientes são frequentemente necessários para garantir a qualidade da simulação ([CHANDRAPATLA; BELEGUNDU, 2002](#)).

Portanto, a malha desempenha um papel crucial em garantir que as simulações de MEF sejam precisas, eficientes e representem fielmente o comportamento físico dos

sistemas analisados. Uma compreensão profunda da malha e suas implicações é essencial para engenheiros e cientistas que utilizam MEF em suas análises.

2.3 Componentes básicos de Foguete

Um foguete é um sistema altamente complexo que integra diversas partes com funções específicas e interdependentes, como demonstrado na Figura 4, sendo projetado para suportar ambientes extremos e cumprir uma missão com eficiência e segurança ([NASA Glenn Research Center, 2023c](#)). Em sua concepção básica, o foguete pode ser dividido em alguns componentes essenciais que permitem seu funcionamento adequado, desde o momento do lançamento até o fim da trajetória planejada ([California Academy of Sciences, 2021](#)). Dentre esses componentes, destaca-se a carga útil, que corresponde ao motivo pelo qual o foguete foi lançado. Essa carga pode variar desde satélites e instrumentos científicos até sistemas de comunicação ou, em casos militares, armamentos ([SUTTON; BIBLARZ, 2016](#)). Quando a carga útil possui algum papel funcional após o lançamento, ela pode ser chamada também de carga paga, especialmente quando há um contrato de transporte espacial envolvido.

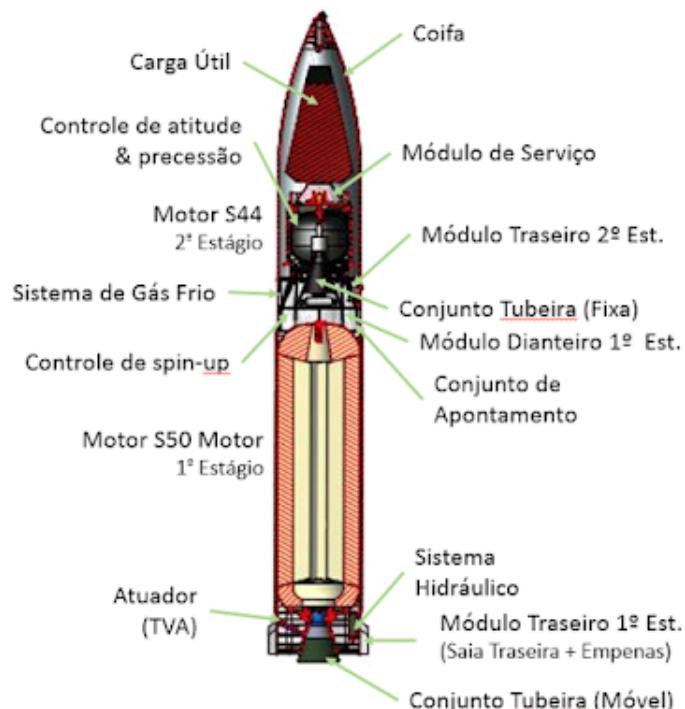


Figura 4 – Representação de um foguete VS-50 ([Brazilian Space, 2018](#))

A carga útil geralmente é abrigada na parte superior do foguete, em uma estrutura denominada ogiva ou cone do nariz ([KRIVANEK; YOUNT, 2012](#)). Essa região é projetada para proteger o conteúdo contra as forças aerodinâmicas e térmicas durante a ascensão na

atmosfera. Abaixo dela encontra-se o compartimento estrutural que dá suporte mecânico à carga, podendo incluir plataformas para sensores, reforços internos, e em muitos casos, mecanismos de separação que liberam a carga no momento adequado da missão. Nas etapas intermediárias, são encontrados os tanques de propelente, que armazenam os combustíveis e oxidantes responsáveis pela propulsão. Em foguetes de combustível líquido, os tanques são divididos e interligados a sistemas de pressurização e bombas; já nos foguetes de combustível sólido, a carga propelente está moldada diretamente na estrutura interna ([California Academy of Sciences, 2021](#)).

Acoplado ao sistema de propulsão, está o motor do foguete, cujo bocal é responsável por direcionar os gases de escape de forma controlada, transformando energia química em empuxo. O desenho do bocal (geralmente do tipo de Laval) é crítico para o desempenho do foguete, pois influencia diretamente na eficiência da expansão dos gases ([SUTTON; BIBLARZ, 2016](#)). Junto ao sistema de propulsão, há uma série de componentes auxiliares, como válvulas, sensores de pressão, instrumentos de navegação e dispositivos eletrônicos para controle e coleta de dados.

O corpo do foguete, chamado de fuselagem, possui papel estrutural e aerodinâmico. Ele é desenvolvido com materiais que combinem resistência mecânica e leveza, como ligas de alumínio, compostos de carbono e, em alguns casos, materiais ablativos para proteção térmica ([KRIVANEK; YOUNT, 2012](#)). A estrutura pode ser reforçada com anéis internos ou longarinas longitudinais, que aumentam a rigidez e ajudam a suportar as cargas dinâmicas do voo, incluindo vibrações e acelerações intensas ([NASA Glenn Research Center, 2023c](#)).

Outro aspecto fundamental diz respeito aos sistemas de controle e estabilização, que incluem aletas fixas ou móveis, atuadores, giroscópios e softwares embarcados. Esses sistemas são responsáveis por manter a trajetória do foguete conforme o planejado, corrigindo desvios causados por perturbações externas como ventos, assimetrias na queima do propelente ou variações de massa durante o voo. Em missões mais avançadas, sistemas de navegação inercial, GPS e comunicação via rádio também são incorporados para garantir o sucesso da missão.

Por fim, dependendo da missão, pode haver separações em estágios, cada um contendo seu próprio sistema de propulsão e controle. Essa estratégia de estágios permite que partes do foguete sejam descartadas quando seu papel é concluído, otimizando o uso de massa e aumentando o alcance e a eficiência da missão ([NASA Glenn Research Center, 2023a; NASA Glenn Research Center, 2023b](#)). A sequência de separações é cuidadosamente controlada e calculada para manter a integridade da carga útil e garantir sua entrega precisa ao destino final.

Essa arquitetura modular e funcional de um foguete ilustra não apenas a complexidade técnica envolvida, mas também a importância de uma engenharia integrada e

precisa. O entendimento dos componentes básicos, suas funções e interações é fundamental para o desenvolvimento de modelos de simulação, como os que serão usados neste trabalho para prever o comportamento dinâmico do sistema sob diferentes forças propulsivas.

2.4 Modelagem da força propulsiva

2.4.1 Força propulsiva em foguetes

A força propulsiva é a resultante da queima de combustível em um foguete, que impulsiona o veículo para frente de acordo com o princípio da ação e reação. É fundamental compreender como essa força é modelada, como varia dinamicamente ao longo do tempo e como pode apresentar instabilidades (HILL; PETERSON, 2012).

A modelagem da força propulsiva é baseada na equação do impulso específico do motor I_{sp} , que relaciona a taxa de fluxo de massa do propelente \dot{m} e a velocidade de exaustão dos gases v_e :

$$F = \dot{m} \cdot v_e \quad (2.1)$$

onde:

- F é a força propulsiva;
- \dot{m} é a taxa de fluxo de massa do propelente;
- v_e é a velocidade de exaustão dos gases.

A taxa de fluxo de massa \dot{m} pode ser determinada pela taxa de queima de propelente e é uma função do tempo durante a queima do motor. A velocidade de exaustão v_e depende da pressão e temperatura dos gases na câmara de combustão e do bocal do motor (CURTIS, 2016).

O comportamento dinâmico da força propulsiva é determinado pela taxa de queima de propelente, que diminui ao longo do tempo conforme o combustível é consumido. Isso resulta em uma diminuição gradual da força propulsiva ao longo da queima do motor. Além disso, variações na pressão e temperatura dos gases dentro do motor podem causar flutuações na velocidade de exaustão dos gases v_e , afetando a força propulsiva resultante (SUTTON; BIBLARZ, 2001a).

A instabilidade na força propulsiva pode surgir devido a várias fontes, incluindo oscilações na pressão de câmara do motor, fenômenos de vibração estrutural do foguete e variações na taxa de fluxo de massa do propelente. Essas instabilidades podem ser amplificadas por fenômenos de instabilidade de fluxo no bocal do motor, tais como flutuações de

pressão e temperatura, que afetam a eficiência de expansão dos gases e, consequentemente, a velocidade de exaustão v_e (GAO, 2016).

Para mitigar essas instabilidades, normalmente são empregadas técnicas avançadas de controle de combustão, sistemas de controle ativo de trajetória e modelagem precisa do comportamento dinâmico do motor (WISE; COATS; SOWERS, 2017). Além disso, a análise cuidadosa das condições operacionais e a simulação computacional são essenciais para entender e prever o comportamento do motor de foguete em diversas condições de operação.

2.5 Amortecimento

O amortecimento é um fenômeno fundamental na análise dinâmica de estruturas aeroespaciais, como foguetes, pois influencia diretamente a resposta vibracional durante o voo. Em sistemas mecânicos, o amortecimento representa a dissipação de energia causada por efeitos viscoelásticos, histeréticos, atrito e interação com o meio fluido. No contexto de foguetes, essa dissipação é particularmente relevante devido à excitação causada pela queima do propelente, forças aerodinâmicas e acoplamento fluido-estrutura. A modelagem adequada do amortecimento é essencial para garantir a segurança estrutural e a previsibilidade da resposta dinâmica.

Estudos conduzidos por Fransen et al. (2010) apontam que, para estruturas de satélites, os valores experimentais de razão de amortecimento modal podem variar entre 3% e 7%. No entanto, para estruturas de foguetes com propulsão sólida, o comportamento do amortecimento é fortemente dependente da forma modal. Isso ocorre porque os modos axiais que envolvem maior deformação do grão propelente sólido apresentam taxas de amortecimento significativamente mais altas, devido à natureza viscoelástica desse material (FRANSEN et al., 2010). Como consequência, o uso de um perfil plano e conservador de amortecimento (como 1% ou 2%, frequentemente adotado para satélites) pode levar a estimativas incorretas de cargas em lançadores, especialmente durante as fases iniciais de projeto em que não há dados experimentais disponíveis.

Como neste trabalho estamos lidando com a modelagem estrutural de um foguete híbrido, optou-se por realizar uma comparação paramétrica da resposta dinâmica para diferentes valores da razão de amortecimento ζ , a saber: 0,005; 0,01; 0,02; 0,03; 0,05; 0,10. Esses valores incluem desde hipóteses conservadoras, amplamente utilizadas em projetos aeroespaciais, até valores não conservadores que representam a natureza mais dissipativa de materiais compósitos. Essa extração se justifica considerando que o estudo de Riso et al. (2017) recomenda o uso de $\zeta = 0,03$ como valor representativo para estruturas metálicas, como validado por testes experimentais em modelos com motor sólido real (RISO et al., 2017). No entanto, como a carcaça do modelo estudado neste trabalho

é majoritariamente composta por fibra de vidro, um material viscoelástico com maior capacidade de dissipação, valores mais elevados de amortecimento podem ser considerados de forma coerente e segura.

2.5.1 Amortecimento de Rayleigh

Uma das formas mais comuns de modelar o amortecimento em sistemas estruturais é por meio do chamado amortecimento proporcional de Rayleigh. Neste modelo, a matriz de amortecimento \mathbf{C} é assumida como uma combinação linear das matrizes de massa \mathbf{M} e rigidez \mathbf{K} do sistema:

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (2.2)$$

onde α e β são coeficientes escalares denominados coeficientes de amortecimento de Rayleigh. Este tipo de modelagem é bastante utilizado em análises modais e transitórias, por ser simples de implementar e por permitir que o amortecimento seja aproximadamente proporcional em torno de determinadas faixas de frequência.

A principal vantagem do modelo de Rayleigh é que ele preserva a ortogonalidade modal, o que permite desacoplar as equações do movimento no espaço modal. No entanto, a escolha dos coeficientes α e β deve ser feita com cuidado, geralmente a partir do conhecimento das razões de amortecimento desejadas para dois modos naturais específicos. A equação para obter α e β a partir das razões de amortecimento ζ_1 e ζ_2 para os modos com frequências naturais ω_1 e ω_2 é:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2\omega_1} & \frac{\omega_1}{2} \\ \frac{1}{2\omega_2} & \frac{\omega_2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Este sistema pode ser resolvido para determinar os coeficientes α e β , permitindo que o modelo de Rayleigh seja calibrado para amortecer adequadamente os modos de interesse.

2.6 Análise de vibrações usando Ansys

Nesta seção do trabalho de conclusão de curso, serão apresentadas as equações de movimento do sistema, utilizadas pelo software ANSYS, para análise de resposta transiente. A resposta transiente no ANSYS emprega o método de superposição de modos, que utiliza as formas modais previamente obtidas para calcular a resposta dinâmica da estrutura a carregamentos variáveis no tempo. Essas equações são derivadas e detalhadas no manual do usuário da ANSYS, oferecendo uma abordagem robusta para simulações

de sistemas mecânicos e estruturais sob condições dinâmicas realistas. A compreensão dessas equações é essencial para a modelagem precisa de comportamentos transientes e a predição de respostas estruturais em diferentes cenários de operação.

O método de superposição de modos utiliza as frequências naturais e formas modais da análise modal para caracterizar a resposta dinâmica de uma estrutura a excitações transitórias ou harmônicas estáveis.

2.6.1 Equações gerais para sistemas com n graus de liberdade

Para um sistema dinâmico com n graus de liberdade, as equações de movimento são geralmente expressas como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (2.4)$$

onde:

- \mathbf{M} é a matriz de massa ($n \times n$),
- \mathbf{C} é a matriz de amortecimento ($n \times n$),
- \mathbf{K} é a matriz de rigidez ($n \times n$),
- $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de deslocamentos ($n \times 1$),
- $\mathbf{F}(t)$ é o vetor de forças externas ($n \times 1$),
- $\ddot{\mathbf{x}}(t)$ e $\dot{\mathbf{x}}(t)$ são, respectivamente, as acelerações e velocidades no tempo t .

A análise modal envolve a solução do problema de autovalores e autovetores para determinar as propriedades dinâmicas fundamentais do sistema. O problema de autovalores associado é dado por:

$$\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Lambda \quad (2.5)$$

onde:

- Φ é a matriz de autovetores (ou formas modais), cujas colunas ϕ_i correspondem aos modos de vibração do sistema,
- Λ é a matriz diagonal de autovalores, onde cada autovalor λ_i está relacionado ao quadrado da frequência natural ω_i^2 do modo i .

Os autovalores λ_i são obtidos no Ansys utilizando algoritmos numéricos iterativos para a solução de autovalor e autovetor.

Cada autovalor λ_i corresponde à frequência natural ω_i do sistema, dada por:

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} \quad (2.6)$$

Os autovetores ϕ_i associados, que são as formas modais, representam os padrões de deslocamento do sistema em cada uma dessas frequências naturais. Esses autovetores podem ser normalizados de modo que:

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (2.7)$$

Substituindo a solução modal proposta $\mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{r}(t)$ na Equação 2.4, e utilizando a ortogonalidade dos autovetores, obtemos uma forma desacoplada das equações de movimento. Para que se desacoplem as equações de movimento, incluindo o amortecimento, a matriz $\mathbf{C}_d = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$, que representa os amortecimentos modais, precisa ser diagonal. Isso ocorre quando o amortecimento é proporcional, ou seja, quando a matriz de amortecimento \mathbf{C} pode ser expressa como uma combinação linear das matrizes de massa \mathbf{M} e rigidez \mathbf{K} . Alternativamente, a diagonalização de \mathbf{C}_d também pode ser alcançada se a matriz de amortecimento satisfizer uma condição mais geral, como $\mathbf{K} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} = \mathbf{C} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}$. Quando essas condições são atendidas, podemos expressar as equações de movimento no espaço modal como:

$$\mathbf{M}_d \ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}_d \mathbf{r}(t) = \mathbf{F}_d(t) \quad (2.8)$$

onde:

- $\mathbf{M}_d = \mathbf{I}$ (após normalização),
- $\mathbf{C}_d = \Phi^T \mathbf{C} \Phi$ é a matriz diagonal de amortecimentos modais,
- $\mathbf{K}_d = \Lambda$ é a matriz diagonal de rigidezes modais,
- $\mathbf{F}_d(t) = \Phi^T \mathbf{F}(t)$ é o vetor de forças modais.

Neste ponto, as equações modais estão desacopladas, o que significa que cada equação diferencial em $\mathbf{r}(t)$ pode ser resolvida individualmente. A equação modal desacoplada para cada modo i é dada por:

$$\ddot{r}_i(t) + 2\mathbf{C}_d \dot{r}_i(t) + \mathbf{K}_d r_i(t) = f_{di}(t) \quad (2.9)$$

onde:

- $r_i(t)$ é a coordenada modal associada ao modo i ,
- ξ_i é o fator de amortecimento modal para o modo i ,
- ω_i é a frequência natural do modo i ,
- $f_{di}(t)$ é o termo de força modal correspondente ao modo i .

A solução dessas equações modais desacopladas fornece as respostas modais $r_i(t)$, que são somadas para obter a resposta total do sistema no domínio físico:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi \mathbf{r}(t) \quad (2.10)$$

Esse procedimento, conhecido como superposição modal, aproveita a propriedade de ortogonalidade das formas modais sendo limitado apenas para sistemas lineares, permitindo decompor e resolver o problema dinâmico de forma eficiente, conforme discutido em (INMAN, 2014) e (TIMOSHENKO; YOUNG; WEAVER, 1974).

2.6.2 Análise transiente

De acordo com o (ANSYS Inc., 2017), o método de solução adotado em uma análise transiente depende diretamente da natureza dos graus de liberdade (DOFs) envolvidos no sistema modelado. Sistemas que apresentam equações diferenciais de segunda ordem no tempo, como os estruturais e acústicos, são resolvidos por métodos específicos — notadamente os métodos de integração implícita, como o *Newmark-beta* ou o *Hilber-Hughes-Taylor (HHT)*, ambos amplamente descritos no manual teórico. Por outro lado, sistemas regidos por equações de primeira ordem no tempo, como os térmicos, magnéticos e elétricos, são resolvidos utilizando técnicas de integração distintas, como o *Backward Euler* ou o *Crank-Nicolson*, de acordo com a formulação do domínio físico. Esses métodos são escolhidos conforme a ordem temporal do sistema e as características de estabilidade e precisão exigidas.

Nos casos em que a análise envolve simultaneamente graus de liberdade de primeira e segunda ordem, como em problemas acoplados termoestruturais, eletroestruturais ou piezoelétricos, o Ansys emprega uma abordagem combinada. Cada subconjunto de DOFs é tratado com o método de solução apropriado à sua natureza, sendo o sistema acoplado resolvido de maneira monolítica ou particionada, conforme definido no modelo físico e na estratégia numérica escolhida. O manual teórico detalha a estrutura matricial envolvida nessas formulações acopladas, destacando os termos de rigidez cruzada e os acoplamentos dinâmicos entre os campos físicos.

Para iniciar a simulação, é necessário fornecer condições iniciais bem definidas. Em análises transientes estruturais, isso inclui os deslocamentos iniciais $\mathbf{u}(0)$ e as velocidades

iniciais $\dot{\mathbf{u}}(0)$ em todos os graus de liberdade estruturais. Estas grandezas estabelecem o estado inicial do sistema no instante $t = 0$, a partir do qual se procede à integração no tempo. Em certas situações, o modelo pode também exigir informações sobre tensões residuais, forças internas iniciais ou estados de pré-carga. A exatidão na especificação dessas condições iniciais é fundamental, pois elas impactam diretamente na acurácia das soluções transientes geradas pelos métodos numéricos.

Neste trabalho, limita-se a análise à formulação linear e ao domínio da resposta dinâmica estrutural. A solução transiente é obtida por meio da superposição modal, conforme implementada no ambiente do Ansys Workbench, utilizando os modos previamente calculados na análise modal e aplicando-os como base para decompor a resposta no tempo, conforme demonstrado na Figura 5.

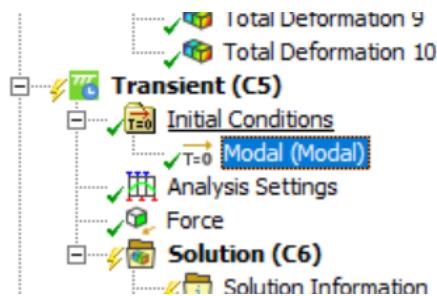


Figura 5 – Local de definição das condições iniciais para análise transiente

2.6.2.1 Solução geral da resposta transiente

A solução da equação diferencial linear de segunda ordem para sistemas com n graus de liberdade, pode ser obtida pela superposição das soluções homogênea e particular. A solução homogênea, que é a resposta livre do sistema, depende das condições iniciais de deslocamento e velocidade, enquanto a solução particular está relacionada à resposta forçada devido à excitação externa.

A solução geral para um sistema linear com amortecimento pode ser expressa como:

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (2.11)$$

Onde:

- $x_h(t)$ é a solução homogênea (resposta livre),
- $x_p(t)$ é a solução particular (resposta forçada).

2.6.2.1.1 Solução homogênea

A solução homogênea $x_h(t)$ é obtida resolvendo-se a equação homogênea associada, que se escreve como:

$$[M]\{\ddot{x}_h(t)\} + [C]\{\dot{x}_h(t)\} + [K]\{x_h(t)\} = \{0\} \quad (2.12)$$

Essa solução depende dos autovalores e autovetores do sistema, que determinam as frequências naturais e as formas modais. No caso de amortecimento leve, a resposta homogênea geralmente assume a forma:

$$x_h(t) = \sum_{i=1}^n \left(A_i e^{-\xi_i \omega_i t} \cos(\omega_{d_i} t) + B_i e^{-\xi_i \omega_i t} \sin(\omega_{d_i} t) \right) \quad (2.13)$$

Onde:

- ξ_i é o coeficiente de amortecimento modal,
- ω_i é a frequência natural do modo i ,
- $\omega_{d_i} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$ é a frequência natural amortecida,
- A_i e B_i são constantes determinadas pelas condições iniciais.

2.6.2.1.2 Solução particular

A solução particular $x_p(t)$ depende da forma da excitação externa $F^a(t)$. Para forças harmônicas, a solução particular pode ser expressa como:

$$x_p(t) = \sum_{i=1}^n X_i \cos(\omega t - \phi_i) \quad (2.14)$$

Onde X_i é a amplitude da resposta em cada modo e ϕ_i é a defasagem de fase.

2.6.2.2 Superposição modal na resposta transiente

Após determinar as soluções modais desacopladas, a resposta transiente completa do sistema é obtida pela superposição das respostas modais. A solução total é dada por:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i r_i(t) \quad (2.15)$$

Onde:

- ϕ_i é a i-ésima forma modal,

- $r_i(t)$ é a coordenada modal correspondente ao modo i .

Essa superposição modal permite que a resposta transiente seja decomposta em contribuições individuais de cada modo de vibração, facilitando a análise e compreensão do comportamento dinâmico do sistema.

2.6.3 Fator de participação modal

O fator de participação modal é uma grandeza fundamental na análise modal, pois indica quanto cada modo de vibração contribui para a resposta dinâmica da estrutura sob uma excitação específica. Em outras palavras, ele mede a capacidade de um modo ser "ativado" por forças atuando em uma determinada direção. Essa informação é crucial em diversas aplicações de engenharia, como o projeto de estruturas aeroespaciais, civis ou mecânicas sujeitas a vibrações induzidas por cargas dinâmicas.

Matematicamente, o fator de participação modal do i -ésimo modo é expresso como:

$$\Gamma_i = \phi_i^T \mathbf{MD}$$

onde:

- Γ_i é o fator de participação modal;
- ϕ_i representa a forma modal (vetor próprio) normalizada do i -ésimo modo;
- \mathbf{M} é a matriz de massas do sistema;
- \mathbf{D} é o vetor de direção da excitação, que pode conter componentes de translação ou rotação.

A escolha do vetor \mathbf{D} define a direção e o tipo de carregamento considerado — por exemplo, uma força na direção Z ou uma rotação em torno do eixo Y . O valor resultante de Γ_i revela o quanto aquele modo será sensível à excitação aplicada.

A análise dos fatores de participação modais permite que o engenheiro identifique quais modos são mais relevantes para uma dada condição de carregamento. Modos com baixa participação em uma direção específica podem ser desconsiderados na avaliação, enquanto modos com alta participação merecem atenção, pois são prováveis fontes de resposta vibratória significativa, abaixo na Figura 6, segue um exemplo da planilha disponível, em apenas uma das direções, no *Solution information* da análise modal, demonstrando as diferentes informações disponíveis para análise. Isso torna a análise mais eficiente e orientada, além de facilitar decisões de projeto e controle estrutural ([ANSYS Inc., 2017](#)).

***** PARTICIPATION FACTOR CALCULATION ***** Y DIRECTION						CUMULATIVE MASS FRACTION	RATIO EFF.MASS TO TOTAL MASS
MODE	FREQUENCY	PERIOD	PARTIC.FACTOR	RATIO	EFFECTIVE MASS		
1	0.00000	0.0000	-3.5326	1.000000	12.4793	0.505393	0.505393
2	0.00000	0.0000	-0.13916	0.039393	0.193650E-01	0.506178	0.784254E-03
3	0.00000	0.0000	0.93294E-01	0.026409	0.870370E-02	0.506530	0.352486E-03
4	0.762808E-03	1310.9	-0.31595E-01	0.008944	0.998241E-03	0.506570	0.404272E-04
5	0.102364E-01	97.691	-0.23835	0.067472	0.568109E-01	0.508871	0.230076E-02
6	0.541327E-01	18.473	3.4824	0.985787	12.1271	1.000000	0.491129
7	51.4817	0.19424E-01	0.21649E-06	0.000000	0.468672E-13	1.000000	0.189805E-14
8	51.4957	0.19419E-01	0.53909E-05	0.000002	0.290620E-10	1.000000	0.117697E-11
9	124.624	0.80241E-02	0.0000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
10	138.778	0.72057E-02	0.0000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000
11	138.917	0.71985E-02	0.18507E-06	0.000000	0.342512E-13	1.000000	0.138712E-14
12	145.775	0.68599E-02	-0.78008E-07	0.000000	0.608529E-14	1.000000	0.246445E-15
13	204.409	0.48922E-02	0.0000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000

Figura 6 – Exemplo de fator de participação modal demonstrado no Ansys Workbench

2.6.4 Massa efetiva

A massa efetiva modal complementa o conceito de fator de participação ao fornecer uma medida quantitativa da inércia mobilizada por cada modo em resposta a uma excitação específica. Enquanto o fator de participação indica a sensibilidade modal a uma excitação, a massa efetiva quantifica o quanto da massa da estrutura "responde" ao modo vibracional naquela direção.

A massa efetiva associada ao i -ésimo modo é definida como:

$$m_{\text{ef},i} = (\Gamma_i)^2$$

onde Γ_i é o fator de participação modal. Essa relação demonstra que a massa efetiva é proporcional ao quadrado da influência modal na direção da excitação.

A avaliação da massa efetiva é particularmente útil para garantir que uma análise modal represente adequadamente o comportamento dinâmico da estrutura. Em práticas de engenharia, busca-se que a soma das massas efetivas ao longo dos modos extraídos se aproxime da massa total da estrutura em cada direção de interesse. Em análises gerais, quando essa razão ultrapassa valores como 85% ou 90%, considera-se que a análise cobre os modos mais relevantes.

Ignorar modos com massas efetivas significativas pode resultar em subestimação das respostas dinâmicas, o que compromete a segurança e o desempenho do projeto. Por outro lado, incluir apenas os modos que contribuem de forma relevante com a massa efetiva permite simplificar o modelo e otimizar o tempo de cálculo sem sacrificar a precisão. Assim, a massa efetiva é um critério essencial de convergência e completude em análises modais (ANSYS Inc., 2017).

3 Materiais e métodos

Nesta parte do trabalho constam os passos necessários para a obtenção dos resultados almejados. Na Figura 7 abaixo estão dispostos, em formato de fluxograma, as etapas da metodologia aplicada.

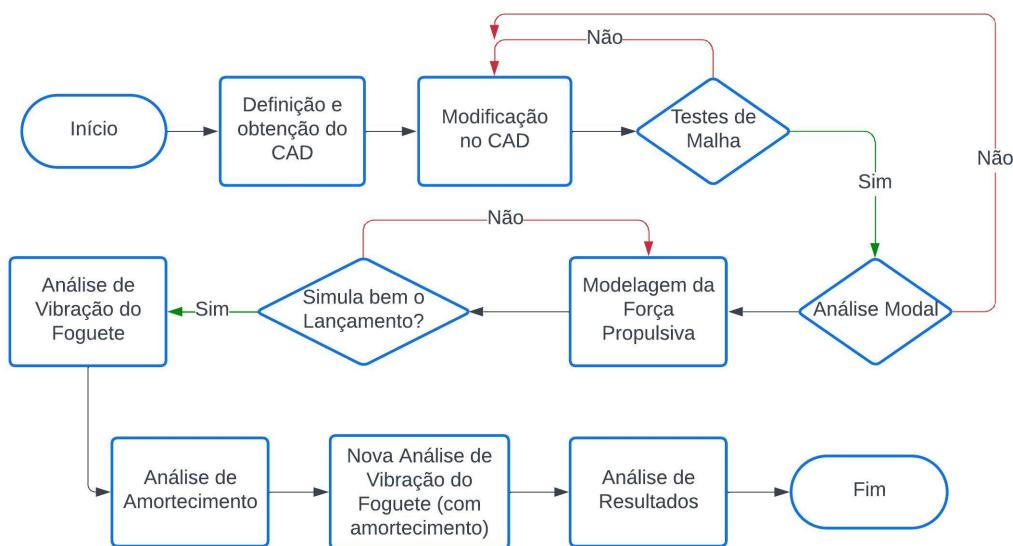


Figura 7 – Fluxograma da metodologia adotada para análise dinâmica

Como visto na Figura 7, a metodologia está dividida em 4 partes principais: a construção do modelo a ser utilizado; os testes preliminares da estrutura; a modelagem da força de propulsão; e por último as análises necessárias no Ansys, simulando um lançamento.

A primeira parte se inicia com a obtenção do modelo cedido pela CRT-FGA. O referido modelo foi construído e modificado com auxílio do software *SolidWorks*, nele foram construídos toda a casca externa do foguete, e posteriormente as subsequentes modificações, como a construção da estrutura interna e a remoção de furos da fuselagem. Em seguida esta geometria foi transferida para o software ANSYS para os demais passos.

No Ansys, o primeiro passo foi transformar a estrutura sólida em uma estrutura composta apenas por elementos de casca. Para isso, foi selecionada a *MidSurface* (plano que passa no centro da peça) de cada componente, garantindo sempre a fidelidade ao modelo original. Logo depois, foram realizados testes de malha na estrutura, rodando as análises diversas vezes e variando o *sizing* da malha, até encontrar uma configuração na qual o resultado da análise variasse em menos de 5%. O *sizing* escolhido foi de 1cm, pois reduzir a malha além desse ponto, aumentaria muito o gasto computacional sem

trazer retornos relevantes. Todo esse processo foi conduzido com o objetivo de manter a qualidade da malha axissimétrica nos componentes da base do foguete e na fuselagem, buscando uma disposição mais eficaz para a transmissão de força ao longo da estrutura, com ênfase na região da tubeira.

Ao terminarmos a construção da malha no modelo, o passo seguinte é a Análise Modal, nela foram calculadas as frequências naturais da estrutura. Para isso foram consideradas duas configurações do modelo, um com combustível de parafina no interior do tanque, e outro sem combustível. Essas duas configurações foram usadas pra podermos analisar a diferença causada pela rigidez extra do combustível na hora da aferição de frequências naturais, além de, posteriormente esses dados serem úteis na simulação do lançamento do foguete, nos dando uma opção de modelagem de consumo do combustível durante o voo.

Após finalizarmos a segunda parte da metodologia com a análise modal do modelo utilizado, a terceira etapa consiste na modelagem das forças propulsivas. Para isso, é preciso conhecer, ou estimar, as forças que agem no foguete durante todo o período de seu lançamento.

Ao garantirmos, com base na literatura, que a modelagem de forças simula de maneira fiel um lançamento de foguete, podemos seguir adiante com a próxima etapa.

A penúltima etapa consiste da junção das partes anteriores, usamos o modelo de casca (com combustível e sem combustível), juntamente com as frequências naturais e os modos de vibração que consideramos necessários para representação da estrutura, aplicamos a força propulsiva que foi modelada na parte inferior da tubeira, no sentido ao longo do comprimento do foguete, e aplicamos tudo na sessão de *Transient Structural* do Ansys Workbench. Com tudo preparado, resta escolher o intervalo de tempo entre cada iteração e o tempo total da simulação. No entanto, como essas duas condições dependem fortemente da modelagem da aplicação da força propulsiva, ao se utilizar dados externos provenientes de um experimento real, essa escolha já está predefinida, uma vez que o passo de tempo foi determinado pelos sensores durante o teste de ignição

Após ser realizada a análise de vibração, deve-se pegar os valores estimados de amortecimento e simular novamente todos os casos rodados anteriormente, porém agora amortecido, tornando-se necessária uma discussão sobre a diferença entre esses resultados.

3.1 Modificação do CAD para estrutura de foguete

A modificação do modelo CAD original consistiu na remoção de alguns aspectos da fuselagem do foguete, removendo-se furos, por onde passavam os parafusos de fixação do motor, anteriormente presentes na região inferior da estrutura. Essa medida visa sim-

plificar o modelo, melhorando o tempo de simulação. A Figura 8 mostra a fuselagem do foguete após essa alteração.

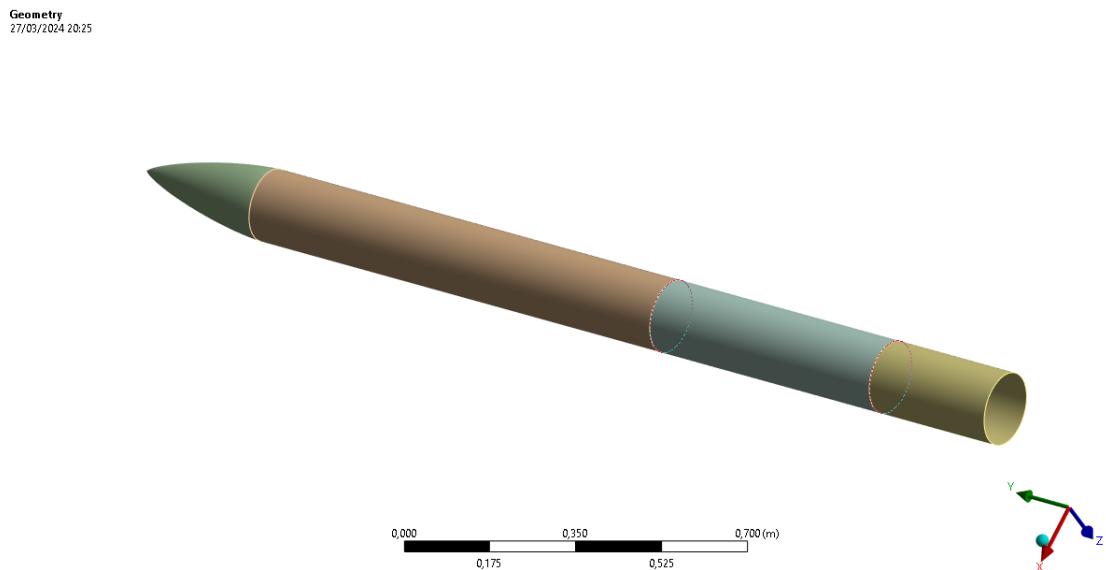


Figura 8 – Fuselagem do foguete após remoção dos furos

As medidas para a fuselagem são:

- Diâmetro externo = 0,1525 m
- Espessura = 0,0025 m
- Comprimento = 2,130 m

O material que compõe a fuselagem é uma fibra de vidro de autoria da CRT-FGA, no entanto, a fibra de vidro foi tratada como uma material isótropico, buscando manter uma relativa simplificação do modelo, além disso, essa simplificação é considerada aceitável por se tratar de um material com orientação de fibra [0/90°], sabendo que não há presença de força interna significativa orientada para fora da fuselagem.

A fibra de vidro possui uma densidade de $1165,0[\text{kg}/\text{m}^3]$, módulo de elasticidade de $2e+09[\text{Pa}]$ e Poisson igual a 0,394.

Com as dimensões da fuselagem estabelecidas, incluindo diâmetro externo, espessura e comprimento, procedeu-se à construção das partes internas do foguete. Inicialmente, focou-se no desenvolvimento do tanque e da parafina, elementos cruciais para o armazenamento de combustível do foguete. A Figura 9 apresenta o design desses componentes internos.

Os detalhes técnicos do tanque são os seguintes:

- Material: Alumínio 6351

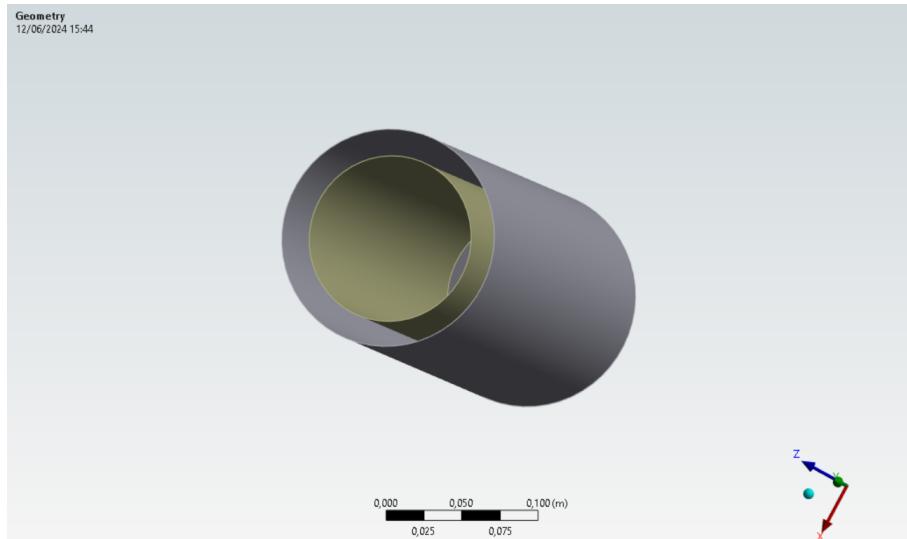


Figura 9 – Tanque e parafina do foguete

- Comprimento: 0,424 m
- Diâmetro: 0,150m

O tanque foi projetado para armazenar o propelente, que nesse caso é a parafina, o alumínio do tanque possui densidade de $2770[kg/m^3]$, módulo de elasticidade de $7,1e+10[Pa]$ e *Poisson* de 0,33. A parafina foi projetada utilizando dados quaisquer encontrados na literatura, ela possui uma densidade de $918[kg/m^3]$, módulo de elasticidade de $2e+07[Pa]$ e *Poisson* igual a 0,22.

Em seguida foi modelada a tubeira, mostrada nas Figuras 10 e 11, externamente ela possui duas seções distintas (seção maior e seção menor), e internamente ela possui 3 seções distintas (2 seções conicas e uma garganta) A altura total da tubeira é de 89,154 mm. A primeira seção, conhecida como seção maior, tem uma altura de 49,276 mm, com um diâmetro externo de 70,866 mm e um diâmetro interno de 58,42 mm. Dentro desta seção fina, encontramos um cone com uma altura de 58,801 mm, inclinado a um ângulo de 14,99 graus em relação à garganta interna. Seguindo para a seção menor, esta possui uma altura de 38,878 mm, com um diâmetro interno de 75,438 mm e um diâmetro externo de 86,868 mm. Entre o cone superior e o inferior, existe uma seção intermediária com altura de 6,096 mm e um diâmetro de 26,924 mm, denominado garganta. Dentro desta seção há um cone com uma altura de 22,098 mm, formando um ângulo de 45 graus em relação à um dos lados da garganta.

O material usado pra tubeira foi o aço inoxidável, com densidade de $7750[kg/m^3]$, módulo de elasticidade de $1,93e+11[Pa]$ e *Poisson* de 0,31.

O próximo componente a ser montado foram as 4 longarinas internas que agem como reforço para a fuselagem, mostradas na Figura 12, elas percorrem todo o compri-

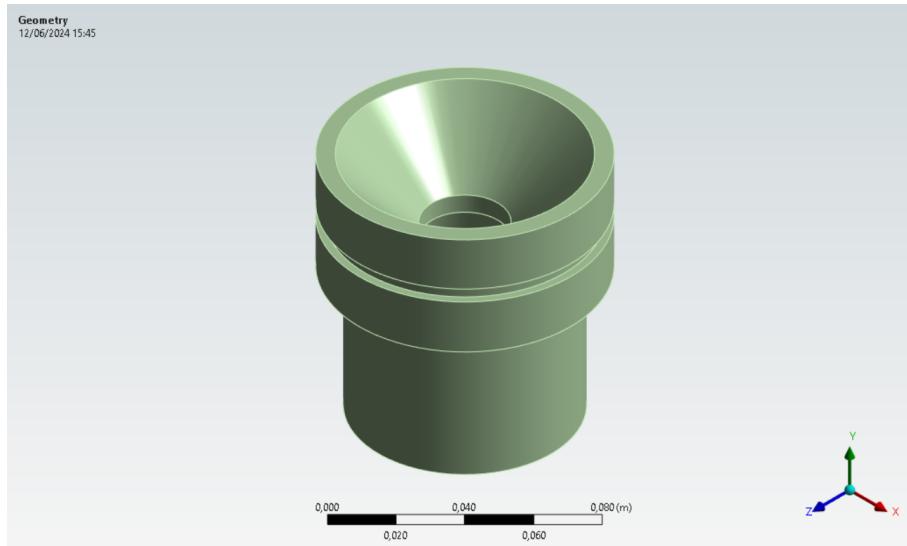


Figura 10 – Vista isométrica da tubeira

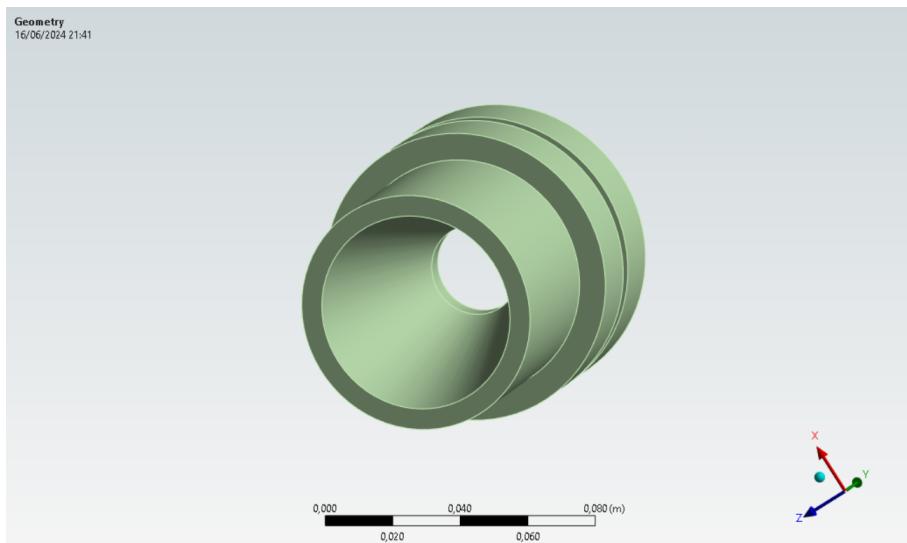


Figura 11 – Vista isométrica da tubeira (2)

mento da fuselagem, ligando a parte inferior do tampo da coifa ao tampo do bocal na parte interior. A seção transversal delas possui um formato semelhante a um quadrilátero, no entanto uma de suas faces, em contato com a fuselagem, é curva seguindo a curvatura da fuselagem. Os lados menores da seção transversal possuem 5[mm] de comprimento, enquanto o lado maior afastado da fuselagem possui 12[mm] de comprimento, e o lado encostado na fuselagem, faz um arco com angulação de 9,03 deg, com isso o comprimento fica em 12,012[mm].

Em seguida, foram feitas o tampo da coifa, o tampo do bocal (na parte inferior da fuselagem) e as plataformas do foguete, essas plataformas são usadas pra facilitar o posicionamento e fixação de componentes no foguete, por exemplo, sobre o tampo da coifa, vai a carga útil que o foguete transporta, em outras sessões vão os componentes

eletrônicos (que não serão incluídos nesse modelo por terem massa desprezível) e o tanque de óxido nitroso, usado como oxidante. Essas plataformas possuem raio de 76,25[mm].

O material utilizado para as vigas e para as plataformas (excluindo o tampo da fuselagem, que é feito da fibra de vidro proprietária da CRT-FGA), foi a mesma liga de alumínio usada para o tanque.

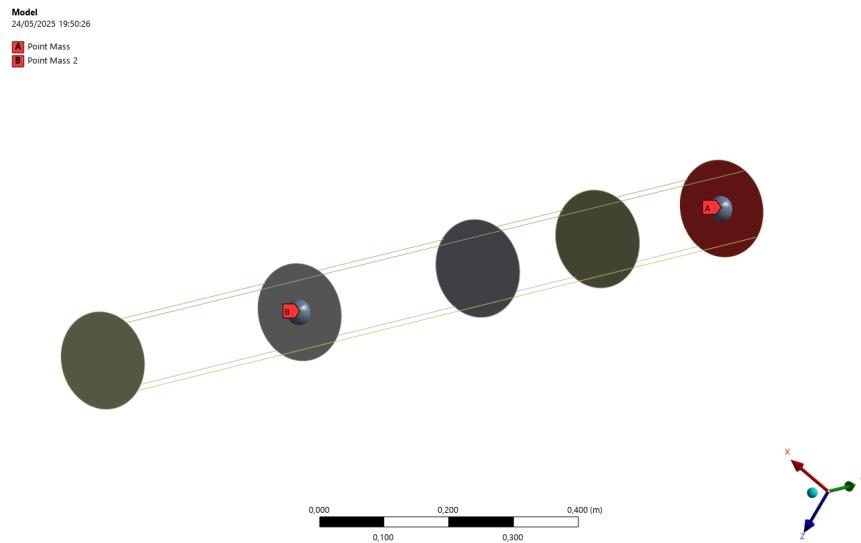


Figura 12 – Plataformas e longarinas

Posteriormente, procedeu-se com o acoplamento das partes internas à fuselagem, estabelecendo conexões de contato para garantir a integridade estrutural e a funcionalidade do conjunto. A Figura 13 mostra o foguete completo, resultado da integração desses elementos.

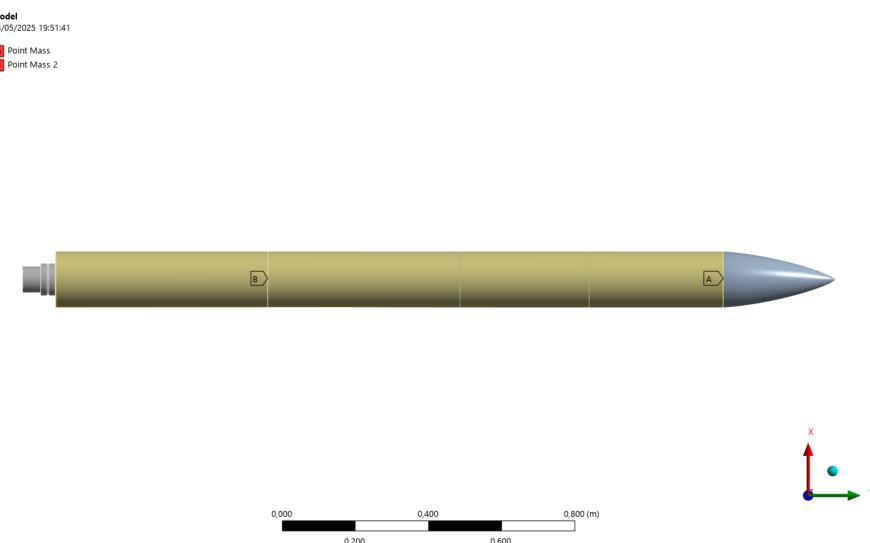


Figura 13 – Foguete completo com componentes internos

Em resumo, este processo de modificação do CAD do foguete envolveu aprimoramentos na fuselagem, desenvolvimento e integração dos componentes internos, com foco na redução do peso computacional, mantendo a fidelidade do modelo.

3.2 Análise de malha

O Ansys Workbench conta com um gerador de malha automatizado e robusto, capaz de lidar com geometrias complexas por meio de algoritmos de discretização adaptativos. O processo de geração de malha permite a definição de controles locais e globais, como o *Element Size*, além da escolha do tipo de elemento, casca, sólido ou viga, conforme a natureza do componente. A malha pode ser composta por elementos tetraédricos, hexaédricos, prismáticos ou quadriláteros, sendo possível aplicar refinamentos em regiões críticas para melhor captura dos gradientes mecânicos. No caso de elementos de casca, o gerador busca preservar a topologia superficial da geometria original, respeitando curvaturas e simetrias. Esses recursos garantem maior controle sobre a qualidade dos elementos gerados, favorecendo análises mais precisas com menor custo computacional.

Para os componentes da fuselagem, foi empregada uma malha com tamanho de 1 cm, adaptável às necessidades específicas, utilizando tetraedros para os componentes sólidos e quadriláteros/triangulares para os componentes de casca. As vigas também foram discretizadas em segmentos de 1 cm. A Figura 14 abaixo ilustra o *mesh* aplicado no foguete completo, destacando a abordagem axissimétrica utilizada na fuselagem, com foco na preservação da circunferência.

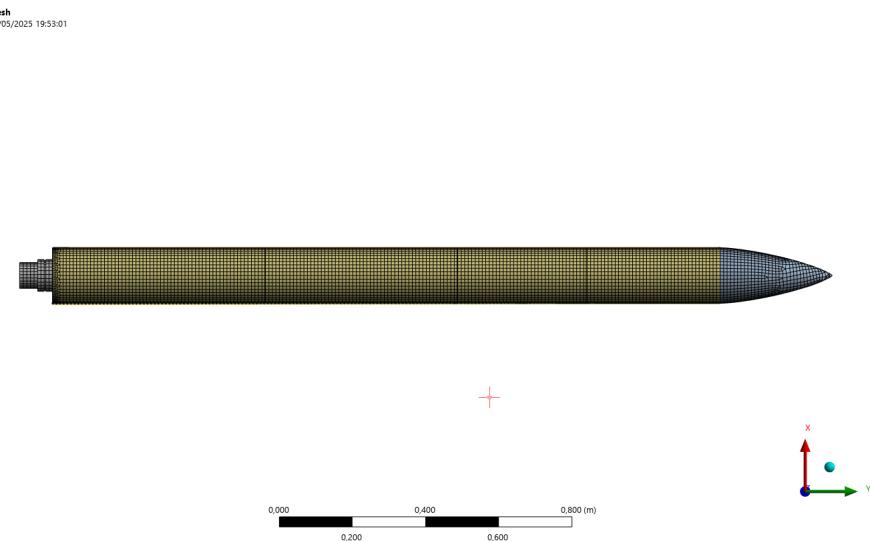


Figura 14 – Malha do foguete completo

Na coifa (Figura 15), foram aplicadas considerações mais detalhadas para manter a uniformidade da malha na base, evitando distorções no modelo, devido a uma malha

inadequada, na área que está em contato direto com a plataforma onde se encontra a carga útil.

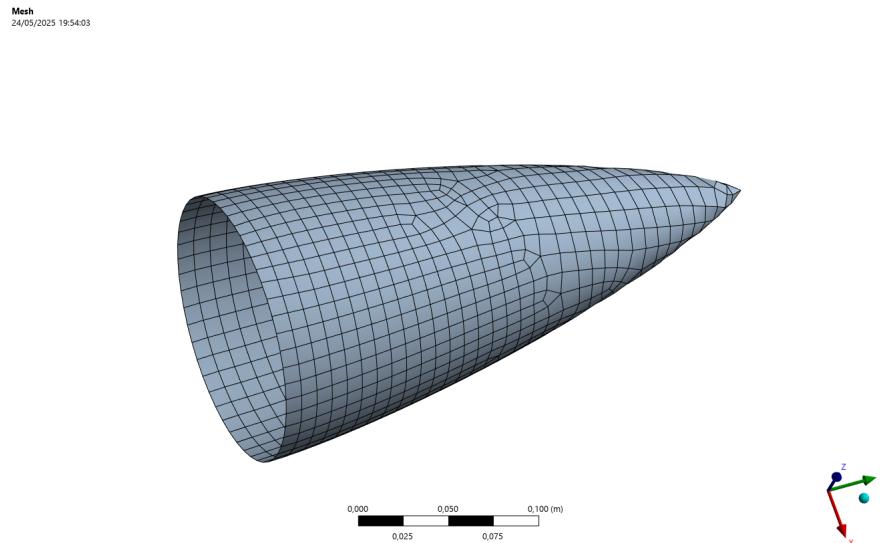


Figura 15 – Malha da coifa

No tanque e na parafina, foi utilizado o mesmo método que na fuselagem, devido à sua geometria cilíndrica oca, utilizando elementos de casca para manter a circunferência de forma precisa e facilitar a conexão com componentes adjacentes (Figura 16).

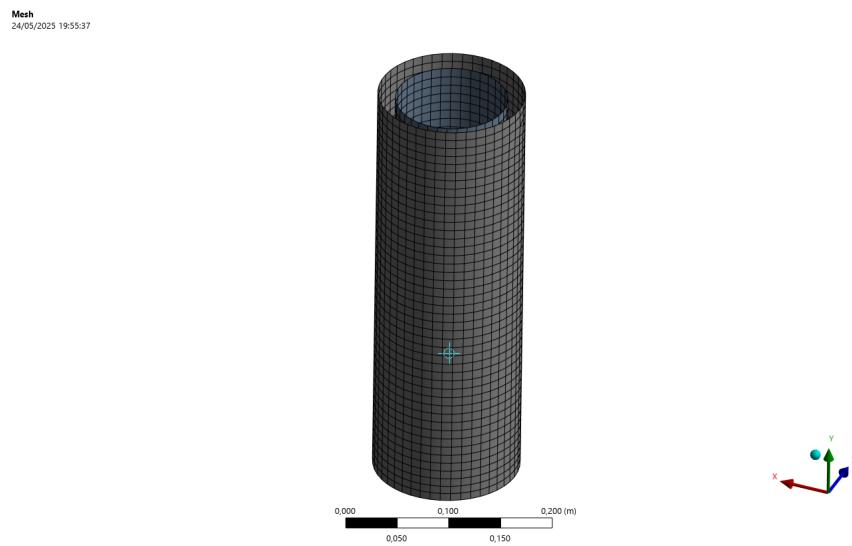


Figura 16 – Malha do tanque e parafina

A tubeira foi modelada como um componente sólido para preservar a transferência de força da propulsão, além disso, foi utilizado o *sweep method* com o comando de axisimetria no *mesh*, garantindo a integridade estrutural do foguete (Figura 17).

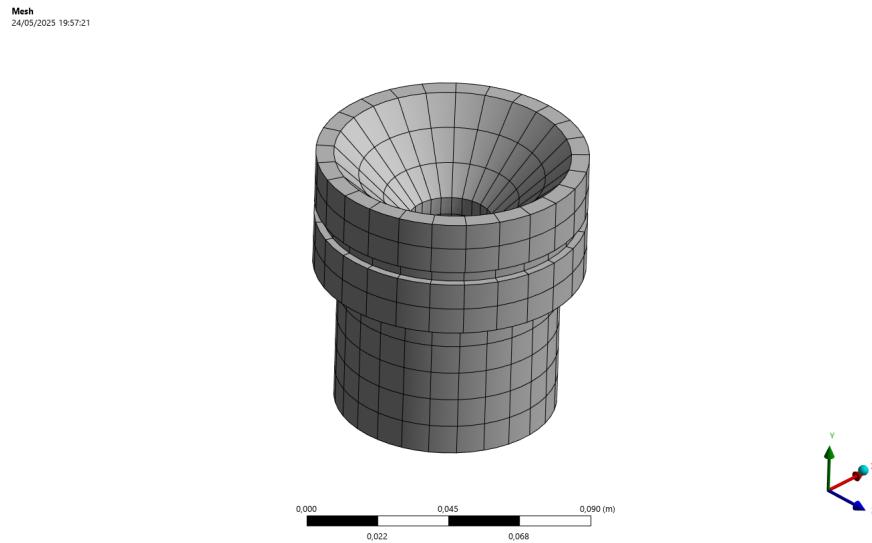


Figura 17 – Malha da tubeira

O *mesh* das plataformas foram feitos utilizando critérios de uniformidade nas bordas, onde há contato com o restante da fuselagem. As vigas foram subdivididas em elementos de 5 mm de comprimento para garantir uma representação precisa de suas propriedades estruturais (Figura 18).

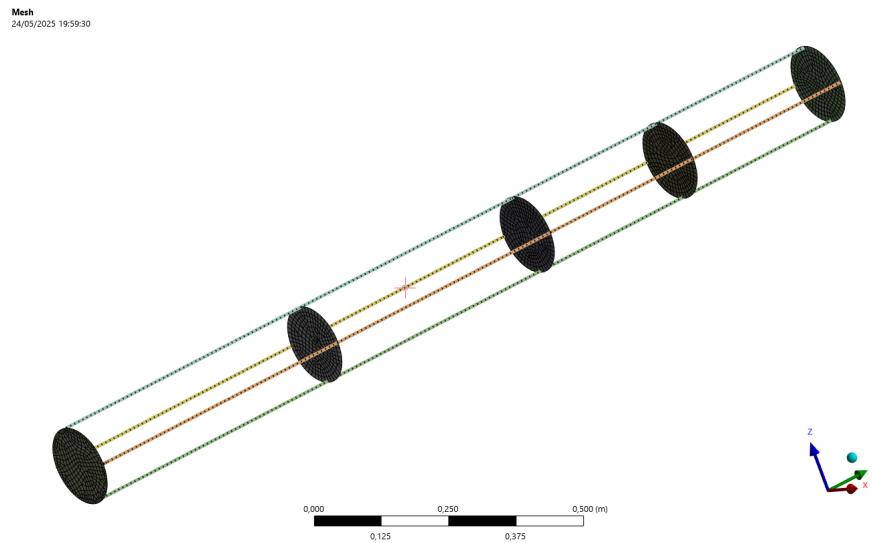


Figura 18 – Malha das plataformas e longarinas

3.3 Modelagem da força propulsiva

A modelagem da força propulsiva de um foguete é essencial para compreender seu comportamento dinâmico durante as diferentes fases do lançamento, especialmente em análises estruturais transientes que buscam capturar com precisão os efeitos gerados

pelo empuxo ao longo do tempo. Para desenvolver uma representação precisa dessa força, é necessário considerar uma série de fatores que influenciam a geração de empuxo pelo motor, tais como a taxa de queima do propelente, a geometria da câmara de combustão, o regime de fluxo interno e as características do bico propulsor.

O primeiro passo nesse processo é buscar informações na literatura especializada, bem como em dados experimentais, para entender o comportamento dinâmico do empuxo em três etapas distintas do lançamento: o início da queima, o voo constante e o fim da queima, este último correspondendo ao momento em que o combustível é completamente consumido.

Durante o início da queima, o empuxo tende a crescer rapidamente, muitas vezes de forma exponencial, como resultado das instabilidades iniciais associadas à ignição do motor, à pressurização do sistema e à estabilização do fluxo de combustível. Essa fase é especialmente crítica, pois envolve a transição súbita de um sistema em repouso para um regime de aceleração intensa, o que afeta diretamente as cargas transmitidas à estrutura.

Na fase de voo pleno, o empuxo se estabiliza e atinge uma média praticamente constante, embora ainda possam ocorrer pequenas oscilações devido a variações internas no regime de combustão, na pressão da câmara ou no desempenho do motor ao longo do tempo. Essa estabilidade relativa permite isolar os efeitos de carga contínua e avaliar o comportamento estrutural sob regime sustentado.

Por fim, no término da queima, o empuxo geralmente sofre uma queda abrupta, resultante da exaustão do combustível e da redução da pressão interna do sistema. Esse declínio marca o fim da fase propulsiva ativa do voo e dá início à trajetória balística do foguete.

Considerando que o empuxo médio do motor utilizado é de 754,64 Newtons, foram incorporados ao modelo os dados obtidos experimentalmente em um teste de ignição do motor de foguete Sara (Figura 19), gentilmente cedidos pelo Chemical Propulsion Laboratory (CPL) da Universidade de Brasília – Campus Gama (cpl.unb.br), no contexto do projeto de pesquisa financiado pelo CNPq intitulado "*Desenvolvimento e teste de um motor foguete a propelentes híbridos fabricado por manufatura aditiva*" ([Chemical Propulsion Laboratory \(CPL\), UnB, 2025](#)). Esses dados foram tratados numericamente e ajustados de forma a representar um perfil de empuxo realista e compatível com o valor médio citado, garantindo uma modelagem coerente com o comportamento observado em testes experimentais (Figura 20).

A partir dos dados modificados, foram extraídos três intervalos característicos do voo: entre 0 e 1 segundo (fase de decolagem), entre 2 e 3 segundos (voo pleno) e entre 10 e 11 segundos (fase final da queima). Esses trechos foram selecionados como base para a análise da resposta estrutural em diferentes fases críticas da aplicação da carga propulsiva,

conforme apresentado nas seções a seguir.

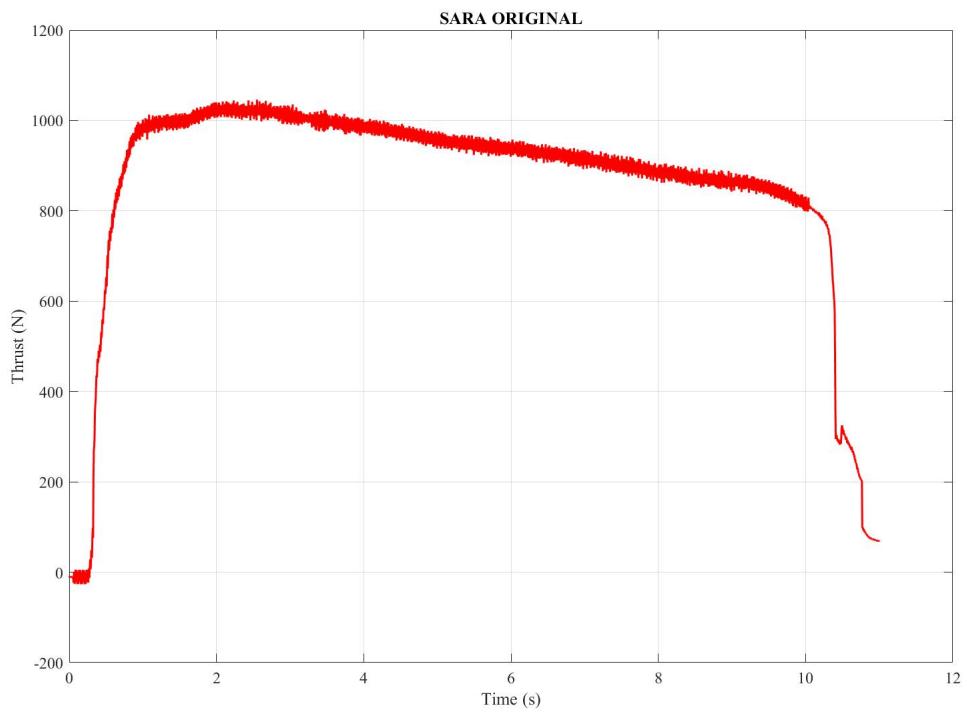


Figura 19 – Gráfico do empuxo durante os testes do Sara

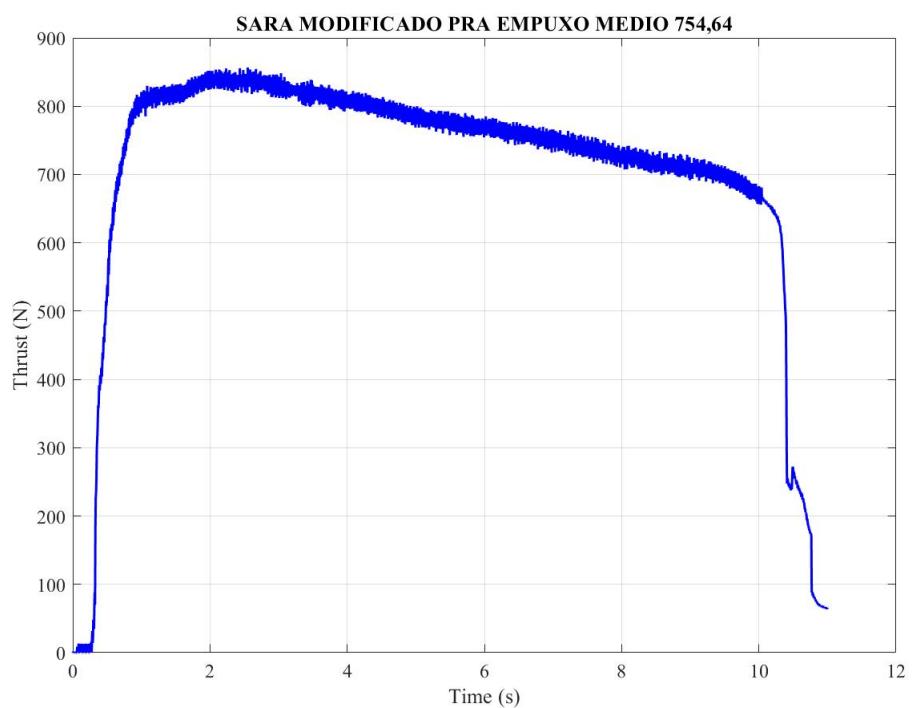


Figura 20 – Gráfico do empuxo modificado do Sara

3.3.1 Início de queima

No início da queima do motor de um foguete, o comportamento da força propulsiva (Figura 21) é influenciado por vários fatores fundamentais. A ignição do combustível é o primeiro passo crítico, onde uma mistura controlada de propelentes é iniciada, gerando uma reação química que produz gases de alta pressão e temperatura. A taxa de queima inicial é ajustada para controlar a liberação de energia e garantir uma queima estável do propelente (HUZEL; HUANG, 1992).

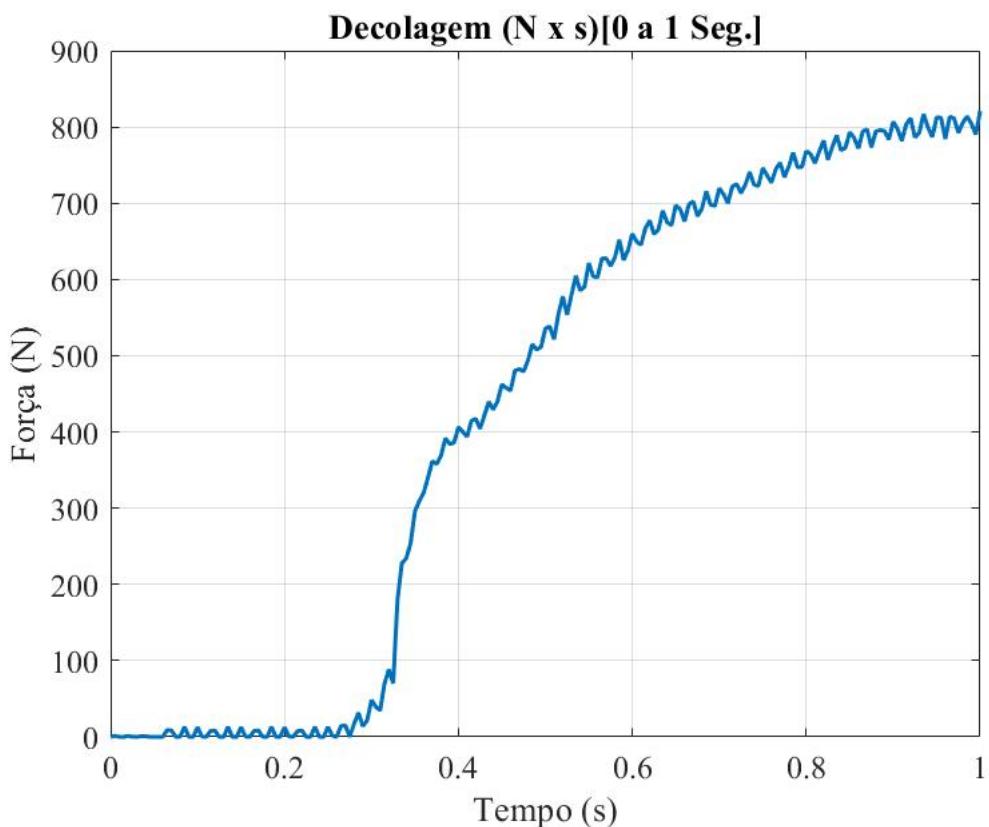


Figura 21 – Gráfico do empuxo durante o lançamento

Modelos avançados baseados na análise do impulso específico do motor I_{sp} e na velocidade de exaustão dos gases v_e são cruciais nesta fase. O impulso específico representa a eficiência do motor em transformar a massa de propelente em impulso. Ele varia com a pressão e temperatura dos gases na câmara de combustão, afetando diretamente a velocidade de exaustão dos gases (SUTTON; BIBLARZ, 2001b). A velocidade de exaustão, por sua vez, depende das características do bocal do motor e das condições de expansão dos gases, influenciadas pela geometria do bocal e pela pressão na câmara de combustão (LACKNER et al., 2016).

A dinâmica inicial do empuxo é fortemente influenciada pelas variações temporais na pressão e temperatura dentro da câmara de combustão. Flutuações na temperatura

dos gases podem afetar a viscosidade e a densidade do propelente, alterando a taxa de queima e, consequentemente, a velocidade de exaustão dos gases. Modelos computacionais são utilizados para simular essas condições dinâmicas, fornecendo insights cruciais para o design e a operação eficiente dos motores de foguete ([HILL et al., 2017](#)).

3.3.2 Voo pleno

Durante o voo de cruzeiro, a força propulsiva (Figura 22) mantém uma estabilidade relativa à medida que o foguete alcança sua velocidade de cruzeiro. Este estágio é caracterizado pela manutenção das condições de queima estáveis e pela redução gradual do propelente consumido. Modelos computacionais avançados também podem ser utilizados para simular o comportamento contínuo da força propulsiva ao longo do tempo, levando em consideração a variação na taxa de fluxo de massa do propelente e suas interações com as condições atmosféricas variáveis ([ANDERSON et al., 2016](#); [HILL et al., 2017](#)).

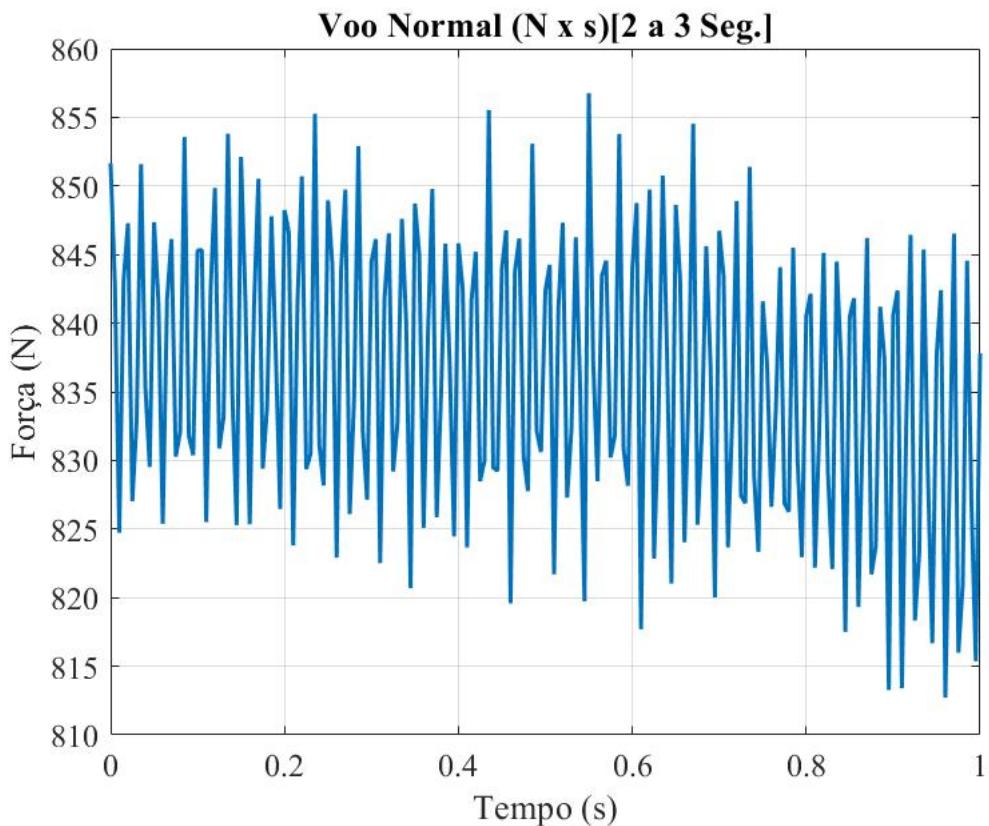


Figura 22 – Gráfico do empuxo durante o Voo pleno

Durante o voo de cruzeiro, a força propulsiva é predominantemente determinada pela taxa de queima do propelente e pela velocidade de exaustão dos gases. A taxa de queima de propelente diminui gradualmente à medida que o combustível é consumido, enquanto a velocidade de exaustão dos gases pode variar dependendo das condições ambientais e da altitude do foguete. Modelos como os baseados na equação do impulso

específico I_{sp} são essenciais para prever com precisão a força propulsiva durante esta fase. Esses modelos consideram a eficiência do motor em transformar a massa de propelente em impulso, levando em conta variações na pressão e temperatura dos gases na câmara de combustão (SUTTON; BIBLARZ, 2001b).

Além disso, durante o voo, é crucial considerar as interações dinâmicas entre a força propulsiva e as forças aerodinâmicas atuantes sobre o foguete. As variações na velocidade e altitude podem influenciar significativamente a eficiência de propulsão e a estabilidade do voo, sendo essencial a aplicação de técnicas avançadas de controle e simulação para otimizar o desempenho do foguete (LACKNER et al., 2016).

3.3.3 Fim de queima

No fim da queima do combustível, a força propulsiva (Figura 23) experimenta uma diminuição significativa devido à redução na taxa de queima de propelente. Este estágio é crítico para a estabilização do foguete e sua transição para outras fases de voo ou separação de estágios. Modelos de fim de queima consideram a diminuição gradual do empuxo conforme o combustível restante se esgota, influenciando decisões críticas de controle e trajetória (GRAHAM et al., 2018; WISE et al., 2020).

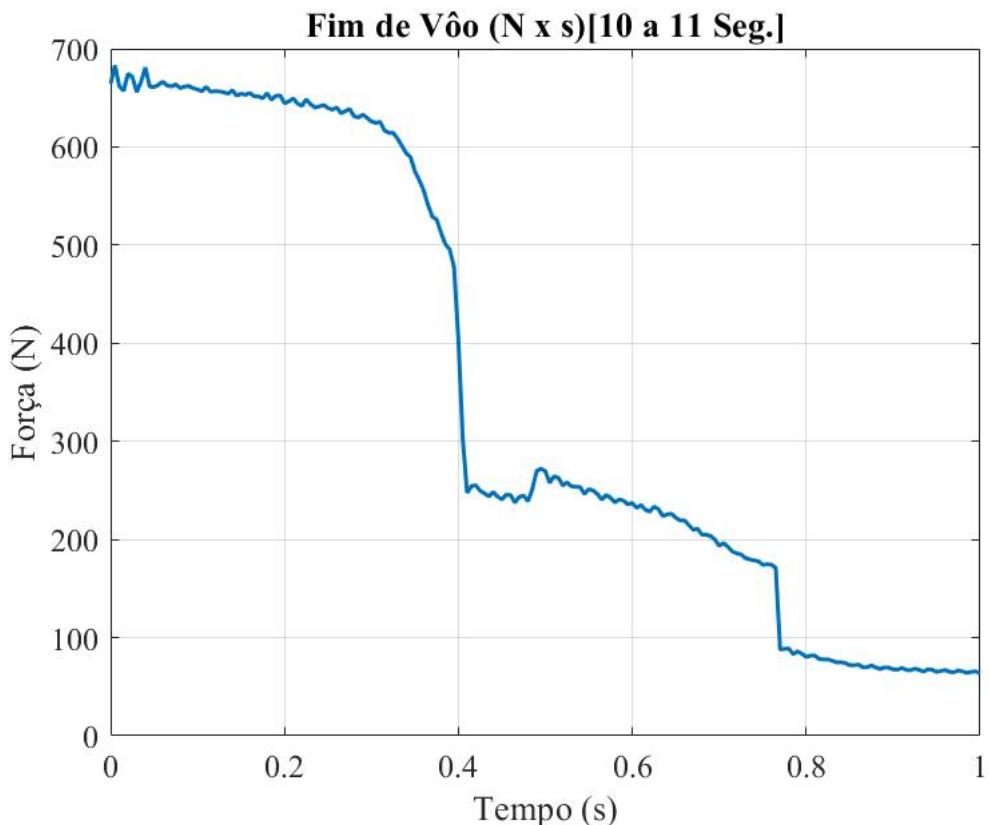


Figura 23 – Gráfico do empuxo durante o fim de queima

Durante os momentos finais da queima, a força propulsiva diminui progressivamente até que o motor se apague completamente. Essa fase é influenciada pela taxa de queima residual de propelente, que pode não ser uniforme devido a variações na distribuição do combustível e nas condições de queima ao longo do tempo. Modelos computacionais avançados utilizam análises detalhadas da dinâmica de combustão e da física dos gases para prever com precisão o comportamento do empuxo durante esta transição crítica (SUTTON; BIBLARZ, 2001b).

A compreensão desse fenômeno é essencial para o projeto de sistemas de controle de voo que gerenciam a transição suave entre estágios do foguete e otimizam o uso eficiente do propelente disponível. Técnicas avançadas de simulação e modelagem permitem aos engenheiros ajustar parâmetros de projeto para maximizar o desempenho e a segurança durante o término da operação do motor de propulsão.

3.4 Análise de vibração - Resposta transiente ao lançamento

A análise transiente de vibração foi realizada considerando três cenários distintos, correspondentes às diferentes fases do ciclo operacional do foguete. No primeiro cenário, foi modelado o lançamento utilizando a configuração com parafina e aplicando o perfil de força propulsiva característico da fase inicial de decolagem. O segundo cenário representou o voo de cruzeiro, mantendo a estrutura com parafina mas empregando o perfil de força propulsiva típico do voo pleno. Por fim, o terceiro cenário simulou o término da queima, onde a parafina foi removida do modelo e aplicou-se o perfil de força correspondente à fase final de empuxo. Esta abordagem permitiu avaliar de forma abrangente o comportamento vibratório do foguete em todas as etapas críticas de sua operação.

Em cada um dos casos, foram utilizados os resultados obtidos da análise modal como condições iniciais para a análise transiente, como mostrado anteriormente na Figura 5. A aplicação das forças foi feita no mesmo local para todos os casos, na parte inferior da tubeira, destacado em vermelho conforme ilustrado na Figura 24, sabendo também que todas as forças foram colocadas como sendo aplicadas com componentes apenas no eixo y.

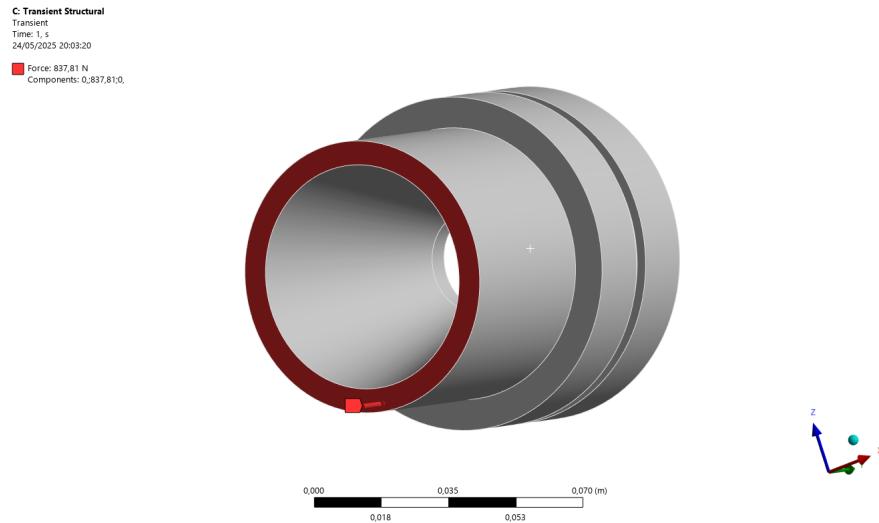


Figura 24 – Local de aplicação de força

As forças aplicadas em cada fase de voo foram analisadas com base nos gráficos apresentados nas Figuras 21, 22 e 23. Para todos os casos, foi adotado um passo de tempo constante de 0,005 segundos durante 1 segundo de análise, garantindo uniformidade nos resultados e permitindo comparação direta entre as diferentes fases do voo. Este passo foi escolhido por coincidir com a resolução temporal dos dados experimentais fornecidos pelo ([Chemical Propulsion Laboratory \(CPL\), UnB, 2025](#)), obtidos durante o teste de ignição do motor, assegurando assim a compatibilidade entre os dados empíricos e o modelo numérico implementado.

Na decolagem (0-1s), este passo temporal refinado foi essencial para capturar as rápidas variações de empuxo características do início da queima, quando o motor estabelece seu regime operacional.

Durante o voo pleno (2-3s), o mesmo passo de 0,005s permitiu registrar com precisão as flutuações típicas do empuxo em regime estabilizado, embora menos intensas que na decolagem.

Para o fim de voo (10-11s), a manutenção do passo temporal garantiu a correta caracterização da diminuição progressiva do empuxo, capturando tanto as variações rápidas quanto as tendências de decaimento mais lentas.

Esta abordagem consistente no tratamento temporal, aplicada aos dados modificados do motor Sara, permitiu uma análise comparativa precisa do comportamento do empuxo nas três fases críticas do voo.

3.5 Determinação dos parâmetros de amortecimento

Conforme discutido anteriormente, o modelo de Rayleigh é amplamente empregado em análises estruturais por sua simplicidade e compatibilidade com a ortogonalidade modal. A formulação consiste em expressar a matriz de amortecimento \mathbf{C} como uma combinação linear das matrizes de massa \mathbf{M} e rigidez \mathbf{K} , ponderadas por coeficientes escalares α e β , os quais são conhecidos como coeficientes de amortecimento de Rayleigh:

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (3.1)$$

Para estimar esses coeficientes, adota-se uma abordagem baseada na escolha de dois modos naturais distintos do sistema. A partir das frequências angulares correspondentes a esses dois modos, constrói-se um sistema linear que relaciona α e β à razão de amortecimento crítica desejada ζ , que são os valores citados anteriormente: 0,005; 0,01; 0,02; 0,03; 0,05; 0,10. Assume-se, nesse processo, que ambos os modos possuem a mesma razão de amortecimento, de modo a garantir que os coeficientes obtidos sejam consistentes com o comportamento esperado da estrutura em uma faixa de frequência relevante.

As frequências naturais em Hz (f) são primeiramente convertidas para frequências angulares ω (em rad/s), conforme a relação:

$$\omega = 2\pi f \quad (3.2)$$

Dadas duas frequências angulares ω_1 e ω_2 , associadas aos modos escolhidos, e assumindo uma mesma razão de amortecimento ζ para ambos, forma-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2\omega_1} & \frac{\omega_1}{2} \\ \frac{1}{2\omega_2} & \frac{\omega_2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A solução desse sistema fornece os valores de α e β :

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2\omega_1} & \frac{\omega_1}{2} \\ \frac{1}{2\omega_2} & \frac{\omega_2}{2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \zeta \\ \zeta \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Uma vez obtidos os coeficientes α e β , é possível estimar a razão de amortecimento ζ_i para cada frequência angular ω_i do sistema, utilizando a expressão:

$$\zeta_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta\omega_i \right) \quad (3.5)$$

Essa função define o perfil de amortecimento induzido pelos coeficientes calculados, permitindo visualizar sua evolução em função da frequência.

O *Ansys Workbench* possui ferramentas internas que permitem calcular automaticamente os coeficientes de Rayleigh com base nas frequências naturais obtidas na análise modal. No entanto, por padrão, o software realiza esse ajuste considerando o conjunto completo de modos calculados, o que pode diluir a precisão da curva de amortecimento em faixas de frequência específicas de interesse.

Como as primeiras frequências naturais do sistema apresentam fatores de participação modal significativamente superiores, sabendo que os demais modos apresentam contribuições até três ordens de grandeza menores, optou-se por calcular os coeficientes de Rayleigh manualmente. Para isso, foi utilizado o *MATLAB*, no qual os valores de α e β foram ajustados com base exclusivamente nas 10 primeiras frequências angulares do modelo, assegurando um controle mais refinado da curva de amortecimento na faixa onde se concentra a maior parcela da resposta dinâmica da estrutura.

Os coeficientes obtidos foram então inseridos no *Ansys Workbench* como coeficientes globais de amortecimento proporcional, sendo aplicados diretamente como coeficientes de rigidez e massa do modelo, como exemplificado na Figura 25. Essa abordagem híbrida permite conciliar a flexibilidade computacional do *MATLAB* com a robustez da simulação transiente do *Ansys*, garantindo maior coerência entre os parâmetros físicos modelados e o comportamento estrutural simulado.

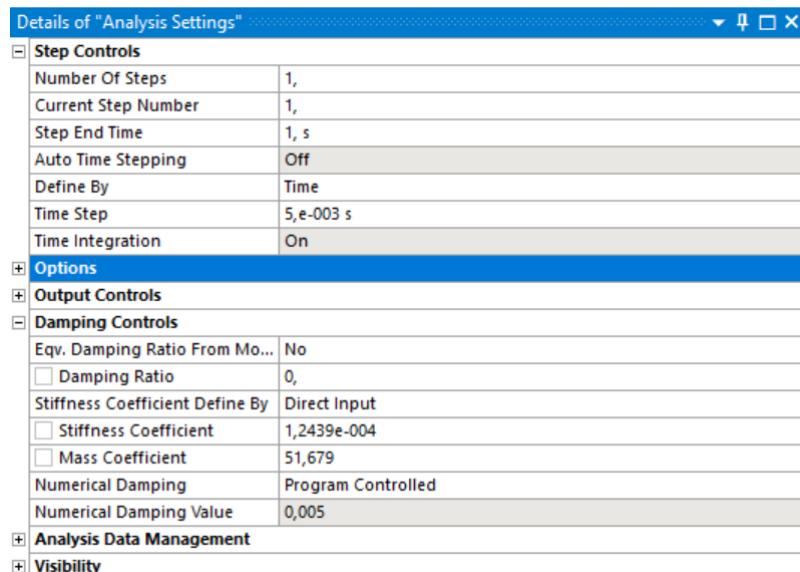


Figura 25 – Local de definição dos coeficiente alfa e beta

Essa abordagem será aplicada a cada configuração do modelo estrutural do foguete híbrido estudado, utilizando os modos extraídos das análises em elementos finitos. Dessa forma, os coeficientes de Rayleigh serão obtidos de forma personalizada para cada con-

figuração, garantindo que o amortecimento proporcional represente com maior realismo a dissipação de energia do sistema analisado. Tal procedimento é especialmente útil em contextos onde os dados experimentais são limitados ou inexistentes nas fases iniciais do projeto.

4 Resultados e discussões

4.1 Análise modal

No início da análise modal, é essencial considerar as condições de contorno que atuam sobre o foguete. O foguete se encontra em condição livre-livre, com uma massa pontual de 5 kg aplicada na área da coifa, simulando a carga útil carregada pelo foguete, e 20 kg na segunda plataforma, representando o tanque de óxido nitroso presente. Essas massas pontuais foram implementadas por meio do elemento do tipo MASS21, utilizado pelo *ANSYS* para representar massas concentradas em modelos estruturais. Foram analisados dois cenários: com parafina e sem parafina. No cenário sem parafina, a massa pontual do tanque de óxido nitroso foi reduzida para 10 kg, simulando o esgotamento do oxidante. Mais dois casos foram analisados, com o óxido nitroso variando para 18 kg e 17 kg, feitos para validar o caso de Voo pleno e investigar os erros associados de não considerar o consumo de combustível, durante o segundo em que foi rodada o caso.

Após definidos os locais da massa que representam a carga útil e o oxidante, mostrado na Figura 26 podemos rodar a simulação inicialmente usando o máximo de modos possíveis, sendo limitados apenas computacionalmente, para depois fazer uma análise do fator de participação de cada modo, selecionando a faixa considerada mais importante. É importante lembrar que o resultado da análise modal será utilizado como dados de entrada para a análise de resposta transiente, a ser realizada em etapas posteriores do projeto. Portanto, a escolha do número de modos deve ser cuidadosa para garantir que a amostra seja suficientemente representativa.

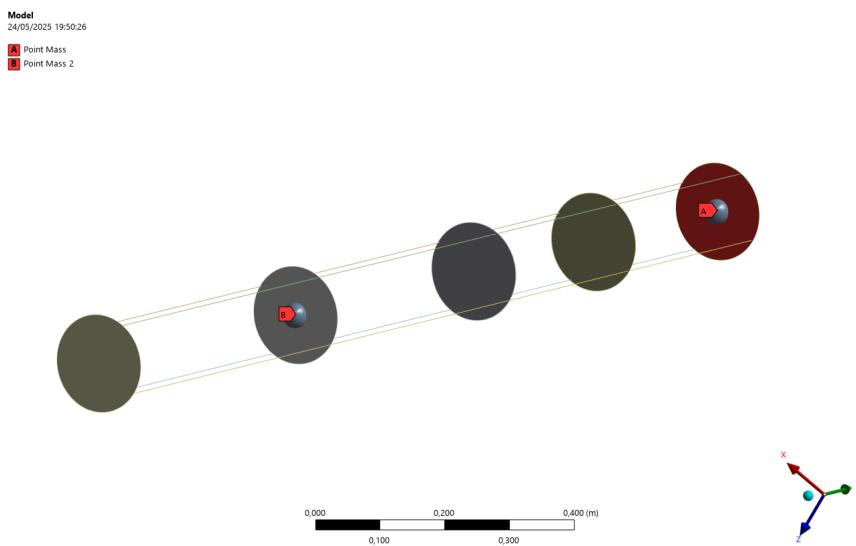


Figura 26 – Local de aplicação das massas pontuais

Como descrito no parágrafo anterior, é importante tomar cuidado ao escolher os dados, pois a inclusão não intencional de modos de vibração pode alterar drasticamente os resultados. Por exemplo, serão apresentados casos onde as frequências de corpo rígido não foram removidas ao passar para o módulo de análise transiente, esses casos servirão para apresentar pontos e discutir as possibilidades e importância dos diferentes tipos de análises em diferentes modelos, além de reforçar a necessidade de decisões conscientes e planejadas durante uma análise computacional.

A análise modal consiste em determinar as frequências naturais e os modos de vibração da estrutura. Cada modo de vibração tem uma forma característica que a estrutura assume quando oscila na frequência correspondente. Podemos observar, nas Figuras 27, 28, 29, 30, 31, exemplos de modos de vibração extraídos da configuração do modelo com parafina e 20Kg na plataforma de óxido nitroso. Pelo formato, identificamos modos de flexão e um longitudinal, embora é importante saber que nos 200 modos analisados existem modos mistos e outros não facilmente reconhecíveis devido à alta complexidade e seccionamento do modelo.

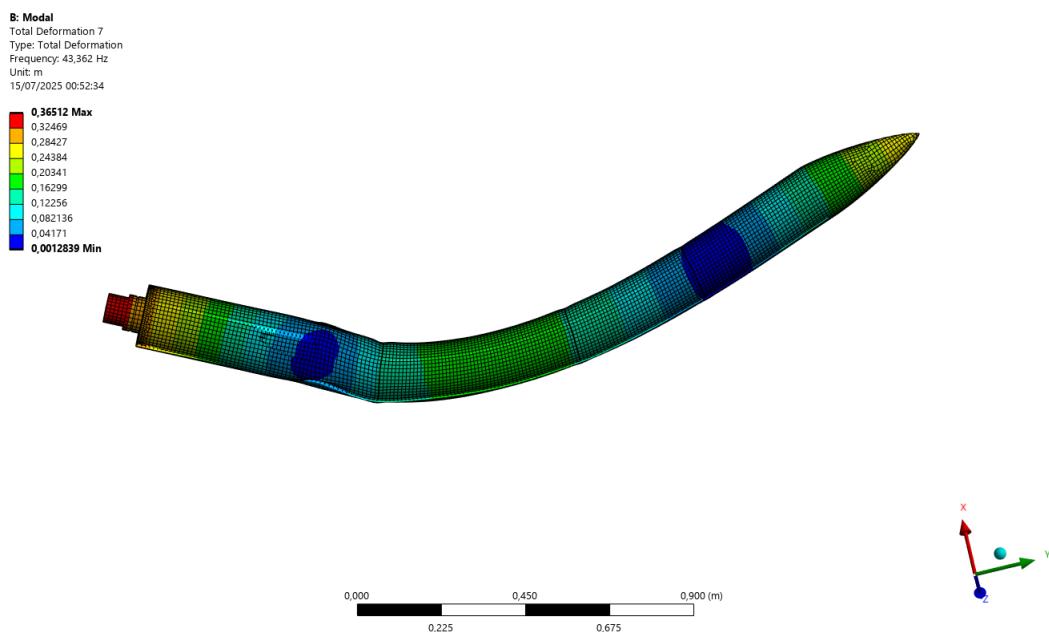


Figura 27 – Primeiro modo de vibração - Flexão - 43,36 Hz

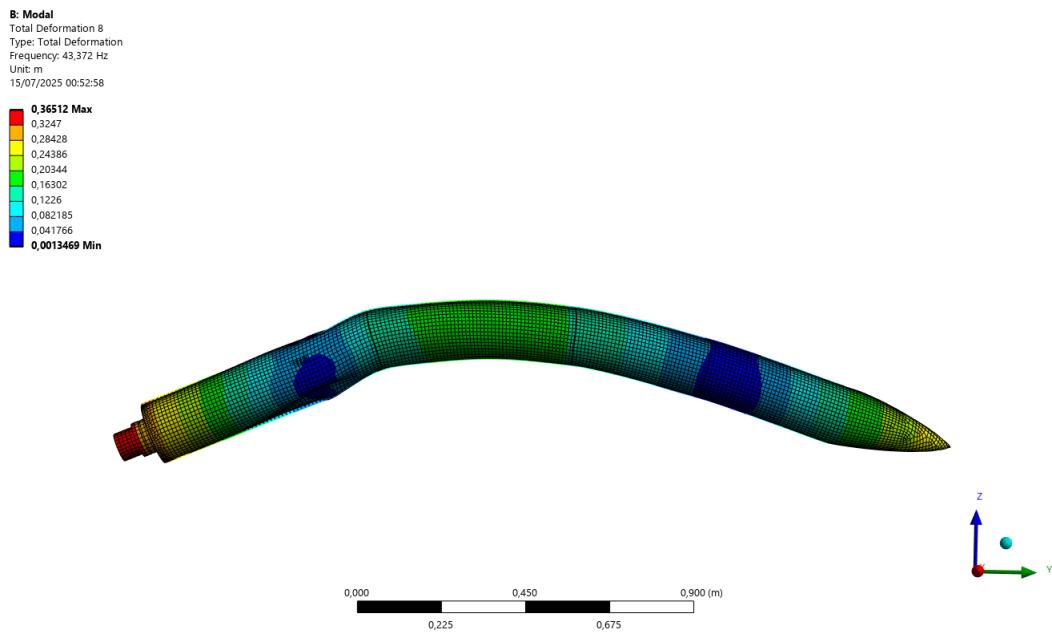


Figura 28 – Segundo modo de vibração - Flexão - 43,37 Hz

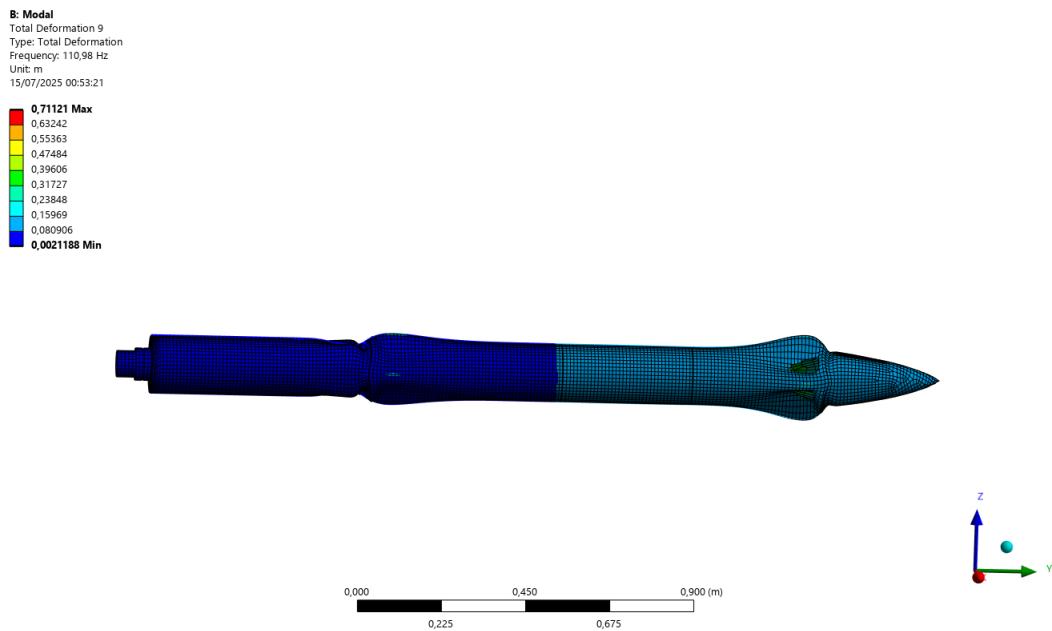


Figura 29 – Terceiro modo de vibração - Longitudinal - 110,98 Hz

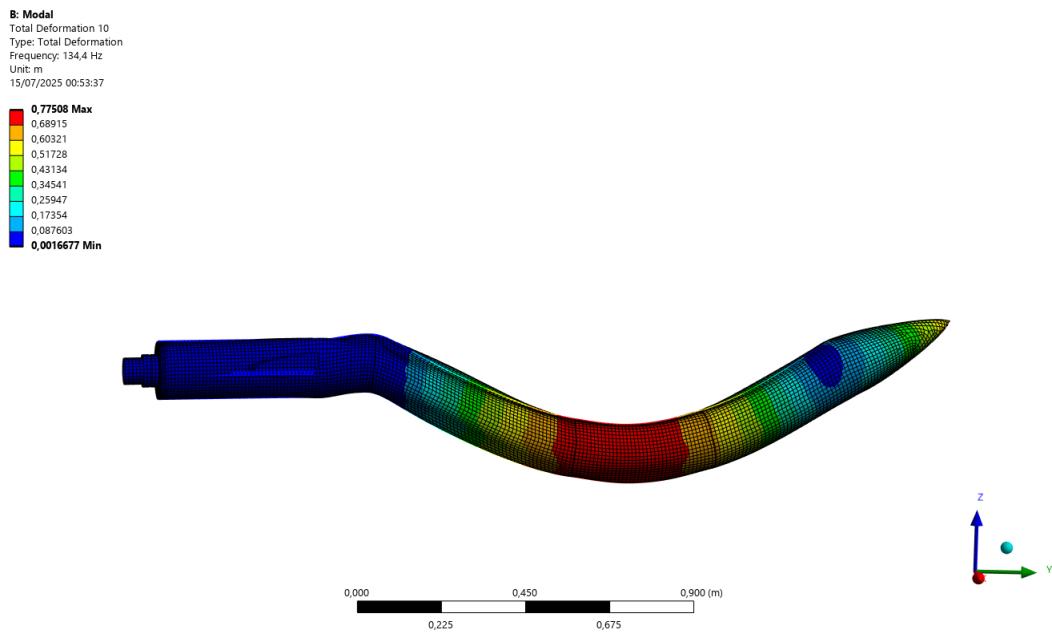


Figura 30 – Quarto modo de vibração - Flexão - 134,40 Hz

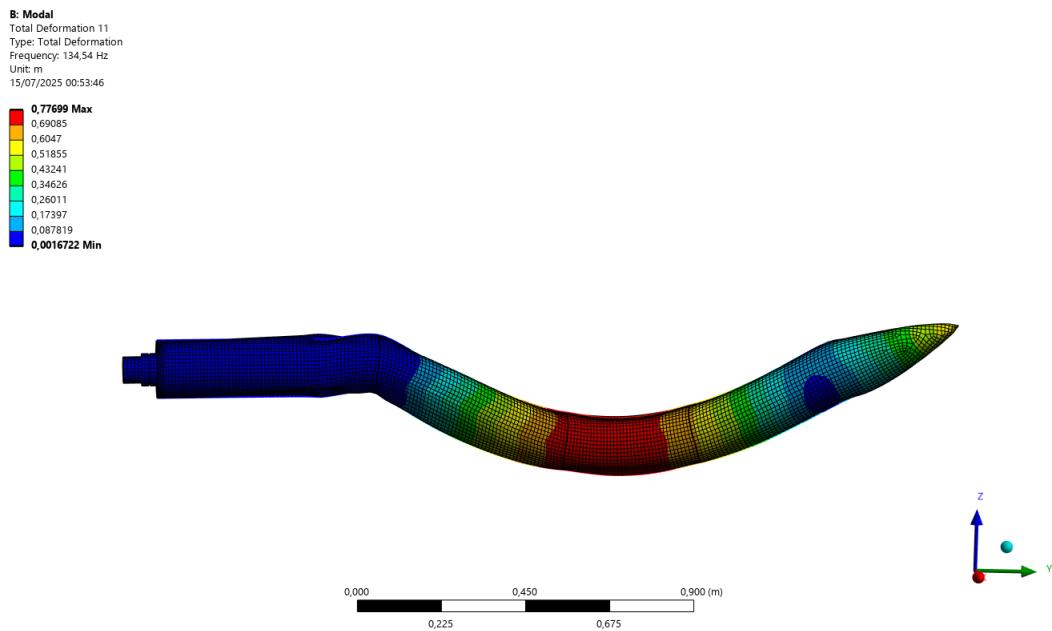


Figura 31 – Quinto modo de vibração - Flexão - 134,54 Hz

4.1.1 Análise modal - considerando apenas modos elásticos

A Tabela 1 apresenta as primeiras 20 frequências naturais, em ordem crescente, para as quatro configurações de combustível analisadas: 20 kg, 18 kg, 17 kg e 10 kg. Estas frequências são críticas para a compreensão do comportamento dinâmico do foguete e para a prevenção de possíveis ressonâncias que poderiam comprometer a integridade

estrutural durante o voo. Ressalta-se que a seleção das 20 primeiras frequências foi realizada apenas para fins de comparação entre as diferentes configurações, não implicando, necessariamente, que todas elas sejam relevantes do ponto de vista modal ou estrutural.

Tabela 1 – Frequências para diferentes massas de óxido nitroso (Hz)

Configurações de massa NO ₂ (Hz)			
20 kg	18 kg	17 kg	10 kg
43,36	44,10	44,51	51,48
43,37	44,11	44,52	51,50
110,98	112,98	114,1	124,6
134,4	134,9	135,2	138,8
134,5	135,0	135,3	138,9
137,0	137,0	137,0	145,8
171,1	172,4	173,2	204,4
224,5	224,5	224,5	223,9
226,5	226,5	226,5	226,4
238,2	238,5	238,7	242,8
238,8	239,1	239,3	243,6
246,6	246,8	246,9	257,5
247,3	247,4	247,5	262,1
261,1	261,1	261,1	263,0
266,5	266,5	266,6	274,6
267,8	267,9	267,9	291,9
277,4	277,4	277,4	292,0
291,8	291,8	291,8	307,1
291,9	291,9	291,9	307,7
307,3	307,5	307,6	321,0

Ao comparar as frequências naturais dos modelos, é observado que as frequências do modelo com menos combustível são consistentemente mais altas do que as dos modelos com mais combustível. Isso pode ser atribuído à redução da massa pontual aplicada e da ausência de parafina (no modelo sem parafina), que leva a uma menor rigidez e inércia, levando a maiores frequências naturais.

Essa variação nas frequências naturais tem implicações importantes para o comportamento dinâmico do foguete. Frequências naturais mais altas no modelo de 10 Kg indicam que ele pode ser menos suscetível a certas formas de ressonância em comparação com o modelo com parafina. No entanto, a análise detalhada dos modos de vibração associados a essas frequências é necessária para entender plenamente o impacto dessas diferenças na estabilidade e na integridade estrutural do foguete durante o Voo.

Além disso, a presença de parafina no modelo não só adiciona massa, mas também pode influenciar a distribuição de massa e as propriedades materiais do foguete, contribuindo para a redução das frequências naturais. A análise modal nos fornece uma base sólida

para compreender essas nuances e preparar o terreno para análises dinâmicas mais detalhadas, como a resposta transiente, que levará em consideração essas frequências naturais para prever o comportamento do foguete em condições reais de operação.

4.1.2 Análise modal - incluindo modos de corpo rígido

Em análises modais realizadas no software ANSYS, particularmente em estruturas com condições de contorno do tipo livre-livre, observa-se que os modos de corpo rígido apresentam fatores de participação modal significativamente mais elevados do que os modos associados à deformação elástica da estrutura. Esse comportamento é esperado, uma vez que, na ausência de restrições externas, os modos de corpo rígido, que correspondem a translações e rotações puramente cinemáticas do corpo como um todo, sem deformações internas, dominam a resposta modal devido à sua elevada contribuição na energia cinética global do sistema, estes modos correspondem aos 6 primeiros modos de cada coluna na Tabela 2.

Tabela 2 – Frequências para diferentes massas de óxido nitroso (corpo rígido)(Hz)

Configurações de massa NO ₂ (Hz)			
20 kg	18 kg	17 kg	10 kg
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
3,960E-03	3,980E-03	3,990E-03	7,630E-04
1,600E-02	1,620E-02	1,630E-02	1,020E-02
4,660E-02	4,740E-02	4,780E-02	5,410E-02
43,36	44,10	44,51	51,48
43,37	44,11	44,52	51,50
110,98	112,98	114,09	124,6
134,4	134,9	135,2	138,8
134,5	135,0	135,3	138,9
137,0	137,0	137,0	145,8
171,1	172,4	173,2	204,4
224,5	224,5	224,5	223,9
226,5	226,5	226,5	226,4
238,2	238,5	238,7	242,8
238,8	239,1	239,3	243,6
246,6	246,8	246,9	257,5
247,3	247,4	247,5	262,2
261,1	261,1	261,1	263,0

Consequentemente, a presença desses modos pode mascarar os efeitos dos modos elásticos, dificultando a interpretação correta das respostas dinâmicas da estrutura. Para uma análise que visa compreender o comportamento das interações na estrutura propriamente dita, ou seja, aquele relacionado às deformações internas sob excitação dinâmica, é

fundamental que os modos de corpo rígido sejam identificados e removidos da base modal utilizada na simulação transiente.

A inclusão indevida dos modos de corpo rígido em análises transientes pode comprometer significativamente os resultados obtidos. Isso porque a resposta em aceleração da estrutura tende a replicar, com alta fidelidade, o padrão de aplicação da força, resultando em um comportamento que reflete predominantemente o movimento global do corpo em vez de suas respostas estruturais internas. Embora tal resposta possa ser útil em determinadas etapas do projeto de foguetes, especialmente na avaliação do comportamento do veículo como um todo frente a impulsos externos, ela não atende aos objetivos de análises que buscam investigar as características vibratórias associadas aos modos elásticos. Portanto, para assegurar a representatividade física e a validade dos resultados, é imprescindível filtrar os modos de corpo rígido antes da realização da análise transiente, concentrando-se exclusivamente nos modos que efetivamente descrevem a deformação da estrutura. Esse processo de filtragem é realizado no próprio módulo de análise modal. Inicialmente, executa-se uma simulação do tipo livre-livre, sem aplicação de filtros, com o objetivo de identificar os valores correspondentes às frequências dos modos de corpo rígido. De posse desses valores, realiza-se uma nova simulação, agora definindo um limite inferior de frequência (em Hz) a ser considerado, de modo a excluir automaticamente todas as frequências abaixo desse valor. Durante a seção de Resposta ao Empuxo serão exibidas os resultados de corpo rígido a fim de comparação.

4.2 Resposta ao empuxo

Nesta seção, serão apresentados os resultados de aceleração realizadas em diferentes partes do foguete durante o lançamento. As medições foram feitas em três nós distintos, que se encontram nas seguintes regiões: a face do tampo da coifa, onde está situada a carga paga, a plataforma onde se encontra o tanque de oxidante, e na parte inferior do foguete no centro da tampa conectada ao bocal.

Nos três lugares medidos foram escolhidos, em cada um deles, um nó central, demonstrados na Figura 32, e nele foram medidas as componentes de aceleração nos eixos x , y e z . Essas medições visam capturar a resposta local à excitação gerada pelo impulso do lançamento, permitindo identificar variações nas intensidades de aceleração conforme a posição ao longo da estrutura.

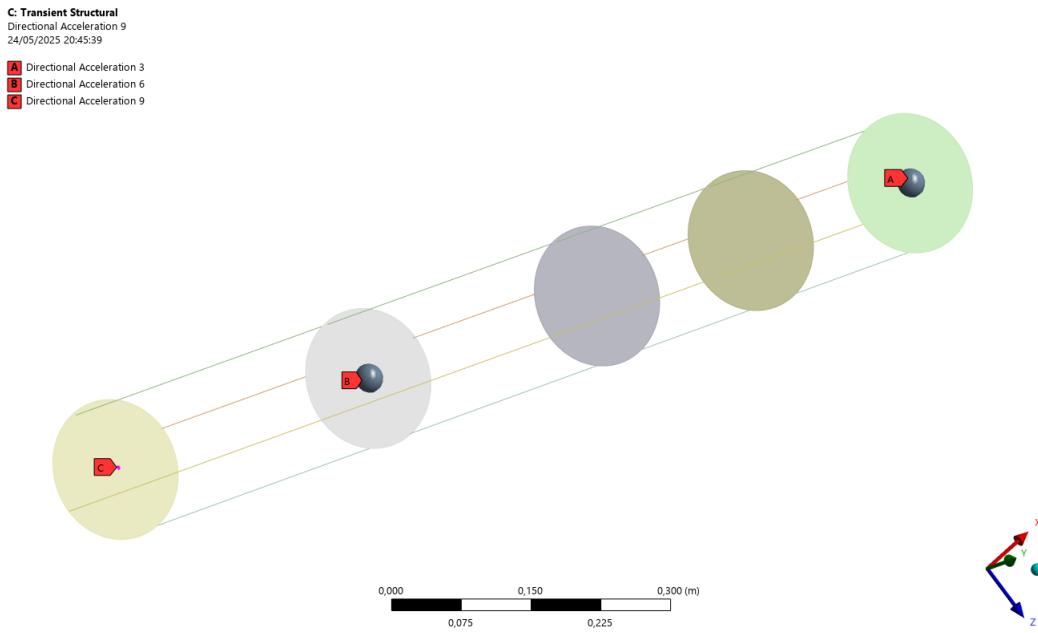


Figura 32 – Locais do nós

Foram medidos as acelerações dos eixos isolando os modos elásticos, os modos elásticos incluindo os modos de corpo rígido e ambos com diferentes configurações de combustível.

Com base nessas medições, é possível realizar uma análise comparativa entre os diferentes pontos da estrutura, observando como a aceleração se propaga e se distribui ao longo do corpo do foguete. A região da coifa, por exemplo, espera-se que apresente uma resposta dinâmica distinta das demais, devido à sua distância considerável do local de aplicação, longe do centro de massa, e à presença da carga paga, o que pode amplificar certas frequências de vibração. Já a base do foguete, por estar diretamente conectada ao bocal e mais próxima da origem do impulso, espera-se que registre picos de aceleração mais intensos nos primeiros instantes do lançamento.

Essas análises permitem discutir o comportamento estrutural do foguete sob diferentes condições de carregamento, como variações na massa de combustível e na excitação provocada por modos de corpo rígido quando comparado com modos elásticos. A comparação entre os resultados obtidos também oferecem pontos importantes sobre a fidelidade dos métodos utilizados e a importância da modelagem transiente para capturar a resposta realista da estrutura durante todas as fases de Voo.

4.2.1 Caso 1: decolagem

O intervalo de tempo compreendido entre 0 e 1 segundo corresponde à fase de decolagem do veículo lançador, momento em que o sistema transita do estado de repouso

para uma condição dinâmica altamente excitada. Observa-se, a partir do histórico temporal de empuxo, um crescimento abrupto da força propulsiva, que ultrapassa 800 N em menos de um segundo. Essa variação acentuada impõe à estrutura um carregamento de alta intensidade e rápida aplicação, cujos efeitos dinâmicos iniciais são particularmente relevantes para a análise de resposta transiente. Neste estágio, modos de vibração de alta frequência podem ser ativados devido à natureza impulsiva da excitação, tornando essencial a avaliação da resposta estrutural durante este regime transitório inicial para assegurar a integridade do sistema e prevenir a ocorrência de falhas prematuras. Esse instante corresponde ao gráfico demonstrado na Figura 21.

4.2.1.1 Resposta ao lançamento - modos elásticos, não amortecidos

Na Figura 33, observa-se a variação da aceleração ao longo do eixo x nos nós citados anteriormente. A aceleração neste eixo apresenta comportamento compatível com o esperado, uma vez que a força aplicada durante o lançamento possui componentes apenas ao longo do eixo Y, e nenhuma componente em X. Como resultado, a aceleração ao longo do eixo x se manteve relativamente constante entre os diferentes pontos de medição, com uma amplitude maior no tampo do boca, perto do local de aplicação da força, apresentando magnitudes significativamente menores quando comparadas às do eixo principal de impulso.

Se a aceleração ao longo do eixo x fosse exatamente nula em todos os pontos, isso indicaria que o modelo do foguete seria perfeitamente axisimétrico, com geometria e distribuição de massa ideais, e que nenhum modo vibracional nesse eixo estaria sendo excitado durante o lançamento. No entanto, as pequenas variações detectadas ao longo deste eixo revelam que o modelo não é completamente axisimétrico, o que é coerente com a realidade de estruturas complexas como foguetes, que frequentemente apresentam assimetrias construtivas, diferenças locais de rigidez ou pequenas variações na distribuição de massa.

Além disso, essas variações também podem ser atribuídas à influência de modos de vibração acoplados, que se manifestam mesmo sob excitação puramente longitudinal. A presença desses modos transversais é relevante para a análise estrutural, pois indica possíveis fontes de instabilidade ou de amplificação localizada de esforços, exigindo atenção especial no projeto e na validação experimental da estrutura. Assim, mesmo sendo de baixa intensidade, a resposta ao longo do eixo x fornece informações importantes sobre o comportamento dinâmico do foguete e sobre a fidelidade do modelo numérico empregado.

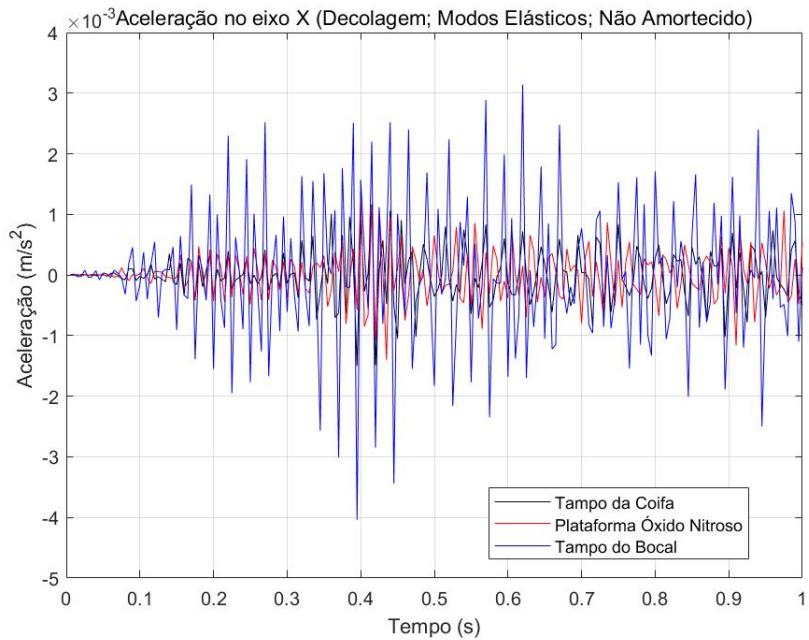


Figura 33 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, não amortecida, eixo X

A Figura 34 mostra a aceleração ao longo do eixo Y. Devido à aplicação direta da força ao longo deste eixo durante o lançamento, a aceleração apresenta magnitude significativamente maior, com picos acima de $3[m/s^2]$ como evidenciado pelo gráfico. Isso é esperado, pois o eixo Y coincide com o eixo principal de impulso do foguete. A análise da aceleração neste eixo é vital para garantir que a carga paga suporte as forças impostas sem sofrer danos estruturais, especialmente considerando que componentes sensíveis e instrumentos científicos frequentemente estão alojados nesta região.

Além disso, entender a resposta no sentido longitudinal do corpo durante a decolagem pode fornecer informações relevantes sobre a eficiência do sistema de propulsão e a uniformidade da distribuição de força ao longo do foguete. Variações abruptas ou oscilações inesperadas podem indicar falhas de acoplamento entre seções estruturais, entre a plataforma de lançamento e o foguete, problemas na queima do combustível ou até mesmo imperfeições na geometria do veículo.

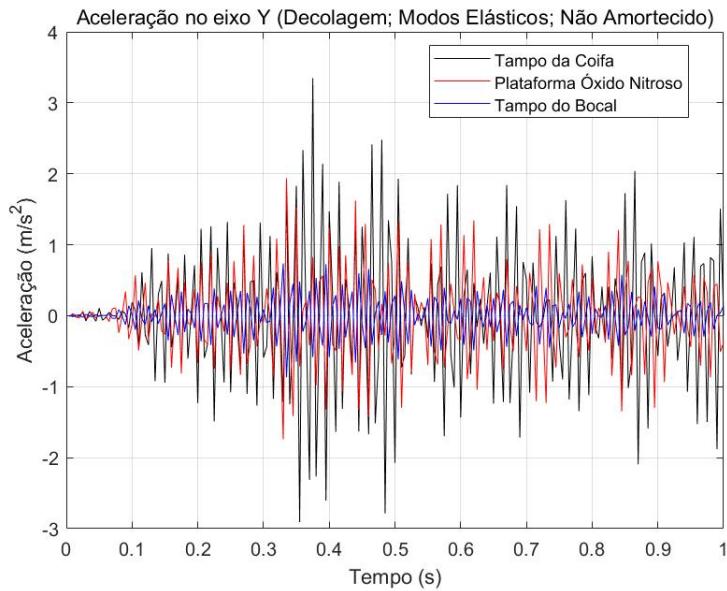


Figura 34 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, não amortecida, eixo Y

A Figura 35 apresenta a aceleração ao longo do eixo Z na carga paga. Observa-se uma grande semelhança com os valores obtidos no eixo x, o que condiz com o comportamento esperado. Considerando que o corpo do foguete possui geometria aproximadamente cilíndrica e, portanto, simetria nos eixos x e z, é natural que as componentes de aceleração nesses dois eixos apresentem padrões semelhantes.

Entretanto, ao se analisar especificamente o tempo do bocal, nota-se que a resposta ao longo do eixo z apresenta sinal oposto ao da resposta no eixo x, ainda que ambas possuam magnitudes próximas.

Esse comportamento reforça a presença de modos estruturais transversais que envolvem movimentos em sentidos opostos em regiões distintas do foguete, como é o caso típico de modos de flexão. A existência dessas variações, ainda que de pequena intensidade, indica que há acoplamento dinâmico entre os eixos e evidencia a importância de considerar os efeitos tridimensionais mesmo quando a excitação principal ocorre em um único eixo.

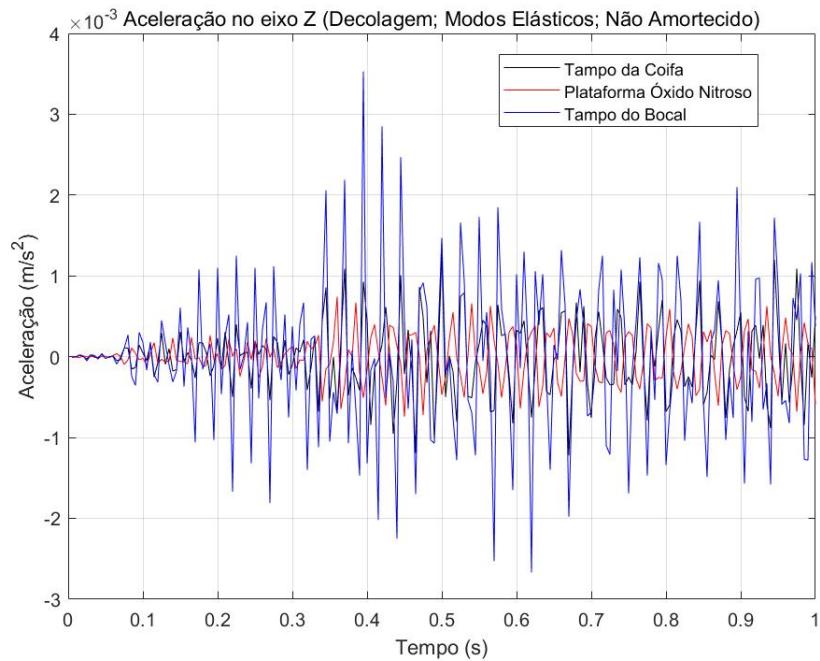


Figura 35 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, não amortecida, eixo Z

4.2.1.2 Resposta ao lançamento - corpo rígido, não amortecidos

A resposta transiente obtida com a inclusão dos modos de corpo rígido apresenta acelerações que correspondem diretamente ao comportamento da força aplicada. Esses resultados, observados nas Figuras 36, 37 e 38, refletem o comportamento inercial do sistema, sem envolvimento de deformações, sendo característicos de movimentos de translação e rotação pura.

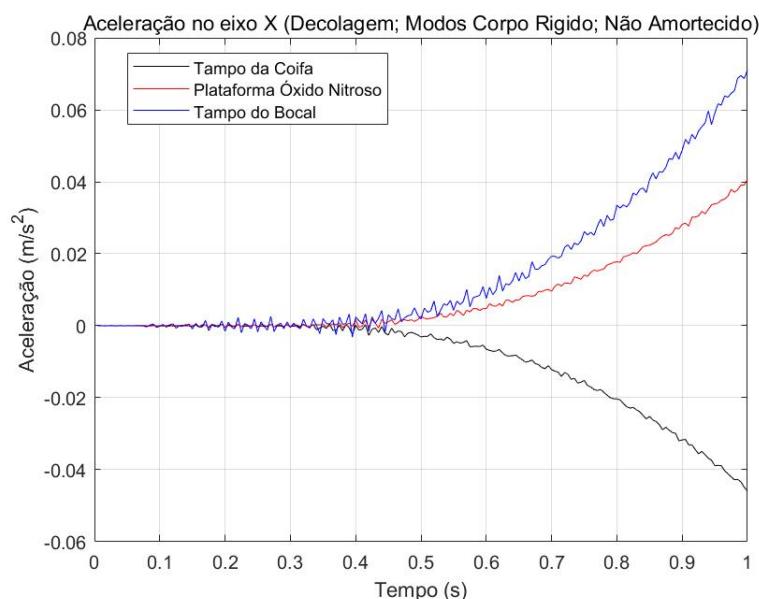


Figura 36 – Resposta ao lançamento, corpo rígido, não amortecida, eixo X

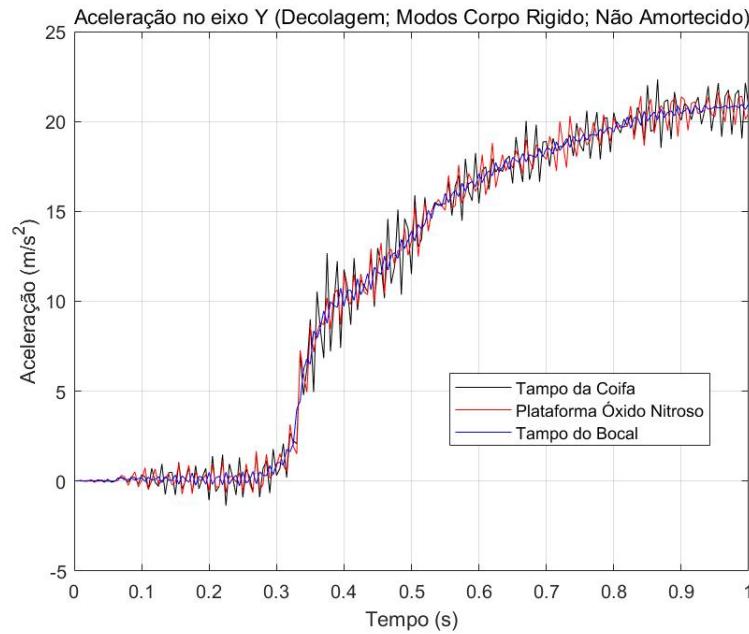


Figura 37 – Resposta ao lançamento, corpo rígido, não amortecida, eixo Y

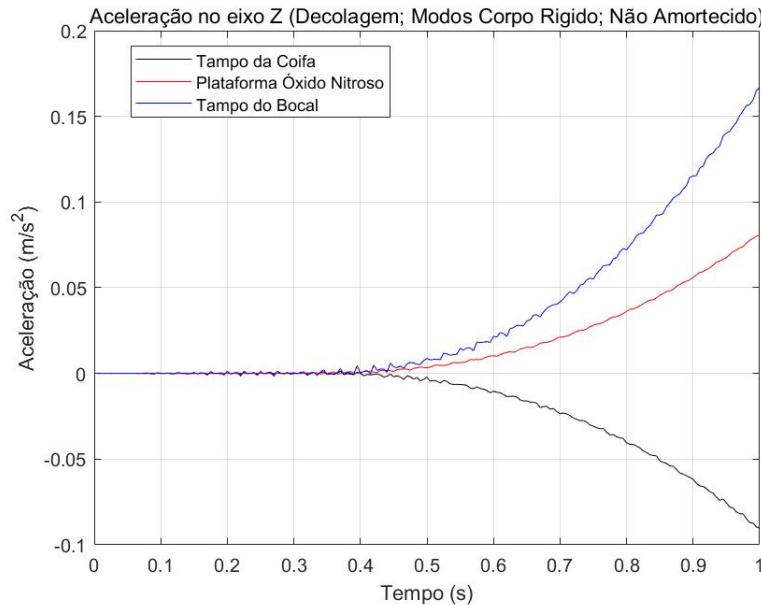


Figura 38 – Resposta ao lançamento, corpo rígido, não amortecida, eixo Z

A partir do resultado de aceleração, é possível inferir o deslocamento da estrutura. Além disso, ao analisar as grandezas das forças de reação, é possível ver que os resultados são compatíveis com a aplicação de uma força concentrada ao longo do eixo longitudinal do foguete.

Outro ponto importante, percebido com as análises de corpo rígido, os valores de aceleração são muito maiores nas figuras acima, do que quando comparadas a uma

análise somente com os modos elásticos da estrutura exibidas nas Figuras 33,34 e 35. Por exemplo, enquanto os valores de x e z elásticos estão na casa de 10^{-3} , os de corpo rígido ficam na casa de 10^2 , ou seja dez vezes maior. Similarmente no eixo y, que estava em torno de um terço de g, chegando até $2,25g$, representando uma diferença bem significativa entre as duas análises.

Nesse caso da decolagem, os resultados de aceleração mostraram-se condizentes com o esperado, demonstrando magnitudes 3 ordens de grandeza menores nos eixos X e Z, quando comparado com os resultados no eixo Y. Além disso, estão presentes nos gráficos de aceleração, em todos os eixos, uma clara resposta ao aumento exponencial da força aos 0,35 segundos de combustão. Por se tratar de um caso de decolagem em que o corpo está inicialmente em repouso, nota-se uma dificuldade inicial em vencer a inércia, levando a valores mais baixos de aceleração do que outros casos que serão mostrados futuramente. Além disso, percebe-se um leve decaimento nos valores de aceleração, isso pode ser explicado pela presença do combustível sólido na parte inferior do foguete, cuja mera presença influencia a estrutura completa, "prendendo" a base, trazendo uma espécie de amortecimento intrínseco da estrutura.

Ainda no momento da decolagem, ao analisar os resultados das análises transientes com as inclusões de modos de corpo rígido, têm-se resultados muito diferentes, tanto na magnitude, que nos eixos X e Z são 2 ordens de grandeza maior, que os resultados dos modos elásticos, e no eixo Y uma ordem de grandeza maior, quanto no comportamento da resposta. A diferença de grandezas entre as análises são explicadas pelo fator de participação modal das frequências naturais representando os modos de corpo rígido, que são de 6 a 13 grandezas maiores que os outros 200 modos elásticos presentes na análise. Essa discrepância imensa nos valores de fator de participação modal se dá pelo fato dessa ser uma análise de um corpo livre-livre sofrendo efeitos propulsivos, ou seja, com comportamento comandado por movimentos de translação e rotação.

4.2.2 Caso 2: voo pleno

Durante o intervalo de 2 a 3 segundos, com o empuxo demonstrado na Figura 20, o veículo encontra-se em regime de Voo plenamente desenvolvido, com o sistema de propulsão operando próximo de seu desempenho nominal. O empuxo atinge valores estabilizados na faixa de 830 a 850 N, com variações de pequena amplitude, caracterizando uma condição de excitação quase constante. No entanto é importante ressaltar que como visto na Figura 20, existe uma leve tendência de desaceleração, diminuindo a força de empuxo, mesmo que mantendo-a acima de 800N.

A análise dinâmica nesse período tem como objetivo avaliar a resposta estrutural frente a uma excitação sustentada, ainda que com pequenas flutuações que podem excitar modos próprios do sistema.

Este estágio é relevante para identificar possíveis efeitos de ressonância ou amplificação vibracional contínua, especialmente em estruturas com baixa razão de amortecimento. Dessa forma, o estudo da resposta transiente nesse regime contribui para a compreensão da estabilidade dinâmica sob condições operacionais típicas de Voo. As acelerações foram medidas nos mesmos nós que o caso mostrado anteriormente, nos eixos x , y e z .

4.2.2.1 Resposta ao voo pleno - modos elásticos, não amortecidos

A Figura 39 apresenta a aceleração medida ao longo do eixo X durante o Voo Pleno. Observa-se que a aceleração neste eixo atinge um valor máximo em torno de 0,02 [m/s^2], 10 vezes maior do que no lançamento, o que indica uma leve instabilidade na direção do eixo X.

Esse comportamento sugere que, mesmo durante a fase de Voo de cruzeiro, o foguete está sujeito a pequenas oscilações laterais. Essas oscilações podem ser atribuídas a diversos fatores, incluindo a distribuição de massa ao longo do foguete e a geometria do mesmo.

Apesar de a magnitude da aceleração não ser elevada, a presença contínua dessa oscilação ao longo do tempo é significativa. Ela destaca a importância de monitorar e controlar essas pequenas instabilidades, que, se não tratadas adequadamente, podem comprometer a segurança da carga paga e a precisão da trajetória do foguete.

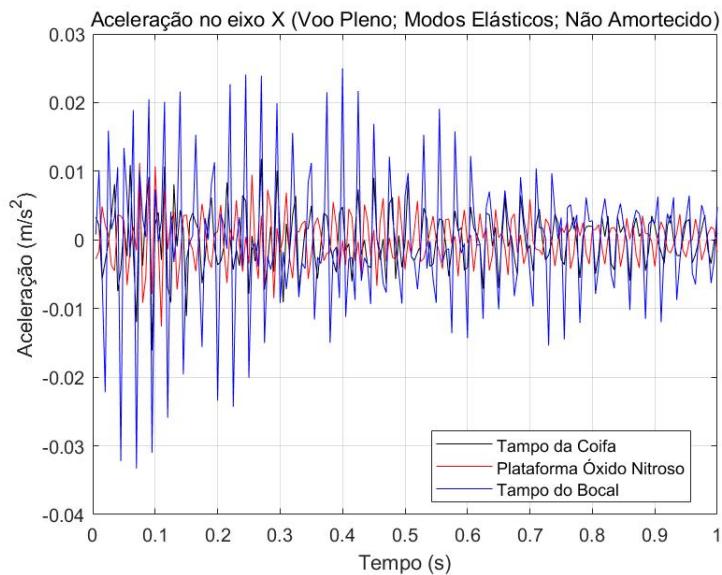


Figura 39 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, não amortecida, eixo X

A análise detalhada dos dados de aceleração ao longo do eixo X fornece informações valiosas para ajustes no design estrutural, com a possibilidade de investimento em

dispositivos de controle passivo e ativo, e na distribuição de massa do foguete, com o objetivo de minimizar esses efeitos indesejados em futuras missões. Tais ajustes são essenciais para garantir a estabilidade e a performance desejada durante o Voo, contribuindo para o sucesso das missões.

A Figura 40 ilustra a aceleração ao longo do eixo Y na região da carga paga durante a fase de Voo Pleno. Observa-se que a magnitude dessa aceleração é bem maior em comparação com os valores mais elevados observados durante o lançamento inicial (Caso 1). Esse aumento na magnitude da aceleração é compreensível, dado que no caso anterior o foguete partiu do repouso no momento do lançamento, com uma velocidade inicial de zero, além disso é importante dizer que na decolagem a aceleração é dominada pela inércia inicial do veículo.

Vê-se maior amplitude nos valores de aceleração nos locais mais distantes do local de aplicação da força, isso se dá pela falta de massa significativa e de rigidez reduzida quando comparada com a base do foguete. No entanto, também se constata uma redução nos valores de aceleração ao longo do tempo, mesmo sem impor valor de amortecimento à estrutura, isso pode se dar pela presença da parafina que impõe massa à base da estrutura, atenuando a amplitude da aceleração nos nós mais afastados do bocal.

Inicialmente o pico de aceleração é por volta de $3g$, ocorrendo no tampo da coifa, localizado praticamente na extremidade superior do foguete, decaindo para menos de $1/2g$ ao final do tempo de análise da aceleração.

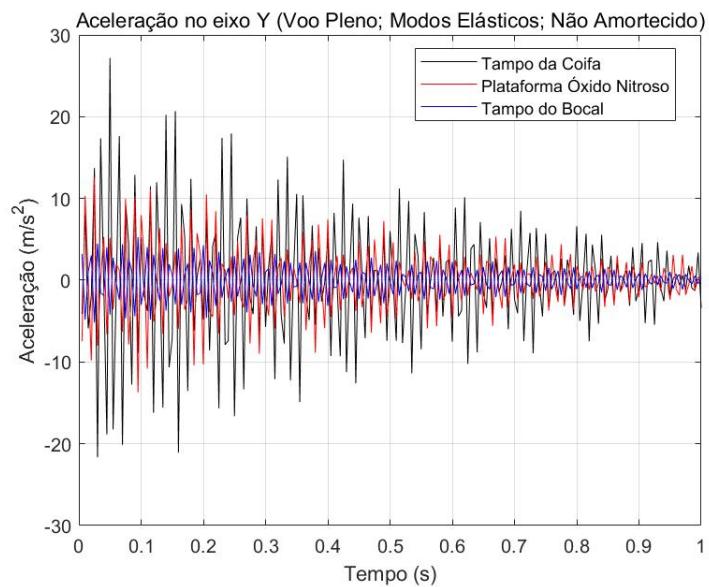


Figura 40 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, não amortecida, eixo Y

Além disso, com base na Figura 40, constata-se que quanto maior o valor de amplitude maior o decaimento, condizente com o que está presente na teoria. Isso é

evidenciado pela diferença de decaimento proporcional nos 3 nós, pois enquanto o tampo do bocal tem um decaimento bem mais lento, quase se igualando aos valores de aceleração dos demais nós, que decaíram de maneira muito mais rápida.

A Figura 41 apresenta a aceleração ao longo do eixo Z na carga paga. É possível perceber que o comportamento e grandezas é semelhante ao do eixo x, e no caso do tampo do bocal, com mesmo módulo e sentido contrário. Novamente, o maior valor de aceleração ocorre mais próximo ao início do lançamento, decaindo com o tempo.

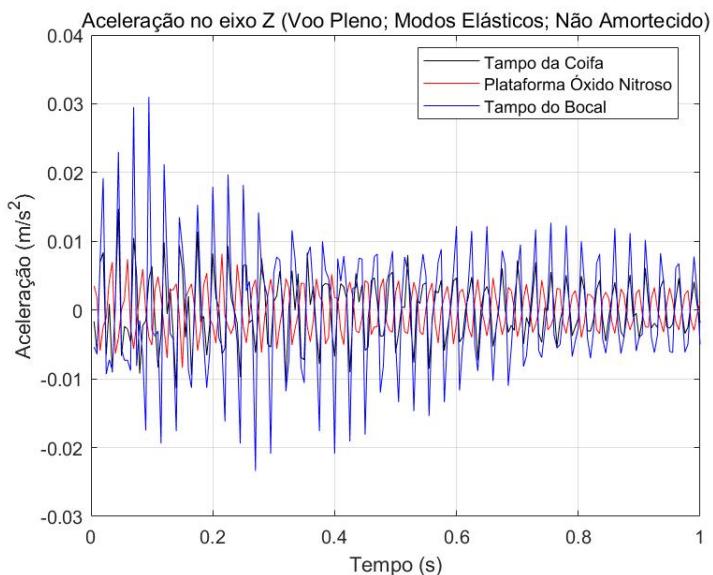


Figura 41 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, não amortecida, eixo Z

4.2.2.2 Resposta ao voo pleno - 17 Kg e 18Kg - modos elásticos, não amortecidos

A remoção de massa em um sistema estrutural afeta de forma direta e significativa sua resposta dinâmica, sobretudo em termos de aceleração. Tecnicamente, a massa atua como parâmetro inercial que resiste à variação do movimento.

Quando uma porção de massa é retirada, há uma redução na inércia do sistema, o que implica em maior sensibilidade às excitações externas. Isso significa que, para um mesmo carregamento dinâmico, a estrutura com menor massa tende a apresentar acelerações mais elevadas, dado que há menos resistência inercial à ação da força aplicada.

Além disso, essa alteração na distribuição de massa modifica as frequências naturais do sistema, geralmente provocando seu aumento. Isso desloca o espectro de resposta da estrutura, podendo levar a situações em que o carregamento externo esteja mais próximo de uma frequência natural do sistema, potencializando efeitos ressonantes e, consequentemente, amplificando as acelerações observadas. A modificação da massa também altera os modos próprios de vibração, o que influencia a forma como a energia da excitação é distribuída espacialmente e temporalmente na estrutura.

A sensibilidade da resposta de aceleração à massa é especialmente pronunciada em estruturas leves, com baixa capacidade de amortecimento ou submetidas a excitações impulsivas ou de alta frequência.

Por isso, em modelagens e simulações numéricas, a representação precisa da massa é essencial para a previsão confiável do comportamento dinâmico. Mesmo pequenas variações podem resultar em mudanças significativas nos picos de aceleração e nos padrões de vibração, o que pode comprometer a integridade estrutural ou a funcionalidade de componentes sensíveis.

Nessa seção, são apresentados os gráficos das acelerações nos eixos X, Y e Z, referentes ao mesmo modelo e condição de aplicação de força do tópico anterior, porém com a massa pontual representando o óxido nitroso reduzida de 20 kg para 17 kg. Nas Figuras 42, 43, 44, observa-se um aumento expressivo nas amplitudes iniciais das respostas nos eixos X e Z, enquanto o pico de aceleração no eixo Y, bem como os valores médios em todos os eixos, apresentaram redução em relação ao caso com maior massa.

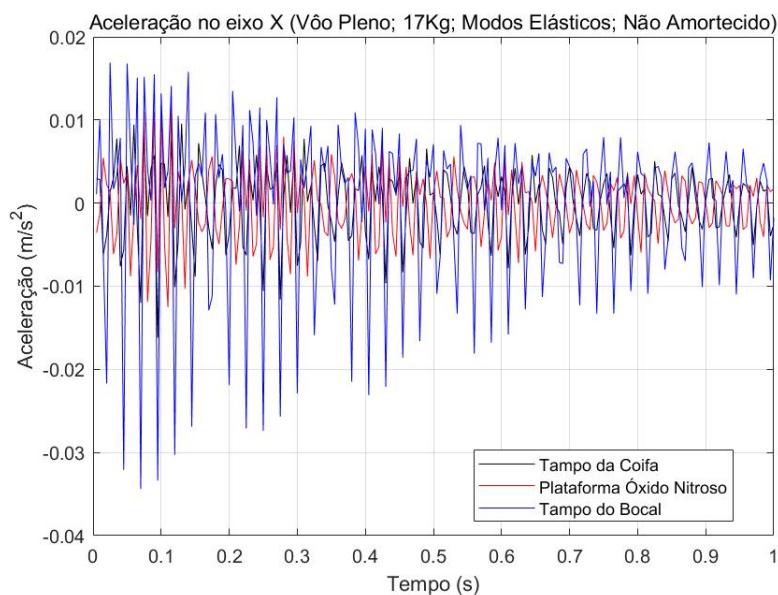


Figura 42 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo X

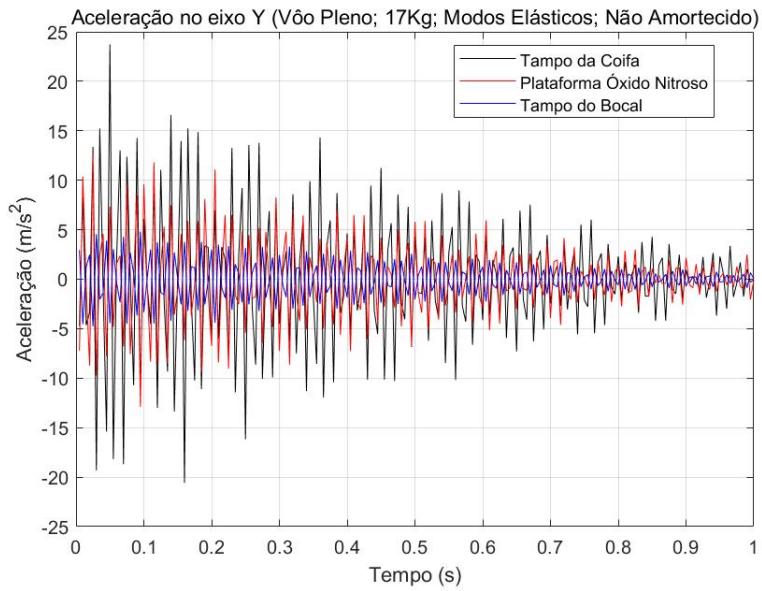


Figura 43 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Y

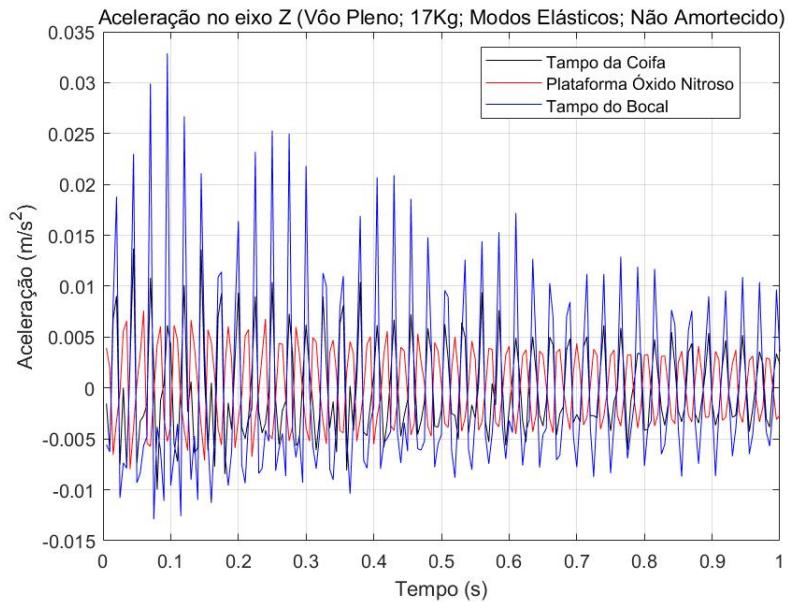


Figura 44 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Z

Nos eixos X e Z, nota-se uma periodicidade mais evidente quando comparada ao modelo com 20 kg. Essa oscilação ocorre aproximadamente a cada 0,15 segundos, com amplitude decrescente ao longo do tempo, comportamento semelhante ao descrito anteriormente, indicando uma resposta transitória com amortecimento gradual.

A seguir, nas Figuras 45, 46, 47 são apresentados os gráficos de aceleração nos eixos X, Y e Z, correspondentes ao mesmo modelo e à mesma condição de carregamento

utilizados no tópico anterior, agora considerando a massa pontual representando o óxido nitroso reduzida de 20 kg para 18 kg.

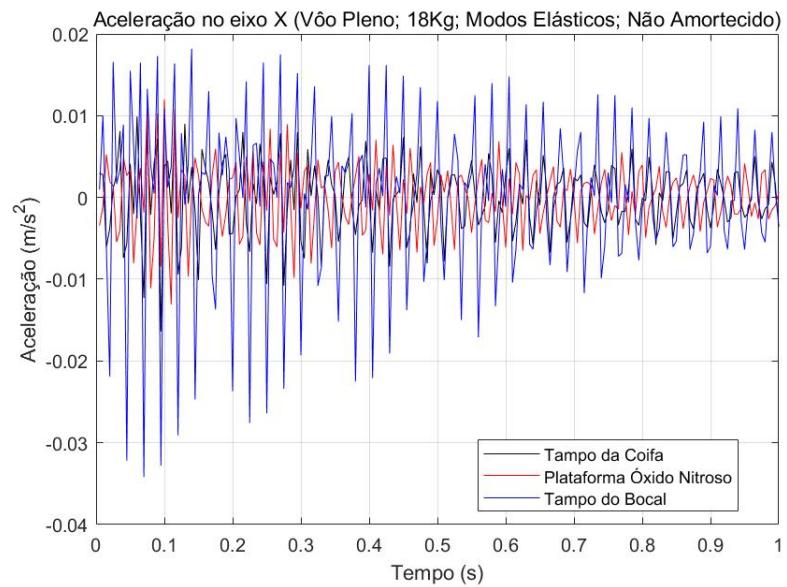


Figura 45 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo X

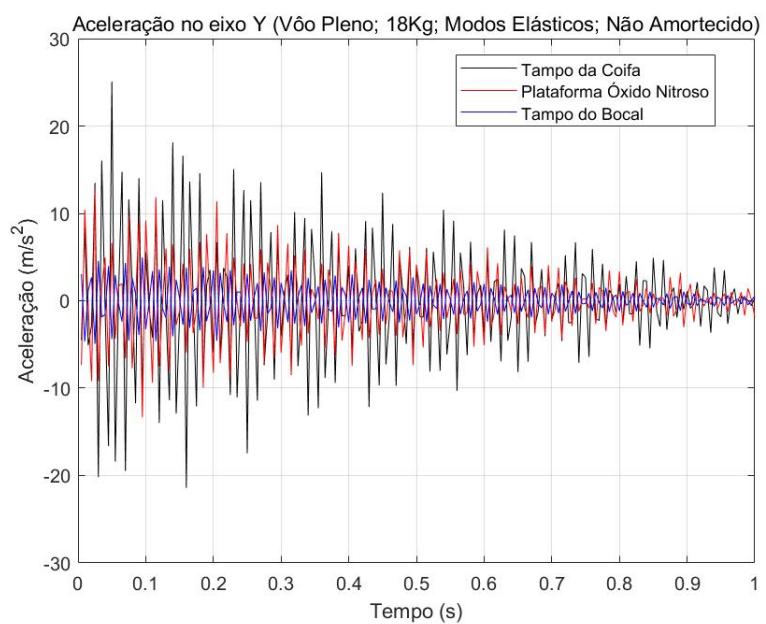


Figura 46 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Y

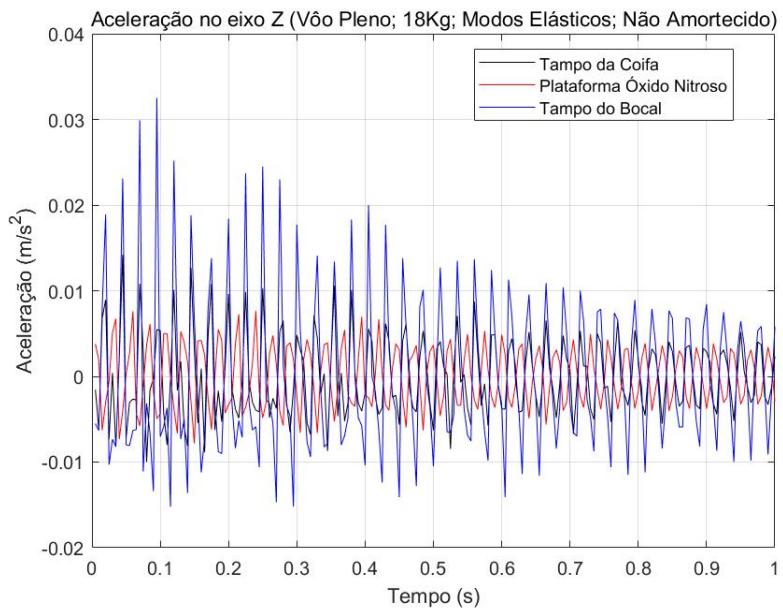


Figura 47 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, modos elásticos, não amortecida, eixo Z

Em relação ao caso com 17 kg, observa-se um aumento nas amplitudes de aceleração ao longo do eixo Y, indicando uma leve recuperação da resposta nesse eixo à medida que a massa é aumentada. Nos eixos X e Z, por outro lado, os valores de aceleração diminuem, posicionando-se entre os resultados obtidos com as configurações de 17 kg e 20 kg, como era esperado.

A periodicidade observada anteriormente permanece presente neste caso, com frequência praticamente inalterada e amplitudes ligeiramente menores, denotando um padrão oscilatório coerente com a resposta previamente discutida. Tal constância na frequência reforça a interpretação de que a variação de massa afeta mais intensamente a magnitude das respostas do que sua estrutura temporal.

Conforme evidenciado pelos gráficos apresentados, e nas Figuras 48, 49, 50, 51, 52 e 53, confirma-se o que foi previamente apontado: as variações de aceleração entre os casos analisados são mínimas. Diante disso, conclui-se que não há justificativa técnica ou econômica para investir tempo e recursos em análises intermediárias adicionais.

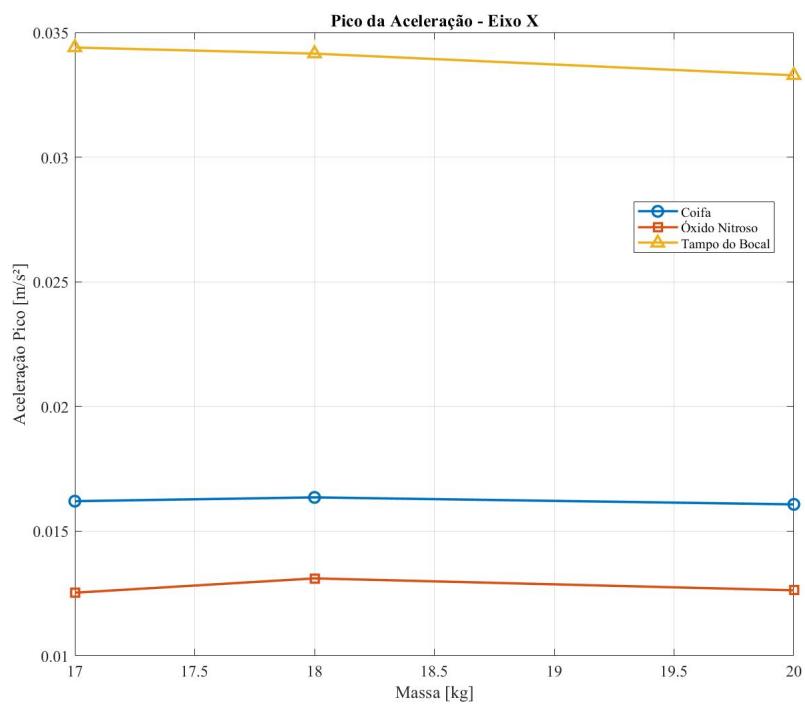


Figura 48 – Pico de aceleração X Kg, eixo X

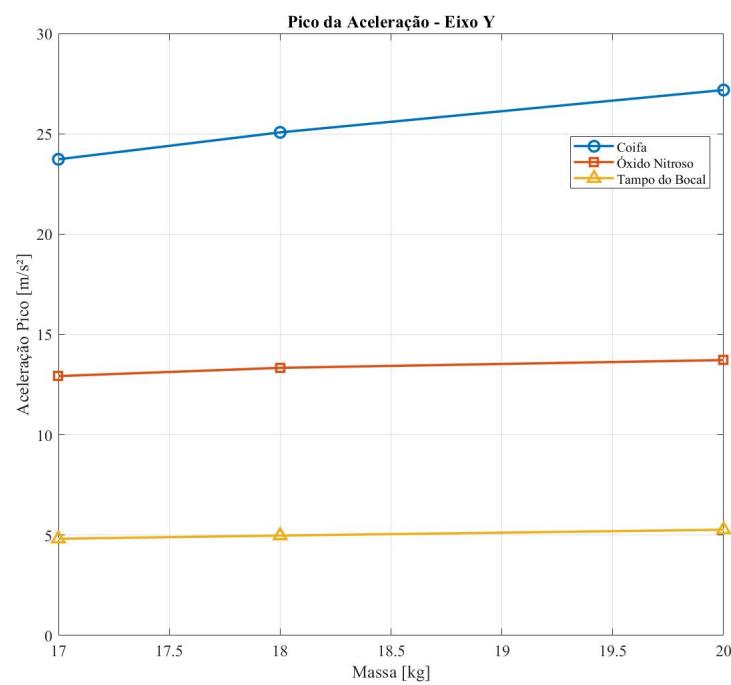


Figura 49 – Pico de aceleração X Kg, eixo Y

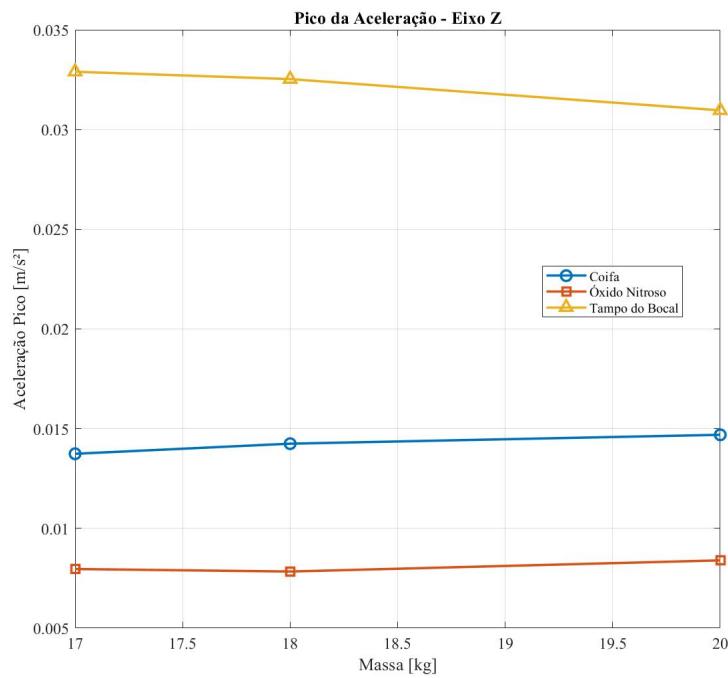


Figura 50 – Pico de aceleração X Kg, eixo Z

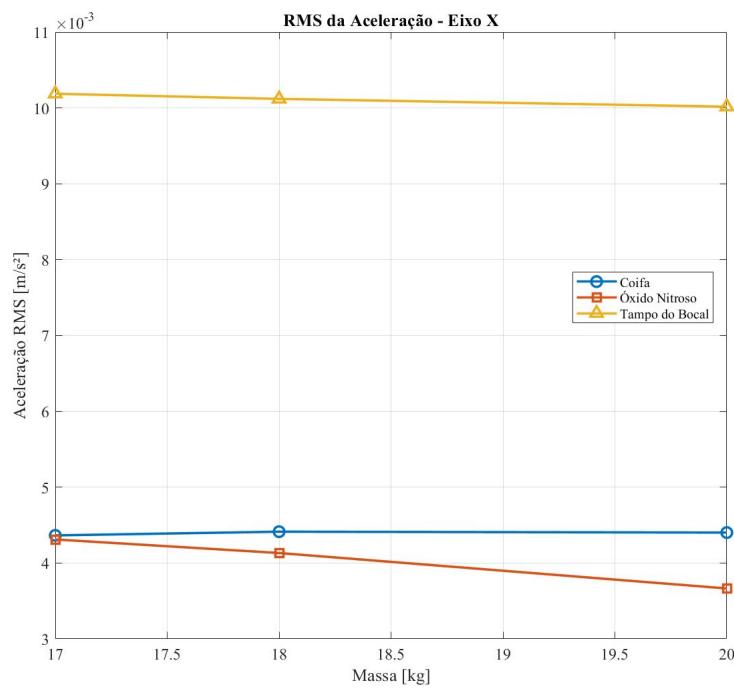


Figura 51 – RMS X Kg, eixo X

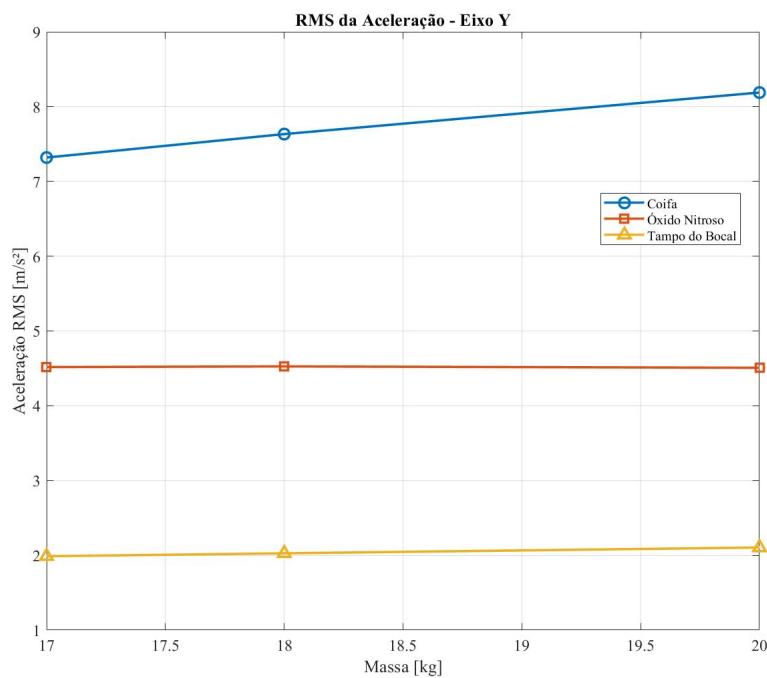


Figura 52 – RMS X Kg, eixo Y

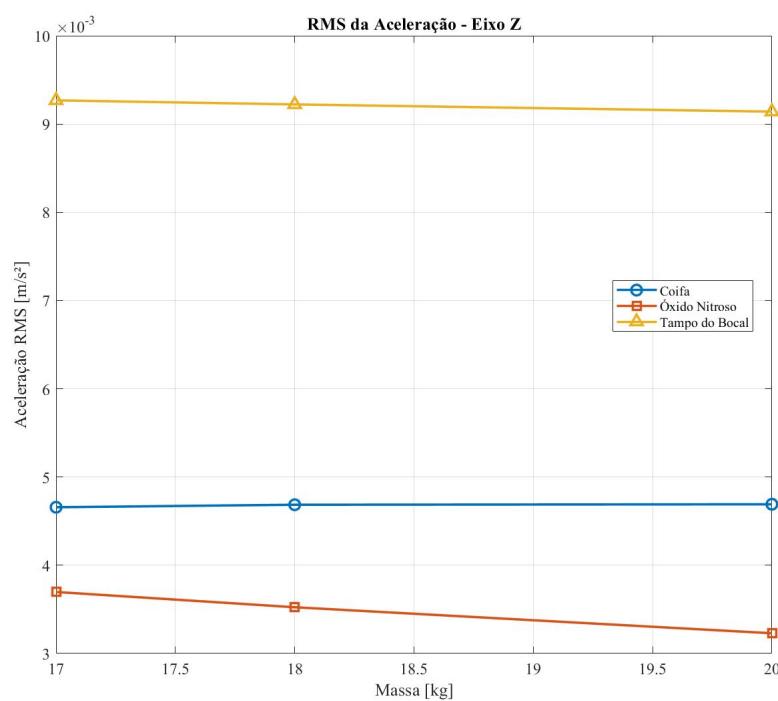


Figura 53 – RMS X Kg, eixo Z

Apesar dessas variações, é importante destacar que a diferença entre os resultados obtidos com 18 kg e aqueles com 20 kg ou 17 kg não é tão expressiva quanto a observada

na transição direta de 20 kg para 17 kg. Isso sugere que a resposta dinâmica do sistema, neste intervalo de massa, apresenta comportamento relativamente estável e sem alterações abruptas nas características globais da resposta.

Assim, é possível adotar intervalos discretos mais amplos entre os valores de massa, de modo a verificar se a evolução observada nos dados segue a tendência esperada, sem comprometer a precisão da avaliação nem a identificação de comportamentos relevantes.

4.2.3 Caso 3: fim de queima

Nesta seção, são apresentados os gráficos de aceleração medidos no caso em que ocorre o fim da queima do combustível. O intervalo entre 10 e 11 segundos corresponde à fase final do acionamento propulsivo, caracterizada pelo desligamento do motor e consequente queda abrupta do empuxo, como evidenciado na Figura 23.

O gráfico evidencia uma redução súbita da força propulsiva, de aproximadamente 700 N para valores próximos de zero. Esta transição impõe uma modificação brusca no carregamento estrutural, gerando efeitos transitórios associados à liberação rápida da carga externa.

A resposta estrutural neste estágio pode incluir vibrações livres de relaxamento, redistribuição de tensões internas e excitação de modos naturais. A avaliação dessa fase é essencial para prever o comportamento dinâmico do sistema após o término da queima, especialmente no que tange à continuidade da integridade estrutural durante a fase balística subsequente.

Esse efeito resulta em valores mais baixos de aceleração com um decaimento mais rápido. No entanto, esse decaimento não fica muito visível em casos não amortecidos por causa do segundo pico de aceleração, reagitando o sistema, atrasando o decaimento total das forças atuando sobre o sistema.

4.2.3.1 Resposta ao fim de voo - modos elásticos, não amortecidos

As Figuras 54, 55 e 56 apresentam as respostas de aceleração nos eixos X, Y e Z durante a fase imediatamente posterior ao término da queima do combustível, considerando o modelo elástico não amortecido.

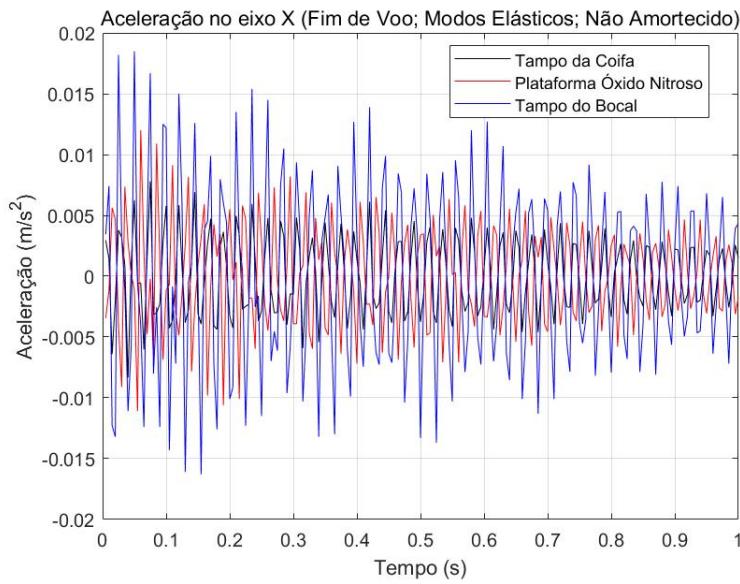


Figura 54 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, não amortecida, eixo X

Observa-se que os sinais de aceleração mantêm características oscilatórias centradas em torno do valor nulo, com amplitudes máximas da ordem de $0,017 \text{ m/s}^2$, $0,015 \text{ m/s}^2$ e 12 m/s^2 nos eixos X, Z e Y, respectivamente. Esse comportamento é análogo ao observado no caso 2, embora com maior predominância de vibrações livres associadas à liberação súbita da carga propulsiva.

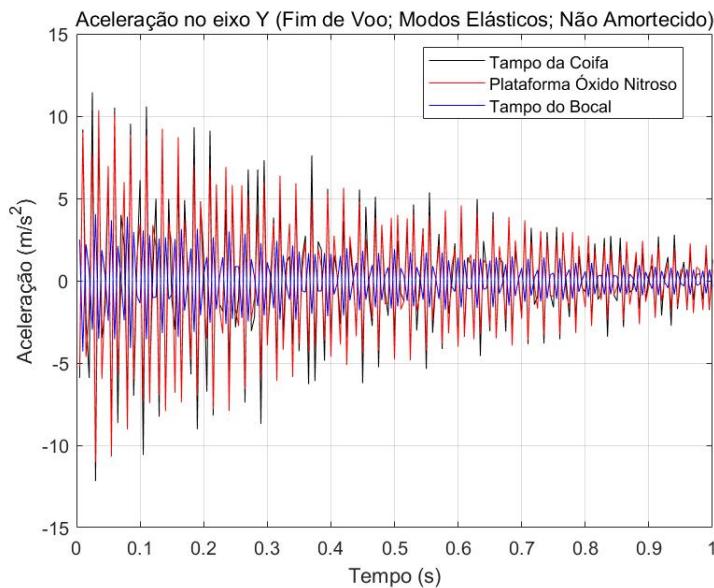


Figura 55 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, não amortecida, eixo Y

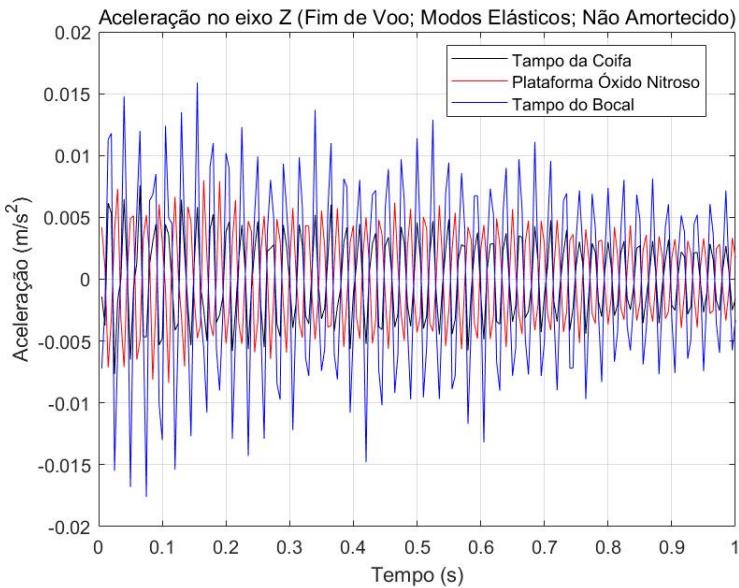


Figura 56 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, não amortecida, eixo Z

Adicionalmente, verifica-se que, diferentemente do que ocorre em fases anteriores do Voo, as amplitudes de aceleração ao longo do eixo Y tornam-se praticamente equivalentes nos pontos medidos no tampo da coifa e na plataforma do reservatório de óxido nitroso.

Essa uniformidade pode ser atribuída à drástica redução da força externa, evidenciada na Figura 23, que resulta em uma redistribuição mais homogênea das inércias locais e em uma excitação modal menos localizada. Esse efeito promove um comportamento dinâmico mais coerente entre diferentes regiões estruturais do sistema, caracterizando a transição para uma fase predominantemente balística, dominada por vibrações livres de baixa intensidade.

Além disso, nota-se que o decaimento das acelerações é mais suave do que o observado na fase de Voo Pleno. Esse comportamento pode ser atribuído ao fato de que os picos de aceleração neste caso são menores, e, como indicado na literatura, picos com menor energia tendem a apresentar decaimento mais lento. Esse fenômeno evidencia que a excitação estrutural remanescente é sustentada majoritariamente pela inércia adquirida durante a propulsão anterior, e não por uma nova aplicação de força.

Por esse motivo, observa-se uma semelhança marcante nas amplitudes de aceleração entre pontos estruturalmente distintos, como o tampo da coifa e a plataforma do reservatório de óxido nitroso. Tal comportamento é indicativo de uma redistribuição de energia mais homogênea após a interrupção da força externa, resultando em respostas de natureza predominantemente inercial.

Com base nesse padrão de resposta, é razoável supor que, caso a análise se esten-

desse por mais alguns segundos, as acelerações tenderiam a zero, caracterizando o início de uma fase de voo balístico puro. Esse fenômeno é conhecido como "cauda de empuxo", onde os efeitos residuais da propulsão vão se dissipando gradualmente até a completa ausência de excitação externa.

4.3 Resposta transiente - com amortecimento

Nesta nova etapa da análise, foi investigada a resposta transiente da estrutura do foguete considerando agora os efeitos do amortecimento estrutural. Para isso, mantiveram-se as mesmas condições iniciais e de carregamento aplicadas nas análises anteriores, porém com a introdução de diferentes razões de amortecimento ζ no modelo.

Foram utilizados valores de $\zeta = 0,005; 0,01; 0,02; 0,03; 0,05; 0,10$, de forma a englobar tanto cenários conservadores, comumente adotados em aplicações aeroespaciais, quanto condições mais dissipativas, mais condizentes com a natureza dos materiais compósitos utilizados na carcaça do foguete, como a fibra de vidro. Essa escolha visa observar como diferentes níveis de dissipação de energia influenciam a resposta dinâmica global da estrutura durante o lançamento.

Esses valores de ζ foram determinados com base nos coeficientes de amortecimento de Rayleigh (α e β) extraídos previamente com base nas frequências naturais. Para cada valor de ζ , foram encontrados pares correspondentes de α e β que representam a contribuição do amortecimento proporcional à massa e à rigidez. Esse procedimento assegura que os parâmetros adotados na análise transiente estejam fundamentados em características reais do sistema modelado.

As simulações foram realizadas apenas com modos elásticos permitindo captar com precisão os efeitos amortecedores sobre as vibrações induzidas pelo impulso inicial. Com a introdução do amortecimento, nota-se uma redução significativa nas amplitudes das oscilações livres subsequentes ao carregamento inicial, além de uma menor persistência dessas oscilações ao longo do tempo, especialmente nas regiões da coifa e da plataforma intermediária.

Os gráficos resultantes mostram uma atenuação progressiva da resposta vibratória à medida que o valor de ζ aumenta. Essa tendência é esperada e confirma a capacidade do modelo em representar adequadamente os efeitos dissipativos do sistema. Além disso, a comparação entre os diferentes pontos da estrutura mostra que as regiões mais afastadas do ponto de aplicação do impulso são as mais sensíveis à variação do amortecimento, apresentando maior diferença entre os casos com menor e maior ζ .

Essa abordagem permite avaliar com maior realismo o comportamento transiente do foguete, fornecendo subsídios importantes para decisões de projeto relacionadas à esco-

lha de materiais, à definição de limites de carga para componentes sensíveis e à verificação da integridade estrutural durante os momentos críticos do Voo.

Nos casos abaixo estão demonstrados os resultados das análises pertinentes ao valores de $\zeta = 0,005$ e $0,1$. Isso foi feito por considerar suficiente demonstrar graficamente um caso subamortecido e um caso superamortecido, respectivamente. Os resultados das demais análises estarão presentes nos apêndices.

4.3.1 Caso 1: lançamento

4.3.1.1 Resposta ao lançamento - modos elásticos, amortecidos

4.3.1.1.1 Amortecimento = 0,005

Na análise da resposta dinâmica durante a decolagem com $0,5\%$ de amortecimento (considerada subamortecida), observou-se que os resultados se mantêm muito próximos aos obtidos nos casos sem amortecimento, indicando que essa leve taxa de amortecimento tem efeito marginal sobre a amplitude das acelerações. A forma geral dos sinais e a evolução temporal da resposta não apresentaram alterações relevantes, mantendo características oscilatórias semelhantes às do sistema não amortecido, como demonstrado nas Figuras 57, 58 e 59.

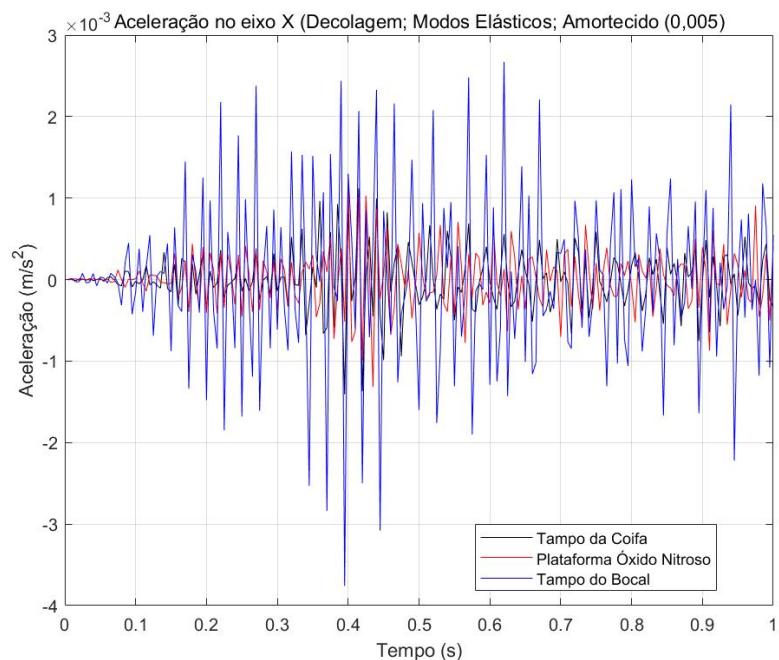


Figura 57 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X

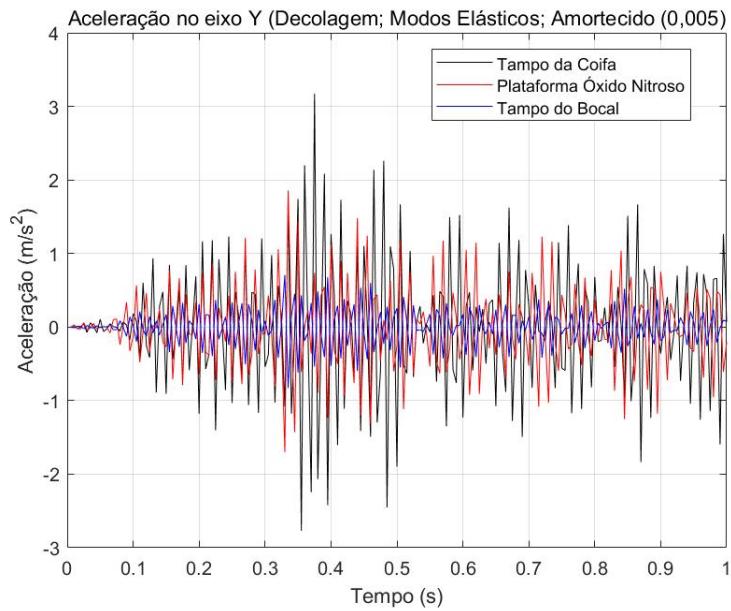


Figura 58 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y

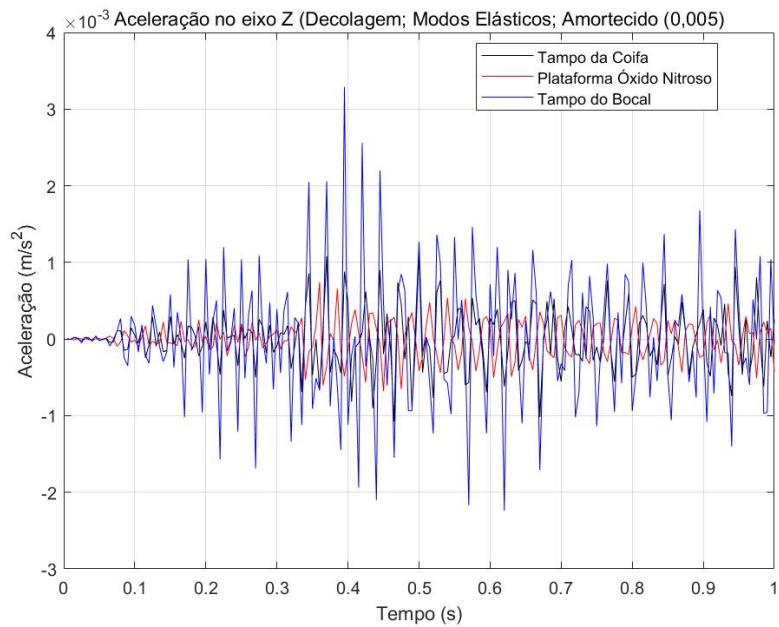


Figura 59 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z

Nos eixos X, Y e Z, foram identificadas pequenas reduções nos valores de pico das acelerações, evidenciando uma atenuação modesta das respostas extremas. No entanto, tais reduções não configuram mudanças significativas do ponto de vista estrutural ou funcional, uma vez que o comportamento dinâmico global do sistema continua semelhante à análise não amortecida. Isso indica que uma taxa de amortecimento tão baixa não é

suficiente para provocar um amortecimento efetivo das vibrações, servindo mais como uma referência inferior para os efeitos dissipativos do sistema.

4.3.1.1.2 Amortecimento = 0,1

Com a introdução de uma taxa de amortecimento de 10%, observou-se uma redução ainda mais expressiva nas amplitudes das acelerações em todos os eixos. Esse aumento significativo na dissipação de energia permitiu uma supressão mais eficaz das oscilações induzidas pelo empuxo, resultando em uma resposta dinâmica global mais controlada e com menores valores extremos ao longo do tempo.

Apesar dessa atenuação adicional, a concentração das vibrações em torno de 0,4 segundos após o início da decolagem permanece presente nos registros de aceleração nas Figuras 60, 61 e 62. Esse comportamento continua associado ao regime de crescimento exponencial do empuxo, como ilustrado na Figura 21. No entanto, a resposta vibratória após esse ponto se mostra ainda mais suavizada, com oscilações de curta duração e magnitudes substancialmente reduzidas em comparação aos casos com menores níveis de amortecimento.

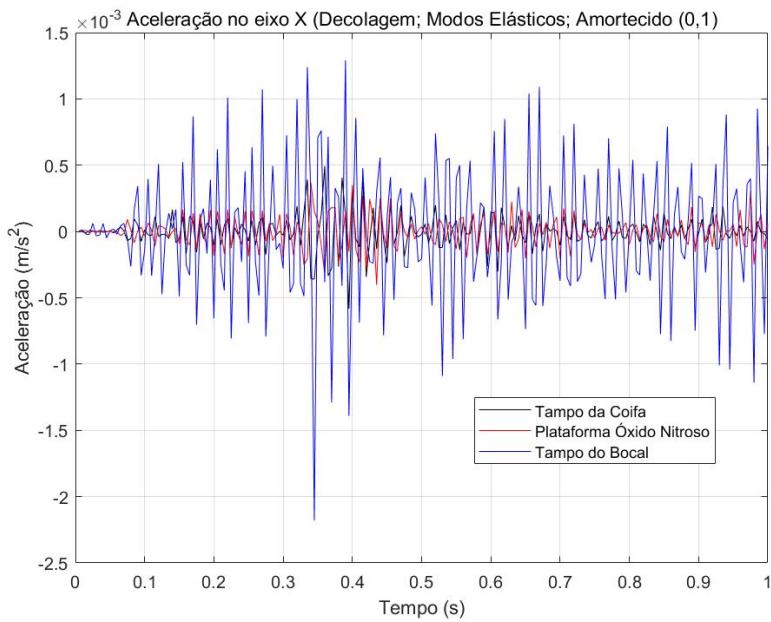


Figura 60 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X

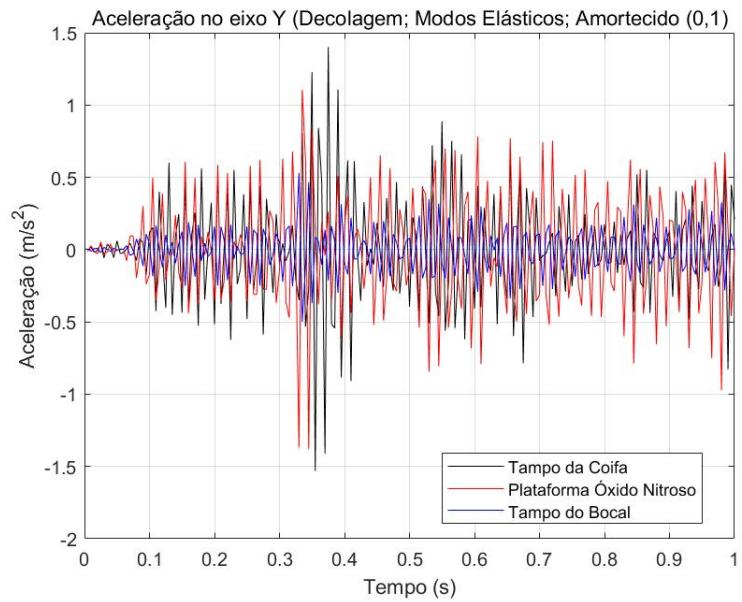


Figura 61 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y

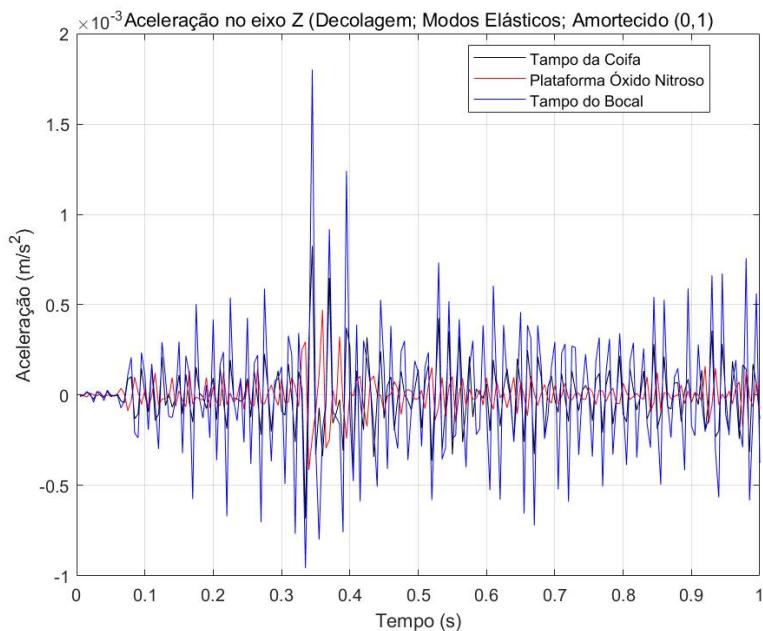


Figura 62 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z

Adicionalmente, ao se compararem os sinais de aceleração obtidos na coifa e na plataforma do tanque de óxido nitroso, verifica-se que as amplitudes apresentam valores bastante semelhantes em todos os eixos de análise. Essa semelhança sugere uma propagação vibratória relativamente homogênea ao longo da estrutura principal. Ainda assim, em alguns instantes específicos, os valores de aceleração medidos na plataforma superam

ligeiramente aqueles registrados na coifa, evidenciando possíveis concentrações locais de rigidez ou variações nas condições dinâmicas impostas pelos componentes internos.

4.3.2 Caso 2: voo pleno

4.3.2.1 Resposta ao voo pleno - modos elásticos, amortecidos

4.3.2.1.1 Amortecimento = 0,005

Na análise do comportamento dinâmico durante o Voo pleno com 0,5% de amortecimento, observou-se que os valores iniciais de pico das acelerações sofreram apenas uma redução mínima em relação ao caso sem amortecimento, evidenciado nas Figuras 63, 64 e 65. Essa leve taxa de dissipação de energia não é suficiente para alterar significativamente os níveis máximos de excitação induzidos pelas forças aerodinâmicas e pela continuidade do empuxo, mantendo a estrutura sujeita a amplitudes elevadas logo após o início dessa fase.

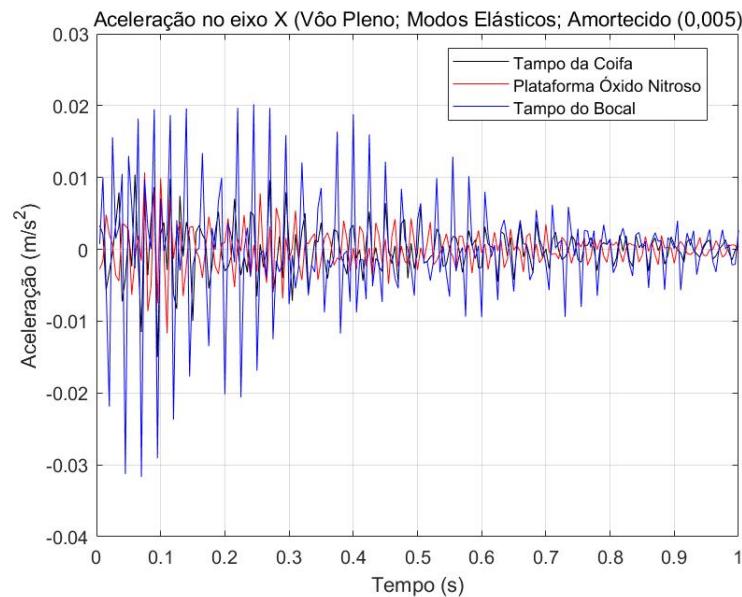


Figura 63 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X

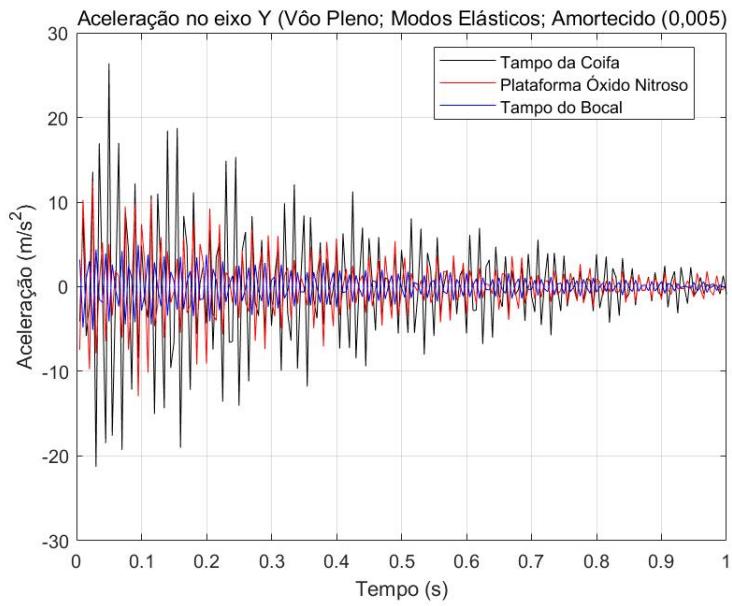


Figura 64 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y

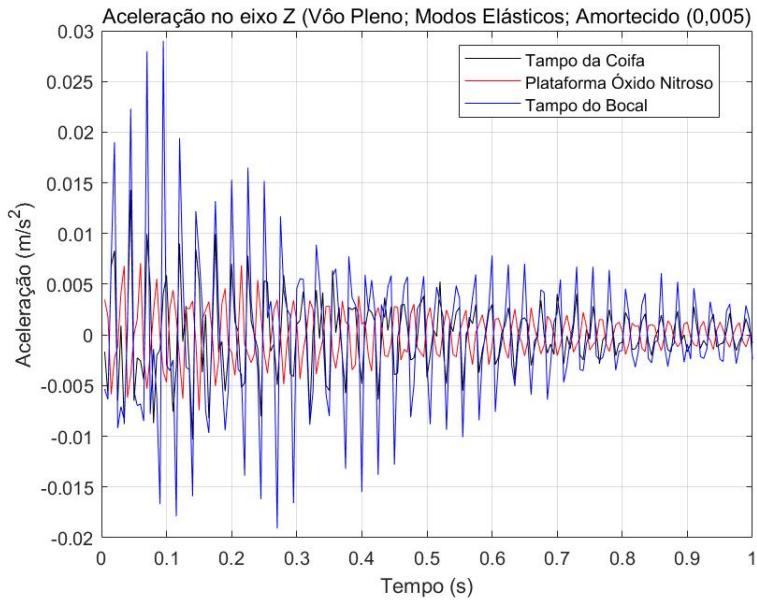


Figura 65 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z

Apesar disso, o efeito do amortecimento se torna gradualmente perceptível ao longo da resposta transiente. Embora sutil, ele contribui para um decaimento suave das oscilações, favorecendo uma estabilização progressiva do sistema. Esse comportamento é especialmente evidente nos trechos posteriores da excitação, nos quais as vibrações residuais vão sendo atenuadas de forma mais eficiente do que no cenário completamente não amortecido.

Dessa forma, embora a atuação do amortecimento de 0,5% seja limitada no controle das respostas iniciais, ele desempenha um papel importante, mas por enquanto pequeno na contenção das oscilações prolongadas. Sua presença ajuda a evitar a persistência de vibrações indesejadas, contribuindo para uma resposta dinâmica global mais estável ao longo do Voo.

4.3.2.1.2 Amortecimento = 0,1

Na simulação do voo pleno com 10% de amortecimento, observou-se uma redução bem significativa nos valores de pico das acelerações em todos os eixos e pontos de medição, demonstrado nas Figuras 66, 67 e 68. Esse nível elevado de dissipação de energia mostrou-se altamente eficaz na contenção da resposta dinâmica inicial, limitando de forma substancial as amplitudes máximas associadas ao regime de excitação contínua do Voo.

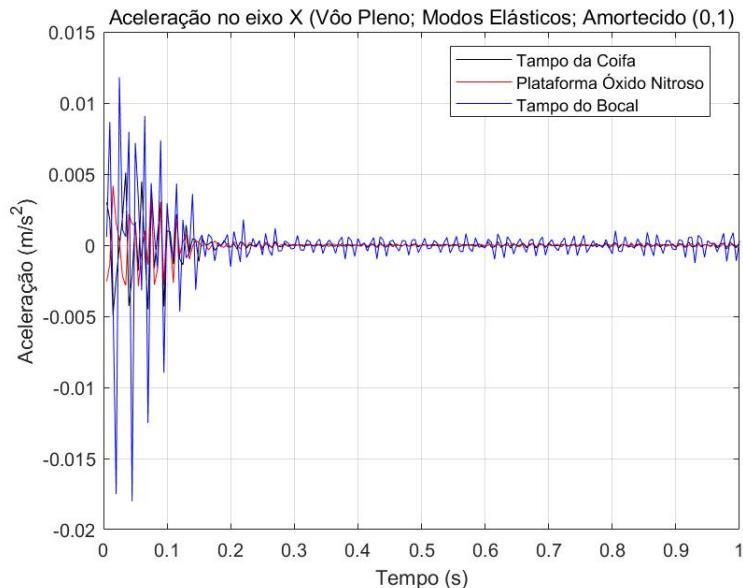


Figura 66 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X

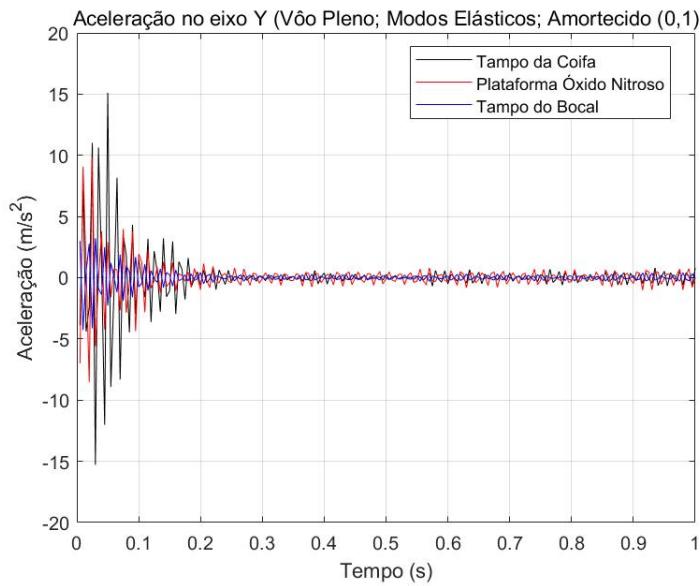


Figura 67 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y

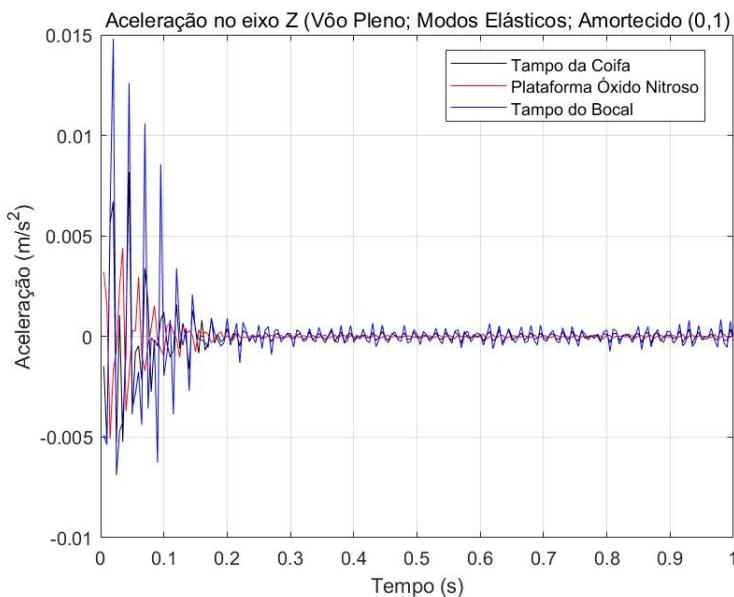


Figura 68 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z

Esse desempenho evidencia a forte influência do amortecimento de 10% na estabilização rápida do sistema, impedindo o prolongamento de vibrações que poderiam comprometer o conforto estrutural ou a integridade de componentes sensíveis. Com esse nível de dissipação, a resposta do foguete durante o Voo pleno torna-se praticamente livre de oscilações significativas, configurando um comportamento altamente estável e seguro do ponto de vista dinâmico.

4.3.3 Caso 3: fim de voo

4.3.3.1 Resposta ao fim de voo - modos elásticos, amortecidos

4.3.3.1.1 Amortecimento = 0,005

Durante a fase de fim de Voo com 0,5% de amortecimento, verificou-se uma leve redução nos valores de pico das acelerações em comparação ao caso sem amortecimento. Assim como observado nos casos anteriores, essa pequena taxa de dissipação de energia foi suficiente para exercer um efeito sutil sobre os níveis máximos de resposta dinâmica, mas sem causar alterações significativas no comportamento geral das vibrações.

O amortecimento também influenciou, de maneira mínima, o decaimento das oscilações estruturais ao longo do tempo. A resposta vibratória após os picos mostrou uma tendência de estabilização um pouco mais suave do que no caso não amortecido, porém o ritmo de atenuação ainda permaneceu lento, com oscilações residuais persistindo por um intervalo considerável. Esse padrão de comportamento é coerente com o observado no Voo pleno para a mesma taxa de amortecimento, indicando que, embora limitado, o efeito amortecedor de 0,5% contribui para conter, mesmo que discretamente, a propagação prolongada das vibrações, como demonstrado nas Figuras 69, 70 e 71.

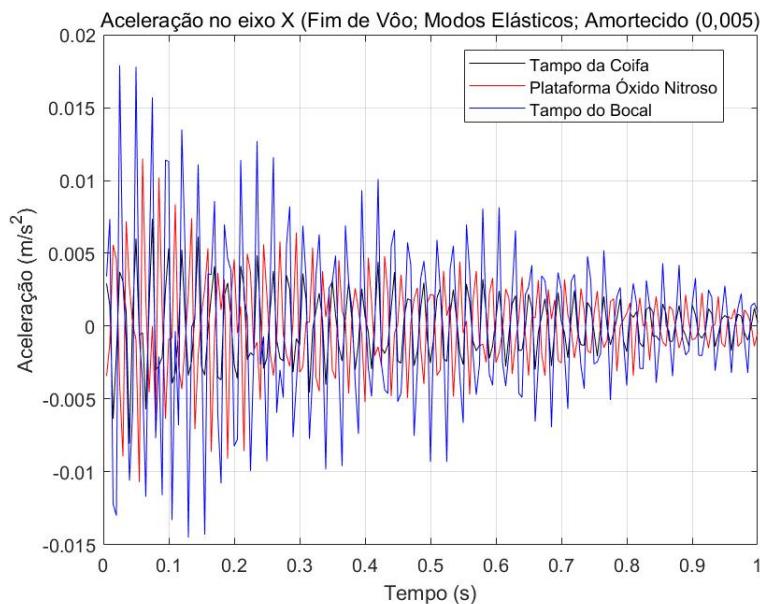


Figura 69 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X

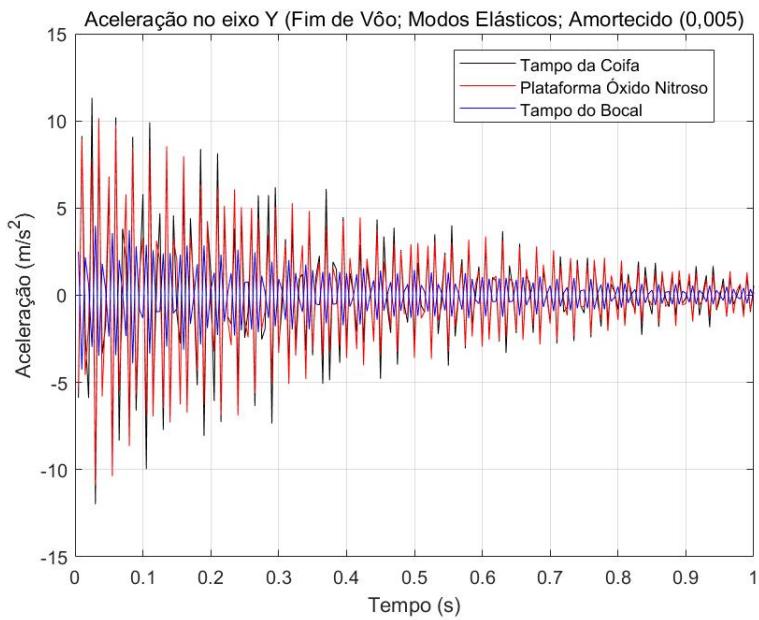


Figura 70 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y

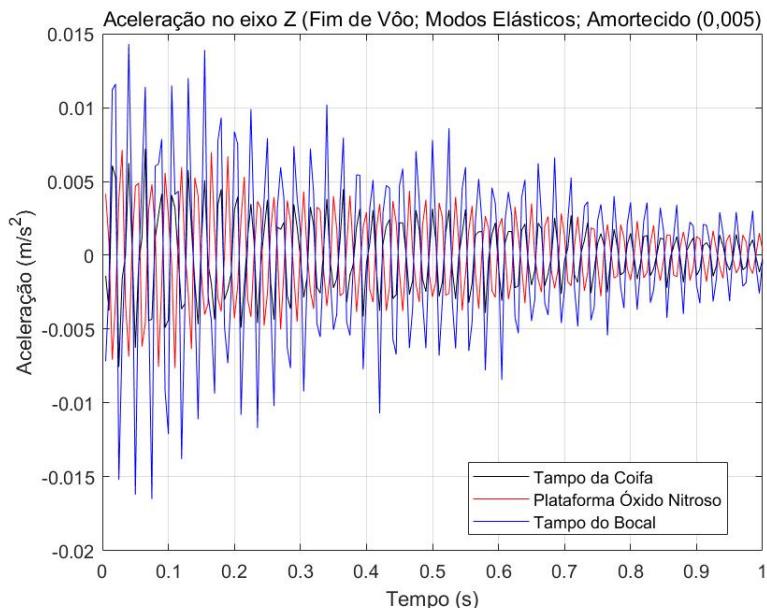


Figura 71 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z

Dessa forma, o caso com 0,5% de amortecimento no fim de Voo representa um cenário em que há uma atuação suficiente apenas para suavizar marginalmente os efeitos dinâmicos induzidos pelas fases finais do empuxo.

4.3.3.1.2 Amortecimento = 0,1

Na análise do fim de Voo com 10% de amortecimento, observou-se uma queda significativa nos valores de pico das acelerações em todos os pontos e direções avaliados. O efeito do amortecimento intenso foi evidente, com as amplitudes máximas sendo drasticamente reduzidas. Além disso, os valores de aceleração medidos na coifa e na plataforma do tanque de óxido nitroso apresentaram-se bastante próximos ao longo do tempo, com diferenças marginais entre eles. Em determinados instantes, a plataforma chegou a superar a coifa em magnitude, mas de forma pontual e sem grandes discrepâncias, como evidenciado nas Figuras 72, 73 e 74.

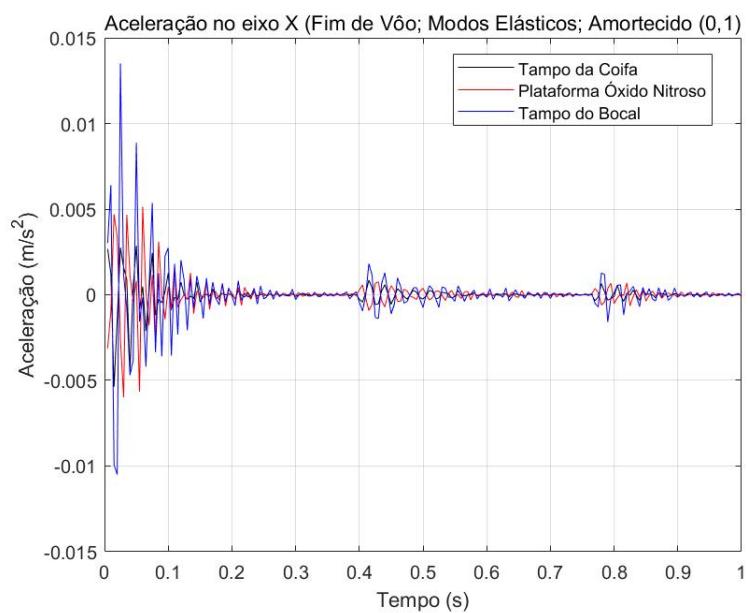


Figura 72 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X

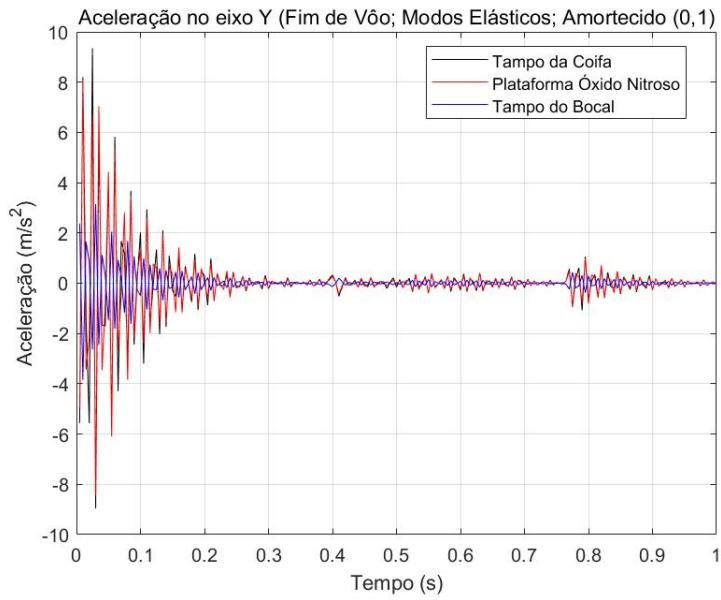


Figura 73 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y

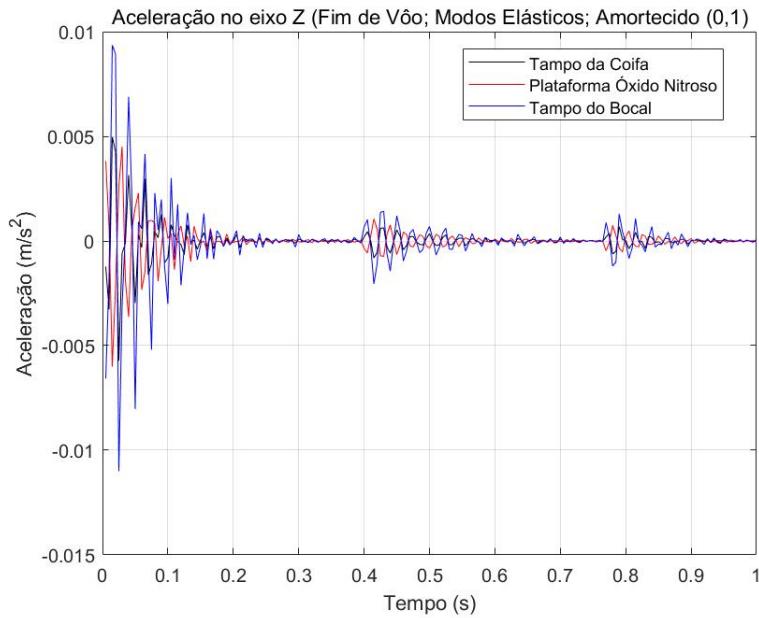


Figura 74 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z

O decaimento das vibrações foi notavelmente brusco. Após os picos iniciais, a resposta oscilatória rapidamente se reduziu, oscilando perto de amplitude zero ainda antes de 0,2 segundos. A partir desse ponto, as oscilações remanescentes mantiveram-se em níveis muito baixos, flutuando em torno do estado de repouso. Esse comportamento demonstra o alto grau de dissipação promovido pelo amortecimento, que praticamente elimina as vibrações persistentes da estrutura.

Com a drástica redução das oscilações, os fenômenos dinâmicos associados à atuação das forças externas tornam-se mais evidentes. A concentração de resposta observada em torno de 0,4 segundos (relacionada ao retorno parcial da força de propulsão) e o platô de excitação em torno de 0,8 segundos ficaram mais claramente delineados. No entanto, ainda que mais visíveis, essas manifestações também se apresentaram consideravelmente amortecidas, com suas amplitudes reduzidas em relação aos casos de menor dissipação. Esses efeitos foram mais proeminentes nos eixos X e Z, onde a resposta dinâmica aos eventos transitórios manteve certa intensidade relativa, mesmo diante do alto nível de amortecimento.

4.3.4 Pico de aceleração x amortecimento

A análise dos picos de aceleração em função do coeficiente de amortecimento, demonstrado nas Figuras 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82 e 83, é uma ferramenta fundamental na avaliação da resposta dinâmica de estruturas submetidas a excitações transitórias, especialmente em sistemas aeroespaciais, onde a integridade estrutural e a segurança operacional são criticamente dependentes da contenção de esforços dinâmicos. Em estruturas submetidas a cargas intensas e de curta duração, como o empuxo gerado durante o lançamento de um foguete, os picos de aceleração representam os momentos de máxima solicitação mecânica, podendo induzir tensões significativas, falhas por fadiga de baixo ciclo, desprendimentos de componentes e comprometimento da estabilidade estrutural local.

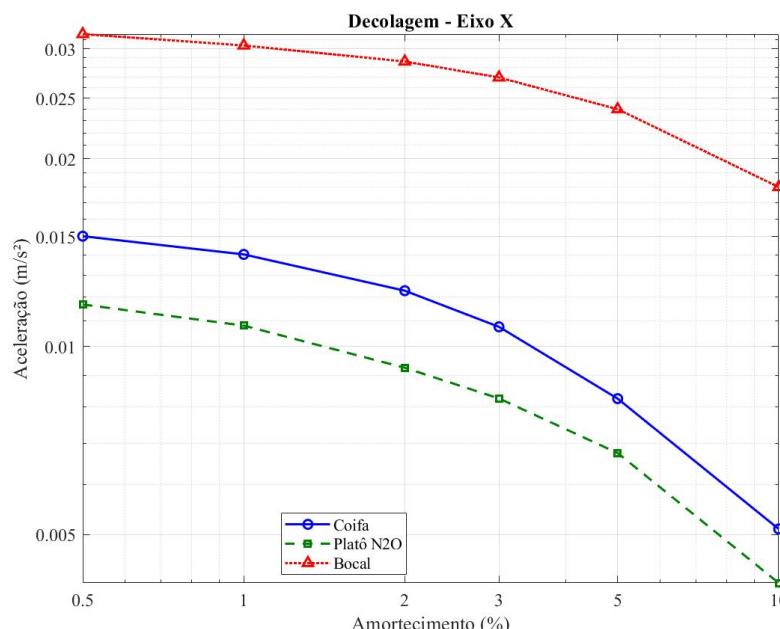


Figura 75 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), decolagem, eixo X

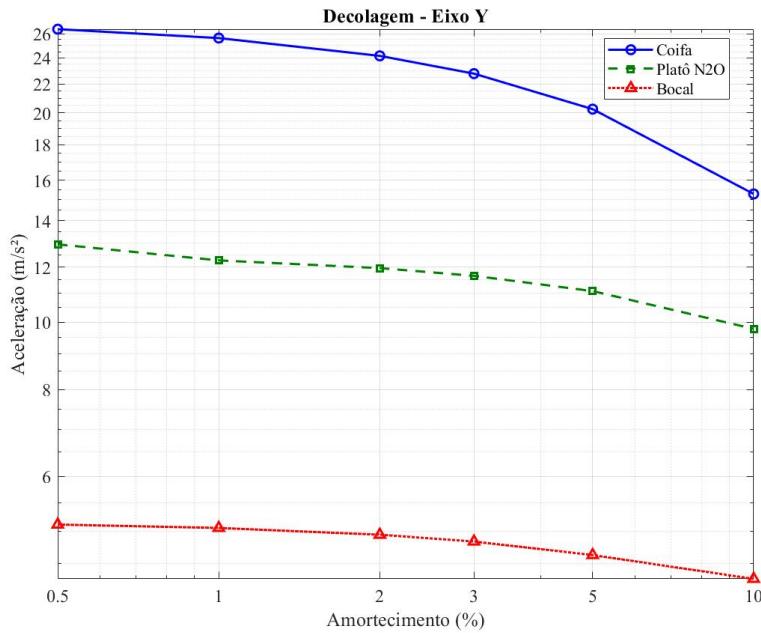


Figura 76 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), decolagem, eixo Y

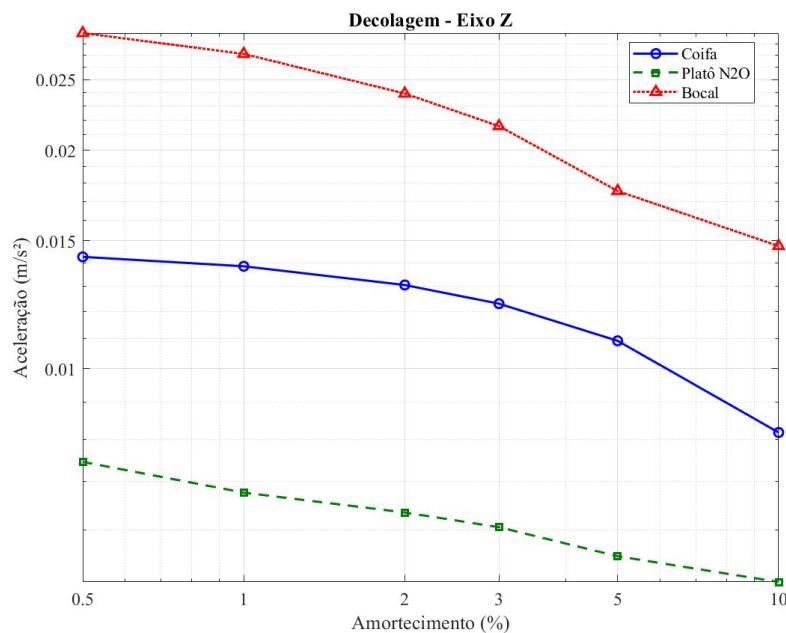


Figura 77 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), decolagem, eixo Z

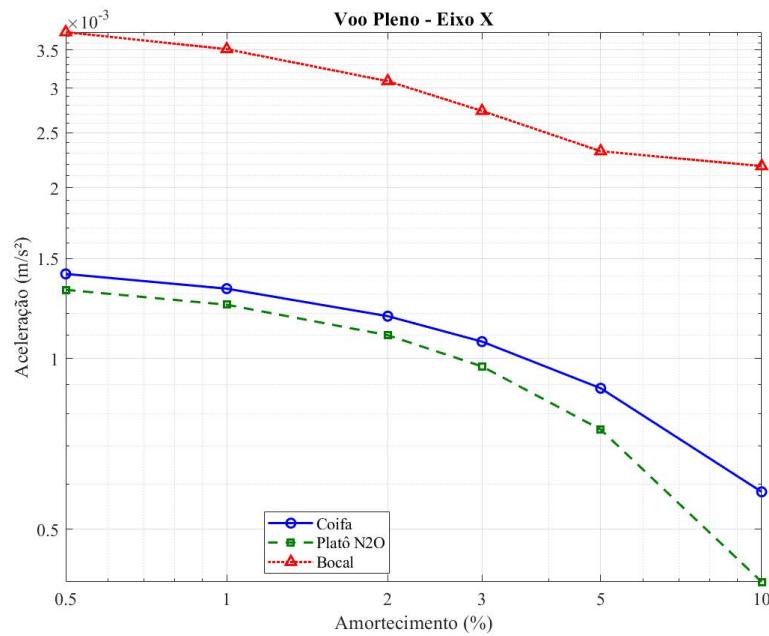


Figura 78 – Gráfico de picos de aceleração X amorteecimento (%), voo pleno, eixo X

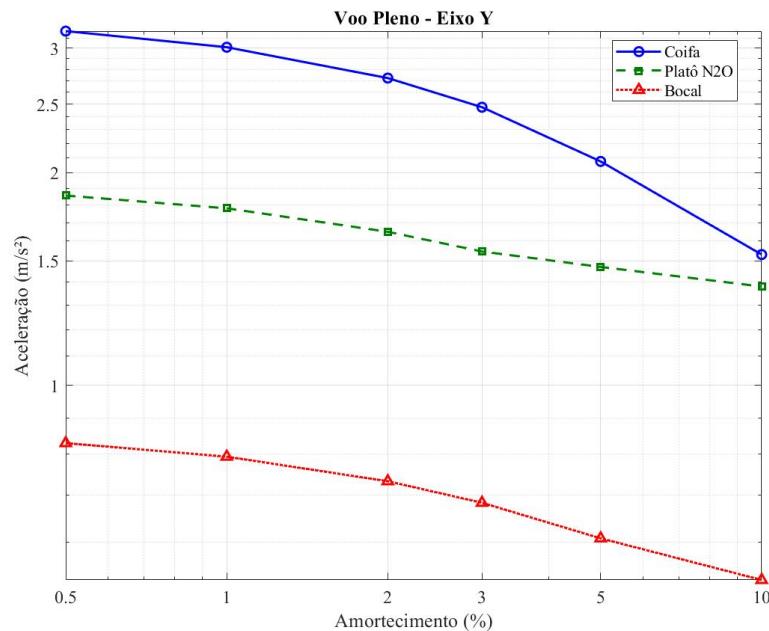


Figura 79 – Gráfico de picos de aceleração X amorteecimento (%), voo pleno, eixo Y

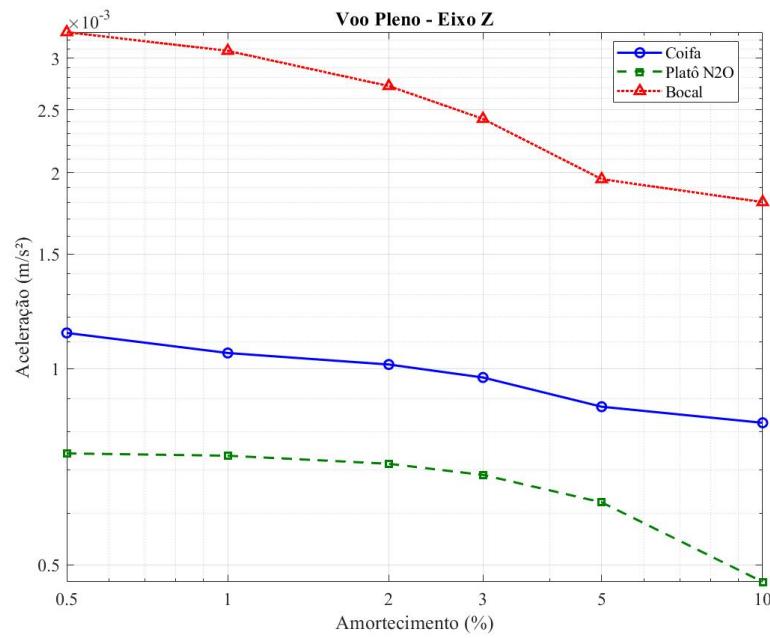


Figura 80 – Gráfico de picos de aceleração X amorteamento (%), voo pleno, eixo Z

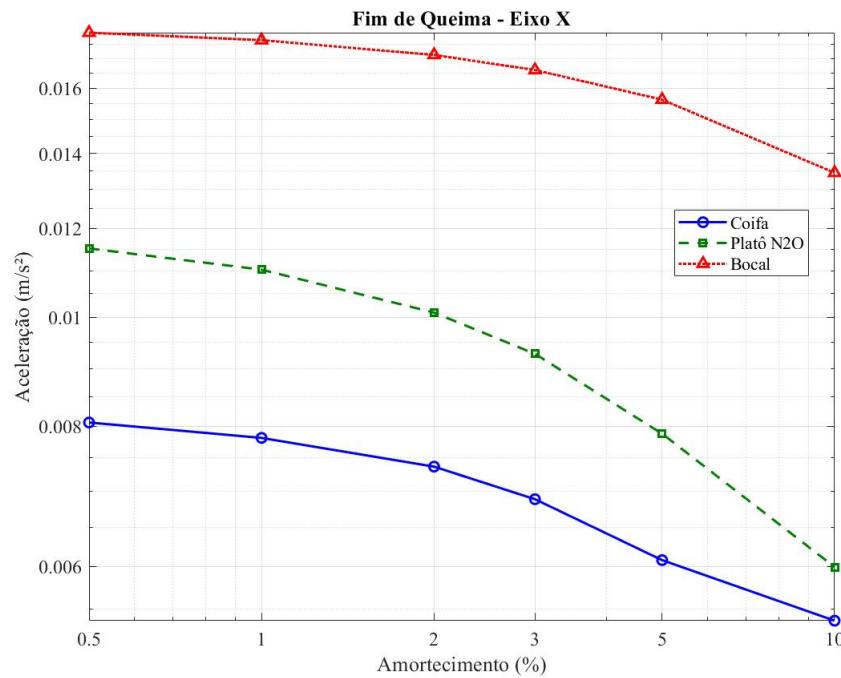


Figura 81 – Gráfico de picos de aceleração X amorteamento (%), fim de voo, eixo X

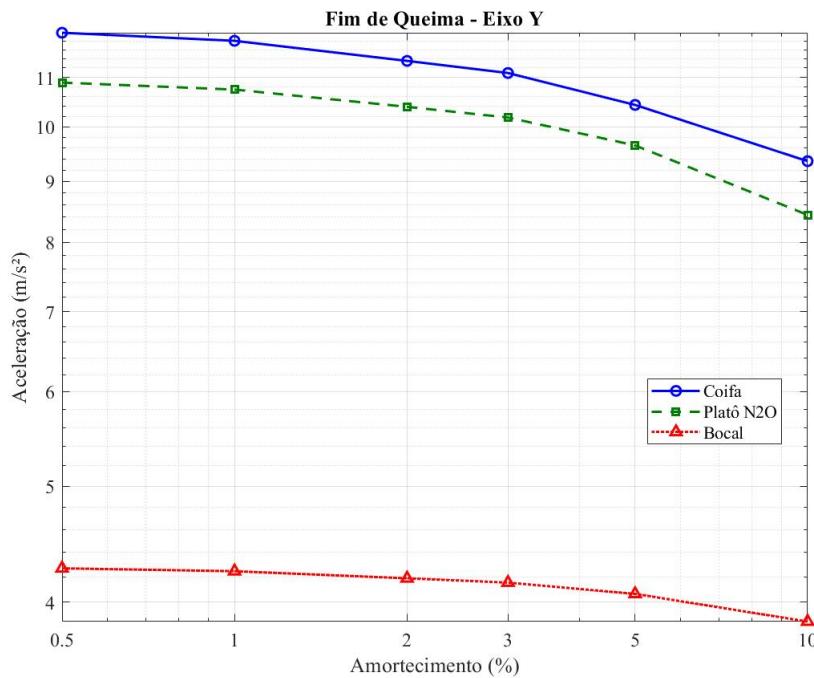


Figura 82 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), fim de voo, eixo Y

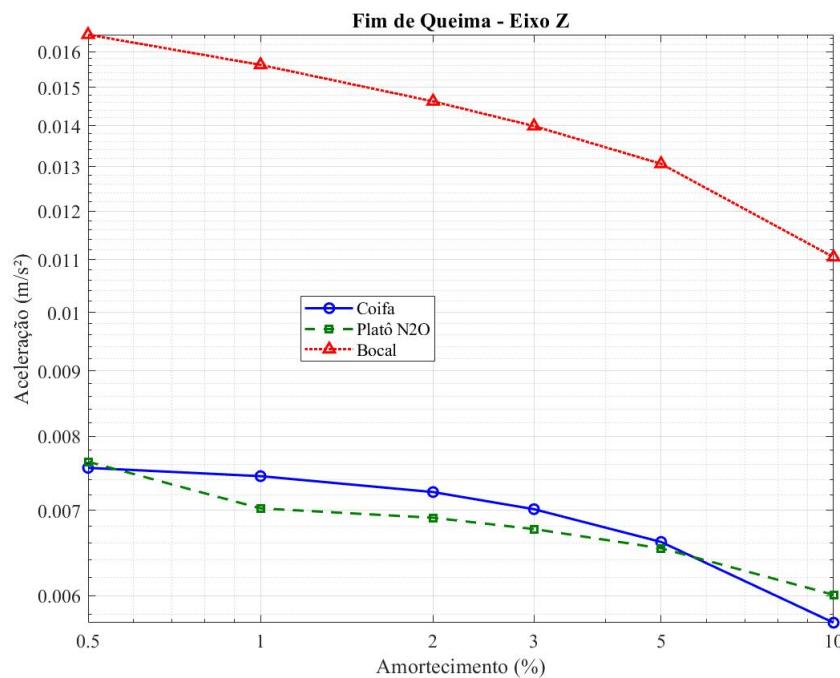


Figura 83 – Gráfico de picos de aceleração X amortecimento (%), fim de voo, eixo Z

Ao se variar o coeficiente de amortecimento estrutural, torna-se possível quantificar o efeito dissipativo nas amplitudes máximas de resposta. Além disso, essa análise é essencial na definição de margens de segurança, tanto para os componentes estruturais

quanto para sistemas embarcados sensíveis, como sensores de navegação, eletrônicos e cargas úteis científicas.

A correlação entre o nível de amortecimento e a redução dos picos de aceleração também fornece subsídios valiosos para a seleção de configurações ótimas de projeto. Em muitos casos, observa-se que aumentos moderados no amortecimento promovem reduções expressivas nos valores de pico, enquanto incrementos adicionais apresentam ganhos marginais, revelando pontos de saturação onde o aumento da dissipação não mais se traduz em benefícios proporcionais. Essa informação orienta decisões críticas de engenharia, equilibrando desempenho dinâmico, massa adicional e complexidade construtiva.

Portanto, a análise de picos de aceleração em função do amortecimento não apenas permite a avaliação da resposta extrema do sistema, como também sustenta a fundamentação técnica para decisões de projeto e validação estrutural, sendo um dos principais parâmetros a serem considerados na engenharia de estruturas submetidas a cargas dinâmicas de alta intensidade e curta duração.

Nas análises realizadas para os diferentes instantes do Voo (decolagem, Voo pleno e fim de Voo) o comportamento observado nos gráficos de pico de aceleração em função do amortecimento mostrou-se coerente com o comportamento esperado da resposta dinâmica de sistemas com múltiplos graus de liberdade submetidos a excitações transitórias. Em todos os casos, foi possível identificar uma tendência clara de redução progressiva dos valores de pico à medida que o coeficiente de amortecimento foi aumentado, confirmando a eficácia dos mecanismos dissipativos em mitigar a resposta vibratória máxima.

Essa redução de picos foi verificada de forma consistente em todos os eixos analisados (X, Y e Z), refletindo o caráter tridimensional da excitação e da resposta estrutural. A ação do amortecimento se mostrou eficiente tanto em modos dominantes de flexão quanto nos acoplamentos intermodais, contribuindo para a contenção das acelerações mais intensas, independentemente da direção de propagação da vibração.

Além disso, a tendência decrescente dos picos foi observada de forma uniforme nos três pontos de monitoramento considerados: a coifa, a plataforma do tanque de óxido nitroso e o tampo do bocal. Embora as magnitudes absolutas de pico variem entre essas regiões (em função das propriedades locais de rigidez, massa e acoplamento com os modos dominantes), a influência do aumento do amortecimento seguiu uma mesma tendência qualitativa em todos os casos. Essa uniformidade de resposta reforça a validade do modelo utilizado e demonstra que a dissipação modal afeta globalmente a estrutura, e não apenas regiões isoladas.

De forma geral, a análise confirma que o aumento do amortecimento contribui diretamente para a redução dos esforços dinâmicos extremos em toda a estrutura do foguete, promovendo maior segurança operacional e estabilidade estrutural. A consistência

entre os resultados obtidos e o comportamento teórico esperado evidencia a robustez dos métodos empregados, tanto na formulação da superposição modal quanto na condução das simulações numéricas.

4.3.5 RMS x amortecimento

A análise do "Root Mean Square"(RMS) da aceleração em função do amortecimento é uma ferramenta crucial para a caracterização da resposta vibratória contínua de sistemas estruturais submetidos a excitações transitórias ou não-periódicas.

Diferentemente da análise de picos, que captura apenas os valores extremos e pontuais de resposta, o valor RMS fornece uma métrica integrada da energia vibracional distribuída ao longo do tempo, refletindo com maior fidelidade o nível de excitação sustentada que a estrutura experimenta durante o evento dinâmico. Isso é especialmente relevante em aplicações aeroespaciais, onde exposições prolongadas a vibrações de média intensidade podem causar danos cumulativos por fadiga, degradação de sensores sensíveis ou mau funcionamento de sistemas eletrônicos embarcados.

O valor RMS é diretamente associado à potência vibracional transmitida ao longo do tempo, sendo um parâmetro essencial na avaliação da severidade do ambiente dinâmico enfrentado pelos diferentes componentes estruturais. A análise desse parâmetro em função do coeficiente de amortecimento permite compreender como a dissipação de energia influencia não apenas os extremos da resposta, mas também o comportamento global da estrutura durante todo o intervalo de excitação.

A tendência natural é que aumentos no amortecimento levem à redução dos valores RMS, já que há maior dissipação de energia mecânica em forma de calor ou atrito interno, resultando em menor manutenção de oscilações após os impulsos de carga. Esse efeito fica claramente evidenciado nas Figuras 84, 85 e 86.

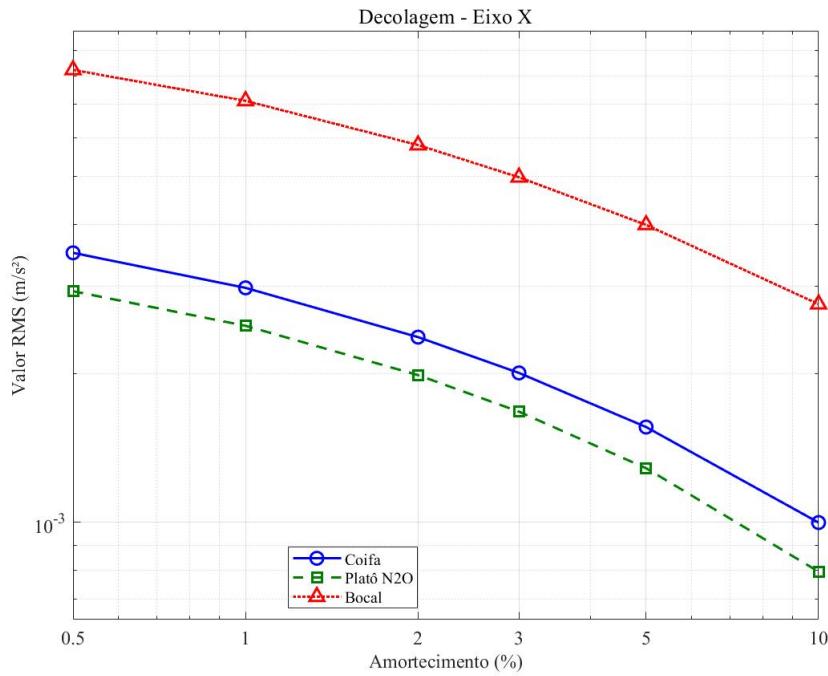


Figura 84 – RMS X amortecimento (%), decolagem, eixo X

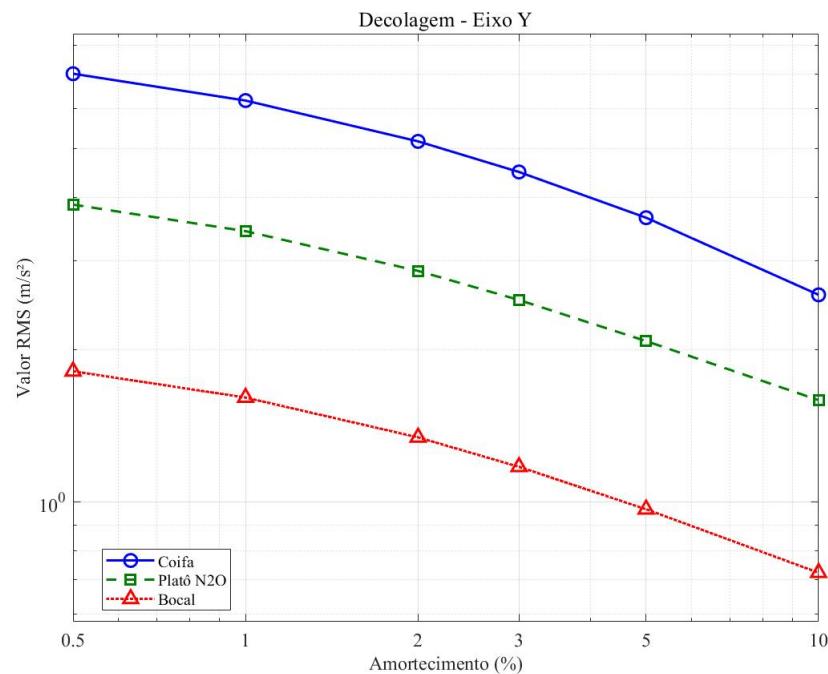


Figura 85 – RMS X amortecimento (%), decolagem, eixo Y

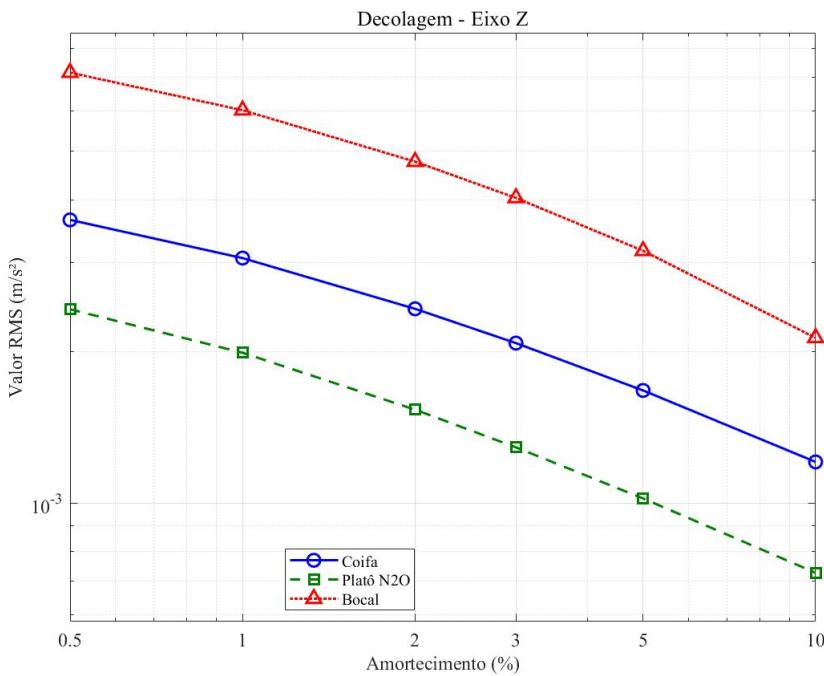


Figura 86 – RMS X amortecimento (%), decolagem, eixo Z

Além disso, a análise dos valores RMS tem grande relevância no contexto do conforto estrutural e do desempenho funcional de sistemas embarcados. Em muitos casos, a exposição contínua a vibrações mesmo de baixa amplitude pode induzir interferências electromagnéticas, falhas intermitentes de conectores, ou mesmo comprometer a precisão de sistemas de navegação inercial. Sendo assim, o conhecimento do comportamento do RMS da aceleração permite não apenas avaliar a robustez estrutural, mas também estimar o ambiente vibracional a que cargas úteis e sistemas críticos estarão submetidos, sendo um parâmetro de entrada importante em critérios de qualificação e certificação.

Em função disso, a análise dos valores RMS da aceleração em função do amortecimento é indispensável em uma abordagem abrangente de engenharia estrutural dinâmica. Ela complementa a análise de picos ao fornecer uma visão energética mais completa da resposta do sistema, como visto nas Figuras 87, 88 e 89, permitindo decisões mais informadas no dimensionamento de dispositivos de controle passivo, na escolha de materiais com propriedades dissipativas, e na alocação adequada de sensores e eletrônicos sensíveis em regiões estruturalmente mais protegidas.

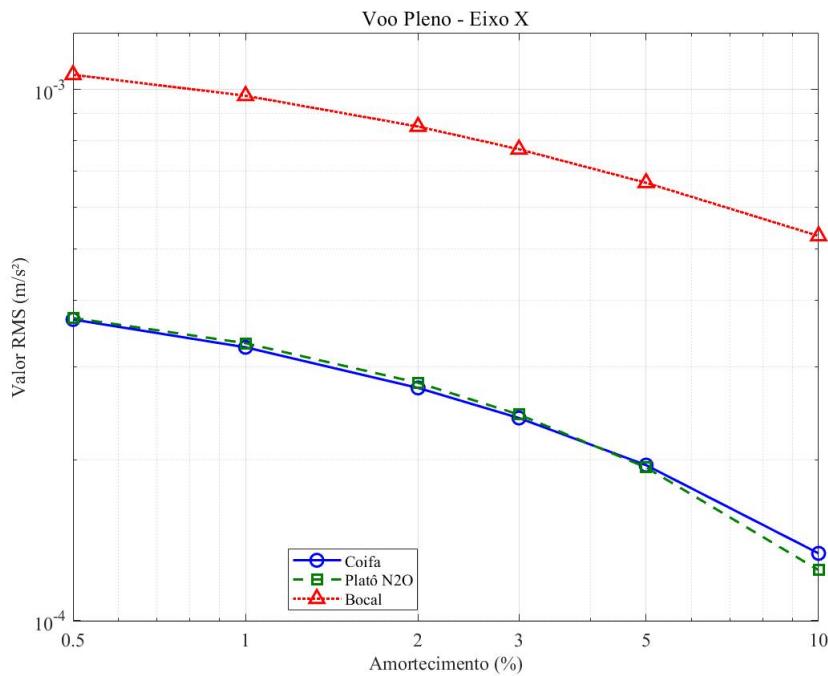


Figura 87 – RMS X amortecimento (%), voo pleno, eixo X

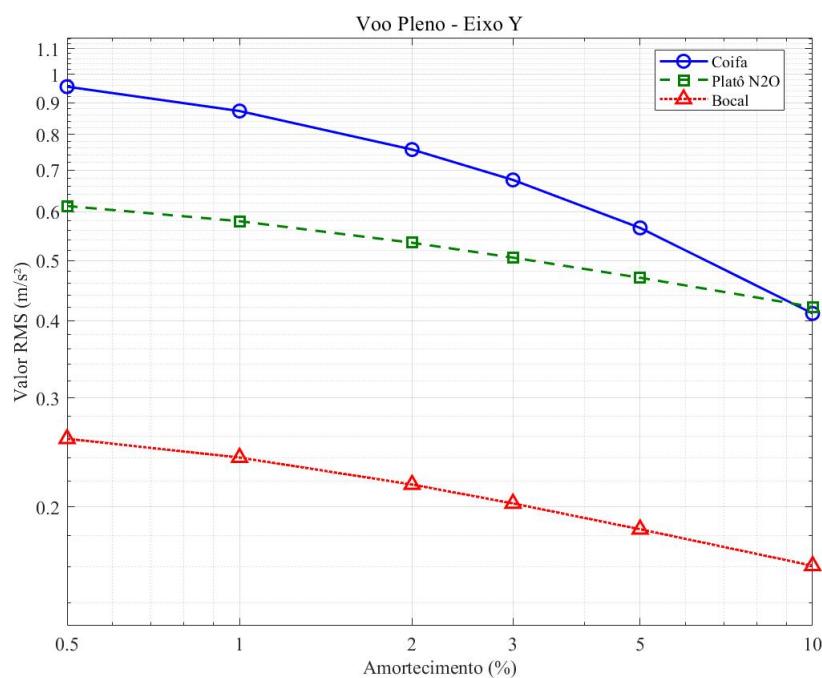


Figura 88 – RMS X amortecimento (%), voo pleno, eixo Y

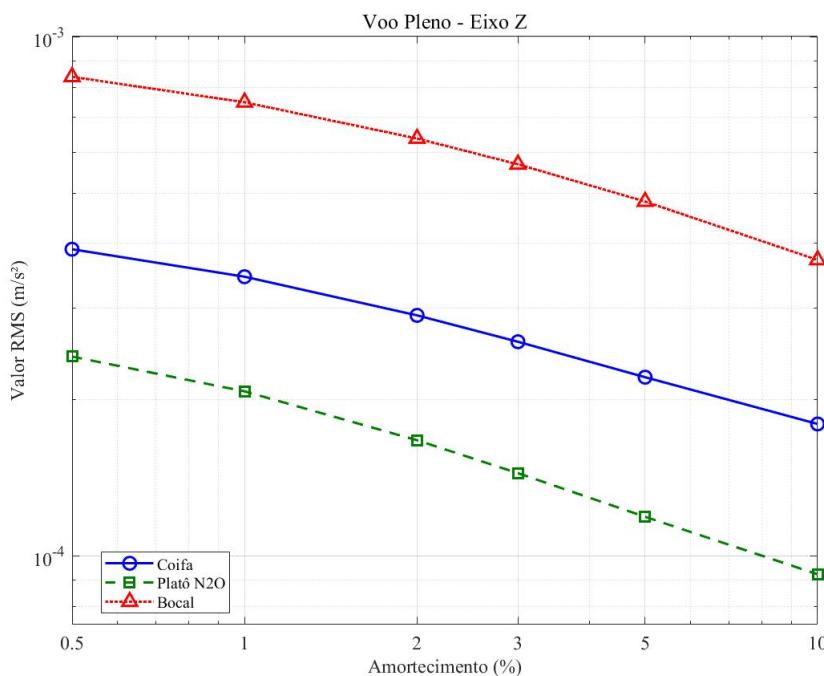


Figura 89 – RMS X amortecimento (%), voo pleno, eixo Z

Nas análises realizadas para os diferentes instantes do Voo (decolagem, Voo pleno e fim de Voo) os valores RMS de aceleração apresentaram uma tendência clara de redução progressiva à medida que o amortecimento estrutural foi aumentado. Esse comportamento está em plena concordância com a teoria da dinâmica estrutural, que prevê que o amortecimento atua reduzindo a energia vibracional mantida na estrutura ao longo do tempo. Assim, independentemente do momento do Voo analisado ou do ponto de medição, a influência do amortecimento se manifestou de forma coerente na diminuição contínua dos níveis médios de aceleração.

Essa tendência de queda dos valores RMS foi observada de forma consistente nos três eixos principais (X, Y e Z), evidenciando que o efeito dissipativo do amortecimento não se limita a modos específicos de oscilação, mas atua de maneira global no sistema. A resposta vibratória tornou-se menos persistente conforme o amortecimento aumentava, indicando que os mecanismos de dissipação presentes na estrutura do foguete foram eficazes em atenuar a resposta sustentada, contribuindo assim para um ambiente vibracional mais controlado e menos severo ao longo do tempo.

Além disso, a análise comparativa entre os diferentes pontos de medição revelou que, embora haja variações esperadas devido às características estruturais e modais locais, os valores RMS apresentaram tendências semelhantes entre si, com reduções proporcionais à taxa de amortecimento aplicada. Em determinados casos, como nas configurações com amortecimentos mais elevados, os valores de RMS obtidos na coifa e na plataforma de óxido nitroso se mostraram praticamente idênticos, indicando que essas regiões passaram

a compartilhar níveis vibratórios muito próximos, o que pode estar relacionado a um comportamento modal comum ou à atenuação suficiente das excitações diferenciais, como demonstrado nas Figuras 90, 91 e 92.

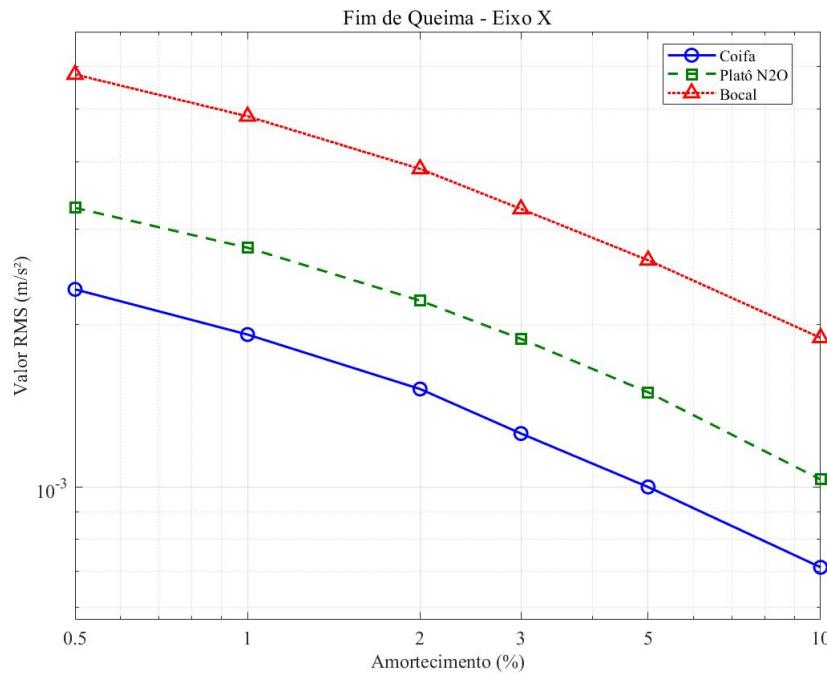


Figura 90 – RMS X amortecimento (%), fim de voo, eixo X

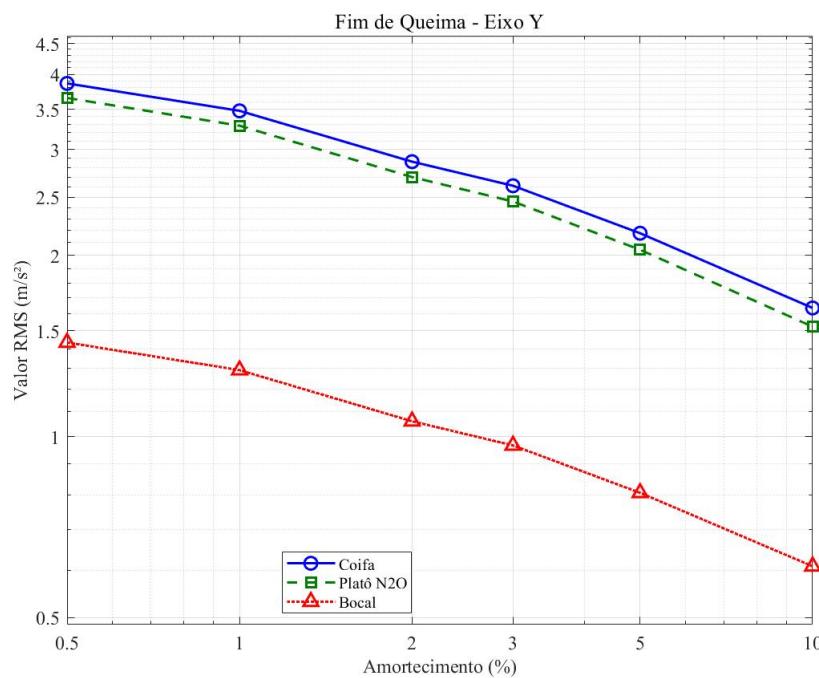


Figura 91 – RMS X amortecimento (%), fim de voo, eixo Y

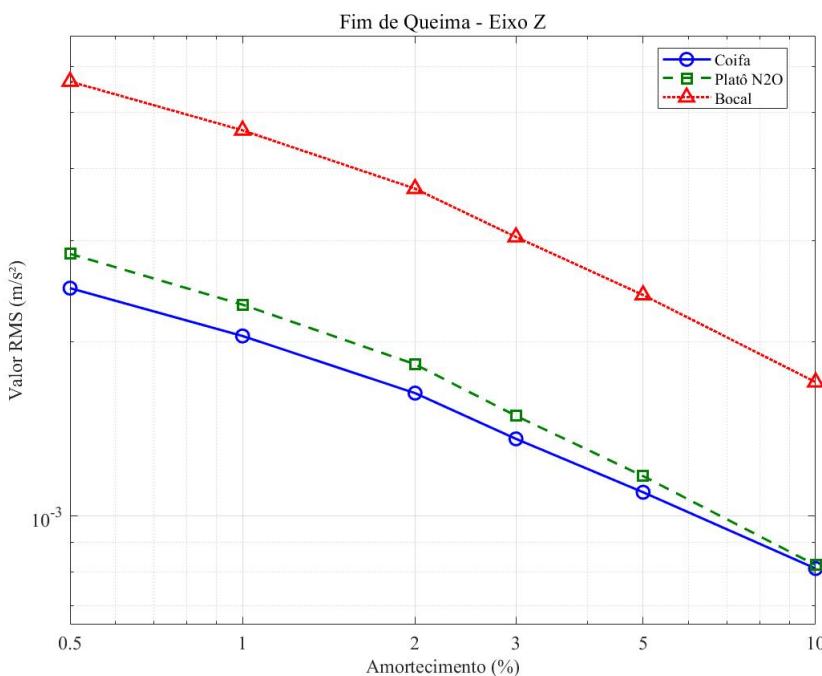


Figura 92 – RMS X amortecimento (%), fim de voo, eixo Z

Essa convergência entre os valores médios de aceleração em diferentes partes da estrutura pode sugerir um aumento da uniformidade na resposta dinâmica, resultado direto da ação do amortecimento no amortecimento de modos localizados e na "suavização" de diferenças modais. Tal uniformidade pode ser altamente desejável em projetos aeroespaciais, pois facilita o controle preditivo das cargas vibratórias e reduz riscos associados à concentração de esforços dinâmicos em regiões específicas da estrutura.

4.3.6 Resumo dos resultados amortecidos

Os resultados de Picos de Aceleração e RMS por valores de amortecimento , resumidos nas Tabelas 3 e 4, demonstraram comportamentos esperados, ou seja, reduziram gradativamente ao aumentar os valores de amortecimento. Esse tipo de gráfico serve para dar um panorama sobre os efeitos de amortecimento em uma estrutura, a partir deles é possível ver tanto o comportamento dos picos de aceleração quanto o valor médio de aceleração, para todos os casos estudados. Isso é útil na fase de projetos para que se possa dimensionar uma estrutura capaz de aguentar os valores mais destrutivos de aceleração, e para aguentar a exposição constante de um valor médio de aceleração, sabendo que dependendo do valor de RMS (mais distante de zero é mais destrutivo), independentemente do valor de amplitude, é capaz de prejudicar significativamente a estrutura.

Tabela 3 – Pico de aceleração nos três pontos para diferentes amortecimentos (m/s^2)

Fase	Ponto	Eixo	$\zeta = 0,005$	$\zeta = 0,01$	$\zeta = 0,02$	$\zeta = 0,03$	$\zeta = 0,05$	$\zeta = 0,10$
Dec.	Coifa	X	0,01503	0,01405	0,01229	0,01075	0,00825	0,00510
		Y	26,39400	25,62700	24,16000	22,77900	20,25200	15,29000
		Z	0,01426	0,01384	0,01304	0,01229	0,01093	0,00817
	NO_2	X	0,01168	0,01080	0,00925	0,00826	0,00675	0,00418
		Y	12,93900	12,27000	11,96000	11,65900	11,08300	9,78070
		Z	0,00745	0,00675	0,00634	0,00605	0,00552	0,00509
	Bocal	X	0,03167	0,03037	0,02863	0,02699	0,02401	0,01801
		Y	5,11420	5,05700	4,94470	4,83480	4,62270	4,27230
		Z	0,02898	0,02713	0,02393	0,02158	0,01757	0,01476
V.P.	Coifa	X	0,00141	0,00133	0,00119	0,00107	0,00089	0,00058
		Y	3,17220	3,00990	2,72220	2,47560	2,07480	1,53180
		Z	0,00114	0,00106	0,00102	0,00097	0,00087	0,00083
	NO_2	X	0,00132	0,00124	0,00110	0,00097	0,00075	0,00040
		Y	1,85640	1,78090	1,64980	1,54710	1,47130	1,38020
		Z	0,00074	0,00074	0,00071	0,00069	0,00062	0,00047
	Bocal	X	0,00376	0,00351	0,00308	0,00273	0,00232	0,00218
		Y	0,82874	0,79295	0,73199	0,68243	0,60774	0,53066
		Z	0,00329	0,00308	0,00272	0,00242	0,00196	0,00180
F.V.	Coifa	X	0,00806	0,00781	0,00736	0,00689	0,00608	0,00537
		Y	11,98600	11,80100	11,35300	11,09100	10,42900	9,35700
		Z	0,00756	0,00744	0,00723	0,00701	0,00661	0,00572
	NO_2	X	0,01152	0,01103	0,01010	0,00928	0,00788	0,00599
		Y	10,88800	10,74200	10,39100	10,17900	9,64630	8,43600
		Z	0,00764	0,00702	0,00691	0,00677	0,00654	0,00601
	Bocal	X	0,01793	0,01765	0,01713	0,01661	0,01563	0,01345
		Y	4,26830	4,24470	4,18690	4,15240	4,06300	3,85190
		Z	0,01650	0,01562	0,01463	0,01399	0,01307	0,01105

Tabela 4 – Aceleração RMS nos três pontos para diferentes amortecimentos (m/s^2)

Fase	Ponto	Eixo	$\zeta = 0,005$	$\zeta = 0,01$	$\zeta = 0,02$	$\zeta = 0,03$	$\zeta = 0,05$	$\zeta = 0,10$
Dec.	Coifa	X	0,00351	0,00298	0,00237	0,00201	0,00156	0,00100
		Y	7,02266	6,21439	5,16090	4,48891	3,64506	2,56543
		Z	0,00365	0,00306	0,00243	0,00208	0,00167	0,00121
	NO_2	X	0,00293	0,00250	0,00198	0,00167	0,00129	0,00079
		Y	3,86860	3,42826	2,86064	2,50600	2,07812	1,58795
		Z	0,00242	0,00199	0,00153	0,00129	0,00102	0,00073
	Bocal	X	0,00822	0,00712	0,00579	0,00499	0,00399	0,00276
		Y	1,81110	1,60690	1,34055	1,17217	0,96628	0,72377
		Z	0,00716	0,00603	0,00476	0,00403	0,00317	0,00213
V.P.	Coifa	X	0,00037	0,00033	0,00027	0,00024	0,00020	0,00013
		Y	0,95505	0,87235	0,75591	0,67507	0,56473	0,41078
		Z	0,00039	0,00035	0,00029	0,00026	0,00022	0,00018
	NO_2	X	0,00037	0,00033	0,00028	0,00024	0,00019	0,00012
		Y	0,61265	0,57899	0,53443	0,50563	0,46912	0,42084
		Z	0,00024	0,00021	0,00017	0,00014	0,00012	0,00009
	Bocal	X	0,00106	0,00097	0,00085	0,00077	0,00067	0,00053
		Y	0,25770	0,24030	0,21736	0,20260	0,18403	0,16069
		Z	0,00084	0,00075	0,00064	0,00057	0,00048	0,00037
F.V.	Coifa	X	0,00232	0,00192	0,00152	0,00126	0,00100	0,00071
		Y	3,86271	3,47772	2,86303	2,61105	2,17703	1,63563
		Z	0,00248	0,00205	0,00163	0,00136	0,00110	0,00081
	NO_2	X	0,00329	0,00277	0,00221	0,00188	0,00150	0,00103
		Y	3,65296	3,28549	2,69905	2,45834	2,04356	1,52269
		Z	0,00284	0,00232	0,00183	0,00149	0,00117	0,00082
	Bocal	X	0,00580	0,00485	0,00388	0,00327	0,00263	0,00189
		Y	1,43307	1,28944	1,06023	0,96673	0,80620	0,60874
		Z	0,00565	0,00465	0,00369	0,00304	0,00241	0,00171

5 Conclusões

Este trabalho analisou em profundidade a resposta dinâmica estrutural de um foguete de pequeno porte, utilizando o método da superposição modal em ambiente *Ansys*, com foco principal nos modos elásticos e suas implicações sobre o comportamento vibratório durante as fases de decolagem, voo pleno e fim de queima. A abordagem adotada, baseada em análises modais e transientes, permitiu a observação clara dos efeitos de modos estruturais flexíveis sobre a resposta temporal da estrutura, especialmente em componentes como a coifa, plataformas internas e a conexão do bocal com o foguete.

Os modos elásticos revelaram padrões importantes de vibração local, com amplitudes consideráveis nas regiões superiores da estrutura. Durante a decolagem, observou-se que os modos elásticos produziram acelerações de até $0,003 \text{ m/s}^2$ nos eixos x e z , e pouco mais de 3 m/s^2 no eixo y , valores que demonstram oscilações coerentes com a rigidez e a distribuição de massa da estrutura. Esses resultados evidenciam como a flexibilidade do corpo influencia diretamente a dinâmica de componentes críticos, mesmo em regimes dominados por forças de empuxo.

Durante o voo pleno, os modos elásticos apresentaram comportamento ainda mais acentuado, com picos superiores a $0,03 \text{ m/s}^2$ nos eixos transversais e mais de 27 m/s^2 no eixo y . Esses dados mostram que a estrutura, ao sair do repouso e sofrer aplicação contínua de carga, desenvolve respostas oscilatórias cada vez mais energéticas. Os modos elásticos capturaram de forma precisa o acoplamento dinâmico entre seções da estrutura, incluindo defasagens de 180° entre os eixos x e z , indicando torções típicas de lançadores com geometria esbelta.

No fim da queima, os modos elásticos evidenciaram o esperado decaimento exponencial das vibrações, com persistência de oscilações suaves nas regiões da coifa e do tanque, conforme previsto para estruturas com baixa dissipação natural de energia. O comportamento subamortecido, somado à presença de picos suaves e platôs, mostrou a transição gradual para um regime balístico, reforçando a validade física do modelo proposto.

Como complemento, os modos de corpo rígido foram também considerados. Embora apresentem magnitudes de aceleração até três ordens de grandeza superiores aos modos elásticos, especialmente devido à ausência de restrições impostas ao sistema (modelo livre-livre), esses modos representam movimentos globais da estrutura, como translações e rotações, importantes para avaliar tendências de movimento da massa total do foguete. Por exemplo, durante o voo pleno no eixo y , as acelerações médias se estabilizaram em torno de 22 m/s^2 , com picos superiores a 48 m/s^2 , o que ajuda a prever carregamentos

iniciais globais que afetam os apoios de tanques, fixações e estruturas secundárias.

A terceira etapa deste trabalho abordou os efeitos do amortecimento. Casos simulados com valores crescentes de amortecimento demonstraram redução progressiva das amplitudes vibratórias, confirmando o comportamento esperado de sistemas lineares subamortecidos. O amortecimento de 3%, adotado com base na literatura aeroespacial, foi capaz de reduzir significativamente os picos sem suprimir completamente os efeitos dinâmicos, preservando a fidelidade física do sistema. A análise do valor quadrático médio (RMS) das acelerações reforçou que estruturas podem sofrer danos acumulativos mesmo na ausência de picos extremos, especialmente em regimes de vibração prolongada.

A comparação entre diferentes casos amortecidos também permitiu traçar um guia prático para calibração futura: estruturas com amortecimento inferior a 2% mantiveram vibrações elevadas e riscos de ressonância, enquanto valores superiores a 5% suprimiram componentes relevantes da resposta. Assim, foi possível concluir que o intervalo de 3% a 4% representa uma faixa ideal para simulações aeroespaciais preliminares, conciliando tempo computacional e precisão estrutural.

Embora os níveis de vibração registrados nos modos elásticos não atinjam limites destrutivos imediatos, essas vibrações podem se tornar críticas em ciclos repetitivos ou para componentes sensíveis, como as fixações de tanques ou plataformas internas. Recomenda-se utilizar os dados extraídos dessa análise como parâmetros básicos para o projeto inicial. No entanto, deve-se realizar análises mais profundas e específicas durante a fase de qualificação estrutural, a fim de avaliar com precisão o comportamento da estrutura sob condições reais de operação e garantir sua segurança e integridade a longo prazo.

Além da análise numérica, recomenda-se para validação de resultados a realização de ensaios modais em solo, com aplicação de excitação por martelo instrumentado e registro por acelerômetros triaxiais ao longo da estrutura, para extração das frequências naturais e modos reais de vibração. Em complemento, propõe-se instrumentação de voo com sensores embarcados, como acelerômetros e giroscópios, integrados a sistemas de aquisição de dados, com o objetivo de comparar os dados reais com os dados simulados, validando os modelos e ajustando parâmetros como amortecimento estrutural, rigidez efetiva e distribuição de massa.

Cumpre-se, assim, o objetivo central deste trabalho: desenvolver não apenas uma análise da resposta estrutural de um foguete, mas um *framework* de simulação robusto, replicável e validável, que possa ser utilizado em fases futuras de projeto. As ferramentas e metodologias adotadas permitem ao engenheiro estrutural antecipar problemas, avaliar criticidade vibratória em subsistemas e tomar decisões informadas para reforço, isolamento ou reconfiguração estrutural.

Como perspectivas para trabalhos futuros, propõe-se o aperfeiçoamento do modelo, simulando de maneira mais robusta os componentes e seus mecanismos de fixação na estrutura, além da modelagem de interações fluido-estrutura em zonas críticas como o bocal e a região do tanque. A introdução de carregamentos térmicos e a análise termomecânica também poderão ampliar o escopo do modelo. Por fim, a aplicação deste modelo a veículos de maior porte e perfis de missão mais longos abrirá novos caminhos para a otimização integrada de foguetes do ponto de vista estrutural e dinâmico.

Em síntese, os resultados obtidos não apenas confirmam as hipóteses iniciais, como estabelecem uma base sólida para o desenvolvimento de foguetes mais seguros, eficientes e confiáveis. A abordagem adotada neste trabalho representa um avanço metodológico relevante para a engenharia aeroespacial aplicada à análise estrutural de veículos lançadores.

Referências

- ANDERSON, J. et al. Computational modeling of rocket propulsion. *Aerospace Science and Technology*, v. 54, p. 123–135, 2016. Citado na página 55.
- ANSYS Inc. *ANSYS Mechanical APDL Theory Reference*. Canonsburg, PA, USA, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 38, 41 e 42.
- ANSYS, INC. *Ansys DesignXplorer User's Guide: Release 22.1*. Canonsburg, Pensilvânia, 2022. Manual. Citado 4 vezes nas páginas 9, 27, 28 e 29.
- BATHE, K. *Finite Element Procedures*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.
- BATHE, K. J. *Finite Element Procedures*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1996. Citado 5 vezes nas páginas 25, 27, 28, 29 e 30.
- Brazilian Space. *O Brasil Visualiza Dois Novos e Poderosos Foguetes de Sondagens*. 2018. Blog post, Brazilian Space. Post sobre os projetos VS-43 e VS-50 do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE). Disponível em: <<https://brazilianspace.blogspot.com/2018/05/o-brasil-visualiza-dois-novos-e.html>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 31.
- California Academy of Sciences. *Anatomy of a Rocket*. 2021. Educational PDF. Disponível em: <https://www.calacademy.org/sites/default/files/assets/docs/calacademy-sah-rockets-anatomy_of_a_rocket-210415.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. *Introduction to Finite Elements in Engineering*. [S.l.]: Prentice Hall, 2002. Citado na página 30.
- Chemical Propulsion Laboratory (CPL), UnB. *Desenvolvimento e teste de um motor foguete a propelentes híbridos fabricado por manufatura aditiva*. 2025. <<https://cpl.unb.br/desenvolvimento-e-teste-de-um-motor-foguete-a-propelentes-hibridos-fabricado-por-manufatura-aditiva>>. Projeto financiado pelo CNPq. Acesso em: 15 jul. 2025. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 58.
- COOK, R. D. et al. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. [S.l.]: Wiley, 2001. Citado na página 30.
- COOK, R. D. et al. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 25, 26, 27, 28 e 29.
- CURTIS, H. D. *Orbital Mechanics for Engineering Students*. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2016. Citado na página 33.
- EWINS, D. J. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. [S.l.]: Research Studies Press Ltd, 2000. Citado na página 26.
- FELIPPA, C. *Introduction to Finite Element Methods*. Boulder, CO, USA: Department of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado at Boulder, 2004. Citado na página 28.

- FISH, J.; BELYTSCHKO, T. *A First Course in Finite Elements*. [S.l.]: Wiley, 2007. Citado na página 30.
- FRANSEN, S. et al. Damping methodology for condensed solid rocket motor structural models. In: PROULX, T. (Ed.). *Proceedings of the IMAC-XXVIII*. Jacksonville, Florida, USA: Society for Experimental Mechanics, 2010. Citado na página 34.
- GAO, G. *Fundamentals of Aerospace Propulsion*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2016. Citado na página 34.
- GRAHAM, R. et al. End-of-burn modeling in rocket engines. *Journal of Aerospace Engineering*, v. 21, n. 3, p. 213–225, 2018. Citado na página 56.
- HILL, M. et al. Simulation of rocket engine performance. *Journal of Propulsion and Power*, v. 33, n. 4, p. 987–998, 2017. Citado na página 55.
- HILL, P. G.; PETERSON, C. R. *Rocket Propulsion Elements*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2012. Citado na página 33.
- HUGHES, T. J. R. *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. [S.l.]: Dover Publications, 2000. Citado na página 30.
- HUZEL, D. K.; HUANG, D. H. *Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines*. USA: AIAA, 1992. Citado na página 54.
- INMAN, D. *Engineering Vibration*. 4th. ed. [S.l.]: Pearson, 2014. Citado na página 38.
- KRIVANEK, T. M.; YOUNT, B. C. *Composite Payload Fairing Structural Architecture Assessment and Selection*. [S.l.], 2012. Avaliação de arquiteturas compostas para ogivas de foguetes. Disponível em: <<https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20120009204.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- KÅSIN, J. I.; MANSFIELD, N.; WAGSTAFF, A. Whole body vibration in helicopters: risk assessment in relation to low back pain. *Aviation, Space, and Environmental Medicine*, Aerospace Medical Association, Alexandria, VA, USA, v. 82, n. 8, p. 790–796, 2011. Citado na página 21.
- LACKNER, M. et al. Advances in rocket propulsion. *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 53, n. 2, p. 400–415, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 56.
- LBF, F. *Silent Running — vibro-acoustic metamaterials to reduce vibrations in space travel applications*. 2024. Website, Fraunhofer LBF. Descreve o uso de metamateriais vibro-acústicos para redução de vibrações em componentes de foguetes. Disponível em: <<https://www.lbf.fraunhofer.de/en/projects/silent-running-vibroacoustic-metamaterials.html>>. Citado na página 20.
- LEE, H.-H. *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench*. Mission, KS, USA: SDC Publications, 2015. Citado na página 29.
- LOGAN, D. L. *A First Course in the Finite Element Method*. [S.l.]: Cengage Learning, 2011. Citado na página 25.
- NAKASONE, Y.; YOSHIMOTO, S. *Engineering Analysis with ANSYS Software*. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2006. Citado na página 29.

NASA Glenn Research Center. *Multistage Rocket*. 2023. Web article. Descrição do conceito de foguetes em múltiplos estágios e separações. Disponível em: <<https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/structural-system/>>. Citado na página 32.

NASA Glenn Research Center. *Payload Adapter / Interstage*. 2023. Web page. Detalhes sobre adaptadores e interstágio para separação de estágios. Disponível em: <<https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/structural-system/>>. Citado na página 32.

NASA Glenn Research Center. *Structural System*. 2023. Web page. Descrição das quatro principais partes de um foguete. Disponível em: <<https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/structural-system/>>. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.

RAO, S. S. *Vibration of Continuous Systems*. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

REDDY, J. *An Introduction to the Finite Element Method*. New York, NY, USA: McGraw-Hill, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.

REDDY, J. *Finite Element Methods for Engineering Applications*. Oxford, UK: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.

REDDY, J. N. *An Introduction to the Finite Element Method*. [S.l.]: McGraw-Hill, 2006. Citado na página 30.

RISO, C. et al. Experimental validation of solid rocket motor damping models. *CEAS Space Journal*, Springer, v. 10, n. 1, p. 1–15, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 135.

SAAD, Y. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 29.

SHIRI, R. et al. Cervical and lumbar pain and radiological degeneration among fighter pilots: a systematic review and meta-analysis. *Occupational and Environmental Medicine*, BMJ Publishing Group, London, UK, 2014. Citado na página 21.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. *Rocket Propulsion Elements*. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2001. Citado na página 33.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. *Rocket Propulsion Elements*. 7th. ed. [S.l.]: Wiley, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 54, 56 e 57.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. *Rocket Propulsion Elements*. 9th. ed. [S.l.]: Wiley, 2016. Elemento fundamental sobre propulsão líquida e sólida, bocais e carga útil. ISBN 9781118753651. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.

TIMOSHENKO, S.; YOUNG, D.; WEAVER, W. *Vibration Problems in Engineering*. 4th. ed. [S.l.]: Wiley, 1974. Citado na página 38.

TRIPP, L. D. et al. On tracking the course of cerebral oxygen saturation and pilot performance during gravity-induced loss of consciousness. *Human Factors*, SAGE Publications, USA, v. 51, n. 6, p. 775–784, 2009. Citado na página 21.

WISE, D. L.; COATS, E. R.; SOWERS, T. S. *Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines*. Reston, VA, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2017. Citado na página [34](#).

WISE, S. et al. Fuel depletion effects on rocket performance. *Space Propulsion*, v. 45, n. 1, p. 56–68, 2020. Citado na página [56](#).

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. *The Finite Element Method*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2000. Citado na página [30](#).

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2005. Citado 5 vezes nas páginas [25](#), [26](#), [27](#), [28](#) e [29](#).

Apêndices

APÊNDICE A – Análises complementares de aceleração: modos de corpo rígido e variações do amortecimento

A.1 Resposta ao voo pleno - corpo rígido, não amortecidos

Os valores de aceleração no eixo X e Z são semelhantes aos de corpo rígido na decolagem, mesmo com valores de aceleração bem maiores, enquanto a do eixo Y corresponde à forma do modo de aplicação da força, com a amplitude oscilando em torno de 22 [m/s^2] com o pico chegando em torno de 50 [m/s^2].

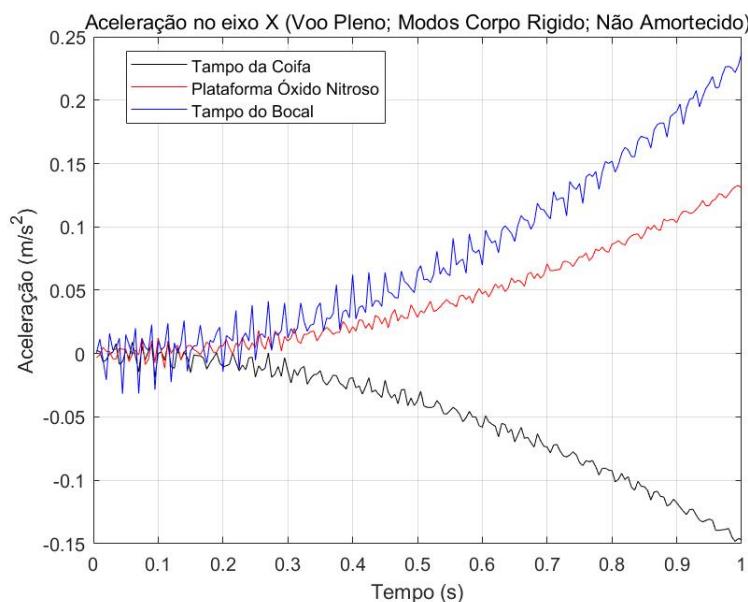


Figura 93 – Resposta ao voo pleno, corpo rígido, não amortecida, eixo X

No eixo X constata-se uma instabilidade maior do que a presente no eixo Z, isso pode ocorrer devido a assimetrias no modelo, ou até devido a modos de vibração influenciando mais um eixo do que o outro. No entanto os valores no eixo X, são um terço dos valores do eixo Z, espelhando o comportamento dos eixos na decolagem.

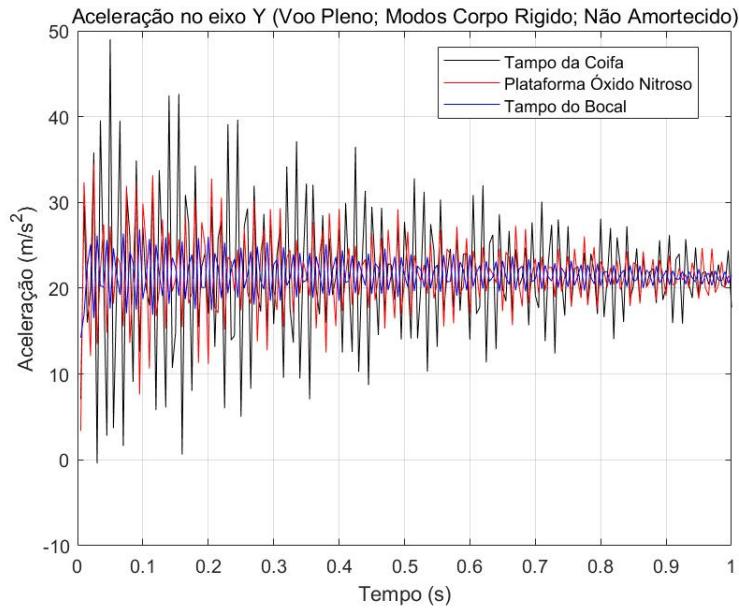


Figura 94 – Resposta ao voo pleno, corpo rígido, não amortecida, eixo Y

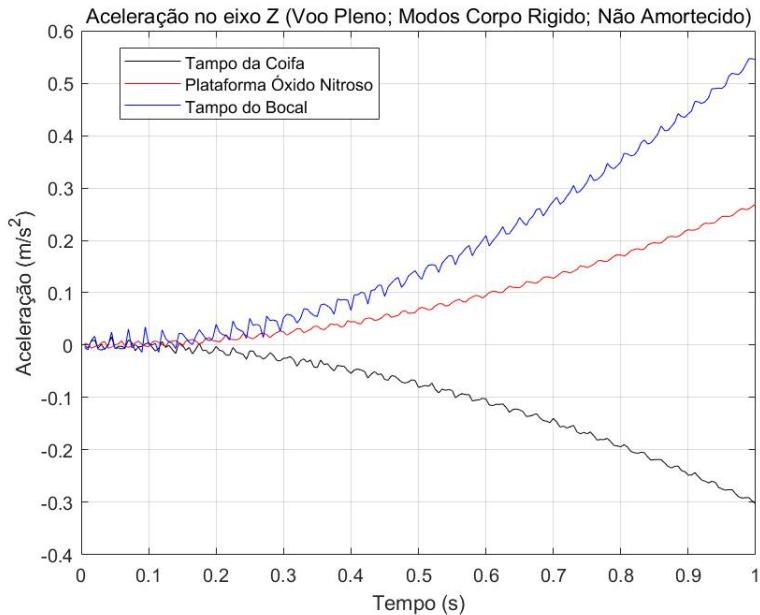


Figura 95 – Resposta ao voo pleno, corpo rígido, não amortecida, eixo Z

A.1.1 Resposta ao voo pleno - 17 Kg e 18 Kg- corpo rígido, não amortecidos

O comportamento dinâmico observado na configuração com 17 kg de óxido nitroso evidencia uma redução nas amplitudes de aceleração, fenômeno semelhante ao verificado na análise restringida aos modos elásticos.

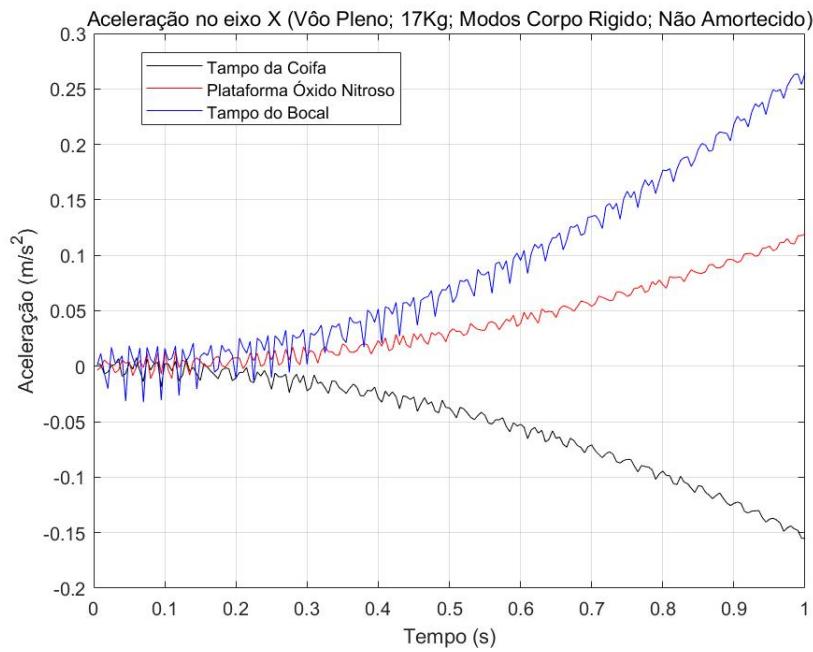


Figura 96 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo X

Contudo, nota-se que as instabilidades associadas aos eixos X e Z são atenuadas, resultando em uma resposta com variações menos abruptas e uma evolução temporal mais regular do que aquela observada no modelo com maior massa. Essa suavização sugere uma alteração no acoplamento modal e na distribuição de energia entre os graus de liberdade, influenciada pela redução da massa inercial.

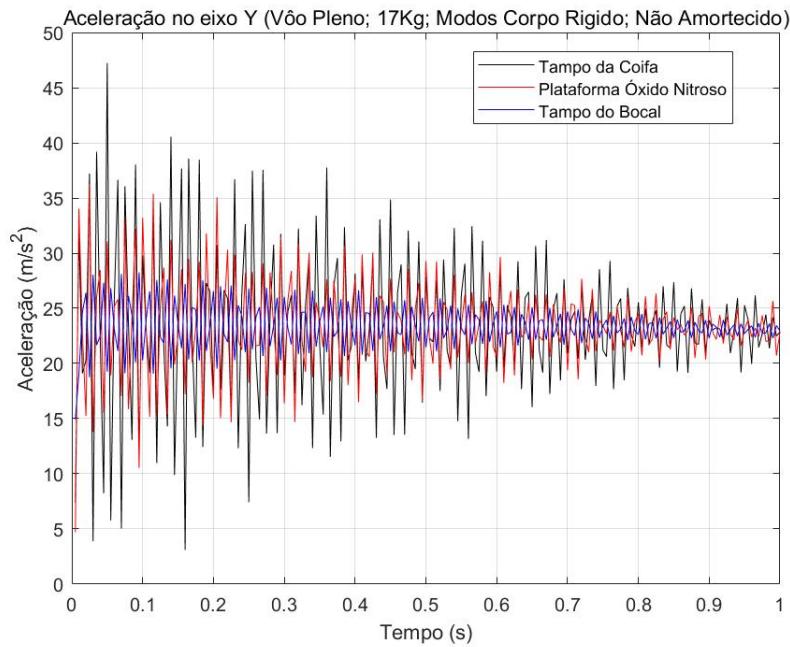


Figura 97 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Y

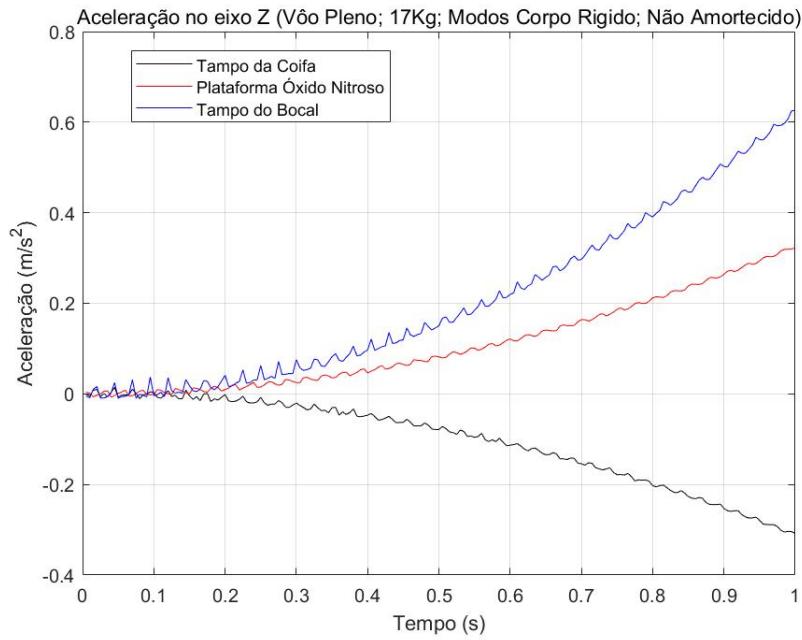


Figura 98 – Resposta ao voo pleno, 17 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Z

Adicionalmente, os resultados obtidos para os casos com 17 kg e 18 kg revelam comportamentos dinâmicos bastante próximos em termos de amplitude, frequência e padrão de amortecimento.

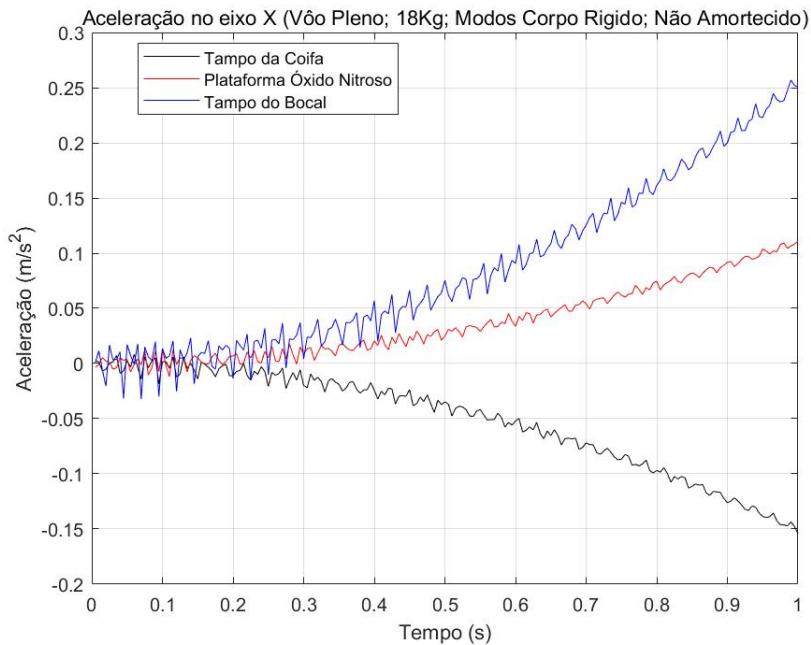


Figura 99 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo X

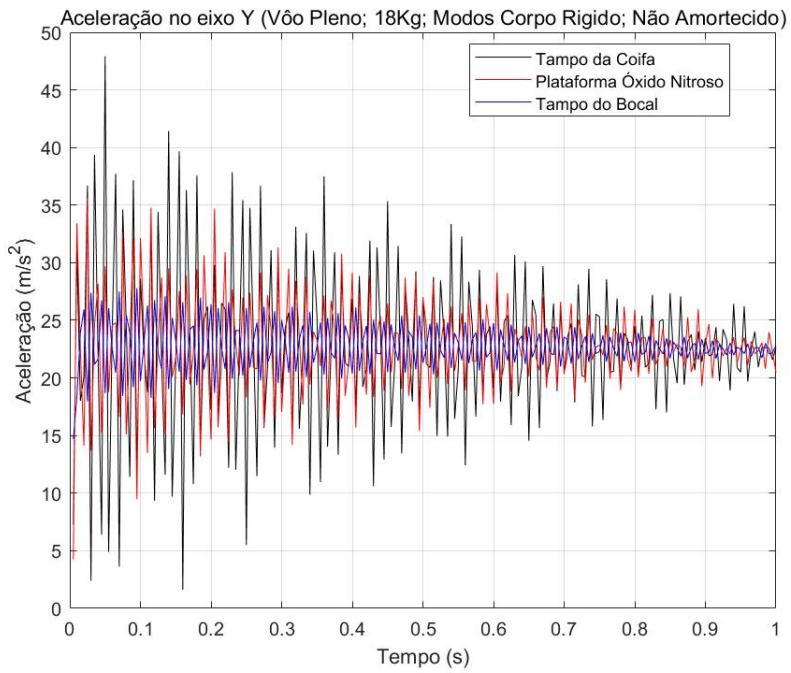


Figura 100 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Y

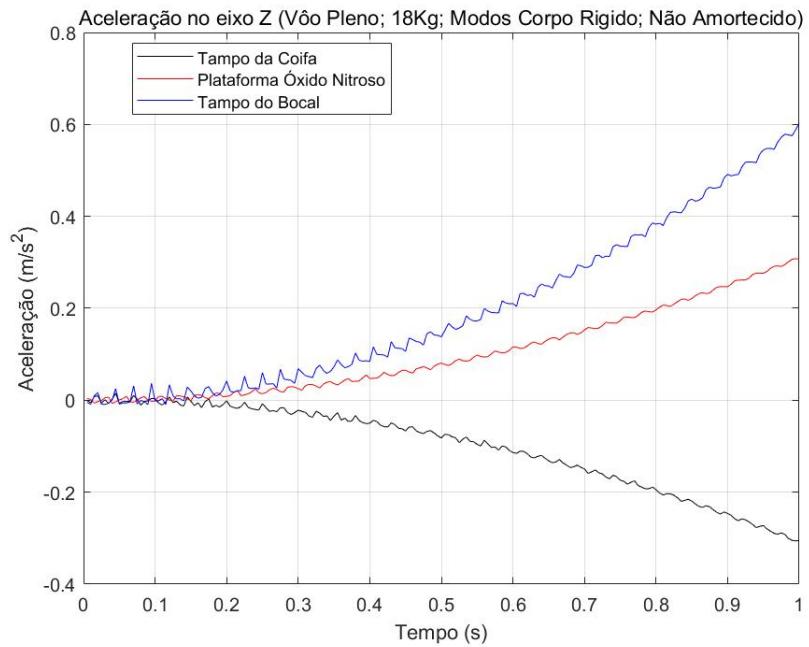


Figura 101 – Resposta ao voo pleno, 18 Kg, corpo rígido, não amortecida, eixo Z

Essa semelhança indica que, em uma fase inicial de projeto ou avaliação estrutural, não se faz necessária a realização de análises independentes para cada variação pontual de massa. As diferenças observadas entre esses dois cenários apresentam baixa relevância na

resposta transiente global, sendo mais perceptíveis na análise modal, onde a redistribuição da massa exerce influência direta nas frequências naturais e nas formas modais associadas.

Observa-se ainda que os maiores picos de aceleração tendem a ocorrer nos modelos com maior massa, refletindo a contribuição da inércia na amplificação da resposta.

Diante disso, adota-se como critério conservador a consideração dos cenários com maior massa para o dimensionamento e a verificação da integridade dos componentes estruturais mais sensíveis, dado que esses representam os estados mais críticos de solicitação dinâmica.

A.2 Resposta ao fim de voo - corpo rígido, não amortecidos

No caso 3, correspondente à resposta em regime de corpo rígido, observa-se que os sinais de aceleração nos eixos X e Z apresentam comportamento praticamente idêntico ao verificado nos casos anteriores, com amplitudes semelhantes às observadas no caso 2. Essa similaridade reforça o caráter predominantemente translacional dessas direções, com oscilações de pequena magnitude se distanciando gradativamente do zero.

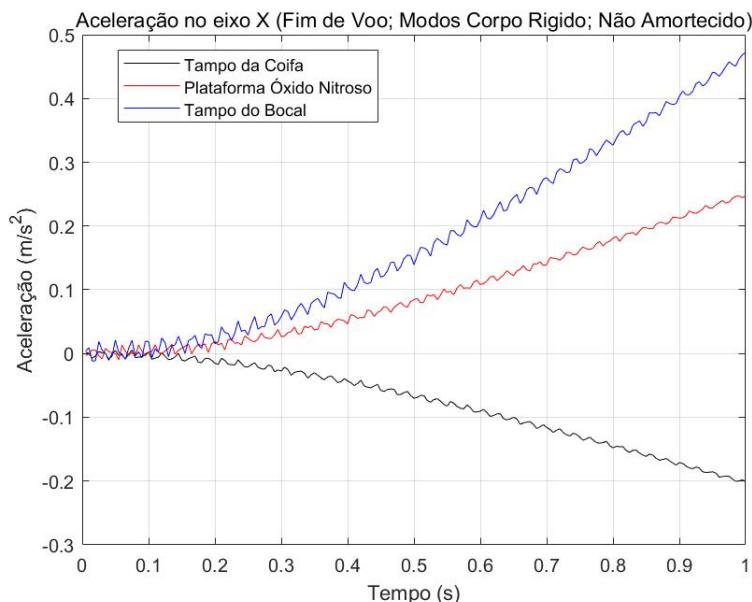


Figura 102 – Resposta ao fim de voo, corpo rígido, não amortecida, eixo X

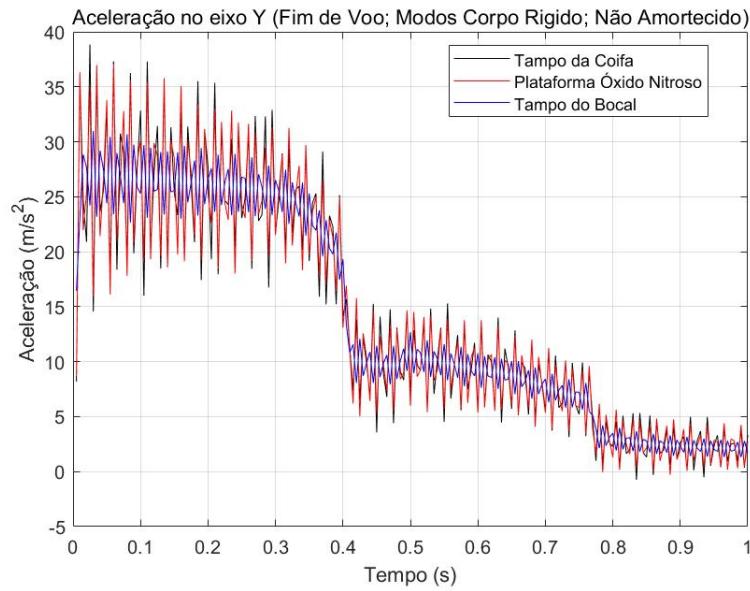


Figura 103 – Resposta ao fim de voo, corpo rígido, não amortecida, eixo Y

No eixo Y, por sua vez, a resposta dinâmica reflete diretamente a descontinuidade associada ao término da queima propulsiva. Identifica-se um pico transitório de aceleração, correspondente ao efeito de retorno abrupto da força, com duração aproximada de 0,4 segundos. Esse fenômeno estende a atuação de forças internas no sistema por um intervalo adicional antes do início efetivo do decaimento, o que retarda o completo esvanecimento da resposta. Este comportamento evidencia a sensibilidade do sistema à rápida variação das condições de carregamento externo e destaca a importância de se considerar os efeitos transitórios mesmo nos modos rígidos.

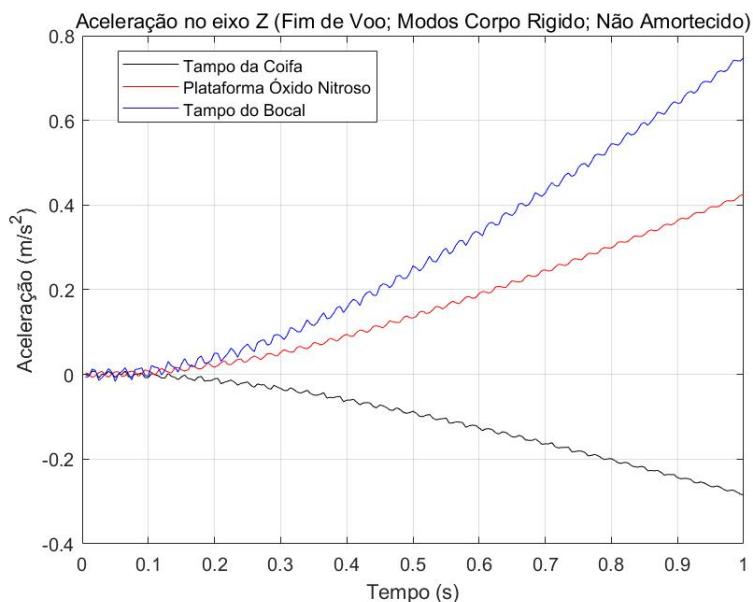


Figura 104 – Resposta ao fim de voo, corpo rígido, não amortecida, eixo Z

A.3 Amortecimento caso 1: lançamento

A.3.1 Amortecimento = 0,01

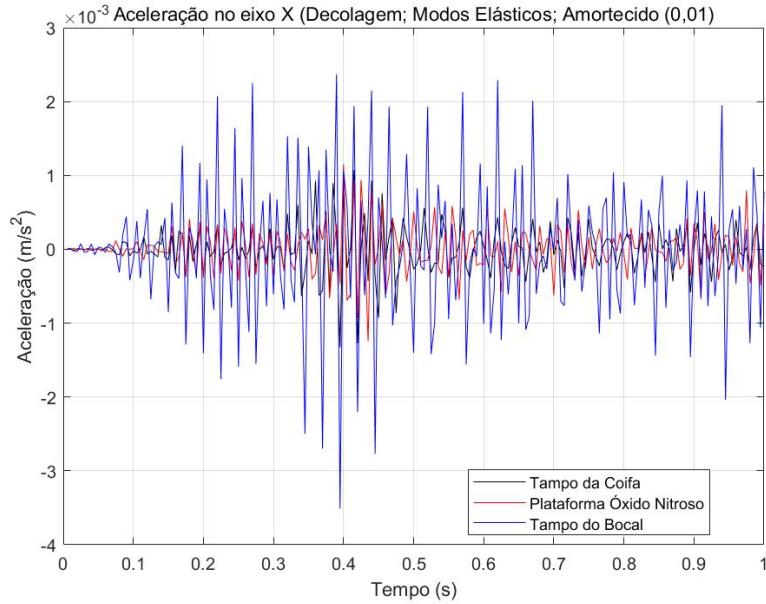


Figura 105 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X

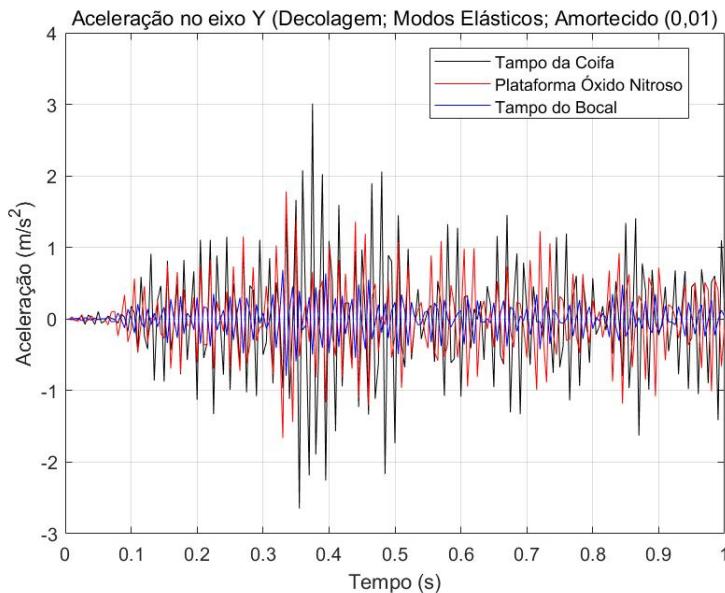


Figura 106 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y

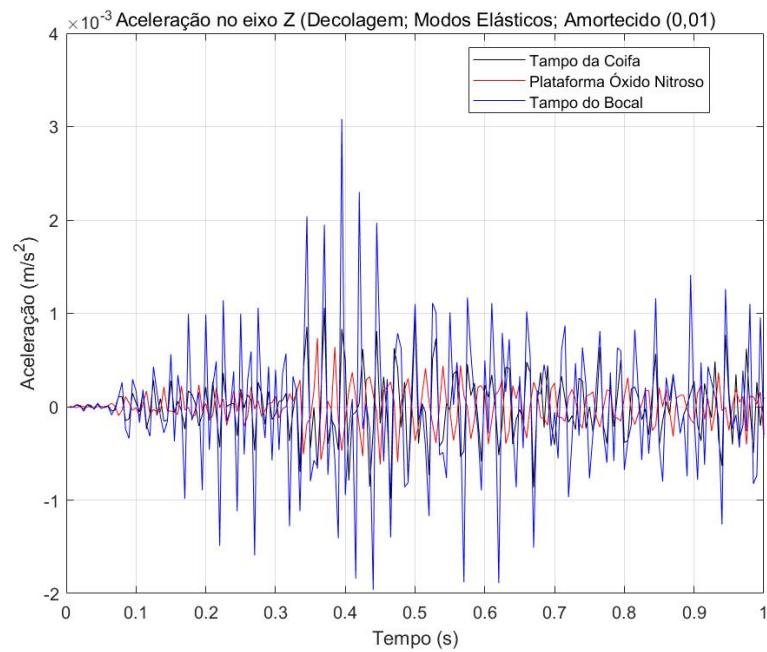


Figura 107 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z

A.3.2 Amortecimento = 0,02

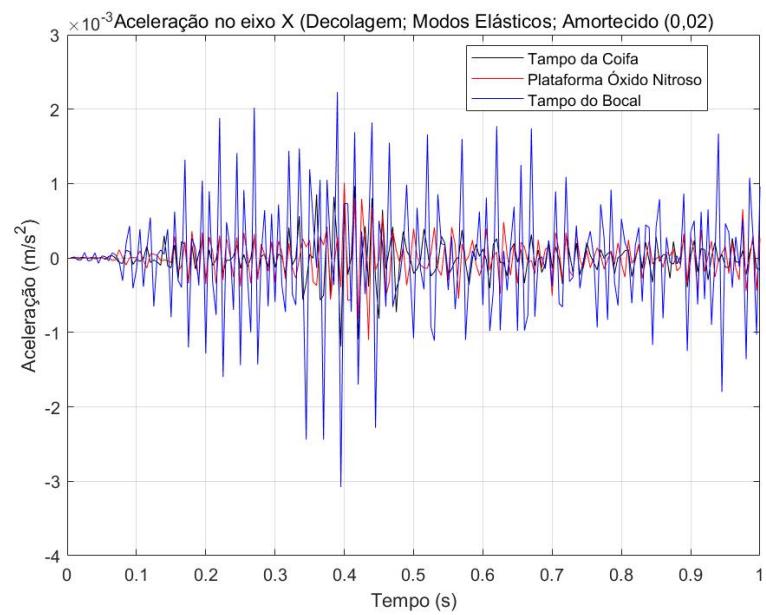


Figura 108 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X

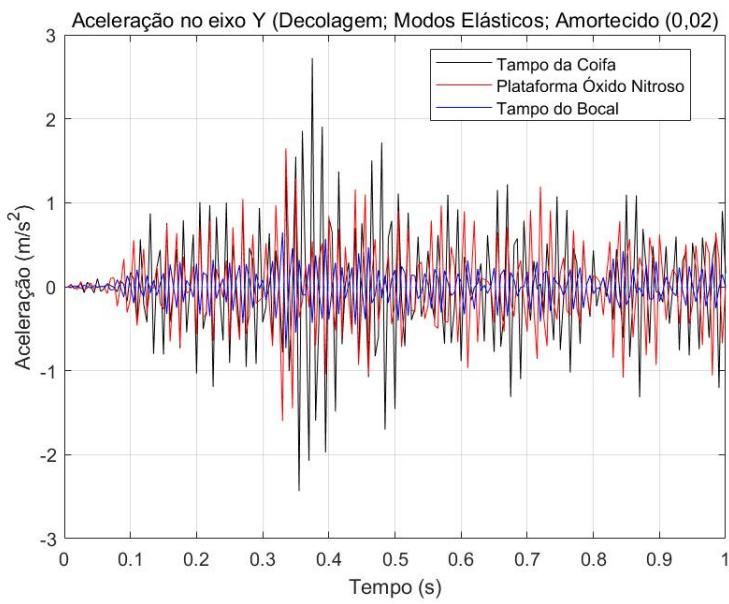


Figura 109 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y

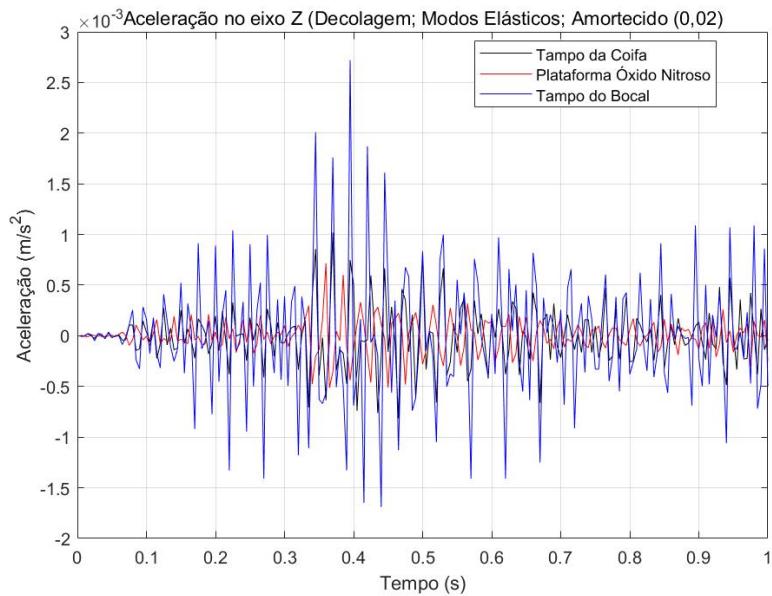


Figura 110 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z

A.3.3 Amortecimento = 0,03

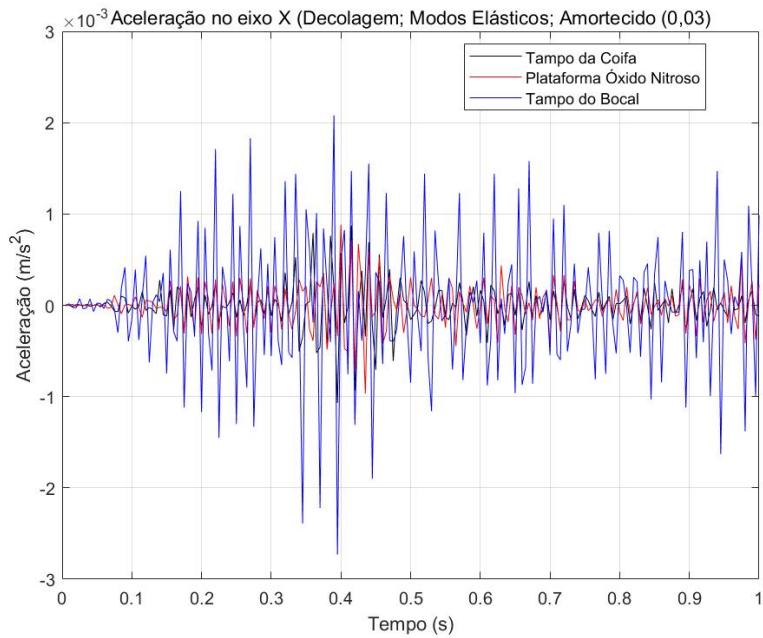


Figura 111 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X

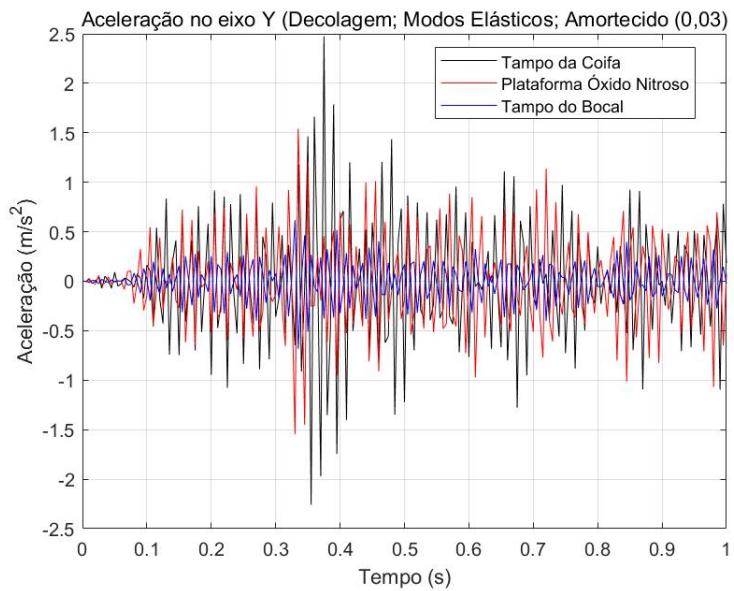


Figura 112 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y

Para um caso com 3% de amortecimento (considerado o valor de ζ ideal para estruturas aeroespaciais (RISO et al., 2017)), observou-se uma nova redução nos valores de pico das acelerações, acompanhada de uma diminuição mais pronunciada no valor médio da resposta dinâmica. Esse comportamento indica uma atuação mais efetiva do

mecanismo de dissipação de energia, contribuindo para uma atenuação geral das vibrações transmitidas à estrutura durante o regime de empuxo.

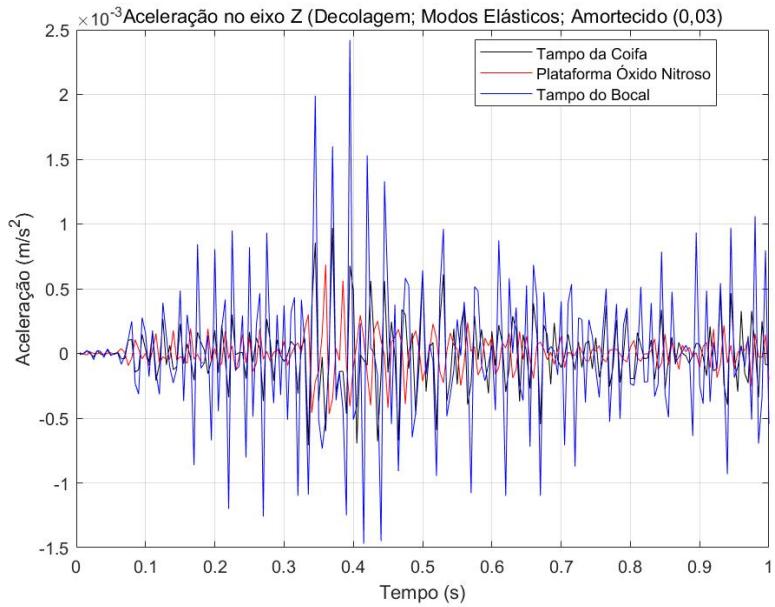


Figura 113 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z

Diferentemente do observado no caso com 0,5% de amortecimento, no qual as respostas ainda mantinham características muito próximas às do sistema não amortecido, aqui já se verifica uma alteração qualitativa no comportamento da vibração. Em todos os eixos (X, Y e Z), nota-se uma concentração mais acentuada das vibrações de maior intensidade em torno de 0,4 segundos após o início da decolagem, coincidindo com o trecho de crescimento exponencial da curva de empuxo, conforme representado na Figura 21.

Essa concentração se torna mais evidente porque, com o aumento do amortecimento, as oscilações subsequentes ao pico passam a ser mais rapidamente amortecidas, reduzindo significativamente suas amplitudes. Assim, o efeito do empuxo sobre a estrutura se manifesta de forma mais concentrada no tempo, com uma resposta que, teoricamente, tenderá a se estabilizar de maneira mais rápida após o evento de maior excitação

A.3.4 Amortecimento = 0,05

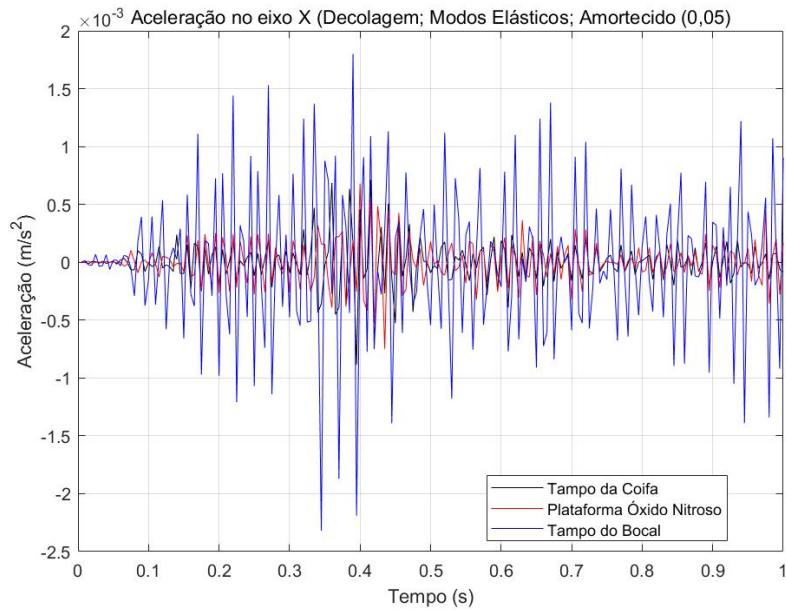


Figura 114 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X

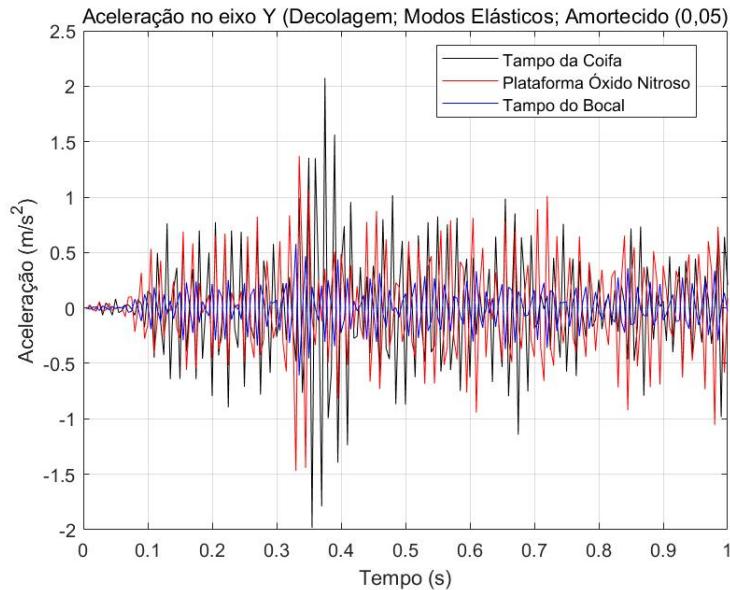


Figura 115 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y

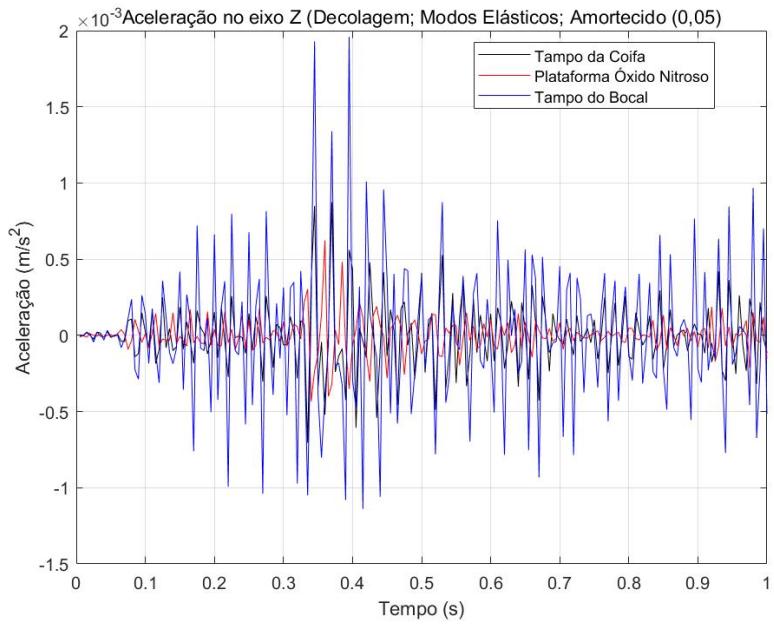


Figura 116 – Resposta ao lançamento, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z

A.4 Amortecimento caso 2: voo pleno

A.4.1 Amortecimento = 0,01

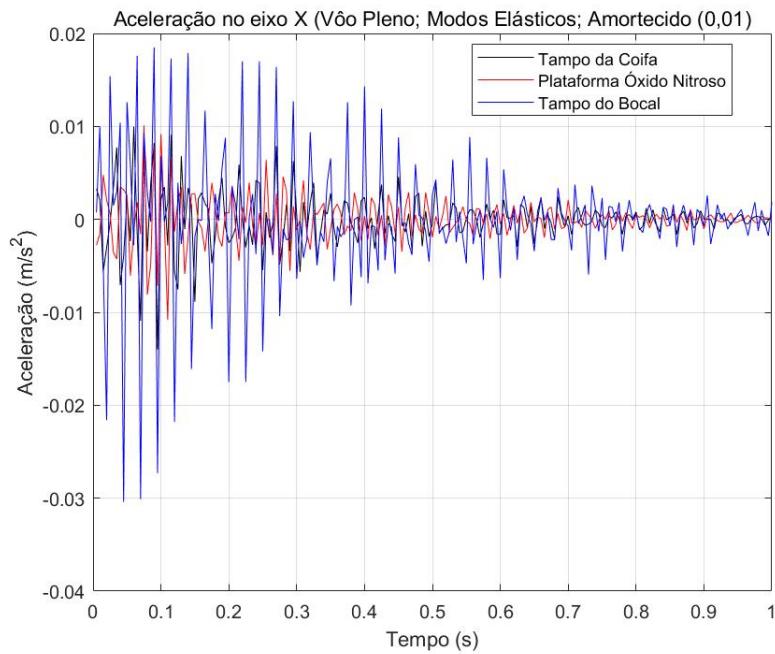


Figura 117 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X

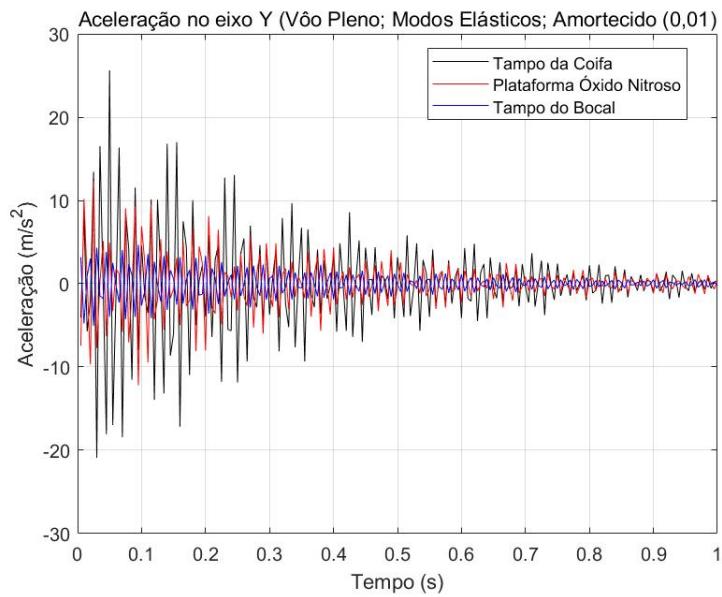


Figura 118 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y

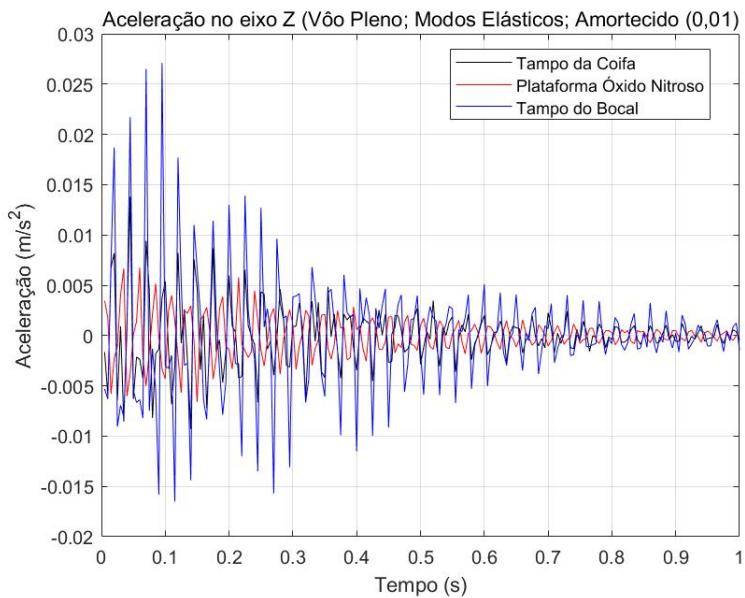


Figura 119 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z

A.4.2 Amortecimento = 0,02

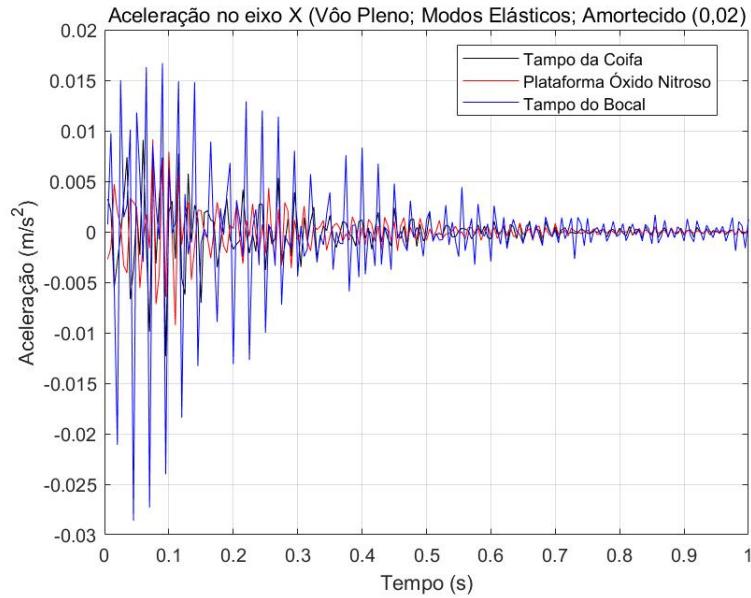


Figura 120 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X

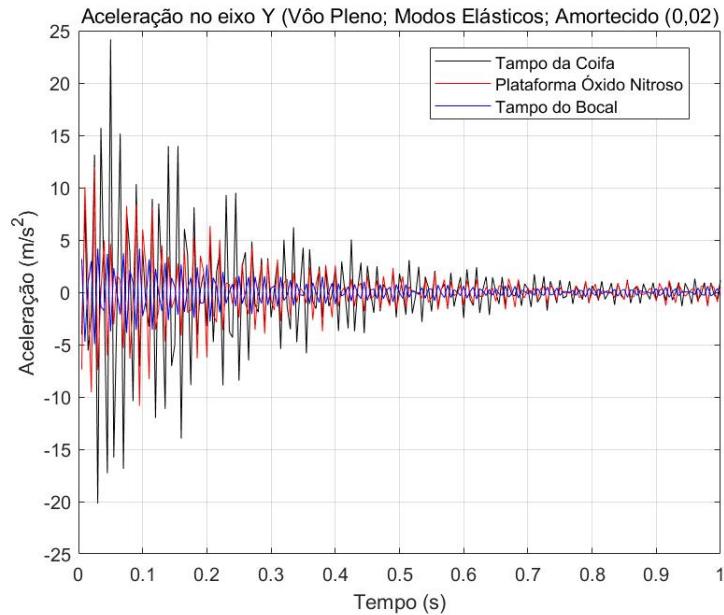


Figura 121 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y

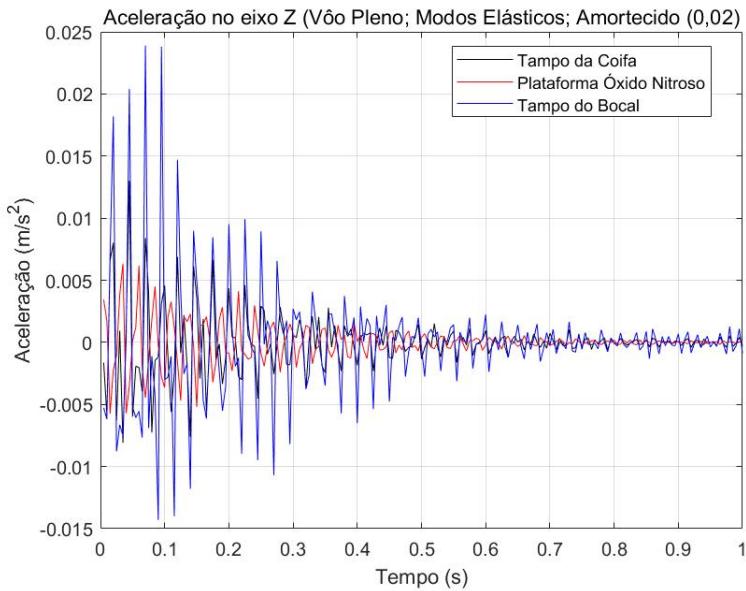


Figura 122 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z

A.4.3 Amortecimento = 0,03

No caso de Voo pleno com 3% de amortecimento, observou-se uma redução adicional nos valores de pico das acelerações em comparação ao caso com 0,5%, indicando um efeito mais efetivo do mecanismo de dissipação de energia. No entanto, essa diminuição, embora relevante, foi proporcionalmente menos expressiva do que aquela verificada na fase de decolagem para o mesmo valor de amortecimento. Isso se deve à diferença nas características excitatórias entre as fases do Voo, sendo a excitação no Voo pleno mais contínua e distribuída, o que limita o impacto do amortecimento sobre os picos iniciais.

Por outro lado, o efeito do amortecimento no decaimento das oscilações foi significativamente mais pronunciado. A taxa de atenuação das vibrações se mostrou substancialmente superior àquela observada no caso com 0,5%, resultando em uma resposta dinâmica muito mais controlada ao longo do tempo. De forma consistente entre os pontos analisados (incluindo a coifa e a plataforma do tanque de óxido nitroso), as amplitudes das vibrações caíram rapidamente após os picos iniciais, atingindo valores inferiores a $2[m/s^2]$ por volta de 0,5 segundos após o início do Voo pleno.

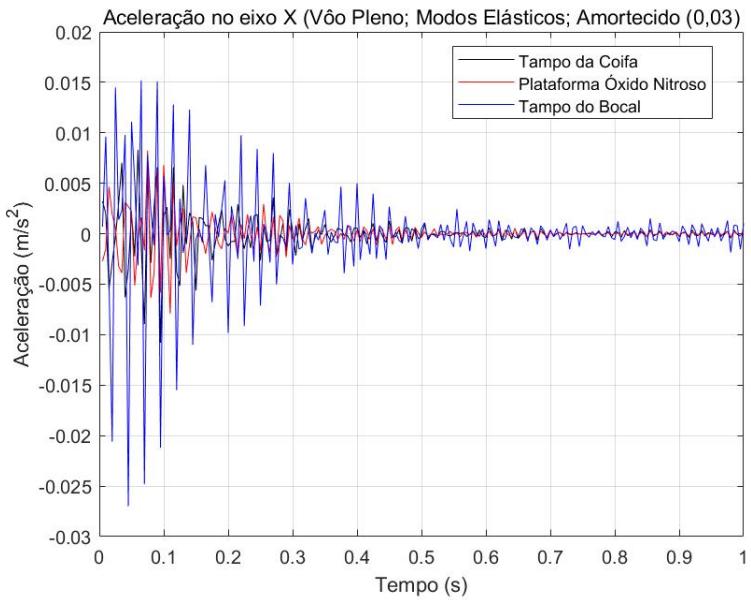


Figura 123 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X

Esse comportamento evidencia a eficácia de um amortecimento de 3% na contenção das oscilações persistentes, tornando a resposta estrutural mais estável e menos suscetível a vibrações prolongadas. Dessa forma, mesmo sem eliminar por completo os picos iniciais, o sistema apresenta um desempenho dinâmico consideravelmente mais estabilizado ao longo da fase de Voo.

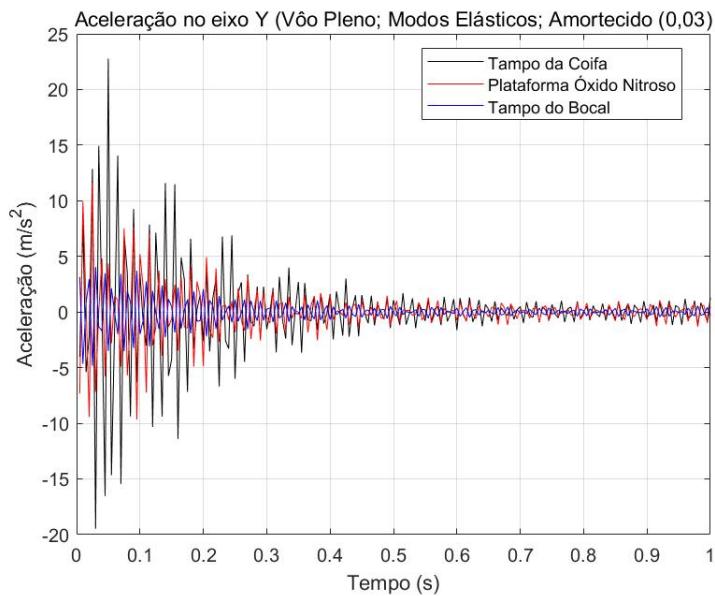


Figura 124 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y

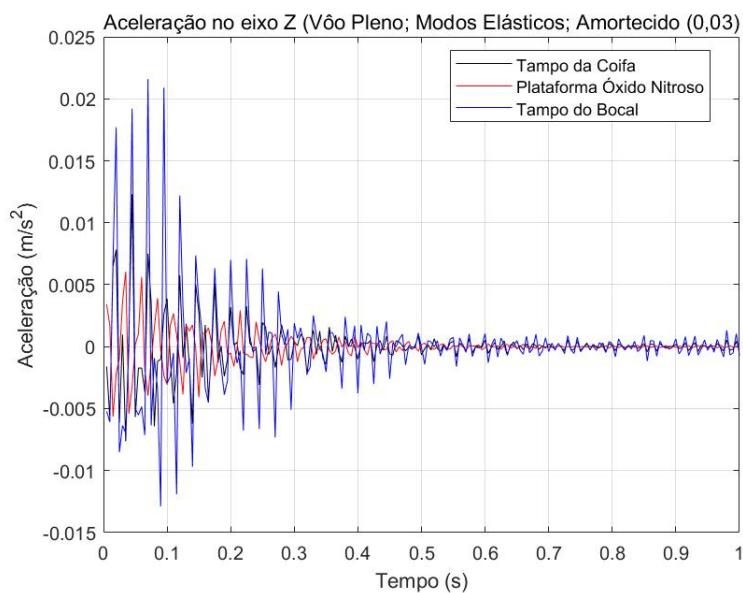


Figura 125 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z

A.4.4 Amortecimento = 0,05

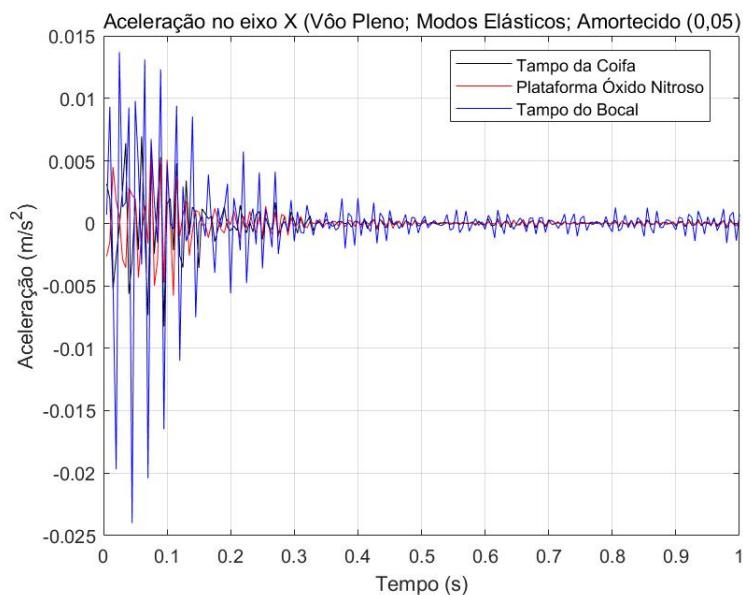


Figura 126 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X

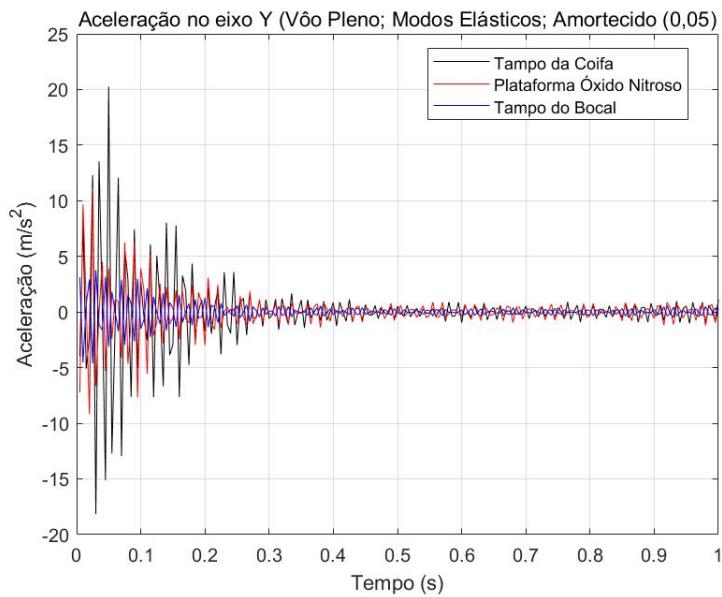


Figura 127 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y

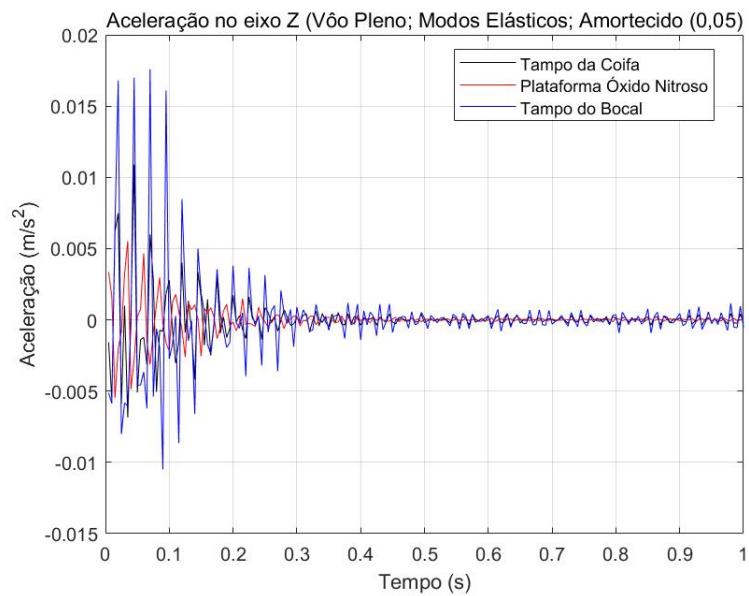


Figura 128 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z

A.4.5 17 Kg

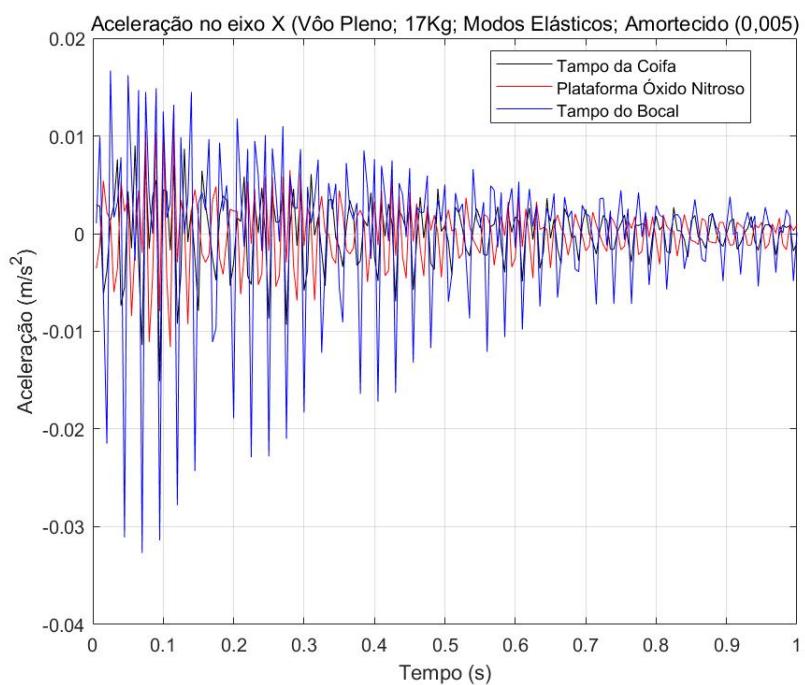


Figura 129 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X

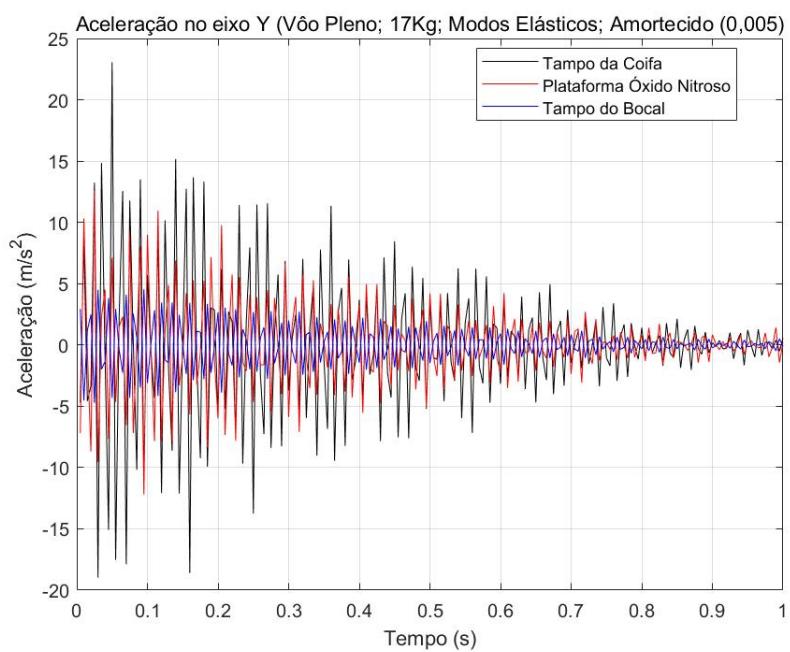


Figura 130 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y

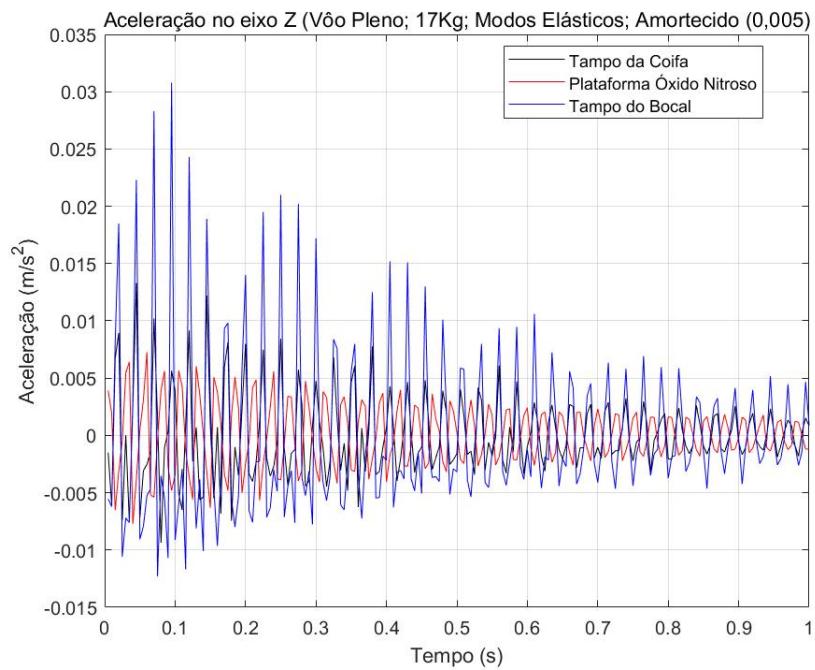


Figura 131 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z

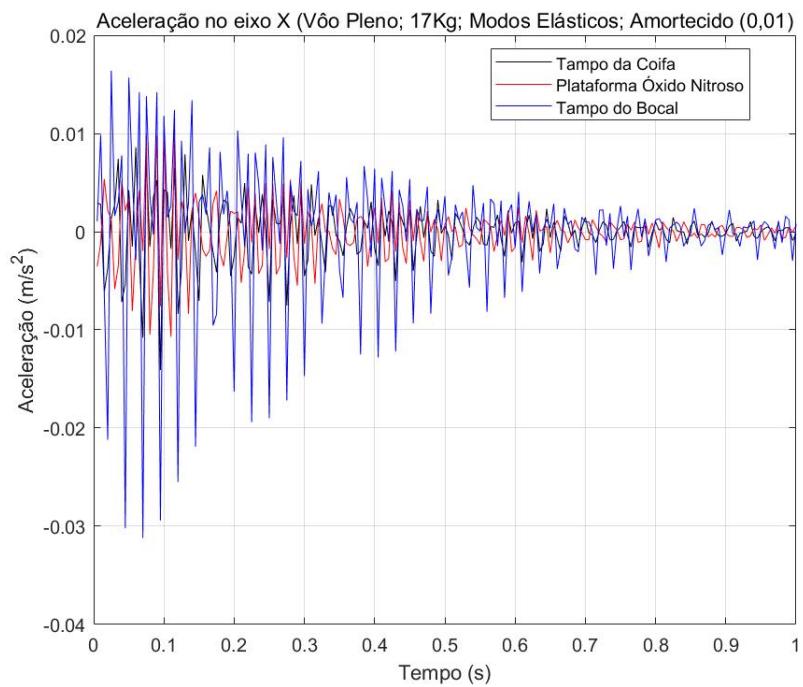


Figura 132 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X

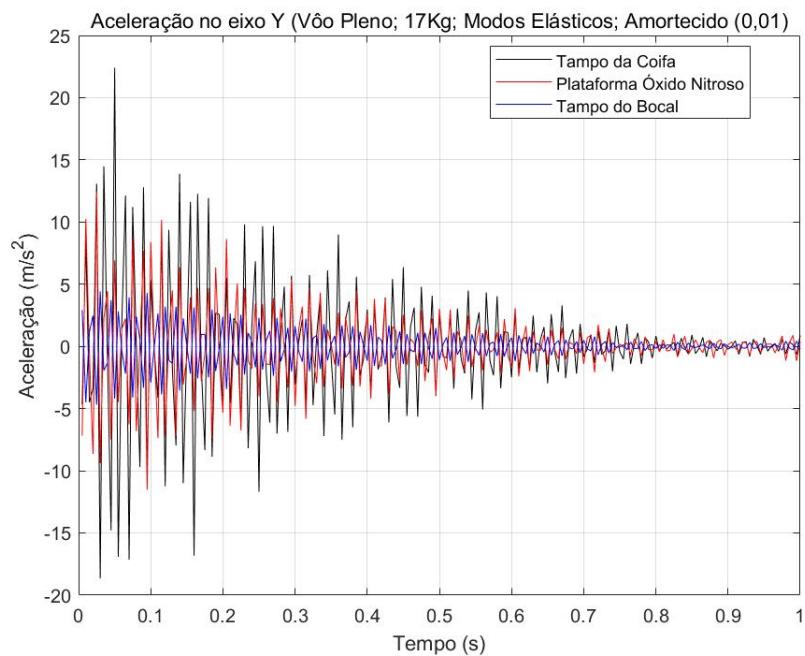


Figura 133 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y

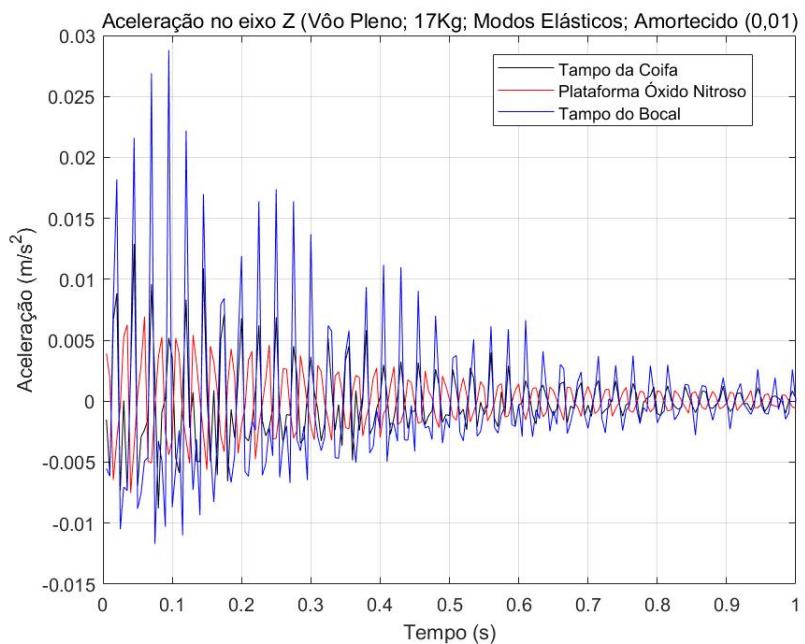


Figura 134 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z

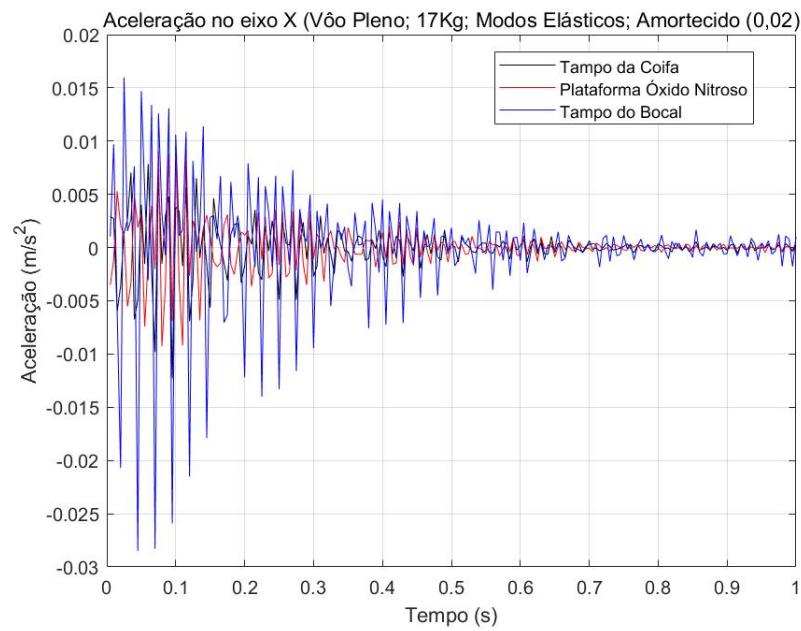


Figura 135 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X

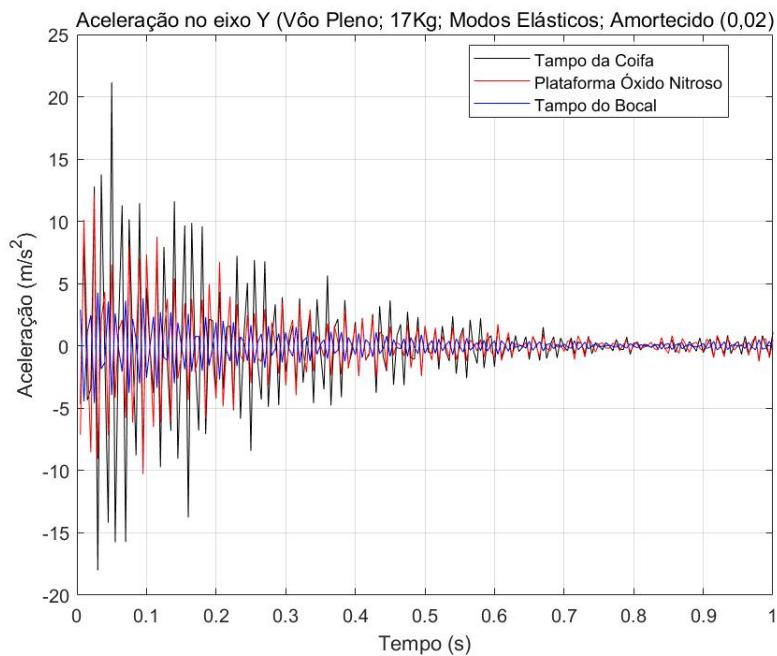


Figura 136 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y

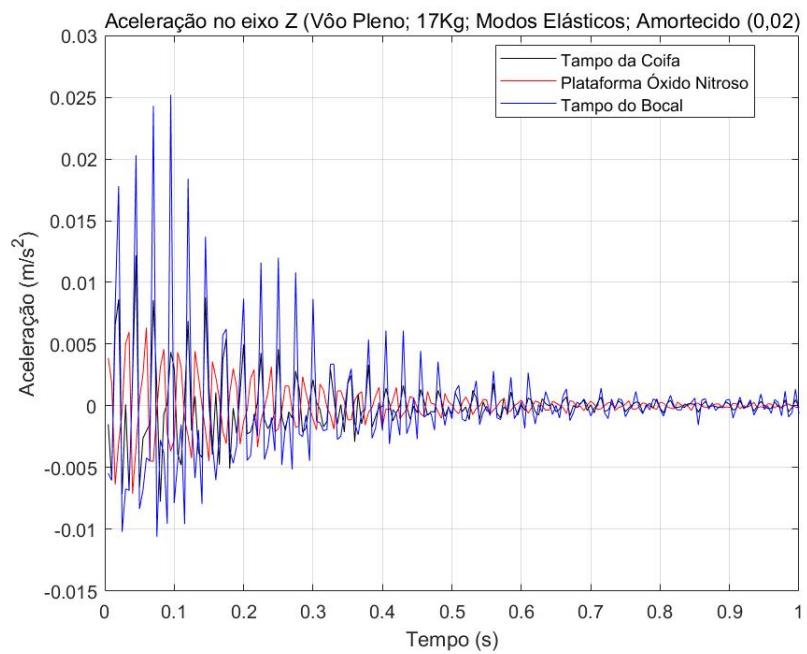


Figura 137 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z

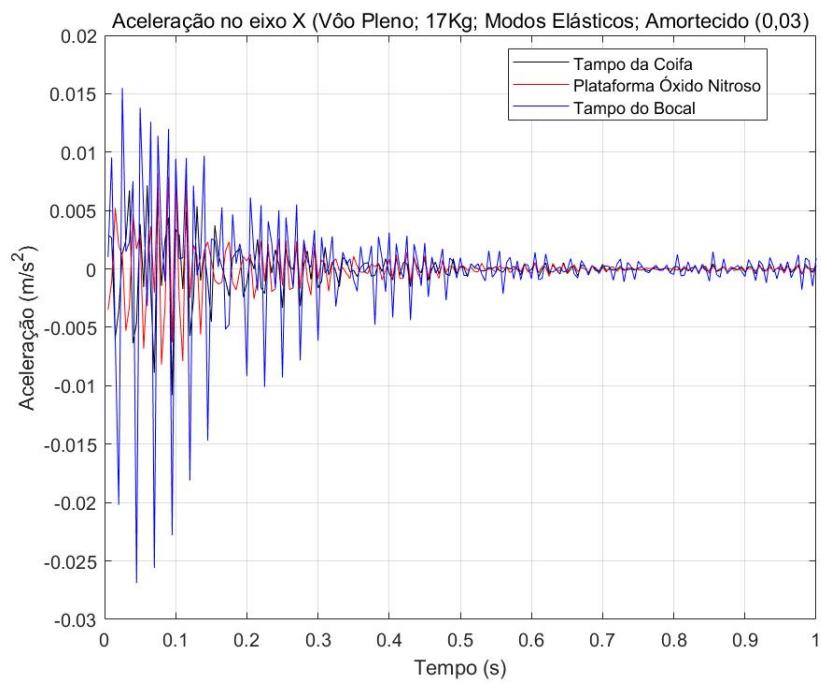


Figura 138 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X

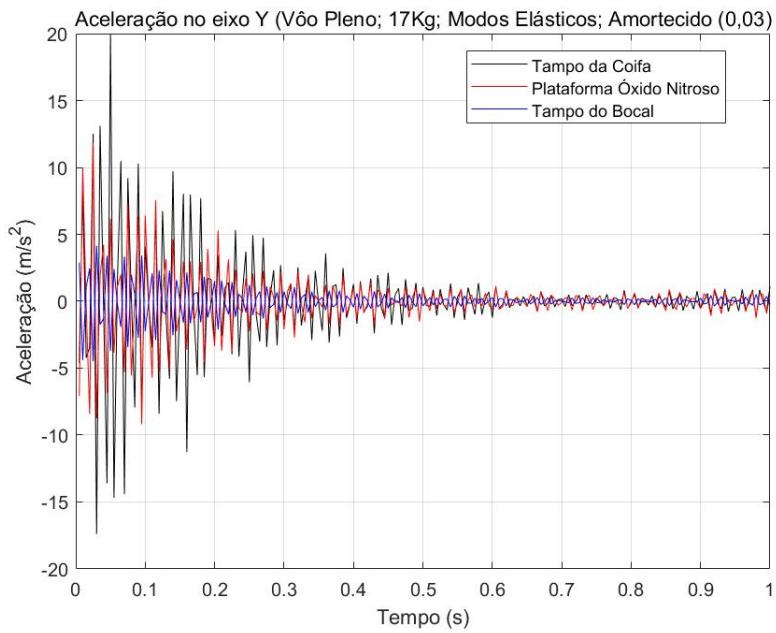


Figura 139 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y

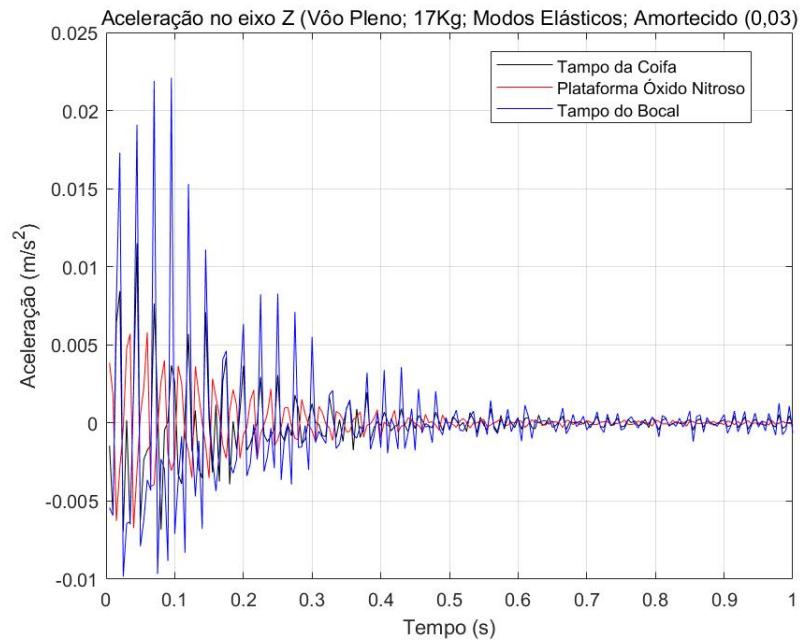


Figura 140 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z

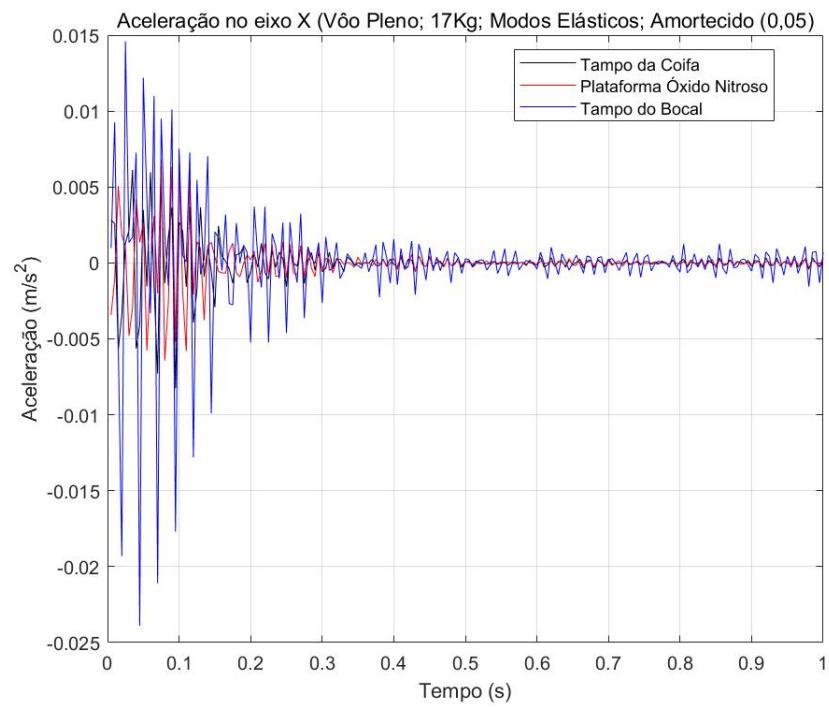


Figura 141 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X

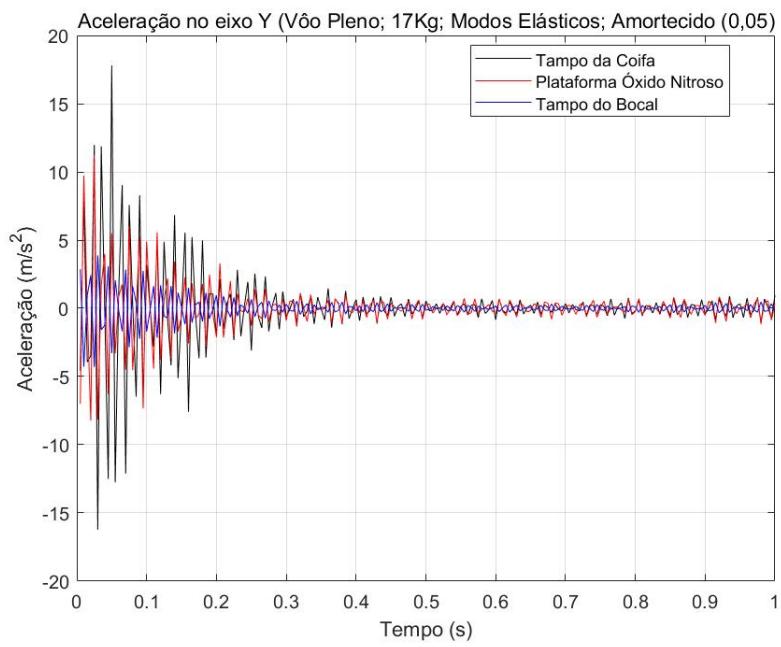


Figura 142 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y

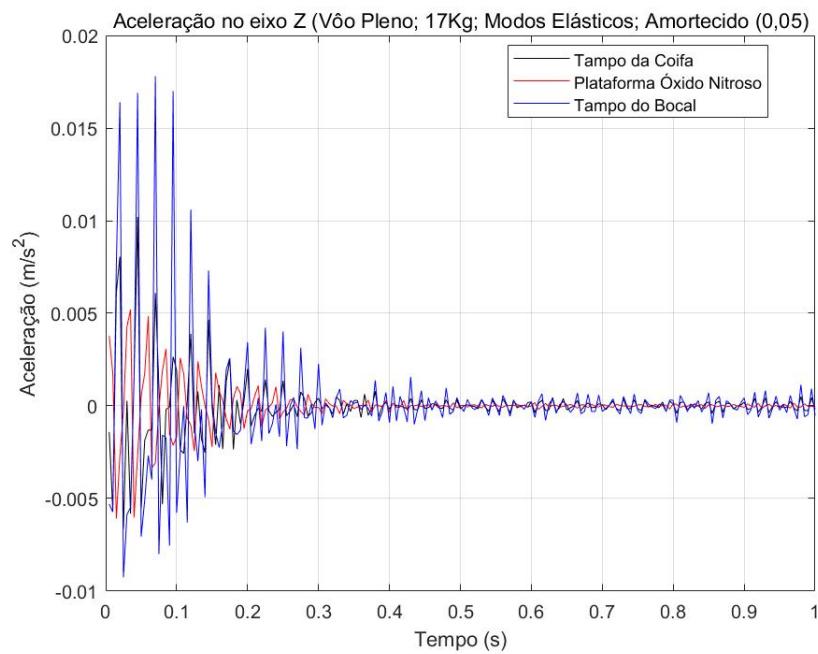


Figura 143 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z

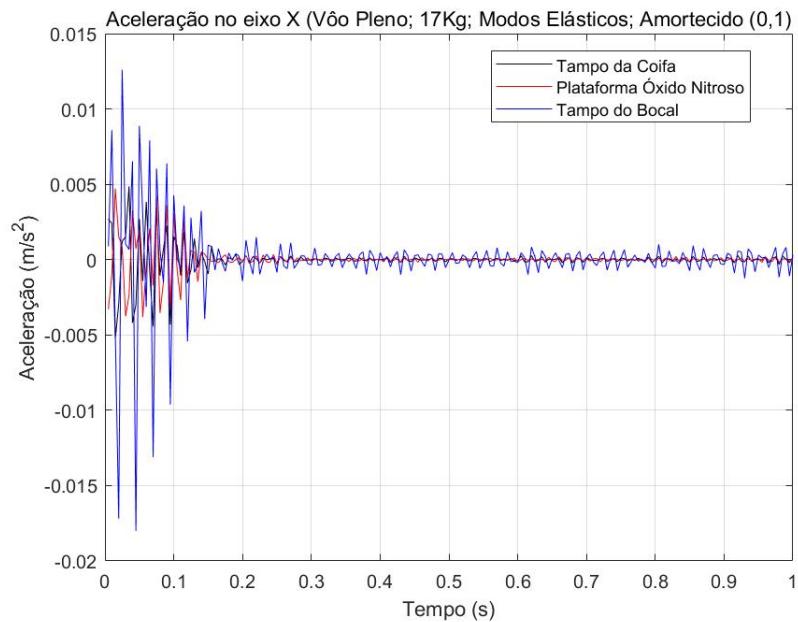


Figura 144 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X

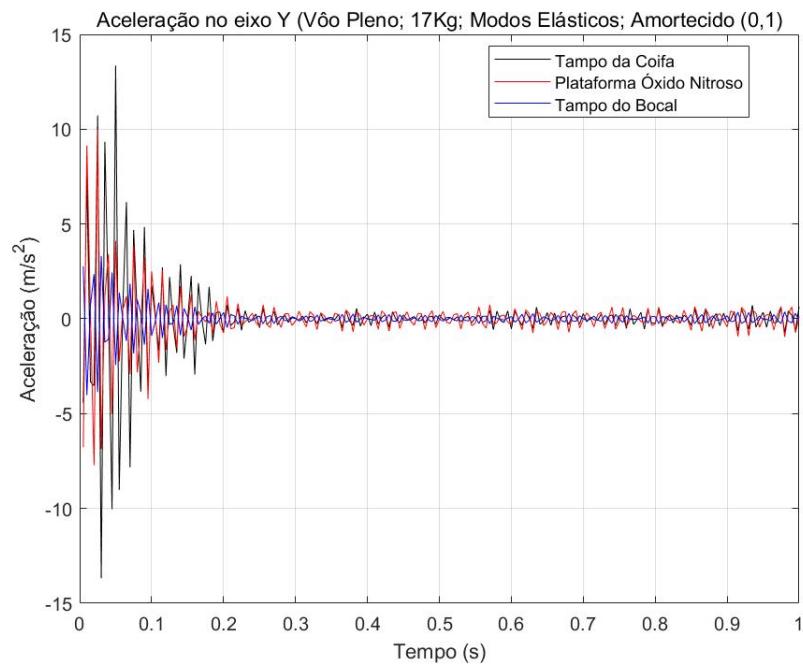


Figura 145 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y

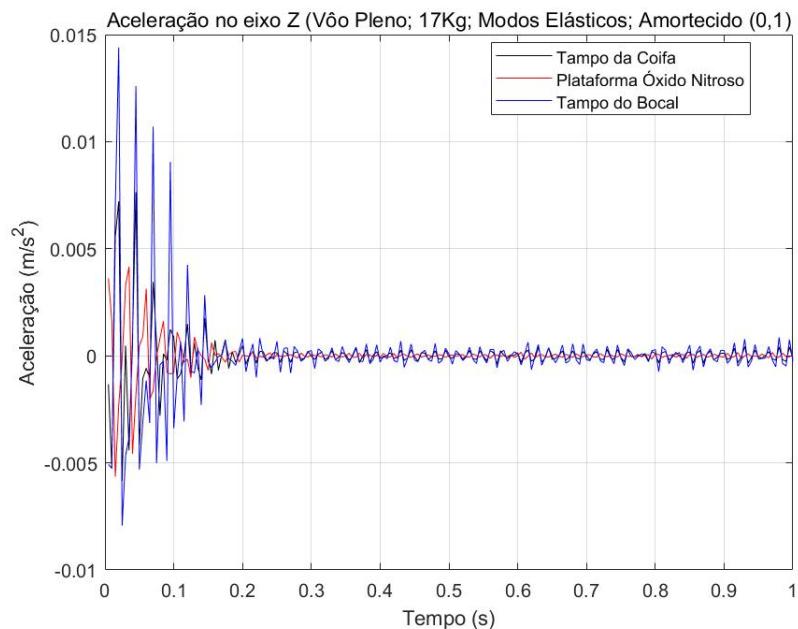


Figura 146 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z

A.4.6 18 Kg

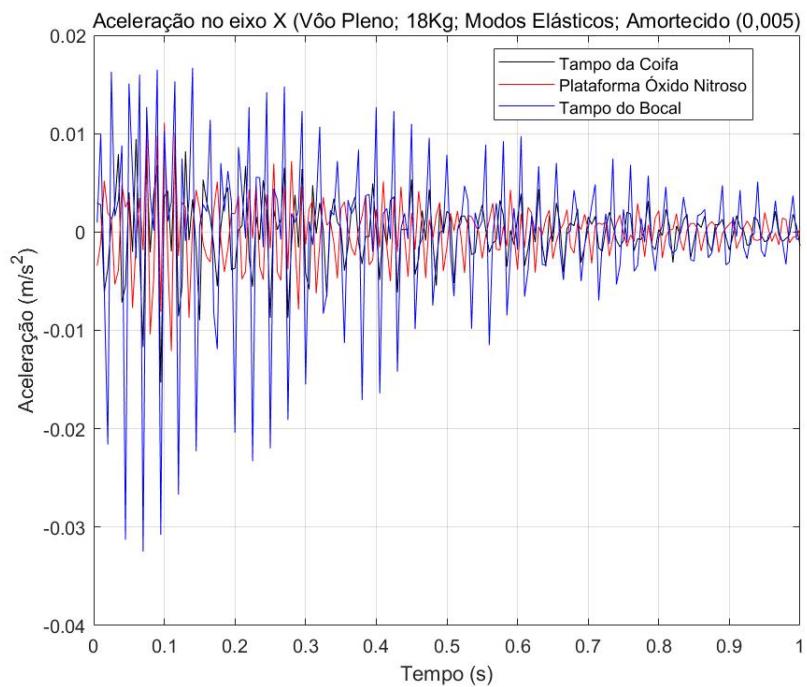


Figura 147 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo X

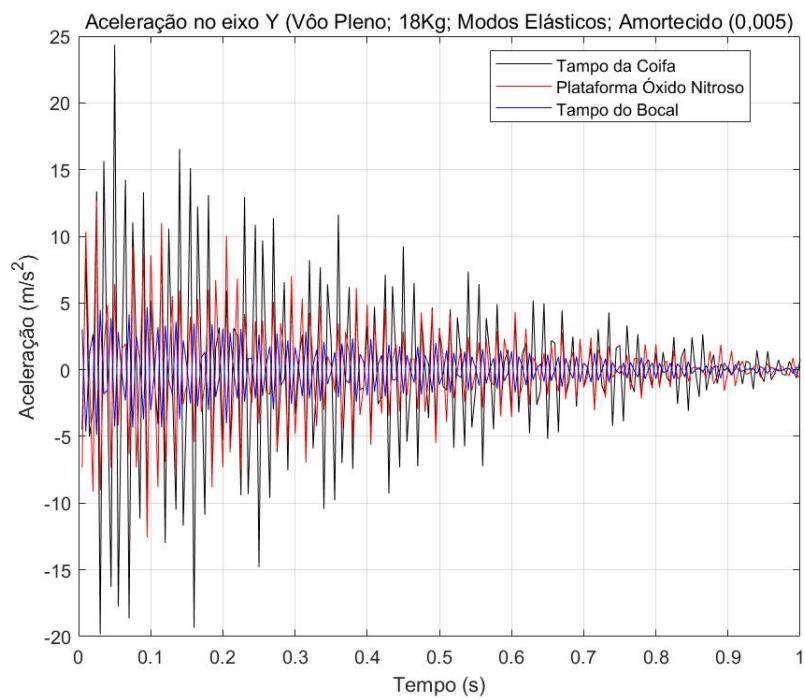


Figura 148 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Y

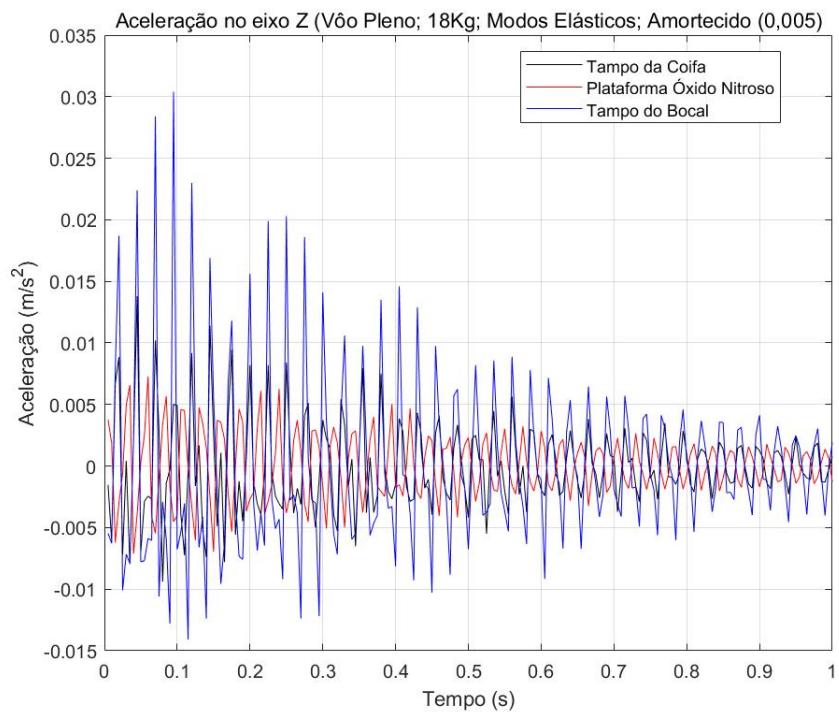


Figura 149 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,005), eixo Z

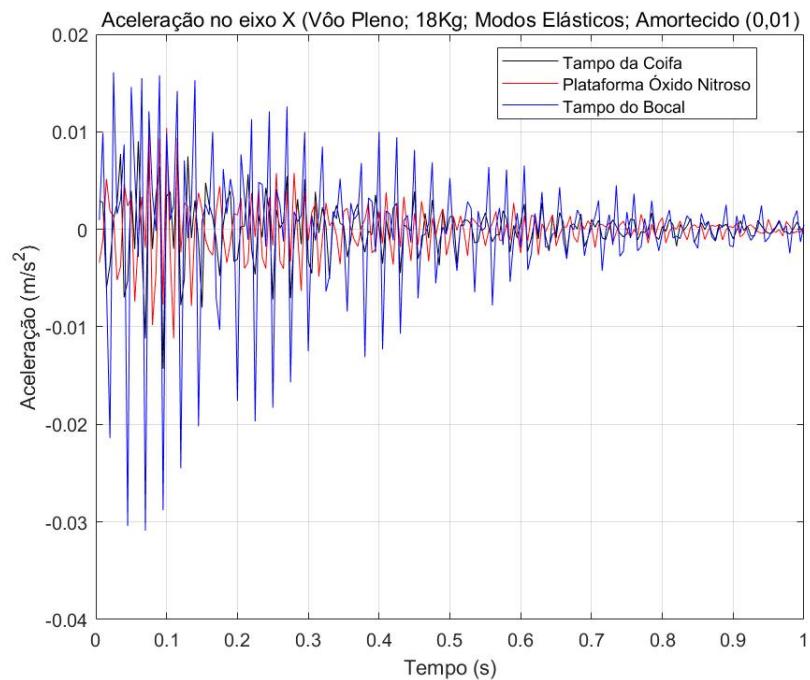


Figura 150 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X

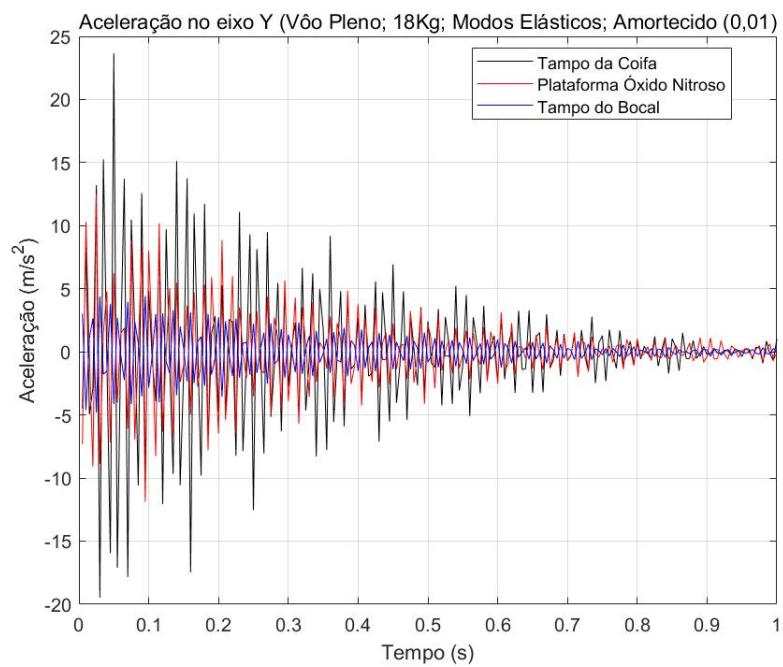


Figura 151 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y

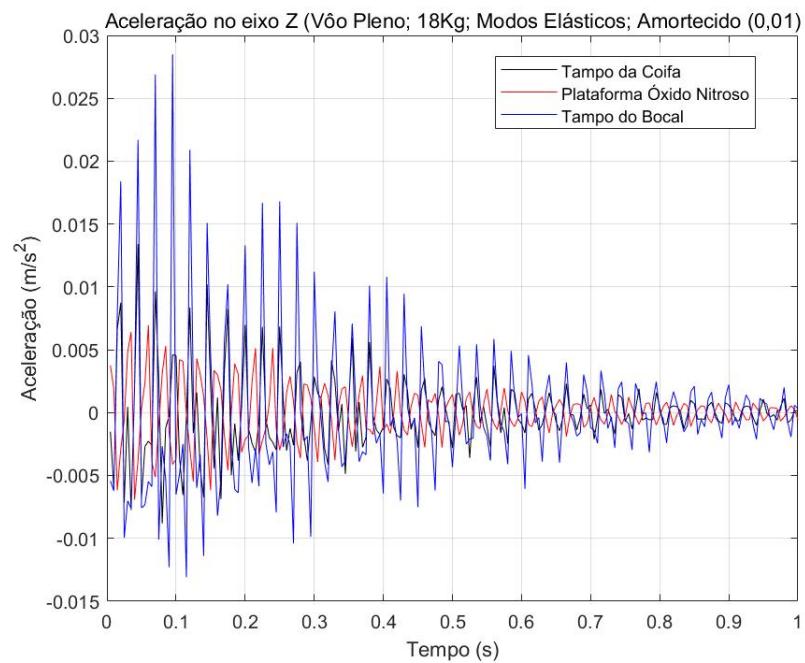


Figura 152 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z

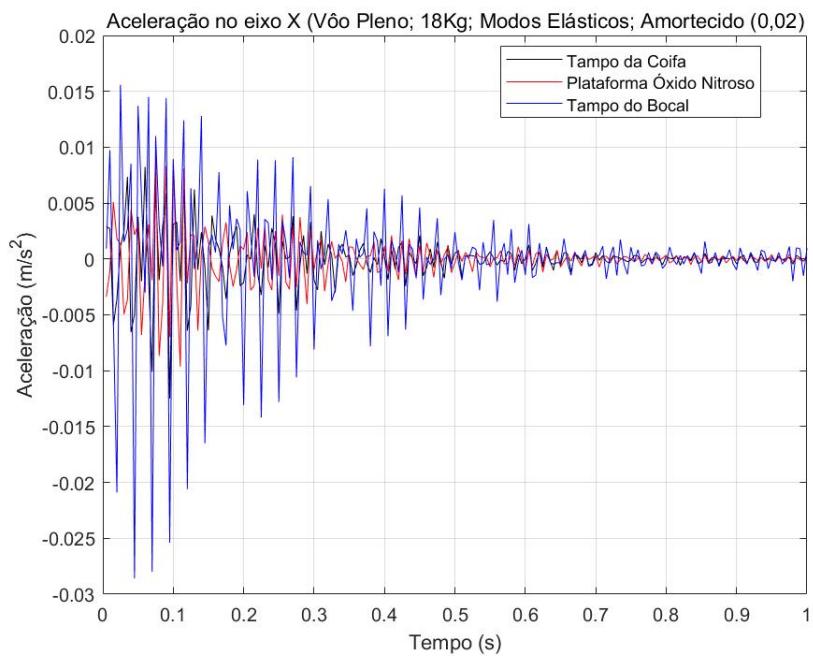


Figura 153 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X

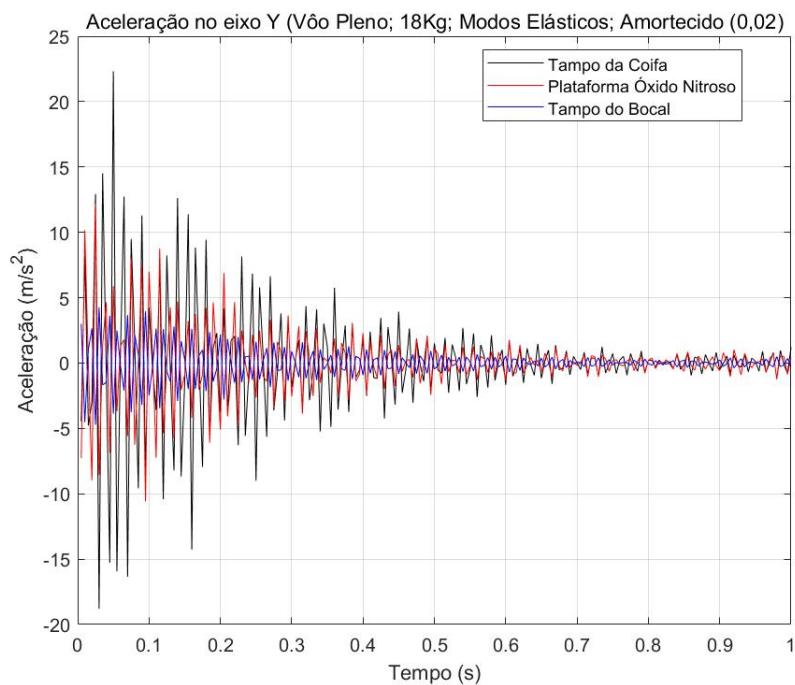


Figura 154 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y

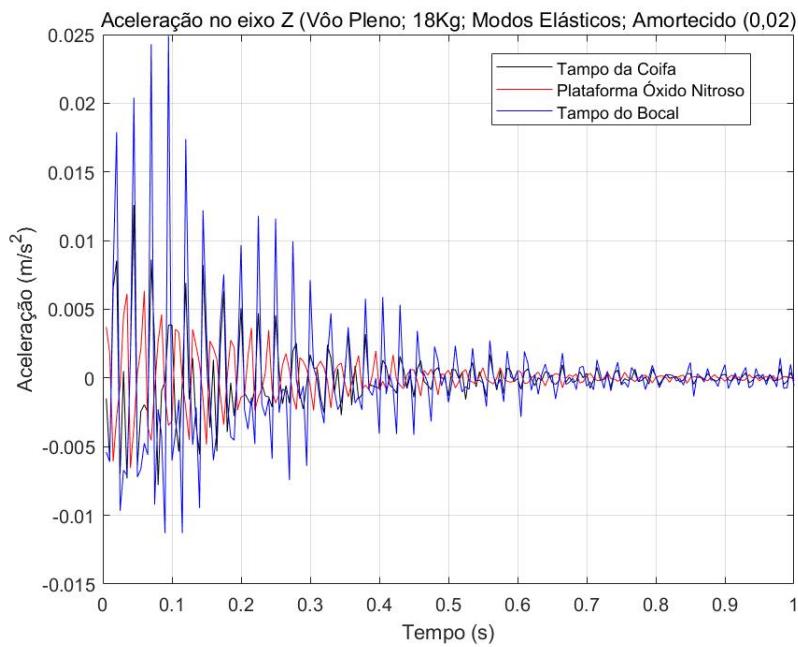


Figura 155 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z

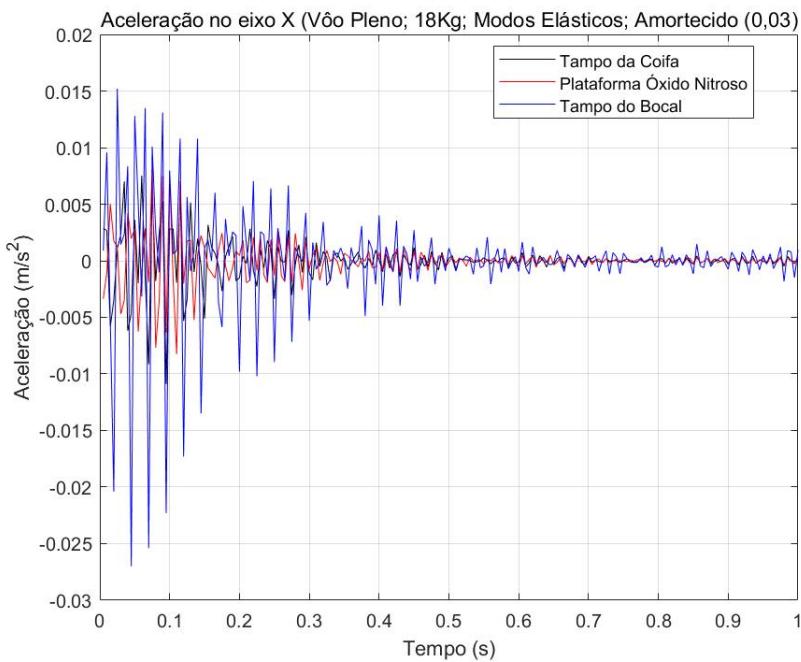


Figura 156 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X

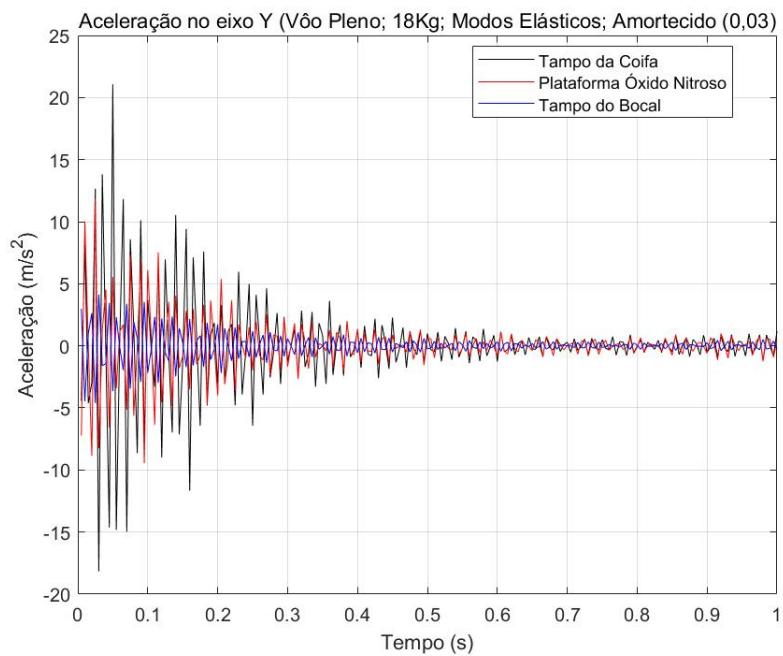


Figura 157 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y

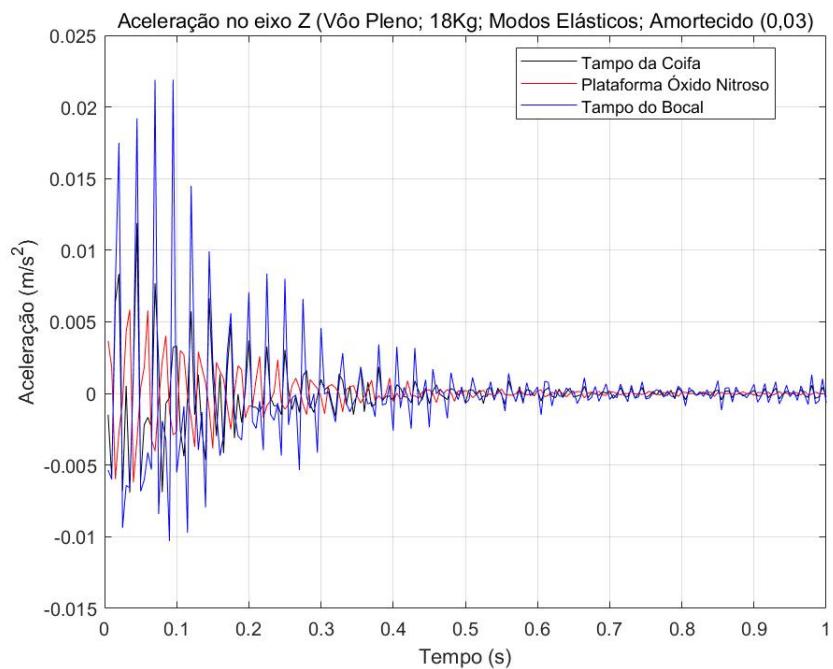


Figura 158 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z

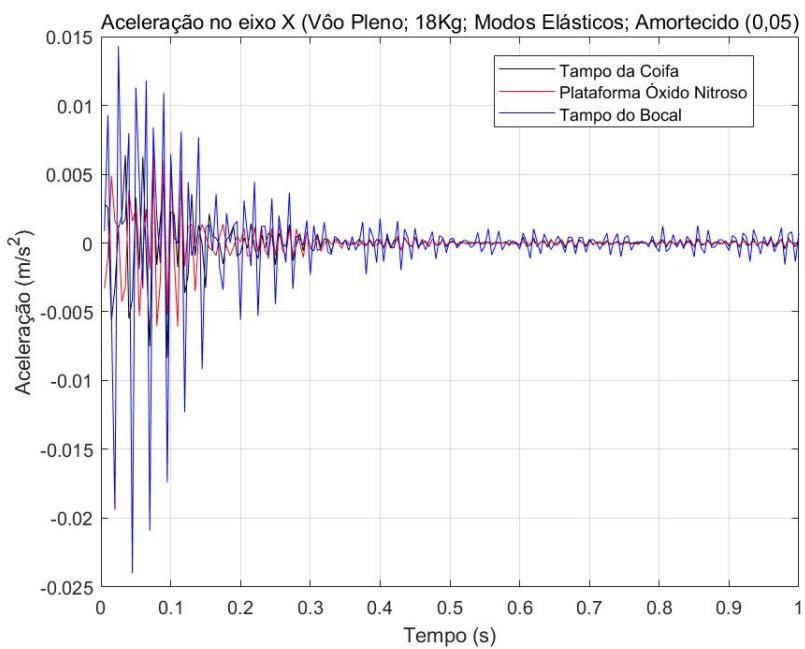


Figura 159 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X

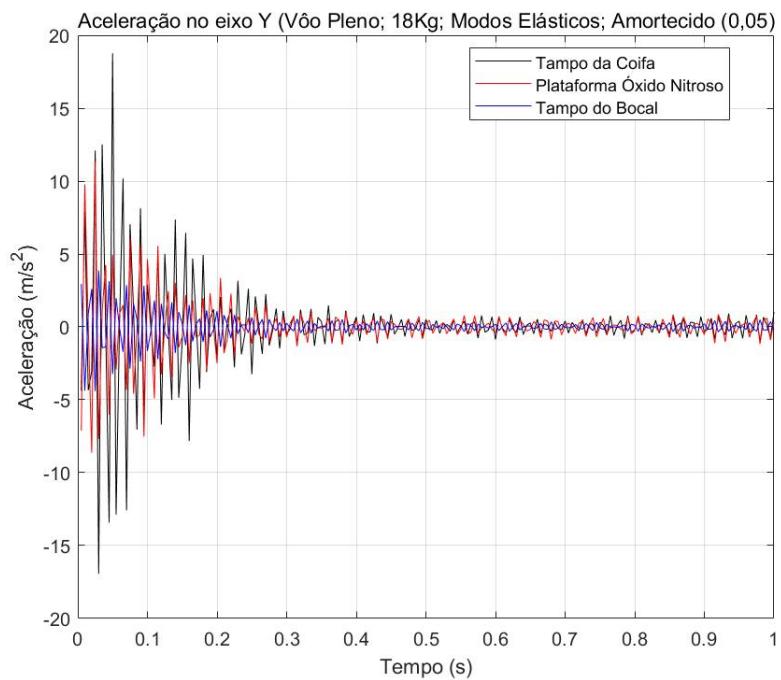


Figura 160 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y

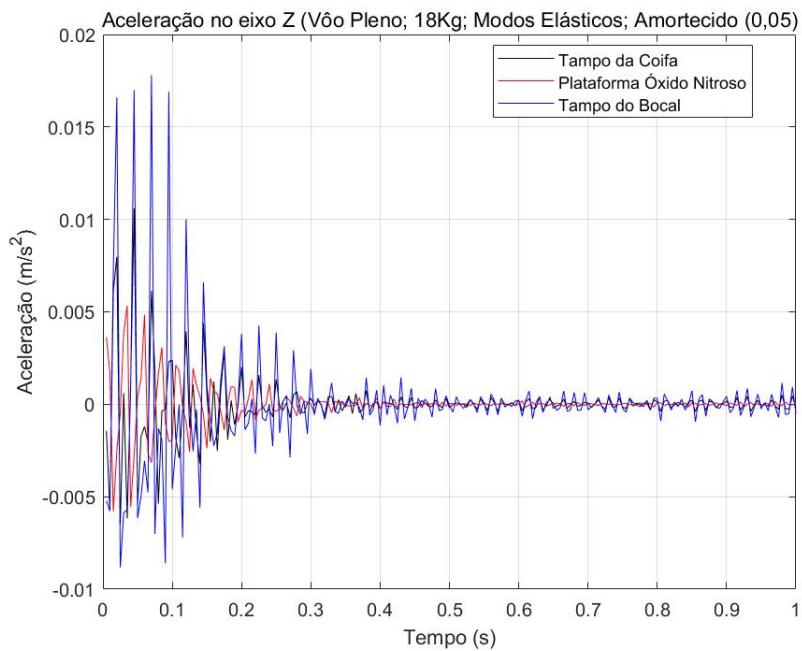


Figura 161 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z

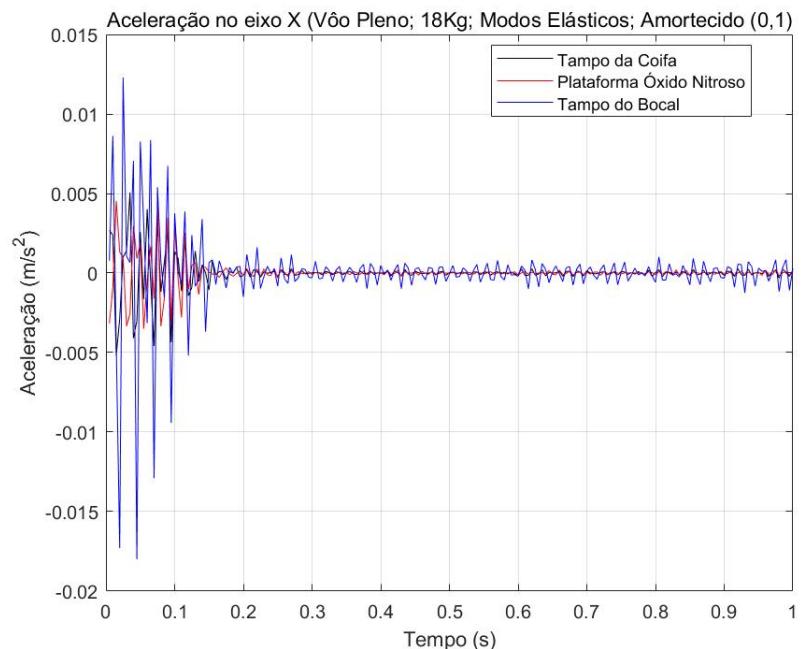


Figura 162 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo X

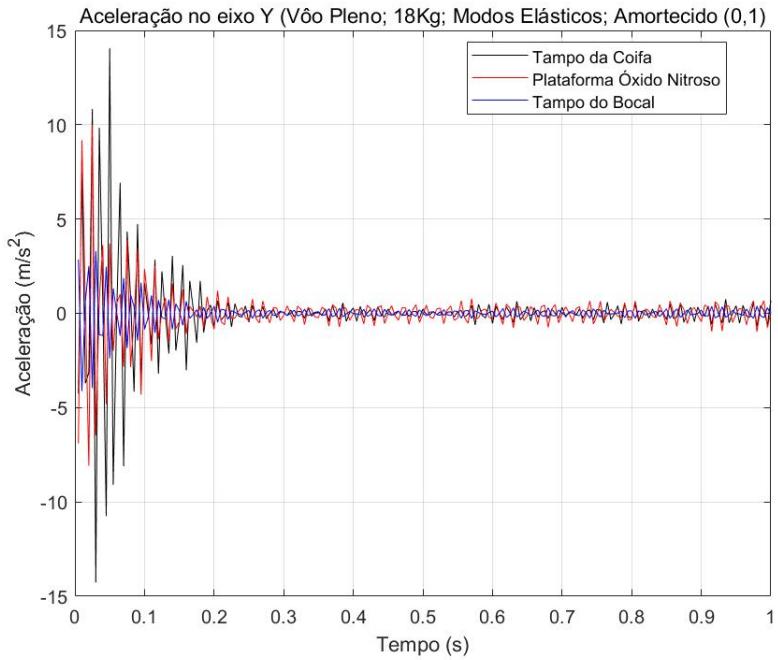


Figura 163 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Y

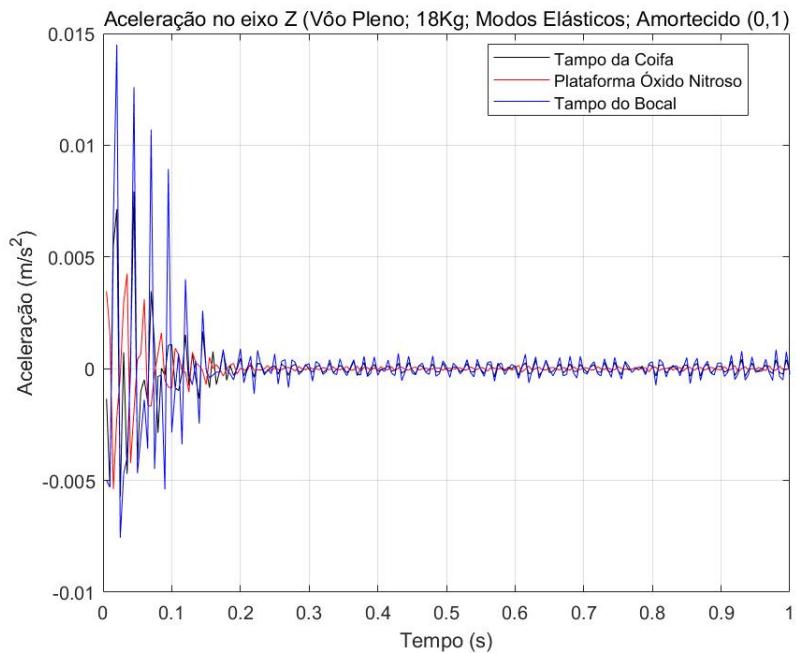


Figura 164 – Resposta ao voo pleno, modos elásticos, amortecida (0,1), eixo Z

A.5 Amortecimento caso 3: fim de voo

A.5.1 Amortecimento = 0,01

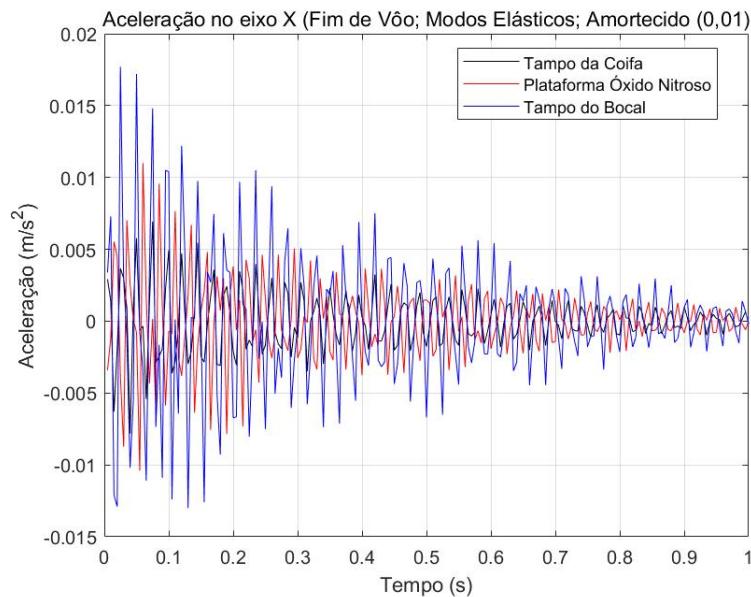


Figura 165 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo X

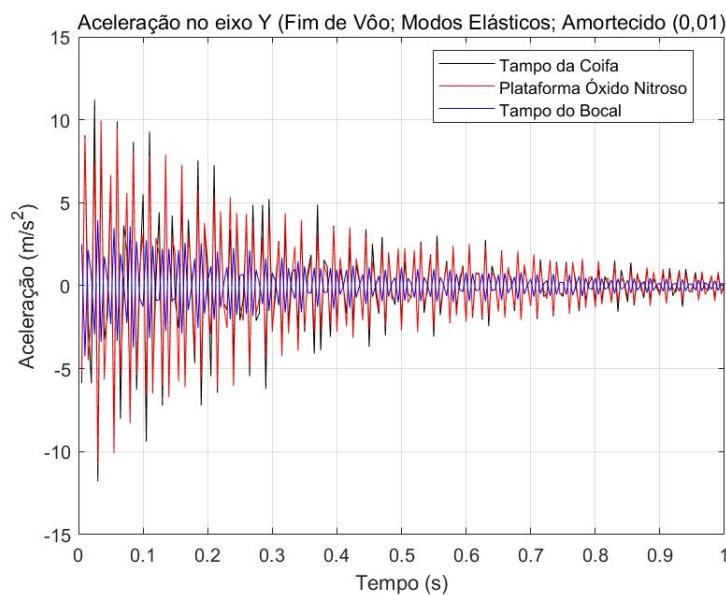


Figura 166 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Y

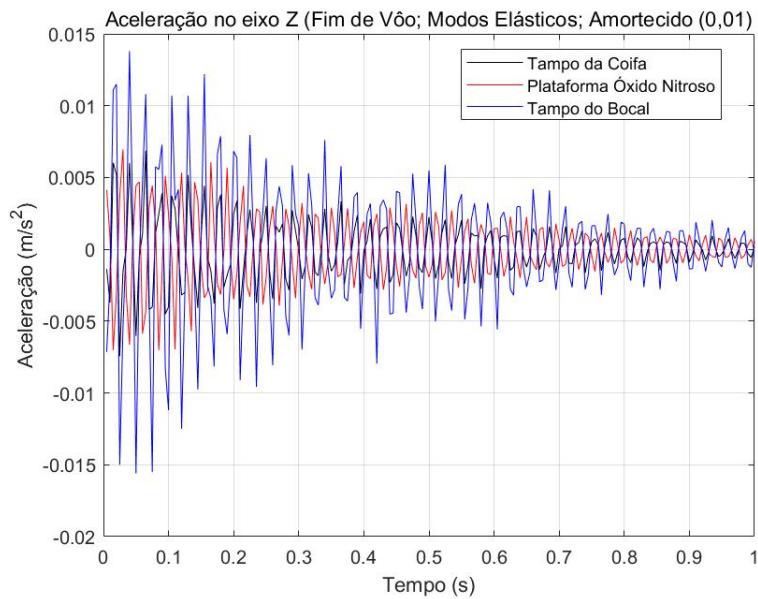


Figura 167 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,01), eixo Z

A.5.2 Amortecimento = 0,02

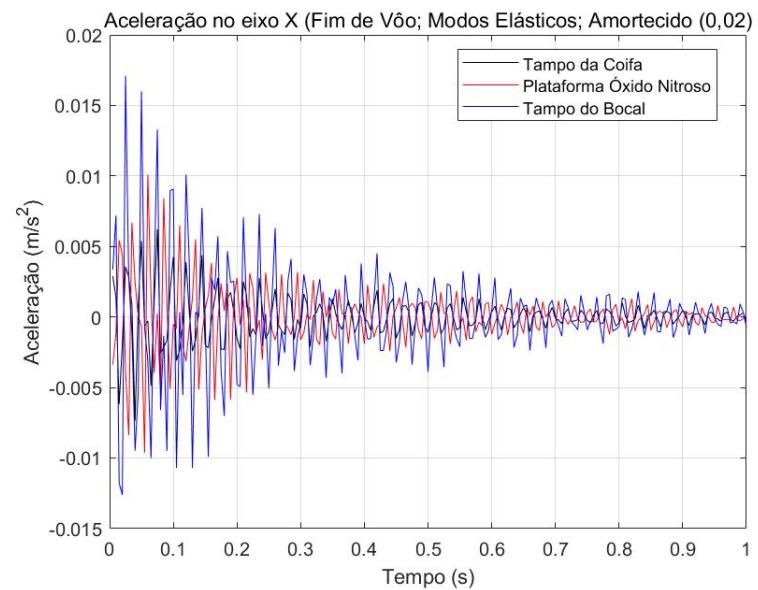


Figura 168 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo X

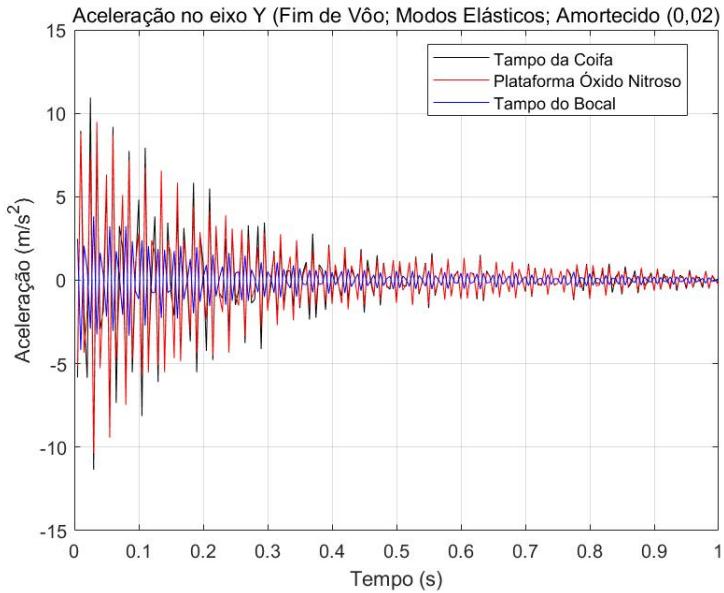


Figura 169 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Y

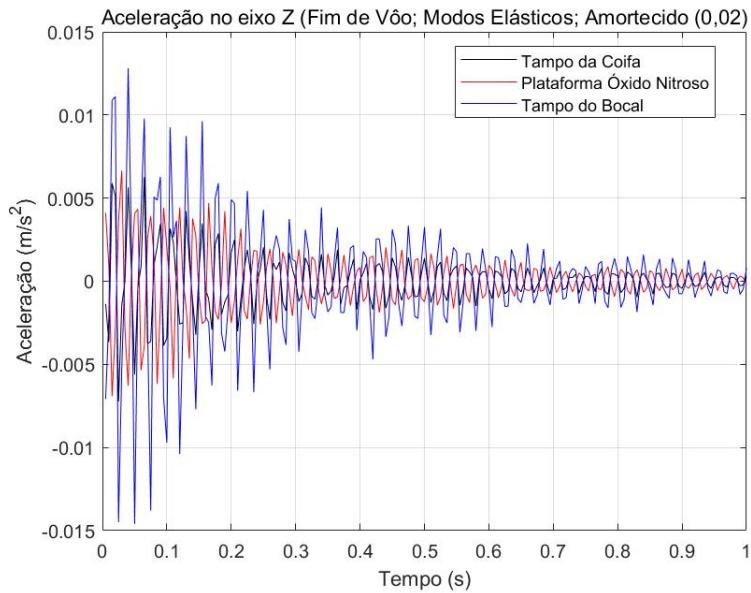


Figura 170 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,02), eixo Z

A.5.3 Amortecimento = 0,03

Na fase de fim de Voo com 3% de amortecimento, observou-se uma nova redução nos valores de pico das acelerações, em comparação com os casos de menor amortecimento. Embora os picos ainda estejam presentes devido à natureza transitória da excitação remanescente, seu valor foi significativamente atenuado, demonstrando o efeito mais pronunciado da dissipação de energia nesta etapa final da trajetória do foguete.

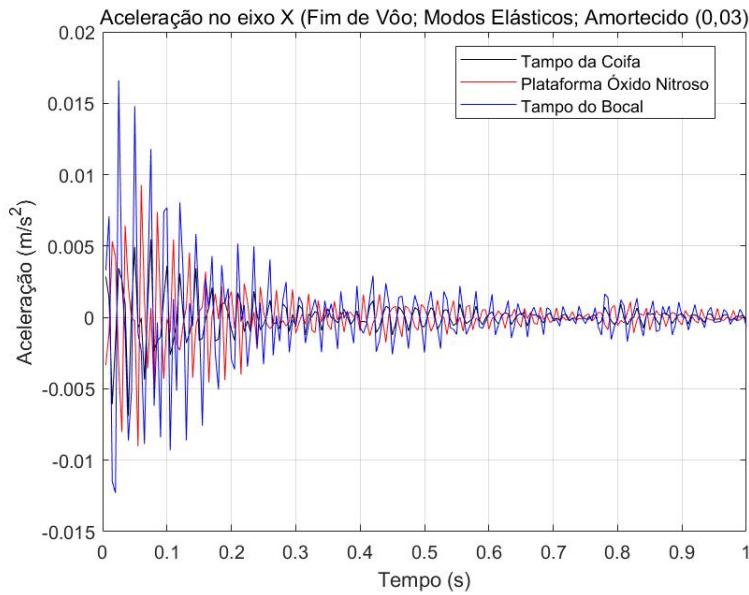


Figura 171 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo X

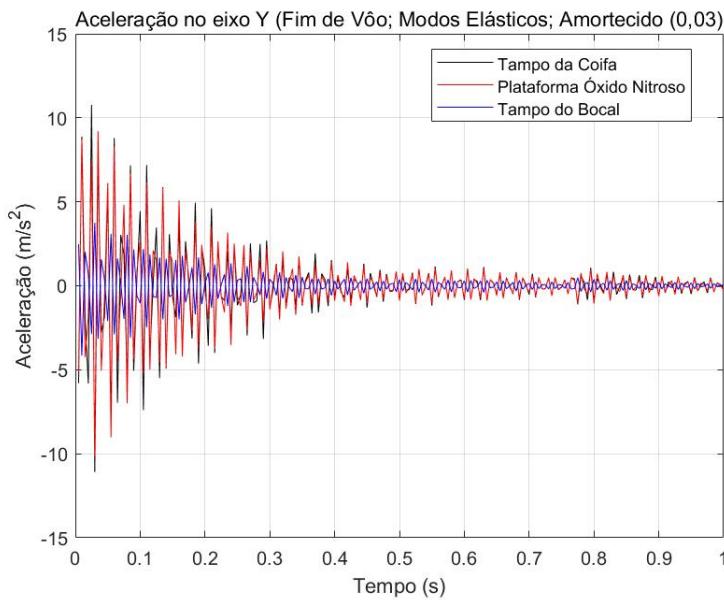


Figura 172 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Y

Além da queda nos picos, o decaimento das vibrações ocorreu de forma mais acentuada. A resposta dinâmica passou a se estabilizar em um intervalo de tempo mais curto, com a redução das oscilações estruturais acontecendo de maneira visivelmente mais rápida do que nos casos com 0,5% de amortecimento. Essa tendência confirma a crescente eficácia do amortecimento na contenção das vibrações residuais à medida que sua magnitude aumenta.

Outro ponto notável nesta configuração foi o realce de certos comportamentos característicos da excitação durante o fim de Voo. O efeito de retorno da força visto na Figura 23 em torno de 0,4 segundos tornou-se mais evidente, concentrando novamente amplitudes elevadas nesse ponto, o que pode estar associado a uma resposta reflexa à perda progressiva de empuxo.

Da mesma forma, o platô de excitação observado após a queda brusca dos níveis de aceleração, por volta de 0,8 segundos, também se destacou de maneira mais nítida. Isso ocorre porque, com a atenuação mais eficaz das vibrações, tais características tornam-se mais visíveis ao longo da resposta transiente, antes encobertas pelas oscilações prolongadas em casos com menor amortecimento.

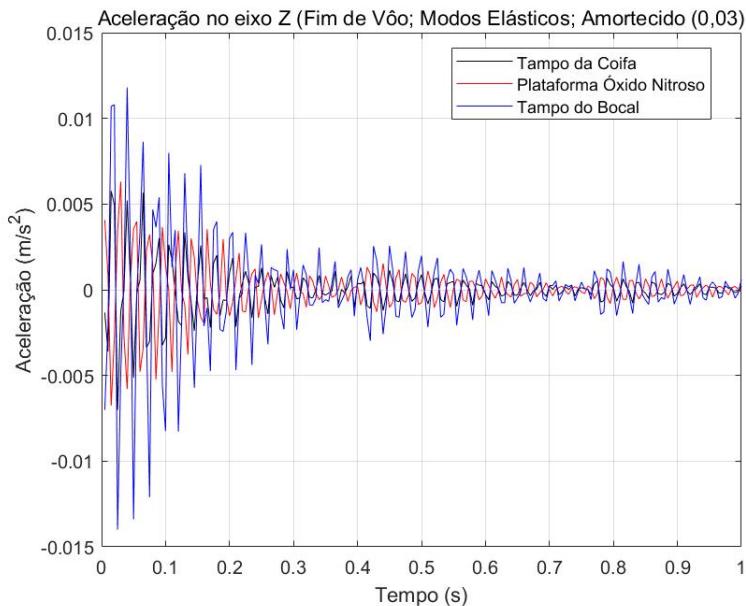


Figura 173 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,03), eixo Z

Dessa forma, o caso com 3% de amortecimento apresenta um equilíbrio importante entre controle das vibrações e preservação das principais características da resposta dinâmica estrutural, permitindo uma observação mais clara dos efeitos físicos presentes na etapa final do Voo.

A.5.4 Amortecimento = 0,05

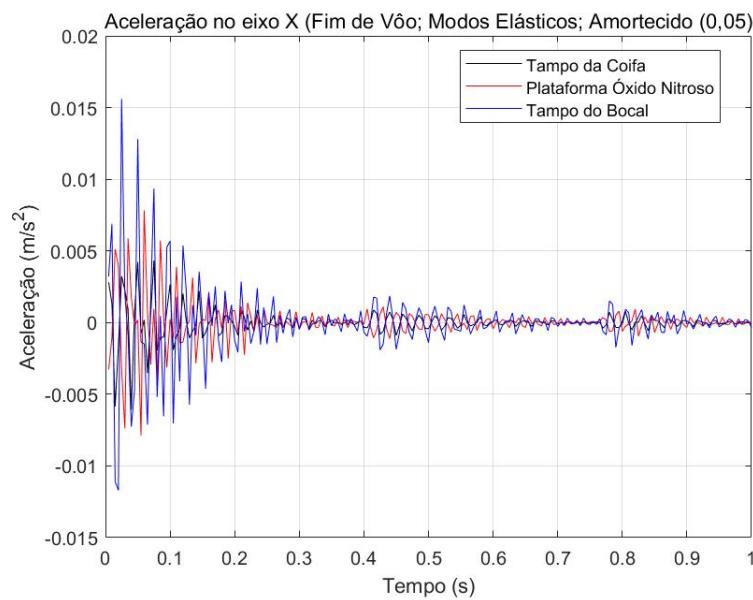


Figura 174 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo X

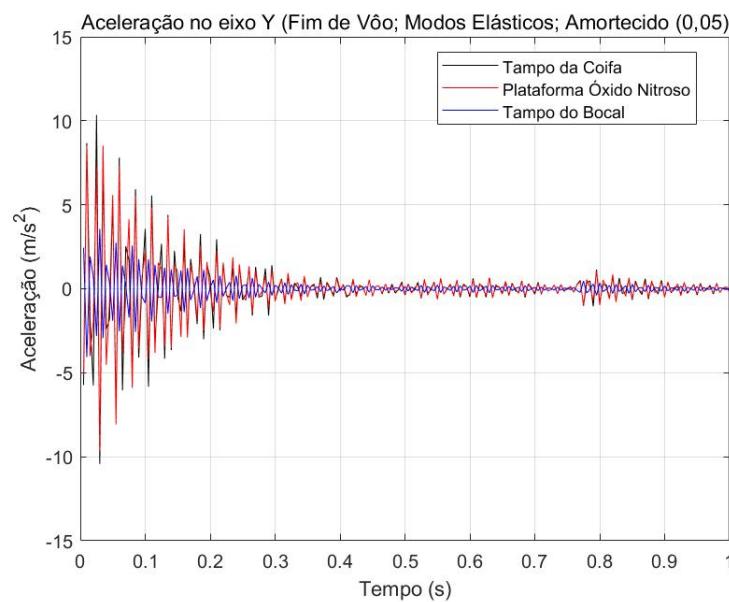


Figura 175 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Y

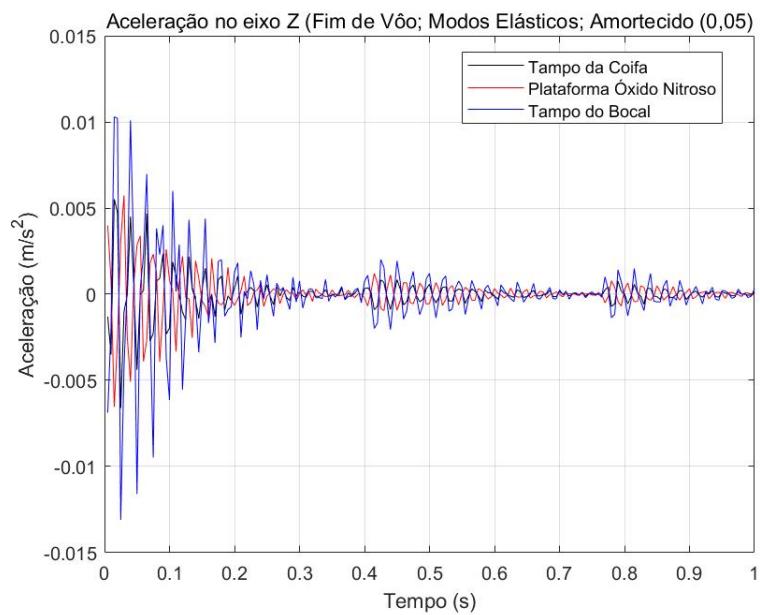


Figura 176 – Resposta ao fim de voo, modos elásticos, amortecida (0,05), eixo Z