



PROJETO DE GRADUAÇÃO

**Análise de vibração torcional do sistema de
transmissão de uma turbina eólica**

Por,

Sullivan Maciel Morbeck

Brasília, DF, 20 de novembro de 2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

Análise de vibração torcional do sistema de transmissão de uma turbina eólica

Por,

Sullivan Maciel Morbeck

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico

Banca Examinadora

Profa. Aline Souza de Paula - ENM/FT (orientadora)

Prof. Alberto Carlos G. C. Diniz - ENM/FT (convidado)

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes - ENM/FT (convidado)

Brasília, DF, 20 de novembro de 2021

Agradecimentos

É com muita satisfação que escrevo as palavras presentes aqui, visto todos os detalhes da trajetória que me trouxe a este momento. Meus pais, estes que por maiores que fossem os intempéres da vida, perseveraram para que eu pudesse ter as oportunidades cujo potencial me levará aonde quero chegar. Isto é mais que uma motivação para alcançar meus objetivos, é um dever, uma dívida que tenho para com eles por todo amor e carinho investidos em mim. Com grandes proporções, vem a importância de todos os demais que também contribuíram para esta realização, amigos, familiares, professores e orientadores, que me olharam nos olhos no momento da retomada e disseram: "Eu confio em você!". A todos presentes nas linhas e entrelinhas que definem este agradecimento, que me inspiram e motivam, é com toda sinceridade e admiração, que vos digo: muito obrigado.

Sullivan Maciel Morbeck

Resumo

Este trabalho tem o intuito de apresentar uma análise do comportamento dinâmico do sistema de transmissão eletromecânico de uma turbina eólica frente a presença de vibração torcional. Os principais componentes que constituem um aerogerador, são: Rotor, Caixa multiplicadora e Gerador elétrico. Inicialmente, uma introdução acerca dos aerogeradores e seu funcionamento é apresentada. Em seguida é elaborada uma modelagem matemática linear aproximada dos seus principais componentes, de maneira individual. Após isto, uma modelagem matemática completa do sistema é implementada em linguagem computacional para a realização de simulações numéricas, levando em conta as diferentes condições de funcionamento as quais o aerogerador é exposto em campo, com fins de validação do modelo matemático.

Em um primeiro momento, o comportamento dinâmico é avaliado sob condições de rigidez constante, através da análise dos resultados de deslocamento e velocidade angular dos componentes mecânicos, além da potência ativa e a corrente eficaz gerados pelo sistema. Os resultados apresentados são compatíveis tanto com a literatura quanto com aqueles obtidos em bancada pelos ensaios experimentais realizados por Oliveira (2018). Posteriormente, é agregado ao modelo condições de rigidez variável que pode simular efeitos de desgaste dos componentes, dando origem a um sistema não linear. Novamente é feita uma avaliação numérica cujos resultados são comparados àqueles obtidos com o primeiro modelo.

A análise comparativa entre os resultados dos modelos, mostrou que as engrenagens solar e planetária dos trens epicicloidais, apresentam um comportamento não-periódico frente a presença de rigidez variável. Além disto, os componentes mecânicos, sob variação da rigidez, experimentam um intervalo de tempo maior até estabilizar suas velocidades angulares. Foi possível ainda constatar um aumento na potência ativa e corrente eficaz do sistema e uma redução dos valores que quantificam as frequências naturais. Contudo, os resultados da simulação numérica frente à efeitos de vibração torcional foram validados com aqueles obtidos por meio de experimento em bancada.

Palavras-chaves: Turbina Eólica. Aerogerador. Vibração Torcional.

Abstract

This work has the intention to show an analysis of the a wind generator's electromechanical transmission system dynamic behaviour under torsional vibration effects. The main components that constitute a wind turbine, are: rotor, transmission box and electric generator. Initially, an introduction above wind turbines and it operation is showed. Then an approximate mathematical model of the main components is made, in a separate way. Next, a full system's mathematical model is implemented on computational language to do the numerical simulations, considering some different operational conditions which the wind turbine is exposed to on field, with a desire to validate the mathematical model

In a first moment, the dynamic behaviour is rated under constant stiffness condition, through the analysis of mechanical component's angular displacement and velocity results, beyond of active power and effective current made by the system. The results showed are compatible both with the literature and with those acquired through experimental trial runned by Oliveira (2018). Then, is applied stiffness variation's conditions to the model that can emulate wear condition of the components, given birth to a non-linear system. Again, a numerical valuation is made which the results are compared to those acquired by the first model.

The comparative analysis between the models has showed that the solar e planetary gears of both epicyclic train, have a non-periodic behavior under stiffness variation presence. Beyond that, the mechanical components under this effect, has try a bigger time gap until it angular velocity stabilize. It still was possible verify an increase of the system's active power and effective current and a decrease of the values that quantify the natural frequencies. Although, the numerical simulation results front of the torsional vibration effects, are still in agreement with those acquired by laboratory experiment.

. Finally, a general mathematical model is made, which allow run the numerical simulations, considering many conditions of operation that a wind turbine is exposed to.

Key-words: Wind Turbine. Torsional Vibration.

Lista de Figuras

Figura 1 – Trem Epicicloidal (Mansano, 2004).	7
Figura 2 – Representação esquemática da caixa multiplicadora (Diniz, 2012).	9
Figura 3 – Gerador síncrono de polos salientes trifásico com estator em estrela e dois pólos (Bernardes, 2009).	20
Figura 4 – Coordenadas Síncronas do rotor (Bernardes, 2009).	23
Figura 5 – Circuito equivalente dq do PMSG (Bernardes, 2009).	26
Figura 6 – Modelo dinâmico considerando uma carga conectada aos terminais do gerador (Vásquez, 2014).	28
Figura 7 – Coeficiente de potência em função de λ e β (Ohara, 2014).	34
Figura 8 – Conjunto eletromecânico, constituído por MIT, acoplamentos e PMSG, existentes no LQEE (Oliveira, 2018).	39
Figura 9 – Deslocamento angular dos componentes do sistema sem torque resistivo do gerador e com atrito seco.	41
Figura 10 – Velocidade angular dos componentes do sistema sem torque resistivo do gerador e com atrito seco.	41
Figura 11 – Resultado de corrente eficaz de saída I_{rms} (A) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido por Oliveira (2018).	42
Figura 12 – Resultado de corrente eficaz de saída I_{rms} (A) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido pela simulação com rigidez constante.	42
Figura 13 – Resultado de potência ativa de saída P_{ativa} (W) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido por Oliveira (2018).	43
Figura 14 – Resultado de potência ativa de saída P_{ativa} (W) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido pela simulação com rigidez constante.	43
Figura 15 – rigidez variável nos engrenamentos entre planetarias e anulares $k_{rp}(t)$ (N/m.s)	45
Figura 16 – rigidez variável nos engrenamentos entre planetarias e solares $k_{sp}(t)$ (N/m.s)	45
Figura 17 – Resultados de corrente eficaz de saída I_{rms} (A) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm).	46

Figura 18 – Resultados de potência ativa de saída P_{ativa} (W) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm).	46
Figura 19 – Deslocamento angular do transportador 2.	47
Figura 20 – Deslocamento angular do transportador 5.	47
Figura 21 – Velocidade angular do transportador 2	48
Figura 22 – Velocidade angular do transportador 5.	48
Figura 23 – Evolução temporal dos deslocamentos relativos entre engrenagens planetárias e solares (rad/s).	49
Figura 24 – Comportamento relativo entre engrenagens solares e planetárias dos trens epicicloidais.	49
Figura 25 – Variação dos deslocamentos relativos entre as engrenagens planetárias e solares, próximo ao regime permanente.	50
Figura 26 – Espaço de fase do sistema no regime permanente.	50
Figura 27 – Resposta em frequência dos componentes da caixa multiplicadora no modelo com rigidez constante, sob vento com velocidade de 10 m/s. . .	51
Figura 28 – Resposta em frequência dos componentes da caixa multiplicadora no modelo com rigidez variável, sob vento com velocidade de 10 m/s. . . .	52
Figura 29 – Resposta em frequência do gerador dos dois modelos com velocidade do vento de 10 m/s.	53
Figura 30 – Resposta em frequência da corrente eficaz dos dois modelos com velocidade do vento de 10 m/s.	54

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Constantes de aproximação da curva de potência.	33
Tabela 2 – Dados de entrada do rotor da fabricante Vestas.	34
Tabela 3 – Dados da caixa multiplicadora TGM e componentes do aerogerador . .	35
Tabela 4 – Dados de entrada do gerador Alxion e demais parâmetros utilizados (Oliveira, 2018).	38
Tabela 5 – Valores das constantes de rigidez e taxas de contato entre as engrena- gens da caixa multiplicadora.	44

Lista de abreviaturas e siglas

FFT	<i>Fast Fourier Transform;</i>
GMF	<i>Gear Mesh Frequency;</i>
PSMG	<i>Permanent Synchronous Magnet Generator;</i>
TEP	Trem Epicicloidal;

Lista de símbolos

Símbolos Latinos

A	Matriz Dinâmica do espaço de estados
A_{dq0}	Matriz de transformação de Park
B	Vetor referente ao torque no espaço de estados
C	Amortecimento Viscoso [Nms]
C	Taxa de contato
C_p	Coefficiente de Potência
E_c	Energia Cinética [J]
F	Energia Dissipada [J]
J	Momento de Inércia
K	Rigidez
L	Indutância [H]
M	Indutância Mútua [H]
N_p	Número de pólos do estator
P	Potência [W]
Q	Torque de forças não conservativas [Nm]
R	Resistência [ohm]
T	Torque [Nm]
U	Energia Potencial [J]
V	Velocidade [m/s]
Z	Número de dentes da engrenagem

abc	Fases do gerador trifásico
a	Constantes de aproximação da curva de potência
d	Diâmetro primitivo da engrenagem [m]
e	Valor do trem de engrenagens
f	Vetor unitário de sistema de coordenada
fd	Enrolamento de campo do rotor do gerador de pólos salientes trifásico
i	Corrente elétrica [A]
k	Rigidez Variável [N/m]
m	Massa [Kg]
n	Velocidade angular [rpm]
q	Coordenada generalizada
r	Raio da turbina [m]
r_t	Raio do transportador [m]
t	Tempo [s]
u	Tensão elétrica em notação fasorial [V]
v	Tensão elétrica [V]
y	Vetor espaço de estado

Símbolos Gregos

β	Ângulo de passo das pás do rotor da turbina;
δ	Deslocamento relativo nos engrenamentos [rad]
λ	Razão entre a velocidade da ponta das pás do rotor da turbina e a velocidade do vento
ρ	Densidade [m^3/kg]
μ	Atrito Seco
τ	Tempo adimensional
θ	Ângulo de posição do rotor

φ	Deslocamento angular [rad]
ω	Velocidade angular [rad/s]
ω_n	Frequência natural [rad/s]
ψ	Fluxo magnético

Subscritos

<i>abc</i>	Sistema de coordenadas do estator do gerador
<i>A</i>	Refere-se à engrenagem anular
<i>dq0</i>	Sistema de coordenadas do rotor do gerador
<i>d</i>	Refere-se ao eixo direito do gerador
<i>e</i>	Elétrico
<i>ger</i>	Refere-se ao gerador
<i>L</i>	Refere-se à carga conectada ao gerador
<i>mec</i>	Mecânico
<i>pm</i>	Fluxo acoplado
<i>q</i>	Refere-se ao eixo em quadratura do rotor do gerador
<i>rot</i>	Refere-se ao rotor
<i>rp</i>	Refere-se a interação entre anular e planetária
<i>s</i>	Refere-se ao estator
<i>sp</i>	Refere-se a interação entre solar e planetária
<i>t</i>	Refere-se ao braço ou transportador do trem epicicloidal
<i>TEP</i>	Refere-se ao trem epicicloidal
<i>0</i>	Condição inicial do vento

Sobrescritos

\cdot	Variação temporal com relação ao tempo "t"
$'$	Variação temporal com relação ao tempo adimensional τ

Símbolos matemáticos

Σ Somatório

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação do Tema	1
1.2	Objetivo	2
1.3	Metodologia	3
1.4	Organização do texto	3
2	REVISÃO DE LITERATURA E CONCEITOS TEÓRICOS	5
2.1	Rotor	5
2.1.1	Potência Mecânica de Rotação	5
2.2	Caixa Multiplicadora	7
2.2.1	Modelagem Matemática	8
2.2.2	Adimensionalização	12
2.2.3	Atrito Seco	13
2.2.4	Vibração Torcional	14
2.3	Gerador Elétrico	19
2.3.1	Modelagem matemática em coordenadas do estator abc	19
2.3.2	Modelagem matemática em coordenadas síncronas do rotor dq	23
2.3.3	Modelo incluindo carga resistiva e indutância	28
3	MODELO MATEMÁTICO COMPLETO	30
4	SIMULAÇÕES	33
4.1	Rotor	33
4.2	Caixa Multiplicadora	34
4.2.1	Frequências Naturais e Matriz Modal	36
4.2.2	Caixa multiplicadora sem torque resistivo do gerador e com atrito seco	37
4.3	Gerador	38
4.4	Resultados	39
4.4.1	Sistema sob condições de Rigidez Variável	44
5	CONCLUSÃO	55

REFERÊNCIAS	57
ANEXOS	59
ANEXO A – RESULTADOS COM RIGIDEZ VARIÁVEL	60

1 Introdução

1.1 Motivação do Tema

O foco principal no desenvolvimento dos meios de produção de energia elétrica é o aumento da eficiência do processo. Porém, seja de maneira direta ou não, os primeiros meios de produção de energia elétrica traziam consigo impactos ambientais que a primeira vista não ganharam muita atenção.

Seguindo esta linha, o efeito gerado por tais impactos, que a princípio não pareciam ser relevantes, trouxe a necessidade de aprimoramento dos meios tradicionais de produção. Visando atender a crescente demanda, o desenvolvimento do setor tornou-se indispensável, buscando não só aumentar a viabilidade deste meio de produção, mas também reduzir impactos gerados ao meio ambiente pelas demais formas de obtenção de energia elétrica.

Em meio aos diferentes métodos de produção, há aqueles cujos efeitos nocivos são de baixa escala, o quais produzem o que se conhece popularmente por "energia renovável". Em 1956, o primeiro aerogerador foi instalado na costa dinamarquesa, com capacidade de 200 kW de potência. Aerogeradores, basicamente utilizam a energia cinética contida no movimento das massas de ar que transitam na atmosfera, para a geração de energia elétrica.

De acordo com a ANEEL, atualmente apenas 1,92% (cerca de 2,44 GW) de toda a produção de energia elétrica no Brasil é realizada através de aerogeradores. Contudo, segundo o Atlas do Potencial Eólico Brasileiro (Cepel, 2001), o Brasil possui um potencial bruto de produção de energia eólica *onshore* em torno de 143,5 GW. Por tal fato, faz-se necessário o investimento no desenvolvimento deste setor, não só com reação ao crescimento mas também ao desempenho dos aerogeradores. Em consequência, é proporcionado o aumento da diversidade entre os meios de produção de energia elétrica, que por sua vez poderá amenizar a deteriorização causada ao meio ambiente devido a produção de energia elétrica.

O funcionamento de um gerador eólico consiste basicamente em captar a energia cinética de translação contida no movimento das massas de ar atmosféricas. Este fenômeno ocorre primeiramente com a transformação da energia cinética de translação em

energia mecânica de rotação, através de um rotor composto por pás espaçadas igualmente entre si. A rotação do eixo conectado ao rotor passa então por uma caixa de transmissão (multiplicadora) que por sua vez aumenta a frequência de rotação que é transmitida ao gerador elétrico.

1.2 Objetivo

O intuito deste trabalho consiste no estudo das vibrações torcionais e suas influências em um sistema de transmissão eletromecânica, composto por um rotor, caixa multiplicadora e gerador elétrico, visando avaliar o comportamento dinâmico do aerogerador.

1.3 Metodologia

Inicialmente o sistema é analisado sob condições de rigidez constante para validação da simulação numérica com resultados experimentais, nos quais são abordados potência ativa e corrente eficaz como meio de comparação. Após a validação, o sistema experimentalizará condições de rigidez variável, sendo esta um dos meios capazes de simular efeitos gerados pela presença de desgaste dos componentes mecânicos, que por sua vez pode prejudicar o rendimento da transmissão, reduzir a vida útil dos mesmos e ainda ocasionar níveis de ruído indesejados. Por fim é realizada a análise dos efeitos da dinâmica de vibração sob diferentes características do sistema, por meio da comparação destes resultados com aqueles obtidos para fins de validação.

O modelo do sistema de transmissão eletromecânica abordado neste trabalho é composto por um rotor cujas características são referentes ao aerogerador de modelo V82 - 1,65 MW - HH70 da fabricante Vestas (Vestas, 2014), no qual é acoplada a caixa multiplicadora que é modelo comercial de caixa de engrenagens da empresa TGM, ambos presentes no trabalho de Análise Dinâmica do Sistema de Transmissão Eletromecânica de uma Turbina Eólica (Ohara, 2014). O gerador elétrico abordado é o modelo 400 STK 2M da Alxion, utilizado na dissertação Geradores Síncronos a Imãs Permanentes Aplicados a Aerogeradores: Modelagem, Obtenção de Parâmetros e Validação (Oliveira, 2018). A escolha destes componentes especificamente visa utilizar parâmetros nas simulações computacionais desenvolvidas neste trabalho, equivalentes àquelas utilizadas nos ensaios laboratoriais.

1.4 Organização do texto

Inicialmente, é realizado o estudo preliminar do sistema para a compreensão do funcionamento do mesmo, com o objetivo de auxiliar a modelagem matemática desenvolvida. Após a conclusão dos estudos iniciais, é feita a modelagem matemática dos componentes que constituem o sistema de transmissão eletromecânica. Com a modelagem devidamente construída, é realizada a implementação da mesma em MATLAB para que seja possível executar simulações. São utilizados os dados e parâmetros constatados pelos fabricantes dos componentes do sistema de transmissão eletromecânica, para validar a simulação numérica.

Validada a simulação do sistema com rigidez constante, é implementada a rigidez variável com o intuito de simular vibração torcional. A implementação da rigidez variável é uma dentre as metodologias utilizadas para a fins de simular a presença de vibração torcional no sistema, esta foi abordada neste trabalho devido sua melhor compatibilidade com a modelagem matemática que descreve o sistema. A avaliação do comportamento do sistema frente à vibração torsional gerada pela variação da rigidez, é realizada por meio de

comparação entre os resultados obtidos pelo modelo com rigidez constante, com aqueles referentes a variação da rigidez no sistema. Desta maneira, é possível obter uma base de dados fundamentada para realizar análises que possam identificar as principais diferenças do sistema em operação sob a presença de vibração torcional.

O conteúdo deste trabalho está dividido em 5 capítulos, nos quais são abordados assuntos conforme a descrição apresentada:

- Capítulo 1: Aerogerador e seus componentes. Apresentação e modelagem matemática dos componentes de um aerogerador.
- Capítulo 2: Revisão literária. Definição da modelagem matemática dos principais componentes individualmente.
- Capítulo 3: Modelagem completa. Elaboração da modelagem matemática completa do sistema e simulações para diferentes condições de funcionamento.
- Capítulo 4: Simulações e validação. Implementação das modelagens matemáticas e realização das simulações numéricas sob condições de rigidez constante e variável.
- Capítulo 5: Conclusão. Avaliação dos resultados gerados pelas simulações, destacando os pontos mais relevantes para trabalhos futuros.

2 Revisão de literatura e conceitos teóricos

Neste capítulo, são apresentados os principais componentes do sistema de transmissão eletromecânica, bem como suas funções e respectivos modelos matemáticos.

2.1 Rotor

O rotor é o componente crucial para o funcionamento do aerogerador, composto por um cubo onde são conectadas as pás. Responsáveis por captar e transformar a energia cinética de translação do vento em energia mecânica de rotação, suas dimensões e geometria interferem diretamente na eficiência e quantidade de energia a ser captada.

2.1.1 Potência Mecânica de Rotação

A Potência Mecânica de Rotação P_{mec} é a potência que o rotor é capaz de extrair do movimento translacional do vento, definida por Busawon et al. (2005) em acordo com a equação (2.1) apresentada abaixo

$$P_{mec} = \frac{1}{2} \rho \pi r^2 V_0^3 C_p, \quad (2.1)$$

em que ρ é a massa específica do ar, πr^2 é a área varrida pelo rotor, V_0 é a velocidade do vento que incide sobre as pás do rotor e C_p é o coeficiente de potência ou de performance da turbina. Este último pode ser definido pela relação apresentada na equação (2.2), mostrada abaixo

$$C_p = \frac{\text{Potência Mecânica do Rotor}}{\text{Potência Disponível do Vento}}, \quad (2.2)$$

Porém, para fins de validação, esta deve ser corrigida multiplicando-a pelo rendimento da turbina considerando as perdas mecânicas.

No entanto, para que o rendimento de uma turbina eólica seja de 100%, a velocidade do vento deverá ser nula após a passagem do mesmo pelas pás da turbina. Deste modo, em 1919, o físico alemão Albert Betz desenvolveu estudos acerca do rendimento máximo que uma turbina eólica poderia alcançar, considerando condições ideais. O resultado do estudo proporcionou um valor teórico para C_p de 0,593, o que define que somente 59,3% de toda a energia disponível no vento, poderá ser convertida em energia mecânica.

Contudo, o valor de C_p está relacionado com as características geométricas das pás que compõe o rotor, sendo estas o ângulo de passo β e a razão λ entre a velocidade de ponta de pá e a velocidade do vento. Além disto, o valor do número de Reynolds do escoamento em relação ao diâmetro do rotor, também contribui na determinação do coeficiente de potência.

Para que seja possível determinar a potência total que pode ser extraída por uma determinada turbina em operação, deve-se definir o valor real de C_p . Estes valores podem ser disponibilizados pelos fabricantes ou definidos experimentalmente. Todavia, em caso de indisponibilidade destes valores, é possível aproximar as curvas de C_p a funções não lineares, devido a estas curvas apresentarem similaridade entre diferentes modelos de turbina.

O modelo de rotor abordado para a elaboração deste trabalho, considera a aproximação definida por Heier (2006), que fornece uma equação para o cálculo de C_p em função das variáveis β e λ :

$$C_p(\beta, \lambda) = a_1 \left(\frac{a_2}{\lambda_i} - a_3 \beta - a_4 \beta^{a_5} - a_6 \right) e^{-\frac{a_7}{\lambda_i}}, \quad (2.3)$$

onde

$$\lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + a_8 \beta} - \frac{a_9}{\beta^3 + 1}}, \quad (2.4)$$

em que a_i para $i=1, \dots, 9$ representam constantes que podem ser ajustadas para atender a diferentes características de turbinas. Portanto, com β e λ definidos, pode-se determinar então um valor real para o coeficiente de potência e consequentemente a real potência mecânica que a turbina é capaz de gerar. Vale lembrar ainda que λ também pode ser definido pela expressão:

$$\lambda = \frac{V_{rot}}{V_0} = \frac{\omega_{rot} r}{V_0}, \quad (2.5)$$

em que r representa o raio ou comprimento das pás do rotor.

Com o valor real da potência mecânica, pode-se determinar o valor do torque mecânico de entrada da turbina, a partir da equação (2.6)

$$T_{mec} = \frac{P_{mec}}{\omega_{rot}}. \quad (2.6)$$

2.2 Caixa Multiplicadora

A caixa multiplicadora é o componente responsável por aumentar a velocidade angular de rotação que é entregue ao gerador elétrico. Essa é composta por arranjos de engrenagens dispostos de maneira a aumentar a rotação de saída conforme a transmissão do torque no interior da caixa.

Com seu eixo de entrada acoplado ao rotor da turbina e o eixo de saída acoplado ao rotor do gerador, o efeito gerado pela caixa multiplicadora aumenta o potencial de geração de energia elétrica.

O modelo de aerogerador estudado para a elaboração deste trabalho, possui uma caixa multiplicadora composta por dois trens epicicloidais (TEP), acoplados em série. A fins de esclarecimento, a Figura (1) apresenta um trem epicicloidial equivalente ao utilizado no modelo com o qual este trabalho foi desenvolvido.

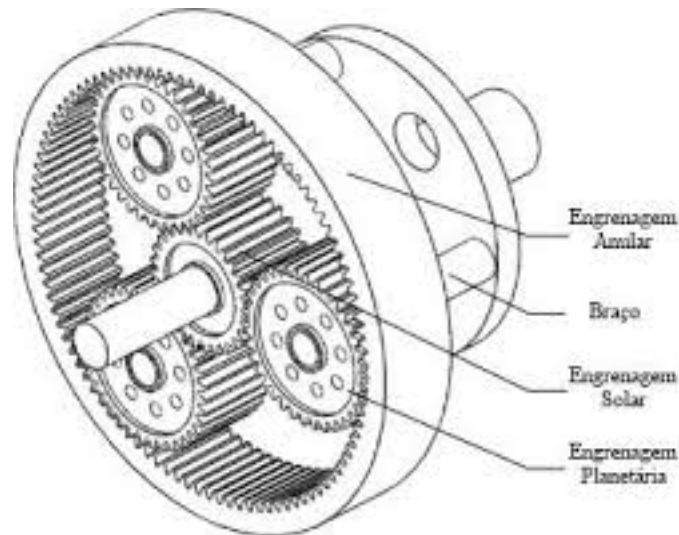


Figura 1 – Trem Epicicloidial (Mansano, 2004).

Para qualquer par de engrenagens engranzadas, pode-se utilizar a relação mostrada a seguir (Shigley et al, 2005):

$$n_p = \left| n_g \frac{Z_g}{Z_p} \right| = \left| n_g \frac{d_g}{d_p} \right|, \quad (2.7)$$

em que n é a velocidade angular em rpm, Z é o número de dentes e d é o diâmetro primitivo da engrenagem e os subscritos p e g representam pinhão e coroa, respectivamente, que é a nomenclatura convencional utilizada para definir um par de engrenagens engranzadas.

Com relação aos trens de engrenagens, temos a seguinte relação:

$$n_L = e n_F, \quad (2.8)$$

onde e é o valor do trem ou razão de transmissão, n_L e n_F representam as velocidades angulares da última e da primeira engrenagem, respectivamente. Vale ressaltar que o valor do trem também pode ser definido por:

$$e = \frac{\text{Produto dos números de dentes das engrenagens motoras}}{\text{Produto dos números de dentes das engrenagens movidas}}, \quad (2.9)$$

de maneira geral, e ainda por

$$e = \frac{n_L - n_B}{n_F - n_B}, \quad (2.10)$$

para trens epicicloidais, em que n_B refere-se a velocidade angular do braço ou transportador.

2.2.1 Modelagem Matemática

Nesta parte, é apresentada a modelagem matemática da caixa multiplicadora que compõe o modelo de aerogerador no qual este estudo se baseia. A Figura 2 mostra uma representação da caixa multiplicadora e seus componentes. Nesta figura estão representadas as variáveis que são utilizadas para a modelagem matemática e ainda a identificação de componente, diferenciadas entre si pelos índices 1, 2, 3, 4, A_1 , 5, 6, 7 A_2 e 8.

As variáveis Z , J e m correspondem ao número de dentes, momento de inércia e massa de cada componente, além de φ , S e r_t , referentes ao deslocamento angular, eixo de rotação e raio do transportador, respectivamente. Para a realização da modelagem, os corpos são considerados rígidos, e os eixos são abordados como molas lineares, com suas respectivas rigidez K_1 , K_2 e K_3 . são considerados apenas os movimentos de rotação de cada corpo, com exceção das planetárias, que apresentam ambos movimentos de rotação e translação.

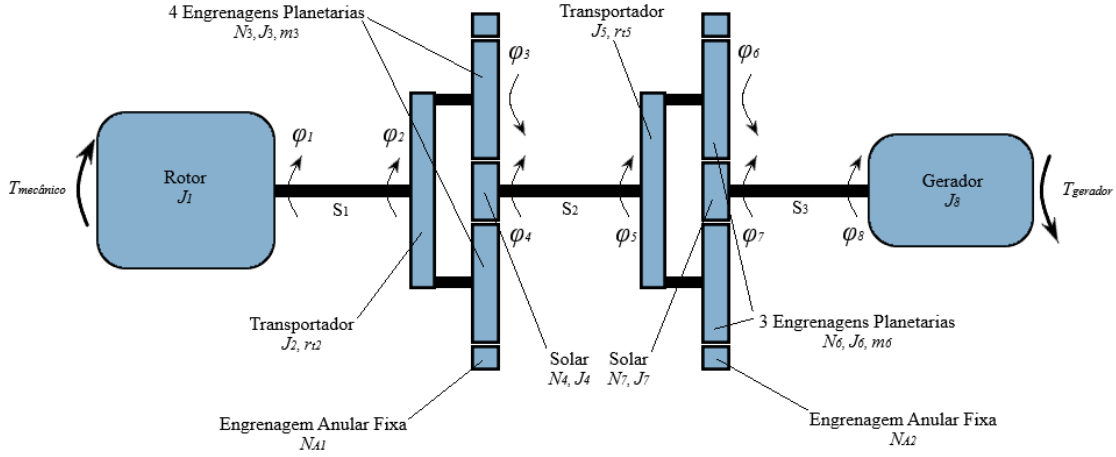


Figura 2 – Representação esquemática da caixa multiplicadora (Diniz, 2012).

Considerando a análise de energia do sistema, pode-se utilizar a equação de Lagrange, como base para a definição do modelo matemático.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (2.11)$$

onde E_c , U e F são as energias cinética, potencial e dissipada, respectivamente. Os deslocamentos angulares φ_i são representados por q_i , no qual o ponto acima deste denota a derivada do mesmo em função do tempo. Por fim, Q_i representa os torques aplicados ao sistema, sendo Q_1 referente ao torque de entrada T_{mec} e Q_8 ao torque de saída T_{ger} , para os demais sub-índices i entre 1 e 8, $Q_i = 0$.

Sendo assim, pode-se definir as energias cinética e potencial da seguinte forma:

$$E_{c_{rot}} = \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2, \quad (2.12)$$

$$E_{c_{TEP1}} = \frac{1}{2} J_2 \dot{\varphi}_2^2 + 4 \frac{1}{2} m_3 r_{t_2}^2 \dot{\varphi}_2^2 + 4 \frac{1}{2} J_3 \dot{\varphi}_3^2 + \frac{1}{2} J_4 \dot{\varphi}_4^2, \quad (2.13)$$

$$E_{c_{TEP2}} = \frac{1}{2} J_5 \dot{\varphi}_5^2 + 3 \frac{1}{2} m_6 r_{t_5}^2 \dot{\varphi}_5^2 + 3 \frac{1}{2} J_6 \dot{\varphi}_6^2 + \frac{1}{2} J_7 \dot{\varphi}_7^2, \quad (2.14)$$

$$E_{c_{ger}} = \frac{1}{2} J_8 \dot{\varphi}_8^2, \quad (2.15)$$

em que a energia cinética do sistema é

$$E_c = E_{c_{rot}} + E_{c_{TEP1}} + E_{c_{TEP2}} + E_{c_{ger}}, \quad (2.16)$$

e a energia potêncial elástica referente aos eixos é dada por

$$U = \frac{1}{2}K_1(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2}K_2(\varphi_4 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2}K_3(\varphi_7 - \varphi_8)^2, \quad (2.17)$$

Tomando em conta o primeiro trem, aplicando a equação 2.9, tem-se:

$$e = -\frac{Z_4 Z_3}{Z_3 Z_{A_1}} = \frac{Z_4}{Z_{A_1}}, \quad (2.18)$$

e pela equação 2.10

$$e = \frac{0 - \dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_2}, \quad (2.19)$$

Portanto, igualando as equações 2.18 e 2.19, obtém-se

$$\dot{\varphi}_4 = \left(1 + \frac{Z_{A_1}}{Z_4}\right) \dot{\varphi}_2 = \gamma_2 \dot{\varphi}_2, \quad (2.20)$$

Tem-se ainda a seguinte relação:

$$\frac{\dot{\varphi}_{32}}{\dot{\varphi}_{42}} = \frac{\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_2} = -\frac{Z_4}{Z_3}, \quad (2.21)$$

assim, substituindo a equação 2.20 na 2.21, resulta

$$\dot{\varphi}_3 = \left(1 - \frac{Z_{A_1}}{Z_3}\right) \dot{\varphi}_2 = \gamma_1 \dot{\varphi}_2, \quad (2.22)$$

Fazendo o mesmo processo para o segundo trem, obtém-se:

$$\dot{\varphi}_6 = \left(1 - \frac{Z_{A_2}}{Z_6}\right) \dot{\varphi}_5 = \gamma_3 \dot{\varphi}_5, \quad (2.23)$$

e

$$\dot{\varphi}_7 = \left(1 + \frac{Z_{A_2}}{Z_7}\right) \dot{\varphi}_5 = \gamma_4 \dot{\varphi}_5, \quad (2.24)$$

Com o auxílio das equações (2.20), (2.22), (2.23) e (2.24), pode-se definir as equações de energia cinética e potencial como

$$\begin{aligned} E_c = & \frac{1}{2} J_1 \dot{\varphi}_1^2 + \left[\frac{1}{2} J_2 + 2m_3 r_{t_2}^2 + 2J_3 \gamma_1^2 + \frac{1}{2} J_4 \gamma_2^2 \right] \dot{\varphi}_2^2 + \\ & + \left[\frac{1}{2} J_5 + 3\frac{1}{2} m_6 r_{t_5}^2 + 3\frac{1}{2} J_6 \gamma_3^2 + \frac{1}{2} J_7 \gamma_4^2 \right] \dot{\varphi}_5^2 + \frac{1}{2} J_8 \dot{\varphi}_8^2, \end{aligned} \quad (2.25)$$

$$U = \frac{1}{2} K_1 (\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} K_2 (\gamma_2 \varphi_2 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2} K_3 (\gamma_4 \varphi_5 - \varphi_8)^2, \quad (2.26)$$

Pode-se observar que ambas equações representam um sistema com 4 graus de liberdade e que as mesmas podem ser organizadas em um sistema de 4 equações com 4 incógnitas, desconsiderando a presença de dissipação de energia $F = 0$.

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + K_1 \varphi_1 - K_1 \varphi_2 = T_{mec} \\ [J_2 + 4m_3 r_{t_2}^2 + 4J_3 \gamma_1^2 + J_4 \gamma_2^2] \ddot{\varphi}_2 + [K_1 + \gamma_2^2 K_2] \varphi_2 - K_1 \varphi_1 - \gamma_2 K_2 \varphi_5 = 0 \\ [J_5 + 3m_6 r_{t_5}^2 + 3J_6 \gamma_3^2 + J_7 \gamma_4^2] \ddot{\varphi}_5 + [K_2 + \gamma_4^2 K_3] \varphi_5 - \gamma_2 K_2 \varphi_2 - \gamma_4 K_3 \varphi_8 = 0 \\ J_8 \ddot{\varphi}_8 + K_3 \varphi_8 - K_3 \gamma_4 \varphi_5 = T_{ger} \end{cases}, \quad (2.27)$$

Pode-se ainda escrever o sistema na forma matricial, agrupando em matrizes os termos referentes à inércia, rigidez e vetor de torque,

$$[J] \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + [K] \boldsymbol{\varphi} = [T] \quad (2.28)$$

ou ainda, de forma geral, considerando amortecimento:

$$[J] \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + [C] \dot{\boldsymbol{\varphi}} + [K] \boldsymbol{\varphi} = [T] \quad (2.29)$$

Para ambos os casos, o vetor deslocamento é dado por:

$$\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_5 \ \varphi_8]^T, \quad (2.30)$$

Desta forma temos as seguintes matrizes de inércia e rigidez e vetor de torque, respectivamente:

$$[J] = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + 4m_3r_{t_2}^2 + 4J_3\gamma_1^2 + J_4\gamma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_5 + 3m_6r_{t_5}^2 + 3J_6\gamma_3^2 + J_7\gamma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_8 \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

$$[K] = \begin{pmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + \gamma_2^2 K_2 & -\gamma_2 K_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 K_2 & K_2 + \gamma_4^2 K_3 & -\gamma_4 K_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 K_3 & K_3 \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

$$[T] = [T_{mec} \ 0 \ 0 \ -T_{ger}]^T, \quad (2.33)$$

Caso haja amortecimento nos eixos, pode-se descrever a energia de dissipação, na forma

$$F = \frac{1}{2}C_1(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + \frac{1}{2}C_2(\gamma_2\varphi_2 - \varphi_5)^2 + \frac{1}{2}C_3(\gamma_4\varphi_5 - \varphi_8)^2, \quad (2.34)$$

e sua matriz correspondente é

$$[C] = \begin{pmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + \gamma_2^2 C_2 & -\gamma_2 C_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 C_2 & C_2 + \gamma_4^2 C_3 & -\gamma_4 C_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 C_3 & C_3 \end{pmatrix}, \quad (2.35)$$

Por fim, obtida a equação do movimento do sistema em forma matricial (2.29), já é possível realizar análises numéricas para avaliar o comportamento do sistema.

2.2.2 Adimensionalização

Devido a dificuldade na integração numérica das equações diferenciais, causada pelas diferenças na ordem de grandeza das matrizes de inércia e rigidez, que exigem a utilização de passos extremamente pequenos, faz-se necessário o processo de adimensionalização para agilizar a compilação da rotina. Sem este processo, haveria dificuldade na

integração numérica das equações diferenciais, de forma que estas precisariam ser desenvolvidas em pequenos passos a fim de evitar erros de cálculo numérico. Para isto, há uma grande demanda de processamento do software, o que poderia inviabilizar uma vez que não só este tem suas limitações, como também o hardware utilizado.

Tomando por τ o tempo adimensional, tem-se:

$$\tau = \omega_n t \quad (2.36)$$

onde ω_n representa as frequências naturais do sistema e t o tempo. Desta forma pode-se escrever uma relação entre as derivadas

$$\frac{d}{dt} = \omega_n \frac{d}{d\tau} \quad (2.37)$$

e

$$\frac{d^2}{dt^2} = \omega_n^2 \frac{d^2}{d\tau^2} \quad (2.38)$$

Assim, pode-se reescrever a equação (2.29) na forma:

$$[J]\omega_n^2 \varphi'' + [C]\omega_n \varphi' + [K]\varphi = [T], \quad (2.39)$$

em que o símbolo apóstrofo denota a ordem da derivada em função de τ . Nesta representação o produto da matriz de inércia $[J]$ pela frequência natural ω_n , faz com que sua ordem de grandeza se aproxime daquela referente à matriz de rigidez $[K]$, eliminando o problema de integração exposto no início desta subseção.

2.2.3 Atrito Seco

Para que o modelo matemático elaborado seja mais fiel a realidade, deve-se considerar a presença do atrito seco. O atrito seco atua no sentido oposto ao da velocidade e possui módulo independente da velocidade e do deslocamento. Este pode ser interpretado como uma forma de amortecimento e portanto pode ser somada à equação do movimento (2.29), sendo definida como

$$[\mu] \operatorname{sgn}(\dot{\varphi}) \quad (2.40)$$

em que $[\mu]$ é a matriz que corresponde aos coeficientes de atrito de cada componente do sistema

$$[\mu] = \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_4 \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

Uma vez que a função $\text{sgn}(\dot{\varphi})$ apresenta descontinuidades, esta pode gerar erros na integração numérica da equação do movimento do sistema. Por este motivo, De Paula (2005) elaborou uma solução para o problema definida por:

$$\text{sgn}(\dot{\varphi}) = \frac{2}{\pi} \arctan(q \cdot \dot{\varphi}) \quad (2.42)$$

em que q deve assumir valores altos, da ordem de 10^6 . Deste modo, pode-se reescrever a equação do movimento do sistema (2.29), da seguinte forma:

$$[J]\ddot{\varphi} + [C]\dot{\varphi} + [K]\varphi + [\mu]\frac{2}{\pi}\arctan(q \cdot \dot{\varphi}) = [T] \quad (2.43)$$

Para intuito de simplificação, pode-se tomar a seguinte relação:

$$[\mu'] = \frac{2}{\pi}[\mu] \quad (2.44)$$

o que por fim, resulta na equação do movimento do sistema adimensionalizada no tempo, com a forma

$$[J]\omega_n^2\varphi'' + [C]\omega_n\varphi' + [K]\varphi + [\mu']\arctan(q \cdot \omega_n\varphi') = [T], \quad (2.45)$$

que representa a modelagem matemática da caixa multiplicadora na forma matricial, considerando a influência de atrito seco no sistema.

2.2.4 Vibração Torcional

A implementação de rigidez variável nos engrenamentos, é uma das formas de gerar uma vibração torcional no sistema eletromecânico. Este método foi escolhido dentre os demais devido as semelhanças de seu modelo matemático com o abordado neste trabalho. Os

componentes para os quais serão consideradas variações de rigidez são as engrenagens que compõe os trens epicicloidais da caixa multiplicadora, incluindo as engrenagens anulares. A modelagem matemática para a adaptação do sistema às novas condições, desenvolvida por Park (2012), foi aplicada conforme apresentado nas equações que se seguem.

Inicialmente, o deslocamento angular das planetárias é abordado em cada trem epicicloidal de forma relativa ao deslocamento angular de seus respectivos transportadores, seguindo a definição abordada na Figura 2

$$\varphi_{23i} = \varphi_{3i} - \varphi_2 \quad (2.46)$$

$$\varphi_{56i} = \varphi_{6i} - \varphi_5 \quad (2.47)$$

onde i identifica cada planetária dos trens epicicloidais, tomando valores de 1 a 4 para a primeira equação, referente ao primeiro TEP e de 1 a 3, na segunda, de acordo com as quantidades de engrenagens planetárias de cada TEP.

Além disto, foi considerada uma rigidez variável nos engrenamentos das planetárias com as engrenagens anular e solar em cada TEP, em séries de Fourier, como mostram as Equações (2.48) e (2.49):

$$k_{rp}(t) = k_{rp} + \frac{k_{rp}}{C_{rp}} \sum_{l=0}^{\infty} (a_{rp}^{(l)} \sin \omega_M^{(p)} t + b_{rp}^{(l)} \sin \omega_M^{(p)} t) \quad (2.48)$$

$$k_{sp}(t) = k_{sp} + \frac{k_{sp}}{C_{sp}} \sum_{l=0}^{\infty} (a_{sp}^{(l)} \sin \omega_M^{(p)} t + b_{sp}^{(l)} \sin \omega_M^{(p)} t) \quad (2.49)$$

em que k_{rp} , k_{sp} , C_{rp} e C_{sp} são valores médios referentes a rigidez e taxa de contato nos engrenamentos, entre anular-planetária e solar-planetária, respectivamente.

Os coeficientes a_{rp} , b_{rp} , a_{sp} e b_{sp} das séries de Fourier são definidos pela Equação (2.50):

$$\begin{cases} a_{rp}^{(l)} = -\frac{2}{l\pi} \sin[l\pi(C_{rp} - 2\gamma_{rp})] \sin(l\pi C_{rp}) \\ b_{rp}^{(l)} = -\frac{2}{l\pi} \cos[l\pi(C_{rp} - 2\gamma_{rp})] \sin(l\pi C_{rp}) \\ a_{sp}^{(l)} = -\frac{2}{l\pi} \sin[l\pi(C_{sp} - 2\gamma_{sp})] \sin(l\pi C_{sp}) \\ b_{sp}^{(l)} = -\frac{2}{l\pi} \cos[l\pi(C_{sp} - 2\gamma_{sp})] \sin(l\pi C_{sp}) \end{cases}, \quad (2.50)$$

Desconsiderando perdas generalizadas, pode-se tomar por nulas as razões de engrenamento γ_{rp} e γ_{sp} . As equações da modelagem matemática aproximada que define a

rigidez variável nos engrenamentos foram obtidas através de séries de Fourier (Park,2012). A frequência de engrenamento ou GMF (*Gear Mesh Frequency*), pode ser determinada para cada TEP em acordo com as relações cinemáticas, como:

$$\omega_{M_1} = \dot{\varphi}_2 N_{A_1} \quad (2.51)$$

$$\omega_{M_2} = \dot{\varphi}_5 N_{A_2} \quad (2.52)$$

Os deslocamentos relativos nos engrenamentos entre anular-planetárias e solar-planetárias em cada TEP, são definidos conforme:

$$\delta_{rpi} = r_{A_1} \varphi_{A_1} - r_{t_2} \varphi_2 - r_{3i} \varphi_{3i} \quad (2.53)$$

$$\delta_{spi} = r_4 \varphi_4 - r_{t_2} \varphi_2 - r_{3i} \varphi_{3i} \quad (2.54)$$

para o primeiro trem epicicloidal, e para o segundo

$$\delta_{rpi} = r_{A_2} \varphi_{A_2} - r_{t_5} \varphi_5 - r_{6i} \varphi_{6i} \quad (2.55)$$

$$\delta_{spi} = r_7 \varphi_7 - r_{t_5} \varphi_5 - r_{6i} \varphi_{6i} \quad (2.56)$$

Visto que as engrenagens anulares são fixas, os valores de φ_{A_1} e φ_{A_2} são nulos. Definidas as modificações, novamente a Equação de Lagrange é utilizada para definir da equação do movimento, onde as expressões referentes a energia potencial elástica nos engrenamentos serão somadas a energia potencial do sistema.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_{rp1} [r_{A_1} \varphi_{A_1} - r_{t_2} \varphi_2 - r_{3i} (\varphi_{23i} + \varphi_2)]^2 \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 k_{sp1} [r_4 \varphi_4 - r_{t_2} \varphi_2 - r_{3i} (\varphi_{23i} + \varphi_2)]^2 \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 k_{rp2} [r_{A_2} \varphi_{A_2} - r_{t_5} \varphi_5 - r_{6i} (\varphi_{56i} + \varphi_5)]^2 \\ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 k_{sp2} [r_7 \varphi_7 - r_{t_5} \varphi_5 - r_{6i} (\varphi_{56i} + \varphi_5)]^2 \end{array} \right\}, \quad (2.57)$$

O resultado após a aplicação da Equação de Lagrange pode definir a equação do movimento em sua forma matricial, onde os novos vetores deslocamento φ e torque T , além das matrizes de inércia e rigidez são dadas por:

$$\varphi = [\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_{23_1} \ \varphi_{23_2} \ \varphi_{23_3} \ \varphi_{23_4} \ \varphi_4 \ \varphi_5 \ \varphi_{56_1} \ \varphi_{56_2} \ \varphi_{56_3} \ \varphi_7 \ \varphi_8]^T, \quad (2.58)$$

$$[J] = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{23} & J_3 & J_3 & J_3 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_3 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_3 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_3 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{56} & J_6 & J_6 & J_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & J_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & J_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 & J_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_8 \end{pmatrix}, \quad (2.59)$$

em que J_{23} e J_{56} , são definidos por:

$$J_{23} = J_2 + 4m_3 r_{t_2}^2 + 4J_3 \quad (2.60)$$

$$J_{56} = J_5 + 3m_6 r_{t_5}^2 + 3J_6 \quad (2.61)$$

$$[K] = \begin{pmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & K_{2,4} & K_{2,5} & K_{2,6} & K_{2,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{3,2} & K_{3,3} & 0 & 0 & 0 & K_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{4,2} & 0 & K_{4,4} & 0 & 0 & K_{4,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{5,2} & 0 & 0 & K_{5,5} & 0 & K_{5,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{6,2} & 0 & 0 & 0 & K_{6,6} & K_{6,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{7,2} & K_{7,3} & K_{7,4} & K_{7,5} & K_{7,6} & K_{7,7} & K_{7,8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{8,7} & K_{8,8} & K_{8,9} & K_{8,10} & K_{8,11} & K_{8,12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{9,8} & K_{9,9} & 0 & 0 & K_{9,12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{10,8} & 0 & K_{10,10} & 0 & K_{10,12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{11,8} & 0 & 0 & K_{11,11} & K_{11,12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{12,8} & K_{12,9} & K_{12,10} & K_{12,11} & K_{12,12} & K_{12,13} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{13,12} & K_{13,13} \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

sendo esta uma matrix simétrica onde os termos correspondem as seguintes expressões:

$$\left\{ \begin{array}{ll}
 K_{1,1} = K_1 & K_{1,2} = -K_1 \\
 K_{2,2} = K_1 + 4k_{rp_1}(t)r_{A1}^2 + 4k_{sp_1}(t)r_4^2 & K_{2,3} = k_{rp_1}(t)r_{A1}r_3 - k_{sp_1}(t)r_4r_3 \\
 K_{2,4} = k_{rp_1}(t)r_{A1}r_3 - k_{sp_1}(t)r_4r_3 & K_{2,5} = k_{rp_1}(t)r_{A1}r_3 - k_{sp_1}(t)r_4r_3 \\
 K_{2,6} = k_{rp_1}(t)r_{A1}r_3 - k_{sp_1}(t)r_4r_3 & K_{2,7} = -4k_{sp_1}(t)r_4^2 \\
 K_{3,3} = k_{rp_1}(t)r_3^2 + k_{sp_1}(t)r_3^2 & K_{3,7} = k_{sp_1}(t)r_4r_3 \\
 K_{4,4} = k_{rp_1}(t)r_3^2 + k_{sp_1}(t)r_3^2 & K_{4,7} = k_{sp_1}(t)r_4r_3 \\
 K_{5,5} = k_{rp_1}(t)r_3^2 + k_{sp_1}(t)r_3^2 & K_{5,7} = k_{sp_1}(t)r_4r_3 \\
 K_{6,6} = k_{rp_1}(t)r_3^2 + k_{sp_1}(t)r_3^2 & K_{6,7} = k_{sp_1}(t)r_4r_3 \\
 K_{7,7} = 4k_{sp_1}(t)r_4^2 + K_2 & K_{7,8} = -K_2 \\
 K_{8,8} = K_2 + 3k_{rp_2}(t)r_{A2}^2 + 3k_{sp_2}(t)r_7^2 & K_{8,9} = k_{rp_2}(t)r_{A2}r_6 - k_{sp_2}(t)r_7r_6 \\
 K_{8,10} = k_{rp_2}(t)r_{A2}r_6 - k_{sp_2}(t)r_7r_6 & K_{8,11} = k_{rp_2}(t)r_{A2}r_6 - k_{sp_2}(t)r_7r_6 \\
 K_{8,12} = k_{rp_2}(t)r_{A2}r_6 - k_{sp_2}(t)r_7r_6 & K_{9,9} = k_{rp_2}(t)r_6^2 + k_{sp_2}(t)r_6^2 \\
 K_{9,12} = k_{sp_2}(t)r_7r_6 & K_{10,10} = k_{rp_2}(t)r_6^2 + k_{sp_2}(t)r_6^2 \\
 K_{10,12} = k_{sp_2}(t)r_7r_6 & K_{11,11} = k_{rp_2}(t)r_6^2 + k_{sp_2}(t)r_6^2 \\
 K_{11,12} = k_{sp_2}(t)r_7r_6 & K_{12,12} = 3k_{sp_2}(t)r_7^2 + K_3 \\
 K_{12,13} = -K_3 & K_{13,13} = K_3
 \end{array} \right. , \quad (2.63)$$

Por fim, devido as novas dimensões das componentes da equação do movimento, tem-se uma nova matrix dinâmica A , D , cujas dimensões são 26x26 e vetor B , além de uma nova matrix dos coeficientes de atrito $[\mu]$ e o novo vetor torque $[T]$, definidos por:

$$[\mu] = \begin{pmatrix}
 \mu_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \mu_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \mu_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \mu_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{10} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{11} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{12} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{13}
 \end{pmatrix} , \quad (2.64)$$

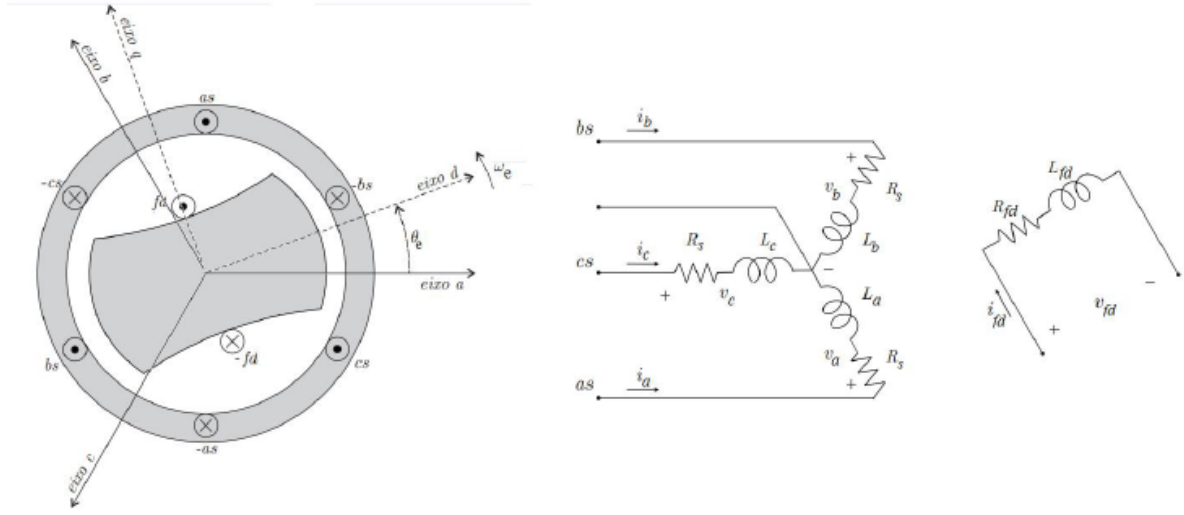


Figura 3 – Gerador síncrono de polos salientes trifásico com estator em estrela e dois pólos (Bernardes, 2009).

Os enrolamentos do estator, identificados por as , bs e cs , estão distribuídos senoidalmente e simetricamente espaçados 120° entre si. Cada um possui uma resistência R_s e suas respectivas indutâncias, L_a , L_b e L_c . Os enrolamentos possuem capacitâncias desprezíveis e são magneticamente acoplados de maneira que o fluxo magnético de cada um depende das correntes que percorrem os demais.

Os eixos magnéticos dos enrolamentos do estator são denominados pelas letra a , b e c , sendo os eixos magnéticos em quadratura q e direito d , correspondem aos enrolamentos do rotor. Os sentidos positivos para a corrente em cada enrolamento apresentam um "ponto" como simbologia, que representa a direção normal que sai do plano em direção ao leitor. De forma análoga, o sentido negativo apresenta uma "cruz" e representa a direção normal que se direciona do leitor para o plano.

Por fim, temos o ângulo elétrico θ_e e a velocidade angular do rotor ω_e . Para adaptar o modelo para PSMG, os circuitos do rotor são substituídos por elementos magnéticos, resultando no seguinte modelo dinâmico:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{pmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix}, \quad (2.66)$$

em que,

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_{cc} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{pm_a} \\ \psi_{pm_b} \\ \psi_{pm_c} \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

onde os termos representam:

- v_i : Tensão
- i_i : Corrente elétrica
- ψ_i : Fluxo magnético
- ψ_{pm_i} : Fluxo acoplado
- M_{ij} : Indutância mútua entre os elementos i e j referentes as fases

Ambas as equações 2.66 e 2.67 podem ser reescritas na forma compacta, como:

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_{abc} \quad (2.68)$$

e

$$\boldsymbol{\psi}_{abc} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \boldsymbol{\psi}_{pm_{abc}} \quad (2.69)$$

Para geradores síncronos de polos salientes, as indutâncias próprias de cada enrolamento são dependentes do cosseno do ângulo entre a posição do rotor e eixo magnético da fase, portanto tem-se

$$\begin{cases} L_{aa} = L_l + L_A + L_B \cos[2(\theta_e + 0)] \\ L_{bb} = L_l + L_A + L_B \cos[2(\theta_e - \frac{2\pi}{3})] \\ L_{cc} = L_l + L_A + L_B \cos[2(\theta_e + \frac{2\pi}{3})] \end{cases}, \quad (2.70)$$

onde:

- L_l é a indutância de dispersão, que representa o fluxo de dispersão que não atravessa o entreferro (*gap* de ar)(Oliveira, 2018).
- L_A é a parcela constante das indutâncias próprias do estator.
- L_B é a parcela variável das indutâncias próprias do estator.

Da mesma forma, pode-se definir as indutâncias mútuas

$$\begin{cases} M_{ab} = M_{ba} = -L_C + L_D \cos[2(\theta_e + \frac{\pi}{3})] \\ M_{bc} = M_{cb} = -L_C + L_D \cos[2(\theta_e - \pi)] \\ M_{ca} = M_{ac} = -L_C + L_D \cos[2(\theta_e - \frac{\pi}{3})] \end{cases}, \quad (2.71)$$

nas quais:

- L_C é a parcela constante das indutâncias mútuas do estator.
- L_D é a parcela variável das indutâncias mútuas do estator.

Porém, por se tratar de uma máquina com enrolamentos distribuídos de forma senoidal, as seguintes relações podem ser utilizadas:

$$L_C = \frac{L_A}{2} \quad (2.72)$$

e

$$L_D = L_B \quad (2.73)$$

Deste modo, as expressões para as indutâncias mútuas do estator podem ser reescritas nas formas:

$$\begin{cases} M_{ab} = M_{ba} = -\frac{L_A}{2} + L_B \cos[2(\theta_e + \frac{\pi}{3})] \\ M_{bc} = M_{cb} = -\frac{L_A}{2} + L_B \cos[2(\theta_e - \pi)] \\ M_{ca} = M_{ac} = -\frac{L_A}{2} + L_B \cos[2(\theta_e - \frac{\pi}{3})] \end{cases}, \quad (2.74)$$

Os fluxos magnéticos acoplados também são dependentes do ângulo elétrico θ_e e são definidas pelas equações (2.75)

$$\begin{cases} \psi_{pm_a} = \psi_{pm} \cos(\theta_e + 0) \\ \psi_{pm_b} = \psi_{pm} \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \\ \psi_{pm_c} = \psi_{pm} \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}, \quad (2.75)$$

em que ψ_{pm} é o fluxo magnético máximo presente nas fases do estator.

Isto é o necessário para definir o modelo dinâmico do gerador em função do ângulo elétrico θ_e . Contudo, é possível simplificar o modelo através da análise do sistema de coordenadas do rotor bifásico, uma vez que neste as indutâncias são independentes do ângulo elétrico e portanto, invariantes no tempo.

2.3.2 Modelagem matemática em coordenadas síncronas do rotor dq

Para a definição deste modelo, o sistema de coordenadas agora é fixado ao rotor, que possui o eixo d em fase com fluxo magnético do enrolamento fd presente no rotor. Ortogonal ao eixo direto d , tem-se o eixo em quadratura q . Como o sistema de coordenadas está fixado ao rotor, é considerado que este possui então uma velocidade angular ω_e . Juntamente com este sistema, é possível ver o ângulo θ_e , identificado entre o eixo d e o eixo da fase a , referente às coordenadas do estator, como mostra a Figura 4.

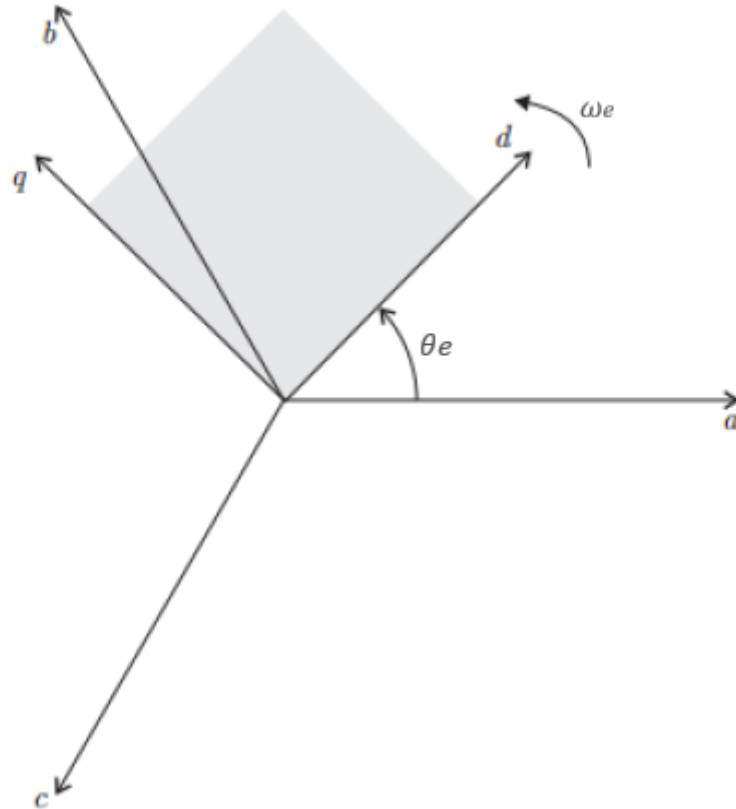


Figura 4 – Coordenadas Síncronas do rotor (Bernades, 2009).

Deste modo, é necessária a aplicação da Matriz de Transformação de Park, uma vez que esta pressupõe a transformação de vetores trifásicos em duas fases (eixos) em um referencial síncrono. Em resumo, sua função é transportar as variáveis referentes as coordenadas do estator para as coordenadas do rotor, definidas pelos eixos d e q .

Primeiramente, os vetores unitários das coordenadas do estator são decompostos nas direções dos eixos das coordenadas do rotor, como mostram as expressões à seguir:

$$\begin{cases} \hat{a} = \cos(\theta_e)\hat{d} - \sin(\theta_e)\hat{q} \\ \hat{b} = \cos(\frac{2\pi}{3} - \theta_e)\hat{d} + \sin(\frac{2\pi}{3} - \theta_e)\hat{q} = \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3})\hat{d} - \sin(\theta_e - \frac{2\pi}{3})\hat{q} , \\ \hat{c} = -\cos(\frac{\pi}{3} - \theta_e)\hat{d} - \sin(\frac{\pi}{3} - \theta_e)\hat{q} = \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3})\hat{d} - \sin(\theta_e + \frac{2\pi}{3})\hat{q} \end{cases} \quad (2.76)$$

onde os vetores unitários \hat{a} , \hat{b} , \hat{c} , \hat{d} e \hat{q} se referem ao eixos a , b , c , d e q , respectivamente.

Para que seja possível formar uma matriz de transformação inversível, é considerando um eixo nulo, denominado eixo 0, definido através de manipulação algébrica. Além disto, a nível de simplificação, é definido arbitrariamente que os vetores \hat{a} , \hat{b} e \hat{c} tenham magnitude igual à 1, na direção do eixo 0. Deste modo a equação (2.76) torna-se:

$$\begin{cases} \hat{a} = \cos(\theta_e)\hat{d} - \text{sen}(\theta_e)\hat{q} + \hat{z}_0 \\ \hat{b} = \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3})\hat{d} - \text{sen}(\theta_e - \frac{2\pi}{3})\hat{q} + \hat{z}_0, \\ \hat{c} = \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3})\hat{d} - \text{sen}(\theta_e + \frac{2\pi}{3})\hat{q} + \hat{z}_0 \end{cases} \quad (2.77)$$

em que o vetor unitário \hat{z}_0 representa a direção do eixo 0. Neste momento, a equação (2.77) pode ser escrita na forma matricial, como:

$$\mathbf{f}_{abc} = \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{f}_{dq0}, \quad (2.78)$$

na qual $\mathbf{f}_{abc} = [\hat{a} \ \hat{b} \ \hat{c}]$, $\mathbf{f}_{dq0} = [\hat{d} \ \hat{q} \ \hat{z}_0]$ e

$$\mathbf{A}_{dq0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & -\text{sen}(\theta_e) & 1 \\ \cos(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Contudo a equação (2.78) também pode ser escrita na forma:

$$\mathbf{f}_{dq0} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{f}_{abc}, \quad (2.80)$$

onde \mathbf{A}_{dq0} é a forma inversa da matriz \mathbf{A}_{dq0}^{-1} , definida por:

$$\mathbf{A}_{dq0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ -\text{sen}(\theta_e) & -\text{sen}(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) & -\text{sen}(\theta_e + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Esta matriz, por sua vez, é chamada de matriz de transformação de Park, que tem por função possibilitar a descrição das variáveis em coordenadas síncronas:

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{i}_{abc} \\ \mathbf{v}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{v}_{abc} \\ \boldsymbol{\psi}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \boldsymbol{\psi}_{abc} \\ \boldsymbol{\psi}_{pm_{dq}} = \mathbf{A}_{dq0} \boldsymbol{\psi}_{pm_{abc}} \end{cases}, \quad (2.82)$$

onde:

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{dq} = [i_d \ i_q]^T \\ \mathbf{v}_{dq} = [v_d \ v_q]^T \\ \boldsymbol{\psi}_{dq} = [\psi_d \ \psi_q]^T \\ \boldsymbol{\psi}_{pm_{dq}} = [\psi_{pm_d} \ \psi_{pm_q}]^T \end{cases}, \quad (2.83)$$

Uma vez que o sistema trifásico foi considerado equilibrado, como os termos referentes ao eixo 0 são nulos, não se faz necessário a descrição destes, portanto os mesmos foram omitidos. Vale acrescentar que sendo o eixo d coincidente com o fluxo magnético, temos que $\psi_{pm_q} = 0$ e por consequência, $\psi_{pm_d} = \psi_{pm}$. Aplicando as definições mostradas da equação (2.83) nas equações (2.68) e (2.69), tem-se:

$$\mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \frac{d}{dt} (\mathbf{A}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\psi}_{dq}) \quad (2.84)$$

e

$$\mathbf{A}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\psi}_{dq} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\psi}_{pm_{dq}} \quad (2.85)$$

isolando as variáveis de interesse, obtém-se:

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{R}_s \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{A}_{dq0} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \right) \boldsymbol{\psi}_{pm_{dq}} + \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \left(\frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_{pm_{dq}} \right) \quad (2.86)$$

e

$$\boldsymbol{\psi}_{dq} = \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \mathbf{A}_{dq0} \mathbf{A}_{dq0}^{-1} \boldsymbol{\psi}_{pm_{dq}} \quad (2.87)$$

Colocando de forma clara e simplificada, as equações (2.86) e (2.87) em sua forma matricial, são:

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega_e \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix}, \quad (2.88)$$

e a equação de fluxo magnético,

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_{pm} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Juntando ambas equações (2.88) e (2.89), obtém-se o modelo dinâmico do gerador síncrono de ímãs permanentes (PSMG):

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \psi_{pm} \end{bmatrix}, \quad (2.90)$$

ou em termos da derivada da corrente $\dot{\mathbf{i}}_{dq}$,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{\omega_e L_q}{L_q} \\ -\frac{\omega_e L_d}{L_d} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\omega_e \psi_{pm}}{L_q} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

em que.

$$\begin{cases} L_d = \frac{3}{2}(L_A + L_B) + L_l \\ L_q = \frac{3}{2}(L_A - L_B) + L_l \\ L_0 = L_l \end{cases} \quad (2.92)$$

Definidas as transformações necessárias, o sistema pode ser representado através do circuito equivalente, representado pela Figura 5:

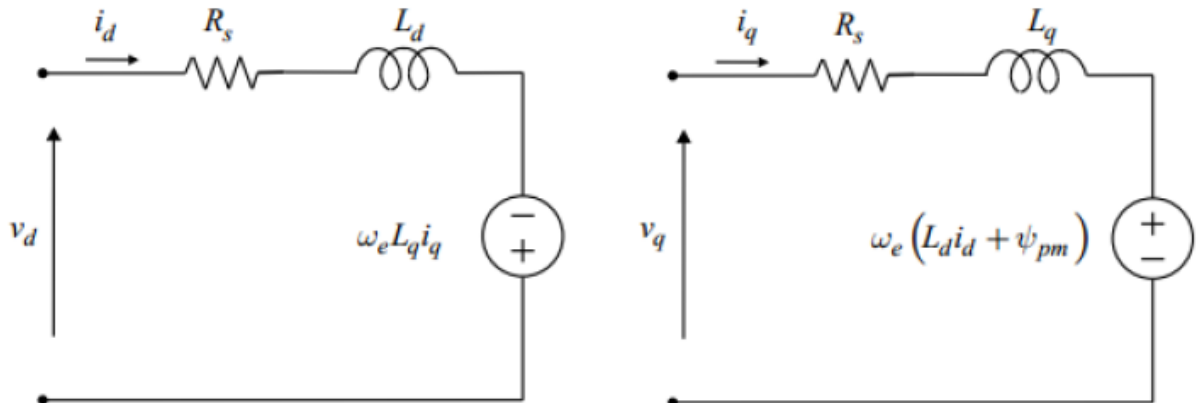


Figura 5 – Circuito equivalente dq do PMSG (Bernardes, 2009).

Para geradores eólicos, o parâmetro de maior importância é a potência elétrica que o mesmo é capaz de gerar, definida a partir da potência ativa

$$P_{ativa} = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c, \quad (2.93)$$

podendo ser apresentada também em coordenadas síncronas

$$P_{ativa} = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q). \quad (2.94)$$

Empregando a equação (2.90) de tensão definidas em coordenadas síncronas à potência ativa, obtém-se:

$$P_{ativa} = \frac{3}{2} \left[R_s(i_d^2 + i_q^2) + \left(i_d \frac{d}{dt} \psi_d + i_q \frac{d}{dt} \psi_q \right) + \omega_e (\psi_d i_d + \psi_q i_q) \right] \quad (2.95)$$

Nesta equação, o primeiro termo corresponde à potência dissipada pela resistência dos enrolamentos do estator, que pode também ser definida como perdas do cobre. O termo seguinte representa a variação de energia armazenada nas indutâncias. Por fim, o último termo se refere a potência elétrica proveniente da potência mecânica de entrada no rotor, denominada potência gerada ou potência eletromecânica:

$$P_e = \frac{3}{2} \omega_e (\psi_d i_d - \psi_q i_q) \quad (2.96)$$

em que a velocidade angular elétrica ω_e é:

$$\omega_e = \frac{N_p}{2} \omega_{mec} \quad (2.97)$$

em que ω_{mec} é a velocidade angular mecânica do eixo de saída da caixa multiplicadora em rad/s e N_p representa o número de polos. A potência elétrica gerada pode ser obtida através do produto entre o torque elétrico T_e e a velocidade angular mecânica ω_{mec} , como mostra a expressão:

$$P_e = T_e \omega_{mec} \quad (2.98)$$

Usando as equações (2.89), (2.96), (2.97) e (2.98) e isolando o torque elétrico, obtém-se a expressão para o conjugado elétrico.

$$T_e = \frac{3N_p}{4}[\psi_{pm}i_q + (L_d - L_q)i_d i_q] \quad (2.99)$$

Para esta equação, pode-se identificar os termos como sendo, o primeiro referente ao efeito gerado pelos imãs permanentes e o segundo é recorrente do conjugado da relutância.

2.3.3 Modelo incluindo carga resistiva e indutância

O modelo do gerador é ligeiramente modificado quando se considera uma carga de resistência R_L e indutância L_L conectada aos terminais do estator (Vásquez, 2014). A Figura 6 define a configuração deste modelo.

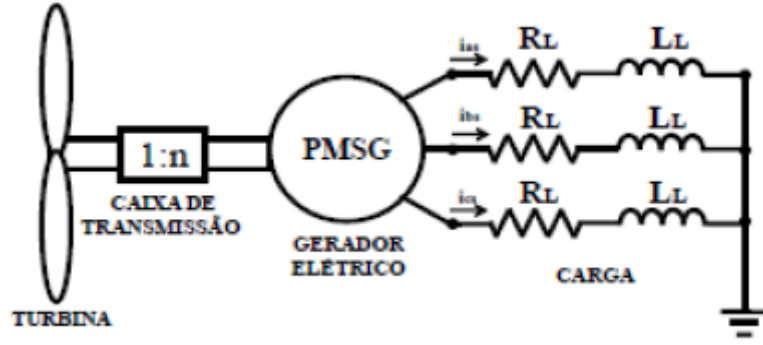


Figura 6 – Modelo dinâmico considerando uma carga conectada aos terminais do gerador (Vásquez, 2014).

As tensões nos terminais podem ser expressas em notação fasorial pelas seguintes expressões:

$$u_d + ju_q = (i_d + ji_q)(R_L + j\omega_e L_L) + L_L \frac{di_d}{dt} + jL_L \frac{di_q}{dt}, \quad (2.100)$$

outra forma:

$$\begin{cases} u_d = R_L i_d - \omega_e L_L i_q + L_L \frac{di_d}{dt} \\ u_q = R_L i_q + \omega_e L_L i_d + L_L \frac{di_q}{dt} \end{cases} \quad (2.101)$$

Tem-se ainda, pela 2ª Lei de Kirchhoff:

$$\begin{cases} u_d + v_d = 0 \\ u_q + v_q = 0 \end{cases} \quad (2.102)$$

Desta forma, utilizando as equações (2.90) e (2.101), substituindo-as na equação (2.102), obtém-se:

$$\begin{cases} (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s)i_d + (L_L + L_q)\omega_e i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s)i_q - (L_L + L_d)\omega_e i_d - \omega_e \psi_{pm} \end{cases} \quad (2.103)$$

Se considerarmos o modelo da caixa multiplicadora como um modelo simples, com apenas uma razão de transmissão e , pode-se definir seu rendimento η utilizando a 2ª Lei de Newton para a rotação mecânica ω_{mec} aplicada ao sistema, da seguinte forma:

$$J_G \frac{d\omega_{mec}}{dt} = \frac{\eta}{e} T_{mec} - T_e \quad (2.104)$$

Substituindo a equação (2.97) na equação (2.103) juntamente com a equação (2.104), obtém-se um sistema de equações diferenciais de 1ª ordem que definem o modelo do gerador PSMG considerando a condição em que há carga conectada aos seus terminais:

$$\begin{cases} (L_L + L_d) \frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s)i_d + (L_L + L_q) \frac{N_p}{2} \omega_{mec} i_q \\ (L_L + L_q) \frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s)i_q + (L_L + L_d) \frac{N_p}{2} \omega_{mec} i_d - \frac{N_p}{2} \omega_{mec} \psi_{pm} \\ J_G \frac{d\omega_{mec}}{dt} = \frac{\eta}{e} T_{mec} - T_e \end{cases} \quad (2.105)$$

3 Modelo Matemático Completo

Neste capítulo é realizado o acoplamento entre os componentes do sistema de transmissão eletromecânica de forma a unir as modelagens matemáticas de cada componente, apresentadas anteriormente, considerando a condição de rigidez constante com a finalidade de definir um modelo matemático que englobe o funcionamento do conjunto que compõe o sistema.

Primeiramente, é realizado o acoplamento entre a caixa multiplicadora e o gerador elétrico. Para tal, pode-se tomar as Equações (2.43) e (2.105), em que, pela definição do modelo a variável $\dot{\varphi}_8$ da caixa multiplicadora refere-se à velocidade mecânica angular ω_{mec} recebida pelo gerador, resultando em

$$\begin{cases} [J]\ddot{\varphi} + [C]\dot{\varphi} + [K]\varphi + [\mu']\arctan(q \cdot \dot{\varphi}) = [T] \\ (L_L + L_d)\frac{di_d}{dt} = -(R_L + R_s)i_d + (L_L + L_q)\frac{N_p}{2}\dot{\varphi}_8 i_q \\ (L_L + L_q)\frac{di_q}{dt} = -(R_L + R_s)i_q - (L_L + L_d)\frac{N_p}{2}\dot{\varphi}_8 i_d - \frac{N_p}{2}\dot{\varphi}_8 \psi_{pm} \end{cases} \quad (3.1)$$

sendo o vetor torque dado pela Equação (2.33) na qual o torque do gerador T_e é dado pela Equação (2.99), resultando em:

$$[T] = [T_{mec} \ 0 \ 0 \ -T_e]^T, \quad (3.2)$$

Deste modo, a relação entre os dois modelos matemáticos, da caixa multiplicadora e do gerador, está estabelecida. Feito isto, a adimensionalização é aplicada as equações resultantes, como mostra a Equação (3.3).

$$\begin{cases} [J]\omega_n^2 \varphi'' + [C]\omega_n \varphi' + [K]\varphi + [\mu']\arctan(q \cdot \omega_n \varphi') = [T] \\ (L_L + L_d)i_d' \omega_n = -(R_L + R_s)i_d + (L_L + L_q)\frac{N_p}{2}\varphi_8' \omega_n i_q \\ (L_L + L_q)i_q' \omega_n = -(R_L + R_s)i_q - (L_L + L_d)\frac{N_p}{2}\varphi_8' \omega_n i_d - \frac{N_p}{2}\varphi_8' \omega_n \psi_{pm} \end{cases} \quad (3.3)$$

em que, as matrizes $[J]$, $[C]$, $[K]$ e $[\mu']$ são conforme, apresentado anteriormente, pelas Equações (2.31), (2.35), (2.32) e (2.44)

$$[J] = \begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 + 4m_3r_{t_2}^2 + 4J_3\gamma_1^2 + J_4\gamma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_5 + 3m_6r_{t_5}^2 + 3J_6\gamma_3^2 + J_7\gamma_4^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_8 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$$[C] = \begin{pmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 \\ -C_1 & C_1 + \gamma_2^2 C_2 & -\gamma_2 C_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 C_2 & C_2 + \gamma_4^2 C_3 & -\gamma_4 C_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 C_3 & C_3 \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

$$[K] = \begin{pmatrix} K_1 & -K_1 & 0 & 0 \\ -K_1 & K_1 + \gamma_2^2 K_2 & -\gamma_2 K_2 & 0 \\ 0 & -\gamma_2 K_2 & K_2 + \gamma_4^2 K_3 & -\gamma_4 K_3 \\ 0 & 0 & -\gamma_4 K_3 & K_3 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

e

$$[\mu'] = \frac{2}{\pi} \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_4 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

Resta agora acoplar o rotor, utilizando as Equações (2.1), (2.5) e (2.6) relacionando-as com as expressões adimensionalizadas apresentadas ainda há pouco. Para isto, o torque mecânico T_{mec} é dado pela Equação (2.6), onde a velocidade angular do rotor ω_{rot} é equivalente à variável $\dot{\varphi}_1$ presente na modelagem matemática da caixa multiplicadora, resultando na Equação (3.8)

$$T_{mec} = \frac{\rho\pi r^2 V_0^3 C_p}{2\dot{\varphi}_1} \quad (3.8)$$

sendo C_p uma função de λ e β , em que a razão de velocidades é definida por:

$$\lambda = \frac{\dot{\phi}_1 r}{V_0} \quad (3.9)$$

Contudo, para quantificar o resultado do projeto é necessário definir a eficiência do mesmo, para que então seja possível verificar sua viabilidade. A Equação (3.10) apresenta a relação a ser calculada para a obtenção deste resultado

$$\eta = \frac{P_{ativa}}{P_{mec}} \quad (3.10)$$

em que a potência ativa P_{ativa} e a P_{mec} são definidas pelas Equações (2.93) e (2.1), respectivamente.

4 Simulações

4.1 Rotor

A realização da análise do rotor tem por objetivo determinar um coeficiente de potência C_p , para um dado valor de ângulo de passo β e uma razão de velocidades λ , referentes à geometria das pás da turbina. A partir disto, é possível definir o torque mecânico de entrada utilizado nas simulações.

Um estudo feito por Sloomweg (2003) mostra que turbinas eólicas comerciais apresentam curvas de coeficientes de potência bastante similares com as que são definidas através da equação (2.3), fato que faz desnecessário o desenvolvimento de uma nova aproximação. Os valores para as constantes da referida equação são definidos por Sloomweg (2003) conforme apresentado na Tabela 1, referentes a uma turbina eólica comercial de velocidade variável.

Tabela 1 – Constantes de aproximação da curva de potência.

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9
0,73	151	0,58	0.002	2,14	13,2	18,4	-0,02	-0,003

A partir destes dados e da equação (2.3), Ohara (2014) definiu as seguintes curvas do coeficiente de potência em função da razão de velocidades λ e de diferentes valores de ângulo de passo β , conforme mostrado na Figura (7).

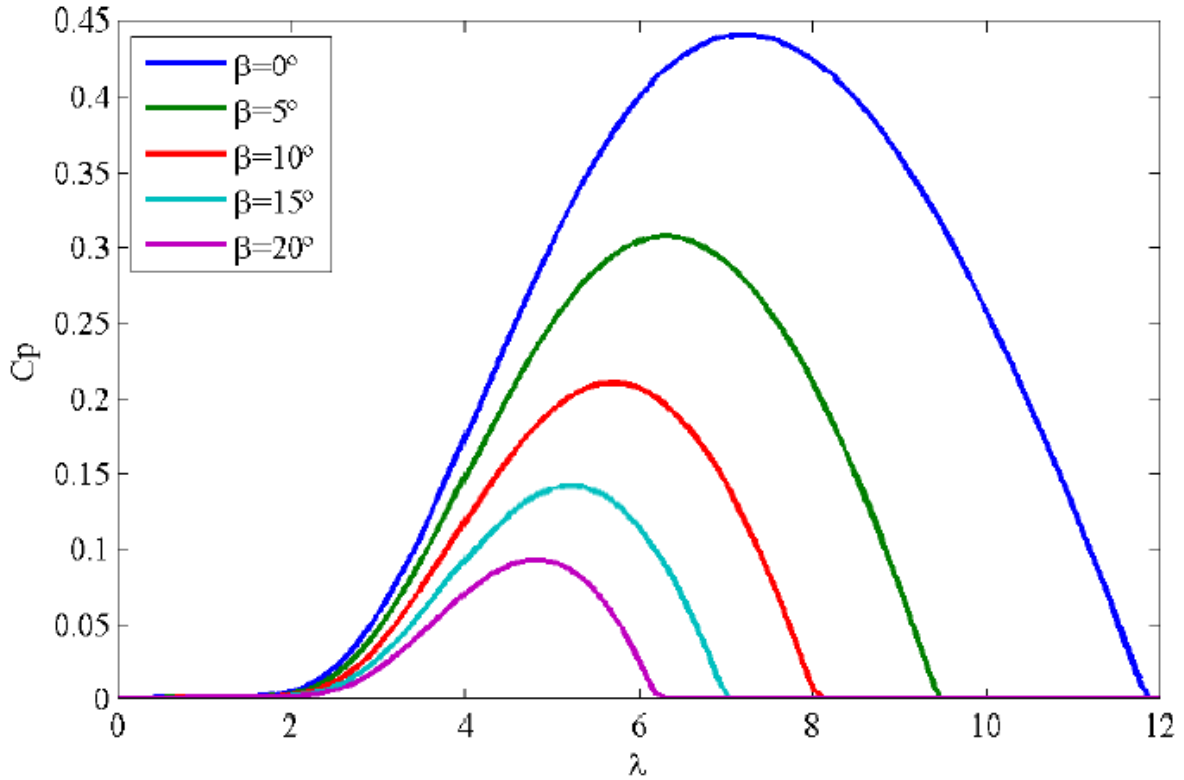


Figura 7 – Coeficiente de potência em função de λ e β (Ohara, 2014).

As curvas nos permite observar que o coeficiente de potência assume diversos valores, para um mesmo valor de λ , de forma a alcançar maiores valores conforme menor for o valor de β . Desta forma, pode-se dizer que o valor máximo de $C_p = 0,44$ ocorre quando tem-se $\beta = 0$ e $\lambda \approx 7,15$ (Ohara, 2014).

Quanto aos parâmetros físicos do rotor são usados os referentes ao modelo V82 - 1,65 MW - HH70 da fabricante Vestas (Vestas, 2014), devido ao parque eólico de maior potencial no Brasil, o Alegria, utilizar 92 turbinas deste modelo (Eólica, 2014). Os dados referentes ao rotor utilizado nas simulações, encontra-se na Tabela 2.

Tabela 2 – Dados de entrada do rotor da fabricante Vestas.

Inércia J (Kg.m ²)	$1,2 \cdot 10^7$
Número de pás	3
Comprimento da pá L_{pa} (m)	40
Raio da área de base da pá r_{pa} (H)	1,5
Massa da pá m_{pa} (kg)	7500
Ângulo de passo β (°)	5

4.2 Caixa Multiplicadora

Para fins de validação da modelagem do sistema, é feita uma simulação desconsiderando o torque resistivo do gerador e a influência de atrito seco. Deste modo, é possível

obter a resposta livre do sistema a partir de um torque inicial em forma de impulso, que é aplicado pelo rotor. Para isto, são utilizados os dados fornecidos pela TGM, fabricante do modelo de aerogerador abordado neste trabalho, tomando em conta os valores apresentados pela curva de torque, bem como os valores referentes às características dos componentes da caixa multiplicadora, conforme mostra a Tabela 3.

Tabela 3 – Dados da caixa multiplicadora TGM e componentes do aerogerador

Componente	Quantidade	Massa (kg)	Inércia (kg.m ²)	N ^o de Dentes (Z)	Diâmetro (mm)	Comprimento (mm)
Eixo de Entrada	1	—	—	—	340	710
Transportador 2	1	—	160,9612	—	676	—
Planetárias 3	4	20,64	5,7649	25	—	—
Solar 4	1	—	2,2026	17	—	—
Anular 1	1	—	—	67	—	—
Eixo Intermediário	1	—	—	—	220,5	438,75
Transportador 5	1	—	53,0721	—	588	—
Planetárias 6	3	11,0867	3,2232	42	—	—
Solar 7	1	—	0,1765	17	—	—
Anular 2	1	—	—	100	—	—
Eixo de saída	1	—	—	—	113,25	265,5

As Equações (4.1) e (4.2) definem o cálculo da rigidez dos eixos, sendo o amortecimento dos mesmos equivalentes à 0,05% da rigidez, conforme definido por Todorov (2009).

$$K = \frac{\pi G d_{eixo}^4}{32 L_{eixo}} \quad (4.1)$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (4.2)$$

em que E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson, com valores de 205 GPa e 0,29, respectivamente.

A partir dos valores, obtem-se as seguintes matrizes:

$$[J] = \begin{pmatrix} 1,2 \cdot 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 289 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 83 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,163 \end{pmatrix} Kgm^2, \quad (4.3)$$

$$[C] = \begin{pmatrix} 734,1 & -734,1 & 0 & 0 \\ -734,1 & 5864,9 & -1038,4 & 0 \\ 0 & -1038,4 & 1354,8 & -166,3 \\ 0 & 0 & -166,3 & 24,2 \end{pmatrix} 10^2 N.m/rad, \quad (4.4)$$

$$[K] = \begin{pmatrix} 146,8 & -146,8 & 0 & 0 \\ -146,8 & 1173 & -207,7 & 0 \\ 0 & -207,7 & 271 & -33,3 \\ 0 & 0 & -33,3 & 4,8 \end{pmatrix} 10^6 N.m.s/rad \quad (4.5)$$

Com estes valores é possível obter a resposta do sistema dadas as condições iniciais e os torques de entrada e saída, ao substituí-los na Equação (2.39).

4.2.1 Frequências Naturais e Matriz Modal

Para a determinação das frequências naturais e matriz modal, considera-se o sistema livre, sem influência do amortecimento e forças externas. Deste modo a Equação (2.39) fica:

$$[J]\omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}'' + [K]\boldsymbol{\varphi} = 0, \quad (4.6)$$

que pode ser escrita na forma

$$\omega_n^2 \boldsymbol{\varphi}'' = [J]^{-1}[K]\boldsymbol{\varphi}, \quad (4.7)$$

Assim é possível encontrar as frequências naturais e também os modos de vibração ao solucionar os problemas de autovalores e autovetores, resultando nos seguintes valores:

$$\boldsymbol{\omega}_n = [0,00 \quad 36,57 \quad 336,14 \quad 906,86]^T Hz \quad (4.8)$$

$$[U] = \begin{pmatrix} 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -0,02 & -0,06 & 0,00 \\ 0,00 & -0,10 & 0,03 & -0,03 \\ 0,01 & -0,69 & 0,26 & 2,36 \end{pmatrix} rad \quad (4.9)$$

Os resultados numéricos referente as grandezas apresentadas nesta seção, sob condições de rigidez variável, encontram-se no Anexo A.

4.2.2 Caixa multiplicadora sem torque resistivo do gerador e com atrito seco

Nesta seção, se apresenta a análise do comportamento da caixa multiplicadora considerando a presença de atrito seco, uma vez que sem este os elementos da caixa multiplicadora continuariam a se mover indefinidamente. Neste contexto, é possível definir uma simulação mais próxima do real onde os elementos da caixa cessariam seu movimento após um intervalo finito de tempo.

Os resultados numéricos encontrados na seção anterior podem ser utilizados para resolver a Equação (2.39), que pode ser reescrita a partir da realização no espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \varphi' \\ \ddot{\varphi} = -J^{-1}K\omega_n^{-2}\varphi - J^{-1}C\omega_n^{-1}\dot{\varphi} + J^{-1}\omega_n^{-2}T \end{cases} \quad (4.10)$$

em que, o vetor de estados é definido por:

$$\mathbf{y} = [\varphi \quad \varphi']^T. \quad (4.11)$$

Pode-se então definir a equação do movimento do sistema no espaço de estados da forma

$$\mathbf{y}' = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{B} + \mathbf{D}\arctan(q\omega_n\mathbf{y}) \quad (4.12)$$

em que A é a matriz dinâmica do sistema:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -J^{-1}K\omega_n^{-2} & -J^{-1}C\omega_n^{-1} \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

dada em função da inércia J , da rigidez K e do amortecimento C , sendo I a matriz identidade. B e D são o vetor e a matriz, dados respectivamente, por:

$$B = [0 \quad J^{-1}\omega_n^{-2}T]^T, \quad (4.14)$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -J^{-1}\mu' \omega_n^{-2} \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Os coeficientes de atrito μ apesar de serem possíveis de se obter experimentalmente, foram definidos para as simulações com valores proporcionais a 1% do amortecimento viscoso C . Resolvendo então a Equação (4.12) para a modelagem matemática da caixa multiplicadora, obtém-se a resposta no tempo de todas as variáveis de estado.

4.3 Gerador

Os dados considerados para o gerador, os quais foram utilizados nas simulações, estão em acordo com os dados fornecidos pelo fabricante Alxion bem como os parâmetros calculados por Oliveira (2018), conforme a Tabela 4

Tabela 4 – Dados de entrada do gerador Alxion e demais parâmetros utilizados (Oliveira, 2018).

Inércia J (Kg.m ²)	163.10^{-3}
Número de pares de polos	12
Fluxo Magético ψ_{pm} (Wb)	0,248
Parcela constante das indutâncias próprias do estator L_A (H)	$1,53.10^{-3}$
Parcela constante das indutâncias mútuas do estator L_B (H)	$3,27.10^{-5}$
Indutância de dispersão de uma fase do estator L_l (H)	0
Indutância de Eixo Direto L_d (H)	$2,34.10^{-3}$
Indutância de Eixo em Quadratura L_q (H)	$2,25.10^{-3}$
Resistência do Estator R_s (Ω)	0,160
Carga Indutiva acoplada L_L (H)	0
Carga Resistiva acoplada R_L (Ω)	8,1

O valor utilizado referente a resistência do estator, foi obtido a partir de um ajuste devido à temperatura de operação. O fabricante disponibilizou especificamente as medições entre cada dois terminais do estator, conforme apresentado.

$$\begin{cases} R_a + R_b = R_{a+b} = 0,292 \Omega \\ R_b + R_c = R_{b+c} = 0,292 \Omega \\ R_c + R_a = R_{c+a} = 0,292 \Omega \end{cases} \quad (4.16)$$

como todas as resistências apresentam o mesmo valor, podemos então defini-las da seguinte forma

$$R_a = R_b = R_c = \frac{0,292}{2} = 0,146 \Omega \quad (4.17)$$

Este resultado é condizente com a resistência nominal de $0,15 \Omega$ do estator disponibilizado pelo fabricante.

Contudo, considerando o valor encontrado, uma temperatura ambiente de $T_1 = 20^\circ$, uma temperatura de operação $T_2 = 45^\circ$ e a constante do material de $K_{cobre} = 234,5$ para o cobre, podemos definir um valor $R_s = 0,160 \Omega$ ajustado a partir de Oliveira (2018):

$$R_{ajustada} = R * \frac{K_{cobre} + T_2}{K_{cobre} + T_1} \quad (4.18)$$

Em posse dos dados necessários, referentes ao rotor da turbina, a caixa multiplicadora e ao gerador, foram realizadas simulações a fim de validar a modelagem deste trabalho, comparando os resultados obtidos pelos ensaios laboratoriais realizados por Oliveira (2018).

4.4 Resultados

Para garantir que as condições utilizadas nas simulações fossem o mais próximo possível daquelas referentes aos ensaios laboratoriais de Oliveira (2018), foi feita a análise dos parâmetros utilizados por este, bem como as características da bancada apresentada pela Figura (8) na qual o ensaio foi executado.



Figura 8 – Conjunto eletromecânico, constituído por MIT, acoplamentos e PMSG, existentes no LQEE (Oliveira, 2018).

A Figura (8) mostra que a bancada utilizada por Oliveira (2018) é composta por um motor elétrico para simular a potência mecânica gerada pelo rotor de um aerogerador. Devido à isto, as duas caixas de engrenagens acopladas ao conjunto estão operando como redutor e multiplicador, respectivamente. Isto é justificado pelo

fato de que o motor utilizado para simular a turbina, atinge rotações muito superiores às aquelas recorrentes em um aerogerador em funcionamento. Os resultados oriundos do ensaio desta bancada são utilizados em caráter comparativo àqueles obtidos com simulação computacional desenvolvida neste trabalho.

Desta forma, toda a multiplicação da rotação é realizada pela segunda caixa de engrenagens, que a faz em uma razão de 1:27. Esta razão, comparada a do sistema da caixa multiplicadora utilizada como base para a modelagem matemática deste trabalho, é aproximadamente menor, fato que foi considerado na compatibilização das condições de ensaio com as simulações.

Outro fator levado em consideração, foi a rotação máxima representada pelos gráficos obtidos por Oliveira (2018) no ensaio laboratorial. Segundo Oliveira (2018), devido às limitações físicas do conjunto motor-eixo que aciona o gerador, só foi possível alcançar velocidades angulares no gerador de aproximadamente 663,75 rpm.

Tanto esta quanto a constatação anterior, foram consideradas na aproximação de um valor para a velocidade do vento necessária para atender às condições existentes no ensaio laboratorial.

Para a obtenção dos resultados foram feitas simulações com a velocidade do vento constante igual a 10 m/s, uma vez que esta velocidade atrelada ao máximo valor do coeficiente de potência $C_p(\lambda, \beta)$, alcançado pela geometria das pás nestas condições, permite que o gerador alcance valores próximos ao limite especificado no ensaio laboratorial.

Os resultados da simulação, foram utilizados na elaboração dos gráficos das Figuras (9, 10, 12 e 14).

A primeira análise feita, foi a determinação do comportamento do sistema frente à condição de atrito seco e ausência de torque resistivo do gerador. Nesta foram avaliados os deslocamentos e velocidades angulares dos componentes da caixa multiplicadora, considerando a exposição do conjunto ao vento com a velocidade constante de 10 m/s.

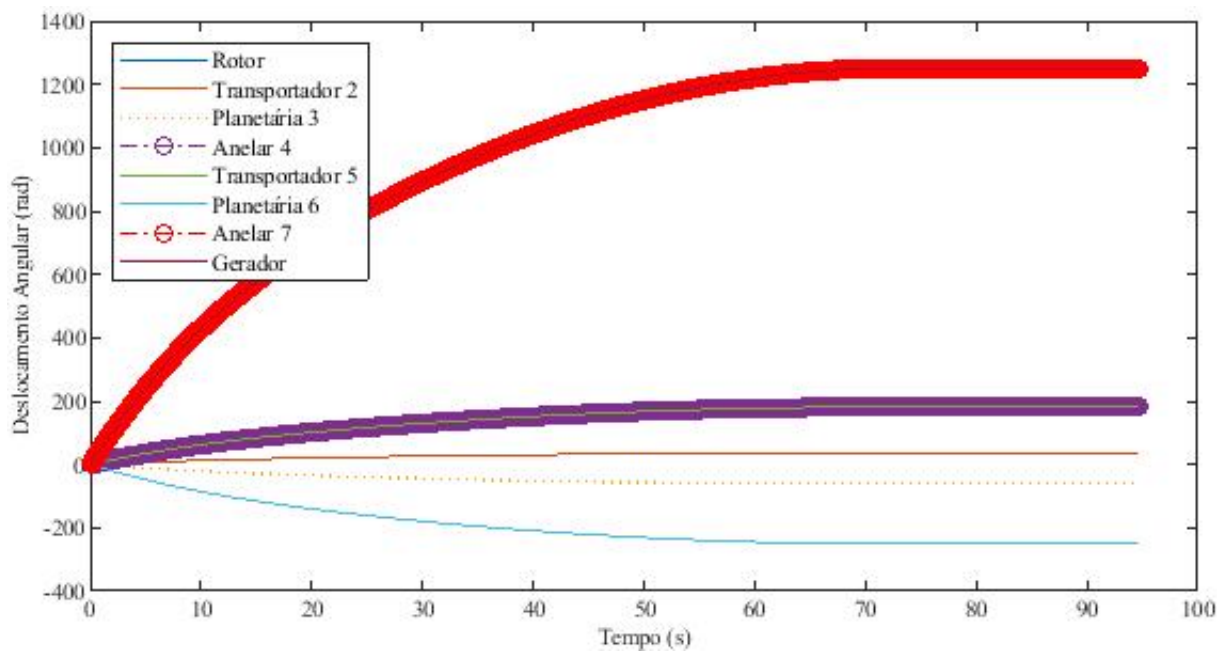


Figura 9 – Deslocamento angular dos componentes do sistema sem torque resistivo do gerador e com atrico seco.

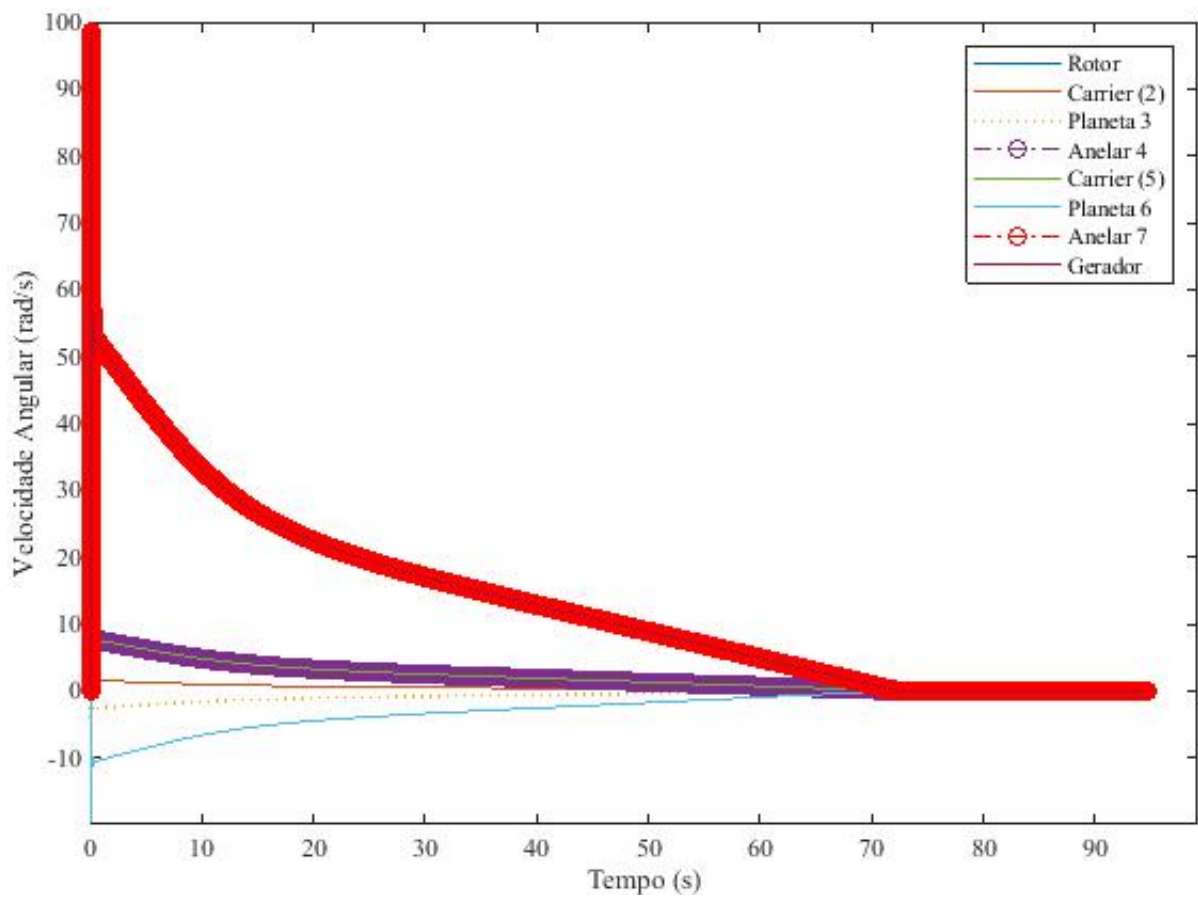


Figura 10 – Velocidade angular dos componentes do sistema sem torque resistivo do gerador e com atrico seco.

As Figuras (11) a (14) apresentam um comparativo entre os resultados obtidos por Oliveira (2018) da simulação de corrente eficaz em A e potência ativa P_{ativa} em W em diferentes faixas de rotação do gerador ω_{ger} , em rpm.

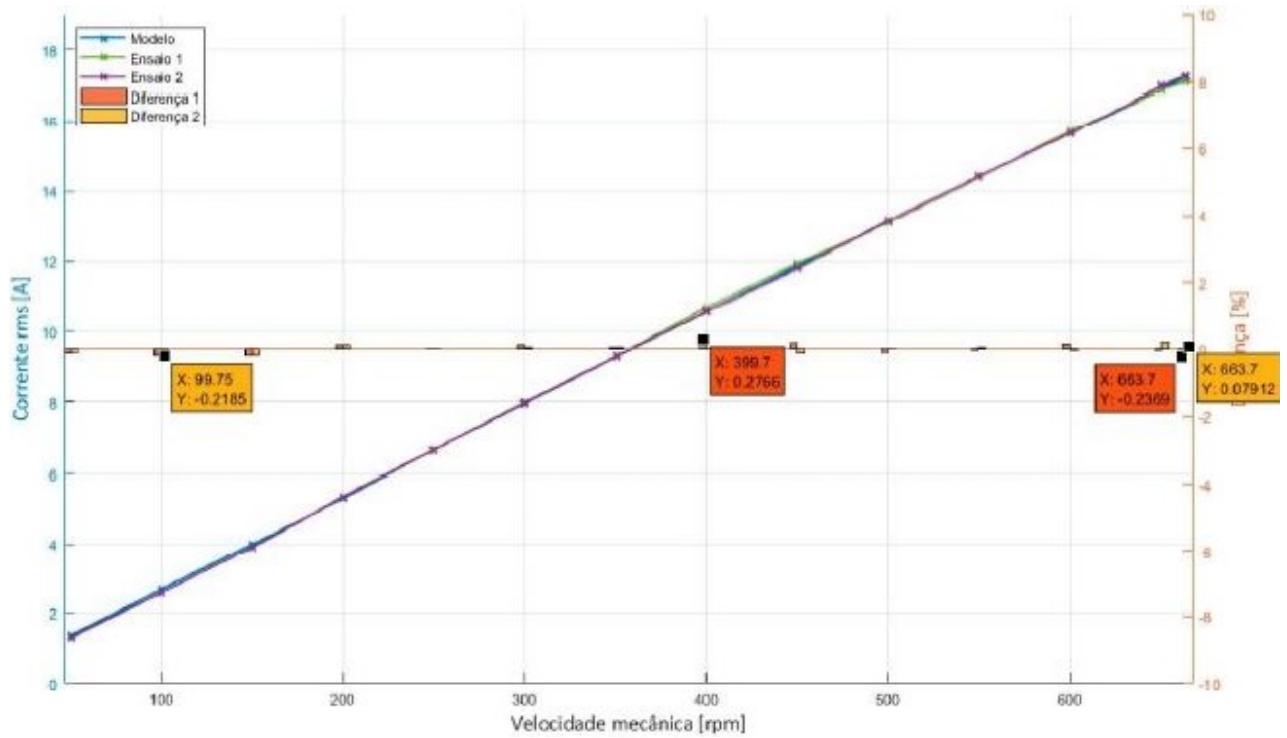


Figura 11 – Resultado de corrente eficaz de saída I_{rms} (A) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido por Oliveira (2018).

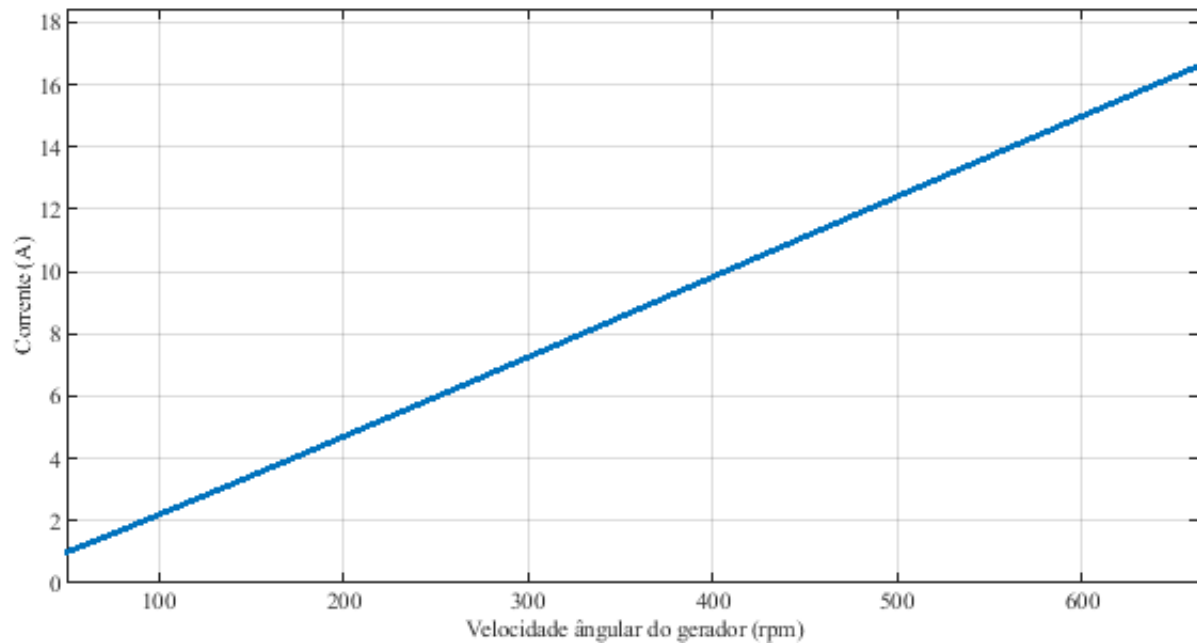


Figura 12 – Resultado de corrente eficaz de saída I_{rms} (A) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido pela simulação com rigidez constante.

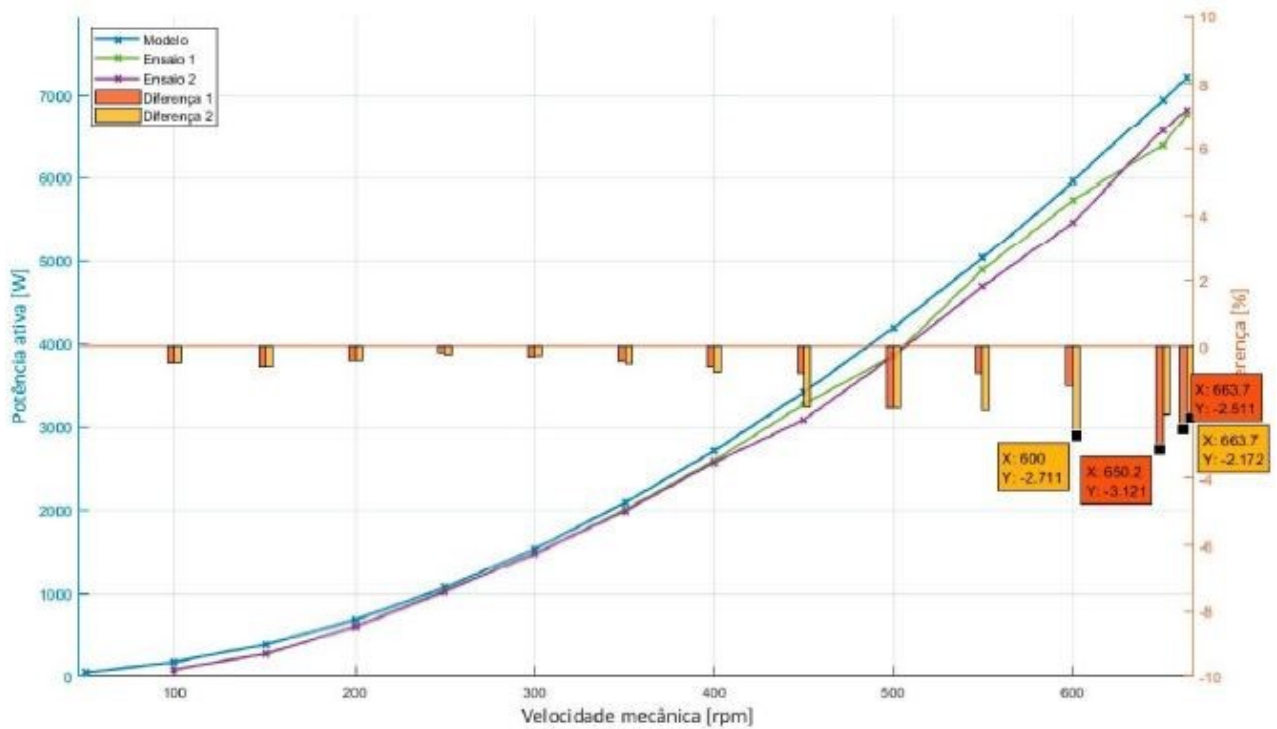


Figura 13 – Resultado de potência ativa de saída P_{ativa} (W) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido por Oliveira (2018).

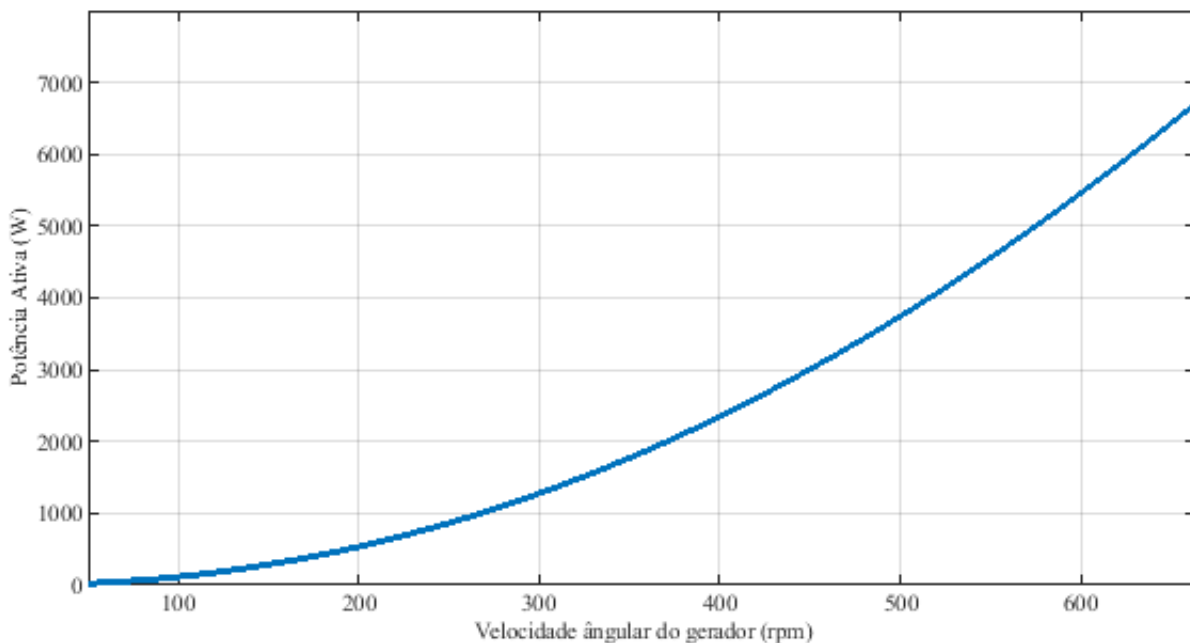


Figura 14 – Resultado de potência ativa de saída P_{ativa} (W) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm), obtido pela simulação com rigidez constante.

Os resultados apresentaram valores coerentes com o esperado e em acordo com outros trabalhos desenvolvidos no estudo de sistemas de transmissão eletromecânica, presentes na literatura, e ainda com as referências utilizadas neste trabalho. Vale ressaltar que os valores de potência ativa obtidos, mostraram-se mais próximo aos resultados provenientes de ensaio laboratorial que o modelo utilizado por Oliveira (2018), cujo texto aponta

dados de rotação nominal do gerador de 800 rpm, informado pelo fabricante (Oliveira, 2018), para o qual a corrente eficaz atinge valores em torno de 20 A.

4.4.1 Sistema sob condições de Rigidez Variável

Os resultados da simulação do sistema sob efeito da rigidez variável na caixa de transmissão foram obtidos avaliando o sistema sob as mesmas condições de velocidade do vento utilizadas na simulação com rigidez constante. A Tabela (5) mostra valores das constantes necessárias para o cálculo da rigidez variável (Park, 2012).

Tabela 5 – Valores das constantes de rigidez e taxas de contato entre as engrenagens da caixa multiplicadora.

Rigidez do engrenamento anular-planetária k_{rp} (N/m)	$0,73 \cdot 10^8$
Rigidez do engrenamento solar-planetária k_{sp} (N/m)	$0,73 \cdot 10^8$
Taxa de contato do engrenamento anular-planetária C_{rp} (N/m)	1,9342
Taxa de contato do engrenamento solar-planetária C_{sp} (N/m)	1,6242

Devido a necessidade de redução do tempo de processamento, os valores dos coeficientes a_{rp} , b_{rp} , a_{sp} e b_{sp} das séries de Fourier, foram calculados tomando o valor $l = 1$, o que elimina o somatório apresentado nas Equações (2.48) e (2.49). Vale acrescentar ainda que para a simulação numérica foi necessário utilizar o módulo da equação da rigidez variável, uma vez que de outro modo a equação oscilava em torno de zero. Acredita-se que este resultado possa ser proveniente da simplificação utilizada para o cálculo das variáveis a e b presentes nas equações 2.48 e 2.49.

Quanto a dissipação de energia do sistema, optou-se por utilizar uma matriz de amortecimento proporcional a matriz de inércia em que $[C] = 0,0005[J]$, embora esta componente seja nula no modelo de Park (2012). Para as condições abordadas, a rigidez variável no tempo se comporta conforme apresentado nas Figuras de (15) a (16).

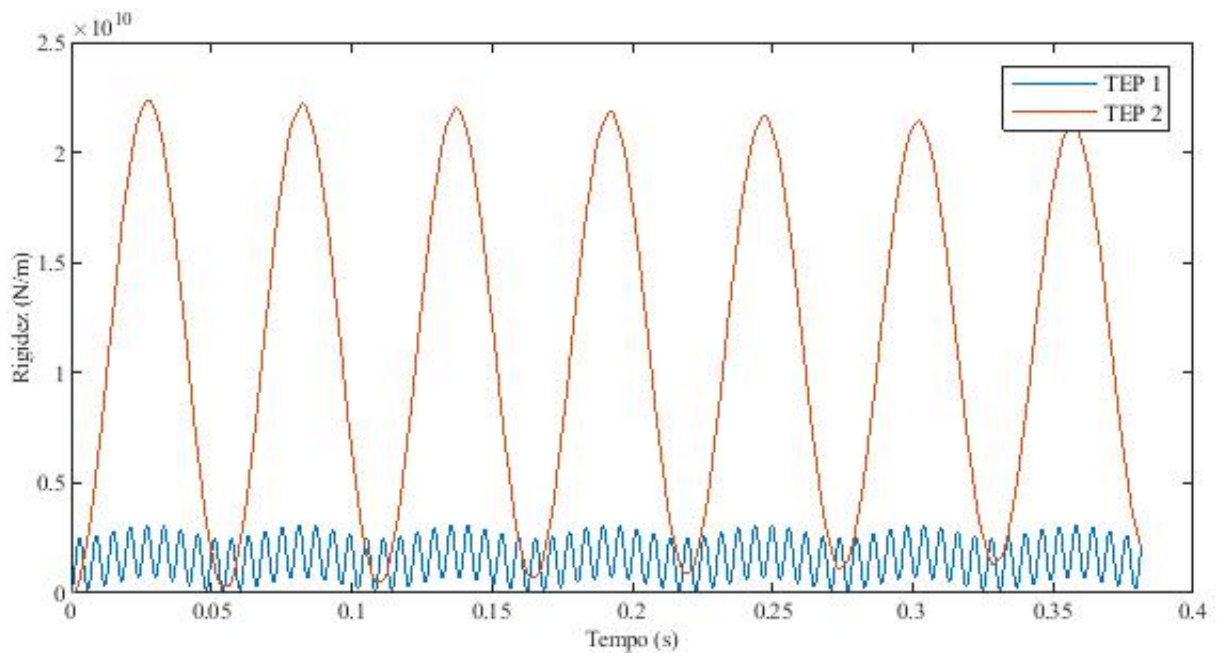


Figura 15 – rigidez variável nos engrenamentos entre planetárias e anulares $k_{rp}(t)$ (N/m.s)

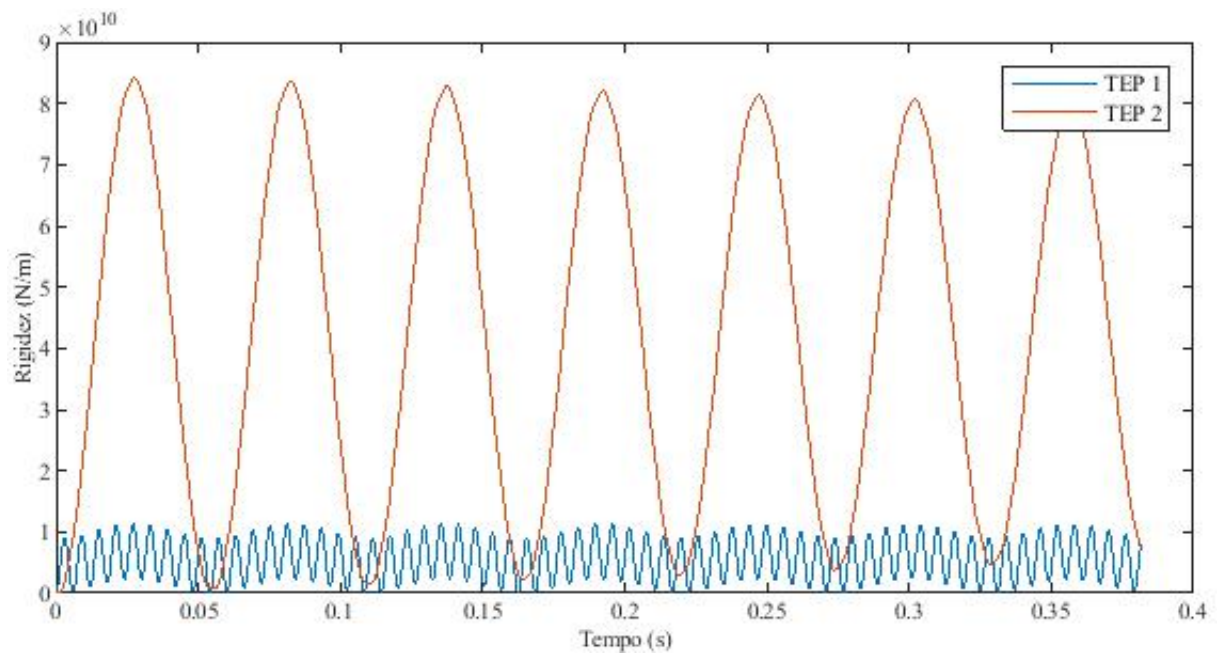


Figura 16 – rigidez variável nos engrenamentos entre planetárias e solares $k_{sp}(t)$ (N/m.s)

Os resultados de potência ativa e corrente eficaz obtidos do modelo com rigidez variável foram comparados com os resultados do primeiro modelo abordado, referentes a estes mesmos parâmetros, como mostram as Figuras de (17) a (18).

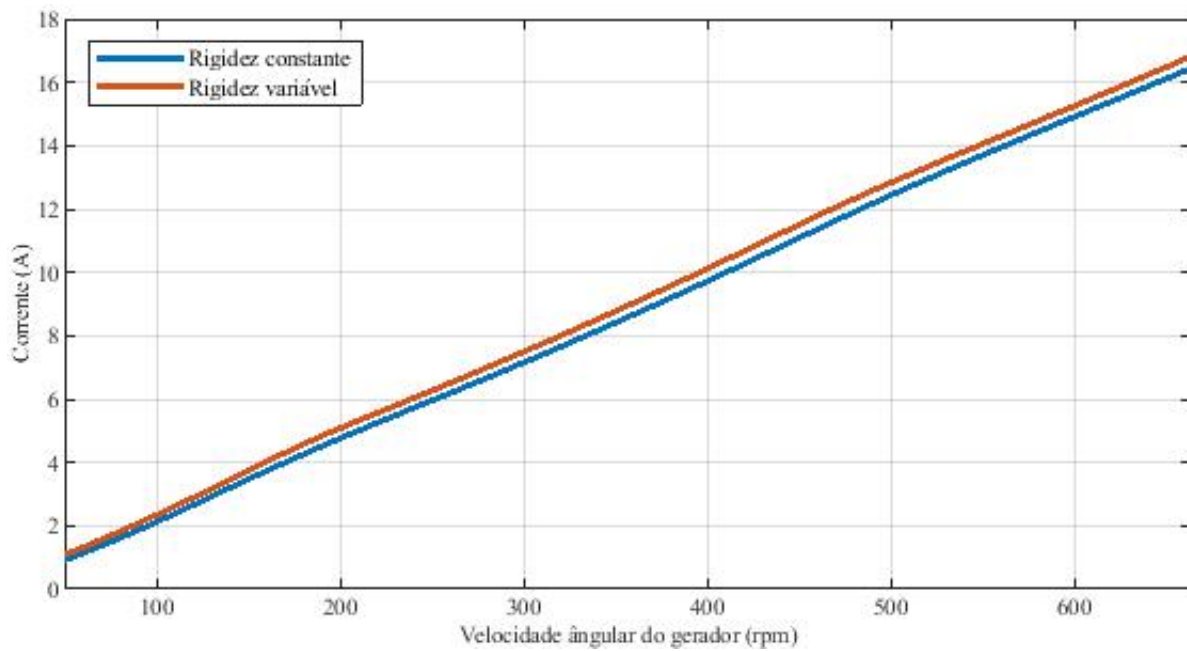


Figura 17 – Resultados de corrente eficaz de saída I_{rms} (A) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm).

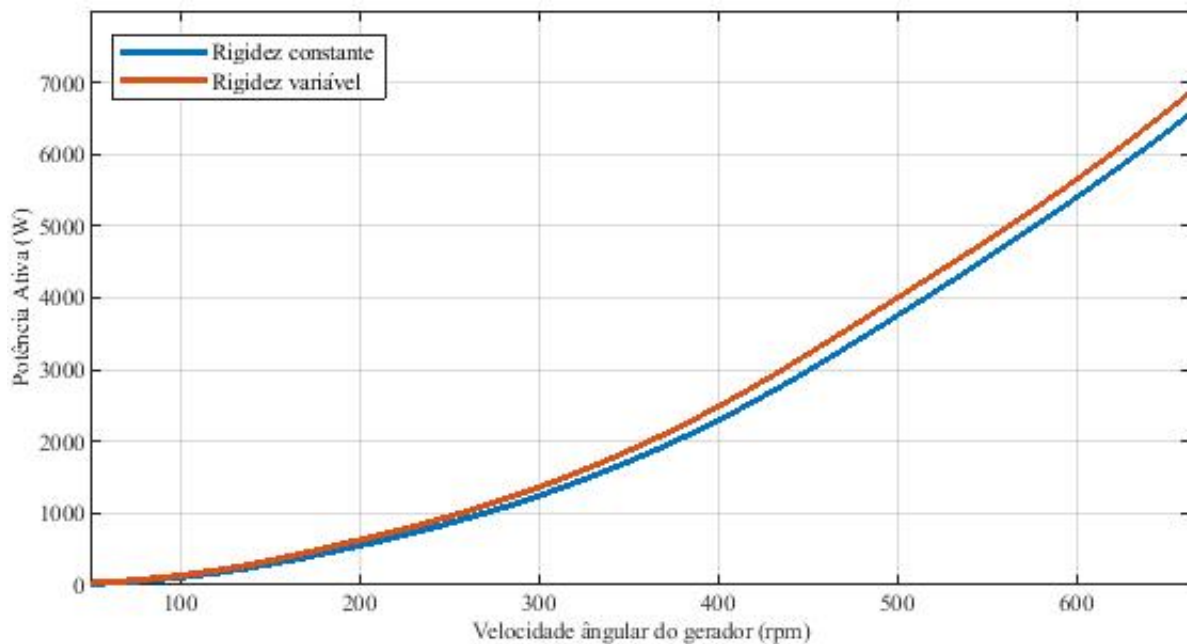


Figura 18 – Resultados de potência ativa de saída P_{ativa} (W) x rotação mecânica no gerador ω_{ger} (rpm).

Os resultados da simulação numérica mostram uma pequena oscilação no comportamento linear da corrente eficaz, no entanto, foi verificado que esta característica se deve ao uso da matriz de amortecimento proporcional a de inércia.

As Figuras de (19) a (22) mostram o comparativo entre os deslocamentos e velocidades angulares do sistema com rigidez constante e com a influência da rigidez variável, respectivamente.

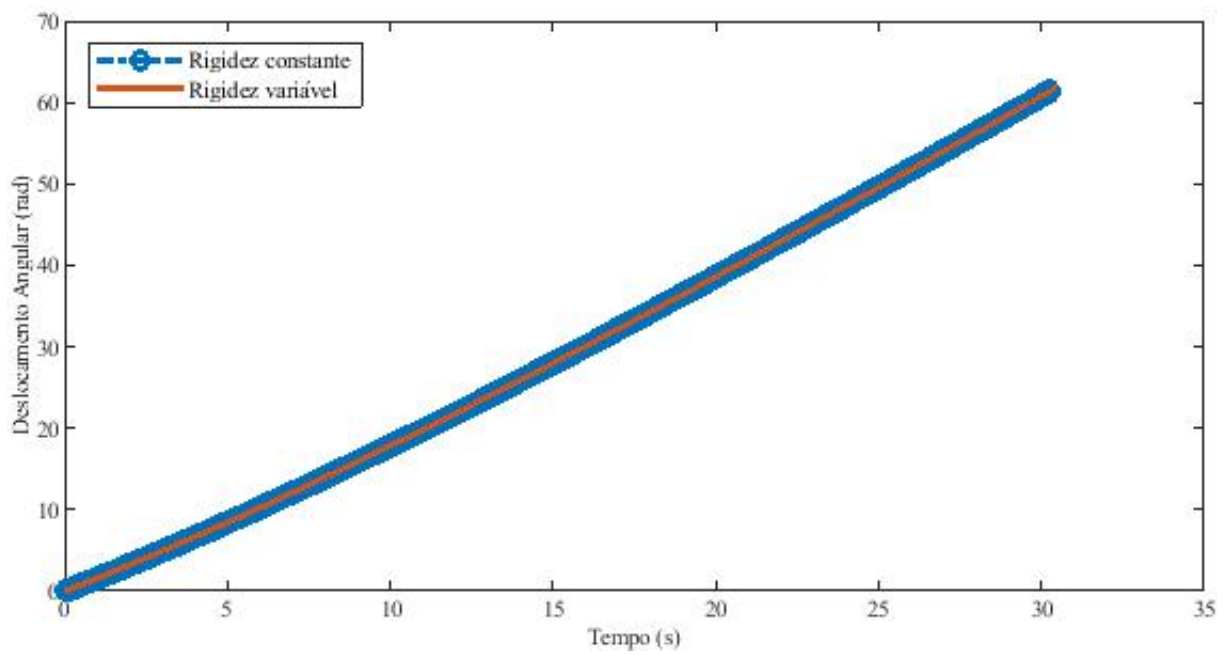


Figura 19 – Deslocamento angular do transportador 2.

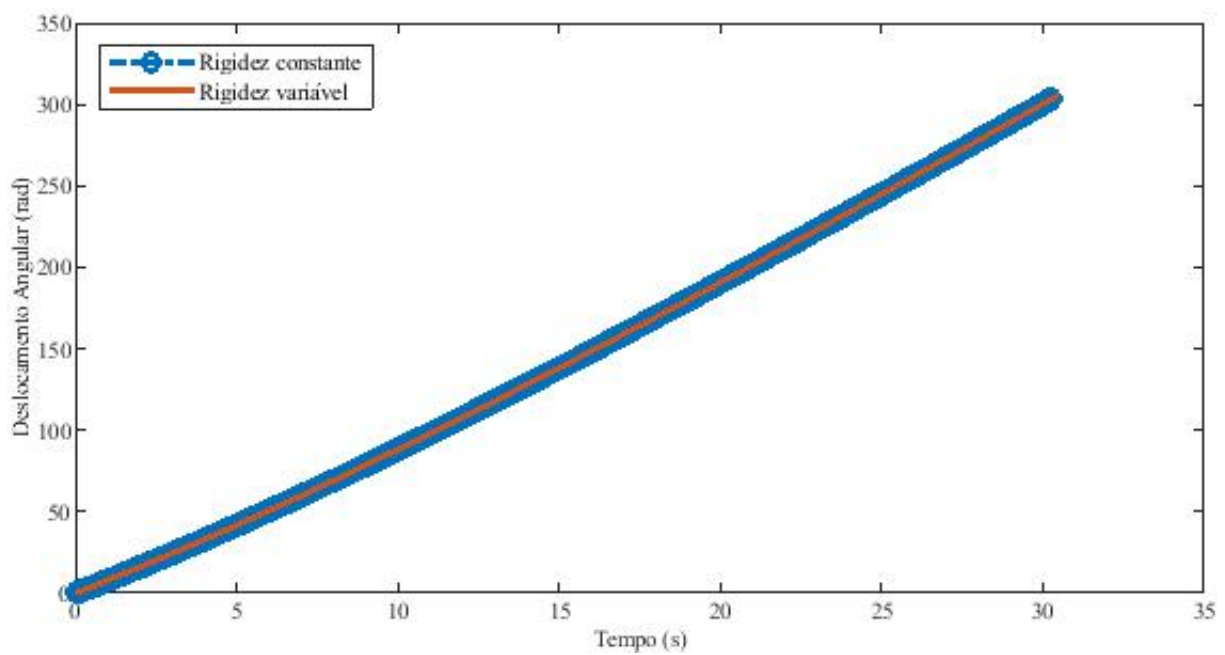


Figura 20 – Deslocamento angular do transportador 5.

Seguindo a mesma ideia, as figuras em sequência apresentam a composição dos comportamentos acerca da velocidade angular dos transportadores em cada trem epicycloidal.

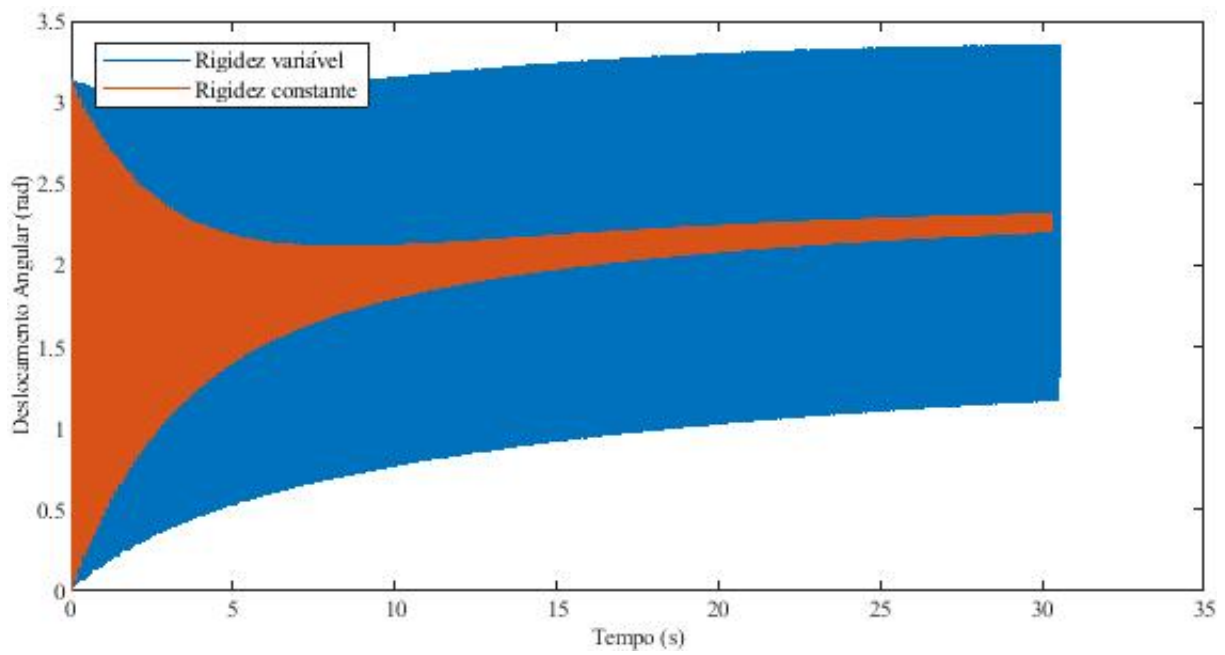


Figura 21 – Velocidade angular do transportador 2

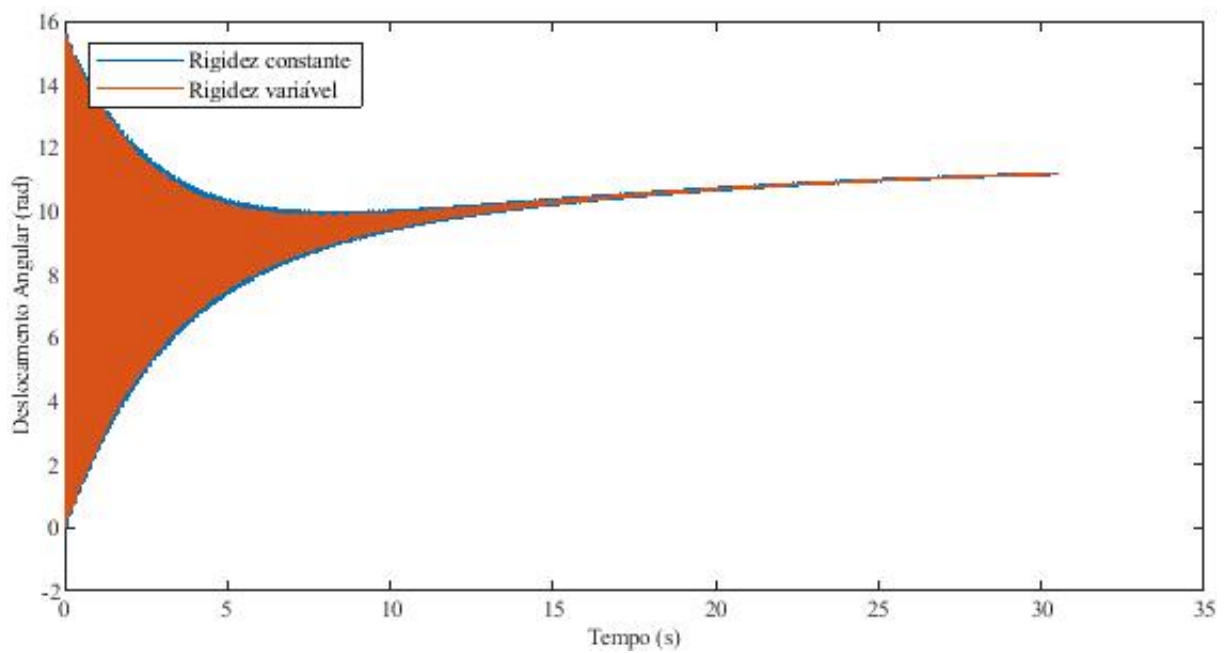


Figura 22 – Velocidade angular do transportador 5.

Na Figura (21), nota-se uma grande diferença no comportamento da velocidade angular. Acredita-se que isto ocorra devido ao transportador 2 pertencer ao primeiro trem epicicloidal, que por sua vez experimenta maiores vibrações que o segundo, uma vez que estas vão sendo amortecidas ao longo da transmissão.

Com a presença da rigidez variável, na interação entre as engrenagens que compõem cada TEP, há um comportamento referente ao movimento relativo. O comportamento temporal dessa vibração relativa e o espaço de fase, sob exposição ao vento com velocidade constante de 10 m/s, são apresentados pelas Figuras (23) e (24), onde os resultados foram obtidos no mesmo espaço de tempo para ambos os trens epicicloidais. No entanto, pode-se notar que o segundo trem (TEP 2) experimenta menores amplitudes de oscilações.

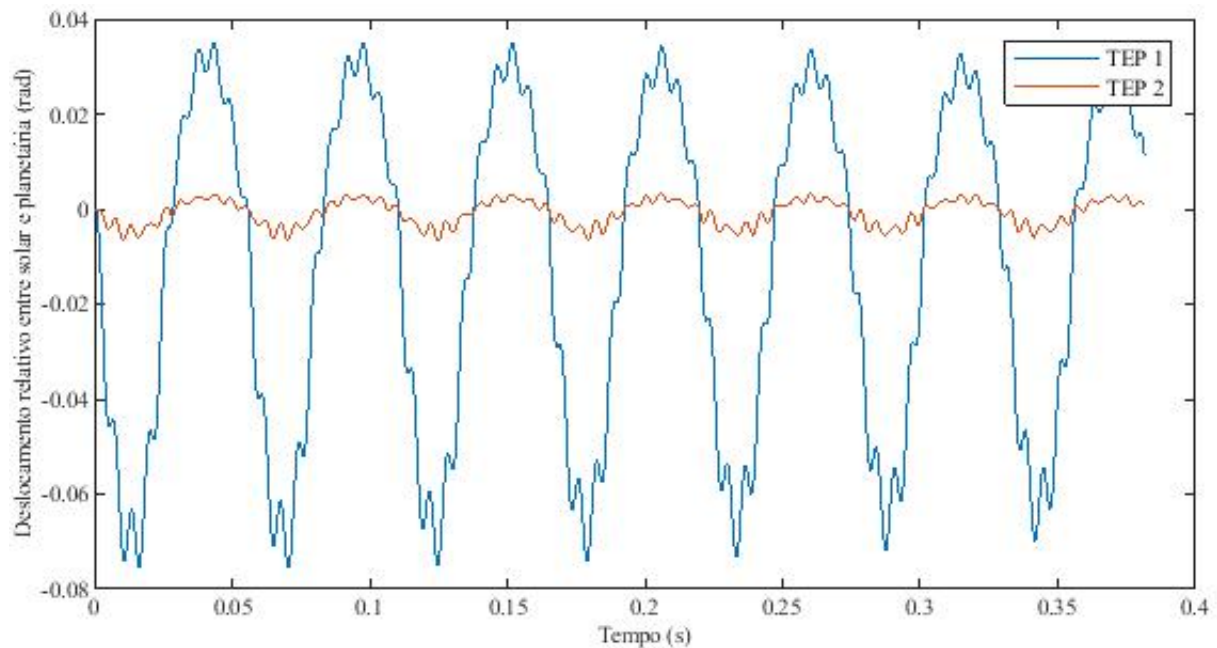


Figura 23 – Evolução temporal dos deslocamentos relativos entre engrenagens planetárias e solares (rad/s).

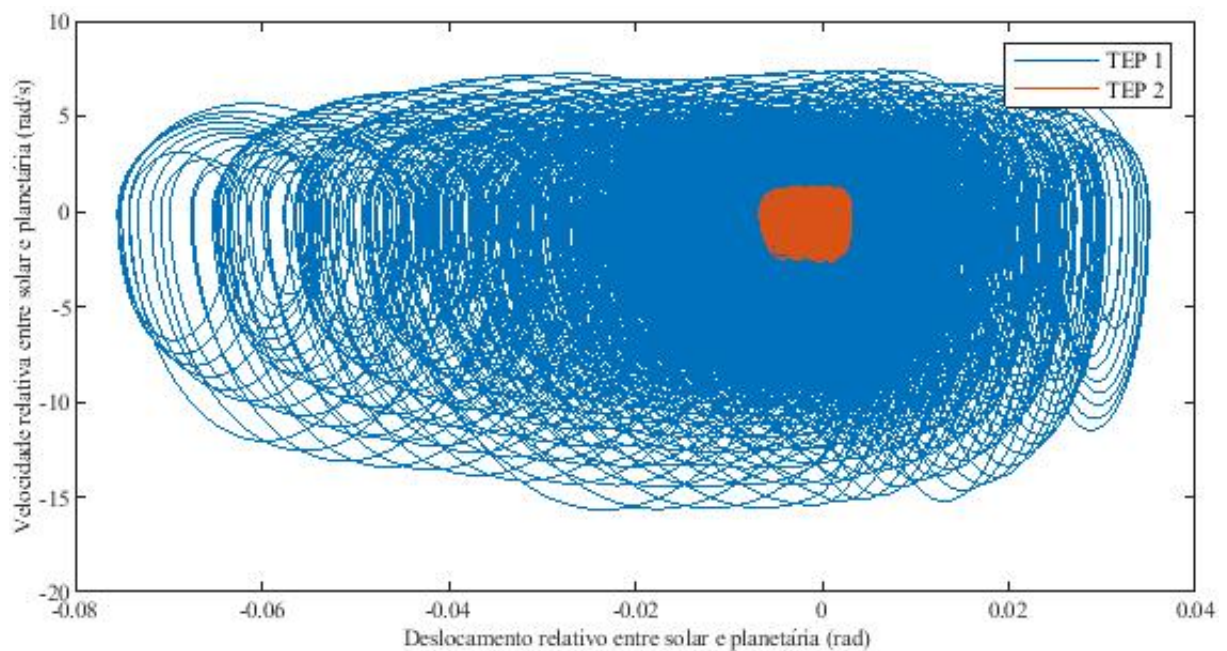


Figura 24 – Comportamento relativo entre engrenagens solares e planetárias dos trens epicicloidais.

É possível observar que o espaço de fase não apresenta comportamento periódico, o que pode ser justificado pela rigidez variável não ser linear.

A seguir, as Figuras (25) e (26) apresentam o comportamento do deslocamento relativo e espaço de fase, obtidos em um intervalo de 0,04 segundos, 30 segundos após o sistema entrar em movimento. O objetivo é averiguar ambos em um momento no qual os componentes da transmissão alcançam o estado de regime permanente.

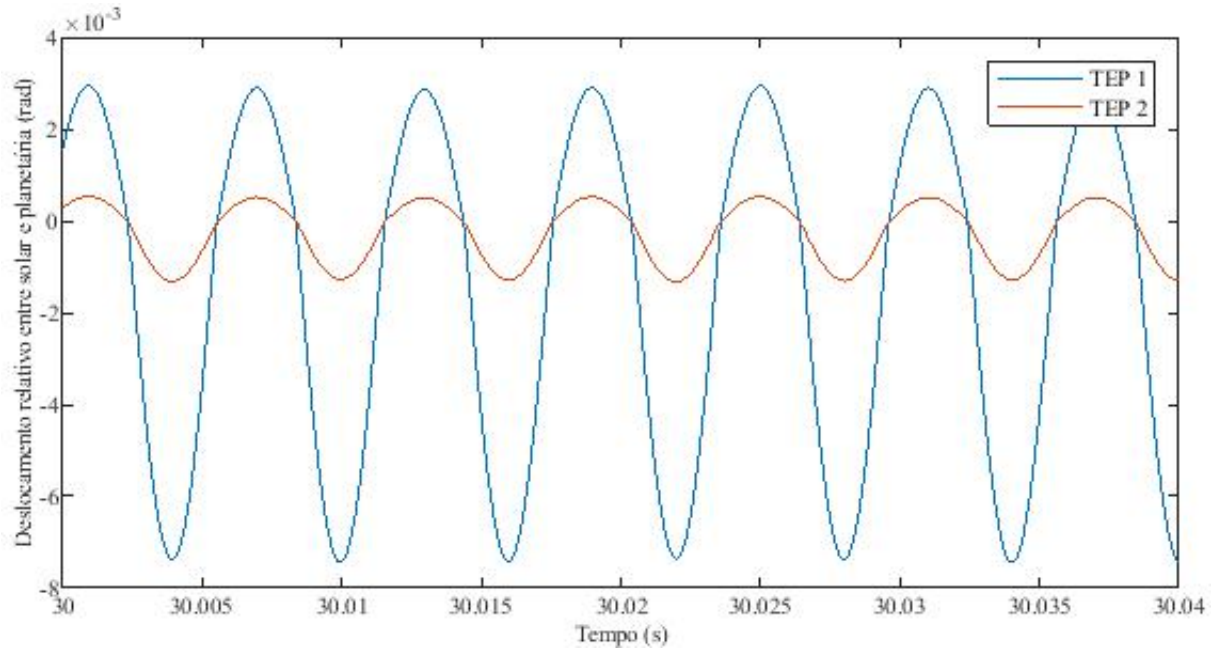


Figura 25 – Variação dos deslocamentos relativos entre as engrenagens planetárias e solares, próximo ao regime permanente.

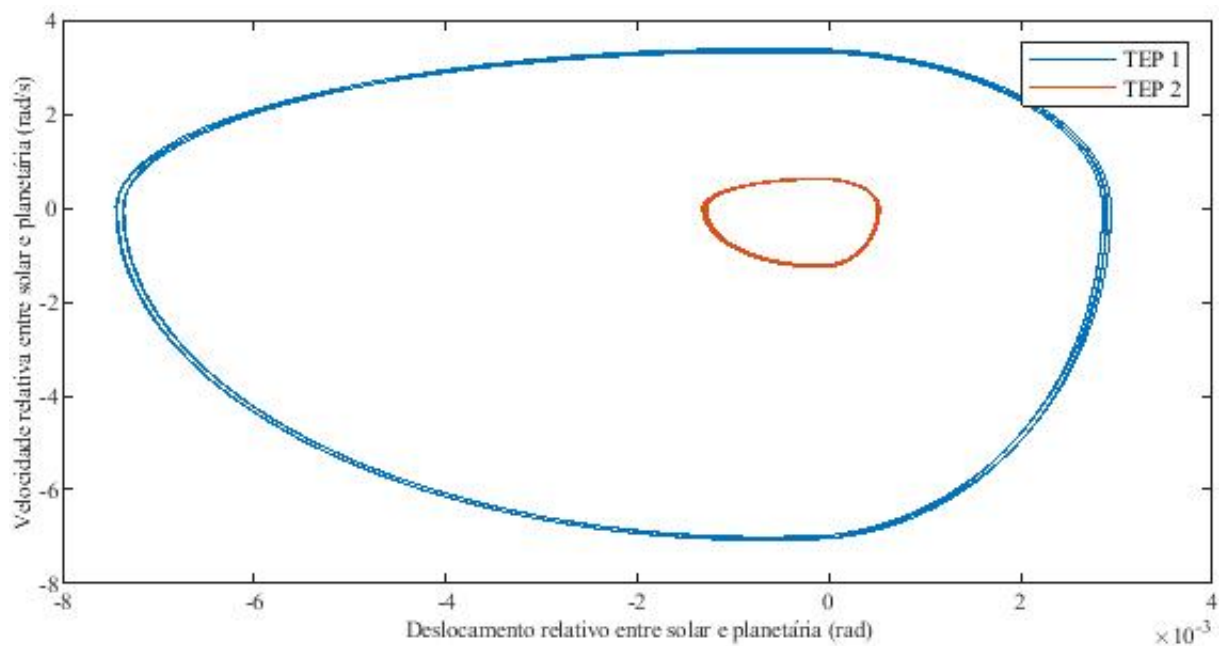


Figura 26 – Espaço de fase do sistema no regime permanente.

O deslocamento relativo entre as engrenagens solares e planetárias pode ser inter-

pretado como uma pequena deformação dos dentes das engrenagens durante a interação entre os mesmos no engrenamento.

Dando seguimento à análise, foi realizado ainda o comparativo entre as respostas em frequência dos componentes do sistema, a partir das respostas dos modelos com rigidez constante e rigidez variável, cujos resultados foram obtidos por meio da Transformada Rápida de Fourier (FFT), como mostram as Figuras (27) e (28).

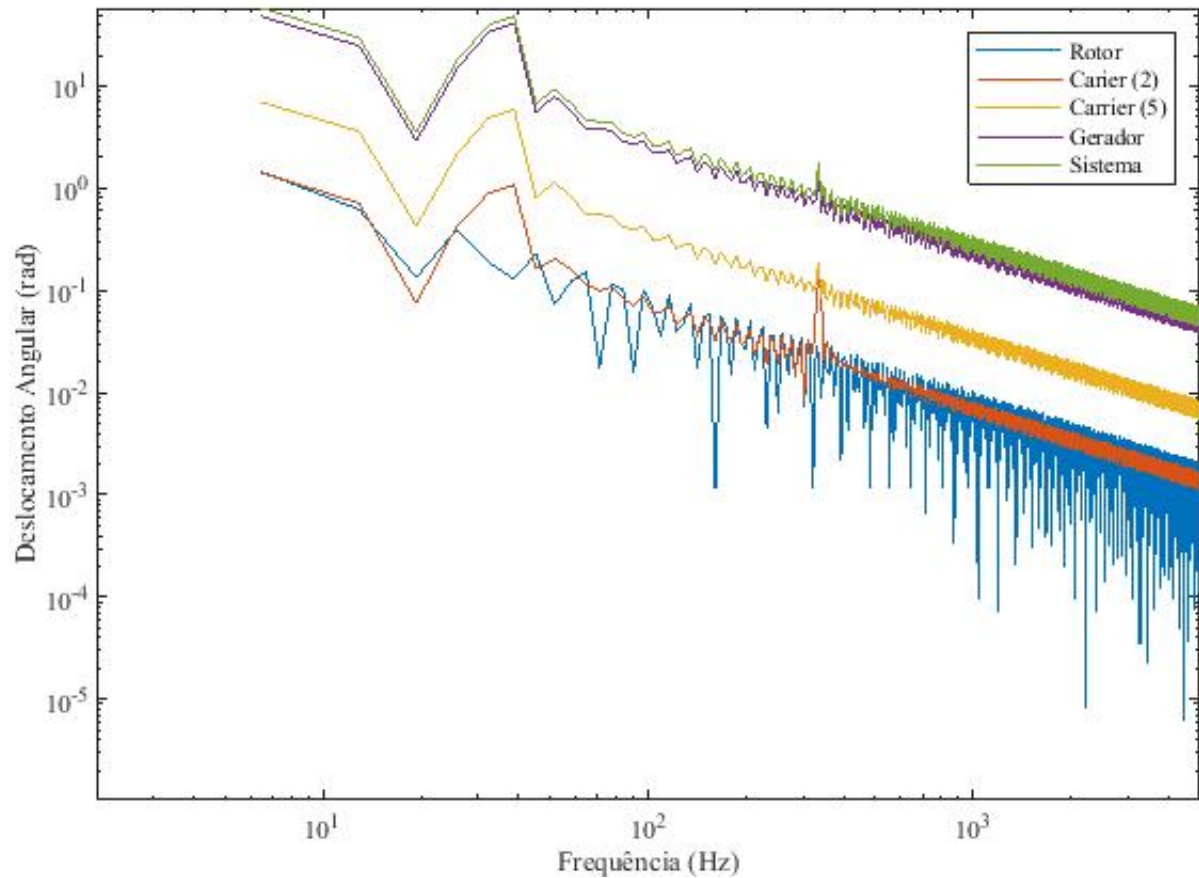


Figura 27 – Resposta em frequência dos componentes da caixa multiplicadora no modelo com rigidez constante, sob vento com velocidade de 10 m/s.

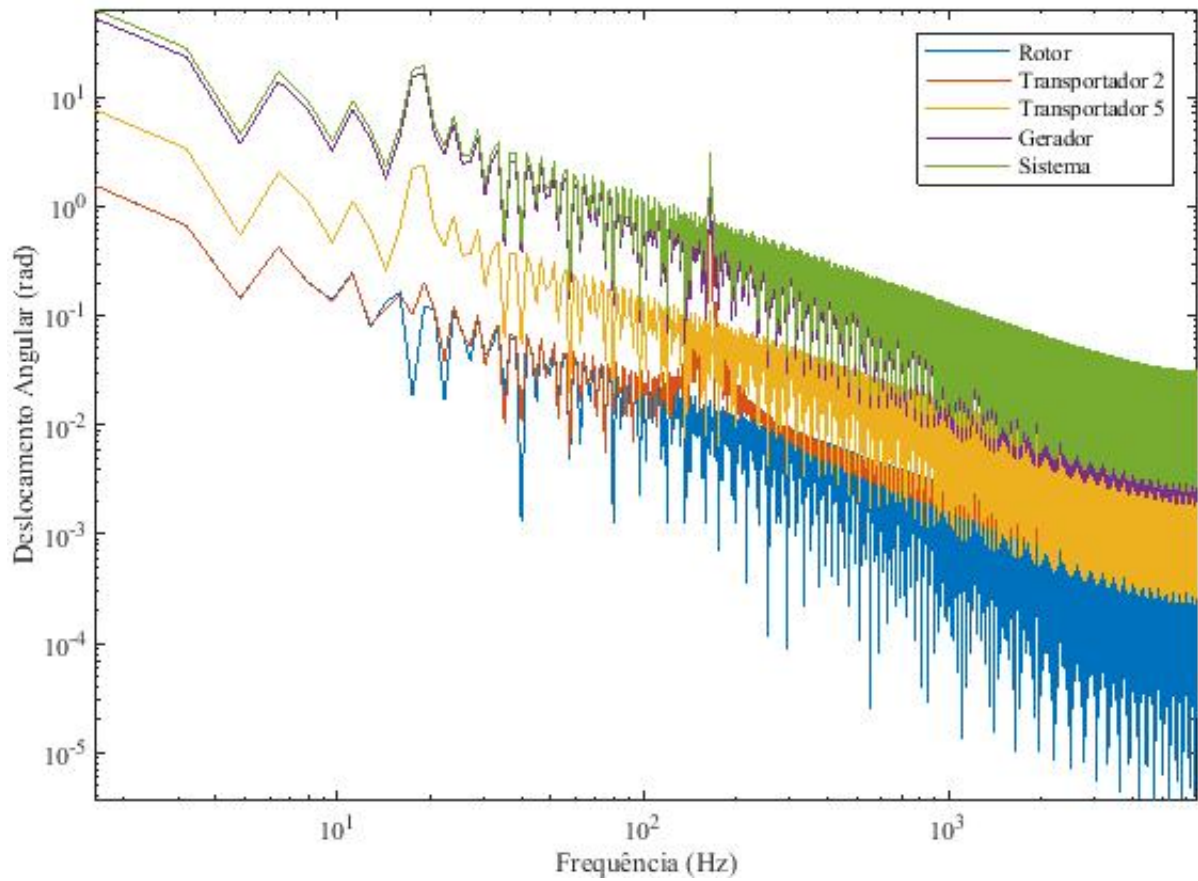


Figura 28 – Resposta em frequência dos componentes da caixa multiplicadora no modelo com rigidez variável, sob vento com velocidade de 10 m/s.

As duas figuras com os resultados das respostas em frequência, foram construídas utilizando o mesmo número de pontos e tamanhos dos vetores de frequência e deslocamento, a fim de facilitar a identificação das diferenças entre os sistemas sob as diferentes condições de rigidez.

A partir disto, foram feitas as FFT's do deslocamento angular do gerador e corrente eficaz do sistema para fins comparativos, como mostram as Figuras (29) e (30).

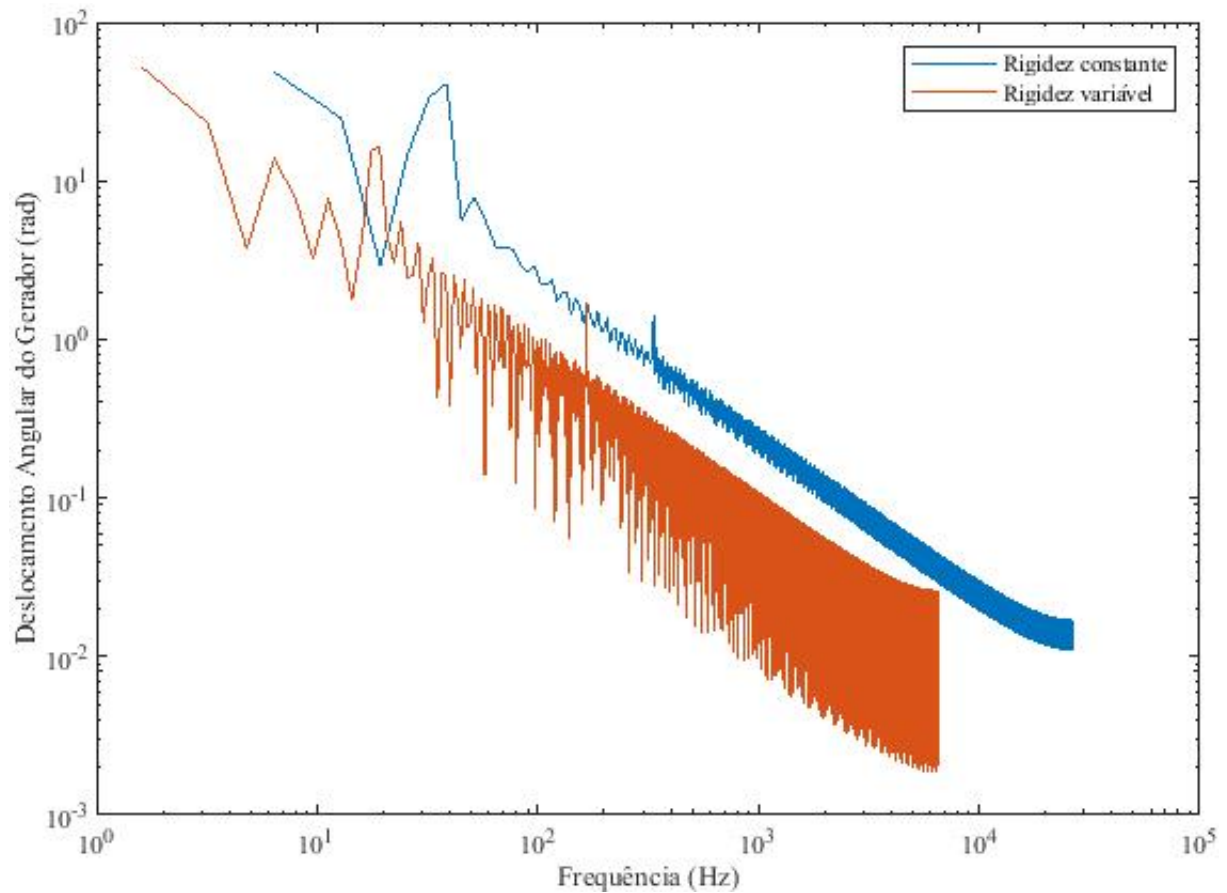


Figura 29 – Resposta em frequência do gerador dos dois modelos com velocidade do vento de 10 m/s.

Analisando a frequência natural referente aos picos apresentados no intervalo de 10^2 a 10^3 Hz, pode-se constatar a diferença de valores das duas, ainda que ambos os modelos, com rigidez constante e rigidez variável, foram simulados sob as mesmas condições.

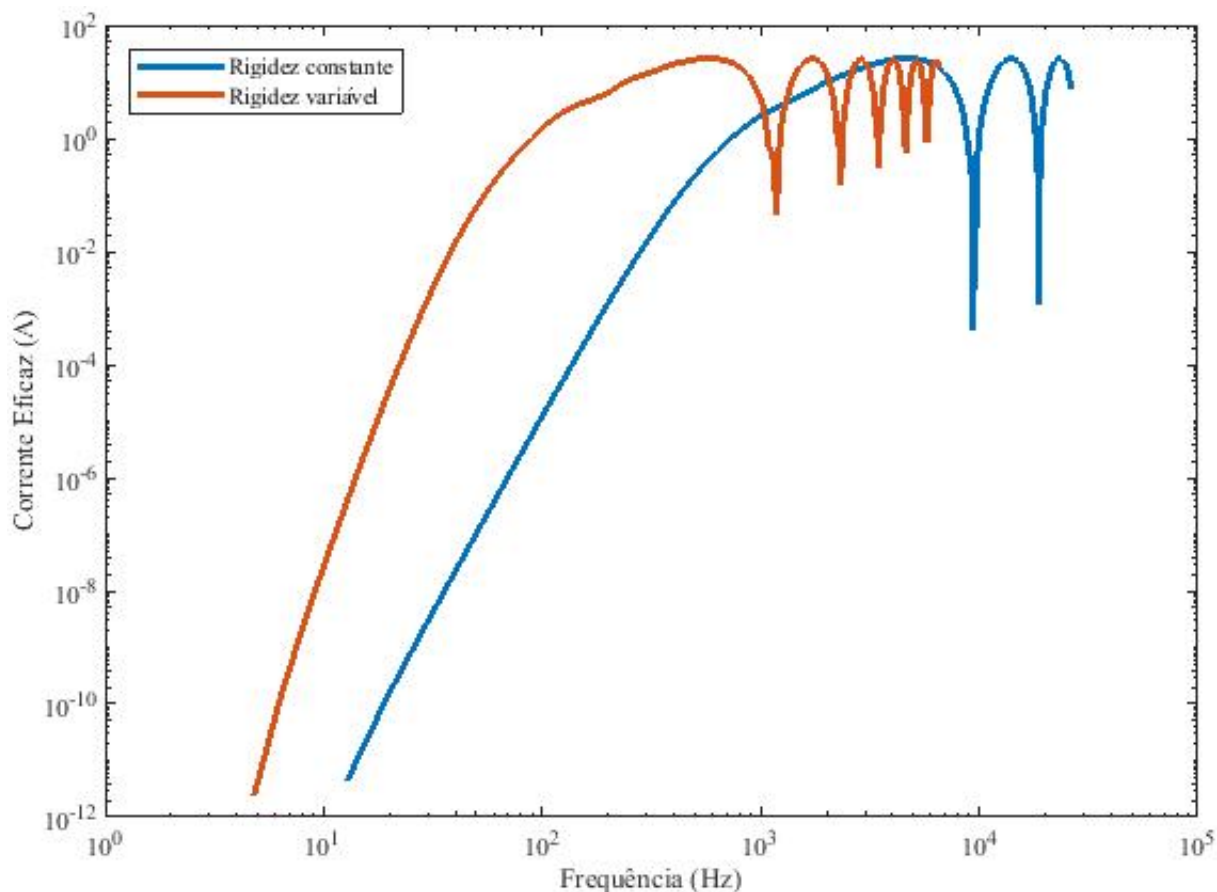


Figura 30 – Resposta em frequência da corrente eficaz dos dois modelos com velocidade do vento de 10 m/s.

A análise da resposta em frequência da corrente mostra ter grande potencial para identificar mudanças de comportamento do sistema que geram vibração. Estas mudanças podem ajudar a determinar a presença de defeitos mecânicos que podem ser provenientes de desgaste dos componentes.

Com estes resultados, é possível visualizar as diferenças quanto aos efeitos da vibração torcional no sistema, uma vez que os mesmos foram comparados aos resultados da simulação com rigidez constante, sob as mesmas condições em que foram obtidos os resultados referentes a presença da variação temporal da rigidez das engrenagens.

5 Conclusão

Os resultados obtidos nas simulações, comparados ao modelo com rigidez constante, apresentaram valores compatíveis com a literatura, uma vez que estes foram equivalentes àqueles encontrados em outros trabalhos cuja análise de sistemas de transmissão eletromecânica foi desenvolvida. Isto faz com que, não só a modelagem desenvolvida neste tenha validade frente aos demais estudos do tema, como também a compatibiliza os sistemas de transmissão (caixas multiplicadoras) presentes na bancada utilizada nos ensaios laboratoriais, com aquele abordado por este trabalho, visto as diferentes razões de multiplicação que os mesmos proporcionam.

Diversas simulações foram feitas durante o desenvolvimento deste trabalho, nas quais foi possível observar que a presença de carga indutiva conectada ao gerador, nas condições impostas, gerou um achatamento dos valores de potência ativa. Isto significa que em um primeiro momento a curva de potência ativa em relação à velocidade angular do gerador se comporta de forma exponencial, em seguida assume carácter aproximadamente linear, e por fim apresenta um comportamento logarítmico.

Esta constatação foi feita ao realizar simulações utilizando uma carga indutiva $L_L = 0,008H$ conectada ao gerador, valor tomado como referência a partir do desenvolvimento feito por Ohara (2014), frente às características do gerador utilizado, para as quais não há valores de carga indutiva. Vale acrescentar também que o comportamento das velocidades angulares dos componentes, para as condições de operação abordadas, apresentaram comportamento esperado, convergindo para zero, na condição de impulso, e convergindo para valores aproximadamente constantes em condição de operação em regime permanente.

Quanto a presença de vibração torcional, é válido ressaltar a divergência entre as frequências naturais do sistema com rigidez constante e variável e o aumento do período referente ao regime transiente de velocidade angular dos componentes. Como conclusão, a influência da rigidez variável pode ser descrita como uma forma de perda nos engrenamentos, atrelada a eficiência de transmissão, onde há espaço para estudos de influência do desgaste, uma vez que a presença deste fenômeno pode enfatizar efeitos de fadiga, comprometendo a integridade dos componentes do sistema.

Contudo, apesar de não haver prejuízos na qualidade de energia gerada frente à rigidez variável, foi possível constatar as respostas do sistema onde há divergências

notáveis, como a potência ativa e a FFT da corrente eficaz. Esta última principalmente, devido ao seu potencial para uso na identificação de defeitos, cujo estudos em foco podem determinar prováveis comportamentos que atendam a quesitos de manutenção preditiva e/ou fatores com os quais seja possível qualificar a energia gerada.

Referências

- Alxion Automatique and Productique. Technical Characteristics 400 STK Alternators. Disponível em: <<http://www.alxion.com/products/stk-alternators/>> e <<http://www.alxion.com/wp-content/uploads/2011/10/85.pdf>>. Acesso em 04/05/2021.
- ANEEL, Matriz de Energia Elétrica, em Portal da Agência Nacional de Energia, Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/aplicacoes/operacaocapacidadebrasil.asp>>. Acesso em: 02/03/2021.
- BERNARDES, T. A., 2009, Análise e Controle de Gerador Síncrono a Ímã Permanente Aplicado a Sistema de Conversão de Energia Eólica, Universidade Federal de Santa Maria, RS.
- BUSAWON, K., DODSON, L., JOVANOVIC, M., 2005, Estimation of the power coefficient in a wind conversion system, Decision and Control, IEEE Conference on , pp.3450-3455.
- CEPEL, 2001, Atlas do Potencial Eólico Brasileiro. Ed. CEPEL, Rio de Janeiro, RJ.
- EÓLICA, 2014, Wind Farm Alegria, Disponível em: <<http://www.eolica.com.br/?s=alegria>>. Acesso em: 30/03/2021.
- HEIER, S., 2006, Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems. 2^a Ed., John Wiley and Sons, London, Inglaterra.
- DINIZ, C., G., C., A., , MORAIS, G., V., M., KALKMANN, A., MESQUITA, A., L., A., 2012, Modelagem dinâmica do sistema eletromecânico de turbinas hidrocinéticas, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Brasília, DF.
- MANSANO, D. P. Alex, 2004, Estudo da Dinâmica dos Sistemas de Engrenagens Planetárias. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, SP.
- SHIGLEY, J., CHARLES, M., RICHARD, B., 2005, Projeto de Engenharia Mecânica. 7^a Ed., Bookman, Porto Alegre, Brasil.

- SLOOTWEG, J., POLINDER, H., Kling, W, 2003, Representing wind turbine electrical generating systems in fundamental frequency simulations, Energy Conversion, IEEE Transactions on, v. 18, n. 4, p. 516–524.
- OHARA, M., Flávia, 2014, Análise Dinâmica do Sistema de Transmissão Eletromecânica de uma Turbina Eólica. Projeto de Graduação 2 - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Brasília, DF.
- OLIVEIRA, J., P., João, 2018, Geradores Síncronos a Ímãs Permanentes Aplicados a Aerogeradores: Modelagem, Obtenção de Parâmetros e Validação Laboratorial. Dissertação (mestrado) - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Elétrica, Brasília, DF.
- PARK, Hyun-Chul, 2012, Dynamic Modeling and Analysis of a Wind Turbine Drivetrain Using the Torsional Dynamic Model. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing - Pohang University of Science and Technology, Department of Mechanical Engineering, Kyungbuk, South Korea.
- VÁSQUEZ, M., A., Francis, 2014, Análise de Geradores Síncronos de Ímãs Permanentes em Sistemas Hidrocinéticos. Dissertação (mestrado) - Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Mecânica, Brasília, DF.
- VESTAS, 2014, Product Brochure V82-1.65 MW. Disponível em: <http://www.vestas.com/Files/Filer/EN/Brochures/ProductBrochureV821_65_UK.pdf>. Acesso em: 01/05/2021.

Anexos

A Resultados com rigidez variável

$$[J] = \begin{pmatrix} 1,2 \cdot 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 193,5 & 5,77 & 5,77 & 5,77 & 5,77 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,77 & 5,77 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,77 & 0 & 5,77 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,77 & 0 & 0 & 5,77 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5,77 & 0 & 0 & 0 & 5,77 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 65,3 & 3,22 & 3,22 & 3,22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,22 & 3,22 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,22 & 0 & 3,22 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,22 & 0 & 0 & 3,22 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,18 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,163 \end{pmatrix}, \quad (A.1)$$

$$[K] = \begin{pmatrix} 14,7 & -14,7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -14,7 & 29,9 & 0,42 & 0,42 & 0,42 & 0,42 & -2,16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,42 & 1,63 & 0 & 0 & 0 & 0,79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,42 & 0 & 1,63 & 0 & 0 & 0,79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,42 & 0 & 0 & 1,63 & 0 & 0,79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,42 & 0 & 0 & 0 & 1,63 & 0,79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2,16 & 0,79 & 0,79 & 0,79 & 0,79 & 6,37 & -4,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4,2 & 134 & 6,52 & 6,52 & 6,52 & -12,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,52 & 31,5 & 0 & 0 & 9,96 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,52 & 0 & 31,5 & 0 & 9,96 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6,52 & 0 & 0 & 31,5 & 9,96 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -12,1 & 9,96 & 9,96 & 9,96 & 12,6 & -0,48 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,48 & 0,48 \end{pmatrix} \quad (A.2)$$

Os valores da matriz K são da ordem de 10^7 N/m.

$$\boldsymbol{\omega}_n = [0 \ 18,21 \ 124,2 \ 125,3 \ 125,3 \ 125,3 \ 166,13 \ 218 \ 281,5 \ 281,5 \ 466,8 \ 736,2 \ 1,3 \cdot 10^3]^T Hz \quad (\text{A.3})$$

$$[U] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0,8 & -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 4 & 20 & -25 & 25 & -9 & 8 & 2 & 0 & 0 & 0,13 & -0,9 & 0 \\ 0 & 4 & 20 & 31 & 17 & 10 & 8 & 2 & 0 & 0 & 0,13 & -0,9 & 0 \\ 0 & 4 & 20 & -13 & -20 & 28 & 8 & 2 & 0 & 0 & 0,13 & -0,9 & 0 \\ 0 & 4 & 20 & 7 & -22 & -28 & 8 & 2 & 0 & 0 & 0,13 & -0,9 & 0 \\ 0,14 & -10 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1,4 & 8 & 0 & 0 & 4 & -66 & -0,2 \\ 0,14 & -10 & 1,3 & 0 & 0 & 0 & 0,14 & 8 & 0 & 0 & 3 & 3 & 0,5 \\ -0,34 & 24 & -5,3 & 0 & 0 & 0 & -3 & 17 & 32 & -32 & -17 & -3 & -2,4 \\ -0,34 & 24 & -5,3 & 0 & 0 & 0 & -3 & 17 & 12 & 44 & -17,2 & -3 & -2,4 \\ -0,34 & 24 & -5,3 & 0 & 0 & 0 & -3 & 17 & -44 & -12 & -17,2 & -3 & -2,4 \\ 0,1 & -71 & 16 & 0 & 0 & 0 & 8 & -45 & 0 & 0 & -123 & -2 & -185 \\ 0,1 & -71 & 16 & 0 & 0 & 0 & 8 & -48 & 0 & 0 & -173 & -6 & 155 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.4})$$

Os valores da matriz U são da ordem de 10^{-2} rad.