

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia - FT
Departamento de Engenharia Mecânica

Técnicas de otimização estrutural usando o ANSYS APDL e ANSYS Workbench

Por: Andrei Ferreira da Silva

Orientador: Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz

Brasília, 2 de novembro de 2021

Andrei Ferreira da Silva

Técnicas de otimização estrutural usando o ANSYS APDL e ANSYS Workbench

Projeto submetido ao curso de graduação em Engenharia Mecânica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para aprovação em Projeto de Graduação 2.

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia - FT

Orientador: Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz

Brasília, DF
2021

Andrei Ferreira da Silva

Técnicas de otimização estrutural usando o ANSYS APDL e ANSYS Workbench/
Andrei Ferreira da Silva. – Brasília, DF, 2021-
58 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz

Projeto de Graduação – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade de Tecnologia - FT , 2021.

1. Otimização Estrutural. 2. Análise paramétrica. 3. ANSYS APDL. 4. ANSYS Workbench. I. Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade de Tecnologia - FT. IV. Técnicas de otimização estrutural usando o ANSYS APDL e ANSYS Workbench

CDU 621

Resumo

Este trabalho visa introduzir as formas de otimização utilizando as ferramentas baseadas em elementos finitos ANSYS Mechanical APDL e ANSYS Workbench, através de uma metodologia para implementação de problemas de otimização paramétrica. De forma a apresentar as ferramentas, será abordado um problema de uma viga simples como forma de validação e problemas de estruturas treliçadas, sendo um problema de treliça planar (treliça de 10 barras) e um problema de treliça espacial (treliça de 25 barras).

Os resultados mostram que apesar de as ferramentas possuírem abordagens de otimização diferentes, ambas conseguem entregar resultados próximos aos esperados na literatura, sendo que a ferramenta ANSYS Mechanical APDL apresenta tempo de otimização mais curto se comparado com a ferramenta ANSYS Workbench, porém pela descontinuidade do módulo de otimização na ferramenta ANSYS Mechanical APDL, sendo possível otimizar na ferramenta somente usando a linguagem paramétrica, a ferramenta ANSYS Workbench é atualmente a mais usada para otimização estrutural.

Palavras-chave: Otimização, metodologia, paramétrica, APDL, Workbench, treliças

Abstract

This work aims to introduce ways of optimization using the tools based on finite element ANSYS Mechanical APDL e ANSYS Workbench, through an methodology of implementation of sizing optimization problems. In a way to present the tools, it will be approached an problem of a simple beam as a validation way and truss structure problems, being an problem of a planar truss (10 bar truss) and an problem of a space truss (25 bar truss).

The results shows that despite the tools possess diferent optimization approaches, both can deliver results close to the ones in the literature, being that the ANSYS Mechanical APDL tool presents an shorter optimization time compared to ANSYS Workbench tool, but as the optimization module has been discontinued on ANSYS Mechanical APDL tool, being possible to optimize in the tool only using the parametric language, ANSYS Workbench tool became the main structural optimization tool.

Keywords: Optimization, methodology, sizing, APDL, Workbench, trusses

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Exemplo de otimização paramétrica	6
Figura 2.2 – Exemplo de otimização de forma [12].	6
Figura 2.3 – Exemplo de otimização topológica [12]	7
Figura 3.1 – Exemplo de malha com elementos e nós numerados [7]	11
Figura 4.1 – Estrutura do processo de otimização no ANSYS APDL[1].	20
Figura 4.2 – Estrutura do processo de otimização no Workbench.	21
Figura 4.3 – Problema de viga com seção transversal quadrada	24
Figura 4.4 – Janela de parâmetros escalares	25
Figura 4.5 – Seleção do elemento BEAM188	25
Figura 4.6 – Definição das propriedades da viga	26
Figura 4.7 – Criação dos nós principais	27
Figura 4.8 – Criação de linhas	28
Figura 4.9 – Definição da área de seção transversal da viga	29
Figura 4.10–Divisão da linha em elementos	30
Figura 4.11–Definição da malha em linha	30
Figura 4.12–Seleção do tipo de análise estrutural	32
Figura 4.13–Etapa de solução	32
Figura 4.14–Obtenção do volume de cada elemento	33
Figura 4.15–Obtenção do volume total	34
Figura 4.16–Definição da tensão no i -ésimo nó	34
Figura 4.17–Organização em ordem decrescente da tensão no i -ésimo nó	35
Figura 4.18–Obtenção da máxima tensão	35
Figura 4.19–Seleção de material da estrutura	40
Figura 4.20–Geometria da viga no SpaceClaim	41
Figura 4.21–Tensão combinada na viga	42
Figura 4.22–Parâmetros de entrada	43
Figura 4.23–Objetivos e restrições do problema	44
Figura 4.24–Variação da altura e largura a cada iteração APDL	44
Figura 4.25–Redução de massa das 3 melhores geometrias no Workbench	45
Figura 5.1 – Treliça de 10 barras	47
Figura 5.2 – Geometria inicial da treliça de 10 barras	48
Figura 5.3 – Tensão para solução inicial da treliça de 10 barras	48
Figura 5.4 – Treliça de 25 barras	49
Figura 5.5 – Geometria inicial da treliça de 25 barras	50
Figura 5.6 – Tensão para solução inicial da treliça de 25 barras	50

Figura 5.7 – Geometria otimizada da treliça de 10 barras	51
Figura 5.8 – Tensão da solução otimizada da treliça de 10 barras	52
Figura 5.9 – Geometria otimizada da treliça de 25 barras	53
Figura 5.10–Tensão da solução otimizada da treliça de 25 barras	53

Lista de símbolos

f/OF	Função objetivo
x/DV	Variável de design ou projeto
y/SV	Variável de estado
SO	Problema de otimização estrutural
$[K]$	Matriz de rigidez
$[F]$	Vetor de força da estrutura
$\{u\}$	Vetor de deslocamento da estrutura
$g(x, \mathbf{u}(x))$	Função do deslocamento
N_e	Número de elementos em um domínio
$\{q_e\}$	Deslocamento nodal do elemento
$[N_i]$	Submatriz das funções de forma
n_d	Número de nós em um elemento
n_f	Número de graus de liberdade em um nó
$\{\phi\}$	Vetor dos modos de deslocamento
$\{\alpha\}$	Vetor das constantes dos deslocamentos nodais
t_1	Tempo inicial
t_2	Tempo final
L	Lagrangiano
T	Energia Cinética
U	Energia Potencial
W_f	Trabalho por forças externas
V	Volume do sólido
$[\rho]$	Matriz de inércia

$\{\varepsilon\}$	Campo de tensões
$[C]$	Matriz das constantes elásticas
$[B]$	Matriz de tensões
$[k_e]$	Matriz de rigidez do elemento
$[m_e]$	Matriz de massa do elemento
$[F_b]/[F_s]$	Forças nodais
f_e	Força nodal total no elemento
$[K]$	Matriz de rigidez do domínio
$[M]$	Matriz de massa do domínio
$[F]$	Vetor de forças do domínio
n	Elementos do domínio

Lista de tabelas

Tabela 4.1 – Comparativo entre solução inicial e otimizada para cada software	45
Tabela 4.2 – Tempo de otimização para viga simples	46
Tabela 5.1 – Forças na treliça de 25 barras	49
Tabela 5.2 – Resultados para treliça com 10 barras	51
Tabela 5.3 – Resultados para treliça com 25 barras	52
Tabela 5.4 – Tempo de otimização para treliça planar	53
Tabela 5.5 – Tempo de otimização para treliça espacial	54

Sumário

Lista de ilustrações	i
Lista de tabelas	v
1 INTRODUÇÃO	1
2 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	5
2.1 Processo de desenvolvimento de produto	5
2.2 Tipos de otimização estrutural	6
2.2.1 Otimização paramétrica	6
2.2.2 Otimização de forma	6
2.2.3 Otimização topológica	6
2.3 Teoria de Otimização	7
3 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	10
3.1 Procedimento do MEF	10
3.1.1 Discretização do domínio	11
3.1.2 Método do deslocamento	11
3.1.3 Matriz das funções de forma	13
3.1.4 Princípio de Hamilton	13
3.1.5 Formulação das equações de elementos finitos	14
4 OTIMIZAÇÃO USANDO O ANSYS	17
4.1 Histórico da otimização no ANSYS	17
4.2 O ANSYS	17
4.3 As diferentes ferramentas de otimização do ANSYS	18
4.3.1 Módulo de otimização	19
4.3.2 <i>Direct Optimization</i>	19
4.4 Tipos de Otimização	21
4.4.1 Módulo de Otimização	21
4.4.1.1 Método de aproximação por subproblema	21
4.4.1.2 Método de primeira ordem	22
4.4.2 <i>Direct Optimization</i>	22
4.4.2.1 <i>Screening</i>	22
4.4.2.2 <i>Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA)</i>	22
4.4.2.3 <i>Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian (NLPQL)</i>	22

4.4.2.4	<i>Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming (MISQP)</i>	23
4.4.2.5	<i>Adaptative Single-Objective</i>	23
4.4.2.6	<i>Adaptative Multi-Objective</i>	23
4.5	Problema de otimização	23
4.5.1	ANSYS Mechanical APDL	24
4.5.2	ANSYS Workbench	40
4.5.3	Comparação de resultados	44
5	EXEMPLOS DE APLICAÇÃO - RESULTADOS OBTIDOS	47
5.1	Problemas	47
5.1.1	Treliça de 10 barras	47
5.1.2	Treliça de 25 barras	48
5.2	Resultados obtidos	51
5.2.1	Treliça de 10 barras	51
5.2.2	Treliça de 25 barras	52
5.3	Observações	53
6	CONCLUSÕES	55
	REFERÊNCIAS	56
A	ANEXOS	57

1 Introdução

A indústria na busca por competitividade vem demandando soluções que tornem seus produtos mais eficientes e com baixo custo. Nesse sentido, segundo Haftka[4] a otimização foca em alcançar o melhor resultado de uma dada operação enquanto satisfaz certas restrições.

A otimização é uma das etapas de desenvolvimento de um produto, onde através de mudanças no design em um processo iterativo se alcança o 'melhor' produto possível. O processo de otimização de estruturas atualmente é realizado por métodos computacionais em conjunto com o método de elementos finitos (FEM) e a dinâmica de sistemas multi-corpos.

Na busca por otimizar estruturas mecânicas, ao longo dos anos foram surgindo vários métodos de otimização, porém foi com Schimit[11] que se iniciou o uso da combinação do método de elementos finitos e dos métodos não lineares de otimização, realizando otimização de tamanho em membros de estruturas treliçadas.

A otimização estrutural moderna tem como principais tipos de otimização estrutural a otimização paramétrica, a de forma e a topológica, onde a paramétrica modifica a área de seção transversal dos elementos da estrutura, a otimização de forma modifica a forma do contorno interno e/ou externo dos elementos da estrutura e a topológica altera os elementos na estrutura através de análise de tensões na topologia da estrutura.

Como a otimização estrutural moderna utiliza técnicas numéricas em computadores para resolução de problemas de otimização, surgiram vários softwares comerciais baseados no método de elementos finitos (MEF) para realizar análise estrutural. Entre eles surgiu na década de 90 o ANSYS, que veio a incluir uma ferramenta para realizar otimização paramétrica. Segundo a política da empresa, diferentes versões do ANSYS, com diferentes componentes ou módulos de cálculo, são comercializadas simultaneamente para atender diferentes mercados.

O ANSYS era composto inicialmente pelo ANSYS Mechanical APDL que possuía um módulo de otimização, porém por utilizar a linguagem paramétrica própria de programação do ANSYS, era necessário um conhecimento mais aprofundado desta para utilizar o software. Em 2000, a empresa ANSYS lançou o software ANSYS Workbench, o qual tinha a premissa de ser mais prático de utilizar. O ANSYS Workbench vem sendo aprimorado constantemente e atualmente possui ferramentas para realizar otimização paramétrica, de forma e topológica.

Por meio das ferramentas comerciais ANSYS Mechanical APDL e ANSYS Workbench, esse

Projeto de Graduação visa apresentar métodos de otimização através da resolução de problemas, com foco na otimização paramétrica que, apesar de ter perdido parte de sua relevância devido ao uso da otimização topológica, ainda é bastante utilizada comercialmente para redução de custos em projetos.

Motivação

A motivação deste trabalho é propiciar aos leitores um conhecimento básico do uso das ferramentas ANSYS Mechanical APDL e ANSYS Workbench para otimização de estruturas, como forma de formar engenheiros com conhecimento de otimização. Apesar de existirem muitos tutoriais disponíveis na INTERNET, eles normalmente não apresentam as informações necessárias para o uso consciente e seguro do ANSYS em otimizações estruturais. Faltam informações sobre a metodologia de otimização usada ou detalhes sobre a completa configuração dos comandos e parâmetros de programação do ANSYS.

Por outro lado a literatura sobre otimização estrutural tende a ser muito matemática, dificultando o seu entendimento pelos engenheiros projetistas; ou superficial e limitada, apresentando apenas informações gerais sobre os métodos sem destacar os fundamentos dos mesmos e, assim, permitir seu melhor uso na otimização estrutural. Alguns trabalhos limitam-se a apresentar os softwares, seus comandos sem detalhar os aspectos ligados a teoria da otimização ou mesmo ao método de elementos finitos.

O uso da otimização estrutural na indústria e a obtenção de resultados relevantes e confiáveis demanda a correta combinação dos conhecimentos sobre a teoria da otimização, o método de elementos finitos e o uso consciente dos softwares comerciais.

Objetivos

O projeto tem como objetivo apresentar uma metodologia prática de otimização estrutural utilizando o ANSYS Mechanical APDL e o ANSYS Workbench como ferramentas, com o intuito de gerar um conhecimento básico e estruturado para futuros engenheiros que desejem realizar trabalhos em otimização estrutural, garantindo a confiabilidade dos resultados.

Metodologia

A metodologia desse projeto consiste inicialmente em transportar o problema que se deseja otimizar para os softwares ANSYS Mechanical APDL e ANSYS workbench, onde para o ANSYS Mechanical APDL três etapas que devem ser seguidas em ordem:

1. Módulo de pré processamento (/PREP7): em que se definem a estrutura, suas propriedades, condições de contorno e as forças atuantes no problema;

2. Módulo de processamento (/SOLU): onde se define o tipo de análise a ser executada, podendo ser estática, dinâmica, vibração, flambagem, entre outros. Além de ser onde se realiza a análise propriamente dita do problema.
3. Módulo de pós-processamento (/POST1): onde se obtêm os resultados do problema, entre eles as tensões atuantes, deformação, modos de vibração, entre outros.

Após execução das etapas anteriores, devem-se salvar os passos realizados pelo software em um arquivo, bem como tratá-los para usá-los na etapa de otimização.

No módulo de otimização (/OPT) ocorre a otimização do problema, onde utilizando o arquivo salvo tratado, este será lido pelo módulo de otimização, onde serão inseridas as variáveis a serem otimizadas e as restrições com o intuito de obtê-las otimizadas, assim será iniciada a otimização onde o arquivo de solução do problema será iterado pelo módulo de otimização a fim de obter a solução otimizada do problema.

Para o ANSYS Workbench é necessário:

1. Definir o material utilizado;
2. Definir a geometria a ser otimizada, bem como o elemento-tipo;
3. Gerar a malha do problema;
4. Aplicar forças e restrições de deslocamento;
5. Solucionar o problema e obter as tensões;
6. Definir os parâmetros de entrada e saída;
7. Em Direct Optimization, definir as variáveis de desenho, de estado e a função objetivo, bem como limites para então solucionar o problema.

Organização

Esse relatório está dividido em cinco capítulos, incluindo a introdução, referências bibliográficas e anexos.

- Capítulo 2: é apresentada uma revisão dos conceitos básicos de otimização estrutural, o processo de otimização abordando os principais tipos e sua formulação matemática;
- Capítulo 3: é apresentado o método de elementos finitos, sua importância no projeto de estruturas e a formulação básica do método;

- Capítulo 4: é apresentado um breve histórico da otimização no ANSYS, os softwares ANSYS Mechanical APDL e ANSYS Workbench, o funcionamento do módulo de otimização e do módulo direct optimization, usando como exemplo um problema de otimização para validação das ferramentas, bem como as etapas para sua otimização;
- Capítulo 5: são apresentados 2 problemas de aplicação e os resultados obtidos usando o ANSYS Workbench, além de comparar os resultados obtidos com a literatura;
- Capítulo 6: são apresentadas as conclusões finais.

2 Otimização estrutural

A otimização estrutural objetiva fazer um conjunto de materiais sustentar cargas da “melhor” maneira possível. O termo “melhor” se refere a melhorar a estrutura maximizando alguns parâmetros, como a carga crítica, ou minimizando outros, como o peso, sempre buscando um equilíbrio, onde a estrutura seja viável, atendendo os requisitos impostos.

O processo de otimização possui muitas variáveis de desempenho estrutural – peso, espessura, carga crítica, tensão, deformação e/ou geometria – e para iniciar o processo de otimização estrutural, seleciona-se uma ou mais variáveis que serão as variáveis de otimização, que poderão ser maximizadas ou minimizadas, as outras variáveis serão restrições estruturais.

2.1 Processo de desenvolvimento de produto

O processo de desenvolvimento de um produto, em geral, segue uma sequência de etapas que resulta em sua forma final. Segundo Christensen e Klarbring [12], as etapas são:

1. **Função:** Definir o uso do produto.
2. **Design Conceitual:** Definição do conceito construtivo a ser usado.
3. **Otimização:** Com o conceito escolhido e suas respectivas restrições, tornar o produto o melhor possível.
4. **Detalhes:** São detalhes que são controlados pelo mercado, sociedade ou fatores estéticos.

Na etapa de otimização, utiliza-se o método intuitivo iterativo, em que (a) define-se o design, (b) verificam-se os requisitos do produto em função do uso, (c) se o produto não atende os requisitos, um novo design deve ser escolhido e (d) com o novo design, retorna-se ao passo (b). Com isso tem-se um processo iterativo que se inicia com um design intuitivo, que converge para uma solução ótima.

No caso de estruturas mecânicas e no projeto de máquinas e equipamentos, a etapa intuitiva de otimização é, atualmente, substituída por um método computacional de otimização. Usando as metodologias de otimização, combinadas com o método de elementos finitos (FEM) ou métodos de modelagem de sistemas de multicorpos (MBD), os métodos computacionais são mais eficientes, automatizados e confiáveis.

Nas seções seguintes esses métodos de otimização estrutural serão abordados.

2.2 Tipos de otimização estrutural

Segundo Christensen [12], os problemas de otimização estrutural, dependendo da característica geométrica, são divididos em três classes: otimização paramétrica, otimização de forma e otimização topológica.

2.2.1 Otimização paramétrica

A otimização paramétrica ou dimensional otimiza as dimensões de uma estrutura, sem alterar sua forma. Na figura 2.1 é apresentado um problema de otimização dimensional de uma viga engastada, onde o problema pode ser reduzido a um sólido bidimensional, em que o parâmetro de otimização da estrutura é sua espessura.

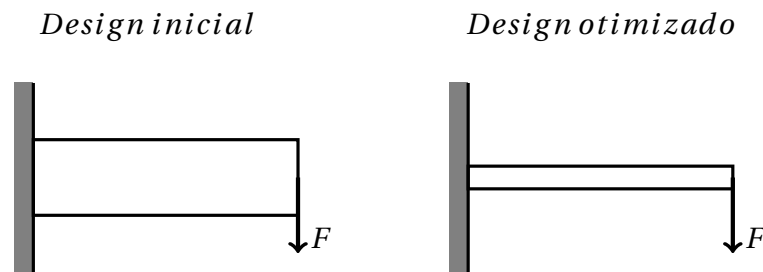


Figura 2.1 – Exemplo de otimização paramétrica

2.2.2 Otimização de forma

A otimização de forma utiliza como parâmetro de otimização a forma do contorno da estrutura. É um método que pode apresentar formas bastante complexas, sendo necessário refazer a malha de elementos finitos durante as iterações de design. Na figura 2.2 é apresentado o problema de uma viga engastada submetida a uma força na sua extremidade livre.

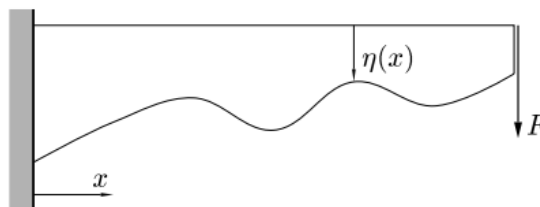


Figura 2.2 – Exemplo de otimização de forma [12].

2.2.3 Otimização topológica

A otimização topológica permite a otimização de uma estrutura distribuindo o material no interior de um domínio fixo, maximizando (ou minimizando) uma função custo, por

exemplo a máxima rigidez e volume mínimo de material. No domínio, o material em determinado ponto pode variar entre 0 (sem material) e 1 (presença total de material), sendo que sua densidade pode assumir valores entre 0 e 1. Na figura 2.3 tem-se um bloco sólido submetido a uma força no centro que após a realização da otimização topológica assumiu uma nova forma, em que se verifica que houve remoção total de material em certos pontos da estrutura.

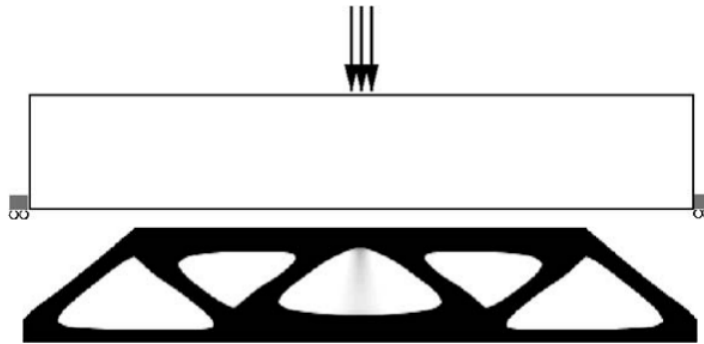


Figura 2.3 – Exemplo de otimização topológica [12]

2.3 Teoria de Otimização

A teoria de otimização, segundo Christensen [12], sempre apresenta as seguintes variáveis e funções:

- Função Objetivo (f): É a função que classifica o conceito do projeto, retornando um valor que mostra a qualidade do mesmo, para cada iteração. Para a função objetivo f normalmente escolhem-se valores menores de f ao invés de valores elevados, pois a maioria dos casos é de problemas de minimização, com f podendo medir peso, movimento em determinada direção, tensão ou mesmo custo de produção.
- Variável de projeto (x): É uma função ou um vetor que descreve o conceito do projeto e que pode ser alterado durante a otimização. Pode representar a geometria ou a escolha do material. Quando descreve a geometria, pode ser uma função de interpolação da forma ou simplesmente a área de uma viga, ou a espessura de uma placa.
- Variável de estado (y): Para um conceito x , a variável de estado y é uma função ou vetor que mostra a resposta da estrutura. Pode ser o deslocamento, tensão, deformação ou força.

Em geral, segundo Christensen [12] o problema de otimização estrutural (SO) tem a forma:

$$(SO) = \begin{cases} \text{minimizar } f(x, y) \text{ com relação a } x \text{ e } y \\ \text{sujeito a } \begin{cases} \text{restrições de comportamento em } y \\ \text{restrições do conceito em } x \\ \text{restrição de equilíbrio} \end{cases} \end{cases}$$

Pode-se ter também problemas com varias funções objetivo, chamados problemas de otimização com múltiplos critérios, ou problema de otimização vetorial:

$$\text{minimize } (f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_l(x, y))$$

sendo l é o número de funções objetivo, e as restrições são as mesmas do (SO).

Para apresentação das definições e conceitos associados ao problema de otimização serão somente considerados problemas na forma (SO), ou seja problemas com uma função objetivo escalar. A expansão para o caso de otimização vetorial é evidente. No (SO), usualmente são indicados três tipos de restrições:

1. Restrições de comportamento: restrições na variável de estado y , são normalmente apresentadas na forma $g(y) \leq 0$, onde g geralmente é uma função que representa o deslocamento em determinada direção;
2. Restrições de conceito: são restrições similares envolvendo a variável de conceito x ;
3. Restrição de equilíbrio: em um problema linear discretizado, pode ser representado por:

$$\mathbf{K}(x)\mathbf{u} = \mathbf{F}(x)$$

onde $\mathbf{K}(x)$ é a matriz de rigidez da estrutura, que normalmente varia com o design (material e geometria), \mathbf{u} é o vetor de deslocamento e $\mathbf{F}(x)$ é o vetor de força da estrutura, que pode variar dependendo do design. O vetor \mathbf{u} geralmente será a variável de estado y .

Em problemas contínuos, a variável de equilíbrio será uma equação diferencial parcial (EDP). Além disso, em problemas de otimização estrutural dinâmica, se terá que considerar o equilíbrio dinâmico.

A formulação (SO) tem x e y como variáveis independentes, sendo usualmente chamada de *formulação simultânea*, pois o equilíbrio é solucionado ao mesmo passo que o problema de otimização. Porém, uma situação frequente é que o problema de estado somente define y para um dado x , i.e, se $\mathbf{K}(x)$ for inversível para todo x ; tem-se que $\mathbf{u} = \mathbf{u}(x) = \mathbf{K}(x)^{-1}\mathbf{F}(x)$. Tratando $\mathbf{u}(x)$ como uma função dada, a variável de equilíbrio pode ser tirada de (SO), e a

função substituída pela variável de estado, que resulta:

$$(SO)_{nf} = \begin{cases} \min f(x, \mathbf{u}(x)) \\ \text{s.t. } g(x, \mathbf{u}(x)) \leq 0, \end{cases}$$

onde s.t. é "sujeito à", devendo assumir-se que todas as variáveis de estado e restrições serão escritas como $g(x, \mathbf{u} \leq 0)$, que é chamada *formulação aninhada*.

Ao tratar $(SO)_{nf}$ numericamente, necessita-se das derivadas de f e g com relação ao conceito x . Como a função $\mathbf{u}(x)$ é dada implicitamente, obter as derivadas se torna uma tarefa não-trivial. Obter tais derivadas é o objetivo da *análise de sensibilidade*.

3 Método de Elementos Finitos

O método de elementos finitos (MEF) é um método numérico para resolução de problemas de engenharia e físicos. Problemas típicos que são resolvidos através do método incluem a análise estrutural, transferência de calor, escoamento de fluidos, transporte de massa e potencial eletromagnético.

O desenvolvimento moderno do método de elementos finitos começou em 1940 na área de engenharia estrutural com os trabalhos de Hrennikoff em 1941 e McHenry em 1943, que utilizaram linhas para representar treliças, para determinar as forças em um sólido contínuo. Porém somente quando Courant propôs o conceito de funções por partes contínuas em um subdomínio, foi que o método dos elementos finitos teve seu real início.

A eficiência e flexibilidade do MEF permitiu seu amplo uso no meio acadêmico e industrial. Diversos softwares comerciais utilizam o MEF, dentre eles ANSYS, ABAQUS, NASTRAN, etc.

O método é baseado no processo de aproximação discreta, onde um meio contínuo em geral é dividido em pequenos elementos com as mesmas propriedades do todo, transformando um problema infinito-dimensional em um problema finito-dimensional. As incógnitas do problema formulado em domínios contínuos são denominadas variáveis de campo, podendo assumir valores independentes em cada ponto do domínio. O problema é dividido em regiões interconectadas que são chamadas elementos. Os elementos podem assumir diferentes formas, como triângulos, quadrados, tetraedros e cubos.

Os elementos são compostos de pontos que são chamados de nós. O conjunto dos elementos utilizados na estrutura é denominado malha. Os softwares de MEF tem como função calcular os valores das variáveis de campo nos nós e por meio da aproximação por funções de interpolação definir valores para os pontos não nodais, garantindo a continuidade da solução nos nós compartilhados pelos elementos. Assim, o método permite obter soluções aproximadas com boa precisão.

3.1 Procedimento do MEF

Segundo Liu e Quek [7] e Leung [6], o procedimento padrão do método de elementos finitos pode ser definido como se segue.

3.1.1 Discretização do domínio

O corpo sólido é dividido em N_e elementos. Esse processo gera a malha, que normalmente é criada utilizando os pré processadores. Um exemplo é mostrado na figura 3.1, onde se tem a malha de um sólido bidimensional.

O pré processador gera os elementos e os nós da estrutura sólida, todos numerados de maneira única. O elemento é formado através da união dos nós, de maneira que todos os nós sejam unidos formando o domínio do problema, não havendo lacunas ou sobreposição de elementos. O domínio gerado pode ter elementos de formas diferentes e com uma quantidade diferente de nós, desde que os mesmos sejam compatíveis nas fronteiras dos elementos, não havendo lacunas. A densidade da malha vai depender da precisão dos resultados e dos recursos computacionais disponíveis, pois uma malha mais densa pode gerar resultados mais precisos, porém demanda maior custo computacional.

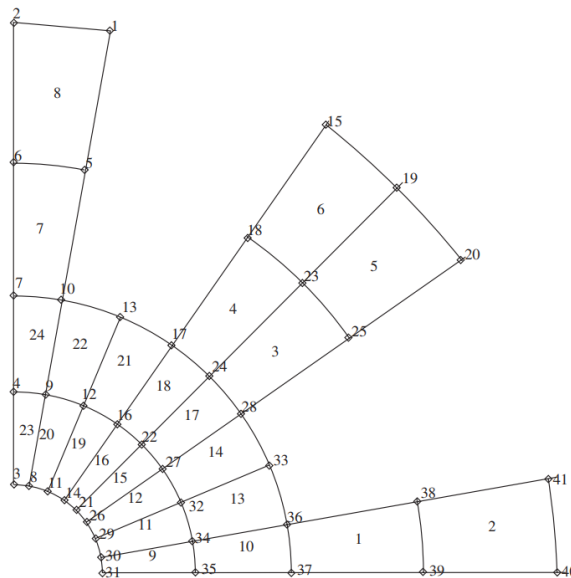


Figura 3.1 – Exemplo de malha com elementos e nós numerados [7]

Os vetores serão definidos por chaves, enquanto matrizes serão definidas por colchetes.

3.1.2 Método do deslocamento

A formulação do MEF deve ser baseada em um sistema de coordenadas, sendo definidos os sistemas local e global. Na formulação de equações para elementos no MEF, utiliza-se um *sistema de coordenadas local* que é definido apenas para o elemento mas com referência ao *sistema de coordenadas global*, que é definido para a estrutura inteira. Baseado no *sistema de coordenadas local* definido em um elemento, o deslocamento em um elemento é definido por uma interpolação polinomial usando o deslocamento dos nós (ou deslocamento nodal)

como

$$\{u(x, y, z)\} = \sum_{i=1}^{n_d} [N_i(x, y, z)] \{q_i\} = [N(x, y, z)] \{q_e\} \quad (3.1)$$

Onde n_d é o número de nós que compõem o elemento e q_i é o deslocamento nodal no i -ésimo nó, que pode ser expresso na forma geral:

$$\{q_i\} = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n_f} \end{cases} \begin{array}{l} \rightarrow \text{deslocamento componente 1} \\ \rightarrow \text{deslocamento componente 2} \\ \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \rightarrow \text{deslocamento componente } n_f \end{array}$$

onde n_f é o número de graus de liberdade (GDL) em um nó. Para sólidos 3D, $n_f = 3$, e

$$\{q_i\} = \begin{cases} u_i \\ v_i \\ w_i \end{cases} \begin{array}{l} \rightarrow \text{deslocamento na direção } x \\ \rightarrow \text{deslocamento na direção } y \\ \rightarrow \text{deslocamento na direção } z \end{array}$$

As componentes do deslocamento podem consistir de rotações para estruturas de vigas e placas. O vetor q_e na equação 3.1 é o vetor deslocamento para todo o elemento e tem a forma:

$$\{q_e\} = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_{n_d} \end{cases} \begin{array}{l} \rightarrow \text{deslocamento no nó 1} \\ \rightarrow \text{deslocamento no nó 2} \\ \qquad \qquad \qquad \vdots \\ \rightarrow \text{deslocamento no nó } n_d \end{array}$$

Entretanto, o total de GDL para um elemento inteiro é $n_d \times n_f$.

Na equação 3.1, \mathbf{N} é a matriz das *funções de forma* para os nós do elemento, que são pre-definidos assumindo a forma das variações do deslocamento com respeito as coordenadas. Tem a forma geral de

$$\begin{array}{cccc} [N(x, y, z)] = & \{N_1(x, y, z)\} & \{N_2(x, y, z)\} & \dots & \{N_{n_d}(x, y, z)\} \\ & \downarrow & \downarrow & \dots & \downarrow \\ & \text{nó 1} & \text{nó 2} & \dots & \text{nó } n_d \end{array}$$

onde $[N_i]$ é a submatriz das funções de forma para componentes de deslocamento, que é organizada como

$$[N_i] = \begin{bmatrix} \{N_{i_1}\} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \{N_{i_1}\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \{N_{i_{n_f}}\} \end{bmatrix}$$

onde N_{i_k} é a função de forma para o k -ésima componente de deslocamento (GDL) no i -ésimo nó. Para sólidos 3D, $n_f = 3$, e frequentemente $N_{i_1} = N_{i_2} = N_{i_3} = N_i$.

Tal abordagem de assumir os deslocamentos é normalmente chamado de *método do deslocamento*, porém também existem abordagens do MEF que assumem as tensões ao invés do deslocamento, porém não serão abordadas aqui.

3.1.3 Matriz das funções de forma

Segundo Leung [6], para o método do deslocamento padrão, o campo de deslocamento pode ser assumido como:

$$\{u(x, y, z)\} = [\phi(x, y, z)]\{\alpha\}$$

Onde $[\phi(x, y, z)]$ é o vetor dos modos de deslocamento e $\{\alpha\}$ é o vetor das constantes a serem determinadas pelos deslocamentos nodais. Para cada nó i , o vetor das componentes do deslocamento é dado por:

$$\{q_i\} = \{u(x_i, y_i, z_i)\} = [\phi(x_i, y_i, z_i)]\{\alpha\}$$

onde (x_i, y_i, z_i) são as coordenadas do nó. Se todas as componentes dos n nós do elemento forem agrupadas em um vetor $\{q_e\}$, então:

$$\{q_e\} = [\Phi]\{\alpha\}$$

onde a matriz constante $[\Phi]$ é dada por:

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \{\phi(x_1, y_1, z_1)\} \\ \{\phi(x_2, y_2, z_2)\} \\ \vdots \\ \{\phi(x_n, y_n, z_n)\} \end{bmatrix}$$

e o campo de deslocamento é expresso em termos do deslocamento nodal:

$$\{u(x, y, z)\} = [\phi(x, y, z)][\Phi]^{-1}\{q\} = [N(x, y, z)]\{q\}$$

Onde $[N(x, y, z)] = [\phi(x, y, z)][\Phi]^{-1}$ é a submatriz das funções de forma, que é apresentada na equação 3.1.

3.1.4 Princípio de Hamilton

O princípio de Hamilton é uma ferramenta usada para derivar sistemas de equações dinâmicos discretizados. O princípio constata que de todo o histórico temporal de deslocamento, a solução mais precisa torna a função lagrangiana mínima.

Um deslocamento compatível com o princípio de Hamilton deve satisfazer as seguintes condições:

1. equações compatíveis;

2. condições de contorno cinemáticas;
3. as condições no tempo inicial (t_1) e no final (t_2).

Matematicamente, o princípio de Hamilton pode ser expresso como:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} L dt = 0 \quad (3.2)$$

O termo lagrangiano L consiste de:

$$L = T - U + W_f \quad (3.3)$$

onde T é a energia cinética, U é a energia potencial (mas para o caso, é a energia tensional elástica) e W_f é o trabalho realizado por forças externas. A energia cinética do domínio do problema é definida na forma integral como:

$$T = \frac{1}{2} \int_V [\rho] \{\dot{u}\}^T \{\dot{u}\} dV \quad (3.4)$$

onde V representa todo o volume do sólido e $[\rho]$ é a matriz de inércia.

A energia tensional do domínio é expressa como:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dV \quad (3.5)$$

Onde $[C]$ é a matriz das constantes elásticas. O trabalho realizado por forças externas pode ser obtido por:

$$W_f = \int_V \{u\}^T [f_b] dV + \int_{S_f} \{u\}^T [f_s] dS_f \quad (3.6)$$

3.1.5 Formulação das equações de elementos finitos

O campo de tensões é obtido da relação cinemática como:

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [B(x, y, z)] \{q\} \quad (3.7)$$

Onde \mathbf{B} é a matriz de tensões e pode ser definida como:

$$\{B\} = [L][N]$$

onde $[L]$ é o operador diferencial.

Substituindo a equação 3.7 na energia tensional (eq. 3.5), tem-se:

$$U = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T [C] \{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{q_e\}^T [B]^T [C] [B] \{q_e\} dV = \frac{1}{2} \{q_e\}^T \left(\int_{V_e} [B]^T [C] [B] dV \right) \{q_e\} \quad (3.8)$$

Onde o subscrito e é para elemento.

Para um sólido 3D, o operador diferencial pode ser denotado como:

$$[k_e] = \int_{V_e} [B]^T [C] [B] dV$$

que é chamado de matriz de rigidez do elemento, substituindo na equação 3.8 tem-se:

$$U = \frac{1}{2} \{q_e\}^T [k_e] \{q_e\} \quad (3.9)$$

A matriz de rigidez $[k_e]$ é simétrica, com isso somente metade dos termos da matriz devem ser avaliados e armazenados.

Substituindo a equação 3.1 na equação 3.4, tem-se:

$$T = \frac{1}{2} \int_{V_e} [\rho] \{\dot{u}\}^T \{\dot{u}\} dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} [\rho] \{\dot{q}_e\}^T [N]^T [N] \{\dot{q}_e\} dV = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e\}^T \left(\int_{V_e} [\rho] [N]^T [N] dV \right) \{\dot{q}_e\} \quad (3.10)$$

Considerando:

$$[m_e] = \int_{V_e} [\rho] [N]^T [N] dV \quad (3.11)$$

que é chamada de matriz de massa do elemento, a equação 3.10 será:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e\}^T [m_e] \{\dot{q}_e\} \quad (3.12)$$

A matriz de massa do elemento também é simétrica.

Para obter o trabalho exercido por forças externas, substitui-se a equação 3.1 na equação 3.6, resultando em:

$$W_f = \int_{V_e} \{q_e\}^T [N]^T [f_b] dV + \int_{S_e} \{q_e\}^T [N]^T [f_s] dS = \{q_e\}^T \left(\int_{V_e} [N]^T [f_b] dV \right) + \{q_e\}^T \left(\int_{S_e} [N]^T [f_s] dS \right) \quad (3.13)$$

onde a integração superficial é realizada somente para elementos na região de aplicação da força do domínio do problema. Considerando:

$$[F_b] = \int_{V_e} [N]^T [f_b] dV \quad (3.14)$$

$$[F_s] = \int_{S_e} [N]^T [f_s] dS \quad (3.15)$$

A equação 3.13 pode ser rescrita como:

$$W_f = \{q_e\}^T [F_b] + \{q_e\}^T [F_s] = \{q_e\}^T [f_e] \quad (3.16)$$

onde $[F_b]$ e $[F_s]$ são às forças nodais atuando nos nós do elemento, que são equivalentes as forças estruturais e superficiais aplicadas nos elementos em termos do trabalho realizado no deslocamento virtual. As duas forças nodais podem ser somadas para formar a força nodal total $[f_e]$:

$$[f_e] = [F_b] + [F_s] \quad (3.17)$$

Substituindo as equações 3.12, 3.16 e 3.9 na função lagrangiana L , tem-se:

$$L = \frac{1}{2} \{\dot{q}_e\}^T [m_e] \{\dot{q}_e\} - \frac{1}{2} \{q_e\}^T [k_e] \{q_e\} + \{q_e\}^T [f_e] \quad (3.18)$$

Aplicando o princípio de Hamilton (eq. 3.2), tem-se:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} \left(\frac{1}{2} \{\dot{q}_e\}^T [m_e] \{\dot{q}_e\} - \frac{1}{2} \{q_e\}^T [k_e] \{q_e\} + \{q_e\}^T [f_e] \right) dt = 0 \quad (3.19)$$

Como a variação e os operadores de integração são independentes, obtém-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta \{\dot{q}_e\}^T [m_e] \{\dot{q}_e\} - \delta \{q_e\}^T [k_e] \{q_e\} + \delta \{q_e\}^T [f_e]) dt = 0 \quad (3.20)$$

Na equação 3.20, a variação e a diferenciação com o tempo são independentes, i.e.:

$$\delta \{\dot{q}_e\}^T = \delta \left(\frac{d\{q_e\}^T}{dt} \right) = \frac{d}{dt} (\delta \{q_e\}^T) \quad (3.21)$$

Substituindo a equação 3.21 na equação 3.20, e integrando por partes o primeiro termo, obtém-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \{\dot{q}_e\}^T [m_e] \{\dot{q}_e\} dt = \underbrace{\delta \{\dot{q}_e\}^T [m_e] \{\dot{q}_e\} \Big|_{t_1}^{t_2}}_{=0} - \int_{t_1}^{t_2} \delta \{q_e\}^T [m_e] \{\ddot{q}_e\} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \delta \{q_e\}^T [m_e] \{\ddot{q}_e\} dt \quad (3.22)$$

Substituindo a equação 3.22 em 3.20, tem-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta_e^T (-[m_e] \{\ddot{q}_e\} - [k_e] \{q_e\} + [f_e]) dt = 0 \quad (3.23)$$

Na equação 3.23, como a integração resulta em zero, pode-se remover o integrando, e dividindo por $\delta \{q_e\}^T$, resulta em:

$$[k_e] \{q_e\} + [m_e] \{\ddot{q}_e\} = \{f_e\} \quad (3.24)$$

A equação 3.24 é a equação do método de elementos finitos para um elemento, onde $[k_e]$ e $[m_e]$ são as matrizes de rigidez e massa para um elemento, e $\{f_e\}$ é o vetor de força total atuando nos nós do elemento.

A equação 3.24 é referente a um sistema de coordenadas locais, para transformar em um sistema de coordenadas global, usam-se variáveis globais, fazendo a transformação obtém-se:

$$[K_e][Q_e] + [M_e][\ddot{Q}_e] = [F_e] \quad (3.25)$$

A equação 3.25 é a equação governante do movimento na forma matricial para um elemento no sistema de coordenadas global. Para gerar a equação governante do movimento de todo o domínio deve-se somar as equações de cada elemento para gerar a equação do movimento de todo o domínio. Somando os todos os elementos da equação 3.25, temos:

$$[K][Q] + [M][\ddot{Q}] = [F] \quad (3.26)$$

Onde:

$$[K] = \sum_n [K_e]$$

$$[M] = \sum_n [M_e]$$

$$[F] = \sum_n [F_e]$$

onde n são os n elementos que compõem o domínio.

4 Otimização usando o ANSYS

Nesse capítulo apresenta-se o software comercial ANSYS, um dos mais utilizados na indústria para modelagem e simulação de problemas estruturais e outros de Engenharia Mecânica, com destaque para seu uso em otimização de estruturas.

4.1 Histórico da otimização no ANSYS

A otimização estrutural no ANSYS iniciou-se com o uso da ferramenta ANSYS Mechanical APDL, em que, por meio da utilização da linguagem paramétrica, era possível criar rotinas que realizavam a otimização de estruturas, aliando o MEF a métodos de otimização.

Devido à complexidade de se realizar otimização utilizando a linguagem paramétrica, surgiram ferramentas para o ANSYS Mechanical APDL como o módulo de otimização, com o qual era possível realizar otimização paramétrica usando alguns métodos disponíveis na ferramenta.

Com o surgimento do ANSYS Workbench, que possui uma interface mais amigável e de fácil uso, foram integradas ferramentas ao ANSYS Workbench como o Design Exploration, que permite realizar otimização paramétrica, de forma e topológica. Em certo momento, o ANSYS Workbench com a ferramenta Design Exploration se tornou a principal ferramenta de otimização e as funções de otimização pelo ANSYS Mechanical APDL foram descontinuadas a partir da versão 19.0, sendo possível realizar otimização somente pela linguagem paramétrica.

Em 2019, a ANSYS adquiriu a Dinardo, passando a ter em seu catálogo o software OptiSlang, que realiza otimização robusta de conceito e análise estocástica em CAE, sendo um software que consegue realizar os principais tipos de otimização estrutural. Outro software que realiza otimização é o ANSYS Discovery, contudo, ele realiza somente otimização topológica.

4.2 O ANSYS

O ANSYS é um software de elementos finitos que tem aplicação nas diversas classes de problemas de engenharia. O ANSYS inclui habilidades para resolver sete tipos de análises estruturais disponíveis. A análise estrutural utiliza nós com graus de liberdade, que permitem calcular os parâmetros de deslocamento e rotação. Dos deslocamentos nodais derivam-se quantidades como deformações, tensões e forças de reação.

Os sete tipos de análise estrutural que podem ser executadas são:

- **Análise estática:** usada para determinar, sob condição de carga estática, deslocamentos, tensões, entre outros. A análise estática pode ser linear ou não-linear, sendo que as não linearidades podem incluir plasticidade, tensão, rigidez, grandes deformações, grandes tensões, hiper-elasticidade, superfície de contato e fissuração;
- **Análise modal:** usada para calcular as frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura. Há diferentes métodos disponíveis de extração de modos;
- **Análise harmônica:** usada para determinar a resposta de uma estrutura a cargas harmônicas variáveis no tempo;
- **Análise dinâmica transiente:** usada para determinar a resposta de uma estrutura a cargas arbitrariamente variáveis no tempo;
- **Análise espectral:** é uma extensão da análise modal, usada para calcular as tensões e deformações devidas a um espectro de resposta ou uma contribuição de PSD (vibrações aleatórias);
- **Análise de Flambagem:** usada para calcular as cargas de flambagem e determinar a forma do modo de flambagem. Permite a análise de flambagem linear e não-linear;
- **Análise dinâmica explícita:** usado para calcular soluções rápidas para cargas dinâmicas, grandes deformações e complexos problemas de contato.

O ANSYS divide a análise estrutural em três etapas, pré-processamento, processamento (solução) e pós-processamento. Após realizada a análise estática e/ou dinâmica podem-se usar as ferramentas de otimização.

4.3 As diferentes ferramentas de otimização do ANSYS

Como existem diferentes pacotes do software ANSYS, que conseguem realizar otimização estrutural, serão mencionadas as formas de otimização utilizando o ANSYS Mechanical APDL e usando o ANSYS Workbench. De maneira geral, as ferramentas de otimização do ANSYS empregam três tipos de parâmetros que caracterizam o processo:

- **Variáveis de projeto (DV):** são variáveis independentes que variam dentro de limites especificados para alcançar o resultado ótimo. Os limites superior e inferior são as restrições das variáveis de projeto.
- **Variáveis de estado (SV):** são variáveis de resposta, funções dependentes das variáveis de projeto, sendo as restrições do projeto. Podem ter limite máximo e mínimo ou apenas um limite.

- Função objetivo (OF): é uma variável dependente, que é função das variáveis de projeto. Busca-se na função objetivo, minimizar ou maximizar o valor da variável. Nos problemas de otimização do ANSYS, dependendo do método escolhido podem-se definir múltiplas funções objetivo.

4.3.1 Módulo de otimização

O processo de otimização no ANSYS Mechanical APDL é feito por meio de um módulo, que como condição de uso, deve ter concluída a análise estática e/ou dinâmica da estrutura. O módulo de otimização tem como objetivo determinar um projeto ótimo, minimizando ou maximizando os parâmetros de projeto, satisfazendo as restrições impostas no projeto inicial.

As variáveis são representadas por meio de parâmetros escalares em uma linguagem paramétrica de projeto ANSYS APDL.

O módulo de otimização do ANSYS utiliza técnicas matemáticas que integram o ciclo de projeto manual, gerando um processo iterativo computadorizado. Os processos são repetidos até que se alcance o projeto ótimo. O processo se inicia definindo parâmetros iniciais, que incluem as variáveis de projeto, variáveis de estado e a função objetivo, sendo esses valores modificados durante o processo de otimização.

O módulo de otimização necessita que se tenha concluída a etapa de análise estrutural estática e/ou dinâmica, pois a rotina gerada na análise estrutural será utilizada no módulo de otimização. Como mostrado na figura 4.1, o processo de otimização consiste em obter uma solução inicial, essa solução gera um arquivo de dados (file.db). Com esse arquivo de dados inicia-se o módulo de otimização, onde são aplicados as restrições e os limites de otimização. Executando a otimização, o arquivo de dados da primeira solução é iterado, até alcançar o resultado ótimo, que é o resultado que está o mais próximo dos limites e restrições aplicados no módulo de otimização.

4.3.2 *Direct Optimization*

No ANSYS Workbench, dentro das ferramentas disponíveis do *design exploration*, o módulo *Direct Optimization* é uma das ferramentas que permite otimização paramétrica.

O módulo *Direct Optimization* pode ser utilizado após realizada a análise estrutural, pois o módulo utiliza a análise estrutural para obter as variáveis de estado do problema, as condições iniciais e a análise como parte do processo de otimização, pois os parâmetros de desenho serão alterados e serão modificados os resultados da análise estrutural, conforme se

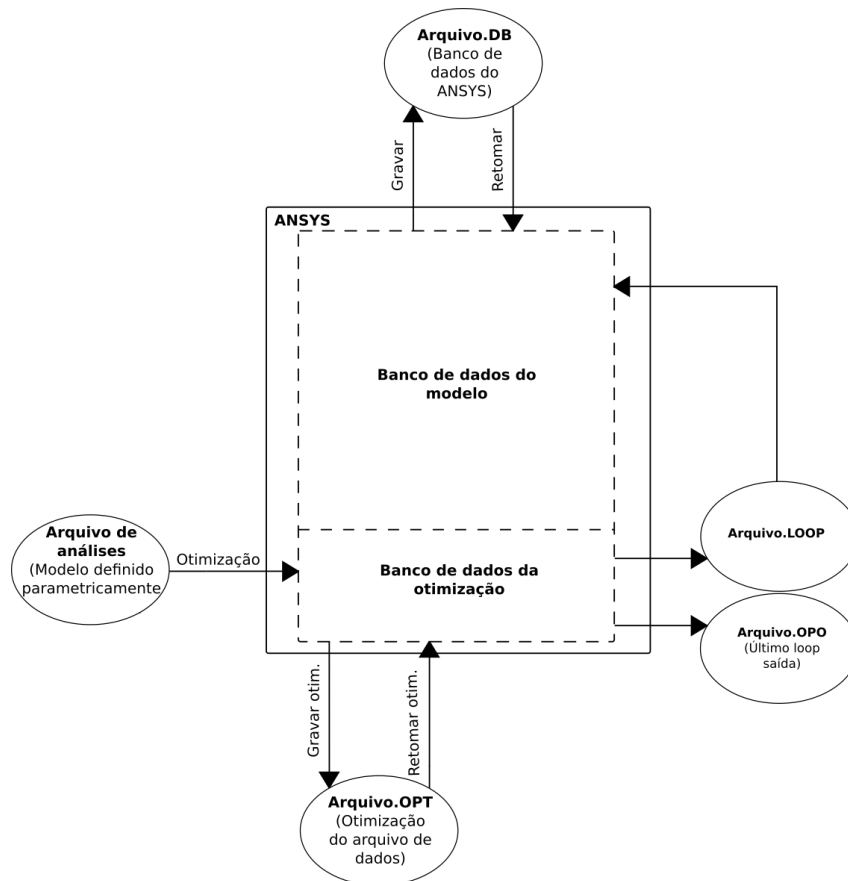


Figura 4.1 – Estrutura do processo de otimização no ANSYS APDL[1].

desenvolve o processo de otimização.

A análise estrutural é realizada pelo ANSYS Mechanical, enquanto o módulo *Direct Optimization* é externo ao ANSYS Mechanical, sendo uma ferramenta do ANSYS Workbench, porém no fluxograma do projeto no ANSYS Workbench são mostrados os parâmetros de projeto que são ligados ao módulo, que utiliza os parâmetros interligando as ferramentas disponíveis de forma a obter a solução otimizada.

Na figura 4.2, apresenta-se a estrutura de um processo de otimização simples, onde ocorre a análise estrutural, que gera os parâmetros de entrada e saída; depois tem-se a interligação do módulo *Direct Optimization*, que utiliza os parâmetros de entrada e saída, além da análise estrutural, para gerar o processo de otimização, visando obter o melhor resultado possível dos parâmetros de entrada, dentro das restrições impostas.

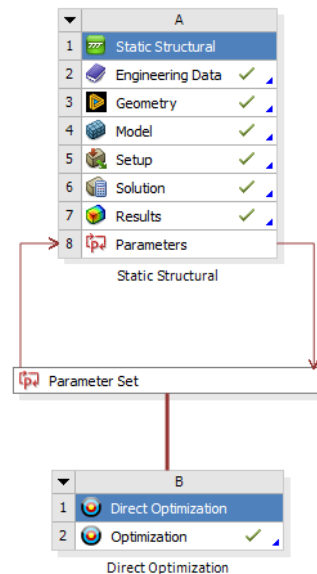


Figura 4.2 – Estrutura do processo de otimização no Workbench.

4.4 Tipos de Otimização

4.4.1 Módulo de Otimização

O ANSYS Mechanical APDL tem diferentes métodos para otimização, os métodos descritos abaixo são apresentados pelo manual avançado do ANSYS[1].

4.4.1.1 Método de aproximação por subproblema

O método de aproximação por subproblema é um método de ordem zero que utiliza aproximações para todas as variáveis dependentes (variáveis de estado e função objetivo). O programa faz a relação das variáveis de estado com a função objetivo por meio de ajuste de curva. O cálculo é feito usando a função objetivo para diferentes conjuntos de valores das variáveis de projeto e realizando mínimos quadrados entre os dados.

As variáveis de estado e os limites das variáveis de projeto são as restrições do problema e tornam o problema de otimização restrito. Porém o programa converte o problema em um problema de otimização irrestrito, através da adição de penalidades na aproximação da função objetivo devido as restrições impostas. O programa realiza essa conversão pois as técnicas de minimização que serão usadas posteriormente se tornam mais eficientes.

A busca pela minimização da aproximação da função objetivo irrestrita é feita aplicando a *técnica de minimização sequencial irrestrita*[9] em cada iteração. É interessante observar que como o método se baseia em aproximações, quanto mais próximo à solução inicial for da solução final, mais precisos serão os resultados obtidos.

4.4.1.2 Método de primeira ordem

O método de primeira ordem faz a conversão do problema em um problema irrestrito adicionando funções de penalidade para a função objetivo, porém difere do método de aproximação por subproblema por minimizar a representação do elemento finito ao invés de ser uma aproximação.

O método utiliza gradientes das variáveis dependentes com respeito as variáveis de projeto. Para cada iteração, são calculados gradientes que determinam uma linha de pesquisa, que leva a minimização do problema irrestrito. Além disso, cada iteração é composta de um número de sub-iterações, que incluem pesquisa de direção e computação dos gradientes, fazendo com que uma iteração tenha várias análises em loop.

É interessante observar que o método de primeira ordem pode convergir para um resultado inviável, pois o programa pode encontrar um mínimo local ou simplesmente não existem soluções viáveis. Nesse caso é recomendado usar o método de aproximação por subproblema.

4.4.2 *Direct Optimization*

O ANSYS Workbench com sua ferramenta *Direct Optimization* tem diferentes métodos de otimização, onde os métodos são apresentados abaixo:

4.4.2.1 *Screening*

O método de otimização *screening* é uma abordagem de otimização que usa amostragem e ordenação para obter os resultados otimizados. O método não é muito eficiente, por isso é mais utilizado para obtenção de resultados preliminares, para em seguida ser utilizado um método para obtenção de resultados mais refinados. O método tem a vantagem de permitir múltiplas funções objetivo e restrições, bem como todos os tipos de parâmetros de entrada possíveis.

4.4.2.2 *Multi-Objective Genetic Algorithm (MOGA)*

O método MOGA é uma variante do popular NSGA-II (*Non-Dominated Sorted Genetic Algorithm-II*) baseado em conceitos de elitismo controlado. Ele suporta várias funções objetivo e restrições, e visa encontrar o ótimo global.

4.4.2.3 *Nonlinear Programming by Quadratic Lagrangian (NLPQL)*

O método NLPQL é um algoritmo baseado em gradiente para fornecer um resultado de otimização local e refinado. Ele suporta um único objetivo, várias restrições e é limitado a

parâmetros contínuos. O ponto de partida deve ser especificado para determinar a região do espaço de design a ser explorado.

4.4.2.4 *Mixed-Integer Sequential Quadratic Programming (MISQP)*

O método MISQP resolve problemas de programação não linear inteira mista por um método de programação quadrática sequencial modificado. Partindo do pressuposto de que as variáveis inteiras têm uma influência suave nas funções do modelo, ou seja, os valores da função não mudam drasticamente quando aumentam ou diminuem uma variável inteira, aproximações quadráticas sucessivas são aplicadas. Ele suporta um único objetivo e várias restrições. O ponto de partida deve ser especificado para determinar a região do espaço de design a ser explorado.

4.4.2.5 *Adaptative Single-Objective*

O método *Adaptative Single-Objective* é uma variante do popular NSGA-II (*Non-Dominated Sorted Genetic Algorithm-II*) baseado em conceitos de elitismo controlado. Ele suporta somente uma função objetivo e múltiplas restrições, e visa encontrar o ótimo global. Porém é limitado à parâmetros de entrada contínuos e manufaturáveis.

4.4.2.6 *Adaptative Multi-Objective*

O método *Adaptative Multi-Objective* também é uma variante do popular NSGA-II (*Non-Dominated Sorted Genetic Algorithm-II*) baseado em conceitos de elitismo controlado. Ele suporta várias funções objetivo e restrições, e visa encontrar o ótimo global. Porém é limitado à parâmetros de entrada contínuos e manufaturáveis.

4.5 Problema de otimização

Para apresentar o procedimento de otimização usando o ANSYS, foi considerado-se um exemplo de aplicação disponibilizado pela Universidade de Alberta [10]. Contudo esse exemplo foi melhorado e atualizado de maneira a incluir os comandos e tipos de elementos mais atuais do ANSYS. O exemplo considerado é apresentado na figura 4.3, onde se tem uma viga de seção quadrada de 1 m, com uma força aplicada de 2000 N. Como restrições impostas foi considerado que a viga não pode exceder uma tensão máxima de 200 MPa e a altura/largura não pode ser menor que 10 mm. A viga é feita de aço e tem módulo de elasticidade de 200 GPa.

O problema da viga é de otimização paramétrica, pois objetiva-se obter a menor área de seção transversal da viga, dentro das restrições apresentadas, sem alterar a forma da viga, somente alterando as dimensões da mesma (Cf. seção 2.2).

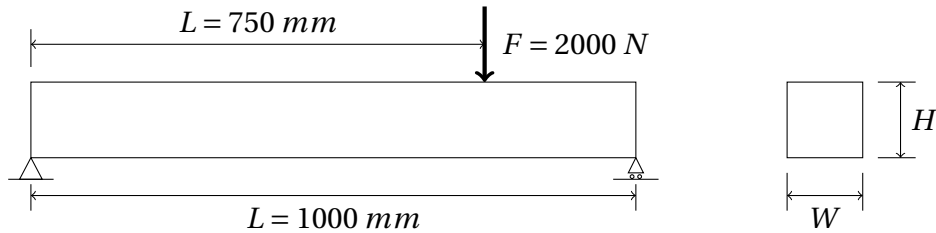


Figura 4.3 – Problema de viga com seção transversal quadrada

4.5.1 ANSYS Mechanical APDL

Para implementar a otimização do problema no ANSYS Mechanical APDL, será dividido o processo em 4 etapas, sendo elas o pré processamento, o processamento (solução), pós processamento e *design optimization* (módulo de otimização).

Pré processamento

No pré processamento (*/PREP7*) será definida a estrutura a ser otimizada, apresentando o tipo de elemento, suas propriedades, dimensões, características e gerando a malha. Para implementação do pré processamento, será utilizada a interface gráfica do ANSYS APDL, a GUI (*Guide User Interface*).

Para realizar a otimização paramétrica da estrutura, definem-se como parâmetros a altura (**H**) e a largura (**W**), que serão as variáveis a serem otimizadas. Para isso:

- Selecionar: **Utility Menu > Parameters > Scalar Parameters**
- Ao selecionar **Scalar Parameters** aparecerá a janela da figura 4.4, em **Selection** será inserido o parâmetro $W=20$ (largura) e para salvar será selecionado **Accept**
- Ainda em **Scalar Parameters** será inserido o parâmetro $H=20$ (altura), para salvar será selecionado **Accept** e em seguida pode ser fechado a janela selecionando **Close**.

Será definido o tipo de elemento que será analisado, no caso o elemento que será selecionado é o BEAM188, que é um elemento tridimensional, baseado na teoria de viga de Timoshenko. Para selecionar o elemento:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Element Type > Add**
- Ao selecionar **Add** aparecerá a janela do lado esquerdo apresentada na figura 4.5, aqui são apresentados os elementos que compõem a estrutura, para adicionar um elemento seleciona-se **Add**

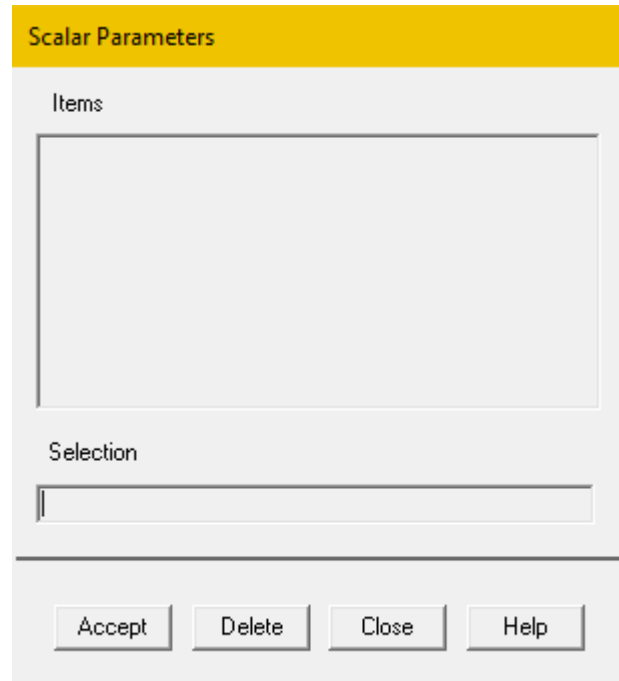


Figura 4.4 – Janela de parâmetros escalares

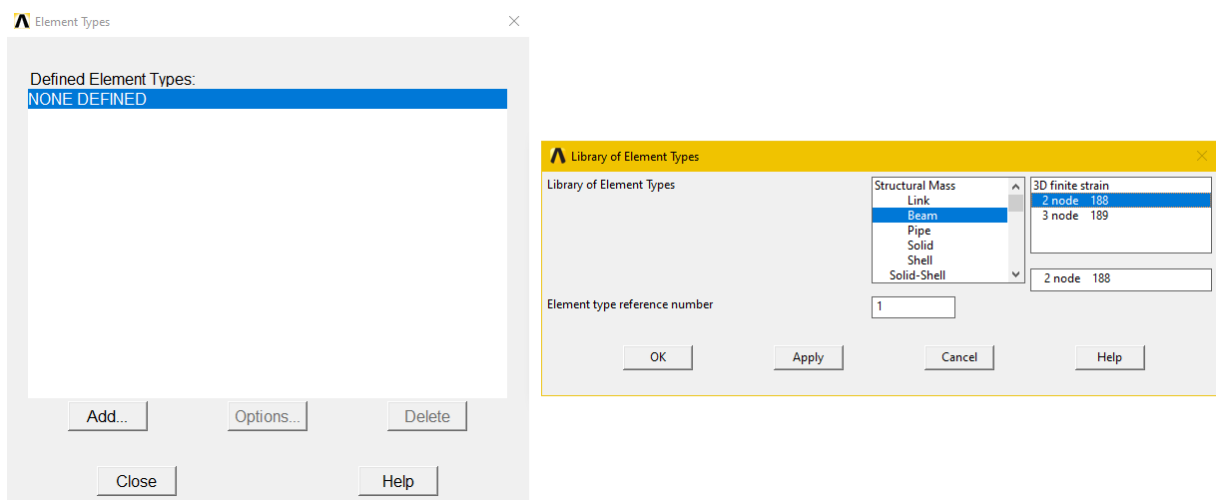


Figura 4.5 – Seleção do elemento BEAM188

- Após selecionar **Add** aparecerá a janela à esquerda na figura 4.5. Aqui têm-se os vários tipos de elementos possíveis, para selecionar o BEAM188, seleciona-se: Structural Mass > Beam > 3D finite strain > 2 node 188, em seguida seleciona-se **OK** e **Close**

Após definir o elemento, devem-se definir suas propriedades, para isso:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Material Props > Material Models**
- Ao selecionar **Material Models** aparecerá a janela a esquerda apresentada na figura 4.6, onde seleciona-se: **Structural > Linear > Elastic > Isotropic**

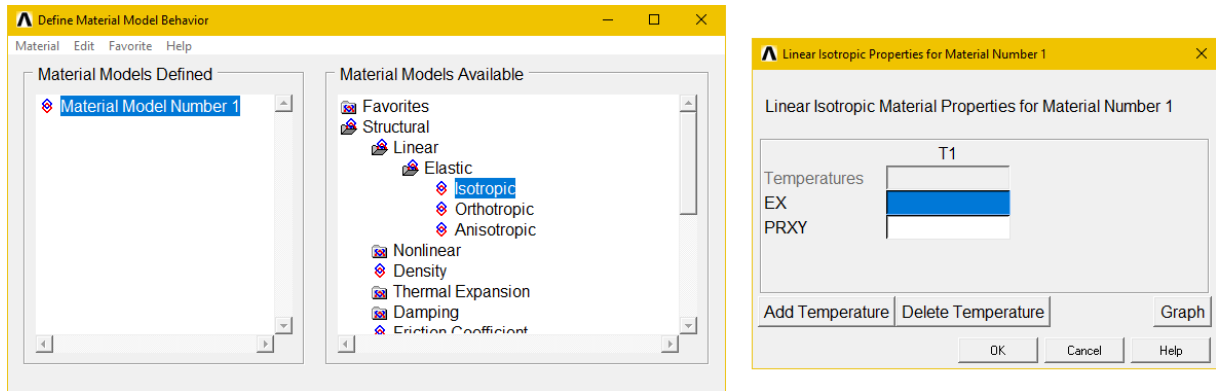


Figura 4.6 – Definição das propriedades da viga

- Ao selecionar **Isotropic** aparecerá a janela à direita na figura 4.6, onde **EX** é o módulo de Young e **PRXY** é o coeficiente de Poisson, em **EX** será adicionado 200000 e em **PRXY** será adicionado 0.3. Em seguida seleciona-se **OK**.

Deve-se gerar a estrutura a ser otimizada criando os nós, no problema serão gerados 3 nós, para isso:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Keypoints > In Active CS**
- Ao selecionar **In Active CS** aparecerá a janela apresentada na figura 4.7, em **NPT** será definido o número do nó, em **X,Y,Z** será inserido a posição das variáveis, onde:

Nós	Coordenadas (x,y)
1	(0,0)
2	(750,0)
3	(1000,0)

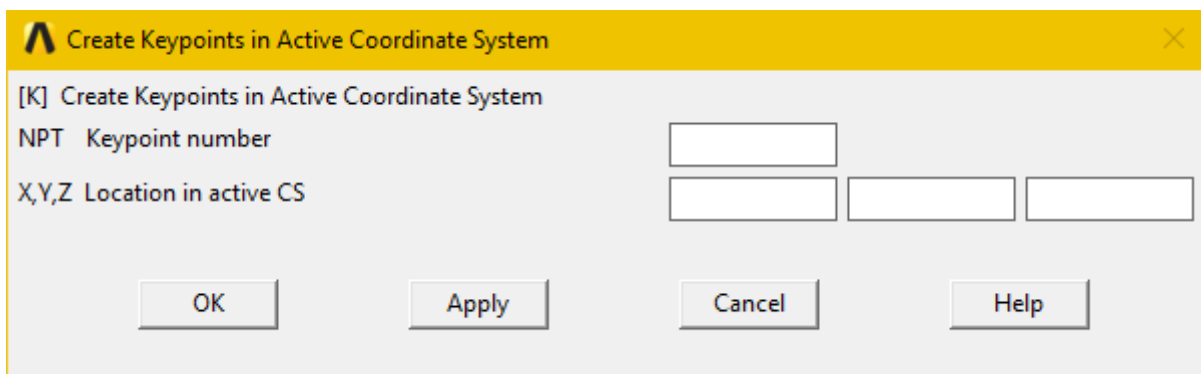


Figura 4.7 – Criação dos nós principais

- Inserindo a coordenada do nó 1, seleciona-se **Apply**, repete-se o processo para a coordenada do nó 2 e 3 e seleciona-se **OK**.

Definidos os nós da estrutura, serão geradas duas linhas ligando os nós 1, 2 e 3. Para gerar a linha será feito:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Modeling > Create > Lines > Lines > In Active Coord**
- Ao selecionar **In Active Coord** aparecerá a janela apresentada na figura 4.8, para gerar a linha será selecionado o nó 1 e o nó 2 utilizando o cursor, formando a linha 1 e será selecionado o nó 2 e o nó 3 utilizando o cursor, formando a linha 2, será selecionado **OK**

Após definir os nós da estrutura, será definida a área da seção transversal:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Sections > Beam > Common Sections**

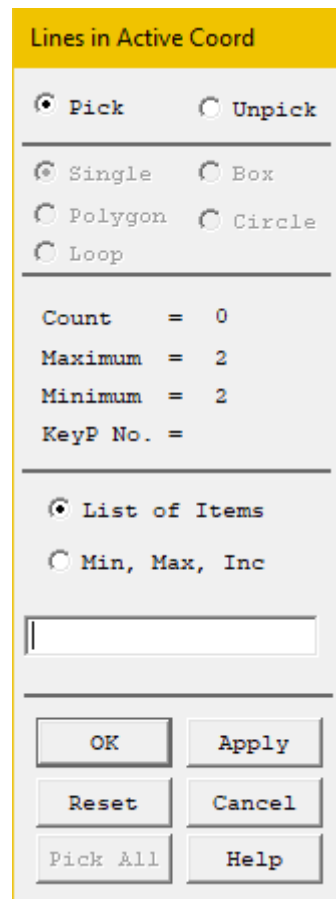


Figura 4.8 – Criação de linhas

- Ao selecionar **Common Sections** aparecerá a janela apresentada na figura 4.9, onde serão definidas as dimensões da seção transversal. Em **Offset To** será selecionado **Centroid**, isso define que o ponto central da área de seção transversal está localizado no centro, **H** é a espessura da seção onde será definido como **W** e **B** é a altura da seção onde será definido como **H**. Em seguida seleciona-se **OK**.

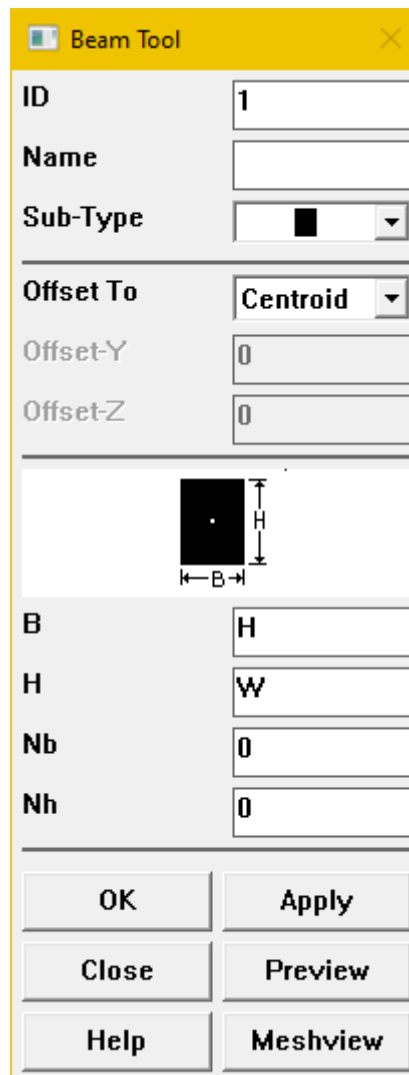


Figura 4.9 – Definição da área de seção transversal da viga

Vale mencionar que **B** na seção transversal da viga está na direção y e **H** na direção z , como a força aplicada está na direção y , a altura da viga será **B** enquanto **H** será a largura.

Para gerar novos elementos a partir das linhas para criar uma malha:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Meshing > Size Cntrls > ManualSize > Lines > Picked Lines**
- Ao selecionar **Picked Lines** aparecerá a janela apresentada na figura 4.10 à esquerda, ao selecionar as linhas, seleciona-se **OK**.
- Ao selecionar **OK** aparecerá a janela apresentada na figura 4.10 à direita, em **NVID** insira 10, com isso as linhas serão divididas em 10 elementos e seleciona-se **OK**.

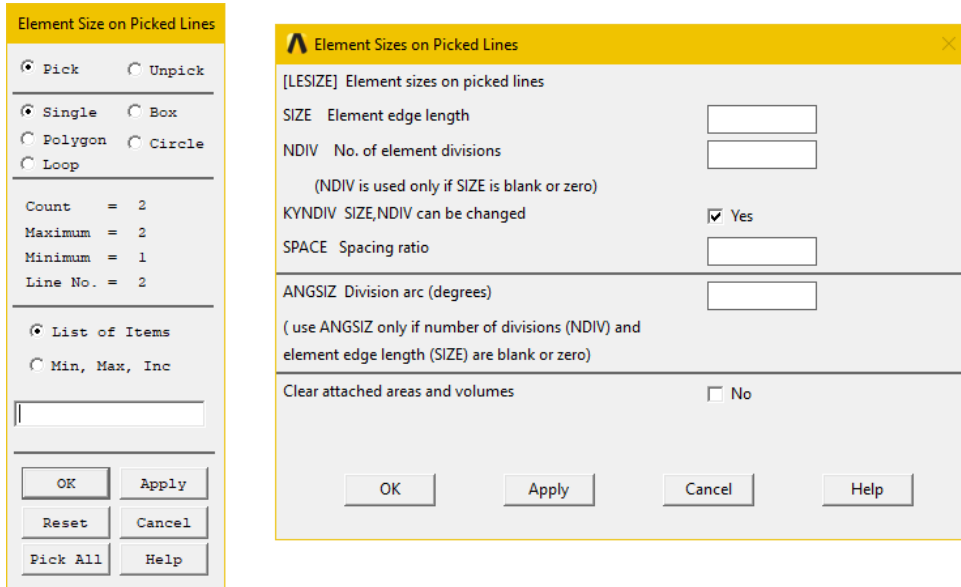


Figura 4.10 – Divisão da linha em elementos

Para gerar a malha, a partir dos elementos gerados anteriormente:

- Selecionar: **Main Menu > Preprocessor > Meshing > Mesh > Lines**
- Ao selecionar **Lines** aparecerá a janela apresentada na figura 4.11, ao selecionar as linhas, seleciona-se **OK**.

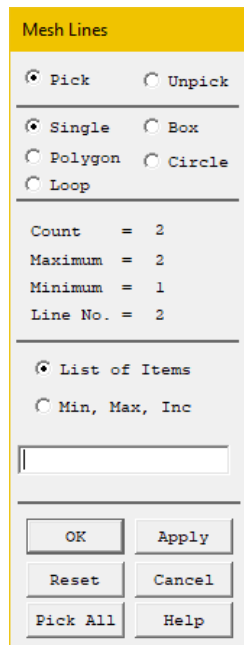


Figura 4.11 – Definição da malha em linha

Ao definir a malha, deve-se inserir o comando FINISH, para concluir a etapa de pré-processamento.

Processamento

O processamento ou solução (/SOLU) é a etapa onde são definidas as restrições da estrutura, o tipo de análise a ser realizada e as forças aplicadas. Para iniciar o módulo de solução deve-se inserir o comando /SOLU.

Para aplicar as restrições nos nós 1 e 3 da estrutura, serão inseridos os seguintes comandos:

```
DK, 1, UX, 0
DK, 1, UY, 0
DK, 3, UY, 0
```

Onde DK é o termo que indica a aplicação de um deslocamento no nó, o termo após a primeira vírgula é o número do nó, o termo após a segunda vírgula é a direção do deslocamento e o termo após a última vírgula é a quantidade de deslocamento, nesse caso é zero, pois deseja-se restringir o movimento nas direções x e y para o nó 1 e na direção x para o nó 3.

Como o problema tem força aplicada somente na direção y e restrições nas direções x e y , podemos assumir o problema como bidimensional. Porém o elemento BEAM188 possui 6 graus de liberdade, incluindo translação nas direções x , y e z , bem como rotações nas direções x , y e z , assim para que o problema esteja definido com relação as condições de contorno, será necessário restringir os movimentos na direção z e rotações nas direções x e y .

Para isso serão utilizados os seguintes comandos:

```
NSEL, ALL
D, ALL, UZ, 0
D, ALL, ROTX, 0
D, ALL, ROTY, 0
```

Onde o primeiro comando seleciona todos os nós da estrutura, para que nos comandos seguintes seja aplicado a restrição de deslocamento na direção z e rotações x e y .

Para aplicar a força, será utilizado o seguinte comando:

```
FK, 2, FY, -2000
```

Onde o comando indica que na direção y do nó 2, será aplicado uma força de 2000 N para baixo.

Com isso, o problema está completamente definido em termos de estrutura, propriedades e condições de contorno. Para solucionar o problema será selecionado o tipo de análise:

- Selecionar: **Main Menu > Solution > Analysis Type > New Analysis**
- Ao selecionar **New Analysis** aparecerá a janela apresentada na figura 4.12, seleciona-se **Static** para o tipo de análise e seleciona-se **OK**.

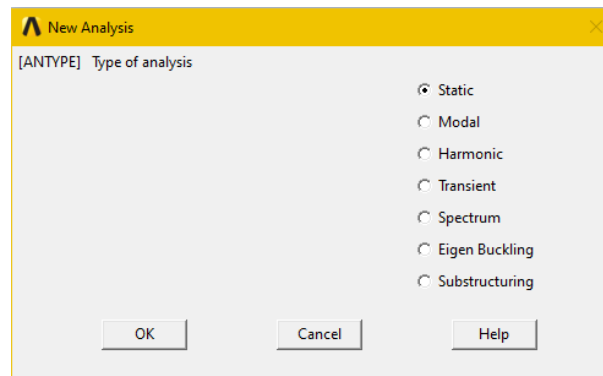


Figura 4.12 – Seleção do tipo de análise estrutural

Definido o tipo de análise, será solucionado o problema, para isso:

- Selecionar: **Main Menu > Solution > Solve > Current LS**
- Ao selecionar **Current LS** aparecerá a janela apresentada na figura 4.13 e seleciona-se **OK**.
- Se o problema estiver bem definido, como resultado será apresentado uma janela anunciando que o problema foi solucionado e sem mensagens de erro.

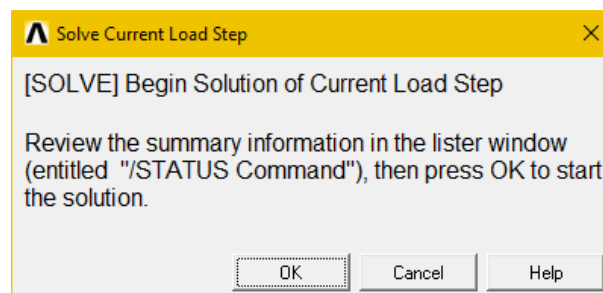


Figura 4.13 – Etapa de solução

Pós Processamento

Na etapa de pós processamento serão visualizados os resultados obtidos na etapa de solução. Para o problema, busca-se obter a tensão máxima na viga e o volume. Para obter o volume:

- Selecionar: **General Postproc > Element Table > Define Table**
- Ao selecionar **Define Table** aparecerá a janela apresentada na figura 4.14 a esquerda e seleciona-se **Add**.
- Ao selecionar **Add** aparecerá a janela apresentada na figura 4.14 a direita, em **AVPRIN** será inserido 0, em **Lab** será inserido **EVolume**, em item será selecionado **Geometry** e **Elem volume VOLU**, em seguida **OK**.

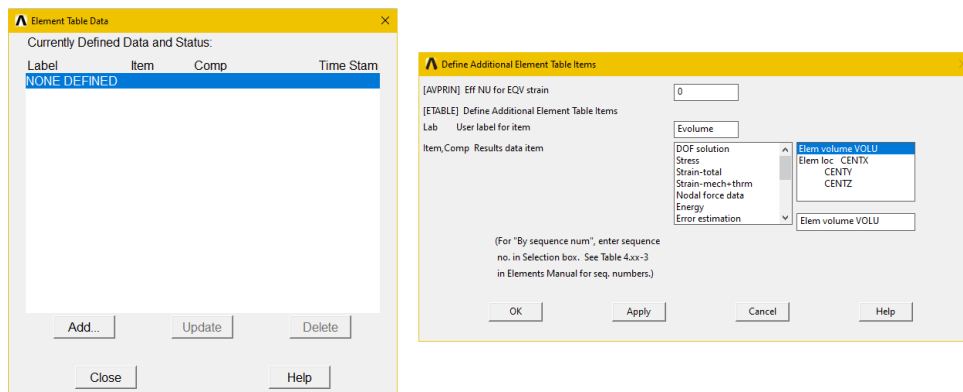


Figura 4.14 – Obtenção do volume de cada elemento

O volume que foi obtido é de cada elemento, para obter o volume da viga será necessário somar os volumes, para isso:

- Selecionar: **General Postproc > Element Table > Sum of Each Item**
- Ao selecionar **Sum of Each Item** aparecerá a janela que irá calcular a soma do volume, pressione **OK**.

Com isso será exibido o volume da estrutura que será de 400000 mm².

Para salvar o volume como uma variável:

- Selecionar: **Utility Menu > Parameters > Get Scalar Data ...**
- Ao selecionar **Get Scalar Data ...** aparecerá a janela apresentada na figura 4.15 a esquerda e seleciona-se **Results data** e **Elem table sums** e por fim seleciona-se **OK**.
- Ao selecionar **OK** aparecerá a janela apresentada na figura 4.15 a direita, onde será colocado **Volume** como nome do parâmetro e o elemento será **EVOLUME**, em seguida seleciona-se **OK**.

Com isso o volume terá sido adicionado como um parâmetro. O próximo parâmetro a ser obtido é a máxima tensão na viga.

Para isso, primeiro será obtida a tensão no *i*-ésimo nó de cada elemento:

- Selecionar: **General Postproc > Element Table > Define Table... > Add**

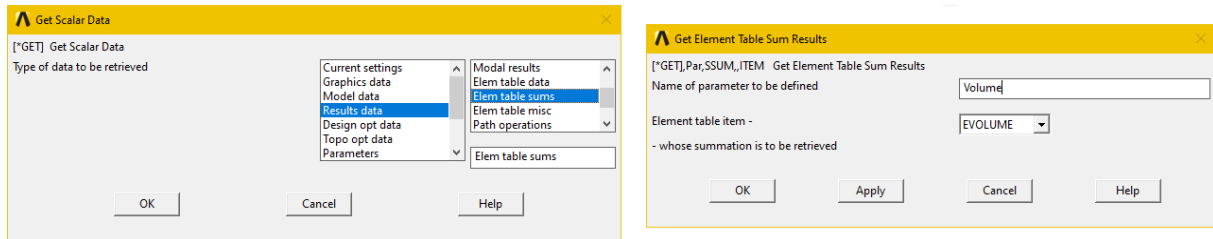
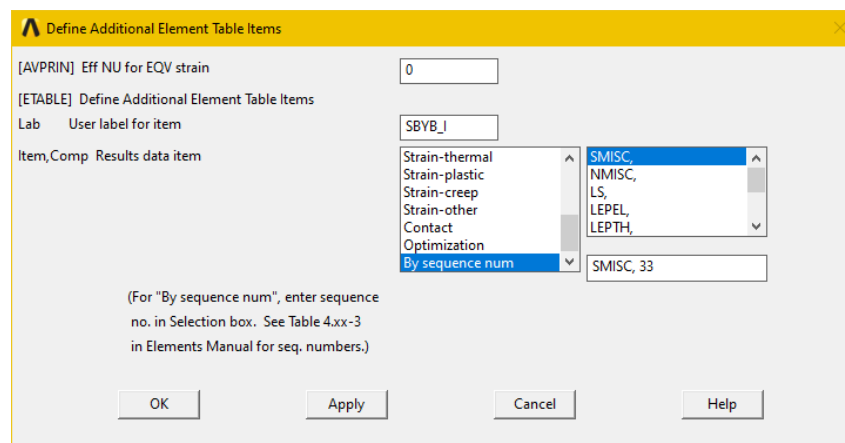


Figura 4.15 – Obtenção do volume total

- Ao selecionar **Add** aparecerá a janela apresentada na figura 4.16, onde em *AVPRIN* será inserido 0, em *Lab* será inserido *SBYB_I*, em *item* será selecionado **By sequence num** e **SMISC**, e após a virgula será adicionado o número 33, por fim seleciona-se **OK**.

Figura 4.16 – Definição da tensão no i -ésimo nó

Para uma viga com força aplicada na direção y , a maior tensão será de flexão, por isso o número usado foi o 33, que indica a tensão de flexão no i -ésimo nó para o elemento BEAM188. Para encontrar a máxima tensão atuante na estrutura, será feito:

- Selecionar: **General Postproc > List Results > Sorted Listing > Sort Elems**
- Ao selecionar **Sort Elems** aparecerá a janela apresentada na figura 4.17, onde será preenchido como está na figura.

Com isso os valores de tensão salvos em *SBYB_I* serão colocados em ordem decrescente.

Para salvar a máxima tensão no i -ésimo nó como um parâmetro, será feito:

- Selecionar: **Utility Menu > Parameters > Get Scalar Data...**
- Ao selecionar **Get Scalar Data...** aparecerá uma janela onde será selecionado **Results Data e Others**.
- Ao selecionar **Others** aparecerá a janela da figura 4.18, onde o nome do parâmetro será *SBYBI*, será selecionado **From sort oper'n** e **Maximun Value**, em seguida **OK**.

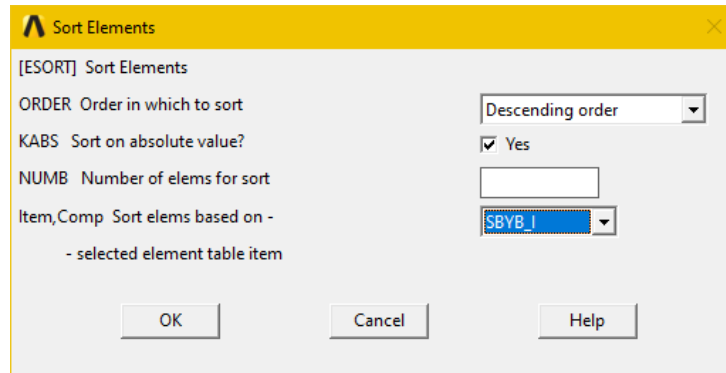


Figura 4.17 – Organização em ordem decrescente da tensão no i -ésimo nó

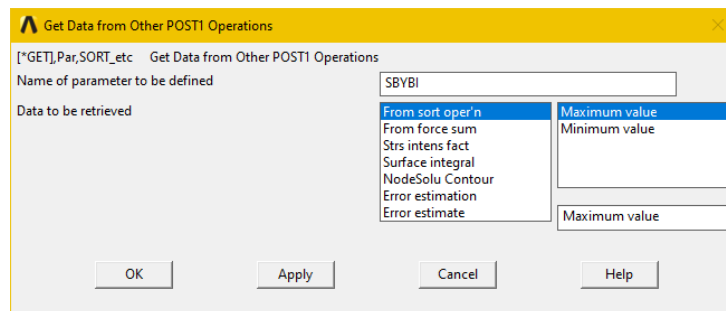


Figura 4.18 – Obtenção da máxima tensão

Para obter a máxima tensão no j -ésimo nó, serão repetidos os mesmos passos que foram executados para a máxima tensão no i -ésimo nó, porém com pequenas alterações. Para obter as tensões:

- Selecionar: **General Postproc > Element Table > Define Table... > Add**
- Aqui o processo será o mesmo para o i -ésimo nó, porém em *Lab* será inserido SBYB_J (ao invés de SBYB_I) e o número será 38.

Para selecionar os nós em ordem decrescente será o mesmo processo da tensão no i -ésimo nó, porém em *Item, Comp* será selecionado SBYB_J.

Para salvar a máxima tensão no j -ésimo nó como um parâmetro será feito o mesmo processo do i -ésimo nó, porém o nome do parâmetro será SBYBJ.

Para selecionar o maior entre SBYBI e SBYBJ será usado o comando:

```
*SET, SBYB, SBYBI>SBYBJ
```

Isso se faz necessário pois nem sempre ambos serão iguais.

Módulo de otimização

Ao realizar a solução do problema e obter as variáveis necessárias para a otimização, necessita-se salvar os passos do processo, pois os passos realizados anteriormente serão realizados várias vezes em um processo iterativo no intuito de obter uma estrutura otimizada. Para salvar os passos anteriores em arquivo de texto:

- Selecionar: **Utility Menu > File > Write DB Log File...**
- Aparecerá uma janela onde no nome do arquivo será inserido 'optimize.txt', depois seleciona-se **OK**.

É importante lembrar onde foi salvo o arquivo de texto, pois esse arquivo ainda não está pronto para ser usado na otimização, ele terá de ser tratado, pois ao utilizar a interface visual são gerados comandos adicionais que interagem com a interface que não são necessários no processo de otimização.

Como resultado, o arquivo 'optimize.txt' apresentará:

```

/BATCH
! /COM,ANSYS RELEASE Release 18.1 BUILD 18.1 UP20170403 10:14:51
! /input,menust,tmp,"
! /GRA,POWER
! /GST,ON
! /PLO,INFO,3
! /GRO,CURL,ON
! /CPLANE,1
! /REPLOT,RESIZE
WPSTYLE,,,,,0
! /REPLOT,RESIZE
*SET,W,20
*SET,H,20
/PREP7
!*
ET,1,BEAM188
!*
!*
MPTEMP,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,200000
MPDATA,PRXY,1,,0.3
K,1,0,0,,
K,2,750,0,,
K,3,1000,0,,
L,1,2
L,2,3
SECTYPE,1,BEAM,RECT,,0

```



```

SECOFFSET, CENT
SECDATA, H, W, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0
FLST, 5, 2, 4, ORDE, 2
FITEM, 5, 1
FITEM, 5, 2
CM, _Y, LINE
LSEL, , , , P51X
CM, _Y1, LINE
CMSEL, ,, _Y
!*
LESIZE, _Y1, , , 10, , , , , 1
!*
FLST, 2, 2, 4, ORDE, 2
FITEM, 2, 1
FITEM, 2, 2
LMESH, P51X
FINISH
/SOLU
DK, 1, UX, 0
DK, 1, UY, 0
DK, 3, UY, 0
NSEL, ALL
D, ALL, UZ, 0
D, ALL, ROTX, 0
D, ALL, ROTY, 0
FK, 2, FY, -2000
!*
ANTYPE, 0
!—/STATUS, SOLU
SOLVE
FINISH
/POST1
AVPRIN, 0, 0,
ETABLE, EVolume, VOLU,
!*
SSUM
!*
*GET, Volume, SSUM, , ITEM, EVOLUME
AVPRIN, 0, 0,
ETABLE, SBYB_I, SMISC, 33
!*

```

```

ESORT,ETAB,SBYB_I,0,1, ,
!*
*GET,SBYBI, SORT,,MAX
AVPRIN,0,0,
ETABLE,SBYB_J,SMISC, 38
!*
ESORT,ETAB,SBYB_J,0,1, ,
!*
*GET,SBYBJ, SORT,,MAX
*SET,SBYB,SBYBI>SBYBJ
! LGWRITE,'optimize','txt','C:\',COMMENT

```

Após a limpeza do arquivo, o arquivo ficou:

```

*SET,W,20
*SET,H,20
/PREP7
ET,1,BEAM188
MP,EX,1,200000
MP,PRXY,1,0.3
K,1,0,0,,
K,2,750,0,,
K,3,1000,0,,
L,1,2
L,2,3
SECTYPE,1,BEAM,RECT,,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,H,W,
LESIZE,ALL,,,10
LMESH,ALL
FINISH
/SOLU
DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,3,UY,0
NSEL,ALL
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0
FK,2,FY,-2000
ANTYPE,0
SOLVE

```

```

FINISH
/POST1
ETABLE, EVolume, VOLU,
SSUM
*GET, Volume, SSUM,, ITEM, EVOLUME
ETABLE, SBYB_I, SMISC, 33
ESORT, ETAB, SBYB_I, 0, 1,,
*GET, SBYBI, SORT,, MAX
ETABLE, SBYB_J, SMISC, 38
ESORT, ETAB, SBYB_J, 0, 1,,
*GET, SBYBJ, SORT,, MAX
*SET, SBYB, SBYBI > SBYBJ
! LGWRITE, 'optimize', 'txt', 'C:\'

```

Agora o arquivo está pronto para ser lido pelo módulo de otimização, para iniciar o módulo de otimização será inserido na linha de comando **/OPT**.

O arquivo 'optimize.txt' será usado como forma de repetir o processo feito anteriormente para cada iteração dos parâmetros de otimização. Para o módulo de otimização ler o arquivo deverá ser inserido na linha de comando:

```
OPANL, 'optimize', 'txt', 'C:\'
```

Onde o OPANL define o arquivo de análise que será usado no processo de otimização, após a primeira vírgula tem-se o nome do arquivo e o diretório do mesmo.

Agora serão definidas as variáveis de otimização, que são apresentadas na seção 4.3, as variáveis de projeto são a altura **H** e a largura **W**, a variável de estado é a tensão e a função objetivo é o volume.

Para definir as variáveis deverão ser inseridas na linha de comando:

```

OPVAR, W, DV, 10, 50, 0.001
OPVAR, H, DV, 10, 50, 0.001
OPVAR, SBYB, SV, 195, 200, 0.001
OPVAR, VOLUME, OBJ,, 200

```

Onde a primeira e segunda linha definem as variáveis de projeto, com variação entre 10 mm e 50 mm, com tolerância de 0,001 mm. A terceira linha define a tensão como variável de estado, com mínimo de 195 MPa e máximo de 200 MPa, com tolerância de 0,001 MPa. A quarta linha define o volume como função objetivo, com tolerância de 200 mm³.

Definidas as variáveis de otimização, deve-se definir o método de otimização, para isso deve ser inserido na linha de comando:

```

OPTYPE, SUBP
OPSUBP, 30, 7

```

O método de otimização escolhido foi o de *subproblem approximation*, com máximo de 30 iterações e 7 designs inviáveis.

Para iniciar a otimização será inserido o comando `OPEXE`.

4.5.2 ANSYS Workbench

Para gerar a análise estática, seleciona-se **static structural** e como mostrado na figura 4.2, primeiramente deve-se definir o material da estrutura, para o problema da viga o material é o aço, para selecionar o aço:

- Selecionar: **engineering data** no **project schematic**.
- O material padrão é o aço estrutural, mas caso não seja, deve-se entrar em **engineering data sources**, entrar em **General Materials** e adicionar um dos materiais da lista.

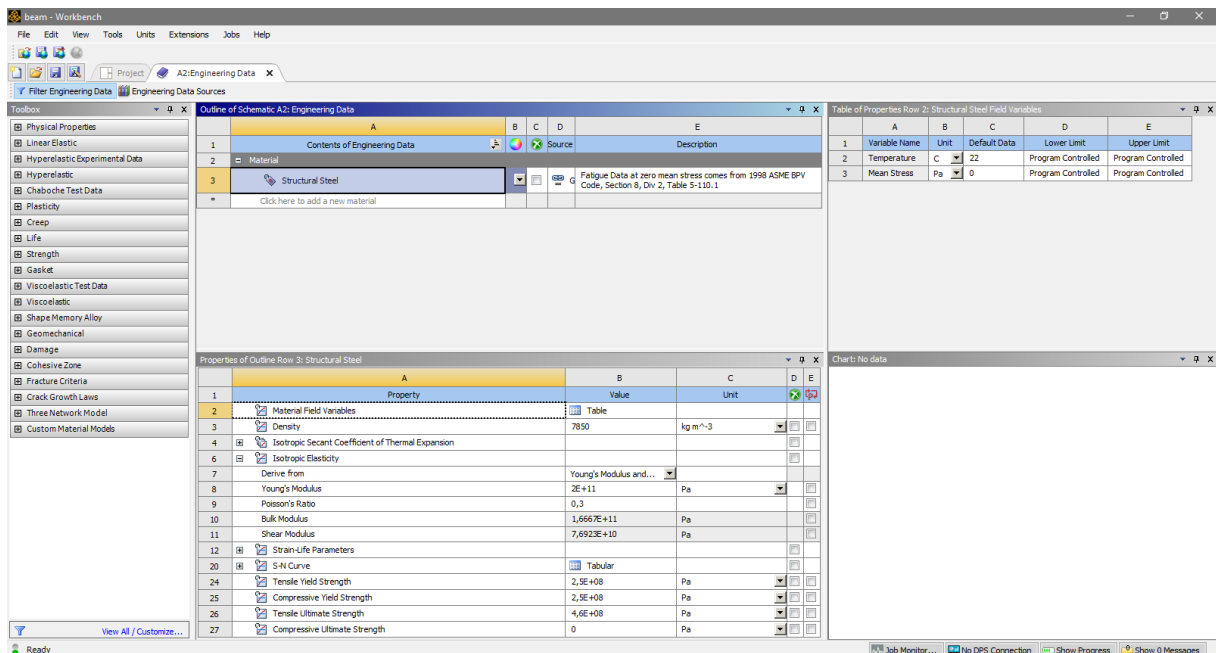


Figura 4.19 – Seleção de material da estrutura

Em seguida é necessário definir a geometria do problema, para isso tem-se duas opções de criação de geometria: usando o DesignModeler ou o SpaceClaim. O DesignModeler é um programa de criação de geometria CAE mais antigo, sendo mais complexo seu uso para geometrias que demandem posições fora dos planos xy, zx e yz, o SpaceClaim em contrapartida é mais simples de criar geometrias, além de ser fácil de adicionar peças feitas em programas CAD como o SolidWorks, porém tem certa dificuldade com corpos de linha, pois há casos em que esses acabam sendo unificados ao serem enviados ao ANSYS Mechanical para realizar a análise.

Nesse problema foi utilizado o SpaceClaim para gerar a geometria, como apresentado na figura 4.20. Para gerar a geometria deve-se:

- Selecionar **Sketch Mode**, em seguida selecionar o plano de desenho, no problema foi utilizado o plano XY.

- Selecionar **Line** e gerar duas linhas, uma com 750 mm e outra com 250 mm.
- Para tornar as linhas uma viga com área, seleciona-se na barra de ferramentas **Prepare**, em seguida **Perfis** e seleciona em **New Profile Library** a forma da área, no problema foi um retângulo.
- Para alterar as dimensões da área criada, em **Structure>Beam Profiles** aparece o perfil criado, ao usar o botão direito do mouse no perfil, seleciona-se **Edit Beam Profile**, onde será possível mudar as dimensões do perfil, que serão 20 mm x 20 mm.
- Para aplicar o perfil nas linhas seleciona-se as linhas e em **Prepare** aparecerá o perfil criado e é só selecionar esse perfil que as linhas terão uma área.

É importante lembrar que é necessário ativar a opção **Share** em **Share Topology** nas propriedades da geometria, pois caso não seja ativada tal opção, no ANSYS Mechanical as linhas estarão desconectadas, sendo necessário conectá-las usando contatos. Ao ativar essa opção, as linhas estarão ligadas quando a geometria for transferida para o ANSYS Mechanical. As geometrias geradas usando perfil normalmente são elementos-tipo **BEAM188**, que para o problema é o elemento ideal.

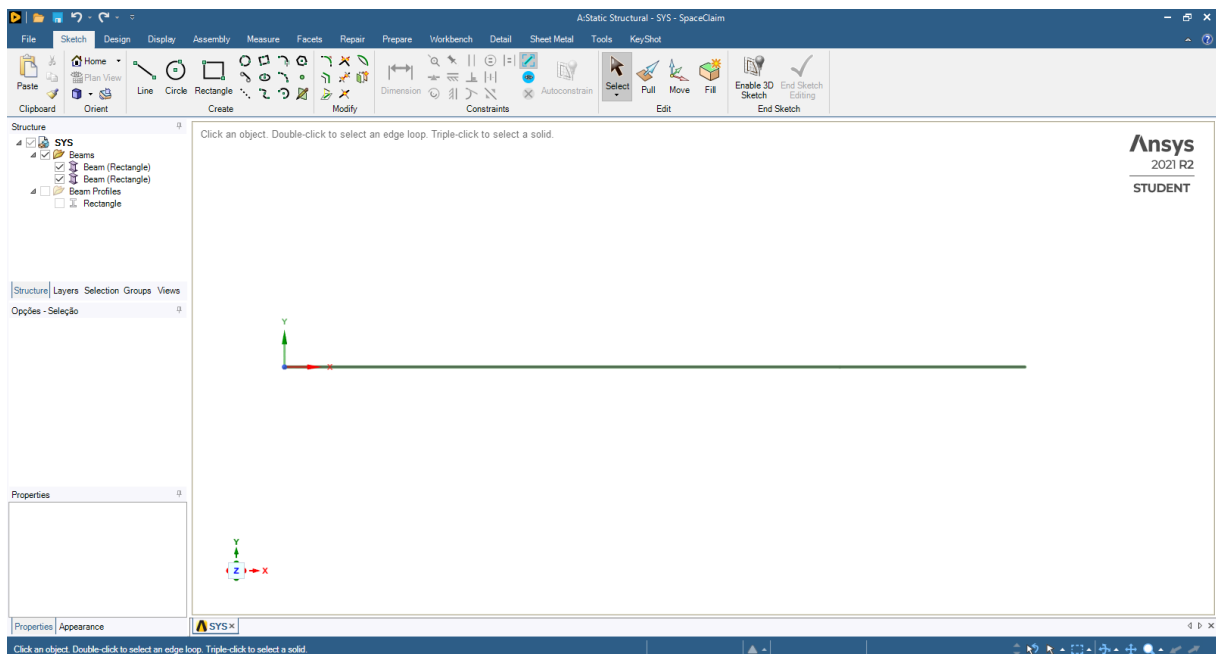


Figura 4.20 – Geometria da viga no SpaceClaim

Em seguida, será gerada a malha, para isso em **Project Schematic** seleciona-se **Model**, com isso será levado ao ANSYS Mechanical, onde para gerar a malha:

- Seleciona-se **Mesh>Insert>Sizing**, com isso seleciona-se a geometria e o tipo de divisão da malha, no caso foi selecionado o número de divisões sendo 10.
- Para gerar a malha seleciona-se **Generate Mesh**.

Ainda no ANSYS Mechanical será necessário definir as forças e restrições para realizar a análise estática, para isso:

- Seleciona-se **Static Structural>Insert>Fixed Support** e o nó que será fixado, que será o nó na extremidade esquerda.
- Seleciona-se **Static Structural>Insert>Displacement** e o nó que será travado, que será o nó na extremidade direita, porém somente as direções y e z que serão restringidas.
- Seleciona-se **Static Structural>Insert>Force** e a força será aplicada no nó que liga as duas partes da viga, onde a força que será aplicada será de -2000 N.

Após aplicado as forças e restrições nos nós, será realizada a análise estática selecionando **Solve**, se não houver nenhuma mensagem acusando erro, falha por problemas de má definição das forças e restrições, então pode-se obter as tensões na viga, para isso seleciona-se **Solution>Insert>Beam Tool>Beam Tool**, com isso serão resgatadas a tensão máxima e mínima combinada, além da tensão axial, porém para obter esses dados será necessário selecionar **Solution>Evaluate All Results**, como mostrado na figura 4.21.

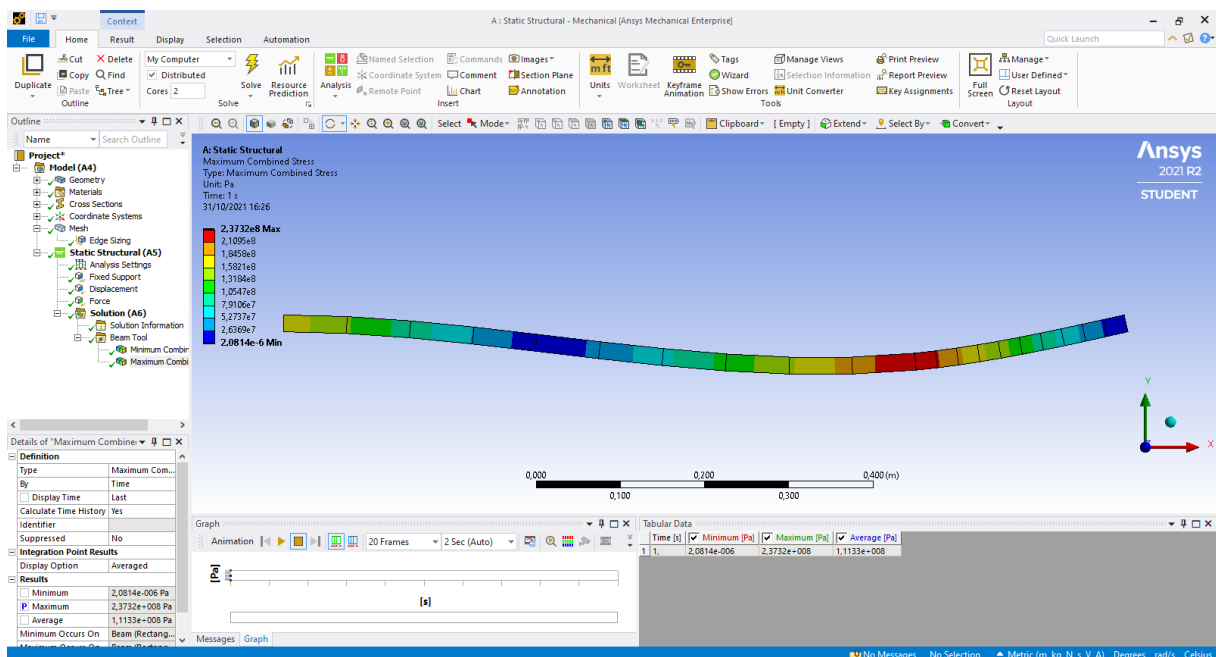


Figura 4.21 – Tensão combinada na viga

Realizada a análise estrutural da solução inicial, podem-se selecionar os parâmetros de entrada e saída do problema. Ainda no ANSYS Mechanical para definir a altura e largura como parâmetros, seleciona-se **Cross Sections>Rectangle** na janela **Details of "Rectangle"** em **Dimensions**, seleciona-se o quadrado ao lado de **B** e **H**, onde aparecerá uma letra **P** indicando que a altura e largura se tornaram parâmetros de projeto.

Em **Geometry** na janela **Details of "Geometry"** em **Properties** seleciona-se o quadrado ao lado de **Mass** para a massa ser um parâmetro e o ultimo parâmetro será a tensão máxima combinada, onde seleciona-se **Solution>Beam Tool>Maximum Combined Stress** na janela **Details of "Maximum Combined Stress"** em **Results** seleciona-se o quadrado ao lado de **Maximum**.

Com os parâmetros definidos, será adicionado o módulo *Direct Optimization* em **Project Schematic** no Workbench. No *Direct Optimization* serão indicados quais parâmetros são os objetivos, restrições e domínios, os parâmetros de domínio são a altura e largura pois são os parâmetros de entrada que serão modificados devido a função objetivo, ainda em domínio serão indicados os limites superior e inferior da altura e largura, que serão 10 mm e 50 mm, como indicado na figura 4.22.

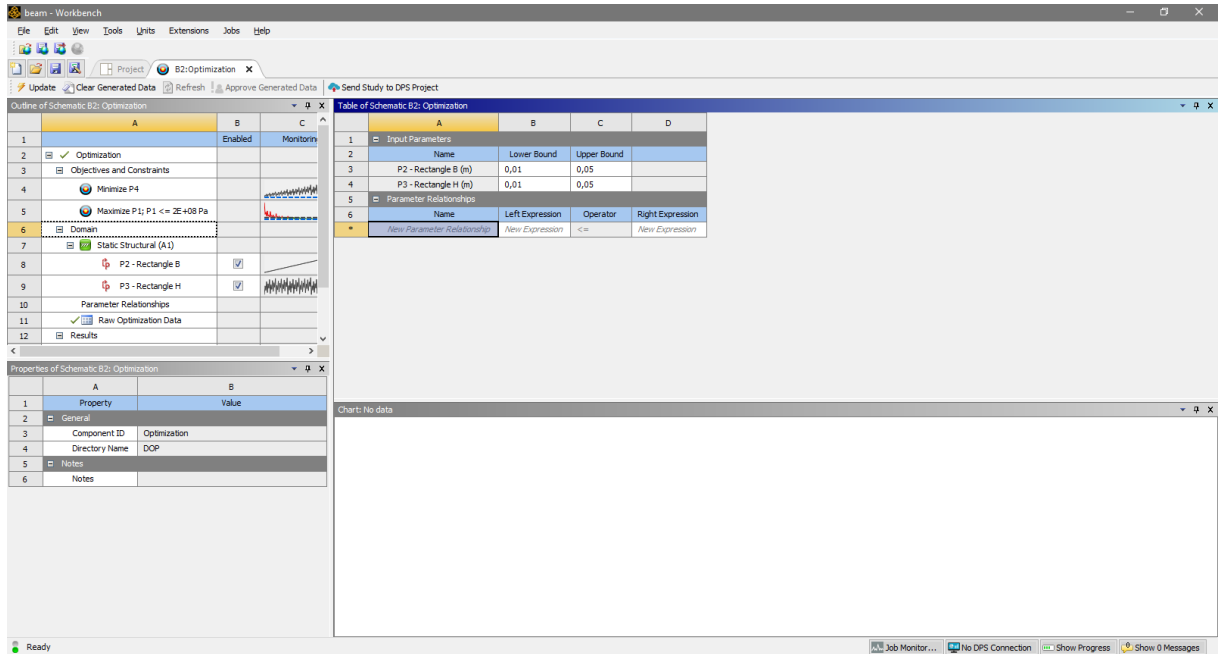


Figura 4.22 – Parâmetros de entrada

Em **Objectives and Constraints** serão selecionada a massa e a tensão máxima combinada como parâmetros, onde em objetivo será selecionado para a massa minimizar e para a tensão maximizar, a massa não terá restrições impostas, porém a tensão não deve exceder 200 MPa, como mostrado na figura 4.23.

Em **Optimization** será definido como será realizada a otimização, a seleção do método pode ser automática ou manual, caso se escolha manual pode-se escolher um dos métodos apresentados em 4.4.2, para o problema foi escolhido o método *screening* com um número total de 100 amostras e 3 possíveis candidatos. Com tudo definido para iniciar a otimização seleciona-se **Update**.

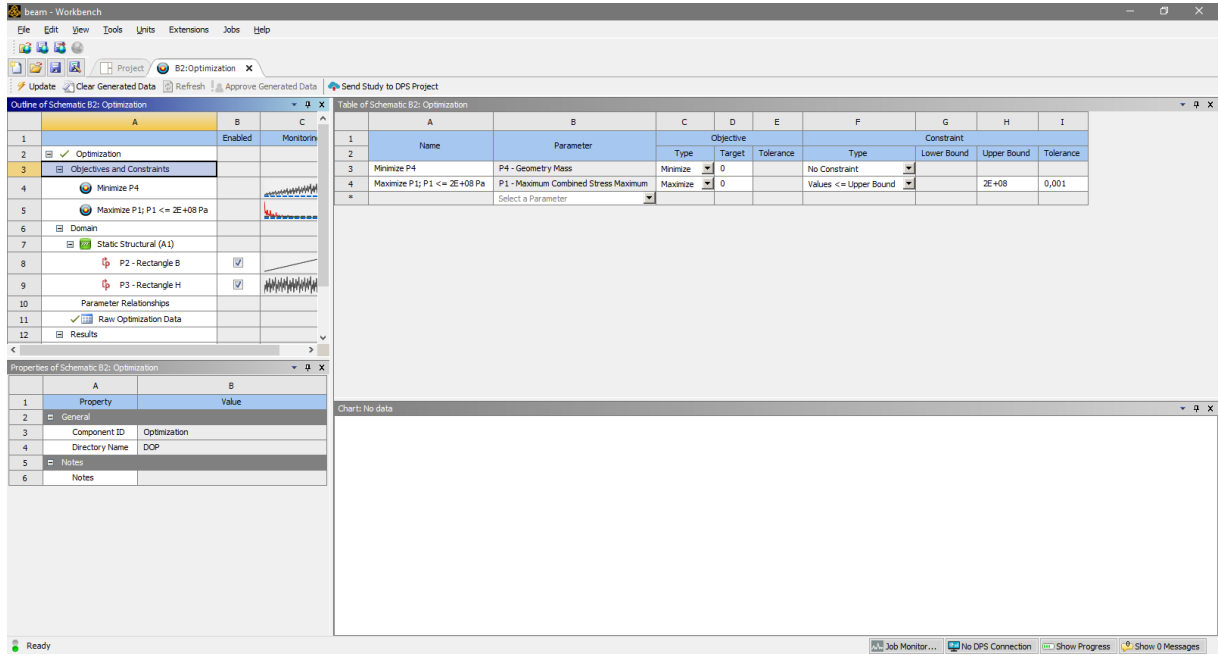


Figura 4.23 – Objetivos e restrições do problema

4.5.3 Comparação de resultados

Na figura 4.24 mostram-se as mudanças na altura e na largura com as iterações que se seguem até a convergência no ANSYS Mechanical APDL. Na figura 4.25, têm-se os resultados obtidos para os 3 candidatos a projeto ótimo, onde o melhor candidato tem a menor massa, atendendo as restrições de projeto.

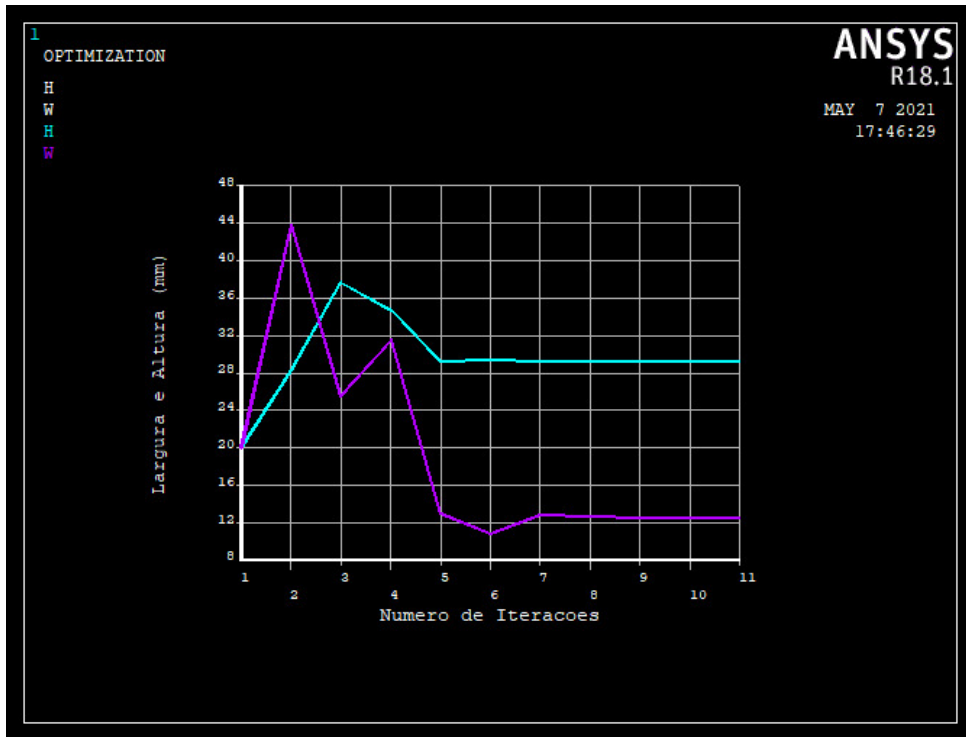


Figura 4.24 – Variação da altura e largura a cada iteração APDL

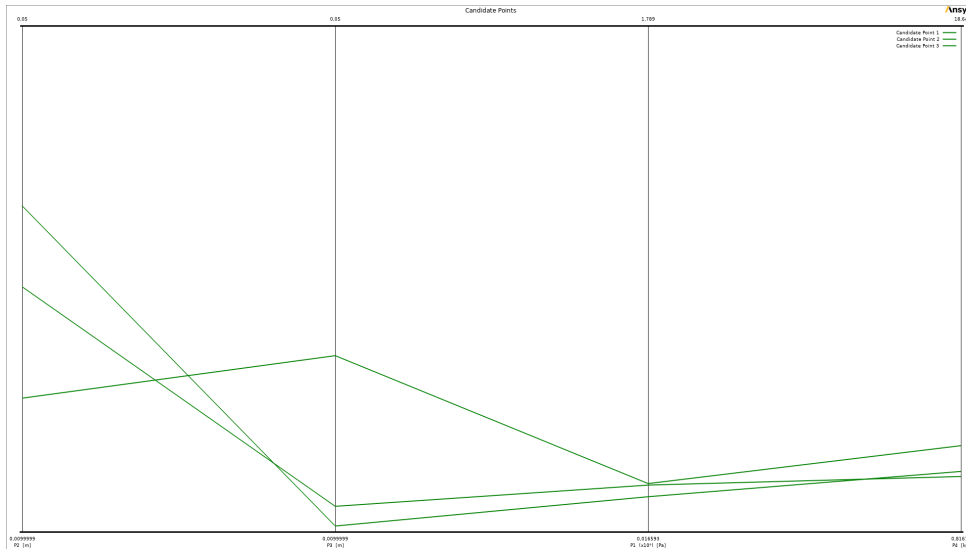


Figura 4.25 – Redução de massa das 3 melhores geometrias no Workbench

Os resultados obtidos para os softwares são mostrados na tabela 4.1. Nesta, observa-se que os resultados obtidos são semelhantes aos disponíveis na literatura, o que garante que ambas as ferramentas conseguem gerar resultados confiáveis.

Variáveis	Inicial	Alberta	APDL	Workbench
Altura	20 mm	29,16	29,20 mm	29,40 mm
Largura	20 mm	13,24	12,54 mm	12,07 mm
Tensão	267,19 MPa	199,83 MPa	199,92 MPa	181,91 MPa
Volume	400000 mm ³	386100 mm ³	366162,35 mm ³	355006,37 mm ³

Tabela 4.1 – Comparativo entre solução inicial e otimizada para cada software

Vale ressaltar que apesar de ambos entregarem ótimos resultados, como mostra a tabela 4.2, o tempo de otimização do ANSYS Workbench é muito longo. O ANSYS Mechanical APDL trabalha utilizando uma única solução inicial em conjunto com as restrições e através de métodos computacionais, utilizando a linguagem paramétrica, converge através de iterações usando os resultados obtidos na iteração anterior como solução inicial de forma a obter um projeto ótimo no menor tempo possível. O ANSYS Workbench trabalha de forma distinta, pois apesar de utilizar métodos de otimização paramétrica semelhantes, a otimização funciona criando uma quantidade inicial de candidatos a projeto ótimo baseado nos limites dos parâmetros iniciais e com isso avalia esses candidatos de forma a encontrar o projeto ótimo, com isso o número de iterações além de ser maior, tendo maior custo de tempo, sofre com o fato que o módulo *direct optimization* não é parte do ANSYS Mechanical (sendo que esse realiza a análise estrutural), assim a otimização é feita pelo ANSYS Workbench e a análise estrutural é feita no ANSYS Mechanical, essa troca de informações faz o processo ser mais lento ainda, justificando o tempo quase 30 vezes maior.

Software	ANSYS Mechanical APDL	ANSYS Workbench
Tempo	~2 min	~60 min

Tabela 4.2 – Tempo de otimização para viga simples

5 Exemplos de Aplicação - Resultados obtidos

Nessa seção serão abordados os problemas de otimização paramétrica utilizando uma treliça plana (treliça de 10 barras) e uma treliça espacial (treliça de 25 barras), além de avaliar os resultados obtidos com base na literatura existente em torno dos problemas abordados. Como o módulo de otimização não está disponível nas versões mais recentes do ANSYS Mechanical APDL, optou-se por utilizar o ANSYS Workbench para realizar os problemas de otimização, pois como mostrado em 4.5.3 os resultados apresentados pelo software se mostraram coerentes com os apresentados na literatura, sendo um software de otimização com resultados confiáveis.

5.1 Problemas

Os problemas de treliça foram escolhidos por serem bastante utilizados em varias aplicações como torres de linha de transmissão, torres de telefonia, máquinas de elevação, pontes, estrutura de galpões, etc., além de existirem resultados disponíveis na literatura para tais problemas.

5.1.1 Treliça de 10 barras

O problema que será tratado é apresentado na figura 5.1 sendo uma estrutura treliçada com 10 barras, com limites de tensão de ± 172 MPa e área de seção transversal mínima de $0,6451 \text{ cm}^2$. O deslocamento vertical terá limite de $\pm 5,08 \text{ cm}$ em todas as juntas e será realizado o caso onde $P_1=444,2 \text{ kN}$ e $P_2=0$. A área de seção transversal inicial será de $645,16 \text{ cm}^2$ e o material será o alumínio.

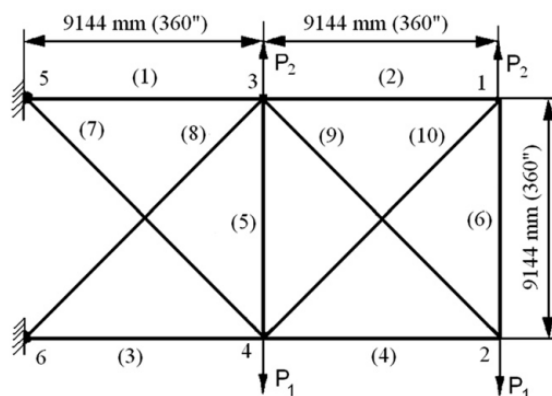


Figura 5.1 – Treliça de 10 barras

As etapas para implementar a otimização no ANSYS Workbench são as mesmas apresentadas em 4.5.2, porém é necessário atentar ao fato que o elemento-tipo para treliças será o LINK180, sendo esse extremamente sensível as desconexões das treliças, assim recomenda-se verificar as conexões

dos elementos. Outra observação é que as barras devem ter somente dois nós, pois o elemento-tipo LINK180 só reconhece elementos com dois nós. Além disso deve-se atentar ao fato que o deslocamento na direção z deve ser restringido nos nós da estrutura para este problema. Para alterar o elemento-tipo da estrutura no ANSYS Mechanical, em **Geometry**, no **Details** de cada corpo de linha, deve-se mudar **Model Type** para **Link/Truss**.

A geometria inicial é mostrada na figura 5.2 e a tensão nas barras para a área inicial é mostrada na figura 5.3.

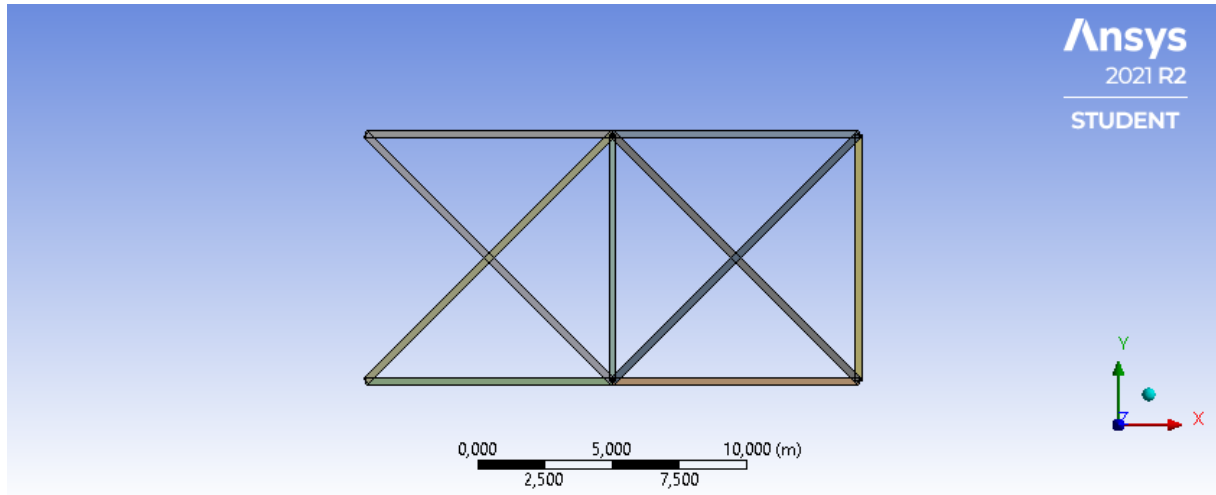


Figura 5.2 – Geometria inicial da treliça de 10 barras

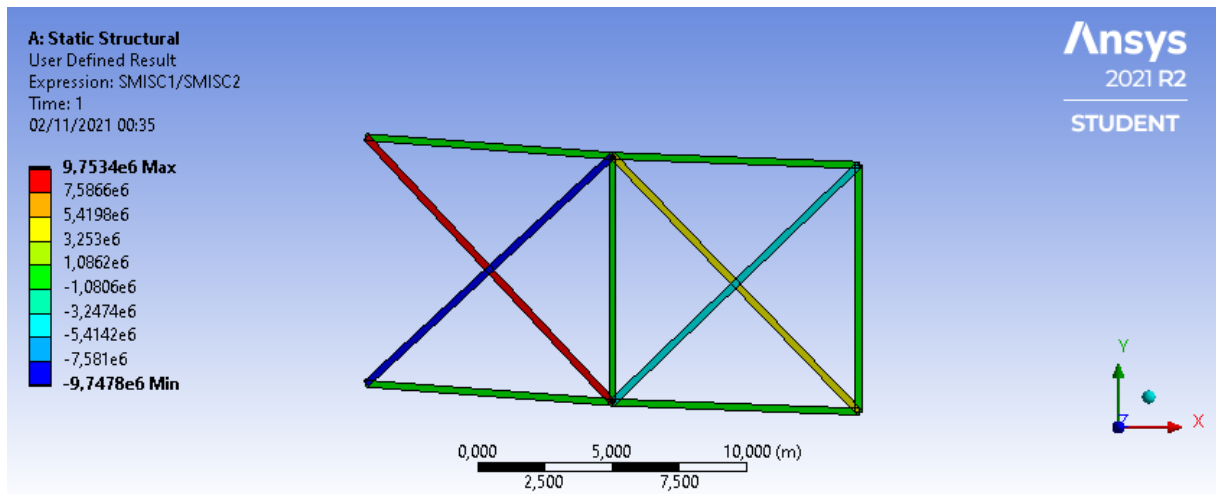


Figura 5.3 – Tensão para solução inicial da treliça de 10 barras

O método de otimização escolhido foi o *screening* com 25 amostras e 3 candidatos possíveis.

5.1.2 Treliça de 25 barras

O problema que será tratado é apresentado na figura 5.4 sendo uma estrutura treliçada espacial com 25 barras, com limites de tensão de $\pm 275,8$ MPa e área de seção transversal mínima de 0,06451

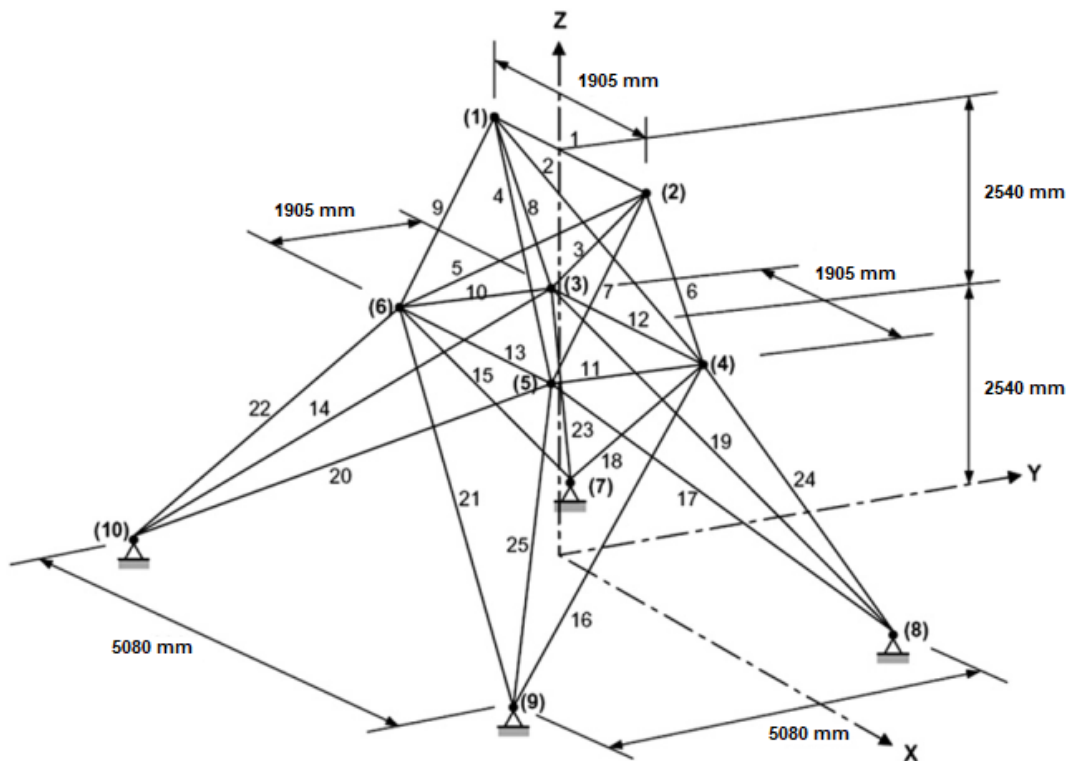


Figura 5.4 – Treliça de 25 barras

cm². A área de seção transversal inicial será de 6,452 cm² e o material será o alumínio. As forças são apresentadas na tabela 5.1.

Nó	P _x	P _y	P _z
1	4,448 kN	44,48 kN	-22,24 kN
2	0	44,48 kN	-22,24 kN
3	2,224 kN	0	0
6	2,224 kN	0	0

Tabela 5.1 – Forças na treliça de 25 barras

A geometria inicial é mostrada na figura 5.5 e a tensão nas barras para a área inicial é mostrada na figura 5.6.

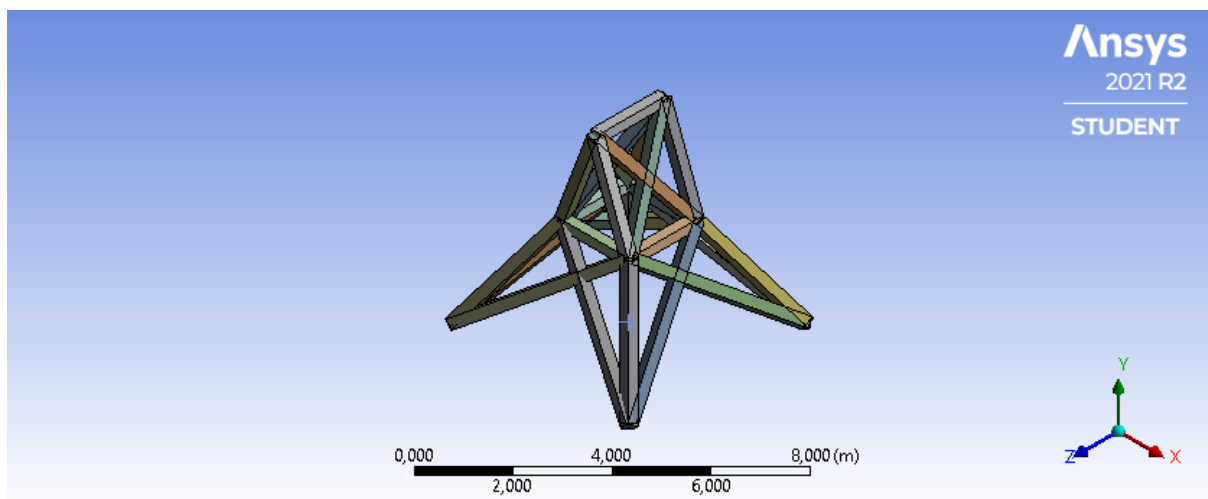


Figura 5.5 – Geometria inicial da treliça de 25 barras

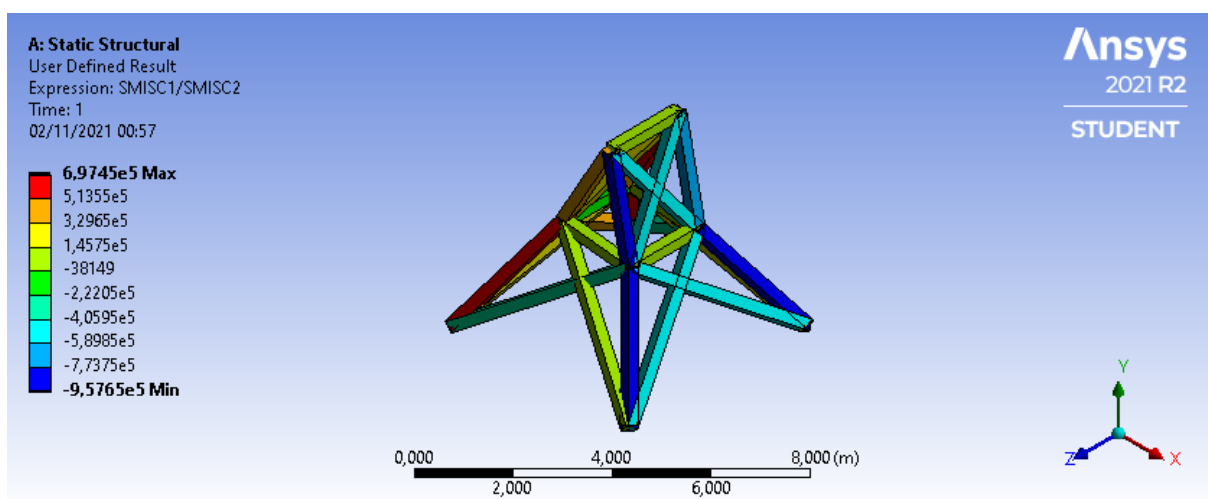


Figura 5.6 – Tensão para solução inicial da treliça de 25 barras

O método de otimização escolhido foi o *screening* com 25 amostras e 3 candidatos possíveis.

5.2 Resultados obtidos

5.2.1 Treliça de 10 barras

Os resultados obtidos na otimização utilizando o ANSYS Workbench são apresentadas na tabela 5.2, onde os valores das áreas são em metros quadrados. Como o método *screening* usa amostras aleatórias, os resultados acabam sendo diferentes aos existentes na literatura, que utiliza métodos distintos, assim os resultados obtidos podem ser comparados de forma qualitativa. Considerando que os resultados obtidos atendem as restrições aplicadas e atendem o objetivo de redução de massa, os resultados são considerados viáveis. Pode-se verificar que a diferença é significativa nas barras 2,5,6 e 10, porém tais resultados são esperados, pois a abordagem de otimização e o método utilizado é diferente aos presentes na tabela 5.2. Na figura 5.7 tem-se a geometria otimizada e na figura 5.8 as tensões atuantes na estrutura otimizada.

Membro	Schmit and Farshi	Schmit and Miura	Venkayya	Lee and Geem	Li et al.	Workbench
1	0,0216	0,0198	0,0196	0,0194	0,0197	0,016426
2	6,45E-05	6,45E-05	8,25E-05	6,58E-05	6,45E-05	0,011009
3	0,0156	0,0153	0,0151	0,0146	0,01485	0,015456
4	0,0092	0,0094	0,0096	0,0098	0,0098	0,002417
5	6,45E-05	6,45E-05	6,51E-05	6,58E-05	6,45E-05	0,001566
6	6,45E-05	6,45E-05	6,51E-05	0,0003	0,0003	0,011528
7	0,0054	0,0055	0,0056	0,0049	0,0048	0,007259
8	0,0134	0,0136	0,0136	0,0139	0,0136	0,005669
9	0,0127	0,0135	0,0136	0,0138	0,0139	0,003931
10	6,45E-05	6,45E-05	0,00012	6,45E-05	6,45E-05	0,003161
Peso (kg)	2307,94	2302,43	2306,08	2293,82	2295,25	2196,4

Tabela 5.2 – Resultados para treliça com 10 barras

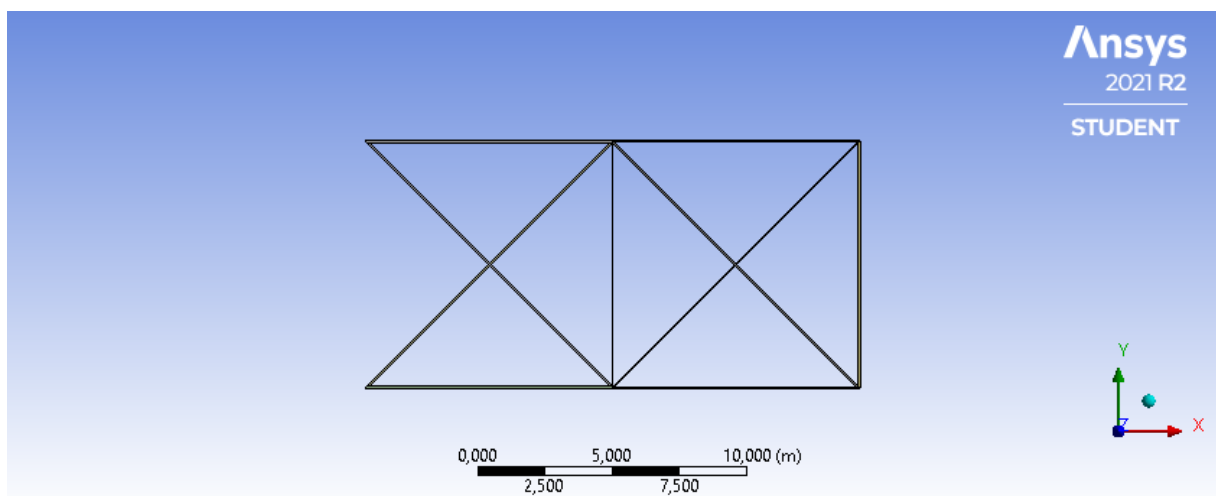


Figura 5.7 – Geometria otimizada da treliça de 10 barras

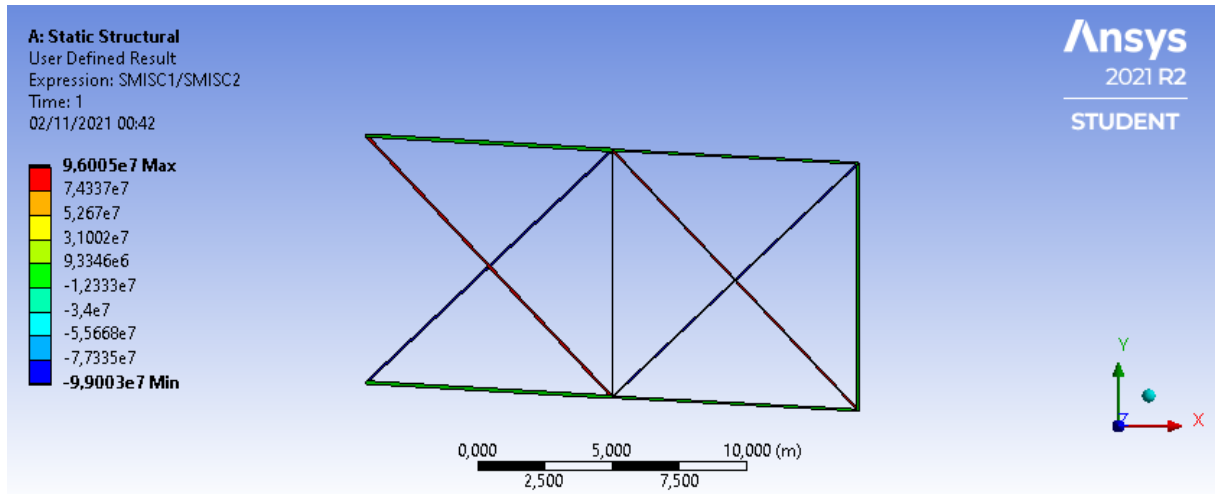


Figura 5.8 – Tensão da solução otimizada da treliça de 10 barras

5.2.2 Treliça de 25 barras

Os resultados obtidos na otimização utilizando o ANSYS Workbench são apresentadas na tabela 5.3, onde os valores das áreas são em milímetros quadrados. Como o método *screening* usa amostras aleatórias, os resultados acabam sendo diferentes aos existentes na literatura, que utiliza métodos distintos, assim os resultados obtidos podem ser comparados de forma qualitativa. Considerando que os resultados obtidos atendem as restrições aplicadas e atendem o objetivo de redução de massa, os resultados são considerados viáveis. Na figura 5.9 tem-se a geometria otimizada e na figura 5.10 as tensões atuantes na estrutura otimizada.

Membros	Schmit and Farshi	Schmit and Miura	Venkayya	Lee and Geem	Lamberti	Workbench
A ₁	6,45	6,45	18,06	30,315	6,45	454,72
A ₂ :A ₅	1266,78	1280,325	1266,78	1304,19	1281,615	2705,81
A ₆ :A ₉	1956,28	1932,42	1987,245	1902,75	1930,808	1505,41
A ₁₀ :A ₁₁	6,45	6,45	6,45	6,45	6,45	1723,06
A ₁₂ :A ₁₃	6,45	6,45	6,45	9,03	0,645	158,08
A ₁₄ :A ₁₇	432,15	441,18	446,985	443,76	441,18	877,79
A ₁₈ :A ₂₁	1083,6	1075,215	1082,31	1068,765	1081,601	412,91
A ₂₂ :A ₂₅	1722,15	1716,99	1694,415	1717,635	1717,055	285,63
Peso (kg)	247,26	247,24	247,39	246,88	247,24	243,41

Tabela 5.3 – Resultados para treliça com 25 barras

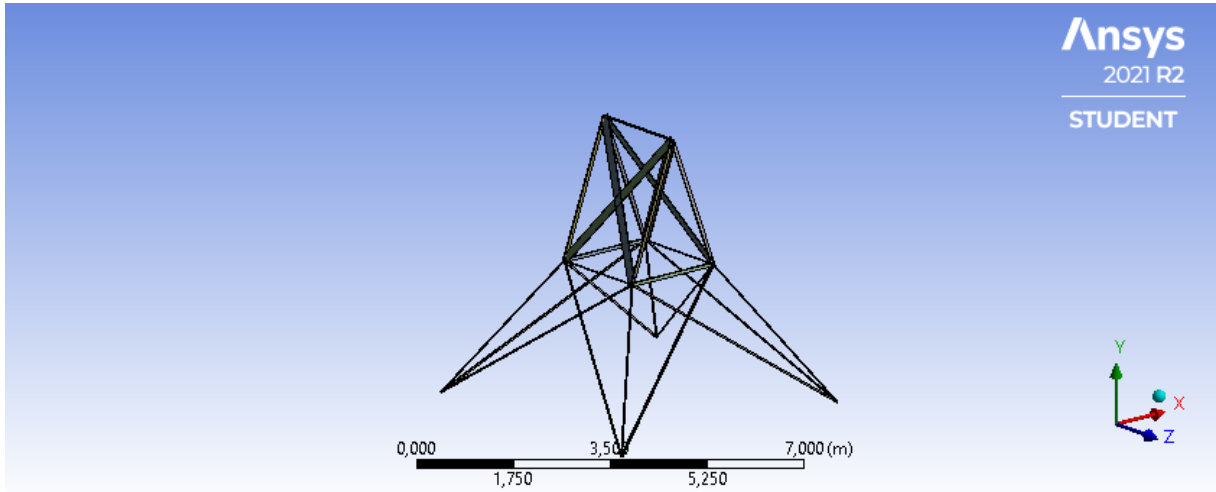


Figura 5.9 – Geometria otimizada da treliça de 25 barras

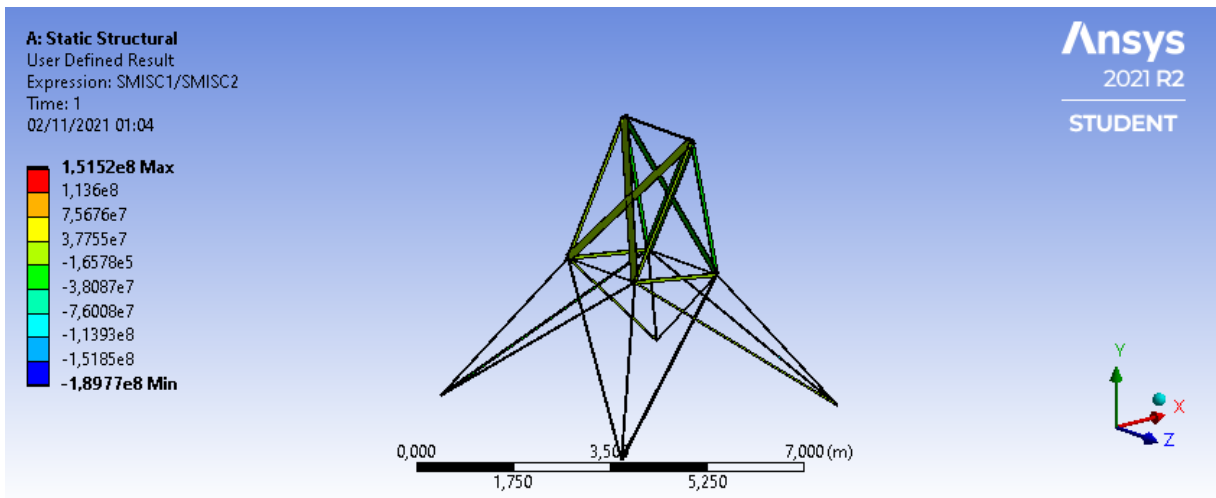


Figura 5.10 – Tensão da solução otimizada da treliça de 25 barras

5.3 Observações

O software ANSYS Workbench provou ser capaz de realizar otimização paramétrica e oferecer bons resultados, além de ser prático e fácil de utilizar, porém o mesmo não pode ser dito quanto ao tempo para realizar a otimização, na tabela 5.4 são apresentados os tempos de otimização para o problema da treliça planar utilizando o método dos centros e formulação de força[3] que foi implementado em MATLAB e utilizando o ANSYS Workbench.

Trabalhos	Farshi e Alinia-ziazi	ANSYS Workbench
Tempo	1,25 s	~60 min

Tabela 5.4 – Tempo de otimização para treliça planar

Na tabela 5.5 são apresentados os tempos de otimização para o problema da treliça espacial utilizando o método dos centros e formulação de força[3] que foi implementado em MATLAB e utilizando o ANSYS Workbench.

Trabalhos	Farshi e Alinia-ziazi	ANSYS Workbench
Tempo	17,24 s	~60 min

Tabela 5.5 – Tempo de otimização para treliça espacial

A implementação no software MATLAB foi feita utilizando um PC, 1,3 GHz com 512 MB de RAM, enquanto no software ANSYS Workbench foi utilizado um PC, 2,4 GHz com 8 GB de RAM, sistema operacional Windows 10. Na simulação no ANSYS Workbench não foi utilizado aceleração de GPU, quanto ao artigo não foi dito se houve aceleração por GPU.

Observa-se que apesar dos resultados entregues serem bons, o tempo de otimização é muito longo, sendo recomendado o uso de uma linguagem de programação para resolver o problema em um tempo mais curto, porém considerando que se trata de um software comercial, de fácil uso e que dispensa a necessidade do usuário ter conhecimento de programação, o tempo pode não ser tão relevante ao usuário.

6 Conclusões

O mercado tem utilizado da otimização para redução de custos, mantendo a confiabilidade das estruturas geradas, nesse sentido as ferramentas de elementos finitos como o ANSYS Mechanical APDL e o ANSYS Workbench têm demonstrado suas capacidades em relação aos principais tipos de otimização. O ANSYS Mechanical APDL perdeu seu módulo de otimização nas versões mais recentes, que lhe permitia realizar otimização paramétrica, porém sua capacidade de realizar otimizações continua através de sua linguagem paramétrica.

O ANSYS Workbench se tornou a ferramenta indicada pela ANSYS para realizar os principais tipos de otimização e no capítulo 4 foi visto através do problema da viga simples que a ferramenta consegue gerar resultados tão bons quanto os gerados pelo ANSYS Mechanical APDL, usando o mesmo elemento-tipo, porém sua eficiência está longe de ser uma das melhores visto que o tempo de otimização é muito longo se comparado a seu antecessor.

Nos problemas de treliça realizados no capítulo 5 vê-se que os resultados obtidos pela ferramenta usando o elemento-tipo LINK180 são bons quando comparados com os existentes na literatura, apesar de um pouco distintos em algumas áreas das barras. As diferenças nas áreas se devem ao módulo *Direct Optimization* gerar vários candidatos à solução do problema, usando os limites impostos aos parâmetros de entrada, com isso, para obter o melhor resultado possível são necessárias várias iterações. Com isso, otimizações que deveriam ser extremamente rápidas de serem concluídas, como observado no método implementado em MATLAB por Farshi e Alinia-ziazi[3], levam longos tempos dependendo do método de escolha e da quantidade de amostras. Além disso, devido os métodos serem distintos, os resultados acabam sendo distintos, assim os resultados podem ser comparados qualitativamente.

Com isso, o trabalho mostra que como ferramenta comercial, o ANSYS Workbench entrega bons resultados para otimização paramétrica, além de ser uma ferramenta de fácil uso e que não necessita de conhecimentos prévios de programação, porém em casos onde se necessita uma otimização mais rápida, recomenda-se a implementação de métodos de otimização utilizando linguagens de programação. O tempo de otimização no ANSYS Workbench também pode ser reduzido utilizando aceleração por GPU.

Referências

- [1] ANSYS. ANSYS Advanced Analysis Techniques Guide. ANSYS, Inc., 2005. Citado 3 vezes nas páginas i, 20, and 21.
- [2] ANSYS. ANSYS Mechanical APDL Command Reference. ANSYS, Inc., 2010. Nenhuma citação no texto.
- [3] B. FARSHI and A. ALINIA-ZIAZI. Sizing optimization of truss structures by method of centers and force formulation. International Journal of Solids and Structures, 47:2508–2524, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 53, 54, and 55.
- [4] R. HAFTKA and Z. GURDAL. Elements of Structural Optimization. Academic Publishers, 1992. Citado na página 1.
- [5] L. INÁCIO. Otimização topológica integrada com cad a partir da modelagem paramétrica em apdl, 2019. Nenhuma citação no texto.
- [6] A. LEUNG. Dynamic Stiffness and Substructures. Springer-Verlag, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 10 and 13.
- [7] G. LIU and S. QUEK. The Finite Element Method: A practical course. Elsevier Science, 2003. Citado 3 vezes nas páginas i, 10, and 11.
- [8] M. MARQUES. Procedimento padrão de otimização estrutural paramétrica usando o ansys apdl, 2020. Nenhuma citação no texto.
- [9] J. NOCEDAL and S. WRIGHT. Numerical Optimization. Springer-Verlag, 1999. Citado na página 21.
- [10] U. of Alberta. Design optimization, 2001. Último acesso em 01 de novembro de 2021. Citado na página 23.
- [11] L. SCHMIT. Structural design by systematic synthesis. page 15, 1960. Citado na página 1.
- [12] P. W. CHRISTENSEN and A. KLARBRING. An Introduction to Structural Optimization. Springer, 2009. Citado 4 vezes nas páginas i, 5, 6, and 7.

A Anexos

Rotina do problema de viga de seção quadrada

```
*SET,W,20
*SET,H,20
!*
/PREP7
!*
ET,1,BEAM188
!*
MP,EX,1,200000
MP,PRXY,1,0.3
!*
K,1,0,0,,
K,2,750,0,,
K,3,1000,0,,
L,1,2
L,2,3
!*
SECTYPE,1,BEAM,RECT,,0
SECOFFSET,CENT
SECDATA,H,W,
!*
LESIZE,ALL,,,10
!*
LMESH,ALL
!*
FINISH
/SOLU
!*
DK,1,UX,0
DK,1,UY,0
DK,3,UY,0
!*
NSEL,ALL
D,ALL,UZ,0
D,ALL,ROTX,0
D,ALL,ROTY,0
!*
```

```
FK, 2, FY, -2000
!*
ANTYPE, 0
!*
SOLVE
FINISH
!*
/POST1
ETABLE, EVolume, VOLU,
SSUM
*GET, Volume, SSUM,, ITEM, EVOLUME
!*
ETABLE, SBYB_I, SMISC, 33
ESORT, ETAB, SBYB_I, 0, 1,,
*GET, SBYBI, SORT,, MAX
!*
ETABLE, SBYB_J, SMISC, 38
ESORT, ETAB, SBYB_J, 0, 1,,
*GET, SBYBJ, SORT,, MAX
!*
*SET, SBYB, SBYBI > SBYBJ
!*
LGWRITE, optimize, txt, C:\Users\Andrei\Documents
!*
/OPT
OPANL, 'optimize', 'txt', 'C:\Users\Andrei\Documents'
!*
OPVAR, W, DV, 10, 50, 0.001
OPVAR, H, DV, 10, 50, 0.001
OPVAR, SBYB, SV, 195, 200, 0.001
OPVAR, VOLUME, OBJ,, 200
!*
OPTYPE, SUBP
OPSUBP, 30, 7
OPEXE
!*
PLVAROPT, H, W
/AXLAB, X, Número de Iteracoes
/AXLAB, Y, Largura e Altura (mm)
/REPLOTT
```