



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**TREINAMENTO SUPERVISIONADO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL
PARA A PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO
DE MATERIAIS METÁLICOS**

Luis Renato Cabral Muniz

Brasília, 11 de novembro de 2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**TREINAMENTO SUPERVISIONADO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL
PARA A PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO
DE MATERIAIS METÁLICOS**

Luis Renato Cabral Muniz

*Projeto de Graduação submetido ao Departamento de Engenharia
Mecânica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro em Engenharia Mecânica*

Banca Examinadora

Prof. Thiago de Carvalho Rodrigues Doca, ENM/FT-UnB
Orientador

Mestre Paulo Guilherme Marques Flavio, ENM/FT-UnB
Coorientador

Prof. Eder Lima de Albuquerque, ENM/FT-UnB
Examinador Interno

Prof. Marcela Rodrigues Machado, ENM/FT-UnB
Examinador interno

FICHA CATALOGRÁFICA

MUNIZ, LUIS RENATO CABRAL

TREINAMENTO SUPERVISIONADO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PARA A PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS METÁLICOS [Distrito Federal] 2021.

xvi, 88 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Engenheiro, Engenharia Mecânica, 2021).

Projeto de Graduação - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------------|
| 1. Redes neurais artificiais | 2. Propriedades mecânicas dos metais |
| 3. Método de elementos finitos | 4. Mecânica do contato |
| I. ENM/FT/UnB | |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MUNIZ, L. R. C. (2021). *TREINAMENTO SUPERVISIONADO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PARA A PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS METÁLICOS*. Projeto de Graduação, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 88 p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Luis Renato Cabral Muniz

TÍTULO: TREINAMENTO SUPERVISIONADO DE INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL PARA A PREDIÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE MATERIAIS METÁLICOS.

GRAU: Engenheiro em Engenharia Mecânica ANO: 2021

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias deste Projeto Final de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desse Projeto Final de Graduação pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Luis Renato Cabral Muniz

Depto. de Engenharia Mecânica (ENM) - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

Agradecimentos

Primeiramente, agradeço aqui à Deus por toda a dedicação, esforço e oportunidade de que foi me dado em toda a minha jornada até o presente. Agradeço aos meus pais, Rozilene e Luís Carlos, que, desde o início da minha jornada na graduação em engenharia mecânica, me apoiaram, ajudaram e deram todos os meios possíveis para alcançar o ponto que me encontro hoje. Sou grato à minha namorada Grasiela, que acreditou, estimulou e me deu suporte nos momentos difíceis. Agradeço aos meus amigos, principalmente Leonardo e André, que acreditaram no meu potencial e não me deixaram ser vencido pelo cansaço. Obrigado também à minha irmã, tias e avós que de alguma forma contribuíram para a conclusão da minha graduação. Por fim, agradeço ao meu orientador e co-orientador, Thiago Doca e Paulo, pelo auxílio, suporte, orientação e dedicação na minha caminhada final no curso.

Luis Renato Cabral Muniz

O avanço e a disseminação da inteligência artificial possibilitou o desenvolvimento de novas metodologias capazes de interpretar e prever dados aplicáveis. Situações complexas agora podem ser validadas e previstas por meio dessa ferramenta, utilizando-a como um modelo de interpretação de dados. Dessa forma, uma inteligência artificial é uma alternativa de modelo com capacidade de prever o comportamento mecânico linear e não linear dos materiais metálicos. Com isso, o objetivo deste trabalho é propor uma inteligência artificial com a capacidade de prever as propriedades mecânicas elásticas e plásticas de aços, alumínio e cobre. Aplicando uma condição de contato mecânico não conforme entre dois sólidos aliado a um modelo de análise pelo método de elementos finitos, valida-se um modelo numérico com capacidade de fornecer dados confiáveis e suficientes para construção de um banco de dados com o objetivo de promover o aprendizado supervisionado da inteligência artificial. Depois, implementa-se no trabalho uma metodologia de aprendizado profundo por meio de uma rede neural artificial, na qual é validada uma arquitetura sólida capaz de prever o comportamento mecânico linear e não linear de um conjunto de amostras de aços, alumínio e cobre. A validação da rede neural artificial é atingida a partir da acurácia, do erro quadrático médio e do erro absoluto médio dos resultados esperados frente às previsões realizadas. Análise geral e específica demonstram a capacidade de interpretação e previsão do algoritmo desenvolvido. Da análise geral, com as previsões apresentando um erro absoluto percentual médio de 3,6% e um coeficiente de determinação médio de 95,97%, o algoritmo revela resultados promissores de previsão de forma geral. Da análise específica, a avaliação das previsões via histogramas, regressão linear e distribuição normal demonstram o comportamento detalhado de previsão, da qual revela maior concentração de previsão apresentando baixos erros tendo a minoria com valores divergentes. Por fim, a previsão da rede neural artificial a partir de dados experimentais coletados permite analisar a capacidade e viabilidade do algoritmo desenvolvido, pontuando possíveis aprimoramentos do mesmo.

Palavras-chaves: Inteligência artificial, aprendizado profundo, propriedade mecânica dos aços, mecânica do contato, método de elementos finitos.

ABSTRACT

The advance and spread of artificial intelligence enabled the development of new methodologies capable of interpreting and predicting applicable data. Complex situations can now be validated and predicted using this tool, using it as a data interpretation model. Thus, an artificial intelligence is an alternative model with the ability to predict the linear and nonlinear mechanical behavior of metallic materials. Therefore, the objective of this work is propose an artificial intelligence that is able to predict the elastic and plastic mechanical properties of steels. Applying a non-conforming mechanical contact condition between two solids combined with an analysis model using the finite element method, a numerical model is validated with the capacity to provide reliable and sufficient data for the construction of a database in order to promote the learning of an artificial intelligence. Afterwards, the work proposes a deep learning methodology through an artificial neural network, in which is validated a solid architecture capable of predicting the linear and non-linear mechanical behavior of a set of steel, aluminum and copper samples. The validation of the artificial neural network is achieved from the accuracy, the mean squared error and the mean absolute error of the expected results against the forecasts made. A general and specific analysis demonstrates the interpretation and prediction capacity of the developed algorithm. From the general analysis, with the predictions presenting a mean absolute percentage error of 3,6% and a mean determination coefficient of 95.97%, the algorithm reveals promising results of prediction in general. From the specific analysis, the evaluation of predictions via histograms, linear regression and normal distribution demonstrates the detailed prediction behavior, which reveals a higher concentration of prediction with low errors, with a minority with divergent values. Finally, the prediction of the artificial neural network from collected experimental data allows to analyze the capacity of the developed algorithm and score possible improvements to it.

Keywords: Artificial intelligence, deep learning, mechanical property of steels, contact mechanics, finite element method.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.1.1	BASE DA INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL	1
1.1.2	CRESCIMENTO DA INTELIGENCIA ARTIFICIAL	2
1.2	MOTIVAÇÃO	4
1.3	OBJETIVO PRINCIPAL	4
1.3.1	OBJETIVO SECUNDÁRIO	5
1.4	ESTRUTURA DO TEXTO	5
2	REVISÃO TEÓRICA	6
2.1	PROPRIEDADE MECÂNICA DOS MATERIAIS	6
2.1.1	ENSAIO DE TRAÇÃO	6
2.1.2	ENSAIO DE COMPRESSÃO	11
2.2	MECÂNICA DO CONTATO	12
2.2.1	CONCEITOS BÁSICOS	12
2.2.2	TEORIA LINEAR ELÁSTICA DE HERTZ	14
2.2.3	CONTATO ESFERA-ESFERA	14
2.3	O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	16
2.3.1	NÓS	17
2.3.2	ELEMENTOS	17
2.3.3	CONDIÇÕES DE CONTORNO	18
2.3.4	CONDIÇÃO DE CONTATO	19
2.3.5	FUNÇÃO DE APROXIMAÇÃO	20
2.3.6	SISTEMA DE COORDENADAS NATURAIS	21
2.3.7	AVALIAÇÃO NUMÉRICA DE INTEGRAIS	21
2.3.8	RELAÇÕES CONSTITUTIVAS PARA MECÂNICA DOS SÓLIDOS	24
2.4	APRENDIZADO PROFUNDO	26
2.4.1	ENTRADAS	28
2.4.2	PESOS	29
2.4.3	CAMADAS	29
2.4.4	SAÍDA	32
2.4.5	VARIÁVEIS DE PERFORMANCE	32
2.4.6	FUNÇÃO DE APRENDIZADO	34
2.4.7	RETRO-PROPAGAÇÃO	36
2.5	ESTATÍSTICA	37
2.5.1	GRÁFICOS	38
2.5.2	REGRESSÃO LINEAR	38

2.5.3	DISTRIBUIÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS	40
2.5.4	DISTRIBUIÇÃO NORMAL	40
3	METODOLOGIA	43
3.1	METODOLOGIA DE COLETA DE DADOS	43
3.1.1	DEFINIÇÃO DA ANÁLISE	43
3.1.2	O MODELO NUMÉRICO	44
3.1.3	VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	48
3.1.4	COLETA DE DADOS	53
3.2	METODOLOGIA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL.....	53
3.2.1	ENTRADAS E SAÍDAS	54
3.2.2	ARQUITETURA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL	55
3.3	VALIDAÇÃO DA REDE NEURAL ARTIFICIAL.....	57
3.3.1	VALIDAÇÃO DA CAMADA OCULTA	58
3.3.2	CRITÉRIO DE PARADA	62
3.3.3	VALIDAÇÃO DA CONSISTÊNCIA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL	62
4	RESULTADOS	64
4.1	PREVISÃO TEÓRICA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL	64
4.1.1	ANÁLISE MACRO	64
4.1.2	ANÁLISE MICRO.....	65
4.1.3	ANÁLISE ESTATÍSTICA	70
4.2	PREVISÃO EXPERIMENTAL DA REDE NEURAL ARTIFICIAL.....	73
5	CONCLUSÕES	77
5.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS	77
5.2	CONSIDERAÇÕES FINAIS	77
5.3	TRABALHOS FUTUROS	78
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	80
	APÊNDICES	82
I.1	ENSAIO DE DUREZA BRINELL	82
I.1.1	CORPOS DE PROVA.....	82
I.1.2	CONFIGURAÇÕES DO ENSAIO	83
I.1.3	RESULTADOS DO ENSAIO BRINELL	84
I.2	ANÁLISE NO MICROSCÓPIO CONFOCAL	85
II.3	TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO.....	88

LISTA DE FIGURAS

1.1	Neurônio humano e artificial.	2
1.2	Comparação na acurácia por explicabilidade entre diferentes tipos de aprendizado de máquinas.	3
1.3	Comparação da acurácia de diferentes métodos para previsão de câncer.	3
2.1	Diagrama Tensão <i>versus</i> Deformação de um material metálico dúctil.	7
2.2	Consequência do descarregamento de carga.	9
2.3	Resultado da aplicação do logaritmo natural em ambos os eixos.	10
2.4	Máquinas de ensaio de dureza.	11
2.5	Ferramenta para ensaios de dureza Brinell.	12
2.6	Contato esfera-esfera.	13
2.7	Contato cilindro-cilindro.	13
2.8	Diagrama de um contato mecânico não conforme.	14
2.9	Subdomínios (elementos).	17
2.10	Tipos de elementos com seus respectivos nós.	18
2.11	Transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas naturais	21
2.12	Transformação de coordenadas globais para naturais	23
2.13	Pontos de Gauss em um elemento quadrado	23
2.14	Áreas da inteligência artificial.	27
2.15	Arquitetura simplificada de uma Rede Neural Artificial.	28
2.16	Representação da relação entre as entradas, pesos e camadas	30
2.17	Exemplos de funções de ativação.	31
2.18	Representação esquemática da camada oculta.	31
2.19	Representação parcial de uma rede neural artificial.	32
2.20	Funcionamento do gradiente junto a taxa de aprendizado.	37
2.21	Mínimo e máximo global.	37
2.22	Exemplo de Histograma.	38
2.23	Exemplo de regressão linear a partir de um diagrama de dispersão.	38
2.24	Exemplo de distribuição normal.	41
2.25	Exemplo de distribuição normal padrão.	42
3.1	Etapas para a construção do modelo numérico.	44
3.2	Partição dos domínios.	47
3.3	Discretização dos domínios.	48
3.4	Condições de contorno.	49
3.5	Fluxograma do objetivo da rede neural deste trabalho.	54
3.6	Fluxograma do processo de validação das camadas ocultas.	59
3.7	Comportamento da acurácia durante treinamento da rede.	62

3.8	Comportamento do erro absoluto médio durante treinamento da rede.	63
4.1	Histograma do módulo de elasticidade.	65
4.2	Histograma do limite de escoamento.	66
4.3	Histograma do coeficiente de resistência.	66
4.4	Histograma do coeficiente de encruamento.	67
4.5	Regressão linear do módulo de elasticidade.	68
4.6	Regressão linear do limite de escoamento.	68
4.7	Regressão linear do coeficiente de resistência.	69
4.8	Regressão linear do coeficiente de encruamento.	69
4.9	Distribuição normal dos erros percentuais das previsões das saídas da RN.	71
4.10	Intervalo de aprendizado.	76
1	Exemplo de lixadeira Politriz metalográfica adotado	82
2	Durômetro universal	83
3	Microscópio confocal	85
4	Representação das topografias analisadas no microscópio confocal	86
5	Representação das medições da indentação superficial	86
6	Tabela de distribuição normal padrão	88

LISTA DE TABELAS

2.1	Graus de liberdade associados ao vetor força.	17
3.1	Parâmetros geométricos dos sólidos.	44
3.2	Materiais utilizados nas formulações numéricas.	45
3.3	Descrição das condições de contorno do modelo numérico.	47
3.4	Propriedades mecânicas utilizadas nas validações dos modelos numéricos.	49
3.5	Validação dos modelos numéricos para o raio de 5 mm.	50
3.6	Validação dos modelos numéricos para o raio de 7,5 mm.	51
3.7	Validação dos modelos numéricos para o raio de 9 mm.	52
3.8	Número de elementos para cada domínio dos modelos numéricos.	53
3.9	Composição do banco de dados.	53
3.10	Parâmetros das arquiteturas iniciais.	57
3.11	Avaliação dos desempenhos das redes neurais artificiais iniciais.	58
3.12	Parâmetros das arquiteturas com otimizador definido.	59
3.13	Resultados de desempenho da rede neural artificial definitiva.	60
3.14	Parâmetros da rede neural artificial definitiva.	60
3.15	Avaliação dos desempenhos das redes neurais com otimizador definido.	61
4.1	Resultados da análise macro das previsões.	64
4.2	Dados estatísticos do erro percentual das previsões.	72
4.3	Probabilidade de ocorrência de intervalos do erro percentual das previsões.	72
4.4	Entradas experimentais.	73
4.5	Previsão experimental frente às saídas esperadas.	74
4.6	Erros absolutos percentuais das previsões experimentais.	74
4.7	Limites da propriedades mecânicas do banco de dados.	75
1	Informações técnicas do durômetro universal utilizado	83
2	Valores dos parâmetros para o ensaio Brinell	83
3	Resultados do ensaio Brinell	84
4	Informações técnicas do microscópio confocal utilizado	85
5	Resultados das medições das indentações superficiais	86

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

l_f	Comprimento final de uma amostra	[mm]
l_0	Comprimento inicial de uma amostra	[mm]
A_f	Área da seção transversal final de uma amostra	[mm ²]
A_0	Área da seção transversal inicial de uma amostra	[mm ²]
W	Energia de deformação de volume	[J]
a	semi comprimento de contato	[mm]
p	Distribuição da pressão de contato	[MPa]
p_0	Pressão de contato máxima	[MPa]
U	Deslocamento total em uma direção genérica	[mm]
u_i	Deslocamento na direção i	[mm]
R	Raio equivalente	[mm]
r	Distância da linha central até o ponto de contato de análise	[mm]
f	Força aplicada	[N]
d	Densidade de um material	[kg/m ³]
M_i	Momento na direção i	[N.mm]
X_i	Posição inicial do nó i	[mm]

Subscritos Principais

xx, yy, zz	Relativo à componente do tensor tensão
xy, xz	Relativo à componente do tensor tensão
yx, yz	Relativo à componente do tensor tensão
zx, zy	Relativo à componente do tensor tensão
n_i	Vetor normal a direção i

Símbolos Gregos

σ	Tensão	[MPa]
E	Módulo de elasticidade	[MPa]
σ_l	Limite de proporcionalidade	[MPa]
LE	Limite de escoamento	[MPa]
K	Coefficiente de Resistência	[MPa]
σ_{ul}	Limite de Resistência	[MPa]
δ	Indentação mútua entre os sólidos	[mm]

Grupos Adimensionais

n	Coeficiente de encruamento
ϵ	Deformação
α	Taxa de aprendizado
ν	Coeficiente de poisson
ξ	Primeira coordenada de um ponto de Gauss
η	Secunda coordenada de um ponto de Gauss
J	Jacobiano
I	Exemplo de Integral
L	Função erro
m	constante de momento
w_i	Pesos
ρ	Taxa de decaimento
V_i	Variável de referência do otimizador DGE
A_i	Variável de referência do otimizador RMSprop
δ_i	Variável de referência do otimizador AdaDelta
F_i	Variável de referência do otimizador Adam
R^2	Coeficiente de determinação
μ	Média dos valores
Z	Variável aleatória padronizada
X	Variável aleatória

Siglas Principais

IA	Inteligência artificial
ML	Machine Learning
DL	Deep Learning
RNA	Redes Neurais Artificiais
EQM	Erro quadrático médio
EAM	Erro absoluto médio
EPM	Erro percentual médio
DGE	Descida do gradiente estocástico
PN	Parâmetro numérico
PA	Parâmetro analítico
DP	Desvio padrão
VAC	Variável aleatória contínua

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo apresenta aspectos gerais do trabalho desenvolvido abordando a motivação, a problemática e a contextualização em um panorama geral sobre o objetivo a ser alcançado.

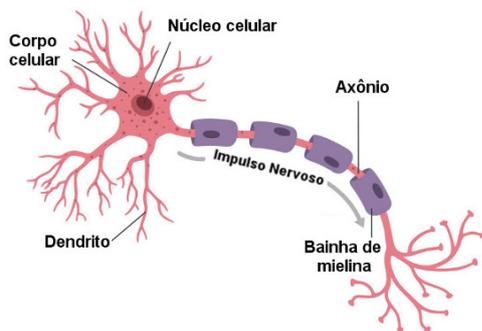
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A inteligência artificial (IA) é uma área científica que desde a década de 50 [1] passa por um grande desenvolvimento tecnológico devido sua grande promessa para novos avanços para a humanidade. No século XXI, com disseminação das tecnologias da informação [2,3], a inteligência artificial se mostra não só mais promissora como fundamental [4], pois a área é responsável por executar diversos tipos de tarefas, começando de tarefas simples, como jogar um jogo de xadrez [5], até tarefas complexas como promover o diagnóstico de uma doença [6].

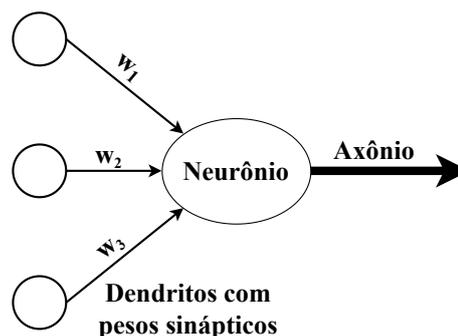
Dessa maneira, a inteligência artificial é capaz de definir, prever ou caracterizar problemas complexos por meio das atuais metodologias desenvolvidas. Especificamente, para problemas na engenharia, a IA pode ser utilizada como uma ferramenta para previsão/caracterização do comportamento mecânico dos materiais metálicos.

1.1.1 Base da inteligência artificial

A inteligência artificial tem como princípio de funcionamento a mente humana [4]. O homem processa suas informações por meio dos neurônios, onde esses são responsáveis pela propagação da informação no cérebro humano. Dessa forma, a base da IA é voltada ao funcionamento de um neurônio humano. A figura 1.1a ilustra um neurônio humano ao lado de um "neurônio artificial"(figura 1.1b) . Esse último apresenta parâmetros que simulam as partes de um neurônio humano, como os axônios, as dendritos, as sinapses e o próprio neurônio. Esse tipo de IA é chamada de redes neurais artificiais que corresponde a uma metodologia/área da IA.



(a) Neurônio humano.



(b) Neurônio artificial.

Figura 1.1: Neurônio humano e artificial.

Fonte: Adaptado por MUNIZ, L. R. C.

Apesar da simplicidade construtiva do neurônio artificial, o mesmo apresenta um poder de processamento muito grande, acima do cérebro humano [4] quando se trata de operações únicas, uma vez que o mesmo utiliza o processamento computacional. A mente humana, apesar de apresentar menor velocidade para processar informações comparado à um computador, é capaz de processar informações simples e complexas simultaneamente. Contudo, com o avanço da computação e da disseminação da tecnologia, o homem buscou utilizar desse poder de processamento dos computadores para realizar tarefas lógicas e complexas, semelhantes à forma de processamento de informação dos seres humanos. Assim, novas metodologias de IA evoluem buscando resolver situações nas diversas áreas do conhecimento [1, 5, 7–9].

1.1.2 Crescimento da Inteligencia artificial

A inteligência artificial (IA) é uma área que desde o início do século XXI está sendo alvo de grande estudo devido o grande crescimento da computação [3] e da utilização do Big data [8]. Essas duas últimas áreas citadas obtiveram grande desenvolvimento devido à proliferação da internet, redes sociais e aparelhos eletrônicos (celular, computador, etc). Assim, as metodologias de aprendizado de máquinas (machine learning), aprendizado profundo (deep learning) e redes neurais artificiais apresentaram avanços significativos na área científica.

Com o desenvolvimento de novas metodologias para a inteligência artificial [1, 3], varias áreas do conhecimento estão implementando-a para previsão e verificação de respostas desejadas [2, 3]. Antes do século XXI, o aprendizado de máquinas era utilizado para previsão e verificação de dados simples, se limitando a poucas áreas do conhecimento. Contudo, como já dito, com o avanço da computação, o aprendizado profundo (deep learning) se tornou uma área da IA capaz de prever comportamentos não lineares e mais próximos da realidade. Como consequência, a utilização da IA cresceu no século XXI sendo utilizada em diversas áreas do conhecimento [2, 3]

como na economia, agricultura, bem-estar, medicina, educação, engenharia e outras.

A rede neural artificial (RNA) é definida como uma metodologia da inteligência artificial que apresenta alta acurácia na previsão de dados comparado aos modelo estatísticos anteriores existentes. Da figura 1.2, é possível observar que as RNA apresentam maior acurácia frente à menor explicabilidade. Em outras palavras, essa metodologia exige menos complexidade no fornecimento de dados para atingir uma determinada resposta. Paralelamente a isso, para problemas complexos (não lineares), a inteligência artificial se mostra como grande ferramenta para previsão de respostas (figura 1.3), gerando dados aplicáveis e confiáveis.

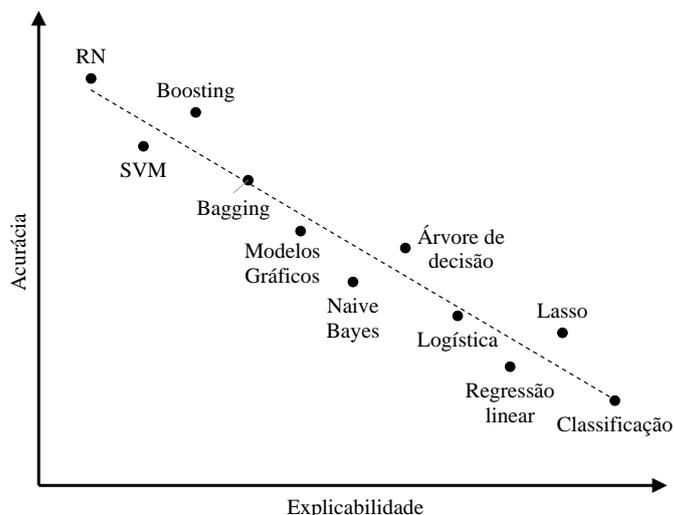


Figura 1.2: Comparação na acurácia por explicabilidade entre diferentes tipos de aprendizado de máquinas.

Fonte: Adaptado de DUVAL, A. [10]

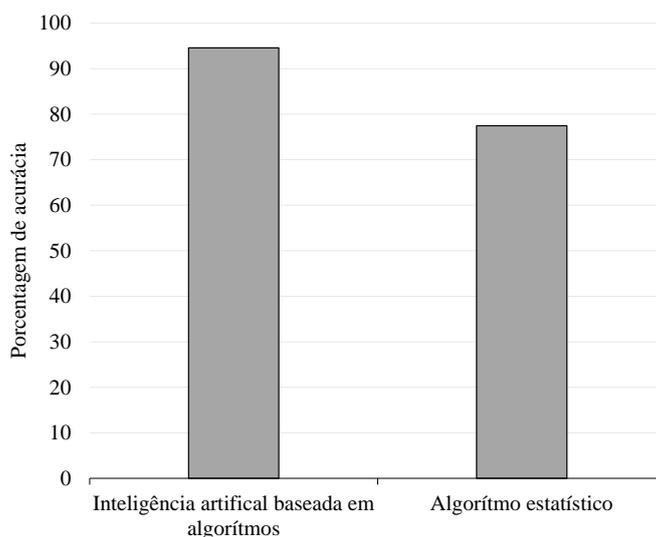


Figura 1.3: Comparação da acurácia de diferentes métodos para previsão de câncer.

Fonte: Adaptado de ARSLAN, M. T. A. [11]

1.2 MOTIVAÇÃO

Para o século XXI, a IA é uma aliada que gera previsões decisórias para o desenvolvimento da humanidade em diversas áreas do conhecimento. Na medicina, a IA, em alguns casos, está diagnosticando doenças [6, 12] com precisões iguais ou maiores que a do próprio ser humano. No mercado financeiro, as previsões futuras da IA [7] estão permitindo ações corretas dos economistas no mercado. Na ecologia, a tentativa de previsão da capacidade de um recurso hídrico à longo prazo para uma cidade permite boa margem de análise e validade [9] e assim segue em outras áreas.

A aplicação da IA na área da engenharia se tornou uma grande aliada dos profissionais da área para a elaboração otimizada de projetos, para previsão de novas variáveis possíveis num projeto, para atualização instantânea de dados, para revisão de dados essenciais, etc [1, 8]. A IA se mostra como uma ferramenta confiável e aplicável, capaz de entregar resultados desejados em um tempo satisfatório para utilização dos seus dados [1, 8].

O constante desenvolvimento de metodologias de IA possibilita aplicar na engenharia modelos capazes de prever comportamentos desejados para uma dada análise. Comportamentos não lineares são casos comuns da engenharia que não são avaliados de maneira lógica/linear. Contudo, a implementação da IA possibilita uma nova forma de avaliação confiável dos modelos avaliados na engenharia. A avaliação do comportamento mecânico dos materiais é definido com base em ensaios estabelecidos por regulamentações normativas. Contudo, a IA é uma ferramenta capaz de auxiliar e guiar a definição do comportamento dos materiais, se tornando uma nova alternativa para a obtenção de suas propriedades. Já existem proposições de redes neurais que promovem a previsão das propriedades mecânicas dos materiais metálicos a partir de determinados tipos de entradas. Murugesan et al. [13] propuseram uma rede neural artificial com aprendizado supervisionado e retro propagação que prevê o comportamento tensão por deformação de aços com médio carbono em altas temperaturas a partir de um conjunto de dados obtidos por dados experimentais. Merayo et al. [14] desenvolveram uma rede neural artificial com a capacidade de descrever o comportamento plástico de ligas de alumínio a partir de características próprias do material como dureza, tratamentos térmicos e composição química. Zhu et al. [15] apresentam uma rede neural que prevê as propriedades mecânicas de aços baixa liga a partir do fator de impacto, composição química e tratamento térmico dos materiais analisados.

1.3 OBJETIVO PRINCIPAL

O objetivo deste trabalho é propor uma inteligência artificial com base na metodologia de aprendizado profundo supervisionado por meio das redes neurais artificiais que consiga prever as propriedades mecânicas elásticas e plásticas de diferentes classes de aços, alumínio e cobs. A RNA apresenta uma arquitetura com multicamadas, alimentação direta e retro propagação.

1.3.1 Objetivo secundário

Para atingir o objetivo principal do trabalho, realiza-se uma sequência de etapas para a conclusão do mesmo. Dessa forma, a rede neural artificial é construída por meio de um aprendizado supervisionado de dados coletados de um modelo numérico elaborado no software Abaqus a partir de uma formulação de contato mecânico não conforme entre uma esfera e uma superfície plana. O modelo numérico é construído com base em condições de contorno e de contato definidos e validados analiticamente por meio da teoria de contato de Hertz. Para a construção do banco de dados, auxiliado pelo orientador e coorientador, é coletado referências de dados de diversos materiais utilizados na engenharia, como alumínio, aço e cobre. Após a definição da arquitetura final da rede, realiza-se um conjunto de análises das previsões da RNA frente às saídas esperadas com o objetivo de demonstrar a eficiência teórica do algoritmo. Por fim, é realizada a avaliação da eficiência da rede por meio da sua previsão a partir de dados de entradas coletados experimentalmente com o objetivo de demonstrar a eficácia do projeto em termos práticos.

1.4 ESTRUTURA DO TEXTO

O presente trabalho é dividido em 5 capítulos.

A introdução, capítulo 1, apresenta uma contextualização geral do projeto, onde pontua a motivação e a problemática existente que impulsionou a execução do atual trabalho. Junto a isso, apresenta o objetivo geral atendida do projeto.

A revisão teórica, capítulo 2, apresenta a teoria mínima e básica necessária utilizada para a construção completa do projeto. Nesse capítulo, são apresentados conceitos essenciais das propriedades mecânicas dos materiais metálicos, mecânica do contato, análise por elementos finitos, aprendizado de máquinas (machine learning) e análises estatísticas.

A metodologia, capítulo 3, apresenta a descrição das etapas para a elaboração do atual projeto. Nesse capítulo é apresentado as etapas e procedimentos realizados para a confecção, elaboração e tratamento do bando de dados para o aprendizado da inteligência artificial. Depois, elabora-se a metodologia utilizada para definição da arquitetura final da RNA do trabalho. Por fim, concretiza-se as rede neural artificial definitiva do trabalho, pontuando suas características e desempenhos finais.

No capítulo de resultados, capítulo 4, é apresentado os resultados obtidos do projeto. Nele, inicialmente é validado a eficiência teórica da rede, partindo para o final que consiste em demonstrar a e eficácia da mesma frente a dados coletados experimentalmente.

Por último, as conclusões, capítulo 5, apresentam as conclusões retiradas com os resultados obtidos e descritos no capítulo 4. Nele, são extraídos o que foi obtido após toda a execução do trabalho e todos os pontos observados, coletados e interpretados dos resultados adquiridos.

2 REVISÃO TEÓRICA

O objetivo desse capítulo é familiarizar o leitor com alguns conceitos básicos das propriedades mecânicas dos materiais metálicos, mecânica do contato, método de elementos finitos, aprendizado profundo e análises estatísticas. Com esse conhecimento, é possível o entendimento para o desenvolvimento do projeto proposto.

2.1 PROPRIEDADE MECÂNICA DOS MATERIAIS

Os materiais metálicos apresentam diferentes propriedades mecânicas de acordo com suas características físico-químicas. Para estudo e análise de suas propriedades, é comum praticar ensaios destrutivos nos mesmos, sendo os mais praticados os ensaios de tração, compressão e torção.

2.1.1 Ensaio de tração

O ensaio de tração é tradicionalmente o mais utilizado ensaio destrutivo para análise das propriedades mecânicas dos materiais metálicos. O ensaio consiste em aplicar uma carga puramente trativa distribuída uniformemente na seção transversal de um corpo de prova com o objetivo de fraturá-lo. Um dos intuitos desse ensaio é construir um diagrama que caracteriza o comportamento do material até sua ruptura, sendo o mesmo chamando de diagrama de tensão *versus* deformação. A figura 2.1 ilustra a curva Tensão *versus* deformação completa obtida por um ensaio de tração.

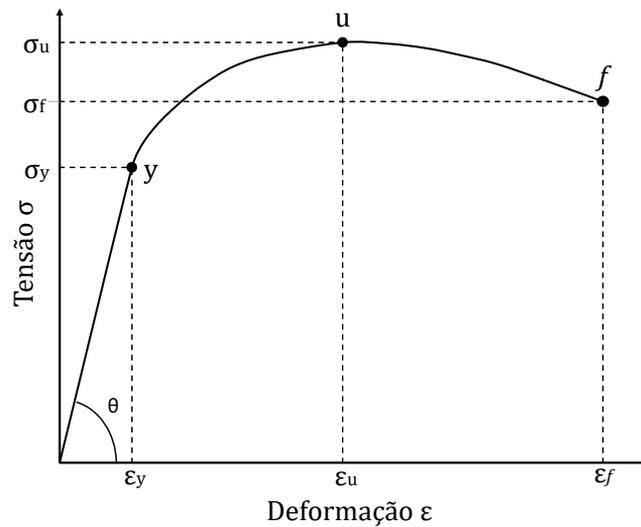


Figura 2.1: Diagrama Tensão *versus* Deformação de um material metálico dúctil.

Fonte: Adaptado de BUDYNAS, R. G. [16]

Com essa curva, obtém-se as propriedades mecânicas do material analisado [16]. Para este trabalho, as propriedades capazes de caracterizar quantitativamente e qualitativamente o comportamento do material metálico são o módulo de elasticidade (E), o limite de escoamento (LE), o coeficiente de encruamento (n) e o coeficiente de resistência (K). Cada um desses parâmetros é capaz de descrever o comportamento de materiais metálicos nos seus dois regimes predominantes, o regime elástico e plástico.

2.1.1.1 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade é uma propriedade mecânica que define a elasticidade do material. A figura 2.1 ilustra como obter essa propriedade por meio do diagrama tensão x deformação. O módulo de elasticidade consiste da tangente do ângulo θ [16] representado na figura, ou seja:

$$E = \tan \theta = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon^e} \quad (2.1)$$

O módulo de elasticidade define o grau de deformação do material. Um alto E revela que para altas tensões, há baixas deformações, logo o material é pouco elástico. Por outro lado, quanto menor o E , maior é sua deformação para baixas tensões, caracterizando-o como um material mais elástico.

O módulo de elasticidade é uma propriedade capaz de descrever o comportamento qualitativo e quantitativo do material. Na zona elástica, o material metálico se comporta conforme a Lei de Hooke [16, 17], descrita pela equação

$$\sigma = E \cdot \varepsilon^e \quad (2.2)$$

onde σ representa a tensão e ε^e a deformação elástica. Para o caso de um ensaio de tração, a deformação verdadeira é descrita por

$$\varepsilon = \ln \frac{l_f}{l_0} \quad (2.3)$$

onde l_0 consiste no comprimento inicial e l_f no comprimento instantâneo. Para um caso mais geral, como em ensaios de compressão, ε é representado por:

$$\varepsilon = \ln \frac{A_0}{A_f} \quad (2.4)$$

onde A_0 é a área da seção transversal inicial do material e A_f a área da seção transversal instantânea do material.

2.1.1.2 Limite de escoamento e Zona elástica

O limite de escoamento, representado por σ_y na figura 2.1, representa a tensão máxima para a qual o material mantém suas propriedades elásticas, sendo a zona elástica a região linear da curva do diagrama tensão *versus* deformação. Nele, o material se caracteriza pela lei de Hooke, ou seja, apresenta um comportamento elástico (linear). Dentro dessa zona, o material não perde suas características geométricas iniciais, ou seja, se aplicada um esforço que não ultrapasse o σ_y e depois liberado, o material terá uma recuperação de deformação de modo retorna à sua geometria inicial ($\varepsilon = 0$).

2.1.1.3 Zona Plástica

A zona plástica corresponde à região a partir do limite de escoamento até a ruptura total do material. O comportamento plástico é caracterizada pela deformação permanente, onde o material perde sua característica geométrica inicial. Logo, quando aplicada uma força que excede o limite elástico, o material apresentará uma nova característica geométrica. A figura 2.2 representa a deformação permanente do material quando dentro da zona plástica. Observa-se que quando a carga é liberada, ocorre um retorno da deformação (retorno elástico), permanecendo em uma deformação ε_p que é distinta da geometria inicial ($\varepsilon = 0$). Da figura 2.2, a zona plástica inicia no ponto y (limite de escoamento) e finaliza no ponto f (ruptura).

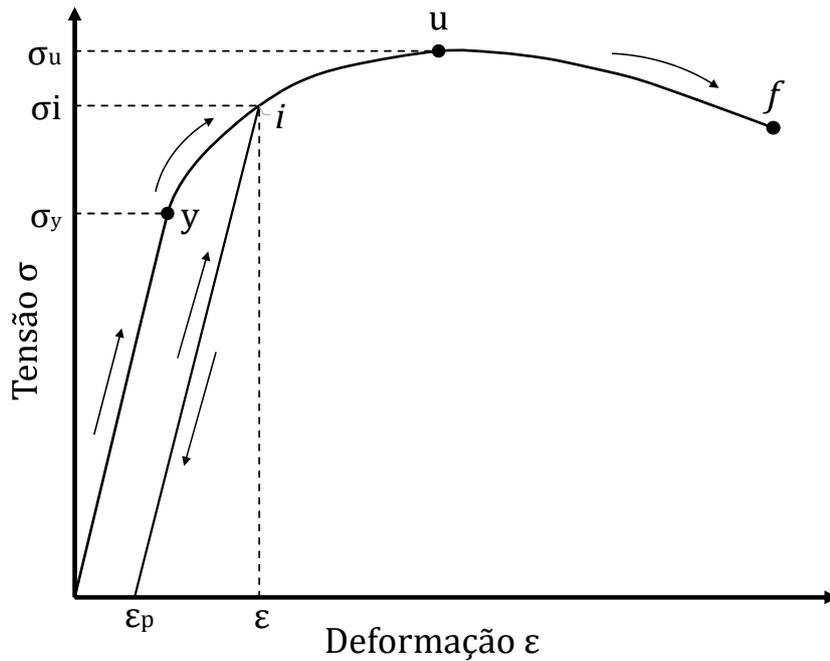


Figura 2.2: Consequência do descarregamento de carga.

Fonte: Adaptado do BUDYNAS, R. G. [16]

Na zona elástica, o material se comporta de acordo com a lei de Hooke como descrito na equação (2.2). Após o material exceder o limite elástico, o comportamento deixa de ser linear, logo a lei de Hooke não é válida. Para a região plástica, o comportamento de materiais metálicos pode ser aproximado pela equação de Ludwig - Hollomon [17]:

$$\sigma = \sigma_y + K \cdot \varepsilon_p^n \quad (2.5)$$

onde K representa o coeficiente de resistência, n o coeficiente de encruamento e ε_p a deformação plástica do material.

2.1.1.4 Coeficiente de encruamento e coeficiente de resistência

O coeficiente de encruamento e o coeficiente de resistência são propriedades plásticas dos materiais metálicos. O coeficiente de encruamento é relacionado ao processo de encruamento que um material metálico apresenta dentro da região plástica. Esse comportamento se caracteriza pelo endurecimento gradativo do material, onde, a medida que o material é submetido a maiores tensões, ele cria mais resistência, exigindo maiores tensões para manter a deformação. Assim, o coeficiente de encruamento de material é baseado no processo de endurecimento por deformação (encruamento). Ambos os coeficientes são obtidos quando se aplica ao diagrama tensão x deformação o logaritmo natural em ambos os eixos [18]. O resultado dessa aplicação gera o gráfico da figura 2.3.

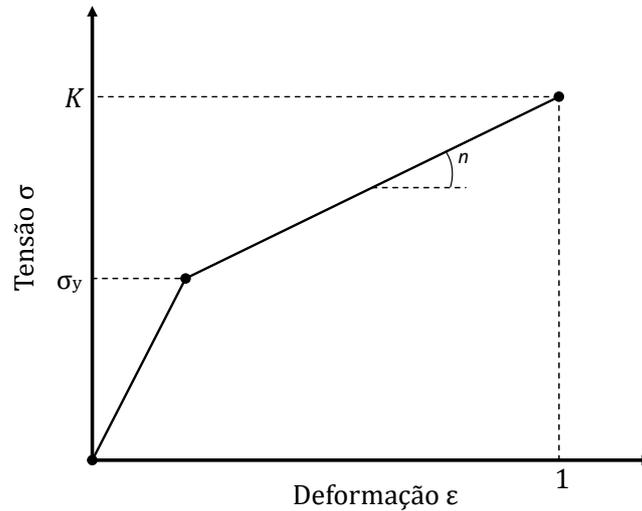


Figura 2.3: Resultado da aplicação do logaritmo natural em ambos os eixos.

Fonte: Adaptado CHIAVERINI, V [18]

Pela figura 2.3, identifica-se as zonas elásticas e plásticas. A primeira reta representa a zona elástica. A segunda representa a zona plástica. Assim, tomando a equação da reta como base (equação (2.6)), identifica-se a equação da reta da zona plástica (equação (2.7)). Portanto, obtém-se:

$$y = ax + b \quad (2.6)$$

$$\ln \sigma = \ln K + n \ln \varepsilon_p \quad (2.7)$$

Com isso, com a equação (2.6), alinhada à equação (2.7), tem-se:

$$b = \ln K$$

$$a = n$$

2.1.1.5 Zona de estricção

A zona de estricção é ponto na curva tensão x deformação onde ocorre uma instabilidade localizada. Também conhecida como "formação do pescoço", essa região gera uma concentração de tensão e deformação, tendo uma redução da área da seção transversal do material em uma taxa mais rápida, concentrado agora a tensão e deformação nesse pescoço. Na figura 2.1, o ponto de estricção é descrito pelo ponto u .

2.1.2 Ensaio de compressão

O ensaio de compressão é outro tipo de ensaio destrutivo utilizado para caracterização das propriedades mecânicas dos materiais. Diferentemente do ensaio de tração apresentado, o ensaio de compressão não apresenta o ponto de estrição e a falha do material ocorre em maiores deformações (em materiais dúcteis). Contudo, para materiais metálicos dúcteis como aços baixo carbono, alumínio e magnésio, a curva tensão x deformação de compressão é semelhante a curva sob ensaio de tração [19].

Por um ensaio de compressão se obtém também as propriedades E , σ_p , LE , n e K de forma semelhante como se obtém pelo ensaio de tração. O ensaio de compressão é utilizado principalmente quando se deseja avaliar o comportamento dos materiais frágeis ou para avaliação de materiais dúcteis em grandes deformações.

2.1.2.1 Tipos de ensaios de compressão

Existem diferentes tipos de ensaios de compressão, que variam de acordo com a necessidade de análise e com o tipo de material. Os ensaios de dureza são um exemplo de ensaio de compressão para o qual uma ferramenta específica gera uma marcação em um material definido, deformando-o plasticamente e marcando permanentemente o corpo de prova. O ensaio tem como principal objetivo definir a dureza do material. A figura 2.4 ilustra uma máquina de ensaio de dureza universal e uma máquina de microdureza.

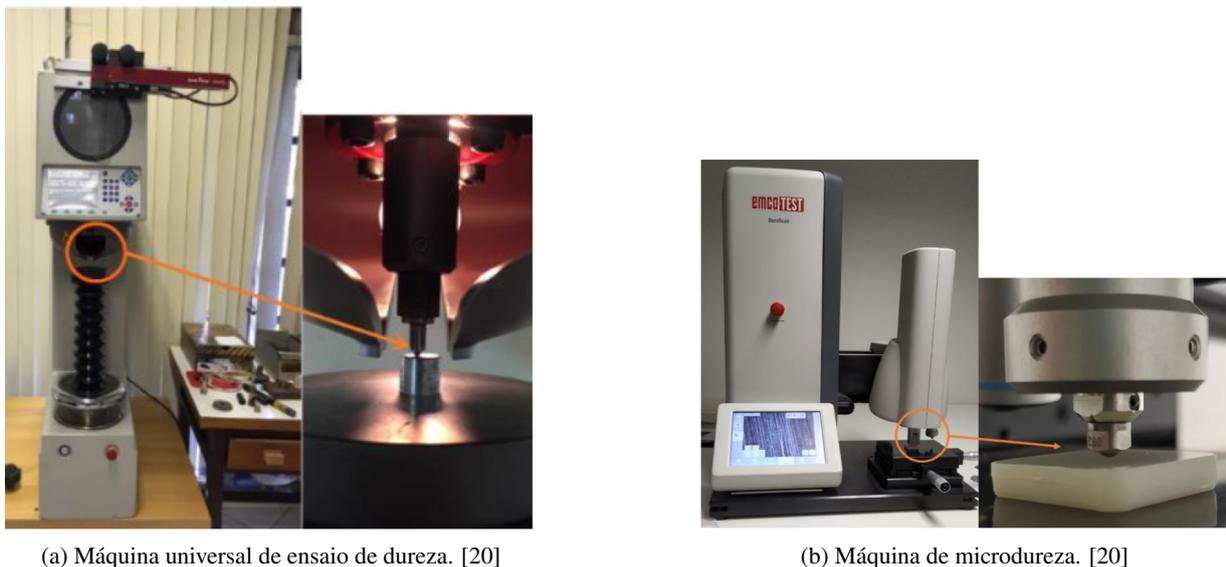


Figura 2.4: Máquinas de ensaio de dureza.

Fonte: AMARAL, T. L. [20]

Do atual projeto, é utilizado como referência os ensaios de dureza Brinell e Rockwell (B, E e F), pois ambos utilizam ferramentas esféricas (figura 2.5) para marcação do material analisado. O

modelo numérico adotado do projeto, descrito na seção 3.1, tem como base construtiva geométrica esses ensaios.



Figura 2.5: Ferramenta para ensaios de dureza Brinell.

Fonte: Dimas ferramentas. [21]

2.2 MECÂNICA DO CONTATO

2.2.1 Conceitos básicos

A mecânica do contato é uma área que estuda um tipo específico de contato denominado de contato não conforme [22, 23]. Esses contatos são caracterizados quando o contato inicial entre sólidos ocorre em um ponto ou linha (elementos uni dimensionais). Para esses casos, quando um esforço externo é aplicado a um dos corpos, a linha/ponto se transforma em uma área e como consequência o estado de tensões e deformações se modificam de forma não linear. Para contatos não conformes, a área de contato é muito menor que as dimensões dos sólidos.

A configuração de contato representada na figura 2.6 descreve um contato não conforme entre duas esferas. O contato inicial é definido por um ponto no espaço. A medida que ocorre um incremento de força, o ponto se transforma em uma área. O comprimento $2a$ da figura 2.6 ilustra o comprimento de contato gerado por consequência da força F . A configuração 2.7 também é um contato não conforme, tendo uma linha como elemento de contato inicial. Novamente, com o incremento da força, a linha se torna uma área.

Dessas configurações, o estado de tensão e deformação se modifica de acordo com a região de contato, apresentando um estado de tensão variável do centro de contato até a região final do contato ($x = a$). A figura 2.8 demonstra o diagrama de contato não conforme. A pressão máxima ocorre em $x = 0$ e reduz até o ponto final de contato $x = a$ onde as tensões tendem a zero.

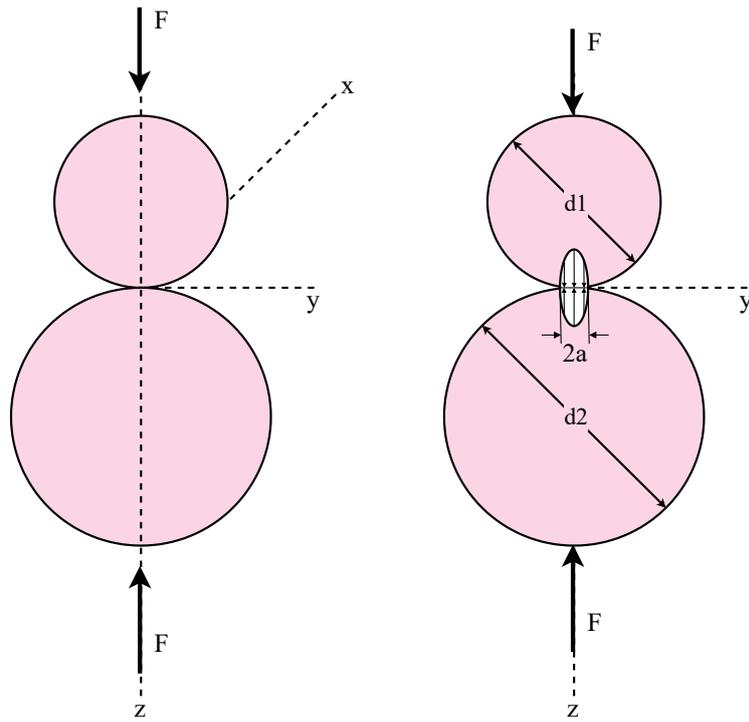


Figura 2.6: Contato esfera-esfera.

Fonte: Adaptado de BUDYNAS, R. G. [16]

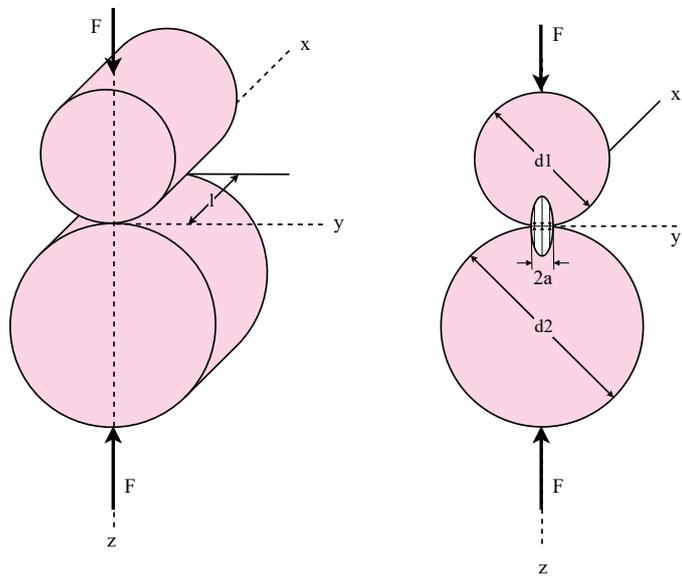


Figura 2.7: Contato cilindro-cilindro.

Fonte: Adaptado de BUDYNAS, R. G. [16]

2.2.2 Teoria linear elástica de Hertz

Heinrich Hertz abordou o comportamento de contato mecânico entre dois sólidos elásticos. Sua teoria é baseada no cálculo analítico das tensões de contato. A Teoria de Hertz [24] assume simplificações para definição da análise analítica:

- Os corpos em contato são restritos à zona elástica (sólidos perfeitamente elásticos);
- As superfícies são contínuas e não conformes (Comprimento de contato \ll Raio);
- As deformações são pequenas;
- Não há atrito no contato.

O diagrama da figura 2.8 descreve a geometria de contato não conforme, onde a equivale ao semi comprimento de contato, R o raio do sólido, $p(x)$ as tensões na direção normal e $q(x)$ as tensões tangenciais.

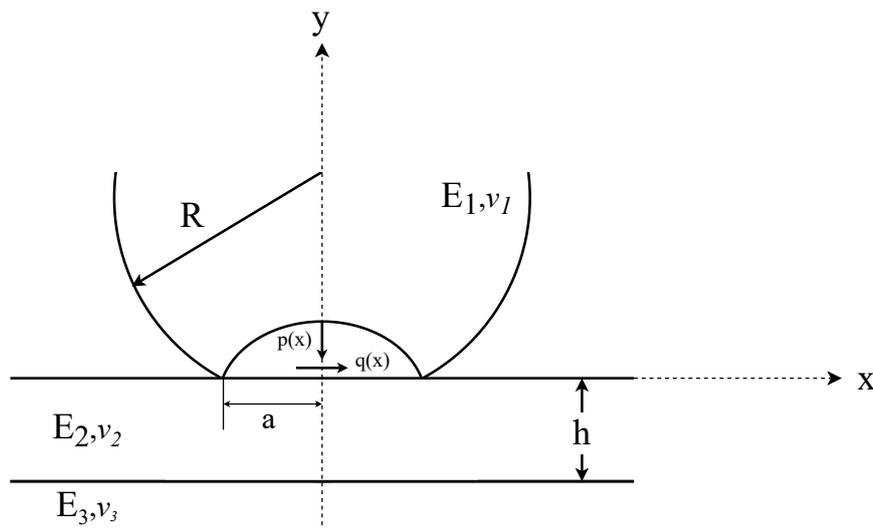


Figura 2.8: Diagrama de um contato mecânico não conforme.

Fonte: Adaptado DUARTE, E. N. [25]

Hertz demonstrou analiticamente em sua teoria os resultados das análises de contatos para modelos como os descritos nas figuras 2.6 e 2.7.

2.2.3 Contato Esfera-Esfera

O contato não conforme entre duas esferas elásticas é um caso para o qual o carregamento inicial ocorre por um ponto. A medida que a força externa é aplicada, o ponto se transforma em

uma área de contato. Hertz [24] propôs que a distribuição de pressão de contato p é dada por

$$p = p_0[1 - (r/a)^2]^{1/2} \quad (2.8)$$

onde r corresponde a um ponto de contato entre os sólidos no eixo x (figura 2.8), tendo seu valor máximo em $x = a$ e p_0 é a pressão máxima de contato localizada em $x = r = 0$. O deslocamento normal do sistema (u_y) é formulado por [22]

$$u_y = \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{\pi p_0}{4a} (2a^2 - r^2), \quad r \leq a \quad (2.9)$$

Sendo a condição de contorno para deslocamento definido por

$$u_{y1} + u_{y2} = \delta - (1/2R)r^2 \quad (2.10)$$

$$R = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (2.11)$$

onde δ consiste na penetração mútua total entre os sólidos, u_{y1} o comprimento de deformação de um dos sólidos, u_{y2} o comprimento de deformação do segundo sólido e R o raio equivalente (R_1 e R_2 são os raios das esferas). Com isso, substitui-se (2.9) na equação em (2.10) obtendo

$$\frac{\pi p_0}{4aE^*} (2a^2 - r^2) = \delta - (1/2R)r^2 \quad (2.12)$$

onde:

$$E^* = \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)^{-1} \quad (2.13)$$

$$a = \frac{\pi p_0 R}{2E^*} \quad (2.14)$$

$$\delta = \frac{\pi a p_0}{2E^*} \quad (2.15)$$

A força externa de compressão aplicada F é calculada por

$$F = \int_0^a p(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2 \quad (2.16)$$

Com o valor de F , é usual definir [22] as variáveis das equações 2.17 e 2.15 em função de F

$$a = \left(\frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (2.17)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R} = \left(\frac{9F^2}{16RE^*} \right)^{1/3} \quad (2.18)$$

$$p_0 = \frac{3F}{2\pi a^2} = \left(\frac{6FE^*}{\pi^3 R^2} \right)^{1/3} \quad (2.19)$$

Da teoria de Hertz [22], o problema esfera-esfera é tratado como uma análise axi-simétrica em coordenadas cilíndricas (r , θ e z), tendo o eixo y como o o eixo de referência da rotação (coordenada θ). Outra observação para a teoria de Hertz é aproximar o modelo esfera-esfera a um modelo esfera e superfície plana, adotando que R_1 ou R_2 seja igual a ∞ da equação (2.11), assim

$$R = R_1 \text{ ou } R = R_2 \quad (2.20)$$

2.3 O MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A análise por elementos finitos (FEA) tem como base decompor (discretizar) um domínio em um número finito de subdomínios para realizar uma aproximação por meio de métodos residuais variacionais ou ponderados. A discretização consiste em dividir o domínio em pequenos elementos e então aplicar funções de aproximação em cada elemento. Essas funções são definidas de acordo com o tipo de análise a ser analisada e o tipo de elemento utilizado. A análise por elementos finitos segue as seguintes etapas [26]:

- Discretização do domínio em um número finito de elementos (subdomínios);
- Seleção das funções de interpolação;
- Desenvolvimento das funções de interpolação de acordo com o domínio analisado;
- Imposição das condições de contorno;
- Definição das equações para solução.

Para o desenvolvimento da análise por elementos finitos, um sistema global de equação é estabelecido para solução dos problemas. Para o método de elementos finitos para mecânica dos sólidos é utilizado o princípio mínimo de energia potencial. Nas próximas subseções será descrito com mais detalhes esse método.

2.3.1 Nós

O objetivo da FEA é discretizar um domínio em elementos onde cada elementos compartilha informações um com o outro. Esse compartilhamento ocorre nos nós (figura 2.9). Os nós estão no espaço sujeitos à graus de liberdade e ativos para condições físicas. Devido esses graus de liberdade, os nós e o domínio como um todo estão sujeitos à fenômenos físicos. A tabela 2.1 descreve a relação grau de liberdade e suas respectivas relações.

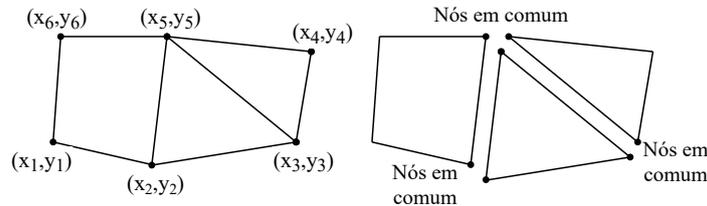


Figura 2.9: Subdomínios (elementos).

Fonte: MADENCI, E.; GUVEN, I. [26]

Tabela 2.1: Graus de liberdade associados ao vetor força.

ÁREA	GRAU DE LIBERDADE	VETOR FORÇA
Sólidos/Estrutural	Deslocamento	Força mecânica
Condução de calor	Temperatura	Fluxo de calor
Fluido Acústico	Deslocamento potencial	Velocidade particular
Escoamento Potencial	Pressão	Velocidade particular
Escoamentos em geral	Velocidade	Fluxo
Eletroestática	Potencial elétrico	densidade de carga
Eletromagnetismo	Potencial Elétrico	intensidade magnética

2.3.2 Elementos

A geometria de um domínio pode ser discretizado por uma linha, área ou volume de acordo com as propriedades do domínio. Nas extremidades dos elementos (vértices) estão presentes os nós, onde é a região de análise e compartilhamento de informações entre os elementos. A figura 2.10 apresenta exemplos de elementos de acordo com o tipo do domínio.

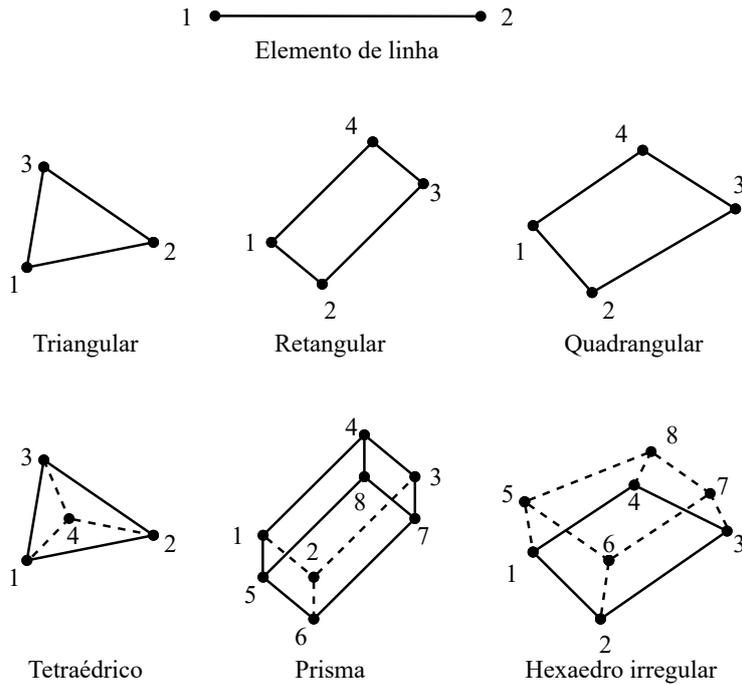


Figura 2.10: Tipos de elementos com seus respectivos nós.

Fonte: Adaptado de MADENCI, E.; GUVEN, I. [26]

2.3.3 Condições de contorno

As condições de contorno são os parâmetros definidos responsáveis por especificar um problema. As condições de contorno são responsáveis por definir o comportamento dos graus de liberdade dos nós de um elemento de um domínio discretizado. Como os nós são pontos de compartilhamento de informações entre diferentes elementos, as condições de contorno são responsáveis por definir localmente e globalmente o comportamento do domínio.

As condições de contorno de tensão e força são definidas pela condição de tração [26, 27]:

$$t_i = \sigma_{ij} n_j \quad (2.21)$$

onde σ_{ij} remete à tensão na direção ij , f_{ij} a força na direção ij e n_j consiste do vetor normal referente à superfície do domínio de aplicação da condição de contorno. Para um nó i na superfície do domínio Γ , a condição de tração T é especificada globalmente como:

$$T = \sum_e \int_{\Gamma} N_i t_i d\Gamma \quad (2.22)$$

onde N_i é função de forma que será descrita na seção 2.3.5.1. A condição de contorno de deslocamento total é dado pela variável U_i , onde essa é definido pela posição inicial X_i e pelo deslo-

camento do corpo u_i , logo

$$U_i = X_i + u_i \quad (2.23)$$

2.3.4 Condição de contato

Para problemas onde os deslocamentos de fronteira são pequenos, pode-se construir o modelo de contato por meio dos nós. Para que isso seja possível, a malha dos elementos envolvidos deve estar alinhada. O presente documento caracteriza dois sólidos distintos, um sendo mestre e o outro secundário.

Definindo o corpo mestre como m e s como o secundário, define-se a lacuna (*gap*) ou g entre os copos como [27]:

$$g = U_s - U_m = (X_s - u_s) - (X_m - u_m) = (X_s - X_m) + (u_m - u_s) \quad (2.24)$$

onde U_i é descrito na equação (2.23). Junto a isso, a lacuna é caracterizada como:

$$g \begin{cases} > 0; \text{ Sem contato} \\ = 0; \text{ Contato} \\ < 0; \text{ Penetração} \end{cases} \quad (2.25)$$

Para os nós onde g é negativo ou zero, é necessário impor a condição de restrição (contato). Logo, utiliza-se, no atual projeto, a abordagem de restrição do tipo multiplicador de Lagrange. Essa abordagem consiste em multiplicar a lacuna da equação (2.24) pelo próprio multiplicador de Lagrange. Disso, atribui-se para cada par de nó, na qual é imposto a restrição, um termo variacional:

$$\Pi = \int_{\Gamma_c} t_{\Gamma}^T (U_s - U_m) d\Gamma_c \approx \lambda_n g \quad (2.26)$$

onde t_{Γ} é a tração de superfície, x_s é a posição do corpo secundário na superfície, x_m é a posição do corpo mestre na superfície, λ_n o multiplicador de Lagrange e g a lacuna do equação (2.24). Adiciona-se a primeira variação de Γ_c nas equações variacionais utilizadas na solução geral. A primeira variação da equação (2.26) é dada por:

$$\delta \Gamma = \delta \lambda_n g + (\delta u_s - \delta u_m) \lambda = \begin{bmatrix} \delta u_s & \delta u_m & \delta \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_n \\ -\lambda_n \\ g \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Com isso, identifica-se λ_n como uma força aplicada em cada nó para prevenir qualquer penetração. Para um caso simples de contato sem atrito, atribui-se uma simplificação $x_m = x_s$, para

o qual é chamada de eliminação de restrição e pode ser usada para reduzir o número geral de incógnitas.

2.3.5 Função de aproximação

A diferença de uma dada variável de campo ϕ sobre um elemento da malha é aproximada por meio de uma função de aproximação [26, 27]. Essa é dada em uma forma de função polinomial descrita em uma dimensão como:

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^{n+1} \beta_k x^{k-1} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} P_0 &= \beta_1 \\ P_1 &= \beta_1 + \beta_2 x \\ P_2 &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 x^2 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Para duas dimensões:

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^{(n+1)(n+2)} \beta_k x^i y^j; \quad i + j \leq n \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} P_0 &= \beta_1 \\ P_1 &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y \\ P_2 &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Nas equações, n equivale à ordem do polinômio e β uma constante. A ordem do polinômio da função de aproximação é definida pelo número de nós em um elemento, ou seja, β_i deve ser igual ao número de nós no elemento. Para um caso geral a ordem 0, 1 e 2 dos polinômios equivale, respectivamente, a elementos constantes, lineares e quadráticos.

2.3.5.1 Função de forma

As funções de forma são um subconjunto das funções de aproximação. As funções de forma N_i são associadas às as variáveis de campo ϕ_i de cada nó i [26, 27]:

$$\phi(x) = N_1 \phi_1 + N_2 \phi_2 + N_3 \phi_3 + \dots + N_{m-1} \phi_{m-1} + N_m \phi_m \quad (2.32)$$

onde ϕ é um polinômio descrito de acordo com as equações 2.28 e 2.30. As propriedades da função de forma são definidas em relação à localização x de um nó i :

1. $N_i = 1$ se $x = x_i$;

2. $N_i = 0$ se $x \neq x_i$;
3. $\sum_{i=1}^m N_i = 1$.

2.3.6 Sistema de coordenadas naturais

As coordenadas naturais são um sistema que especifica um ponto específico dentro do elemento cujo a magnitude absoluta não ultrapassa a unidade [26]. A principal função desse sistema de coordenadas é especificar um ponto do elemento da malha associados aos nós do elemento.

Como o atual projeto aborda elementos com geometria quadrangular, por meio um sistema de coordena natural em duas dimensões (ξ, η) , define-se por $\eta = 1$, $\eta = -1$, $\xi = 1$ e $\xi = -1$ como as coordenadas naturais dos vértices (nós) de um elemento com forma quadrangular de geometria genérica em coordenadas cartesianas (figura 2.11).

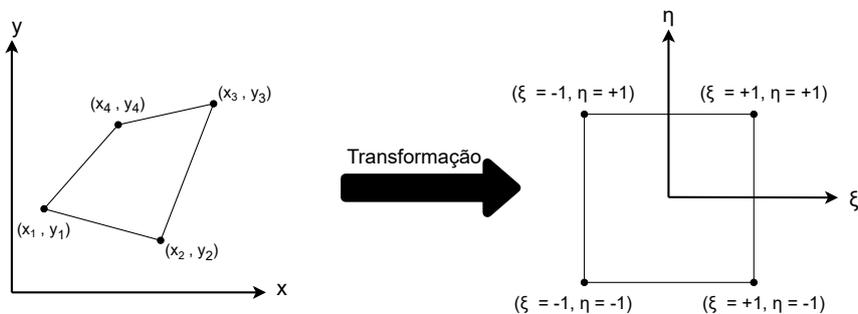


Figura 2.11: Transformação de coordenadas cartesianas para coordenadas naturais

Fonte: Adaptado de MADENCI, E.; GUVEN, I. [26]

A transformação das coordenadas cartesianas em coordenadas naturais necessita de um termo jacobiano J para promover a transformação das coordenadas. O jacobiano é descrito por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

2.3.7 Avaliação numérica de integrais

As integrações utilizadas nas equações de elementos finitos são feitas por um método de aproximação chamado de quadratura de integração Gauss-Legendre [26, 27]. O método utiliza pontos definidos na geometria do elemento (pontos de Gauss) para gerar acurácia do cálculo.

A quadratura Gaussiana integra uma função como:

$$\int_{-1}^1 f(\xi) |J| d\xi \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i) w_i \quad (2.34)$$

onde $f(\xi)$ é a função desejada para integração, ξ o número de pontos de Gauss (dependente do grau do polinômio interpolador) e w_i são os pesos. Uma fórmula com n -pontos é integrado por exato quando o polinômio interpolador é da ordem de $2n - 1$.

O número mínimo de pontos de Gauss possíveis é definido por:

1. Elementos os quais o jacobiano $|J|$ são integrados exatamente;
2. Matriz de rigidez é classificada completamente.

O primeiro caso é utilizado para casos com materiais lineares em baixas deformações. O segundo, é aplicado para casos lineares e não-lineares. Quando utilizado a integração com ordem completa, é dito que o modelo é resolvido com integração completa. Quando se utiliza um ordem menor para integração, denomina-se o modelo como integração reduzida.

A integração completa gera resultados melhores quando o determinante do jacobiano é constante ($\det(J) = \text{constante}$), em outras palavras, quando os elementos apresentam pequenas distorções. A integração reduzida é utilizada para reduzir o tempo de solução da análise e também em casos com elementos distorcidos, uma vez que a integração deixa os elementos mais flexíveis e aplicáveis para esse caso.

2.3.7.1 Integral de áreas

A integração de uma área é dada por:

$$I = \int_a^b \int_c^d f(x, y) dx dy \quad (2.35)$$

e pode ser escrito por

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) |J| d\xi d\eta \quad (2.36)$$

onde

$$|J| = \det \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Utilizando o método da quadratura gaussiana (equação (2.34)):

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) |J| d\xi d\eta \approx \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j f(\xi_i, \eta_j) |J(\xi_i, \eta_j)| \quad (2.38)$$

A partir do mapeamento de um quadrilátero definido com coordenadas globais, converte-se o mesmo em coordenadas naturais (figura 2.12). Assim, obtém-se os pontos de gauss (figura 2.13) para solução da integral da equação (2.38).

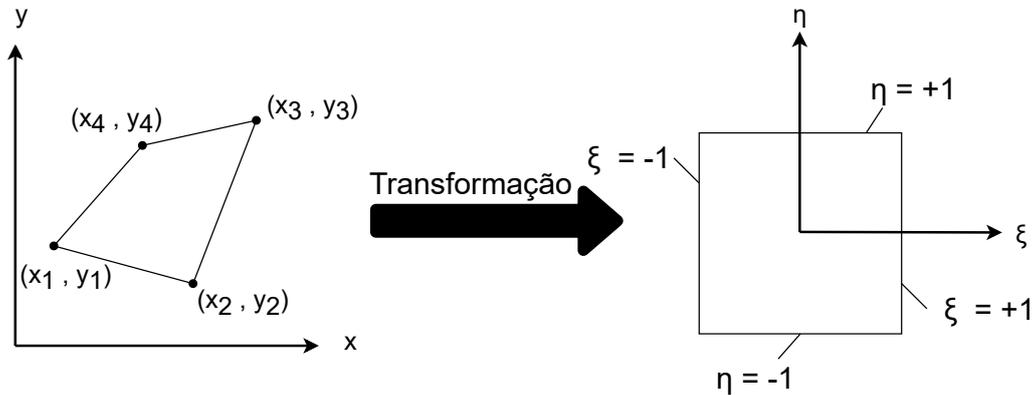


Figura 2.12: Transformação de coordenadas globais para naturais

Fonte: Adaptado de MADENCI, E.; GUVEN, I. [26]

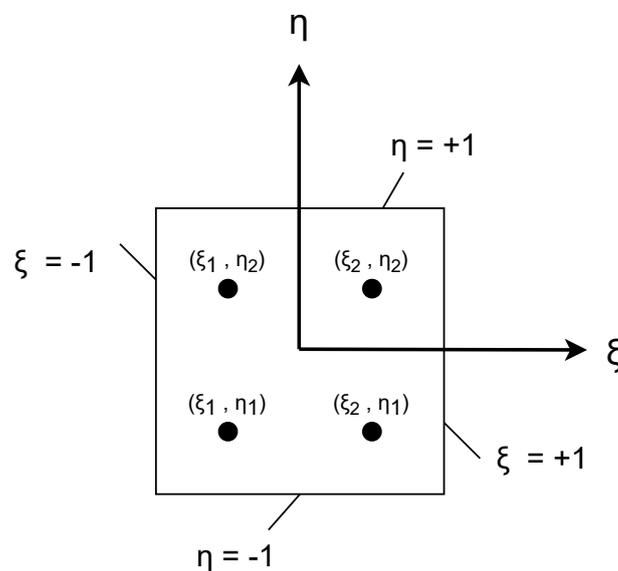


Figura 2.13: Pontos de Gauss em um elemento quadrado

Fonte: Adaptado de MADENCI, E.; GUVEN, I. [26]

2.3.8 Relações constitutivas para mecânica dos sólidos

A equação de equilíbrio de energia potencial para um elemento é dada por

$$\sigma_{ij} + b_i = \rho \ddot{u}_i \quad \text{ou} \quad \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (2.39)$$

onde σ_{ij} é tensor de Cauchy, ρ é a densidade e b_i são as componentes das forças de campo. A forma fraca para equação de equilíbrio do sistema pode ser escrita como

$$\pi_p = \int_{\Omega} [\rho \ddot{\mathbf{u}} - \boldsymbol{\sigma} - \mathbf{b}] d\Omega \quad (2.40)$$

onde Ω representa o domínio de interesse. A equação (2.40) pode ser decomposta de forma a destacar cada parâmetro da equação de equilíbrio. Dessa forma, tem-se

$$\pi_p = \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{t} d\Omega \quad (2.41)$$

onde Γ representa o contorno/superfície do domínio de interesse. Definida a equação final de equilíbrio (equação (2.41)), sua minimização ou energia mínima requer que

$$\frac{\partial \pi_p}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad (2.42)$$

2.3.8.1 Forma fraca

A equação de equilíbrio (2.41) representa a equação global de um elemento que pode ser reduzida na forma

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{P}(\boldsymbol{\sigma}) = \mathbf{f} \quad (2.43)$$

onde

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} d\Omega; \quad \mathbf{P}(\boldsymbol{\sigma}) = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega \quad \text{e} \quad \mathbf{f} = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{N}^T \mathbf{t} d\Omega \quad (2.44)$$

e

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 & N_{i,y} \\ 0 & N_{i,y} & 0 & N_{i,x} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

No presente projeto, adota-se uma formulação em condição quasi-estática. Como consequência, $\ddot{\mathbf{u}} = 0$. Logo, a equação (2.43) se reduz a

$$P(\sigma) = f \quad (2.46)$$

2.3.8.2 Solução linear

Para o caso onde o material está em sua fase elástica, a lei de Hooke é escrita na forma tensorial como

$$\sigma = D\varepsilon \quad (2.47)$$

onde

$$D = \frac{E}{(1+v)(1-2v)} \begin{bmatrix} 1-v & v & v & 0 \\ v & 1-v & v & 0 \\ v & v & 1-v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2v}{2} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{zz} & \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

$$\sigma^T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx}^T & \sigma_{yy} & \sigma_{zz} & \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Junto a isso, o tensor força (P) pode ser escrito como

$$P(\sigma) = \left(\int_{\Omega} B^T D B d\Omega \right) u = k u \quad (2.51)$$

onde k representa a matriz elástica de rigidez. Com isso, a obtenção dos resultados ocorre utilizando as relações apresentadas junto as condições de contorno impostas ao sistema.

2.3.8.3 Solução não linear

Para solução não linear de problemas em elementos finitos, utiliza-se um método discreto de aproximações/incrementos sucessivos para obtenção das variáveis. A equação (2.46) para o caso não linear depende do tempo discreto t_{n+1} e pode ser escrita na forma

$$\Psi_{n+1} = f_{n+1} - P_{n+1} = 0 \quad (2.52)$$

com

$$\mathbf{P}_{n+1} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma}_{n+1} d\Omega = \mathbf{P}(\mathbf{u}_{n+1}) \quad (2.53)$$

No atual projeto, a resolução do método de aproximação sucessiva é realizado implicitamente. Para esse caso, utiliza-se o método de Newton-Raphson (NR) para resolução do processo de incrementos sucessivos. O método iterativo de NR pode escrito como

$$\Psi_{n+1}^{i+1} \approx \Psi_{n+1}^i + d\Psi_{n+1}^i = 0 \quad (2.54)$$

onde, para f_{n+1} independente da deformação, o incremento da equação (2.52) é dado por:

$$d\Psi_{n+1}^i = \frac{\partial \mathbf{P}_{n+1}^i}{\mathbf{u}_{n+1}^i} d\mathbf{u}_{n+1}^i \quad (2.55)$$

e a solução é atualizada por

$$\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{u}_{n+1}^i + d\mathbf{u}_{n+1}^i \quad (2.56)$$

com

$$\frac{\partial \mathbf{P}_{n+1}^i}{\mathbf{u}_{n+1}^i} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_T^i \mathbf{B} d\Omega = \mathbf{k}^i \quad (2.57)$$

Para o caso onde o material se apresenta comportamento não linear, o tensor D também apresenta comportamento não linear e pode ser determinado por meio de um processo iterativo a partir da imposição do princípio de trabalho virtual. Neste projeto, esse método iterativo utiliza como referência valores estabelecidos pela relação σ com ε em grandes deformações.

2.4 APRENDIZADO PROFUNDO

Aprendizado profundo (DL) é uma sub área do aprendizado de máquinas (ML) que consiste de um algoritmo (figura 2.14) que tem o objetivo de interpretar e prever uma resposta desejada [28]. Essa previsão é realizada por meio dos princípios básicos de construção de uma ML [29]:

- Entradas;
- Exemplos de previsões esperada;
- Algoritmo capaz de avaliar a previsão.

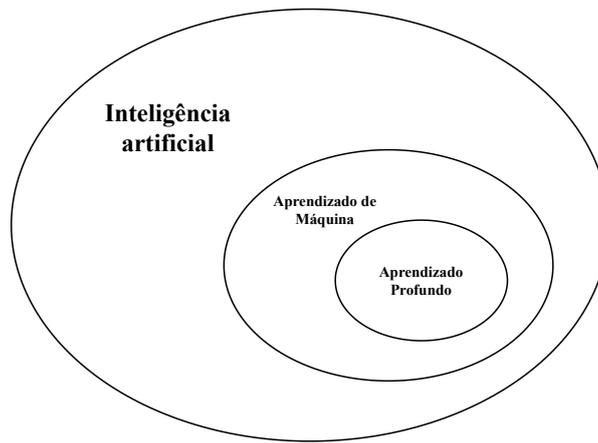


Figura 2.14: Áreas da inteligência artificial.

Fonte: Adaptado de CHOLLET, F. [29]

Esses três fatores são as propriedades mínimas necessárias para construção de uma ML capaz de gerar uma previsão adequada. O DL é uma área com o objetivo mais exclusivo, onde seu diferencial é prever respostas mais complexas. Tradicionais ML são utilizadas para previsão de comportamentos lineares, enquanto que o DL busca prever comportamentos não lineares [28, 29]. A grande diferença entre esses métodos é a quantidade de parâmetros de análise e a construção/arquitetura do método.

O método de ML e DL tem como objetivo “aprender” uma informação a partir de entradas/saídas e depois conseguir prever respostas. Esse método é chamado de aprendizado supervisionado e consiste da leitura e interpretação das entradas seguidas de uma previsão adequada. A partir disso, o programa compara suas previsões com as saídas esperadas, refinando cada vez mais sua previsão até atingir um erro mínimo estabelecido. Dessa forma, o algoritmo de uma ML busca executar um conjunto de iterações até atingir um erro adequado de modo a promover uma previsão utilizável.

Para o DL, a construção do algoritmo é baseada nas redes neurais artificiais (RNA), onde seu princípio de funcionamento é baseado no comportamento de um neurônio humano. A figura 2.15 representa uma construção/arquitetura básica de uma RNA.

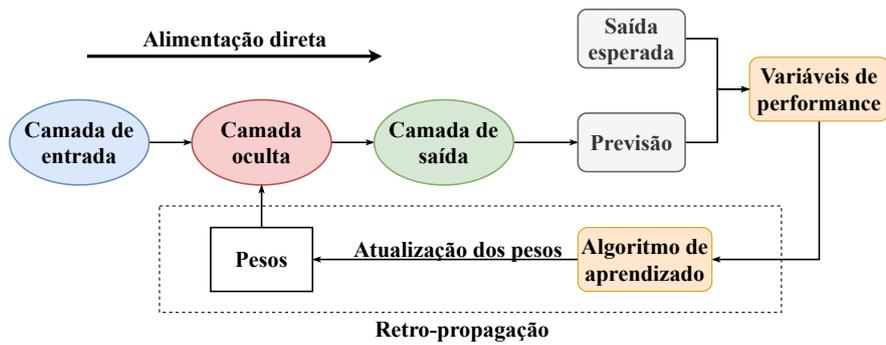


Figura 2.15: Arquitetura simplificada de uma Rede Neural Artificial.

Da figura 2.15, cada parâmetro apresenta uma função diferente e importante para o resultado final. A decisão para cada parâmetro é definida de acordo com a necessidade da previsão e das entradas. Os parâmetros avaliados individualmente são:

- Entradas;
- Pesos;
- Camadas;
- Saída;
- Variáveis de performance;
- Função de aprendizado;

A RNA tem como principal objetivo encontrar valores de pesos capazes de gerar uma previsão de resultados adequados. O termo retro-propagação (BP) remete às etapas cíclicas de atualização de pesos representada na figura 2.15. A atualização de pesos ou BP é feito utilizando uma função de aprendizado que utiliza variáveis para o monitoramento do aprendizado da rede de maneira à estabelecer/controlar os erros e previsões. Dessa forma, a conclusão do "aprendizado" ocorre quando os pesos estão com valores que geram previsões com erros dentro de um limite estabelecido.

Após a conclusão do aprendizado da inteligência, uma etapa de teste deve ser realizado, com o objetivo de validar a previsão da RNA. Nessa etapa, avalia-se novamente o erro por meio da avaliação da previsão com a saída esperada.

2.4.1 Entradas

As entradas são um conjunto de dados utilizados para promover o aprendizado supervisionado e a previsão. A quantidade de dados de entrada e a tratamento dos mesmos são importantes para a acurácia do aprendizado. O tamanho do banco de dados é diretamente proporcional ao

desempenho da rede neural [28], então, quanto maior a quantidade de amostras dentro do banco de dados, melhor será seu aprendizado e, como consequência, melhor a previsão.

O tratamento dos dados é outra etapa importante para as entradas. É de grande prática que as entradas tenham valores entre 0 a 1 ou de -1 a 1 [28, 29]. Isso é utilizado, pois, da literatura [29], essa prática se mostra eficiente para uma convergência de aprendizado mais rápido. Dessa forma, caso as entradas possuam valores fora dos intervalos citados, recomenda-se [29] normalizar as entradas ou aplicar um método capaz de incluir os novos valores de entradas no intervalo citado.

Por fim, a decisão das entradas é outra etapa fundamental para a eficiência da RNA. Tanto as entradas como as saídas devem apresentar uma relação entre eles, em outras palavras, deve-se haver uma lógica entre elas. Como já dito anteriormente, a essência da RNA é simular um neurônio humano, logo a rede neural artificial busca funcionar como a mente humana de forma a manter uma ligação lógica entre as entradas e saídas.

2.4.2 Pesos

Os pesos são um dos parâmetros principais de uma rede neural artificial. Eles impactam diretamente na previsão final. O termo retro-propagação se refere à atualização dos pesos de forma que a previsão final se aproxime cada vez mais da saída esperada.

A figura 2.15 representa 1 iteração da RNA, ou seja, uma rodada de atualização de pesos. A quantidade de iterações é um termo que depende dos outros parâmetros da RNA. Contudo, o número de iterações deve ser de tal tamanho que a RNA defina pesos adequados que consigam prever resultados com baixos erros e valores adequados.

2.4.3 Camadas

As camadas ou, como chamadas no aprendizado profundo, camadas ocultas são os parâmetros onde ocorrem a transformação dos valores de entrada. Sua função é manipular as entradas de forma que no final de 1 iteração, a RNA realize uma previsão de resposta.

Dentro das camadas estão contidos os “neurônios”. Eles são os responsáveis diretos pela transformação dos valores numéricos das entradas junto aos pesos. A figura 2.16 descreve a relação entre as camadas, as entradas e os pesos. Dessa figura, observa-se que há apenas um neurônio e que todas as entradas se relacionam a ele. Também, observa-se que cada entrada apresenta um peso definido cada um por $w_{1,2,3}$. Essas análises são globais, ou seja, todas as entradas se relacionam com todos os neurônios e cada relação entrada-neurônio apresenta 1 peso.

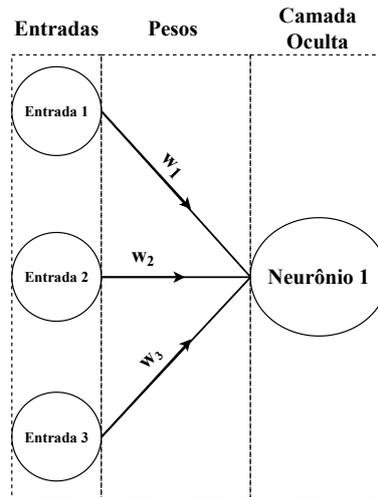


Figura 2.16: Representação da relação entre as entradas, pesos e camadas

Uma das diferenças de um algoritmo de aprendizado de máquinas tradicional para um aprendizado profundo é o número de camadas e neurônios utilizados. Na literatura, diferentes autores [28, 29] pontuam que existem um número específico de neurônios e camadas onde a ML se torna profunda, ou seja, é considerada aprendizado profundo. O número de camadas e neurônios é algo dependente da necessidade da RNA, ou seja, o valor desses parâmetros é algo que deve ser analisado de acordo com a demanda e do comportamento de aprendizado da RNA.

2.4.3.1 Transformação dos valores de entrada

Como dito anteriormente, o DL transforma os valores de entrada em saídas. Essa transformação de valores ocorre devido à relação entre entradas, camadas e pesos como descrito na figura 2.16. O método numérico utilizado nas camadas ocultas em 1 neurônio individual é:

$$y = \text{Neurônio} = \sum_{j=1}^d (w_j \cdot \text{Entrada}_j) \quad (2.58)$$

onde y consiste no valor numérico transformado e d consiste no número de entradas. A equação (2.58) é utilizada para todos os neurônios da(s) camada(s). Após realizado a equação (2.58), é necessário ativar ou estimular o neurônio. O método utilizado na inteligência artificial para simular a ativação é o emprego da função de ativação. Essa consiste de uma função matemática que tem como objetivo filtrar o valor y obtido pela equação (2.58).

A função de ativação (FA) implementa eficiência e precisão na RNA. Caso contrário, para momentos de não utilização da mesma, a RNA pode não convergir ou divergir de forma rápida, uma vez que o valor y da equação (2.58) pode apresentar valores muito divergentes. Com a FA, o valor y da equação (2.58) se torna mais controlado, permitindo que cada iteração gere atualizações mais controladas dos pesos. Exemplos de FA utilizadas em DL são ilustradas na figura 2.17.

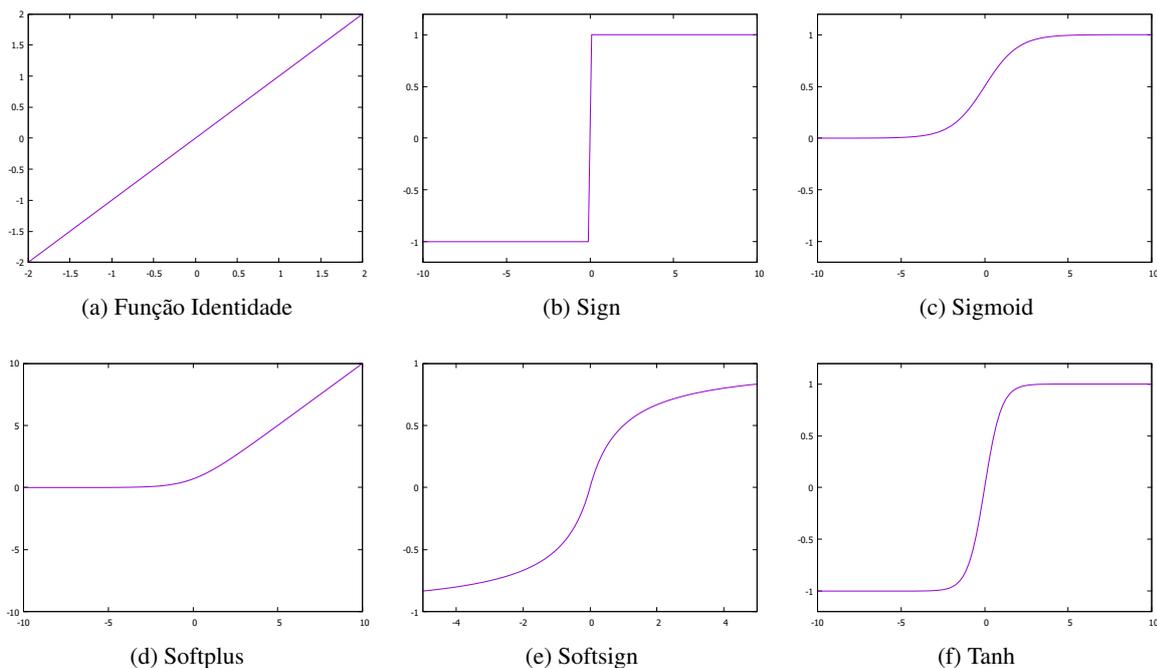


Figura 2.17: Exemplos de funções de ativação.

Fonte: Adaptado AGGARWAL, C. C. [28]

Portanto, a representação esquemática utilizada [28] nas camadas ocultas são representadas pela figura 2.18.

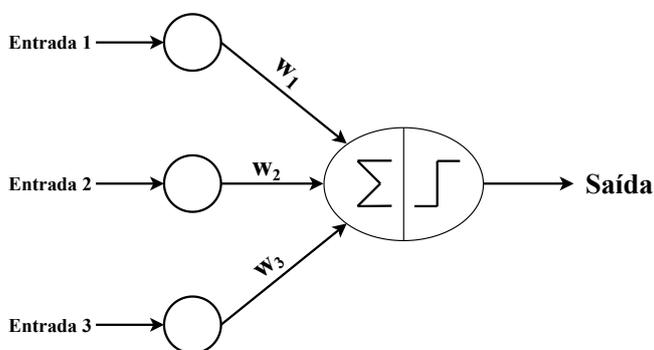


Figura 2.18: Representação esquemática da camada oculta.

Fonte: Adaptado de AGGARWAL, C. C. [28]

Da figura 2.18, w_i representa os pesos, Σ a equação (2.58) e, por fim, o símbolo logo após da somatória representa a função de ativação. Após a camada oculta, os dados podem entrar em outra camada oculta e refazer o ciclo da figura 2.18 ou entrar na camada de saída.

2.4.4 Saída

A saída ou camada de saída é a etapa de previsão da RNA. Dela sairá a previsão buscada. Semelhante as camadas ocultas, a camada de saída também apresenta neurônios que utilizam a equação (2.58) para transformação final dos valores. Dentro da camada de saída, o número de neurônios é definido de acordo com o número de previsões desejadas, logo para cada 1 previsão, é necessário de um neurônio de saída.

Por outro lado, diferentemente das camadas ocultas, os neurônios de saídas não necessariamente utilizam uma função de ativação na saída. A utilização ou não de uma FA depende da forma da saída. Portanto, a previsão (valor final de saída da RNA) é dada após a passagem dos valores numéricos pelo neurônio de saída. Após a essa camada, avalia-se a previsão realizada em relação à saída esperada por meio de da(s) métrica(s) e da função erro . A figura 2.19 ilustra a representação esquemática contento as entradas, pesos, camadas ocultas e saídas.

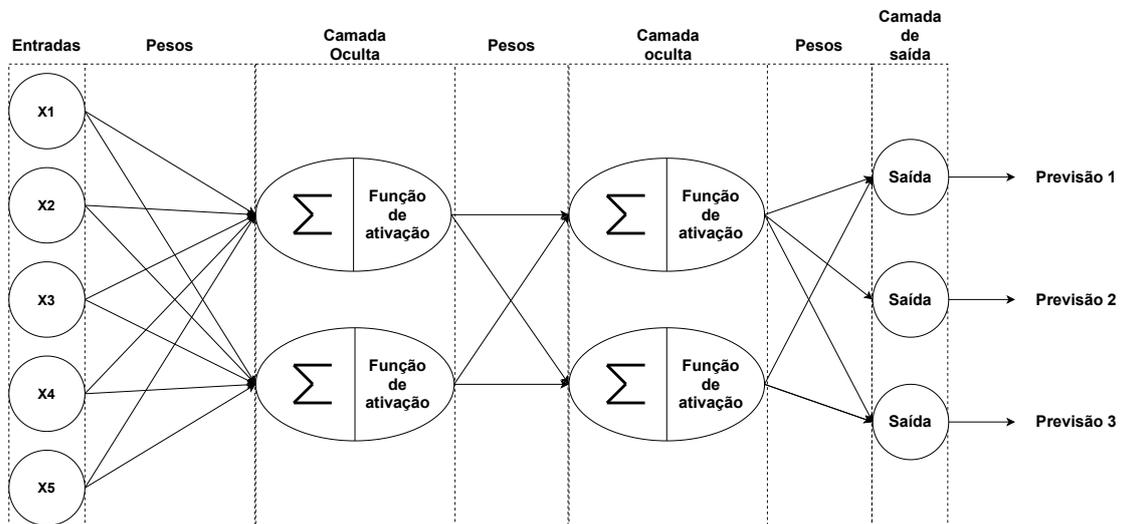


Figura 2.19: Representação parcial de uma rede neural artificial.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

2.4.5 Variáveis de performance

A variável de performance do tipo métrica é a responsável por avaliar quantitativamente a diferença entre a previsão da saída esperada. Para o atual projeto é utilizada a acurácia como uma delas. A equação que a descreve é dado por:

$$\text{Acurácia} = ACC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(1 - \left| \frac{S_i - P_i}{S_i} \right| \right) \quad (2.59)$$

onde N é o número de amostras utilizadas, P_i a previsão da i -ésima amostra e S_i é a i -ésima saída

desejada

Outro tipo de variável de desempenho é o erro ou a função erro (L), sendo ele o parâmetro que tem o objetivo de promover a atualização dos pesos. O erro também pode ser utilizado como métrica caso necessário. A função erro é um método matemático que varia de acordo com a forma e a necessidade da previsão. As funções de erro mais utilizadas em redes neurais artificiais são:

- Erro quadrático médio;
- Erro absoluto médio;
- Erro percentual (relativo) médio;

A função erro, como já descrito, é utilizado para atualização dos pesos, sendo o cálculo para transformação específico para uma função de aprendizado que será descrito nas seguintes subseções.

2.4.5.1 Erro quadrático médio

Para o atual projeto, o erro quadrático médio (EQM) é utilizado na construção da rede neural artificial. Seu calculo é dado por:

$$\text{Erro quadrático médio} = EQM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_i - S_i)^2 \quad (2.60)$$

onde N é o número de amostras utilizadas, P_i a previsão da i -ésima amostra e S_i é a i -ésima saída desejada. O erro quadrático médio é do tipo regressivo, ou seja, a medida que o erro previsto se aproxima do erro desejado, seu valor se reduz rapidamente.

2.4.5.2 Erro absoluto médio

O calculo do erro absoluto médio é dado por:

$$\text{Erro absoluto médio} = EAM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |P_i - S_i| \quad (2.61)$$

onde N é o número de amostras utilizadas, P_i a previsão da i -ésima amostra e S_i é a i -ésima saída desejada.

2.4.5.3 Erro percentual médio

O erro percentual (EPM) é calculado pela seguinte equação:

$$\text{Erro percentual médio} = EPM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{P_i - S_i}{S_i} \quad (2.62)$$

onde N é o número de amostras utilizadas, P_i a previsão da i -ésima amostra e S_i é a i -ésima saída desejada.

2.4.6 Função de aprendizado

A função de aprendizado é um método específico para atualização dos pesos (w_i) e apresenta diferentes metodologias de atualização das variáveis. O fundamento para a atualização dos pesos consiste na variação da função erro (L) e um valor de referência, onde esse último é específico para cada tipo de função de aprendizado. No aprendizado profundo, as funções de aprendizado são a chave para a convergência da RNA, uma vez que, como já dito, os valores dos pesos são o principal objetivo da rede neural, pois são eles que geram a transformação das entradas nas previsões. As funções de aprendizado mais utilizadas em redes neurais artificiais são:

- Descida de gradiente estocástico (DGE);
- RMSprop;
- AdaDelta;
- Adam.

No início do aprendizado (primeira iteração), os valores dos pesos e das variáveis de referência são obtidas de maneira aleatória, ou seja, define-se um valor qualquer, e, à medida que a RNA "aprende", os pesos tendem à valores específicos.

2.4.6.1 Descida de gradiente estocástico

A função de aprendizado DGE atualiza os pesos da RNA por meio do gradiente da função erro mais a variável de referência (V_i).

$$V_{i+1} = m.V_i - \alpha \left(\frac{\partial L}{\partial w_i} \right) \quad (2.63)$$

Com o novo termo V_{i+1} , atualiza-se os pesos (w_{i+1})

$$w_{i+1} = w_i + m.V_{i+1} - \alpha \left(\frac{\partial L}{\partial w_i} \right) \quad (2.64)$$

onde m é constante de momento e α é a taxa de aprendizado.

2.4.6.2 RMSprop

A função de aprendizado RMSprop atualiza os pesos da rede neural por meio de um valor médio de referência exponencial (A_i) baseado no erro (L) e nos pesos (w_i) da iteração anterior.

$$A_{i+1} = \rho A_i + (1 - \rho) \left(\frac{\partial L}{\partial w_i} \right)^2 \quad (2.65)$$

Utilizando A_{i+1} como o valor exponencial atualizado, obtém-se os novos pesos:

$$w_{i+1} = w_i + \frac{\alpha}{\sqrt{A_{i+1} + \eta}} \left(\frac{\partial L}{\partial w_i} \right) \quad (2.66)$$

onde ρ é um fator de decaimento variando de 0 a 1, η é uma constante positiva pequena (valor padrão de 10^{-8}) responsável para evitar uma divergência prévia e α é a taxa de aprendizado.

2.4.6.3 AdaDelta

A função de aprendizado AdaDelta atualiza os pesos por meio de sucessivos incrementos de uma valor de referência (δ_i).

$$\delta_{i+1} = \rho \delta_i + (1 - \rho) (\Delta w_i)^2 \quad (2.67)$$

Com o valor de referência δ_{i+1} atualizado:

$$w_{i+1} = w_i - \sqrt{\frac{\delta_{i+1}}{A_{i+1}}} \left(\frac{\partial L}{\partial w_i} \right) \quad (2.68)$$

onde ρ e A_i são as mesmas variáveis descritas na seção 2.4.6.2.

2.4.6.4 Adam

A função de aprendizado Adam atualiza sua variável de análise (pesos) por meio de um valor de referência (F_i) que tem como fundamento a variável momento da função de aprendizado DGE.

$$F_{i+1} = \rho_f F_i + (1 - \rho_f) \left(\frac{\partial L}{\partial w_i} \right) \quad (2.69)$$

onde ρ_f é outro tipo de fator de decaimento com o mesmo intervalo entre 0 e 1. Com F_{i+1} , calcula-se:

$$w_{i+1} = w_i - \frac{\alpha_t}{\sqrt{A_{i+1}}} F_{i+1} \quad (2.70)$$

Aqui, a taxa de aprendizado α_t atualiza os pesos de maneira incremental e variável para cada iteração, onde:

$$\alpha_t = \alpha \left(\frac{\sqrt{1 - \rho^t}}{1 - \rho_f^t} \right) \quad (2.71)$$

onde ρ , como já descrito, é o valor fixo da taxa de aprendizado e ρ_f^t é um segundo parâmetro de decaimento.

2.4.7 Retro-propagação

O algoritmo conhecido como retro-propagação (BP) é o método que promove o aprendizado da RNA, ou seja, ele é o responsável pela atualização dos pesos. O algoritmo se inicia a partir da obtenção do erro entre as previsões realizadas com as saídas esperadas e finaliza com a atualização dos pesos. O objetivo do BP é minimizar um erro de modo que a RNA realize uma previsão com resultados adequados.

As funções de aprendizado são métodos matemáticos que são baseados no gradiente da função erro. Da matemática, o gradiente consiste de uma ferramenta que define a direção e sentido da "descida" da função, em outras palavras, representa a direção para o qual uma função está tendendo a diminuir seu valor. A equação que descreve um gradiente de uma função $f(x, y, z)$ é:

$$\nabla(f) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z} \right) \quad (2.72)$$

Junto ao gradiente da função, as funções de aprendizado utilizam uma taxa de aprendizado (α) como ferramenta para a atualização dos pesos. A figura 2.20 representa como as funções de aprendizado atuam para redução do erro. Para cada iteração, o gradiente tem o objetivo de direcionar a atualização dos pesos de forma que o erro diminua, enquanto que a taxa de aprendizado é responsável pelo comprimento do salto da função erro de um ponto ao outro. O tipo de função de aprendizado tem como objetivo evitar a estagnação do erro. A figura 2.21 mostra que existem vários pontos de mínimo, podendo ser eles locais ou global. Na função erro existem vários mínimos locais e apenas um mínimo global e o objetivo das funções de aprendizado é evitar que ocorra estagnação no mínimo local, pois o gradiente puramente utilizado tende a zerar seu valor em um ponto de mínimo qualquer. Assim, cada tipo de função de aprendizado apresenta uma forma distinta matemática para evitar a estagnação em um mínimo local.

Portanto, objetivo da função de aprendizado e da retro-propagação é atingir mínimo global da função erro, utilizando recursos adicionais para evitar a estagnação nos mínimos locais.

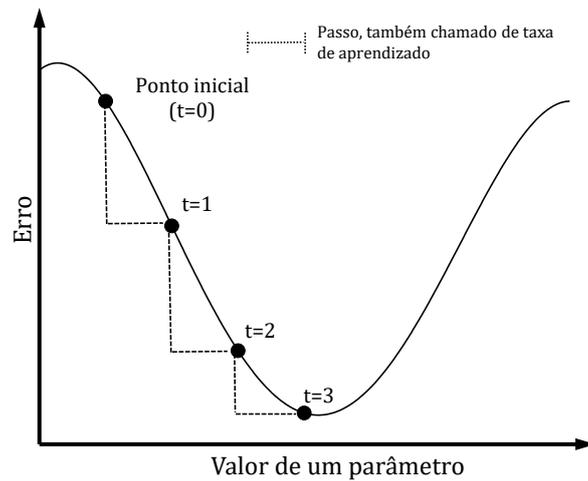


Figura 2.20: Funcionamento do gradiente junto a taxa de aprendizado.

Fonte: Adaptado de CHOLLET, F. [29]

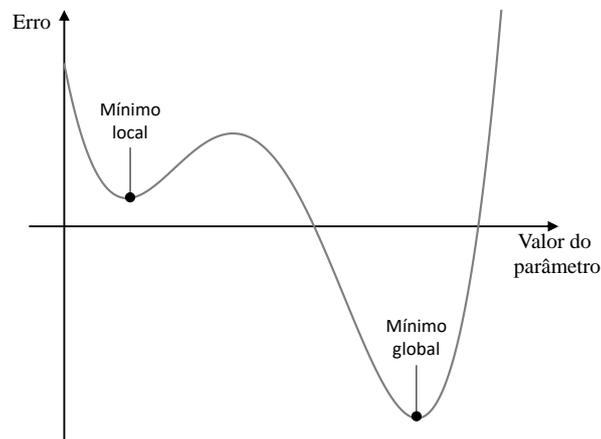


Figura 2.21: Mínimo e máximo global.

Adaptado deFonte: CHOLLET, F. [29]

2.5 ESTATÍSTICA

A estatística é uma área da ciência com foco na observação que tem o objetivo de inferir uma informação de modo dedutivo e indutivo [30]. A inferência estatística é uma metodologia com o objetivo de coletar, deduzir, analisar e modelar dados. Disso, busca-se fazer previsões das quais se pode tomar decisões.

2.5.1 Gráficos

A representação gráfica, de forma geral, é uma ferramenta com capacidade de avaliar e demonstrar a variabilidade de uma determinada variável. O histograma, por exemplo, é um tipo de gráfico com barras contíguas, com as bases proporcionais aos intervalos das classes e a área de cada retângulo proporcional à respectiva frequência [30]. Esse tipo de gráfico apresenta a densidade de frequência ou ocorrências da variável analisada pelos valores da própria variável. A figura 2.22 ilustra o exemplo de um histograma.

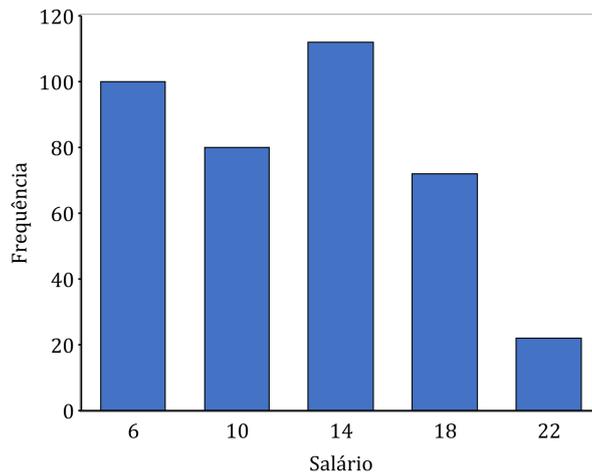


Figura 2.22: Exemplo de Histograma.

Fonte: Adaptado de MORETTIN, P. A. et al. [30]

2.5.2 Regressão linear

A regressão linear é um método estatístico que consiste em traçar uma reta equivalente dentro de um diagrama de dispersão (figura 2.23). Esse método tem o objetivo de estimar a tendência do comportamento de um variável X em relação a uma variável Y .

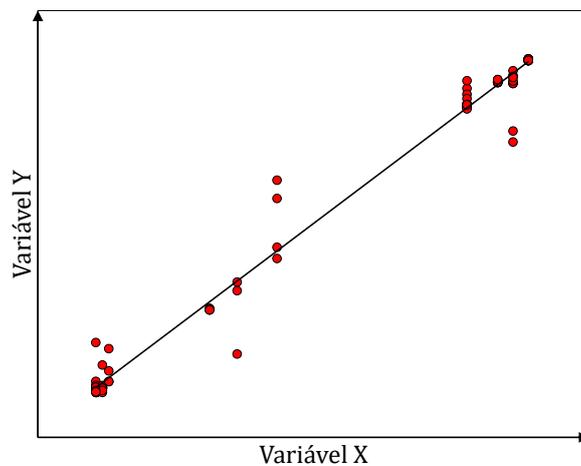


Figura 2.23: Exemplo de regressão linear a partir de um diagrama de dispersão.

A regressão linear, ilustrada na figura 2.23, é construída com base no método dos mínimos quadrados [30]. Esse método parte inicialmente do pressuposto da equação da reta:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x \quad (2.73)$$

Com isso, o método dos mínimos quadrados utiliza os valores da variável Y ($y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$) e X ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) na forma [30]:

$$n\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.74)$$

$$\hat{\alpha} \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta} \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (2.75)$$

Desses valores, encontra-se a solução:

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x} \quad (2.76)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad (2.77)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (2.78)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (2.79)$$

Definido os valores de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, constrói-se a reta equivalente do diagrama de dispersão a partir da equação (2.73). Construída a reta, pode-se realizar uma análise qualitativa da dispersão da variável X com a Y e quantitativa por meio do coeficiente de determinação.

2.5.2.1 Coeficiente de determinação

O coeficiente de determinação (R^2) é uma medida de ajuste utilizada na regressão linear. Seu objetivo é definir quantitativamente a variância dos dados de uma variável X em relação a Y . Seu valor é expresso entre 0 a 1. Avaliando os extremos dessa variável, quando R^2 equivale a 1, significa que há no modelo linear total coincidência entre X e Y . Por outro lado, quando o coeficiente for 0, o modelo é totalmente fora de relação.

O cálculo do R^2 é dado por:

$$SQ_{tot} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.80)$$

$$SQ_{res} = \sum_{i=1}^n (y_i - x_i)^2 \quad (2.81)$$

$$SQ_{exp} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.82)$$

$$R^2 = \frac{SQ_{exp}}{SQ_{tot}} = 1 - \frac{SQ_{res}}{SQ_{tot}} \quad (2.83)$$

2.5.3 Distribuição de variáveis aleatórias contínuas

Uma função X definida em um espaço amostral é denominada variável aleatória contínua (VAC) quando seu intervalo apresenta números reais. A característica principal de uma VAC é que seu valor pode pertencer a um intervalo ao redor de um valor observado [30]. Para análise de um conjunto de VAC, utiliza-se uma função de densidade de probabilidade (FDP) para descrever quantitativamente o comportamento probabilístico de ocorrência dessas variáveis. Existem diferentes FDP que podem descrever o comportamento de uma VAC. Alguns modelos para variáveis aleatórias contínuas são [30]:

- a) Uniforme;
- a) Exponencial;
- a) Normal;
- a) Gama;
- a) Qui-quadrado;
- a) t-Student;
- a) F-Snedecor.

A escolha de uma FDP é feita analisando o comportamento das VAC em torno do espaço amostral que ela se encontra. No atual projeto, é utilizado a distribuição normal como FDP para tratamento das variáveis.

2.5.4 Distribuição normal

A distribuição normal ou Gaussiana é um modelo de probabilidade e inferência [30]. É dito que uma variável aleatória X tem distribuição normal (figura 2.24), com parâmetros de média (μ)

e desvio padrão (DP), se sua densidade de probabilidade é dada por:

$$f(X, \mu, DP) = N(\mu, DP) = \frac{1}{DP\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(X - \mu)^2}{2DP^2}\right) \quad (2.84)$$

com

$$\begin{cases} -\infty < X < \infty \\ -\infty < \mu < +\infty \\ 0 < DP < \infty \end{cases} \quad (2.85)$$

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (2.86)$$

$$DP = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2} \quad (2.87)$$

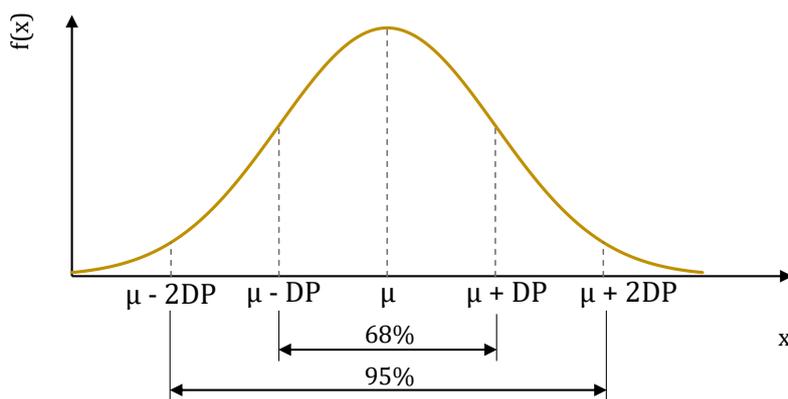


Figura 2.24: Exemplo de distribuição normal.

Fonte: Adaptado de MORETTIN, P. A. et al. [30]

O gráfico gerado pela equação (2.84) apresenta a seguinte propriedade probabilística:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(X, \mu, DP) dx = 1 \quad (2.88)$$

A curva da distribuição normal apresenta qualitativamente o comportamento da distribuição dos valores das variáveis aleatórias. O topo da curva, como pode ser visto na figura 2.24, representa a média do conjunto das variáveis aleatórias. Sua largura representa o desvio padrão, ou seja, o DP é diretamente proporcional à largura da curva e indiretamente proporcional ao valor de $f(X, \mu, DP)$.

Para o caso em que $\mu = 0$ e $DP = 1$, tem-se a distribuição normal padrão (ou reduzida). Para essa distribuição, a função de densidade é:

$$\phi(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-Z^2/2), \quad \text{onde} \quad -\infty < Z < +\infty \quad (2.89)$$

A figura 2.25 ilustra esse novo tipo de distribuição.

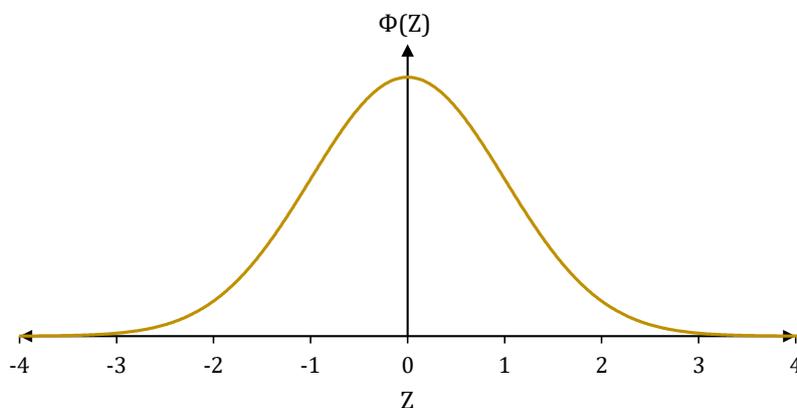


Figura 2.25: Exemplo de distribuição normal padrão.

Fonte: Adaptado de MORETTIN, P. A. et al. [30]

A variável aleatória agora é descrita na forma padronizada de acordo com a seguinte equação:

$$Z = \frac{X - \mu}{DP} \quad (2.90)$$

A transformação de uma distribuição normal para uma padrão é fundamental para o cálculo das probabilidades relativas a um evento, comportamento e etc. Dessa forma, a probabilidade de uma dada variável consiste da área sob a curva da figura 2.25, em outras palavras, a integral da função de densidade. Contudo, as integrais das equações 2.84 e 2.89 não podem ser calculadas analiticamente, sendo necessária seu cálculo por integração numérica (aproximação). A tabela 6 no apêndice II.3 apresenta a tabela de probabilidade de uma distribuição normal padrão em função do Z .

3 METODOLOGIA

O presente capítulo tem como objetivo descrever o modelo numérico responsável pela coleta de dados, definir as arquiteturas iniciais das redes neurais e concretizar a arquitetura definitiva do trabalho. O banco de dados é a etapa inicial do projeto que consiste em definir uma metodologia de obtenção de dados e, posteriormente, o tratamento dos mesmos. Por fim, a arquitetura da rede neural artificial definitiva é obtida por uma análise prévia de diferentes possíveis tipos de redes neurais.

3.1 METODOLOGIA DE COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados para alimentação da RNA, é proposto que os dados devem ser obtidos de uma única fonte. Junto a isso, com o objetivo de obter o maior número de dados possíveis, define-se um modelo numérico com condições de contorno e parâmetros controlados e pré-estabelecidos. O objetivo da análise do modelo numérico é definir uma origem para garantir uma uniformização das entradas e saídas. A diferença dos dados ocorre devido à variação das condições de contorno dos parâmetros de entrada.

A construção e detalhamento do modelo numérico é feito utilizando um software com base no método por elementos finitos (modelo numérico). O objetivo de utilizar um software com essas características é possibilitar uma análise confiável, real e dinâmica da situação proposta. Dessa forma, utiliza-se neste trabalho o software Abaqus.

3.1.1 Definição da análise

Do atual trabalho, é definido uma análise de contato mecânico não conforme entre dois sólidos. O contato mecânico não conforme apresenta solução analítica [22] que possibilita a validação de um modelo numérico [31]. O contato não conforme definido é entre uma esfera e uma superfície plana.

Para coleta de distintos dados de entradas e saídas, o modelo numérico apresenta variação nas condições de força, nas propriedades mecânicas dos sólidos e no raio da esfera. Para condição de contorno, define-se que a esfera comprime a superfície plana de modo a gerar uma deformação em ambos os domínios. Para isso, atribui-se uma força normal uniformemente distribuída à superfície superior da esfera. A geometria plana apresenta sua superfície inferior definida por uma imposição de deslocamento e sua superfície superior por uma condição de contato.

No modelo é proposto que ambos os materiais devem ser submetidos à deformações plásticas para que seja possível fornecer entradas e saídas que consigam prever as propriedades elasto-

plásticas dos materiais. Junto a isso, a esfera é composta unicamente por um material, enquanto que a superfície plana apresenta diferentes materiais de acordo com as análises. Cada domínio e material será descrito com mais detalhes nas próximas seções.

3.1.2 O modelo numérico

O modelo numérico é construído no Abaqus de acordo com a figura 3.1. Para simplificação do modelo numérico para redução do tempo computacional, adota-se algumas condições levando em consideração a teoria de contato de Hertz:

- Modelo descrito em um domínio de duas dimensões axi - simétrico (2D);
- Modelo sem atrito.

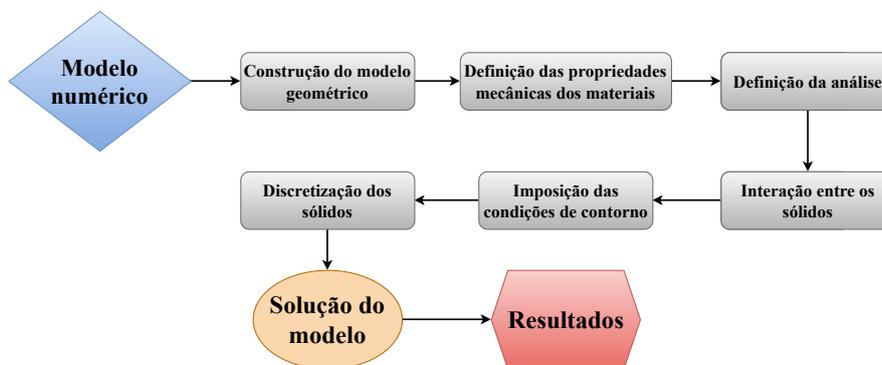


Figura 3.1: Etapas para a construção do modelo numérico.

3.1.2.1 Geometria dos sólidos

A construção da geometria dos sólidos (esfera e superfície plana) é feita para garantir que os resultados (saídas) consigam ter dados reais. Assim, define-se que as geometrias são o raio da esfera, o semi-comprimento e a altura da superfície plana. O valor dos parâmetros da geometria dos sólidos são baseados nas ferramentas e corpos de prova de ensaios experimentais como os de dureza, nas quais utilizam, para ensaio de dureza Brinell e Rockwell B, indentadores esféricos com raios específicos. Dessa forma, a tabela 3.1 descreve as geometrias dos sólidos adotados.

Tabela 3.1: Parâmetros geométricos dos sólidos.

Parâmetro geométrico	Valor
Raio da esfera	5, 7.5 e 9 mm
Semi-comprimento da superfície plana	10 mm
Altura da superfície plana	10 mm

3.1.2.2 Definição dos materiais

As propriedades dos materiais necessárias para solução do modelo numérico são o módulo de elasticidade (E), densidade (d), coeficiente de poisson (ν), limite de escoamento (LE), coeficiente de encruamento (n) e o coeficiente de resistência (K).

Dessa maneira, a tabela 3.2 apresenta as propriedades mecânicas dos materiais utilizados.

Tabela 3.2: Materiais utilizados nas formulações numéricas.

Material	Designação	d [kg/m ³]	E [GPa]	ν	LE [MPa]	K [MPa]	n
Alumínio	6061 T6	2700	68,9	0,33	276	410	0,13
	2024 T3	2780	73,1	0,33	345	690	0,16
	7075 O	2800	71	0,33	103	400	0,09
	7075 T6	2800	71	0,33	505	950	0,1
	1100 H14	2710	69	0,33	117	300	0,22
Cobre	C11000 H04	8890	115	0,33	310	382	0,39
	C26000 H04	8250	128	0,35	435	900	0,49
	C48501	8900	106	0,34	192	300	0,18
Aço	SAE 1020	7870	205	0,29	350	620	0,21
	SAE 304	8000	190	0,29	215	817	0,222
	SAE 4340	7850	200	0,29	470	640	0,15
	SAE 1045	7870	200	0,29	450	1254	0,263
	SAE 4140	7850	205	0,29	415	946,7	0,145
	SAE 316	8000	193	0,3	310	640	0,12
	SAE A36	7850	207	0,3	250	545	0,23
Tungstênio	WC	15630	690	0,28	344	710	0,12

Fonte: ASM international. [19]

A escolha desses materiais são baseadas nas diferenças físico-químicas entre eles, abrangendo alumínio, aços, cobres e suas ligas. Cada categoria citada apresenta comportamentos mecânicos distintos, tendo como referência a curva tensão *versus* deformação de cada um. O objetivo da seleção desses materiais, portanto, é alimentar a rede neural com diferentes propriedades mecânicas vindas de distintas classes para que a mesma seja capaz de prever o comportamento mais geral dessas classes de materiais.

3.1.2.3 Tipo de análise

Devido à problemática das condições de contorno, avalia-se as seguintes não linearidades:

- Contato não conforme;
- Comportamento plástico do material.

Tendo como referência essas problemáticas, a análise imposta para o modelo numérico é a dinâmica implícita em aplicação quasi-estática.

3.1.2.4 Interação entre os corpos

Para definição da interação entre a esfera e a superfície plana, avalia-se as seguintes considerações para o modelo numérico:

- Condição de contato ($g = 0$);
- Sem presença de atrito;
- Condição de não-penetração entre os sólidos.

Portanto, das considerações avaliadas, define-se um contato do tipo superfície com superfície, com propriedades de contato normal sem penetração entre os sólidos. A não-penetração deles é garantida pela imposição da abordagem do multiplicador de Lagrange definida no Abaqus.

3.1.2.5 Condições de contorno

As condições de contorno do problema são impostas pela imposição de uma força nodal distribuída e das restrições de movimento/deslocamento. O parâmetro variável das condições de contorno do problema é a força, tendo os outros parâmetros fixados. A tabela 3.3 descreve as condições de contorno do modelo.

Para cada análise, a força apresenta um valor distinto, variando em 5 N dentro do intervalo descrito na tabela 3.3. O valor máximo e mínimo é determinado de acordo com as forças utilizadas em ensaios de dureza. A condição de contorno relacionado ao deslocamento é definido com base no condição real do corpo de prova do ensaio de dureza, na qual o momento (M) em z e o deslocamento (u) em y é limitado, enquanto o deslocamento em x é livre de modo a permitir deslocamento nessa direção por consequência das deformações.

Tabela 3.3: Descrição das condições de contorno do modelo numérico.

Parâmetro	Condição	Valores
Força (f)	Parâmetro Variável	$250 < f[N] < 2000$
Deslocamento	Parâmetro fixo	$u_y = 0$
		$u_x \neq 0$
		$M_z = 0$
Simetria	Parâmetro fixo	$u_y \neq 0$
		$u_x = 0$
		$M_z = 0$

3.1.2.6 Malha

A discretização dos domínios para construção da malha é feita de forma a obter o comportamento do contato entre os sólidos. Para isso, ambos os domínios são particionados conforme as necessidades de análise, refinando a malha na região de contato e aumentando nas demais. Logo, a figura 3.2 ilustra o conceito da partição realizada em ambos os domínios.

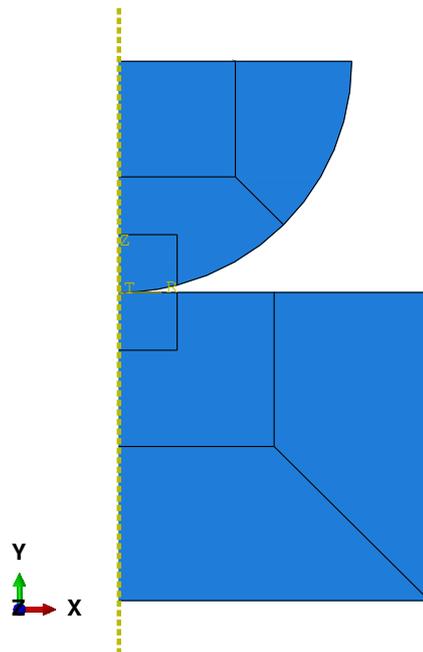


Figura 3.2: Partição dos domínios.

Para ambos os domínios e partições, define-se elementos quadrangulares lineares de 4 nós [31]. Da figura 3.2, observa-se que próximo a região de contato há uma partição para cada domínio (esfera e plano). Essa região é refinada e tratada de forma a captar o comportamento do

contato não conforme. Dessa forma, na região de contato, a malha é definida a partir de um modelo axi-simétrico utilizando integração completa da quadratura Gaussiana. As demais partições dos domínios são construídos com elementos maiores e utilizando integração reduzida para redução do tempo computacional. Levando em conta as descrições acima, o conceito da discretização dos modelos está ilustrado no figura 3.3.

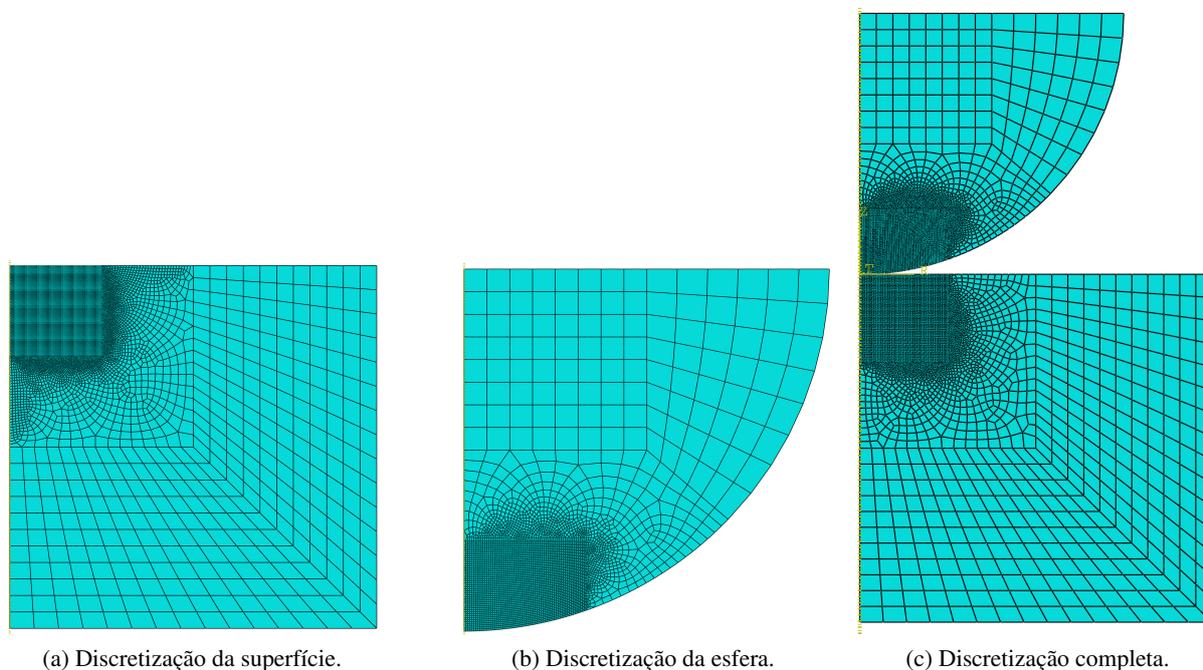


Figura 3.3: Discretização dos domínios.

3.1.3 Validação do modelo numérico

Construído o modelo numérico (figura 3.4), é necessário validar os resultados (saídas) para garantir a acurácia dos dados. Para isso, utiliza-se o modelo analítico da teoria de contato de Hertz [22] para a validação e verificação [31] dos dados de saída do modelo numérico construído. A conclusão dessa etapa consiste em definir um valor adequado para o tamanho do elemento de malha na zona de contato. Logo, a validação compara analiticamente e numericamente três distintas variáveis:

- Pressão máxima de contato (PMC);
- Semi-comprimento de contato (SCC);
- Indentação superficial (IS).

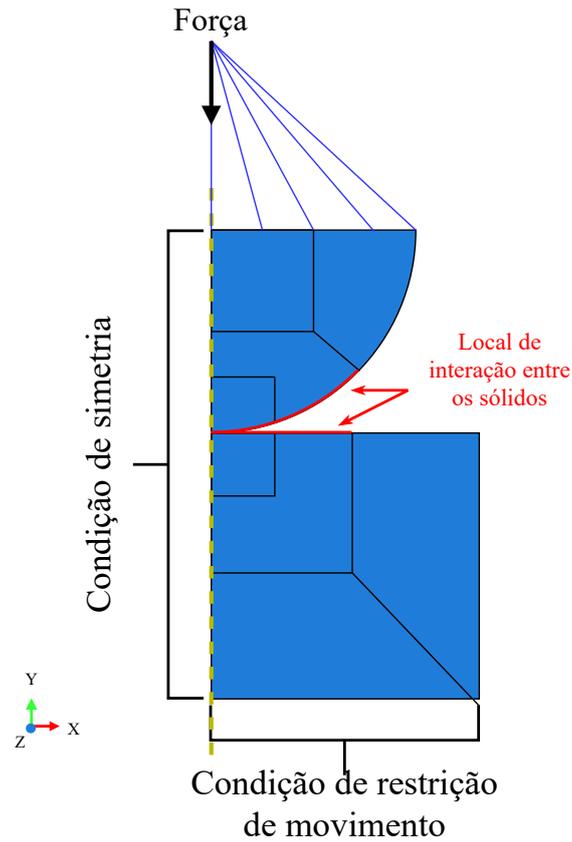


Figura 3.4: Condições de contorno.

A pressão de contato é calculada analiticamente pela equação (2.19), o semi-comprimento de contato pela equação (2.17) e o indentação superficial pela (2.18). Para a valida o, a tabela 3.4 descreve as propriedades mecânicas dos materiais utilizados.

Tabela 3.4: Propriedades mecânicas utilizadas nas valida es dos modelos numéricos.

Material	Propriedades Mecânicas	
	E [GPa]	ν
Aço	200	0,29
Cobre	115	0,35
Alumínio	69	0,33

Para defini o do tamanho do elemento da malha de contato, define-se um intervalo de possíveis candidatas a tamanhos de malha que possam gerar resultados promissores. Dessa forma, o intervalo citado apresenta uma malha máxima de 40 μm , mínima de 10 μm variando em 5 μm .

A variável de compara o para valida o do modelo   o erro absoluto (relativo) percentual entre os parâmetros analíticos (PA) e numéricos (PN) descrito por:

$$\text{Erro absoluto percentual} = \left| \frac{PN - PA}{PA} \right| \cdot 100 [\%] \quad (3.1)$$

Por fim, o processo de validação é feito utilizando 2 valores distintos de força e raio. Para as forças, utiliza-se as magnitudes de 100 *N* e 2000 *N*. A força de 100 *N* tem como objetivo garantir resultados dentro do domínio de pequenas deformações (abordagem utilizada na teoria de Hertz) e a força de 2000 *N* tem como objetivo demonstrar que, para forças capazes de gerarem maiores deformações, o modelo numérico ainda se alinha com os resultados analíticos da teoria de contato de Hertz [31]. Portanto, a validação é descrita nas tabelas 3.5, 3.6 e 3.7.

Tabela 3.5: Validação dos modelos numéricos para o raio de 5 mm.

Malha (μm)	Erro absoluto percentual (%)	Aço		Alumínio		Cobre	
		100 N	2000 N	100 N	2000 N	100 N	2000 N
40	PMC	7,489	1,089	4,743	0,420	4,861	0,687
	SCC	3,001	0,093	0,132	4,770	10,354	2,437
	IS	0,185	0,862	0,689	1,159	0,653	0,190
35	PMC	5,850	0,971	2,823	0,467	4,720	0,479
	SCC	10,364	11,973	5,975	2,425	1,461	2,294
	IS	0,568	0,743	0,161	1,314	0,060	0,190
30	PMC	5,244	0,774	2,567	0,680	3,028	0,254
	SCC	0,089	6,156	9,163	3,821	9,351	1,635
	IS	0,127	0,663	0,231	1,292	0,586	0,190
25	PMC	3,713	0,616	1,863	0,774	2,605	0,099
	SCC	2,236	0,783	4,844	1,847	5,688	0,414
	IS	0,185	0,583	0,329	1,292	0,207	0,190
20	PMC	2,751	0,341	1,350	0,963	2,088	0,144
	SCC	6,254	2,836	4,441	1,541	1,877	0,164
	IS	0,097	0,623	0,526	1,292	0,171	0,160
15	PMC	1,789	0,196	0,902	1,033	1,148	0,265
	SCC	3,923	0,962	2,528	0,568	3,718	0,247
	IS	0,185	0,583	0,591	1,314	0,051	0,160
10	PMC	0,934	0,027	0,390	1,222	0,631	0,421
	SCC	2,211	0,190	0,618	0,140	4,346	0,816
	IS	0,244	0,583	0,591	1,292	0,038	0,190

Tabela 3.6: Validação dos modelos numéricos para o raio de 7,5 mm.

Malha (μm)	Erro absoluto percentual (%)	Aço		Alumínio		Cobre	
		100 N	2000 N	100 N	2000 N	100 N	2000 N
40	PMC	5,989	1,103	2,861	0,027	4,545	0,826
	SCC	10,047	2,731	7,380	1,148	4,927	1,089
	IS	0,315	0,113	0,107	1,773	0,220	0,522
35	PMC	5,196	1,017	2,945	0,128	3,965	0,570
	SCC	1,816	1,900	6,500	1,029	8,654	4,231
	IS	0,045	0,070	0,549	1,748	0,111	0,486
30	PMC	3,142	0,793	2,357	0,344	3,385	0,399
	SCC	7,375	1,292	5,062	1,245	3,666	2,050
	IS	0,786	0,070	0,661	1,672	0,268	0,449
25	PMC	2,909	0,621	1,770	0,344	3,037	0,335
	SCC	0,610	0,463	4,437	2,152	3,246	1,155
	IS	0,517	0,024	0,584	1,722	0,268	0,522
20	PMC	2,302	0,432	1,099	0,468	1,877	0,185
	SCC	2,070	0,041	2,983	0,281	0,103	1,419
	IS	0,089	0,024	0,549	1,722	0,268	0,522
15	PMC	1,275	0,243	0,764	0,622	1,123	0,007
	SCC	1,964	2,328	0,065	0,324	2,403	0,372
	IS	0,146	0,024	0,699	1,722	0,133	0,559
10	PMC	0,761	0,088	0,344	0,777	0,717	0,114
	SCC	2,418	0,798	1,284	0,351	2,104	0,026
	IS	0,045	0,024	0,680	1,748	0,241	0,559

Tabela 3.7: Validação dos modelos numéricos para o raio de 9 mm.

Malha (μm)	Erro absoluto percentual (%)	Aço		Alumínio		Cobre	
		100 N	2000 N	100 N	2000 N	100 N	2000 N
40	PMC	10,105	1,176	6,670	1,622	9,720	0,747
	SCC	15,976	3,265	3,950	0,068	6,187	4,830
	IS	9,972	0,263	11,841	3,532	10,075	0,657
35	PMC	9,704	1,021	5,860	1,657	8,289	0,650
	SCC	9,748	0,447	1,627	1,666	13,763	3,434
	IS	9,907	0,312	11,644	3,586	9,555	0,735
30	PMC	8,452	0,769	5,140	1,936	7,480	0,409
	SCC	3,879	0,150	1,448	0,732	13,763	3,892
	IS	9,810	0,312	11,626	3,505	9,555	0,696
25	PMC	7,801	0,613	5,050	1,971	6,858	0,385
	SCC	5,550	0,195	3,056	0,576	12,420	0,252
	IS	9,907	0,263	11,967	3,532	9,919	0,774
20	PMC	6,599	0,438	4,510	2,076	6,422	0,216
	SCC	7,454	1,107	2,520	0,325	9,733	1,189
	IS	9,875	0,312	11,949	3,559	9,841	0,735
15	PMC	6,048	0,283	3,970	2,181	6,049	0,071
	SCC	6,274	1,011	0,845	2,727	8,390	1,794
	IS	9,843	0,312	11,859	3,559	9,971	0,774
10	PMC	5,698	0,108	3,700	2,320	5,925	0,049
	SCC	5,920	0,435	4,852	0,914	5,865	0,483
	IS	9,778	0,312	11,913	3,559	9,841	0,774

Analisando os erros absolutos percentuais de cada parâmetro em todos os pontos do processo de validação (tabelas 3.5, 3.6 e 3.7), conclui-se que a melhor malha para região de contato é de 15 μm . Essa conclusão é baseada na relação de duas variáveis, a relação erro e tempo. A malha definida apresenta essa melhor relação, pois, comparando com a malha de 10 μm , a malha definida apresenta erros próximos, contudo com menor tempo de obtenção dos resultados. Isso permite descartar a malha de 10 μm , uma vez que o tempo para obtenção das amostras atinge a quantidade de dados a serem obtidos para o banco de dados. E, devido os maiores erros das demais malhas, a melhor candidata se torna a de 15 μm .

É visto na tabela 3.7 para forças de 100N que, para qualquer parâmetro e malha, os erros apresentam valores mais elevados. Essa fenômeno pode ser explicado devido à maior dimensão do raio da esfera frente a uma força reduzida. Como consequência, a solução do modelo pelo método de elementos finitos é comprometido, gerando esses maiores erros. Contudo, esse erro não afeta significativamente os resultados finais, uma vez que a força mínima aplicada é de 250 N e os erros não apresentam altos valores a ponto de comprometer os dados finais. Portanto, é mantido o tamanho de 15 μm para o elemento na região de contato entre os domínios.

Definido o tamanho de malha na região de contato, discretiza-se os sólidos obtendo, na tabela 3.8, a grandeza de elementos para cada domínio nos modelos numéricos.

Tabela 3.8: Número de elementos para cada domínio dos modelos numéricos.

Domínio	Raio [mm]		
	5	7,5	9
Superfície plana	9.220	20.208	31.835
Esfera	8.446	18.352	20.874

3.1.4 Coleta de dados

Validado o modelo numérico na seção 3.1.3, obtém-se 15.750 amostras para composição do banco de dados, sendo 5.250 para cada raio de esfera e 350 para cada material. Os parâmetros variáveis nos modelos são a força f (tabela 3.3) e as propriedades mecânicas (E , LE , n e K) definidos na tabela 3.2. A quantidade total de amostras no banco de dados é detalhada na tabela 3.9.

Tabela 3.9: Composição do banco de dados.

Material	Número de amostras por raio			Total de amostra por material
	5 mm	7,5 mm	9 mm	
Aço	2.450	2.450	2.450	7.350
Cobre	1.050	1.050	1.050	3.150
Alumínio	1.750	1.750	1.750	5.250
Total de amostras no banco de dados				15.750

3.2 METODOLOGIA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL

Para a definição das propriedades mecânicas dos materiais metálicos, utiliza-se nesse projeto uma rede neural artificial como ferramenta para previsão de dados. Essa metodologia de aprendizado profundo é um tipo de inteligência artificial com base em aprendizagem supervisionado, onde os dados de entrada e saída são construídos com os dados dos modelos numéricos descritos na seção anterior. O objetivo da rede neural deste trabalho é definir/prever, de forma instantânea depois de treinada, as propriedades elasto-plásticas dos materiais metálicos a partir de dados de entradas coletados via moledo numérico, como utilizado neste trabalho, ou ensaio de dureza com ferramenta esférica. A figura 3.5 descreve o objetivo da rede neural.

A arquitetura da rede neural artificial é construída na linguagem Python utilizando a biblioteca TensorFlow [29] aliado a um processamento local utilizando processador e GPU. Cada um dos parâmetros construtivos são avaliados e validados de maneira a produzir a melhor previsão de

dados.

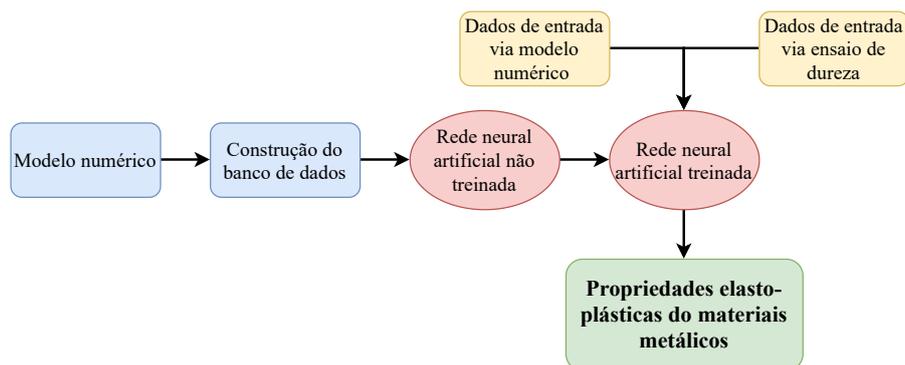


Figura 3.5: Fluxograma do objetivo da rede neural deste trabalho.

3.2.1 Entradas e saídas

As entradas e saídas são os parâmetros essenciais para o aprendizado da RNA. É necessário, portanto, definir as variáveis que as compõem e promover um tratamento adequado dos valores numéricos para alimentar diretamente a RNA.

3.2.1.1 Definição das variáveis de entrada e saída

Como dito na seção 2.1.2.1, o atual projeto utiliza como referência o ensaio de compressão do tipo penetração/indentação. Portanto, as variáveis que melhor compõem as entradas da RNA são a força, o raio da ferramenta e a indentação superficial, pois esses valores são variáveis de possível obtenção pós ensaios de compressão como os já relatados. Assim, a IA se torna benéfica para aplicação prática utilizando ensaios de compressão por indentação com ferramenta esférica.

As saídas são definidas pelas variáveis desejadas de previsão, que, para o atual trabalho, são as propriedades mecânicas dos materiais que os caracterizam elasticamente e plasticamente, ou seja, o módulo de elasticidade (E), o limite de escoamento (LE), o coeficiente de encruamento (n) e o coeficiente de resistência (K).

3.2.1.2 Tratamento dos dados

Os modelos numéricos entregam os valores reais brutos contínuos das variáveis tensão, força, deslocamento, etc. Contudo, da literatura [28, 29], não é recomendado alimentar a rede neural com os valores reais das variáveis, uma vez que isso pode dificultar ou impedir a convergência da IA. Portanto, é recomendado [28, 29] atribuir que todas as variáveis (x) de entrada e saída devem ser tratadas, definindo um intervalo para seus valores. Para o presente trabalho, toma-se que o intervalo utilizado é $0 \leq x \leq 1$. Assim, promove-se a normalização de todas as variáveis. A normalização é feito pela equação:

$$x_{normalizado} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \quad (3.2)$$

onde $x_{normalizado}$ é a nova variável normalizada, x é variável de análise, x_{max} é a maior variável do conjunto das variáveis x e x_{min} é a menor variável do conjunto das variáveis x . Normalizada todas as entradas e saídas (imposição do intervalo $0 \leq x \leq 1$), é possível de se alimentar a rede neural.

3.2.1.3 Definição do destinos dos dados

Os dados coletados para alimentação da rede neural devem ser divididos em 3 categorias, dados para aprendizado, teste e previsão. Para o atual projeto, utiliza-se a proporção, 80% treinamento/aprendizagem, 10% de testes e 10% de previsão.

3.2.2 Arquitetura da Rede Neural Artificial

A arquitetura da rede neural artificial é construída com base nas características das entradas e saídas. A atual seção define um conjunto de arquiteturas iniciais, sendo que a definitiva é concretizada na seção seguinte. O objetivo desta seção, portanto, é definir um conjunto de arquiteturas para que no final se defina a melhor delas, comparando-as em relação a certos parâmetros que serão descritos nas próximas subseções.

Inicialmente, constrói-se uma rede neural artificial rasa, com apenas uma camada oculta. Isso é feito, pois é recomendado [28, 29] iniciar uma rede neural da forma mais simples (rasa), e aprofundá-la de acordo com a necessidade de convergência. Logo, a arquitetura inicial é construída com 1 camada oculta. O número mínimo de neurônios NI é definido [32] a partir do número de entradas N_e :

$$NI = N_e + 1 = 3 + 1 = 4 \quad (3.3)$$

Logo, como forma de padronização, é utilizado 5 neurônios inicialmente para avaliação das redes neurais.

3.2.2.1 Função de aprendizado

A função de aprendizado (FA) é o parâmetro relacionado à forma de como os pesos são atualizados. Na etapa de validação da arquitetura da RNA, é necessário definir uma FA que atinja bons resultados de erros e métricas. Portanto, toma-se 4 FA para comparação dos resultados iniciais de previsão. Essas são:

- Descida do gradiente estocástico (DGE);

- RMSprop;
- Adam;
- AdaDelta.

As variáveis de referência das FA, descritas na seção 2.4.6, são fixas e padronizados [28]. A atualização dos pesos, para cada FA, é descrita quantitativamente na seção 2.4.6.

3.2.2.2 Função de ativação

A função *sigmoid* (sig) é definida inicialmente para composição das camadas ocultas e de saídas [29], uma vez que seu intervalo de atuação engloba um curto intervalo de valores (valores de 0 a 1), fato que facilita a convergência, e seu formato (figura 2.17) apresenta geometria semelhante ao comportamento mecânico dos materiais metálicos [33], onde seus valores intermediários de entrada apresentam saídas lineares (região elástica) e suas extremidades apresentam saídas não lineares (região plástica).

Após definido a FA na próxima seção, será realizada outra validação de redes neurais variando a função de ativação, tendo como candidatas as funções *sigmoid* e a *tangente hiperbólica* (tanh). Esta última é utilizada, pois há relatos científicos que demonstram promessa desse tipo de função para previsão das propriedades de materiais metálicos [13, 14].

3.2.2.3 Variáveis de desempenho

As variáveis de desempenho definidas neste projeto são a métrica e a função de erro. Para a métrica, utiliza-se a acurácia (ACC) e o erro absoluto médio (EAM) para avaliação da previsão frente às saídas esperadas. Tais variáveis são escolhidas devido suas características:

- Regressivas, ou seja, entradas e saídas apresentam valores contínuos;
- Localizadoras, uma vez que essas métricas possibilitam um comparativo direto geral entre o valor de referência e a previsão.

A função erro apresenta dois objetivos principais, ser uma referência quantitativa de avaliação entre a previsão e a saída desejada, e auxiliar a atualização dos pesos junto à FA. Dessa forma, utiliza-se o erro quadrático médio (EQM) para composição da RNA. Esse é utilizado em problemas regressivos, pois, a derivada parcial da sua função, equação (2.60), em relação aos pesos, gera valores decrescentes à medida que as iterações são realizadas e, como consequência, a atualização dos pesos é feita de forma gradual e sutil, evitando divergências súbitas. Junto a isso, o EQM já é demonstrado como uma função erro eficaz para previsão do comportamento de materiais metálicos [33].

3.2.2.4 Parâmetros complementares e preparação para validação da rede neural artificial

Os parâmetros complementares utilizados na RNA são o número de iterações e a taxa de aprendizado. O número de iterações inicialmente é fixado em 10.000, uma vez que esse valor é suficiente para analisar a convergência máxima da RNA. Portanto, fixa-se esse valor para validação inicial da RNA.

A taxa de aprendizado (α) é o parâmetro que promove o grau de atualização dos pesos. Dessa forma, define-se um intervalo para a taxa de aprendizado de $10^{-4} \leq \alpha \leq 100$, variando em 10 vezes seu valor. Para cada FA (definido na seção 3.2.2.1), haverá 7 algoritmos de aprendizado (cada um com uma α distinta) sendo desenvolvidos, resultando, cada um, em um erro e métrica final. Disso, valida-se a melhor FA para a rede neural com sua respectiva taxa de aprendizado. Então, os parâmetros iniciais das arquiteturas da RNA são descritas na tabela 3.10.

Tabela 3.10: Parâmetros das arquiteturas iniciais.

Número de dados	15.750 (12.600 treinamento, 1.575 teste e 1.575 previsão)
Número de entradas	3 (Força, identificação superficial, raio da esfera)
Função de ativação	Sigmoid
Número de saídas	4 (E , LE , n e K)
Funções de aprendizado iniciais	DGE, RMSprop, Adam, AdaDelta
Algoritmo de aprendizado	Retro-propagação
Função Erro	Erro quadrático médio
Métrica	Acurácia e Erro absoluto médio
Taxa de aprendizado	$10^{-4} \leq \alpha \leq 100$

3.3 VALIDAÇÃO DA REDE NEURAL ARTIFICIAL

Construída as diferentes redes neurais iniciais, variando a taxa de aprendizado e a FA, como descrito na tabela 3.10, avalia-se cada RNA por meio da acurácia e erros. O erro quadrático médio é obtido por meio da equação (2.60), o erro absoluto médio pela (2.61) e acurácia pela (2.59). Com isso, obtém-se os desempenhos das redes neurais artificiais iniciais que estão descritos na tabela 3.11.

Tabela 3.11: Avaliação dos desempenhos das redes neurais artificiais iniciais.

Otimizador	Índice	Taxa de aprendizado						
		10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	100
DGE	ACC	0,3975	0,2024	0,6098	0,6307	0,6397	0,6425	0,4648
	EQM	0,1035	0,1018	0,0537	0,0439	0,0421	0,0409	0,1329
	EAM	0,2683	0,2660	0,1828	0,1590	0,1541	0,1547	0,2492
RMSprop	ACC	0,6267	0,6405	0,6437	0,6409	0,6074	0,4637	0,1433
	EQM	0,0461	0,0432	0,0417	0,0392	0,0556	0,2712	0,3487
	EAM	0,1659	0,1562	0,1498	0,1506	0,1723	0,4032	0,4811
AdaDelta	ACC	0,2012	0,2017	0,3826	0,6130	0,6326	0,6316	0,6260
	EQM	0,1096	0,1032	0,0998	0,0513	0,0434	0,0416	0,0410
	EAM	0,2788	0,2673	0,2635	0,1778	0,1582	0,1559	0,1544
Adam	ACC	0,6291	0,6390	0,6430	0,6336	0,3402	0,4679	0,4679
	EQM	0,0461	0,0420	0,0397	0,0399	0,1036	0,3708	0,2850
	EAM	0,1664	0,1545	0,1477	0,1484	0,2674	0,5033	0,4181

Avaliando os desempenhos de cada RNA (tabela 3.11), define-se como FA definitiva o Adam com taxa de aprendizado de 0,01 (ilustrado em verde na tabela 3.11), pois observa-se que esta apresenta o melhor desempenho dentre as outras, com maior acurácia, menor erro quadrático médio e erro absoluto médio, tendo a acurácia de 64,3% de acerto, erro quadrático médio de $3,97 \cdot 10^{-2}$ e erro absoluto médio de $1,477 \cdot 10^{-1}$.

3.3.1 Validação da camada oculta

Definido o Adam como FA para a arquitetura definitiva, a próxima etapa construtiva da RNA é estabelecer a camada oculta, definindo o número de camadas, a quantidade de neurônios por camada e as funções de ativação com suas respectivas posições nas camadas. Para essa validação, formula-se uma rotina descrita pelo fluxograma ilustrado na figura 3.6.

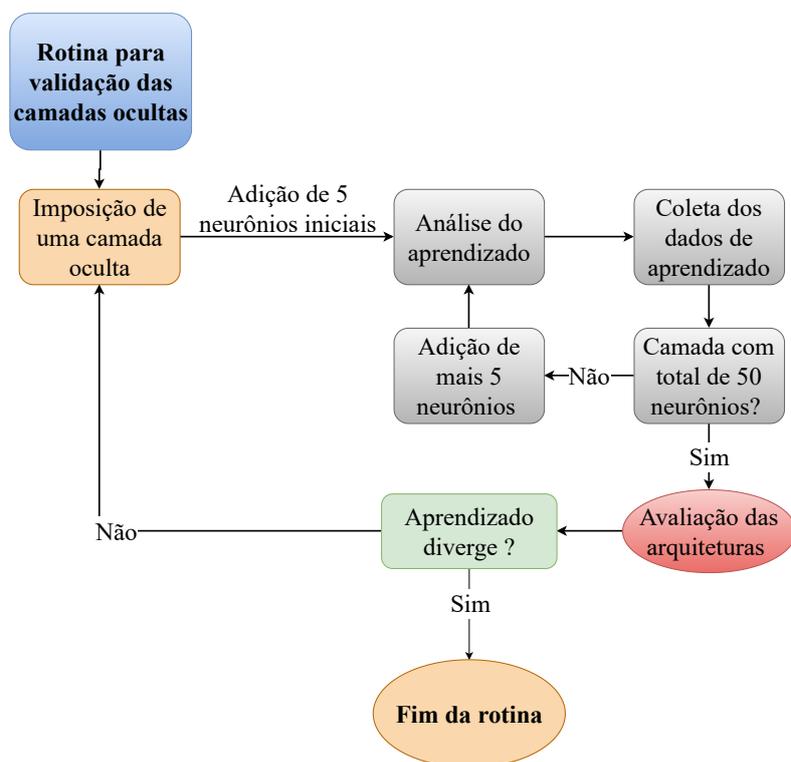


Figura 3.6: Fluxograma do processo de validação das camadas ocultas.

Dessa forma, constrói-se uma rotina de análise de acordo com o fluxograma da figura 3.6. Agora, as novas redes neurais artificiais apresentam os parâmetros construtivos descritos na tabela 3.12.

Tabela 3.12: Parâmetros das arquiteturas com otimizador definido.

Número de dados	15.750 (1.260 treinamento, 1.575 teste e 1.575 previsão)
Número de entradas	3 (Força, identificação superficial, raio da esfera)
Função de ativação	Sigmoid (sig) e tangente hiperbólica (tanh)
Número de saídas	4 (E , LE , n e K)
Função de aprendizado	Adam
Algoritmo de aprendizado	Retro-propagação
Função Erro	Erro quadrático médio
Métrica	Acurácia e Erro absoluto médio
Taxa de aprendizado	10^{-2}

Definidas as próximas candidatas à redes neurais, segue-se a rotina do fluxograma da figura 3.6 para definir a rede neural artificial final. A tabela 3.15 descreve o resultado da rotina aplicada.

Finalizada a rotina, define-se pela tabela 3.15 a arquitetura final da rede neural artificial do

projeto, observando a sequência daquelas que obtiveram a maior acurácia e os menores erros (ilustradas em verde na tabela 3.15). O resultado final, portanto, da rede neural definitiva apresenta desempenho final descrito na tabela 3.13 e arquitetura descrita pela tabela 3.14.

Tabela 3.13: Resultados de desempenho da rede neural artificial definitiva.

Variável de performace	Melhor valor
Acurácia	Máximo de 96,97%
Erro absoluto médio	Mínimo de 0,0195
Erro quadrático médio	Mínimo de 0,0029

Tabela 3.14: Parâmetros da rede neural artificial definitiva.

Parâmetros	Entrada	Camada					Saída
		Camada oculta					
		1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	
Número de neurônios por camada	3	30	50	40	15	35	4
Função de ativação aplicada	-	sig	sig	sig	sig	sig	sig

Tabela 3.15: Avaliação dos desempenhos das redes neurais com otimizador definido.

Camada oculta	Sequência das funções de ativação	Índices	Neurônios por camada									
			5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
1	Sig-sig	ACC	0,6422	0,6821	0,6883	0,7076	0,7357	0,7605	0,7395	0,7283	0,7398	0,7517
		EQM	0,0394	0,0327	0,0272	0,0276	0,0260	0,0245	0,0250	0,0259	0,0243	0,0249
		EAM	0,1459	0,1333	0,1215	0,1219	0,1176	0,1138	0,1136	0,1170	0,1129	0,1138
	Tanh - tanh	ACC	0,6309	0,6506	0,6595	0,6149	0,6174	0,6123	0,6106	0,6098	0,6063	0,6161
		EQM	0,0398	0,0338	0,0329	0,0402	0,0413	0,0432	0,0422	0,0431	0,0422	0,0441
		EAM	0,1516	0,1378	0,1369	0,1535	0,1568	0,1617	0,1588	0,1611	0,1588	0,1638
	Sig-tanh	ACC	0,6398	0,6560	0,6532	0,6531	0,6617	0,6741	0,6821	0,6637	0,6617	0,6710
		EQM	0,0395	0,0333	0,0328	0,0321	0,0307	0,0290	0,0297	0,0308	0,0304	0,0322
		EAM	0,1510	0,1383	0,1348	0,1325	0,1293	0,1249	0,1260	0,1304	0,1287	0,1296
	Tanh - sig	ACC	0,6475	0,6551	0,7251	0,6971	0,6682	0,6926	0,7184	0,6921	0,6681	0,7153
		EQM	0,0388	0,0333	0,0265	0,0278	0,0324	0,0291	0,0273	0,0283	0,0322	0,0268
		EAM	0,1506	0,1344	0,1187	0,1215	0,1313	0,1253	0,1198	0,1231	0,1319	0,1203
2	Sig - Tanh - Sig	ACC	0,7287	0,7270	0,8444	0,8794	0,8017	0,8397	0,8764	0,9252	0,7757	0,7597
		EQM	0,0205	0,0139	0,0094	0,0109	0,0102	0,0084	0,0073	0,0057	0,0426	0,0429
		EAM	0,1036	0,0818	0,0656	0,0639	0,0638	0,0558	0,0537	0,0428	0,1067	0,1079
	Sig - Sig - Sig	ACC	0,7496	0,7598	0,8343	0,8548	0,8771	0,8629	0,9459	0,8018	0,9244	0,9456
		EQM	0,0184	0,0156	0,0100	0,0089	0,0089	0,0087	0,0072	0,0123	0,0056	0,0051
EAM	0,0984	0,0877	0,0631	0,0609	0,0576	0,0615	0,0503	0,0737	0,0432	0,0382		
3	Sig - Sig - Sig - Sig	ACC	0,7539	0,3348	0,3426	0,3433	0,8979	0,8657	0,8997	0,9410	0,8986	0,8475
		EQM	0,0263	0,1034	0,1034	0,1035	0,0057	0,0109	0,0098	0,0048	0,0081	0,0109
		EAM	0,1180	0,2674	0,2673	0,2675	0,0422	0,0643	0,0546	0,0347	0,0456	0,0640
4	Sig -Sig - Sig - Sig - Sig	ACC	0,9617	0,9622	0,9625	0,9608	0,9614	0,9587	0,9616	0,9582	0,9630	0,9590
		EQM	0,0037	0,0034	0,0034	0,0036	0,0040	0,0036	0,0037	0,0036	0,0035	0,0036
		EAM	0,0269	0,0259	0,0247	0,0260	0,0249	0,0269	0,0270	0,0268	0,0257	0,0266
5	Sig -Sig - Sig - Sig - Sig - Sig	ACC	0,9040	0,9511	0,9598	0,9679	0,9694	0,9671	0,9697	0,9688	0,9704	0,9687
		EQM	0,0061	0,0038	0,0036	0,0034	0,0030	0,0030	0,0029	0,0028	0,0033	0,0031
		EAM	0,0459	0,0280	0,0241	0,0235	0,0185	0,0207	0,0195	0,0192	0,0231	0,0218

3.3.2 Critério de parada

Concretizada a arquitetura da RNA, adiciona-se uma ferramenta de aprendizado específica, o critério de parada ou parada antecipada ("Early stopping"). O objetivo dessa ferramenta é interromper o aprendizado da RNA no momento em que ela atingir um parâmetro específico. Disso, define-se o erro quadrático médio para ser a variável de referência, pois ele é o parâmetro de comparação mais sensível numericamente entre a previsão e a saída esperada. O valor do EQM utilizado para promover a parada antecipada é definido na tabela 3.15 onde se extrai seu menor valor. Portanto, é atribuído o valor de 0,029 para o EQM.

3.3.3 Validação da consistência da rede neural artificial

Após finalizadas todas as etapas da RNA, é necessário avaliar o comportamento do aprendizado da rede uma vez que o processo de treinamento não necessariamente apresenta comportamento crescente de acurácia e decrescente de erro. O objetivo dessa validação é confirmar que o aprendizado da rede é constante, para qual todo treinamento iniciado terá um resultado final semelhante. Para isso, é construído dois gráficos para análise do treinamento da rede, um de acurácia *versus* iterações e outro de erro *versus* iterações. Os gráficos são ilustrados nas figuras 3.7 e 3.8.

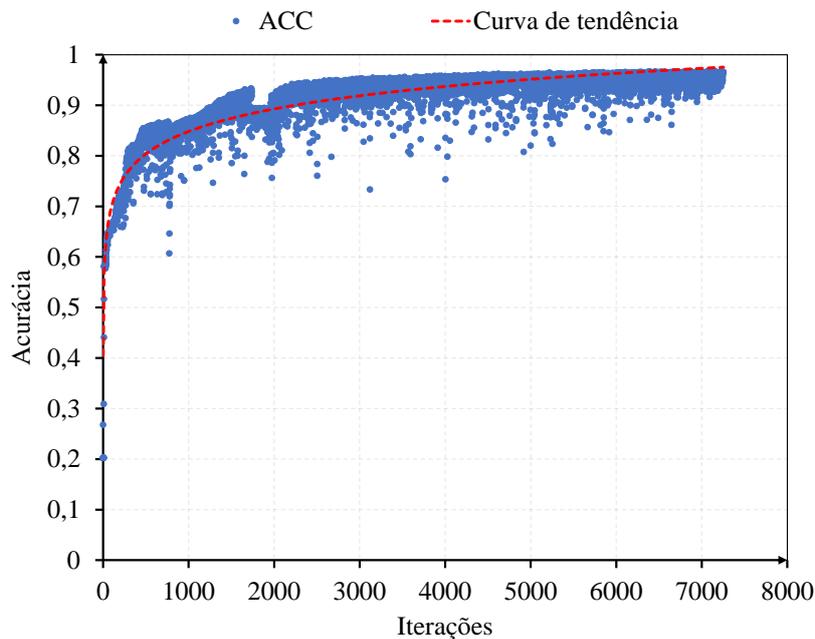


Figura 3.7: Comportamento da acurácia durante treinamento da rede.

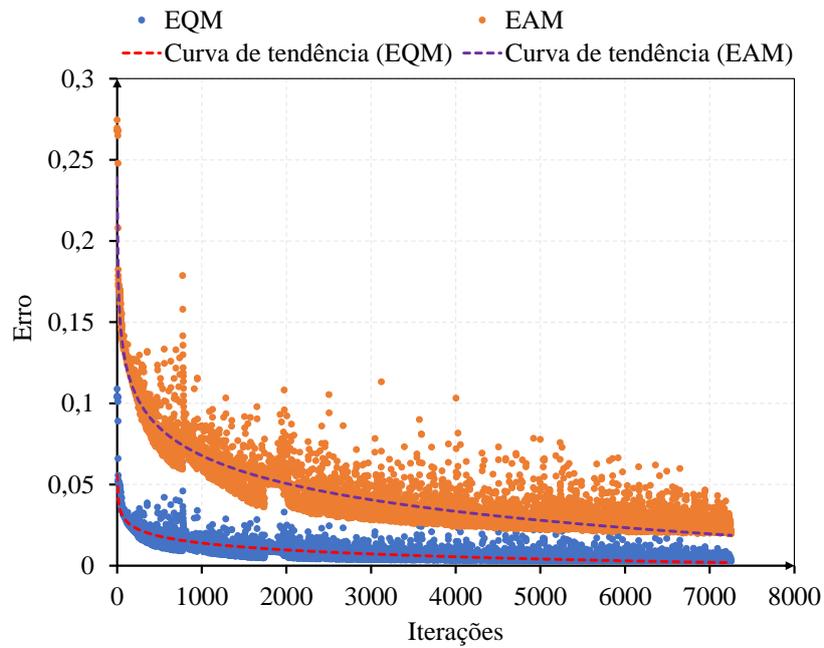


Figura 3.8: Comportamento do erro absoluto médio durante treinamento da rede.

Das figuras 3.7 e 3.8 é possível observar o comportamento consistente do treinamento da rede, pois a acurácia está crescendo e tendendo a um valor máximo fixo, enquanto o erro está decrescendo e estagnando em um valor mínimo. Portanto, dessas observações, conclui-se que a rede neural apresenta um aprendizado contínuo, tendo como consequência a homogeneidade em diferentes processos de treinamentos.

4 RESULTADOS

O presente capítulo tem como objetivo apresentar os resultados obtidos no atual trabalho. É realizada a análise das previsões da rede neural artificial. Essa análise é realizada de forma teórica (dados de entrada vindas do banco de dados) e experimental (dados de entradas vindas de ensaios experimentais).

4.1 PREVISÃO TEÓRICA DA REDE NEURAL ARTIFICIAL

A previsão teórica da rede consiste da previsão de dados vindos de entradas de uma parcela exclusiva do banco de dados. São utilizadas 1.575 conjuntos de entradas para previsões. A apresentação/análise desses resultados são feitas dos seguintes modos:

1. Análise/apresentação macro;
2. Análise/apresentação micro;
3. Análise/apresentação estatística.

4.1.1 Análise macro

A análise macro consiste em apresentar de forma geral a comparação entre as previsões frente as saídas esperadas. Essa comparação é feita apresentando a média dos erros absolutos percentuais e os coeficientes de determinação (R^2) para cada saída. A média do erro absoluto percentual de cada saída é calculada pelo módulo da equação (2.62) e o R^2 é calculado pela equação (2.83). Assim, os resultados da análise macro são apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Resultados da análise macro das previsões.

Saída	Média do erro absoluto percentual (%)	R^2
<i>E</i>	2,2553	0,9862
<i>LE</i>	2,6389	0,9737
<i>K</i>	4,5584	0,9417
<i>n</i>	4,8977	0,9372

Analisando a tabela 4.1, observa-se baixos erros para as quatro saídas. Os menores valores de média ocorrem para os parâmetros do regime elástico (*E* e *LE*) com a maior média de 2,6389% do *LE*. Semelhante a esse resultado, os coeficientes de determinação apresentam bons resultados (próximos ao valor ideal 1) com os parâmetros do regime elástico apresentando os melhores

resultados. Os parâmetros do regime plástico (n e K) apresentam erros absolutos relativos ainda baixos, tendo, entretanto, menores valores para o coeficiente de determinação. Dessa maneira, conclui-se inicialmente, por essa análise, um melhor desempenho da RNA para os parâmetros do regime elástico. As consequências dos valores quantitativos de todas as saídas são descritas com mais detalhes nas próximas subseções.

4.1.2 Análise micro

A análise micro tem como objetivo analisar individualmente cada previsão e compará-la às respectivas saídas esperadas. Dessa análise é possível um maior detalhamento dos resultados macro e micro. Com isso, a análise micro é feita a partir de um histograma dos erros percentuais da revisão frente às saídas esperadas, calculado pela equação (2.62), e de uma regressão linear com os valores contínuos reais da previsão *versus* saídas esperadas. O histograma visa analisar a quantidade de ocorrências de erros percentuais em determinados intervalos de erros e a regressão linear tem como objetivo comparar/analisar visualmente e quantitativamente a dispersão das previsões frente às saídas esperadas de forma geral e específica simultaneamente. Dessa forma, os histogramas descritos são apresentados nas figuras 4.1 a 4.4.

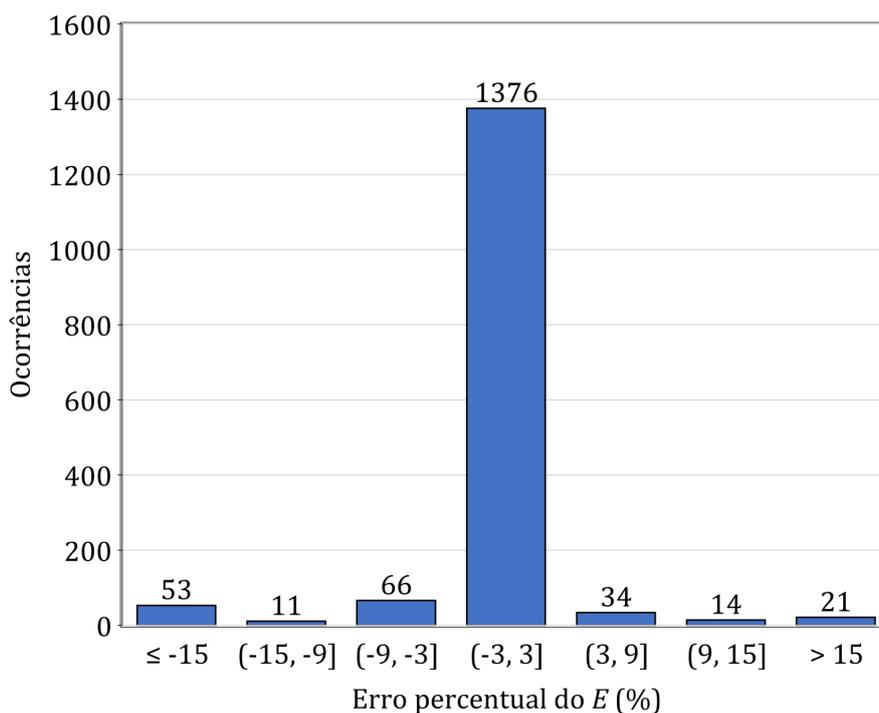


Figura 4.1: Histograma do módulo de elasticidade.

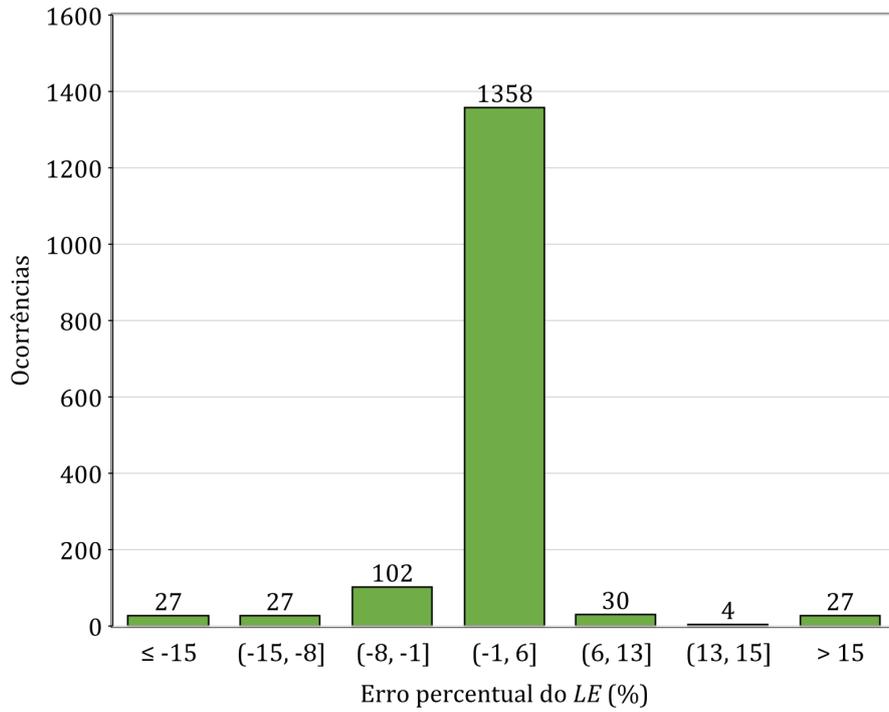


Figura 4.2: Histograma do limite de escoamento.

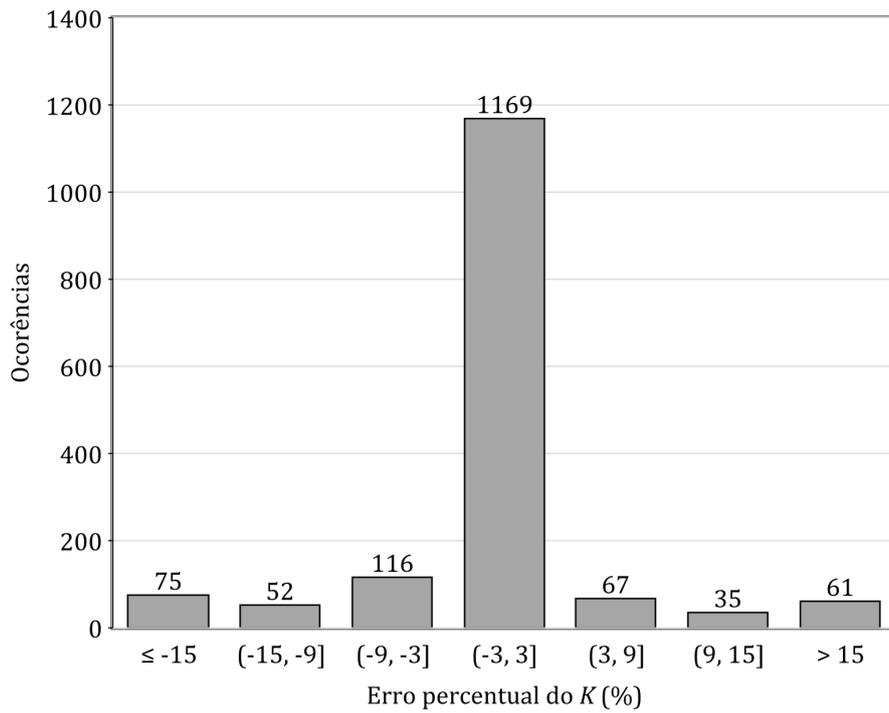


Figura 4.3: Histograma do coeficiente de resistência.

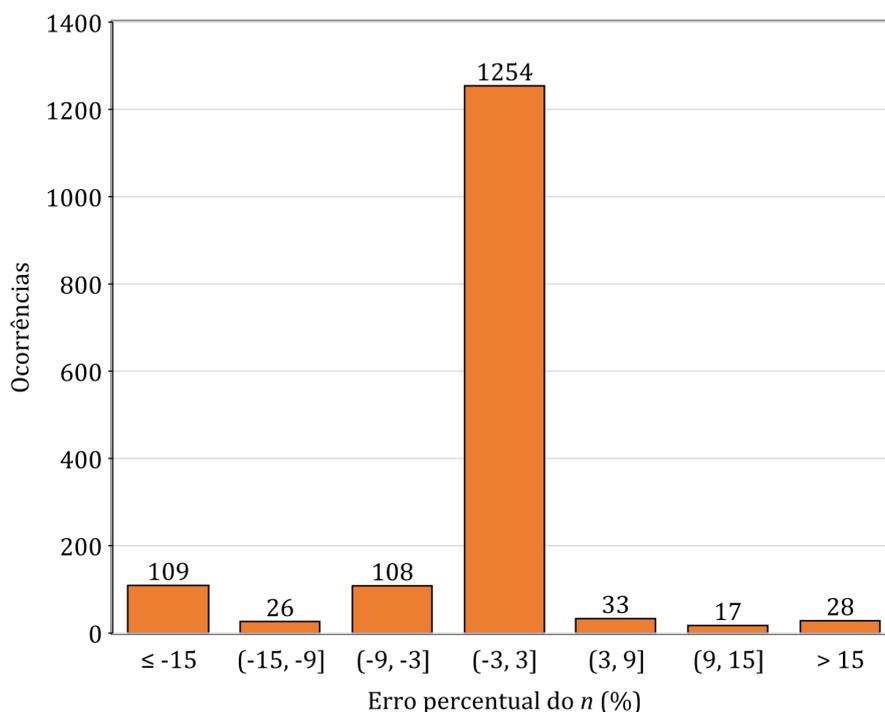


Figura 4.4: Histograma do coeficiente de encruamento.

Analisando as figuras 4.1 a 4.4, observa-se uma maior concentração de ocorrências de erro percentual próximo ao ideal (valor 0). É possível ver que os parâmetros do regime elástico apresentam a maior concentração de erros próximos ao ideal tendo os restante se dispensando de forma decrescente. A consequência desses comportamentos estão demonstrados quantitativamente nas médias e R^2 apresentadas na tabela 4.1, dos quais os melhores valores são dos parâmetros do regime elástico. Os parâmetros do regime plástico também apresentam maiores concentrações de ocorrências próximo ao ideal, entretanto, esses apresentam maior quantidade de ocorrências nos outros intervalos principalmente naqueles maiores que $+15\%$ e menores que -15% . Como efeito, a média desses erros são maiores frente a um coeficiente de determinação menor. Agora, as regressões lineares são ilustradas figuras 4.5 a 4.8.

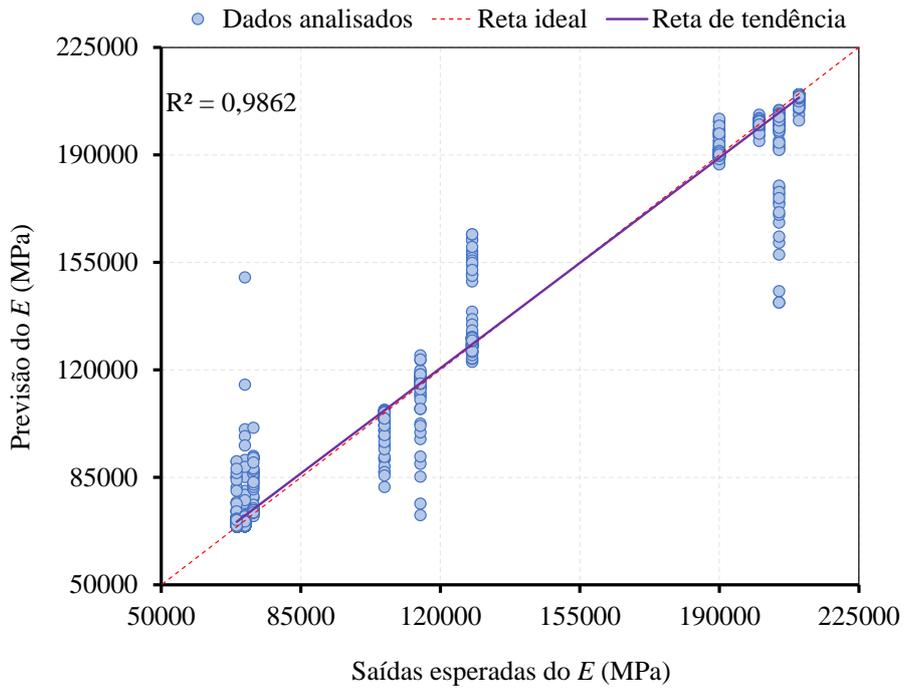


Figura 4.5: Regressão linear do módulo de elasticidade.

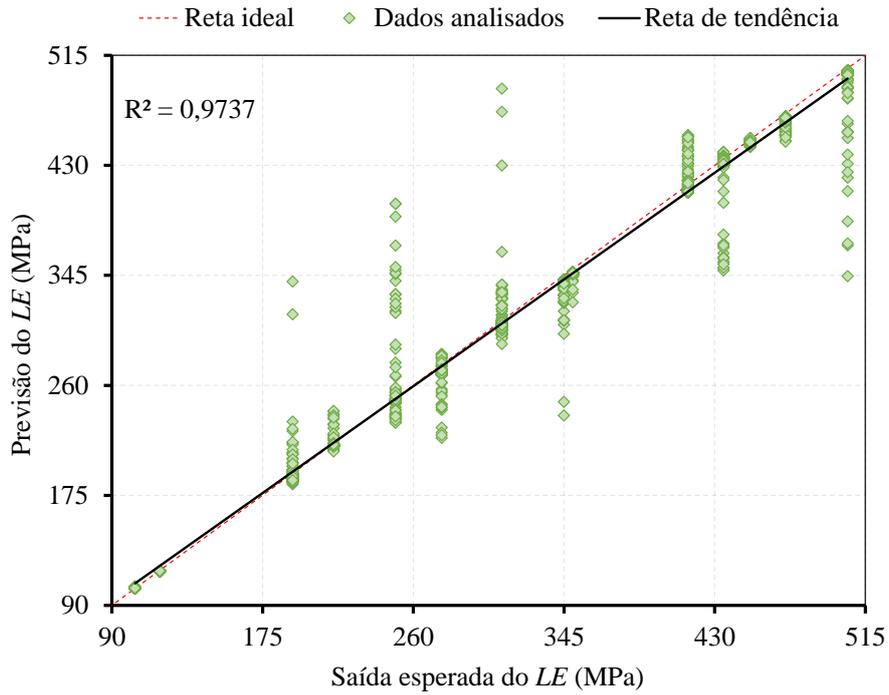


Figura 4.6: Regressão linear do limite de escoamento.

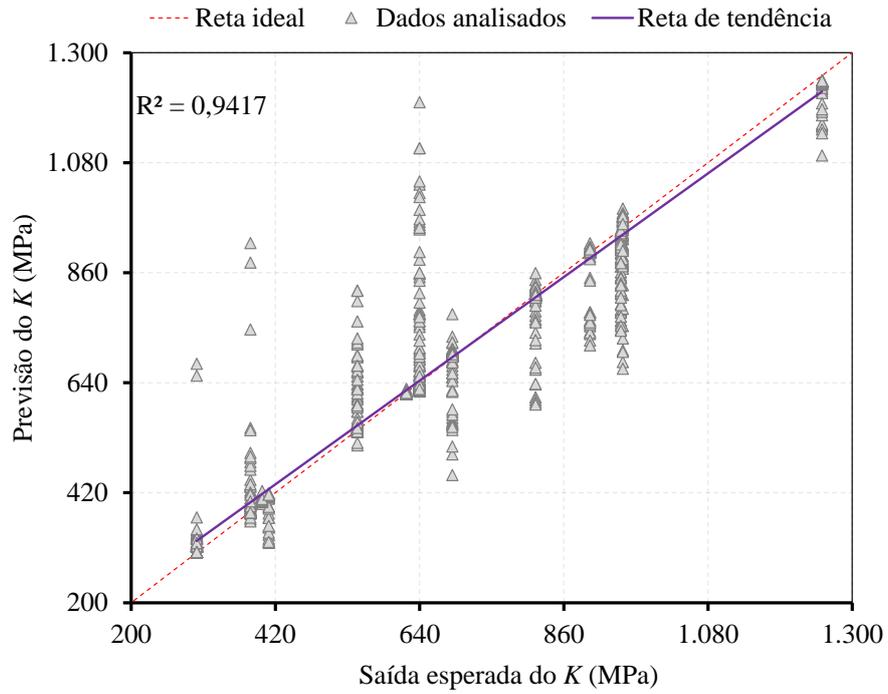


Figura 4.7: Regressão linear do coeficiente de resistência.

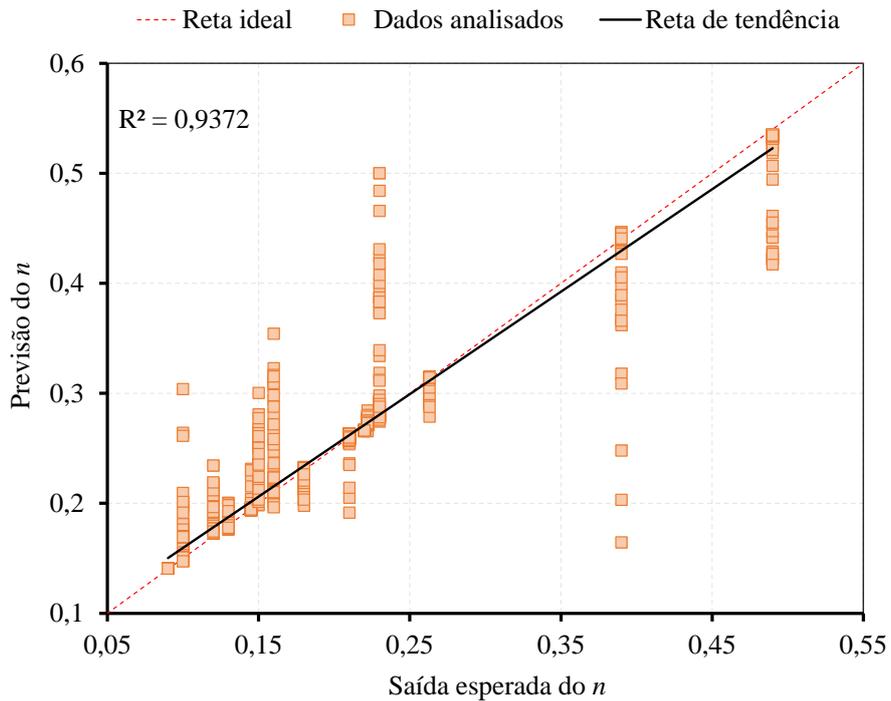


Figura 4.8: Regressão linear do coeficiente de encruamento.

As figuras 4.5 a 4.8 ilustram a dispersão de cada previsão com sua respectiva saída esperada. Desses resultados, observa-se boas previsões das quatro saídas, pois todas apresentam bons valores de R^2 , tendo o menor deles de 0,9372 vindo do n . Esses valores de R^2 representam o grau

de proximidade das previsões com as saídas de modo geral. Os parâmetros do regime elástico, novamente, apresentam os melhores desempenhos, uma vez que os R^2 dessas apresentam os maiores valores. Apesar das boas previsões dos parâmetros do regime plástico, vale acrescentar que seus menores R^2 ocorrem devido a maior quantidade de dispersões das previsões frente às saídas esperadas, o que não ocorre com a mesma magnitude dos parâmetros do regime elástico. Aliado aos histogramas (figuras 4.1 a 4.4), observa-se esse fenômeno de dispersão, onde há maiores ocorrências de previsões dos parâmetros do regime plástico distantes das saídas esperadas. Dos histogramas dos parâmetros do regime plástico (figuras 4.3 e 4.4), observa-se 136 e 137 ocorrências de erros percentuais menores que -15% e maiores que $+15\%$ para o coeficiente de resistência e coeficiente de encruamento respectivamente. Por outro lado, dos histogramas dos parâmetros do regime elástico (figuras 4.1 e 4.2), há 74 e 54 ocorrências de erros percentuais menores que -15% e maiores que $+15\%$ vindas do módulo de elasticidade e do limite de escoamento respectivamente. Esse fato influencia diretamente o R^2 , como pode ser visto nas regressões lineares (figuras 4.5 a 4.8), e nos resultados macros. Apesar desse comportamento dos parâmetros do regime plástico, de modo geral, a RNA apresenta resultado satisfatório e promissor de acordo com as análises macro e micro. Esses valores demonstram a capacidade de aprendizado, interpretação e previsão de dados da rede neural construída.

Por fim, pelos histogramas apresentados nas figuras 4.1 a 4.4, observa-se um comportamento distributivo normal dos erros das previsões, pois há um valor de referência (valor médio) onde ocorre maior número de ocorrências seguidos de um comportamento decrescente de ocorrência a medida que os erros se distanciam do valor de referência. A partir disso, toma-se a distribuição normal como função de densidade de probabilidade para avaliação do comportamento dos erros das previsões.

4.1.3 Análise estatística

Apresentado até o momento as análises macro e micro, a presente subseção tem como objetivo analisar estatisticamente a distribuição das previsões de modo a obter o intervalo do erro percentual da previsão frente às saídas esperadas dentro de um conjunto de amostras. Essa análise é realizada para descrever o comportamento probabilístico de previsão da rede neural construída e, com isso, pode-se induzir comportamentos de previsão da rede. Dessa forma, para a análise estatística é construída uma curva de distribuição normal (DN) a partir dos erros percentuais das previsões conforme descritas na seção 2.5.4. Como dito na análise micro, a consideração da distribuição normal é tomada a partir do comportamento de distribuição do erro percentual observado nos histogramas., Com isso, o resultado é ilustrado na figura 4.9.

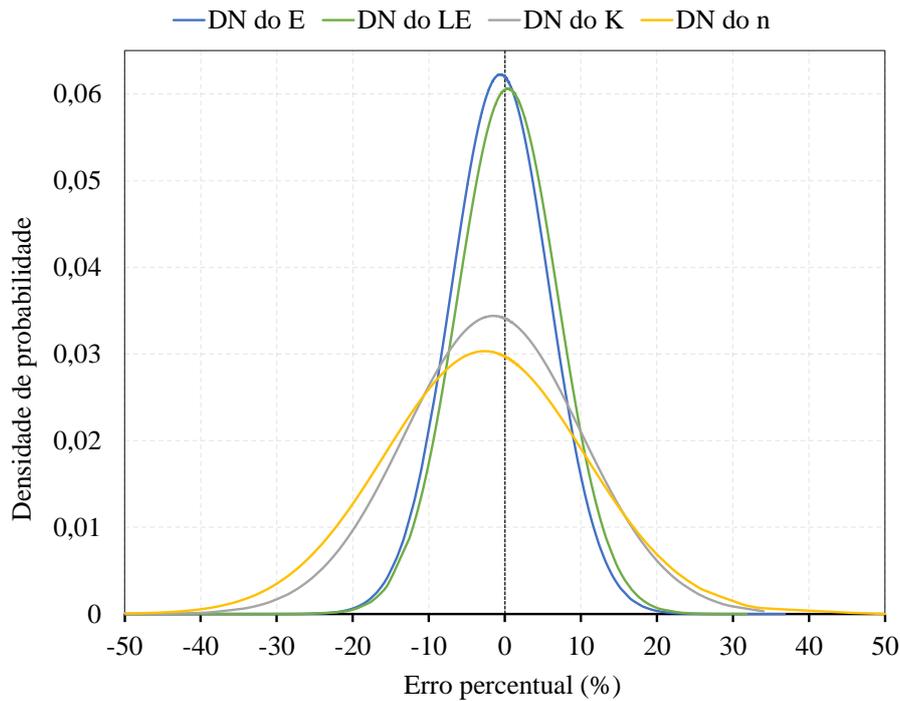


Figura 4.9: Distribuição normal dos erros percentuais das previsões das saídas da RN.

Primeiramente, de forma qualitativa, retira-se algumas conclusões da curva de distribuição normal. O pico de cada curva representa a média dos erros percentuais no eixo das abcissas, e a largura demonstra a densidade de concentração de ocorrência dos valores próximo à média, ou seja, representa o valor do desvio padrão. Assim, é possível observar que o módulo de elasticidade apresenta uma maior quantidade de erros percentuais próximos à sua média, seguidos do limite de escoamento, do coeficiente de resistência e do coeficiente de encruamento. Nessa figura, fica claro o comportamento de desempenho de previsão semelhante entre as propriedades E e LE (parâmetros do regime elástico) e entre n e K (parâmetros do regime plástico).

Da DN construída, toma-se a distribuição normal padrão para definir a probabilidade de ocorrência dos erros percentuais. Para a definição desses valores, utiliza-se a tabela 6 do anexo II.3. O cálculo das probabilidades de um dado erro percentual é baseado na fixação de diferentes valores de probabilidade, para então, encontrar o intervalo do erro percentual da qual a probabilidade engloba. Assim, as probabilidades definidas são 95%, 90%, 85%, 80%, 75%, 70%, 65% e 60%. Com essas probabilidades mais a equação (2.90), calcula-se os intervalos $[-X; X]$ pela equação

$$X = Z.DP + \mu$$

com Z calculado pela tabela 6 do anexo II.3 utilizando uma determinada probabilidade e pelos dados da tabela 4.2. Nesta tabela, o erro percentual, calculado pela equação (2.62), é obtido a partir da previsão da rede relacionado à saída esperada equivalente.

Tabela 4.2: Dados estatísticos do erro percentual das previsões.

Parâmetro	Desvio padrão do erro percentual (DP)	Média do erro percentual (μ)
<i>E</i>	6,4091%	-0,5866%
<i>LE</i>	6,5810%	0,3973%
<i>K</i>	11,5976%	-1,5024%
<i>n</i>	13,1459%	-2,6457%

Portanto, com essas informações, calcula-se os intervalos de erro percentual (X) a partir de cada probabilidade definida. O resultado é descrito na tabela 4.3.

Tabela 4.3: Probabilidade de ocorrência de intervalos do erro percentual das previsões.

Probabilidade	<i>E</i>	<i>LE</i>	<i>K</i>	<i>n</i>
95%	[-11,98 ; 11,98]	[-13,3 ; 13,30]	[-21,23 ; 21,23]	[-23,12 ; 23,12]
90%	[-10 ; 10]	[-11,26 ; 11,26]	[-17,63 ; 17,63]	[-19,04 ; 19,04]
85%	[-8,64 ; 8,64]	[-9,87 ; 9,87]	[15,20 ; 15,20]	[-16,28 ; 16,28]
80%	[-7,68 ; 7,68]	[-8,89 ; 8,89]	[-13,46 ; 13,46]	[-14,31 ; 14,31]
75%	[-6,78 ; 6,78]	[-7,97 ; 7,97]	[-11,83 ; 11,83]	[-12,47 ; 12,47]
70%	[-6,08 ; 6,08]	[-7,24 ; 7,24]	[-10,56 ; 10,56]	[-11,03 ; 11,03]
65%	[-5,37 ; 5,37]	[-6,52 ; 6,52]	[-9,28 ; 9,28]	[-9,58 ; 9,58]
60%	[-3,13 ; 3,13]	[-4,21 ; 4,21]	[-5,22 ; 5,22]	[-4,98 ; 4,98]

A tabela acima demonstra um intervalo de erro percentual para a qual limita o erro de uma previsão a partir de uma probabilidade escolhida. Essas informações podem ser utilizadas para induzir dados. Por exemplo, caso sejam coletadas 10 amostras de previsões e se deseja saber quantas dessas estarão com um erro máximo de $|5,5|\%$ das 4 saídas, é possível de se concluir, pela tabela 4.3, que provavelmente 6 dessas amostras (60%) estarão com o erro máximo desejado. Por outro lado, caso, dessas 10 amostras, retire-se 8 para análise (80%), pela tabela 4.3, provavelmente os erros do *E* estarão com valor máximo de $|7,68|\%$, os do *LE* em $|8,89|\%$, os de *K* com $|13,46|\%$ e os de *n* com $|14,31|\%$. A presente análise auxilia na obtenção e tratamento de valores de previsão da rede.

A conclusão retirada dessa análise é que o número de dados de entradas utilizados para caracterização de um material via rede neural é diretamente proporcional à precisão da previsão do algoritmo. Para um mesmo material, o fornecimento de mais conjuntos de entradas com diferentes valores numéricos, ou seja, diferentes condições de contorno, favorece a caracterização do material via rede neural.

4.2 PREVISÃO EXPERIMENTAL DA REDE NEURAL ARTIFICIAL

Para avaliação prática da capacidade de previsão da RNA do atual projeto, realiza-se ensaios experimentais para coleta de dados de entrada para a rede. O ensaio realizado é o de dureza Brinell, apresentando sua descrição, resultados e análises no apêndice I.1. Após sua execução, os corpos de prova são analisados em um microscópio confocal para medição das indentações geradas pelo ensaio de dureza. Sua descrição e apresentação de resultados são detalhados no apêndice I.2. Coletados todas as variáveis necessárias para alimentação da rede, as entradas obtidas são apresentadas na tabela 4.4. Um ponto a ser ressaltado é a escolha dos materiais ensaiados, dos quais tem como objetivo fornecer dados amostrais distintos para a RNA. Desses dados estão inclusos:

- Materiais conhecidos pela rede (latão C48501);
- Materiais presentes na rede, contudo com tratamentos térmicos diferentes (alumínio 6061 e SAE 1045);
- Materiais totalmente desconhecidos (alumínio 7050 e inconel).

Tabela 4.4: Entradas experimentais.

Entrada	Força [N]	Indentação [μm]			Raio da ferramenta [mm]
		Média	Máxima	Mínima	
Latão C48501	2451,75	111,22	114,80	108,40	2,50
Al 6061 O	2451,75	280,35	282,00	278,30	2,50
Al 7050 T7451	2451,75	95,85	97,50	93,60	2,50
SAE 1045	2451,75	77,27	78,90	76,00	2,50
Inconel liga 718	2451,75	40,92	41,60	39,90	2,50

Os dados da tabela 4.4 são suficientes para alimentação da rede neural artificial. Observa-se que, para cada material, há três valores de indentação, a média, os valores máximos e mínimos coletados experimentalmente. Isso é feito uma vez que a RNA definitiva apresenta cinco camadas com diferentes valores de neurônios cada (aprendizado profundo). Como consequência, ela pode apresentar características sensíveis a variações de valores de entrada. Dessa forma, é utilizado para cada material os três valores distintos de indentação superficial. Portanto, como há 5 corpos de prova, com 3 entradas cada, são utilizados um total de 15 conjunto de entradas. Fornecendo os valores de entrada da tabela 4.4 à RNA, os resultados obtidos pela sua previsão frente às saídas esperadas são apresentados na tabela 4.5. Junto a esse valores, a tabela 4.6 apresenta o erro absoluto percentual (EAP) das previsões frente às saídas esperadas apresentadas na tabela 4.5.

Tabela 4.5: Previsão experimental frente às saídas esperadas.

Material	Indentação	Saída esperada				Previsão			
		E [GPa]	LE [MPa]	n	K [MPa]	E [Gpa]	LE [MPa]	n	K [MPa]
C48501	Média	106,000	192,000	0,180	300,000	104,924	191,193	0,178	301,199
	Máximo	106,000	192,000	0,180	300,000	105,138	190,604	0,178	302,328
	Mínimo	106,000	192,000	0,180	300,000	105,359	191,827	0,178	295,902
6061 O	Média	69,000	55,000	0,220	205,000	68,812	115,939	0,220	299,644
	Máximo	69,000	55,000	0,220	205,000	68,812	115,939	0,220	299,644
	Mínimo	69,000	55,000	0,220	205,000	68,812	115,939	0,220	299,644
7050 T7451	Média	71,700	470,000	0,150	600,000	73,965	346,009	0,158	695,614
	Máximo	71,700	470,000	0,150	600,000	74,244	345,333	0,157	695,590
	Mínimo	71,700	470,000	0,150	600,000	73,062	354,156	0,158	672,140
SAE 1045	Média	200,000	310,000	0,250	1250,000	207,786	298,166	0,157	627,233
	Máximo	200,000	310,000	0,250	1250,000	206,641	312,647	0,164	777,239
	Mínimo	200,000	310,000	0,250	1250,000	204,982	329,133	0,158	574,362
Inconel liga 718	Média	205,000	770,000	0,145	1320,000	210,026	417,123	0,139	950,510
	Máximo	205,000	770,000	0,145	1320,000	210,025	417,122	0,139	950,548
	Mínimo	205,000	770,000	0,145	1320,000	210,026	417,120	0,139	950,553

Tabela 4.6: Erros absolutos percentuais das previsões experimentais.

Material	Indentação	Erro absoluto percentual [%]			
		E	LE	n	K
C48501	Média	1,015	0,420	1,338	0,400
	Máximo	0,813	0,727	0,988	0,776
	Mínimo	0,605	0,090	1,157	1,366
6061 O	Média	0,272	110,798	0,198	46,168
	Máximo	0,272	110,798	0,198	46,168
	Mínimo	0,272	110,798	0,198	46,168
7050 T7451	Média	3,159	26,381	5,053	15,936
	Máximo	3,548	26,525	4,607	15,932
	Mínimo	1,900	24,648	5,335	12,023
SAE 1045	Média	3,893	3,817	37,082	49,821
	Máximo	3,321	0,854	34,355	37,821
	Mínimo	2,491	6,172	36,804	54,051
Inconel liga 718	Média	2,452	45,828	3,937	27,992
	Máximo	2,451	45,828	3,937	27,989
	Mínimo	2,452	45,829	3,937	27,988

Da tabela 4.6 é possível de se retirar conclusões práticas da RNA construída no trabalho.

Primeiramente, é necessário descrever as características dos materiais ensaiados. As propriedades mecânicas do latão C48501 ensaiado são idênticas às aquelas presentes no banco de dados. Os materiais 6061 e SAE 1045 estão contidos no banco, contudo com tratamentos térmicos distintos. O 6061 do banco de dados apresenta tratamento térmico $T6$ (têmpera) enquanto que o do ensaio apresenta O (recozimento). O SAE 1045 do banco de dados, foi fabricado por laminação à frio, enquanto que o ensaiado por laminação à quente. O restante, liga de incoel 718 e 7050 T7451, são materiais totalmente desconhecidos pela RNA.

O latão C48501 apresenta a melhor previsão dentre os materiais ensaiados. Ele apresenta baixos EAP vindo das quatro propriedades mecânicas para todos os valores de indentação (tabela 4.6). Isso revela alta precisão da rede para materiais contidos no banco de dados e baixa variação da previsão frente aos diferentes valores de indentação.

Para os materiais 6061 O e a liga de incoel 718, observa-se um comportamento de previsão semelhante para ambos. Deles, algumas propriedades mecânicas apresentam boas previsões com baixos EAP. Dessas, o módulo de elasticidade e o coeficiente de encruamento obtiveram as melhores previsões, tendo o limite de escoamento e o coeficiente de resistência divergência dos resultados. Esse comportamento pode ser explicado devido que os valores numéricos do LE e do K de ambos os materiais estarem fora do intervalo daqueles contidos no banco de dados. A figura 4.10 ilustra esse fenômeno. Se uma amostra/material apresenta alguma propriedade mecânica fora do intervalo daquelas contidas no banco de dados (amostra a da figura 4.10), a RNA, apesar de ter a capacidade de gerar o valor numérico, irá prever um valor padronizado pelo aprendizado da rede, sendo um valor não necessariamente correto, pois não foi fornecido ao algoritmo um valor numérico equivalente/próximo para o mesmo interpretar e processar o comportamento de um material semelhante. Por outro lado, se um material apresenta a propriedade dentro do intervalo definido pelo banco de dados (amostra b da figura 4.10), a RNA poderá compreender melhor o comportamento e prever um dado mais acurado. A tabela 4.7 descreve o intervalo de valores máximos e mínimos de cada propriedade contido no banco de dados. É possível observar que o LE do 6061 O (tabela 4.5) é inferior ao mínimo do banco de dados e o do incoel liga 718 (tabela 4.5) é superior ao máximo. Essa mesma proporção ocorre para a propriedade K . Portanto, conclui-se que os valores do LE e do K dos materiais 6061 O e liga 718 de incoel têm previsões padronizadas e, contudo, diferente das previsões esperadas. Apesar da divergência de previsão dessas propriedades, o E e o n apresentam baixos EAP demonstrando a efetividade do fenômeno descrito e ilustrado pela figura 4.10.

Tabela 4.7: Limites da propriedades mecânicas do banco de dados.

Propriedade Mecânica	E [GPa]	LE [MPa]	K [MPa]	n
Valor máximo no banco de dados	207	545	1254	0,49
Valor mínimo no banco de dados	69	103	180	0,09

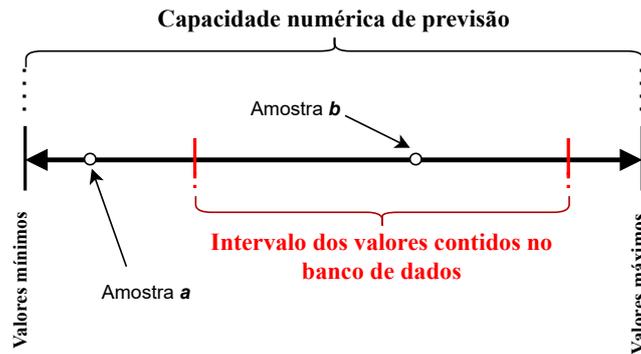


Figura 4.10: Intervalo de aprendizado.

O material 7050 T7451 apresenta um comportamento de previsão específico revelando boa previsão para as propriedades E e n . Entretanto, o limite de escoamento e o coeficiente de resistência obtiveram menor precisão em sua previsão. Tendo em vista, pela tabela 4.6, que os erros para esse material apresentam baixo valor de desvio padrão entre as diferentes indentações, significa concluir da RNA que, para os valores de entrada propostos (tabela 4.4), o algoritmo não consegue identificar corretamente o valor de LE e K para o alumínio 7050 T7451. Para caracterização mais precisa do material, é necessário obter um novo conjunto de entradas com condições de contorno diferentes (novos valores de força, indentações ou raio da ferramenta). Para esses materiais, a seção 4.1.3 justifica o argumento da necessidade de mais conjuntos de entradas para caracterização mais precisa.

O material SAE 1045 apresenta um comportamento de previsão semelhante ao do alumínio 7050 T7451 tendo algumas diferenças. Para esse aço, os parâmetros do regime elástico apresentam o melhor desempenho de previsão, tendo os parâmetros do regime plástico com alto EAP. Uma observação que deve ser destacada para esse material é a variação dos erros para cada valor de indentações para todas as saídas. Isso revela uma sensibilidade gerada pelos pesos da RNA para esse tipo de material. Como consequência, leves variações nos valores de entrada, podem gerar resultados diferentes, algo que não ocorre com os outros materiais. Apesar desse fenômeno de variação nas saídas, os parâmetros do regime elástico ainda apresentam boa previsão tendo o maior EAP de 6,17% vindo do LE para o valor mínimo de indentações. A não identificação das propriedades K e n para esse material se deve à mesma consequência do alumínio 7050 T7451, onde a RNA não foi capaz de prever os valores numéricos adequados a partir dos conjuntos de entradas coletas. Novamente, para a caracterização mais precisa do material, deve-se obter um novo conjunto de entradas com condições de contorno distintas.

Por fim, vale ressaltar outros erros que comprometem com o desempenho de previsão da rede neural, como os erros experimentais provenientes dos corpos de prova, ensaios de dureza Brinell e análises no microscópio confocal. São levantados nessa seção possíveis lacunas da RNA que levam aos erros absolutos percentuais de previsão, contudo, erros experimentais, como os descritos, também podem ser precursores para indução de erros na rede neural artificial.

5 CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Ao longo de todo o trabalho, é desenvolvido um processo para implementação de uma inteligência artificial baseada em aprendizado supervisionado para a previsão do comportamento mecânico de materiais metálicos. O trabalho se inicia definindo a origem das amostras para composição do banco de dados para alimentação da inteligência artificial. Definido que os dados são obtidos via modelo numérico, tendo como modelagem física uma formulação de contato mecânico não conforme entre uma esfera e uma superfície plana [22], constrói-se o banco de dados com um conjunto de entradas e saídas. Depois, define-se uma inteligência artificial com base nas redes neurais artificiais [28] como método para previsão/caracterização dos materiais metálicos. Por fim, é validado, implementado e analisado uma única rede neural com capacidade de previsão/caracterização de materiais a partir de entradas coletadas do banco de dados e experimentalmente.

O modelo numérico, construído no Abaqus, demonstra boa aplicabilidade para o fornecimento e construção do banco de dados, uma vez que sua confiabilidade para obtenção de dados reais já foi demonstrado em condições específicas [31] semelhantes ao do presente trabalho e devido à grande quantidade de dados de possível obtenção em um menor período de tempo. Junto a isso, a formulação de contato mecânico definida permite a obtenção prática de valores de entradas para análise, validação e utilização real do algoritmo desenvolvido.

O modelo de redes neurais artificiais é a ferramenta adotada no trabalho construída na linguagem de computação python aliado à biblioteca Tensorflow [29] que demonstra precisão na interpretação de previsão de dados. A seção 4.1 demonstra a capacidade dessa ferramenta em interpretar e então prever informações com aplicação prática. Por fim, a seção 4.2 demonstra a viabilidade e promessa da utilização prática do algoritmo desenvolvido utilizando entradas vindas de um ensaio de dureza Brinell.

5.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O capítulo 4 demonstra o desempenho da implementação do algoritmo desenvolvido. A seção 4.1 demonstra a capacidade de interpretação e previsão da rede neural artificial a partir de amostras do banco de dados. A dimensão do banco de dados revela a capacidade de aprendizado e os limites de atuação do algoritmo, onde o maior número de amostras favorece a convergência de aprendizado da rede. A seção 4.2 consolida a viabilidade prática da rede e demonstra comportamentos relevantes para o aprimoramento da mesma.

Da seção 4.2, os resultados práticos revelam a precisão de previsão da RNA para materiais presentes no banco de dados, em outras palavras, caracterizar um material que está contido no banco de dados apresenta resultados de previsões acuradas com baixos erros. Os valores numéricos presentes no banco de dados revelam os limites de atuação da rede, demonstrando desempenho de previsão diretamente proporcional à quantidade de materiais distintos no banco de dados. A viabilidade de precisão da RNA é melhorada e mais precisa obtendo mais dados distintos de entradas de um mesmo material variando as condições de contorno dos ensaios experimentais. A seção 4.1.3, aliada à 4.2, demonstra como o aumento do número de conjuntos de entradas distintas pode favorecer a caracterização do material via RNA. Por outro lado, o fornecimento de um número reduzido de conjunto de entradas de um mesmo material pode gerar dificuldades na caracterização do mesmo, pois, pela seção 4.1.2, fica claro que existem algumas entradas onde há divergência de previsão. Por fim, destaca-se a existência de uma padronização de aprendizado para o conjunto de entradas, pois as entradas experimentais fornecidas à rede (tabela 4.4) não estão contidas no banco de dados (valores numéricos da força aplicada e raio da ferramenta estão fora do intervalo daqueles contidos no banco de dados), logo, os valores de previsão são padronizados de acordo com o aprendizado do algoritmo. Portanto, isso demonstra que, para as entradas, existe um padrão que permite utilizar conjuntos de entradas diferentes daquelas contidas no banco de dados mantendo bom desempenho de previsão da rede neural artificial.

Para o algoritmo apresentado, o ensaio de dureza Rockwell também é possível para obtenção de valores de entrada para RNA, variando a ferramenta, a força e, como consequência, a indentação superficial. Junto a isso, configurações diferentes do ensaio de dureza Brinell são possíveis para obtenção de novos dados de entrada daqueles apresentados no presente trabalho. Devido às regulamentações normativas para ensaio de dureza Brinell, a variação da ferramenta (diâmetro da esfera) tem como consequência a mudança da força utilizada e da indentação resultante.

5.3 TRABALHOS FUTUROS

Depois de analisado o desempenho da rede neural artificial proposta, destaca-se possíveis trabalhos para continuação e aprimoramento da rede. O algoritmo pode apresentar modificações relevantes como:

- 1) Aumento do banco de dados com materiais distintos;
- 2) Adição de dados experimentais ao banco de dados;
- 3) Adição de mais uma variável de entrada na rede;
- 4) Aumento do intervalo de força aplicada no modelo numérico;
- 5) Adição de mais raios de ferramentas nos modelos numéricos;

- 6) Validação experimental utilizando diferentes conjuntos de entradas para um mesmo material.

As proposições 1) e 2) são voltadas exclusivamente para a dimensão do banco de dados, onde é demonstrado neste trabalho que a capacidade de previsão da RNA é diretamente afetada pela qualidade e quantidade de informações dentro do bando de dados. A proposição 3) pode auxiliar a convergência de aprendizado da rede na tentativa de caracterização dos materiais metálicos. A dureza, por exemplo, é um parâmetro de referência e único que permite a identificação de um respectivo material, logo, essa propriedade pode ser uma opção futura de entrada para a RNA. Vale realçar que uma entrada deve apresentar relação com as saídas para permitir o auxílio no aprendizado da rede. As proposições 4) e 5) são voltadas para o modelo numérico, como forma de universalizar mais o banco de dados mantendo os mesmos materiais já presentes. Por fim, a proposição 6) propõe uma alternativa de utilização prática da rede neural, onde deve ser coletados dados de entrada com diferentes condições de ensaio, variando a força, raio da ferramenta e indentação. Como é demonstrado na seção 4.1, existem entradas que podem prever saídas divergentes, logo, o ideal é fornecer, para um mesmo material, diferentes conjuntos de entradas.

REFERÊNCIAS

- 1 SCHUSTER, A.; YAMAGUCHI, Y. From foundational issues in artificial intelligence to intelligent memristive nano-devices. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, v. 2, p. 75–87, 2011.
- 2 GUTIERREZ, A. M. L. A new world? virtual reality, augmented reality, artificial intelligence, enhanced humanity, the internet of things. *Arbor*, v. 196, p. 797, 2020.
- 3 STAMOVA, I.; DRAGANOV, M. Artificial intelligence in the digital age. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, v. 940, p. 012067, 2020.
- 4 TAI, M. C. The impact of artificial intelligence on human society and bioethics. *Tzu Chi Medical Journal*, v. 32, n. 4, p. 339–343, 2021.
- 5 DUCA, D. M. The impact of artificial intelligence on the chess world. *JMIR SERIOUS GAMES*, v. 8, 2020.
- 6 LU, H. Computer-aided diagnosis research of a lung tumor based on a deep convolutional neural network and global features. *Hindawi*, p. 12, 2021.
- 7 REAL, J. L. R.; TORIL, J. U.; TORRES, J. A.; PABLO, J. D. Artificial intelligence in business and economics research: Trends and future. *Journal of Business Economics and Management*, v. 22, p. 98–117, 2021.
- 8 LIU, H. Research on the application of artificial intelligence in energy science and engineering monitoring software engineering technology under the background of big data. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, v. 440, p. 032058, 2020.
- 9 YU, C.; LI, Z.; YANG, Z.; CHEN, X.; SU, M. A feedforward neural network based on normalization and error correction for predicting water resources carrying capacity of a city. *Ecological Indicators*, v. 118, 2020.
- 10 DUVAL, A. Explainable artificial intelligence (eai). Mathematics Institute, p. 53, 2019.
- 11 ARSLAN, M. T. A comparative study of statistical and artificial intelligence based classification algorithms on central nervous system cancer microarray gene expression data. *Intelligent Systems and Applications in Engineering*, p. 4, 2016.
- 12 GUPTA, A.; GUPTA, R.; GARG, N. An efficient approach for classifying chest x-ray images using different embedder with different activation functions in cnn. *Journal of Interdisciplinary Mathematics*, v. 24, p. 285–297, 2021.
- 13 MURUGESAN, M.; SAJJAD, M.; JUNG, D. W. Hybrid machine learning optimization approach to predict hot deformation behavior of medium carbon steel material. *Metals*, p. 19, 2019.
- 14 MERAYO, D.; RODRÍGUEZ-PRIETO, A.; CAMACHO, A. M. Prediction of mechanical properties by artificial neural networks to characterize the plastic behavior of aluminum alloys. *Materials*, p. 22, 2020.
- 15 ZHU, Z.; LIANG, Y.; ZOU, J. Modeling and composition design of low-alloy steel's mechanical properties based on neural networks and genetic algorithms. *Materials*, p. 23, 2020.
- 16 BUDYNAS, R. G. *Elementos de máquinas de Shigley*. Porto alegre: AMGH, 2016. 1073 p.

- 17 OLOFSSON, J. Computer-aided prediction of mechanical properties. ASM International, p. 9, 2017.
- 18 CHIAVERINI, V. *Tecnologia Mecânica: Volume 1: Estrutura e Propriedade das Ligas Metálicas*. Porto alegre: McGraw-Hill, 1995.
- 19 ASM-INTERNATIONAL. Atlas of stress-strain curves. Materials Park, OH, p. 816, 2002.
- 20 AMARAL, T. L. *MULTI-UNCERTAINTY ANALYSIS OF SPHERE-TO-FLAT INDENTATION TESTS OF PC/ABS BLENDS*. Brasília, DF: Mestrado em Ciências Mecânicas. Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, 2021. 83 p.
- 21 DIMAS. *PENETRADOR PARA ENSAIO DE DUREZA*. 2020. Disponível em: (<<https://www.dimasferramentas.com.br/penetrador-ensaio-dureza>>) Acesso em: 12 de abril de 2021.
- 22 JOHNSON, K. L. *Contact mechanics*. The Edinburg Buildin, Cambridge CB2 2RU,UK: Cambridge University Press, 2003. 452 p.
- 23 POPOV, V. L.; HEB, M.; WILLERT, E. *Exact Solutions of Axisymmetric Contact Problems*. Heidelberg Platz 3, 14197 Berlin, Germany: Springer, 2018. 357 p.
- 24 HERTZ, H. R. Uber die berührung fester elastischer korper (on contact between elastic bodies). *J für die Reine Angew Math*, v. 29, p. 156–171, 2009.
- 25 DUARTE, E. N. *Mecânica do contato entre corpos revestidos*. São Paulo: Blucher, 2016. 104 p.
- 26 MADENCI, E.; GUVEN, I. *The finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS*. [S.l.]: Springer, 2015. 137 p.
- 27 ZIENKIEWICZ, O.; TAYLOR, R. *The Finite Element Method For Solid And Strutral Mechanics*. Linacre House, Jordan Hill, Oxford OX2 8DP: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005. 648 p.
- 28 AGGARWAL, C. C. *Neural Networks and Deep Learning*. Gewerbestrasse 11, 6330 Cham, Switzerland: Springer, 2018. 512 p.
- 29 CHOLLET, F. *Deep Learning with Python*. Shelter Island: MANNING, 2018.
- 30 MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. de O. *Estatística Básica*. São Paulo: Saraiva, 2010. 557 p.
- 31 DOCA, T.; PIRES, F. M. A. Analysis of a cylinder-to-flat contact problem at finite elasto-plastic strains. *Tribology International*, v. 79, p. 92–98, 2014.
- 32 CARPENTER, W. C.; BARTHELEMY, J. F. *Common Misconceptions about Neural Networks as Approximators*. [S.l.: s.n.], 1994. 345-358 p.
- 33 MURUGESAN, M.; SAJJAD, M.; JUNG, D. W. Hybrid machine learning optimization approach to predict hot deformation behavior of medium carbon steel material. *Metals*, v. 9, p. 1315–1334, 2019.
- 34 ZWICKROEL. *ZHU 250 universal hardness*. 2021. Disponível em: (<https://www.zwickroell.com/fileadmin/content/Files/SharePoint/user_upload/PI_EN/15_489_ZHU250_Universal_Hardness_Tester_up_to_250_kg_PI_EN.pdf>) Acesso em: 10 de out de 2021.
- 35 OLYMPUS. *LEXT OLS4100*. 2013. Disponível em: (<http://www.techsansystem.co.kr/image/4100/OLS4100_.pdf>) Acesso em: 10 de out de 2021.

I.1 ENSAIO DE DUREZA BRINELL

Para avaliação experimental da rede neural artificial do presente trabalho, é realizado um conjunto de ensaios de dureza Brinell para coleta de dados experimentais. O objetivo desse ensaio é gerar impressões/indentações nos corpos de prova a partir de uma força e ferramenta pré-estabelecida. Esses valores de parâmetros são utilizados como entradas para que a RNA preveja as propriedades mecânicas do materiais ensaiados.

I.1.1 Corpos de prova

São preparados 5 corpos de prova com materiais distintos para realização dos ensaios. Os materiais utilizados são latão C48501, alumínio 6061 O, alumínio 7050 T7451, aço SAE 1045 e Inconel liga 718. Desses materiais, o latão C48501 está contido no treinamento da RNA, enquanto os demais não (aço SAE 1045, alumínio 6061 O, alumínio 7050 T7451 e Inconel).

Para realização dos ensaios de dureza Brinell, os corpos de prova são lixados para apresentar um acabamento superficial adequado para a realização do ensaio e para posterior análise no microscópio. Para o ensaio de dureza, o objetivo do lixamento é evitar erros nos resultados devido à presença de atrito. O processo de lixamento é realizado em uma lixadeira politriz metalográfica (figura 1) utilizando lixas de menor para maior granulometria. No atual projeto, utiliza-se inicialmente uma lixa com granulometria de 80 e finaliza com a de 1200.



Figura 1: Exemplo de lixadeira Politriz metalográfica adotado

I.1.2 Configurações do ensaio

O ensaio de dureza Brinell é realizado através de uma ferramenta esférica fabricada em tungstênio em um durômetro universal (figura 2). As características técnicas do durômetro universal utilizado são descritas na tabela 1.

Tabela 1: Informações técnicas do durômetro universal utilizado

Fornecedor	ZwickRoell
Modelo	ZHU 250 universal hardness
Medição	Sistema de medição digital
Normas aplicadas	ISO 6506 ASTM E10

Fonte: ZwickRoell [34]



Figura 2: Durômetro universal

Os ensaios de dureza Brinell são realizados com a configuração HBW 5 / 250 / 15 para o qual os parâmetros principais são descritos na tabela 2.

Tabela 2: Valores dos parâmetros para o ensaio Brinell

Parâmetro	Valor
Força aplicada	250 kgf = 2451,75 N
Tempo de aplicação da carga	15 segundos
Diâmetro da ferramenta	5 mm
Material da ferramenta	Tungstênio

I.1.3 Resultados do ensaio Brinell

São realizadas 3 marcações por material para coleta da dureza e posterior análise no microscópio. Os resultados de dureza coletados do ensaio realizado são descritos na tabela 3.

Tabela 3: Resultados do ensaio Brinell

Material	Dureza [HB]				
	Análise 1	Análise 2	Análise 3	Média	Desvio padrão
Latão C48501	134,900	135,200	136,500	135,533	0,694
Al 6061 O	Não mensurado			-	-
Al 7050 T7451	152,600	152,800	152,300	152,567	0,205
SAE 1045	199,100	197,500	198,800	198,467	0,694
Inconel	405,400	398,000	416,700	406,700	7,689

A dureza do alumínio 6061 O não é reportado devido às maiores dimensões da marcação no corpo de prova e à impossibilidade de medição utilizando a lente de aumento acoplada ao durômetro no momento das indentações. Contudo, esses resultados de dureza são utilizados unicamente como forma de verificar a homogeneidade do material. A análise no microscópio é a análise relevante para este trabalho.

Dos resultados da tabela 3, é possível observar uma homogeneidade dos corpos de prova devido os baixos desvios padrões, com exceção do inconel. Na análise seguinte com microscópio confocal, é analisado com mais detalhes os materiais ensaiados coletando os valores das indentações superficiais geradas pelo ensaio de dureza Brinell.

I.2 ANÁLISE NO MICROSCÓPIO CONFOCAL

Após a realização dos ensaios de dureza Brinell, os corpos de provas são analisados no microscópio confocal (figura 3) para medição do valor da indentação superficial. O microscópio utilizado apresenta as características técnicas descritas na tabela 4.

Tabela 4: Informações técnicas do microscópio confocal utilizado

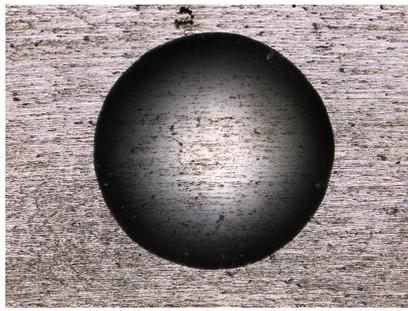
Fornecedor	OLYMPUS	
Modelo	LEXT OLS4100	
Tecnologia empregada	Microscópio digital de varredura a laser sem contato	
Fonte de Luz	Laser semiconductor de 405 nm	
Medição horizontal (plana)	Precisão de medição	$\pm 2\%$
	Precisão de medição	$\pm 2\%$ ou menos
Medição vertical	Resolução do display	1 nm
	Resolução de movimento	10 nm
	Resolução de escala	0,8 nm

Fonte: OLYMPUS [35]

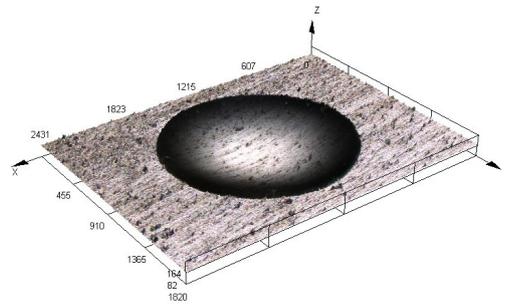


Figura 3: Microscópio confocal

Para medição da indentação superficial gerada nos corpos de prova devido à ferramenta esférica do ensaio Brinell, é realizada uma varredura topológica da superfície dos corpos de prova pelo microscópio. Essa varredura descreve a topologia tridimensional e bidimensional da marcação e da sua vizinhança (figura 4).



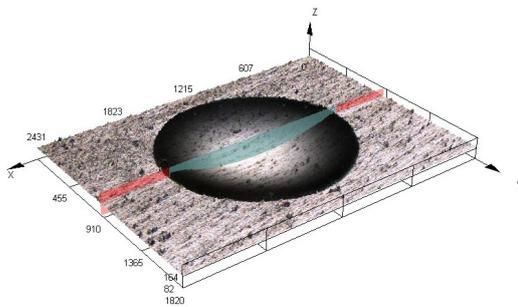
(a) Representação da topografia bidimensional da indentação superficial



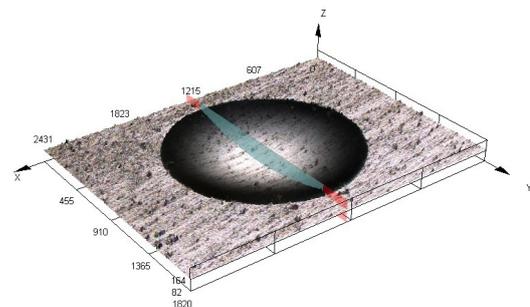
(b) Representação da topografia tridimensional da indentação superficial

Figura 4: Representação das topografias analisadas no microscópio confocal

A medição da indentação superficial é realizada coletando dois valores de maior dimensão no eixo z , sendo uma em relação ao plano XZ e outra no YZ como ilustrado na figura 5. Para cada marcação nos corpos de prova são realizadas essas medições. Os resultados dos valores das indentações superficiais são descritas na tabela 5.



(a) Representação da medição da indentação no plano XZ



(b) Representação da medição da indentação no plano YZ

Figura 5: Representação das medições da indentação superficial

Tabela 5: Resultados das medições das indentações superficiais

Plano de medição	Marcação	Latão C48501	Al 6061 O	Al 7050 T7451	SAE 1045	Inconel
XZ [μm]	1	108,700	282,000	97,300	78,900	41,520
	2	114,800	280,200	96,300	77,600	39,900
	3	110,800	280,100	93,600	76,800	41,500
YZ [μm]	1	108,400	279,600	97,500	76,000	41,000
	2	113,600	278,300	96,300	77,200	41,600
	3	111,000	281,900	94,100	77,100	40,000
Média		111,217	280,350	95,850	77,267	40,920
Desvio padrão		2,346	1,289	1,492	0,879	0,713
Valor Máximo		114,800	282,000	97,500	78,900	41,600
Valor Mínimo		108,400	278,300	93,600	76,000	39,900

Para este trabalho, a média, o valor máximo e mínimo das indentações superficiais são utilizados como entrada para a rede neural artificial. Isso é feito, pois, devido à dimensão da camada oculta da RNA e conseqüentemente o número de pesos, o algoritmo pode apresentar uma grande sensibilidade na interpretação de dados. Logo, utiliza-se esses três valores de indentação para análise das previsões.

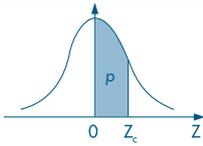
Observa-se também baixo desvios padrões em todos os valores das indentações dos materiais. Isso revela homogeneidade nos corpos de prova ensaiados.

II.3 TABELA DA DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRÃO

TABELAS

511

Tabela III — Distribuição Normal Padrão
 $Z \sim N(0, 1)$
 Corpo da tabela dá a probabilidade p , tal que $p = P(0 < Z < Z_c)$



parte inteira e primeira decimal de Z_c	Segunda decimal de Z_c										parte inteira e primeira decimal de Z_c
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	p = 0										
0,0	00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586	0,0
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535	0,1
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409	0,2
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173	0,3
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17364	17724	18082	18439	18793	0,4
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240	0,5
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490	0,6
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524	0,7
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327	0,8
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891	0,9
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214	1,0
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298	1,1
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147	1,2
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774	1,3
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189	1,4
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408	1,5
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449	1,6
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327	1,7
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062	1,8
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670	1,9
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169	2,0
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574	2,1
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899	2,2
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158	2,3
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361	2,4
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520	2,5
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643	2,6
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736	2,7
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807	2,8
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861	2,9
3,0	49865	49869	49874	49878	49882	49886	49889	49893	49897	49900	3,0
3,1	49903	49906	49910	49913	49916	49918	49921	49924	49926	49929	3,1
3,2	49931	49934	49936	49938	49940	49942	49944	49946	49948	49950	3,2
3,3	49952	49953	49955	49957	49958	49960	49961	49962	49964	49965	3,3
3,4	49966	49968	49969	49970	49971	49972	49973	49974	49975	49976	3,4
3,5	49977	49978	49978	49979	49980	49981	49981	49982	49983	49983	3,5
3,6	49984	49985	49985	49986	49986	49987	49987	49988	49988	49989	3,6
3,7	49989	49990	49990	49990	49991	49991	49992	49992	49992	49992	3,7
3,8	49993	49993	49993	49994	49994	49994	49994	49995	49995	49995	3,8
3,9	49995	49995	49996	49996	49996	49996	49996	49996	49997	49997	3,9
4,0	49997	49997	49997	49997	49997	49997	49998	49998	49998	49998	4,0
4,5	49999	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	50000	4,5

Figura 6: Tabela de distribuição normal padrão

Fonte: MORETTIN, P. A. et al [30]