



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA O DESENVOLVIMENTO
DE FOGUETE DE SONDAGEM COM MOTOR FOGUETE
A PROPELENTES HÍBRIDOS: TRAJETOGRÁFIA**

Lucio Flavio Ferreira de Araujo

Brasília, 12 de Novembro de 2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO
**METODOLOGIA SIMPLIFICADA PARA O DESENVOLVIMENTO
DE FOGUETE DE SONDAGEM COM MOTOR FOGUETE
A PROPELENTES HÍBRIDOS: TRAJETOGRFIA**

Lucio Flavio Ferreira de Araujo

*Relatório submetido ao Departamento de Engenharia
Mecânica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico*

Banca Examinadora

Prof. Carlos Alberto Gurgel Veras, UNB/ENM
Orientador

Maksym Ziberov, UnB/ENM
Examinador Interno

Olexiy Shynkarenko, UnB/FGA
Examinador Externo

RESUMO

Nesse projeto foram abordados alguns dos principais conceitos e subsistemas de um foguete de sondagem com propulsão híbrida, onde teve-se como o foco principal o desenvolvimento de uma ferramenta para análises preliminares da trajetografia desses foguetes, utilizando o software Engineering Equation Solver (EES). Foram introduzidos métodos e parâmetros para o cálculo das forças de arrasto, gravitacional e empuxo durante o voo, assim como métodos para a estimação de massa dos componentes e a modelagem de um sistema de recuperação por paraquedas. A ferramenta foi validada utilizando uma solução analítica para voo de foguetes verticais e através da simulação de um voo real, utilizando os parâmetros disponíveis para esse voo, onde obteve-se erros relativamente baixos em ambas as validações. Por fim, foram feitas as simulações de dois modelos de foguetes teóricos baseando-se nas especificações de duas categorias da competição Intercollegiate Rocket Engineering Competition (IREC), onde ambos cumpriram com os seus objetivos. No geral, os resultados obtidos nas simulações obtiveram coerência com a metodologia e conceitos teóricos abordados, comprovando a eficácia da ferramenta.

ABSTRACT

In this project, some of the main concepts and subsystems of a sounding rocket with hybrid propulsion were adressed, where the main focus was the development of a tool for preliminary analysis of the trajectory of these rockets, using the Engineering Equation Solver (EES) software. Methods and parameters for calculating drag, gravitational and thrust forces during flight were introduced, as well as methods for estimating component mass and modeling a parachute recovery system. The tool was validated using an analytical solution for vertical rocket flight and by simulating a real flight, using the parameters available for that flight, where relatively low errors were obtained in both validations. Finally, simulations of two theoretical rocket models were carried out based on the specifications of two categories of the competition Intercollegiate Rocket Engineering Competition (IREC), where both fulfill their missions. Overall, the results obtained in the simulations were consistent with the methodology and theoretical concepts discussed, proving the effectiveness of the tool.

LISTA DE FIGURAS

1	Lançamento do HEROS 3. (Hyend. R , 2016)	1
2	Países que participaram da SA Cup 2019 . Adaptado de (ESRA , 2019).....	2
3	Esquema de foguete híbrido . Adaptado de (Waikato , 2011)	4
4	Combustão em foguete híbrido. Adaptado de (El-Sayed 2016).....	6
5	Taxa de regressão da parafina com oxigênio gasoso . Adaptado de (Kumar 2014)	8
6	Taxa de regressão do HTPB com fluxo de oxigênio gasoso . Adaptado de (Kumar 2014)	8
7	Diagrama de um tanque de oxidante. Adaptado de (Zimmerman et al. , 2013)	10
8	Vazão mássica de um fluido através de um orifício (Solomon , 2011).....	11
9	Esquema de um bocal do tipo cônico. Adaptado de (Singh et al. , 2019)	16
10	Curva teórica de I_{sp} versus O/F da parafina - N_2O e Parafina- O_2 com $P_c = 6 atm$. Adaptado de (Gany , 2014)	18
11	Curva teórica de C^* versus O/F da parafina- N_2O e Parafina- O_2 com $P_c = 6 atm$. Adaptado de (Gany , 2014)	19
12	Exemplos de elementos estruturais em sanduíche. Adaptado de (Davies , 2008).....	21
13	Construção em sanduíche da cápsula Apollo. Adaptado de (Davies , 2008).....	21
14	Estado plano de tensões em um casco. Adaptado de (Galvão , 2018).....	23
15	Dimensões gerais de um cone de nariz. Adaptado de (Crowell , 1996)	23
16	Comparação das características de arrasto de vários formatos de cone de nariz nas regiões de Mach transônico-baixo. Rank: (1) Superior (2) Bom (3) Regular (4) Inferior. Adaptado de (Crowell , 1996)	24
17	Coeficiente de arrasto para de diferentes cones de nariz. Adaptado de (Apogee , 2014).	24
18	Tipos de aletas comuns e parâmetros de dimensão. Adaptado de (Pektaş et al. , 2019)	25
19	Terceira lei de Newton aplicada a foguetes. Adaptado de (QsStudy , 2018).....	27
20	Fases principais da trajetória de um foguete. Adaptado de (Foltran , 2014)	29
21	Forças em cada fase do voo de um foguete de sondagem. Adaptado de (Rønningen, J.E , 2018) 30	
22	Curva teórica de empuxo médio simplificada.....	32
23	Gráfico de Cd em função de Mach. Adaptado de (Braeunig, R.A , 2020).....	33
24	Curva de variação da massa específica do ar com a altitude. Adaptado de (NVU , 2007).....	34
25	Aceleração gravitacional Vs. Altitude. Fonte: Elaborado pelo autor (2021).....	36
26	Balanço de forças em um paraquedas. Adaptado de (Baker, G. , 2017)	37
27	Desenho esquemático da trajetória completa de um voo com paraquedas. Adaptado de (Waterloo Rocketry , 2019)	38
28	Cilindro vazado. Adaptado de (Cengage, L. , 2010).....	39
29	Cone de nariz parabólico. Adaptado de (NASA , 2004)	40
30	Relações de dimensões de aleta em delta. Adaptado de (Sarradet, T. , 2009)	41
31	Fluxograma de funcionamento da ferramenta de simulação.	42
32	Soluções analítica e numérica da altitude do HEROS 3 em função do tempo.	44
33	Erro relativo entre as soluções analítica e numérica da altitude	44

34	Modelo de curva de empuxo do HEROS 3 em função do tempo.	45
35	Trajectoria do HEROS 3 em função do tempo.	46
36	Curva de empuxo em função do tempo Para Modelo 1	49
37	Curva de empuxo em função do tempo para o Modelo 2.	49
38	Gráfico de altitude em função do tempo para o Modelo 1.	50
39	Gráfico de velocidade do Modelo 1.	51
40	Gráfico do número de Mach Modelo 1.	52
41	Gráfico da massa do Modelo 2 em função do tempo.....	52
42	Gráfico das forças durante o voo do Modelo 1.	53
43	Gráfico da aceleração do Modelo 1.	54
44	Gráfico de altitude em função do tempo para o Modelo 2.	54
45	Gráfico de velocidade do Modelo 2.	55
46	Gráfico do número de Mach Modelo 2.	55
47	Gráfico da massa do Modelo 2 em função do tempo.....	56
48	Gráfico das forças durante o voo do Modelo 2.	56
49	Gráfico da aceleração do Modelo 2.	57

LISTA DE TABELAS

1	Tabela de compatibilidade do N_2O com alguns metais. Adaptado de : (BOC , 2019) e (Praxair , 2018)	10
2	Equações de Cd em função de Mach. Adaptado de (Braeunig, R.A , 2020).....	34
3	Tabela de massa específica do ar. Adaptado de (Dias , 2018)	34
4	Relação de diâmetros de paraquedas de tecidos sólidos e seus respectivos coeficientes de arrasto. Adaptado de (Knacke , 1991).....	38
5	Parâmetros HEROS 3.....	45
6	Materiais dos componentes estruturais e suas densidades.	47
7	Parâmetros Modelo 1	48
8	Parâmetros Modelo 2	49
9	Dimensões do drogue e paraquedas principal.	50

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Latinos

a	Coefficiente de taxa de regressão	$[mm/s]$
A_c	Área da seção transversal do furo do injetor	$[m^2]$
A_{bc}	Área da base do combustível	$[m^2]$
A_g	Área da garganta do bocal	$[m^2]$
A_{pc}	Área da porta de combustão	$[m^2]$
A_s	Área da saída do bocal	$[m^2]$
c	velocidade efetiva de exaustão	$[m/s]$
C^*	Velocidade característica	$[m/s]$
C_d	Coefficiente de arrasto	
C_{dp}	Coefficiente de arrasto do paraquedas	
C_{des}	Coefficiente de descarga	
CF	Coefficiente de empuxo	
C_t	Dica da corda	$[m]$
C_t	Corda da raiz	$[m]$
d_f	Diâmetro do foguete	$[m]$
d_{ref}	Diâmetro de referência do paraquedas	$[m^2]$
d_{proj}	Diâmetro projetado	$[m^2]$
D_c	Diâmetro do orifício	$[m^2]$
D_e	Diâmetro do externo do cilindro	$[m]$
D_i	Diâmetro interno do cilindro	$[m]$
e	Espessura do vazo de pressão	$[mm]$
e_a	Espessura da aleta	$[mm]$
e_c	Espessura circunferencial	$[mm]$
e_l	Espessura longitudinal	$[mm]$
E	Coefficiente de eficiência de solda	
F	Força de resultante	$[N]$
F_{drag}	Força de arrasto	$[N]$
F_g	Força gravitacional	$[N]$
F_T	Empuxo	$[N]$
g	Aceleração da gravidade local	$[m/s^2]$
g_0	Aceleração da gravidade ao nível do mar	$[m/s^2]$
G_{ox}	Fluxo de massa do oxidante por unidade de área	$[kg/m^2s]$
h	Altitude do foguete	$[m]$
h_1	Entalpia especifica antes do orifício	$[kJ/kg]$
h_2	Entalpia especifica depois do orifício	$[kJ/kg]$
h_v	Calor de gaseificação	$[J/kg]$

I_t	Impulso total	[Ns]
I_{sp}	Impulso específico	[s]
k	Parâmetro de ponderação	
k_f	Condutividade térmica	
K	Margem para corrosão	
L_c	Comprimento do grão combustível	[mm]
L_{ct}	Comprimento característico	[mm]
L_{nc}	Comprimento cone de nariz	[mm]
L_s	Linha de suspensão	[mm]
L_t	Comprimento do tubo cilíndrico	[mm]
L_x	Comprimento total do cone	[mm]
\dot{m}	Vazão mássica	[kg/s]
\dot{m}_c	Vazão mássica de combustível	[kg/s]
\dot{m}_p	Vazão mássica de propelente	[kg/s]
\dot{m}_{ox}	Vazão mássica de oxidante	[kg/s]
m	Massa do foguete	[kg]
m_0	Massa inicial	[kg]
m_f	Massa final na fase balística	[kg]
m_t	Massa total do foguete	[kg]
m_{dry}	Massa do guete sem combustível	[kg]
M_o	Massa molar	[g/mol]
\dot{M}_{cv}	Taxa de fluxo de massa de combustível vaporizado	[kg/m ² .s]
M	Número de Mach	
n	Expoente do fluxo de massa de oxidante	
n_0	Parâmetro de ajuste	
N_a	Número de aletas	
N_f	Número de furos do injetor	
N_p	Número de portas de combustão	
N_u	Número de Nusselt	
O/F	Razão de mistura de oxidante e combustível	
P	Pressão	[Pa]
P_1	Pressão antes do injetor	[Pa]
P_2	Pressão depois do injetor	[Pa]
$P_{v1,sat}$	Pressão de vapor saturado	[Pa]
P_t	Pressão do tanque de oxidante	[Pa]
P_c	Pressão na câmara de combustão	[Pa]
P_c	Pressão na câmara de combustão	[Pa]
$PMTA$	Pressão admissível	[Pa]
P_s	Pressão na saída do motor	[Pa]
\dot{Q}_w	Taxa de transferência de calor	[J/m ² .s]
r	Distância radial até o centro da terra	[km]
\dot{r}	Taxa de regressão do combustível sólido	[mm/s]

r_e	Raio da terrar	[m]
r_{iv}	Raio interno do casco cilíndrico	[mm]
r_c	Raio do vaso de pressão cilíndrico	[mm]
R_0	Constante universal dos gases	[J/mol.K]
R^2	Coefficiente de regressão linear	
R_i	Raio inicial da porta de combustão r	[m]
R_y	Raio do cone	[mm]
S	Área da seção transversal	[m ²]
S_a	Área da aleta	[m ²]
S_{adm}	Tensão admissível	[MPa]
S_{ref}	Área de referência do paraquedas	[m ²]
t	Tempo	[s]
t_q	Tempo de queima	[s]
T	Temperatura	[K]
U	Energia interna	[J]
V	Velocidade do foguete	[m/s]
V_c	Volume do combustível	[m ³]
V_a	Volume da aleta	[m ³]
v_{ex}	Velocidade de exaustão	[m/s]
V_t	Velocidade terminal de descida	[m/s]
V_{tb}	Volume do tubo cilíndrico	[m ³]
V_{nc}	Volume do cone de nariz parabólico	[m ³]
x	Comprimento em qualquer ponto do cone	[mm]
X	Constante do empuxo médio	
x_t	Título da mistura	
y	Raio em qualquer ponto do cone	[mm]
Z	Fator de compressibilidade	

Símbolos Gregos

α	Ângulo de ataque	[°]
α_b	Ângulo divergente	[°]
β	Ângulo convergente	[°]
γ	Ângulo de trajetória	[°]
Δ	Varição	
ϵ	Razão de expansão do cone de nariz	
Γ	Coefficiente de expansão adiabática	
π	Número	
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
ρ_0	Massa específica ao nível do mar	[kg/m ³]

ρ_1	Massa específica antes do injetor	$[kg/m^3]$
ρ_2	Massa específica depois do injetor	$[kg/m^3]$
ρ_{ox}	Massa específica do oxidante	$[kg/m^3]$
ρ_c	Massa específica do combustível	$[kg/m^3]$
ρ_{comp}	Densidade dos componentes	$[g/cm^3]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[kg/m.s]$
μ_e	Parâmetro gravitacional padrão	$[m^3/s^2]$

Subscritos

<i>c</i>	Combustível
<i>comp</i>	Componente
<i>ent</i>	Entra
<i>inc</i>	Incompressível
<i>HEM</i>	Modelo de equilíbrio homogêneo
<i>liq</i>	Líquido
<i>NHNE</i>	Modelo Não-Homogêneo Não-Equilíbrio
<i>ox</i>	Oxidante
<i>sai</i>	Sai
<i>vap</i>	Vapor
<i>w</i>	Parade

Siglas

IREC	Intercollegiate Rocket Engineering Competition
ESRA	Experimental Sounding Rocket Association
SA Cup	SpacePort America Cup
HyEND	Hybrid Engine Development
PE	Polietileno
HTPB	Polibutadieno terminado em hidroxila
PMMA	Polimetilmetacrilato
EES	Engineering Equation Solver

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	1
1.2	OBJETIVOS	3
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	4
2.1	FOGUETES MOVIDOS A PROPELENTES HÍBRIDOS	4
2.1.1	COMBUSTÃO EM FOGUETES HÍBRIDOS	6
2.1.2	PROPELENTES HÍBRIDOS	7
2.2	VISÃO GERAL DA ARQUITETURA DO SISTEMA	9
2.2.1	SUBSISTEMAS DE PROPULSÃO	9
2.2.2	SUBSISTEMAS DE AEROESTRUTURAS	20
2.2.3	SUBSISTEMAS DE CARGA ÚTIL	26
3	TRAJETOGRAFIA	27
3.1	DINÂMICA DE UM FOGUETE	27
3.2	TRAJETÓRIA DE UM FOGUETE DE SONDAÇÃO	28
3.2.1	ANÁLISE DAS FORÇAS ATUANDO EM UM FOGUETE DE SONDAÇÃO DURANTE O VOO	29
3.3	MODELO DE TRAJETÓRIA	30
3.3.1	MODELO DE EMPUXO	31
3.3.2	MODELO DE ARRASTO	32
3.3.3	MODELO GRAVITACIONAL	35
3.4	SISTEMA DE RECUPERAÇÃO	36
3.5	MODELO PARA A ESTIMATIVA DE MASSA	39
3.5.1	MASSA ESTRUTURAL	39
3.5.2	MASSA DE PROPELENTE	41
4	FERRAMENTA PARA A SIMULAÇÃO DA TRAJETÓRIA DE FOGUETES	42
4.1	DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA	42
4.1.1	FUNCIONAMENTO DO CÓDIGO	42
4.2	VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA	43
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	47
5.1	ESPECIFICAÇÕES DOS FOGUETES DE SONDAÇÃO MODELO	47
5.1.1	MODELO 1	47
5.1.2	MODELO 2	48
5.2	RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	48
5.2.1	MASSA E EMPUXO MÉDIO	48
5.2.2	PARAQUEDAS	50

5.2.3	TRAJETÓRIA DO MODELO 1	50
5.2.4	TRAJETÓRIA DO MODELO 2.....	54
6	CONCLUSÃO	58
6.1	TRABALHOS FUTUROS	59
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	60
7	APÊNDICES.....	64
7.1	APÊNDICE A - CÓDIGOS EES	64

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

Foguetes de sondagem, às vezes chamados de foguetes de pesquisa, são foguetes portadores de instrumentos projetados para fazer medições e realizar experimentos científicos durante seu voo suborbital, na alta atmosfera, no espaço próximo e/ou em condições de microgravidade (IAE , 2010). Nos dias atuais, pesquisas/aplicações espaciais e tecnologia de foguetes/voos espaciais, pertencem a uma área de tecnologia de ponta, que abriu novas oportunidades técnicas, econômicas e sociológicas, nas quais um país moderno e industrializado não pode avançar sem (Seibert e Battrick , 2006).

O sistema de propulsão híbrida em foguetes de sondagem, devido ao seu baixo custo, segurança de operação e ampla gama de pares propelentes disponíveis, é um dos preferidos nos meios acadêmicos e amadores, muitas vezes apresentando um desempenho superior aos modelos líquidos e sólidos (Altman e Holzman , 2007). No entanto, os projetos atuais de foguetes de sondagem, apresentam diversas desvantagens, como por exemplo, o alto custo operacional e, muitas vezes, a incapacidade de reutilização de alguns componentes. Essas desvantagens limitaram significativamente a capacidade de estudantes, pesquisadores e empresas para conduzir experimentos e pesquisas no alto-atmosférico e regiões próximas ao redor da Terra (Pillai , 2018).

A necessidade do desenvolvimento de foguetes mais simples, de fácil construção, com alta eficiência e bom custo-benefício é de extrema importância para questões científicas e comerciais. A busca por autonomia para lançamentos de foguetes permitindo o acesso eficiente à regiões nos arredores da linha de Karman tem sido alvo de universidades e institutos de pesquisa de todo o mundo, principalmente devido ao mercado emergente para voos espaciais.

O grupo estudantil HyEND, da Universidade de Stuttgart na Alemanha, lançou, em março de 2016, o foguete com propulsão híbrida HEROS 3, atingindo 32,5 km de altitude e estabelecendo o recorde mundial de altitude de foguetes com propulsão híbrida desenvolvido por estudantes naquela época. O HEROS 3, representado na Figura 1, usa o propelente composto de parafina e N_2O para produzir 10 kN de empuxo, alcançando uma velocidade máxima de 720 m/s.



Figura 1: Lançamento do HEROS 3. (Hyend. R , 2016)

As competições acadêmicas que são realizadas por universidades e institutos de pesquisa de todo o mundo, tem um grande papel nesses avanços. Tais competições possuem o potencial de inspirar soluções a problemas relevantes, resultando em grandes avanços científicos. A SpacePort America Cup (SA Cup), evento onde ocorre a competição Intercollegiate Rocket Engineering Competition (IREC), reconhecida atualmente como a maior competição de foguetes estudantis do mundo, é realizada anualmente nos Estados Unidos. Sediada pela Experimental Sounding Rocket Association (ESRA), essa competição tem como objetivo impulsionar o desenvolvimento, a pesquisa e a construção de foguetes de sondagem, utilizando todos os tipos de propulsão química, sendo a propulsão híbrida uma das mais utilizadas na competição. Em 2019, cerca de 122 equipes de escolas e universidades de todos os continentes participaram da competição, apresentando diversos modelos de foguetes, com diferentes tipos de inovações tecnológicas (ESRA , 2019).

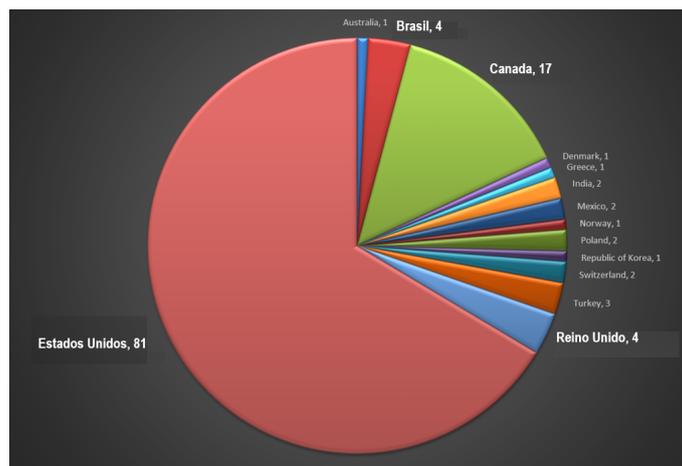


Figura 2: Países que participaram da SA Cup 2019 . Adaptado de (ESRA , 2019)

Na Figura 2, que representa os países e o seus respectivos números de equipes participantes da SA America Cup 2019, é possível observar que, embora o número de equipes participantes seja menor do que, por exemplo, os Estados Unidos com 81 equipes e o Canadá com 17 equipes, 4 equipes de universidades Brasileiras participaram da competição em 2019 (ESRA , 2019).

No projeto de um foguete de sondagem, os custos para a fabricação e lançamento de protótipos podem ser, na maioria das vezes, bastante elevados, se não houver o auxílio de uma boa estimativa do desempenho esperado para foguete a ser construído. Uma das maneiras mais eficientes de avaliar o desempenho de um foguete a ser projetado para atingir uma determinada altitude antes da fabricação é através da utilização de softwares para simular e analisar a sua trajetória de voo. Dessa forma, é possível avaliar e ajustar os principais parâmetros que influenciam no desempenho de um foguete teórico durante o voo, obtendo-se assim uma boa aproximação do foguete real a ser projetado. A sequência de projetar o modelo usando softwares reduz o custo de fazer vários protótipos para testes e também o tempo para completar a fabricação do modelo real (Olalekan et al. , 2014).

Antes que houvessem simuladores de trajetória de foguetes, era necessário confiar na experiência e aproximações para prever a trajetória de foguetes em condições específicas. Iniciantes no ramo que não tivessem essas habilidades, não conseguiam encontrar uma maneira de prever seus lançamentos e alcançar seus objetivos. Hoje em dia, esses problemas foram superados devido ao desenvolvimento de softwares

capaz de simular trajetórias de foguetes dentro de várias condições diferentes. Dois dos simuladores de voo de foguete comumente usados, principalmente por incluírem ferramentas de design de foguetes, são o OpenRocket e o RockSim (Gil e Pinto , 2017).

O OpenRocket é um simulador grátis desenvolvido por Sampo Niskanen (Niskanen et al. , 2009) em sua tese de mestrado, que possibilita a modelagem completa do foguete antes da simulação, a determinação da massa através do volume e densidade do material, a possibilidade de simular foguetes multiestágios e definir os instantes de ejetar o sistema de recuperação. O RockSim é um simulador usado em modelos de foguetes desenvolvido pelo programador Paul Fossey (Fossey , 2003). Assim como o OpenRocket, nesse simulador é fornecido recursos como: interface para a modelagem, multiestágio, estimativa automática de massa (ou definida pelo usuário), entrada das condições atmosféricas ao nível do solo. Apesar da existência de simuladores comerciais, o desenvolvimento de uma ferramenta própria possibilita estender limites impostos por estes, assim como o custo para a utilização de alguns deles.

1.2 OBJETIVOS

Nesse projeto são abordados alguns dos principais subsistemas, componentes e parâmetros que compõem um foguete de sondagem com sistema de propulsão híbrida, assim como a dinâmica de voo de foguetes desse tipo, tendo como foco principal a determinação e análise da trajetografia. O objetivo principal é desenvolver uma ferramenta para obter uma análise preliminar da trajetória de foguetes de sondagem mono-estágio, a fim de contribuir para futuros projetos de foguetes a serem utilizados em competições estudantis.

Dessa forma, os objetivos específicos desse projeto são: Utilizar o software Engineering Equation Solver (EES) para resolver numericamente as equações do movimento de foguetes de sondagem; validar a solução numérica da trajetória através de uma solução analítica para o lançamento de foguetes verticais e da simulação da trajetória de um foguete real; implementar sub-rotinas para estimar a massa de um foguete básico e o dimensionamento de um sistema de recuperação por paraquedas; e, por fim, definir dois modelos de foguete teóricos e simular suas respectivas trajetórias utilizando como base duas categorias da competição IREC.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesse capítulo serão abordados conceitos teóricos relevantes para o entendimento da propulsão híbrida, assim como uma abordagem inicial dos principais subsistemas de um foguete de sondagem estudantil, conforme definidos pela IREC.

2.1 FOGUETES MOVIDOS A PROPELENTES HÍBRIDOS

Os foguetes que operam com sistema de propulsão híbrida consistem na separação e armazenamento dos componentes do propelente em uma fase líquida e outra fase sólida. Nos modelos de motores de foguetes híbridos mais clássicos, o sistema comumente empregado utiliza um oxidante líquido e o combustível sólido armazenados em diferentes tanques, que podem ou não estar na mesma estrutura. Neste conceito, o oxidante líquido é injetado em uma câmara de combustão onde está localizado o grão de combustível sólido (Sutton e Biblarz, 2001). A Figura 3 apresenta um esquema genérico de um foguete híbrido.

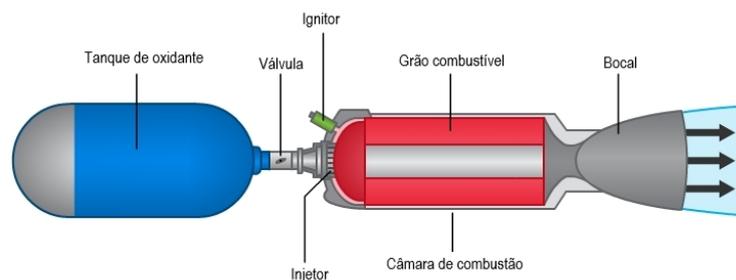


Figura 3: Esquema de foguete híbrido . Adaptado de (Waikato, 2011)

No esquema da Figura 3, temos o tanque de oxidante, onde está contido o oxidante líquido que está separado da câmara de combustão por meio de uma válvula de retenção. Todo o grão combustível está contido dentro da câmara de combustão, onde ocorre o local para a combustão do propelente. A alimentação do oxidante para dentro da câmara de combustão é feita através do injetor, que geralmente é um placa com orifícios para a passagem do oxidante líquido. A injeção pode ocorrer de forma direta ou o oxidante pode ser injetado primeiro para dentro de uma pré-câmara de combustão. O primeiro caso é mais indicado para motores de pequeno porte, com apenas uma porta de combustão. Para motores maiores, envolvendo diversas portas de combustão, é viável a utilização de uma pré-câmara de combustão para vaporizar o oxidante e fornecer uma condição de entrada uniforme nas diversas câmaras combustão. A combustão é iniciada através do ignitor e o bocal é utilizado para acelerar os gases na saída. O bocal é um dos principais componentes do motor, visto que sua função é converter a energia térmica dos gases de saída da câmara de combustão em energia cinética e empuxo.

As principais vantagens dos foguetes que utilizam um sistema de propulsão híbrida em comparação aos foguetes que utilizam sistemas de propulsão líquida ou sólida são em comparação com outros tipos de

foguetes são descritas a seguir (Altman e Humble , 1995).

Em comparação com os líquidos:

- Maior simplicidade mecânica - Utiliza-se apenas um único propelente líquido, resultando em menos encanamentos, menos válvulas e operações mais simples.
- Combustível mais denso - Combustíveis na fase sólida geralmente têm densidade mais alta do que os da fase líquida, reduzindo o volume geral do sistema.
- Menor instabilidades na combustão - Foguetes híbridos normalmente não exibem as instabilidades de combustão de alta frequência que afetam os foguetes líquidos.
- Pressurização do propelente - O sistema de pressurização pode ser através de um sistema de purga, o que ficaria muito pesado em foguetes líquidos devido a quantidade de fluido, ou através do uso de oxidantes auto-pressurizados, como por exemplo , o óxido nitroso (N_2O).
- Fácil adição de aditivos de metal - Metais reativos como alumínio, magnésio, lítio ou berílio podem ser facilmente incluídos no grão de combustível, com a finalidade de aumentar propriedades como impulso específico (I_{sp}) e densidade.
- Maior segurança - Tanto durante a fabricação, como no armazenamento ou operação, sem qualquer possibilidade de explosão ou detonação.
- Custo relativamente baixo, tanto de fabricação como de operação.

Em comparação com os sólidos:

- Maior simplicidade química - Geralmente os ingredientes utilizados em foguetes sólidos são incompatíveis quimicamente e termicamente. Mudanças repetidas de temperatura podem causar distorção do grão, sendo necessário a utilização de antioxidantes e revestimentos para evitar que o grão se quebre ou se decomponha.
- Menor risco de explosão - O grão combustível possui maior tolerância a erros de produção e fabricação. Uma vez que a taxa de queima depende da taxa de fluxo de massa do oxidante, o grão propelente não pode ser inflamado por carga elétrica dispersa e é muito insensível à autoignição devido ao calor. Os motores de foguete híbridos podem ser transportados para o local de lançamento com o oxidante e o combustível armazenados separadamente, aumentando a segurança.
- Maior impulso específico teórico - Possível devido aos limites dos oxidantes sólidos conhecidos em comparação com os oxidantes líquidos usados com frequência.
- Maior controle - Capacidade de parar/reiniciar e controlar o fluxo na maioria dos projetos, assim como mudar suavemente o impulso do motor em uma ampla faixa sob demanda.
- Menor impacto ambiental.

Segundo (Altman e Humble , 1995), foguetes híbridos também apresentam algumas desvantagens quando comparados com foguetes líquidos e sólidos. Algumas dessas desvantagens são:

- Baixa taxa de regressão (taxa com que o combustível sólido regride) de alguns combustíveis - Nesses casos, geralmente, são utilizados grãos de combustível multi-portas. Os grãos de combustível multi-portas possuem baixa eficiência volumétrica e, frequentemente, deficiências estruturais.
- Mudança na razão de mistura de oxidante e combustível (O/F) - Com uma taxa de fluxo do oxidante constante, a razão O/F mudará conforme o grão regride. Isso leva a uma operação fora do pico do ponto de vista do desempenho químico.
- Em comparação com a propulsão líquida, reabastecer um foguete híbrido parcialmente ou totalmente esgotado poderia apresentar desafios significativos, já que o propelente sólido não pode ser simplesmente bombeado para um tanque de combustível.

Em geral, foram realizados mais trabalhos e pesquisas voltadas ao desenvolvimento de foguetes sólidos e líquidos em comparação com os híbridos. Dessa forma, algumas dessas desvantagens provavelmente podem ser corrigidas através de avanços na área, através investimentos em pesquisas e experimentos.

2.1.1 Combustão em foguetes híbridos

No projeto de foguetes movidos a propelentes híbridos a principal questão que deve ser observada é a vaporização e entrada do combustível na porta de combustão, assim como a velocidade com que esse processo ocorre. Na câmara de combustão de um foguete híbrido, um líquido atomizado ou vaporizado reage próximo à superfície do combustível sólido. Os parâmetros responsáveis por controlar a combustão são a taxa de calor transferida para o combustível sólido e o vapor de calor da fase sólida do combustível.

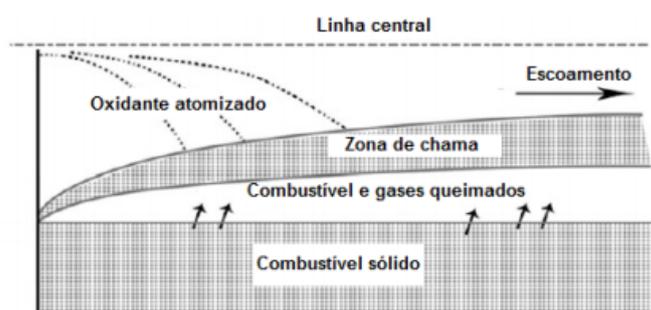


Figura 4: Combustão em foguete híbrido. Adaptado de (El-Sayed 2016)

Na figura 4, observa-se que no processo de combustão híbrida a zona de chama é estabelecida como uma camada limite estreita, que aumenta ao longo do grão. Nesse processo, oxidante atomizado é transportado para a zona de combustão por um processo de uma difusão turbulenta, enquanto que no combustível vaporizado ocorre um processo de convecção. A combustão ocorre na razão estequiométrica, ou seja, quando ocorre o encontro dos dois fluidos, formando a zona de chama ou combustão (El-Sayed 2016). Nessas condições, a taxa de transferência de calor da chama para a superfície do grão (\dot{Q}_w) é balanceada

pela taxa de fluxo de massa de combustível vaporizado (\dot{M}_{cv}) e calor de gaseificação (h_v), dado pela Eq. 2.1.

$$\dot{Q}_w = \dot{M}_{cv} h_v \quad (2.1)$$

Em que h_v inclui o calor necessário para aquecer o sólido a temperatura de vaporização, a energia de despolimerização e o calor de vaporização. Os mecanismos de transferência de calor para a superfície do grão de combustível na combustão híbrida são a convecção e radiação.

Em um grão de combustível sem a adição de aditivos metálicos, em pressões e níveis de fluxo de interesse para aplicações de propulsão, o calor transferido por convecção é considerado muito maior do que aquele transferido por radiação. Como resultado, as características básicas de regressão de grãos de combustível podem ser exploradas por meio de uma análise de transferência de calor convectivo em uma camada limite turbulenta. Considerando um balanço de energia na superfície do grão de combustível, pode-se derivar uma expressão para a taxa de regressão do combustível (\dot{r}), representada pela Eq. 2.2 (Sutton e Biblarz, 2001).

$$\dot{r} = 0,036 \frac{G_{ox}^{0,8}}{\rho_c} \left(\frac{\mu}{x} \right)^{0,2} \beta_o^{0,23} \quad (2.2)$$

Em que G_{ox} é o fluxo de massa do oxidante, ρ_c é a massa específica do combustível, μ é a viscosidade do vapor do combustível, x é a posição axial dentro da câmara de combustão e β é coeficiente de insuflamento. Agregando os efeitos dos parâmetros β , x , ρ_c e μ em um único parâmetro denominado a , tem-se um modelo simplificado da taxa de regressão dado pela Eq. 2.3.

$$\dot{r} = a G_{ox}^n \quad (2.3)$$

Em que a e n são constantes experimentais. O fluxo de massa do oxidante por unidade de área G_{ox} é definido pela Eq 2.4, onde N_p é o número de portas e A_{pc} é a área da porta de combustão.

$$G_{ox} = \frac{\dot{m}_{ox}}{N_p \cdot A_{pc}} \quad (2.4)$$

O processo de combustão em motores híbridos tende a produzir características um pouco mais duras do que em motores de foguetes líquidos ou sólidos, em relação a pressão versus tempo. No entanto, um motor híbrido bem projetado será capaz de limitar esse efeito de combustão bruta em aproximadamente 2 a 3% da pressão média da câmara.

2.1.2 Propelentes híbridos

Segundo (Loh 2012), o combustível de um motor de foguete híbrido de tamanho básico é, em sua forma mais simples, um tubo de material combustível conhecido como grão combustível, onde o orifício no centro do tubo é conhecido como porta do combustível. Para um motor de foguete híbrido maior, geometrias de

grãos de múltiplas portas são comuns, onde oxidante é injetado por dentro de cada porta. A parafina é um dos combustíveis mais utilizados atualmente devido algumas de suas principais características, tais como a alta taxa de regressão, baixo custo, não toxicidade e ausência características explosivas.

Alguns dos combustíveis mais comuns são:

- Polietileno (PE)
- Polibutadieno terminado em hidroxila (HTPB)
- Polimetilmetacrilato (PMMA)
- Parafina

Nas figuras 5 e 6 observa-se a taxa de regressão da parafina e do HTPB com o fluxo de massa de oxigênio gasoso feito em diferentes estudos. Comparando os gráficos observa-se que a parafina apresenta uma taxa de regressão superior ao HTPB para os mesmas condições de fluxo de oxidante. Também observa-se que a taxa de regressão da parafina varia quase linearmente com o fluxo de massa de oxidante.

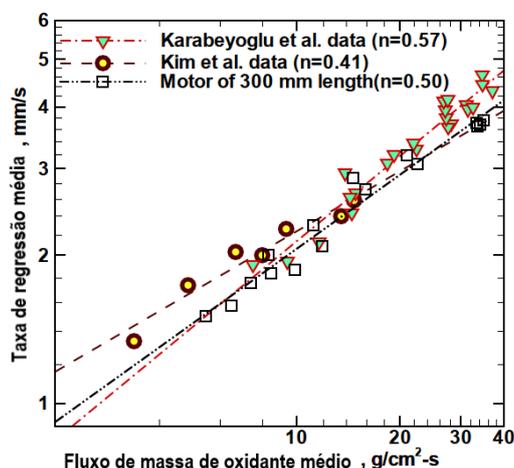


Figura 5: Taxa de regressão da parafina com oxigênio gasoso . Adaptado de (Kumar 2014)

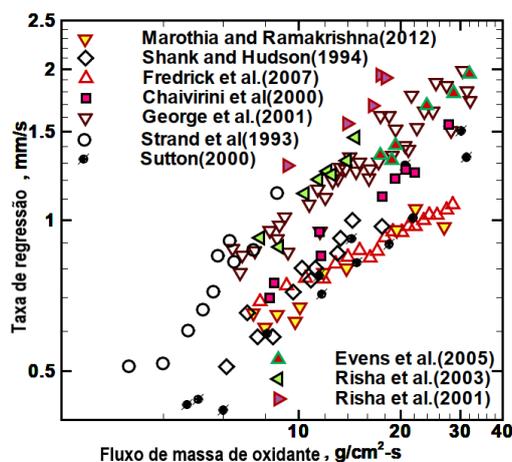


Figura 6: Taxa de regressão do HTPB com fluxo de oxigênio gasoso . Adaptado de (Kumar 2014)

Tanto em foguetes de alta potência, quanto em foguetes acadêmicos ou amadores, o oxidante mais utilizado em sistemas de propulsão híbrida é o óxido nitroso (N_2O). Isso se deve as principais vantagens da utilização desse oxidante em temperatura ambiente, tais como estabilidade, capacidade de auto pressurização e a facilidade de obtenção, visto que esse oxidante não é inflamável e possui poucas restrições de compra (Larson, Henry e Humble , 1995).

Alguns dos oxidantes mais comuns são :

- Oxido nitroso (N_2O)
- Peróxido de hidrogênio (H_2O_2)
- Oxigênio Líquido (LO_x)

2.2 VISÃO GERAL DA ARQUITETURA DO SISTEMA

Seguindo definições propostas pela a IREC, um foguete de sondagem estudantil geralmente é composto pelos seguintes subsistemas: Propulsão, aeroestruturas, recuperação e carga útil (ESRA , 2019). Nessa seção, alguns dos principais componentes desses subsistemas são abordados, assim como os principais conceitos teóricos por trás de cada um deles.

2.2.1 Subsistemas de propulsão

O subsistema de propulsão do foguete é responsável por fornecer o empuxo do foguete, sendo composto pelo tanque de oxidante, injetor, câmara de combustão e bocal, conforme visto anteriormente na Figura 3. A modelagem completa do subsistema de propulsão não será adicionada a ferramenta desenvolvida nesse projeto, onde será introduzido posteriormente um modelo para estimação de um motor para as simulações. No entanto, achou-se interessante a adição da metodologia para o dimensionamento de um sistema de propulsão real, descrita a seguir, a fim de se ter uma base no assunto e contribuir para a adição desses conceitos na ferramenta em trabalhos futuros. Alguns dos parâmetros de eficiência do motor serão utilizados nas simulações.

2.2.1.1 Tanque de oxidante

O tanque de oxidante de um foguete híbrido geralmente é um tubo, comumente de alumínio ou outros materiais metálicos. As tampas do tubo podem ser usinadas utilizando diferentes tipos de materiais, sendo necessário também a verificação da compatibilidade desses materiais com o oxidante a ser utilizado. Na Tabela 1 apresenta alguns materiais compatíveis com o N_2O , onde a letra A representa aceitável (BOC , 2019). A letra C representa condicional, em que o material pode ser incompatível sobre determinadas circunstâncias e condições (Praxair , 2018).

Metais	N_2O
Alumínio	A
Latão	A
Cobre	A
Aço inoxidável	A/C
Aço carbono	A

Tabela 1: Tabela de compatibilidade do N_2O com alguns metais. Adaptado de : (BOC , 2019) e (Praxair , 2018)

Devida a alta pressão interna, a espessura das paredes do tanque de oxidante devem ser modeladas pra suportar tal pressão. As dimensões do tanque são definidas a partir do volume de oxidante que se deseja utilizar.

Compressibilidade de oxidante

Os motores de foguetes com sistemas de alimentação de pressão constante contam com turbomáquinas complexas ou cilindros de gás altamente pressurizados cheio de gases inertes, como nitrogênio ou hélio, e os associados dispositivos pneumáticos necessários para fornecer propelente (Whitmore e Chandler , 2010).

O fator de compressibilidade do N_2O pode ser calculado através da Eq 2.5. Um fluido com um fator de compressibilidade de 0 ou 1 poderia ser modelado utilizando a suposição de líquido incompressível ou gás ideal.

$$Z = \frac{P}{\rho R_0 T} \quad (2.5)$$

Calculando (Z) para o líquido e vapor saturado do N_2O , (Whitmore e Chandler , 2010), comprovou que as suposições de fluido incompressível ou gás ideal para o N_2O são altamente imprecisas para modelos analíticos quantitativos. Além disso, como as temperaturas normais de operação para N_2O estão perto do ponto crítico do fluido, o N_2O não pode ser assumido como sendo apenas um gás ou líquido, mas deve ser tratado como uma mistura de duas fases. A Figura 7 apresenta um diagrama de um tanque de oxidante com as duas fases do fluido.

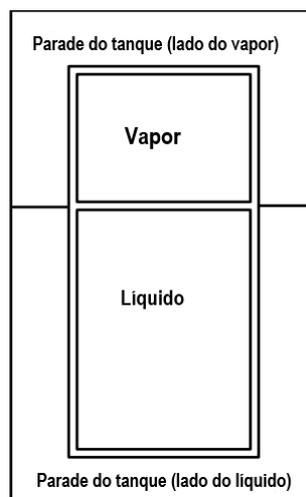


Figura 7: Diagrama de um tanque de oxidante. Adaptado de (Zimmerman et al. , 2013)

A capacidade de auto-pressurização em temperatura ambiente de alguns propelentes, como por exemplo o N_2O , permite a utilização de um sistema de alimentação do tipo blowdown, onde o esvaziamento do tanque se deve puramente à própria pressão do oxidante, reduzindo a massa, o tamanho e a complexidade requerida para implementar um sistema de pressurização. Por outro lado, as propriedades desses propelentes variam durante o esvaziamento do tanque, tornando a modelagem do sistema de alimentação bastante complexo.

Vazão mássica de oxidante

Um aspecto importante de qualquer modelo de tanque é a descrição da vazão mássica de saída do tanque (\dot{m}), representada pela seta na Figura 8, que em um sistema de propulsão é estabelecido pela configuração do injetor e a pressão da câmara. Na alimentação de sistemas de óxido nitroso, a previsão e modelagem de injetores é um tópico de pesquisa em andamento e não existe universalmente um método aceito para prever a taxa de fluxo (Zimmerman et al. , 2013).

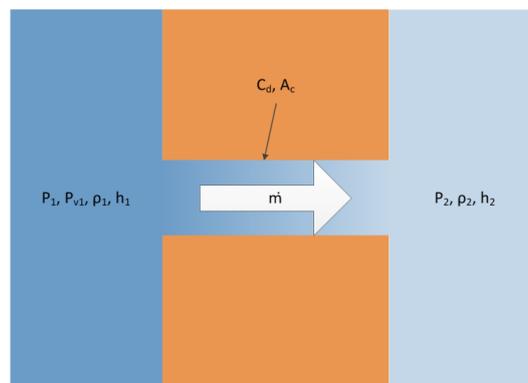


Figura 8: Vazão mássica de um fluido através de um orifício (Solomon , 2011).

A seguir serão abordados os principais modelos para a determinação da vazão mássica de oxidante através dos orifícios de um injetor. Todos os conceitos serão explicados com base na Figura 8.

Modelo de fluido viscoso incompressível (INC)

Em um projeto típico de injetor de pressão constante, os propelentes são geralmente considerados líquidos quase incompressíveis, logo a vazão mássica do fluido incompressível que passa pelo injetor (\dot{m}_{inc}), pode ser definida pela Eq 2.6.

$$\dot{m}_{inc} = C_{des} A_c \sqrt{2\rho_1(P_1 - P_2)} \quad (2.6)$$

Em que :

\dot{m}_{inc} é a vazão mássica de fluido incompressível;

C_{des} é o coeficiente de descarga;

ρ_1 é massa específica do fluido;

P_1 é a pressão do fluido antes do injetor;

P_2 é a pressão do fluido depois do injetor.

A_c é a área da seção transversal do orifício.

Esse modelo prevê a vazão mássica do fluido incompressível com precisão, quando o coeficiente de descarga é caracterizado corretamente.

Modelo de equilíbrio homogêneo (HEM)

Nessa condição de fluxo, a fase líquida e o vapor do propelente são consideradas em equilíbrio de fase, onde não há diferença de velocidades entre a fase líquida e o vapor, e as mudanças de fase ocorrem de maneira isentrópica. Dessa forma, a vazão mássica no injetor pode ser escrita através da queda de entalpia do fluxo através da porta, representada na Eq 2.7.

$$\dot{m}_{HEM} = C_{des} A_c \rho_2 \sqrt{2(h_1 - h_2)} \quad (2.7)$$

Em que :

\dot{m}_{HEM} é a vazão mássica em equilíbrio homogêneo;

ρ_2 é massa específica total do fluido (duas fases);

h_1 é a entalpia específica antes do injetor;

h_2 é a entalpia do fluido depois do injetor;

Modelo Não-homogêneo Não-Equilíbrio (NHNE)

Esse modelo, inicialmente proposto por (Dyer et al. , 2007), foi desenvolvido para prever a taxa de fluxo de massa através do orifício de um injetor, usando a média ponderada dos dois modelos de taxa de fluxo de massa vistos anteriormente. A Eq 2.8 representa o modelo.

$$\dot{m}_{NHNE} = C_{des} A_c \left[\left(1 - \frac{1}{1+k} \right) \dot{m}_{inc} + \frac{1}{1+k} \dot{m}_{HEM} \right] \quad (2.8)$$

Onde k é um parâmetro de ponderação, dado pela Eq 2.9, em que P_{v1} é a pressão de vapor saturado do fluido na temperatura de saída.

$$k = \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{P_{v1,sat} - P_2}} \quad (2.9)$$

Através de dezenas de dados experimentais de foguetes de que utilizam o óxido nitroso coletados por (Dyer et al. , 2007), foi comprovado que esse método tem um bom desempenho em prever a vazão mássica de oxidante de um fluido auto pressurizante. Nesse modelo não foram incluídas as transferências de calor entre o fluido e as paredes do tanque. A modelagem do tanque de oxidante pode ser feita utilizando os conceitos abordados acima.

Esvaziamento do tanque de oxidante

Alguns modelos para a dinâmica de esvaziamento de tanques que utilizam propelentes auto pressu-

rizantes foram analisados por (Zimmerman et al. , 2013), onde o modelo do equilíbrio provou-se o mais simples e utiliza apenas as propriedades do fluido na saturação. No modelo original não foram incluídas as trocas de calor entre o fluido e as paredes do tanque, enquanto que na análise feita esses efeitos foram incluídos. O modelo de equilíbrio assume que todo o propelente no tanque permanece em equilíbrio de fase. Fisicamente isso é equivalente a assumir que o fluxo para fora do tanque é lento em comparação com a transferência de calor e massa entre o líquido e o vapor, permitindo que a transferência de calor e massa entre as fases sejam ignoradas.

Na ausência de fluxo de massa para dentro do tanque, permitindo apenas fluxo de massa na saída do tanque, considerando que não há realização de trabalho sobre ou pelo fluido, as equações de conservação de massa (2.10) e energia (2.11) para o fluido podem ser dadas da seguinte forma :

$$\frac{dm_{total}}{dt} = -\dot{m}_{sai} \quad (2.10)$$

$$\frac{dU_{total}}{dt} = -\dot{m}_{sai}h_{sai} + \dot{Q}_{ent} \quad (2.11)$$

Onde \dot{m}_{sai} é dado pela Eq. 2.12 e para h_{sai} é assumido que líquido saturado está saindo do tanque.

$$\dot{m}_{sai} = \frac{k(\dot{m}_{inc} + \dot{m}_{HEM})}{1 + k} \quad (2.12)$$

O calor sendo transferido para dentro do tanque \dot{Q}_{ent} é obtido através de convecção natural, por meio de relações padrões com o número de Nusselt N_u .

$$\dot{Q}_{ent} = h_{conv} A \Delta T \quad (2.13)$$

$$h_{ent} = Nu \frac{k_f}{L_{ct}} \quad (2.14)$$

Em que ΔT é a diferença de temperatura próxima e distante da parede do tanque , h_{conv} é o coeficiente de transferência térmica por convecção, k_f é a condutividade térmica do fluido e L_{ct} é comprimento característico. Como só ocorre transferência de calor por convecção entrando no tanque, tem-se que a temperatura na parede do tanque (T_w) pode ser dada pela Eq 2.15.

$$\frac{dT_w}{dt} = \frac{\dot{Q}_{ent}}{m_w c_p} \quad (2.15)$$

Todo tanque permanece saturado e, portanto, um único valor de temperatura ou pressão seria suficiente para descrever as propriedades do líquido e do vapor, onde a temperatura é frequentemente a variável mais conveniente. Para um determinado determinado momento das variáveis m_{total} e U_{total} , tem-se que volume do tanque V_t e o título da mistura (x_t) podem ser dados por pelas Equações 2.16 e 2.17.

$$V_t = m_{tot} \left[\frac{1 - x_t}{\rho_{liq}} + \frac{x_t}{\rho_{vap}} \right] \quad (2.16)$$

$$x_t = \frac{\frac{U_{total}}{m_{total}} - u_{liq}}{u_{vap} - u_{liq}} \quad (2.17)$$

Onde ρ e u para o vapor e líquido são calculados para T em condições de saturação e x_t é derivado da definição de m_{total} e U_{total} . Dessa forma, determinando-se um valor de temperatura T , todas as propriedades do fluido podem ser obtidas.

2.2.1.2 Injetor

Em sistemas de propulsão híbrida, os injetores devem introduzir e medir o fluxo de propelente líquido que flui para a câmara de combustão, fazendo com que este se quebre em pequenas gotas (atomização) ao serem injetados (Loh 2012). Para uma combustão rápida e eficiente do fluido injetado na câmara de combustão em foguetes híbridos, uma injeção homogênea de gotículas atomizadas é requerida. A injeção de pequenas gotículas aumenta a área para o processo de mistura do propelente e, portanto, acelera o processo de combustão (Gamper e Hink 2013).

Esses componentes geralmente são placas usinadas de materiais não reagentes com o propelente selecionado, onde o sistema de alimentação de oxidante na câmara de combustão é feito por meio de orifícios/furos na placa. A medida que o fluxo de oxidante flui pelas bordas dos furos, ocorre uma perda de pressão. Um coeficiente de descarga adimensional é utilizado para representar a perda de pressão total devido à perdas/turbulência viscosas. No caso de fluidos que não são considerados incompressíveis, como o N_2O , o líquido vaporiza ao passar pelos orifícios, devido a queda da sua pressão estática. Dessa forma, o que flui através do injetor é uma espuma de líquido, bolhas, e, principalmente, vapor. Assim, tabelas tradicionais de coeficientes de perda ou coeficientes de descarga não funcionam para esse fluido misturado (Newlands, 2012). Conhecendo a vazão mássica de oxidante (\dot{m}_{ox}) que deve passar pelos orifícios do injetor, é possível determinar a dimensão e o número de orifícios necessários para essa determinada vazão.

2.2.1.3 Câmara de combustão

Sabendo que a câmara de combustão deve conter todo o grão combustível, suas dimensões geométricas são determinadas, principalmente, pela configuração e quantidade de combustível que se deseja utilizar. Quanto mais longa for a câmara, mais estável será a combustão, uma vez que o propelente poderá se misturar melhor. A pré-câmara e a pós-câmara, caso seja necessário utiliza-las podem ser estimadas com comprimentos variando de 0,5 a 1 diâmetro interno segundo (Altman e Humble, 1995).

Análise preliminar do grão combustível

A geometria do grão combustível e o número de portas influencia na taxa de regressão do combustível, como visto em 2.1.1. A geometria de grão mais simples é a cilíndrica com apenas uma porta, onde o dimensionamento do grão combustível pode ser feito a partir dos passos que serão descritos a seguir.

Através da razão de mistura entre o oxidante e o combustível (O/F) e da vazão mássica de propelentes (\dot{m}_p), a vazão mássica de combustível (\dot{m}_c) pode ser determinada utilizando a Eq 2.18.

$$\dot{m}_c = \frac{\dot{m}_p}{\frac{O}{F} + 1} \quad (2.18)$$

A partir da vazão mássica de combustível e do tempo de queima de propelente (t_q), o volume de grão combustível (V_c) pode ser determinado através da Eq. 2.19.

$$V_c = \frac{\dot{m}_c}{\rho_c t_q} \quad (2.19)$$

Em que ρ_c é a densidade do combustível e a razão \dot{m}_c/t_q é a massa do combustível (m_c). A equação 2.20 representa a variação do raio do grão em função do tempo de queima e da vazão mássica de oxidante, onde R_i é o raio inicial da porta, N_p é o numero de portas e n_0 é um parâmetro de ajuste.

$$R(t) = \left[a(2n_0 + 1) \left(\frac{\dot{m}_{ox}}{\pi N_p} \right)^{n_0} t_q + R_i^{2n_0+1} \right]^{\frac{1}{2n_0+1}} \quad (2.20)$$

Dessa forma, o comprimento da grão pode ser determinado através da Eq 2.21, onde A_{bc} é área da base do combustível.

$$L_c = \frac{V_c}{A_{bc}} \quad (2.21)$$

O dimensionamento de geometrias mais complexas para obter melhor eficiência pode ser feito, por exemplo, com o auxílio da impressão 3D.

2.2.1.4 Bocal

O bocal é responsável por converter a energia obtida através da combustão na câmara em energia cinética. Em outras palavras, isso é feito variando a área da seção transversal (ou diâmetro) de uma forma exata (Nakka , 1997). Em motores foguete híbridos, geralmente, o bocal utilizado é do tipo supersônico, formado por uma zona convergente, em que a velocidade do fluxo é sônica (Mach = 1), e uma zona divergente, onde a velocidade dos gases é aumentada. A seguir temos algumas estimativas para o desenvolvimento de bocais em condições de um foguete ideal.

- Os produtos da reação química são homogêneos e puramente na forma de vapor;
- O vapor obedece a lei dos gases ideais;
- O fluxo é adiabático, não havendo transferência de energia através das paredes do foguete;
- Não há a presença de atritos e efeitos de camada limite são desconsiderados;
- O fluxo do propelente é estável e constante. A expansão do fluido de trabalho é uniforme e estável, sem vibração;

- A velocidade dos gases de saída tem dependência axial;
- A velocidade, pressão, temperatura e densidade dos gases são uniformes através de qualquer seção da tubeira;
- O equilíbrio químico é estabelecido dentro da câmara do foguete e a composição do gás não muda no bico (fluxo congelado);
- Os propelentes armazenados estão em temperatura ambiente;

Para foguetes com propulsão química, o desempenho real medido é geralmente entre 1 e 6% abaixo do valor ideal calculado. Ao projetar novos foguetes, tornou-se uma prática usar parâmetros de foguete ideais, que podem então ser modificados por correções apropriadas. Os motores de foguetes de grande escala normalmente usam bocais em forma de sino, mas devido ao aumento dos custos de fabricação e o ganho marginal de desempenho, um bocal convergente-divergente com um ângulo de divergência de 15° , oferece 98,3% do desempenho de um bocal do tipo sino equivalente (O’Leary e Beck , 1992). A figura 9 representa um esquema de um bocal convergente-divergente.

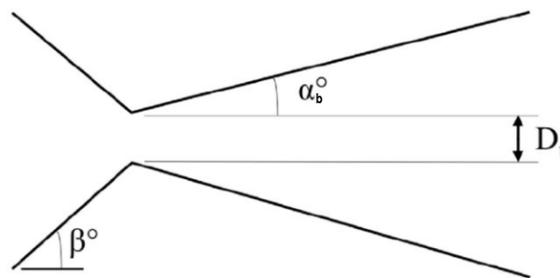


Figura 9: Esquema de um bocal do tipo cônico. Adaptado de (Singh et al. , 2019)

Em que β e α_b são os ângulos de convergência e divergência, respectivamente, e D_t é o diâmetro da garganta. Um dos principais parâmetros de dimensionamento do bocal é a razão de expansão de área (ϵ), dada pela razão da área de saída do bocal e a área da garganta.

$$\epsilon = \frac{A_s}{A_g} \quad (2.22)$$

Os comprimentos das seções divergente e convergente podem ser obtidos através de relações trigonométricas.

2.2.1.5 Ignitor

Existem vários métodos de ignição de motores híbridos. Em motores de foguete híbridos menores, onde uma mangueira é usada para encher o tanque oxidante, uma variedade de métodos de ignição são usados, como por exemplo, usando ignitores pirotécnicos ou enchimento de oxigênio gasoso da câmara de combustão combinado com ignição elétrica de alta corrente. Ignitores feitos com impressão 3D, utilizando

propelentes sólidos feitos , por exemplo, de açúcar e potássio tem sido bastante utilizado por equipes nas últimas competições (ESRA , 2019).

2.2.1.6 Parâmetros de desempenho do motor

A capacidade determinar e comprovar experimentalmente a eficiência de um motor de um foguete, para qualquer tipo de aplicação, é essencial em um projeto. Nesse tópico são introduzidos os equacionamentos dos principais parâmetros de eficiência de um motor de foguete com propulsão híbrida, seguindo a mesma metodologia desenvolvida e testada experimentalmente por (Sutton e Biblarz , 2001) e (El-Sayed 2016).

Velocidade de exaustão

Em um bocal convergente-divergente, uma grande fração da energia térmica dos gases na câmara é convertida em energia cinética. A temperatura e pressão dos gases decaem dramaticamente e a velocidade dos gases na saída atinge valores altíssimos. Desconsiderando perdas no escoamento, essa velocidade exaustão pode ser determinada através da Eq 2.23 .

$$v_{ex} = \sqrt{\frac{2 \Gamma}{\Gamma - 1} \frac{R_0 T_c}{M_0} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\Gamma-1}{\Gamma}} \right]} \quad (2.23)$$

Em que R_0 é a constante universal dos gases, M é a massa molar dos gases, T_c é a temperatura na câmara de combustão, Γ é o coeficiente de expansão adiabática, obtido através da razão entre os calores específicos a pressão e a volume constante, e por fim, P_c e P_s são as pressões na câmara de combustão e na saída do motores, respectivamente.

Empuxo

O empuxo total (F_T) pode ser definido como a força produzida pelo sistema de propulsão do foguete, responsável por acelerar toda a massa do foguete a partir do repouso. Para um sistema de propulsão de foguete em operação constante, movendo-se através de uma atmosfera homogênea, o empuxo total é dado pela Eq 2.24.

$$F_T = \dot{m}_p v_{ex} + (P_s - P_a)A_s \quad (2.24)$$

O primeiro termo da Eq 2.24 representa a parcela do empuxo advinda da quantidade de movimento produzida através do produto da vazão mássica de propelente (\dot{m}_p) e a velocidade de exaustão dos gases (v_{ex}), e o segundo termo representa a quantidade de empuxo devido a pressão, advindo do produto da área da seção transversal da saída do bocal (A_s) e a diferença entre a pressão dos gases na saída do motor (P_s) e a pressão atmosférica (P_a).

Impulso total

O impulso total (I_t) pode ser definido como uma grandeza física que mede a variação de quantidade de movimento de sofrida por um corpo ao qual uma força está sendo aplicada. No conceito de foguetes, o

impulso total pode ser obtido integrando o empuxo F_T no tempo de queima. Para um empuxo constante, o impulso total é dado pela Eq. 2.25.

$$I_t = F_T t_q \quad (2.25)$$

Onde t_q representa o tempo de queima do motor.

Impulso específico

O impulso específico (I_{sp}) pode ser definido como o a razão entre o impulso total (I_t) e o peso efetivo total do propelente. Para um empuxo e uma vazão mássica de propelente constantes, o impulso específico pode ser dado pela Eq. 2.26

$$I_{sp} = \frac{F_T}{\dot{m}_p g} \quad (2.26)$$

Onde g é a gravidade. Esse parâmetro é um dos mais importantes na avaliação de motores de foguetes. Um valor alto de I_{sp} indica alta performance do motor.

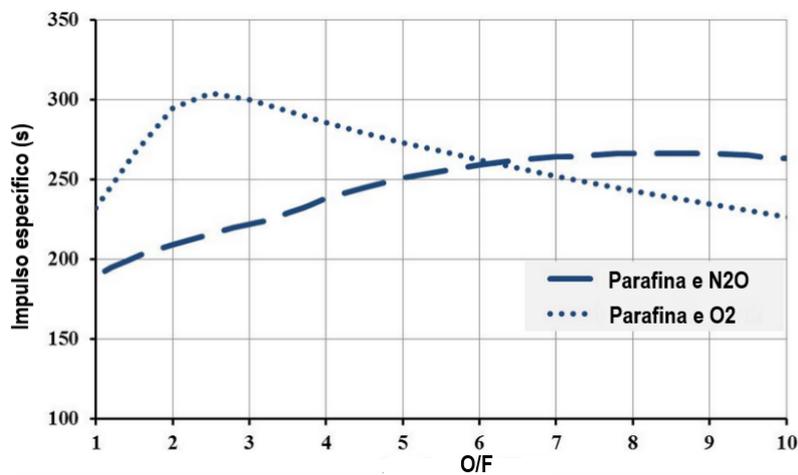


Figura 10: Curva teórica de I_{sp} versus O/F da parafina - N_2O e Parafina- O_2 com $P_c = 6 \text{ atm}$. Adaptado de (Gany, 2014)

Através da Figura 10, que apresenta uma curva teórica do impulso específico (I_{sp}) versus os pares Parafina- N_2O e Parafina- O_2 , observa-se que para razões O/F maiores o I_{sp} do par parafina- N_2O apresenta desempenho melhor.

Velocidade característica

A velocidade característica (C^*) é usada na comparação do desempenho relativo de diferentes projetos de sistemas de propulsão de foguetes químicos e propelentes. Esse parâmetro pode ser definido pela Eq. 2.27.

$$C^* = \frac{P_c A_g}{\dot{m}_p} \quad (2.27)$$

A velocidade característica (C^*) se relaciona com a eficiência de combustão e é essencialmente independente das características do bocal.

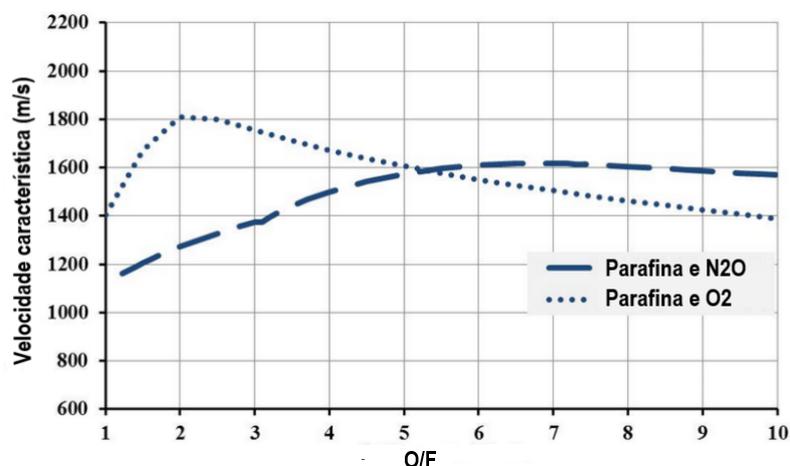


Figura 11: Curva teórica de C^* versus O/F da parafina- N_2O e Parafina- O_2 com $P_c = 6 \text{ atm}$. Adaptado de (Gany, 2014)

Através da Figura 11, que apresenta uma curva teórica da velocidade característica (C^*) versus os pares Parafina- N_2O e Parafina- O_2 , observa-se que para razões O/F maiores a C^* do par parafina- N_2O apresenta desempenho melhor.

Velocidade efetiva de exaustão

Em um bocal, a velocidade de exaustão dos gases não é uniforme por toda a seção transversal da saída e não representa a magnitude completa do empuxo. Além disso, o perfil de velocidade é bastante complexo e difícil de ser medido com precisão. Por conveniência, assume-se uma velocidade de exaustão constante, para descrever problemas de uma dimensão. Essa velocidade efetiva de exaustão (c), definida pela Eq. 2.28 é a velocidade equivalente média em que o propelente é ejetado do motor.

$$c = \frac{F_T}{\dot{m}_p} \quad (2.28)$$

Observa-se que c difere de I_{sp} por apenas uma constante (g), dessa forma apenas um dos parâmetros pode ser usados para medir a performance de um foguete.

Coefficiente de empuxo

O coeficiente de empuxo ideal (C_F) pode ser considerado como a representação da amplificação do empuxo devido expansão dos gases no bocal supersônico em comparação ao empuxo que seria exercido se a pressão da câmara atuasse apenas sobre a área da garganta. Esse parâmetro pode ser definido pela Eq 2.29.

$$C_F = \frac{F_T}{P_c A_g} \quad (2.29)$$

Em que A_g é a área da garganta do bocal. Esse parâmetro é bastante importante nas considerações do projeto do bocal.

2.2.2 Subsistemas de Aeroestruturas

Uma das principais funções dos componentes do subsistema de aeroestruturas é diminuir as forças de arrasto e garantir a estabilidade do foguete durante o voo. Segundo a IREC, esse subsistema é constituído por uma fuselagem, um cone de nariz e as aletas.

2.2.2.1 Fuselagem

A fuselagem, as vezes chamada de tubo do corpo, fornece a estrutura principal para o foguete, suportando o cone de nariz e as aletas. Durante voo, a fuselagem é comprimida a partir de duas direções: o motor empurra de baixo para cima durante o empuxo, e o cone de nariz empurra para baixo devido ao arrasto do ar. Se o foguete virar para o lado durante o voo, a estrutura pode ser atingida com resistência do ar lateral, sendo necessário suportar esses esforços também (Newton, 2012). Na parte interna da fuselagem estão presentes todos os outros componentes do foguete, tais como sistemas de recuperação, propulsão e carga útil. Diversos materiais podem ser usados para o dimensionamento, projeto e construção de uma fuselagem, sendo necessária análises estruturais para que todos os esforços sejam suportados.

A maioria dos tubos usados em fuselagens podem ser comprados comercialmente, onde o material utilizado depende da potência do foguete. Para foguetes mais simples, ou seja, alguns dos materiais mais utilizados são: papel, papelão ou plástico fino (Beach, T., 2018). Para foguetes com motores de alta potência, é preferível utilizar materiais mais resistentes, tais como fibra de carbono, fibra de vidro, alumínio e outros metais leves, com baixas espessuras (TMR, T., 2021). A utilização de materiais compósitos, com o intuito de melhorar a qualidade estrutural e diminuir o peso do sistema, tem sido o foco de diversos estudos e aplicações de fuselagens de foguetes (Davies, 2008).

Parâmetros para análise estrutural

Visto que tanto o tanque de oxidante como a fuselagem em foguetes possuem a forma de um tubo, foi introduzido nesse tópico alguns conceitos relacionados a materiais compósitos, que como mencionado anteriormente estão sendo cada vez mais utilizados no ramo de foguetes, e o código ASME para projeto de vasos de pressão. No projeto real de um foguete é de extrema importância determinar as tensões envolvidas em cada um deles, assim como em elementos de fixação, para garantir a estabilidade do foguete durante o voo e evitar falhas na estrutura.

Compósitos estruturais

A necessidade da utilização de materiais com alto desempenho mecânico tem levado, principalmente as indústrias automotiva e aeroespacial, a diversas pesquisas voltadas para o desenvolvimento e criação de novos materiais. Um material compósito estrutural consiste na combinação de materiais para obter características específicas para uma determinada aplicação. Uma das principais estruturas de materiais compósitos é o painel sanduíche, representado pela Figura 12.

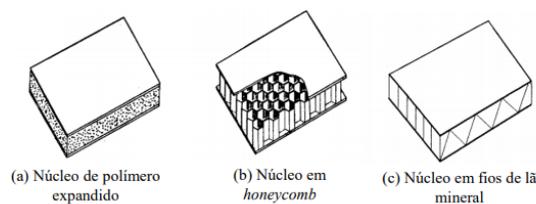


Figura 12: Exemplos de elementos estruturais em sanduíche. Adaptado de (Davies , 2008).

A estrutura dos painéis sanduíche sempre segue o mesmo padrão básico (Davies , 2008). Dois revestimentos, que são relativamente finos e de alta resistência, englobando um núcleo, que é relativamente espesso, leve e que tem rigidez adequada em uma direção normal para as faces do painel. Como visto na 12, diferentes combinações de painéis do tipo sanduíche podem ser obtidos variando o material das faces e do núcleo. Segundo (Davies , 2008), algumas das principais vantagens dos painéis sanduíche são:

- Alta capacidade de carga com baixo peso;
- Isolamento térmico excelente e durável;
- Barreira absoluta de água e vapor
- Fácil reparo ou substituição em caso de danos
- Excelente hermeticidade

O primeiro pouso bem-sucedido de uma nave espacial na lua em 20 de julho de 1969 foi o resultado da aplicação bem-sucedida de uma série de novas tecnologias, incluindo foguetes, computadores e a construção de materiais compósitos em sanduíche. A Figura 13 apresenta um esquema das estruturas usadas.

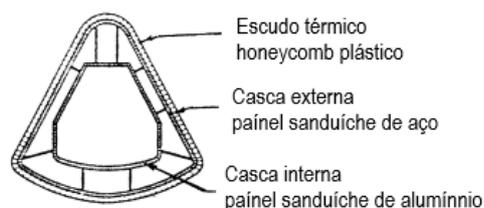


Figura 13: Construção em sanduíche da cápsula Apollo. Adaptado de (Davies , 2008).

Código ASME para projeto de vasos de pressão

A American Society of Mechanical Engineers (ASME) publicou, no início do século XX, a seção VIII do código ASME, que trata do projeto e construção de recipientes para conter fluidos em altas pressões, conhecidos como vasos de pressão. A necessidade dessa norma surgiu devido ao aumento de explosões decorrentes da construção incorreta desses equipamentos, principalmente em caldeiras. Dentre as 3 divisões presentes na seção VIII do código ASME, a Divisão 1 é a mais utilizada e abrange todas as exigências e recomendações necessárias para o projeto desses componentes (Telles , 2005).

Seção VIII do código ASME

A Divisão 1, da seção VIII, do código é a norma de vasos de pressão com o uso mais difundido no Brasil e no mundo, abrangendo vasos de pressão de qualquer classe (Telles , 2005). Algumas das exceções dessa divisão são:

- Vasos sujeitos a chama e vasos para ocupação humana;
- Vasos com diâmetro de 6” ou menores.
- Vasos com pressões de operação maiores que 3000 psig (20 MPa);

Essa norma abrange exigências sobre materiais, materiais, projetos, cálculo, fabricação e inspeção de vasos de pressão.

Na Divisão 2, da seção VIII do código ASME, estão incluídos todos os tipo de projetos de vasos de pressão, sem limites de pressão máxima, menores espessuras e diâmetros, resultando em menor peso. No entanto, são necessárias análises matemáticas mais rigorosas do que na Divisão I, resultando e maiores custos de projeto (Telles , 2005).

Espessura da parede de um vaso de pressão

Seguindo a metodologia da ASME descrita em (Telles , 2005), a espessura mínima de um casco cilíndrico de paredes finas para tensões circunferenciais (e_c) e longitudinais (e_l), em função da pressão interna do vaso de pressão (P_i), podem ser dada pelas Eqs 2.30 e 2.31, respectivamente.

$$e_c = \frac{P_i r_c}{S_{adm}E - 0,6P_i} + K \quad (2.30)$$

$$e_l = \frac{P_i r_c}{2 S_{adm}E + 0,4P_i} + K \quad (2.31)$$

Em que :

P_{ic} é a pressão interna;

r_c é o raio interno do cilindro;

S_{adm} é a tensão admissível do material;

E é o coeficiente de eficiência de solda ($E = 1$ para cilindros sem costura);

K é margem para corrosão e/ou erosão ou usinagem.

A ASME não estabelece valores ou critérios para o parâmetro K , sendo muitas vezes sendo desprezadas nos cálculos. As Eqs 2.30 e 2.31 são válidas para $e < 1/2r_{iv}$ ou quando $P_i > 1,25 SE$.

Pressão de trabalho máxima admissível

A pressão de trabalho máxima admissível (PMTA) para cascos cilíndricos de pequena espessura é dada pela Eq 2.32.

$$PMTA = \frac{S_{adm} E e}{r_{iv} + 0,6 e} \quad (2.32)$$

A tensão admissível (S_{adm}) pode ser relativa à temperatura de projeto ou à temperatura ambiente, e a espessura (e) pode incluir ou não margem para corrosão (Telles , 2005).

Tensões circunferenciais e longitudinais

As tensões circunferencial (σ_c) e longitudinal (σ_l), podem ser obtidas, respectivamente, através das Eq 2.33 e 2.34, onde r_{iv} representa o raio interno do casco.

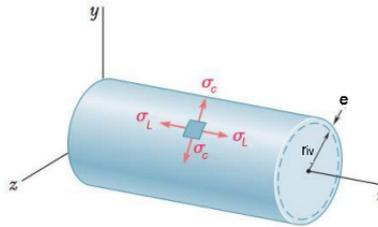


Figura 14: Estado plano de tensões em um casco. Adaptado de (Galvão , 2018)

$$\sigma_c = \frac{P_i r_{iv}}{e} \quad (2.33)$$

$$\sigma_l = \frac{P_i r_{iv}}{2 e} \quad (2.34)$$

2.2.2.2 Cone de nariz

O cone de nariz de um foguete é desenvolvido para minimizar o arrasto, provocado pelo atrito com ar, sobre o foguete. Existem diversos tipos de cones de nariz, onde cada um apresenta formatos diferentes que podem ser adaptados para vários tipos de aplicações. No geral, todos os tipos de cone de nariz partem dos mesmos parâmetros iniciais, onde a variação desses parâmetros definem a forma do cone final desejado (Charlesworth, P. , 2015).

A Figura 15 apresenta as dimensões gerais de um cone de nariz genérico. Enquanto que na modelagem de cones práticos, geralmente, inclui-se um ombro para montagem em um tubo, esse aspecto é ignorado aqui, uma vez que não tem efeitos aerodinâmicos, e sua massa e contribuições inerciais são facilmente adicionados separadamente (Crowell , 1996).

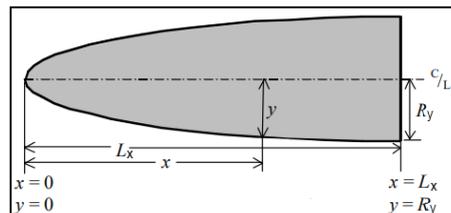


Figura 15: Dimensões gerais de um cone de nariz. Adaptado de (Crowell , 1996)

Em que :

L_x é o comprimento total do cone

R_y é o raio do cone;

x é comprimento em qualquer ponto do cone;

y é o raio em qualquer ponto do cone;

c/L é a linha de centro.

Dessa forma, diversos modelos de cone de nariz podem ser dimensionados com base no desempenho desejado. Alguns dos materiais utilizados na fabricação de cones de nariz são plástico, fibra de vidro, madeira balsa, papel (para foguetes menos potentes) e outros. A figura 16 apresenta um estudo feito por (Crowell , 1996) comparando o desempenho de diferentes tipos de cones de nariz em relação a diferentes número de Mach, enquanto que na Figura 17 apresenta um estudo feito por (Apogee , 2014) a respeito do coeficiente de arrasto para alguns modelos de cone.

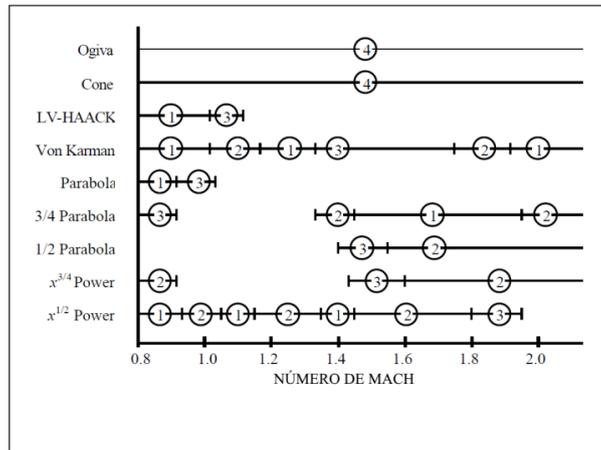


Figura 16: Comparação das características de arrasto de vários formatos de cone de nariz nas regiões de Mach transônico-baixo. Rank: (1) Superior (2) Bom (3) Regular (4) Inferior. Adaptado de (Crowell , 1996)

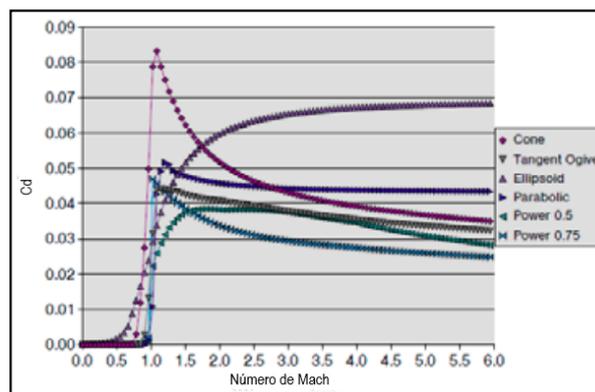


Figura 17: Coeficiente de arrasto para de diferentes cones de nariz. Adaptado de (Apogee , 2014).

O cone de nariz no formato parabólico é bastante utilizado em foguetes de sondagem estudantis, devido a sua boa eficiência, fácil construção e baixo arrasto nas regiões de Mach menor que 1 . Em muitos projetos

de cone de nariz, a maior preocupação é o desempenho de voo na região transônica de Mach 0,8 a Mach 1,2. No entanto, foguetes de sondagem gastam pouco de seu tempo de voo na região transônica, acelerando rapidamente para números de Mach mais elevados (Crowell , 1996).

Na Figura 16 observa-se que os cones LV-HAACK, parabólico, Von Karman e $x^{(1/2)}$ Power são classificados com desempenho superior na região subsônica, ou seja, de Mach menor que 1, sendo o cone parabólico os mais simples de ser modelado. Na região supersônica, o cone do tipo Von Karman apresentou um desempenho superior. Na Figura 17, tem-se que o coeficiente de arrasto apresenta valores baixíssimos para a maioria dos cones região subsônica, e valores razoáveis na região supersônica de Mach 2, com exceção do cone tipo cônico, que o coeficiente de arrasto aumenta significativamente em relação aos outros tipos.

2.2.2.3 Aletas

O objetivo de colocar aletas em um foguete é fornecer estabilidade durante o voo, ou seja, permitir que o foguete mantenha sua orientação e trajetória de voo pretendida. Se um foguete típico fosse lançado sem aletas, tombaria logo após o lançamento, devido à forma como as forças aerodinâmicas e o vento atuam sobre o foguete, em relação às forças que são exercidas sobre o foguete pelo motor e pela gravidade. Nesse caso, o centro de pressão (CP) do foguete, local onde as forças aerodinâmicas estão concentradas, estaria à frente de seu centro de gravidade (CG) (Nakka , 1997).

A Figura 18 apresenta alguns dos tipos de aletas mais comuns em foguetes de sondagem. Geralmente todos os tipos de aletas possuem os mesmos parâmetros de geometria básicos, como a corda da raiz, altura e dica da corda e a espessura.

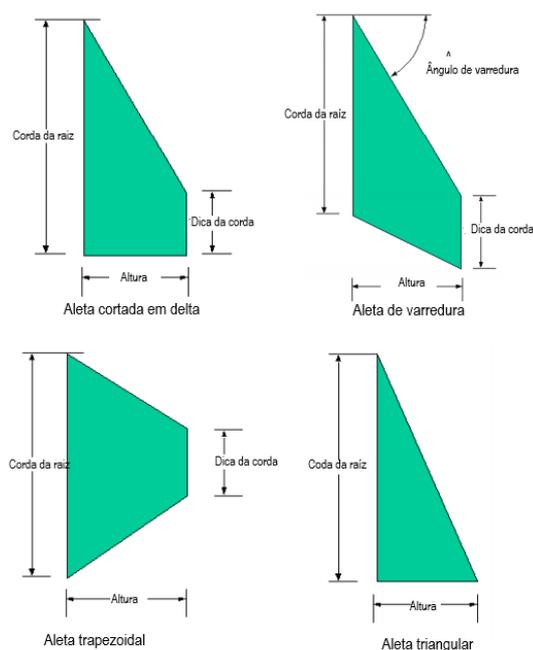


Figura 18: Tipos de aletas comuns e parâmetros de dimensão. Adaptado de (Pektaş et al. , 2019)

Alguns dos materiais mais utilizados para a fabricação das aletas em foguetes simples, são o plástico, fibras de vidro e carbono, madeira compensada e, materiais de impressão 3D (TMR, T. , 2021). O número de aletas, em foguetes, geralmente é de 3 ou 4, não havendo uma regra específica para isso. Segundo (Nakka , 1997), três aletas são melhores ao projetar um foguete de alto desempenho e baixo arrasto. Isso permite que o arrasto de interferência (arrasto causado pela interferência do fluxo de ar sobre o corpo e termina na junção) seja reduzido em 25 por cento.

2.2.3 Subsistemas de Carga útil

A carga útil de um foguete é aquilo que se deseja levar a uma determinada altitude durante o voo, bem como quaisquer subsistemas necessários para o funcionamento do componente principal contido nesse segmento. Em foguetes de sondagem, o principal tipo de carga útil são satélites e equipamentos de medição para a realização de experimentos (NASA , 2004).

Em foguetes de sondagem estudantis e amadores, diferentes tipos de carga útil são utilizadas, sendo bastante comum em competições o uso de pequenos satélites feitos de componentes comerciais de prateleira (COTS), ou seja, componentes que já estão disponíveis no mercado e são adaptados de acordo com a missão ou experimento proposto (ESRA , 2019). Alguns desses satélites foram inicialmente propostos como projetos acadêmicos, com o objetivo de possibilitar estudantes a simular missões e experimentos espaciais reais, em um curto período de tempo e um custo relativamente baixo (Twiggs , 2008).

3 TRAJETOGRAFIA

Neste capítulo estão especificadas as revisões da literatura referentes a dinâmica do movimento de foguetes, assim como as equações para a modelagem da trajetória de foguetes de sondagem e parâmetros importantes para a sua compreensão e implementação. Também estão especificados os conceitos principais referentes ao um sistema de recuperação por paraquedas e estimação da massa dos componentes de um foguete.

3.1 DINÂMICA DE UM FOGUETE

O movimento de um foguete pode ser explicado através da Terceira lei do Movimento de Newton, que diz que para toda ação existe uma reação de mesma intensidade e direção, mas com sentido oposto. O motor do foguete produz gases quentes na combustão, que fluem para fora pela parte traseira do motor, gerando uma força devido à pressão exercida por estes gases sobre uma área de abertura. Em reação, uma força de empuxo de mesma intensidade é produzida no sentido oposto, como pode ser visto no exemplo da Figura 19 .

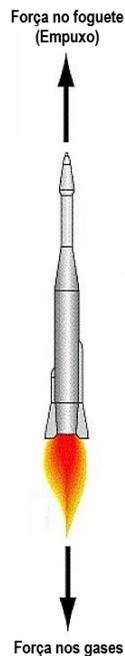


Figura 19: Terceira lei de Newton aplicada a foguetes. Adaptado de (QsStudy , 2018)

Um foguete expele parte de sua massa devido a queima do propelente, sendo essa a base da conservação de momento linear (Young et al. , 2012). Seja a massa inicial do foguete m e a velocidade de exaustão

relativa v_{ex} . Em um intervalo de tempo dt , a massa do foguete diminui dm_p , como resultado da combustão do propelente. A força de empuxo (F_T) em um foguete pode ser definida igual a taxa de mudança de momento na exaustão, representada pela Eq.3.1.

$$F_T = v_{ex} \frac{dm_p}{dt} \quad (3.1)$$

A Eq. 3.1 caracteriza o empuxo advindo da variação da quantidade de movimento do foguete na exaustão dos gases. No esquema da Figura 19 e na Eq. 3.1 apresenta um caso ideal, desprezando as forças de arrasto e gravitacional, que serão introduzidas posteriormente.

3.2 TRAJETÓRIA DE UM FOGUETE DE SONDAGEM

A trajetória de um foguete é o conjunto de parâmetros que caracteriza a cada instante o percurso do foguete entre o seu ponto de decolagem até o ponto em que sua missão é concluída. O foguete é desenvolvido para percorrer uma trajetória ideal ou nominal, onde não são considerados fatores perturbadores, tais como ventos e assimetrias devidas a imprecisões de produção, no cálculo dos parâmetros da trajetória. A trajetória real é aquela percorrida pelo foguete e é específica de cada voo, porque depende dos ventos atuantes e das dispersões inerentes àquele veículo (Palmerio , 2017). No caso dos foguetes de sondagem, a trajetória nominal é projetada de modo a satisfazer as seguintes demandas principais:

- Altitude alcançada pela carga útil;
- Ponto de impacto a ser atingido pela carga útil;
- limitações da área sobre a qual o foguete pode voar.

Os foguetes de sondagem seguem trajetórias parabólicas ou "em forma de U", fornecendo caminhos quase verticais ao longo de sua subida e descida que podem ser expressos em uma única dimensão. De modo geral, o voo de um foguete de sondagem é composto por três partes principais, sendo elas a fase propulsada ou de voo propulsado, a fase balística ou de voo livre e a fase de reentrada, que serão especificadas a seguir (NASA , 2004).

1. A fase de voo propulsado constitui a parte da ascensão do foguete com os motores ligados, até o fim da queima, onde os motores são desligados. Nessa fase, a maior parte do voo propulsado é feito dentro da atmosfera e o foguete está sob maior estresse estrutural devido às forças resistivas externas.
2. A fase balística ou de voo livre corresponde à parte do voo em que o foguete não possui mais o empuxo de seus motores e, no caso de foguetes de sondagem, vai até o impacto com o solo. Durante essa fase do voo, as únicas forças atuando no foguete são a gravidade e a força de arrasto do ar. O sistema de recuperação do foguete garante que este não seja acelerado descontroladamente até o impacto com o chão.

3. A fase de reentrada representa a parte final do voo, na qual os destroços do foguete reentram na atmosfera terrestre e podem, ou não, atingir o solo. O cálculo e modelagem dessa fase leva em consideração modelos de balística e estatística altamente avançados para a obtenção de boas análises. Dessa forma, esta fase não será abordada nesse projeto.

A Figura 20 apresenta um esquema das duas fases da trajetória do foguete que serão analisadas nesse projeto. A fase propulsada corresponde a primeira etapa do voo, em seguida temos o início da fase balística, que foi dividida em duas partes, ascendente e descendente, apenas para uma melhor visualização e entendimento. O apogeu é o ponto mais alto da trajetória, ou seja, a altitude máxima do foguete. Esse ponto é definido pela fase propulsada e, geralmente, é o ponto mais importante no projeto de foguetes de sondagem.

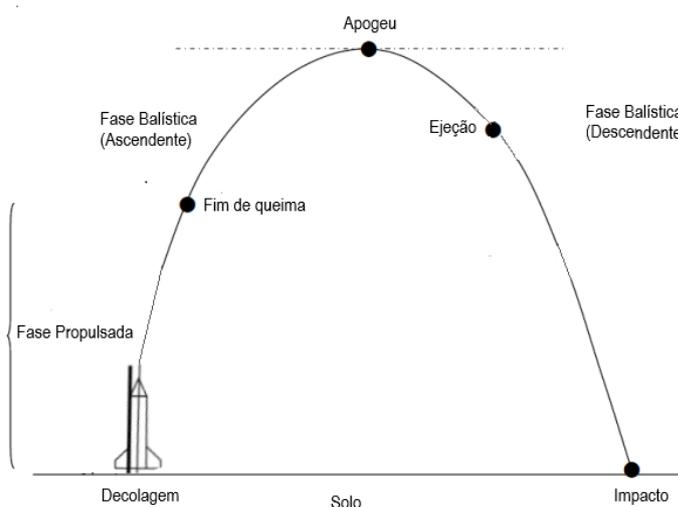


Figura 20: Fases principais da trajetória de um foguete. Adaptado de (Foltran , 2014)

A cada instante do cálculo da trajetória, ocorrem variações nos principais parâmetros de voo, como por exemplo, a massa do foguete, empuxo, velocidade, aceleração, altitude e as forças aerodinâmicas. A ejeção ocorre em algum momento desejado após o apogeu, onde o sistema de recuperação é ativado, disparando o paraquedas.

3.2.1 Análise das forças atuando em um foguete de sondagem durante o voo

Como visto na Figura 20, o voo do foguete de sondagem que será abordado nesse projeto é dividido em duas fases, a fase propulsada e a fase balística. Para uma melhor compreensão do modelo para o cálculo de trajetória que será introduzido posteriormente, é importante a compressão das principais forças atuando no foguete durante o seu voo. A Figura 21 apresenta um esquema resumido das forças atuando em cada etapa do voo.

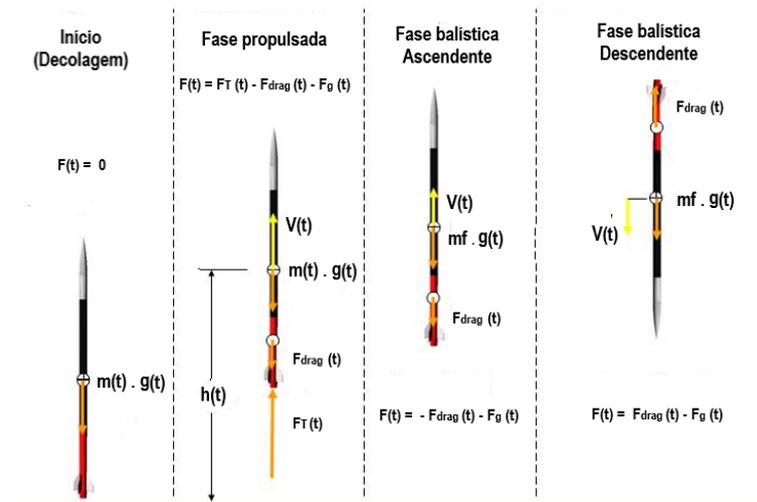


Figura 21: Forças em cada fase do voo de um foguete de sondagem. Adaptado de (Rønningen, J.E , 2018)

Através da Figura 21, observa-se que no estágio inicial a força resultante $F(t)$ sobre o foguete é nula, pois o foguete está em repouso. Na fase propulsada, a força resultante é caracterizada pelo somatório vetorial do empuxo $F_T(t)$, da força gravitacional local $F_g(t)$, que é função da altitude e, conseqüentemente, função do tempo, e da força de arrasto aerodinâmico $F_{drag}(t)$, que é função da velocidade e, conseqüentemente, também é função do tempo. Na fase balística não há a presença da força de empuxo, apenas das forças de arrasto e gravitacional, cujos sentidos variam conforme a direção da velocidade. A força gravitacional ou peso do foguete $F_g(t)$ é caracterizada pelo produto da aceleração da gravidade local $g(t)$ pela massa total do foguete $m(t)$, que varia com o tempo durante a fase propulsada, enquanto que na fase balística, a massa final do foguete m_f é constante. Assim, nessa etapa do voo, a força gravitacional poderá variar apenas devido as variações da aceleração da gravidade. As grandezas $V(t)$ e $h(t)$ representam, respectivamente, velocidade e altura em função do tempo.

3.3 MODELO DE TRAJETÓRIA

Geralmente, a modelagem do voo de um foguete é feita por dinâmica de partículas ou por dinâmica de corpos rígidos. Na modelagem por dinâmica de partículas, é considerado que toda a massa do foguete está concentrada em um único ponto, assim a dinâmica de voo pode ser obtida aplicando as forças e momentos no centro de massa. Na modelagem utilizando a dinâmica de corpos rígidos, considera-se o sistema de forças aplicadas em um corpo não deformável, que possui massa e momento de inércia.

Para esse projeto, utilizou-se como base principal para a modelagem da trajetografia, o sistema de equações diferenciais do movimento de foguetes descritas em (Miele e Mancuso 1998), que utiliza a dinâmica de partículas para obter uma aproximação da trajetória. Foram feitas simplificações para a obtenção de resultados que se adéquem ao modelo de foguete abordado no projeto, assim como também foram utilizadas outras referências, que serão especificadas no decorrer do projeto, a fim de complementar o modelo escolhido. A seguir, temos algumas considerações feitas por (Miele e Mancuso 1998) para a elaboração e

funcionamento do modelo:

- O voo ocorre em um plano vertical.
- A rotação da Terra é negligenciada.
- O campo gravitacional é central e obedece à lei do inverso do quadrado.
- O empuxo é direcionado ao longo da linha de referência da espaçonave;
- O ângulo de ataque deve ser nulo ou estar entre -3° e 3° .

Seguindo o foco desse projeto, foi feita uma simplificação do sistema de equações para a aplicação em trajetórias de foguetes de sondagem, onde a trajetória de voo é vertical. A força de sustentação, que embora seja usada para ajudar a estabilizar um foguete e controlar sua altitude, tem um efeito mínimo na posição do foguete em relação ao tempo em um voo vertical. Para análise e simulação de voo básicas, nas quais queremos uma determinação geral da trajetória, a sustentação geralmente pode ser ignorada (Braeunig, R.A , 2020). Dessa forma, foi definido que, para esse projeto, o ângulo de ataque foi anulado e o ângulo de lançamento foi definido como constante e igual 90° , caracterizando um voo totalmente vertical.

Com as considerações citadas acima, o modelo base que descreve o movimento de um foguete é introduzido através do sistema de equações diferenciais (3.2 - 3.4), para a altitude ($\frac{dh}{dt}$), velocidade ($\frac{dV}{dt}$), e a massa instantânea total ($\frac{dm_t}{dt}$), onde os demais parâmetros já foram definidos anteriormente.

$$\frac{dh}{dt} = V \quad (3.2)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F_T}{m_t} - \frac{F_{drag}}{m_t} - g \quad (3.3)$$

$$\frac{dm_t}{dt} = -\dot{m}_p \quad (3.4)$$

Devido a presença da força de arrasto (F_{drag}), o sistema de equações (3.2 - 3.4) não pode ser integrado analiticamente e, dessa forma, deve-se recorrer a integração numérica para resolver-lo. Visto que cada força atuante no foguete durante do voo possui suas considerações, aproximações e parâmetros, resolveu-se abordar cada uma delas separadamente, a fim de manter a organização e garantir que todos os parâmetros necessários para a modelagem e simulação estejam devidamente especificados. É importante ressaltar que o efeito da velocidade do vento atmosférico é negligenciado no modelo de trajetória e não será abordado nesse projeto.

3.3.1 Modelo de empuxo

Conforme foi comentado brevemente na seção 2.2.1, não foi possível a modelagem completa de um sistema de propulsão para esse projeto. Dessa forma, optou-se para as simulações a utilização de valores

de empuxo médio, que serão introduzidos nas simulações por meio de uma curva teórica. Utilizando uma relação de empuxo-peso do foguete igual a uma constante X , é possível estimar um valor do empuxo médio de um motor através pela Eq.3.5.

$$\frac{F_T}{F_g} = X \quad (3.5)$$

Segundo a (NASA, 2004), para um foguete começar a acelerar verticalmente a razão empuxo-peso deve ser maior do que 1. Geralmente, a relação empuxo-peso mínima para foguetes dessa proporção é tipicamente de, no mínimo, 5:1, podendo ser aumentada conforme a necessidade de um empuxo maior. O gráfico da Figura 22 apresenta o modelo de curva teórica simplificada para a introdução do empuxo nas simulações. No primeiro segundo, o empuxo cresce linearmente até atingir o seu valor máximo, que será igual ao valor do empuxo médio do motor definido pela Eq.3.5. Logo após o tempo de queima, o empuxo decai linearmente durante um intervalo de tempo Δt .

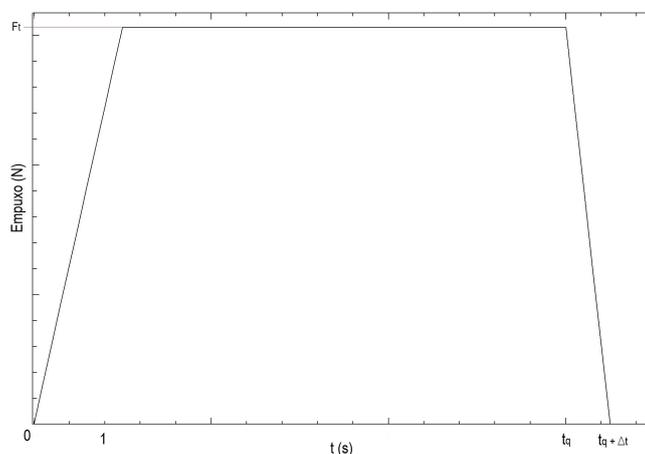


Figura 22: Curva teórica de empuxo médio simplificada.

Essas aproximações foram feitas com o objetivo de se obter uma melhor estabilidade e precisão nas simulações. Para simulações mais precisas, também é possível a utilização de curvas de empuxo de um motor de foguete real. Dados de curvas de empuxo de motores comerciais estão disponíveis em www.thrustcurve.org/, podendo ser utilizados na ferramenta para simulações com motores comerciais.

3.3.2 Modelo de arrasto

O arrasto é uma força significativa no voo de foguetes e deve ser considerado até mesmo nas análises e simulações de voo mais básicas. Seguindo o artigo de (Miele e Mancuso 1998), a força de arrasto aerodinâmico pode ser expressa pela Eq.3.6.

$$F_{drag} = \frac{1}{2} C_d(M) \rho(h) S V^2 \quad (3.6)$$

Em que :

$C_d(M)$ é o coeficiente de arrasto em função do número de Mach M ;

$\rho(h)$ é a massa específica do ar em função da altitude h ;

S é a área da seção transversal exposta ao escoamento;

V é a velocidade de fluxo ao redor do foguete.

Como visto anteriormente na Figura 21, durante a fase balística do voo o sinal da força de arrasto (D) muda conforme a direção velocidade do foguete (V) varia. Assim, seguindo (MIT , 2006), V^2 foi substituído por $V |V|$. Dessa forma, a força de arrasto aerodinâmico sempre estará no sentido correto para $V > 0$ ou $V < 0$.

3.3.2.1 Determinação do Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto aerodinâmico (C_d) é uma medida da eficácia de uma forma aerodinâmica na redução da resistência do ar ao movimento de avanço de uma aeronave. Um baixo coeficiente de arrasto implica que a forma aerodinâmica da aeronave permite que ela se mova facilmente através do ar viscoso circundante com o mínimo de resistência; reciprocamente, um alto coeficiente de arrasto implica em uma alta resistência do ar quando a aeronave está em movimento (Heisler , 2002).

Devido ao fato de coeficientes de arrasto serem raramente publicados, é útil ter valores típicos que possam ser utilizados como uma estimativa na ausência de dados mais completos. Dessa forma, através de estudos, (Braeunig, R.A , 2020) utilizou valores experimentais do coeficiente de arrasto de dois veículos, sendo eles o Mercury Atlas e Apollo Saturn, e obteve uma curva de C_d em função no número de Mach, fornecendo uma estimativa do coeficiente de arrasto para ser usado em casos onde valor real é desconhecido. O gráfico da Figura 23 apresenta a curva de C_d variando com o número de Mach.

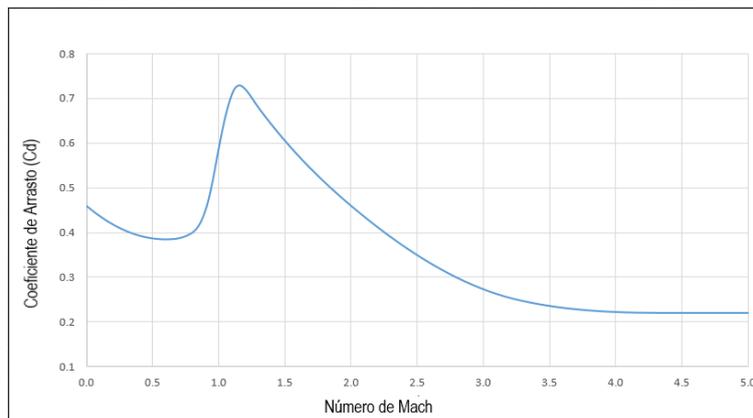


Figura 23: Gráfico de Cd em função de Mach. Adaptado de (Braeunig, R.A , 2020)

A curva de coeficiente de arrasto descrita anteriormente pode ser definida pelo conjunto de equações listadas na Tabela 2, que relaciona o coeficiente de arrasto para diversas regiões de número de Mach.

$M \leq 0,6$	$0,2083333 M^2 - 0,25 M + 0,46$
$0,6 < M \leq 0,8$	$1,25 M^3 - 2,125 M^2 + 1,2 M + 0,16$
$0,8 < M \leq 0,95$	$10,37037 M^3 - 22,88889 M^2 + 16,91111 M - 3,78963$
$0,95 < M \leq 1,05$	$-30 M^3 + 88,5 M^2 - 85,425 M + 27,51375$
$1,05 < M \leq 1,15$	$-20 M^3 + 60 M^2 - 58,065 M + 18,587$
$1,15 < M \leq 1,3$	$11,85185 M^3 - 44,88889 M^2 + 56,22222 M - 22,58519$
$1,3 < M \leq 2$	$-0,04373178 M^3 + 0,3236152 M^2 - 1,019679 M + 1,544752$
$2 < M \leq 3,25$	$0,01024 M^3 - 0,00864 M^2 - 0,33832 M + 1,08928$
$3,25 < M \leq 4,5$	$-0,01408 M^3 + 0,19168 M^2 - 0,86976 M + 1,53544$
$M > 4,5$	0,22

Tabela 2: Equações de Cd em função de Mach. Adaptado de (Braeunig, R.A , 2020)

3.3.2.2 Massa específica do ar

Como pode ser verificado na Figura 24, a massa específica do ar (ρ) varia conforme a altitude varia, aumentando exponencialmente com a diminuição da altura. Por esse motivo, a massa específica do ar deve ser calculada para cada instante.

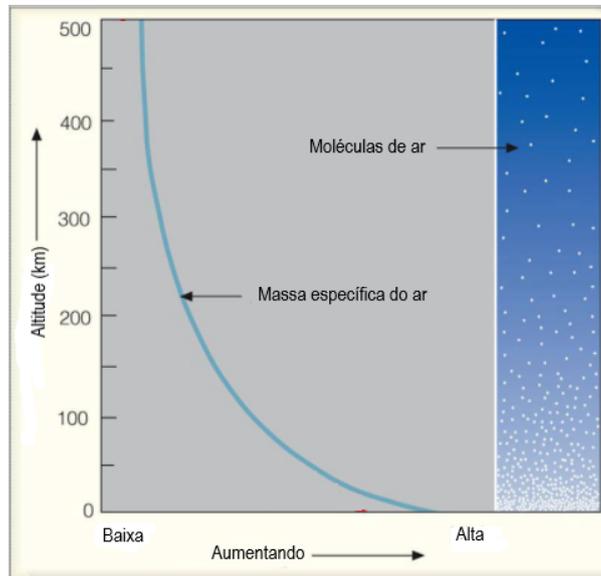


Figura 24: Curva de variação da massa específica do ar com a altitude. Adaptado de (NVU , 2007)

O "U.S. Standard Atmosphere" é um modelo atmosférico de como a pressão, temperatura, densidade e viscosidade da atmosfera da Terra mudam com a altitude, desenvolvido pela NASA em 1962 (Engineering ToolBox , 2003). Dessa forma, (Dias , 2018) separou a altitude em zonas, utilizando uma aproximação exponencial para o modelo de variação da massa específica do ar com a altitude. A Tabela 3 apresenta duas dessas zonas e as equações para o cálculo de ρ .

Zona	Altitude	Massa específica
1	$0m \rightarrow 10km$	$\rho = 1,2541 * \exp(-1 \times 10^{-4} * h)$
2	$10km \rightarrow 50km$	$\rho = 1,8898 * \exp(-2 \times 10^{-4} * h)$

Tabela 3: Tabela de massa específica do ar. Adaptado de (Dias , 2018)

As equações determinadas para ρ na Tabela 3 foram ajustadas utilizando o coeficiente de determinação (R^2), comumente usado para avaliar a utilidade de um modelo de regressão linear múltipla. Apesar de ser mais recomendado para regressões lineares, o coeficiente de determinação também pode ser calculado para regressões não lineares (Quinino, Reis e Bessegato 1991). Segundo (Dias, 2018), as equações de massa específica obtiveram um percentual de acerto de aproximadamente 99%, em comparação aos dados experimentais fornecidos pelo U.S Standard Atmosphere.

Com o auxílio de alguns testes de validação, foi definido que para as simulações que serão feitas no projeto o modelo adotado é satisfatório, principalmente devido ao fato do apogeu máximo desejado estar dentro da primeira zona. As duas zonas foram adicionadas a ferramenta, a fim de ter uma margem de simulação maior. Assim, considerando a força de arrasto, a ferramenta poderá ser usada para foguetes com apogeu alvo de até 50 km, o que engloba ambas as categorias da IREC usadas como base e possibilita uma margem de simulação maior.

3.3.3 Modelo gravitacional

A modelagem da aceleração da gravidade local na Eq.3.3 será feita através da Lei da gravitação universal de Newton, que diz que cada partícula do universo atrai qualquer outra partícula com uma força diretamente proporcional ao produto das respectivas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre as partículas (Young et al., 2008). Matematicamente, a força gravitacional no foguete pode expressada através da Eq.3.7:

$$F_g = \frac{\mu_e m}{r^2} \quad (3.7)$$

Em que:

F_g é a força gravitacional aplicada no foguete;

μ_e é um parâmetro constante gravitacional da Terra, cujo seu valor varia de acordo com as unidades de medida utilizada;

m é a massa do foguete;

r é a distância radial desde o centro de massa da Terra até o centro de massa do foguete.

Usando a Segunda Lei de Newton, ou seja, dividindo F_g pela massa do foguete, tem-se que a aceleração da gravidade g aplicada sobre foguete é dada pela Eq. 3.8.

$$g = \frac{\mu_e}{r^2} \quad (3.8)$$

Em que:

$$r = r_e + h \quad (3.9)$$

Onde r_e é o raio da Terra e h a altitude do foguete. A gráfico da Figura 25 mostra o comportamento da aceleração da gravidade em função da altitude. Para baixas altitudes a variação da aceleração da gravidade

é baixa, podendo muitas vezes ser desconsiderada. No entanto, para altitudes elevadas, essa variação pode ser significativa nos cálculos.

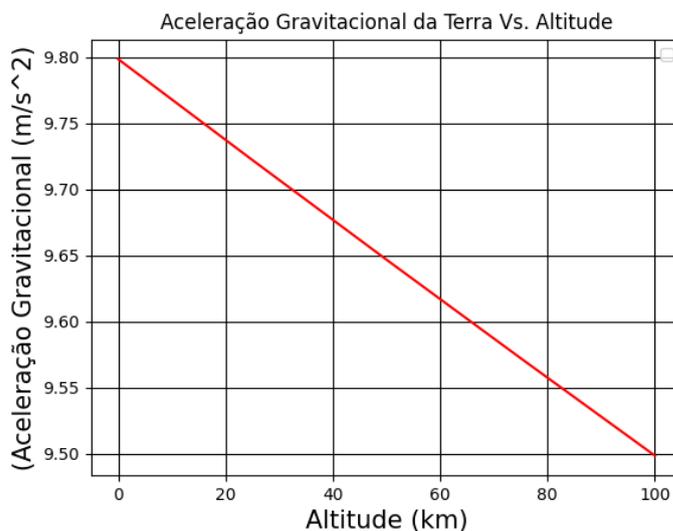


Figura 25: Aceleração gravitacional Vs. Altitude. Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Visto que a aceleração da gravidade aplicada no foguete varia com a altitude, então esta deverá ser calculada para cada instante de tempo. Para o apogeu alvo dos foguetes abordados nesse projeto essa variação não será muito significativa, mas foi definido que seria importante utilizá-la na implementação, a fim de obter uma ferramenta mais completa.

3.4 SISTEMA DE RECUPERAÇÃO

O sistema de recuperação de um foguete abrange todos os componentes necessários para trazer-lo de volta para a altitude inicial de lançamento de uma maneira segura. Geralmente, esse sistema é composto por uma aviônica, que é o componente responsável pela parte eletrônica do foguete, e um sistema de paraquedas, que tem a função de auxiliar no pouso durante da aterrissagem.

Segundo a organização científica Nation Association of Rocketery (NAR), que participa da elaboração da IREC, algumas das funções que um sistema de recuperação de foguetes deve executar para ser considerado bem-sucedido são:

- Garantir a segurança do local de lançamento e áreas aos arredores do local de lançamento;
- Minimizar a distância de recuperação do local de lançamento inicial;
- Prevenir impactos prejudiciais que possam danificar a estrutura do veículo ou subsistemas internos;
- Recuperar o veículo sem que sejam causados danos na fuselagem ou outros componentes.

No final da parte do voo propulsado, o foguete esgota todo o combustível, o motor é desligado e o

empuxo chega a zero. O foguete então desliza para cima até que a velocidade vá a zero e a altitude máxima seja alcançada. Como o peso ainda está atuando no foguete, ele imediatamente começa a cair de volta à terra. Para desacelerar a descida, uma carga explosiva é usada para acionar um paraquedas. À medida que o foguete cai, apenas duas forças agem sobre ele, o peso do foguete e a resistência aerodinâmica do paraquedas. A Figura 26 mostra um desenho esquemático do balanço de força em um paraquedas e as suas principais medidas.

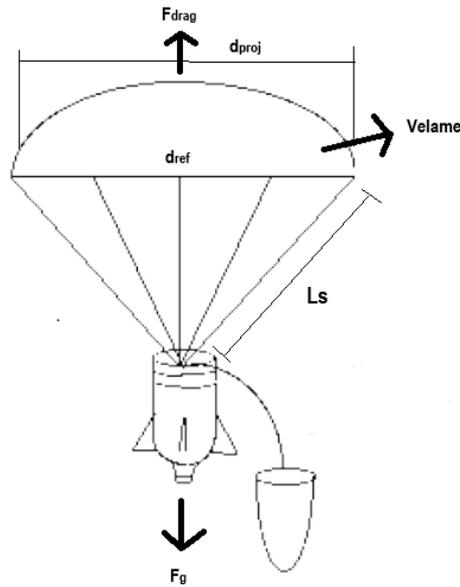


Figura 26: Balanço de forças em um paraquedas. Adaptado de (Baker, G. , 2017)

Assim, para uma dada velocidade terminal de descida (V_t) é possível determinar a área de referência do paraquedas (S_{ref}) através da Eq. 3.10.

$$S_{ref} = \frac{2 g_0 m_{seca}}{\rho_0 C_{dp} V_t} \quad (3.10)$$

Em que : S_{ref} é a área de referência;

g_0 é a aceleração da gravidade ao nível do mar;

m_{seca} é a massa do foguete sem combustível;

ρ_0 é a massa específica do ar ao nível do mar;

C_{dp} é o coeficiente de arrasto do paraquedas;

V_t é a velocidade terminal de descida.

A partir da área de referência do paraquedas, é possível determinar o seu diâmetro de referência (d_{ref}) para um dos tipos mais comuns, o paraquedas de seção transversal redonda. Assim, temos que o diâmetro é dado pela Eq.3.11.

$$d_{ref} = \sqrt{\frac{4 S_{ref}}{\pi}} \quad (3.11)$$

Uma vez que o coeficiente de arrasto de um paraquedas depende da forma do seu velame, a Tabela 4 contém várias faixas de valores para projetos comuns de paraquedas, assim como a relação entre o diâmetro projetado quando o paraquedas está inflado d_{proj} e o diâmetro de referência d_{ref} .

Formato	d_{proj}/d_{ref}	C_{dp}
Circular Plano	0,67 a 0,70	0,75 a 0,80
Cônico	0,7	0,75 a 0,90
Bicônico	0,7	0,75 a 0,92
Tricônico	0,7	0,80 a 0,96
Hemisférico	0,66	0,62 a 0,77
Annular	0,94	0,85 a 0,95

Tabela 4: Relação de diâmetros de paraquedas de tecidos sólidos e seus respectivos coeficientes de arrasto. Adaptado de (Knacke , 1991).

Os coeficientes de arrasto da Tabela 4 são para paraquedas de tecido sólido, onde o velame é fabricado principalmente com materiais como o nylon, que é um tipo de tecido muito forte e leve, e o processo de fabricação é relativamente fácil (Utah,U , 2015). Tipicamente, as linhas de suspensão L_s são determinadas através de relações com o diâmetro de referência, sendo uma das mais comuns $L_s/d_{ref} = 1 a 2$ (Knacke , 1991).

Para um melhor entendimento de um voo com paraquedas, temos na Figura 27 um desenho esquemático representando a simulação de voo de um modelo de foguete de sondagem.

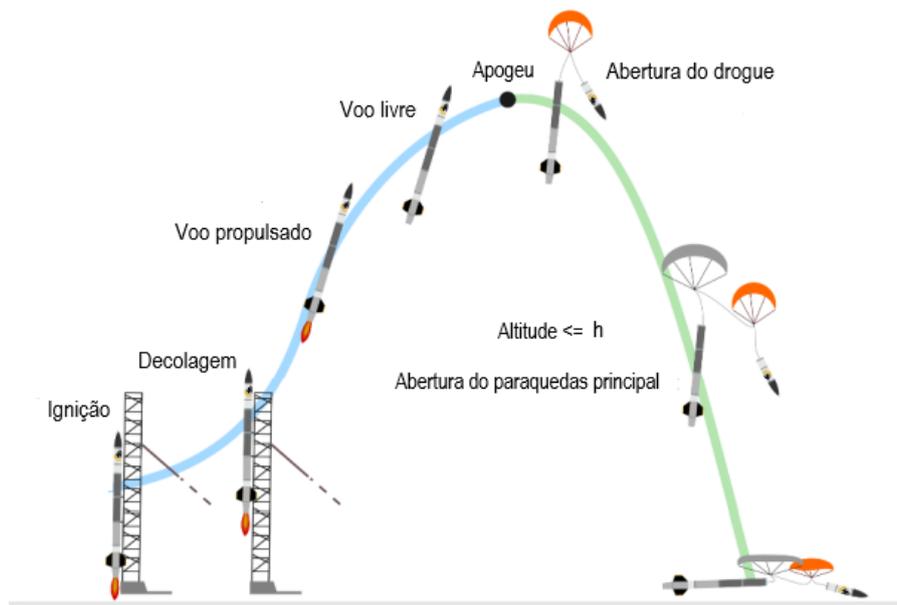


Figura 27: Desenho esquemático da trajetória completa de um voo com paraquedas. Adaptado de (Waterloo Rocketry , 2019)

Geralmente, imediatamente após o apogeu ocorre a abertura de um paraquedas menor, denominado drogue, tendo como função principal a diminuição e estabilização da velocidade de descida do foguete. O paraquedas principal é aberto quando a altitude do foguete for igual ou inferior a um valor estipulado h , onde a velocidade terminal de descida se estabilizará em um valor constante para que o foguete chegue ao solo com segurança.

3.5 MODELO PARA A ESTIMATIVA DE MASSA

Como mencionado na seção 3.3, a modelagem da trajetografia abordada nesse projeto é baseada na dinâmica de partículas. Dessa forma, obter uma boa estimativa da massa dos componentes de um foguete é de extrema importância para a simulação. Será adicionada uma massa extra de 10% da massa estrutural na massa total do foguete, representando a massa de outros componentes estruturais ou de fixação, tais como parafusos, colas e outros, assim como cordas, paraquedas e aviônica, visto que as massas de tais parâmetros são difíceis de serem estimadas.

3.5.1 Massa estrutural

A massa de cada componente estrutural será definida através do volume e a densidade do material de cada componente, conforme descrito na Eq.3.12.

$$m_{comp} = V_{comp} \rho_{comp} \quad (3.12)$$

Fuselagem

O volume (V_t) de uma fuselagem de um foguete básico, pode ser definido como o volume de um tubo cilíndrico vazado. A Figura 28 apresenta um cilindro vazado e suas principais dimensões.

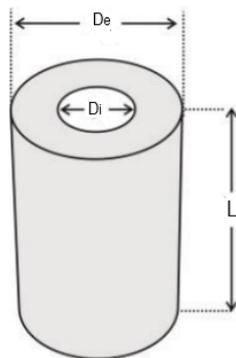


Figura 28: Cilindro vazado. Adaptado de (Cengage, L. , 2010)

O volume do tubo representando a fuselagem pode ser obtido pela Eq. 3.13, em função do diâmetros externo (D_e) e interno (D_i) e do comprimento do tubo (L_t).

$$V_{tb} = \pi \frac{(D_e^2 - D_i^2)}{4} L_t \quad (3.13)$$

O diâmetro externo do tubo é definido como o diâmetro do foguete d_f , que será ser utilizado posteriormente em relações para auxiliar nas dimensões dos outros componentes.

Cone de nariz

Como visto em 2.2.2.2, existem diversos tipos de cone de nariz, onde cada um deles podem ser usados para aplicações diferente, visando na obtenção de melhores resultados. Para fins de testes e simulações, definiu-se que será utilizado como base um cone de nariz do tipo parabólico, devido a sua fácil modelagem e alta eficiência em foguetes dessa proporção.

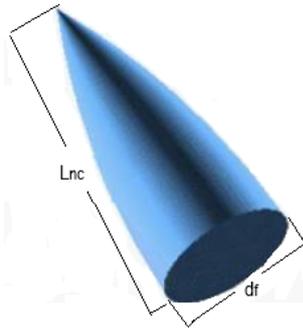


Figura 29: Cone de nariz parabólico. Adaptado de (NASA , 2004)

O volume (V_{nc}) de um cone de nariz parabólico pode ser determinado pela Eq. 3.14, onde d_f é o diâmetro do foguete e L_{nc} é o comprimento do cone de nariz.

$$V_{nc} = \frac{2\pi d_f L_{nc}}{15} \quad (3.14)$$

Segundo (Apogee , 2014), a altitude do foguete aumenta com o aumento da razão entre o comprimento do cone e o diâmetro do foguete (L_{nc}/d_f). No entanto, para razões maiores que 5:1 o ganho de desempenho é muito pouco. Assim, definiu-se que será utilizada uma razão (L_{nc}/d_f) padrão de 4:1 para fins de cálculos nesse projeto, podendo ser ajustada conforme a necessidade.

A Eq. 3.14 não leva em consideração o ombro para a montagem do cone de nariz no tubo, que será aproximado como um cilindro vazado de comprimento igual ao d_f e diâmetro de $d_f - 2 e_s$ mm, onde e_s é a espessura do ombro, que foi estabelecida um valor padrão de 2mm. Também será diminuído do volume do cone de nariz o volume de um cilindro, com o diâmetro igual ao diâmetro interno do ombro, e comprimento igual ao tamanho do comprimento ombro somado a um terço do comprimento do cone. Essa última modificação serve para obter uma aproximação melhor da massa do cone de nariz, visto que nos projetos reais esse componente, geralmente, não é maciço.

Aletas

Analogamente aos componentes anteriores, foi definido que seria utilizado como base nesse projeto aletas

em formato delta. Na Figura 30 tem-se algumas relações entre as dimensões das aletas e o diâmetro do foguete, em que C_t representa a dica da corda, C_r representa a corda da raiz e S_a representa a altura da aleta.

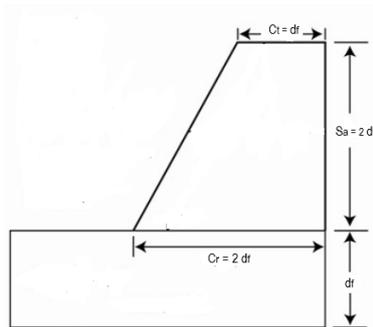


Figura 30: Relações de dimensões de aleta em delta. Adaptado de (Sarradet, T. , 2009)

O volume de uma aleta pode ser definido pela Eq. 3.15.

$$V_a = \frac{(C_t + C_r) S_a}{2} e_a \quad (3.15)$$

A espessura das aletas geralmente é definida pelo projetista, muitas vezes sendo utilizada uma relação $e_a = 0,01C_r$. Para determinar a massa de todas as aletas deve ser levar em consideração o número de aletas (N_a).

3.5.2 Massa de propelente

A massa do propelente será estimada através da Eq. 2.26, que relaciona impulso específico (I_{sp}) com o empuxo (F_T), vazão mássica de propelente (\dot{m}_p) e aceleração da gravidade ao nível do mar (g_0). A partir da especificação de um empuxo médio e um impulso específico para um determinado propelente, determina-se a vazão mássica de propelente. Definindo-se o tempo de queima a massa de propelente pode ser estimada pela Eq. 3.16

$$m_p = \dot{m}_p t_q \quad (3.16)$$

4 FERRAMENTA PARA A SIMULAÇÃO DA TRAJETÓRIA DE FOGUETES

4.1 DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA

A ferramenta para a simulação e análise da trajetória de foguetes de sondagem foi desenvolvida utilizando o EES, que é um programa geral de resolução de equações que pode resolver numericamente milhares de equações algébricas e diferenciais não lineares acopladas. O programa também pode ser usado para resolver equações diferenciais e integrais, fazer otimização, fornecer análises de incerteza, executar regressão linear e não linear, converter unidades, verificar a consistência da unidade e gerar gráficos com qualidade de publicação (F-Chart, S. , 2003).

O software EES foi escolhido para ser usado no projeto principalmente pelas diferenças principais que este proporciona, em relação a solução de equações numéricas existentes em outros programas. Primeiramente, o EES identifica automaticamente e agrupa as equações que devem ser resolvidas simultaneamente. Este recurso simplifica o processo para o usuário e garante que o solucionador sempre operará com eficiência ideal. Em segundo lugar, o EES fornece muitas funções de propriedade matemática e termofísica úteis para cálculos de engenharia.

4.1.1 Funcionamento do código

A ferramenta foi desenvolvida para funcionar de forma bem simples e intuitiva, onde a maioria das funções desenvolvidas e parâmetros de entrada necessários estão bem especificados. O código foi dividido em 3 partes, sendo elas a parte principal código principal para o cálculo da trajetória e duas códigos auxiliares, um para a estimação da massa dos componentes e cálculo do empuxo médio e outro para para dimensionar a área e diâmetro dos paraquedas. A ordem de funcionamento da ferramenta pode ser vista na Figura 31.

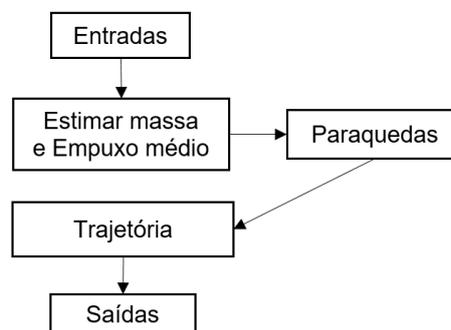


Figura 31: Fluxograma de funcionamento da ferramenta de simulação.

O primeiro passo é inserir os dados de entrada no código auxiliar para a estimação de massa e empuxo,

assim determinando a massa dos componentes e um empuxo médio. Feito isso, utiliza-se o segundo código auxiliar para calcular a área e o diâmetro do paraquedas. Por fim, utiliza-se os resultados de massa, empuxo e paraquedas, no código principal e determina a trajetória do foguete.

A parte principal do código, denominada Trajetória, contém todas as equações diferenciais e relações auxiliares para a determinação da trajetória. Essa parte recebe todas as entradas relacionadas a trajetória, calcula todas as relações necessárias e integra as equações diferenciais, utilizando a função de integração do EES. Essa função utiliza métodos numéricos para a realizar integração de equações não lineares e gera uma tabela que contém os valores intermediários das variáveis especificadas que ocorrem durante o processo de integração numérica.

Por fim, na parte denominada Saídas estão contidos todos resultados obtidos após a simulação da trajetória. O EES fornece uma janela de soluções, onde podem ser vistos todos os resultados finais para cada parâmetro calculado. Para os resultados referente a integração, como mencionado anteriormente, uma tabela é criada e armazena todos os resultados das variáveis durante a integração numérica. A partir dessa tabela, é possível plotar os gráficos desejados e analisar os resultados.

4.2 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA

O código desenvolvido requer que seja feita uma validação, a fim de assegurar que as simulações ofereçam uma boa aproximação do resultados esperados, tomando como base a teoria e valores experimentais. Isso pode ser feito através de comparações dos resultados obtidos com uma solução analítica conhecida para modelos de foguetes de sondagem, em conjunto com dados de foguetes que já foram lançados.

A altitude de um foguete de sondagem lançado com um ângulo $\gamma = 90^\circ$, desprezando os efeitos do arrasto atmosférico do vento, os efeitos da rotação da Terra e a variação da aceleração da gravidade com a altura, para um empuxo F_T constante, foi definida por (Curtis , 2013) para as duas fases do voo abordadas nesse projeto.

Durante o voo propulsado, onde $t \leq t_q$, temos que altitude varia com o tempo seguindo a Eq. 4.1.

$$H(t) = \frac{v_{ex}}{\dot{m}_p} \left[(m_0 - \dot{m}_p t) \ln \left(\frac{m_0 - \dot{m}_p t}{m_0} \right) + \dot{m}_p t \right] - \frac{1}{2} g_0 t^2 \quad (4.1)$$

Na fase de voo livre, onde $t > t_q$, a altitude do foguete varia com tempo seguindo a Eq. 4.2

$$H(t) = \frac{v_{ex}}{\dot{m}_p} \left[m_0 \ln \left(\frac{m_f}{m_0} \right) + m_0 - m_f \right] + v_{ex} t \ln \left(\frac{m_0}{m_f} \right) - \frac{1}{2} g_0 t^2 \quad (4.2)$$

Onde $v_{ex} = I_{sp} g_0$, m_0 é a massa inicial do foguete e m_f é a massa final. Assim, utilizando como base o foguete, citado anteriormente, HEROS 3, que utiliza um motor com propulsão híbrida que fornece $10kN$ de empuxo durante 20 s e especificando as mesmas considerações feitas na solução analítica no código, comparou-se as soluções analíticas e numéricas especificadas na Figura 32.

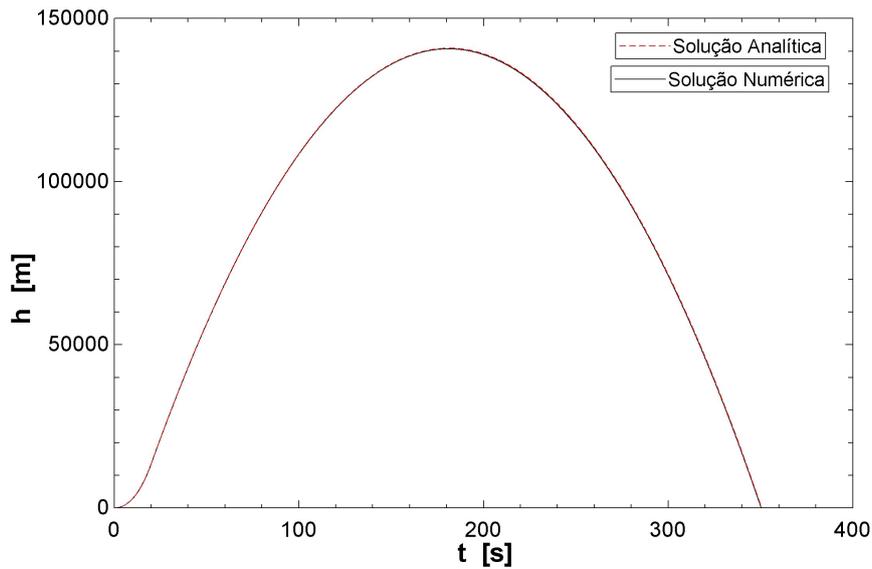


Figura 32: Soluções analítica e numérica da altitude do HEROS 3 em função do tempo.

Analisando a Figura 32 observa-se que, embora o apogeu registrado seja muito maior do valor real de aproximadamente 32 km especificado anteriormente, principalmente devido aos efeitos de arrasto aerodinâmico e variação gravitacional terem sido desconsiderados, as soluções analítica e numérica apresentam resultados bastante semelhantes e coerentes com o esperado pela teoria. A Figura 33 apresenta o percentual do erro relativo entre as soluções analítica e numérica encontrada.

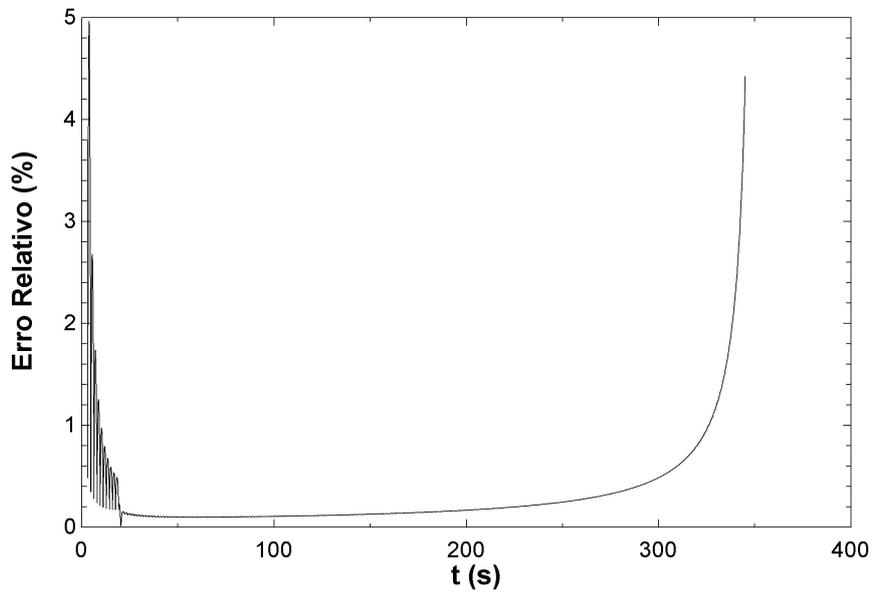


Figura 33: Erro relativo entre as soluções analítica e numérica da altitude .

Analisando a figura 33, observa-se que nos 3 primeiros segundos o erro relativo chega em torno de 5%, possivelmente devido ao empuxo constante. Após os 3 s iniciais, o erro relativo começa a diminuir,

ficando abaixo de 1% até o tempo de queima t_q e em torno de 0,1% durante praticamente toda a fase de voo livre, variando apenas nos segundos finais, onde atinge valores próximos a 4,5%. O apogeu medido entre as duas soluções apresentou um erro de aproximadamente 0,14%. Dessa forma, temos que a solução numérica obtida através da ferramenta apresenta resultados razoáveis para a determinação do apogeu de um foguete de sondagem, para as dadas condições.

A fim de fazer um teste mais completo, levando em consideração as principais forças atuando sobre o foguete durante o voo, utilizou-se para uma nova simulação os dados fornecidos por (Kobald et al. , 2018) a respeito dos parâmetros de lançamento do HEROS 3. A Tabela 5 apresenta os dados obtidos.

Parâmetro	Valor
Empuxo máximo	10 kN
Massa seca	75 kg
Massa de propelente	86 kg
Tempo de queima	20 s
Diâmetro do foguete	223 mm
Ângulo de lançamento	90°
Apogeu nominal	$\approx 32km$

Tabela 5: Parâmetros HEROS 3

Visto que só foi disponibilizado o valor nominal do empuxo máximo do motor, então aproximou-se a variação do empuxo com o tempo através de uma curva simples, comumente empregada em foguetes de sondagem com propulsão híbrida. O modelo de curva adotado apresenta semelhança com o gráfico da curva de empuxo do HEROS 3, disponível em (Kobald et al. , 2018). A Figura 34 apresenta a curva de empuxo modelo adotada.

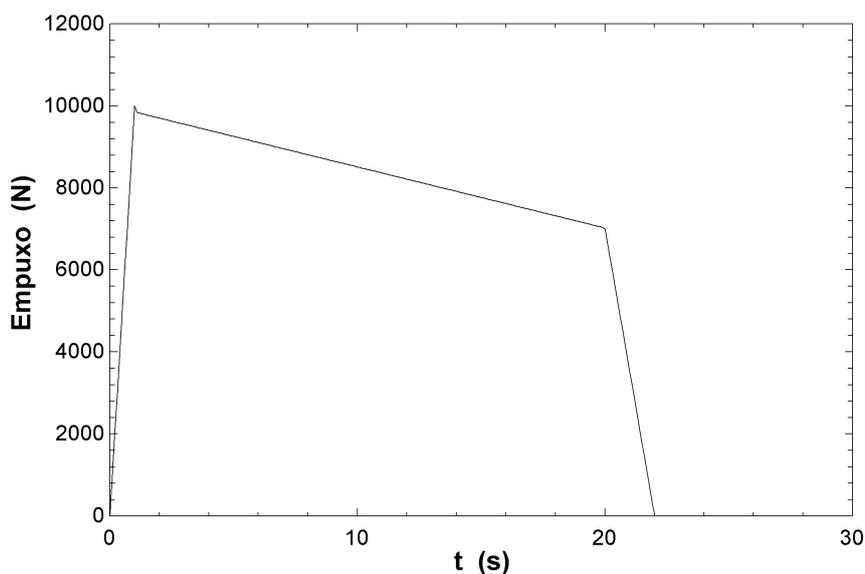


Figura 34: Modelo de curva de empuxo do HEROS 3 em função do tempo.

Dessa forma, foi feita uma nova simulação, com os dados descritos anteriormente, e obteve-se uma

aproximação da trajetória do HEROS 3, representada pela Figura 35.

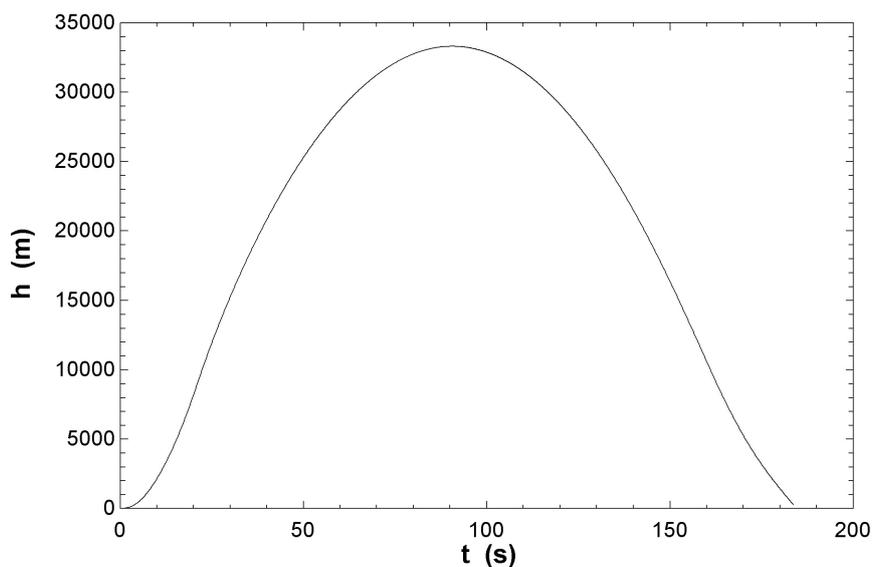


Figura 35: Trajetória do HEROS 3 em função do tempo.

Analisando a Figura 20, observa-se que o apogeu medido durante a simulação foi de aproximadamente 33,30 km. O valor do apogeu simulado apresenta um erro de 3,1% em relação ao valor nominal. Essas variações acontecem, principalmente, devido a falta de parâmetros mais precisos, pois muitos são aproximados. Dessa forma, observa-se que a ferramenta apresentou uma boa aproximação para esse caso. Os resultados dos testes apresentados nesta seção parecem indicar que o ferramenta se comporta como esperado, levando em consideração as respectivas considerações para cada exemplo.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Visto que a ferramenta desenvolvida apresentou resultados coerentes na validação, foram estimados parâmetros para a simulação do apogeu de dois foguetes de sondagem, onde cada foguete foi definido para uma respectiva categoria da competição. Em geral, as equipes que competem na IREC devem projetar, construir e lançar um foguete carregando, no mínimo, 8,8 lb de carga útil (aproximadamente 4 kg) para um apogeu alvo de 10.000 ft ou 30.000 ft (aproximadamente 3km ou 9 km) acima do nível do solo. A capacidade do foguete em atingir a altitude desejada e retornar para o solo com segurança são os dois principais parâmetros a serem avaliados durante a competição.

5.1 ESPECIFICAÇÕES DOS FOGUETES DE SONDAÇÃO MODELO

Para formulação dos modelos de foguetes que foram simulados, utilizou-se algumas recomendações e sugestões da IREC como base para as estimativas dos parâmetros estruturais do foguete. Segundo a (ESRA, 2019), tipicamente, os foguetes usados na competição ficam na margem de aproximadamente 101,6 mm a 203,2 mm em diâmetro e aproximadamente de 2,4m a 6 m em comprimento. Também verificou-se que, embora não exista nenhuma regra específica, há uma tendência das equipes na utilização de razões de comprimento da fuselagem do foguete e seu diâmetro (L_f/d_f) de 1:20 e 1:30. Não foram feitas verificações de estabilidades aerodinâmica e estrutural dos modelos estimados nesse projeto. Para a simulação da trajetória, utilizou-se apenas o modelo de arrasto descrito em 3.3.2 e o coeficiente de arrasto do paraquedas.

5.1.1 Modelo 1

O Modelo 1 foi desenvolvido para a categoria da competição com o apogeu de aproximadamente 3km de altitude. A estrutura externa do modelo é composta por uma fuselagem no formato de um tubo de alumínio 6061-T6, com diâmetro de 101,6 mm, comprimento de 3048 mm e 3 mm de espessura; um cone de nariz parabólico de plástico ABS e 3 aletas em delta de fibra de carbono. Na determinação das dimensões da fuselagem foi levado em consideração dimensões de tubos comerciais e as sugestões da IREC citadas anteriormente. A Tabela 6 apresenta os materiais escolhidos para estimar a massa da estrutura externa do modelo e suas respectivas densidades.

Material	Densidade (g/cm^3)
Alumínio 6061-T6	2,7
Fibra de carbono	1,55
Plástico ABS	1,05

Tabela 6: Materiais dos componentes estruturais e suas densidades.

Para a massa do propelente, foi definido que seria utilizado como base o par parafina e N_2O . Dessa

forma, foi estipulado um impulso específico de 200 s para o motor do modelo 1, tomando como base valores teóricos de motores de foguetes dessa mesma proporção. O empuxo médio foi definido através de uma relação de empuxo-peso, que foi ajustada para que o modelo cumpra com objetivo proposto, tomando como base os valores típicos encontrados na literatura comentados anteriormente.

5.1.2 Modelo 2

O Modelo 2 foi desenvolvido analogamente ao Modelo 1, mantendo os mesmos materiais e sendo alterado apenas as dimensões dos componentes estruturais e os parâmetros para a determinação do empuxo, visto que é necessário um empuxo maior para alcançar o apogeu alvo da categoria de aproximadamente 9 km. O aumento da estrutura foi apenas por consistência, levando em consideração que será necessário uma quantidade de propelente maior, implicando em dimensões maiores para o motor teórico.

Dessa forma, definiu-se que a estrutura do Modelo 2 é composta por uma fuselagem no formato de um tubo, com 4572 mm de comprimento, 152,4 mm de diâmetro e 3 mm de espessura; um cone de nariz parabólico e 3 aletas em delta. A determinação da massa de propelente e do empuxo médio do Modelo 2 também foi feita analogamente ao Modelo 1, em que foi definido um impulso específico de 250 s para o motor do Modelo 2 .

5.2 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES

Nessa seção são apresentados os resultados das simulações feitas para os dois foguetes modelo definidos. Foram obtidos nas simulações, tanto a trajetória de voo, como também foram analisados os efeitos das forças aerodinâmica e gravitacional e as variações da velocidade, aceleração e massa do foguete com o tempo.

5.2.1 Massa e empuxo médio

Primeiramente, determinou-se a massa de cada componente estrutural, a massa do propelente e o empuxo médio para o foguete modelo. Para o Modelo 1, foi utilizada uma relação empuxo-peso de 5:1 para a determinação do empuxo, visto que é uma relação bastante utilizada para foguetes desse porte na competição, e um tempo de queima de 7s para a determinação da massa de propelente. Na Tabela 7 estão contidos os resultado dos parâmetros de massa e empuxo estimados do Modelo 1.

Parâmetro	Valor
Empuxo médio	612,2 N
Massa estrutural	6,3 kg
Massa de propelente	2,18 kg
Massa da carga útil	4 kg
Massa da decolagem	12,48 kg
Tempo de queima	7 s
Diâmetro do foguete	101,6 mm

Tabela 7: Parâmetros Modelo 1

Utilizou-se a curva de empuxo médio simplificada descrita em 3.3.1 para uma melhor simulação da trajetória, onde no primeiro segundo o empuxo aumentou linearmente com o tempo, até que atingiu o valor do empuxo médio, e após o tempo de queima, decaiu linearmente durante 0,5 segundos. A Figura 36 apresenta a curva de empuxo para o Modelo 1.

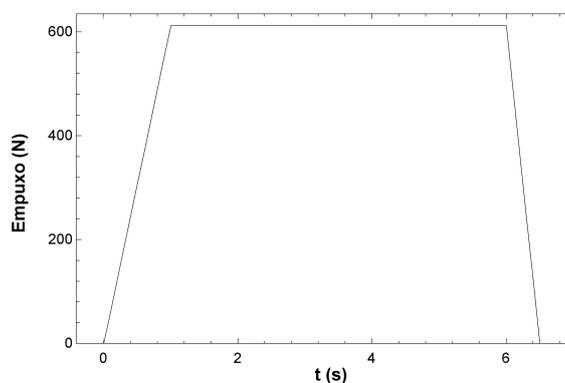


Figura 36: Curva de empuxo em função do tempo Para Modelo 1 .

Para o Modelo 2, foi utilizado uma relação empuxo-peso de 7:1, onde também foi verificado que essa relação é bastante utilizada para foguetes desse porte, e um tempo de queima de 14s. Na Tabela 8 estão contido os resultados dos parâmetros de massa e empuxo para Modelo 2.

Parâmetro	Valor
Empuxo máximo	2093 N
Massa estrutural	14,54 kg
Massa de propelente	11,95 kg
Massa da carga útil	4 kg
Massa da decolagem	30,5 kg
Tempo de queima	14 s
Diâmetro do foguete	152,4 mm

Tabela 8: Parâmetros Modelo 2

A Figura 37 apresenta a curva de empuxo médio que foi utilizada para a simulação da trajetória do Modelo 2, feita de forma análoga a curva do Modelo 1.

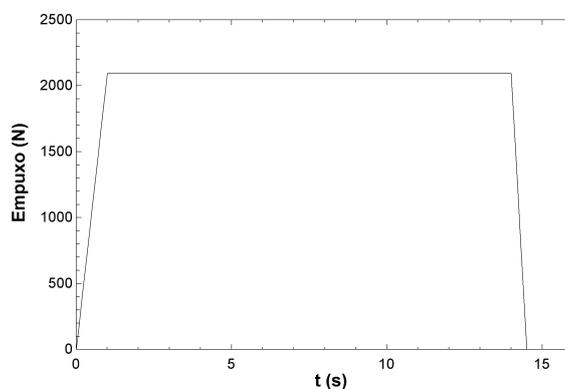


Figura 37: Curva de empuxo em função do tempo para o Modelo 2.

5.2.2 Paraquedas

Para ambos os modelos, foi definido a utilização de um drogue e um paraquedas principal do tipo circular plano, visto que são os mais utilizados por serem de fácil fabricação e alta eficiência. Da Tabela 4 tem-se que o coeficiente de arrasto para esse tipo de paraquedas é 0,75. Assim, o resultado das dimensões de referência do drogue e do paraquedas principal para as determinadas velocidades de descida e terminal estão apresentados na Tabela 9, assim como o momento de abertura de cada um deles.

Abertura	Parâmetro	Modelo 1	Modelo 2
Apogeu	$V_{descida}$	15 m/s	20 m/s
Drogue	S_{ref}	1 m ²	1 m ²
	d_{ref}	1,1 m	1,2 m
Altitude <= 500 m	$V_{terminal}$	5 m/s	5 m/s
Paraquedas principal	S_{ref}	9 m ²	16 m ²
	d_{ref}	3,4 m	4,5 m

Tabela 9: Dimensões do drogue e paraquedas principal.

Os valores de velocidade de descida logo após o apogeu e velocidade terminal foram definidos levando em consideração recomendações de segurança. Foi verificado que tais valores são comumente utilizados em foguetes dessa magnitude.

5.2.3 Trajetória do Modelo 1

A simulação da trajetória do Modelo 1 teve uma duração de 301,2 s, onde o foguete atingiu um apogeu de 3266 m em um tempo $t = 27,7$ s. O apogeu simulado apresenta um desvio de aproximadamente 6% do valor nominal desejado, o que é um valor razoável, principalmente devido as diversas aproximações realizadas. O gráfico da Figura 38 apresenta o perfil da variação da altitude do com o tempo.

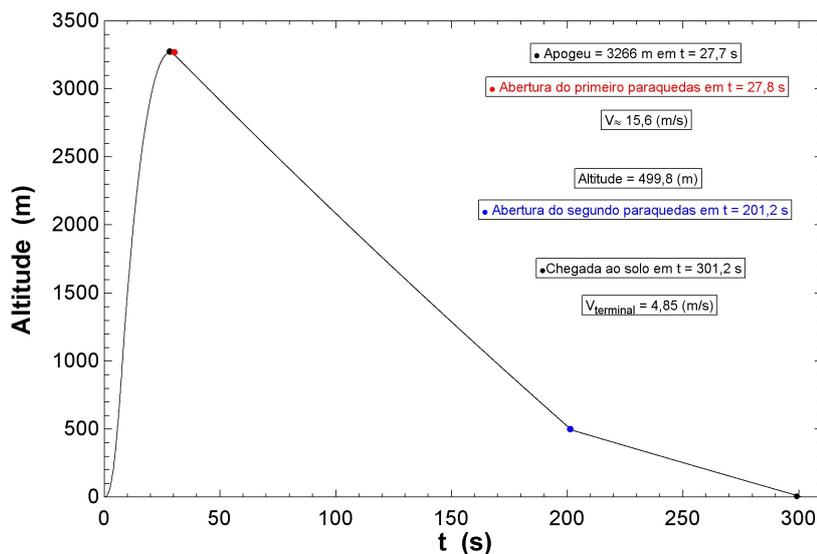


Figura 38: Gráfico de altitude em função do tempo para o Modelo 1.

Como pode ser visto no gráfico da Figura 38, o drogue foi aberto logo após o apogeu, em $t = 27,8 s$. A velocidade de descida do foguete foi se estabilizando, até se estabelecer em um valor constante de aproximadamente $15,6 m/s$, o que é bem próximo do valor nominal que foi estipulado inicialmente para essa etapa do voo. Na abertura do paraquedas principal, que ocorreu em $t = 201,2 s$ quando a altitude do foguete chegou em $499,5m$, a velocidade terminal do foguete se estabilizou em um valor de aproximadamente $4,85 m/s$, o que também é bem próximo do valor nominal que foi estipulado inicialmente. Outra observação importante é a respeito do perfil da curva de trajetória, onde do início da fase de voo propulsado até o apogeu, a curva apresentou o mesmo comportamento descrito 3.2. Após o apogeu, observa-se que o comportamento da curva mudou, devido a descida com paraquedas acontecer em regime de velocidade constante.

Além da altitude, outras grandezas importantes também puderam ser determinadas e analisadas através da simulação da trajetória de voo do modelo. No gráfico da Figura 39, temos a variação da velocidade do foguete com o tempo. Observou-se que nos primeiros segundos, a velocidade aumentou até atingir o pico máximo de $247,1 m/s$, pois o foguete está sendo acelerado durante a fase do voo propulsado. Após o tempo de queima, iniciou-se a fase de voo livre, onde o foguete não estava mais sendo acelerado, o que provocou o decaimento da velocidade devido as forças de arrasto e gravitacional. Em $t = 27,7 s$ a velocidade registrada foi nula, o que era esperado pois este é o ponto em que o foguete chegou no apogeu. Após o apogeu, ocorreu a abertura dos paraquedas na sequência estipulada, onde as variações da velocidade já foram explicadas. O valor negativo da velocidade de descida após a abertura do drogue e da velocidade terminal após a abertura do paraquedas principal no gráfico está relacionado apenas a direção do vetor velocidade, visto que nessa etapa do voo o foguete esta descendo.

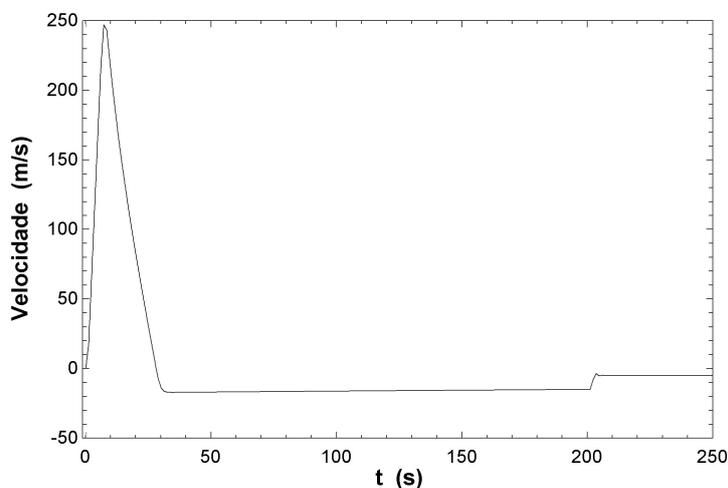


Figura 39: Gráfico de velocidade do Modelo 1.

No gráfico da Figura 40, tem-se o número de Mach, que é uma medida adimensional de velocidade, variando com o tempo. Observa-se que o comportamento da curva do número de Mach em função do tempo é similar ao comportamento da curva de velocidade. Tal comportamento era esperado, devido ao fato do Mach ser definido como uma razão entre a velocidade do foguete e a velocidade do som. Durante o voo, o Modelo 1 atingiu um Mach máximo de $0,74$, caracterizando um voo em regime subsônico.

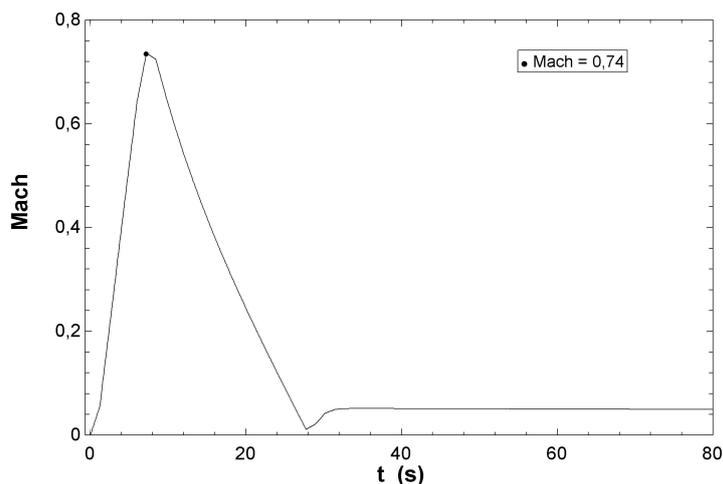


Figura 40: Gráfico do número de Mach Modelo 1.

No gráfico da Figura 41, temos a variação da massa do foguete em função do tempo. Durante a fase de voo propulsado, observa-se que ocorreu um decaimento linear da massa total do foguete, com uma vazão mássica de aproximadamente $0,31\text{kg/s}$. Esse decaimento era esperado, devido a massa de propelente estar sendo consumida para fornecer o empuxo e acelerar o foguete. Após o tempo de queima, a massa de propelente já foi toda consumida, restando apenas a massa seca do foguete. Dessa forma, a massa final do foguete permaneceu constante e igual $10,3\text{kg}$ durante o restante do voo.

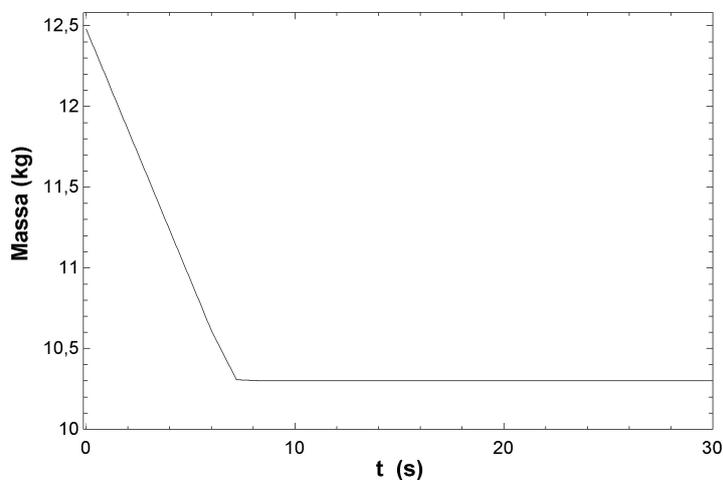


Figura 41: Gráfico da massa do Modelo 2 em função do tempo.

Por fim, temos nas Figuras 42 e 43 os gráficos das forças e aceleração do foguete durante o voo. No gráfico da Figura 42, tem-se as três principais forças atuando no foguete durante o voo, onde nos primeiros segundos até o tempo de queima, o empuxo foi a força dominante sobre o foguete, atingindo o valor médio estipulado de $612,2\text{N}$. Logo após o tempo de queima, a força de empuxo decaiu até se tornar nula, caracterizando o fim da fase de voo propulsado. A força gravitacional apresentou uma pequena variação durante a fase de voo propulsado, devido a diminuição da massa do foguete com a queima do propelente,

mas logo após o tempo de queima, estabilizou-se em $100,8\text{ N}$ e manteve-se constante durante o restante do voo.

A força de arrasto, como esperado, atuou contra o movimento do foguete durante a fase de voo propulsado, crescendo e desacelerando o foguete até atingir o seu pico de $111,3\text{ N}$ no tempo de queima, onde começou a diminuir em módulo. Essa diminuição da força de arrasto após a fase propulsada aconteceu devido a diminuição da velocidade, pois o foguete não estava mais sendo acelerado na fase de voo livre. No instante em que o foguete atingiu o apogeu, a força de arrasto registrada era nula, pois a velocidade do foguete é nula nesse ponto. Logo após o apogeu, o foguete passou a descer em queda livre, onde o drogue foi aberto a fim de frear essa queda. Nesse instante, a força de arrasto voltou a crescer e, dessa vez, atuou em direção oposta a força gravitacional, com o objetivo de frear a queda do foguete e estabilizar a velocidade de descida. A partir desse ponto, a força de arrasto manteve-se constante e igual a força gravitacional em módulo, mas com sentidos opostos, até a abertura do paraquedas principal em $t = 201,2\text{ s}$. Nesse instante, observa-se uma oscilação na força de arrasto que chegou a um pico de $221,6\text{ N}$, devido a instabilidades numéricas na abertura do paraquedas principal. Isso ocorreu por causa da mudança repentina nas condições de voo, o que fez com que os cálculos oscilassem. No entanto, observa-se que rapidamente essa instabilidade foi corrigida e a força de arrasto voltou a se estabilizar e se equilibrar com o peso do foguete durante o restante do voo.

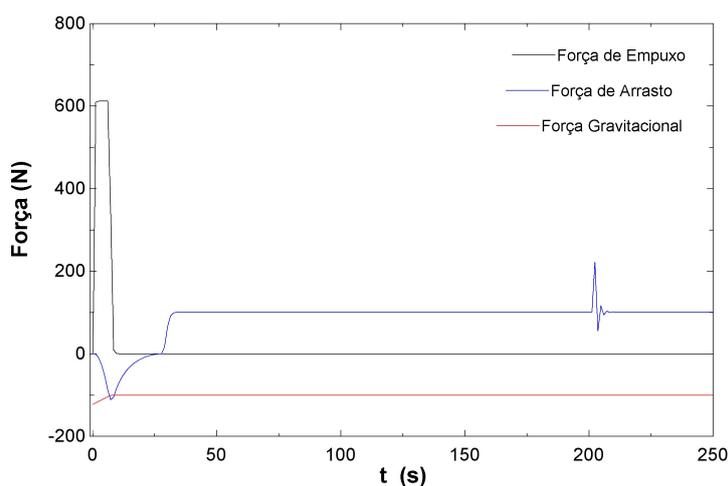


Figura 42: Gráfico das forças durante o voo do Modelo 1.

Em relação a aceleração do foguete durante o voo, observa-se na Figura 43 um comportamento similar ao apresentado nas forças, o que era esperado, visto que a aceleração foi calculada a partir das forças e de massa do foguete. Durante o voo propulsado, observou-se que a aceleração devido ao empuxo atingiu um valor de $57,69\text{ m/s}^2$, enquanto que a aceleração devido ao arrasto atuou em direção oposta e atingiu um valor máximo em módulo de $10,8\text{ m/s}^2$, o que é aproximadamente 5 vezes menos em módulo do que a aceleração do empuxo. Embora tenham sido consideradas as variações de altura no modelo gravitacional descrito em 3.3.3, observa-se que para a altitude simulada a aceleração da gravidade permaneceu praticamente constante, variando bem pouco em torno de valores próximos a $9,8\text{ m/s}^2$. A mesma instabilidade numérica citada anteriormente pôde ser vista no gráfico de aceleração.

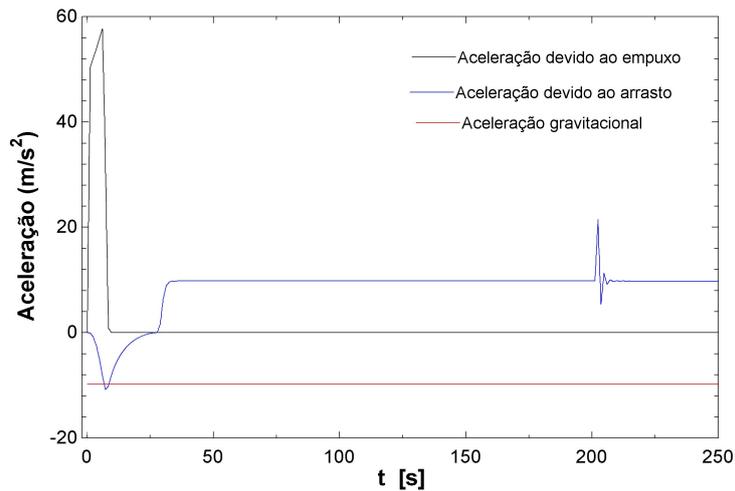


Figura 43: Gráfico da aceleração do Modelo 1.

5.2.4 Trajetória do Modelo 2

A simulação da trajetória do Modelo 2 teve uma duração de 605,1 s, em que o foguete atingiu um apogeu de 9018m em um tempo de 43,4 s. O valor do apogeu simulado apresentou um desvio de aproximadamente 1,4% do valor nominal desejado. O gráfico da Figura 44 apresenta o perfil de variação da altitude do Modelo 2 com o tempo.

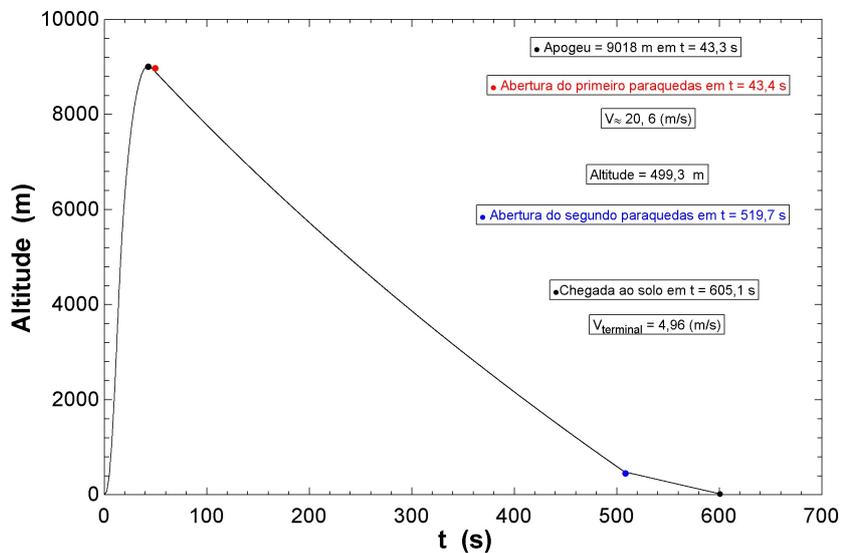


Figura 44: Gráfico de altitude em função do tempo para o Modelo 2.

A partir do gráfico da Figura 44, observa-se que o drogue foi aberto logo após o apogeu, em $t = 43,4$ s. A velocidade de descida foi se estabilizando até se estabelecer um valor constante de aproximadamente $20,6$ m/s, o que é bem próximo do valor nominal que foi estipulado inicialmente. Em $t = 506,1$ s ocorreu a abertura do paraquedas principal, pois nesse ponto a altitude do foguete atingiu $499,3$ m. A velocidade

terminal de descida do Modelo 2 foi estabilizada em aproximadamente $4,96 \text{ m/s}$, o que também é bem próximo do valor nominal estipulado.

No gráfico da Figura 45, tem-se a variação da velocidade do Modelo 2 em função do tempo. Analogamente ao modelo 1, temos que a velocidade aumentou durante o voo propulsado, até atingir o pico máximo de $506,7 \text{ m/s}$. Após o fim do voo propulsado, ocorreu o decaimento da velocidade. Em $t = 43,3 \text{ s}$ a velocidade registrada foi nula, o que também era esperado visto que o foguete chegou no apogeu. Na fase final do voo, ocorreu a abertura dos paraquedas, onde as variações de velocidade ocorreram de forma análoga ao que foi comentado no Modelo 1.

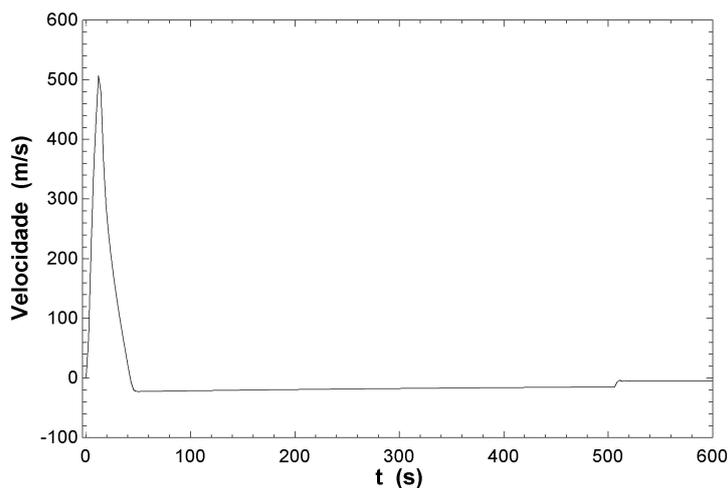


Figura 45: Gráfico de velocidade do Modelo 2.

No gráfico da Figura 46, tem-se o número de Mach variando com o tempo durante o voo do Modelo 2, onde, diferentemente do Modelo 1, para esse voo o foguete atingiu um Mach máximo de 1,51, caracterizando um voo em regime supersônico.

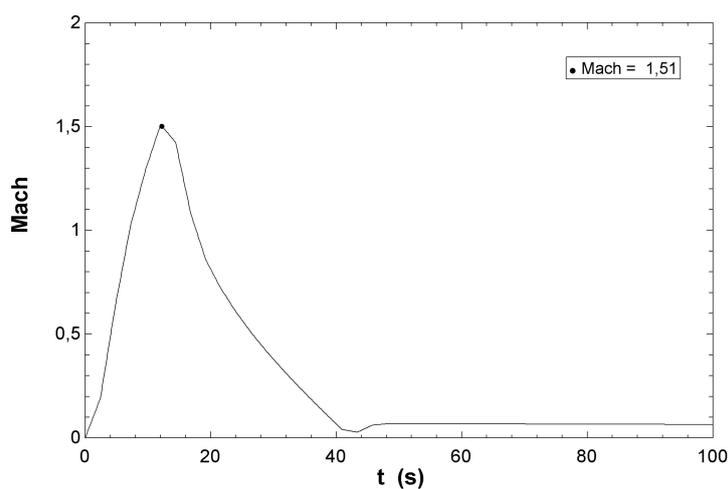


Figura 46: Gráfico do número de Mach Modelo 2.

No gráfico da Figura 47, tem-se a variação da massa do Modelo 2 em função do tempo. Assim como no Modelo 1, foi observado um decaimento linear da massa total do foguete durante a fase de voo propulsado com uma vazão *Vazão* mássica de aproximadamente 0,85 kg/s. Como comentado anteriormente, esse decaimento ocorreu devido a massa de propelente estar sendo consumida para fornecer o empuxo e acelerar o foguete. Após o término da fase propulsada, a massa final do foguete permaneceu constante e igual 18,54 kg durante o restante do voo.

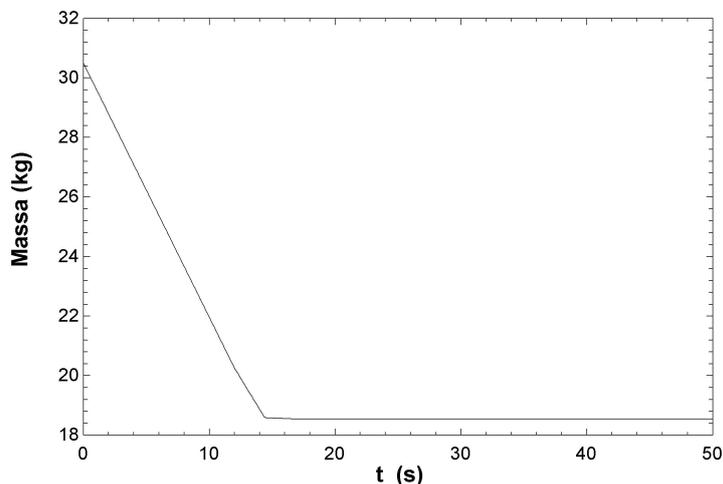


Figura 47: Gráfico da massa do Modelo 2 em função do tempo.

Finalizando as simulações, tem-se nas Figuras 48 e 49 os gráficos das forças e aceleração durante o voo do Modelo 2. No gráfico da Figura 48, observa-se que durante o voo propulsado o empuxo foi a força dominante sobre o foguete, atingindo o valor médio estipulado de 2093 N. Após o fim do voo propulsado, a força de empuxo decaiu até se tornar nula, onde permaneceu-se assim até o final do voo. A força gravitacional apresentou uma variação na fase de voo propulsado, mas estabilizou-se em 181,5 N durante o resto do voo.

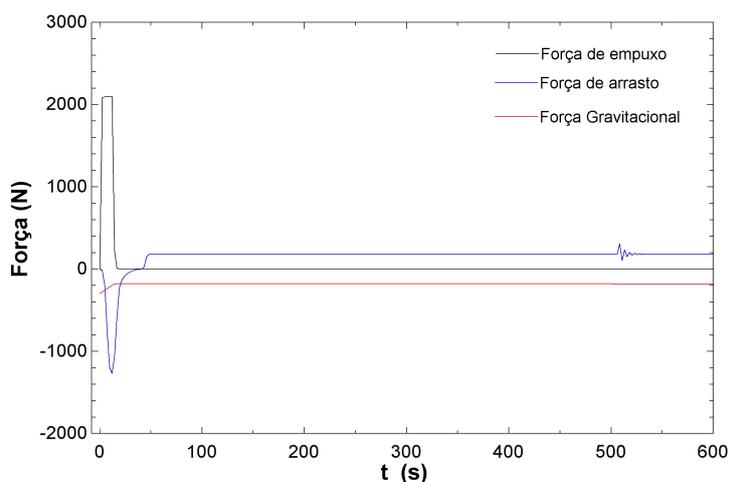


Figura 48: Gráfico das forças durante o voo do Modelo 2.

A força de arrasto atuou contra o movimento do foguete durante a fase do voo propulsado, até atingir o seu pico de 1270 N até o tempo de queima, onde decaiu em seguida. No instante em que o foguete atingiu o apogeu, a força de arrasto registrada foi nula, pois a velocidade do foguete era nula nesse ponto. Após o apogeu, ocorreram os mesmos fenômenos explicados na força de arrasto do Modelo 1. Primeiro houve a abertura do drogue, onde a força de arrasto se igualou a força peso. Em $t = 501,6\text{ s}$ o paraquedas principal foi aberto, causando oscilações na curva de arrasto devido as instabilidades numéricas com pico de $310,4\text{ N}$. Assim como no Modelo 1, tais instabilidades foram corrigidas rapidamente, onde a força de arrasto estabilizou-se e igualou-se a força gravitacional durante o restante do voo.

A aceleração do Modelo 2 durante o voo também apresentou um comportamento similar ao apresentado nas forças para esse modelo, como pode ser visto no gráfico da Figura 49. Durante o voo propulsado, observou-se que a aceleração devido ao empuxo atingiu um valor de $102,6\text{ m/s}^2$, enquanto que a aceleração devido ao arrasto atuou em direção oposta ao movimento, onde atingiu um valor máximo em módulo de $62,67\text{ m/s}^2$. Para a altitude simulada, a aceleração da gravidade variou bem pouco, onde permaneceu-se torno de valores próximos a $9,79\text{ m/s}^2$.

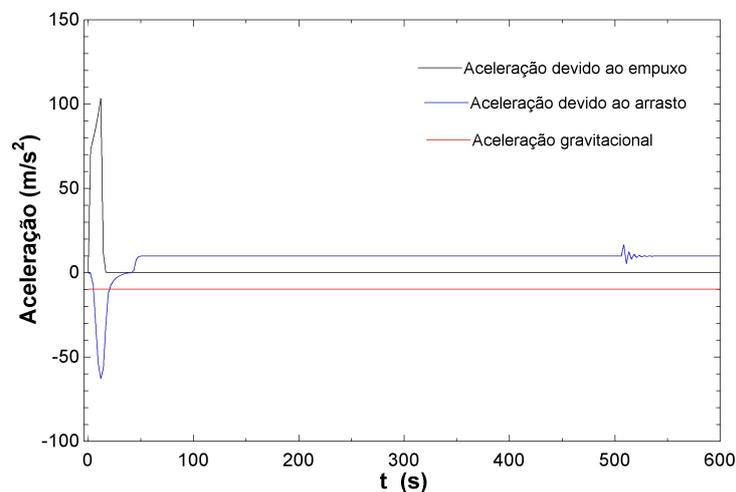


Figura 49: Gráfico da aceleração do Modelo 2.

6 CONCLUSÃO

Este projeto foi constituído no intuito de se obter uma abordagem inicial de foguetes de sondagem com propulsão híbrida, tendo como foco principal o desenvolvimento de uma ferramenta para a simulação da trajetória desses foguetes utilizando o software EES.

O trabalho se iniciou com uma revisão bibliográfica, onde foram introduzidos, de forma simplificada, alguns dos principais conceitos sobre a teoria da propulsão híbrida, seguindo de uma abordagem simplificada dos principais componentes de um foguete de sondagem estudantil, conforme especificados pela competição IREC. Também foram abordados alguns dos principais parâmetros e conceitos teóricos relacionados a modelagem e análise estrutural preliminar de alguns desses componentes. Embora esses conceitos teóricos tenham sido abordados de forma simplificada, foi possível obter uma ideia geral sobre foguetes de sondagem híbridos, assim como o papel de cada um desses componentes no funcionamento e desempenho desses foguetes.

Posteriormente, introduziu-se os principais elementos e conceitos teóricos necessários para a compreensão da dinâmica, análise de voo e do sistema de recuperação de um foguete de sondagem, assim como métodos para a estimação dos parâmetros principais dos foguetes simulados. Foi definido um modelo de foguete versátil, que também é funcional para a realização de outras simulações. Outras entradas de foguetes podem ser definidas de acordo com as necessidades de cada usuário.

O modelo introduzido para o cálculo da força de arrasto durante o voo, que é um parâmetro bastante complexo, principalmente devido as variações da massa específica do ar com a altitude e a escassez de dados de coeficiente de arrasto mais completos, apresentou coerência com o esperado pela dinâmica de voo de um foguete. O cálculo do arrasto é de extrema importância em simulações, principalmente durante o voo ascendente, onde essa força atua em direção contrária ao movimento e, conseqüentemente, tende a reduzir a velocidade e altitude máxima alcançada pelo foguete.

A ferramenta desenvolvida foi validada utilizando uma solução analítica para algumas condições de voo específicas e através da simulação da trajetória de um foguete real. Os resultados obtidos na validação da ferramenta com a solução analítica apresentaram um erro relativo em torno de 0,1% durante a maior parte do voo, incluindo na determinação do apogeu do foguete. Em relação a validação utilizando parâmetros de um voo real, o resultado da validação apresentou um erro de aproximadamente 3,1 %, possivelmente devido a falta de dados mais completos.

Duas simulações de foguetes modelo foram realizadas para averiguar a funcionalidade ferramenta, onde um dos foguetes tinha como objetivo atingir um apogeu de aproximadamente 3 km e outro um apogeu de 9 km, utilizando um sistema de recuperação por paraquedas para retornar ao solo com segurança. Ambos os foguetes atingiram os seus objetivos propostos. A ferramenta também possibilitou a determinação e análise da velocidade, aceleração, forças de empuxo, gravitacional e de arrasto, número de Mach e a variação de massa dos foguetes em função do tempo, onde todos os resultados obtidos apresentaram coerência com a metodologia teórica abordada.

Dessa forma, tem-se que o projeto obteve êxito no desenvolvimento de uma ferramenta que possibilita

uma análise preliminar da trajetografia de foguetes de sondagem e todos os parâmetros relevantes envolvidos durante o voo. Embora seja praticamente vertical, o movimento de foguetes de sondagem pode ser usado como uma linha de base para o entendimento e simulação de foguetes que realizam trajetórias mais complexas.

6.1 TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se para trabalhos futuros, a inclusão de outras geometrias e forma dos componentes na ferramenta, assim como a implementação do equacionamento teórico para o sistema propulsivo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Altman e Holzman , 2007 ALTMAN, D.; HOLZMAN, A. Overview and history of hybrid rocket propulsion. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, IAAA; 1992, v. 218, , 2007.
- Altman e Humble , 1995 ALTMAN, D.; HUMBLE, R. Hybrid rocket propulsion systems. *Space Propulsion Analysis and Design*, McGraw–Hill New York, , 1995.
- Apogee , 2014 Apogee. *Deciding which nose cone shape to use for a high altitude rocket.* , 2014. <<https://www.apogeerockets.com/education/downloads/Newsletter376.pdf>>. Acesso em: 26 out. 2021.
- Baker, G. , 2017 Baker, G. *Bottle Rocket Project.* , 2017. <<https://www.cusd80.com/cms/lib/AZ01001175/Centricity/Domain/3929/Bottle%20Rocket%20Project%20Parameters.pdf>>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Beach, T. , 2018 Beach, T. *Parts of a Model Rocket.* , 2018. <<http://www.unm.edu/~tbeach/IT145/week05/parts.html>>. Acesso em: 10 nov. 2021.
- BOC , 2019 BOC. *Material Compatibility.* , 2019. <https://www.boconline.co.uk/en/images/sp-material-compatibility_tcm410-39394.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2021.
- Braeunig, R.A , 2020 Braeunig, R.A. *Rocket and Space Tecnology - Aerodynamics.* , 2020. <http://www.braeunig.us/space/aerodyn_wip.htm>. Acesso em: 11 out. 2021.
- Cengage, L. , 2010 Cengage, L. *Cálculo de Volumes por Cascas Cilíndricas.* , 2010. <http://professor.ufop.br/sites/default/files/santostf/files/aula6_-_volumes_-_part2.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2021.
- Charlesworth, P. , 2015 Charlesworth, P. *Materials for Model Rockets.* , 2015. <<http://ukra.org.uk/docs/youth/MaterialsforModelRockets.pdf>>. Acesso em: 10 nov. 2021.
- Crowell , 1996 CROWELL, S. G. A. The descriptive geometry of nose cones. URL: <http://www.myweb.cableone.net/cjcrowell/NCEQN2.doc> , 1996.
- Curtis , 2013 CURTIS, H. *Orbital mechanics for engineering students.* [S.l.]: Butterworth-Heinemann, , 2013.
- Davies , 2008 DAVIES, J. M. *Lightweight sandwich construction.* [S.l.]: John Wiley & Sons, , 2008.
- Dias , 2018 DIAS, J. Análise da trajetória de foguetes. *Universidade Federal de Minas Gerais*, , 2018.
- Dyer et al. , 2007 DYER, J.; ZILLIAC, G.; SADHWANI, A.; KARABEYOGLU, A.; CANTWELL, B. Modeling feed system flow physics for self-pressurizing propellants. In: *43rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit.* [S.l.: s.n.], , 2007. p. 5702.
- El-Sayed 2016 EL-SAYED, A. F. *Fundamentals of aircraft and rocket propulsion.* [S.l.]: Springer, 2016.
- Engineering ToolBox , 2003 Engineering ToolBox. *US Standard Atmosphere.* , 2003. <https://www.engineeringtoolbox.com/standard-atmosphere-d_604.html>. Acesso em: 13 out. 2021.
- ESRA , 2019 ESRA. *2019 Spaceport America Cup.* , 2019. <<http://www.soundingrocket.org/2019-sa-cup.html>>. Acesso em: 16 nov. 2020.

- F-Chart, S. , 2003 F-Chart, S. *EES Overview.* , 2003. <<https://www.fchartsoftware.com/ees/>>. Acesso em: 20 out. 2021.
- Foltran , 2014 FOLTRAN, A. C. Minicurso “calculo de trajetoria de foguete com aplicativo trajetoria 2.0”. , 2014.
- Fossey , 2003 FOSSEY, P. Rocksim program guide. *Apogee Components*, , 2003.
- Galvão , 2018 GALVÃO, M. *Projeto estrutural de um motor-foguete acadêmico a combustível sólido.* Dissertação (B.S. thesis) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, , 2018.
- Gamper e Hink 2013 GAMPER, E.; HINK, R. *Design and test of nitrous oxide injectors for a hybrid rocket engine.* [S.l.]: Deutsche Gesellschaft für Luft-und Raumfahrt-Lilienthal-Oberth eV, 2013.
- Gany , 2014 GANY, A. Parametric investigation of a hybrid motor using paraffin and nitrous oxide. , 2014.
- Gil e Pinto , 2017 GIL, P. J.; PINTO, T. M. Sounding rockets modelling and simulation with mathematica. *April, 06-07, Universidade do Minho*, p. 143, , 2017.
- Heisler , 2002 HEISLER, H. *Advanced vehicle technology.* [S.l.]: Elsevier, , 2002.
- Hyend. R , 2016 Hyend. R. *Hyend Rockets.* , 2016. <<https://hyend.de/>>. Acesso em: 15 nov. 2021.
- IAE , 2010 IAE. *Instituto de Aeronáutica e Espaço - Sounding Rockets.* , 2010. <https://www.iae.cta.br/prospecta/lg_sounding_rockets.html>. Acesso em: 23 nov. 2020.
- Knacke , 1991 KNACKE, T. W. *Parachute recovery systems design manual.* [S.l.], , 1991.
- Kobald et al. , 2018 KOBALD, M.; FISCHER, U.; TOMILIN, K.; PETRAROLO, A.; SCHMIERER, C. Hybrid experimental rocket stuttgart: a low-cost technology demonstrator. *Journal of Spacecraft and Rockets*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 55, n. 2, p. 484–500, , 2018.
- Kumar 2014 KUMAR, R. *Regression rate studies using wax as a hybrid fuel.* Tese (Doutorado) — Indian Institute of Technology Madras India, 2014.
- Larson, Henry e Humble , 1995 LARSON, W. J.; HENRY, G. N.; HUMBLE, R. W. *Space propulsion analysis and design.* [S.l.]: McGraw-Hill, , 1995.
- Loh 2012 LOH, W. H. *Jet, rocket, nuclear, ion and electric propulsion: theory and design.* [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 7.
- Miele e Mancuso 1998 MIELE, A.; MANCUSO, S. Optimal ascent trajectories and feasibility of next-generation orbital spacecraft. *Journal of optimization theory and applications*, Springer, v. 97, n. 3, p. 519–550, 1998.
- MIT , 2006 MIT. *Trajectory Calculation.* , 2006. <<https://ocw.mit.edu/courses/aeronautics-and-astronautics/16-01-unified-engineering-i-ii-iii-iv-fall-2005-spring-2006/systems-labs-06/spl2.pdf>>. Acesso em: 12 out. 2021.
- Nakka , 1997 NAKKA, R. Richard nakka’s experimental rocketry web site. *Google Search*, , 1997.
- NASA , 2004 NASA. *What is a Sounding Rocket ?* , 2004. <<https://alen.space/basic-guide-nanosatellites/>>. Acesso em: 26 out. 2021.
- Newlands , 2012 NEWLANDS, R. Modelling the nitrous run tank emptying. *Aspire Space - Tecnical papers*, , 2012.

- Newton , 2012 NEWTON, M. Rocket anatomy 101. URL: <https://www.nar.org/wp-content/uploads/2014/03/NAR-Rocketry-Basics.pdf>, , 2012.
- Niskanen et al. , 2009 NISKANEN, S. et al. *Development of an Open Source model rocket simulation software*. Dissertação (Mestrado), , 2009.
- NVU , 2007 NVU. *Vertical Profile of Density*. , 2007. <https://apollo.nvu.vsc.edu/classes/met130/notes/chapter1/vert_dens2.html>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Olalekan et al. , 2014 OLALEKAN, A. H.; ATTAH, O. C.; BISOLA, O.; JIMOH, H.; ATINUKE, O. 3dof flight trajectory simulation of a single stage sounding rocket. *International Journal of Scientific and Engineering Research*, v. 5, n. 11, , 2014.
- O’Leary e Beck , 1992 O’LEARY, R.; BECK, J. Nozzle design. *Threshold*, n. 8, p. 34–43, , 1992.
- Palmerio , 2017 PALMERIO, A. F. *Introdução à tecnologia de foguetes*. [S.l.]: SindCT São José dos Campos, , 2017.
- Pektaş et al. , 2019 PEKTAŞ, A.; DEMIRCAN, Z.; HACIABDULLAHOĞLU, Ü.; EJDER, N.; TOLA, C. Effects of different fin shapes on apogee and stability of model rockets. In: IEEE. *2019 9th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)*. [S.l.], , 2019. p. 193–199.
- Pillai , 2018 PILLAI, E. T. Space-capable sounding rocket design for collegiate teams. In: IEEE. *2018 IEEE Aerospace Conference*. [S.l.], , 2018. p. 1–13.
- Praxair , 2018 Praxair. *Materials Compatibility*. , 2018. <<https://www.ualberta.ca/chemistry/media-library/safety/gasmaterialcompatibility.pdf>>. Acesso em: 20 nov. 2021.
- QsStudy , 2018 QsStudy. *Working of Rocket and Jet Plane in terms of Newton’s Third Law*. , 2018. <<https://qsstudy.com/physics/working-of-rocket-and-jet-plane-in-terms-of-newtons-third-law>>. Acesso em: 11 nov. 2021.
- Quinino, Reis e Bessegato 1991 QUININO, R. C.; REIS, E. A.; BESSEGATO, L. F. O coeficiente de determinação r^2 como instrumento didático para avaliar a utilidade de um modelo de regressão linear múltipla. *Belo Horizonte: UFMG*, 1991.
- Rønningen, J.E , 2018 Rønningen, J.E. *Rocket Trajectories*. , 2018. <www.rocketconsult.no>. Acesso em: 12 out. 2021.
- Sarradet, T. , 2009 Sarradet, T. *The model rocket*. , 2009. <<https://slideplayer.com/slide/4406026/>>. Acesso em: 15 nov. 2021.
- Seibert e Battrick , 2006 SEIBERT, G.; BATTRICK, B. T. *The history of sounding rockets and their contribution to European Space Research*. [S.l.]: ESA Publications division Noordwijk, , 2006.
- Singh et al. , 2019 SINGH, J.; ZERPA, L. E.; PARTINGTON, B.; GAMBOA, J. Effect of nozzle geometry on critical-subcritical flow transitions. *Heliyon*, Elsevier, v. 5, n. 2, p. e01273, , 2019.
- Solomon , 2011 SOLOMON, B. J. Engineering model to calculate mass flow rate of a two-phase saturated fluid through an injector orifice. , 2011.
- Sutton e Biblarz , 2001 SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. *Rocket propulsion elements*. [S.l.]: John Wiley & Sons, , 2001.
- Telles , 2005 TELLES, P. S. Vasos de pressão. *Editora LTC, 2º ed., Rio de Janeiro*, , 2005.

- TMR, T. , 2021 TMR, T. *Best materials to make Model Rockets.* , 2021. <<https://themodelrocket.com/best-materials-to-make-model-rockets/>>. Acesso em: 10 nov. 2021.
- Twiggs , 2008 TWIGGS, R. Origin of cubesat. *Small Satellites: Past, Present, and Future, Eds: Helvajian H., Janson SW, The Aerospace Press, El Segundo, California,* , 2008.
- Utah,U , 2015 Utah,U. *Recovery Systems: Parachutes 101.* , 2015. <http://mae-nas.eng.usu.edu/MAE_6530_Web/New_Course/launch_design/Section3.5.pdf>. Acesso em: 13 out. 2021.
- Waikato , 2011 WAIKATO, U. of. *Hybrid Rocket Engine.* , 2011.
- Waterloo Rocketry , 2019 Waterloo Rocketry. *Shark of the Sky Hybrid Rocket.* , 2019. <https://www.waterloorocketry.com/pdfs/2019_project_report.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2021.
- Whitmore e Chandler , 2010 WHITMORE, S. A.; CHANDLER, S. N. Engineering model for self-pressurizing saturated-n2o-propellant feed systems. *Journal of propulsion and Power*, v. 26, n. 4, p. 706–714, , 2010.
- Young et al. , 2008 YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A.; SEARS, F. W.; ZEMANSKY, M. *Sears e Zemansky física II: Termodinâmica e Ondas.* [S.l.]: Pearson Addison Wesley, , 2008.
- Young et al. , 2012 YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A.; SEARS, F. W.; ZEMANSKY, M. *Sears e Zemansky física I: mecânica.* [S.l.]: Pearson Addison Wesley, , 2012.
- Zimmerman et al. , 2013 ZIMMERMAN, J. E.; WAXMAN, B. S.; CANTWELL, B.; ZILLIAC, G. Review and evaluation of models for self-pressurizing propellant tank dynamics. In: *49th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint PropulsionConference.* [S.l.: s.n.], , 2013. p. 4045.

7 APÊNDICES

7.1 APÊNDICE A - CÓDIGOS EES

```
##### Massa e Empuxo #####
    """" Inputs""""
"Density of the materials"
rho_nc = 1 [g/cm^3] * convert (g/cm^3;kg/m^3) "Nose cone material density"
rho_fins = 1 [g/cm^3] * convert (g/cm^3;kg/m^3) "Fins material density"
rho_bt = 1 [g/cm^3] * convert (g/cm^3;kg/m^3) "Body tube material density"
"Rocket body tube"
d_r = 1 [in] * convert (in;m) "Rocket body tube diameter (external)"
e_t = 1 [mm] * convert (mm;m) "Body tube thickness"
L_bt = 1 [ft] * convert (ft;m) "Lenght of the body tube"
N_fins = 1 "Number of fins"
"Propellant"
i_sp = 1 [s] "Specific Impulse"
T/W = 1 "Thrust/Weight ratio"
t_burn = 1 "Burn time"
"Payload "
m_pay = 1 [kg] "Payload mass"
""""Rocket Mass Estimation""""
    "Clipped delta fins mass"
h_fins = 2 * d_r "Fins height"
C_root = 2 * d_r "Fins root chord"
C_tip = d_r "Fins tip chord"
e_fins = (1/8) [in] * convert (in;m) "Fins thickness (Large Rockets)"
A_fins = ((C_root + C_tip) / 2 ) * h_fins "Fins Area"
vol_fins = A_fins * e_fins "Fins Volume"
m_l_fin = vol_fins * rho_fins " Mass of 1 fin"
m_fins = N_fins * m_l_fin "Fins total mass"
"Nose cone mass"
L_nc = 4 * d_r "Parabolic nose cone lenght "
L_s = d_r "Length of the shoulder"
e_ss = 2 [mm] * convert (mm;m) "Space between shoulder and the body tube "
e_s = 2 [mm] * convert (mm;m) "Shoulder thickness"
d_s = d_r - 2 * e_ss "Shoulder diameter"
vol_s = (pi# * (d_s/2)^2 * d_r) "Shoulder volume"
vol_extra = ((pi# * ((d_s - (2* e_s))/2)^2) * (d_r + (1/3) * L_nc)) "Extra volume to remove"
vol_nc = (2*pi#*d_r^2 * L_nc)/15 + vol_s - vol_extra "Parabolic nose cone volume"
m_nc = vol_nc * rho_nc "Nose cone mass (Parabolic)"
"Body tube mass"
vol_bt = pi# / 4 * (d_r^2 - (d_r - 2 * e_t)^2) * L_bt "Body tube volume"
m_bt = vol_bt * rho_bt "Body tube mass"
vol_teste = (1/2) * pi# * (2 * d_r - e_t) * L_bt * e_t
"Propellant mass"
m_dot_p = T / (i_sp * g#) "Propellant mass flow ratio"
m_p = m_dot_p * t_burn "Propellant mass"
"Rocket total mass and Length"
m_dry_p = m_pay + m_fins + m_nc + m_bt "Parcial dry mass of the rocket"
m_extra = m_dry * (0,1) "Extra mass "
m_dry = m_dry_p + m_extra "Rocket dry mass (+ 10%)"
m_t = m_dry + m_p "Rocket Total Mass"
W = m_t * g# "Rocket total weight"
L_r = L_bt + L_nc "Rocket total length"

##### PARAQUEDAS #####
"Parachute"
"Inputs"
C_dp = 1 "Parachute drag Coefficient"
V_t_d = 1 [m/s] "Droque descent Velocity"
V_t_p = 1 [m/s] "Parachute descent Velocity"
m_dry = 1 [kg] "Final Rocket Mass"
"Constants"
g = 1 [m/s^2] "Gravity Acceleration"
```

```

rho_0 = 1 [kg/m^3] "Air density at the sea leavel"
"Parachute Size"
S_ref_d = (2 * g * m_dry) / (rho_0 * C_dp * V_t_d^2)      "Drogue Parachute Area"
S_ref_p = (2 * g * m_dry) / (rho_0 * C_dp * V_t_p^2)      "Parachute Area"
"Parachute Diameter"
D_ref_drogue = ((4 * S_ref_d) / pi#) ^ (1/2)
D_ref_p = ((4 * S_ref_p) / pi#) ^ (1/2)

##### TRAJETÓRIA #####
Function thrust(t ; t_burn ; T_max; delta_t; t_end)
T_t = 0,0
if(t<= 1,0 ) Then T_t = T_max*t
if(t > 1,0 ) and (t <= t_burn ) Then T_t = T_max
If ((t > t_burn ) and ( t<= ( t_burn + delta_t))) Then T_t = T_max - (T_max/delta_t)*(t - t_burn)
if(t>t_end) Then T_t = 0,0
if(T_t < 0 ) Then T_t = 0,0
thrust = T_t
End
Procedure drag(dhdt; h ; V ; f_1 ; f_2; S; f_3 : FF_drag ; FF_pdrag)
FF_drag = -(1/2)*f_1*f_2*S*f_3
FF_pdrag = 0,0
If (dhdt < 0) Then
FF_drag = 0,0
FF_pdrag = (1/2)*C_dp*S_ref_d*f_2*V^2
If (h <= 500 ) Then FF_pdrag = (1/2)*C_dp*S_ref_p*f_2*V^2
Endif
End
Function cd (M)
If (M<= 0,6) Then dragC = 0,2083333*M^2 - 0,25*M + 0,46
If (M>0,6) and (M<=0,8) Then dragC = 1,25*M^3 - 2,125*M^2 + 1,2*M + 0,16
If (M>0,8) and (M<=0,95) Then dragC = 10,37037*M^3 - 22,88889*M^2 + 16,91111*M - 3,78963
If (M>0,95) and (M<=1,05) Then dragC = - 30*M^3 + 88,5*M^2 - 85,425*M + 27,51375
If (M>1,05) and (M<=1,15) Then dragC = - 20*M^3 + 60*M^2 - 58,065*M + 18,587
If (M>1,15) and (M<=1,3) Then dragC =11,85185*M^3 - 44,88889*M^2 + 56,22222*M - 22,58519
If (M>1,3) and (M<=2) Then dragC = - 0,04373178*M^3 + 0,3236152*M^2 - 1,019679*M + 1,544752
If (M>2) and (M<=3,25) Then dragC = 0,01024*M^3 - 0,00864*M^2 - 0,33832*M + 1,08928
If (M>3,25) and (M<=4,5) Then dragC = - 0,01408*M^3 + 0,19168*M^2 - 0,86976*M + 1,53544
If (M>4,5) Then dragC = 0,22
cd = dragC
End
Function airdens (h)
rho_f = 1,2
If (h >= 0,0) and (h < 10000) Then rho_f = 1,2541*exp(-1e-4*h)
If (h >= 10000) and (h < 50000) Then rho_f = 1,8898*exp(-2e-4*h)
airdens = rho_f
End
Function dmdt(t ; t_burn; dmdt_0)
mt = dmdt_0
if(t > t_burn) Then mt = 0,0
dmdt = mt
End
Function checkp(m_prop)
ck= 1,0
if(m_prop <= 0,0) Then ck = 0,0
checkp = ck
End
Function checkh(h)
ck= 1,0
if(h < 0,0) Then ck = 0,0
checkh = ck
End
##### IINPUTS#####
"Rocket motor parameters"
T_max = 1 [N] "Nominal max thrust"
D_rct = 1 [mm]*convert (mm;m) "Rocket diameter"
m_dry = 1 [kg] "Rocket dry mass"
"Parachute parameters"
C_dp = 1 "Parachute drag coefficient"
S_ref_d = 1 [m^2] "Drogue referential Area"
S_ref_p = 1 [m^2] "Parachute referential Area"
"Flight Simulation Parameters"

```

```

t_burn = 1[s] "Burntime"
delta_t = 1 [s] "Delay before engine completely turn off"
alpha = 1 [degree] "Angle of attack"
gamma = 1 [degree] "Path angle"
"Initial Conditions"
time = 1 [s] "Simulation time"
h_0 = 0,0 [m] "h initial condition"
V_0 = 0,0 [m/s] "V initial condition"
m_prop_0 = 1 [kg] "Initial propellant mass condition"
"***** TRAJECTORY SIMULATION*****"
"Constants"
r_e = 6378e+3 [m] "Earth Radius "
mu_e = 3,9860043543609598e+14 [m^3 / s^2] "Gravitational Constant "
"Auxiliary Equations"
t_end = t_burn + delta_t "Final time - Engine turn off complete - Thrust = 0 "
P_atm = 1 [atm]*convert(atm; Pa) "Atmospheric Pressure"
S = (1/4)*pi#*D_rct^2 "Rocket cross sectional area"
SS = soundspeed(Air;T=280 [K]) "Speed of the sound"
M = abs(V)/SS "Mach Number"
"Thrust Force"
F_T = thrust(t ; t_burn ; T_max; delta_t; t_end) "Thrust Force"
"Gravitational Force"
g = (mu_e) / (r_e + h) ^2 "Gravity acceleration"
F_grav = - m_t*g*sin(gamma) "Gravitational Force"
"Drag Force"
f_1 = cd(abs(M)) "Drag coefficient Cd function"
f_2 = airdens(h) "Air density function"
f_3 = V*V*V/abs(V+0,001)
Call drag(dhdt; h ; V ; f_1 ; f_2; S; f_3 : F_drag ; F_pdrag)
"Mass equations"
m_t = m_dry + m_prop "Total Mass of the Rocket"
dmdt_0 = (m_prop_0 / t_burn) "Mass flow rate"
"Differential Equations"
dhdt = V * sin(gamma)
dmdt = dmdt_0
m_t*dVdt = F_T + F_grav + F_drag + F_pdrag
"Integral functions"
V = checkh(h)*(V_0 + integral(dVdt; t ; 0; time)) "Velocity"
h = checkh(h)*(h_0 + integral(dhdt; t; 0; time)) "Altitude"
m_prop = checkp(m_prop)*(m_prop_0 - integral(dmdt ; t ; 0 ; time)) "Propellant Mass"
"Other variables"
F_drag_total = F_drag + F_pdrag
a_T = (F_T) / m_t
a_drag = (F_drag_total) / m_t
a_g = (F_grav)/ m_t
$integraltable$ t: 0,1 ; h ; V; m_t; F_T; F_drag; F_pdrag; F_grav; M; dVdt; F_drag_total; a_T; a_drag; a_g

```