



Universidade de Brasília (UnB)  
Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas  
(FACE)  
Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais (CCA)  
Bacharelado em Ciências Contábeis

**ARTHUR VINÍCIUS CARVALHO FROES FIALHO**

**COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA CARTEIRA DE MÍNIMA  
VARIÂNCIA CRIADA PELO MÉTODO DE MARKOWITZ COM O IBOVESPA EM  
2020.**

Brasília, DF  
2024

**ARTHUR VINÍCIUS CARVALHO FROES FIALHO**

**COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA CARTEIRA DE MÍNIMA  
VARIÂNCIA CRIADA PELO MÉTODO DE MARKOWITZ COM O IBOVESPA EM  
2020.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de Brasília como requisito parcial de obtenção do grau de Bacharel em Ciências Contábeis.

Prof. Responsável:  
Fátima de Souza Freire

Linha de pesquisa:  
Impactos da Contabilidade na Sociedade

Área:  
Contabilidade financeira

Brasília, DF  
2024

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

F F439c Fialho, Arthur Vinicius Carvalho Froes  
COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA CARTEIRA DE MÍNIMA  
VARIÂNCIA CRIADA PELO MÉTODO DE MARKOWITZ COM O IBOVESPA EM  
2020. / Arthur Vinicius Carvalho Froes Fialho; orientador  
Fátima de Souza Freire. -- Brasília, 2024.  
32 p.

Monografia (Graduação - Ciências Contábeis e Atuariais )  
-- Universidade de Brasília, 2024.

1. Markowitz. 2. Teoria Moderna de Portfólio. 3.  
Investimento. 4. Covid-19. 5. Mercado Financeiro. I. Freire,  
Fátima de Souza, orient. II. Título.

Professora Doutora Márcia Abrahão Moura  
Reitora da Universidade de Brasília

Professor Doutor Enrique Huelva Unternbäumen  
Vice-Reitor da Universidade de Brasília

Professor Doutor Diêgo Madureira de Oliveira  
Decano de Ensino de Graduação

Professor Doutor José Márcio Carvalho  
Diretor da Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas  
Públicas

Professor Doutor Sérgio Ricardo Miranda Nazaré  
Chefe do Departamento de Ciências Contábeis e Atuarias

Professor Doutor Alex Laquis Resende  
Coordenador de Graduação do curso de Ciências Contábeis - Diurno

Professor Doutor Wagner Rodrigues dos Santos  
Coordenador de Graduação do curso de Ciências Contábeis - Noturno

**ARTHUR VINÍCIUS CARVALHO FROES FIALHO**

**COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DE UMA CARTEIRA DE MÍNIMA  
VARIÂNCIA PELO MÉTODO DE MARKOWITZ COM O IBOVESPA EM 2020**

Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia ou Artigo) apresentado ao Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de Brasília como requisito parcial de obtenção do grau de Bacharel em Ciências Contábeis.

---

Profa. Fátima de Souza Freire  
Orientadora  
Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais  
Universidade Brasília (UnB)

---

Prof. Paulo Augusto Pettenuzzo de Britto  
Examinador  
Departamento de Ciências Contábeis e Atuariais  
Universidade de Brasília (UnB) ou outra instituição

BRASÍLIA  
2024

## RESUMO

Este estudo tem como objetivo comparar o desempenho de uma carteira de mínima variância, criada pelo método de Markowitz a partir de dados históricos de 2019, com o Ibovespa no ano de 2020. Esse período foi caracterizado por intensas discussões políticas e econômicas, que geraram instabilidades no mercado de ações daquele ano. O método de Markowitz, também conhecido como Teoria Moderna do Portfólio (TMP), propõe a diversificação dos ativos de investimento através de um modelo matemático e estatístico, visando a redução do risco de uma carteira. Uma carteira de mínima variância é caracterizada por ter o menor risco possível dada as combinações de carteiras apresentadas pela fronteira eficiente. Assim, a fim de verificar a eficiência desse método em um cenário de instabilidade, essa pesquisa, de natureza quantitativa e descritiva, comparou uma carteira criada a partir de dados históricos de 2019 com o Ibovespa do ano de 2020. Os resultados obtidos pelo método estudado superaram as expectativas, contudo os resultados passados não garantem resultados futuros.

**Palavras-chaves:** Markowitz. Teoria moderna de Portfólio. Investimento. Covid-19. Mercado financeiro.

## ABSTRACT

This study aims to compare the performance of a minimum variance portfolio, created using the Markowitz method from historical data in 2019, with the Ibovespa in the year 2020. This period was characterized by intense political and economic discussions, which generated instabilities in the stock market that year. The Markowitz method, also known as Modern Portfolio Theory (MPT), proposes the diversification of investment assets through a mathematical and statistical model, aiming to reduce the risk of a portfolio. A minimum variance portfolio is characterized by having the lowest possible risk given the combinations of portfolios presented by the efficient frontier. Thus, in order to verify the efficiency of this method in a scenario of instability, this quantitative and descriptive research compared a portfolio created from historical data in 2019 with the Ibovespa for the year 2020. The results obtained by the studied method exceeded expectations; however, past results do not guarantee future performance.

**Keywords:** Markowitz, Modern Portfolio Theory, Investment, Covid-19, Financial Market.

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 - Comparação entre dois investimentos. ....                             | 15 |
| Figura 2 - Risco diversificável e risco não diversificável .....                 | 16 |
| Figura 3 - Princípio de dominância entre ativos.....                             | 19 |
| Figura 4 - Exemplo de diferentes carteiras de investimento .....                 | 21 |
| Figura 5 - Risco versus retorno de ativos e das carteiras possíveis.....         | 22 |
| Figura 6 - Carteira de mínima variância.....                                     | 22 |
| Figura 7 - Fronteira Eficiente.....  | 26 |
| Figura 8 – Retorno mensal da carteira formada com o Ibovepa no ano de 2020 ..... | 27 |



## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| Tabela 1 - 9 ações com maior peso no índice Ibovespa 02/09/2019 .....            | 23 |
| Tabela 2 - Retorno esperado diário e risco de cada ativo .....                   | 25 |
| Tabela 3- Matriz de correlação .....   | 25 |
| Tabela 4 - Composição da carteira de mínima variância.....                       | 26 |
| Tabela 5 – Retorno esperado diário e risco da carteira de mínima variância. .... | 27 |
| Tabela 6– Comparação do retorno da carteira com o Ibovespa no ano de 2020.....   | 28 |

## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....                                    | 10 |
| <b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....                           | 12 |
| 1.1 TAXA DE RETORNO .....                                    | 12 |
| 1.2 RISCO DE UM INVESTIMENTO FINANCEIRO .....                | 14 |
| <b>1.2.1 Risco sistemático e não sistemático</b> .....       | 16 |
| 1.3 TEORIA DE MARKOWITZ OU TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIO ..... | 17 |
| <b>1.3.1 Taxa de retorno e risco de uma carteira</b> .....   | 19 |
| <b>1.3.2 Fronteira Eficiente</b> .....                       | 20 |
| <b>2 METODOLOGIA</b> .....                                   | 23 |
| <b>3 RESULTADOS</b> .....                                    | 25 |
| <b>4 CONCLUSÃO</b> .....                                     | 29 |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....                      | 30 |

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho pretende verificar o desempenho da carteira de ações criada pelo método de Markowitz no contexto da pandemia da Covid-19 no ano de 2020. O assunto se mostra relevante porque no contexto atual de *financial deepening* brasileiro, que é o aprofundamento da sociedade brasileira sobre finanças, os novos investidores precisam de técnicas e teorias para avaliação de tomada de decisão com maior qualidade no mundo dos investimentos.

No ano de 2020 o mundo sofreu profundamente com a pandemia da Covid-19. Nesse período, diversos países adotaram medidas restritivas relacionadas à contenção da doença, como a restrição da circulação de pessoas, as políticas de distanciamento social, entre outras providências que afetaram diretamente as suas economias. Por conta disso, foi criado um cenário de maior incerteza no mercado acionário, que sofreu enorme volatilidade nesse período. Segundo Freitas, Santiago e Carvalho (2023) a enorme integração econômica entre os países tem como consequência a sensibilidade dos eventos externos na economia local. Este fenômeno pode ser visualizado pelo desvio-padrão do Ibovespa daquele ano. O índice de desempenho médio das ações mais negociadas no Brasil, durante o dia de quatorze de janeiro de 2020 até o dia vinte de março do mesmo ano, sofreu uma queda abrupta de 41,46%, refletindo a intensidade do impacto da pandemia no mercado brasileiro. Diante deste contexto, surge a necessidade de compreender como diferentes estratégias de investimento responderam diante desse fenômeno mundial. A pesquisa visa analisar se uma carteira de mínima variância desenvolvida pelo método de Markowitz apresentou um resultado satisfatório diante desse cenário.

Para tanto, este estudo compara uma carteira desenvolvida pelo método de Markowitz com o desempenho do Ibovespa no cenário de instabilidade do ano de 2020. O método de Markowitz, desenvolvido para otimizar a relação entre risco e retorno de uma carteira, consta que o conceito de diversificação é eficiente em diminuir o risco de um portfólio de investimentos, pois mitiga os riscos não sistemáticos. Segundo Brito (1981) sempre foi parte do conhecimento do mercado que a diversificação de investimentos reduz o risco, mas a formalização da redução dos riscos a partir da diversificação veio ocorrer no final da década de 50 como o trabalho de Markowitz.

A pesquisa utiliza a metodologia quantitativa e descritiva. O Método de Markowitz foi aplicado utilizando o *software solver* do Excel. Os ativos selecionados para o desenvolvimento da carteira eficiente de Markowitz, foram as nove ações com maior peso do índice Ibovespa de

2019, essas ações detinham mais de 50% do índice de 2019. Essa seleção foi feita de maneira sistemática para trazer impessoalidade na seleção dos ativos.

O Trabalho foi dividido em três seções, além desta introdução. A primeira parte do trabalho tem por objetivo trabalhar conceitos basilares para compreensão do trabalho. Dessa maneira, esta seção foi dividida em três tópicos, o primeiro tópico abordará a taxa de retorno, maneira utilizada para estimar o retorno de uma ação. O segundo tópico aborda o risco de investimento financeiro, dando enfoque ao risco sistemático e a sua diferença ao risco não sistemático, além de apresentar conceitos teóricos de como analisar o risco de uma ação. Por fim, o último tópico tratará sobre o modelo de Markowitz, que é o método utilizado para formação de uma carteira de ações deste trabalho, este método consiste em utilizar métodos estatísticos para otimizar a relação entre risco e retorno de uma carteira de investimento.

Em seguida, a segunda parte do trabalho visa tratar da aplicação dos conceitos trabalhados na seção anterior. Dando enfoque no como foi feita a aplicação da teoria apresentada com todos os detalhes necessários.

Por fim, na terceira seção traz os resultados da pesquisa, que visa responder de fato o problema cerne deste trabalho, se uma carteira desenvolvida pelo método de Markowitz foi realmente eficiente ou não no ano de 2020.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

O investimento financeiro é conceituado pela alocação de recursos financeiros no momento presente com a expectativa de retornos futuros. Diante desse conceito, existem diversas técnicas e ferramentas para o investidor tomar uma decisão de uma aplicação financeira com o intuito de ter o melhor resultado possível. Segundo Marques et al (2013), em uma decisão de investimento o investidor há de analisar não só os valores a serem investidos, mas também os prazos de investimento, os níveis de risco e retorno que o investidor está disposto a correr e as diferentes combinações entre risco e retorno que os investimentos são capazes de oferecer.

O mercado de ações é conhecido pelo seu risco e sua volatilidade, mas, além disso, ele também é conhecido por possuir grandes oportunidades de retornos financeiros, ainda que sempre com um risco associado. O método de Markowitz procura otimizar essa relação entre risco e retorno. Logo, ele parte da premissa que um investidor com as opções entre diversas carteiras com a mesma expectativa de retorno, ele sempre escolherá aquela que apresentar o menor risco. Para otimizar essa relação, é necessário primeiro apontar qual seria a taxa de retorno de um determinado ativo e definir o risco associado.

### 1.1 TAXA DE RETORNO

De acordo com Marques et al (2013), a taxa de retorno de um investimento é fundamental para avaliar a rapidez com que o valor do investimento se altera, podendo ser calculada como a variação percentual entre o valor final e o valor inicial do investimento em um determinado período de tempo.

$$Rt = \frac{Vf - Vi}{Vi} \times 100 \quad (1)$$

Onde  $Rt$  é o retorno final do período  $t$ ,  $Vf$  é o valor final,  $Vi$  é o valor inicial.

A equação (1) expressa que o retorno final de um período  $t$  é a diferença entre o valor final do ativo menos o valor inicial tudo dividido pelo valor inicial.

Francis e Archer (1971) afirmam que existem diversas maneiras de calcular o retorno de um ativo. A equação (2) tem o diferencial de adicionar os dividendos na conta do retorno de um investimento. Essa contribuição é relevante quando o investimento se trata de uma ação.

$$r = \frac{(P_0 - P_1) + D_1}{P_0} \quad (2)$$

Onde  $r$  é o retorno final,  $P_0$  o preço inicial do ativo,  $P_1$  o preço final do ativo,  $D_1$  representa os dividendos distribuídos pelo ativo durante o período.

Marques et al (2013) afirmam que o fato de um rendimento ter acontecido no passado, não necessariamente é garantia de que esse mesmo retorno acontecerá no futuro, por conta disso, a informação relevante para os investidores tomarem alguma decisão é o valor esperado de retorno. As duas maneiras mais usuais em determinar o retorno esperado de um ativo são: ou uma projeção baseada a partir dos rendimentos históricos, ou uma projeção financeira feita por analistas que tentam determinar possíveis taxas de retorno futuras e suas probabilidades de rendimentos. Markowitz (1952) afirma que o retorno deve ser esperado ou antecipado, uma vez que o futuro não pode ser conhecido com certeza. Nesta linha, Francis e Archer (1971) afirmam que determinar o retorno esperado de um investimento a partir de uma projeção de seus retornos históricos seria mais objetivo, já que determinar a partir de projeções analíticas seria uma maneira mais subjetiva.

O retorno esperado de um ativo, segundo Assaf Neto (2021, p. 269), “é o retorno médio ponderado de todos os prováveis resultados de um investimento, calculados para diferentes cenários projetados”

Francis e Archer (1971) complementam que o retorno esperado de um ativo pode ser calculado a partir do somatório da frequência relativa observada de retornos históricos multiplicado pelos seus retornos ocorridos a partir de determinado período de tempo, como destacado na equação (3). A frequência relativa, nesse caso, é utilizada como a probabilidade de retorno. Na prática, o que essa fórmula nos traz é a média ponderada dos retornos históricos.

$$E(x) = \sum_{t=1}^T P_{xt} R_{xt} \quad (3)$$

Onde  $E(x)$  representa a expectativa de retorno,  $P_{xt}$  representa a probabilidade do retorno  $x$  no período  $t$ ,  $R_{xt}$  representa o rendimento observável de  $x$  no período  $t$ .

Marques et al (2013) afirmam que, uma medida de tendência central, que indica o centro da distribuição, pode ser utilizada para estimar a taxa de retorno esperada com base em históricos de rendimentos. Entre as medidas de tendência central, podem-se utilizar a média aritmética, a moda ou a mediana. Os autores complementam que a média aritmética é sempre única, ao contrário da moda, e complementam que, as relações matemáticas utilizando a média aritmética são mais convenientes para calcular o rendimento esperado em comparação com a moda ou a mediana. Para calcular a taxa média dos retornos esperados, considerando que esses rendimentos passados têm, individualmente, a mesma probabilidade de ocorrer no futuro, utiliza-se a expressão indicada em:

$$R(E)xt = \sum_{j=1}^N \frac{Rxj}{N} \quad (4)$$

Onde  $R(E)xt$  representa o retorno esperado do ativo  $x$  no período  $t$ ,  $Rxj$  representa o retorno do ativo  $x$  no período  $j$  e  $N$  o número de períodos analisados.

## 1.2 RISCO DE UM INVESTIMENTO FINANCEIRO

Assaf Neto (2021) atesta que é possível mensurar o risco de um ativo qualquer a partir das dispersões observadas em torno da média. Sendo o desvio padrão a medida mais adotada para atribuir um caráter quantitativo no risco de um ativo. Já Marques et Al (2013) afirmam que a variância do ativo tem o poder de evidenciar o quanto a taxa de retorno do ativo se afastou do retorno previsto pelo investidor, que normalmente é a média. Logo, quanto maior for a variância do ativo, maior será o grau de distanciamento do retorno esperado pelo investidor e quanto menor for o valor da variância, menor será a probabilidade de distanciamento do retorno esperado.

A equação (5), demonstra matematicamente a maneira como é calculado a variância. Sendo  $Rat$  é o retorno esperado do ativo  $a$  no período  $t$  e  $R(E)$  é a média aritmética dos retornos observados e  $N$  é o número de observações.

$$Var(R) = \sigma^2 = \sum_{t=1}^N \frac{(Rat - R(E))^2}{N-1} \quad (5)$$

Onde  $Var(R)$  representa a variância dos retornos,  $Rat$  representa o retorno do ativo a no período  $t$ ,  $R(E)$  representa o retorno esperado,  $N-1$  representa no número de períodos passados analisados.

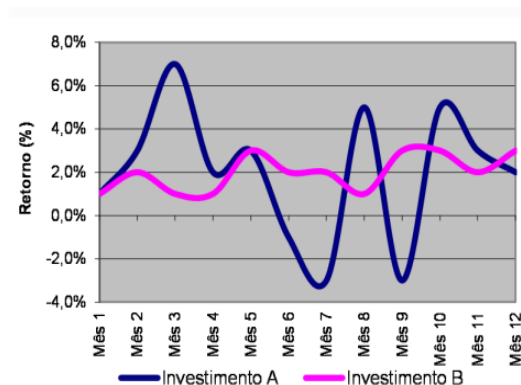
Outra medida utilizada para quantificar o risco é o desvio padrão, que nada mais é que a raiz quadrada da variância. O desvio padrão é a raiz quadrada da variância como demonstra a equação (6).

$$\sigma = \sqrt{Var(R)} \quad (6)$$

Onde  $\sigma$  é o desvio padrão, e  $Var(R)$  é a variância dos retornos.

Assim, a figura 1 compara dois investimentos hipotéticos que possuem o mesmo retorno médio anual.

Figura 1 - Comparação entre dois investimentos.



Fonte: Marques *et al.* (2013)

O gráfico evidencia que apesar do retorno médio ser semelhante aos dois investimentos, o Investimento A teve uma variação maior ao Investimento B durante o mesmo período. Analisando estatisticamente esses dois resultados pode-se afirmar que o Investimento A possui uma variância e um desvio padrão maior em relação ao Investimento B. Portanto, tanto a variância quanto o desvio padrão, são medidas que determinam a dispersão dos resultados obtidos em relação à média.

Assaf Neto (2021 p. 267) aduz que “Sendo a incerteza de um investimento entendida como a possibilidade de o resultado afastar-se do valor esperado, o risco é definido como uma medida de variação dos possíveis retornos de um ativo. É a quantificação da incerteza”. Assim



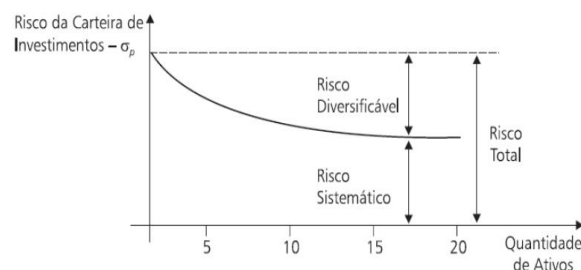
sendo, ter um método objetivo de classificação de risco pode ser extremamente vantajoso para os tomadores de decisão, visto que o Investimento A pode ser classificado como um investimento de maior risco, por ter uma variância ou um desvio padrão maior que o Investimento B.

### 1.2.1 Risco sistemático e não sistemático

Os autores Bodie, Kane e Marcus (2014) afirmam que podemos identificar e classificar duas fontes de incertezas quando se trata de um investimento em ações de uma empresa. A primeira seria o risco associado às questões econômicas em geral como, por exemplo, os ciclos econômicos, a inflação, as taxas de juros praticadas pelo país, a variação cambial, entre outros fatores macroeconômicos. Todas essas variáveis econômicas afetam diretamente o desempenho de um investimento, mas nenhum desses fatores podem ser previstos com tamanha certeza. Além das questões macroeconômicas, existe o risco específico da empresa em questão como o modelo de administração, filosofia de negócios entre outras influências mais específicas a uma entidade, riscos que não afetam outras empresas.

Quanto aos riscos, Assaf Neto (2021) os divide em duas classificações, o risco sistemático, também conhecido como risco não diversificável, e o risco diversificável ou não sistemático. O risco sistemático seria aquele que não pode ser reduzido mediante a diversificação, é um risco que está sempre presente na carteira de investimento, sendo associado às situações macroeconômicas como taxa de juros, inflação e além da economia em geral a situação política. Enquanto, o risco diversificável seria aquele que pode ser totalmente ou parcialmente reduzido por meio da diversificação dos ativos, sendo aquele risco mais associado com as características particulares do título conforme pode ser observado na figura 2.

Figura 2 - Risco diversificável e risco não diversificável



Fonte: Assaf Neto (2021)

A figura 2 demonstra que o risco de uma carteira de investimento, medido a partir do desvio padrão, diminui à medida que a carteira possui mais ativos, porém até certo ponto. O

risco sistemático continua mesmo após a inserção de vários ativos dentro de uma carteira de investimentos.

Nesta perspectiva, Assaf Neto (2021) ensina que os riscos dos ativos podem ser diminuídos quando combinados a partir de uma carteira ou portfólio de investimentos, desde que os retornos dos ativos não sejam perfeitamente correlacionados positivamente entre si.

Exemplificando a diversificação, se um investimento estiver dividido em duas empresas, uma no setor de informática e outra no setor de petróleo, como os riscos específicos às empresas são distintas, pois cada uma possui influências independentes, essa estratégia tende a diminuir o risco da carteira. Caso o preço do petróleo caia, esse fato prejudicaria a ação de uma empresa no ramo de petróleo, mas não necessariamente afetaria o resultado da empresa no ramo de informática. Essa estratégia pode ser ampliada para além de duas ações, a diversificação em diversos outros títulos continuaria reduzindo a exposição do risco a fatores específicos à empresa, contribuindo para a diminuição da volatilidade geral de uma carteira. Mesmo diversificado bastante a carteira de investimento, investindo em diferentes empresas de diferentes setores, não tem como eliminar todos os riscos. Os riscos macroeconômicos estão presentes em praticamente todos os títulos, logo não é possível eliminar os riscos econômicos gerais, independente da diversificação Bodie, Kane e Marcus (2014).

### 1.3 TEORIA DE MARKOWITZ OU TEORIA MODERNA DE PORTFÓLIO

O conceito desenvolvido por Markowitz é um pilar fundamental da teoria financeira moderna que representa uma ferramenta eficiente em alocar riquezas em diferentes tipos de investimento considerando as expectativas dos investidores em relação ao retorno e o risco de todos os ativos considerados Jorion (1992). Com isso em mente, Markowitz desenvolve sua teoria baseada na diversificação de investimentos, Silva et al (2020) explicam que o processo de distribuir o investimento em diversos ativos, compondo em uma carteira ou portfólio, denomina-se diversificação.

Markowitz (1952) argumenta que para reduzir um risco de um portfólio de investimento é necessário que a seleção de ativos seja feita de forma eficiente. Por exemplo, se consideramos dois portfólios de 6 ações, um portfólio somente com ações de empresas construtoras de estradas de ferro e o outro portfólio com ações de mineração e outros tipos de empresas, o segundo portfólio está mais bem diversificado. Isso se dá porque normalmente é mais provável que as empresas do mesmo setor tenham um resultado similar comparado com empresas de

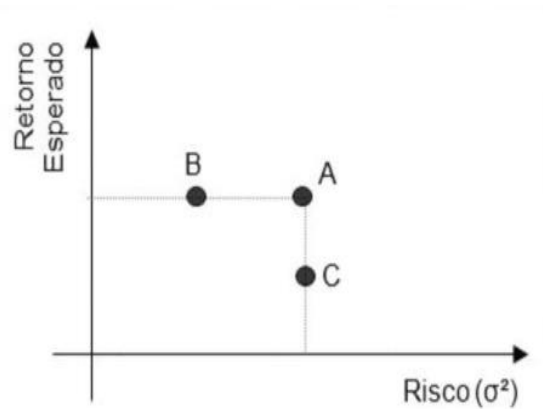
outros setores. Por isso, é necessário evitar investir em ações que possuem maior covariância entre si.

Portanto, a maneira mais inteligente de diversificar uma carteira é escolher ativos que possuem menor covariância possível. A covariância é uma medida estatística que calcula o relacionamento entre dois grupos de dados. A covariância positiva, indica que os grupos de dados se comportam de maneiras semelhantes, já na covariância negativa, indica que os grupos de dados se relacionam em direções opostas. Trazendo esse conceito para o mundo de investimentos, ativos com covariância positiva têm a tendência de se movimentar de maneira parecida, enquanto ativos com covariância negativa têm a tendência de se movimentar em direção oposta. Para diversificação pelo método de Markowitz, uma carteira com ativos com menor nível de covariância entre si, tende a reduzir o risco de uma carteira, pois quando um determinado ativo sofrer uma desvalorização o outro ativo tenderia a não se movimentar da mesma maneira, podendo obter até uma valorização. E o balanceamento inteligente desses ativos diminui o nível de volatilidade da carteira como um todo.

Markowitz (1952) aponta que a alocação dos ativos em uma carteira deve ser otimizada de forma a maximizar o retorno esperado para determinado nível de risco. Para isso, o investidor deve considerar o retorno esperado de um ativo como algo desejável e a variância desse ativo como algo indesejável. Dessa maneira, Markowitz segue a premissa que o investidor será racional em sua escolha, sendo algumas combinações de ativos superiores a outras combinações. Segundo Assaf Neto (2021 p. 293) “O investidor racional deverá escolher aquela combinação que maximiza o retorno esperado para um menor nível possível de risco, ou em outras palavras, a que promove o menor risco para um dado retorno esperado.”

Este conceito pode ser demonstrado graficamente pela figura 3. Considerando três carteiras de investimento A, B e C, sendo A e C de mesmo risco e A e B de mesmo retorno. O investidor racional escolheria a carteira A em relação a C, pois a carteira A possui um retorno maior para o mesmo nível de risco. Da mesma forma, a carteira B teria preferência em relação a carteira A, por possuir o mesmo retorno por um menor nível de risco. E, para finalizar, a carteira B seria preferível à carteira C, por possuir um retorno esperado maior e um menor risco. Sendo assim, essa teoria implica que ao considerar conjuntos de ativos que podem ser combinados em diversas proporções para formação de carteiras de investimentos, existem certas carteiras de investimentos que são preferíveis em relação à outras. Essas carteiras são chamadas de Carteiras Eficientes e o conjunto possíveis de carteiras eficientes forma uma fronteira chamada de Fronteira Eficiente Marques et al (2013). O conceito de Fronteira Eficiente será descrito adiante no tópico 1.3.2.

Figura 3 - Princípio de dominância entre ativos



Fonte: Vince (1999, p 39), adaptado por Marques et al (2013).

### 1.3.1 Taxa de retorno e risco de uma carteira

Um aspecto crucial da teoria moderna de portfólio é que o risco de um ativo individual é diferente quando analisado isoladamente em comparação a quando é incluído em uma carteira. Na análise de diversificação, o risco de um ativo é avaliado com base em sua contribuição para o risco total da carteira (Assaf Neto 2021). O mesmo pode ser dito para os retornos dos ativos.

Silva et al (2020) nos explicam que “Para Markowitz, o retorno de uma carteira de investimentos consiste na média ponderada dos retornos esperados dos ativos que compõem a carteira. Para obter o retorno da carteira basta, portanto, calcular a média aritmética dos retornos esperado dos ativos ponderados pelas suas proporções.”

O retorno de uma carteira ou portfólio de investimento é calculado a partir da equação descrita na equação (7).  $R_p$  representa o retorno de uma carteira,  $W_i$  representa o peso do ativo  $i$  na composição da carteira,  $R_i$  representa o retorno do ativo e  $n$  representa o número de ativos na carteira.

$$R_p = \sum_{i=1}^n W_i \cdot R_i \quad (7)$$

Onde  $R_p$  é o retorno da carteira,  $W_i$  representa o peso do ativo que é a participação do ativo dentro da carteira em termos percentuais,  $i$  na composição da carteira,  $R_i$  representa o retorno do ativo.

Como citado anteriormente, o risco de um ativo individual é diferente quando incluído dentro de um portfólio de investimento. Os estudos de Markowitz refutaram a ideia de que estratégias de diversificação ingênuas, com a seleção aleatória de títulos, poderiam reduzir o risco da carteira. Para que uma carteira tenha riscos menores do que os dos ativos individuais que a compõem, é essencial que os preços dos ativos não variem juntos na mesma direção e proporção Marques et al (2013).

Assaf Neto (2021) afirma que o risco de uma carteira depende não apenas do risco individual de cada ativo e de sua proporção no investimento total, mas também da maneira como esses componentes se relacionam (covariam) entre si. Os indicadores estatísticos que representam a maneira como os ativos se relacionam entre si são chamados de correlação ou covariância. Marques et al (2013) detalham que o coeficiente de correlação varia de +1, indicando uma correlação perfeita (quando o rendimento de um ativo é positivo, o do outro também é, e quando o rendimento de um é negativo, o do outro também é), a -1, indicando uma correlação linear e perfeita no sentido inverso (quando o rendimento de um ativo é positivo, o do outro é negativo, e vice-versa). Logo, para o cálculo do risco de um portfólio deve ser considerada a correlação entre os dois ativos. A equação (8) descreve a equação do cálculo do risco de uma carteira feita por n ativos.

$$\sigma p = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j CORR_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Onde  $\sigma p$  representa o desvio padrão do portfólio,  $W_i$  e  $W_j$  representam o percentual da carteira aplicado no ativo  $i$  e no ativo  $j$  respectivamente,  $\sigma_i$  e  $\sigma_j$  representam o desvio padrão do ativo  $i$  e do ativo  $j$ ,  $CORR_{i,j}$  representa a correlação entre o ativo  $i$  e o ativo  $j$ .

A diversificação, conforme proposta por Markowitz, permite reduzir ou até eliminar completamente o risco diversificável (não sistemático) de um portfólio. No entanto, a parcela do risco sistemático, que não pode ser reduzido pela diversificação, permanece sempre presente (Assaf Neto 2021). Conforme mencionado no tópico 1.2.1 sobre o risco sistemático ou não sistemático.

### 1.3.2 Fronteira Eficiente

Para um investidor que está avaliando investir em um conjunto específico de ativos e dispõe de um determinado montante de dinheiro, é possível criar diversas carteiras diferentes

ao alocar esse montante em proporções variadas entre os diferentes ativos Marques *et al* (2013). Essas carteiras são criadas considerando os retornos esperados dos ativos e os riscos associados.

Como exemplo, considere que um investidor está interessado em aplicar recursos em seis ativos: “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F”. Para cada um desses ativos, há um histórico de valores para um determinado número de períodos passados. Com esses dados e utilizando algumas das equações previamente descritas, é possível determinar a taxa de retorno média e o desvio padrão (medida de risco) de cada ativo. Supondo que a proporção do montante total a ser investido em cada ativo possa variar de 0% a 100%, e que o somatório dessas proporções deva sempre totalizar 100% (ou seja, o montante total disponível), é possível considerar inúmeras alternativas de investimento Marques *et al* (2013).

Figura 4 - Exemplo de diferentes carteiras de investimento

| <b>Ativo</b>      | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>E</b> | <b>F</b> | <b>Total</b> |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------|
| Carteira 1        | 10%      | 10%      | 20%      | 20%      | 10%      | 30%      | 100%         |
| Carteira 2        | 0%       | 35%      | 15%      | 0%       | 30%      | 20%      | 100%         |
| ...               | ...      | ...      | ...      | ...      | ...      | ...      | ...          |
| Carteira <i>n</i> | t%       | u%       | v%       | x%       | y%       | z%       | 100%         |

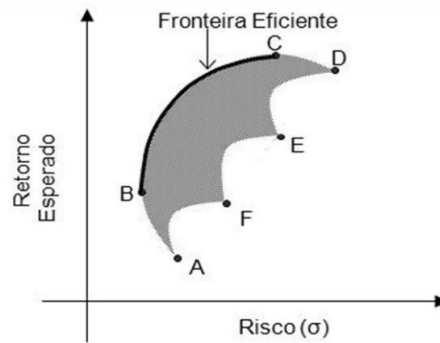
Fonte: Marques *et al* (2013)

Cada uma dessas carteiras possíveis terá uma taxa de retorno e um risco (desvio padrão) que podem ser calculados com base na composição da carteira. Dentre todas essas carteiras possíveis, há um conjunto preferido em relação às demais pelo princípio de dominância mencionado no tópico 1.3, seria o conjunto de carteiras que o investidor racional escolheria. Em outras palavras, esse conjunto de carteiras eficientes possui o menor risco para um dado nível de retorno e o melhor retorno para um determinado nível de risco Marques *et al* (2013).

Todo o conjunto de carteiras possíveis pode ser representado em um gráfico, as carteiras ditas como eficientes estariam na dentro da fronteira eficiente. Citando Assaf Neto (2021 pag. 299) “a Fronteira Eficiente resume as carteiras disponíveis do investidor determinada pelas melhores combinações de risco e retorno.”

A figura 5 demonstra o gráfico com as possíveis combinações de carteiras, destacando em negrito a fronteira eficiente.

Figura 5 - Risco versus retorno de ativos e das carteiras possíveis.

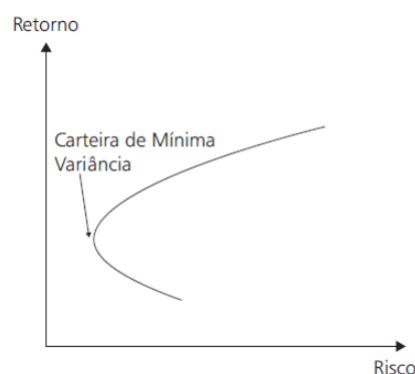


Fonte: Gitman e Joehnk (2005, p. 150), adaptado por Marques et al (2013).

Nessa figura, os pontos identificados pelas letras “A” a “F” representam os ativos, e a área escura do gráfico é composta por inúmeros pontos, cada um correspondendo a uma carteira possível formada com diferentes proporções de investimento nos ativos “A”, “B”, “C”, “D”, “E” e “F” Marques et al (2013). Destacado em negrito é onde se encontra a fronteira eficiente que é o conjunto de carteiras que possuem o melhor resultado entre risco e retorno, conjunto de carteiras que o investidor racional iria investir como demonstrado no tópico 1.3.

Vale a pena ressaltar que existe uma composição de ativos que apresenta o menor risco dentre as composições eficientes, essa composição é chamada de Carteira de Mínima Variância. Essa carteira é representada pelo ponto “B” na figura 5. A carteira de mínima variância é geralmente bem diversificada, incluindo ativos com baixa correlação entre si para reduzir o risco. Esta carteira corresponde ao menor risco possível dentro do conjunto de combinações viáveis da fronteira eficiente. Por representar um risco reduzido, a carteira de mínima variância é considerada atraente para investidores extremamente conservadores. Essa carteira pode ser demonstrada graficamente como demonstra a figura 6.

Figura 6 - Carteira de mínima variância.



Fonte: Assaf Neto (2021)

## 2 METODOLOGIA

A seleção dos ativos para o desenvolvimento da carteira eficiente de Markowitz foi realizada da seguinte maneira. Foram escolhidos os 9 ativos com maior peso no índice Ibovespa que vigorou de 02/09/2019 até 03/01/2020 o índice se baseou no último pregão do dia 30/08/2019. O Ibovespa é o principal indicador de desempenho das ações negociadas na B3, reunindo as empresas mais negociadas no mercado de capitais brasileiro. Criado em 1968, ao longo de mais de 50 anos, consolidou-se como uma referência essencial para investidores (B3, 2024). Esta seleção foi feita de maneira objetiva para garantir impessoalidade na escolha dos ativos, simulando a situação de um investidor em 2019 se preparando para 2020, sem o conhecimento da pandemia que estava por vir. Os 9 ativos selecionados foram: ITUB4, VALE3, BBDC4, PETR4, B3SA3, PETR3, ABEV3, BBAS3 e ITSA4. Juntos, esses ativos representavam 52,57% do peso total do Ibovespa em 2019.

Tabela 1 - 9 ações com maior peso no índice Ibovespa 02/09/2019

| <b>Código</b> | <b>Peso %</b> |
|---------------|---------------|
| <b>ITUB4</b>  | 9,1946        |
| <b>VALE3</b>  | 8,2044        |
| <b>BBDC4</b>  | 7,3002        |
| <b>PETR4</b>  | 6,5927        |
| <b>B3SA3</b>  | 5,1750        |
| <b>PETR3</b>  | 4,7697        |
| <b>ABEV3</b>  | 4,6512        |
| <b>BBAS3</b>  | 3,5251        |
| <b>ITSA4</b>  | 3,1539        |

Fonte: B3 (2019)

Após a seleção dos ativos, foram coletados os retornos diários de cada um, vale a pena ressaltar que o retorno diário provido é de acordo com a equação (2) apresentada, ou seja, além da diferença entre o valor final sobre o valor inicial, foi computado também os dividendos dos títulos no cálculo na plataforma do Yahoo Finanças os dividendos são considerados no fechamento ajustado. O período que foi extraído os retornos diários foi de 02/01/2019 até 27/12/2019, na plataforma Yahoo Finanças, sendo esse o último dia de negociação do ano na B3 no ano de 2019 (Yahoo Finanças, 2024). Com esses dados, calculou-se o retorno esperado diário dos ativos, o desvio padrão e a matriz de correlações entre cada par, com intuito de construir a fronteira eficiente de Markowitz.



O método utilizado para calcular o retorno esperado dos ativos foi apresentado na equação (4), ou seja, a média aritmética dos retornos diários. O risco da carteira formada foi otimizado pelo software *solver* do Microsoft Excel.

Depois de montada a carteira de variância mínima, foi comparada o resultado da carteira teórica formada com o índice Ibovespa em 2020, época da pandemia do Covid-19. A comparação com o Ibovespa é explicada pelo fato do índice ser o principal *benchmark* do mercado acionário.

### 3 RESULTADOS

O resultado do cálculo do retorno esperado diário e do risco para cada ativo é demonstrado na tabela abaixo.

Tabela 2 - Retorno esperado diário e risco de cada ativo

| Ativos       | Retorno diário | Risco |
|--------------|----------------|-------|
| <b>ITUB4</b> | 0,04%          | 1,54% |
| <b>BBDC4</b> | 0,07%          | 1,64% |
| <b>VALE3</b> | 0,06%          | 2,49% |
| <b>PETR4</b> | 0,13%          | 1,79% |
| <b>PETR3</b> | 0,10%          | 1,82% |
| <b>ABEV3</b> | 0,09%          | 1,66% |
| <b>BBAS3</b> | 0,07%          | 1,91% |
| <b>B3SA3</b> | 0,22%          | 2,12% |
| <b>ITSA4</b> | 0,09%          | 1,49% |

Fonte: Elaboração própria

A partir dos dados dos retornos históricos foi gerado a matriz de correlação para ver como os ativos se relacionaram entre si, com intuito de formar a carteira com o mínimo de variância possível, como foi discutido no tópico 1.3.1.

Tabela 3- Matriz de correlação.

|              | <b>ITUB4</b> | <b>BBDC4</b> | <b>VALE3</b> | <b>PETR4</b> | <b>PETR3</b> | <b>ABEV3</b> | <b>BBAS3</b> | <b>B3SA3</b> | <b>ITSA4</b> |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| <b>ITUB4</b> | 1            | 0,82         | 0,14         | 0,44         | 0,41         | 0,30         | 0,64         | 0,49         | 0,91         |
| <b>BBDC4</b> | 0,82         | 1            | 0,18         | 0,49         | 0,48         | 0,25         | 0,74         | 0,53         | 0,79         |
| <b>VALE3</b> | 0,14         | 0,18         | 1            | 0,33         | 0,37         | -0,04        | 0,29         | 0,14         | 0,14         |
| <b>PETR4</b> | 0,44         | 0,49         | 0,33         | 1            | 0,93         | 0,19         | 0,57         | 0,48         | 0,45         |
| <b>PETR3</b> | 0,41         | 0,48         | 0,37         | 0,93         | 1            | 0,20         | 0,54         | 0,44         | 0,42         |
| <b>ABEV3</b> | 0,30         | 0,25         | -0,04        | 0,19         | 0,20         | 1            | 0,23         | 0,34         | 0,28         |
| <b>BBAS3</b> | 0,64         | 0,74         | 0,29         | 0,57         | 0,54         | 0,23         | 1            | 0,53         | 0,65         |
| <b>B3SA3</b> | 0,49         | 0,53         | 0,14         | 0,48         | 0,44         | 0,34         | 0,53         | 1            | 0,53         |
| <b>ITSA4</b> | 0,91         | 0,79         | 0,14         | 0,45         | 0,42         | 0,28         | 0,65         | 0,53         | 1            |

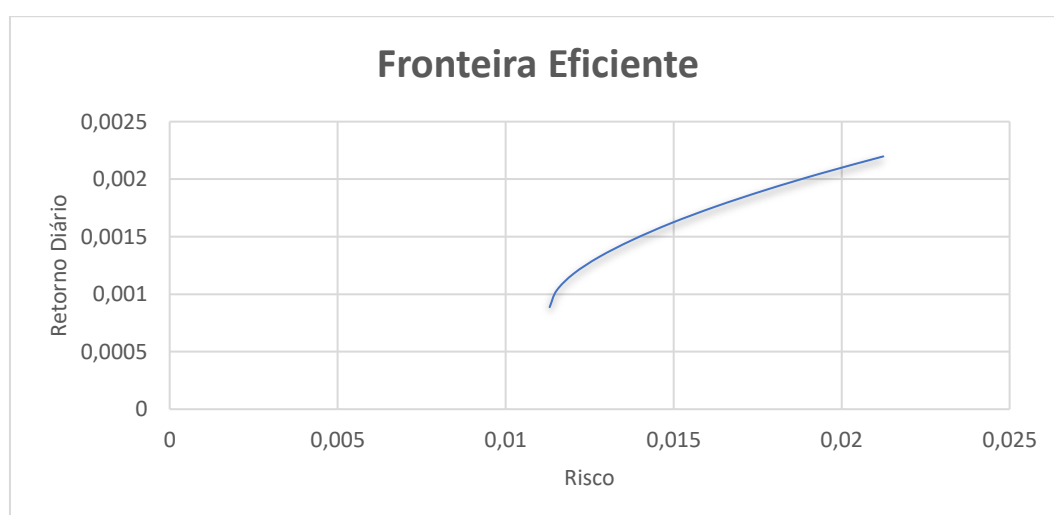
Fonte: Elaboração própria

No resultado da matriz de correlação é interessante ressaltar que a única correlação negativa entre dois ativos foi a correlação entre ABEV3 e VALE3. Logo esses ativos são candidatos fortes para uma diversificação eficiente.

Depois de obter os retornos esperados, os riscos e a matriz de correlação, foi a fronteira eficiente entre os ativos selecionados. O cálculo do retorno de uma carteira foi feito a partir da

equação (7) apresentada, enquanto para o risco foi utilizada a equação (9). Foi utilizado o software *Solver* do Microsoft Excel para calcular os riscos de diversas carteiras. O *Solver* é uma ferramenta de otimização no Microsoft Excel que permite encontrar a solução ideal para problemas de tomada de decisão, incluindo a alocação eficiente de ativos em uma carteira de investimentos segundo a teoria de Markowitz. O software testa diversas combinações de valores para um objetivo específico. No caso da formação da fronteira eficiente, o Solver ajusta os pesos dos ativos selecionados dentro de uma carteira com o objetivo de manter determinado retorno pelo menor risco possível. A fronteira eficiente é demonstrada pela figura abaixo.

Figura 7 - Fronteira Eficiente.



Fonte: Elaboração própria

Após formar a fronteira eficiente, foi escolhida a composição da carteira de mínima variância para comparar o resultado da carteira com o resultado do índice Ibovespa no ano de 2020. A composição da carteira de mínima variância é demonstrada na tabela abaixo.

Tabela 4 - Composição da carteira de mínima variância

| <b>Ativos</b> | <b>Pesos na Carteira</b> |
|---------------|--------------------------|
| <b>ITUB4</b>  | 1,13%                    |
| <b>BBDC4</b>  | 4,03%                    |
| <b>VALE3</b>  | 15,33%                   |
| <b>PETR4</b>  | 12,61%                   |
| <b>PETR3</b>  | 0,00%                    |
| <b>ABEV3</b>  | 35,71%                   |
| <b>BBAS3</b>  | 0,00%                    |
| <b>B3SA3</b>  | 0,00%                    |
| <b>ITSA4</b>  | 31,19%                   |

Fonte: Elaboração própria

Com a carteira de mínima variância formada, foi comparado o retorno dela com o Ibovespa no ano de 2020. A fórmula utilizada para medir o retorno da carteira foi apresentada na equação (7). O gráfico abaixo, apresenta o retorno da carteira teórica com o Ibovespa no ano de 2020.

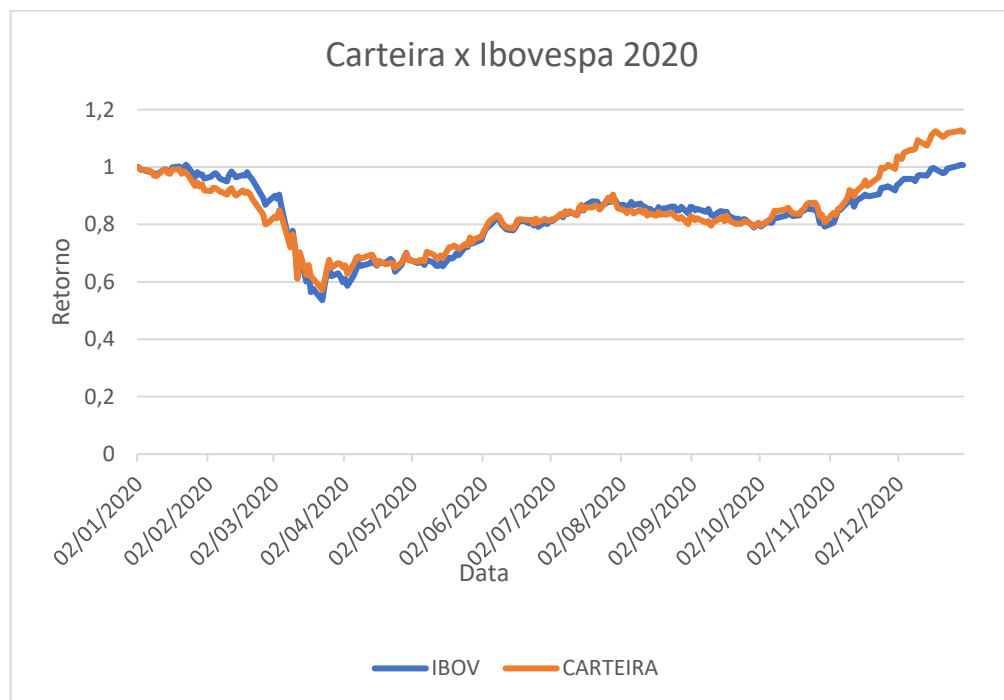
A tabela abaixo apresenta o retorno esperado diário e risco da carteira de mínima variância

Tabela 5 – Retorno esperado diário e risco da carteira de mínima variância.

| Retorno diário | Risco |
|----------------|-------|
| 0,09%          | 1,13% |

Fonte: Elaboração própria

Figura 8 – Retorno mensal da carteira formada com o Ibovespa no ano de 2020



Fonte: Elaboração própria

O gráfico mostra o retorno ao longo de todo ano, a tabela a seguir mostra o retorno mês a mês da carteira de mínima variância e do Ibovespa no ano de 2020, a comparação foi feita a partir da cotação do último dia de negociação na bolsa de valores do mês com a cotação do início do ano.

Tabela 6– Comparação do retorno da carteira com o Ibovespa no ano de 2020

| <b>Data</b>       | <b>Ibovespa</b> | <b>Carteira de mínima variância</b> |
|-------------------|-----------------|-------------------------------------|
| <b>31/01/2020</b> | -4,06%          | -8,20%                              |
| <b>28/02/2020</b> | -12,15%         | -19,66%                             |
| <b>31/03/2020</b> | -38,42%         | -33,81%                             |
| <b>30/04/2020</b> | -32,10%         | -32,48%                             |
| <b>29/05/2020</b> | -26,29%         | -25,07%                             |
| <b>30/06/2020</b> | -19,83%         | -18,68%                             |
| <b>31/07/2020</b> | -13,21%         | -14,35%                             |
| <b>31/08/2020</b> | -16,20%         | -19,84%                             |
| <b>30/09/2020</b> | -20,22%         | -19,88%                             |
| <b>30/10/2020</b> | -20,76%         | -19,26%                             |
| <b>30/11/2020</b> | -8,17%          | -0,66%                              |
| <b>30/12/2020</b> | 0,62%           | 12,23%                              |

Fonte: Elaboração própria.

Grande parte do resultado foi influenciado por um risco sistemático, considerando que a pandemia de Covid-19 afetou praticamente todas as economias mundiais, a bolsa brasileira não seria uma exceção. Como demonstrado no tópico 1.2.1, existem dois tipos de risco: o sistemático e o não sistemático, também conhecidos como risco diversificável e risco não diversificável. Como a pandemia afetou todos os títulos de maneira repentina, podemos classificá-la como um risco sistemático ou não diversificável, que influenciou toda a economia mundial. Portanto, no contexto brasileiro, o Ibovespa sofreu grandes perdas durante o período, recuperando-se apenas no final de dezembro de 2020, com um aumento tímido de 0,62% em comparação com a cotação no início do ano.

A carteira de mínima variância possui esse nome justamente por ser uma carteira dentro da fronteira eficiente com o menor risco possível, composta por ativos que combinados possuem o menor desvio padrão possível. No entanto, como demonstra o tópico 1.2.1, existe uma parcela de risco que não pode ser reduzida por meio da diversificação. Isso é evidente no desempenho da carteira em 2020. A carteira se comportou de maneira similar ao Ibovespa na maioria dos meses. Somente no final do ano, a carteira de mínima variância obteve um retorno de 12,23%, momento em que o Ibovespa começou a se recuperar do impacto da pandemia.

## 4 CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivo analisar se uma carteira de mínima variância, desenvolvida pelo método de Markowitz, foi satisfatória no cenário da pandemia de Covid-19. Os resultados demonstram que, apesar de a carteira ter se comportado de maneira similar ao Ibovespa na maioria dos meses de 2020, ela obteve um retorno significativo de 12,23%. O desempenho similar ao do Ibovespa na maior parte do ano pode ser explicado pela teoria apresentada no tópico 1.2.1. A diversificação pode reduzir o risco diversificável, mas há um tipo de risco que não pode ser mitigado pela diversificação que é o risco não diversificável, também conhecido como risco sistemático.

O resultado positivo da carteira se deu no mesmo mês de recuperação do Ibovespa, que foi no fechamento do ano de 2020. Isto demonstra que a carteira de mínima variância, composta por ativos que reduzem o risco ao máximo, foi capaz de apresentar um desempenho satisfatório quando a bolsa brasileira se recuperou.

No entanto, este trabalho isolado é incapaz de provar que a carteira de mínima variância seja capaz de apresentar um retorno positivo quando os ativos não estão sujeitos a um risco sistemático.

Uma sugestão para trabalhos futuros seria a análise de carteiras de mínima variância em diferentes contextos econômicos e crises financeiras para verificar a consistência dos resultados obtidos. Além disso, é aconselhável explorar diferentes métodos de seleção dos ativos a serem otimizados, utilizando diferentes períodos para extrair séries históricas de dados.

Este estudo destaca a importância da diversificação na gestão de carteiras, confirmando que, embora se demonstrou eficiente para mitigar o risco diversificável, ela não é suficiente para eliminar o risco sistemático. A aplicação da teoria de Markowitz mostrou-se válida no contexto analisado, mas futuras pesquisas são essenciais para aprofundar e validar esses achados em diversos cenários econômicos. A constante adaptação e evolução das estratégias de investimento são fundamentais para a resiliência financeira em um mundo cada vez mais competitivo, volátil e menos previsível.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 14. ed. São Paulo: Atlas, 2021. ISBN 978-85-97-01779-3. B3 divulga a nova carteira do Ibovespa e demais índices. [S. l.], 2 set. 2019. Disponível em: [https://www.b3.com.br/pt\\_br/noticias/ibovespa-8AA8D0CC6CDF20DD016CF26A1A8E3217.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/noticias/ibovespa-8AA8D0CC6CDF20DD016CF26A1A8E3217.htm). Acesso em: 31 maio 2024.

BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan. **Fundamentos de Investimentos**. Porto Alegre: Grupo A, 2014. E-book. ISBN 9788580553789. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580553789/>. Acesso em: 16 mai. 2024.

BRITO, N. R. O. de. **O efeito de diversificação de risco no mercado acionário brasileiro**. Revista de Administração, [S. l.], v. 16, n. 2, p. 108–121, 1981. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/rausp/article/view/166621>. Acesso em: 6 fev. 2014.

COELHO SILVA, M.; MAIA MATTAR, B.; DA ROSA, M.; FERREIRA DE OLIVEIRA, E. **Diversificação do risco de um portfólio de ativos modelo de Markowitz**. Redeca, Revista Eletrônica do Departamento de Ciências Contábeis & Departamento de Atuária e Métodos Quantitativos, São Paulo, Brasil, v. 7, n. 2, p. 19–34, 2021. DOI: 10.23925/2446-9513.2020v7i2p19-34. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/redeca/article/view/50002>. Acesso em: 24 jun. 2024.

FRANCIS, Jack Clark; ARCHER, Stephen H. Portfolio analysis. *Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1971*. 268 p. Disponível em: [https://archive.org/details/portfolioanalysisi0000fran\\_h0m9/page/268/mode/2up](https://archive.org/details/portfolioanalysisi0000fran_h0m9/page/268/mode/2up). Acesso em: 15 mai. 2024.

FREITAS, C.M; SANTIAGO, Y.V; CARVALHO, S.M.S. **Downside Risk Aplicado a Carteiras de Ações Brasileiras durante Período Pandêmico da COVID-19**. Trends in Computational and Applied Mathematics, [s. l.], v. 24, ed. 3, 2023. DOI <https://doi.org/10.5540/tcam.2023.024.03.00557>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/tcam/a/LfyjRyfyHzRLYkrHMBRP3N/>. Acesso em: 1 mai. 2024.

GITMAN, L. J.; JOEHNK, M. D. **Princípios de Investimentos**. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2005.

ÍNDICE Bovespa (Ibovespa B3). [S. l.], 2024. Disponível em: [https://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm](https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/ibovespa.htm). Acesso em: 2 jun. 2024.

MARKOWITZ, Harry. *Portfolio Selection. The Journal of Finance*, [s. l.], v. 7, ed. 1, p. 77-91, 1952. DOI <https://doi.org/10.2307/2975974>. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2975974>. Acesso em: 30 abr. 2024.

MARQUEZ, Sandro; SILVA, Wesley; CORSO, Jansen; DALAZEN, Luciano. **Comparação de desempenhos de carteiras otimizadas pelo modelo de markowitz e a carteira de ações do IBOVESPA**. Revista evidenciação Contábil & Finanças, João Pessoa, v. 1, n. 1, p. 20-37, ISSN 2318-1001, 23 jul. 2013. Disponível em: <https://periódicos.ufpb.br/index.php/recfin/article/view/16216>. Acesso em: 20 ago. 2023.

VINCE, Ralph. **Cálculo E Análise De Riscos No Mercado Financeiro**. São Paulo: Makron Books, 1999.

YAHOO Finanças. [S. l.], 2024. Disponível em: <https://br.financas.yahoo.com/quote/%5EBVSP/?p=%5EBVSP>. Acesso em: 31 maio 2024.