

# PROJETO DE GRADUAÇÃO

# INVESTIGAÇÃO DE VIBRAÇÃO ESTRUTURAL DEVIDO À AÇÃO DO VENTO

Por, Guilherme Blanck Araújo

Brasília, Maio de 2021

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA Faculdade de Tecnologia Departamento de Engenharia Mecânica

# PROJETO DE GRADUAÇÃO

# INVESTIGAÇÃO DE VIBRAÇÃO ESTRUTURAL DEVIDO À AÇÃO DO VENTO

## POR,

## Guilherme Blanck Araújo

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Mecânico

## Banca Examinadora

 Profa. Dra. Aline Souza de Paula

 UnB/ENM (Orientadora)

 Prof. Dr. Adriano Todorovic Fabro

 Prof. Dr. Marcus Vinicius Girão de Morais

Brasília, Maio de 2021

#### Dedicatória

Eu dedico este trabalho aos meus pais, que desde cedo me ensinaram a importância e o prazer em buscar o conhecimento.

#### Agradecimentos

É com grande emoção que agradeço a todos que me auxiliaram nesta jornada pelo curso de Engenharia Mecânica, e em todos os passos que me levaram até aqui. Agradeço em especial à minha mãe e meu pai, que já na minha infância plantaram em mim a semente da curiosidade e mostraram que o estudo e a busca geral pelo conhecimento e desenvolvimento da mente são engrandecedores e, muito mais que uma obrigação, são um prazer e parte fundamental da nossa passagem pelo mundo. Agradeço ao meu irmão Otto, pelo seu companheirismo em todos os momentos. Agradeço à Thalia, que esteve ao meu lado em alguns dos momentos mais difíceis do curso, e em alguns dos momentos mais maravilhosos da vida. Agradeço à Apuama Racing, que me mostrou a Engenharia Mecânica que vai além dos livros e me apresentou desafios maiores que qualquer prova ou trabalho universitário. Agradeço também ao meu colega e grande amigo Lucas. Sem ele para passar pelas dificuldades do curso ao meu lado e nosso apoio mútuo, seria muito mais difícil manter a cabeça erguida e chegar aonde estou hoje. Por fim, agradeço aos meus professores, em especial à minha orientadora, Aline, que atiçou a minha curiosidade sobre vibrações nas suas aulas e cuja assistência foi essencial no meu êxito na elaboração deste trabalho.

#### Resumo

Neste trabalho foram adotados dois modelos distintos para representar o comportamento dinâmico de torres eólicas, sendo o primeiro um modelo de 1 grau de liberdade (GDL) e o segundo um modelo discreto construído a partir do método de elementos finitos (MEF) utilizando o software Ansys. Inicialmente, as respostas de duas torres eólicas foram avaliadas a partir do modelo simplificado de 1 GDL e de sinais de força que representam a ação do vento. Estes sinais de força foram obtidos a partir de valores de velocidade média que seguem a distribuição de Weibull, adicionados de uma variação obtida a partir do espectro de Kaimal. Em seguida, na análise da resposta do modelo discreto, foi avaliada a resposta de uma das torres consideradas anteriormente no modelo de 1 GDL. Esta resposta foi avaliada para sinais de força obtidos da mesma forma que para o modelo de 1 GDL, aplicados de 3 formas distintas: somente no nó do topo, igualmente em todos os nós e seguindo um perfil de vento logarítmico. Por fim, concluiuse que no caso do forçamento somente no topo, o modelo de 1 GDL é representativo, pois em ambas as respostas dos dois modelos é identificado somente um pico em torno da frequência fundamental. Nos outros dois casos de forçamento, a resposta apresenta um segundo pico na segunda frequência natural, portanto o modelo de 1 GDL não é representativo neste caso. Como não há outros picos na resposta além do segundo, quando são consideradas as mesmas restrições utilizadas no modelo discreto, um modelo de 2 GDL seria suficiente para representar o sistema.

PALAVRAS CHAVE: Aerogerador, Torre Eólica, Vibrações, Análise Modal, Turbulência, Ressonância, Interação Fluido-Estrutura.

#### Abstract

This work aims to represent the dynamic behavior of wind towers by adopting two distinct tower models, the first one being a 1 degree of freedom (1 DOF) model and the second one being a discrete model built using the finite element method and Ansys software. Firstly, the 1 DOF model's response to a force signal representing the wind-structure interaction was evaluated. These force signals were obtained through the sum of mean velocity values that follow the Weibull distribution and fluctuation signals that follow the Kaimal spectrum. Then, the response of the discrete model was evaluated. This time, the force signal was applied in 3 distinct ways: only on the top node, equally on all nodes and following a log air velocity profile. In conclusion, it was observed that in the case where the force was only applied on the top node, the 1 DOF model is capable of representing the behavior of the discrete model, as in both responses only one amplitude peak, around the first natural frequency, is observed. In the other two cases, two peaks are observed, hence it was concluded that a 2 DOF model would be able to represent the dynamic bending behavior of wind towers.

KEYWORDS: Wind Turbine, Vibrations, Modal Analysis, Turbulence, Resonance, Fluid-Structure Interaction.

## Sumário

	LIS	TA DI	E FIGURAS	iii
	LIS	TA DI	E TABELAS	iv
	LIS	TA DI	E SÍMBOLOS	vi
1	INJ	RODU	UÇÃO	1
	1.1	AERC	GERADORES NO CONTEXTO ATUAL	1
		1.1.1	Energia Eólica no Brasil	2
		1.1.2	Análise Estrutural em Torres Eólicas	3
	1.2	Objeti	vo	3
	1.3	Metod	lologia	4
	1.4	Organ	ização do texto	4
<b>2</b>	RE	VISÃC	) BILBIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	5
	2.1	NECE	SSIDADE DO ESTUDO DE VIBRAÇÕES EM TORRES EÓLICAS	5
		2.1.1	Fenômeno de ressonância	5
		2.1.2	Vibrações em torres eólicas	7
	2.2	ESQU	EMAS ESTRUTURAIS DE TORRES EÓLICAS	8
		2.2.1	Torres Tubulares	9
		2.2.2	Torres Treliçadas	10
		2.2.3	Torres Atirantadas	10
		2.2.4	Torres de Concreto	11
	2.3	MODI	ELAGEM ESTRUTURAL	12
	2.4	MODI	ELAGEM DOS EFEITOS DO VENTO	14
		2.4.1	Distribuição Aleatória da Velocidade no Tempo	14
		2.4.2	Influência da Camada Limite	16

	2.5	Modelo Concentrado	17
3	мо	DELO DE 1 GRAU DE LIBERDADE	<b>21</b>
	3.1	APRESENTAÇÃO DAS TORRES ESTUDADAS	21
		3.1.1 Torre 1	21
		3.1.2 Torre 2	22
	3.2	Obtenção do Sinal de Força dos Ventos no Tempo	24
	3.3	Resposta Dinâmica	27
4	мо	DELO DISCRETO A PARTIR DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINI-	
	TO	S	32
	4.1	Modelagem utilizando o Ansys	32
		4.1.1 Resposta dinâmica devido à ação do vento	35
5	CO	NCLUSÃO	40
	RE	FERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

## LISTA DE FIGURAS

1	Aumento estimado da temperatura global para diferentes cenários de emissões futuras (AL-GHUSSAIN, 2018)	1
2	Parcela da produção de energia renovável mundial por cada fonte (OUR WORLD IN DATA, 2019)	2
3	Matriz elétrica brasileira em 2021 (ABEEÓLICA, 2021)	3
4	Amplitude de Resposta de um sistema por frequência de excitação (PAULA; SAVI, 2017).	5
5	Tacoma Narrows e Millenium Bridge	6
6	Visualização de um modo de vibração em uma placa (STANFORD, 2014)	7
7	Correlação entre os espectros de excitação, as frequências 1P e 3P e os critérios de projeto (LETCHER, 2017).	8
8	Torre de aço tubular	9
9	Torre Treliçada pré-fabricada	10
10	Torre Atirantada	11
11	Torre de Concreto.	12
12	Modelos de torre utilizados para comparação por LAVASSAS et al. (2003). $\ldots$	13
13	Primeiro modo encontrado experimentalmente e pelos modelos de casca e barras (OLIVEIRA, 2012).	14
14	Esquema da estrutura e modelo concentrado equivalente (ALKMIM, 2017). $\ .$ .	17
15	Diagrama estrutural da Torre 2	23
16	PDF da velocidade média na altura medida e nas alturas das torres	24
17	FDAI na altura medida e nas alturas das torres.	25
18	PSD de Kaimal e U(t) da torre 1	26
19	PSD de Kaimal e U(t) da torre 2	27
20	Resposta livre das torres.	28

21	Resposta livre das torres na frequência.	28
22	Resposta da torre 1 ao sinal de força	29
23	Resposta da torre 2 ao sinal de força	29
24	Resposta máxima dos sistemas em cada execução.	30
25	Média da resposta dos sistemas em cada execução.	30
26	Média e desvio padrão da resposta da torre 2 para diferentes velocidades. $\ldots$ .	31
27	Torre 2 modelada no Ansys APDL	33
28	3 primeiros modos da Torre 2	34
29	Força aplicada e respostas dos modelos 1 GDL e discreto.	35
30	Respostas na frequência dos sistemas a uma força aplicada no topo. $\ldots\ldots\ldots$	35
31	Distribuições de forças utilizadas	36
32	Comparação das respostas do sistema à diferentes perfis de força	37
33	Comparação da resposta à diferentes velocidades médias.	38
34	Comparação da resposta à diferentes velocidades médias com baixo amorteci-	
	mento e perfil de vento logarítmico	38
35	Média e desvio padrão da amplitude de resposta.	39

## LISTA DE TABELAS

1	Comparação entre frequências de vibração encontradas experimental e numerica- mente (OLIVEIRA, 2012).	13
2	Valores comuns de $z_0 \in \alpha$ (HERNANDEZ-ESTRADA et al., 2001)	17
3	Características da Torre 1	21
4	Parâmetros utilizados no modelo de 1 GDL da Torre 1	22
5	Características da Torre 2	23
6	Parâmetros utilizados no modelo de 1 GDL da Torre 2	23
7	Valores de densidade acumulada e correspondentes velocidades médias	25
8	Frequências de ressonância obtidas através da análise modal no Ansys APDL e posteriormente pela função eig do Matlab	33

## LISTA DE SÍMBOLOS

#### Símbolos Latinos

- $\bar{U}$  Velocidade Média em 10 Minutos
- $\ddot{x}$  Aceleração
- $\dot{x}$  Velocidade
- $\omega$  Frequência
- $\xi_e$  Razão de Amortecimento Equivalente
- $A_i$  Constantes da Solução da EDO
- *c* Parâmetro de Escala de Weibull
- $C^*$  Amortecimento Equivalente
- D Diâmetro
- E Módulo de Elasticidade
- F Força
- *I* Momento de Inércia
- *k* Parâmetro de Forma de Weibull
- $K^*$  Rigidez Equivalente
- L Comprimento da Torre
- $L_e$  Comprimento Equivalente
- $L_{1u}$  Parâmetro de Escala da PSD de Kaimal
- $L_{1u}$  Parâmetro de Escala da PSD de Von Karman
- m Massa por Unidade de Comprimento
- $M^*$  Massa Equivalente
- P Probabilidade Acumulada

- *p* Densidade de probabilidade
- S Densidade Espectral
- t Tempo
- $t_h$  Espessura
- V Velocidade
- $V_r$  Velocidade de Referência
- w Deslocamento Transversal
- x Deslocamento
- $X_k$  Magnitude do Sinal
- Y Função de Deslocamento por Tempo
- z Altura
- $z_0$  Parâmetro de Rugosidade
- $z_r$  Altura de Referência

#### Símbolos Gregos

- $\alpha$  Exponente de Cisalhamento
- $\lambda_r$  Raízes do Problema de Autovalores
- $\omega_n$  Frequências Naturais
- $\phi$  Função de Deslocamento por Altura
- $\rho$  Densidade
- $\theta$  Ângulo de fase

#### Siglas

ABEEólica Associação Brasileira de Energia Eólica

- CLA Camada Limite Atmosférica
- FDAI Função de Densidade Acumulada Inversa
- GDL Grau de Liberdade
- ICDF Inverse Cumulative Distribution Function ou Função Distribuição Acumulada Inversa
- IEC International Electrotechnical Commission
- IFFT Inverse Fast Fourier Transform ou Transformada Rápida de Fourier Inversa

- MEF Método de Elementos Finitos
- NREL National Renewable Energy Laboratory
- PDF Probability Density Function ou Função Densidade de Probabilidade
- PSD Power Spectral Density ou Densidade Espectral

## CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 AEROGERADORES NO CONTEXTO ATUAL

A partir do momento em que evidências científicas do impacto que as formas de geração de energia elétrica tradicionais têm sobre o meio ambiente e clima do planeta, alternativas que utilizam fontes renováveis e não poluentes passaram a ser mais utilizadas. O desenvolvimento dessas tecnologias passou a receber grandes incentivos de diversos governos e empresas.

As fontes de energia mais utilizadas desde a revolução industrial são a queima de combustíveis fósseis e de biomassa. Estas são as principais responsáveis pelo aumento gradual da temperatura no globo e aumento da concentração de  $CO_2$  na atmosfera. A Figura 1 mostra como a temperatura global pode continuar a subir, caso as emissões de gases de efeito estufa continuem a crescer.



Figura 1: Aumento estimado da temperatura global para diferentes cenários de emissões futuras (AL-GHUSSAIN, 2018).

Dentre as fontes renováveis mais utilizadas mundialmente, a energia eólica é uma das

que mais se destaca por seu crescimento no país e no mundo. Além de utilizar a energia dos ventos, que é um recurso abundante e renovável, ela causa um menor impacto no ecossistema local em comparação com as barragens das usinas hidroelétricas, por exemplo, e não envolve a produção de poluentes durante a sua operação, como biocombustíveis. Essas vantagens são alguns dos motivos pelos quais a produção de energia eólica é uma das que mais cresce dentre as fontes de energia elétrica, como demonstra a Figura 2.



Figura 2: Parcela da produção de energia renovável mundial por cada fonte (OUR WORLD IN DATA, 2019).

#### 1.1.1 Energia Eólica no Brasil

O Brasil, além de historicamente ter como a principal fonte de energia a hidroelétrica, que é renovável, tem 10,3% de sua energia elétrica total produzida em usinas eólicas. Segundo a Associação Brasileira de Energia Eólica (ABEEólica), o potencial eólico brasileiro é de cerca de 500 GW, sendo que a capacidade instalada em 2019 era de 18 GW, mesmo ano em que esta passou a ser a segunda maior fonte do país. A parcela de geração de diversas fontes no início deste ano de 2021 pode ser conferida na Figura 3.



Figura 3: Matriz elétrica brasileira em 2021 (ABEEÓLICA, 2021).

#### 1.1.2 Análise Estrutural em Torres Eólicas

Para que a construção de novas turbinas eólicas faça sentido economicamente, é preciso que estas operem por tempo suficiente para compensar seus altos custos iniciais. Desta forma, normalmente torres eólicas são projetadas para operarem por 20 anos. Neste tempo, estas estão sujeitas a um ambiente severo, com cargas que naturalmente têm alta variação, como a força dos ventos. Desta forma, o projeto de torres eólicas é focado na resistência à fadiga, mais do que nas cargas estáticas (LIU et al., 2020). Como o fenômeno da fadiga é diretamente ligado às vibrações na estrutura, a análise do comportamento dinâmico e da resposta à ação do vento no projeto de torres eólicas é essencial para a garantia da vida útil da estrutura.

### 1.2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo principal avaliar as respostas dinâmicas a partir de dois modelos que representam a vibração estrutural de uma turbina eólica devido a ação dos ventos visando comparar a resposta espectral dos diferentes modelos. Como objetivos secundários, podem ser listados os seguintes:

- Obtenção de um modelo de 1 grau de liberdade (GDL) capaz de representar o primeiro modo de vibração de torres eólicas, consistindo no modelo mais simplificado;
- Definição de modelos a serem utilizados que representam as flutuações na velocidade causadas pela turbulência e o perfil de velocidade dos ventos;
- Validação do modelo 1 GDL e do modelo discreto a partir da comparação com resultados da literatura.

### 1.3 Metodologia

Para avaliar a resposta dinâmica do sistema de acordo com a ação do vento, primeiramente considera-se um modelo de 1 GDL. Para a criação deste modelo informações sobre a estrutura da torre são utilizadas, como distribuição de massa, módulo de elasticidade do material e geometria das seções para a obtenção de parâmetros de rigidez e massa equivalentes, de forma que o modelo descreva o primeiro modo de vibração da torre. Isto é feito para duas torres, uma baseada nos parâmetros utilizados por ALKMIM (2017) e outra baseada no modelo MM82 da Repower. Então é definido um modelo de vento a ser seguido, que seja capaz de representar flutuações na velocidade devido à turbulência. Por fim é feita a simulação da interação numericamente através da função ODE45 do programa MATLAB, baseada no método de Runge-Kutta.

Um segundo modelo, construído a partir do Método dos Elementos Finitos no *software* Ansys APDL, é criado. As matrizes de rigidez e inércia desse sistema são exportadas para o programa Matlab. Neste programa avalia-se a resposta numérica do modelo para diferentes condições de vento.

#### 1.4 Organização do texto

O primeiro capítulo deste trabalho é um capítulo introdutório, que tem como objetivo contextualizar o leitor sobre o estado atual da produção de energia elétrica por fontes eólicas no Brasil e no mundo. Nele também estão definidos os objetivos deste trabalho e metodologia adotada.

O segundo capítulo se trata de uma revisão bibliográfica e fundamentação teórica. Ele se inicia apresentando a motivação por trás da necessidade do estudo de vibrações no contexto de torres eólicas. Na sequência o texto apresenta diferentes esquemas estruturais utilizados na construção destas torres, e finaliza por mostrar diferentes modelos utilizados para representar tanto a estrutura em questão como o efeito dos ventos.

O capitulo 3 aborda a modelagem de torres eólicas a partir de um modelo simplificado de 1 GDL. Duas torres são consideradas e os parâmetros equivalestes de massa e rigidez do modelo 1 GDL são obtidos para os dois casos. A obtenção da força devido a ação dos ventos é descrita e a resposta do modelo 1 GDL é obtida para as duas torres analisadas e comparados com resultados da literatura.

No capítulo 4, uma das torres analisadas no capítulo 3 é escolhida e modelada como um sistema discreto a partir do MEF no *software* Ansys APDL. A forma como as matrizes de rigidez e inércia foram obtidas e exportadas é descrita. Por fim, a resposta da torre à diferentes condições de forçamento é avaliada e comparada à resposta do modelo de 1 GDL.

O capítulo final mostra as conclusões a que este trabalho chegou após a análise dos resultados obtidos nos dois capítulos anteriores.

## CAPÍTULO 2

## REVISÃO BILBIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 2.1 NECESSIDADE DO ESTUDO DE VIBRAÇÕES EM TOR-RES EÓLICAS

#### 2.1.1 Fenômeno de ressonância

Ao submetermos um sistema dinâmico subamortecido a um forçamento cíclico, observamos que a sua reposta é maior a medida que a frequência desse forçamento se aproxima de uma ou mais frequências específicas, às quais damos o nome de frequências de ressonância. Uma das características mais importantes na análise de como um sistema dinâmico responderá à excitações que possuem um componente periódico é a sua frequência de ressonância. Se acaso a mesma for excitada nessa frequência, sua amplitude de resposta pode crescer de forma catastrófica. (PAULA; SAVI, 2017)



Figura 4: Amplitude de Resposta de um sistema por frequência de excitação (PAULA; SAVI, 2017).

Dessa forma, uma excitação, mesmo que de pequena magnitude nessa frequência pode causar danos ou até mesmo o colapso de sua estrutura. Um exemplo de desastre associado ao fenômeno de ressonância é o colapso da ponte Tacoma Narrows, que caiu devido à excitação do vento, que fez com que ela oscilasse em uma de suas frequências de ressonância. Outro caso mais recente que ganhou fama é o da Millennium Bridge, em Londres, que teve que ser fechada logo após a inauguração para ser modificada porque uma de suas frequências de ressonância coincidia com a frequência dos passos dos pedestres sobre ela, causando fortes oscilações e a tornando quase inutilizável.



Figura 5: Tacoma Narrows e Millenium Bridge.

Associado à cada frequência de ressonância de um sistema, existe um modo de vibração. Modo de vibração pode ser entendido como o padrão de movimento que o sistema assume quando vibra em uma de suas frequências de ressonância, sendo este diferente para cada uma delas. Quando excitado em uma frequência diferente das de ressonância, o sistema vibrará em uma combinação de seus modos. A Figura 6 nos mostra uma forma de visualizar os modos de vibração de uma placa. Esta é coberta por areia e excitada em uma de suas frequências de ressonância. Nos pontos onde há deslocamento a areia é empurrada, enquanto que nos nós (pontos onde o deslocamento é mínimo) ela se acumula.



Figura 6: Visualização de um modo de vibração em uma placa (STANFORD, 2014).

Para um projeto de alguma edificação ou sistema mecânico que estará submetido a algum tipo de forçamento cíclico, que é o caso da torres eólicas, como veremos em breve, espera-se que o projetista utilize seus conhecimentos para evitar que as frequências de ressonância coincidam com as do forçamento, a fim de garantir um projeto seguro.

#### 2.1.2 Vibrações em torres eólicas

Devido ao fato de que normalmente a velocidade do vento é maior à medida que nos afastamos da superfície dentro da camada limite e que a potência captada por uma turbina é proporcional à área percorrida por suas pás, ou seja, proporcional ao quadrado do raio, existe um incentivo natural para a criação de torres eólicas maiores e mais altas, que possam tirar vantagem dessa maior energia do fluxo.

Além de serem mais pesadas, torres maiores estão mais suscetíveis aos esforços provenientes dos efeitos de arrasto, vibrações e wind shear, fenômeno meteorológico relacionado à rápidas mudanças na direção e/ou velocidade do vento ao longo de um curto espaço. Vale ressaltar, que com a evolução da tecnologia, surgiram melhorias tanto nos materiais, quanto nos níveis das cargas que estas torres podem suportar, trazendo assim, a possibilidade de obter maiores alturas das torres eólicas, de maneira mais sustentável e segura.

Com a necessidade de serem altas, torres eólicas são equipamentos com alta razão de aspecto, ou seja, são muito altas em relação ao seu diâmetro. Isso associado a outros fatores como o peso de componentes como a caixa de redução, pás e gerador concentrado no seu topo, vibrações advindas da operação destes componentes e interação da estrutura com o ar, tornam o estudo das vibrações na torre e seus impactos essenciais para garantir a sua segurança e integridade.

Após investigação sobre as tensões nas torres eólicas, levando em consideração os esforços devido ao peso da estrutura e dos componentes, devido à ação do vento e eventos sísmicos, LAVASSAS et al. (2003) concluiu que, a não ser que esta esteja sob a ação de um terremoto, a carga dominante sobre a estrutura é aquela advinda da ação do vento, e que a análise das características dinâmicas da torre são de suma importância no projeto das mesmas.

Durante a operação de aerogeradores, duas frequências de excitação são mais fortes

e requerem maior atenção. A frequência chamada 1P corresponde à rotação do rotor, e a frequência 3P é 3 vezes 1P. Ao passar no ponto mais baixo de seu giro, cada pá causa um efeito de sombreamento na torre, reduzindo brevemente a intensidade do vento nela incidente, resultando numa excitação na frequência 3P. Normalmente 1P está na faixa de 10 a 20 rpm, ou seja, 0,12 a 0,20 Hz. Logo 3P está na faixa de 0,35 a 0,6 Hz. O projeto da torre deve ser feito de forma que suas frequências de ressonância principais não coincidam com essas frequências. (LETCHER, 2017) Isto pode ser feito de três maneiras:

- Critério *Soft-Soft*: A frequência fundamental da torre é colocada abaixo de 1P, o que é quase impossível de se conseguir numa estrutura ligada à terra, pois resulta numa estrutura excessivamente flexível;
- Critério *Soft-Stiff*: A frequência fundamental está entre 1P e 3P. Este é o método mais comum nas torres offshore;
- Critério *Stiff-Stiff*: A frequência fundamental está acima de 3P, o que demanda uma estrutura de apoio de rigidez mais elevada.

Podemos visualizar melhor a relação entre as frequências naturais desses tipos de projeto e as frequências 1P e 3P através da Figura 7. Esta figura também mostra como as densidades espectrais dos ventos e das ondas do mar estão em relação às mesmas frequências para uma turbina de referência de 5 MW da NREL (National Renewable Energy Laboratory).



Figura 7: Correlação entre os espectros de excitação, as frequências 1P e 3P e os critérios de projeto (LETCHER, 2017).

## 2.2 ESQUEMAS ESTRUTURAIS DE TORRES EÓLICAS

As torres de aerogeradores podem ser produzidas em uma variedade de materiais. Comumente, o mais utilizado na construção é a estrutura em aço. Porém também podem ser feitas em concreto armado ou de forma híbrida, que seria a junção de concreto e aço. Quanto à estrutura destas, as mais comuns são as torres tubulares, as treliçadas e as atirantadas.

#### 2.2.1 Torres Tubulares

Estas torres, são produzidas em seções que possuem entre 20 e 30 metros de comprimento que são aparafusadas no local. Estas são cônicas, e têm seu diâmetro aumentado do topo até à base, o que deixa esta última mais firme, e esse efeito é benéfico para toda a estrutura, uma vez que é na base onde se concentram as maiores tensões. Isso possibilita um peso reduzido em relação à se a torre tivesse uma seção constante. As torres tubulares possuem algumas grandes vantagens, como por exemplo, a estrutura forma um espaço fechado que oferece maior resguardo dos efeitos do sol, chuva e poeiras aos cabos elétricos e outros componentes. Estas também acomodam com maior facilidade os equipamentos destinados à subida, como escadas e, no caso das torres maiores e mais recentes, elevador pessoal, além de reduzirem as possibilidades de aves criarem ninhos em partes da torre, algo que é comum em torres treliçadas. Na Figura 8 temos um exemplo de torre tubular.



Figura 8: Torre de aço tubular.

Quando nos referimos ao transporte terrestre destas, é sabido que existem impasses mesmo com autorização especial. Uma das principais limitações, são os túneis, uma vez que para o transporte de secções de grandes diâmetros, o limite corresponde a 3,5 metros e 4,5 metros. Vale ressaltar, que estas restrições podem ser anuladas com um aumento da espessura da chapa, porém a torre será mais pesada e menos economicamente viável.

#### 2.2.2 Torres Treliçadas

Estas são produzidas com a utilização de perfis de aço soldados. As torres treliçadas possuem algumas grandes vantagens, como a necessidade de pouca matéria-prima quando comparadas à quantidade usada para uma torre maciça, se pensarmos em números, as torres treliçadas possuem cerca de metade do material de uma torre maciça, e consequentemente estas têm um peso mais baixo, sendo economicamente vantajosas. Quando este modelo de torre tem uma altura diminuída, estas são construídas em tripé, para que o projeto seja mais econômico. Na Figura 9 temos um exemplo deste tipo de torre.



Figura 9: Torre Treliçada pré-fabricada.

O incômodo visual é um dos principais empecilhos da falta de espaço no mercado de torres, para este modelo. Assim, para que as torres treliçadas voltem a ser mais comercializadas em maiores alturas, algumas características deverão ser alteradas, como o baixo peso e preço, utilização de perfis galvanizados por imersão a quente, transparência visual, melhor comportamento perante a ação do vento e logística de transporte. Porém, existem características sem alternativas de melhoria, e são um entrave para que esta ganhe mais espaço, como por exemplo, o número elevado de parafusos expostos ao ar livre, que provoca a necessidade de uma maior frequência de manutenção da torre, além de outros problemas que podem surgir decorrentes das propriedades dinâmicas do modelo.

#### 2.2.3 Torres Atirantadas

Essas são estruturadas para uma categoria de torres de menores alturas, assim têm seu suporte assistido por cabos por causa do pequeno diâmetro da sua torre. A maior vantagem das torres atirantadas é o seu preço reduzido e a maior desvantagem é o difícil acesso ao seu redor. Entretanto, são utilizadas em lugares onde a energia adquirida pela torre é disponibilizada diretamente para as habitações no seu entorno. Na Figura 10 temos um exemplo desse tipo de torre.



Figura 10: Torre Atirantada.

### 2.2.4 Torres de Concreto

Nos últimos anos, passaram a existir alternativas que possibilitaram o uso de material híbrido, ou seja, uso combinado do aço e concreto. Além disso, a utilização de bases de concreto com características melhoradas, reforço ou encapsulamento da estrutura existente com concreto armado, possibilitou o aumento da altura das torres. Nesse sentido, para torres muito altas, acima de 80 metros, os custos passam a ser economicamente inviáveis para a construção toda em aço. Dessa forma, as soluções citadas vieram para contornar este problema. Na Figura 11 temos um exemplo de torres de concreto.



Figura 11: Torre de Concreto.

As torres de concreto armado de alto desempenho oferecem várias vantagens como o aumento da vida útil das estruturas, a simplicidade de fabricação e a alta resistência que possibilita o uso de geradores mais pesados e com alta capacidade. As torres híbridas são construídas com a parte de baixo, desde a base até o meio da torre, em concreto e a parte superior em aço. Assim, tem-se estruturas mais econômicas pelo uso reduzido de aço.

### 2.3 MODELAGEM ESTRUTURAL

A análise modal usando elementos finitos é uma das formas de modelagem e análise mais eficientes utilizada para prever as frequências de ressonância e formas modais de uma estrutura complexa pois é capaz de simplificar a geometria analisada em uma série de coordenadas espaciais discretas (CLOUGH; PENZIEN, 1975). Neste tipo de modelagem, quanto mais fiel à geometria original o modelo for, e quanto maior for o número de elementos utilizados na análise, mais precisos serão os resultados obtidos. Porém, isso não vem sem custo: mais tempo e recursos serão gastos na modelagem da geometria, e mais recursos computacionais serão gastos na análise. Por isso, procura-se sempre utilizar o modelo mais simples que ainda seja capaz de representar o problema sem um prejuízo significativo na precisão e acurácia dos resultados. Por esses motivos, foi feita uma busca por trabalhos anteriores que indiquem quais simplificações costumam ser feitas de forma que ainda se obtenham resultados satisfatórios.

No trabalho de LAVASSAS et al. (2003) e no de OLIVEIRA (2012), foi feita a comparação entre três modelos distintos, um modelo de casca engastada na base, um segundo modelo de casca, mas desta vez considerando a sapata e características do solo, e um terceiro modelo de barras, como mostra a Figura 12.



Figura 12: Modelos de torre utilizados para comparação por LAVASSAS et al. (2003).

Nos modelos de torre eólica analisados, existem diversos componentes que adicionam peso e complexidade à estrutura, como o gerador, pás, anéis enrijecedores, portas, etc. Para a modelagem, todos os componentes presentes na nacele foram considerados como uma única massa concentrada no topo da torre. Quanto a cada um dos anéis enrijecedores, seu peso foi levado em conta em todos os modelos nas alturas respectivas, mas seu efeito enrijecedor não pode ser contabilizado no modelo de barras.

Com essas simplificações, LAVASSAS et al. (2003) e OLIVEIRA (2012) encontraram que o modelo mais simples é capaz de fornecer as principais frequências de ressonância e modos de vibração, apesar de este não ser capaz de calcular os modos de vibração torcional e oval. Uma modelagem mais complexa também seria necessária no caso de ser preciso investigar as tensões máximas na estrutura, pois o modelo de barras ignora as concentrações de tensões.

OLIVEIRA (2012) comparou os resultados das simulações com resultados experimentais para as 4 primeiras frequências naturais. O modelo de barras apresentou um erro entre 2% e 20% em relação aos resultados experimentais, enquanto que o modelo de casca apresentou um erro entre 5% e 15%, como mostra a Tabela 1.

Mada da vibração	Frequências Próprias da Estrutura (Hz)				
modo de vibração	1	2	3	4	
Ensaio Dinâmico	0,350	2,823	7,743	18,478	
Modelo de Barras	0,400	3,180	9,300	$18,\!905$	
Erro (%)	14,302	12,666	20,116	2,311	
Modelo de Casca	0,390	3,130	8,950	$17,\!480$	
Erro (%)	11,444	10,895	$15,\!596$	-5,401	

Tabela 1: Comparação entre frequências de vibração encontradas experimental e numericamente (OLIVEIRA, 2012).

A forma dos primeiros modos de vibração previstos nos diversos modelos também foi comparado, e mostrou ser o mesmo, como demonstra a Figura 13 para o primeiro modo. Isso exclui os modos circunferenciais, que além de não serem calculados pelo modelo de barras, não puderam ser medidos pelos equipamentos utilizados na medição real (sismógrafos), já que estes não são montados na casca, e sim em plataformas da torre.



Figura 13: Primeiro modo encontrado experimentalmente e pelos modelos de casca e barras (OLIVEIRA, 2012).

Em relação ao modelo com sapatas, OLIVEIRA (2012) usou molas lineares distribuídas uniformemente sob os nós da base da sapata para modelar a interação com o solo. Como a constante de rigidez do solo não era conhecida, este parâmetro foi variado de forma a fazer um ajuste dos resultados obtidos pela simulação aos resultados experimentais. Desta forma, os resultados obtidos ficaram mais próximos dos reais, apesar de que não é possível garantir que a rigidez do solo obtida é representativa da real.

### 2.4 MODELAGEM DOS EFEITOS DO VENTO

#### 2.4.1 Distribuição Aleatória da Velocidade no Tempo

A gigantesca quantidade de fatores que afetam o regime dos ventos, faz com que este seja um fenômeno imprevisível por natureza. Apesar disso, para garantir a segurança e integridade de edificações feitas pelo homem, é de suma importância que conheçamos maneiras de prever os seus efeitos sobre as mesmas.

Por causa da natureza aleatória, a única forma de estimar qual lugar é adequado para a construção de um parque eólico é pela análise de medições feitas por estações meteorológicas através de métodos estatísticos (HERNANDEZ-ESTRADA et al., 2001).

São utilizados três tipos de distribuição aleatória para a análise da velocidade dos ventos. A de Gumbel, ou distribuição de Tipo I, a de Frechet, de Tipo II, e a de Weibull, de Tipo III. A distribuição de Tipo I é a mais utilizada atualmente por pesquisadores, apesar desta representar melhor climas mais comportados, enquanto que a distribuição de Weibull pode representar melhor grandes variações, e é recomendada pela International Electrotechnical Commission (IEC) na norma internacional 61 400–1.

Nesta trabalho, considera-se a distribuição de Weibull, de tipo III. A função de densidade de probabilidade (PDF) de Weibull apresenta dois fatores, um fator de escala c e um de forma k. O primeiro define o quão dispersa é a distribuição, enquanto que o segundo define o seu formato, da maneira mostrada pela Equação 2.4.1.

$$p(\bar{U}) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{\bar{U}}{c}\right)^{k-1} e^{(\bar{U}/c)^k}$$
(2.4.1)

onde  $\overline{U}$  é a velocidade média do vento considerando um intervalo de 10 minutos e P é a densidade acumulada. Existem vários métodos para a determinação dos parâmetros c e k a partir de dados, dentre eles o de mínimos quadrados, a partir de dados de velocidades médias dos ventos gravadas a cada 10 minutos, medidas por estações meteorológicas.

A partir do momento que os parâmetros de Weibull são conhecidos, é possível gerar valores de velocidade média  $\overline{U}$  que seguem esta distribuição, através da função distribuição acumulada inversa (ICDF), dada pela Equação 2.4.2. Os valores de P utilizados podem ser aleatórios, distribuídos uniformemente entre 0 e 1, ou igualmente espaçados entre os mesmos valores.

$$\bar{U}(P) = -c[ln(1-P)]^{1/k}$$
(2.4.2)

Apesar de ser possível obter valores de velocidade média  $\overline{U}(P)$  a partir desta fórmula, para gerar um sinal de velocidade no tempo é preciso considerar como o valor de velocidade flutua em torno desta média. Uma das formas de fazer isso é através de um modelo de densidade espectral.

A densidade espectral, ou *power spectral density* (PSD) é uma foma de representar as frequências que compõem um sinal descrito no tempo. Diferente da Transformada de Fourier, que nos dá informação de amplitude, frequência e fase, a partir das quais é possível reconstruir o sinal original, a PSD nos dá apenas amplitude e frequência. Logo, ao retornarmos ao domínio do tempo, temos não o sinal original, mas sim um sinal estatisticamente equivalente (HALFPENNY, 1998). Logo, a PSD é uma forma útil de representar as flutuações da velocidade do vento causadas pela turbulência.

Segundo BURTON et al. (2001), dois espectros são comumente utilizados para representar as variações da velocidade longitudinal do vento causadas pela turbulência, o de Kaimal, dado pela Equação 2.4.3, e o de Von Karman, dado pela Equação 2.4.4. Ambos tendendem ao limite assimptótico de  $\omega^{5/3}$  para altas frequências. O primeiro normalmente se encaixa melhor a dados empíricos, e foi escolhido para ser utilizado neste trabalho.

Kaimal: 
$$S(\omega) = \frac{4\sigma_u^2 L_{1u}/U}{\left[1 + 6\omega (L_{1u}/\bar{U})\right]^{5/3}}$$
 (2.4.3)

$$VonKarman: \quad S(\omega) = \frac{4\sigma_u^2 L_{2u}/\bar{U}}{\left[1 + 70, 8(\omega L_{2u}/\bar{U})^2\right]^{5/3}}$$
(2.4.4)

onde  $L_{1u}$  e  $L_{2u}$  são parâmetros de escala calculados a partir da altura da torre,  $\sigma_u$  é o desvio padrão e  $\overline{U}$  é a velocidade média.

#### 2.4.2 Influência da Camada Limite

Segundo a mecânica dos fluidos, em um fluxo uniforme paralelo à uma superfície estacionária, a velocidade do fluido é zero junto à superfície e aumenta com a distância desta até uma velocidade  $U_{\infty}$ . Esta região onde há uma grande mudança no valor da velocidade é denominada camada limite.

Como as turbinas eólicas se localizam dentro da camada limite atmosférica (CLA), que normalmente tem seu topo a cerca de 1 km da superfície do solo (CUSHMAN-ROISIN, 2019), a variação da velocidade dos ventos com a altura causa uma excitação que também varia na altura da torre.

A forma com que o perfil de velocidade se desenvolve dentro dessa camada limite depende de fatores como a velocidade do escoamento livre, a massa específica e viscosidade do fluido, a rugosidade e forma da superfície e a presença de obstáculos. No caso de um escoamento turbulento, a influência da rugosidade e forma da superfície se tornam ainda maiores (PESTANA, 2016).

Para simular o desenvolvimento da camada limite, a Mecânica dos Fluidos desenvolveu modelos que relacionam altura em relação à superfície com a velocidade de escoamento. Um dos mais utilizados no estudo de turbinas eólicas é o logarítmico em duas versões, uma com correção diabática e outra sem esta correção. O modelo com correção diabática, apesar de ser mais preciso, requer parâmetros como rugosidade, turbulência e estabilidade atmosférica, que só podem ser obtidos em estações meteorológicas com equipamento muito especializado, o que é raro (HERNANDEZ-ESTRADA et al., 2001). Desta forma, o modelo sem tal correção é o mais utilizado, sendo representado pela Equação 2.4.5

$$V(z) = V_r \left( \frac{ln\frac{z}{z_0}}{ln\frac{z_r}{z_0}} \right)$$
(2.4.5)

onde  $V_r$  é a velocidade medida a uma altura conhecida,  $z_r$  é a altura na qual essa velocidade foi obtida e z é a altura na qual se deseja saber a velocidade. O efeito de irregularidades que podem causar turbulência no fluxo de ar são computadas pelo parâmetro  $z_0$ .

Um outro modelo comumente utilizado para torres de até 100 m de altura é o por lei de potência, dado pela Equação 2.4.6.

$$V(z) = V_r \left(\frac{z}{z_r}\right)^{\alpha} \tag{2.4.6}$$

Tipo de Terreno	Rugosidade $z_0$	Exponente $\alpha$	
Mar aberto com ondas	0,0003	0,110	
Terra arável	0,0500	0,160	
Floresta	0,5000	0,210	
Subúrbio	1,5000	0,250	
Centro urbano	3,0000	0,290	

onde  $\alpha$  é o exponente de cisalhamento. Este parâmetro pode não ser constante, podendo depender de  $z_0$ , velocidade do vento e altura. A Tabela 2 apresenta valores comuns de  $z_0 \in \alpha$ .

Tabela 2: Valores comuns de  $z_0 \in \alpha$  (HERNANDEZ-ESTRADA et al., 2001).

### 2.5 Modelo Concentrado

Uma das formas mais simples de modelar um dos modos da torre de uma turbina eólica é por um sistema concentrado massa-mola. Uma das formas mais comuns de fazer isso para uma viga é considerando como se toda a sua massa estivesse concentrada no topo e toda rigidez viesse da torre, adotando uma rigidez equivalente  $k_{eq} = 3EI/L^3$ . Isto pode não ser representativo no caso de uma massa distribuída não uniformemente, como é o caso da turbina eólica. Portanto, optou-se por utilizar o princípio do trabalho virtual, como ilustra a Figura 14.



Figura 14: Esquema da estrutura e modelo concentrado equivalente (ALKMIM, 2017).

Uma forma para a obtenção dos parâmetros de massa e rigidez equivalentes foi descrita por ALKMIM (2017). Começamos com o modelo de viga descrita pela equação de Euller-Bernoulli sujeita a uma excitação no seu comprimento F(z,t).

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( EI \frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial z^2} \right) + m \frac{\partial^2 w(z,t)}{\partial t^2} = F(z,t)$$
(2.5.1)

onde w é o deslocamento transversal, E é o módulo de elasticidade e I é o momento de inércia médio no comprimento L. O problema homogêneo, onde (F(z,t) = 0) tem um número infinito de soluções, ou seja, infinitas frequências de ressonância (autovalores) associadas a infinitos modos de vibração (autovetores). Utilizando a separação de variáveis  $w(z,t) = \phi(z)Y(t)$ , e considerando apenas o deslocamento em função da altura, a Equação 2.5.1 fica da seguinte forma:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left( EI \frac{d^2 \phi(z)}{dz^2} \right) + m \frac{d^2 \phi(z)}{dt^2} = 0$$
(2.5.2)

Para resolver a Equação 2.5.2, utilizamos a condição de contorno de base fixa (Equação 2.5.3) e da ponta livre com massa M em z = L (Equação 2.5.4 e Equação 2.5.5).

$$\phi(0) = 0, \quad \frac{d\phi(x)}{dz} = 0$$
 (2.5.3)

$$EI\frac{d^2\phi(L)}{dz^2} = w_n^2 \frac{d\phi(L)}{dz}J$$
(2.5.4)

$$EI\frac{d^{3}\phi(L)}{dz^{3}} = w_{n}^{2}\phi(L)M$$
(2.5.5)

onde J é o momento de inércia de rotação da massa, M é a massa na ponta e  $\omega_n$  são as frequências naturais. A solução da Equação 2.5.2 é da forma:

$$\phi(z) = A_1 \cos(\lambda z) + A_2 \sin(\lambda z) + A_3 \cosh(\lambda z) + A_4 \sinh(\lambda z), \qquad (2.5.6)$$

onde  $A_i$  são quatro constantes que podem ser encontradas a partir das condições de contorno e  $\lambda$  é a raiz do problema de autovalor, dada por

$$\lambda = \left(\frac{\omega_n^2 M}{EI}\right)^{1/4} \tag{2.5.7}$$

Ao aplicarmos as condições de contorno e encontrarmos os autovalores do sistema, podemos obter uma equação que de  $\phi$  para cada modo de vibração, onde o autovalor da r-ésima frequência natural  $\lambda_r$  está associado à r-ésima autofunção

$$\phi(z) = A_r \left[ sen\lambda_r z - senh\lambda_r z + \left( \frac{sen\lambda_r z + senh\lambda_r z}{cos\lambda_r z + cosh\lambda_r z} \right) (-cos\lambda_r z + cosh\lambda_r z) \right]$$
(2.5.8)

Normalmente a vibração da torre é aproximada pelo primeiro termo da Equação 2.5.8, que produz o primeiro modo de resposta da torre. A abordagem seguida por ALKMIM (2017), que é sugerida por AVILA et al. (2016) é a mesma utilizada neste trabalho. Nesta, a primeira forma modal é assumida como

$$\phi(z) = 1 - \frac{\cos \pi z}{2L}.$$
(2.5.9)

Do princípio de trabalho virtual e da forma modal descrita na Equação 2.5.9, a massa generalizada e energia cinética T são dadas por

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} m(z) w^2(z,t) dz = \frac{1}{2} M^* Y^2(t).$$
(2.5.10)

$$T = \int_0^L \frac{1}{2} m(z) \left\{ \phi(z) Y(t) \right\}^2 dz = \frac{1}{2} M^* Y^2(t)$$
(2.5.11)

Logo,

$$M^* = \int_0^L m(z)\phi^2(z)dz,$$
 (2.5.12)

Para a rigidez generalizada, a partir da energia potencial V obtemos

$$V = \int_0^L \frac{1}{2} EIdz \left(\frac{d^2w}{dz^2}\right) = \frac{1}{2} K^* Y^2(t), \qquad (2.5.13)$$

$$V = \int_0^L \frac{1}{2} EI\left\{\phi''(z)Y(t)\right\}^2 dz = \frac{1}{2}K^*Y^2(t).$$
(2.5.14)

Logo,

$$K^* = \int_0^L EI\phi''(z)dz,$$
 (2.5.15)

Substituindo o formato modal da Equação 2.5.9 nas Equação 2.5.12 e Equação 2.5.15 obtemos

$$K^* = \frac{\pi^4}{32L^3} EI, \tag{2.5.16}$$

$$M^* = \frac{ML}{2\pi} \left[ \pi \left( 3 + 2\frac{L_e}{L} \right) - 8 \right], \qquad (2.5.17)$$

sendo  $L_e$  o comprimento equivalente, dado por

$$L_e = M/m, \tag{2.5.18}$$

onde m é a massa por unidade de comprimento da torre e M é a massa da ponta.

## CAPÍTULO 3

### MODELO DE 1 GRAU DE LIBERDADE

### 3.1 APRESENTAÇÃO DAS TORRES ESTUDADAS

Nesta subseção, um modelo simplificado de 1 GDL é utilizado para avaliar a resposta de duas torres distintas nas proximidades do 1º modo de vibração, a partir da modelagem apresentada na Seção 2.5, para diferentes condições de vento. A força devido à ação do vento é representada por uma função no tempo obtida a partir do espectro de Kaimal, dado pela Equação 2.4.3. O modelo de 1 GDL pode ser representado a partir da Equação 3.1.1

$$M^* \ddot{x} + C^* \dot{x} + K^* x = F(t) \tag{3.1.1}$$

onde  $M^*$  é a massa equivalente, dada pela Equação 2.5.17,  $K^*$  é a rigidez equivalente, calculado a partir da Equação 2.5.16, e  $C^*$  é o amortecimento equivalente, cujo valor foi calculado para que a razão de amortecimento  $\xi_e$  fosse igual a 1,8% de forma que o sistema fosse subamortecido. F(t) é a força dos ventos no tempo.

#### 3.1.1 Torre 1

O primeiro modelo a ser construído é feito com base nos parâmetros definidos no trabalho de ALKMIM (2017), apresentados na Tabela 3 a fim de comparar os resultados obtidos para validar o modelo.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade	E	$2.1 \times 10^{11}$	Pa
Diâmetro	D	3	m
Espessura	$t_h$	0,015	m
Densidade (aço)	ρ	7850	$kg/m^3$
Segundo momento de área	Ι	0,16	$m^4$
Massa do topo	М	19876	kg
Comprimento da torre	L	60	m

Tabela 3: Características da Torre 1

A partir desses parâmetros e da Equação 2.5.16 e Equação 2.5.17, foram calculados os parâmtros de rigidez equivalente  $K^*$  e massa equivalente  $M^*$  apresentados na Tabela 4. O amortecimento equivalente foi escolhido de forma a obter um sistema subamortecido, como é o caso das estruturas de torres eólicas.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa Equivalente	$M^*$	34.975	kg
Rigidez Equivalente	$K^*$	470.685	N/m
Razão de Amortecimento	$\xi_e$	1,83	%

Tabela 4: Parâmetros utilizados no modelo de 1 GDL da Torre 1.

#### 3.1.2 Torre 2

A segunda torre modelada se trata da torre eólica Repower MM82. Em seu trabalho, OLIVEIRA (2012) fez a modelagem desta mesma torre em elementos finitos de três formas: um modelo de barras engastado, um modelo de casca engastado e um modelo de casca com sapata. Posteriormente, no mesmo trabalho, foi feita a comparação entre os modos obtidos por esses modelos com modos obtidos experimentalmente pelo mesmo autor. Logo, utilizaremos seus resultados para comparar com os resultados obtidos pelo modelo de 1 GDL.

Este modelo é um gerador de eixo horizontal e rotor de 3 pás, capaz de gerar até 2 MW. Um diagrama representando sua estrutura está presenta na Figura 15.



Figura 15: Diagrama estrutural da Torre 2.

Considerando um diâmetro médio e uma espessura média, chegamos nas características apresentadas na Tabela 5.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade	E	$2.1 \times 10^{11}$	Pa
Diâmetro	D	$3,\!63$	m
Espessura	$t_h$	0,021	m
Densidade (aço)	ρ	7850	$kg/m^3$
Segundo momento de área	Ι	0,39	$m^4$
Massa do topo	М	95000	kg

Desta forma, chegamos nos parâmetros para o modelo de 1 GDL apresentados na Tabela 6, calculados a partir da Equação 2.5.16 e Equação 2.5.17.

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa Equivalente	$M^*$	127.230	kg
Rigidez Equivalente	$K^*$	569.850	N/m
Razão de Amortecimento	$\xi_e$	1,83	%

Tabela 6: Parâmetros utilizados no modelo de 1 GDL da Torre 2.

### 3.2 Obtenção do Sinal de Força dos Ventos no Tempo

Inicialmente, foram definidos os parâmetros da distribuição de Weibull a ser seguida. Os parâmetros c de escala e k de forma utilizados foram 3,94 e 2,81 respectivamente, sendo esses os valores encontrados pelo método dos mínimos quadrados por OZAWA (2017) a partir de dados meteorológicos da cidade de Ventania, no Paraná, onde a velocidade média registrada foi de 3,51 m/s. A Figura 16 apresenta a função densidade de probabilidade de Weibull, dada pela Equação 2.4.1 para os parâmetros adotados.



$$p(\bar{U}) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{\bar{U}}{c}\right)^{k-1} e^{(\bar{U}/c)^k}$$
(2.4.1)

Figura 16: PDF da velocidade média na altura medida e nas alturas das torres.

Os dados utilizados por OZAWA (2017) foram medidos a uma altura de 10 m do solo. Logo, foram utilizados os valores parâmetros de Weibull encontrados em conjunto com Função de Distribuição Acumulada Inversa (ICDF) para gerar valores de velocidade média  $\bar{U}_{10m}$  nesta altura.

Para encontrar valores de  $\overline{U}$  correspondentes na altura da nacele de cada uma das torres foi necessário utilizar um modelo de camada limite com a velocidade de referência  $U_r = \overline{U}_{10m}$ . Foram considerados o modelo logarítmico, dado pela Equação 3.2.1 e o de potência, dado pela Equação 3.2.2.

$$U(z) = U_r \left(\frac{ln\frac{z}{z_0}}{ln\frac{z_r}{z_0}}\right)$$
(3.2.1)

$$U(z) = U_r \left(\frac{z}{z_r}\right)^{\alpha} \tag{3.2.2}$$

Os valores dos parâmetros adotados foram  $z_0 = 0,0500$  e  $\alpha = 0,160$ , que correspondem

à rugosidade da terra arável, como mostra a Tabela 2 da Subseção 2.4.2.

A Figura 17 apresenta a Função de Distribuição Acumulada Inversa (ICDF), obtida a partir da Equação 2.4.2, para os parâmetros de Weibull adotados e os valores correspondentes para as alturas das naceles, de 60 m, no caso da torre 1, e 76,15 m, no caso da torre 2, calculados à partir das Equação 3.2.1 e Equação 3.2.2.



Figura 17: FDAI na altura medida e nas alturas das torres.

Como podemos ver a partir da Figura 17, não há diferença significativa entre as velocidades obtidas pelos dois modelos de camada limite. Desta forma optou-se por utilizar os resultados obtidos apenas pelo modelo logarítmico deste ponto do trabalho em diante.

Foram gerados 5 valores de  $\overline{U}$  que seguem a distribuição de Weibull, a partir de sua Função de Densidade Acumulada Inversa dada pela Equação 2.4.2. Os valores de P adotados foram de 0,1 a 0,9, com passo de 0,2. Os valores de densidade acumulada e os respectivos valores de  $\overline{U}$  calculados estão apresentados na Tabela 7.

Probabilidade Acumulada	$\bar{U}$ Torre 1 (m/s)	$\bar{U}$ Torre 2 (m/s)
0,1	1,7	1,8
0,3	3,0	3,1
0,5	4,0	4,2
0,7	5,2	5,3
0,9	6,9	7,1

Tabela 7: Valores de densidade acumulada e correspondentes velocidades médias.

Estes valores de  $\overline{U}$  foram utilizados para alimentar a PSD de Kaimal. Para a obtenção do sinal de velocidade no tempo U(t) a partir desta, é necessário que façamos uma Transformada Rápida de Fourier Inversa (IFFT) da PSD, da seguinte forma:

$$U(t) = IFFT(|X|e^{\theta k}), \qquad (3.2.3)$$

$$|X| = \sqrt{S_k} \tag{3.2.4}$$

onde  $S_k$  é a PSD de Kaimal dada pela Equação 2.4.3, e a fase  $\theta_k$  é um número aleatório de distribuição uniforme entre 0 e  $2\pi$ , ou seja,  $\theta \sim U(0, 2\pi)$ .

Kaimal: 
$$S(\omega) = \frac{4\sigma_u^2 L_{1u}/\bar{U}}{\left[1 + 6\omega(L_{1u}/\bar{U})\right]^{5/3}}$$
 (2.4.3)

Utilizando os valores de velocidade média da Tabela 7, e adotando o valor de  $L_{1u}$  como 170,1 m, conforme o padrão da Comissão Eletrotécnica Internacional (BURTON et al., 2001), obtemos a PSD de Kaimal e geramos os sinais de força no tempo U(t), apresentados nas Figura 18 e Figura 19.

Um valor mais extremo de velocidade média  $\bar{U}$ , que corresponde ao ponto da PDF onde  $P = 1 - 1 \times 10^{-16}$ , também foi adicionado à Figura 18 e à Figura 19, com o intuito de mostrar que é preciso uma diferença de velocidade média maior para termos uma mudança mais apreciável no espectro e, consequentemente, no sinal U(t). Este valor é  $\bar{U} = 24$  para a torre 1 e  $\bar{U} = 25$  para a torre 2.



Figura 18: PSD de Kaimal e U(t) da torre 1.



Figura 19: PSD de Kaimal e U(t) da torre 2.

Do sinal de U(t), a obtenção do sinal de força F(t) é feita através da Equação 3.2.5.

$$F(t) = \frac{1}{2}\rho_{ar}C_D A U(t)^2$$
(3.2.5)

onde  $\rho_{ar}$  é a densidade do ar,  $C_D$  é o coeficiente de arrasto e A é a área frontal da torre. Como estamos estudando o efeito da variação desta força no modelo, a dimensão do valor não é tão importante, logo  $\frac{1}{2}\rho_{ar}C_DA$  foi considerado uma constante igual à unidade.

Por fim, é importante notar que, apesar de os valores de  $\overline{U}$  utilizados seguirem a distribuição de Weibull, devido à  $\theta_K$  seguir uma distrubuição normal, os valores do sinal de U(t)obtido por este procedimento seguem uma distribuição Gaussiana.

#### 3.3 Resposta Dinâmica

Para obter a resposta no tempo dos sistemas, a função ODE45, do programa MATLAB, foi utilizada. Esta função resolve equações diferenciais pelo método de Dormand-Prince, da família de métodos Runge-Kutta. Primeiramente, esta função foi utilizada para obter a resposta livre dos sistemas, com condições iniciais de x(0) = 1 m e  $\dot{x}(0) = 0$  m/s apresentada nas Figura 20 e Figura 21.



Figura 20: Resposta livre das torres.



Figura 21: Resposta livre das torres na frequência.

A partir das respostas, podemos verificar que a frequência natural da Torre 1 é de 0,58 Hz, o mesmo valor encontrado por ALKMIM (2017). Quanto à Torre 2, verificamos que a frequência natural encontrada é de 0,33 Hz, que difere em 15% do valor de 0,39 Hz encontrado pelo modelo de casca de OLIVEIRA (2012). A frequência do presente modelo difere apenas em 5% do valor de 0,35 Hz encontrado experimentalmente pelo mesmo autor. Os resultados desse autor estão apresentados na Tabela 1, da Seção 2.3.

Ao aplicarmos o sinal de força, encontrado na Seção 3.2 para diferentes valores de velocidade média, ao modelo 1 GDL que representam as duas torres, obtemos as respostas apresentadas nas Figura 22 e Figura 23.



Figura 22: Resposta da torre 1 ao sinal de força.



Figura 23: Resposta da torre 2 ao sinal de força.

Aqui foi notado que o pico de resposta tende a crescer com a velocidade média, porém este não é sempre o caso, havendo influência da parcela aleatória da geração do sinal de força.

Tendo em vista que a força devido a ação do vento é aleatório, realizaram-se 5 execuções do programa para cada uma das velocidades analisadas. Considerando-se todas as execuções, foram obtidos valores de amplitude máxima e média. Estes estão apresentados nas Figura 24 e Figura 25 respectivamente.



Figura 24: Resposta máxima dos sistemas em cada execução.



Figura 25: Média da resposta dos sistemas em cada execução.

Podemos observar, a partir destes resultados, que o valor da velocidade média, apesar de ser um parâmetro na distribuição de Kaimal, não tem grande influência na amplitude máxima alcançada pelo sistema para a série de valores de velocidade média testada, com a exceção do valor mais extremo testado. A média da amplitude de resposta aumenta com  $\overline{U}$  de forma mais uniforme. Para melhor observar a variação da resposta, foi tirada a média e desvio padrão de 10 respostas para cada velocidade média, como pode ser visto na Figura 26 para a torre 2.

![](_page_44_Figure_1.jpeg)

Figura 26: Média e desvio padrão da resposta da torre 2 para diferentes velocidades.

Foi observado que a variação é relativamente maior nas frequências inferiores à do pico, e que em torno do pico a variação é menor em relação à amplitude. O alto desvio padrão nas frequências mais baixas se deve em parte ao fato de que o período correspondente à essas frequências é muito próximo à duração do tempo utilizado na simulação, de 30 segundos. Caso um tempo mais longo tivesse sido usado, espera-se que o desvio padrão nessa região seria menor.

## CAPÍTULO 4

## MODELO DISCRETO A PARTIR DO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

A modelagem da Torre 2 foi feita a partir do Método dos Elementos Finitos utilizando o programa Ansys APDL. Essa torre foi escolhida por haver mais informações sobre sua geometria e distribuição da massa. Em seguida, a resposta dinâmica da torre foi avaliada para diferentes condições do vento a partir da resposta numérica obtida no Matlab, e as respostas foram comparadas com as do modelo 1 GDL.

### 4.1 Modelagem utilizando o Ansys

Para modelar a estrutura no Ansys foram definidos pontos-chave na altura da base e do topo da torre, e uma linha reta ligando os dois pontos. Esta linha foi dividida em 10 elementos do tipo BEAM188, um elemento adequado para analisar estruturas esbeltas compostas por vigas (ANSYS, 2019). Cada elemento desse tipo é definido por 2 nós, com 6 graus de liberdade em cada nó, e leva em consideração o formato e dimensões da seção de viga. Esta foi definida com uma seção tubular, levando em conta a variação de diâmetro e de espessura de parede da torre da base (4,3 m e 18 mm respectivamente) até o topo (2,955 m e 12 mm respectivamente) (OLIVEIRA, 2012), com uma variação linear dos valores de diâmetro e espessura na base até os valores no topo, como mostra a Figura 27.

![](_page_46_Picture_1.jpeg)

Figura 27: Torre 2 modelada no Ansys APDL.

Para representar a massa dos componentes da nacele, foi adicionado um elemento MASS21, que é um elemento de inércia pontual de 6 GDL, com a massa de 95 toneladas.

Como há simetria radial no modelo e estamos desconsiderando rotações no eixo da torre, apenas o plano yz foi considerado na análise. Portanto os graus de liberdade de translação em x, de rotação em z e de rotação em y de todos os nós foram restringidos. Além disso, todos os graus de liberdade do nó da base também foram restringidos, para representar o engaste da estrutura no solo.

Inicialmente, foi realizada uma análise modal do sistema torre + massa concentrada. O resultado das 10 primeiras frequências naturais está apresentado na Tabela 8, assim como o formato dos 3 primeiros modos na Figura 28.

Modo	Frequência de ressonância (Hz)		Mada	Frequência de ressonância (Hz)	
	Ansys	Matlab	Modo	Ansys	Matlab
$1^{\circ}$	0,42200	0,42200	$6^{\circ}$	$52,\!922$	$52,\!922$
$2^{\circ}$	4,9932	4,9932	$7^{\circ}$	56,523	$56,\!523$
$3^{\circ}$	11,519	11,519	$8^{\circ}$	81,450	81,450
$4^{\circ}$	14,991	14,991	$9^{\circ}$	112,49	112,49
$5^{\circ}$	30,871	30,871	$10^{\circ}$	116,42	$116,\!42$

Tabela 8: Frequências de ressonância obtidas através da análise modal no Ansys APDL e posteriormente pela função eig do Matlab.

![](_page_47_Figure_1.jpeg)

Figura 28: 3 primeiros modos da Torre 2.

Após a conclusão dessa análise, as matrizes de rigidez e massa do modelo foram exportadas pelo método apresentado por (BATAILLY, 2015). As matrizes são exportadas no formato Harwell-Boeing. Para importar as mesmas para o Matlab, foi utilizada a função hb\_to\_msm, disponível no repositório StiffMa, no site Mathworks (RAMÍREZ, 2020). Esta função retorna matrizes esparsas, que então foram convertidas para matrizes padrão pela função full. As matrizes exportadas pelo Ansys contém apenas os valores da diagonal principal e diagonais inferiores, de forma que foi preciso repetir os valores das diagonais inferiores nas diagonais superiores para tornar as matrizes simétricas.

As matrizes importadas têm dimensão  $30 \times 30$ , sendo que a ordem dos elementos do vetor de deslocamento correspondente é de: deslocamento em y, deslocamento em z e rotação em x de cada um dos nós, sendo que os nós estão na ordem do mais baixo para o mais alto.

Para garantir que a importação foi feita de maneira correta, utilizou-se a função eig do Matlab, que retorna autovalores. Dando como entrada as matrizes K e M importadas, os autovalores retornados correspondem a  $\lambda$ , que é o quadrado das frequências naturais em rad/s. Tirando a raiz desses valores e dividindo por  $2\pi$ , obtemos as frequências naturais em Hz, cujos 10 primeiros valores estão apresentados na Tabela 8. Como podemos observar, os valores obtidos após a importação são compatíveis com os obtidos anteriormente através do Ansys.

#### 4.1.1 Resposta dinâmica devido à ação do vento

A resposta numérica do sistema devido a ação do vento foi obtida a partir da função ode45 do Matlab da mesma forma que foi feito na Seção 3.3 para o modelo de 1 GDL, com o mesmo sinal de força obtido através da PSD de Kaimal na Seção 3.2. A matriz de amortecimento utilizada nesta simulação corresponde a 1% da matriz de rigidez.

Primeiramente, um sinal de força correspondente à uma velocidade de vento de 24,44 m/s foi aplicado somente ao nó 10, no topo, para comprar a resposta com a obtida a partir do modelo 1 GDL. Os resultados são apresentados na Figura 29 e na Figura 30.

![](_page_48_Figure_4.jpeg)

Figura 29: Força aplicada e respostas dos modelos 1 GDL e discreto.

![](_page_48_Figure_6.jpeg)

Figura 30: Respostas na frequência dos sistemas a uma força aplicada no topo.

Nas respostas dos dois modelos analisados apenas um pico, referente à primeira frequên-

cia de ressonância, foi observado. Além disso, a amplitude máxima do modelo de 1 GDL é ligeiramente maior que o do nó superior do modelo discreto. Além disso, notou-se que o pico de resposta do modelo de 1 GDL ocorre em uma frequência ligeiramente menor do que o modelo discreto. Essa diferença vem das hipóteses assumidas e maneira em que são calculadas a massa e rigidez equivalentes do modelo de 1 GDL.

Em seguida, a interação entre a força dos ventos e o discreto foi simulada para outras duas distribuições da força, como mostra a Figura 31. O primeiro caso, apresentado em a, corresponde ao caso analisado anteriormente, com a força concentrada na extremidade superior. No segundo caso, b, o sinal de força foi aplicado ao longo de toda a torre de forma uniforme. No último caso, c, um modelo de perfil de velocidade logarítmico foi aplicado, de forma que a intensidade do sinal de força aplicada em cada nó varia de acordo com a altura do mesmo (c), de acordo com a Equação 2.4.5 e Equação 3.2.5.

![](_page_49_Figure_3.jpeg)

Figura 31: Distribuições de forças utilizadas.

A comparação entre as respostas nesses 3 casos pode ser observada na Figura 32.

![](_page_50_Figure_1.jpeg)

Figura 32: Comparação das respostas do sistema à diferentes perfis de força.

A partir da Figura 32 observa-se que nos casos b e c há um segundo pico referente à segunda frequência de ressonância (7,99 Hz) no nó 5 e na média dos nós. Este tem uma amplitude muito menor que o primeiro pico. Além disso, notou-se que as demais frequências de ressonância, apresentadas na Tabela 8 da Seção 4.1 não apareceram na resposta do sistema.

A resposta também foi avaliada em cada uma das condições de forçamento para diferentes velocidades médias de vento, como mostra a Figura 33. As velocidades testadas foram de 1,8 m/s, 4,2 m/s, 7,1 m/s e 24,6 m/s, uma subamostra das velocidades utilizadas com o modelo de 1 GDL na Seção 3.2. Os sinais de força foram obtidos a partir de sinais de velocidade dos ventos que foram gerados a partir da PSD de Kaimal usando os mesmos valores de  $\theta_k$  para cada valor de velocidade média adotada, para eliminar a parcela aleatória da análise.

![](_page_51_Figure_1.jpeg)

Figura 33: Comparação da resposta à diferentes velocidades médias.

Foi observado que a amplitude de resposta cresce com a velocidade média, porém o segundo pico tende a ser menos relevante em relação ao primeiro à medida que a velocidade média aumenta.

Para estudar o efeito de um amortecimento menor na resposta do modelo discreto, a matriz de amortecimento foi multiplicada por 1/100 e a resposta ao forçamento do perfil de vento logarítmico foi obtida novamente, conforme apresentada na Figura 34.

![](_page_51_Figure_5.jpeg)

Figura 34: Comparação da resposta à diferentes velocidades médias com baixo amortecimento e perfil de vento logarítmico.

Nesse último caso, é possível observar o terceiro e quarto picos na quarta e quinta frequên-

cias naturais, respectivamente. Esses picos são muito menores em relação ao primeiro e segundo, e tendem a diminuir com o aumento de  $\overline{U}$ .

Para analisar como a parcela aleatória do sinal de força influencia na resposta do modelo discreto, a resposta foi obtida 10 vezes para diferentes vetores de  $\theta_k$  e  $\bar{U} = 24,6$  m/s. A média da amplitude de resposta e o desvio padrão estão apresentados na Figura 35.

![](_page_52_Figure_3.jpeg)

Figura 35: Média e desvio padrão da amplitude de resposta.

Notou-se que a variação da amplitude é maior fora do pico, e relativamente menor em torno do pico. Da mesma forma que foi observado para os resultados do modelo de 1 GDL, acredita-se que o alto desvio padrão nas frequências mais baixas se deve em parte ao fato de que o período correspondente à essas frequências é muito próximo à duração do tempo utilizado na simulação, de 30 segundos.

## CAPÍTULO 5

## CONCLUSÃO

Neste trabalho foi apresentado um modelo simplificado de um oscilador linear de 1 GDL para representar o primeiro modo de vibração de uma turbina eólica, que foi considerada como o conjunto de torre e nacele. Foi escolhido um modelo para representar a ação dos ventos, que utiliza a distribuição de Weibull para obter valores de velocidade média, o modelo de perfil de velocidades logarítmico para calcular a velocidade média na altura do topo da torre, e a densidade espectral de Kaimal, para representar as flutuações em torno da velocidade média causadas pela turbulência. Utilizando o sinal de força, obtido através do modelo de vento, aplicado ao modelo de 1 GDL, a resposta dinâmica do sistema foi obtida.

Na análise da resposta do sistema de 1 GDL não foi possível obter uma relação entre a velocidade média e o pico de resposta dos sistemas testados para valores de  $\overline{U}$  mais esperados dentro da distribuição de Weibull considerada. Isso provavelmente se deve ao fato de que, dentro dessa extensão de valores de velocidade média, não há uma mudança significativa o suficiente na PSD de Kaimal e consequentemente no sinal de F(t) resultante, de forma que as pequenas diferenças na resposta podem ser atribuídas mais à parcela aleatória da geração do sinal de F(t) do que à variação na velocidade média. Quando é utilizado um valor de  $\overline{U}$  mais alto, porém pouco provável dentro dessa distribuição, o aumento do pico na resposta é mais relevante. A resposta média seguiu um aumento mais uniforme com o aumento de  $\overline{U}$ , mesmo para as menores variações.

Em seguida, foi feita a modelagem de uma torre eólica utilizando o método de elementos finitos no *software* Ansys APDL a partir de elementos de barras, do tipo BEAM188, e de massa concentrada, do tipo MASS21, representando a massa dos componentes da nacele. A análise modal deste sistema foi feita, de forma que foram obtidos os 10 primeiros modos e frequências naturais do mesmo. As matrizes de rigidez e inércia obtidas no Ansys foram exportadas para o Matlab, onde as respostas dinâmicas foram analisadas através de simulação numérica. O mesmo sinal de força utilizado no modelo de 1 GDL foi aplicado à esse modelo discreto de 3 formas diferentes: somente no nó do topo, igualmente em todos os nós e seguindo o perfil logarítmico de velocidade de vento. A resposta obtida à força aplicada somente no topo foi comparada à resposta do sistema de 1 GDL e, posteriormente, todas as respostas do sistema de elementos finitos foram comparadas entre si. A partir da análise das respostas do modelo discreto foi observado que quando a força é aplicada no nó do topo, apenas um pico, referente à primeira frequência de ressonância, é observado, de forma semelhante à que acontece para o modelo de 1 GDL. Desta forma, nessa situação específica, o modelo 1 GDL apresenta uma boa representação quando comparado ao modelo discreto. A resposta nos casos em que a força é aplicada igualmente em todos os nós e em que o perfil logarítmico de vento é usado apresenta 2 picos, referentes às duas primeiras frequências de ressonância. Nesses casos o segundo pico é significantemente menor que o primeiro. Não foram observados picos apreciáveis em outras frequências de ressonância, a não ser no caso em que foram utilizados valores de amortecimento muito baixos, que não representam a estrutura real. Desta forma acredita-se que um modelo 2 GDL possa ser suficiente para representar o comportamento dinâmico da estrutura avaliada, onde foram desconsiderados os movimentos de torção, e circunferenciais.

Por fim, conclui-se que seguindo o mesmo procedimento apresentado neste trabalho é possível analisar o comportamento de diferentes torres, em temos de geometria e material, e diferentes condições de vento.

### Referências Bibliográficas

ABEEÓLICA. Infovento 19. [S.l.], 2021.

ALKMIM, M. Numerical and Experimental Analysis of a Tuned Liquid Column Damper in a Wind Turbine Subject to Stochastic Load. 2017. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília.

AL-GHUSSAIN, L. Global warming: Review on driving forces and mitigation. **Environmental Progress Sustainable Energy**, 2018.

ANSYS, I. Ansys Help. 2019. Disponível em: <www.ansyshelp.ansys.com>.

AVILA, S. et al. Numerical modeling of the dynamic behavior of a wind turbine tower. Advances in Vibration Engineering, 2016.

BATAILLY, A. How to extract structural matrices (mass,stiffness...) from Ansys and import them into Matlab. Obtention of elementary cyclic symmetric matrices from an elementary sector in Ansys. [S.l.], 2015.

BURTON, T. et al. Wind Energy Handbook. [S.l.: s.n.], 2001.

CLOUGH, R.; PENZIEN, J. Dynamics of Structures. [S.l.: s.n.], 1975.

CUSHMAN-ROISIN, B. Envyromental Fluid Mechanics. [S.l.: s.n.], 2019.

HALFPENNY, A. Dynamic Analysis of Both on and Offshore Wind Turbines in the Frequency Domain. 1998. Tese (Doutorado) — University of London.

HERNANDEZ-ESTRADA, E. et al. Considerations for the structural analysis and design of wind turbine towers: A review. Journal of Propulsion and Power, v. 17, n. 1, p. 99–110, 2001.

LAVASSAS, I. et al. Analysis and design of the prototype of a steel 1-mw wind turbine tower. **Engineering Structures**, v. 25, n. 8, p. 1097–1106, 2003.

LETCHER, T. Wind Energy Engineering, A Handbook for Onshore and Offshore Wind Turbines. [S.l.: s.n.], 2017.

LIU, X. et al. An improved dynamic stall model and its effect on wind turbine fatigue load prediction. **Renewable Energy**, v. 156, p. 117–130, 2020. ISSN 0960-1481. Disponível em: <a href="https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148120305723">https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148120305723</a>>.

OLIVEIRA, L. Análise do Comportamento Dinâmico de Torres de Geradores Eólicos. 2012. Tese (Doutorado) — Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

OUR WORLD IN DATA. **Renewable Energy**. 2019. Disponível em: <https://ourworldindata.org/renewable-energy>.

OZAWA, M. Aplicação de Parâmetros da Distribuição de Weibull na Análise do Potencial d=Energético de um Mocrogerador Eólico em cidades do Estado do Paraná. 2017. Tese (Graduação) — Universidade Federal Tecnológica do Paraná.

PAULA, A. de; SAVI, M. Vibrações Mecânicas. [S.l.: s.n.], 2017.

PESTANA, D. Sistemas estruturais para torres eólicas. 2016. Tese (Doutorado) — Universidade da Madeira.

RAMÍREZ, F. **StiffMa**. 2020. Disponível em: <www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/76947-stiffma>.

STANFORD, N. Cymatics: Chladni Plate - Sound, Vibration and Sand. 2014. Disponível em: <www.youtube.com/watch?v=tFAcYruShow>.