



**Universidade de Brasília
Departamento de Estatística**

**Otimização de Carteiras de Fundos Imobiliários: Modelagem Multivariada
da Volatilidade na Aplicação da Teoria de Markowitz**

Luiz Gustavo Jordão Graciano

Relatório Final apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília
2024**

Luiz Gustavo Jordão Graciano

Otimização de Carteiras de Fundos Imobiliários: Modelagem Multivariada da Volatilidade na Aplicação da Teoria de Markowitz

Orientador: José Augusto Fiorucci

Relatório Final apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

Brasília
2024

Dedico este trabalho de conclusão de curso a meus pais, que sempre me apoiaram incondicionalmente, e aos meus professores, cujos ensinamentos foram fundamentais para a realização deste trabalho. Dedico também aos meus colegas de classe, especialmente ao Francisco Iago e ao João Pedro Ferreira, vulgo ferreirinha, por toda a ajuda com resoluções de problemas e esclarecimento de dúvidas durante esta jornada acadêmica.

Agradecimentos

- Acima de tudo, agradeço a meus pais pelo suporte e ajuda para alcançar meus objetivos. Agradeço também a todos os professores do Departamento de Estatística, com quem tive o prazer de ser aluno, principalmente ao meu orientador, José Fiorucci, que me ajudou desde a formulação do tema deste trabalho de conclusão de curso.

Resumo

A composição de uma carteira de investimentos exige um equilíbrio cuidadoso entre a expectativa de retornos e o risco associado.   fundamental que os investidores escolham ativos que proporcionem um bom desempenho financeiro, ao mesmo tempo em que minimizem a exposição   flutuações adversas do mercado. Este estudo apresenta um processo de otimização de portfólio de fundos imobiliários nacionais, a partir da previsão de volatilidade dos ativos utilizando um modelo GARCH multivariado. Inicialmente, foram observados os dados dos retornos diários de 2023, trabalhando com os dados mensais, foram modeladas as volatilidades e covolatilidades dos retornos dos fundos selecionados. Em seguida, aplicamos a técnica de otimização de portfólio de Markowitz para identificar o portfólio com menor risco, dado um retorno mínimo baseado na Selic. Os resultados mostram que a utilização de previsões dinâmicas da volatilidade permite a construção de portfólios mais eficientes e seguros, contribuindo para uma gestão mais sólida de investimentos em fundos imobiliários.

Palavras-chaves: Fundo de Investimento Imobiliário. Otimização. Volatilidade. Markowitz. Portfólio.

Abstract

The composition of an investment portfolio requires a careful balance between the expected returns and the associated risk. It is essential for investors to select assets that provide good financial performance while minimizing exposure to adverse market fluctuations. This study presents a process for optimizing a portfolio of national real estate funds by forecasting the volatility of the assets using a multivariate GARCH model. Initially, the daily return data of 2023 were observed, and by working with the data monthly, the volatilities and covolatilities of the returns of the selected funds were modeled. Subsequently, we applied Markowitz's portfolio optimization technique to identify the portfolio with the lowest risk, given a minimum return based on the Selic rate. The results show that the use of dynamic volatility forecasts allows for the construction of more efficient and secure portfolios, contributing to more solid management of investments in real estate funds.

Keywords: Real Estate Investment Fund. Optimization. Volatility. Markowitz. Portfolio.

Lista de Tabelas

1	Composição dos ativos da carteira e seus respectivos segmentos de negócio.	17
2	Retornos mínimos com base na Selic para os Portfólios A e B.	18
3	5 primeiras observações após a data IPO do Fundo Imobiliário KNCR11. .	20
4	Taxa de Juros Selic mensais de 2023.	22
5	Retorno projetado (%) de cada ativo do portfólio para cada mês de 2023. .	23
6	Retornos diários (%) dos fundos que compõem o portfólio dos últimos dias de fevereiro de 2023.	24
7	Parâmetros Ótimos do modelo GARCH(1,1) para cada fundo da carteira. .	24
8	Estimativas dos Parâmetros ajustados do modelo multivariado de volatilidade DCC-GARCH.	25
9	Matriz de covolatilidade predita pelo modelo DCC-GARCH para fevereiro de 2023.	26
10	Retorno projetado de fevereiro de 2023 para cada FII.	26
11	Comparação dos pesos (%) de cada FII para a otimização dos Portfólios A e B em fevereiro de 2023.	27
12	Distribuição de pesos (%) de cada ativo da otimização do Portfólio A para o ano de 2023.	28
13	Distribuição de pesos (%) de cada ativo da otimização do Portfólio B para o ano de 2023.	28
14	Retorno Real (%) dos portfólios A e B em comparação com a Selic nos meses de 2023.	29
15	Retornos acumulados (%) dos Portfólio A e Portfólio B em comparação com a Selic nos meses de 2023.	30

Lista de Figuras

1	Valor de fechamento ajustado da cotação dos ativos selecionados para a formação do portfólio desde junho de 2019.	21
2	Desempenho mensal (%) dos Portfólios A e B em comparação com a Selic em 2023.	30
3	Desempenho acumulado (%) dos Portfólios A e B em comparação com a Selic em 2023.	31

Sumário

1 Introdução	8
2 Referencial Teórico	11
2.1 Modelagem de Volatilidade	11
2.2 Otimização de Portfólio	14
3 Metodologia	17
3.1 Banco de Dados	19
4 Resultados	22
4.1 Procedimentos para Fevereiro de 2023	23
4.2 Síntese dos Resultados de 2023	28
5 Conclusão	32
5.1 Delimitação da Pesquisa	33
Referências	34

1 Introdução

O mercado financeiro é uma área dinâmica e complexa, onde os investidores buscam otimizar ganhos, tanto em forma de dividendos quanto em valorização dos ativos, enquanto gerenciam riscos pertinentes. Por Daniel, Bergmann e Savoi (2015), nos últimos anos, observou-se um notório crescimento do interesse por investimentos no segmento imobiliário, com destaque para os Fundos de Investimentos Imobiliários, também conhecidos como Fundos Imobiliários ou simplesmente por sua abreviação FIIs.

Entretanto, o mercado de Fundos de Investimentos Imobiliários (FIIs) não se restringe apenas à aquisição de fundos que investem em imóveis residenciais para locação. Esse mercado engloba uma ampla gama de empreendimentos, incluindo comerciais, industriais, agropecuários, residenciais e logísticos. Dessa forma, os FIIs se apresentam como uma opção viável para investir no diversificado setor imobiliário, sem a necessidade de um grande desembolso de capital.

Da mesma forma que o mercado de ações está sujeito a determinados tipos de risco, o mesmo ocorre com os FIIs, sendo o risco o principal obstáculo para o investimento. De acordo com Amorin (2016), os fundos que compõem a IFIX (Índice de Fundos de Investimentos Imobiliários) ao comparar com a IBOVESPA (principal índice da Bolsa de Valores brasileira), apresentaram menor risco e o maior retorno médio nos períodos entre 2013 e 2015.

Com a expansão do setor imobiliário e a busca por maneiras de investimentos mais acessíveis, os FIIs têm desempenhado um papel significativo, proporcionando uma maneira eficiente de participar no mercado imobiliário, trazendo uma relevância para o estudo aqui abordado que possui o intuito de oferecer percepções valiosas sobre as oportunidades e desafios desse tipo de investimento que está em expansão.

Com a volatilidade, intensidade das mudanças no valor de um ativo em um período específico, presente na natureza dos Fundos Imobiliários, é necessária uma gestão na alocação de recurso na hora de investir, levando sempre em consideração o risco do ativo e o retorno do mesmo.

Para formular uma boa alocação de recursos, nesta monografia será essencial prever, por meio da modelagem dos retornos, o comportamento da volatilidade. Nesse contexto, o estudo explorará a aplicação de modelos de volatilidade multivariados, com o intuito de fornecer informações valiosas para a tomada de decisões. Além da modelagem, será abordada a seleção de carteiras proposta por Harry Markowitz, que se baseia na

teoria moderna de portfólio, com o objetivo de otimizar a alocação de recursos, buscando maximizar o retorno e minimizar os riscos do portfólio analisado. Como a técnica de Markowitz se fundamenta na covariância dos ativos do portfólio, serão utilizados modelos estatísticos para modelar a matriz de covolatilidade entre os ativos candidatos a compor a carteira.

Levando em consideração que a teoria moderna de portfólio tem como objetivo formular uma carteira otimizada composta por uma grande diversidade de ativos, foram selecionados os seguintes fundos imobiliários; GTWR11, KNCR11, TGAR11, BCFF11, BRGR11, HGBS11 e HGLG11. Os ativos escolhidos foram trabalhados como uma carteira, visando diversificação e potencial de retorno robusto. Estes ativos foram selecionados pela sua solidez e histórico de performance, abrangendo diferentes segmentos do mercado imobiliário, incluindo lajes corporativas, galpões logísticos, shopping centers e fundos de papel. Essa composição estratégica busca equilibrar riscos e maximizar rendimentos, proporcionando aos investidores uma exposição abrangente e bem estruturada ao setor imobiliário brasileiro.

O objetivo deste estudo é aplicar a técnica de Markowitz para otimizar um portfólio no mercado de Fundos de Investimento Imobiliário nacionais. Utilizando o conhecimento sobre este mercado, serão estimados os retornos esperados e a matriz de covolatilidade da carteira selecionada. A partir da teoria moderna de portfólio, será avaliada a melhor alocação de recursos para alcançar um retorno mínimo. Especificando os objetivos, a partir da abordagem previamente explicada, podem ser resumidos em; primeiro, estudar o processo de modelagem de retorno aplicado em séries financeiras para obter informações significativas sobre a volatilidade de cada ativo. Segundo, compreender a técnica de otimização de carteira de Markowitz e implementar essa técnica em uma carteira de investimentos pessoais. Terceiro, avaliar quais tipos de ativos no mercado de Fundos Imobiliários apresentam maior risco em relação ao retorno. Quarto, discutir os resultados apresentados, com enfoque nas análises práticas de cada carteira, de modo que essas análises possam servir como referência para investidores interessados em fundos de investimento imobiliário. Outro objetivo desta monografia é complementar os estudos analíticos na área, especialmente aqueles que envolvem fundos brasileiros que operam na B3.

Esta monografia está organizada em cinco capítulos principais. No Capítulo 2, apresentamos o referencial teórico, abordando os fundamentos necessários para compreender os modelos de volatilidade aplicados a séries temporais financeiras e a técnica de Markowitz para a otimização de portfólios. No Capítulo 3, detalhamos a metodologia,

descrevendo a abordagem utilizada na pesquisa, incluindo a extração e descrição dos retornos, os critérios adotados para a construção dos modelos e o método para avaliar os resultados do portfólio otimizado. No Capítulo 4, apresentamos os resultados da aplicação dos modelos de volatilidade e da otimização dos portfólios, conforme a teoria descrita no referencial teórico e a metodologia proposta. No Capítulo 5, discutimos os principais resultados da construção dos portfólios e suas implicações, bem como uma problemática específica assumida nesta construção.

2 Referencial Teórico

O referencial teórico deste estudo será dividido em duas partes: modelagem de volatilidade e otimização de portfólio. Na seção de modelagem de volatilidade, além de sua definição, abordaremos o uso de modelos GARCH para prever as volatilidades e covolatilidades dos retornos diários. Na seção de otimização de portfólio, discutiremos a aplicação e conceitos da técnica de otimização de Markowitz.

2.1 Modelagem de Volatilidade

O conceito de volatilidade, pelas perspectivas de Pedro A. Morettin (2011), atribuímos de volatilidade a variância condicional de uma variável, comumente um retorno. Embora não seja medida diretamente, a volatilidade manifesta-se de várias maneiras numa série financeira, como veremos a seguir. Há 3 enfoques para o cálculo de volatilidades:

- Uma maneira é equacionar um preço de mercado observado com o preço modelado de uma opção. Obtemos o que se chama de volatilidade implícita, que usualmente é baseada na fórmula de Black-Scholes para opções europeias. Esta fórmula supõe normalidade dos preços e volatilidade constante.
- Outra maneira é modelar diretamente a volatilidade da série de retornos, usando alguma família, como a dos modelos ARCH; obtemos a chamada volatilidade estatística.
- Uma alternativa é modelar a volatilidade por meio de uma média de uma função dos últimos k retornos, digamos. Obtemos o que se chama de volatilidade histórica. Podemos considerar os quadrados dos retornos ou os valores absolutos dos retornos nesta média móvel. Uma definição geral calcula a volatilidade, para cada instante t , como uma média de k retornos passados, a saber.

$$v_t = \left(\frac{1}{k} \sum_{j=0}^{k-1} |r_{t-j}|^p \right)^{\frac{1}{p}}, p > 0.$$

Definição 1 Considerando $R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$ e $p_t = \log(P_t)$, sendo P_t o preço de um ativo no instante t , definimos o retorno composto continuamente ou simplesmente log-retorno

como:

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \log(1 + R_t) = p_t - p_{t-1}.$$

Pela Definição 1 vemos que calcular o retorno entre períodos é matematicamente trivial. Trabalharemos com retornos dado que são livres de escala e possuem propriedades estatística interessantes, como estacionariedade e ergodicidade.

Definição 2 *Um modelo GARCH(m, n) é definido por:*

$$r_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t,$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^n \beta_j h_{t-j},$$

em que, r_t sendo o retorno, h_t a volatilidade, ε_t um ruído branco e $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_i, \beta_1, \dots, \beta_j$ os parâmetros, com $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_i, \beta_j, \dots \geq 0$ (restrições do modelo).

Pela Definição 2, expandindo para o contexto de um portfólio, precisamos pensar num modelo de forma multivariada, dado que para a previsão da matriz de covolatilidade, precisaríamos da volatilidade dos retornos dos ativos individuais, bem como as covolatilidade entre os conjuntos de ativos.

Conforme apresentado por Silva (2007), os modelos multivariados GARCH (MV-GARCH) existentes na literatura poderão ser agrupados em 3 grandes classes:

- Modelos em que a matriz de variâncias e covariâncias condicional (H_t) das taxas de retorno dos ativos financeiros é uma generalização do modelo GARCH univariado padrão.
- Modelos em que H_t resulta de combinações lineares de modelos GARCH univariados.
- Por último, modelos em que H_t é especificada como combinações não lineares de modelos GARCH univariados.

Nos modelos MVGARCH de correlações condicionais, a matriz H_t é especificada de forma hierárquica: em primeiro lugar, especificam-se modelos univariados da família ARCH para cada série em análise; seguidamente, utilizando as séries normalizadas pelos seus desvios-padrão condicionais, determinam-se as correlações condicionais; finalmente, utilizando os desvios-padrão e as correlações, ambos condicionais, calculam-se as covariâncias condicionais. Este tipo de especificação hierárquica para a matriz H_t torna

os modelos de correlações condicionais bastante atrativos, já que, por um lado, é possível adotar diferentes especificações para cada variância condicional e, por outro, o processo de estimação pode ser conduzido, como veremos, em múltiplas fases. Este último fato origina ainda que este tipo de modelos pode ser utilizado para modelar a matriz H_t em sistemas de grande dimensão (principal dificuldade presente nos modelos MVGARCH), sendo relativamente fácil impor as necessárias restrições de forma a garantir a estacionaridade e a positividade.

As concepções de Engle inauguraram uma abordagem revolucionária para a modelagem da volatilidade condicional em séries temporais financeiras. Em sua obra Engle (2002), definiu o modelo de Correlação Condicional Dinâmica (DCC), que permite a modelagem das correlações dinâmicas entre diversos ativos financeiros ao longo do tempo. Este modelo se destaca pela combinação dos modelos GARCH univariados com a capacidade de capturar a variabilidade temporal das correlações entre múltiplos ativos, configurando-se como uma ferramenta robusta para a análise de risco e a otimização de portfólios financeiros.

Definição 3 *Um modelo DCC-GARCH pode ser definido da seguinte forma:*

$$\begin{aligned} y_t &= H_t^{1/2} \varepsilon_t, \\ H_t &= D_t R_t D_t, \\ D_t &= \text{diag} \left(h_{1,t}^{1/2}, \dots, h_{k,t}^{1/2} \right), \\ R_t &= \text{diag}(Q_t)^{-1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{-1/2}, \\ Q_t &= (1 - a - b)R + a u_{t-1} u_{t-1}^\top + b Q_{t-1}, \end{aligned}$$

em que, $y_t = (y_{1,t}, \dots, y_{k,t})^\top$ denota o vetor dos retornos no tempo t , $H_t^{1/2}$ denota a decomposição de Cholesky de H_t , $u_t = D_t^{-1} y_t$ são os retornos padronizados e R é a matriz de covariância incondicional de u_t . Q_t pode ser interpretada como a matriz de covariância dos erros padronizados, e por ser modelada como um GARCH(1,1), temos $a > 0$, $b > 0$ e $a + b < 1$.

Após algumas operações algébricas, pode-se demonstrar que:

$$h_{ij,t} = \frac{q_{ij,t} \phi_{i,t} h_{jj,t}}{\sqrt{q_{ii,t} q_{jj,t}}},$$

possibilitando, pelo cálculo de $h_{ij,t}$, obter as correlações condicionais dinâmicas.

2.2 Otimização de Portfólio

Um portfólio bem construído pode ter um impacto significativo em uma carteira de investimentos, ajudando a diversificar os riscos e maximizar os retornos. Segundo Kane e Bodie (2020), um portfólio é uma coleção de ativos financeiros, como ações, títulos, commodities, moedas e outros investimentos que um investidor possui. Esses ativos são agrupados em um portfólio para atingir objetivos financeiros específicos. O principal objetivo de um portfólio pode ser simplificado pela diversificação, que envolve a distribuição de investimentos entre diferentes ativos para reduzir os riscos. Ao investir em uma variedade de ativos, é possível mitigar o impacto negativo que a queda de um único investimento pode ter sobre o portfólio total. Além disso, o conhecimento de mercado é crucial para a construção de um portfólio estruturado, que visa equilibrar o risco e o retorno de acordo com as preferências individuais e os objetivos financeiros do investidor. Diferentes ativos apresentam diferentes perfis de risco e retorno, e a combinação adequada desses ativos pode otimizar o desempenho do portfólio.

Definição 4 *O modelo de Markowitz consiste em um processo de otimização com dois objetivos simultâneos e geralmente opostos: maximizar o retorno e minimizar o risco. Formalmente, o modelo é apresentado como um problema de otimização linear, conforme descrito a seguir, considerando os seguintes parâmetros e variáveis:*

- $N =$ Quantidade de ativos
- $R_i =$ retorno projetado i
- $\sigma_{ij} =$ covariância entre os ativos i e j
- $\sigma_i^2 =$ variância do ativo i
- $w_i =$ peso de cada ativo na carteira

Pelo sistema de inequações (2.1) é formulado o problema de minimizar o risco, definido como a variância da carteira, para um retorno r_c mínimo, isto é, minimizando, $\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N x_i w_i \sigma_{ij}$, a partir da seleção de peso de cada ativo na carteira, para um retorno definido, estaríamos minimizando o risco para alcançar tal retorno mínimo.

$$\begin{aligned}
\text{Minimizar} \quad & \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij} \\
\text{dado que} \quad & \sum_{i=1}^N R_i w_i \geq r_c \\
& \sum_{i=1}^N w_i = 1 \\
& w_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Pelo sistema de inequações (2.2), temos uma ideia similar, porém oposta a (2.1), agora buscando maximizar o retorno para um risco v_c máximo. Maximizando a expressão $\sum_{i=1}^N R_i w_i$, alocando pesos para cada ativo na carteira, estaríamos maximizando o retorno a partir de um risco estabelecido.

$$\begin{aligned}
\text{Maximizar} \quad & \sum_{i=1}^N R_i w_i \\
\text{Dado que} \quad & \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij} \leq v_c \\
& \sum_{i=1}^N w_i = 1 \\
& w_i \geq 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Interpretando $\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$, que matematicamente descreve o risco total do portfólio, podemos analisar os somatórios de maneiras independentes para melhor compreensão. O primeiro somatório $\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2$, representa a contribuição do risco de cada ativo individual ao risco total do portfólio, dado que $w_i^2 \sigma_i^2$ é o risco individual do ativo i , ponderado pela quantidade investida nesse ativo, representado pelo peso ao quadrado. Em outras palavras, calcula-se a variância ponderada de cada ativo e soma todas essas variâncias. Analisando o segundo somatório $\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$, obtemos a contribuição, expressa por $w_i w_j$, da covariância entre os ativos para o risco total do portfólio. A covariância σ_{ij} mede como os retornos dos ativos i e j se movem em conjunto. Quando multiplicada pelos pesos w_i e w_j , ela pondera esse movimento conjunto, maneira como os retornos i e j se correlacionam entre si, pela quantidade investida nos ativos i e j . O somatório de todas essas covariâncias ponderadas, fornece a parte do risco do portfólio atribuída à correlação entre os ativos. Expressamos a volatilidade total do portfólio como sendo $\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j \sigma_{ij}$.

Markowitz (1952) introduziu diversos conceitos para a otimização de um portfólio, que serão abordados neste estudo, como a necessidade de diversificação e a relação risco-retorno. A ideia de risco e retorno baseia-se na premissa de assumir maior risco com a expectativa de retornos mais elevados, ou minimizar o risco em troca de retornos mais modestos, conceitos fundamentais refletidos nas equações (2.1) e (2.2). Nas inequações (2.2), ao limitar o risco, buscamos alcançar o maior retorno possível dentro desse nível de risco. Já nas inequações (2.1), para um retorno mínimo, buscamos alcançá-lo com o menor risco possível.

3 Metodologia

A metodologia consiste na definição inicial de uma carteira diversificada de FIIs e para cada fundo de nossa carteira, calcula-se o log-retorno usando o valor de fechamento ajustado, pois este representa melhor o valor real da cota, especialmente devido à distribuição mensal de dividendos, uma característica principal dos FIIs. Após o cálculo dos retornos, modela-se a volatilidade para determinar a matriz de covolatilidade em cada data. Em seguida, aplica-se a técnica de Markowitz, utilizando o vetor de retornos projetados e uma função de retorno mínimo, para identificar a carteira ideal que atenda a um nível de retorno mínimo determinado.

Com o intuito de abranger FIIs de diversos segmentos e considerando fundos com, no mínimo, quatro anos desde a data de inauguração na B3, a definição da carteira contempla os seguintes ativos e seus principais segmentos de negócio:

Tabela 1: Composição dos ativos da carteira e seus respectivos segmentos de negócio.

Ativo	Nome	Segmento
GTWR11	Green Towers	Lajes Corporativas
KNCR11	Kinea Rendimentos Imobiliários	Recebíveis Imobiliários
TGAR11	TG Ativo Real	Desenvolvimento e Renda
BCFF11	BTG Pactual Fundo de Fundos	Fundos de Fundos
BRCR11	BTG Pactual Corporate Office Fund	Lajes Corporativas
HGBS11	Hedge Brasil Shopping	Shopping Centers
HGLG11	CSHG Logística	Logística

O desempenho dos portfólios será analisado mensalmente ao longo de 2023, comparando-os com a taxa Selic fixada pelo Banco Central (BC). Essa comparação permite avaliar a rentabilidade dos investimentos em relação à principal taxa de juros da economia brasileira, proporcionando um parâmetro de referência para medir a eficácia das estratégias de investimento adotadas.

Com o intuito de de querer medir o desempenho do portfólio a partir da comparação com a taxa Selic, estudaremos com o conceito de fixar um retorno mínimo para o portfólio (2.1). Alocando o retorno mínimo na própria taxa Selic. Para a comparação com o desempenho da Selic, construiremos dois portfólios: o Portfólio A e o Portfólio B. O Portfólio A terá como objetivo alcançar o retorno da Selic. Para isso, na otimização do portfólio, minimizamos o retorno equivalente à própria taxa Selic. No Portfólio B, utilizaremos a Selic + 10%, estabelecendo um retorno de 110% do valor da Selic, conforme indicado na Tabela 2.

Tabela 2: Retornos mínimos com base na Selic para os Portfólios A e B.

Mês	Portfólio A (%)	Portfólio B (%)
Janeiro	1.12	1.23
Fevereiro	0.92	1.01
Março	1.17	1.29
Abril	0.92	1.01
Mai	1.12	1.23
Junho	1.07	1.18
Julho	1.07	1.18
Agosto	1.14	1.25
Setembro	0.97	1.07
Outubro	1.00	1.10
Novembro	0.92	1.01
Dezembro	0.89	0.98

Para prever a volatilidade e a covolatilidade diária para cada dia útil de cada mês dos ativos da Tabela 1, após cálculo do retorno diário pela Definição 1, e utilizando os pacotes “rmgarch” e “rugarch”, disponíveis desde a versão 2.12.0 do R, conseguimos elaborar a concepção especificada no referencial teórico no Capítulo 2.1.

De acordo com a Definição 2, utilizaremos modelos univariados GARCH(1,1) para prever a volatilidade de cada ativo individual na carteira. Ou seja, conforme especificado a seguir, iremos prever a volatilidade de cada ativo, denotada por h_t .

$$\begin{aligned} r_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \end{aligned} \tag{3.3}$$

em que, r_t sendo o retorno, ε_t um ruído branco e $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ os parâmetros do modelo, com $\alpha_0 > 0$ e $\alpha_1 \geq 0$, como restrições do mesmo.

Pela função (3.3), otimizam-se os modelos univariados GARCH(1,1) para cada ativo do nosso portfólio utilizando a função “ugarchspec” e alocando num objeto criado pela função “multispec”, ajustando um modelo GARCH multivariado, especificamente o modelo desenvolvido pela Definição 3, DCC-GARCH. Com a combinação de um modelo GARCH univariado para cada série de retorno com um modelo DCC é utilizada para capturar as correlações dinâmicas entre as séries. Dessa maneira, conseguimos modelar a volatilidade condicional dinâmica, permitindo prever as matrizes de covolatilidade da nossa carteira. Em suma, após ajustar os modelos GARCH univariados, o modelo DCC é aplicado para modelar as correlações dinâmicas entre as séries temporais. Isso permite que as correlações entre as séries variem ao longo do tempo, capturando assim a natureza dinâmica das interdependências entre as séries.

Para implementar a técnica de Markowitz (2.1), definindo previamente o retorno projetado para cada ativo, utilizando uma abordagem simplista, usualmente presente em estudos aplicados do mercado financeiro, que é considerar o retorno médio mensal como projeção para o mês seguinte, com base unicamente no histórico dos retornos. Considerar o retorno projetado como sendo a média do retorno anual é uma abordagem útil para projeções financeiras, porém não muito confiável, pois ignora diversos fatores. Para calcular o retorno mensal projetado de um ativo, utilizaremos a média do retorno anual. Esse cálculo é realizado pela média geométrica considerando os 12 meses. Por exemplo, se um ativo apresenta um retorno anual de 12%, o retorno mensal projetado seria 0.948%, considerando os 12 meses anteriores. No entanto, temos que lembrar que, nesse sentido, estamos desconsiderando variáveis econômicas que podem impactar tais retornos, como a inflação, as taxas de juros e o desempenho geral da economia. A taxa Selic, por exemplo, influencia diretamente os investimentos de renda fixa e pode afetar o apetite por risco nos mercados de ações e fundos imobiliários. Além disso, a situação macroeconômica, como recessões ou períodos de crescimento econômico, pode alterar significativamente as expectativas de retorno, como vimos no cenário da pandemia.

Além de considerar o retorno médio mensal como projeção para o retorno do mês seguinte, a construção da nossa carteira incluirá uma medida protetora. Caso o retorno projetado de nenhum ativo seja maior que a taxa Selic, conforme a Definição 4, será impossível otimizar um portfólio ideal, pois não haveria combinações de pesos para obter um valor válido. Portanto, se nenhum retorno projetado for superior à taxa Selic, os fundos da nossa carteira deixarão de ser alocados em FIIs e serão alocados na própria taxa Selic.

Os códigos em R utilizados no desenvolvimento desta monografia estão disponíveis em: <https://github.com/Luiz-Gracian/FIIs---Volatility-predictions/tree/main>.

3.1 Banco de Dados

As informações relativas aos FIIs são amplamente acessíveis, pois eles são negociados na B3. Existem diversas fontes que fornecem informações públicas sobre as cotações e outros fatores em tempo real. Neste estudo foi utilizado uma API (Application Programming Interface) que extrai as informações do yahoo finance, disponível em: <https://finance.yahoo.com/>. Pelo software R, é possível facilmente acessar essa API pelo pacote “quantmod”, utilizando a função “getSymbols” definindo como parâmetro fonte da função o termo “yahoo”.

Abaixo temos um exemplo de como as informações são extraídas pela função “getSymbols”, mostrando os primeiros dados após a data IPO do fundo de investimento KNCR11.

Tabela 3: 5 primeiras observações após a data IPO do Fundo Imobiliário KNCR11.

Data	Abertura	Máximo	Mínimo	Fechamento	Volume	Valor ajustado
2014-08-06	102.50	102.99	101.99	102.19	5045	81.43764
2014-08-07	102.50	104.50	102.28	104.50	11379	83.27853
2014-08-08	103.80	104.50	103.25	104.50	5358	83.27853
2014-08-11	103.37	104.50	103.36	103.38	10092	82.38596
2014-08-12	103.39	104.00	103.39	103.99	5201	82.87208

Detalhes das variáveis:

- **Data:** Data da sessão de negociação, sempre sendo um dia útil com a abertura da bolsa.
- **Abertura:** Preço (R\$) pelo qual a negociação da cota começa no início da sessão de negociação.
- **Máximo:** Preço (R\$) mais alto pelo qual a cota foi negociada durante a sessão de negociação.
- **Mínimo:** Preço (R\$) mais baixo pelo qual a cota foi negociada durante a sessão de negociação.
- **Fechamento:** Preço (R\$) pelo qual a cota foi negociada no final da última negociação da sessão.
- **Volume:** Quantidade de transações que ocorreram durante a sessão de negociação.
- **Valor Ajustado:** Alteração do preço (R\$) final para a inclusão de quaisquer distribuições de proventos e ações corporativas que ocorreram em qualquer momento antes da abertura da sessão do dia seguinte.

Ao prever a volatilidade da carteira, por um modelo multivariado GARCH, na construção dos modelos univariados, utilizaremos, para cada mês de 2023, todo o histórico do fechamento ajustado do respectivo ativo que antecede o mês a ser previsto. Pela data de Oferta Pública Inicial (IPO) do fundo GTWR11, que é um FII de recente inauguração, o horizonte de análise se estende desde a data de IPO do fundo GTWR11, em 19 de junho de 2019, até o fim de 2023.

Na Figura 1, é apresentado um gráfico de linhas com a visualização da cotação do fechamento ajustado de cada dia desde a junho de 2019, em respeito a data de IPO do fundo GTWR11, fundo com registro mais recente.

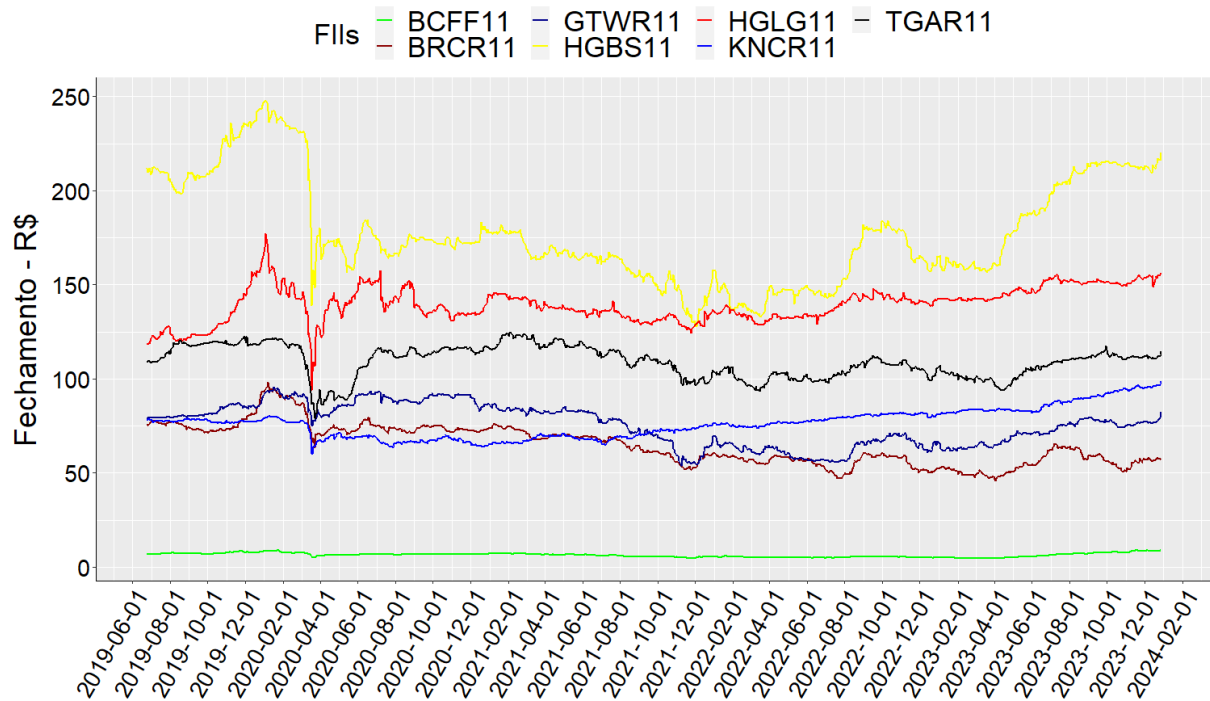


Figura 1: Valor de fechamento ajustado da cotação dos ativos selecionados para a formação do portfólio desde junho de 2019.

Devido à natureza dos FII's de distribuir dividendos mensalmente, o valor ajustado das cotas oferece uma representação mais precisa do valor real de cada ativo. Portanto, toda a modelagem dos dados será baseada nos valores ajustados.

4 Resultados

Inicialmente, foram analisados os retornos diários dos ativos ao longo de 2023. Através desta análise, é possível identificar padrões e comportamentos específicos dos fundos imobiliários selecionados. Os retornos diários foram calculados a partir dos preços de fechamento ajustados para cada fundo, permitindo uma avaliação precisa da performance dos ativos em intervalos curtos de tempo.

Levando em conta a análise do nosso portfólio em relação à taxa Selic mês a mês, nosso objetivo é desenvolver um modelo GARCH multivariado utilizando dados até dezembro de 2022. Este modelo visa prever a volatilidade de cada ativo e a covolatilidade entre eles para o mês de janeiro de 2023. Pretendemos extrair a matriz de covolatilidade dos dados previstos para janeiro de 2023, gerada pelo modelo DCC-GARCH. Posteriormente, utilizando o retorno projetado, que será calculado pelo retorno médio mensal, poderemos atribuir pesos a cada ativo do nosso portfólio, com o objetivo de otimizá-lo para obter o menor risco possível, visando alcançar o retorno da Selic e Selic + 10%. Esse procedimento será repetido mensalmente para uma comparação anual. Abaixo está a Tabela 4 com os valores da Selic para o ano de 2023:

Tabela 4: Taxa de Juros Selic mensais de 2023.

Mês	Taxa de Juros Selic (%)
Janeiro	1.12
Fevereiro	0.92
Março	1.17
Abril	0.92
Maiο	1.12
Junho	1.07
Julho	1.07
Agosto	1.14
Setembro	0.97
Outubro	1.00
Novembro	0.92
Dezembro	0.89

Considerando a medida protetiva em nosso portfólio, onde realocamos todos os recursos para a taxa Selic caso o retorno projetado de nenhum ativo seja maior que a própria taxa Selic, é importante destacar a formulação da otimização dos portfólios A e B. Para melhor compreensão da divulgação dos resultados, utilizaremos o exemplo da formulação da otimização para o primeiro mês em que a medida protetiva não é aplicada.

Pela Tabela 5 podemos observar que não existe qualquer valor para janeiro de 2023 que seja possível, pela técnica de Markowitz, otimizar pesos para a otimização de uma carteira, dado a inexistência de ativos com retorno projetado maior que o retorno mínimo. Por isso a decisão de exemplificar por fevereiro de 2023, cujo possui o ativo HGBS11 com retorno projetado de 1.358% ao mês.

Observando a Tabela 5, que apresenta o retorno projetado de cada ativo para cada mês do ano, identificamos que o primeiro e melhor mês para exemplificar a formulação dos resultados da otimização seria fevereiro de 2023. Para a construção do modelo de fevereiro, utilizamos os dados de um ano inteiro, começando em fevereiro de 2022 e terminando em janeiro de 2023.

Tabela 5: Retorno projetado (%) de cada ativo do portfólio para cada mês de 2023.

Mês	GTWR	KNCR	TGAR	BCFF	BRCR	HGBS	HGLG
Jan	-0.324	0.492	0.190	-0.584	-1.157	0.398	0.447
Fev	-0.213	0.764	0.003	-1.086	-1.280	1.358	0.348
Mar	0.236	1.025	0.167	-0.857	-1.544	1.418	0.604
Abr	0.158	0.799	-0.257	-0.908	-1.428	0.699	0.689
Mai	1.224	0.740	-0.191	0.121	-1.102	1.525	0.786
Jun	1.805	0.550	0.423	0.713	-0.450	1.936	0.707
Jul	1.981	0.826	0.754	2.125	1.594	2.650	1.103
Aug	2.444	0.882	0.596	2.353	2.031	2.481	0.641
Set	1.527	0.902	0.156	2.376	-0.437	1.372	0.409
Out	1.156	1.067	0.658	2.805	-0.596	1.333	0.497
Nov	0.611	1.263	0.216	3.101	-1.016	1.486	0.394
Dez	1.306	1.289	0.585	4.393	1.052	2.012	0.739

A apresentação dos resultados será dividida em duas partes. A primeira parte abordará o processo detalhado de fevereiro de 2023. A segunda parte apresentará os resultados gerais, sintetizando os resultados após a repetição de todos os processos para cada mês de 2023.

4.1 Procedimentos para Fevereiro de 2023

Detalhando todos os procedimentos para a formulação dos resultados de fevereiro de 2023, a começar pela Definição 1, calculamos o log-retorno diário, sendo possível observar pela Tabela 6, o retorno diário do fechamento ajustado de cada ativo do nosso portfólio, para os últimos dias de fevereiro. Notável que tais dados são os últimos utilizados na modelagem para gerar a carteira do mês de março.

Tabela 6: Retornos diários (%) dos fundos que compõem o portfólio dos últimos dias de fevereiro de 2023.

Data	GTWR11	KNCR11	TGAR11	BCFF11	BRCR11	HGBS11	HGLG11
2023-02-22	-0.0094	0.0003	0.0065	-0.0013	0.0086	0.0105	-0.0093
2023-02-23	0.0051	0.0007	-0.0107	-0.0016	-0.0149	0.0054	0.0016
2023-02-24	0.0012	0.0020	0.0023	0.0000	0.0030	0.0017	0.0053
2023-02-27	-0.0070	0.0003	-0.0032	0.0019	0.0022	0.0063	0.0024
2023-02-28	0.0046	0.0005	-0.0158	-0.0084	-0.0274	-0.0155	-0.0001

A partir do cálculo dos retornos diários dos fundos imobiliários, implementamos um modelo GARCH(1,1) para cada série de retornos. Este modelo nos permite capturar a volatilidade condicional das séries temporais de retornos, levando em consideração a autocorrelação e a heterocedasticidade presente nos dados. Com base nos parâmetros estimados do modelo GARCH(1,1), podemos em sequência aplicar o modelo DCC-GARCH para modelar a covariância condicional entre os diferentes fundos imobiliários. O modelo DCC-GARCH permite analisar e capturar a dinâmica da covariância entre as séries de retornos, o que é fundamental para compreender as interações e o comportamento conjunto dos fundos imobiliários em um portfólio.

O modelo GARCH(1,1) é implementado em cada série de retornos dos ativos, resultando em um modelo de volatilidade univariado para cada. Esse procedimento permite o ajuste de múltiplos modelos univariados GARCH(1,1) conforme o número de ativos no portfólio. Em seguida, os parâmetros são otimizados, conforme descrito na Tabela 7.

Tabela 7: Parâmetros Ótimos do modelo GARCH(1,1) para cada fundo da carteira.

Parâmetros	GTWR11	KNCR11	TGAR11	BCFF11	BRCR11	HGBS11	HGLG11
μ	-0.00027	0.00028	-0.00016	-0.00054	-0.00089	-0.00006	0.00027
$AR(1)$	-0.97112	0.49804	0.81893	0.33564	0.70014	0.66742	0.20985
$MA(1)$	0.98946	-0.68047	-0.79311	-0.23240	-0.58527	-0.60635	-0.10545
ω	0.00001	0.00000	0.00000	0.00001	0.00002	0.00002	0.00002
α_1	0.20082	0.26816	0.18307	0.24677	0.29818	0.34621	0.43764
β_1	0.76717	0.69019	0.81219	0.75223	0.57191	0.55300	0.52554

Após a implementação dos modelos GARCH univariados adequados para cada ativo, otimizamos um modelo DCC-GARCH com o objetivo de capturar as correlações dinâmicas entre as séries. A Tabela 8 apresenta os parâmetros ajustados do modelo DCC-GARCH para os dados de fevereiro de 2023.

Tabela 8: Estimativas dos Parâmetros ajustados do modelo multivariado de volatilidade DCC-GARCH.

Parâmetros	Estimativa	Erro Padrão	Valor t	Pr(> t)
μ GTWR11	-0.000260	0.000085	-3.0401	0.002365
$AR(1)$ GTWR11	0.973566	0.010167	95.7550	0.000000
$MA(1)$ GTWR11	-0.979815	0.000388	-2523.6	0.000000
ω GTWR11	0.000007	0.000002	3.2746	0.001058
α_1 GTWR11	0.212946	0.047851	4.4502	0.000009
β_1 GTWR11	0.755509	0.058608	12.891	0.000000
μ KNCR11	0.000299	0.000116	2.5885	0.009641
$AR(1)$ KNCR11	0.502746	0.091044	5.5220	0.000000
$MA(1)$ KNCR11	-0.685843	0.088970	-7.7087	0.000000
ω KNCR11	0.000003	0.000001	2.3428	0.019138
α_1 KNCR11	0.272165	0.074205	3.6678	0.000245
β_1 KNCR11	0.684317	0.064396	10.627	0.000000
μ TGAR11	-0.000165	0.000318	-0.5176	0.604720
$AR(1)$ TGAR11	0.807905	0.067870	11.904	0.000000
$MA(1)$ TGAR11	-0.785616	0.067764	-11.593	0.000000
ω TGAR11	0.000003	0.000010	0.3185	0.750099
α_1 TGAR11	0.182083	0.082052	2.2191	0.026478
β_1 TGAR11	0.809260	0.060300	13.421	0.000000
μ BCFF11	-0.000615	0.000801	-0.7670	0.443058
$AR(1)$ BCFF11	0.307179	0.248865	1.2343	0.217084
$MA(1)$ BCFF11	-0.218241	0.258026	-0.8458	0.397658
ω BCFF11	0.000007	0.000005	1.4673	0.142287
α_1 BCFF11	0.247851	0.061774	4.0122	0.000060
β_1 BCFF11	0.751149	0.067424	11.141	0.000000
μ BRRCR11	-0.000894	0.000424	-2.1097	0.034888
$AR(1)$ BRRCR11	0.691555	0.115438	5.9907	0.000000
$MA(1)$ BRRCR11	-0.577096	0.123378	-4.6775	0.000003
ω BRRCR11	0.000015	0.000014	1.0875	0.276806
α_1 BRRCR11	0.294973	0.058244	5.0644	0.000000
dcca1	0.039602	0.009505	4.1667	0.000031
dccb1	0.609669	0.088392	6.8973	0.000000

Com a volatilidade diária prevista para o mês de fevereiro, calcula-se a matriz de covolatilidade de todo o nosso portfólio. A Tabela 9 apresenta a matriz de covolatilidade prevista:

Tabela 9: Matriz de covolatilidade predita pelo modelo DCC-GARCH para fevereiro de 2023.

	GTWR11	KNCR11	TGAR11	BCFF11	BRCR11	HGBS11	HGLG11
GTWR11	3.64e-03	1.47e-05	2.009e-05	3.44e-05	2.74e-05	4.87e-05	3.75e-05
KNCR11	1.47e-05	8.99e-04	1.29e-05	1.12e-05	1.19e-05	2.04e-05	1.14e-05
TGAR11	2.00e-05	1.29e-05	1.40e-03	1.28e-05	1.77e-05	2.03e-05	1.96e-05
BCFF11	3.44e-05	1.12e-05	1.28e-05	2.04e-03	2.87e-05	3.34e-05	3.48e-05
BRCR11	2.74e-05	1.19e-05	1.77e-05	2.87e-05	1.77e-03	3.18e-05	2.96e-05
HGBS11	4.87e-05	2.04e-05	2.03e-05	3.33e-05	3.18e-05	3.26e-03	3.88e-05
HGLG11	3.75e-05	1.14e-05	1.96e-05	3.48e-05	2.96e-05	3.88e-05	2.81e-03

A matriz de covolatilidade apresentada na Tabela 9 contém todos os elementos necessários para a implementação da técnica de otimização de Markowitz. A análise dessa matriz permite identificar combinações de ativos que minimizam o risco total do portfólio para um determinado nível de retorno projetado. Portanto, a matriz de covolatilidade é o componente chave para a otimização do portfólio.

Considerando o retorno projetado para fevereiro de 2023, como a média mensal dos retornos dos últimos 12 meses, temos o seguinte retorno projetado para cada ativo:

Tabela 10: Retorno projetado de fevereiro de 2023 para cada FII.

FII	Retorno projetado (%)
GTWR11	-0.2129
KNCR11	0.7641
TGAR11	0.0028
BCFF11	-1.0861
BRCR11	-1.2795
HGBS11	1.3578
HGLG11	0.3483

Conforme a Tabela 10, é possível observar a otimização do portfólio para o mês de fevereiro. Como o FII HGBS11 é o único ativo com retorno projetado superior à taxa Selic de 0,92% para o mês de fevereiro, o portfólio otimizado deve incluir uma quantidade significativa desse ativo. Esse equilíbrio é necessário para maximizar o retorno, enquanto se considera o risco dos outros ativos, conforme previsto pela matriz de covolatilidade.

Lembrando que estamos construindo as carteiras mensalmente, isto é, todo mês iremos gerar 2 carteiras otimizadas, A e B, uma com o retorno mínimo na taxa Selic e outra para a taxa Selic + 10%, para cada mês teremos pesos únicos para cada ativo, caso os mesmos tenham retorno projetado maior que a própria Selic. No cenário de fevereiro, é projetado que dado o fato de que apenas 1 FII está com retorno projetado superior à taxa Selic, que sejam portfólios semelhantes, com o portfólio B sendo mais suscetível a riscos, dado o retorno mínimo maior.

Otimizando os portfólios A e B, com o retorno projetado dado pela Tabela 10, o retorno mínimo pela Tabela 2 e a matriz de covolatilidade pela Tabela 9. O objetivo é minimizar o problema quadrático descrito na Definição 4, de minimizar a operação quadrática em 3.1, a fim de encontrar os pesos dos ativos, os quais fazem o portfólio com menor risco, dado o objetivo de alcançar o retorno descrito na Tabela 2. Resolvendo o problema matemático, para o mês de fevereiro, temos pela Tabela 11, a distribuição de pesos, para cada tipo de portfólio otimizado no mês de fevereiro.

Tabela 11: Comparação dos pesos (%) de cada FII para a otimização dos Portfólios A e B em fevereiro de 2023.

FII	Portfólio A	Portfólio B
GTWR11	0.0000	0.0000
KNCR11	0.6135	0.5824
TGAR11	0.0000	0.0000
BCFF11	0.0000	0.0000
BRCR11	0.0000	0.0000
HGBS11	0.3136	0.4176
HGLG11	0.0728	0.0000

No portfólio A, pela Tabela 11, os FIIs apresentam uma distribuição diversificada dos recursos alocados. O fundo KNCR11 é o destaque, com uma alocação superior a 61% dos recursos totais, refletindo uma posição significativa no portfólio. Em seguida, o HGBS11 possui uma alocação substancial de aproximadamente 31,36%, enquanto o HGLG11 tem um peso menor, mas ainda relevante, de cerca de 7,28%. Os demais FIIs, como GTWR11, TGAR11, BCFF11 e BRCR11, têm pesos muito pequenos ou próximos de zero, indicando uma participação marginal nestes ativos.

No portfólio B, a distribuição dos pesos é um pouco diferente. O fundo KNCR11 novamente lidera com uma alocação de cerca de 58,24%, enquanto o HGBS11 também tem um peso significativo, representando aproximadamente 41,76% do portfólio. Os outros FIIs, incluindo GTWR11, TGAR11, BCFF11, BRCR11 e HGLG11, possuem alocações muito pequenas ou nulas, mostrando uma concentração maior nos dois principais fundos mencionados. Esta configuração indica uma estratégia de alocação de recursos focada em poucos ativos, possivelmente visando maximizar o retorno projetado através da concentração em FIIs com melhor desempenho projetado.

Pela análise individual, também observando a matriz de covolatilidade, o FII KNCR11 apresenta volatilidades e covolatilidades satisfatórias, pois mesmo não sendo o maior retorno projetado, mais ainda bastante significativo, domina os 2 tipos de portfólio, sendo menos presente no portfólio B, pois o mesmo necessita alcançar maior retorno, sendo

mais displicente em relação ao risco.

4.2 Síntese dos Resultados de 2023

Depois de calcular o retorno e modelar a volatilidade para encontrar a matriz de covolatilidades e otimizar o portfólio de acordo com o objetivo do trabalho, precisamos repetir esse processo todos os meses. Como exemplo, demonstramos o procedimento para fevereiro de 2023, conforme exibido na subseção anterior. Repetindo esse mesmo procedimento mensalmente e seguindo as mesmas diretrizes de proteção, podemos observar nas Tabelas 12 e 13 a distribuição dos pesos dos ativos para a otimização dos portfólios A e B, respectivamente.

Tabela 12: Distribuição de pesos (%) de cada ativo da otimização do Portfólio A para o ano de 2023.

Mês	GTWR11	KNCR11	TGAR11	BCFF11	BRCR11	HGBS11	HGLG11
Jan	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Fev	0.0000	0.6135	0.0000	0.0000	0.0000	0.3136	0.0728
Mar	0.0000	0.6321	0.0000	0.0000	0.0000	0.3679	0.0000
Abr	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Mai	0.1480	0.3707	0.0000	0.0000	0.0000	0.3872	0.0941
Jun	0.2178	0.3476	0.0856	0.0714	0.0155	0.1794	0.0826
Jul	0.0722	0.3989	0.2714	0.0299	0.1040	0.0176	0.1061
Ago	0.0729	0.3425	0.2841	0.0478	0.0845	0.0534	0.1148
Set	0.1651	0.4128	0.1545	0.0602	0.0209	0.1154	0.0711
Out	0.0995	0.3932	0.1023	0.0741	0.0855	0.1422	0.1032
Nov	0.1223	0.3449	0.1626	0.0741	0.0714	0.1180	0.1067
Dez	0.1030	0.2562	0.4341	0.0000	0.0597	0.0000	0.1470

Tabela 13: Distribuição de pesos (%) de cada ativo da otimização do Portfólio B para o ano de 2023.

Mês	GTWR11	KNCR11	TGAR11	BCFF11	BRCR11	HGBS11	HGLG11
Jan	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Fev	0.0000	0.5824	0.0000	0.0000	0.0000	0.4176	0.0000
Mar	0.0000	0.3344	0.0000	0.0000	0.0000	0.6656	0.0000
Abr	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Mai	0.1811	0.2372	0.0000	0.0000	0.0000	0.5110	0.0707
Jun	0.2541	0.3142	0.0719	0.0686	0.0000	0.2121	0.0791
Jul	0.0920	0.3601	0.2419	0.0421	0.1124	0.0512	0.1003
Ago	0.0964	0.3165	0.2532	0.0613	0.0977	0.0724	0.1024
Set	0.1872	0.4289	0.1189	0.0727	0.0000	0.1290	0.0633
Out	0.1041	0.4054	0.0979	0.0934	0.0512	0.1530	0.0951
Nov	0.1196	0.3611	0.1514	0.0885	0.0514	0.1263	0.1016
Dez	0.1193	0.2923	0.3632	0.0000	0.0587	0.0387	0.1278

Com as Tabelas 12 e 13, é possível analisar os resultados da otimização, que fornecem o peso ideal de cada ativo no portfólio para determinado mês. No entanto, isso não garante que o portfólio terá bons resultados ou até resultados positivos. Para uma avaliação mais precisa, utiliza-se os pesos dos portfólios otimizados com o retorno real dos ativos. Com os dados de retorno de cada mês de 2023, os recursos serão realocados mensalmente, respeitando a distribuição de pesos de cada portfólio, em prol de comparar com a taxa Selic.

Alocando os recursos conforme os pesos específicos de cada portfólio, podemos analisar mensalmente o desempenho em relação à taxa Selic e comparar qual dos portfólios obteve o maior retorno ao longo de 2023. Os resultados mensais de ambos os portfólios estão detalhados na Tabela 14 e na Figura 2 para acompanhamento.

Tabela 14: Retorno Real (%) dos portfólios A e B em comparação com a Selic nos meses de 2023.

Mês	Selic	Portfólio A	Portfólio B
Jan	1.12	1.12	1.12
Fev	0.92	0.74	0.62
Mar	1.17	0.17	0.66
Abr	0.92	0.92	0.92
Mai	1.12	2.06	2.92
Jun	1.07	4.40	4.22
Jul	1.07	2.27	2.47
Ago	1.14	0.99	1.07
Set	0.97	1.84	1.73
Out	1.00	-0.87	-0.50
Nov	0.92	2.54	2.43
Dez	0.89	2.59	2.81

A Figura 2 e a Tabela 13 apresenta o retorno real dos portfólios A e B em comparação com a taxa Selic ao longo dos meses de 2023. Observa-se a volatilidade dos retornos dos portfólios, refletindo as flutuações nos mercados financeiros durante o período. Enquanto a taxa Selic permaneceu relativamente estável, os retornos dos portfólios mostraram variações significativas, destacando a importância da análise cuidadosa e da gestão de riscos para os investidores.

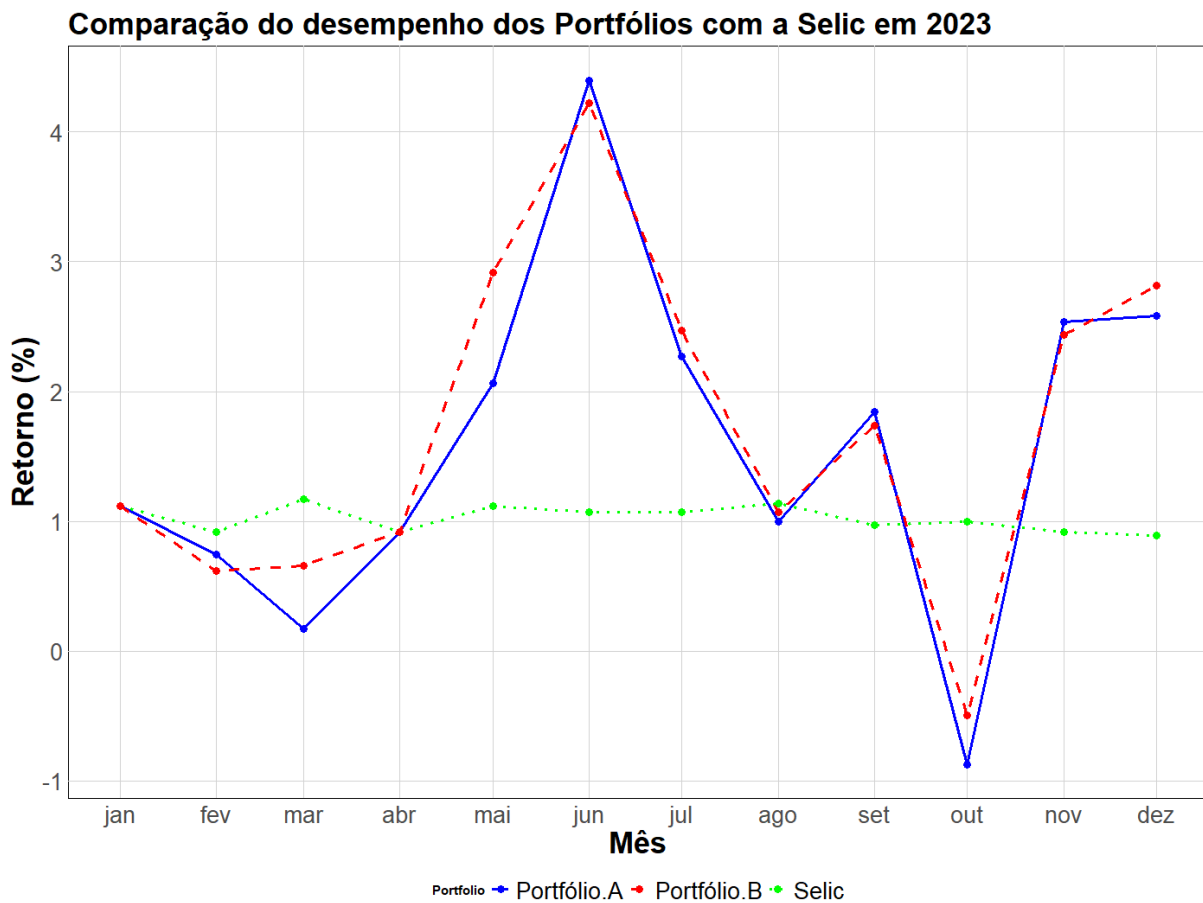


Figura 2: Desempenho mensal (%) dos Portfólios A e B em comparação com a Selic em 2023.

A partir do desempenho mensal, que seria o retorno real dos portfólios construídos em relação a Selic, podemos analisar o desempenho acumulado durante os meses, isto é, o retorno anual dos portfólios para o ano de 2023. Acompanhe pela Tabela 14 e Figura 3 o retorno real acumulado dos portfólios de estudo.

Tabela 15: Retornos acumulados (%) dos Portfólio A e Portfólio B em comparação com a Selic nos meses de 2023.

Mês	Selic	Portfólio A	Portfólio B
Jan	1.12	1.12	1.12
Fev	2.04	1.86	1.74
Mar	3.21	2.03	2.39
Abr	4.13	2.95	3.31
Mai	5.25	5.02	6.23
Jun	6.32	9.41	10.5
Jul	7.39	11.7	12.9
Ago	8.53	12.7	14.0
Set	9.5	14.5	15.7
Out	10.5	13.6	15.2
Nov	11.4	16.2	17.7
Dez	12.3	18.8	20.5

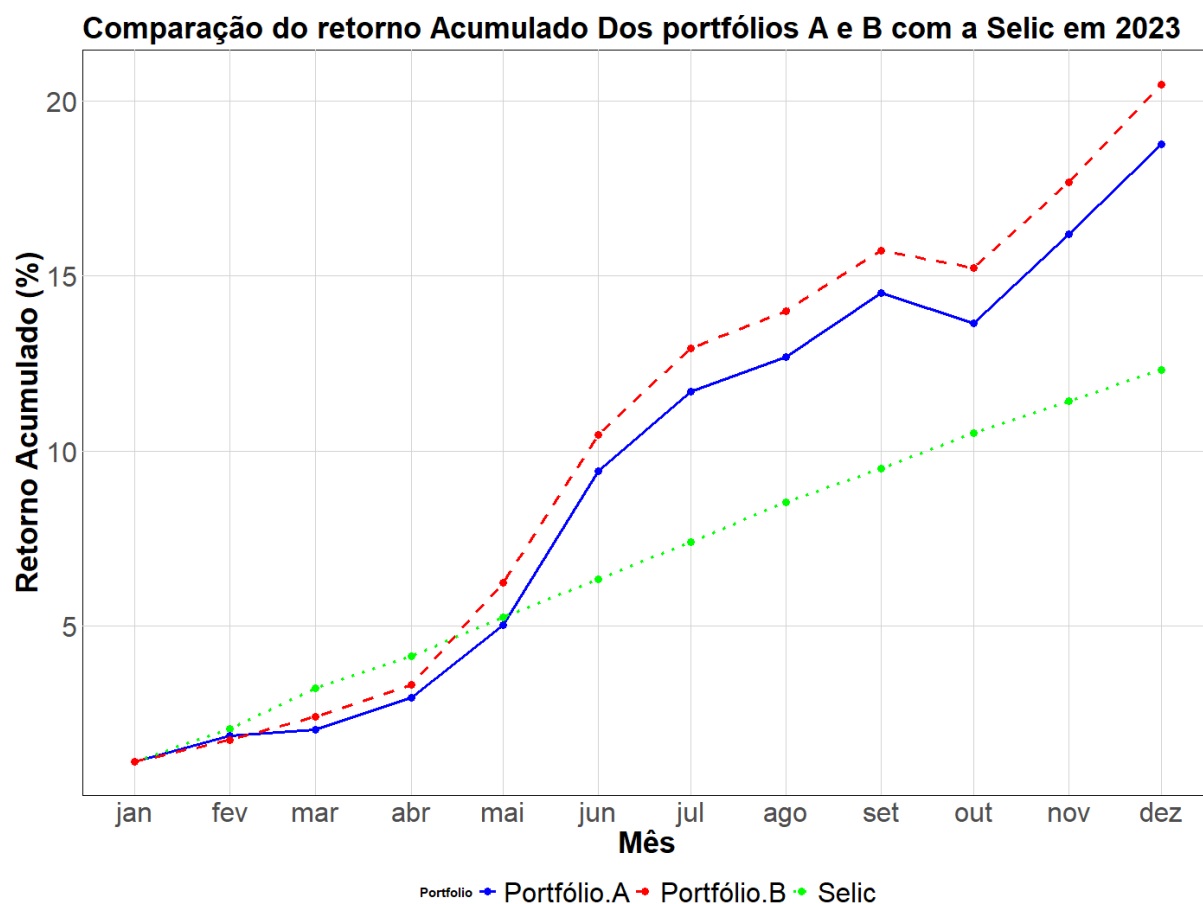


Figura 3: Desempenho acumulado (%) dos Portfólios A e B em comparação com a Selic em 2023.

Pela Figura 3, é evidente o bom desempenho dos portfólios, com destaque para o Portfólio B, que superou a taxa de juros Selic em mais de 8% ao longo de 2023.

5 Conclusão

O estudo da volatilidade dos fundos imobiliários não apenas oferece uma visão clara do risco associado a esses ativos, mas também desempenha um papel fundamental na formulação de estratégias de investimento eficazes. Ao modelar a volatilidade dos retornos em prol de prever a volatilidade e covolatilidade da carteira de FIIs definida, foi possível antecipar melhor os movimentos do mercado, tornando possível realocar os recursos de forma prudente e potencialmente aumentando o lucro das carteiras. Além disso, em um ambiente financeiro cada vez mais complexo e interconectado, no qual se espera trabalhar com otimização de carteiras, entender a volatilidade não é apenas uma vantagem, mas sim uma necessidade.

Com base na formulação de 2 portfólios, A e B, com o portfólio B tendo maior tolerância a riscos, foi possível observar comportamentos únicos de alguns ativos em relação a outros, pelos resultados das Tabela 12 e Tabela 13, temos indícios de que o ativo KNCR11 possui a menor relação risco retorno em comparação com outros ativos da carteira, pois diminuindo o retorno mínimo, com menor tolerância a riscos, seu peso na carteira tende a ser maior. Isso sugere que KNCR11 tem a menor volatilidade individual e covolatilidade entre os ativos da carteira para um retorno projetado maior e, portanto, pode ser considerado o menos arriscado. Seguindo o mesmo raciocínio, também é possível observar que o ativo BCFF11 possui covolatilidades relativamente altas com os outros ativos. Isso indica que BCFF11 tem um risco potencialmente maior em relação aos outros ativos, pois suas variações estão mais correlacionadas com as variações dos outros ativos na carteira, quase não estando presente no portfólio de menor tolerância a risco.

Ao analisar o desempenho durante o ano de 2023 dos portfólios A e B em relação à taxa Selic, conforme ilustrado pela Figura 3, fica claro que ambos os portfólios superaram significativamente a taxa de referência ao longo do ano. O Portfólio A obteve um retorno de aproximadamente de 18.8%, enquanto o Portfólio B alcançou um retorno de 20.5% em relação aos 12.3% da taxa Selic. Esses números destacam a capacidade desses portfólios em gerar retornos superiores ao benchmark do mercado brasileiro, o que é fundamental para investidores em busca de resultados sólidos.

No entanto, apesar do sucesso, estamos lidando com a volatilidade do mercado, havendo variações mensais no desempenho de ambos os portfólios. Essa volatilidade mensal pode ter sido influenciada por uma série de fatores, incluindo mudanças nas condições macroeconômicas, políticas governamentais e eventos específicos do mercado imobiliário. Portanto, enquanto os investidores podem se beneficiar dos retornos potencialmente mais

altos oferecidos pelos fundos imobiliários, é crucial definir um plano estratégico para a formulação da carteira.

5.1 Delimitação da Pesquisa

É importante deixar claro que um dos pilares para a otimização dos portfólios é o cálculo do retorno projetado. Neste estudo, foi utilizado o retorno médio mensal como projeção para o retorno do mês seguinte, uma abordagem que pode ser questionada devido à volatilidade do mercado. No âmbito dos FIIs, existem diversas maneiras de abordar essa questão, como a análise precisa dos relatórios gerenciais. Todo FII possui obrigações burocráticas na divulgação de resultados e planos gerenciais, e uma análise minuciosa desses documentos poderia ser uma alternativa mais precisa para substituir a abordagem simplista de considerar o retorno projetado igual à média mensal do ano anterior.

Além do sucesso explícito dos portfólios em comparação com a Selic, outra contribuição significativa é a diferença na tributação considerando um prazo de investimento de um ano. Enquanto a alíquota de Imposto de Renda (IR) sobre o retorno do Tesouro Selic é de 20%, os investimentos em FIIs oferecem um grande benefício: a distribuição de dividendos isentos de imposto. Assim, ao investir no Tesouro Selic por um ano, há uma tributação de 20% sobre o retorno total obtido, enquanto os FIIs proporcionam retornos livres de imposto. No entanto, ao vender um FII com ganho de capital, incide uma alíquota de IR de 15%.

Referências

- AMORIN, A. O efeito do risco brasil sobre os retornos do mercado imobiliário e o mercado em geral, e os determinantes macroeconômicos do preço de imóveis residenciais. *Universidade Federal de Santa Maria - UFSM*, 2016.
- BODIE ZVI; KANE, A. M. A. *Investments*. 12th. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2020.
- ENGLE, R. F. *Dynamic Conditional Correlation: A Simple Class of Multivariate GARCH Models*. [S.l.]: Journal of Business & Economic Statistics, 2002. v. 20. 339–350 p.
- MALKIEL, B. *A random walk down Wall Street*. 12th. ed. [S.l.]: W. W. Norton Company, Inc, 1999. 200–230 p.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MORETTIN, P. *Econometria Financeira*. 2th. ed. [S.l.]: Blusher, 2011. 8–10 p.
- SCOLESE DANIEL; BERGMANN, D. S. F. S. J. Análise de estilo de fundos imobiliários no brasil. *Journal of Accounting and Organizations*, 2015.
- SILVA, J. F. Modelização garch multivariada das taxas de retorno das small, mid e large caps da zona euro. *Universidade do Porto*, 2007.
- TESSARI, J. Impactos da introdução de fundos imobiliários em portfólios Ótimos de média-variância e mínima-variância. *Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC*, 2014.
- YOKOYAMA, K. Os fundos de investimento imobiliário listados em bolsa e as variáveis que influenciam seus retornos. *Universidade Federal do Espírito Santo – UFES*, 2014.