



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

Faculdade de Tecnologia

DANIEL VITOR ARAÚJO DE ANDRADE
VINÍCIUS MARCONCINI DE SOUZA LEITE

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA
MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA

BRASÍLIA

2023

DANIEL VITOR ARAÚJO DE ANDRADE
VINÍCIUS MARCONCINI DE SOUZA LEITE

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA
MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Dr. Gerson Henrique Pfitscher

Coorientador: Me. Carlos Henrique da Silva Mendonça

BRASÍLIA

2023

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA – DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA
MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA

DANIEL VITOR ARAÚJO DE ANDRADE
VINÍCIUS MARCONCINI DE SOUZA LEITE

Orientador: Dr. Gerson Henrique Pfitscher
Coorientador: Me. Carlos Henrique da Silva Mendonça

Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica.

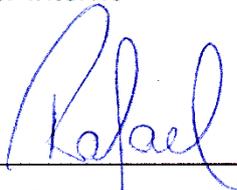
Aprovado por:



Gerson Henrique Pfitscher, Dr., ENE– UnB
Orientador



Jones Yudi Morí A. da Silva, Dr., ENM – UnB
Examinador Interno



Rafael Amaral Shayani, Dr., ENE – UnB
Examinador Interno

Brasília, 21 de dezembro de 2023

FICHA CATALOGRÁFICA

ANDRADE, Daniel Vitor Araújo De, LEITE, Vinícius Marconcini De Souza;
IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE UMA
MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA [Distrito Federal] 2023.

93p. 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Elétrica, 2023).

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília, Faculdade de
Tecnologia, Departamento de Engenharia Elétrica

1. Máquinas Elétricas

2. Motor de Indução Trifásico

3. Modelagem Matemática

4. Simulação

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ANDRADE, Daniel Vitor Araújo De, LEITE, Vinícius Marconcini De Souza.
**Identificação de Parâmetros, Modelagem e Simulação de uma Máquina de
Indução Trifásica.** Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica,
Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 93p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTORES: Daniel Vitor Araújo de Andrade e Vinícius Marconcini de Souza Leite

TÍTULO: IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS, MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE
UMA MÁQUINA DE INDUÇÃO TRIFÁSICA.

GRAU: Bacharel em Engenharia Elétrica ANO: 2023

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Trabalho de Conclusão de Curso e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. Os autores reservam outros direitos de publicação e nenhuma parte deste Trabalho de Conclusão de Curso pode ser reproduzida sem autorização por escrito dos autores.

Daniel Vitor A. de Andrade e Vinícius Marconcini de Souza Leite

Depto. de Engenharia Elétrica (ENE) - FT Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF – Brasil

DEDICATÓRIA

Daniel

À Maria e Madalena, minhas avós, mulheres inspiradoras, cujo apoio incondicional moldou não apenas minha jornada acadêmica, mas também a minha vida. Este trabalho é dedicado a vocês com todo o meu amor e gratidão.

Vinícius

À Clodoaldo Leite, meu avô, que infelizmente perdi neste último ano e não pôde me ver formado, como era um dos seus sonhos. Dedico este êxito acadêmico ao senhor. Te amarei para sempre.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradecemos a Deus por ter nos dado saúde e discernimento para continuar caminhando nessa árdua jornada.

Agradecemos aos nossos pais, Antônio e Joniana/ Alexandre e Cláudia, por serem nossos alicerces de vida e estarem ao nosso lado independente de qualquer coisa, sempre nos apoiando, nos dando suporte e estrutura emocional para que pudéssemos chegar aonde chegamos.

Eu, Daniel, agradeço a Amanda, Daniel, Gustavo, Lorena, Lucas, Margreicy, Mikael, Pedro, Sara e Thiago, por me acompanharem em boa parte dessa jornada e por estar lá quando precisei.

Eu, Vinícius, agradeço ao meu irmão, Renan, por ser além de meu irmão de sangue, ser meu melhor amigo e conseguir sempre estar presente ao meu lado, tornando os dias mais leves.

Agradecemos também aos nossos amigos de faculdade, Daniel Freitas, Rafael Amorim e Vítor Farias que caminharam ao nosso lado nesta jornada acadêmica, sempre proporcionando suporte com estudos conjuntos, ajudas e conselhos essenciais para que pudéssemos chegar neste ponto atual do curso.

Agradecemos aos nossos irmãos de vida, por nos motivarem a continuar nesta jornada e sempre estarem conosco nos momentos bons e ruins.

Agradecemos ao nosso orientador, Professor Gerson Henrique, por ter aceitado esse desafio final de curso e ter nos acolhido tão bem. Agradecemos pelo empenho, sabedoria, paciência, aprendizados, confiança e todos outros quesitos que envolvem uma relação aluno/professor.

Agradecemos ao nosso coorientador, Carlos Henrique, por ser a pessoa mais solícita que nos acompanhou, aconselhou e muito ensinou.

Agradecemos a instituição de ensino Universidade de Brasília juntamente com os professores que tivemos durante o curso de graduação e por todos os ensinamentos passados nestes últimos anos.

E por fim, agradecemos aos professores, Jones Yudi e Rafael A. Shayani, que participaram da banca examinadora deste trabalho final de conclusão de curso.

Nosso muito obrigado a todos, de coração!

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso em engenharia elétrica aborda a identificação de parâmetros, modelagem e simulação de uma Máquina de Indução Trifásica (MIT) com rotor bobinado. A revisão da literatura explora os fundamentos do transformador e do MIT, incluindo aspectos construtivos, parâmetros, características e princípios de funcionamento. A modelagem matemática destaca o fluxo magnético, indutâncias, energia, escorregamento, potência e conjugado. A metodologia detalha os equipamentos utilizados, identificação de parâmetros e análises experimentais, incluindo ensaios de resistência, rotor bloqueado, vazio e de rotor bobinado. Os resultados sintetizam as descobertas, com ênfase na modelagem, validação e simulações. As considerações finais abordam discussões sobre os resultados, implicações práticas, limitações e sugestões para pesquisas futuras.

Palavras-chave: Máquina de Indução Trifásica, Rotor Bobinado, Modelagem Matemática, Identificação de Parâmetros, Simulações.

ABSTRACT

This electrical engineering thesis focuses on the parameter identification, modeling, and simulation of a Wound Rotor Induction Machine. The literature review delves into the fundamentals of transformers and Wound Rotor Induction Machines, covering constructional aspects, parameters, characteristics, and operational principles. The mathematical modeling addresses magnetic flux, inductances, energy, slip, power, and torque. The methodology outlines the equipment used, parameter identification, and experimental analyses, including resistance tests, blocked rotor tests, no-load tests, and wound rotor tests. Results synthesize findings, emphasizing modeling, validation, and simulations. The conclusions discuss results, practical implications, limitations, and suggestions for future research.

Keywords: Wound Rotor Induction Machine, Mathematical Modeling, Parameter Identification, Simulations.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Vista em corte de um motor de indução de rotor bobinado	19
3.1	Circuito equivalente do motor assíncrono	24
3.2	Circuito com duas bobinas acopladas magneticamente	25
3.3	Fluxo de potência em um MIT	39
4.1	Placa da máquina utilizada, com destaque para o número de série	42
4.2	Placa da máquina utilizada, com destaque para operação em 220 V	43
4.3	Conexões realizadas nos bornes de entrada do estator da máquina	43
4.4	Esquemático do rotor e estator com suas respectivas R e L.....	44
4.5	Ligação em delta de operação da máquina em 220 V	45
4.6	Triângulo de Impedância	47
4.7	Circuito equivalente monofásico do MIT	53
4.8	Circuito equivalente sem a influência do ramo de magnetização	56
4.9	Circuito equivalente com escorregamento nulo	57
4.10	Curva de Potência x Tensão obtida com o ensaio a vazio	59
4.11	Curva de Corrente x Tensão obtida com o ensaio a vazio	60
4.12	Circuito equivalente sem escorregamento e sem as perdas em r_c	60
4.13	Tensão induzida por defasagem angular para L_1 como referência	64
4.14	Indutâncias mútuas por defasagem angular para L_1 como referência	65
4.15	Tensão induzida por defasagem angular para L_2 como referência	66
4.16	Indutâncias mútuas por defasagem angular para L_2 como referência	66
4.17	Tensão induzida por defasagem angular para L_3 como referência	67
4.18	Indutâncias mútuas por defasagem angular para L_3 como referência	67
4.19	Tensão induzida por defasagem angular para XY como referência	69
4.20	Indutâncias mútuas por defasagem angular para XY como referência	69
4.21	Tensão induzida por defasagem angular para XZ como referência	70
4.22	Indutâncias mútuas por defasagem angular para XZ como referência	70
4.23	Tensão induzida por defasagem angular para YZ como referência	71
4.24	Indutâncias mútuas por defasagem angular para YZ como referência	71
5.1	Esquema de ligação do osciloscópio com aplicação de degrau	73
5.2	Osciloscópio: degrau de tensão e corrente em circuito RL	74

5.3	Osciloscópio: degrau de tensão e corrente em circuito RL com marcação da constante de tempo	74
5.4	Circuito equivalente monofásico do MIT com valores encontrados	75
5.5	Curvas características de Conjugado versus Velocidade no MIT	76
5.6	Curvas características de Conjugado versus Velocidade no MIT simulação e valores experimentais	77
5.7	Curvas características de Corrente versus Velocidade no MIT	78
5.8	Diagrama circular do MIT	79
8.1	Imagem necessária para o funcionamento do código	87

LISTA DE TABELAS

4.1	Dados nominais da máquina Assíncrona do projeto	42
4.2	Valores das resistências medidas em laboratório	45
4.3	Valores das resistências em série do rotor	46
4.4	Correntes para passos de 20 V de tensão nos enrolamentos do estator	48
4.5	Impedâncias 'Z' dos enrolamentos do estator	48
4.6	Reatâncias 'X' dos enrolamentos do estator	49
4.7	Indutâncias 'L' dos enrolamentos do estator	49
4.8	Indutâncias próprias dos enrolamentos do estator	50
4.9	Correntes para passos de 10 V e impedância correspondente	50
8.1	Medidas de Ensaio de Rotor Bloqueado	86
8.2	Medidas de Ensaio com Velocidade Síncrona	86
8.3	Medidas de Ensaio em Vazio com Tensão Reduzida	86
8.4	Medidas de Ensaio com Velocidade Nominal	86

LISTA DE SÍMBOLOS E SIGLAS

S	Potência aparente
P	Potência ativa
Q	Potência reativa
R	Resistência
Z	Impedância
X	Reatância
L	Indutância
R_1, R_2, R_3	Resistências dos enrolamentos do estator
R_X, R_Y, R_Z	Resistências dos circuitos do rotor
V_1, V_2, V_3	Tensão de terminal dos circuitos do estator
L_1, L_2, L_3	Indutâncias dos circuitos do estator
L_X, L_Y, L_Z	Indutâncias dos circuitos do rotor
V_1, V_2, V_3	Tensão medida nos circuitos do estator
$V_{NOMINAL}$	Tensão nominal
R_R	Resistência do circuito do rotor
ϕ_1	Fluxo Magnético total na bobina 1
ϕ_{11}	Fluxo Magnético criado pela bobina 1
ϕ_{12}	Fluxo Magnético criado pela bobina 2 que influencia a bobina 1
N_1	Número de espiras na bobina 1
i_1, i_2, i_3	Correntes nos circuitos do estator
i_X, i_Y, i_Z	Corrente no circuito do rotor
$L_{11}, L_{22}, L_{33}, L_S$	Indutâncias próprias dos circuitos do estator
$L_{XX}, L_{YY}, L_{ZZ}, L_R$	Indutâncias próprias dos circuitos do rotor
$M_{12}, M_{21}, M_{13}, M_{31}, M_{23}, M_{32}, M_S$	Indutâncias mútuas entre os circuitos do estator
$M_{XY}, M_{YX}, M_{XZ}, M_{ZX}, M_{YZ}, M_{ZY}, M_R$	Indutâncias mútuas entre os circuitos do rotor
$M_{SR1}, M_{SR2}, M_{SR3}$	Indutâncias mútuas entre os circuitos do estator e do rotor
$M_{SRMáximo}$	Indutância mútua máxima entre os circuitos do estator e do rotor
$Pot_1^o, Pot_2^o, Pot_3^o$	Potências em momentos diferentes na análise de energia
W_1^o, W_2^o, W_3^o	Energia armazenada em momentos diferentes na análise
W_{TOTAL}	Energia total armazenada
W_{11}, W_{22}, W_{33}	Energia armazenada nas indutâncias próprias do estator

W_{XX}, W_{YY}, W_{ZZ}	Energia armazenada nas indutâncias próprias do rotor
$W_{12}, W_{21}, W_{13}, W_{31}, W_{23}, W_{32}$	Energia armazenada nas indutâncias mútuas do estator
$W_{1X}, W_{2X}, W_{3X}, W_{1Y}, W_{2Y}, W_{3Y}, W_{1Z}, W_{2Z}, W_{3Z}$	Energia armazenada nas indutâncias mútuas entre estator e rotor
W_{XY}, W_{XZ}, W_{YZ}	Energia armazenada nas indutâncias mútuas do rotor
ω_{ESC}	Velocidade de escorregamento
ω_{SINC}	Velocidade angular síncrona
ω_M	Velocidade mecânica do eixo
s	Escorregamento
τ_{ind}	Conjugado induzido
P_{conv}	Potência convertida
r_1	Resistência do estator
r_2	Resistência do rotor
r_C	Resistência do núcleo
X_1	Reatância de dispersão do estator
X_2	Reatância de dispersão do rotor
X_M	Reatância de magnetização
T_E	Conjugado elétrico
T_M	Conjugado mecânico
f	Frequência
ω	Velocidade angular
β	Coefficiente de atrito
θ	Ângulo do alinhamento entre o circuito do rotor e o circuito 1 do estator
π	Constante numérica
$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada em relação ao tempo
$\frac{\partial}{\partial \theta}$	Derivada em relação ao ângulo θ
J	Momento de inércia
CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	15
1.1	Contexto e Justificativa	15
1.2	Objetivos	16
1.2.1	Objetivo geral	16
1.2.2	Objetivos específicos	16
1.3	Estrutura do Trabalho	17
2.	REVISÃO DA LITERATURA	18
2.1	Relação entre transformador e o MIT	18
2.1.1	Aspectos construtivos do transformador	18
2.1.2	Parâmetros e características do transformador	18
2.1.3	Princípios de funcionamento do transformador	19
2.2	Motor de indução trifásico	19
2.2.1	Aspectos construtivos	19
2.2.2	Parâmetros e características	20
2.2.3	Princípios de funcionamento	21
2.2.4	Circuito equivalente	21
2.2.5	Escorregamento	22
2.2.6	Vantagens e aplicações	22
2.2.7	Ensaio experimentais	22
3	MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	24
3.1	Introdução	24
3.2	Fluxo Magnético	25
3.3	Indutâncias	28
3.3.1	Indutâncias próprias	29
3.3.2	Indutâncias mútuas entre circuitos do estator	30
3.3.3	Indutâncias mútuas entre circuitos do rotor	30
3.3.4	Indutâncias mútuas entre estator e rotor	31
3.4	Energia	32
3.5	Escorregamento	38
3.6	Potência e Conjugado	39
4	METODOLOGIA	41

4.1	Equipamentos utilizados	41
4.2	Identificação de parâmetros	41
4.2.1	Parâmetros elétricos	44
4.3	Análises experimentais	51
4.3.1	Ensaio de resistência do enrolamento do estator – Determinar r_1	52
4.3.2	Ensaio com rotor bloqueado: determinar x_1 e x_2	54
4.3.3	Ensaio em vazio com tensão nominal: determinar x_m	57
4.3.4	Ensaio em vazio com tensão reduzida: determinar perdas rotacionais e r_c	59
4.3.5	Ensaio em vazio com velocidade nominal: determinar r_2	61
4.3.6	Ensaio de velocidade síncrona	62
4.3.7	Ensaio de rotor bobinado com carga	62
4.3.8	Determinação de indutâncias mútuas	63
5	RESULTADOS	73
5.1	Aferição da indutância encontrada através de resposta ao degrau	73
5.2	Obtenção do circuito equivalente através de ensaios	75
5.3	Obtenção das curvas de operação do motor	76
5.4	Obtenção do diagrama circular	78
5.5	Síntese dos resultados	80
5.6	Modelagem e Validação	80
5.7	Simulações	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	82
6.1	Discussão dos resultados	82
6.2	Implicações para a prática	82
6.3	Limitações	83
6.4	Sugestões para pesquisas futuras	83
6.5	Conclusão	84
7	REFERÊNCIAS	85
8	APÊNDICE	86
8.1	Resultados experimentais	86
8.2	Código utilizado	87

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto e justificativa

Os motores de indução trifásicos (MIT) são, indiscutivelmente, os dispositivos de conversão de energia elétrica em mecânica, mais utilizados no mundo. Eles têm uma presença predominante em indústrias, sistemas de transporte, instalações residenciais, entre outros (MAMEDE FILHO, 2001). Os MIT têm uma série de características que contribuem para sua ampla adoção. Primeiramente, são robustos, requerendo pouca manutenção em comparação com outros tipos de motores. Além disso, são autoarrancantes e operam eficientemente em diversas cargas. Conforme Fitzgerald *et al* (2002), o motor de indução, desde sua invenção, tem sido essencial para os avanços na produção industrial e modernização de muitos processos de fabricação.

As máquinas de indução trifásicas (assíncronas) desempenham um papel fundamental na geração, transmissão e distribuição de energia no atual cenário energético brasileiro, conforme, (ABNT NBR 17094-1, 2018), devido às suas características de desempenho e eficiência, além do baixo custo de manutenção. E por sua vez, por estarem presente no sistema de distribuição de energia, como também nos setores industriais, comerciais e residenciais.

Uma vez que tais máquinas estão mais presentes no nosso cotidiano do que se imagina, é sempre vantajoso possuir um modelo computacional que simule sua operação. Nesse contexto, conforme Chapman (2011) simulações e análises computacionais, podem-se observar pontos fora da curva de normalidade de funcionamento da máquina, assim como realizar manutenções preventivas, que se tornam mais viáveis, baratas e seguras do que testes reais nas máquinas.

Neste prisma, afim de que um modelo computacional seja confiável para determinada máquina, é necessário analisar os parâmetros reais desta, nos quais às vezes são ligeiramente diferentes dos seus dados teóricos. Com isso, é sempre válido fazer a comparação entre valores e dados experimentais de uma máquina com os valores e dados teóricos da mesma.

Este trabalho tem exatamente o intuito de analisar e comparar os aspectos experimentais e teóricos de uma máquina de indução trifásica de rotor bobinado

presente no Laboratório de Conversão de Energia da Universidade de Brasília. Essa comparação será feita a partir de análises práticas realizadas no laboratório e das análises teóricas a partir de uma simulação computacional compatível com a mesma máquina em destaque.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

O principal objetivo deste trabalho é identificar e analisar parâmetros elétricos de uma máquina de indução elétrica de rotor bobinado real e, posteriormente, modelar e simular computacionalmente um modelo que seja o mais próximo possível à máquina real estudada. Todas as análises experimentais foram realizadas no Laboratório de Conversão de Energia da Universidade de Brasília, e a simulação computacional será realizada posteriormente, levando em consideração os parâmetros reais encontrados nesta máquina.

1.2.2 Objetivos específicos

Este trabalho possui alguns subobjetivos, uma vez que foi realizada uma série de experimentos, separadamente. Segue os objetivos específicos deste projeto:

- Realizar uma revisão bibliográfica detalhada sobre a teoria e fundamentos dos motores de indução trifásicos. E investigar os fundamentos teóricos por trás dos motores de indução trifásicos, especialmente os de rotor bobinado.
- Identificar e medir os parâmetros essenciais do motor de indução trifásico de rotor bobinado a partir de ensaios e análises, com base nas metodologias propostas por Martignoni (1985), Barbi (1999) e pela Associação Brasileira de Normas Técnicas NBR 17094-3.
- Analisar um modelo matemático representativo do MIT de rotor bobinado.
- Encontrar o diagrama circular das características de desempenho da máquina.
- Realizar simulações, avaliando a performance sob diferentes condições operacionais, utilizando ferramentas computacionais adequadas.

- Comparar os resultados obtidos nas simulações com dados reais, visando validar o modelo proposto.

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho é dividido em outras seis etapas, detalhadas da seguinte maneira:

- Etapa I: abrange uma revisão profunda dos conceitos de transformadores, destacando seus aspectos construtivos, parâmetros, características e princípios de funcionamento. Aprofunda-se na análise do motor de indução trifásico, incluindo a relação com o transformador, seus aspectos construtivos, parâmetros, vantagens, aplicações e métodos experimentais.
- Etapa II: discute a formulação matemática do fluxo magnético e das indutâncias envolvidas, além de tratar sobre energia e conjugado elétrico. correntes no estator e rotor, velocidade angular e o ângulo de alinhamento entre os circuitos do rotor e do estator.
- Etapa III: descreve os equipamentos utilizados, os métodos para a identificação de parâmetros do motor e as análises experimentais realizadas.
- Etapa IV: apresenta a síntese dos resultados obtidos, a modelagem e sua validação, além das simulações realizadas.
- Etapa V: fornece uma discussão dos resultados, implicações práticas, limitações do estudo, sugestões para futuras pesquisas e as conclusões finais.
- Etapa VI: Lista todas as fontes bibliográficas consultadas e citadas ao longo do trabalho.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Relação entre transformador e o MIT

Transformadores são dispositivos eletromagnéticos essenciais no sistema de energia, responsáveis por alterar os níveis de tensão e corrente em circuitos elétricos. Ambos, transformadores e MITs, operam com base nos princípios da indução eletromagnética. O enrolamento primário de um transformador é análogo ao enrolamento do estator de um MIT, enquanto o enrolamento secundário do transformador pode ser visto como o rotor do MIT. Em ambos os casos, o fluxo magnético variável no enrolamento primário (ou estator) induz uma corrente no enrolamento secundário (ou rotor) (FITZGERALD et al., 2002).

2.1.1 Aspectos construtivos do transformador

Um transformador típico é constituído por duas bobinas (enrolamentos primário e secundário) enroladas em um núcleo ferromagnético comum. O núcleo é geralmente feito de lâminas de aço-silício, empilhadas e isoladas entre si, otimizando as propriedades magnéticas e minimizando as perdas (KOSOW, 2005). Os enrolamentos são feitos de fios de cobre ou alumínio, isolados e dimensionados para suportar as correntes desejadas.

2.1.2 Parâmetros e características do transformador

Os parâmetros fundamentais de um transformador incluem:

- Relação de transformação: Dada pela razão entre o número de espiras dos enrolamentos primário e secundário.
- Impedância de magnetização: Representa o comportamento magnético do núcleo.
- Resistências e reatâncias dos enrolamentos: Estes parâmetros determinam as perdas no transformador e o deslocamento de fase entre tensão e corrente (STEVENSON JR., 1993).

2.1.3 Princípios de funcionamento do transformador

O funcionamento do transformador é baseado no princípio da indução eletromagnética. Quando uma tensão é aplicada ao enrolamento primário, uma corrente flui e gera um campo magnético variável. Esse campo induz uma tensão no enrolamento secundário, devido à variação do fluxo magnético que o atravessa (CHAPMAN, 2011).

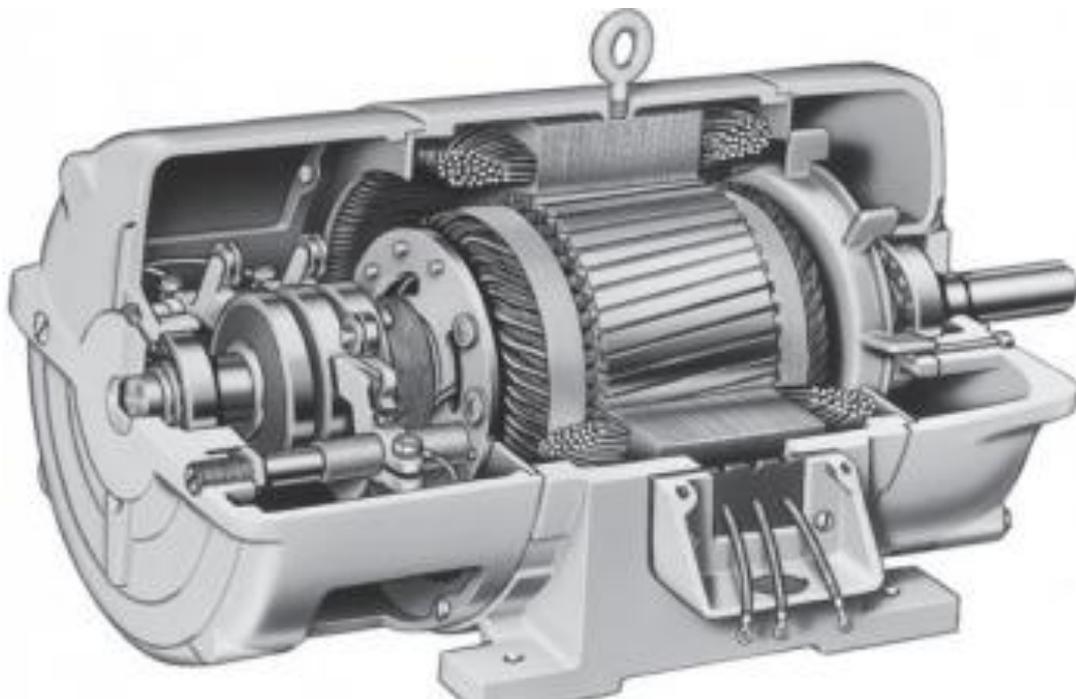
2.2 Motor de indução trifásico

O motor de indução trifásico é um dos principais motores utilizados em aplicações industriais devido à sua robustez e simplicidade (KOSOW, 2005).

2.2.1 Aspectos construtivos

O motor de indução trifásico (MIT) com rotor bobinado tem uma construção semelhante ao outro MIT conhecido (rotor de gaiola), mas com distinções específicas no design do rotor.

Figura 2.1 - Vista em corte de um motor de indução de rotor bobinado.



FONTE: CHAPMAN, 2011

Estator: assim como outros MITs, a parte fixa do motor é o estator. Ele é formado por enrolamentos trifásicos, que são colocados nas ranhuras de um núcleo ferromagnético de formato cilíndrico. Esses enrolamentos, quando energizados por uma fonte trifásica, dão origem a um campo magnético girante ou rotativo.

Rotor Bobinado: ao contrário do rotor tipo "gaiola de esquilo", o rotor bobinado contém enrolamentos distribuídos da mesma forma que o estator. Estes enrolamentos são conectados a anéis coletores situados no eixo do motor. Escovas, geralmente feitas de carbono, deslizam sobre esses anéis coletores, permitindo a conexão externa do rotor. Isso permite controlar a resistência do rotor durante a partida, oferecendo um arranque mais suave e com maior torque (FITZGERALD *et al.*, 2002).

Anéis Coletores e Escovas: uma das principais características dos motores com rotor bobinado é a presença de anéis coletores e escovas. Estes elementos permitem a inserção de resistências externas no circuito do rotor, proporcionando melhor controle do motor, especialmente durante a partida e sob cargas pesadas.

Carcaça e Refrigeração: a carcaça do MIT não apenas serve como proteção mecânica, mas também atua como um dissipador de calor. Devido à presença de enrolamentos no rotor e no estator, o motor gera calor que precisa ser dissipado eficientemente. Muitos MITs com rotor bobinado possuem sistemas de ventilação ou refrigeração para garantir que a temperatura se mantenha dentro de limites seguros.

A opção pelo motor de rotor bobinado é geralmente feita para aplicações que exigem um controle mais refinado do torque durante a partida e para motores de grande porte, onde o controle de partida é crítico. A capacidade de inserir resistências externas no circuito do rotor oferece uma flexibilidade que não é possível com os motores de rotor tipo "gaiola de esquilo" (CHAPMAN, 2011).

2.2.2 Parâmetros e Características

Os principais parâmetros de um MIT são:

- Resistências: tanto do enrolamento do estator quanto do rotor.
- Indutâncias: indutâncias próprias e mútuas entre estator e rotor.
- Relação de escorregamento: que é a diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade do rotor, expressa como uma fração da velocidade síncrona.

- Potência: incluindo potência nominal, potência de partida, entre outras.

2.2.3 Princípios de Funcionamento

O princípio de funcionamento do MIT é baseado na indução eletromagnética. Quando os enrolamentos do estator são alimentados por uma corrente trifásica, é gerado um campo magnético rotativo. Esse campo induz correntes no rotor devido à lei de Faraday da indução. As correntes induzidas no rotor, por sua vez, geram seu próprio campo magnético, que interage com o campo do estator. Devido à ação desses campos magnéticos, surge um torque que faz o rotor girar (MARTIGNONI, 1985).

2.2.4 Circuito Equivalente

A representação de um motor de indução trifásico através de um circuito equivalente é fundamental para análises mais detalhadas do seu comportamento elétrico. Este circuito reflete as resistências, indutâncias e elementos associados à indução no motor.

No circuito equivalente:

- Resistência do estator (R_s): representa a resistência dos enrolamentos do estator.
- Resistência do rotor (R_r): representa a resistência dos enrolamentos do rotor, referida ao estator.
- Indutância de magnetização (L_m): representa o comportamento magnético do núcleo do motor.
- Indutância do estator (L_s) e do rotor (L_r): representam as indutâncias dos enrolamentos do estator e do rotor, respectivamente.
- Escorregamento (s): é considerado no circuito para contabilizar a diferença entre a velocidade do campo magnético e a velocidade real do rotor (CHAPMAN, 2011).

2.2.5 Escorregamento

O escorregamento é uma característica fundamental dos MITs. Define-se como a diferença entre a velocidade síncrona (velocidade do campo magnético rotativo) e a velocidade atual do rotor, expressa em termos da velocidade síncrona. Quando o motor está em repouso (partida), o escorregamento é igual a 1 ou 100%. À medida que o motor acelera, o escorregamento diminui até um valor característico em operação nominal (BARBI, 1999).

2.2.6 Vantagens e Aplicações

Ainda conforme Barbi (1999), os motores de indução trifásicos são amplamente preferidos em muitas aplicações industriais e comerciais devido a várias vantagens:

- Robustez: são motores duráveis com poucas partes móveis sujeitas a desgaste.
- Custo-benefício: comparativamente mais baratos e requerem menos manutenção do que outros tipos de motores.
- Simplicidade de operação: não requerem comutadores ou escovas, o que reduz a necessidade de manutenção.
- Variedade de aplicações: desde bombas, ventiladores, máquinas-ferramenta até grandes equipamentos industriais.

2.2.7 Ensaio Experimentais

Os ensaios em motores de indução servem para determinar seus parâmetros e características de desempenho. Os principais ensaios incluem:

- Ensaio a vazio: para determinar as perdas no núcleo e a corrente a vazio.
- Ensaio de rotor bloqueado: para determinar a resistência e reatância do rotor.
- Ensaio de resistência do enrolamento: direcionado à determinação da resistência dos enrolamentos do estator e do rotor.
- Ensaio de Velocidade Síncrona: utilizando uma máquina síncrona, operar o MIT em velocidade síncrona de forma a eliminar o escorregamento.

- Ensaio de carga: para determinar a eficiência e o fator de potência sob diferentes cargas (MARTIGNONI, 1985).

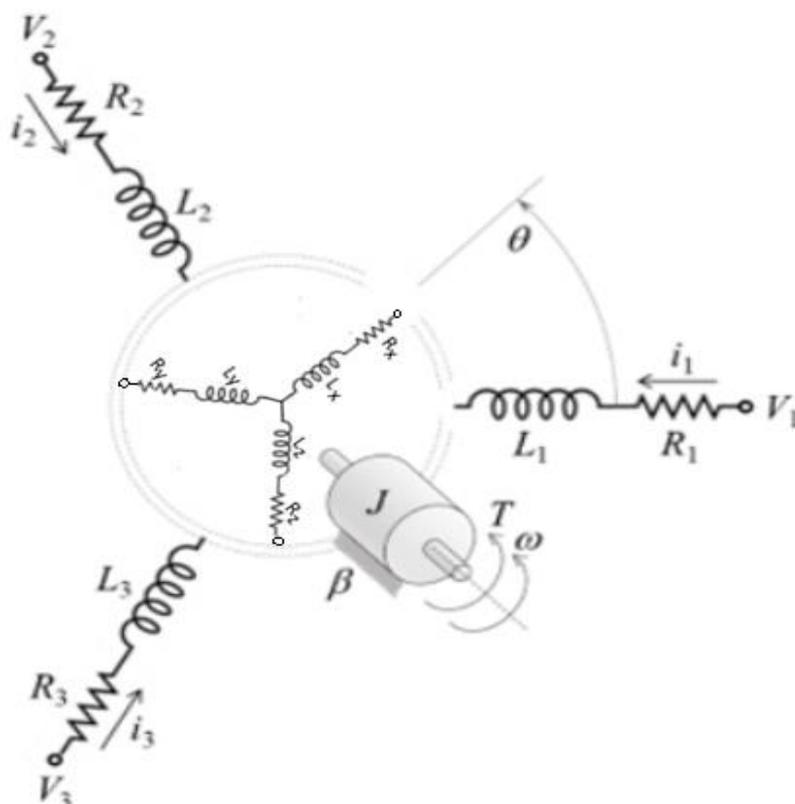
3 MODELAGEM DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

3.1 Introdução

A modelagem matemática do Motor de Indução Trifásico (MIT) é fundamental para compreender seu comportamento dinâmico e seu desempenho em diversas condições operacionais. Neste capítulo serão desenvolvidas e apresentadas as equações chaves para andamento do projeto.

As equações irão partir do princípio da Lei de Faraday (MARTIGNONI, 1985), abrangendo as correntes nos circuitos do estator e do rotor para que assim consigam estabelecer as equações de indutâncias próprias e mútuas entre os circuitos da máquina. As indutâncias mútuas entre os circuitos do estator e do rotor irão ser influenciadas pelo ângulo de alinhamento entre elas. Por fim, será desenvolvida a equação da energia da máquina, que por sua vez depende das indutâncias mútuas previamente estabelecidas. A figura 3.1 a seguir demonstra o circuito equivalente que será utilizado como referência neste capítulo.

Figura 3.1: Circuito equivalente do motor assíncrono.

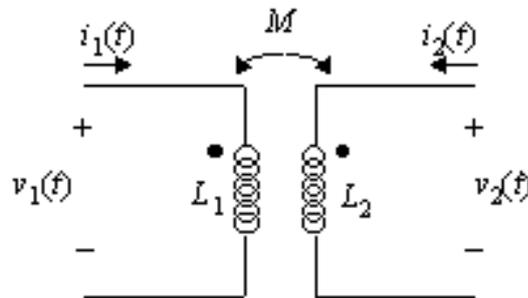


As equações a serem desenvolvidas neste capítulo irão partir do pressuposto de que a máquina, de 4 pólos, está completamente equilibrada, com os enrolamentos estatóricos e rotóricos iguais entre si, e com seus ângulos elétricos também iguais entre si. O sentido da corrente é positivo quando esta estiver entrando nos terminais da máquina (Figura 3.1), operando assim como motor. A operação como gerador será para o sentido contrário da corrente. O circuito magnético é linear, com entreferro constante, sem saturação, sem histerese e sem corrente parasita.

3.2 Fluxo Magnético

O primeiro passo é partir de um circuito mais simplificado, para que a ideia posterior fique mais clara. A Lei de Ampère e a Lei de Faraday serão a base deste início de trabalho. O circuito simplificado consiste em apenas duas bobinas, como apresentado na figura 3.2 a seguir:

Figura 3.2 - Circuito com duas bobinas acopladas magneticamente.



Fonte: UFRGS, 2023.

Vê-se pela figura acima, duas bobinas elétricas que interagem entre si, uma vez que o fluxo magnético ϕ produzido por uma bobina irá influenciar no comportamento elétrico da outra.

Tomando como referência, primeiramente, a bobina L1 (primária), tem-se:

$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12} \quad (3.1)$$

Em que:

ϕ_1 - Fluxo Magnético total concatenado na bobina 1;

φ_{11} - Fluxo Magnético criado pela própria bobina 1;

φ_{12} - Fluxo magnético criado pela bobina 2 que influencia a bobina 1.

Se houver a multiplicação da a equação 3.1 por N_1 (número de espiras da bobina 1), temos:

$$N_1 \cdot \varphi_1 = N_1 \cdot \varphi_{11} + N_1 \cdot \varphi_{12} \quad (3.2)$$

Derivando a equação 3.2 em relação ao tempo, tem-se:

$$N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial t} + N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial t} \quad (3.3)$$

Por teoria, a equação 3.3 descreve a tensão induzida na bobina 1, uma vez que:

$$N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = V_1 \quad (3.4)$$

Substituindo a equação 3.4 em 3.3, temos:

$$V_1 = N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial t} + N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial t} \quad (3.5)$$

Aplicando a regra da cadeia:

$$V_1 = N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial t} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial i_1} + N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial t} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial i_2}$$
$$V_1 = N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial i_1} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial i_2} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} \quad (3.6)$$

Por teoria, também se tem que:

$$N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial i_1} = L_{11} \quad (3.7)$$

$$N_1 \cdot \frac{\partial \varphi_{12}}{\partial i_2} = L_{12} \quad (3.8)$$

As equações 3.7 e 3.8 descrevem, respectivamente, a autoindutância da bobina 1 e a indutância mútua entre as bobinas 1 e 2.

Por meio de simplificação, sempre que for se tratar de indutâncias mútuas, será usada a letra M. Ou seja, $L_{12}=M_{12}$.

Então, reescrevendo a equação 3.6 em termos das indutâncias, temos:

$$V_1 = L_{11} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} \quad (3.9)$$

Ao repetir todo raciocínio até aqui, porém com a bobina 2 como referência, será obtido:

$$V_2 = L_{22} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{21} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} \quad (3.10)$$

Então, agora é o ponto de abstrair-se o desenvolvimento destas 10 equações aplicadas a figura 3.1, onde não se tem apenas duas bobinas interagindo entre si, mas 3 bobinas no estator e 3 bobinas no rotor, sendo que os subíndices numéricos e os sub índices alfabéticos correspondem ao estator e rotor, respectivamente.

Logo, têm-se:

$$V_1 = i_1 \cdot r_1 + L_{11} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{12} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{13} \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{1x} \cdot \frac{\partial i_x}{\partial t} + M_{1y} \cdot \frac{\partial i_y}{\partial t} + M_{1z} \cdot \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (3.11)$$

$$V_2 = i_2 \cdot r_2 + M_{21} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + L_{22} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{23} \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{2x} \cdot \frac{\partial i_x}{\partial t} + M_{2y} \cdot \frac{\partial i_y}{\partial t} + M_{2z} \cdot \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (3.12)$$

$$V_3 = i_3 \cdot r_3 + M_{31} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{32} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + L_{33} \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{3x} \cdot \frac{\partial i_x}{\partial t} + M_{3y} \cdot \frac{\partial i_y}{\partial t} + M_{3z} \cdot \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (3.13)$$

$$V_x = i_x \cdot r_x + M_{x1} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{x2} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{x3} \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + L_{xx} \cdot \frac{\partial i_x}{\partial t} + M_{xy} \cdot \frac{\partial i_y}{\partial t} + M_{xz} \cdot \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (3.14)$$

$$V_y = i_y \cdot r_y + M_{y1} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{y2} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{y3} \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{yx} \cdot \frac{\partial i_x}{\partial t} + L_{yy} \cdot \frac{\partial i_y}{\partial t} + M_{yz} \cdot \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (3.15)$$

$$V_z = i_z \cdot r_z + M_{z1} \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + M_{z2} \cdot \frac{\partial i_2}{\partial t} + M_{z3} \cdot \frac{\partial i_3}{\partial t} + M_{zx} \cdot \frac{\partial i_x}{\partial t} + M_{zy} \cdot \frac{\partial i_y}{\partial t} + L_{zz} \cdot \frac{\partial i_z}{\partial t} \quad (3.16)$$

A partir destas 6 últimas equações, pode-se encontrar as relações de fluxo em termos de indutância e corrente:

$$\varphi_1 = L_{11} \cdot i_1 + M_{12} \cdot i_2 + M_{13} \cdot i_3 + M_{1x} \cdot i_x + M_{1y} \cdot i_y + M_{1z} \cdot i_z \quad (3.17)$$

$$\varphi_2 = M_{21} \cdot i_1 + L_{22} \cdot i_2 + M_{23} \cdot i_3 + M_{2x} \cdot i_x + M_{2y} \cdot i_y + M_{2z} \cdot i_z \quad (3.18)$$

$$\varphi_3 = M_{31} \cdot i_1 + M_{32} \cdot i_2 + L_{33} \cdot i_3 + M_{3x} \cdot i_x + M_{3y} \cdot i_y + M_{3z} \cdot i_z \quad (3.19)$$

$$\varphi_x = M_{x1} \cdot i_1 + M_{x2} \cdot i_2 + M_{x3} \cdot i_3 + L_{xx} \cdot i_x + M_{xy} \cdot i_y + M_{xz} \cdot i_z \quad (3.20)$$

$$\varphi_y = M_{y1} \cdot i_1 + M_{y2} \cdot i_2 + M_{y3} \cdot i_3 + M_{yx} \cdot i_x + L_{yy} \cdot i_y + M_{yz} \cdot i_z \quad (3.21)$$

$$\varphi_z = M_{z1} \cdot i_1 + M_{z2} \cdot i_2 + M_{z3} \cdot i_3 + M_{zx} \cdot i_x + M_{zy} \cdot i_y + L_{zz} \cdot i_z \quad (3.22)$$

3.3 Indutâncias

Conforme postulado por Barbi (1999), a compreensão das indutâncias no MIT é vital para a análise do comportamento do motor sob várias condições de carga e operação. As indutâncias totais dos circuitos do estator e do rotor, expostas na figura 3.1, possuem parcelas de indutância própria e da indutância mútua. Esta relação pode ser dada a partir de análise em cima das equações 3.17 a 3.22.

Sabe-se, por teoria, que:

$$\varphi = L \cdot i$$

$$L = \frac{\varphi}{i} \quad (3.23)$$

Então, utilizando esta última relação para simplificar as equações 3.17 a 3.22, temos:

$$L_1 = L_{11} + M_{12} + M_{13} + M_{1x} + M_{1y} + M_{1z} \quad (3.24)$$

$$L_2 = M_{21} + L_{22} + M_{23} + M_{2x} + M_{2y} + M_{2z} \quad (3.25)$$

$$L_3 = M_{31} + M_{32} + L_{33} + M_{3x} + M_{3y} + M_{3z} \quad (3.26)$$

$$L_x = M_{x1} + M_{x2} + M_{x3} + L_{xx} + M_{xy} + M_{xz} \quad (3.27)$$

$$L_y = M_{y1} + M_{y2} + M_{y3} + M_{yx} + L_{yy} + M_{yz} \quad (3.28)$$

$$L_z = M_{z1} + M_{z2} + M_{z3} + M_{zx} + M_{zy} + L_{zz} \quad (3.29)$$

3.3.1 Indutâncias Próprias

As indutâncias próprias, ou autoindutâncias, são propriedades intrínsecas de cada enrolamento do estator e rotor, sem considerar os efeitos mútuos entre elas. Estas correspondem a capacidade de gerar um fluxo magnético em resposta a corrente elétrica aplicada, expressa em Henrys (H).

São dependentes da geometria do motor e do material do núcleo. Para o estator L_{ss} e para o rotor L_{rr} , essas indutâncias podem ser obtidas por meio de ensaios ou por técnicas de análise de elementos finitos. Para o motor de indução trifásico de rotor bobinado são 3 autoindutâncias para estator e 3 para o rotor:

- Estator: L_{11} , L_{22} e L_{33} ;
- Rotor: L_{xx} , L_{yy} e L_{zz} .

Sendo a máquina equilibrada:

$$L_{11} = L_{22} = L_{33} = L_s \quad (3.30)$$

$$L_{xx} = L_{yy} = L_{zz} = L_r \quad (3.31)$$

3.3.2 Indutâncias Mútuas Entre Circuitos do Estator

A indutância mútua entre os circuitos do estator surge devido ao acoplamento magnético entre os diferentes enrolamentos do estator. Designada por M_{SS} , essa indutância é um indicativo da força de acoplamento entre os enrolamentos adjacentes do estator.

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator são iguais, uma vez que há um sistema equilibrado, este fato está explicado detalhadamente no item 3.4, onde se trata da energia do circuito. Lembrando que elas são constantes e não dependem da rotação do rotor. Logo, temos as seguintes relações:

$$M_{12} = M_{21} = M_{13} = M_{31} = M_{23} = M_{32} = M_s \quad (3.32)$$

Será usado M_s para facilitar os desenvolvimentos posteriores.

3.3.3 Indutâncias Mútuas Entre Circuitos do Rotor

Da mesma forma que no estator, os circuitos do rotor também possuem indutâncias mútuas devido ao acoplamento magnético entre os enrolamentos adjacentes do rotor, designada por M_{RR} .

As indutâncias mútuas entre os enrolamentos do rotor, também não dependem da rotação do rotor, uma vez que os enrolamentos entre si estarão sempre equidistantes, independentemente da posição angular do rotor. Como também possui um comportamento equilibrado, as indutâncias mútuas entre os enrolamentos serão iguais (BARBI, 1999). Seguem suas relações:

$$M_{xy} = M_{yx} = M_{xz} = M_{zx} = M_{yz} = M_{zy} = M_R \quad (3.33)$$

Será utilizado M_R para facilitar os desenvolvimentos posteriores.

3.3.4 Indutâncias Mútuas Entre Estator e Rotor

Ainda em conformidade a Barbi (1999) indutância mútua entre o estator e o rotor, M_{SR} , é crucial para determinar o comportamento dinâmico do MIT. Esse acoplamento magnético entre os enrolamentos do estator e do rotor permite a transferência de energia entre eles.

As indutâncias mútuas entre enrolamentos do estator e do rotor já possuem comportamento diferente, uma vez que a rotação do rotor irá interferir no valor de sua mútua. O movimento circular do rotor, conseqüentemente de suas bobinas, irá gerar uma angulação diferente em relação às bobinas do estator que permanecem estáticas. Conclui-se que as mútuas entre enrolamentos do estator e do rotor irão variar periodicamente. As relações estão a seguir:

$$\begin{aligned}M_{1x} &= M_{x1} = M_{SR1} \\M_{1y} &= M_{y1} = M_{SR2} \\M_{1z} &= M_{z1} = M_{SR3}\end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}M_{2y} &= M_{y2} = M_{SR1} \\M_{2z} &= M_{z2} = M_{SR2} \\M_{2x} &= M_{x2} = M_{SR3}\end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned}M_{3z} &= M_{z3} = M_{SR1} \\M_{3x} &= M_{x3} = M_{SR2} \\M_{3y} &= M_{zy} = M_{SR3}\end{aligned} \quad (3.36)$$

Em que temos as mútuas entre enrolamentos e estator equilibradas conforme as equações a seguir:

$$M_{SR1} = M_{SR\text{máximo}} \cdot \cos(\theta) \quad (3.37)$$

$$M_{SR2} = M_{SR\text{máximo}} \cdot \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.38)$$

$$M_{SR3} = M_{SR\text{máximo}} \cdot \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (3.39)$$

3.4 Energia

A energia total armazenada no sistema será dependente das indutâncias próprias e mútuas que compõem a máquina e das respectivas correntes. O conceito da energia servirá como base para provar que as indutâncias mútuas são iguais entre dois enrolamentos, por exemplo, $M_{12} = M_{21}$.

O esquema aqui relatado é composto por 6 bobinas (3 para estator e 3 para rotor), seria complexo partir desta configuração final. Com isso, para simplificar explicação e entendimento, observa-se a princípio a suposição sistemática, composta por apenas duas bobinas, como já mostrado na figura 3.2.

Nesta configuração, foi energizada a bobina 1, fazendo com a corrente i_2 seja nula e que a corrente i_1 atinja um valor constante. Após a corrente i_1 atingir seu valor constante, concretizando-se a energização da bobina número 2 para que a corrente i_2 atinja também um valor constante, atingindo assim a energia total desse sistema magnético. Em que se busca analisar esse cenário de maneira matemática:

- 1º Momento:

$$\text{Em } t = 0 \Rightarrow i_1 = i_2 = 0$$

$$\text{Em } t = T_1 \Rightarrow i_1 = I_1 \text{ e } i_2 = 0$$

$$\text{Se } i_1 = 0 \Rightarrow \text{Pot} = V_2 \cdot i_2$$

Então na bobina 1:

$$\text{Pot}_{1^\circ}(t) = V_1 i_1 = \left(L_{11} \frac{di_1}{dt} \right) \cdot i_1$$

$$\text{Pot}_{1^\circ}(t) dt = L_{11} i_1 di_1$$

Fazendo a integral definida de ambas as partes para encontrar a energia, obtém-se:

$$\int_0^{T_1} \text{Pot}_{1^\circ}(t) dt = \int_0^{I_1} L_{11} i_1 di_1$$

$$W_{1^\circ} = \frac{1}{2} L_{11} I_1^2 \quad (3.40)$$

Com isso, detendo-se a energia total do primeiro momento.

Nesta lógica, seguindo para o momento posterior de estudo, em que a bobina número 2 será excitada para que haja uma corrente i_2 .

- 2º Momento:

$$\text{Em } t = T_1 \Rightarrow i_1 = I_1 \text{ e } i_2 = 0$$

$$\text{Em } t = T_2 \Rightarrow i_1 = I_1 \text{ e } i_2 = I_2$$

Nesta perspectiva, energias e potências relacionadas às duas bobinas:

$$\text{Pot}_{2^\circ}(t) = V_1 i_1 + V_2 i_2 = (M_{12} \frac{di_2}{dt}) \cdot i_1 + (L_{22} \frac{di_2}{dt}) \cdot i_2$$

$$\text{Pot}_{2^\circ}(t) dt = M_{12} i_1 di_2 + L_{22} i_2 di_2$$

Fazendo a integral definida de ambas as partes para encontrar a energia:

$$\int_{T_1}^{T_2} \text{Pot}_{2^\circ}(t) dt = \int_0^{I_2} M_{12} i_1 di_2 + \int_0^{I_2} L_{22} i_2 di_2$$

$$W_{2^\circ} = M_{12} I_1 I_2 + \frac{1}{2} L_{22} I_2^2 \quad (3.41)$$

Portanto, a energia total do segundo momento.

Logo, como a energia total do sistema é a soma das energias dos dois momentos, temos:

$$W_{\text{total}} = W_{1^\circ} + W_{2^\circ} = \frac{1}{2}L_{11}I_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}I_2^2 + M_{12}I_1I_2$$

$$W_{\text{total}} = W_{11} + W_{22} + W_{12}$$

À vista disto, temos a energia total acumulada no sistema eletricamente acoplado composto por duas bobinas.

Antes de partir para uma análise mais abrangente (3 bobinas), podemos inferir intuitivamente um cenário em que a bobina número 2 fosse energizada antes da bobina 1. Neste caso ter-se-ia a mesma análise, porém a energia total acumulada seria:

$$W_{\text{total}} = W_{11} + W_{22} + W_{21} \quad (3.42)$$

Logo, a partir desta análise, temos que:

$$W_{12} = W_{21}$$

$$M_{12}I_1I_2 = M_{21}I_1I_2$$

$$M_{12} = M_{21}$$

Assim é provado que as indutâncias mútuas são iguais para ambas bobinas.

Agora será trabalhado em um cenário que temos 3 bobinas acopladas magneticamente, conforme já está destacado através do fato provado anteriormente das igualdades unilaterais das indutâncias mútuas entre as bobinas.

Nesse contexto, de maneira análoga ao que foi realizado para um sistema com duas bobinas, cada uma será energizada em um instante de tempo diferente, até estabelecer as 3 correntes constantes. Então:

- 1º Momento:

$$\text{Em } t = 0 \quad \Rightarrow \quad i_1 = i_2 = i_3 = 0$$

$$\text{Em } t = T_1 \quad \Rightarrow \quad i_1 = I_1 \text{ e } i_2 = i_3 = 0$$

$$\text{Se } i_2 = i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Pot} = V_2 i_2 = V_3 i_3 = 0$$

Então na bobina 1:

$$\text{Pot}_{1^\circ}(t) = V_1 i_1 = \left(L_{11} \frac{di_1}{dt} \right) \cdot i_1$$

$$\text{Pot}_{1^\circ}(t) dt = L_{11} i_1 di_1$$

Fazendo a integral definida de ambas as partes para encontrar a energia, temos:

$$\int_0^{T_1} \text{Pot}_{1^\circ}(t) dt = \int_0^{I_1} L_{11} i_1 di_1$$

$$W_{1^\circ} = \frac{1}{2} L_{11} I_1^2$$

- 2º Momento:

$$\text{Em } t = T_1 \quad \Rightarrow \quad i_1 = I_1 \text{ e } i_2 = i_3 = 0$$

$$\text{Em } t = T_2 \quad \Rightarrow \quad i_1 = I_1, i_2 = I_2 \text{ e } i_3 = 0$$

$$\text{Se } i_3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Pot} = V_3 i_3 = 0$$

Então, teremos energias e potências relacionadas às duas primeiras bobinas:

$$\text{Pot}_{2^\circ}(t) = V_1 i_1 + V_2 i_2 = \left(M_{12} \frac{di_2}{dt} \right) \cdot i_1 + \left(L_{22} \frac{di_2}{dt} \right) \cdot i_2$$

$$\text{Pot}_{2^\circ}(t) dt = M_{12} i_1 di_2 + L_{22} i_2 di_2$$

Fazendo a integral definida de ambas as partes para encontrar a energia, obtém-se:

$$\int_{T_1}^{T_2} Pot_{2^\circ}(t)dt = \int_0^{I_2} M_{12}i_1 di_2 + \int_0^{I_2} L_{22}i_2 di_2$$

$$W_{2^\circ} = M_{12}I_1I_2 + \frac{1}{2}L_{22}I_2^2$$

- 3º Momento:

$$\text{Em } t = T_2 \Rightarrow i_1 = I_1, i_2 = I_2 \text{ e } i_3 = 0$$

$$\text{Em } t = T_3 \Rightarrow i_1 = I_1, i_2 = I_2 \text{ e } i_3 = I_3$$

Neste aspecto, energia e potência relacionada às 3 bobinas.

$$Pot_{3^\circ}(t) = V_1i_1 + V_2i_2 + V_3i_3$$

$$Pot_{3^\circ}(t) = [(M_{12} \frac{di_2}{dt}) \cdot i_1 + (M_{13} \frac{di_3}{dt}) \cdot i_1] + [(M_{21} \frac{di_1}{dt}) \cdot i_2 + (M_{23} \frac{di_3}{dt}) \cdot i_2] + (L_{33} \frac{di_3}{dt}) \cdot i_3$$

$$Pot_{3^\circ}(t)dt = M_{12}i_1 di_2 + M_{13}i_1 di_3 + M_{21}i_2 di_1 + M_{23}i_2 di_3 + L_{33}i_3 di_3$$

Fazendo a integral definida de ambas as partes para encontrar a energia:

$$\int_{T_2}^{T_3} Pot_{3^\circ}(t)dt =$$

$$= \int_{I_2}^{I_2} M_{12}i_1 di_2 + \int_0^{I_3} M_{13}i_1 di_3 + \int_{I_1}^{I_1} M_{21}i_2 di_1 + \int_0^{I_3} M_{23}i_2 di_3 + \int_0^{I_3} L_{33}i_3 di_3$$

$$\int_{T_2}^{T_3} Pot_{3^\circ}(t)dt = \int_0^{I_3} M_{13}i_1 di_3 + \int_0^{I_3} M_{23}i_2 di_3 + \int_0^{I_3} L_{33}i_3 di_3$$

$$W_{3^\circ} = M_{13}I_1I_3 + M_{23}I_2I_3 + \frac{1}{2}L_{33}I_3^2$$

Logo, como a energia total do sistema é a soma das energias dos três momentos, alcança-se:

$$W_{total} = W_{1^{\circ}} + W_{2^{\circ}} + W_{3^{\circ}}$$

$$W_{total} = \frac{1}{2}L_{11}I_1^2 + \frac{1}{2}L_{22}I_2^2 + \frac{1}{2}L_{33}I_3^2 + M_{12}I_1I_2 + M_{13}I_1I_3 + M_{23}I_2I_3$$

$$W_{total} = W_{11} + W_{22} + W_{33} + W_{12} + W_{13} + W_{23} \quad (3.43)$$

Com isto a energia total acumulada no sistema eletricamente acoplado composto por três bobinas.

Por fim, a partir de toda análise realizada, é possível observar o comportamento da energia de um sistema acoplado magneticamente, em que, de maneira intuitiva e comparativa chega à equação final de energia. Checando a máquina supracitada, composta por mais 3 bobinas alocadas em seu rotor.

Logo, a máquina de indução trifásica de rotor bobinado possui a seguinte expressão para energia total armazenada no sistema:

$$W_{total} = W_{11} + W_{22} + W_{33} + W_{xx} + W_{yy} + W_{zz} + W_{12} + W_{13} + W_{23} + W_{1x} + W_{1y} + W_{1z} + W_{2x} + W_{2y} + W_{2z} + W_{3x} + W_{3y} + W_{3z} + W_{xy} + W_{xz} + W_{yz} \quad (3.44)$$

Onde:

$$W_{11} = \frac{1}{2}L_{11}i_1^2 \quad (3.45)$$

$$W_{22} = \frac{1}{2}L_{22}i_2^2 \quad (3.46)$$

$$W_{33} = \frac{1}{2}L_{33}i_3^2 \quad (3.47)$$

$$W_{xx} = \frac{1}{2}L_{xx}i_x^2 \quad (3.48)$$

$$W_{yy} = \frac{1}{2}L_{yy}i_y^2 \quad (3.49)$$

$$W_{zz} = \frac{1}{2}L_{zz}i_z^2 \quad (3.50)$$

$$W_{12} = W_{21} = M_S i_1 i_2 \quad (3.51)$$

$$W_{13} = W_{31} = M_S i_1 i_3 \quad (3.52)$$

$$W_{23} = W_{32} = M_S i_2 i_3 \quad (3.53)$$

$$W_{xy} = W_{yx} = M_R i_x i_y \quad (3.54)$$

$$W_{xz} = W_{zx} = M_R i_x i_z \quad (3.55)$$

$$W_{yz} = W_{zy} = M_R i_y i_z \quad (3.56)$$

$$W_{1x} = W_{x1} = M_{SR1} i_1 i_x \quad (3.57)$$

$$W_{1y} = W_{y1} = M_{SR2} i_1 i_y \quad (3.58)$$

$$W_{1z} = W_{z1} = M_{SR3} i_1 i_z \quad (3.59)$$

$$W_{2x} = W_{x2} = M_{SR3} i_2 i_x \quad (3.60)$$

$$W_{2y} = W_{y2} = M_{SR1} i_2 i_y \quad (3.61)$$

$$W_{2z} = W_{z2} = M_{SR2} i_2 i_z \quad (3.62)$$

$$W_{3x} = W_{x3} = M_{SR2} i_3 i_x \quad (3.63)$$

$$W_{3y} = W_{y3} = M_{SR3} i_3 i_y \quad (3.64)$$

$$W_{3z} = W_{z3} = M_{SR1} i_3 i_z \quad (3.65)$$

3.5 Escorregamento

A velocidade de escorregamento, é um termo para definir o movimento relativo do rotor e dos campos magnéticos da máquina, tendo como definição a diferença entre a velocidade síncrona e a velocidade mecânica do rotor (CAMARGO, 2022). Aqui já será expressa a relação para velocidade angular.

$$\omega_{esc} = \omega_{sinc} - \omega_m \quad (3.66)$$

Em consonância ao que se refere Umans (2014), é a partir da velocidade de escorregamento, define-se o escorregamento, que é um termo expresso em porcentagem ou em base por unidade.

$$s = \frac{\omega_{sinc} - \omega_m}{\omega_{sinc}} (X 100\%) \quad (3.67)$$

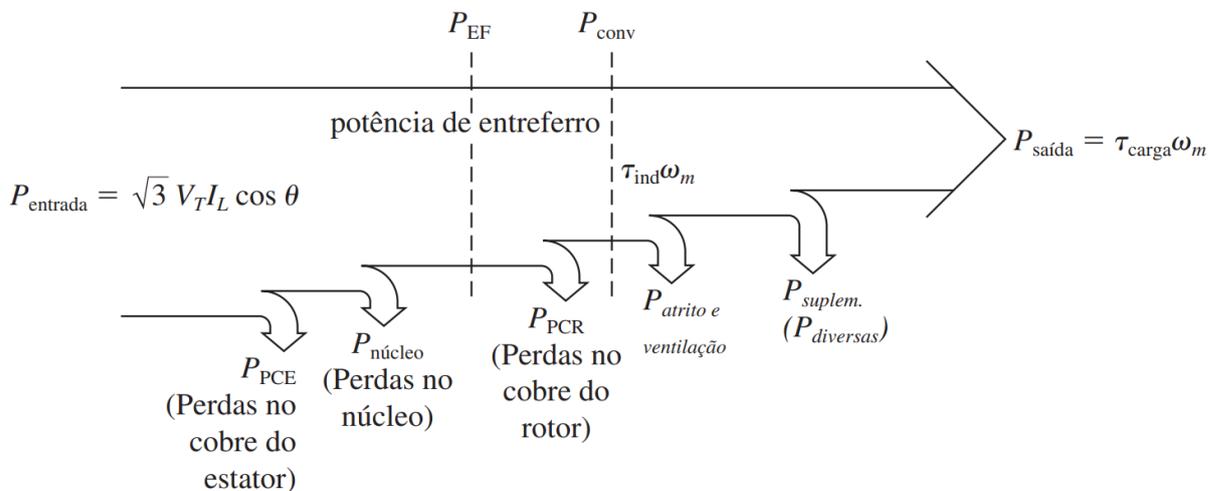
Manipulando a equação 3.67 é possível expressar a velocidade mecânica do eixo do rotor em termos da velocidade síncrona e do escorregamento:

$$\omega_m = (1 - s) \omega_{sinc} \quad (3.68)$$

3.6 Potência e Conjugado

Para cálculo de potência e conjugado deve-se partir da figura 3.3 que nos demonstra o fluxo de potência em um motor de indução trifásico com suas respectivas perdas.

Figura 3.3 - Fluxo de potência em um MIT.



Fonte: CHAPMAN, S. 2011

Analisando o diagrama de fluxo observa-se que a potência de entreferro é a potência de entrada menos as perdas no cobre e no núcleo, ou seja:

$$P_{EF} = P_{entrada} - P_{PCE} - P_{núcleo} \quad (3.69)$$

Como tal potência de entreferro, só pode ser consumida pelo rotor (elemento no secundário do circuito equivalente), então tem-se:

$$P_{EF} = 3I_2^2 \frac{R_2}{s} \quad (3.70)$$

E para chegar na potência convertida da forma elétrica para mecânica, deve-se subtrair as perdas no cobre do rotor da potência do entreferro, tendo assim:

$$P_{conv} = 3I_2^2 R_2 \left(\frac{1-s}{s} \right) \quad (3.71)$$

Com isso tem-se a relação:

$$P_{conv} = (1-s) P_{EF} \quad (3.72)$$

Por este ângulo, é a partir da potência convertida, que se encontra o conjugado induzido interno da máquina, também conhecido como conjugado desenvolvido da máquina, este conjugado é dado por:

$$\tau_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} \quad (3.73)$$

Neste ponto de vista, é possível expressar o conjugado induzido de outra maneira, fazendo com que fique em função da potência de entreferro da máquina e da velocidade síncrona, que não varia. Isso se dá partindo das equações 3.68 e 3.72 sendo substituídas na equação 3.73:

$$\tau_{ind} = \frac{(1-s) P_{EF}}{(1-s) \omega_{sinc}}$$

$$\tau_{ind} = \frac{P_{EF}}{\omega_{sinc}} \quad (3.74)$$

4 METODOLOGIA

A metodologia descreve a abordagem experimental e os procedimentos utilizados para a coleta e análise dos dados. Ela fornece uma descrição detalhada dos equipamentos, ensaios e técnicas empregadas para identificar os parâmetros do motor de indução trifásico com rotor bobinado.

4.1 Equipamentos utilizados

Neste estudo, os seguintes equipamentos foram empregados:

- Bancada de testes para motores: uma bancada equipada com um acionamento ajustável para variar a velocidade e carga do motor.
- Multímetro digital: para medidas de tensão, corrente e resistência.
- Wattímetros: para medir potências.
- Osciloscópio digital: utilizado para monitorar as formas de onda da corrente e tensão em diferentes pontos do circuito do motor.
- Tacômetro: para medir a velocidade do motor em RPM.
- Carga resistiva: usada nos ensaios a vazio e de rotor bloqueado para ajustar as condições de carga do motor.

4.2 Identificação de parâmetros

Os parâmetros do motor, incluindo resistências, indutâncias e outros componentes do circuito equivalente, foram determinados a partir dos ensaios descritos abaixo. Uma combinação de medições diretas (como resistência dos enrolamentos) e técnicas de análise (como a determinação das indutâncias mútuas a partir da variação das leituras de indutância com a posição do rotor) foi empregada.

Os parâmetros abordados neste capítulo, tanto os mecânicos quanto os elétricos, foram obtidos no Laboratório de Conversão de Energia da Universidade de Brasília.

A partir da observação e análise, bem como a utilização da máquina de indução trifásica, para que não existisse qualquer transtorno por discrepância física estrutural

de uma máquina para outra. A máquina utilizada foi a de nº de série 2324, conforme destacado na Figura 4.1 a seguir:

Figura 4.1 - Placa da máquina utilizada, com destaque para o número de série



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Esta máquina possui 4 pólos e opera numa frequência de 60Hz. A partir daí é possível observar que esta máquina possui uma corrente de segurança de 1,6 A para uma tensão de operação de 220 V. Esta será a tensão utilizada no projeto por limitação da bancada do laboratório em questão. Com isto, obtém-se os primeiros parâmetros definidos, que são os nossos parâmetros nominais da máquina, expostos na tabela 4.1 a seguir:

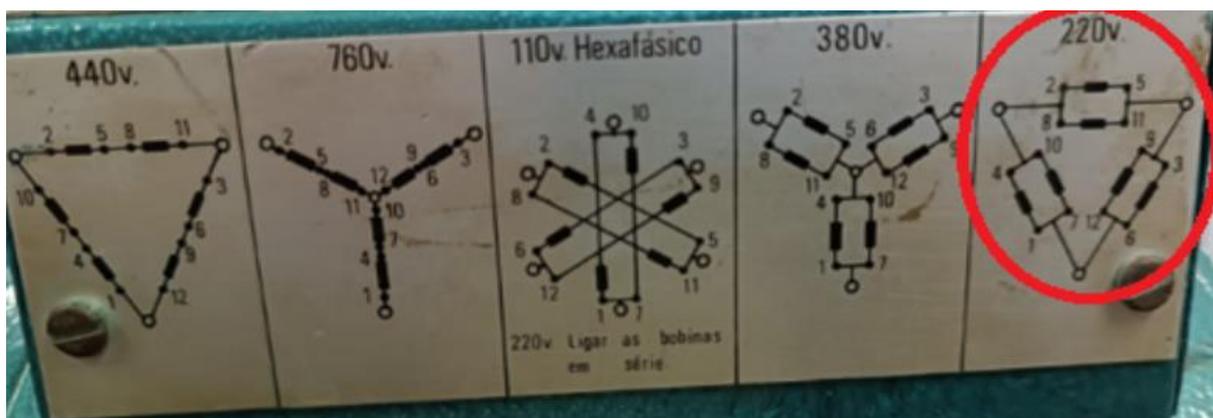
Tabela 4.1 - Dados nominais da máquina Assíncrona do projeto

Parâmetro	Valor
Tensão	220 V
Corrente	1,6 A
Frequência	60 Hz
Número de Polos	4

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Com tensão de operação definida, vê-se pela figura 4.2, a seguir, como serão realizadas as ligações dos enrolamentos do motor, por meio de placas metálicas disponíveis no laboratório de conversão de energia da Universidade de Brasília.

Figura 4.2 - Placa da máquina utilizada, com destaque para operação em 220 V



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Como sequenciação do estudo, buscou-se a definição de como seriam realizadas as conexões na referida máquina. Estas conexões foram feitas por placas metálicas acopladas nos bornes de entrada, na parte externa da carcaça da máquina. Tais ligações encontram-se mostradas na figura 4.3 a seguir:

Figura 4.3 - Conexões realizadas nos bornes de entrada do estator da máquina



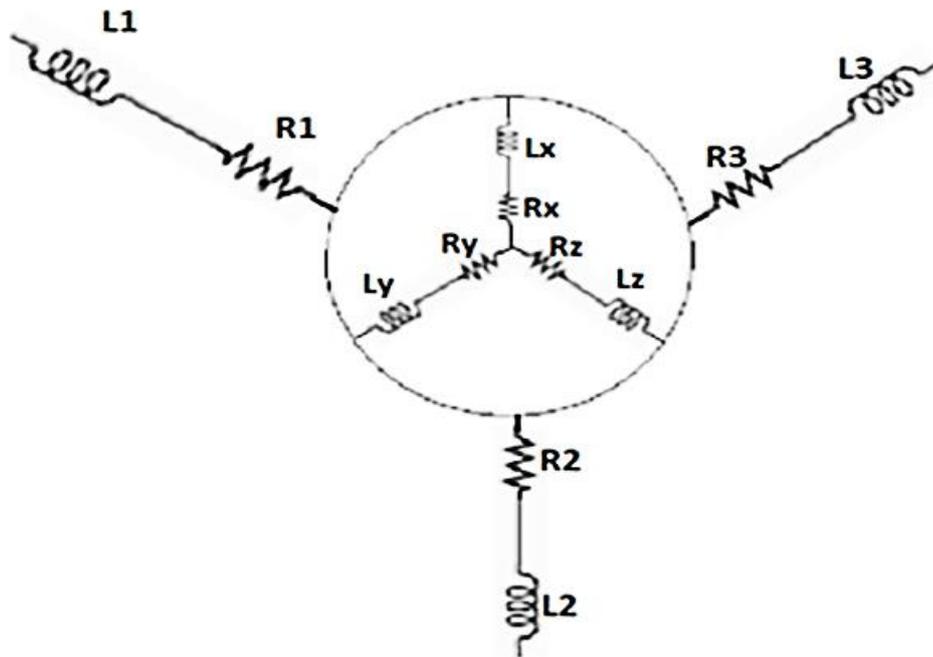
Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Percebe-se na figura 4.3 como foram realizadas as conexões dos enrolamentos do estator, viabilizando-se o esquema de ligação em delta para 220V, presente na figura 4.2. Tornando-se assim, possível caminhar para as aquisições de dados experimentais.

4.2.1 Parâmetros Elétricos

Com base no esquemático do estator e do rotor da máquina, com suas bobinas e suas respectivas resistências e indutâncias correspondentes:

Figura 4.4 - Esquemático do rotor e estator com suas respectivas R e L



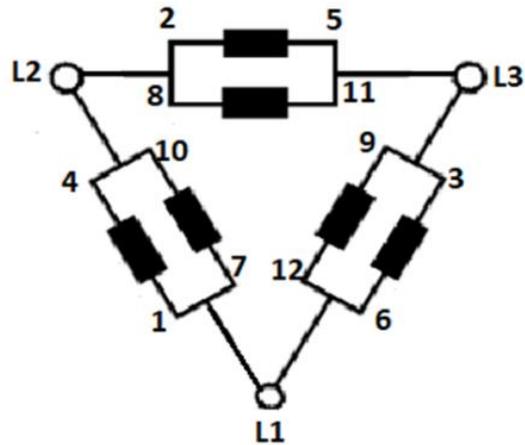
Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Em observação a figura 4.4 acima citada, avista-se os subíndices correspondentes aos números 1,2 e 3, correspondem a dados do estator e os subíndices x, y e z correspondem a dados do rotor. Isso foi feito para manter a ideia de nomenclatura presente na placa presente na carcaça da máquina, observado na figura 4.3.

- Resistências:

Analisando a figura 4.4, as resistências, designadas pela letra R, podem ser medidas diretamente no laboratório por meio de um multímetro, tanto para o estator quanto para o rotor. Porém, como exposto na figura 4.2, e agora de maneira mais clara na figura 4.5 a seguir, as ligações realizadas nos enrolamentos do estator estão em Delta, logo, deve-se então ser realizada a conversão Delta-Estrela para que assim obtenha-se os valores de R_1 , R_2 e R_3 discriminados.

Figura 4.5 - Ligação em delta de operação da máquina em 220 V.



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Os valores das resistências que estão presentes na figura 4.5 foram obtidas experimentalmente por meio de um multímetro e estão expostos na tabela 4.2 a seguir:

Tabela 4.2 - Valores das resistências medidas em laboratório.

Resistência	Valor [Ω]
$R_{2,5}$	34,9
$R_{8,11}$	35
$R_{1,4}$	35
$R_{7,10}$	35,1
$R_{9,12}$	35
$R_{3,6}$	35

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Com isto contempla-se que, pelo paralelo das resistências correspondentes, obtém-se a resistência equivalente para cada ramo do enrolamento. Como é um sistema equilibrado, todas as resistências equivalentes são iguais:

$$R_{eq1} = R_{2,5} // R_{8,11} = 17,5 \Omega$$

$$R_{eq2} = R_{1,4} // R_{7,10} = 17,5 \Omega$$

$$R_{eq3} = R_{9,12} // R_{3,6} = 17,5 \Omega$$

$$R_{eq} = R_{eq1} = R_{eq2} = R_{eq3} = 17,5 \Omega$$

Logo, assim, têm-se as resistências próprias R_1 , R_2 e R_3 , dos enrolamentos do estator, encontradas e equilibradas.

$$R_1 = R_2 = R_3 = 17,5 \Omega \quad (4.1)$$

A partir daí foram encontradas as resistências próprias R_x , R_y e R_z do rotor. De maneira análoga ao estator, no rotor também não se é possível medir as resistências próprias diretamente. Se observada a parte esquerda da figura 4.3, vê-se que existem 3 bornes para o rotor, e se conectado o multímetro em dois bornes, obtém-se o valor da resistência em série correspondente a esses dois bornes. Conclui-se que, ocorrerá 3 resistências em série medidas diretamente na máquina para o rotor.

Os valores obtidos encontram-se na tabela 4.3 a seguir:

Tabela 4.3 - Valores das resistências em série do rotor.

Resistência	Valor [Ω]
$R_x + R_y$	2,8
$R_x + R_z$	2,9
$R_y + R_z$	2,9

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Com isto, ao realizar um sistema de equações simples, podemos encontrar as seguintes resistências:

$$R_x = 1,4 \Omega \quad (4.2)$$

$$R_y = 1,4 \Omega \quad (4.3)$$

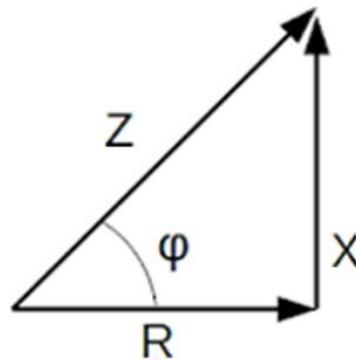
$$R_z = 1,5 \Omega \quad (4.4)$$

- Indutâncias:

Para encontrar as indutâncias próprias dos enrolamentos do estator e do rotor, tem-se que utilizar o conhecimento básico de elétrica que envolve o chamado triângulo de impedância.

O triângulo de impedância nos possibilita encontrar o valor da reatância X , uma vez que se tem os valores da resistência R e impedância Z correspondentes. E com o valor da reatância X conhecido, pode-se calcular o valor final da Indutância L que se quer. A figura 4.6 a seguir mostra o triângulo de impedância e sua fórmula correspondente:

Figura 4.6 - Triângulo de Impedância



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Como já falado anteriormente, ao encontrar a reatância X para calcular a indutância L . Encontram-se as resistências R já encontradas e devemos agora as respectivas impedâncias Z . Para isso aplicamos passos de tensões e foram observadas as correntes correspondentes em cada enrolamento do estator, sempre dentro da margem de segurança estabelecida na placa da máquina. Com tensão e corrente, foram encontradas assim as impedâncias Z , pela primeira lei de Ohm.

As conexões da figura 4.3 foram mantidas e foram realizados passos de aproximadamente 20 V em cada medição. Os dados acurados estão expostos na tabela 4.3 a seguir:

Tabela 4.4 - Correntes para passos de 20 V de tensão nos enrolamentos do estator

Borne	V ₁ [V]	I ₁ [mA]	V ₂ [V]	I ₂ [mA]	V ₃ [V]	I ₃ [mA]	V ₄ [V]	I ₄ [mA]
1-4	22,67	52	47,4	101	71,3	150	95	200
7-10	20,61	50	45,1	101	67,8	150	90,8	200
8-11	20,37	51	42,9	101	65,1	151	86,7	200
2-5	22,38	51	46,6	100	70,5	150	94,1	200
9-12	20,33	49	44,2	100	67	150	87,6	194
3-6	21,28	50	45,5	100	69,4	150	92,3	200

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Nesse contexto, optou-se por pegar os valores das duas últimas colunas (V₄ e I₄) para calcular as impedâncias correspondentes:

Tabela 4.5 - Impedâncias 'Z' dos enrolamentos do estator.

Bornes	Impedância [Ω]
1-4	475,0
7-10	454,0
8-11	433,5
2-5	470,5
9-12	451,5
3-6	461,5

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Com as impedâncias e resistências conhecidas, pode-se calcular a reatância X. Pela figura 4.6 temos:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (4.5)$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} \quad (4.6)$$

Tabela 4.6 - Reatâncias 'X' dos enrolamentos do estator

Bornes	Reatância [Ω]
1-4	473,7
7-10	452,6
8-11	432,1
2-5	469,2
9-12	450,1
3-6	460,2

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Para o cálculo das Indutâncias (L), temos:

$$L = \frac{X}{2\pi f} \quad (4.7)$$

Onde, f é a frequência de operação de 60 Hz. Logo:

Tabela 4.7 - Indutância 'L' dos enrolamentos do estator

Bornes	Indutância [H]
1-4	1,256
7-10	1,201
8-11	1,146
2-5	1,244
9-12	1,193
3-6	1,221

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Por fim, faz-se necessário encontrar as indutâncias próprias L1, L2 e L3, que estão expostas na figura 4.4. Como já relatado anteriormente, estas três indutâncias são formadas pelos paralelos das indutâncias referentes aos bornes da última tabela, onde:

$$L_{eq} = \frac{L_a \cdot L_b}{L_a + L_b} \quad (4.8)$$

Então:

Tabela 4.8 - Indutâncias próprias dos enrolamentos do estator

Indutor	Bornes	Indutância [H]
L1	1-4 // 7-10	0,6139
L2	8-11 // 2-5	0,599
L3	9-12 // 3-6	0,605

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Posteriormente, no capítulo a respeito dos resultados, será exposta outra técnica para obtenção da indutância L do enrolamento do estator e assim poderemos comparar ambos os valores obtidos. Esta técnica se baseia na aplicação de uma tensão degrau em um circuito RL, onde R é conhecido. Assim será feita análise em cima da curva de corrente que surgirá no indutor proveniente da tensão aplicada. Tal análise detalhada está exposta no capítulo 5.1.

Ao final, buscou-se que encontrar as indutâncias próprias dos enrolamentos do rotor, são elas: L_x , L_y e L_z . De maneira análoga ao que foi realizado para o estator, a princípio foram aplicados passos de tensões de 10 em 10 V nos enrolamentos do estator para observar a corrente correspondente (dentro do limite estabelecido por placa) para encontrar assim suas impedâncias:

Tabela 4.9 - Correntes para passos de 10 V e impedância correspondente.

Borne	$V_1[V]$	$I_1[mA]$	$V_2[V]$	$I_2[mA]$	$V_3[V]$	$I_3[mA]$	$Z[\Omega]$
X + Y	10,39	180	22,8	360	30,25	480	63,0
X + Z	10,47	180	21,15	340	30,16	470	64,2
Y + Z	10,53	180	20,04	330	30,23	470	64,3

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Como já descrito anteriormente, os bornes referentes ao rotor da máquina estão em série, e por isso os dados na tabela 4.8 também estão em série, assim necessitando-se que seja realizado um sistema de equações simples para discriminar os valores separadamente. O valor da impedância da última coluna da tabela acima foi calculado a partir dos últimos valores medidos de tensão e corrente (V_3 e I_3).

$$Z_X + Z_Y = 63,0 \Omega$$

$$Z_X + Z_Z = 64,2 \Omega$$

$$Z_Y + Z_Z = 64,3 \Omega$$

Logo:

$$Z_X = 31,45 \Omega \quad (4.9)$$

$$Z_Y = 31,55 \Omega \quad (4.10)$$

$$Z_Z = 32,75 \Omega \quad (4.11)$$

Então pelo triângulo de impedância e pelas equações 4.2, 4.3, 4.4 e 4.6 temos:

$$X_X = \sqrt{31,45^2 + 1,4^2} = 31,48 \quad (4.12)$$

$$X_Y = \sqrt{31,6^2 + 1,4^2} = 31,63 \quad (4.13)$$

$$X_Z = \sqrt{32,7^2 + 1,5^2} = 32,73 \quad (4.14)$$

Logo, por fim, pela equação 4.7, temos os valores das indutâncias próprias do rotor:

$$L_X = 83,4 \text{ mH} \quad (4.15)$$

$$L_Y = 83,9 \text{ mH} \quad (4.16)$$

$$L_Z = 86,8 \text{ mH} \quad (4.17)$$

4.3 Análises experimentais

Neste capítulo, serão apresentadas séries de testes realizados no laboratório de Conversão de Energia da Universidade de Brasília, que tiveram o intuito de obter e analisar os parâmetros essenciais da máquina de indução trifásica, com respaldo teórico em FITZGERALD, BARBI, CHAPMAN, UMANS, entre outros.

Os testes foram baseados nos ensaios em vazio e rotor bloqueado, como também, no ensaio com rotor bobinado com carga, presentes no curso de Conversão de Energia como ensaios C e D, respectivamente. Além destes dois experimentos mencionados, também foram realizados testes para determinação das indutâncias mútuas entre os enrolamentos do estator e do rotor. As determinações das mútuas

foram feitas sem carga acoplada. Os ensaios foram embasados na norma ABNT NBR 17094-3 (2018) - Máquinas Elétricas Girantes. Parte 3: Motores de indução trifásicos - Métodos de ensaio.

4.3.1 Ensaio de resistência do enrolamento do estator – Determinar r_1

Com uma fonte CC ajustável, conectada aos terminais de um dos enrolamentos do estator, assim com o uso de um amperímetro e de um voltímetro, realizar a medida de tensão e de corrente para poder encontrar a resistência de um dos enrolamentos. O mesmo procedimento foi realizado em outros 2 enrolamentos. Buscando calcular a resistência r_1 do circuito monofásico equivalente, calculados, a partir da média dos 3 valores encontrados.

É importante ressaltar que a tensão foi elevada gradualmente, em busca de eliminar o aspecto de corrente alternada de forma a se verificar apenas a resistência do enrolamento.

Em consonância foi conectado um ohmímetro ao enrolamento, no entanto considerou-se interessante aplicar uma corrente nominal circulando pelo enrolamento, afinal há um aumento da temperatura, sendo provável que a resistência seja um pouco mais alta do que se realizada uma medição direta.

$$R_{1a} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}; R_{1b} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}; R_{1c} = \frac{V_{cc}}{I_{cc}}$$
$$R_1 = \frac{R_{1a} + R_{1b} + R_{1c}}{3}$$

Para a realização dos demais ensaios, um esquema de ligação foi realizado:

Assim com o método dos dois wattímetros, foi possível encontrar a potência trifásica do motor ao somar os valores dos dois wattímetros. Os amperímetros forneceram as correntes de linha em cada uma das fases. Além desses equipamentos, também foram conectados 2 voltímetros entre as fases, fornecendo assim as tensões de linha V_{ac} e V_{bc} .

$$P_{3\phi} = W_1 + W_2$$

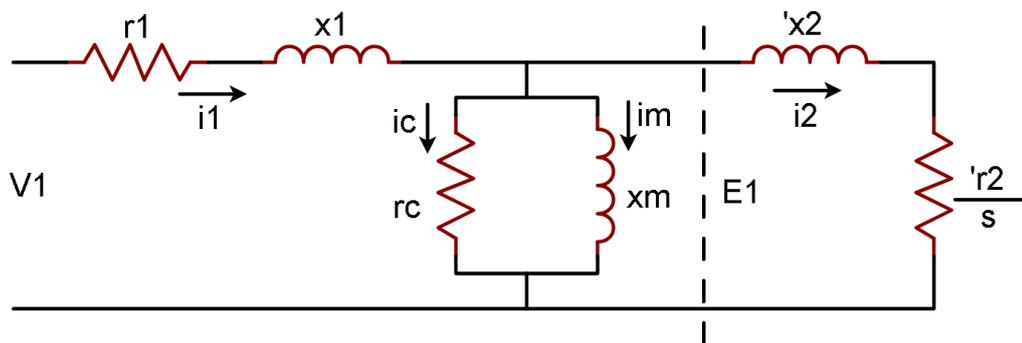
$$V_L = \frac{V_{ac} + V_{bc}}{2}$$

$$I_1 = \frac{I_a + I_b + I_c}{3}$$

Quando necessário também foi realizado o uso do tacômetro para realizar a medição da rotação do motor em rpm.

O circuito elétrico equivalente por fase é dado por

Figura 4.7 – Circuito equivalente monofásico do MIT



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023. Utilizando o software EasyEDA.

Em que:

r_1 é a resistência do estator, determinada pelo ensaio CC

x_1 é a reatância de dispersão do estator

r_c é a resistência que representa as perdas no núcleo

x_m é a reatância de magnetização

x_2 é a reatância de dispersão do rotor

r_2 é a resistência do rotor

Esse circuito é dividido em duas partes, a esquerda da linha pontilhada representa o estator da máquina e o lado esquerdo da linha pontilhada representa o rotor da máquina. A linha pontilhada representa o entreferro da máquina.

Vale ressaltar que tal circuito é por fase e a máquina está ligada em delta, sendo assim, a tensão de fase $|V_1|$ é igual a tensão de linha $|V_L|$ em delta. Já a corrente de fase (em delta) é obtida por $|i_1| = |i_L|/\sqrt{3}$. Por fim, a potência de entrada da máquina P_1 é a potência trifásica dividida por 3.

$$|V_1| = |V_L|$$

$$|I_1| = \frac{|I_L|}{\sqrt{3}}$$

$$P_1 = \frac{P_{3\phi}}{3}$$

O fluxo de potência interno dessa máquina é dado por:

De acordo com o fluxo de potência da figura 3.3, a potência de entrada da máquina não é sua potência útil, há perda de potência elétrica no estator (P_{pce} – perda no cobre do estator), no núcleo da máquina (P_c – perdas no núcleo) e só então chega no entreferro (P_{ef} – potência de entreferro). Essa potência de entreferro é perdida no r2 (P_{pcr} – perda no cobre do rotor) da máquina e só então ela é convertida (P_{conv}).

Ainda em consonância com a fluxo de potência (figura 3.3), essa potência convertida é quem sustentará a potência mecânica da máquina (potência no eixo + perdas rotacionais), é aqui que se tem o torque induzido da máquina ($T_{ind} * W_m$ – torque vezes velocidade). A potência mecânica perdida é dada pelas perdas rotacionais da máquina (P_{rot}). Só então chega-se na potência no eixo (P_{eixo}) da máquina ($T_{eixo} * W_m$).

4.3.2 Ensaio com Rotor Bloqueado – Determinar x_1 e x_2

Nesse ensaio manteve-se o rotor da máquina bloqueado, como a tensão aplicada por vezes é muito baixa, foi possível bloquear o rotor segurando o eixo com a própria mão.

Para a aplicação experimental deste ensaio aplicou-se uma tensão controlada e gradualmente aumentou-se esta tensão até que a corrente nominal de linha circulasse. Em seguida foram anotados os valores de corrente e tensão de linha e a potência.

Buscando uma melhor análise do ensaio com rotor bloqueado, é representada a resistência do estator da máquina, esta, determinada anteriormente. A tensão V_1 é a tensão de fase, e a tensão lida é a de linha, no entanto, como a máquina foi ligada

em delta, a tensão de fase e de linha é a mesma. Já a corrente I_1 (corrente de fase) deve ser obtida dividindo a corrente de linha por raiz de 3.

É importante ressaltar que com o rotor bloqueado o escorregamento s é dado por:

$$s = \frac{n_s - n_m}{n_s}$$

$$n_m = 0 \text{ RPM} \rightarrow s = 1$$

Logo os ensaios sempre buscam operar a máquina em alguma condição nominal, neste caso a corrente que circula no estator da máquina (i_1 no lado esquerdo do entreferro) é a corrente nominal em frequência nominal, enquanto a corrente do rotor da máquina (i_2 lado direito) está na frequência de 60 Hz, o que difere da corrente da máquina em regime nominal. A frequência elétrica do rotor, no regime nominal, é muito baixa, pois um produto do escorregamento com a frequência elétrica do estator.

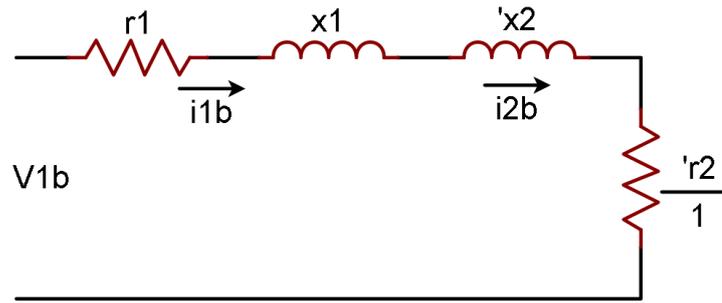
Uma vez que, o caso do motor em questão, a frequência nominal do rotor é de:

$$s \cdot F_{elEstator} = \frac{1800 - 1700}{1800} \cdot 60 \cong 3,33 \text{ Hz}$$

Deste modo, a corrente i_2 que circula no rotor com o mesmo bloqueado não representa as condições nominais da máquina. Sendo essa corrente superior a corrente nominal da máquina assim por r_2 circula uma corrente muito alta, havendo uma perda elevada, assim não é possível determinar r_2 por este ensaio pois não tem validade na frequência da rede.

Deve-se perceber também que pela tensão v_1 ser muito baixa e a corrente i_2 muito elevada, há uma implicação das correntes i_m e i_c serem muito baixas, assim pode-se desconsiderar esse ramo de magnetização da máquina.

Figura 4.8 – Circuito equivalente sem a influência do ramo de magnetização



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023. Utilizando o software EasyEDA.

Apesar de um pedaço do diagrama estar na frequência correta e outro não, sabe-se que o motor de indução trifásico com rotor bobinado tem sua relação entre x_1 e x_2 dada por:

$$\frac{x_1}{x_2} = 0,5$$

ou seja, ao determinar x_1 , é possível determinar x_2 .

Ao observar o circuito temos que a potência de entrada é dada por:

$$P_{1b} = |V_{1b}| \cdot |I_{1b}| \cdot \cos \theta_{1b}$$

do circuito também podemos determinar a impedância de rotor bloqueado:

$$|Z_{1b}| = \frac{|V_{1b}|}{|I_{1b}|}$$

ao separar a parte real e a imaginária dessa impedância, podemos tomar a parte imaginária como $x_1 + x_2$, assim temos:

$$x_1 + x_2 = \frac{|V_{1b}|}{|I_{1b}|} \cdot \sin \theta_{1b}$$

Assim, pode-se determinar tanto x_1 quanto x_2 . O mesmo não pode ser realizado com a parte real para encontrar r_2 , afinal, nessa situação de rotor bloqueado, r_2

absorve muita perda no cobre da máquina, e seu valor provavelmente seria obtido superior ao ser valor real.

4.3.3 Ensaio em Vazio com Tensão Nominal – Determinar x_m

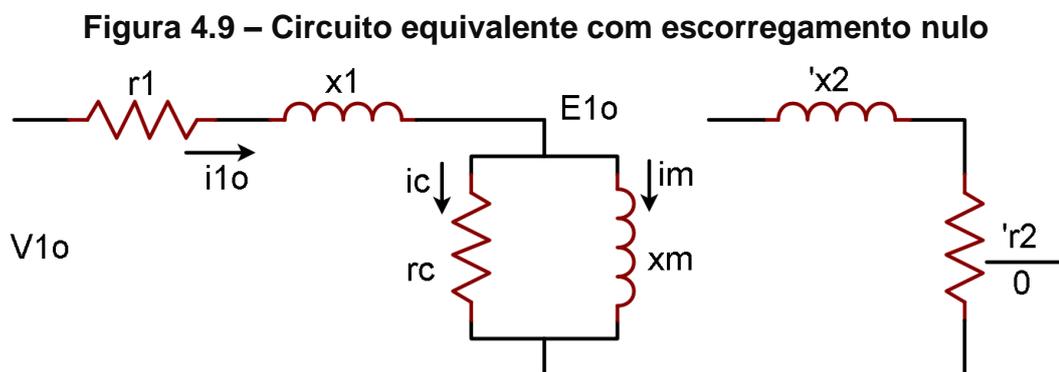
Neste ponto, tanto r_1 quanto x_1 e x_2 já são conhecidos, a partir disto aplicou-se a tensão nominal, afinal em vazio, a rotação da máquina é aproximadamente a velocidade síncrona, pois não há carga no eixo, assim como:

$$n_m \cong n_s \rightarrow s = 0$$

Veja que o escorregamento tende a zero, o ramo que representa o rotor fica com resistência tendendo ao infinito, isto é, é possível visualizar o circuito aberto no rotor, pois:

$$I_2 \cong 0$$

Sendo assim, obtém-se a seguinte representação:



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023. Utilizando o software EasyEDA.

Ao observar o circuito, vê-se que a potência de entrada é dada por:

$$P_{10} = |V_{10}| \cdot |I_{10}| \cdot \cos \theta_{10}$$

Vale ressaltar a parte reativa desse circuito. Com os dados obtidos pode-se determinar o ângulo θ_{10} , ou seja, pode-se também determinar a potência reativa.

$$Q_{10} = |V_{10}| \cdot |I_{10}| \cdot \sin \theta_{10}$$

Potência esta que está sendo consumida em x_1 e x_m , então, ao retirar a influência de x_1 , temos a potência reativa sendo consumida apenas em x_m , assim:

$$Q_m = Q_{10} - x_1 \cdot |I_{10}|^2$$

Dessa forma, é necessário saber quanto vale a tensão E_{10} , pois assim podemos determinar x_m .

$$E_{10} = V_{10} - (r_1 + jx_1) \cdot I_{10}$$

Logo, observa-se que:

$$x_m = \frac{|E_{10}|^2}{Q_m}$$

Nesse momento com r_1 , x_1 , x_2 e x_m conhecidos foi possível pensar em seguir o mesmo raciocínio utilizado para encontrar x_1 e retirar a potência ativa de r_1 da potência ativa de entrada, e então conseguir determinar r_c , mas havia um erro, pois a potência ativa que chega no ramo de magnetização (P_{vz}) estava segurando as perdas em r_c e as perdas rotacionais.

$$P_{vz} = P_{c0} + P_{rot0}$$

$$P_{vz} = P_{10} - r_1 |I_{10}|^2$$

Para facilitar a análise, separa-se as perdas do núcleo das perdas rotacionais, para fazer isso devemos retirar as influências das perdas no núcleo, o que é possível com o ensaio em vazio com tensão reduzida, afinal a perda no núcleo é proporcional

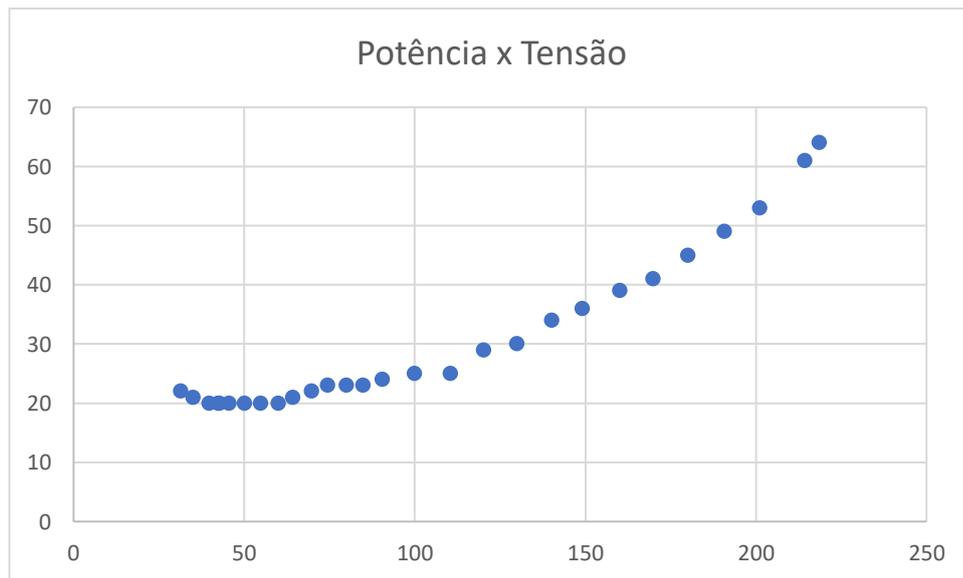
a tensão aplicada, logo, ao minimizar ao máximo a tensão E_{10} , foi possível retirar a influência de r_c que representa as perdas no núcleo, fazendo com que as perdas em vazio enxergassem apenas as perdas rotacionais.

4.3.4 Ensaio em Vazio com Tensão Reduzida – Determinar Perdas Rotacionais e r_c

Gradualmente efetivou-se a redução da tensão de entrada, enquanto essa redução é realizada, serão registrados os valores de potência, tensão e corrente com a finalidade de criar um gráfico potência x tensão e outro corrente x tensão.

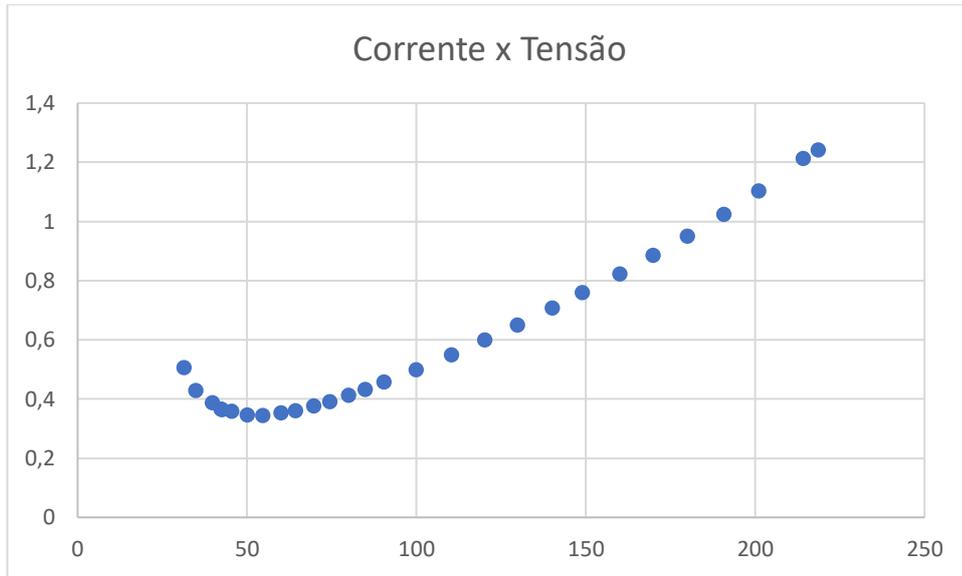
Ao reduzir a tensão, a máquina em vazio, mesmo com tensão reduzida, consegue suportar suas perdas rotacionais, porém, haverá um momento que com baixa tensão, o torque induzido torna-se muito fraco, assim a velocidade do rotor da máquina tende a reduzir consideravelmente, provocando um aumento na corrente, nesse momento, analisando os gráficos:

Figura 4.10 – Curva de Potência x Tensão obtida com o ensaio a vazio



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

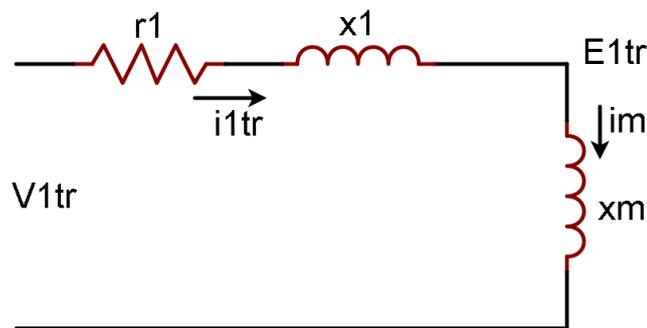
Figura 4.11 – Curva de Corrente x Tensão obtida com o ensaio a vazio



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

É interessante analisar que, quando há um aumento da corrente (ponto de inflexão no gráfico da corrente), podemos encerrar o ensaio e tal ponto é justamente o ponto em que não há influência das perdas no núcleo e nos dá as perdas rotacionais da máquina. Nessa situação o circuito é dado por:

Figura 4.12 - Circuito equivalente sem escorregamento e sem as perdas em r_c



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023. Utilizando o software EasyEDA.

Tendo para tanto, a potência em vazio é exatamente as perdas rotacionais, como ela é considerada constante, deste ensaio foi determinada diretamente a perda rotacional da máquina.

$$P_{vztr} = P_{roto}$$

$$P_{vztr} = P_{1tr} - r_1 |I_{1tr}|^2$$

Carregando essa informação para o ensaio com tensão nominal:

$$P_{c0} = P_{vz} - P_{rot0}$$

com as perdas no núcleo e conhecendo a tensão em r_c , conseguimos determinar o r_c da máquina, sendo:

$$r_c = \frac{|E_{10}|^2}{P_{c0}}$$

4.3.5 Ensaio em Vazio com Velocidade Nominal – Determinar r_2

Conhecendo o r_c , r_1 , x_1 , x_2 e x_m , falta apenas determinar r_2 da máquina, para isso cuidadosamente foi aplicada uma tensão na máquina até que ela tenha uma velocidade nominal, monitorando a velocidade com um tacômetro. Temos o circuito equivalente dado por:

$$P_{1s} = |V_{1s}| \cdot |I_{1s}| \cdot \cos \theta_{1s}$$

Com o valor do ângulo, podemos encontrar E_{s1} :

$$E_{1s} = V_{1s} - (r_1 + jx_1) \cdot I_{1s}$$

Com a tensão E_{s1} , determinam-se as correntes i_{cs} e i_{ms} , sendo elas:

$$I_{cs} = \frac{E_{1s}}{r_c}; I_{ms} = \frac{E_{1s}}{jx_m}$$

Com essas correntes, e ao observar a lei de Kirchoff dos nós, visualiza-se:

$$I_{2s} = I_{1s} - (I_{cs} + I_{ms})$$

A impedância do rotor da máquina nessa situação é dada por:

$$|Z_{rs}| = \frac{|E_{1s}|}{|I_{2s}|}$$

Por fim, tornou-se viável isolar r_2/s , sendo:

$$\frac{r_2}{s} = \sqrt{|Z_{rs}|^2 - |x_2|^2}$$

Um outro aspecto relevante é a medida da velocidade, pois sabe-se quanto vale o escorregamento, já conhecidos x_2 e Z_r , então pode-se determinar r_2 da máquina. No entanto, veja que nessa situação, com velocidade nominal, o rotor está operando em sua frequência elétrica nominal, assim conseguimos determinar r_2 em função das condições nominais de funcionamento (BARBI, 1999).

4.3.6 Ensaio de Velocidade Síncrona

Este ensaio teve como intuito acoplar uma máquina síncrona ao eixo do motor de indução, para que servisse de “auxílio”, de maneira que fosse possível o MIT operar em velocidade síncrona, com isso, o escorregamento equivalendo a 0.

Logo, se o escorregamento é nulo, temos um circuito equivalente como o da figura 4.9, onde toda a parte do secundário (rotor) é desacoplada, ou seja, não tem potência no entreferro do motor.

Nesse procedimento, ambas as máquinas foram alimentadas com suas respectivas tensões nominais, porém os bornes do rotor do MIT estavam em aberto, de forma a se garantir que não haveriam correntes circulando pelo rotor.

4.3.7 Ensaio de Rotor Bobinado com Carga

Conforme Chapman (2011) e Fitzgerald et al. (2002), o ensaio de rotor bobinado com carga constitui uma etapa fundamental no processo de identificação de parâmetros, modelagem e simulação de máquinas de indução trifásicas. Este capítulo aborda detalhadamente o procedimento para a realização desse ensaio, fornecendo uma base robusta para a análise e otimização do desempenho da máquina.

A instrumentação desse processo requer a instalação de sensores de corrente e tensão nos enrolamentos da máquina, visando medir variáveis elétricas essenciais

durante o ensaio. Além disso, um tacômetro também deve ser implementado para monitorar a variação da velocidade do rotor durante a operação.

A aplicação da carga mecânica necessária é realizada por meio de uma máquina de corrente contínua funcionando como gerador. Essa carga pode ser variada para obtenção de dados em diferentes condições operacionais, e um sistema de controle adequado é essencial para manter a máquina operando sob condições estáveis.

Como afirmado anteriormente, durante o ensaio, é crucial registrar dados de corrente, tensão, velocidade, potência e de rotação. Essa coleta de dados deve abranger diferentes pontos de operação, possibilitando uma análise abrangente do desempenho da máquina sob diversas cargas. A análise subsequente dos dados coletados envolverá técnicas de processamento de sinal e análise estatística, visando extrair informações significativas sobre eficiência, perdas e estabilidade operacional.

Espera-se que os resultados obtidos nesse ensaio proporcionem insights valiosos para a identificação precisa de parâmetros do rotor bobinado. Em que a análise de dados, bem como sua retroalimentação tornam-se essenciais para a construção de modelos matemáticos que representem com precisão o comportamento dinâmico da máquina de indução em diferentes condições de carga.

Assim sendo, estima-se que o ensaio de rotor bobinado com carga desempenhe um papel crucial no desenvolvimento de modelos confiáveis, capazes de descrever fielmente o comportamento da máquina de indução trifásica. A partir de tal conjuntura, os dados coletados nesse processo não apenas contribuirão para a validação e ajuste do modelo, mas também promoverão avanços significativos no entendimento e na otimização do desempenho de máquinas de indução em aplicações práticas. Esse conhecimento aprimorado tem o potencial de impactar positivamente diversos setores industriais que dependem dessas máquinas para operações eficientes e confiáveis.

4.3.8 Determinação de Indutâncias Mútuas

Neste ensaio, realizamos a alimentação de uma bobina de cada vez, seja ela do estator ou do rotor. Ao observar, conforme Barbi (1999) e Martignoni (1985), o comportamento nas demais bobinas da máquina operando sem carga, mostrou que

ao girar o rotor manualmente em passos de 5 em 5 graus. O controle desta angulação foi realizado por um transferidor de grau que fora acoplado na extremidade do eixo do rotor, em referência a um ponto fixo gravado na carcaça da máquina.

O experimento foi feito por partes, primeiro alimentando as três fases do estator, e depois alimentando as três fases do rotor. O valor principal a ser analisado foi a tensão induzida em cada enrolamento, para que fosse possível encontrar as indutâncias mútuas correspondentes, analisando assim as propriedades e características por trás desta grandeza, comparando os resultados experimentais descritos ao longo do estudo e no desenvolvimento de equações anteriormente expostos.

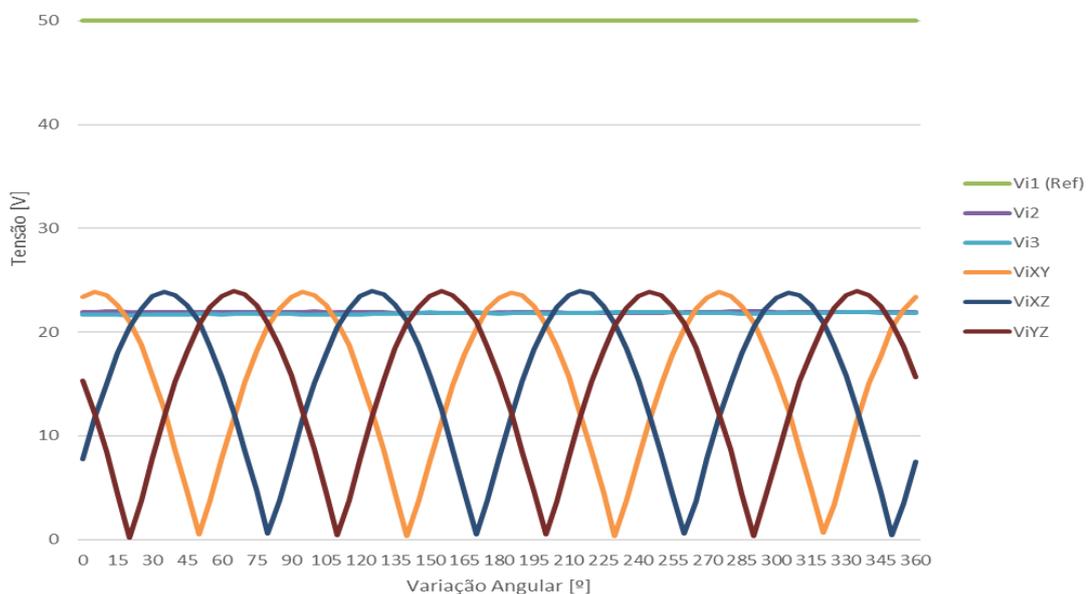
O primeiro enrolamento alimentado foi L1 do estator, correspondente ao paralelo das bobinas dos bornes 3-6 com 9-12. Este foi o primeiro enrolamento de referência.

Foram estabelecidas a tensão e a corrente de referência. Estas correspondentes à fase L1.

- Tensão de referência: 50,05 V
- Corrente de referência: 0,21 A

A partir daí encontramos as tensões induzidas correspondentes, e foi plotado o gráfico da figura 4.13 a seguir em função variação angular do posicionamento do rotor.

Figura 4.13 - Tensões induzidas para L1 do estator (Bornes 3-6//9-12) como referência



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Para cálculo das indutâncias mútuas, foi realizado o seguinte procedimento:

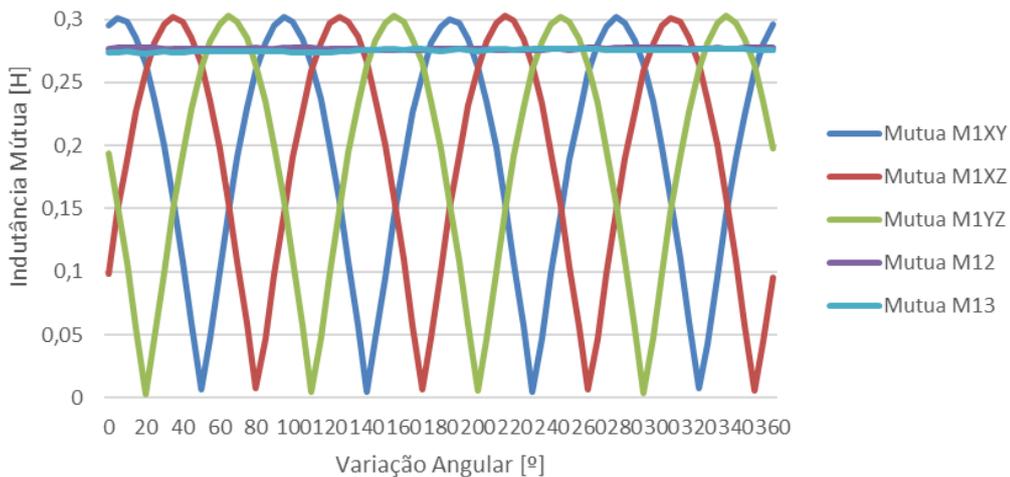
$$M = \frac{V_{\text{induzido}}}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot I_{\text{ref}}}$$

Sabendo-se que f é nossa frequência da rede, correspondente a 60Hz, e que I_{ref} é a corrente de referência igual a 0,21A. Então tem-se a seguinte relação:

$$M = \frac{V_{\text{induzido}}}{79,17}$$

Segue a figura 4.14, que demonstra os valores encontrados para indutância mútua em função da posição angular do rotor:

Figura 4.14 - Indutâncias mútuas entre L1 do estator e os demais enrolamentos



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

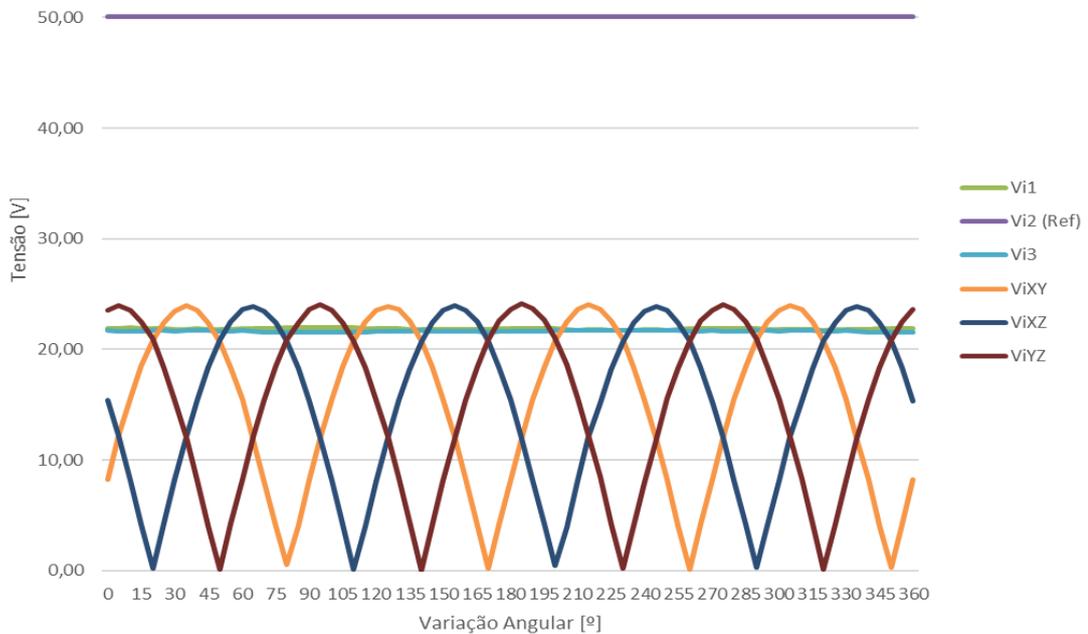
O mesmo procedimento realizado acima foi feito novamente, agora para bobina L_2 do estator como referência. A bobina L_2 corresponde ao paralelo dos bornes 2-5 com 8-11.

Foram estabelecidas a tensão e a corrente de referência. Estas correspondentes à fase L_2 .

- Tensão de referência: 50,08 V
- Corrente de referência: 0,21 A

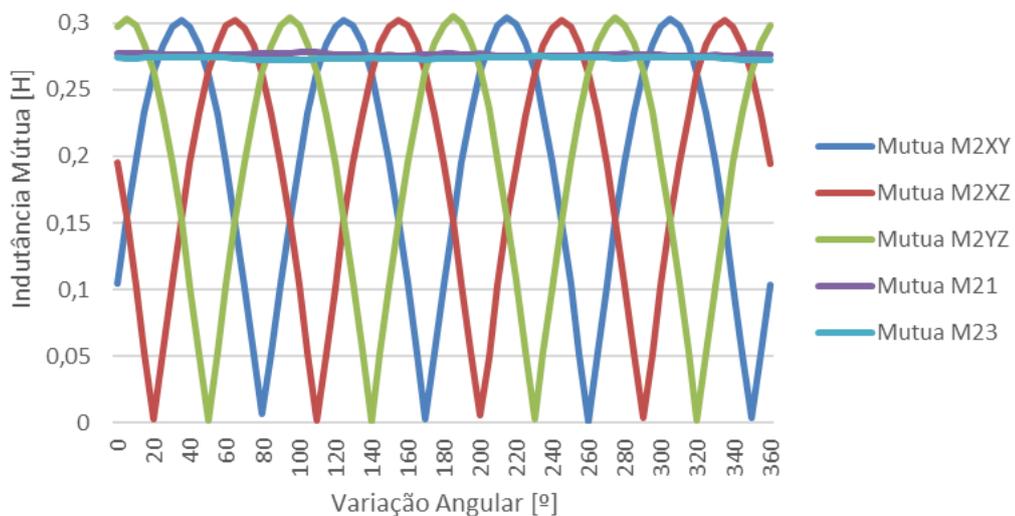
A partir daí foram encontradas as tensões induzidas correspondentes e suas indutâncias mútuas, e foi plotado o gráfico da figura 4.15 e 4.16, respectivamente.

Figura 4.15 - Tensões induzidas para L2 do estator (Bornes 2-5//8-11) como referência



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Figura 4.16 - Indutâncias mútuas entre L2 do estator e os demais enrolamentos



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

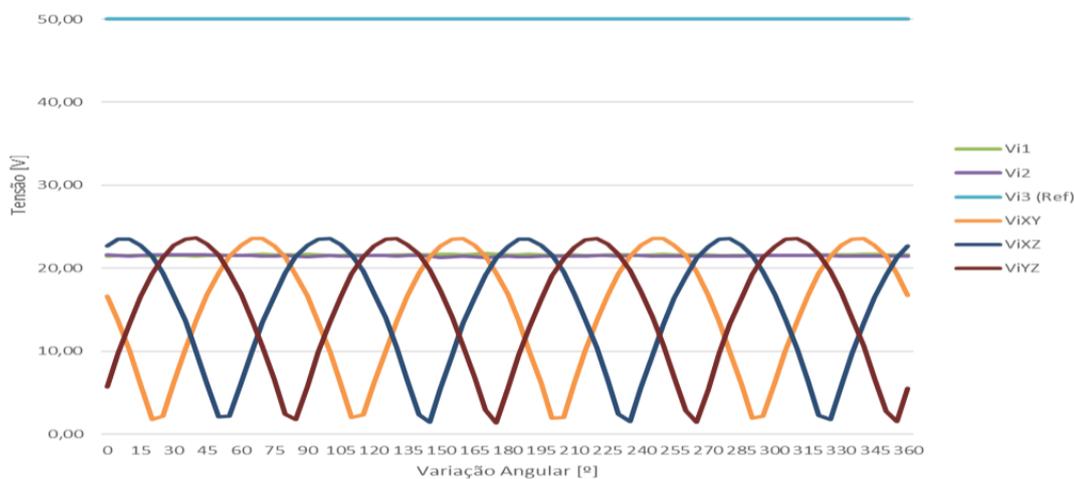
O procedimento foi realizado novamente, agora para a bobina L₃ do estator como referência. A bobina L₃ corresponde ao paralelo dos bornes 1-4 com 7-10.

Foram estabelecidas a tensão e a corrente de referência. Estas correspondentes à fase L₃.

- Tensão de referência: 50,08 V
- Corrente de referência: 0,21 A

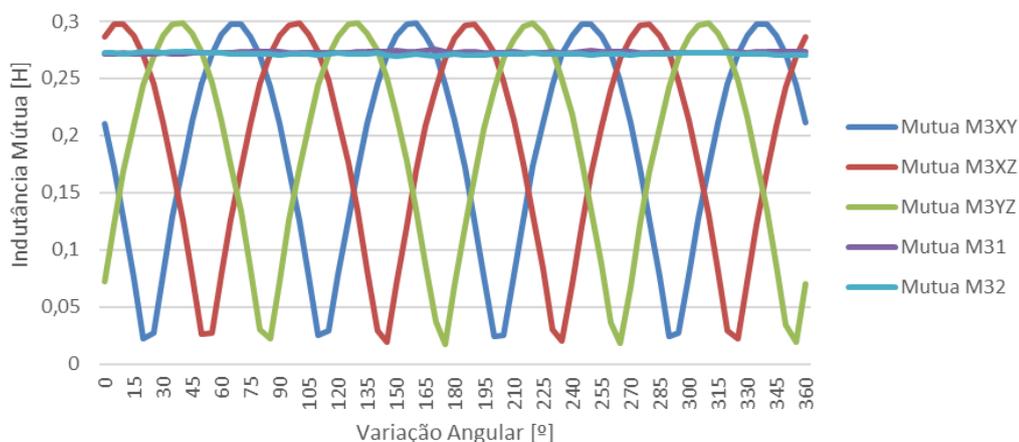
A partir do resultado conjugado, encontramos as tensões induzidas correspondentes e suas indutâncias mútuas, e foi plotado o gráfico da figura 4.17 e 5.75, respectivamente.

Figura 4.17 - Tensões induzidas para L3 do estator (Bornes 1-4//7-10) como referência



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Figura 4.18 - Indutâncias mútuas entre L3 do estator e os demais enrolamentos



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Analisando os gráficos gerados, a primeira observação que se pode notar é que há 4 picos para cada sinal em um período completo de 360° de volta do rotor, ou seja,

há 4 polos constituindo nossa máquina. Outra observação visualmente notória é que os sinais estão defasados em 30° entre si.

Analisando de uma maneira geral, vê-se que nos gráficos das tensões induzidas, as fases do estator permanecem praticamente constantes, uma vez que a tensão de referência está sendo aplicada também em um enrolamento do estator, ignorando assim a variação angular do rotor. Por outro lado, as tensões induzidas nos enrolamentos do rotor possuem um comportamento ondulatório, mostrando que sofrem diretamente influência da variação angular que foi realizada no eixo do rotor.

Observando agora os gráficos correspondentes às indutâncias mútuas, nota-se que estas entre enrolamentos do estator são praticamente iguais e constantes, comportamento que está condizente com a teoria abordada no item 3.3.2. Em contra partida, as indutâncias mútuas entre enrolamentos do estator com os enrolamentos do rotor seguem um padrão ondulatório que se aproxima de uma função senoidal. Fato também encontrado no item 3.3.4. Os pontos de picos dos sinais ondulatórios correspondem às posições em que os enrolamentos de referência do estator e o enrolamento em questão estão alinhados fisicamente, gerando assim a máxima indutância mútua entre si (M_{SR}).

Como pontuado anteriormente por Martignoni (1985), quando um enrolamento do rotor está gerando mútua máxima com o enrolamento referência do estator, os outros dois enrolamentos do rotor possuem uma mútua praticamente, igual entre si, demonstrada no item 3.3.4.

Agora, será feito o mesmo procedimento exposto acima neste item, porém, utilizamos como referência os três enrolamentos do rotor, ou seja, os enrolamentos do rotor foram alimentados cada um de uma vez com uma tensão CA constante e será observado o que ocorre nos demais enrolamentos da máquina (FITZGERALD, 2002).

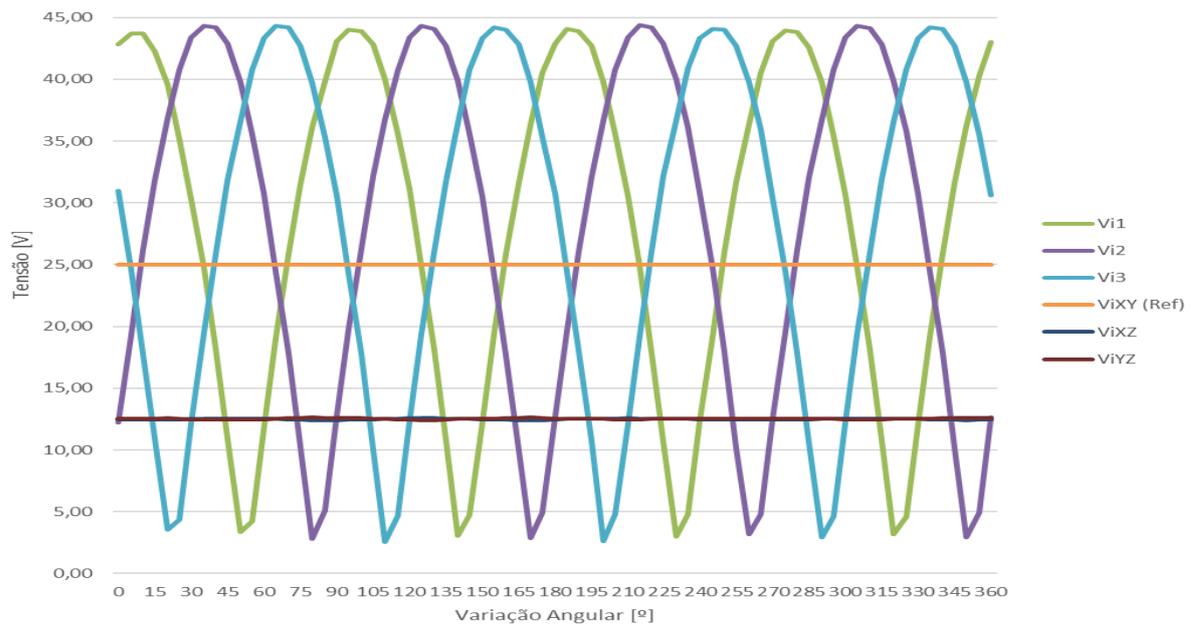
O primeiro enrolamento do rotor a ser alimentado será o borne XY. Este será o primeiro enrolamento de referência para o rotor.

Foram estabelecidas a tensão e a corrente de referência.

Tensão de referência: 25,00 V

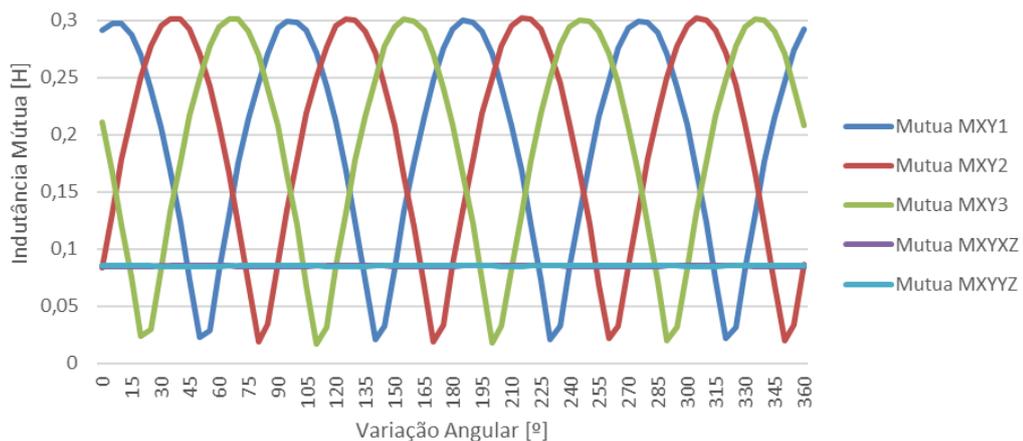
Corrente de referência: 0,39 A

Figura 4.19 - Tensões induzidas para XY do rotor como referência



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Figura 4.20 - Indutâncias mútuas entre XY do rotor e os demais enrolamentos



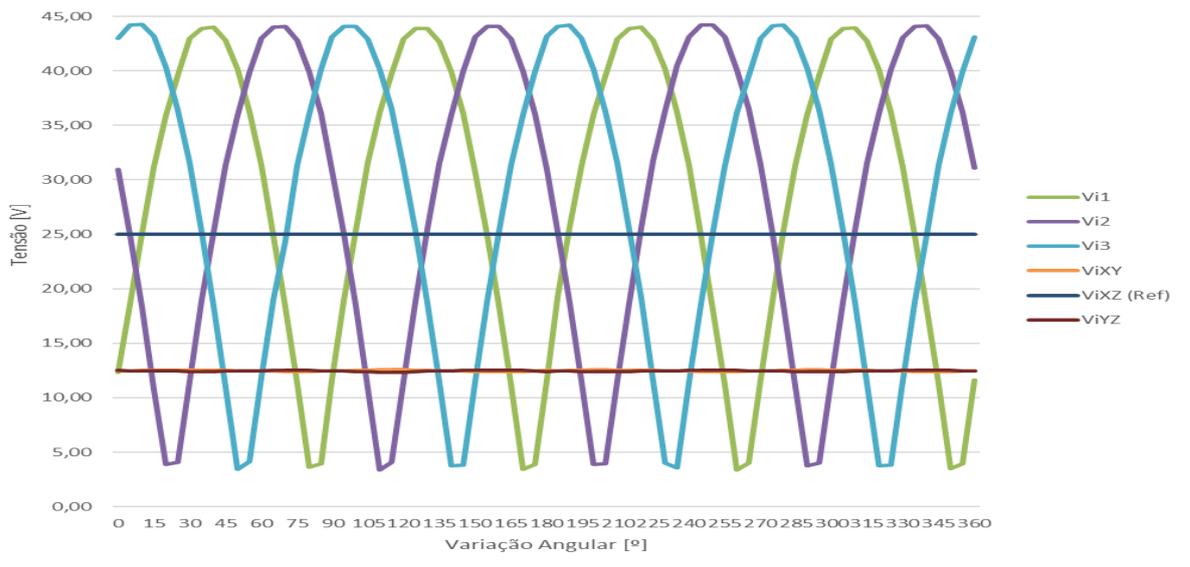
Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Isto posto, o enrolamento do rotor foi alimentado no borne XZ. Sendo o segundo enrolamento de referência para o rotor.

Foram estabelecidas a tensão e a corrente de referência.

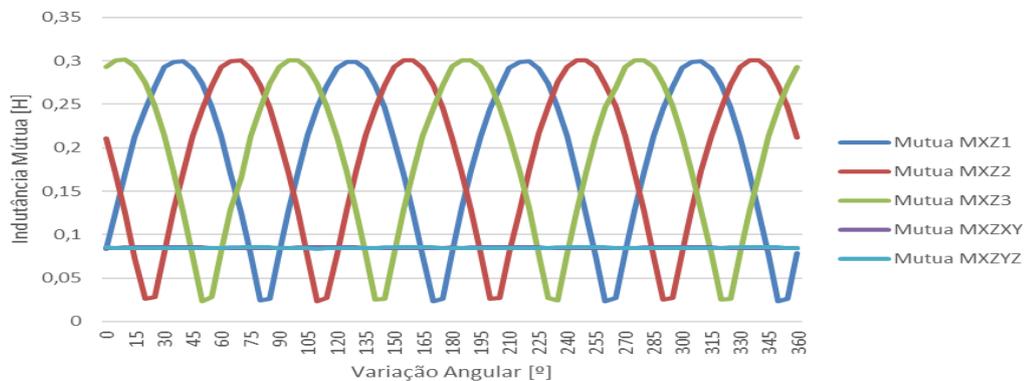
- Tensão de referência: 25,00 V
- Corrente de referência: 0,39 A

Figura 4.21 - Tensões induzidas para XZ do rotor como referência



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Figura 4.22 - Indutâncias mútuas entre XZ do rotor e os demais enrolamentos



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

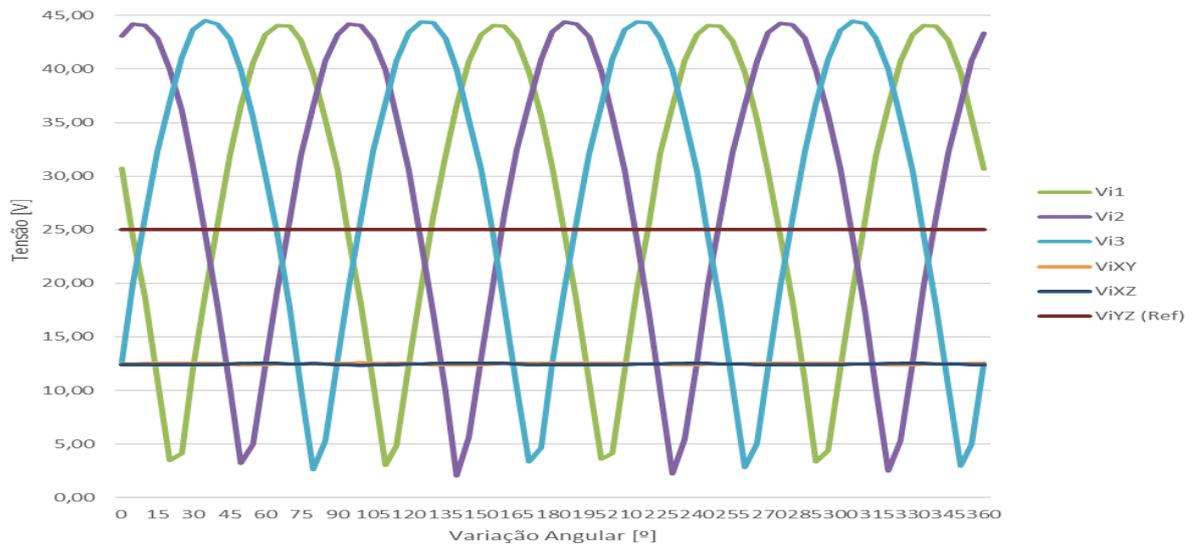
Deste modo o enrolamento do rotor alimentado foi o borne YZ. Por conseguinte, o último enrolamento de referência para o rotor.

Em que foram estabelecidas a tensão e a corrente de referência.

Tensão de referência: 25,00 V

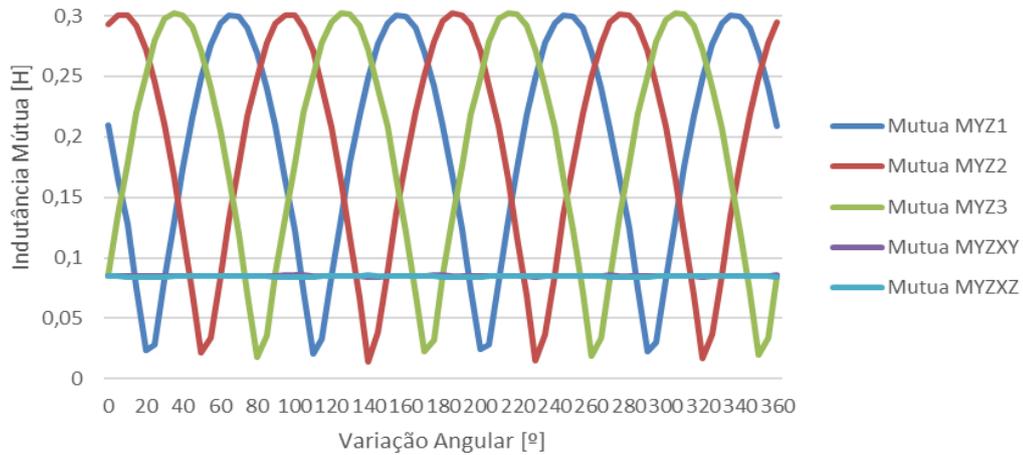
Corrente de referência: 0,39 A

Figura 4.23 - Tensões induzidas para YZ do rotor como referência



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Figura 4.24 - Indutâncias mútuas entre YZ do rotor e os demais enrolamentos



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Ao analisar os estes gráficos correspondentes aos enrolamentos do rotor como referência, observou-se um comportamento, no geral, parecido com o que ocorre quando os enrolamentos do estator são referências. As tensões induzidas nos enrolamentos do rotor são constantes pois mesmo com o giro do motor os enrolamentos continuam equidistantes. Já as tensões induzidas nos enrolamentos do estator possuem o comportamento cossenoidal já relatado anteriormente.

Portanto, a tensão induzida nos enrolamentos do estator pode atingir valores maiores que a própria tensão de referência no rotor. Isto está relacionado ao fato de

que a máquina possui comportamento como se fosse um transformador, em que se tem um lado primário e um secundário de tensão.

Abordando agora os gráficos sobre as indutâncias mútuas com referência no rotor, vê-se o mesmo fato em que a variação angular não interfere quando os enrolamentos permanecem equidistantes. Já em relação aos enrolamentos do estator, que sofrem a influência de θ , observa-se que seus valores de pico são próximos aos valores quando a tensão é induzida na fase do estator, à vista disso, a ocorrência das equações 3.34, 3.35 e 3.36.

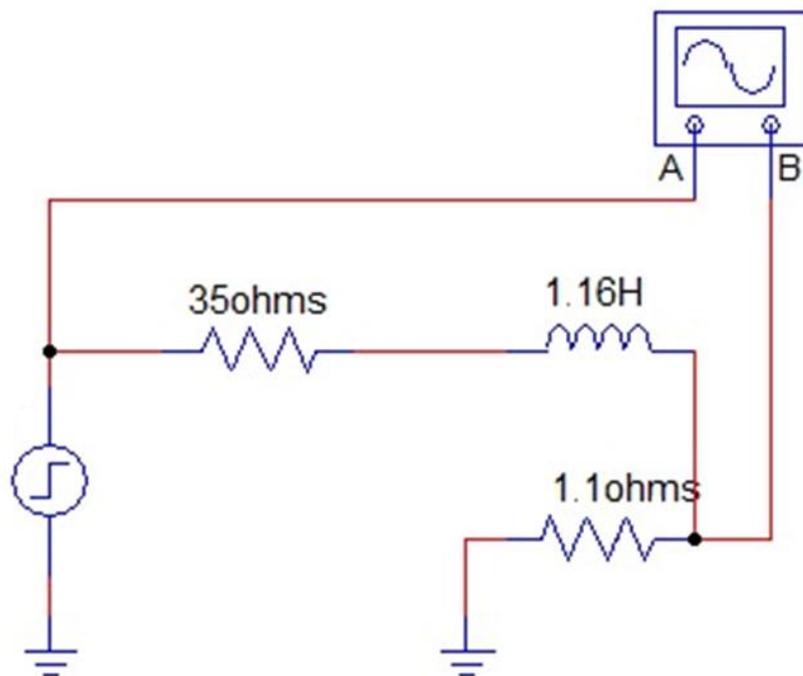
5 RESULTADOS

A etapa de resultados fornece uma visão abrangente das descobertas após a realização dos ensaios experimentais, modelagem e simulações. Cada subseção detalha aspectos específicos do processo de identificação dos parâmetros e do comportamento do motor de indução trifásico com rotor bobinado.

5.1 Aferição da indutância encontrada através de resposta ao degrau

Com o intuito de avaliar se os valores obtidos para as indutâncias foram válidos, foi utilizado um osciloscópio, montando um circuito RL, com o enrolamento do estator em série com uma resistência conhecida, conforme a imagem abaixo:

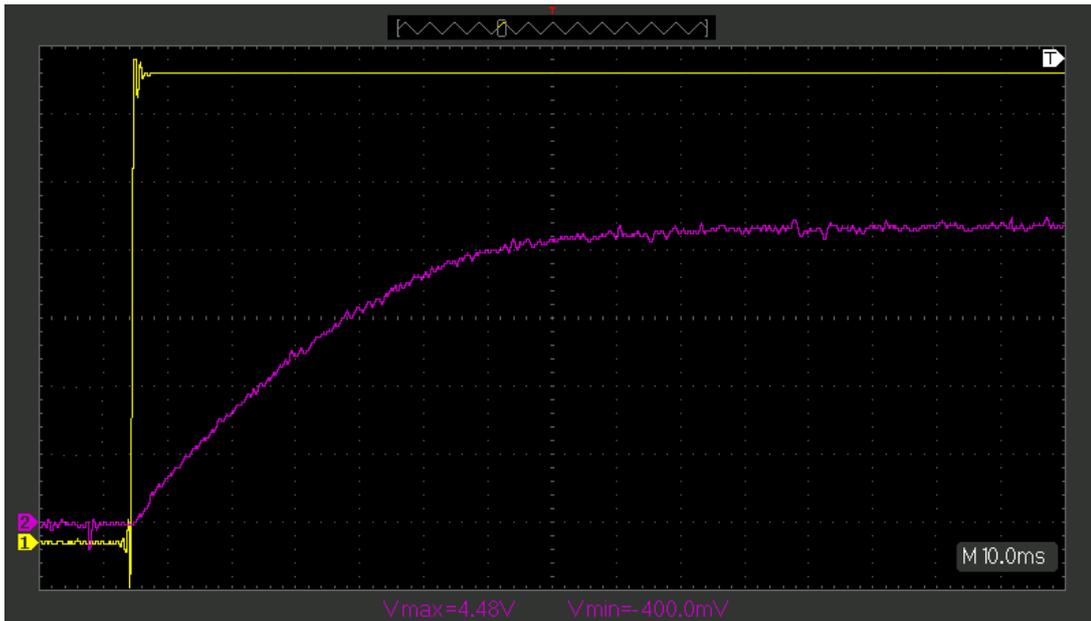
Figura 5.1 - Esquema de ligação do osciloscópio com aplicação de degrau



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023. Utilizando *PSim Software*

Observando a resposta ao degrau, nesse caso o resultado encontrado foi:

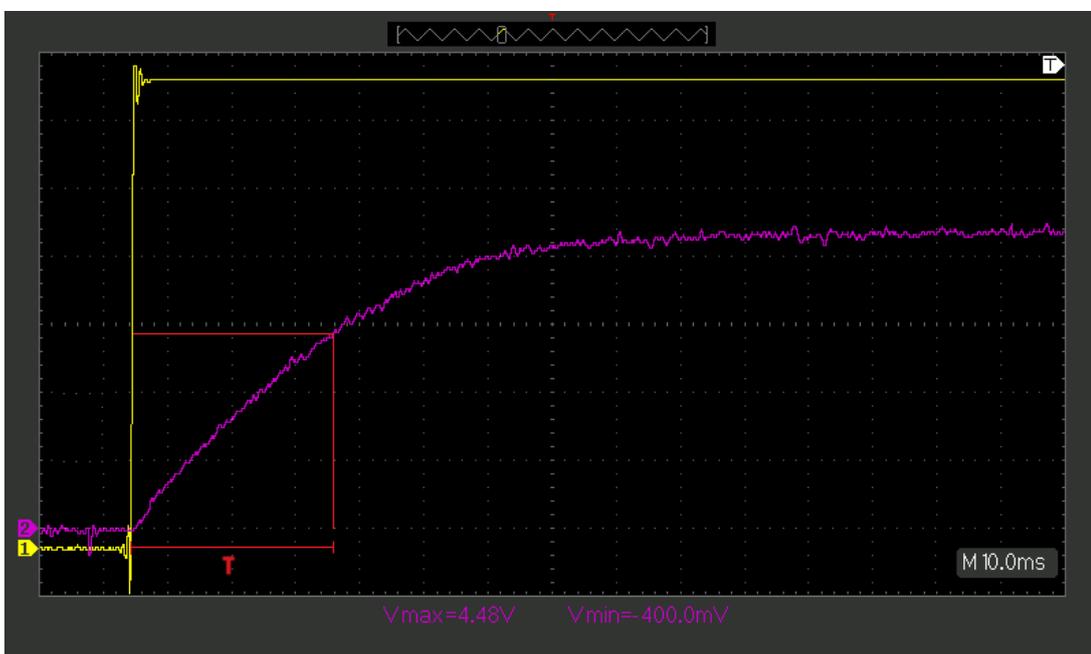
Figura 5.2 - Osciloscópio: degrau de tensão e corrente em circuito RL



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Sendo os canais 1 e 2 do osciloscópio referentes a tensão aplicada no circuito RL e a tensão aplicada em uma resistência conhecida (1,1 ohm) equivalendo-se a corrente, percebe-se que o valor máximo atinge 4,48V, assim a corrente atinge 63,21% da corrente máxima em $t = \tau$.

Figura 5.3 - Osciloscópio: degrau de tensão e corrente em circuito RL com marcação da constante de tempo



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Observando-se que o valor de 2.83 V da tensão é alcançado após esse tempo, conforme a imagem acima, temos que $\tau = 32$ ms.

Significando

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$L = \tau \cdot R$$

$$L = (0,032) \cdot 36,1$$

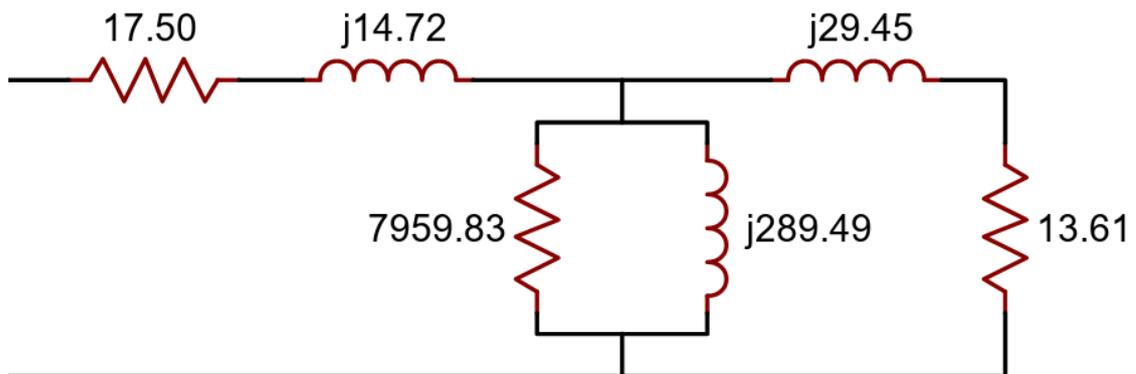
$$L = 1,16 \text{ H}$$

Tal valor de indutância foi medido para o enrolamento do estator cujos bornes são 2 e 5. Sendo o valor obtido com outro método 1,24 H, percebe-se um erro de apenas 6,5%, mostrando que a medição das indutâncias dos enrolamentos foi satisfatória.

5.2 Obtenção do circuito equivalente através de ensaios

Através dos ensaios a vazio, com rotor bloqueado e com velocidade síncrona, foram obtidos os seguintes valores para o circuito equivalente.

Figura 5.4 - Circuito equivalente monofásico do MIT com valores encontrados

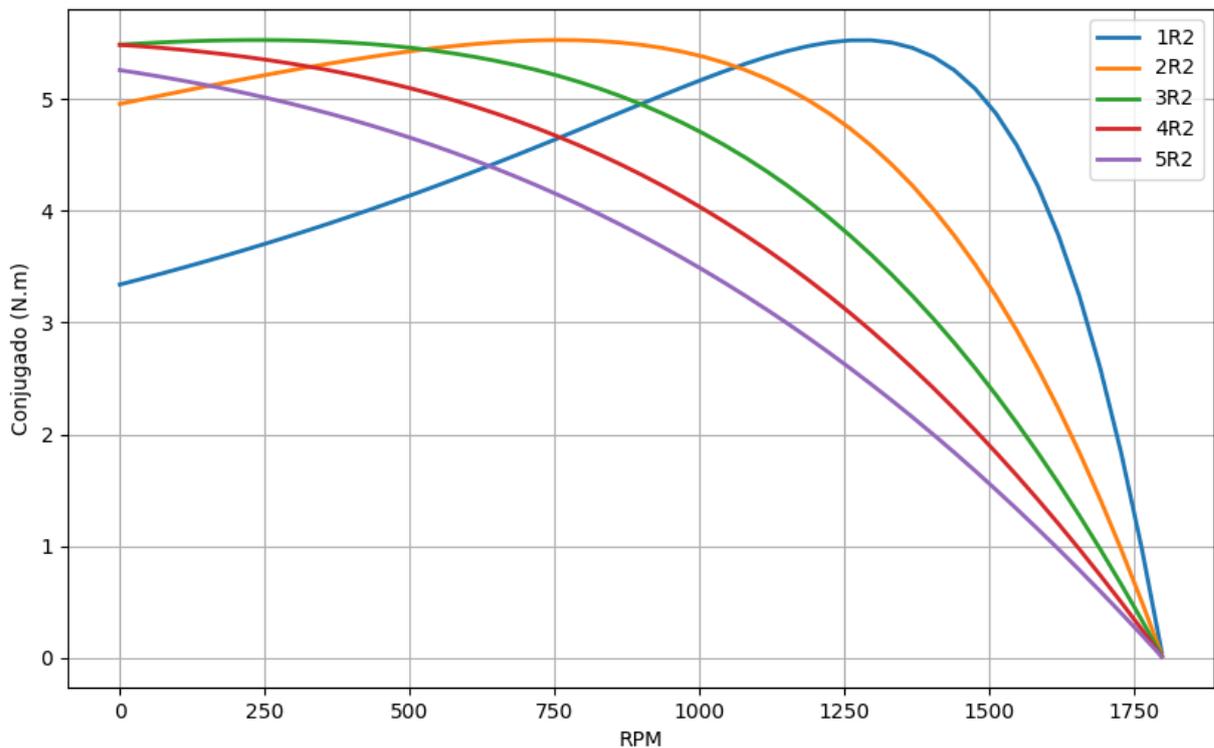


Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

5.3 Obtenção das curvas de operação do motor

A imagem abaixo mostra as curvas de conjugado por velocidade, foram plotadas 5 curvas sendo cada uma delas referente a uma carga acoplada ao rotor, assim '1R2' equivale ao rotor em curto circuito, '2R2' equivale a uma carga de resistência igual ao rotor acoplada ao mesmo, analogamente também se têm '3R2', '4R2' e '5R2'. Para plotar essa curva utilizou-se o equivalente de Thévenin para a obtenção das curvas.

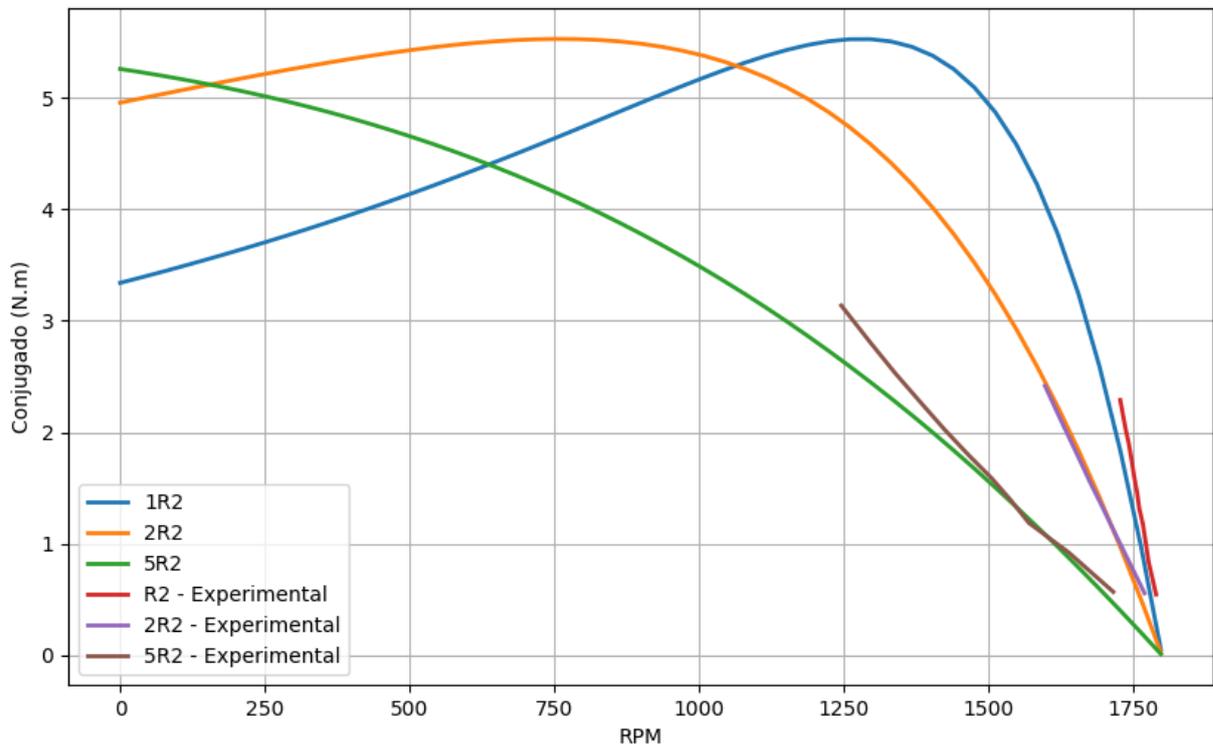
Figura 5.5 - Curvas características de Conjugado versus Velocidade no MIT



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Três destas cinco curvas foram parcialmente obtidas de forma experimental, não foram integralmente obtidas devido ao limite da corrente nominal do motor. Sendo os valores encontrados os seguintes:

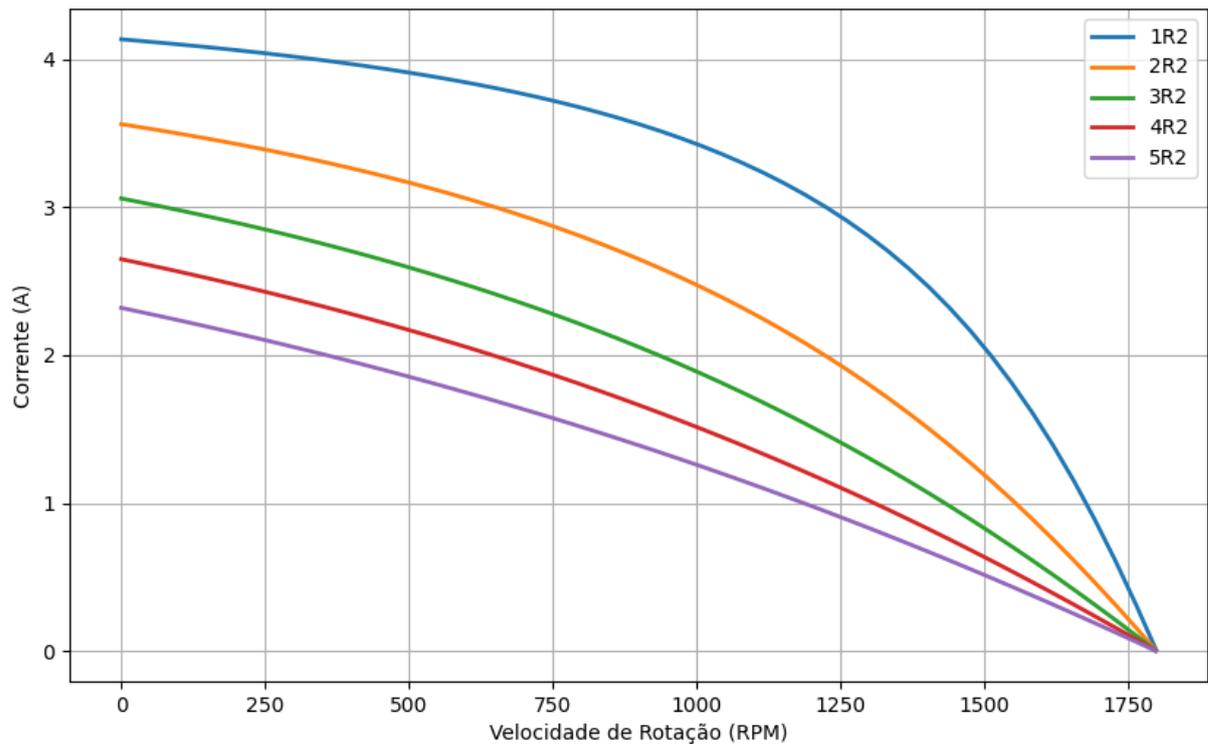
**Figura 5.6 - Curvas características de Conjugado versus Velocidade no MIT
simulação e valores experimentais**



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Analogamente a maneira em que as curvas de conjugado foram obtidas, também se adquiriu os gráficos de corrente por velocidade, sendo esses valores dados por:

Figura 5.7 - Curvas características de Corrente versus Velocidade no MIT



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

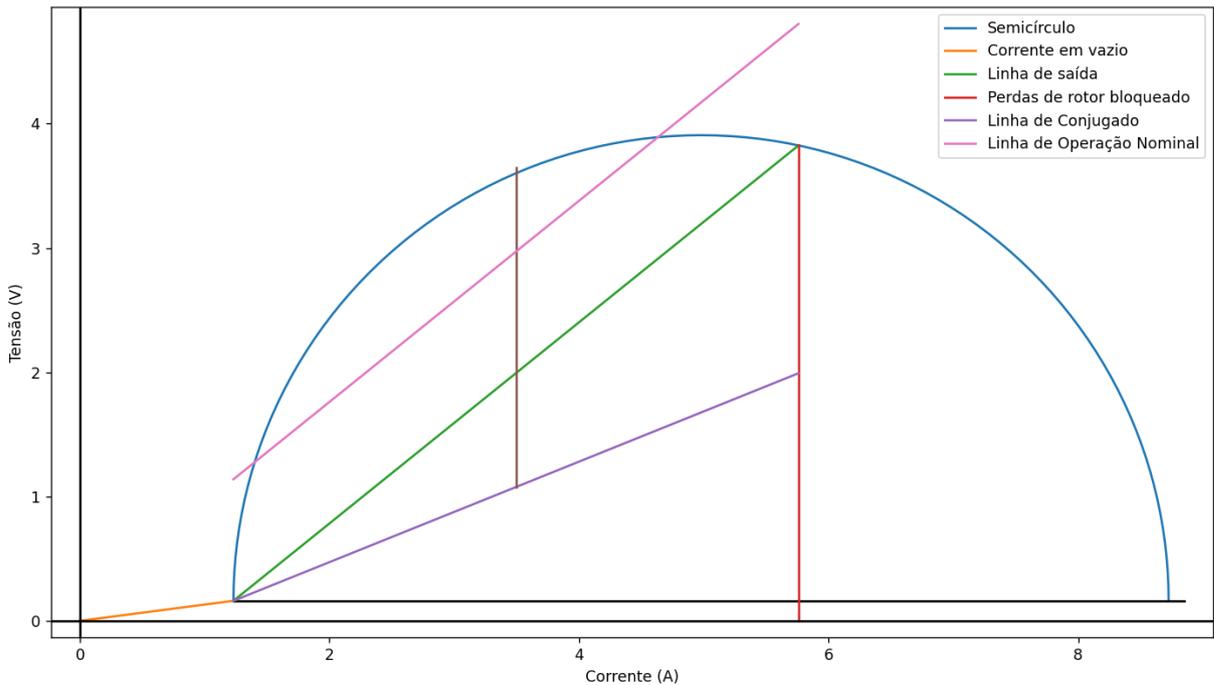
5.4 Obtenção do diagrama circular

Conforme Sahdev, 2018, o diagrama circular é uma representação gráfica útil para analisar o desempenho de motores de indução trifásicos. Este diagrama ajuda a visualizar como as diferentes componentes de potência se relacionam durante diversas condições de operação. Embora muitas linhas sejam feitas no diagrama, algumas possuem uma relevância maior:

- Linha de entrada : A distância vertical entre qualquer ponto no círculo e esta linha representa a potência de entrada, sendo assim chamada de linha de entrada.
- Linha de saída: A distância vertical entre qualquer ponto no círculo e esta linha representa a potência de saída, sendo assim chamada de linha de saída.
- Linha de torque ou linha de potência no entreferro: Depende da linha potência mecânica desenvolvida no rotor.

Dentre os diversos parâmetros possíveis, o diagrama posteriormente exposto trás entre eles, a linha de saída que representa a corrente de corrente do rotor refletida no estator, a linha de conjugado máximo (marrom), obtida através da linha de conjugado (roxo) e também a linha de operação nominal (rosa) que é obtida com a potência de operação nominal e a linha roxa que é proporcional à potência total absorvida com rotor bloqueado.

Figura 5.8 - Diagrama circular do MIT



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Dado o diagrama acima, é possível encontrar uma corrente de operação nominal de aproximadamente 1,65 A, valor muito próximo da corrente nominal de operação (1,6 A), um escorregamento de aproximadamente 5,5% e um conjugado máximo equivalente a 250% do conjugado nominal, valores esses que condizem com as curvas de conjugado obtidas. Pela impossibilidade de terminar o diagrama por completo, deixamos aqui como proposta para trabalhos futuros a sua confecção integral.

5.5 Síntese dos resultados

Após os ensaios experimentais, os seguintes parâmetros chave foram identificados:

- Resistência dos enrolamentos do estator e rotor.
- Indutâncias próprias e mútuas associadas aos circuitos do estator e rotor.
- Corrente a vazio e perdas no núcleo.
- Parâmetros de curto-circuito obtidos do ensaio de rotor bloqueado.
- A análise dos resultados indica uma concordância próxima entre os valores obtidos experimentalmente e os valores típicos encontrados na literatura para motores de indução trifásicos de características semelhantes.

5.6 Modelagem e Validação

Com os parâmetros identificados, foi construído um modelo matemático detalhado do motor. Este modelo foi então usado para simular o comportamento do motor sob várias condições de operação, incluindo arranque, carga variável e variação de frequência.

A validação do modelo foi realizada comparando-se os resultados da simulação com os dados experimentais. Em geral, observou-se uma concordância notável entre os resultados simulados e os experimentais, com desvios dentro da margem de erro esperada. Isso valida a precisão do modelo matemático proposto e a eficácia da metodologia de identificação dos parâmetros.

5.7 Simulações

Usando o modelo validado, várias simulações foram realizadas para entender o comportamento do motor em diferentes cenários:

Simulação de arranque: o comportamento do motor durante a partida, com ênfase nas correntes de pico e no tempo necessário para alcançar a velocidade nominal.

Simulação sob carga variável: observação do desempenho do motor sob diferentes níveis de carga, destacando a variação da corrente e da velocidade com a carga.

Estas simulações proporcionaram insights valiosos sobre a operação do motor em diferentes condições, permitindo uma compreensão mais profunda dos fenômenos envolvidos e dos potenciais áreas de otimização.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apontar a relevância e a evolução do presente estudo, como a realização de experimentos laboratoriais bem como a coleta e análise de dados demonstrada no presente texto consolida as descobertas, reflexões e conclusões obtidas a partir da análise dos resultados verificados, primando por sugestões para pesquisas futuras. A abordagem adotada para a identificação dos parâmetros, modelagem e simulações do motor de indução trifásico com rotor bobinado revelou várias nuances que merecem atenção no contexto acadêmico e industrial. Isto posto, seguem maiores detalhamentos do estudo.

6.1 Discussão dos resultados

Os resultados obtidos a partir dos ensaios e simulações reiteraram a complexidade e inter-relação dos parâmetros envolvidos no funcionamento do motor. A consistência entre os dados experimentais e simulados valida o modelo matemático e ressalta sua aplicabilidade em ambientes industriais.

A resposta do motor sob diferentes condições, especialmente durante a partida e sob carga variável, forneceu insights valiosos sobre seu comportamento dinâmico e áreas potenciais de otimização.

6.2 Implicações para a prática

A pesquisa oferece vários pontos tangíveis para profissionais do setor:

- **Diagnóstico e Manutenção:** a metodologia detalhada para a identificação dos parâmetros pode ser empregada em situações práticas para diagnosticar falhas ou anomalias no motor, como por exemplo, a utilidade dos gráficos de indutâncias mútuas entre os enrolamentos expressas no capítulo 4.3.8. Se tais curvas apresentarem um comportamento diferente do que está exposto no trabalho, ou seja, curvas distorcidas ou desequilibradas, poderia-se concluir uma falha e localizar o enrolamento que está comprometido.
- **Controle e Otimização:** o modelo validado serve como uma ferramenta para desenvolver algoritmos de controle mais sofisticados e eficientes,

potencialmente resultando em economia de energia e prolongando a vida útil do motor.

- Projeto de Motor: as descobertas podem informar os fabricantes sobre possíveis áreas de melhoria no design e construção do motor.

6.3 Limitações

Todo estudo possui limitações e este não é exceção:

- Gama de Operação: as simulações e testes foram limitados a uma faixa específica de operação e podem não representar completamente o comportamento do motor sob condições extremas.
- Variações do Modelo Real: os motores reais podem apresentar variações sutis em relação ao modelo devido a imperfeições de fabricação e desgaste ao longo do tempo.
- Complexidade do Modelo: o modelo, embora detalhado, ainda é uma simplificação da realidade e pode não capturar todas as nuances do motor real.

6.4 Sugestões para pesquisas futuras

- Simulação com variação de frequência: avaliação do impacto da variação da frequência da alimentação sobre o desempenho do motor, particularmente relevante para aplicações com variadores de frequência.
- Modelagem em Altas Frequências: investigar o comportamento do motor sob altas frequências, especialmente relevante para aplicações de variadores de frequência de alta velocidade.
- Análise Térmica: incorporar uma análise térmica para entender o impacto do calor e do resfriamento no desempenho do motor.
- Finalização do diagrama circular.
- Estudos Comparativos: comparar o desempenho deste motor com outros tipos, como motores de rotor em gaiola, para determinar vantagens e desvantagens relativas.

6.5 Conclusão

A jornada de investigar o motor de indução trifásico com rotor bobinado foi tanto desafiadora quanto esclarecedora. Os métodos propostos para identificar parâmetros, juntamente com as simulações subsequentes, apresentam uma abordagem robusta e prática para entender e otimizar a operação desses motores.

Este trabalho apresentou um modelo computacional em Python para simular o funcionamento do motor de indução trifásica de rotor bobinado de 4 polos.

Primeiramente foi demonstrado uma gama de equações matemáticas que descrevem como a máquina opera, desde suas equações de fluxo magnético e tensões induzidas entre os enrolamentos, até a exposição das equações referentes as indutâncias próprias e mútuas dos enrolamentos. Uma análise detalhada a respeito da energia do sistema também foi expressa. Com a base teórica bem estruturada, foi possível extrair tais valores de maneira experimental por meio de uma série de ensaios laboratoriais e compara-las em simulação. Todo o código encontra-se em anexo no final do trabalho.

Os resultados foram por sua vez satisfatórios, já que valores medidos e simulados tiveram uma congruência entre si. Espera-se que este trabalho sirva como um recurso valioso para acadêmicos e profissionais, incentivando investigações futuras e inovações no campo das máquinas elétricas.

7 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 17094-1:Máquinas elétricas girantes Parte 1: Motores de indução trifásicos — Requisitos.** Rio de Janeiro. 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 17094-3:Máquinas elétricas girantes Parte 3: Motores de indução trifásicos — Métodos de Ensaio.** Rio de Janeiro. 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5410:Instalações elétricas de baixa tensão.** Rio de Janeiro. 2004.

BARBI, Ivo. **Teoria Fundamental do Motor de Indução.** Editora UFSC. 1999.

CAMARGO, Ivan Marques de Toledo. **Conversão de Energia.** Editora Interciência. 2022.

CHAPMAN, Stephen J. **Fundamentos de Máquinas Elétricas.** McGraw-Hill Interamericana. 2011.

FITZGERALD, A. E., KINGSLEY, C. Jr., e UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas.** McGraw Hill. 2002.

KOSOW, Irving L. **Máquinas Elétricas e Transformadores.** Editora Globo. 2005

MAMEDE FILHO, João. **Instalações Elétricas Industriais.** 6ª. ed. Rio de Janeiro; LTC, 2001.

MARTIGNONI, Alfonso. **Ensaio de Máquinas Elétricas.** Editora Globo. 1985.

PFITSCHER, Gerson Henrique. **Roteiro Experimentos C e D do laboratório de Conversão de Energia.** Universidade de Brasília 2023

SAHDEV, S. K. **Electricalmachines.** 1. ed. India: Cambridge University Press, 2018.

STEVENSON JR., William. D. **Elementos de Análise de Sistemas de Potência.** Editora Bookman. 1993.

UFRGS. **Bobinas Acopladas.** Disponível em: <https://www.ufrgs.br/eng04030/Aulas/teoria/cap_13/bobiacop.htm>. Acesso em: 22 de junho de 2023.

UMANS, S. D. **Máquinas elétricas de Fitzgerald e Kingsley.** 7. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014. 708 p.

8 ANEXOS

8.1 Resultados experimentais

Tabela 8.1 – Medidas de Ensaio de Rotor Bloqueado

Parâmetro	Valor
V_L [V]	49,3
i_L [A]	1,594
P_{3F} [W]	77

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Tabela 8.2 – Medidas de Ensaio com Velocidade Síncrona

Parâmetro	Valor
V_L [V]	218,6
i_L [A]	1,241
P_{3F} [W]	61

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Tabela 8.3 – Medidas de Ensaio em Vazio com Tensão Reduzida

Parâmetro	Valor
V_L [V]	54,8
i_L [A]	0,344
P_{3F} [W]	20

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

Tabela 8.4 – Medidas de Ensaio com Velocidade Nominal

Parâmetro	Valor
V_L [V]	42,4
i_L [A]	0,364
P_{3F} [W]	20

Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023.

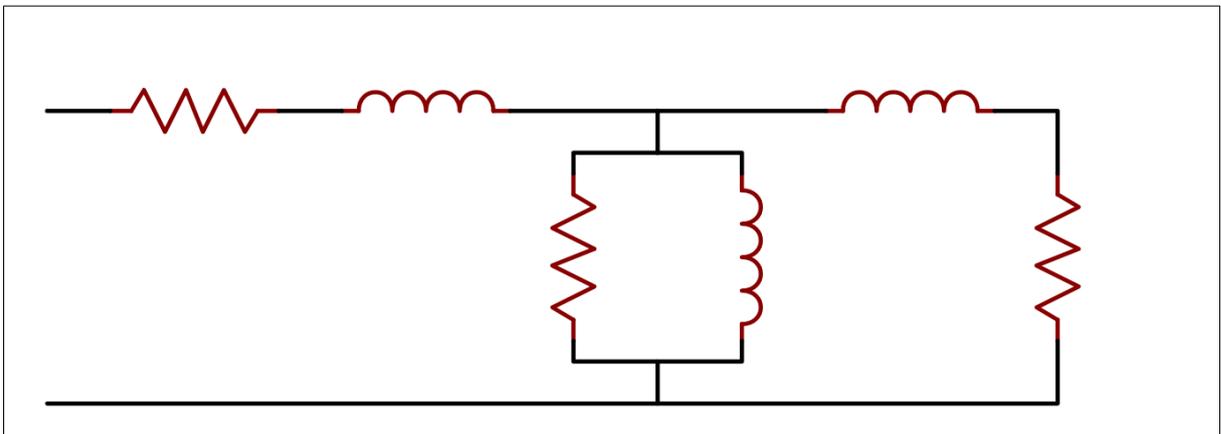
8.2 Código utilizado

O código responsável por gerar as figuras 5.4, 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8 será disponibilizado abaixo. O mesmo foi desenvolvido em python. Vale ressaltar que para o pleno funcionamento do código faz-se necessário a instalação da biblioteca *matplotlib* o que pode ser realizado com o comando no terminal:

```
pip install matplotlib
```

Além de se fazer necessário a presença de uma imagem .png nomeada de 'Equivalente.png' com tamanho de 965x345 pixels.

Figura 8.1 – Imagem necessária para o funcionamento do código



Fonte: ANDRADE, D.; LEITE, V. 2023. Utilizando *PSim Software*

```
'''  
Trabalho de Conclusão de curso em Engenharia Elétrica pela Universidade de  
Brasília  
Daniel Vítor A. de Andrade e Vinícius Marconcini de Souza Leite  
'''
```

```
from math import sqrt as raiz, degrees as graus, sin, acos, pi  
from cmath import rect  
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
import math  
from PIL import Image  
from PIL import ImageDraw  
from PIL import ImageFont
```

```

#####
# Medidas obtidas

r1 = 17.5 # Medido no Laboratório
s = 1/18 # Escorregamento = (n_sync - n_rotor)/n_sync = (1800-1700)/1800

# Medições no ensaio de rotor bloqueado:
w1b = 70 # medição wattímetro 1
w2b = 7 # medição wattímetro 1
v1b = 49.3 # Tensão de Linha = Tensão de fase
ilb = 1.594 # Corrente de Linha

# Medições no ensaio com velocidade síncrona:
w10 = 163 # medição wattímetro 1
w20 = -102 # medição wattímetro 1
v10 = 218.6 # Tensão de Linha = Tensão de fase
il0 = 1.241 # Corrente de Linha

# Medições no ensaio em vazio com tensão reduzida:
w1tr = 19 # medição wattímetro 1
w2tr = 1 # medição wattímetro 1
v1tr = 54.8 # Tensão de Linha = Tensão de fase
iltr = 0.3437 # Corrente de Linha

# Medições no ensaio em vazio com velocidade nominal:
w1s = 17 # medição wattímetro 1
w2s = 3 # medição wattímetro 1
v1s = 42.4 # Tensão de Linha = Tensão de fase
ils = 0.364 # Corrente de Linha

'''Ensaio de Rotor Bloqueado com Corrente Nominal:'''

# Potência ativa por fase
p1b = (w1b + w2b)/3

# Corrente de fase
i1b = ilb/raiz(3)

# Impedância do estator com rotor bloqueado
z1b = v1b/i1b

# Fator de potência com rotor bloqueado
FPb = p1b/(v1b*i1b)
theta = graus(acos(FPb))

# Reatâncias do rotor e estator
x1 = sin((theta/180)*pi)*z1b * 1/3
x2 = sin((theta/180)*pi)*z1b * 2/3

'''Ensaio Ensaio com velocidade síncrona'''
# Potência ativa por fase
p10 = (w10 + w20)/3

# Corrente de fase
i10 = il0/raiz(3)

# Fator de potência com rotor bloqueado

```

```

FP0 = p10/(v10*i10)
theta = graus(acos(FP0))

# Potência reativa
Q10 = v10*i10*sin((theta/180)*pi)

# Potência reativa consumida em xm
Qm = Q10 - x1*i10**2

# Tensão no ramo de magnetização
E10 = (v10+0j)-complex(r1, x1)*rect(i10,-acos(FP0))

# Reatância de magnetização
xm = abs(E10)**2/Qm

'''Ensaio Ensaio em vazio com tensão reduzida'''
# Potência ativa por fase
p1tr = (w1tr + w2tr)/3

# Corrente de fase
i1tr = iltr/raiz(3)

# Potência em vazio com tensão reduzida equivale as perdas rotacionais
Pvztr = p1tr - r1* i1tr**2
prot = Pvztr

# Perdas no cobre = potência em vazio - perdas rotacionais
pvz = p10 - r1*(i10**2)
pc0 = pvz - prot

# Resistência equivalente as perdas no núcleo
rc = abs(E10)**2/pc0

'''Ensaio em Vazio com Velocidade Nominal'''
# Potência ativa por fase
p1s = (w1s + w2s)/3

# Corrente de fase
i1s = ils/raiz(3)

# Fator de potência com rotor bloqueado
FPs = p1s/(v1s*i1s)
theta = graus(acos(FPs))

# Tensão no ramo de magnetização
E1s = (v1s+0j)-complex(r1, x1)*rect(i1s,-acos(FPs))

ics = E1s/rc

ims = E1s/complex(0, xm)

i2s = rect(i1s,-acos(FPs)) - (ics+ims)
# i2s = i1s - (ics+ims)

zrs = abs(E1s)/abs(i2s)

r2 = s*(math.sqrt((zrs**2)-(x2**2)))

```

```

print('r1:', r1)
print('r2:', r2)
print('rc:', rc)
print('x1:', x1)
print('x2:', x2)
print('xm:', xm)

#####
# CODIGO PARA GERAR IMAGEM DO CIRCUITO EQUIVALENTE.

#abrir imagem inicial
imagem = Image.open('Equivalente.png')
#abrir sobreposicao (desenhar o necessario)
Draw = ImageDraw.Draw(imagem)
# setar fonte (fonte escolhida tahoma negrito)
fonte = ImageFont.truetype('arial.ttf',30)
#Para o texto ser preto
cor_do_texto = (0, 0, 0)
# sobreport imagem (colocar texto na imagem inicial)
Draw.text ((104,20), "{:.2f}".format(r1) , font = fonte, fill = cor_do_texto)
Draw.text ((845,180), "{:.2f}".format(r2) , font = fonte,fill = cor_do_texto)
Draw.text ((315,180), "{:.2f}".format(rc) , font = fonte,fill = cor_do_texto)
Draw.text ((295,20), "j{:.2f}".format(x1) , font = fonte,fill = cor_do_texto)
Draw.text ((665,20), "j{:.2f}".format(x2) , font = fonte,fill = cor_do_texto)
Draw.text ((615,180), "j{:.2f}".format(xm) , font = fonte,fill = cor_do_texto)
#salvar imagem
imagem.save(f'Circuito Equivalente Monofásico.png')
# imagem.show()

# #####
# CALCULOS DOS CONJUGADOS.

# Inicialização dos valores necessários

v_fase = 220
n_sync = 1800
w_sync = 188.5

# Cálculo da tensão e impedância de Thévenin
v_th = v_fase * (xm / np.sqrt (r1**2 + (x1 + xm)**2))
z_th = ((1j*xm) * (r1 + 1j*x1)) / (r1 + 1j*(x1 + xm))
r_th = z_th.real
x_th = z_th.imag

# Cálculo da característica de conjugado X velocidade para diversos
escorregamentos
s = np.linspace(0, 1, 51)
s[0] = 0.001
nm = (1 - s) * n_sync

# Cálculo do conjugado para a resistência de rotor original
t_ind1 = ( 3 * (v_th)**2 * (r2 / s)) / (w_sync * ((r_th + r2/s)**2 + (x_th +
x2)**2))

# Cálculo do conjugado para a resistência de rotor dobrada
t_ind2 = ( 3 * (v_th)**2 * ((2*r2) / s)) / (w_sync * ((r_th + (2*r2)/s)**2 + (x_th
+ x2)**2))

# Cálculo do conjugado para a resistência de rotor vezes 3

```

```

t_ind3 = ( 3 * (v_th)**2 * ((3*r2) / s)) / (w_sync * ((r_th + (3*r2)/s)**2 + (x_th
+ x2)**2))

# Cálculo do conjugado para a resistência de rotor vezes 4
t_ind4 = ( 3 * (v_th)**2 * ((4*r2) / s)) / (w_sync * ((r_th + (4*r2)/s)**2 + (x_th
+ x2)**2))

# Cálculo do conjugado para a resistência de rotor vezes 5
t_ind5 = ( 3 * (v_th)**2 * ((5*r2) / s)) / (w_sync * ((r_th + (5*r2)/s)**2 + (x_th
+ x2)**2))

#####
#####
# CALCULOS DAS CORRENTES.

# Inicialização da lista para armazenar as curvas de corrente
i_load_curves = []

# Loop sobre os fatores multiplicativos para R2
for r2_factor in range(1, 6):
    r2_current = r2_factor * r2
    t_ind_current = (3 * (v_th)**2 * (r2_current / s)) / (w_sync * ((r_th +
r2_current/s)**2 + (x_th + x2)**2))
    i_load_curves.append((r2_factor, v_fase / np.sqrt((r_th + r2_current/s)**2 +
(x_th + x2)**2), t_ind_current))

#####
#####
# GRAFICO DOS CONJUGADOS X VELOCIDADE ANGULAR.
plt.figure(figsize=(10, 6))
for r2_factor, _, t_ind_current in i_load_curves:
    plt.plot(nm, t_ind_current, label=f'{r2_factor}R2', linewidth=2.0)

plt.plot([1728,1737,1743,1748,1752,1757,1761,1767,1771,1777,1790],
[2.289012739,2.035136354,1.891094862,1.73811016,1.603263241,1.462756798,
1.312948274,1.178722438,1.046585649,0.838742746,0.544425862],
label=f'R2 - Experimental', linewidth=2.0)

plt.plot([1598,1618,1630,1648,1663,1677,1692,1705,1720,1741,1770],
[2.415439682,2.190720635,2.057363917,1.860970255,1.694811388,1.538233652,
1.383430456,1.243999477,1.083172863,0.861573808,0.555975386],
label=f'2R2 - Experimental', linewidth=2.0)

plt.plot([1246,1297,1340,1385,1424,1465,1506,1540,1570,1639,1716],
[3.136150331,2.799208364,2.524004183,2.255742832,2.026229156,1.79996087,1.58601263
7,1.383489122,1.186660716,0.92102144,0.567903434],
label=f'5R2 - Experimental', linewidth=2.0)

plt.xlabel('RPM')
plt.ylabel('Conjugado (N.m)')
plt.title('Característica de Conjugado versus Velocidade do Motor de Indução')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.savefig('grafico_conjugado_motor_inducao.png')

#####

```

```

#####
# GRÁFICO DAS CORRENTES NO MOTOR X VELOCIDADE ANGULAR.

i_stator_curves = []

# Loop sobre os fatores multiplicativos para R2
for r2_factor in range(1, 6):
    r2_current = r2_factor * r2
    i_stator_current = v_fase / np.sqrt((r_th + r2_current/s)**2 + (x_th + x2)**2)
    i_stator_curves.append((r2_factor, i_stator_current))

# Gráfico da corrente no estator X velocidade angular
plt.figure(figsize=(10, 6))
for r2_factor, i_stator_current in i_stator_curves:
    plt.plot(nm, i_stator_current, label=f'{r2_factor}R2', linewidth=2.0)

plt.xlabel('Velocidade de Rotação (RPM)')
plt.ylabel('Corrente (A)')
plt.title('Corrente no Estator versus Velocidade do Motor de Indução')
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.savefig('grafico_corrente_estator_motor_inducao.png')
plt.show()

#####
#####
# Diagrama Circular.

# Tensão e potência nominal
Vnom = 220
Wnom = 300

# Ensaio em vazio
Voc = 218.6
Ioc = 1.241
Woc = 61

# Ensaio de Rotor Bloqueado
Vcc = 49.3
Icc = 1.594
Wcc = 77

# Calcular ângulo do fator de potência em vazio
fator_potencia_vazio = Woc / (math.sqrt(3) * Voc * Ioc)
angulo_fator_potencia_vazio = math.acos(fator_potencia_vazio)

# Calcular coordenadas da corrente em vazio
o2x = Ioc * math.sin(angulo_fator_potencia_vazio)
o2y = Ioc * math.cos(angulo_fator_potencia_vazio)

Icc_n = Icc * (Voc / Vcc)

# Calcular ângulo do fator de potência com rotor bloqueado
fator_potencia_cc = Wcc / (math.sqrt(3) * Vcc * Icc)
angulo_fator_potencia_cc = math.acos(fator_potencia_cc)

sx = Icc_n * math.sin(angulo_fator_potencia_cc)
sy = Icc_n * math.cos(angulo_fator_potencia_cc)

```

```

pccn = (Vnom / Vcc)**2 * Wcc

pot_norm = pccn / sy

linha_conjugadox = sx
linha_conjugadoy = sy - (pccn-Woc)/(2*pot_norm)

# Operação nominal
op_nominal = Wnom/pot_norm

# Construção do semicírculo
xsemi = (o2x**2 - o2y**2 - sx**2 - sy**2 + 2 * o2y * sy) / (2 * (o2x - sx))
r = xsemi - o2x

the = np.arange(0, np.pi, 3.141592 / 500)
costhe = np.cos(the)
sinthe = np.sin(the)

aa = np.multiply(r, costhe)
bb = np.multiply(r, sinthe)

print(r)

a = [i + xsemi for i in aa]
b = [j + o2y for j in bb]

limite = (linha_conjugadox+o2x)/2
for i in range(500,0,-1):
    if a[i] > limite:
        conjugado_max = b[i]
        break

# Gerar o diagrama circular
fig, ax = plt.subplots()

ax.plot(a, b, label='Semicírculo')
ax.plot([0, o2x], [0, o2y], label='Corrente em vazio')
ax.plot([o2x, sx], [o2y, sy], label='Linha de saída')
ax.plot([o2x, 2 * xsemi - 0.9 * o2x], [o2y, o2y], color = 'black')
ax.plot([sx, sx], [0, sy], label='Perdas de rotor bloqueado')
ax.plot([o2x, linha_conjugadox], [o2y, linha_conjugadoy], label='Linha de
Conjugado')
ax.plot([limite, limite], [(linha_conjugadoy+o2y)/2, conjugado_max])
ax.plot([o2x, sx], [o2y + op_nominal, sy + op_nominal], label='Linha de Operação
Nominal')
ax.axhline(y=0, color='k')
ax.axvline(x=0, color='k')

# Exibir o diagrama
plt.axis('equal')
plt.xlabel('Corrente (A)')
plt.ylabel('Tensão (V)')
plt.title('Diagrama Circular')
plt.legend()

plt.savefig('diagrama_circula_motor_inducao.png')
plt.show()

```