

Universidade de Brasília – UnB
Campus Gama – FGA
Engenharia Eletrônica

**AVALIAÇÃO DE FILTROS ITERADOS MULTINÍVEL
NO USO DE PRÉ-FILTRAGEM EM *Compressive Sensing*
PARA RECONSTRUÇÃO DE IMAGENS DE RESSONÂNCIA MAGNÉTICA**

GUSTAVO DE CARVALHO BARBOSA

Orientador: Dr. CRISTIANO JACQUES MIOSSO



UNB – UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FGA – FACULDADE GAMA

ENGENHARIA ELETRÔNICA

**AVALIAÇÃO DE FILTROS ITERADOS MULTINÍVEL NO USO DE
PRÉ-FILTRAGEM EM *Compressive Sensing* PARA RECONSTRUÇÃO
DE IMAGENS DE RESSONÂNCIA MAGNÉTICA**

GUSTAVO DE CARVALHO BARBOSA

ORIENTADOR: CRISTIANO JACQUES MIOSSO

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
ENGENHARIA ELETRÔNICA**

BRASÍLIA/DF, DEZEMBRO DE 2023

UNB – UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FGA – FACULDADE GAMA
ENGENHARIA ELETRÔNICA

AVALIAÇÃO DE FILTROS ITERADOS MULTINÍVEL NO USO DE
PRÉ-FILTRAGEM EM *Compressive Sensing* PARA RECONSTRUÇÃO
DE IMAGENS DE RESSONÂNCIA MAGNÉTICA

GUSTAVO DE CARVALHO BARBOSA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO À FACULDADE UNB GAMA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA ELETRÔNICA

APROVADA POR:

Cristiano Jacques Miosso

(Orientador)

Filipe Emídio Tôrres

Vinícius Pinheiro

FICHA CATALOGRÁFICA

DE CARVALHO BARBOSA, GUSTAVO

Título para a ficha,

[Distrito Federal], 2018.

76p., 210 × 297 mm (FGA/UnB Gama, Bacharelado em Engenharia Eletrônica, 2022).

Trabalho de Conclusão de Curso, Faculdade UnB Gama, Engenharia Eletrônica

1. Imageamento

2. Ressonância Magnética

3. *Compressive Sensing*

4. Processamento de Sinais

I. FGA UnB/UnB.

II. Título (série)

REFERÊNCIA

DE CARVALHO BARBOSA, GUSTAVO (2023). Título para a ficha (parte 2). Trabalho de Conclusão de Curso, Engenharia Eletrônica, Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 76p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Gustavo de Carvalho Barbosa

TÍTULO: Título para a ficha (parte 2)

GRAU: Bacharel em Engenharia Eletrônica

ANO: 2023

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia de conclusão de curso e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma avaliação do uso de famílias de filtros multitaxa iterados em diversos níveis de decomposição como parte do processo de reconstrução por *Compressive Sensing* na obtenção de imagens de ressonância magnética. O estudo busca contribuir para o campo de Processamento de Sinais ao oferecer avaliações objetivas da influência da escolha de famílias de filtros *wavelets* e do número de níveis de decomposição.

O trabalho inicia discutindo a importância do imageamento por ressonância magnética e a criticidade do custo de amostragem dos sinais necessários para a formação de imagens desse tipo. Destaca-se a técnica de *Compressive Sensing*, uma abordagem de ponta que permite a reconstrução de sinais a partir de medições lineares subdeterminadas de sinais com representação esparsa em frequências abaixo da frequência de Nyquist. O processo de reconstrução de imagens finais únicas, resultantes da combinação de múltiplas versões filtradas, esparsas e reconstruídas com técnicas de *Compressive Sensing*, é apresentado de forma introdutória.

O problema científico abordado é a falta de estudos sobre o uso de filtros iterativos em níveis como pré-filtragem para *Compressive Sensing* na reconstrução de imagens de ressonância magnética. Os objetivos de pesquisa visam atacar essa lacuna, realizando testes extensivos para avaliar, sob métricas objetivas de qualidade, os resultados de reconstrução obtidos em diversas condições de amostragem para cerca de uma centena de imagens do mesmo tipo. O trabalho concentra-se em imagens de crânio em corte axial de Ressonância Magnética como objeto de estudo.

Os resultados mostram que o uso de filtros de decomposição em níveis maiores que um tem potencial igual ou superior em relação à qualidade das imagens reconstruídas. Destacam-se as famílias de melhor desempenho e a influência do aumento dos níveis de decomposição para cada família de filtros testada. Além disso, o trabalho verifica que a escolha das famílias exerce maior impacto em condições de menor quantidade de amostragem, área de interesse predominante nas pesquisas da área. A influência do tipo de trajetória amostral na qualidade das imagens reconstruídas também é destacada. Os resultados são corroborados por meio de testes estatísticos de Hipótese Nula.

Dessa forma, o trabalho busca contribuir para o campo de Engenharia Eletrônica e Processamento de Sinais ao oferecer uma visão ampliada da literatura atual. Uma contribuição indireta é a otimização e aperfeiçoamento dos códigos de *Compressive Sensing*, resultando em uma significativa redução do tempo necessário para realizar uma reconstrução. Como possibilidade futura de estudo, propõe-se a investigação da relação da ocupação de bandas dos filtros com os resultados alcançados, bem como os possíveis ganhos do uso associado de informações a priori junto aos filtros multitaxa estudados no trabalho.

ABSTRACT

This work presents an evaluation of the use of iterated multi-scale filter families at various decomposition levels as part of the reconstruction process via Compressive Sensing in obtaining magnetic resonance imaging (MRI). The study aims to contribute to the field of Signal Processing by offering objective assessments of the influence of selecting wavelet filter families and the number of decomposition levels.

The work begins by discussing the importance of MRI and the critical cost of sampling the signals necessary for forming such images. It highlights the Compressive Sensing technique, a cutting-edge approach that allows the reconstruction of signals from under-determined linear measurements of signals with sparse representation in frequencies below the Nyquist frequency. The process of reconstructing unique final images, resulting from the combination of multiple filtered, sparse, and reconstructed versions using Compressive Sensing techniques, is introduced.

The scientific problem addressed is the lack of studies on the use of iterative filters at levels such as pre-filtering for Compressive Sensing in MRI reconstruction. The research objectives aim to fill this gap by conducting extensive tests to evaluate, under objective quality metrics, the reconstruction results obtained under various sampling conditions for around a hundred images of the same type. The focus is on axial MRI images of the skull as the object of study.

The results show that the use of decomposition filters at levels greater than one has equal or superior potential regarding the quality of the reconstructed images. The best-performing filter families are highlighted, along with the influence of increasing decomposition levels for each tested filter family. Additionally, the work finds that the choice of filter families has a greater impact under conditions of lower sampling amounts, a predominant area of interest in the field. The influence of the type of sampling trajectory on the quality of the reconstructed images is also emphasized. The results are supported by null hypothesis statistical tests.

Thus, the work seeks to contribute to the fields of Electronic Engineering and Signal Processing by providing an expanded view of the current literature. An indirect contribution is the optimization and refinement of Compressive Sensing codes, resulting in a significant reduction in the time required for reconstruction. As a potential future study, it proposes investigating the relationship between the filter band occupancy and the results achieved, as well as the possible gains from the combined use of prior information along with the multi-scale filters studied in this work.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	Contextualização	1
1.2	Definição do Problema Científico e Proposta de Pesquisa	3
1.3	Objetivos	4
1.3.1	Objetivo Geral	4
1.3.2	Objetivos Específicos	4
2	Fundamentação teórica e Estado da Arte de Reconstruções de Imagens de MRI	6
2.1	Princípios Físicos de Ressonância Magnética	6
2.2	<i>Compressive Sensing</i>	11
2.2.1	Introdução	11
2.2.2	Problemas de Otimização	12
2.2.3	Imageamento por Ressonância usando CS	14
2.3	<i>wavelets</i> e Bancos de Filtros	15
2.3.1	STFT e CWT	15
2.3.2	DWT	17
2.3.3	Banco de Filtros Espelhados em Quadratura (QMF)	18
2.3.4	Aplicações em Compressão de Imagens	19

3	Métodos Experimentais	21
3.1	<i>Compressive Sensing</i> com Pré-Filtragem	21
3.2	Composição espectral	28
3.3	Eficiência Computacional de CS com Pré-Filtragem	32
3.4	Banco de Dados	32
3.4.1	Hardware e Algoritmos Disponíveis	33
3.4.2	Simulação de Amostragem	33
3.4.3	Adaptações e Mudanças de Algoritmos	34
3.4.4	Ganhos de Desempenho	35
3.5	Experimentos	38
3.5.1	Testes Preliminares	38
3.5.2	Testes Exensivos	38
3.5.3	Testes Estatísticos	41
3.6	Métricas	42
3.6.1	SSIM	42
3.6.2	SNR	43
4	Resultados e Discussões	44
4.1	Teste Iniciais de Famílias de Filtros	44
4.2	Efeito dos Níveis de Decomposição em Função da Quantidade de Amostras	47
4.3	Efeito das Combinações de Filtros, Níveis de Decomposição e Trajetória Amostrada	50
4.4	Comparativo de Resultados entre Trajetória Espiral e Radial	53
4.5	Testes de hipóteses	54

LISTA DE TABELAS

3.1	Tempo de execução médio para reconstruções de imagens reais de MR, para diferentes formas de algoritmos e Hardware	37
3.2	Intervalo de tempo gasto nas reconstruções de versões de tamanho 256x256 e 512x512 do Fantoma de Shepp-Logan em diferentes condições de Hardware e Software.	37
4.1	Resultados SNR para reconstruções com filtros iterados, em 3 níveis de decomposição e trajetória espiral de amostragem	45
4.2	Resultados SSIM para reconstruções com filtros iterados, em 3 níveis de decomposição e trajetória espiral de amostragem	46
4.3	Resultados SNR para reconstruções com filtros iterados, em 3 níveis de decomposição e trajetória radial de amostragem	51
4.4	Resultados SSIM para reconstruções com filtros iterados, em 3 níveis de decomposição e trajetória radial de amostragem	52
5.1	Resultados de SNR, para um conjunto de famílias de filtros, utilizando a trajetória espiral com diferentes quantidades de braços e voltas.	65
5.2	Resultados de SSIM, para um conjunto de famílias de filtros, utilizando a trajetória espiral com diferentes quantidades de braços e voltas e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. O subscrito ao lado dos nomes de cada filtro informam a quantidade de níveis de decomposição utilizados. Na Tabela, Nt é o número de voltas da trajetórias e Nb , o número de braços em espiral.	66

LISTA DE FIGURAS

2.1	(a) Estrutura geral de máquinas de MRI (b) Disposição das bobinas presentes em máquinas de MRI .Fonte: [1].	7
2.2	Orientação do spin dos átomos de Hidrogênio de acordo com presença, sendo (a) sem a presença de campo, tornando em disposições aleatórias, e (b) com a presença de campo, orientando os átomos em mesmo sentido. Fonte: [1].	8
2.3	Ilustração dos tipos de cortes típicos de ressonância magnética em um cérebro humanos. Fonte: [1].	10
2.4	Ilustração das trajetórias de subamostragem mais utilizadas. Fonte: [2] .	15
2.5	Em (a), temos a representação de um sinal $f(x)$; em (b), a Transformada de Fourier de $f(x)$ e em (c), a CWT aplicada sobre $f(x)$.Fonte: [3]	17
2.6	(a) Estrutura de Blocos de Banco QMF e (b) O comportamento típico de sobreposição de bandas dos filtros $H_0(z)$ e $H_1(z)$. Fonte: [4].	19
2.7	(a) Imagem fotográfica real e (b) Sua decomposição em 1 nível de iteração por DWT. Fonte: [3]	20
3.1	Esquemático da estrutura geral de formação de Imagens por meio de pré-filtragem e CS.	21
3.2	Diagrama de decomposição de 1 nível para sinais unidimensionais. H_0 e H_1 são os filtros passa-baixas e passa-altas, respectivamente.	22
3.3	Imagens de diferentes porções de cortes axiais de crânio de um mesmo indivíduo, provenientes da base de dados BIRN [5]	22

3.4	Procedimento de Filtragem de uma Amostragem Radial (120 linhas) por filtros de Haar passa-altas, ilustrando um etapa descrita do processo de Pré-Filtragem. (a) Representa a trajetória radial original, (b) Representa a resposta em frequência de cada filtro e (c) Reapresenta a trajetória (a) filtrada pelos filtros de (b).	23
3.5	Diagrama de decomposição por banco de filtros para o caso de sinal 2D de em 3 níveis de decomposição. Em (a) temos uma estrutura iterada e (b), a estrutura paralelizada equivalente, formando novos filtros a partir de H_0 e H_1	24
3.6	Filtros de Haar gerados a partir de 2 níveis de decomposição. O filtro passa-baixas gerado é descartado.	25
3.7	Diagrama de decomposição por banco de filtros para o caso de sinal 2D de um único nível de iteração.	26
3.8	Diagrama de decomposição por banco de filtros para o caso de sinal 2D de um único nível de iteração.	27
3.9	Exemplificação do efeito visual de filtragem de uma imagem real de MRI (a) filtrada por filtros de decomposição de haar, com comportamento em frequências como mostrado em (b), gerando versões filtradas (c) potencialmente esparsas.	28
3.10	Estrutura Geral da formação de imagens ressonância por CS com pré-filtragem, ilustrando a formação de uma imagem final de MRI a partir das medidas extraídas e das versões filtradas esparsas reconstruídas.	30
3.11	Demonstração do impacto na composição estrutural de uma imagem na seleção de diferentes faixas de frequências.	30
3.12	Sobreposição da ocupação de bandas limiarizadas de filtros <i>wavelets</i> com trajetória radial de 60 linhas, de 1 a 3 níveis de decomposição e 3 famílias de filtros distintas.	31
3.13	(a) Fantoma de Shepp-Logan e (b), sua representação no espaço- k	34
3.14	Para um grid 512x512, temos as amostragem em linhas radiais, das quais: a) 20 Linhas (3.7%); b) 40 Linhas (7.5%); c) 60 Linhas (11.2%); d) 80 Linhas (14.8%); e) 100 Linhas (18.3%). Para cada trajetória, há o número de linhas radiais e, entre parênteses, temos o percentual de amostragem.	40

3.15	Considerando um grid de 512x512 com as presentes trajetórias em espiral, sendo: a) 1 Braço(s), 16 Voltas (3.5%); b) 1 Braço(s), 32 Voltas (7.0%); c) 1 Braço(s), 64 Voltas (13.8%); d) 2 Braço(s), 8 Voltas (3.5%); e) 2 Braço(s), 16 Voltas (7.0%) e f) 2 Braço(s), 32 Voltas (13.9%). Para cada trajetório, é indicado, entre parênteses, o percentual de amostragem. . . .	40
4.1	Resultados SNR em relação a porcentagem de amostras utilizadas. Uso das famílias de filtros Haar e daubechie 4 em 3 níveis	48
4.2	Resultados SSIM em relação a porcentagem de amostras utilizadas. Uso das famílias de filtros Haar e Daubechie 4 em 3 níveis	48
4.3	Resultados SNR em relação a porcentagem de amostras utilizadas. Uso das famílias de filtros Coiflet 1 e Symlet 2 em 3 níveis	49
4.4	Resultados SSIM em relação a porcentagem de amostras utilizadas. Uso das famílias de filtros Coiflet 1 e Symlet 2 em 3 níveis	49
4.5	Exemplo de reconstrução com CS de imagem de MRI com filtros de decomposição, utilizando 20% de coeficientes amostrados	53
4.6	Exemplos de resultados para tipos diferentes de reconstrução: Zerofill, CS com trajetórias Radial e CS com trajetória Espiral	54
4.7	Resultados de 1- p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 20 linhas.	56
5.1	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 40 linhas.	67
5.2	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 60 linhas.	67
5.3	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 80 linhas.	68
5.4	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 100 linhas.	68
5.5	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 120 linhas.	69

5.6	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 10 voltas. . .	69
5.7	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 10 voltas. . .	70
5.8	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 10 voltas. . .	70
5.9	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 10 voltas. . .	71
5.10	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 20 voltas. . .	71
5.11	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 20 voltas. . .	72
5.12	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 30 voltas. . .	72
5.13	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 30 voltas. . .	73
5.14	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 30 voltas. . .	73
5.15	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 40 voltas. . .	74
5.16	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 40 voltas. . .	74
5.17	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 40 voltas. . .	75
5.18	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 50 voltas. . .	75
5.19	Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 50 voltas. . .	76

5.20 Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 50 voltas. . .	76
--	----

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

- MRI: *Magnetic Resonance Imaging* (Ressonância Magnética)
- CS: *Compressive Sensing* (Amostragem Compressiva)
- FFT: *Fast Fourier Transform* (Transformada Rápida de Fourier)
- FOV: *Field of View* (Campo de Visão)
- DFT: *Discrete Fourier Transform* (Transformada Discreta de Fourier)
- IDFT: *Inverse Discrete Fourier Transform* (Transformada Discreta de Fourier)
- CWT: *Continuous Wavelet Transform* (Transformada Wavelet Contínua)
- DWT: *Discrete Wavelet Transform* (Transformada Wavelets Discreta)
- QMF: *Quadrature Mirror Filters* (Filtros Espelhados em Quadratura)
- SNR: *Signal-to-Noise Ratio* (Relação Sinal-Ruído)
- SSIM: *Structural Similarity Index Measure* (Índice de Similaridade Estrutural)
- PSNR: *Peak Signal-to-Noise Ratio* (Relação Sinal-Ruído de Pico)
- NUFT: *Non-Uniform Fourier Transform* (Transformada de Fourier Não-Uniforme)
- GPU: *Graphics Processing Unit* (Unidade de Processamento Gráfico)
- CPU: *Central Processing Unit* (Unidade Central de Processamento)
- RAM: *Random Access Memory* (Memória de Acesso Aleatório)
- JPEG: *Joint Photographic Experts Group* (Grupo de Especialistas em Fotografia Conjunta)

1 INTRODUÇÃO

Desde a criação de equipamentos capazes de detectar o fenômeno da ressonância magnética, tornando possível visualizar a estrutura interna de objetos, a técnica de formação de imagem, também conhecida como ressonância magnética, desempenha um papel crucial na área médica. Esse tipo de exame proporciona imagens anatômicas e funcionais com alto contraste entre diferentes tipos de tecidos, auxiliando os médicos nas etapas de diagnóstico e acompanhamento de doenças e transtornos que, anteriormente, eram de difícil detecção [6, 7].

A investigação de tecnologias e métodos que melhorem a qualidade final das imagens geradas, ou que permitam a extração de menos medidas para a formação das imagens sem comprometer a qualidade em relação a métodos mais tradicionais, encurtando o tempo de duração dos exames, representa um campo de estudo repleto de questões em aberto e ramos inexplorados, aguardando contribuições a serem desenvolvidas. Dado o elevado custo dos equipamentos de ressonância magnética, refletindo nos custos dos exames, tais estudos podem gerar impactos significativos, tanto em aspectos médicos relacionados a diagnósticos, quanto em aspectos econômicos e sociais, possibilitando maior acessibilidade a esse tipo de exame.

1.1 Contextualização

Os scanners de Ressonância Magnética operam com base nos princípios físicos da Ressonância Magnética Nuclear (NMR), inicialmente descritos por Bloch [8]. Para isso, é aplicado um campo estático de intensidade elevada sobre o corpo em estudo, alinhando os momentos magnéticos dos átomos presentes no organismo. Em seguida, são aplicadas ondas de radiofrequência que perturbam os spins dos prótons do objeto [9]. As reorientações dos momentos magnéticos dos prótons após a aplicação das ondas de radiofrequência podem ser detectadas pelas bobinas do equipamento e codificadas para formar imagens de cortes do objeto de estudo.

A título de exemplo, é possível destacar algumas vantagens das técnicas de imagea-

mento por ressonância magnética em relação a técnicas tomográficas, como a Tomografia Computadorizada (CT). Enquanto as imagens de ressonância magnética são obtidas a partir dos momentos magnéticos dos diferentes tipos de tecidos em um corpo humano, dependentes de sua composição atômica, a tomografia computadorizada baseia-se na formação de imagens pela técnica de retroprojeção filtrada de feixes absorvidos de radiação eletromagnética ionizante, geralmente raios-x [10]. Isso permite principalmente a diferenciação de tecidos com diferentes densidades volumétricas. Nesse sentido, devido aos princípios físicos subjacentes à obtenção dessas imagens, as imagens de ressonância magnética possuem uma capacidade consideravelmente maior de diferenciar tecidos por contraste, especialmente quando se trata de organismos orgânicos, onde a maioria das aplicações desses tipos de formação de imagens ocorre na área médica.

Outra vantagem significativa da ressonância magnética reside na segurança biológica para os pacientes submetidos a esse tipo de exame, em comparação com outras técnicas tomográficas que utilizam radiação ionizante, como a já mencionada Tomografia Computadorizada (CT) [10] ou a Tomografia por Emissão de Pósitrons (PET) [11], que estão associadas ao desenvolvimento de doenças como o câncer [12, 13, 14]. Muitas vezes, as pessoas já estão enfrentando outras enfermidades e necessitam de acompanhamento constante, o que implica em repetidas utilizações de exames de imagens. Portanto, esse é um aspecto importante a ser considerado. No contexto dos fenômenos subjacentes às máquinas de MRI para a formação de imagens, não há comprovação de relação com efeitos adversos graves ou o surgimento de doenças, ao contrário dos métodos de imageamento baseados em radiações eletromagnéticas ionizantes mencionados anteriormente.

No entanto, o processo convencional de aquisição das medidas necessárias para a formação das imagens consome intervalos de tempo consideravelmente elevados, podendo durar até horas []. Devido a esse aspecto, muitas vezes a realização desse tipo de exame pode se tornar complicada ou até proibitiva em casos nos quais há dificuldade em permanecer estático por longos períodos, como em aplicações pediátricas devido à inquietude natural de crianças, ou em pacientes já afetados por condições degenerativas que comprometem a capacidade motora, como o Parkinson [15], por exemplo. Mesmo em casos regulares, sem tais complicações, a aquisição de determinados tipos de imagens pode se tornar problemática, como no caso das imagens de regiões próximas ao coração, que frequentemente sofrem com artefatos devido aos movimentos cardíacos.

1.2 Definição do Problema Científico e Proposta de Pesquisa

Nesse contexto, compreendendo os benefícios proporcionados pelo imageamento por ressonância magnética, mas considerando alguns de seus fatores complicadores e suas limitações, diversas técnicas de imageamento foram propostas para mitigar esses problemas, partindo desde abordagem para aceleração da extração de medidas [], mas também incluindo aquelas que abordam a necessidade de menos medidas para a formação das imagens. Podemos mencionar, por exemplo, técnicas de interpolação Gaussiana [] ou do tipo B-spline [16], bem como o Imageamento Parcial de Fourier [], que explora as simetrias do domínio em frequência em sinais reais para reduzir a quantidade de medidas necessárias e, portanto, o tempo de exposição do paciente ao exame.

Atualmente, a técnica estado-da-arte para a formação de imagens de RM é o *Compressive Sensing*, frequentemente referido de maneira equivalente como Compressed Sensing. O grande diferencial dessa técnica em relação aos métodos tradicionais, que atraiu a atenção de pesquisadores em diversos campos, não apenas em formação de imagens médicas [17], mas também em dados de sismologia [18] e imagens multi-espectrais [19], é a capacidade de coletar medidas de sinais em frequências amostrais abaixo da frequência de Nyquist [20]. Enquanto para algumas aplicações atender a esse critério de amostragem é perfeitamente possível, para outras, como no caso da RM, a aquisição de medidas torna-se crítica.

Com o *Compressive Sensing*, ao atender aos critérios necessários de transformada esparsificante, ortonormalidade e incoerência amostral, temos garantias matemáticas de reconstrução do sinal com erro mínimo [21]. No entanto, diversos aspectos práticos são complicadores, desde a busca por transformadas que sejam otimamente esparsificantes para imagens de ressonância, até critérios quantitativos de esparsidade para aplicações reais, carecendo ainda de estudos mais aprofundados, entre outros aspectos permeados por lacunas a serem respondidas.

Há algum tempo, já existem diversos trabalhos sobre a reconstrução de imagens de ressonância magnética com o uso de CS [17, 22]. Nesse mesmo contexto, há pesquisas que exploram o CS com uso de informação à priori [23, 24], destacando suas vantagens em relação aos métodos convencionais, bem como estudos sobre a seleção de filtros uso reconstrução de imagens de MRI a partir de CS com pré-filtragem [25, 26]. Um trabalho adicional, complementar nesse mesmo sentido, explora a aplicação de *wavelets* complexas para esse fim [27].

No entanto, mesmo considerando os trabalhos relacionados às famílias de filtros para aplicações de CS com pré-filtragem, especificamente para imagens de ressonância

magnética, não há exploração do uso de diferentes trajetórias amostrais e das técnicas de CS com pré-filtragem, aspecto relevante que pode ser investigado. Além disso, não foi identificado na literatura estudos sobre o uso de filtros de decomposição multinível. Não foram rastreados trabalhos que relacionassem a ocupação de bandas dos filtros iterados no contexto da pré-filtragem com a qualidade final objetiva das imagens reconstruídas. Nessas considerações, não há indícios de autores na literatura científica que tenham conduzido estudos sobre possíveis ganhos com a combinação dos métodos de CS para imagens de ressonância magnética, baseando-se no uso de informações a priori, seja estocásticas ou determinísticas, com o método de pré-filtragem utilizando filtros iterados multiníveis.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Dadas as lacunas encontradas na literatura científica a respeito dos tópicos, o objetivo deste trabalho é, portanto, a estudo sobre ganhos da qualidade de reconstrução de imagens de ressonância magnética com base em técnicas de estado-da-arte. Nesse sentido, a técnicas de *Compressive Sensing* mostraram-se de grande potencial em tarefas desse tipo, com ganhos comprovados com uso de pré-filtragem e a utilização de informação a priori. A intenção portanto é explorar os aspectos de ganhos de qualidade relacionados com uso de famílias de filtros multiníveis aplicado a imagens de MRI.

1.3.2 Objetivos Específicos

1. Modificar os códigos de CS em python para permitir aceleração baseada em GPU. Dessa forma, viabilizando o grande volume de testes necessários para este trabalho.
2. Criar as funções e rotinas de geração dos filtros iterados multinível
3. Realizar testes de reconstruções de imagens de MR com base em CS com pré-filtragem.
4. Realizar avaliações da relação das ocupações de banda dos filtros iterados e a qualidade final de reconstruções das imagens de MR
5. Realizar testes sistemáticos sobre um grupo de quantidade estatisticamente significativo de imagens de ressonância magnética. Podemos avaliar, portanto, com a utilização de métricas objetivas a qualidade das imagens reconstruídas com uso de CS levando em conta as combinações dos seguintes aspectos:

- Famílias de Filtros
 - Níveis de Decomposição
 - Tipos de Trajetórias Amostrais
 - Quantidades de Amostras
6. Realizar testes estatísticos dos resultados obtidos de forma a validar os resultados obtidos em relação a qualidade das imagens geradas pelos diferentes tipos de filtros e níveis de decomposição.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E ESTADO DA ARTE DE RECONSTRUÇÕES DE IMAGENS DE MRI

2.1 Princípios Físicos de Ressonância Magnética

O princípio de funcionamento da Imagem por Ressonância Magnética baseia-se nas propriedades eletromagnéticas dos átomos de hidrogênio. Como o corpo humano é composto majoritariamente de água, a imagem de MRI torna-se uma abordagem eficaz para investigar a estrutura interna dos seres humanos, sem a necessidade de procedimentos invasivos.

Durante o exame de ressonância, o paciente é geralmente inserido em uma máquina de estrutura tubular, como mostrado na figura 2.1. Ao ser inserido na máquina, o indivíduo é submetido a um campo magnético B_0 de alta intensidade, cujo valor varia de acordo com a máquina utilizada, geralmente entre 1.5T e 7T [28, 29, 30]. Para efeito de comparação, o campo magnético da Terra possui um valor de aproximadamente 5×10^{-5} T. Quanto maior o valor desse campo magnético proveniente da máquina, maior é a relação sinal-ruído possível de obter, proporcionando uma maior resolução espacial e melhor diferenciação entre tecidos [31]. Isso permite a aquisição de imagens de alta qualidade em tempos de imagem aceitáveis [32]. No entanto, essas vantagens podem ser prejudicadas por dificuldades técnicas inerentes e dependentes do campo, como diminuição do sinal T2 [33], aumento da susceptibilidade magnética, artefatos de corrente de Foucault, limitações no design de bobinas de radiofrequência, instabilidade do campo magnético e questões de segurança [34].

Assim, quando o corpo do paciente é exposto ao campo magnético, ocorre o alinhamento dos spins dos prótons de hidrogênio no mesmo sentido do campo, como mostra a Figura 2.2(b). A partir disso, as bobinas presentes na máquina emitem pulsos de sinais de radiofrequência para excitar os átomos do corpo examinado e gerar um desalinhamento de seus momentos magnéticos, por meio do fenômeno da ressonância. Os prótons tendem a se alinhar com o eixo das ondas de radiofrequência e procuram retomar seu direcionamento de acordo com B_0 e seus respectivos tempos de relaxamento [33].

Para um determinado valor de B_0 , a existirá um valor de frequência de ressonância associado pela relação

$$\omega_0 = \gamma B_0, \quad (2.1)$$

em que ω_0 é a frequência de precessão, γ é a razão giromagnética, que é uma constante fixa dependente do núcleo atômico.

As responsáveis pela transmissão de ondas de radiofrequência (RF), assim como pela recepção dos dados de relaxamento, são as bobinas, comumente referidas como *RF Coils* (bobinas de RF, em tradução livre para o português). O design e a escolha dessas bobinas de RF dependem das necessidades específicas do exame de ressonância magnética, como a área do corpo a ser examinada, a resolução desejada e a qualidade da imagem almejada.

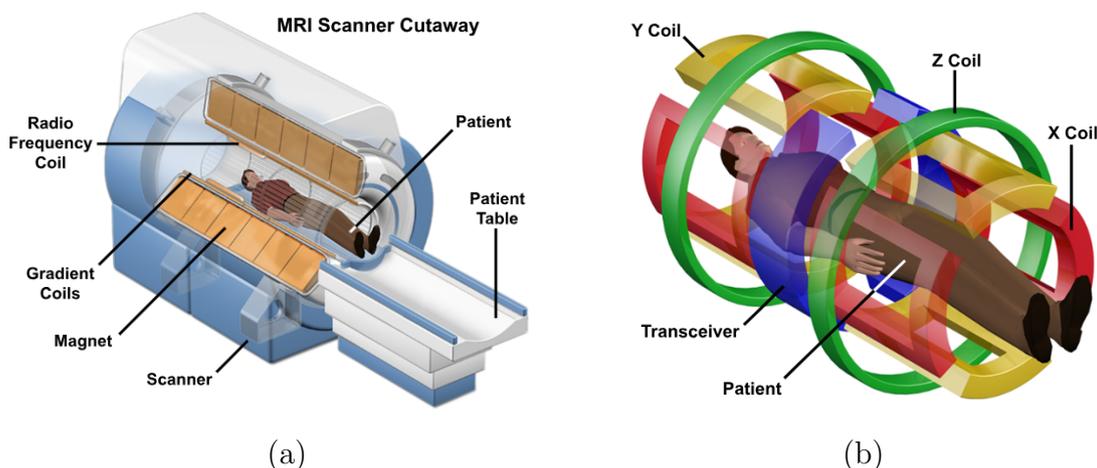


Figura 2.1. (a) Estrutura geral de máquinas de MRI (b) Disposição das bobinas presentes em máquinas de MRI .Fonte: [1].

Relaxamento é o termo usado para descrever o processo pelo qual um 'spin' nuclear retorna ao equilíbrio térmico após absorver energia de ondas RF. Existem dois tipos de relaxamento, longitudinal e transversal, e esses são descritos pelas constantes de tempo, T_1 e T_2 , respectivamente. T_1 também é conhecido como sendo relaxamento spin-rede, sendo que 'rede' se refere ao ambiente nuclear circundante. À medida que ocorre o relaxamento longitudinal, a energia é dissipada na rede. T_1 é o tempo necessário para o sistema retornar a 63% em direção ao equilíbrio térmico após um pulso de RF, como uma função exponencial do tempo. T_1 pode ser manipulado variando os tempos entre pulsos de RF, o tempo de repetição, TR. Por exemplo, água e líquido cefalorraquidiano têm valores longos de T_1 , cerca de 3000 a 5000 ms, e assim aparecem escuros em imagens ponderadas em T_1 , enquanto a gordura tem um valor curto de T_1 , em torno de 260 ms,

portanto aparece clara em imagens ponderadas em T1 [33, 35].

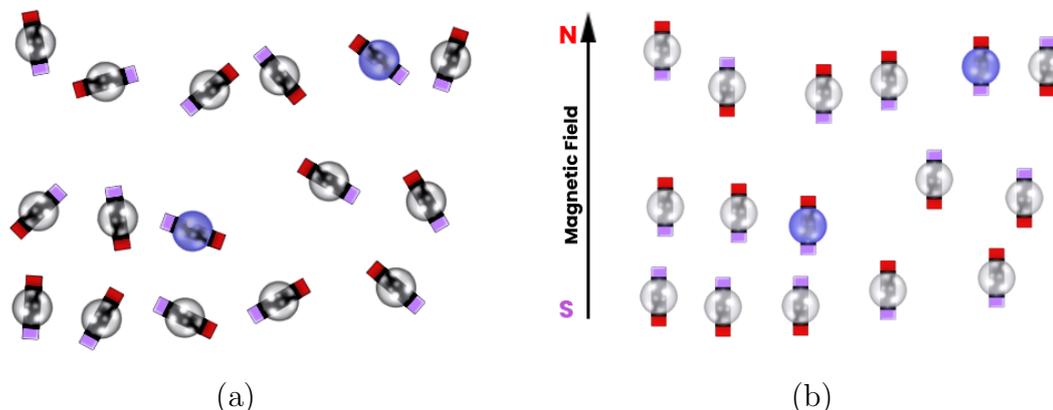


Figura 2.2. Orientação do spin dos átomos de Hidrogênio de acordo com presença, sendo (a) sem a presença de campo, tornando em disposições aleatórias, e (b) com a presença de campo, orientando os átomos em mesmo sentido. Fonte: [1].

Os processos de relaxamento também podem redistribuir energia entre os núcleos dentro de um sistema de spin, sem que o sistema de spin como um todo perca energia. Assim, quando um pulso de RF é aplicado, os núcleos se alinham predominantemente ao longo do eixo da energia aplicada. No relaxamento, ocorre o desalinhamento de fase das orientações dos núcleos à medida que a energia é transferida entre eles, resultando em uma redução na direção do campo resultante, com um arranjo mais aleatório das orientações. Isso é o T2, chamado relaxamento transversal, porque é uma medida de quão rapidamente os spins trocam energia no plano 'xy'. T2 também é conhecido como relaxamento do tipo spin-spin.

Portanto, caso seja possível coletar todos os coeficientes do espaço- k , a composição final da imagem no processo de imageamento se daria simplesmente pela transformada inversa de Fourier Discreta (IDFT) do próprio espaço- k . Nesse caso, portanto, podemos lançar mão de algoritmos de FFT [36] para realizar esse procedimento com alta eficiência computacional.

Outra aspecto importante a se atentar é que, por definição, as dimensões finais da imagem são as mesmas do grid do espaço- k . Portanto, quanto maior resolução se queira a imagem de ressonância, mais amostras são necessárias serem preenchidas para sua formação, logo mais tempo é necessário que o paciente permaneça imóvel durante o processo coleta de dados. Da mesma forma, também é necessário que o conversor analógico-digital (A/D) da máquina tenha a resolução compatível com relação a resolução alvo da imagem.

Junto ao o campo magnético B_0 , é possível aplicar campos gradientes G_r para os

diferentes eixos coordenados x , y e z , que varia de acordo com a região em cada eixo. Dessa forma, a equação de Larmor se modifica de forma que

$$\omega_0 = \gamma(B_0 + rG_r) \quad (2.2)$$

O sinal final é recebido pelos detectores da máquina. No entanto, esse sinal adquirido é único e representa a soma ponderada de todos os sinais nas diferentes frequências possíveis. A aplicação dos campos gradientes torna possível a decodificação do sinal, a partir da variação do campo ao longo dos eixos de interesse.

Temos portanto a relação do sinal recebido $S(t)$ com os gradientes aplicados

$$S(t) = \iint \rho(x, y) e^{-i2\pi(\gamma G_x t x + \gamma G_y t y)} dx dy, \quad (2.3)$$

sendo $\rho(x, y)$ uma função relacionado com a estrutura interna anatômica ponderadas de acordo com tempos de relaxamento.

Outro aspecto importante a se atentar é que, por definição, as dimensões finais da imagem são as mesmas do grid do espaço- k . Portanto, quanto maior a resolução desejada para a imagem de ressonância, mais amostras são necessárias serem preenchidas para sua formação, exigindo mais tempo para que o paciente permaneça imóvel durante o processo de coleta de dados. Da mesma forma, é necessário que o conversor analógico-digital (A/D) da máquina tenha resolução compatível com a resolução alvo da imagem.

É útil, portanto, considerarmos novas variáveis k_x e k_y em uma relação com os gradientes sobre o tempo da seguinte maneira que

$$k_x = \frac{\gamma}{2\pi} \int_0^t G_x(\tau) d\tau$$

e

$$k_y = \frac{\gamma}{2\pi} \int_0^t G_y(\tau) d\tau$$

Se considerarmos um campo gradiente em que $\frac{dG_v}{dv}$ é constante, então teríamos que

$$k_x = \frac{\gamma}{2\pi} G_x t$$

e

$$k_y = \frac{\gamma}{2\pi} G_y t$$

De qualquer forma, teremos que

$$S(k_x, k_y) = \iint_{k\text{space}} \rho(x, y) e^{-i2\pi(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (2.4)$$

Pelas equações, é evidente que o conjunto (k_x, k_y) representa as coordenadas em frequência das imagens de RM. Portanto, o *k*space, ou espaço-*k* em português, representa o espaço em frequência das imagens de ressonância magnética.

Nisso, chamamos de *Field of View* (FOV) a relação em que $FOV_r = \text{Tamanho da Matriz} \times \text{Tamanho do Pixel}$ e as escolhas de parâmetros dependem das dimensões físicas do objeto ou parte anatômica sob exame. Dessa forma, para cada eixo, por exemplo, temos a relação $\Delta k_r = \frac{1}{FOV_r}$.

Devido ao fato de as máquinas possuírem bobinas de gradientes orientadas nos três eixos cartesianos, é possível formar imagens de diferentes perspectivas espaciais, dependendo do conjunto de gradientes aplicados e de suas intensidades. Embora teoricamente seja possível obter cortes arbitrários em qualquer orientação, três tipos principais de cortes são convencionalmente utilizados (ver Figura 5.20): transversal (ou axial), sagital e coronal.

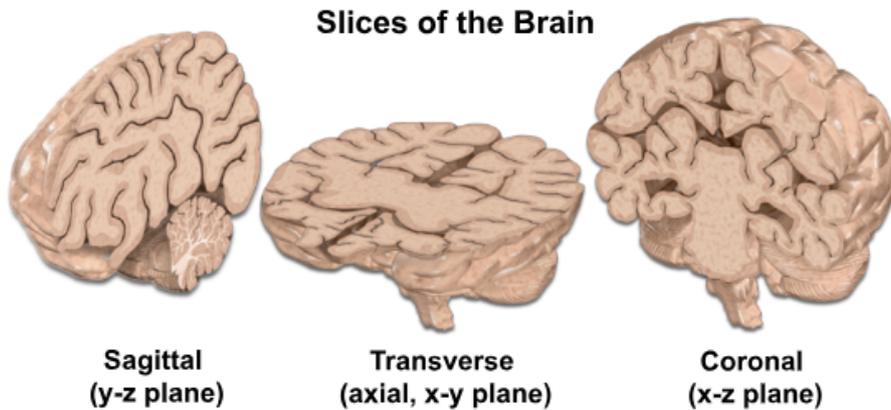


Figura 2.3. Ilustração dos tipos de cortes típicos de ressonância magnética em um cérebro humano. Fonte: [1].

Portanto, no caso em que seja possível coletar todos os coeficientes do espaço-*k*, a composição final da imagem do processo de imageamento ocorreria simplesmente pela Transformada Inversa de Fourier Discreta (IDFT) do próprio espaço-*k*. Nesse caso, é viável utilizar algoritmos de FFT [36] para realizar esse procedimento com grande eficiência computacional. Para efeito de comparação, o procedimento clássico para o cálculo da DFT possui complexidade computacional $O(N^2)$, enquanto a FFT possui complexidade

$O(N \log N)$.

2.2 *Compressive Sensing*

2.2.1 Introdução

O critério de Nyquist estabelece a suficiência de uma frequência de amostragem igual a duas vezes a frequência máxima presente no sinal para que não haja aliasing na sua representação discretizada. É garantido, portanto, que o sinal pode ser representado sem distorções de aliasing [37] e perdas de informação. No entanto, esse é um critério de suficiência, porém não necessário. A partir de 2004, foi introduzido o conceito disruptivo de compressive sensing, por vezes também nomeado como compressed sensing, por Candès, Tao e Donoho [21, 38, 39]. Essa técnica fornece uma reconstrução precisa de sinais esparsos desconhecidos a partir de medições lineares subdeterminadas. Assim, torna-se possível, com alta probabilidade, reconstruir sinais a partir de uma quantidade de medições abaixo do que determina a taxa de Nyquist, utilizando técnicas de otimização.

No entanto, as técnicas de CS exigem que o sinal tenha representação esparsa em uma base ortogonal. Um sinal é dito k -esparsa quando possui k coeficientes não nulos no seu domínio transformado. Então, seja N a quantidade total de coeficientes de um sinal com representação esparsa, devemos ter que $k \ll N$. Agora, supondo um sinal k -esparsa em certo domínio, e seja a transformada esparsificante T para esse sinal e uma matriz de amostragem M e uma matriz de transformação esparsificante T . Idealmente, teremos então uma relação de amostragem

$$b = MT^{-1}x, \quad (2.5)$$

em que b é um vetor de amostras de k coeficientes e representa os coeficientes amostrados nos seus domínios convencionais. Usualmente, na literatura, essa descrição é trazida como uma matriz única $A = MT^{-1}$, sendo que M tem dimensões $k \times N$ e T tem dimensões $N \times N$. Isso, para o caso de um sinal em tempo discreto, se traduziria em que b possui um número de graus de liberdade que é comparativamente muito menor do que o seu comprimento original. Como pode ser notado, esse é um problema subdeterminado e, portanto, admite infinitas soluções teóricas.

Para enfrentar isso, CS explora o fato de que muitos sinais naturais são esparsos ou compressíveis, no sentido de que possuem representações concisas quando expressos

na base apropriada. No entanto, encontrar essas transformações ótimas, universais para cada tipo de sinal e que atendam a todos esses requisitos necessário para CS representa ainda um grande desafio.

As abordagens convencionais para amostragem em sinais ou imagens de sinais de áudio ou imagens não encontram maiores problemas em atender ao critério estabelecido pelo teorema de Shannon e podem ser comprimidas posteriormente com técnicas clássicas de codificação [40]. Os conceitos de *Compressive Sensing* encontram espaço em aplicações nas quais alcançar as frequências de Nyquist é muito custoso ou impraticável, como é o caso do imageamento por ressonância magnética. Outras aplicações, como a Tomografia Computadorizada, por exemplo, se beneficiam das técnicas de CS para reduzir a incidência de radiação ionizante sobre os pacientes submetidos aos exames [41, 42].

A aplicação de Compressive Sensing exige também que haja uma incoerência entre suas amostras. De forma resumida, a condição de incoerência afirma que os sinais esparsos no domínio transformado devem estar bem distribuídos no domínio das medições, ou seja, é necessário que as Hermitianas das linhas de M não podem ser esparsas no domínio definido por T . Quanto maior a incoerência, menos medidas são necessárias para a solução do problema [citar].

2.2.2 Problemas de Otimização

Assim, em princípio, o problema de CS se concentra em tentar resolver o problema otimização

$$\hat{x}^* = \arg \min \frac{1}{2} \|\hat{x}\|_0, \text{ s.t. } MT^{-1}\hat{x} = b, \quad (2.6)$$

em que $\|x\|_0$ representa a norma ℓ_0 de um sinal, ou seja, a quantidade de elementos não nulos de um sinal. Apesar de existir um algoritmo único que resolva esse problema por testes sucessivos. Entretanto, não é possível aplicá-lo para quase totalidade dos casos reais, mais extensos, pois possui complexidade de nível fatorial.

É possível aproximar os resultados da minimização ℓ_0 com a minimização da ℓ_1 , que é um problema convexo, para contornar a dificuldade computacional, de forma que

$$\hat{x}^* = \arg \min \frac{1}{2} \|\hat{x}\|_1, \text{ s.t. } MT^{-1}\hat{x} = b. \quad (2.7)$$

Dessa forma, surgiram algoritmos capazes de aproximar a minimização de ℓ_0 com a ℓ_1 . Um dos mais conhecidos algoritmos para lidar com esse problema é NESTA, criado por Becker *et al* [43], que apresentava eficiência computacional e robustez para lidar tanto com sinais quase esparsos quanto com ruído. No entanto, nesses algoritmos, para garantir soluções mais exatas, devem ser impostas condições mais rígidas de incoerência.

Outra abordagem na tentativa da resolução desse problema são os algoritmos de minimização de ℓ_p , um problema mais generalizado do caso da ℓ_1 , dado de forma que

$$\hat{x}^* = \arg \min \frac{1}{2} \|\hat{x}\|_p^p, \text{ s.t. } MT^{-1}\hat{x} = b \quad (2.8)$$

sendo que

$$\|x\|_p = \left(\sum_i^N x_i^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Em comparação, algoritmos de minimização de ℓ_p com problemas de minimização não convexa, como aqueles com penalidades, exigem condições de incoerência muito mais fracas e uma razão sinal-ruído menor para garantir uma recuperação bem-sucedida. Em termos práticos, para $0 < p < 1$, quanto menor o valor de p , maior a robustez ao ruído e menor a necessidade de medidas para a solução do problema. Alguns algoritmos de minimização de ℓ_p , como o famoso IRLS [44, 24], podem superar diretamente os melhores algoritmos projetados para minimização de ℓ_1 [45]. Ao mesmo tempo, reduzir o valor de p eleva consideravelmente o tempo de execução dos algoritmos de otimização.

Uma outra condição necessária e suficiente para a aplicação de CS é restrição isométrica. Candes e Tao [39] provaram que a condição de RIP (*Restricted Isometry Property*) garante estabilidade necessária para a solução de CS. Para um sinal x com k elementos não-nulos, é dito que a matriz A satisfaz a condição de RIP se, e somente se, para um vetor v de mesmo comprimento N que x , com no máximo $3k$ elementos não nulos,

$$1 + \epsilon \leq \frac{\|Av\|_2}{\|v\|_2} \leq 1 + \epsilon, \quad (2.9)$$

em que $\epsilon > 0$ é um nível de tolerância. Isso significa que a matriz M deve preservar os comprimentos desses vetores K -esparsos específicos.

2.2.3 Imageamento por Ressonância usando CS

Como mencionado anteriormente, a amostragem de todos os elementos do espaço- k para imagens de RM não é um cenário realista devido à natureza intrínseca do tipo de imageamento. Uma varredura completa do espaço- k em diferentes cortes necessários em exames desse tipo tende a ser extremamente custosa. Assim, ao longo dos anos, surgiram diversos métodos que visam reconstruir imagens de ressonância explorando estratégias de aquisições parciais do espaço- k . A subamostragem envolve aquisições de menos medidas, reduzindo o tempo necessário para a examinação. No entanto, em geral, esse procedimento tende a comprometer a qualidade das imagens produzidas, adicionando artefatos indesejados e reduzindo os níveis de detalhes.

Diferentes métodos surgiram para mitigar os problemas relacionados à subamostragem do espaço- k , como a interpolação do tipo B-spline e outras [16, 46], técnicas de Compensação de Densidade [47] e a Transformada Não Uniforme de Fourier (NUFF) [48], ferramentas projetadas para lidar com aquisições de dados de maneira não uniforme para reconstrução de imagens de RM. No entanto, o *Compressive Sensing* supera todas essas técnicas em relação à qualidade final das imagens produzidas. A combinação de CS com MRI ocorre de maneira relativamente natural, devido às propriedades inerentes de MRI. A maioria das imagens de MRI é esparsa em algum domínio de transformação apropriado. Mesmo imagens mais complexas, como imagens cerebrais, podem ser esparsificadas com a transformada *wavelet*. Imagens dinâmicas de MRI também podem ser altamente compressíveis. Por exemplo, a quasi-periodicidade de imagens cardíacas tem uma transformada temporal de Fourier esparsa [17]. As aquisições de MRI podem ser projetadas para alcançar níveis adequados de incoerência.

Dessa forma, o processo de subamostragem do espaço- k é realizado dando à máquina uma trajetória pré-determinada do espaço- k para a realização das medições, formada a partir da aplicação coordenada de gradientes e pulsos RF. O tipo de trajetória utilizado em um sistema de MRI específico é definido por restrições fisiológicas, temporais e de hardware. No caso da reconstrução por técnicas de *Compressive Sensing*, a trajetória definida também deve atender ao critério de incoerência amostral. Convencionalmente, a trajetória mais comum adotada em MRI é a cartesiana, em que cada linha de coeficientes do espaço- k é amostrada individualmente, havendo uma fácil correspondência das amostras coletadas e suas respectivas coordenadas no espaço- k . Seria imediato pensar em uma abordagem de subamostragem baseada na seleção aleatória de linhas inteiras do espaço- k . No entanto, essa abordagem sofre com um baixo nível de incoerência. Para a associação com CS, as trajetórias mais comumente selecionadas são a radial e espiral de densidade variável, como ilustradas na Figura 5.20 (b e c), pois possuem um nível

adequado de incoerência, além de menor sensibilidade a artefatos de movimento [49, 50].

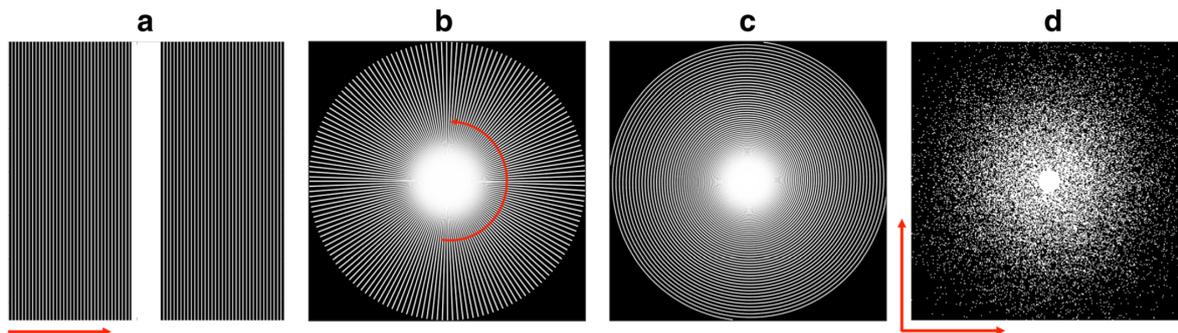


Figura 2.4. Ilustração das trajetórias de subamostragem mais utilizadas. Fonte: [2]

2.3 *wavelets* e Bancos de Filtros

2.3.1 STFT e CWT

análise de Fourier de um sinal é realizada através da transformação de Fourier desse mesmo sinal. Essa é uma ferramenta crucial para analisar o conteúdo em frequência de diversos tipos de sinais ao longo do tempo. No caso discreto, essa análise ocorre pela aplicação da DFT nos sinais que estão sendo analisados. Dessa forma, é possível representar o espectro de frequência em fase e módulo, proporcionando informações que podem passar despercebidas quando representadas de maneira convencional no domínio do tempo. Ao mesmo tempo, a representação fornecida pela Transformada de Fourier dificulta a distinção de transientes que ocorrem ao longo do tempo, e não é adequada para a análise de sinais não estacionários, uma vez que esses sinais não possuem propriedades estatísticas estáveis ao longo do tempo.

Uma primeira abordagem para contornar esse problema foi a criação da STFT (*Short Time Fourier Transform*), que se baseia em realizar janelamentos de porções finitas do sinal em análise. O janelamento tem o objetivo de limitar a extensão da sequência a ser transformada, de modo que as características espectrais sejam aproximadamente constantes ao longo da duração da janela. Quanto mais rapidamente as características do sinal mudam, mais curta deve ser a janela [36].

Para um sinal de entrada contínuo $x(t)$ e uma função de janelamento $w(t)$, teremos uma representação transformada

$$X(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)w(\tau - t)e^{-j2\pi f\tau} d\tau. \quad (2.10)$$

Ao passo que, para sinais em tempo discreto, teremos que

$$X[m, n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]w[k - m]e^{-j2\pi nk/N}, \quad (2.11)$$

sendo $X[m, n]$ a representação da frequência do sinal no tempo discreto m e na frequência discreta n , $x[k]$ é o sinal de entrada, $w[k]$ é a função de janelamento e N é o comprimento total do sinal. De maneira mais geral, também é possível reduzir parte da redundância entre amostras estabelecendo saltos no janelamento, de forma que

$$X_R[m, n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]w[k - mR]e^{-j2\pi nk/N} \quad (2.12)$$

Ainda assim, no caso a STFT ainda temos uma resolução tempo-frequência fixa, que é estabelecida pelo intervalo de janelamento selecionado.

Observando esse desafio, também surgiu a Transformada Wavelet Contínua (CWT), capaz de proporcionar uma resolução tempo-frequência de forma mais inteligente. Componentes de menor frequência possuem uma maior resolução em frequência e uma menor resolução no tempo. À medida que aumentamos os valores de frequência, ocorre uma inversão gradual dessa relação: para os componentes de maiores frequências, temos uma melhor resolução temporal e uma menor resolução em frequência. Essa característica da representação da CWT visa destacar os detalhes de transientes muito rápidos, geralmente de maior frequência, que são de maior interesse. Ao mesmo tempo, é possível analisar o espectro de frequências com certa precisão para transientes mais longos, que não necessitam de resoluções elevadas no tempo [].

Nisso, temos uma transformação estabelecida de forma que

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2.13)$$

sendo $\psi(t)$ a função mãe responsável por interagir com o sinal $x(t)$. Nesse caso, a é o parâmetro de escala e b é o parâmetro de deslocamento. A transformação é inversível se $\psi(t)$ satisfaz as condições ortogonalidade e também satisfaz condição de energia infinita

tal que

$$C = \int_0^\infty \frac{|\Psi(\tau)|^2}{\tau} d\tau < \infty. \quad (2.14)$$

Assim, teremos a transformação inversa da forma

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty \frac{1}{a^2} W(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (2.15)$$

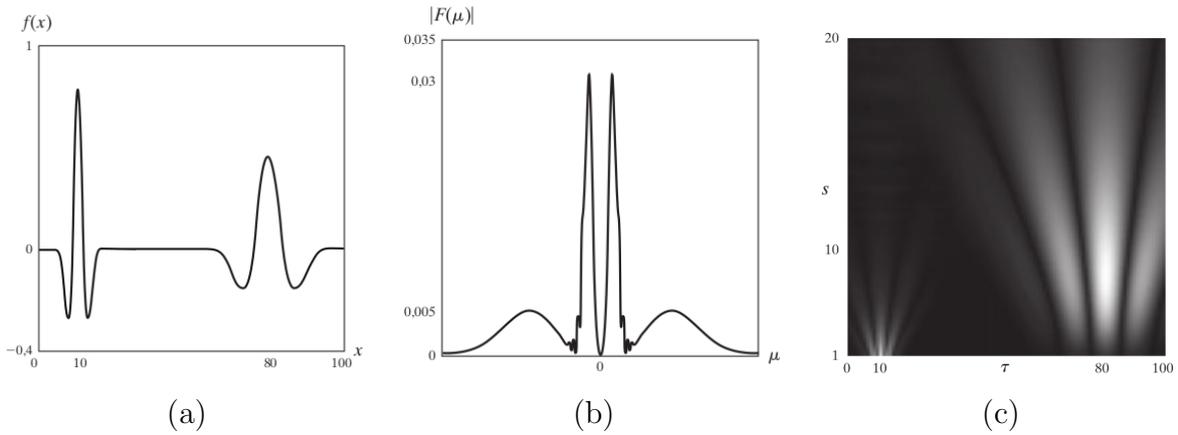


Figura 2.5. Em (a), temos a representação de um sinal $f(x)$; em (b), a Transformada de Fourier de $f(x)$ e em (c), a CWT aplicada sobre $f(x)$. Fonte: [3]

2.3.2 DWT

A Transformada Wavelet Discreta (DWT) aplica o mesmo conceito de análise tempo-frequência introduzido na CWT em uma representação mais concisa, livre de redundâncias. Dessa forma, para um sinal no tempo, o espectro de frequência é dividido em partes proporcionais. As versões discretas dos parâmetros de escala e translação precisam estar relacionadas entre si, pois se a escala for tal que as funções de base sejam estreitas, o passo de translação deve ser correspondentemente pequeno e vice-versa. Uma das maneiras de escolher os parâmetros de escala e deslocamento é garantir que $a = 2^m$ e $b = 2^m n$. Nisso, teremos que

$$\psi_{m,n}(t) = 2^{-m} \psi(2^{-m}t - n) \quad (2.16)$$

dessa forma teremos a transformação tal que

$$d_{m,n} = d[m, n] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi_{m,n}(t)dt \quad (2.17)$$

e a sua respectiva inversão

$$f(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_{m,n}\psi_{m,n}(t) \quad (2.18)$$

2.3.3 Banco de Filtros Espelhados em Quadratura (QMF)

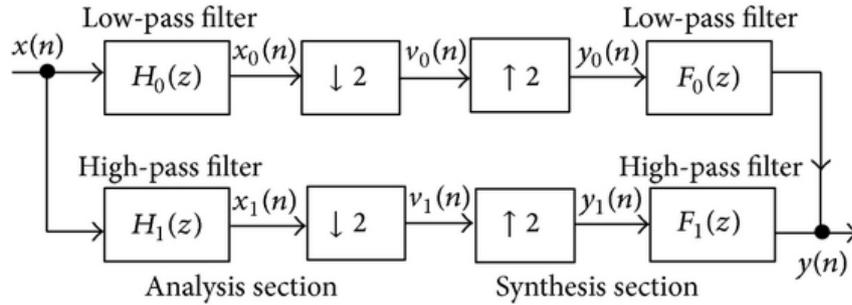
A partir de um conjunto de filtros, é possível realizar a decomposição multiespectral de sinais de maneira eficiente. O banco de Filtros em Quadratura Maximizados é formado por filtros complementares, de modo que o sinal de saída $\hat{x}(z)$ se relaciona com o sinal de entrada $x(z)$, de forma tal que

$$\hat{x}(z) = \frac{1}{2} [H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] x(z) + \frac{1}{2} [H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)] x(-z) \quad (2.19)$$

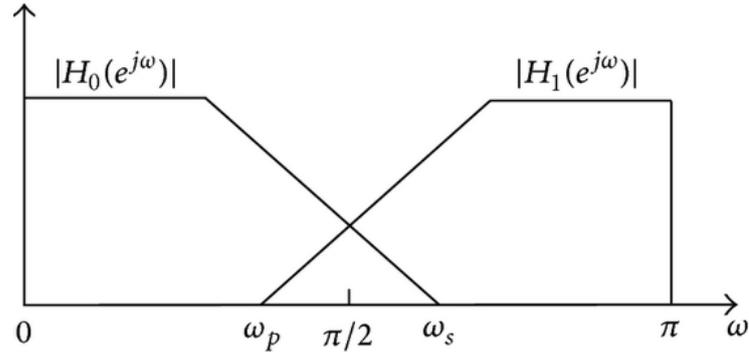
Os filtros $H_0(z)$ e $H_1(z)$ são denominados filtros de decomposição de característica passa-baixas e passa-altas, respectivamente. Esse par é seguido pela etapa de decimação, ou subamostragem. Da mesma forma, $G_0(z)$ e $G_1(z)$ são os filtros de reconstrução, passa-baixas e passa-altas, respectivamente, e são precedidos pela etapa de sobreamostragem.

As condições para a reconstrução perfeita envolvem que $H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)$, chamado termo de Aliasing por envolver relações não causais, seja igual a zero. Além disso, exige-se que o termo $H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) = Az^{-d}$, ou seja, a informação do sinal de entrada é a mesma saída do sistema, porém com potencial nível de atraso e escalonamento [51].

O comportamento típico esperado desses filtros em frequência é ilustrado na figura 2.6, assim como a estrutura em blocos geral do banco QMF.



(a)



(b)

Figura 2.6. (a) Estrutura de Blocos de Banco QMF e (b) O comportamento típico de sobreposição de bandas dos filtros $H_0(z)$ e $H_1(z)$. Fonte: [4].

2.3.4 Aplicações em Compressão de Imagens

É possível realizar a decomposição de imagens ao executar o processo de transformação unidimensional e decimação ao longo dos eixos das linhas e colunas individualmente. Também é possível adaptar esse processo para realizar convoluções e transformações diretamente no domínio bidimensional, aumentando a eficiência do processo, como será visto no próximo capítulo.

De forma geral, a busca por transformações capazes de concentrar o máximo de energia de um sinal, e, portanto, sua informação, na menor quantidade possível de coeficientes é o princípio orientador da área de compressão de sinais.

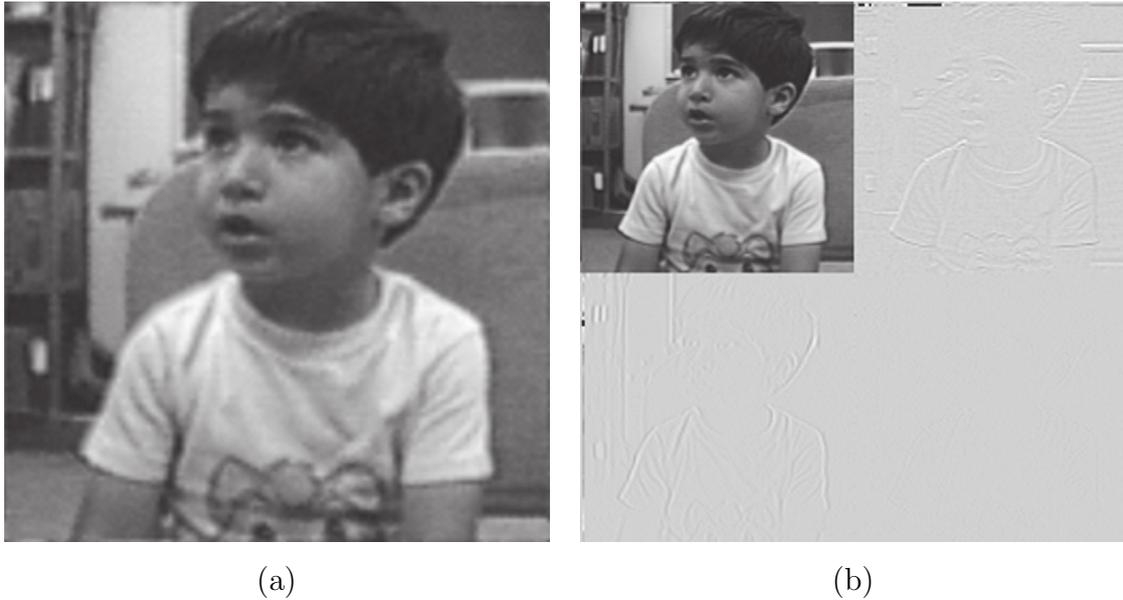


Figura 2.7. (a) Imagem fotográfica real e (b) Sua decomposição em 1 nível de iteração por DWT. Fonte: [3]

Ao decompor imagens naturais com filtros *wavelets*, a maior parte da energia é compactada nas bandas inferiores, em regiões espectrais onde há maior concentração de energia, responsáveis por formar a estrutura geral das imagens. Por sua vez, nas bandas superiores, de altas frequências, há informações relacionadas aos detalhes estruturais, responsáveis por compor as regiões de borda e contornos. Na Figura 2.7, esse efeito de compressibilidade por *wavelets* em uma imagem fotográfica é demonstrado.

3 MÉTODOS EXPERIMENTAIS

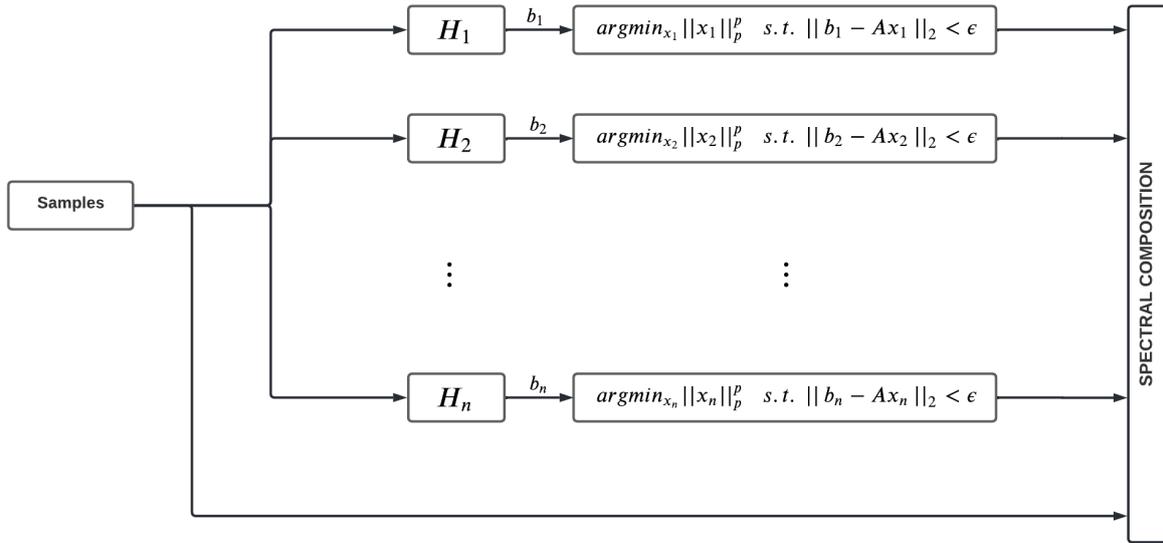


Figura 3.1. Esquemático da estrutura geral de formação de Imagens por meio de pré-filtragem e CS.

3.1 *Compressive Sensing* com Pré-Filtragem

Quanto ao processo de pré-filtragem, o esquema geral dessa técnica pode ser observado na figura 3.2. Nele, é possível notar que os filtros assumem a função de ser um componente esparsificante na reconstrução das imagens, conforme demandado em CS. Por meio da técnica de pré-filtragem, é possível realizar a reconstrução total de imagens de MRI por meio de filtros esparsificantes.

Os filtros convencionalmente utilizados, por princípio, possuem características de passa-altas, uma vez que atenuam componentes de baixa frequência, ao mesmo tempo em que sua banda de passagem se dá próxima aos coeficientes de altas frequências, nas diferentes direções possíveis dentro do k space.

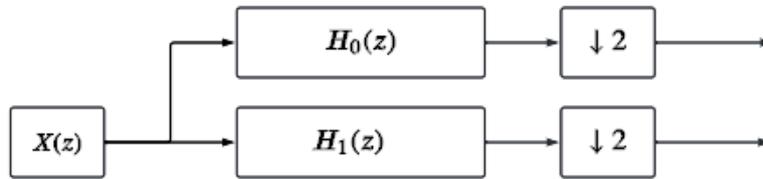


Figura 3.2. Diagrama de decomposição de 1 nível para sinais unidimensionais. H_0 e H_1 são os filtros passa-baixas e passa-altas, respectivamente.

A partir disso, uma vez que se tenham os coeficientes amostrados e se saiba, pela trajetória amostral realizada, as correspondentes coordenadas desses coeficientes dentro do espaço- k , ou seja, suas coordenadas na matriz de coeficientes complexos de frequência, é possível realizar um processo de filtragem simples, diretamente no domínio de frequência, com cada filtro gerado previamente.

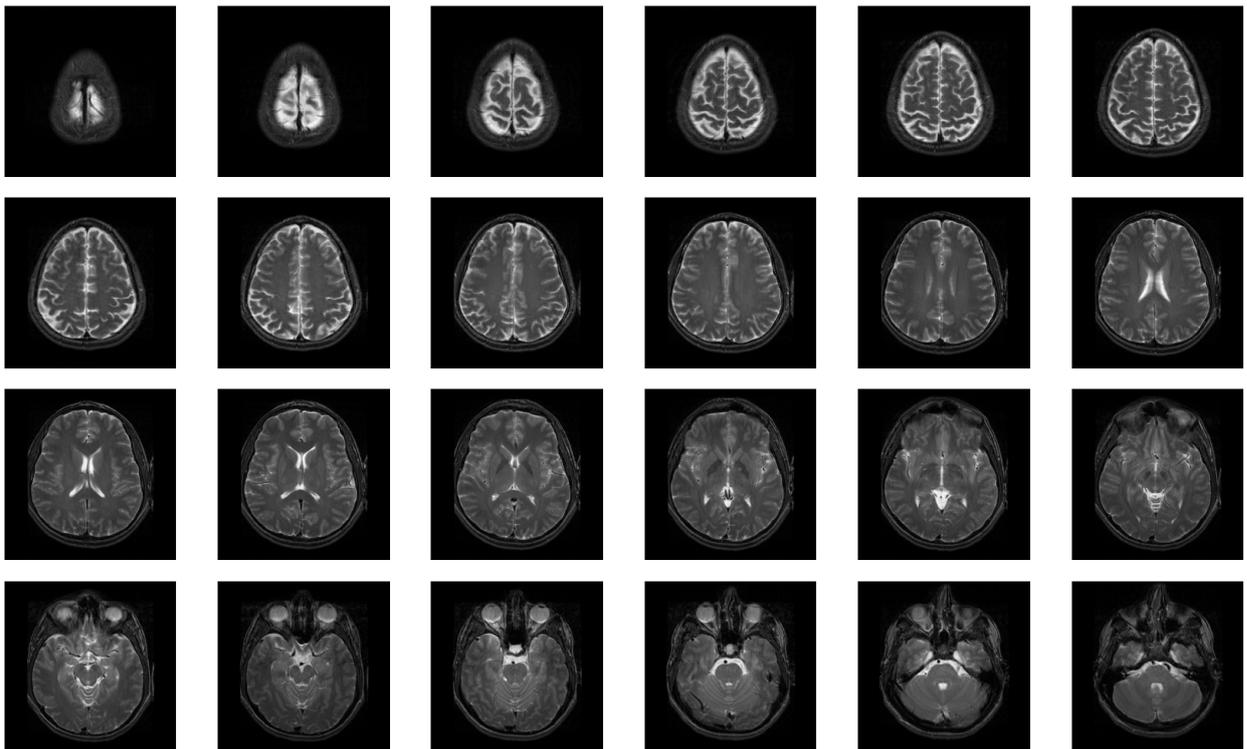


Figura 3.3. Imagens de diferentes porções de cortes axiais de crânio de um mesmo indivíduo, provenientes da base de dados BIRN [5]

Nesse processo, a cada conjunto de filtros gerados, sempre há a geração de 1 filtro em específico com característica de passa-baixas, ou seja, sua banda de passagem se situa centralizada nos coeficientes de baixas frequências. Esse tipo de filtro é usualmente descartado no processo de CS com uso de pré-filtragem, uma vez que ele não é esparsificante,

por definição. Sendo um filtro passa-baixas, seu efeito sobre qualquer imagem em que seja aplicado será o de suavização do conteúdo presente, havendo também a atenuação de conteúdos de alta frequência, responsáveis pelo detalhamento da imagem. Portanto, caso fossem incluídos junto aos outros filtros do conjunto, somente haveria danos à qualidade final da imagem que se pretende reconstruir. O efeito estrutural das diferentes faixas de frequências de uma imagem de MRI é apresentado em um exemplo dado pela figura 5.20.

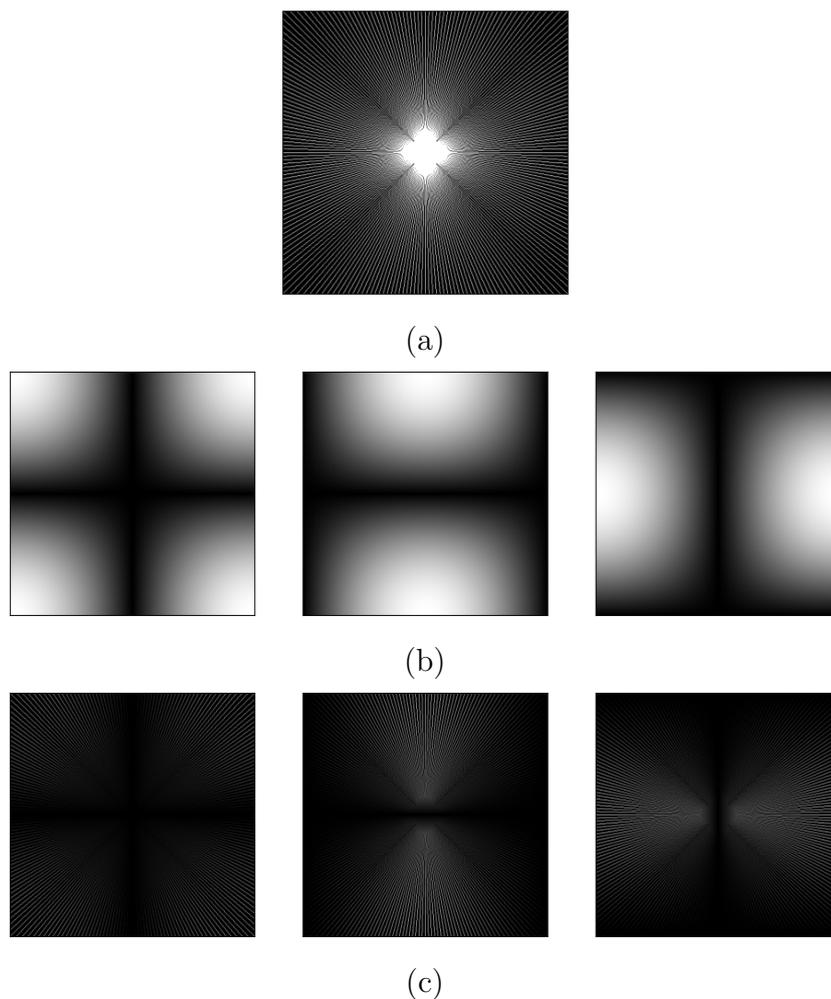


Figura 3.4. Procedimento de Filtragem de uma Amostragem Radial (120 linhas) por filtros de Haar passa-altas, ilustrando um etapa descrita do processo de Pré-Filtragem. (a) Representa a trajetória radial original, (b) Representa a resposta em frequência de cada filtro e (c) Reapresenta a trajetória (a) filtrada pelos filtros de (b).

Para decomposição ou reconstrução, assim, é formado, a partir dos filtros base de decomposição e reconstrução, um banco de filtros de $2n - 1$ filtros, sendo n o número de níveis de decomposição. A equivalência desses tipos de estruturas é exemplificada na figura 5.20.

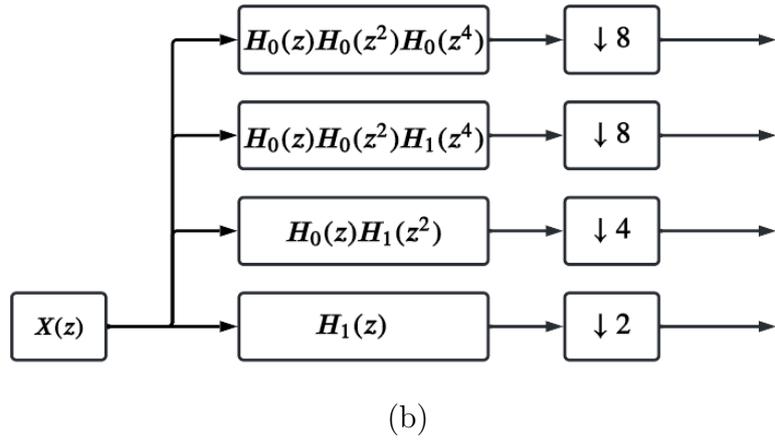
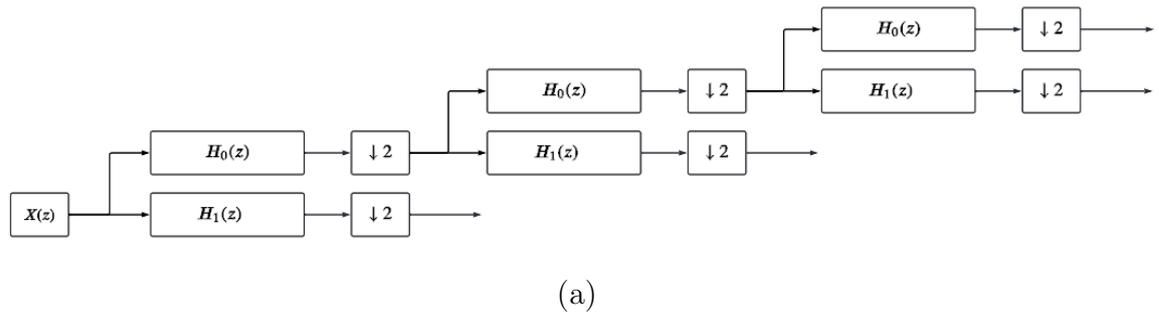


Figura 3.5. Diagrama de decomposição por banco de filtros para o caso de sinal 2D de em 3 níveis de decomposição. Em (a) temos uma estrutura iterada e (b), a estrutura paralelizada equivalente, formando novos filtros a partir de H_0 e H_1 .

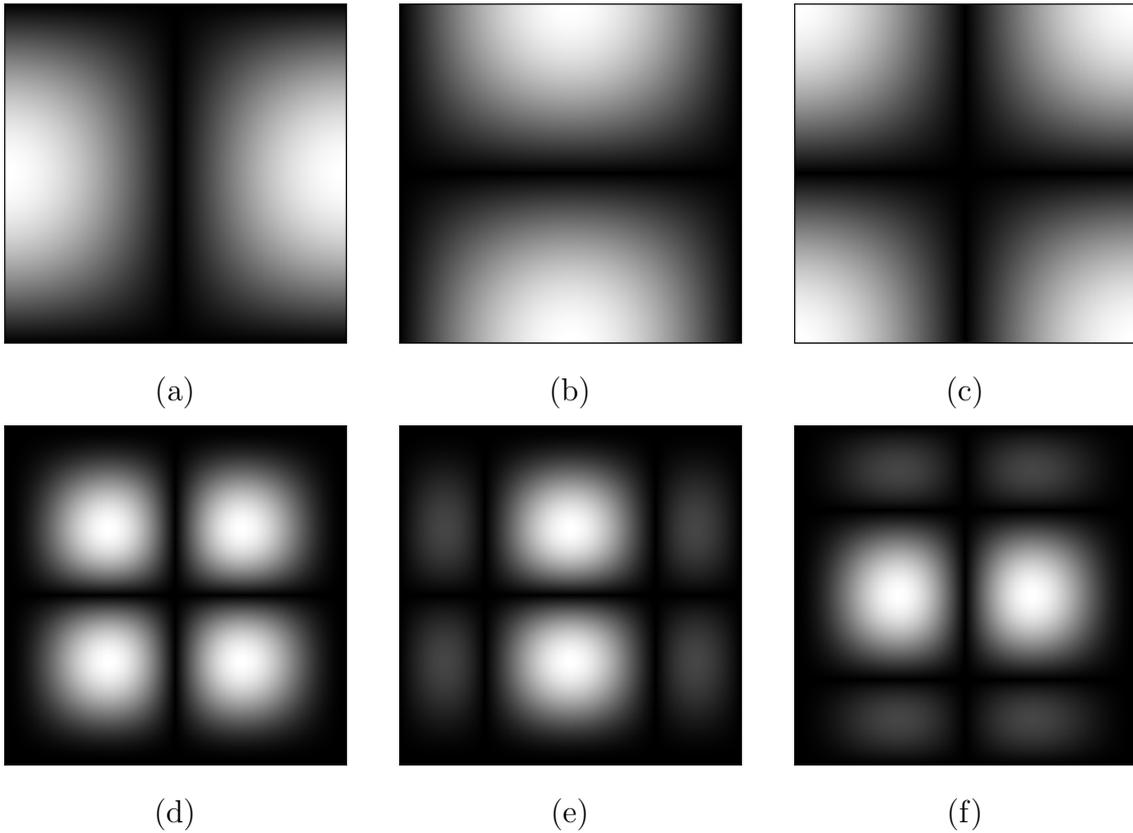


Figura 3.6. Filtros de Haar gerados a partir de 2 níveis de decomposição. O filtro passa-baixas gerado é descartado.

No entanto, o processo descrito no parágrafo anterior é mostrado para o caso de um sinal de entrada de apenas uma dimensão. Porém, é possível realizar processo análogo de formação de filtros de decomposição para o caso 2D, aplicado neste trabalho. Para tal, é necessário gerar, primeiramente, a partir dos filtros base 1D, os filtros base 2D. Esse procedimento é realizado simplesmente pelo produto externo entre as combinações possíveis entre os 2 filtros, h_0 e h_1 , da seguinte forma:

$$H_A = h_0 h_0^T$$

$$H_B = h_0 h_1^T$$

$$H_C = h_1 h_0^T$$

$$H_D = h_1 h_1^T$$

Considerando, primeiramente, que h_0 e h_1 são do tipo vetores coluna.

Nesse caso, portanto, teremos 4 filtros determinados para o caso de duas dimensões, aqui denominados como H_A , H_B , H_C e H_D , como é possível ver em 5.20. Quando

utilizamos h_0 e h_1 de famílias convencionais *wavelets*, esses filtros 2D formados podem ser considerados também direcionais, uma vez que suas bandas de passagem não se baseiam apenas na restrição a uma faixa de frequência específica, mas também restringir a direção do conteúdo espectral ao qual se quer filtrar, como visto na figura 3.6, que exemplifica a forma da banda de passagem de magnitude dentro do domínio de frequência para filtros haar. Portanto, é possível, por exemplo, selecionar frequências altas ou baixas no sentido Horizontal, Vertical ou Diagonal separadamente, aumentando o poder de separabilidade de frequências, no processo de pré-filtragem.

Dessa forma, é possível realizar um processo de decomposição iterativo equivalente ao descrito para caso unidimensional. Da mesma maneira, é possível utilizar das propriedades douradas \square para a recomposição dos filtros dos bancos de filtros para processos de decomposição equivalentes em paralelo (ver figura 3.8). Como mencionado, esses filtros combinados a partir dos filtros de base, são os filtros que são utilizados no processo de pré-filtragem para *Compressive Sensing*.

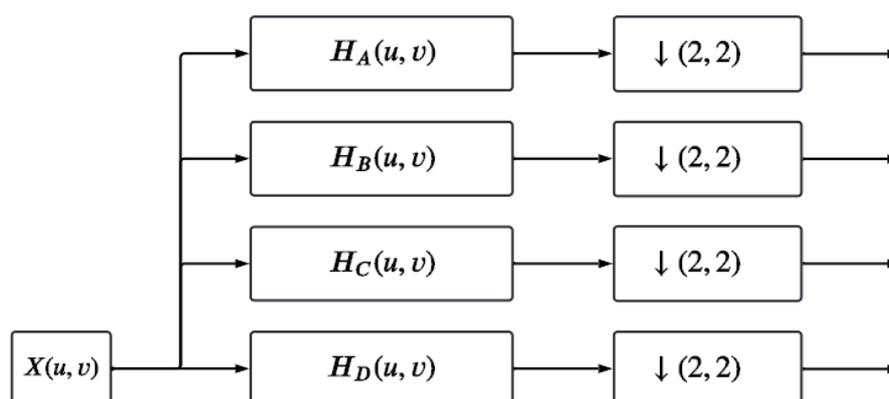
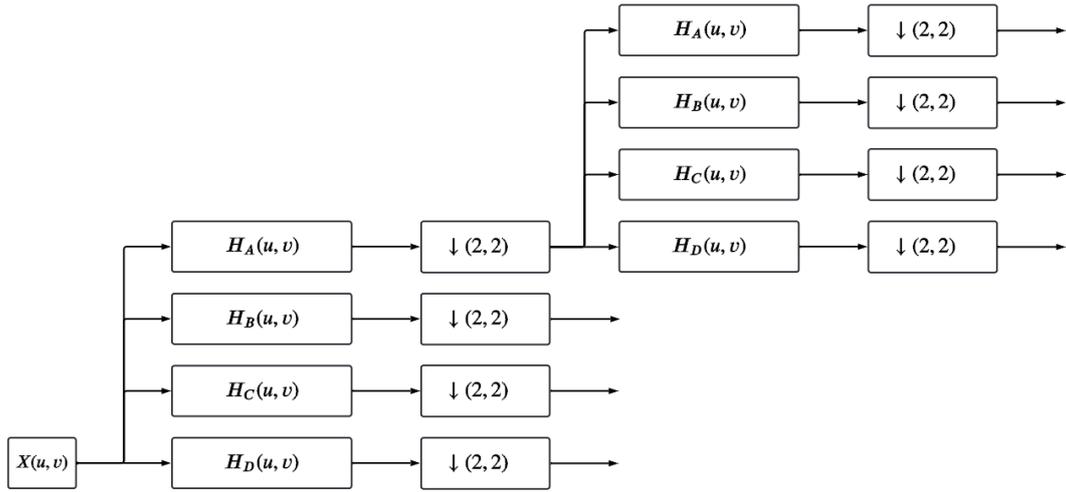
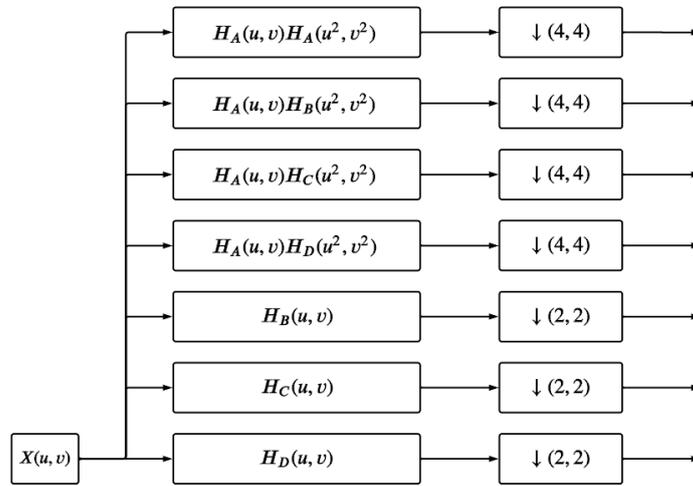


Figura 3.7. Diagrama de decomposição por banco de filtros para o caso de sinal 2D de um único nível de iteração. Sendo que $\downarrow (D_x, D_y)$ representa o nível de subamostragem realizado sobre cada eixo de coordenadas.



(a)



(b)

Figura 3.8. Diagrama de decomposição por banco de filtros para o caso de sinal 2D de um único nível de iteração. Sendo que $\downarrow (D_x, D_y)$ representa o nível de subamostragem realizado sobre cada eixo de coordenadas.

3.2 Composição espectral

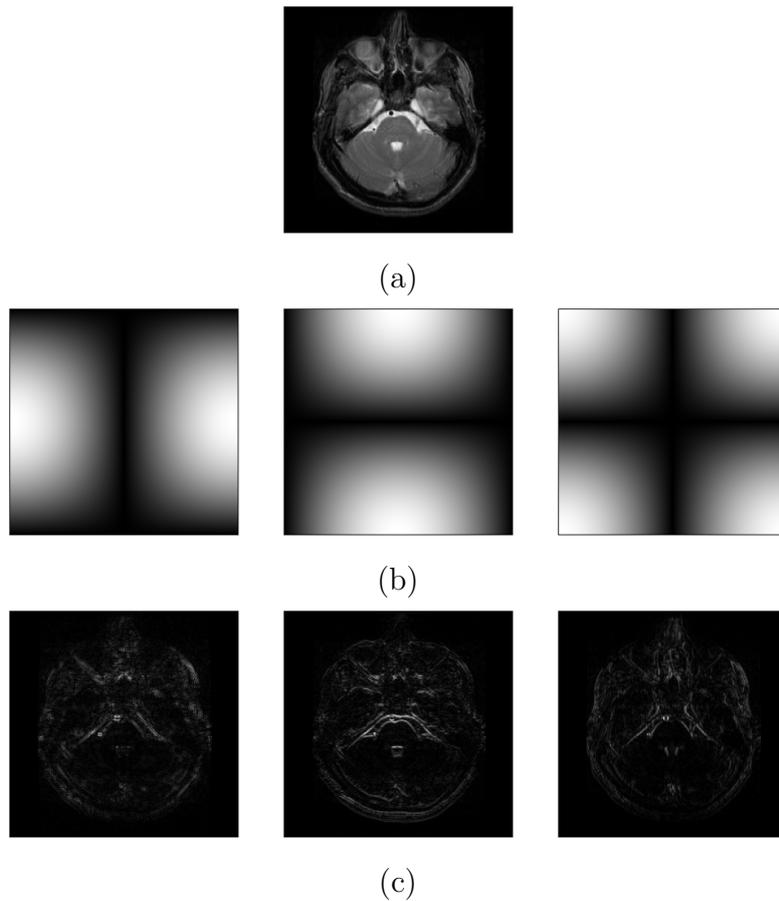


Figura 3.9. Exemplificação do efeito visual de filtragem de uma imagem real de MRI (a) filtrada por filtros de decomposição de haar, com comportamento em frequências como mostrado em (b), gerando versões filtradas (c) potencialmente esparsas.

Por fim, após a realização das múltiplas minimizações de ℓ_p individuais para cada filtro, são geradas versões filtradas reconstruídas, que se assemelham ao mostrado na figura 3.9. Junto com as amostras coletadas, essas reconstruções filtradas são combinadas para gerar uma imagem final única.

Para cada versão filtrada reconstruída, utilizamos suas versões no espaço- k para realizar o processo de composição espectral. Para cada coordenada, os coeficientes resultantes são avaliados seguindo os seguintes critérios ordenados:

- Se o coeficiente foi amostrado, ou seja, foi selecionado de acordo com a trajetória definida, esse coeficiente será diretamente utilizado para a composição final da imagem;

- Caso contrário, é selecionado o coeficiente cujo o filtro correspondente tenha módulo da banda de passagem tenha maior valor para aquela coordenada. Nas mesmas condições, também é necessário garantir que esse valor de atenuação esteja acima de um valor de tolerância adequado, caso contrário o valor adotado será nulo.
- Por fim, é necessário normalizar os coeficientes selecionados, de forma que cada um é dividido pelo coeficiente complexo de mesma coordenada do respectivo filtro de atenuação do filtro para aquele coeficiente.

Como todos os filtros trabalhados são reais no domínio espacial, seu comportamento em frequência possui simetria necessária para garantir que a versão final da imagem gerada pela seleção de coeficientes de frequência em transformada inversa também sejam real, caso as condições de amostragem se mantenham de maneira ideal. Espera-se também que hajam distorções mínimas relacionadas ao processo de composição devido à suavidade das bandas de frequências dos filtros trabalho e suas características complementares entre si, mantendo uma correlação coesa de coeficientes do espaço- k adjacentes.

Em suma, portanto, é possível realizar a reconstrução de uma imagem com `textitCompressive Sensing` com pré-filtragem a fim de obtermos uma versão final única da imagem reconstruída em uma margem de semelhança da estrutura interna do corpo de prova a ser submetido à comparações de imageamento, ou, como nos testes sintéticos realizados neste trabalho, à imagem de referência de exames de MRI. Todo o processo é ilustrado maneira mais intuitiva na figura 3.10.

Pelo que foi dito até agora, é possível notar que a qualidade final da imagem reconstruída por meio dessa técnica descrita depende de vários fatores. Entre eles, a maneira em que se dá a amostragem de medidas pela máquina. De fato, é importante notar que, para a reconstrução final da imagem almejada, com máxima qualidade possível, é necessário haver uma concentração maior de amostras colhidas nas regiões de baixa frequência, região de maior concentração de energia, portanto de maior nível de informação, de imagens de MRI, é fator importante para a qualidade final das imagens geradas por esse método de pré-filtragem. Na figura 3.11 pode ser constatado a relação das bandas de frequência na composição de uma imagem de MRI.

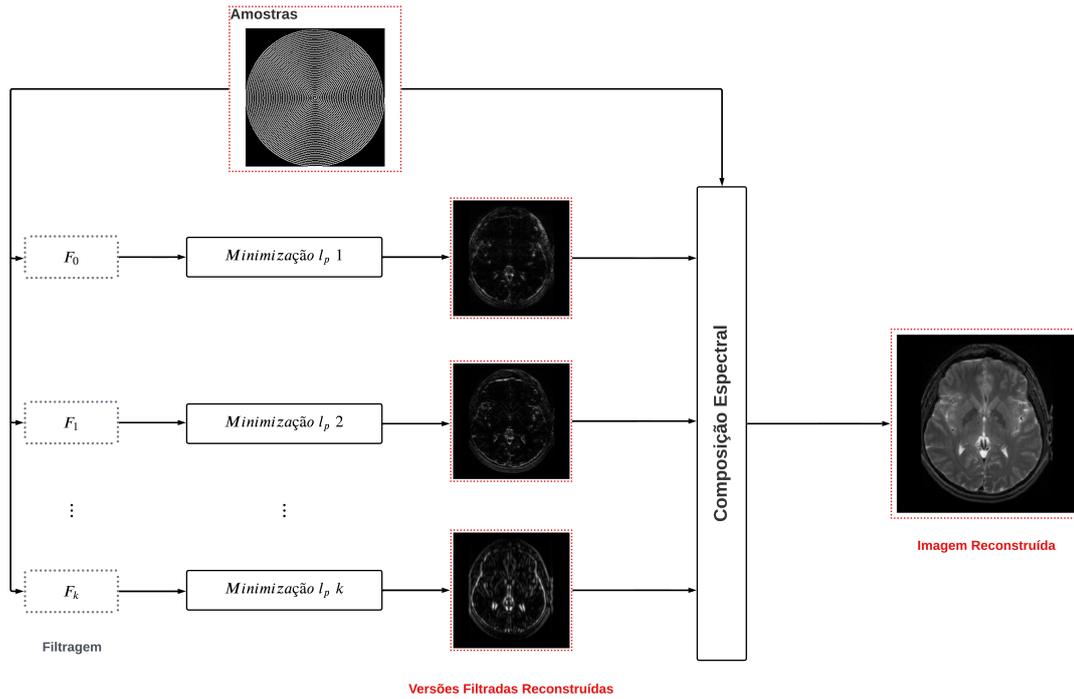


Figura 3.10. Estrutura Geral da formação de imagens ressonância por CS com pré-filtragem, ilustrando a formação de uma imagem final de MRI a partir das medidas extraídas e das versões filtradas esparsas reconstruídas.

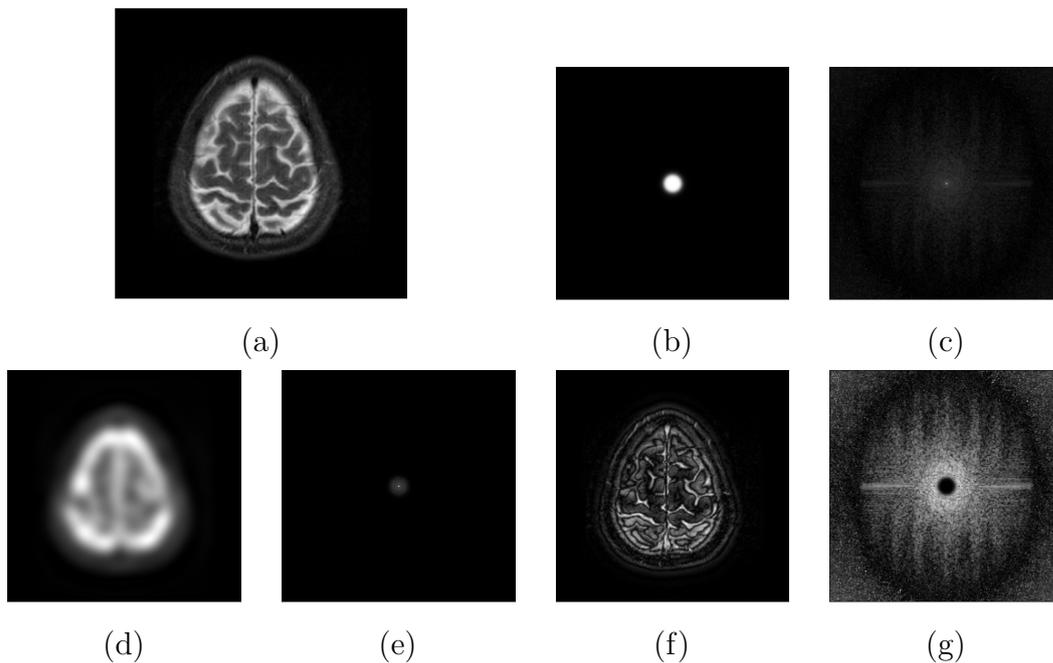


Figura 3.11. Demonstração do impacto na composição estrutural de uma imagem na seleção de diferentes faixas de frequências equidistantes do centro, sendo: (a) Imagem de Referência; (b) Máscara de Filtragem; (c) Espaço- k da imagem de referência; (d) Imagem resultante da filtragem pela Máscara; (e) Espaço- k resultante da filtragem pela Máscara; (f) Imagem resultante da filtragem pelo filtro complementar à Máscara apresentada e (g) Espaço- k resultante da filtragem da Máscara complementar.

Observa-se, portanto, que a qualidade final das reconstruções realizadas por CS depende intrinsecamente de uma escolha adequada de trajetória de amostragem. Para o caso do uso de pré-filtragem associado às técnicas de *Compressive Sensing*, isso se torna ainda mais sensível, uma vez que é necessário associar a forma de trajetória de amostragem com a cobertura espectral dos filtros selecionados. Essa relação de sobreposição e complementação entre trajetória e filtros é mostrado na figura 3.12.

As escolhas das famílias de filtros utilizadas no trabalho e seus potenciais esparsificantes, bem como os reflexos disso em termos de qualidade objetiva para a imagem resultante, serão temas a serem discutidos mais adiante.

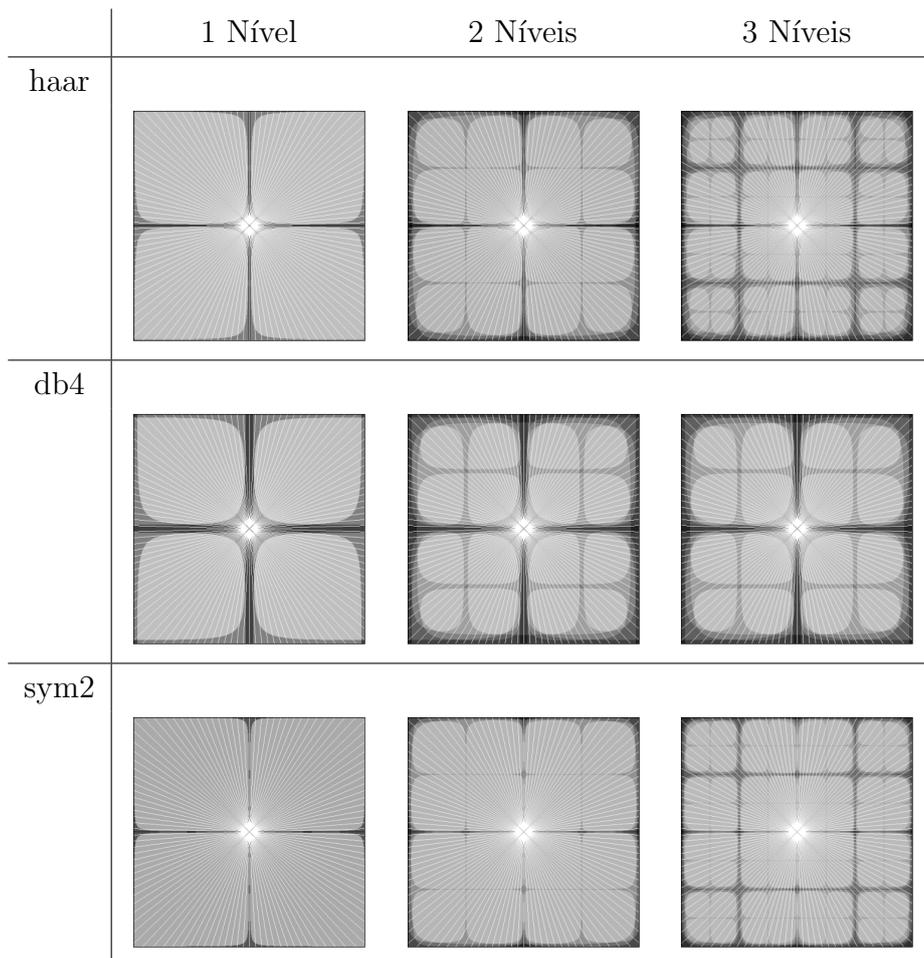


Figura 3.12. Sobreposição da ocupação de bandas limiarizadas de filtros *wavelets* com trajetória radial de 60 linhas, de 1 a 3 níveis de decomposição e 3 famílias de filtros distintas.

3.3 Eficiência Computacional de CS com Pré-Filtragem

Sob aspectos de desempenho, pode-se pensar que o método de CS com pré-filtragem é computacionalmente mais custoso devido às múltiplas reconstruções de versões filtradas da imagem de referência. No entanto, essa impressão não se confirma. Dentro do algoritmo de *Compressive Sensing*, é comum realizar operações matriciais complexas, como multiplicações e inversões, em várias iterações.

A realização de uma reconstrução por minimização baseada em uma matriz de transformação esparsificante única requer um nível razoável de poder computacional para aplicações práticas. Em contraste, ao realizar as reconstruções pré-filtradas, não há a necessidade de usar uma matriz de transformação, pois o resultado final das versões filtradas tende a ser, em princípio, uma imagem esparsificada. Isso alivia o esforço computacional, e as reconstruções das versões filtradas são mais rápidas do que no caso anterior. Portanto, apesar da necessidade de várias execuções das funções de minimização no método de pré-filtragem, não há um aumento proibitivo do volume computacional, mantendo um nível similar de eficiência em termos de tempo de processamento.

3.4 Banco de Dados

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos da base de dados BIRN, que inclui imagens de pesquisas sobre diversas doenças e transtornos cerebrais, como a doença de Alzheimer, a doença de Parkinson e a esquizofrenia. Nos testes de simulação, foram empregadas aproximadamente 100 imagens distintas geradas a partir de imagens ponderadas em T2 do crânio, provenientes de cortes axiais do cérebro de participantes voluntários, capturadas por uma máquina de ressonância magnética (MRI) [5]. A Figura 3.3 apresenta um pequeno subconjunto dessas imagens, que são cortes de diferentes porções de uma varredura cerebral de um indivíduo.

As imagens de MRI de cérebros são estruturalmente desafiadoras para processos de reconstrução devido às regiões de contornos muito bem definidos e à complexidade anatômica da região. Ao mesmo tempo, considerando o objetivo de realizar uma avaliação comparativa extensa entre diferentes famílias de filtros, adicionar imagens de mais tipos de regiões anatômicas a esse processo se tornaria impraticável.

3.4.1 Hardware e Algoritmos Disponíveis

Para a execução deste trabalho, foi adotado o processamento em nuvem exclusivamente, utilizando a plataforma 'Google Colab'. Essa escolha proporcionou facilidades como acionamento remoto dos algoritmos em Python, além de facilitar o compartilhamento e a colaboração entre os membros do projeto. O armazenamento dos dados coletados também foi mantido na nuvem, utilizando o Google Drive para essa finalidade. Essa abordagem foi selecionada por motivos práticos, visando acelerar os testes e facilitar o armazenamento dos dados extraídos.

O hardware disponível na plataforma varia de acordo com a disponibilidade e os planos de assinatura mensal. Em geral, é oferecida uma CPU básica dual-core de cerca de 1.3 GHz e aproximadamente 24 GB de memória RAM. As GPUs disponíveis incluem opções da Nvidia, como Tesla T4, Tesla V100 e Tesla A100, projetadas especialmente para tarefas de larga escala e alta demanda de memória gráfica, com acesso prioritário para assinantes dos planos pagos. Para obter mais informações, é possível consultar a página online da plataforma em colab.research.google.com.

Para o trabalho, utilizamos os algoritmos de pré-filtragem disponíveis previamente pelo grupo de trabalho, desenvolvidos em Python3 na maior parte do tempo. Para a criação dos filtros *CompSpinB0*, empregamos um algoritmo simplificado de iterações sucessivas para gerar os filtros em diferentes níveis variáveis possíveis. Além disso, os filtros base de decomposição, utilizados nos algoritmos de pré-filtragem, foram extraídos de bibliotecas disponíveis no MATLAB e armazenados em arquivos legíveis para Python. Isso facilitou a integração desses dados com os códigos em Python, permitindo a utilização conjunta dos algoritmos disponíveis previamente e os desenvolvimentos realizados durante o período de trabalho.

3.4.2 Simulação de Amostragem

Dado que, para este trabalho, temos acesso apenas a imagens previamente adquiridas, torna-se necessário realizar simulações sintéticas. Para isso, a extração de amostras a partir das imagens já formadas é uma maneira de simular a aquisição das medidas realizadas pelas bobinas da máquina de ressonância e a respectiva codificação de fase e frequência.

Para realizar essas simulações, utilizando as imagens de referência previamente reconstruídas em tons de cinza em uma escala de 0 a 255 em valores inteiros, ou equivalente de 0 a 1 em coeficientes de ponto flutuante, é realizada a FFT sobre essa imagem. Isso gera

uma matriz correspondente ao espectro em frequência, equivalente ao espaço- k . Dessa forma, podemos realizar testes programados sem a necessidade de utilizar maquinários de MRI, tampouco realizar a aquisição de dados de forma convencional.

Uma vez escolhidas as trajetórias de amostras, em uma matriz de dimensões equivalentes às da imagem de MRI, é montada uma máscara de amostragem, semelhante às mostradas nas figuras 3.14 e 3.15, para diferentes formas de trajetórias e quantidades de amostrais. A partir dessas máscaras, podemos filtrar o domínio em frequência da imagem e coletar as amostras pretendidas, simulando assim o processo de amostragem realizado pela máquina de MRI. Logicamente, os demais coeficientes de frequência são completamente descartados para induzir uma situação de amostragem parcial do espaço- k nos testes de reconstrução. A máscara, por sua vez, desempenha um papel na composição final das imagens, indicando as coordenadas de amostragem dentro do espaço- k .

3.4.3 Adaptações e Mudanças de Algoritmos

No início dos estudos que deram origem a este trabalho, iniciamos as primeiras reconstruções de imagens reais de ressonância e sintéticas, como o fantoma de Shepp-Logan, mostrado na figura 3.13. Isso nos proporcionou acesso aos algoritmos de minimização de ℓ_p p disponíveis por meio do grupo de trabalho formado pelo professor Cristiano Jacques Miosso, também orientador deste trabalho.

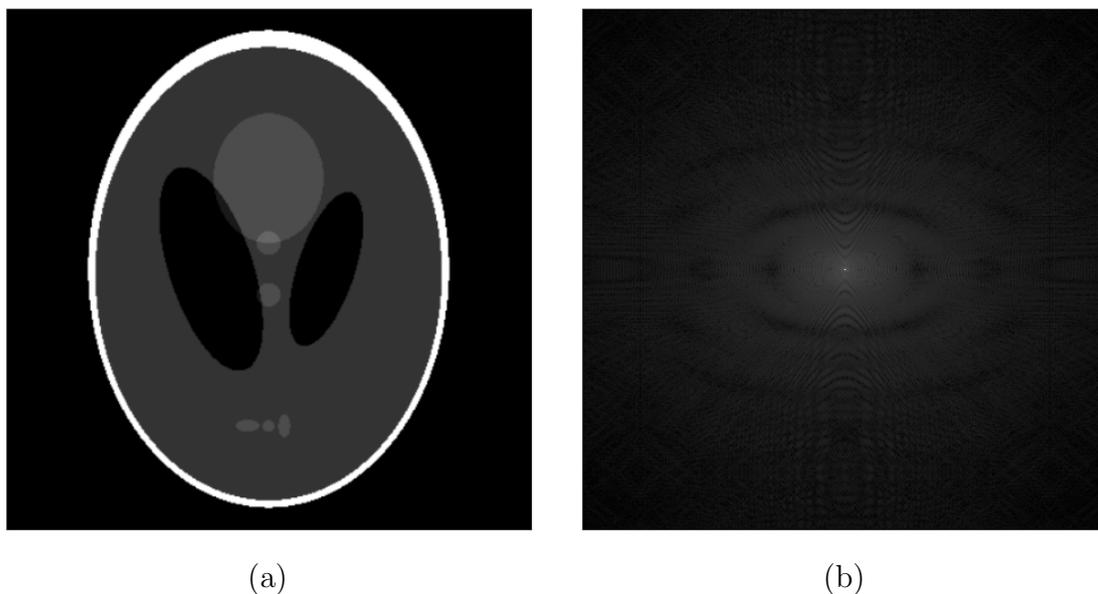


Figura 3.13. (a) Fantoma de Shepp-Logan e (b), sua representação no espaço- k .

Durante esse processo inicial de testes, ao executarmos o código original várias vezes,

observamos uma ineficiência geral do algoritmo em sua execução, levando a uma reconstrução simples que demorava mais de um minuto. Considerando que o escopo do trabalho envolve a comparação de resultados de milhares de reconstruções distintas. Assim, o primeiro passo adotado foi a substituição das funções da biblioteca "Numpy" pelas da biblioteca "Cupy", que permite a execução acelerada por unidades gráficas paralelizadas de cálculos vetorizados em modelos de GPUs da Nvidia. Para realizar essa transição de bibliotecas, foi necessário realizar algumas adaptações para comportar as diferentes funcionalidades entre elas. Felizmente, esse processo é facilitado pela semelhança semântica e funcional entre os módulos presentes em ambos os frameworks.

Após a bem-sucedida adaptação para execução dos códigos em GPU, outro gargalo foi encontrado no código disponibilizado, na etapa de composição espectral, processo final das reconstruções de CS com pré-filtragem, resultando em tempos ainda maiores para execução do que as versões sem adaptações. Essa ineficiência derivava do fato de que a função responsável pela composição das imagens possuía um *loop-for*. Mesmo que estivesse, de fato, sendo executado pela GPU, os cálculos estavam inseridos na estrutura sequencial e processado em apenas um núcleo de processamento da placa gráfica, que tipicamente possui frequências de *clock* inferiores às presentes em CPUs. Além disso, por características da linguagem Python, execuções em *loop* são especialmente ineficientes em comparação com linguagens compiladas, como C e C++. Para contornar esse problema, foi necessário adaptar os comandos do algoritmo de composição espectral para que os cálculos necessários fossem realizados de forma vetorizada, permitindo uma execução eficiente em GPU.

3.4.4 Ganhos de Desempenho

Para evidenciar os ganhos obtidos com essas modificações, realizamos testes de minimização com imagens reais e fantasmas, medindo o tempo total gasto para cada reconstrução de imagens. Para esses testes temporais, optamos por utilizar a família de filtros de Haar, com apenas um nível de decomposição. Portanto, foram realizadas 3 minimizações, uma para cada filtro gerado.

Utilizamos uma trajetória radial com 100 linhas radiais. Para uma imagem de 256x256, isso equivale a uma amostragem percentual de aproximadamente 35.05% dos coeficientes disponíveis. No caso de uma imagem de 512x512, é equivalente a 18.3% de amostras extraídas do espaço- k .

Assim, medimos o tempo gasto para a reconstrução total da imagem em uma nova versão, pelo método de CS com pré-filtragem, bem como tempo gasto na composição

espectral. Investigamos três casos específicos: o uso de CPU como componente principal para a execução do código, sem vetorização; o uso de CPU com vetorização na parte de composição espectral; e o uso de GPU para execução, juntamente com vetorização. Não foi necessário realizar medições para o caso de uso de GPU associado à versão não vetorizada da composição espectral, uma vez que os loops presentes são executados sequencialmente pela GPU. No entanto, como já mencionado, isso é extremamente ineficiente em Python, e, portanto, foge ao escopo do presente trabalho realizar medições precisas de tempo para execução em um caso tão extrapolado.

3.4.4.1 Hardware de Teste

Para os teste de tempo mostrados, utilizamos da mesma plataforma mencionada anteriormente, o Google Colab. Como nesta plataforma os códigos são executados em nuvem, com hardware disponível por provedor externo, é possível ter acesso à diversos componentes de hardware. Como a disponibilidade de acesso aos computadores virtuais varia entre os períodos da semana, principalmente quanto ao acesso a GPUs mais poderosas, foi necessário normalizar o hardware de teste a um nível mais básico. Portanto, utilizamos da seguinte configuração de componentes:

- CPU: 2-Core, 1.3GHz, 64-Bit, x86;
- Memória: 24GB DDR4;
- GPU: Nvidia Tesla T4 15Gb GDDR6;
- Armazenamento: 128GB.

3.4.4.2 Resultados

Portanto, os resultados medidos podem ser visualizados nas tabelas 3.1 e 3.2 , a seguir.

Tabela 3.1. Tempo de execução médio para reconstruções de imagens reais de MR, para diferentes formas de algoritmos e Hardware. nota: Os tempos de reconstruções da Minimização de l_p são os tempos médios para a reconstrução de uma versão filtrada individualmente. Portanto, o tempo total de execução, depende da quantidade de níveis de decomposição empregados, pois haverá a necessidade de realizar uma reconstrução para cada filtro.

Vetorização	Hardware	Algoritmo	Tempo Médio de Execução
Não Vetorizada	CPU	Composição Espectral	2697.7 ms
		Minimização l_p	16.970 s
Vetorizada	CPU	Composição Espectral	61.831 ms
		Minimização l_p	18.169 s
	GPU	Composição Espectral	3.532 ms
		Minimização l_p	3.662 s

Tabela 3.2. Intervalo de tempo gasto nas reconstruções de versões de tamanho 256x256 e 512x512 do Fantoma de Shepp-Logan em diferentes condições de Hardware e Software.

Hardware	Algoritmo	Tempo de Execução (s)	
		256x256	512x512
CPU	Composição Espectral (Não Vetorizada)	1.863	14.926
	Minimização l_p (Média p/ cada ver. Filtrada)	13.299	45.930
GPU	Composição Espectral (Vetorizada)	0.0041	0.0050
	Minimização l_p (Média p/ cada ver. Filtrada)	2.746	3.889

3.5 Experimentos

Neste momento, entraremos no t3pico de experimentos. Dessa forma, esta se33o 3 dedicada a explicar os testes realizados, os dados utilizados e os procedimentos adotados para a confec33o dos resultados, bem como descrever programas escritos referentes a este presente trabalho.

3.5.1 Testes Preliminares

Primeiramente, para todos os experimentos realizados presentes no presente trabalho, foram extra3das imagens da base de dados BIRN, que fornece imagens de resson3ncia magn3tica de cabe3a de alta resolu3o. No entanto, como padr3o, para todos os testes realizados, estabeleceu-se que a resolu3o de imagem seria de 256x256, uma vez que essa resolu3o em espec3fico 3 capaz de conservar boa qualidade de detalhes e contraste dos exames de RM, mantendo, ao mesmo tempo, um n3vel de exig3ncia computacional razo3vel, levando em considera3o o volume de trabalho devido 3 quantidade de imagens e poder computacional acess3vel no momento dos experimentos, seja dentro das disponibilidades de tempo permitida pela plataforma utilizada ou o hardware dispon3vel propriamente dito.

Assim, para os experimentos preliminares, selecionou-se um conjunto reduzido de imagens da base de dados a fim de testar os algoritmos programados, analisar resultados sob m3tricas objetivas e subjetivas. Dessa forma, seria poss3vel remodelar os c3digos na medida do necess3rio e desenvolver melhores crit3rios de sele3o das fam3lias de filtros utilizados nos demais experimentos realizados. Entretanto, foi selecionado um conjunto mais amplo de fam3lias de filtros, dentre as dispon3veis, para a realiza3o dos primeiros testes. Tamb3m foram utilizadas poucas variantes de trajet3rias, nesse caso, apenas a espiral, com pouca varia3o na quantidade relativa de medidas extra3das.

3.5.2 Testes Exensivos

Outro aspecto julgado essencial para que se possa oferecer uma vis3o mais ampla do uso de filtros multin3veis em pr3-filtragem para *Compressive Sensing* 3 o comportamento da qualidade final da imagem gerada em fun3o da quantidade de medidas. Sendo assim,

foi proposta a realização de experimentos em que, para imagens da mesma base de dados, avaliássemos os resultados em termos de métricas objetivas com método de pré-filtragem de acordo com a quantidade relativa, percentual, de amostras usadas da imagem original. Nesse caso, optou-se por selecionar tanto famílias de filtros conhecidas da literatura e aplicadas em outros contextos de processamento de sinais e imagens, como também consideramos a utilização de famílias que obtiveram resultados de maior qualidade de reconstrução nos testes prévios.

Nesses testes, dada a necessidade de dar mais passos, porém mais curtos, em relação à quantidade de medidas para a formação dos gráficos de qualidade por amostras, foi necessário restringir não apenas a quantidade de famílias de filtros utilizadas, mas também a quantidade de imagens de MRI. Nesse caso, foi montado um conjunto de apenas 20 imagens para os experimentos dessa parte. Também, nesse caso, não houve variação no tipo de trajetória amostral em diferentes porções de teste, sendo utilizado apenas a espiral para a realização de todo o conjunto desses testes. Da mesma forma, não há variação da quantidade de braços em espiral. A variação da quantidade relativa de amostras na simulação se dá unicamente na variação da quantidade de voltas.

Como mencionado anteriormente, uma vez determinada a família de filtros para a realização da reconstrução de uma imagem por CS, não fazemos uso dos filtros com banda de passagem concentrada nas baixas frequências.

Assim, para demonstrar tal efeito, alguns comparativos visuais são mostrados nessa parte, como forma de demonstração de tal influência. Nessa parte, o foco primário é apenas comparar os efeitos visuais aparentes para cada tipo de amostragem. Junto a isso, são medidas métricas objetivas como forma de auxílio em análise. Portanto, são realizadas algumas reconstruções de exemplo, para efeito de exemplificação, sem a utilização de uma grande quantidade de imagens e famílias de filtros de decomposição. Até mesmo porque tais diferenças ficarão explícitas nos resultados na próxima sequência de testes.

A partir dos resultados dos experimentos preliminares, foi possível estabelecer de maneira mais precisa as famílias de filtros para um experimento de maior volume. Portanto, foi estabelecido um conjunto de testes de reconstruções com um total de 100 imagens de ressonância de cabeça. Para os objetos de teste, foram estabelecidas a escolha de diferentes famílias de filtros para realização dos testes sob parâmetros distintos a cada

reconstrução. Assim, testamos as reconstruções das imagens variando parâmetros individuais da seguinte maneira:

Para cada família de filtro testada, os níveis de iteração para os filtros de decomposição variam de 1 a 3; As trajetórias examinadas são do tipo radial e espiral; Para o caso radial a quantidade de linhas varia de 20 a 120, em passos de 20; Para o caso espiral a quantidade de braços varia entre 2 e 4 sempre, e a quantidade de voltas varia de 10 e 60, incrementado de 10 em 10 sempre.

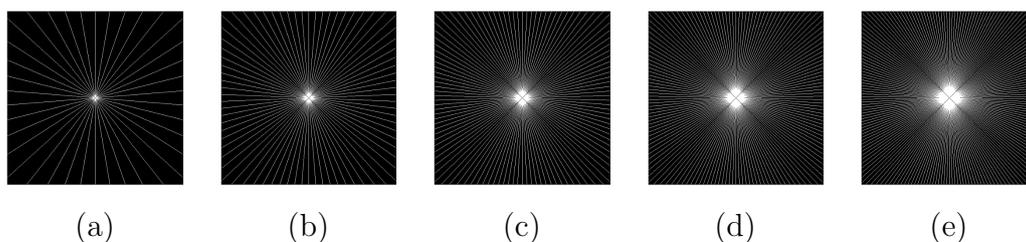


Figura 3.14. Para um grid 512x512, temos as amostragem em linhas radiais, das quais: a) 20 Linhas (3.7%); b) 40 Linhas (7.5%); c) 60 Linhas (11.2%); d) 80 Linhas (14.8%); e) 100 Linhas (18.3%). Para cada trajetória, há o número de linhas radiais e, entre parênteses, temos o percentual de amostragem.

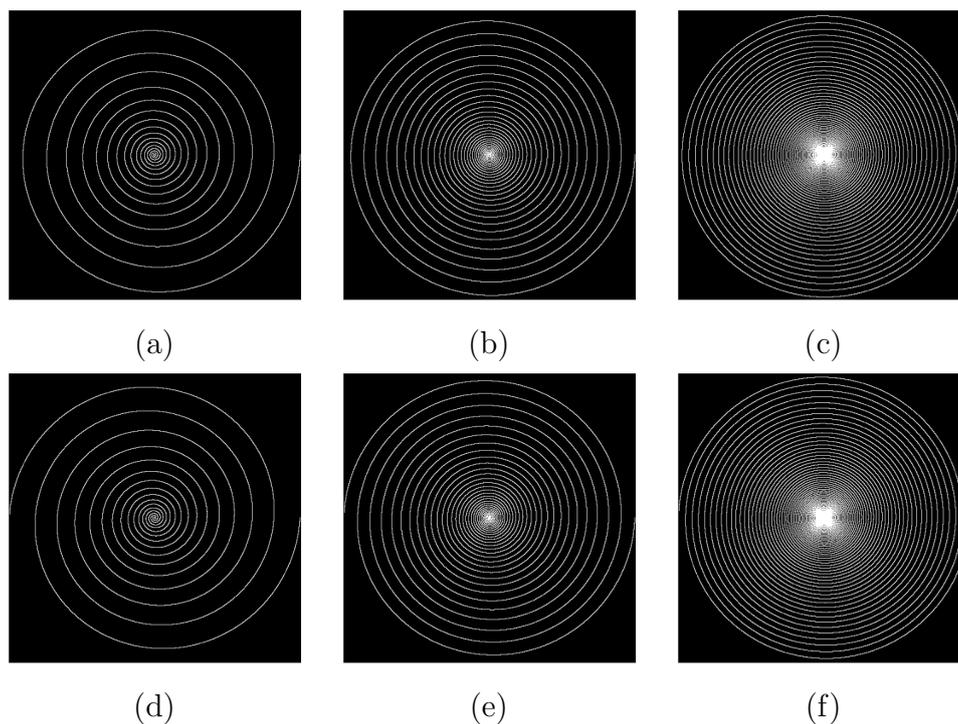


Figura 3.15. Considerando um grid de 512x512 com as presentes trajetórias em espiral, sendo: a) 1 Braço(s), 16 Voltas (3.5%); b) 1 Braço(s), 32 Voltas (7.0%); c) 1 Braço(s), 64 Voltas (13.8%); d) 2 Braço(s), 8 Voltas (3.5%); e) 2 Braço(s), 16 Voltas (7.0%) e f) 2 Braço(s), 32 Voltas (13.9%). Para cada trajetório, é indicado, entre parênteses, o percentual de amostragem.

Portanto, para cada parâmetro de teste que é variado, os outros são mantidos integralmente. Nesse sentido, o objetivo é poder avaliar ao final a influência de cada aspecto mencionado sobre as métricas estabelecidas. Assim como nos experimentos anteriores, para cada versão de uma imagem reconstruída, é medido os níveis de SNR e SSIM entre a versão original e suas respectivas versões reconstruídas.

3.5.3 Testes Estatísticos

Como parte final dos trabalhos realizados, surgiu a necessidade de validar os resultados obtidos, considerando o grande volume de dados obtidos. Assim, foi elaborada uma sequência de testes estatísticos a fim de poder tomar considerações sobre os dados obtidos. Os testes de hipótese surgem da necessidade de validar, ou não, a qualidade dos resultados dos testes anteriormente descritos.

Como mencionado, esses testes são comparativos estatísticos entre pares de resultados para cada tipo e quantidade de amostras recolhidas pelas simulações de reconstrução. Em suma, para cada par de resultados selecionados, há uma série em sequência de testes estatísticos a serem realizados. Primeiramente, realizam-se testes de hipótese nula para avaliar. A depender dos resultados, o próximo passo inclui a aplicação de testes paramétricos ou não paramétricos para avaliar, por fim, a significância estatística da diferença entre resultados desse par de resultados.

Os procedimentos específicos adotados e os testes utilizados serão explicitados na parte de resultados. Portanto, é possível chegar a melhores conclusões sobre a qualidade dos métodos e procedimentos empregados.

Considerando também que a quantidade de esforço computacional foi limitada em relação aos recursos disponíveis e ao tempo disponível nos experimentos anteriores, surge, portanto, também a necessidade de avaliar se a quantidade de imagens empregadas no estudo foi, de fato, adequada dentro dos objetivos propostos.

Assim, em caso de sucesso das avaliações por meio dos testes estatísticos, seria possível não somente obter conclusões abrangentes sobre os métodos empregados, mas também projetar passos futuros a serem adotados, a fim de dar prosseguimento a estudos posteriores correlatos a este, como é planejado.

Nesse caso, os testes estatísticos foram realizados apenas sobre os resultados de SNR obtidos nas reconstruções feitas. Como os resultados dos testes são apresentados na forma de figuras, é importante estar atento à forma correta de visualização dos dados,

para correto entendimento.

3.6 Métricas

Para avaliar objetivamente o desempenho dos resultados obtidos na reconstrução das imagens, são utilizadas as seguintes métricas:

3.6.1 SSIM

Structural Similarity Index (SSIM) é uma métrica perceptiva que quantifica a degradação da qualidade da imagem causada pelo processamento (como compressão de dados) ou perdas de transmissão de dados. Esta métrica é basicamente uma referência completa que requer 2 com certo nível de semelhança subjetiva. Assim, a SSIM é usada para avaliar a qualidade de imagens, comparando aspectos a estrutura da imagem original com a imagem alterada. Ele leva em consideração os componentes de luminância, contraste e estrutura [52].

$$SSIM(x, y) = l(x, y)c(x, y)s(x, y) \quad (3.1)$$

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + c_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1} \quad (3.2)$$

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + c_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2} \quad (3.3)$$

$$s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + c_3}{\sigma_x\sigma_y + c_3} \quad (3.4)$$

Considerando:

- μ_x, μ_y são as médias de x e y;
- σ_x, σ_y são os desvios padrão de x e y;
- σ_{xy} é a covariância entre x e y;
- c_1, c_2, c_3 são constantes para evitar divisões por zero e estabilizar o cálculo.

3.6.2 SNR

A SNR é a comparação entre o sinal emitido e o ruído presente na saída do equipamento. O termo representa a razão entre a potência daquele ruído indesejado e o sinal de áudio enviado.

$$SNR = 10 \log \frac{\sum_k x_k^2}{\sum_k (x_k - \hat{x}_k)^2} \quad (3.5)$$

Considerando:

- x_k é o valor de no coeficiente do sinal original no índice k ;
- \hat{x}_k é o valor de no coeficiente do sinal potencialmente corrompido no índice k ;

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Teste Iniciais de Famílias de Filtros

Com o intuito de realizar testes extensivos relacionados às famílias de filtros e à influência do uso de decomposições multiníveis em reconstruções de imagens de ressonância magnética, desejamos observar e selecionar inicialmente as famílias de filtros mais interessantes para conduzir testes mais amplos. Nesse sentido, foram realizados os testes preliminares que serão apresentados, visando demonstrar os potenciais de resultados para utilização em contextos de algoritmos de CS com pré-filtragem.

Em todas as reconstruções, foram utilizadas trajetórias de subamostragem do tipo espiral, com 2 braços. Foram testadas apenas três combinações de quantidades de amostras, realizando os testes com 30, 45 e 65 voltas, que representam a amostragem de aproximadamente 20%, 30% e 40%, respectivamente, do conjunto total de amostras no espaço- k .

Assim, foram medidas as métricas objetivas de SNR, em dB, e SSIM para um conjunto de diferentes famílias de filtros *wavelets* comumente utilizados em outros contextos de sinais. Para cada imagem testada e cada família de filtros, foi realizado o teste de reconstrução para 1, 2 e 3 níveis de decomposição. No total, para esses testes, foram utilizadas 40 imagens de ressonância distintas de cabeça em corte axial. As tabelas 4.2 e 4.1 apresentam a média das métricas aferidas entre as imagens.

Ainda em relação a esses aspectos das famílias de filtros *wavelets*, não necessariamente as de maiores métricas alcançadas, podemos selecionar, por exemplo, famílias de filtros que estejam presentes para efeito de comparação com o que é apresentado na literatura. Também podemos observar que algumas famílias são utilizadas em áreas correlatas, como processamento de imagens e compressão, sendo de interesse comum observar também esses tipos de filtros. Dito isso, esses aspectos, entre outros, devem ser observados em compromisso com as limitações computacionais, questões de tempo e disponibilidade humana para a realização dos testes presentes nesse trabalho.

Tabela 4.1. Resultados de SNR, em dB, para um conjunto de famílias de filtros para 3 níveis de amostragem, utilizando a trajetória espiral com diferentes quantidades de voltas por braço e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. Na Tabela, **Nt** é o número de voltas da trajetórias e **Nb**, o número de braços em espiral.

Filtros	Espiral (Nt = 30, Nb = 2)			Espiral (Nt = 45, Nb = 2)			Espiral (Nt = 65, Nb = 2)		
	1 Nível	2 Níveis	3 Níveis	1 Nível	2 Níveis	3 Níveis	1 Nível	2 Níveis	3 Níveis
haar	17.0	17.3	18.1	20.2	21.0	21.6	23.7	25.0	25.1
coif1	18.4	18.7	18.9	22.1	22.3	22.4	26.2	26.1	26.1
coif2	18.2	18.8	18.9	22.2	22.5	22.4	26.2	26.2	26.2
coif3	14.3	18.8	19.0	21.7	22.4	22.4	26.0	26.2	26.2
sym2	18.5	18.8	18.8	22.1	22.2	22.1	25.1	25.8	25.9
sym4	18.6	18.9	18.9	22.1	22.5	22.4	26.2	26.3	26.2
sym6	14.1	18.7	18.9	21.9	22.3	22.4	26.0	26.1	26.1
db3	18.8	18.9	18.9	22.3	22.3	22.4	25.9	26.2	26.2
db4	18.2	18.7	18.8	22.2	22.4	22.3	26.3	26.1	26.1
db5	17.3	18.7	18.8	22.0	22.3	22.3	26.0	26.1	26.1
bior2.4	18.7	18.6	18.2	22.2	22.3	21.7	25.9	26.1	25.8
bior2.6	18.6	18.7	18.8	22.2	22.3	22.4	25.8	26.1	26.2
bior2.8	18.6	18.7	18.9	22.1	22.3	22.4	26.0	26.2	26.2
rbio2.4	18.5	18.8	19.0	22.2	22.5	22.4	26.0	26.2	26.2
rbio2.6	16.0	18.7	18.8	21.9	22.3	22.3	25.8	26.1	26.1
rbio2.8	5.3	18.7	18.9	21.2	22.3	22.3	25.9	26.1	26.1

Tabela 4.2. Resultados de SSIM para um conjunto de famílias de filtros para 3 níveis de amostragem, utilizando a trajetória espiral com diferentes quantidades de voltas por braço e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. Na Tabela, **Nt** é o número de voltas da trajetórias e **Nb**, o número de braços em espiral.

Filtros	Espiral (Nt = 30, Nb = 2)			Espiral (Nt = 45, Nb = 2)			Espiral (Nt = 65, Nb = 2)		
	1 Nível	2 Níveis	3 Níveis	1 Nível	2 Níveis	3 Níveis	1 Nível	2 Níveis	3 Níveis
haar	0.900	0.904	0.919	0.949	0.956	0.964	0.975	0.982	0.983
coif1	0.919	0.925	0.927	0.963	0.965	0.966	0.984	0.984	0.989
coif2	0.910	0.927	0.926	0.965	0.965	0.964	0.985	0.983	0.983
coif3	0.767	0.924	0.925	0.958	0.963	0.963	0.984	0.983	0.983
sym2	0.929	0.934	0.929	0.975	0.968	0.986	0.980	0.984	0.986
sym4	0.918	0.931	0.928	0.970	0.966	0.965	0.985	0.984	0.984
sym6	0.759	0.925	0.927	0.961	0.964	0.964	0.984	0.983	0.983
db3	0.928	0.927	0.928	0.966	0.965	0.966	0.983	0.985	0.985
db4	0.913	0.928	0.926	0.965	0.966	0.965	0.985	0.984	0.984
db5	0.876	0.926	0.925	0.964	0.965	0.964	0.984	0.984	0.984
bior2.4	0.925	0.923	0.908	0.965	0.964	0.956	0.983	0.983	0.981
bior2.6	0.924	0.923	0.922	0.964	0.963	0.963	0.983	0.983	0.983
bior2.8	0.924	0.923	0.923	0.964	0.962	0.962	0.983	0.982	0.982
rbio2.4	0.918	0.926	0.927	0.964	0.966	0.966	0.984	0.984	0.984
rbio2.6	0.834	0.924	0.924	0.961	0.964	0.964	0.983	0.983	0.983
rbio2.8	0.415	0.922	0.925	0.948	0.962	0.963	0.982	0.983	0.983

4.2 Efeito dos Níveis de Decomposição em Função da Quantidade de Amostras

No intuito de verificar o efeito da relação entre níveis de decomposição dos filtros iterados e a quantidade relativa de amostras. Nesse sentido, é possível verificar

Neste teste, por questões limitações de tempo e poder computacional e afim de obtermos maiores pontos de diferentes quantidades de amostras, foram restringidos a algumas famílias significativas de filtros. No primeiro teste, utilizamos os filtros de Haar e Daubchies 4, filtros comumente utilizados no contexto de processamento e compressão de imagens e outros tipos de sinais. Também selecionamos testes . Por isso, com essa eficiência demonstrada, e sua significância demonstrativa foram selecionados.

Observando os resultados obtidos pelos, tanto nos gráficos comparativos dos filtros de Haar com os de Daubchies 4, quanto nos resultados comparativos das famílias Coiflet 1 e Symlet 2, observamos comportamentos compatíveis com as expectativas. Nesse sentido, em termos de SSIM, podemos observar que a medida que aumentamos a quantidade relativa de amostras em termos de percentual, seja as famílias de filtros ou o número de decomposições, não mostram diferença significativa, com todos se aproximando do limite superior desse tipo de métrica. Porém, quando temos um número menor de medidas, podemos notar que nos testes que em geral, certas famílias possuem vantagem, porém na maioria dos casos, . Ainda assim, podemos notar um aumento da qualidade das reconstruções realizadas quando tomamos uma menor quantidade de coeficientes extraídos.

Complementarmente a isso, quando observamos os resultados em termos de SNR, podemos notar esse efeito de ganho em termos de métricas com a utilização de níveis de decomposições maiores que 1, principalmente quando temos uma quantidade de medidas relativamente menor. Essa vantagem, porém, diminui progressivamente com o aumento da quantidade medidas, entre os filtros de mesma família. No entanto, neste caso, é possível notar algo diferente: nota-se que há a possibilidade de ainda haver certa vantagem persistente dentre uma família mesmo com o aumento na quantidade de medidas extraídas. Nesse sentido, por esses resultados somente, podemos analisar que existem famílias mais apropriadas para certos tipos de imagens e que o aumento dos níveis de decomposição não necessariamente compensa a seleção de um filtro apropriado para certas imagens. Portanto, em geral, podemos crer que os níveis de decomposição potencializam os efeitos de esparcificação de uma família de filtros, levando a certos níveis de ganhos de qualidade objetiva.

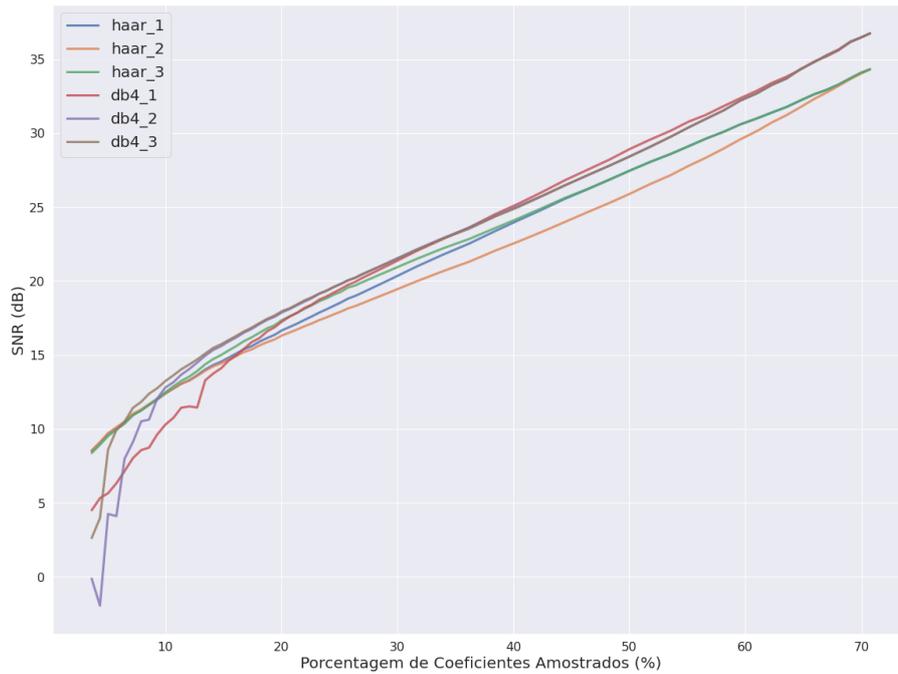


Figura 4.1. Gráfico de Resultados de SNR, em dB, de Reconstruções com uso de CS com Pré-Filtragem em Função da Porcentagem de Coeficientes Extraídos do K-Space, para Famílias de Filtros Haar e Daubechies 4 em 3 níveis diferentes de decomposições.

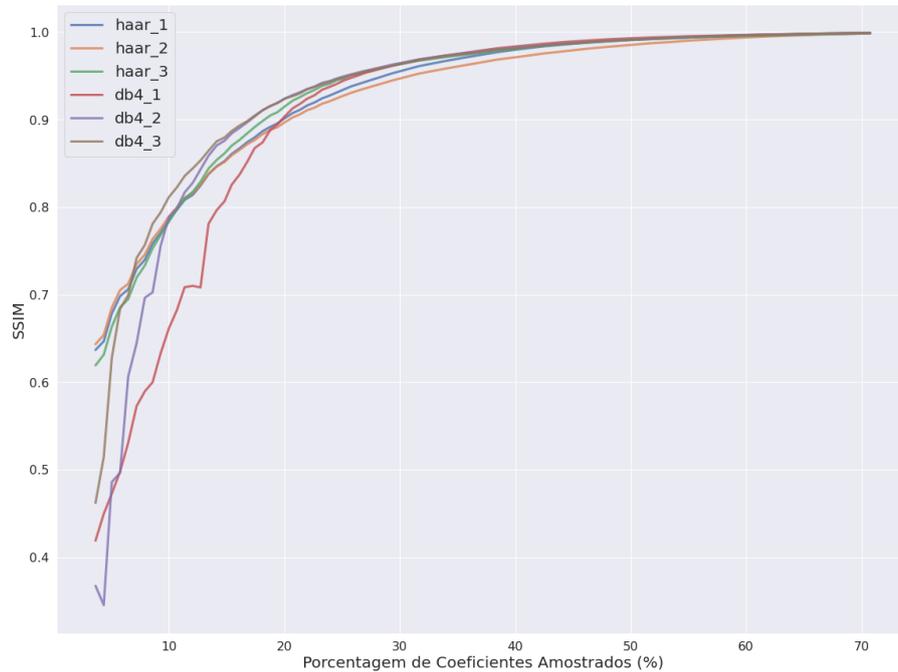


Figura 4.2. Gráfico de Resultados de SSIM de Reconstruções com uso de CS com Pré-Filtragem em Função da Porcentagem de Coeficientes Extraídos do K-Space, para Famílias de Filtros Haar e daubechies 4 em 3 níveis diferentes de decomposições.

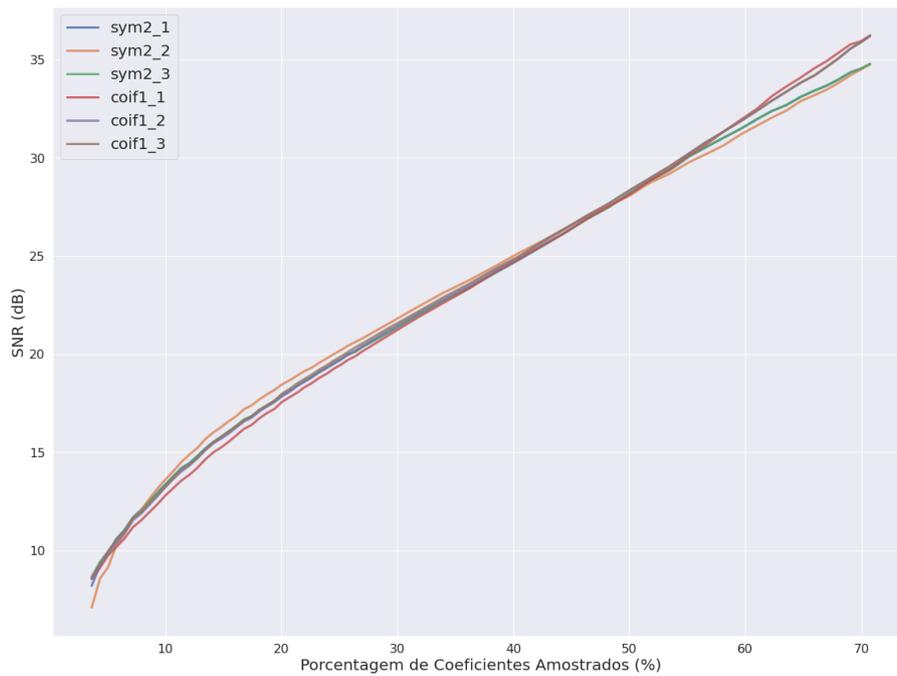


Figura 4.3. Gráfico de Resultados de SNR, em dB, de Reconstruções com uso de CS com Pré-Filtragem em Função da Porcentagem de Coeficientes Extraídos do K-Space, para Famílias de Filtros Coiflet 1 e Symlet 2 em 3 níveis diferentes de decomposições.

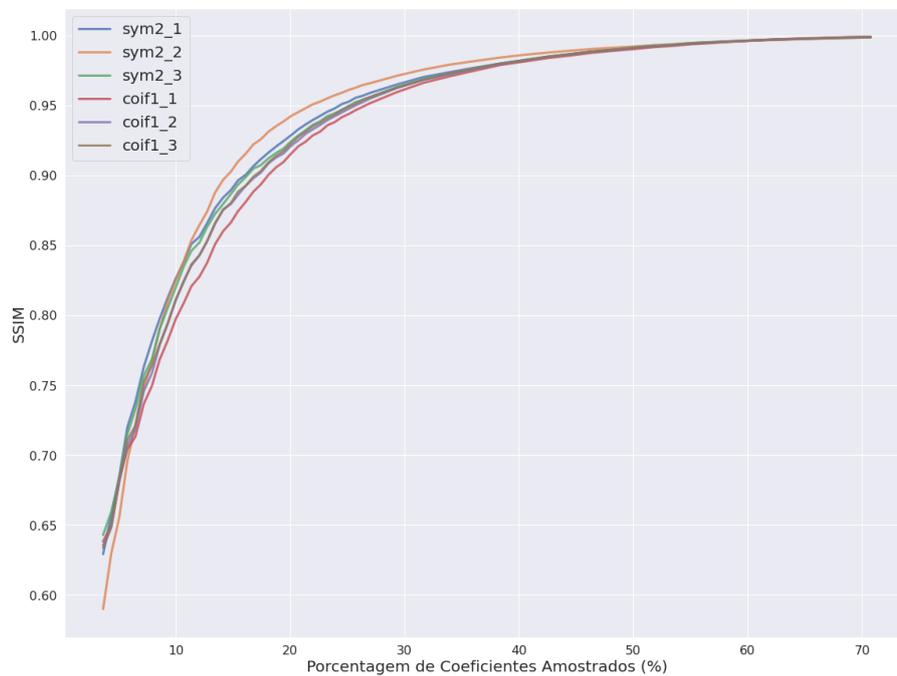


Figura 4.4. Gráfico de Resultados de SNR, em dB, de Reconstruções com uso de CS com Pré-Filtragem em Função da Porcentagem de Coeficientes Extraídos do K-Space, para Famílias de Filtros Coiflet 1 e Symlet 2 em 3 níveis diferentes de decomposições.

Por outro lado, em uma segunda rodada dos mesmos testes, foram selecionados agora os filtros Symlets 2 e Coiflets 1, pois se mostraram candidatos de potencial significativo indicado nos testes anteriores e será evidenciado ainda mais na próxima seção.

Esses testes foram realizados fazendo uso da trajetória espiral, na forma de crescimento exponencial dos braços, como explicado nas seções anteriores. Nesse caso, sempre com uso de 2 braços. Portanto, o aumento da quantidade de amostras se deu pelo aumento da quantidades de voltas dadas por cada braço.

O resultado é apresentado nas figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4, sendo eles uma média dos resultados para 20 diferentes imagens de ressonância de cabeça em corte axial.

4.3 Efeito das Combinações de Filtros, Níveis de Decomposição e Trajetória Amostral

Dado o conjunto de testes prévios, decidimos estender nossa análise para observar uma variedade mais ampla de combinações de diferentes condições de reconstrução, buscando uma compreensão mais abrangente na composição dos resultados deste trabalho. No entanto, optamos por uma seleção mais enxuta de famílias de filtros, sempre considerando os efeitos de decomposições para três níveis diferentes em todos os testes.

Para esses testes, utilizamos trajetórias de subamostragem do tipo radial e espiral, abrangendo diferentes percentuais de amostras, em um conjunto mais amplo do que nos primeiros testes apresentados. No caso das trajetórias radiais, variamos de 20 a 120 linhas radiais. Para as amostras tomadas em trajetória espiral, testamos diferentes composições de números de braços e voltas. Da mesma forma que apresentado anteriormente, utilizamos um conjunto de 100 imagens de ressonância de cabeça em corte axial, com resolução de 256x256. Os resultados para o uso da trajetória em espiral foram colocados em apêndice. As tabelas 4.4 e 4.3 fornecem detalhes adicionais. A Figura 4.5 exemplifica os resultados de reconstrução de uma imagem de MRI para algumas famílias de filtros e diferentes níveis de decomposição.

Tabela 4.3. Resultados de SNR, em dB, para um conjunto de famílias de filtros, utilizando a trajetória radial com diferentes quantidades de linhas e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. O subscrito ao lado dos nomes de cada filtro informam a quantidade de níveis de decomposição utilizados

	20 Linhas	40 Linhas	60 Linhas	80 Linhas	100 Linhas	120 Linhas
% smp	7.64	14.96	21.96	28.66	35.05	41.12
haar ₁	11.2	14.0	16.2	18.1	19.8	21.4
haar ₂	11.1	13.9	16.2	18.4	20.4	22.4
haar ₃	10.9	14.1	16.9	19.4	21.3	22.8
coif1 ₁	11.3	14.5	17.3	19.7	21.6	23.2
coif1 ₂	11.7	15.0	17.4	19.6	21.6	23.3
coif1 ₃	11.7	15.1	17.6	19.9	21.7	23.4
sym2 ₁	11.0	14.8	17.2	19.0	20.4	22.0
sym2 ₂	11.7	15.0	17.8	20.1	21.9	23.4
sym2 ₃	11.8	15.3	17.7	19.8	21.6	23.2
db3 ₁	7.7	14.0	17.2	19.4	21.1	22.6
db3 ₂	11.1	14.9	17.5	19.7	21.5	23.2
db3 ₃	11.7	15.0	17.7	19.8	21.7	23.4
db4 ₁	6.3	9.8	15.0	18.7	21.0	22.9
db4 ₂	7.6	14.7	17.5	19.8	21.7	23.4
db4 ₃	11.6	15.2	17.7	19.8	21.6	23.3
bior2.8 ₁	11.3	14.7	17.2	19.5	21.4	23.0
bior2.8 ₂	11.6	14.9	17.5	19.7	21.5	23.2
bior2.8 ₃	11.7	15.1	17.6	19.8	21.7	23.4

Tabela 4.4. Resultados de SSIM, para um conjunto de famílias de filtros, utilizando a trajetória radial com diferentes quantidades de linhas e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. O subscrito ao lado dos nomes de cada filtro informam a quantidade de níveis de decomposição utilizados.

	20 Linhas	40 Linhas	60 Linhas	80 Linhas	100 Linhas	120 Linhas
% smp	7.64	14.96	21.96	28.66	35.05	41.12
haar ₁	0.716	0.792	0.851	0.895	0.923	0.943
haar ₂	0.706	0.786	0.851	0.899	0.931	0.954
haar ₃	0.688	0.791	0.870	0.923	0.948	0.960
coif1 ₁	0.716	0.808	0.881	0.928	0.950	0.963
coif1 ₂	0.732	0.826	0.881	0.923	0.949	0.963
coif1 ₃	0.726	0.828	0.886	0.929	0.950	0.965
sym2 ₁	0.686	0.803	0.86	0.887	0.902	0.915
sym2 ₂	0.728	0.824	0.894	0.935	0.955	0.965
sym2 ₃	0.729	0.840	0.893	0.929	0.949	0.963
db3 ₁	0.583	0.782	0.876	0.92	0.942	0.957
db3 ₂	0.701	0.820	0.885	0.926	0.946	0.963
db3 ₃	0.727	0.825	0.889	0.927	0.950	0.965
db4 ₁	0.496	0.626	0.797	0.900	0.938	0.959
db4 ₂	0.586	0.812	0.884	0.926	0.950	0.964
db4 ₃	0.722	0.829	0.890	0.927	0.949	0.963
bior2.8 ₁	0.712	0.813	0.874	0.92	0.946	0.960
bior2.8 ₂	0.721	0.818	0.884	0.923	0.946	0.961
bior2.8 ₃	0.727	0.826	0.885	0.924	0.948	0.964

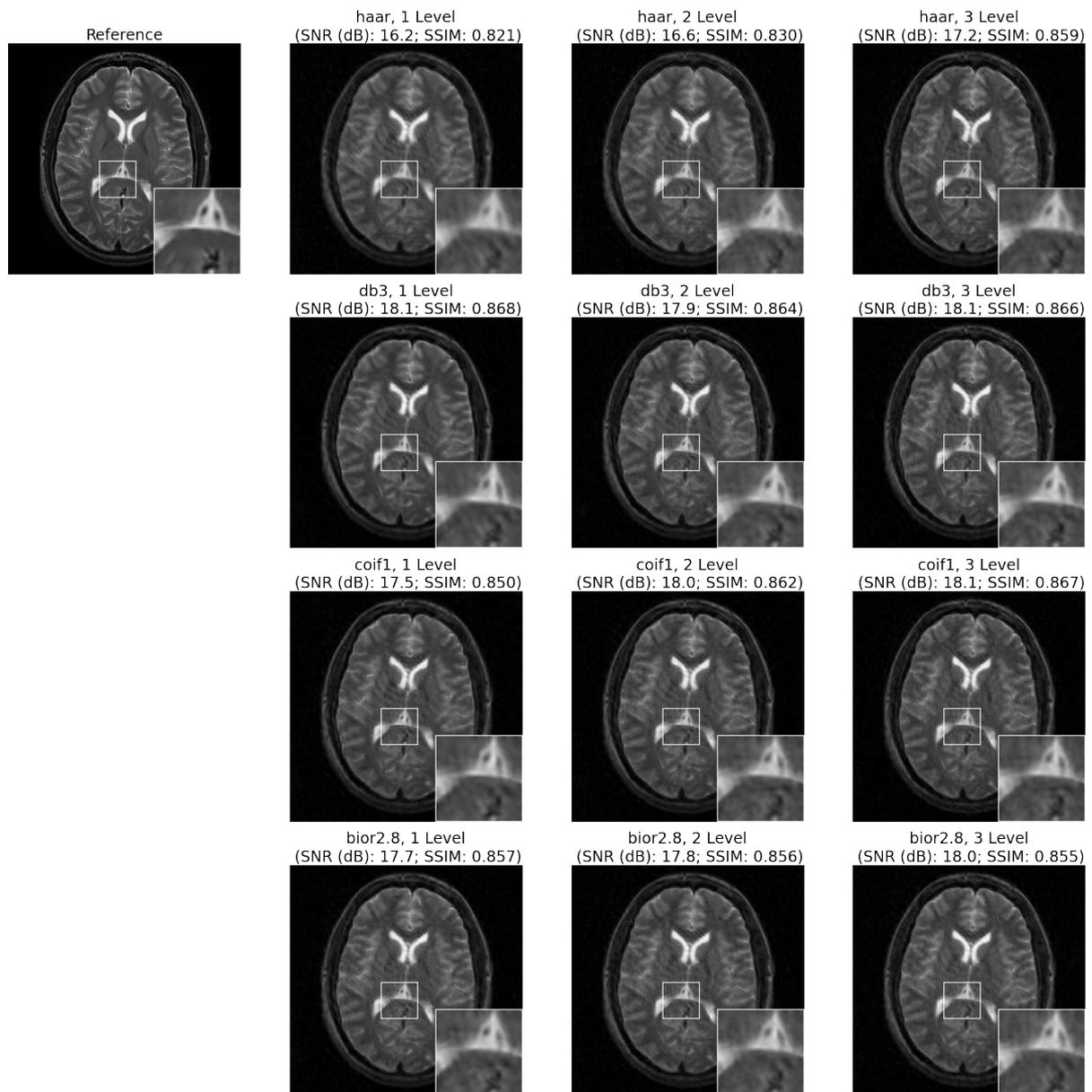


Figura 4.5. Exemplo de Reconstruções de Uma Imagens de MRI de Cabeça Utilizando CS para diferentes Famílias de Filtros e Diferentes Níveis de Decomposição dos Filtros Iterados. Resultados de Uma Amostragem de 20% dos Coeficientes da Imagem de Referência, Disposta no canto Superior Esquerdo.

4.4 Comparativo de Resultados entre Trajetória Espiral e Radial

Agora, com base no que foi apresentado até aqui, considerando as tabelas e imagens, torna-se evidente a diferença nos potenciais dos resultados numéricos alcançados nas reconstruções de imagens de ressonância da cabeça entre as trajetórias do tipo espiral e radial.

Nas imagens a seguir, podemos exemplificar as reconstruções de imagens de cabeça com diferentes complexidades estruturais. Em ambas, é destacada a notável vantagem nas qualidades de reconstruções para a trajetória do tipo espiral, tanto em termos de métricas de SSIM quanto de SNR.

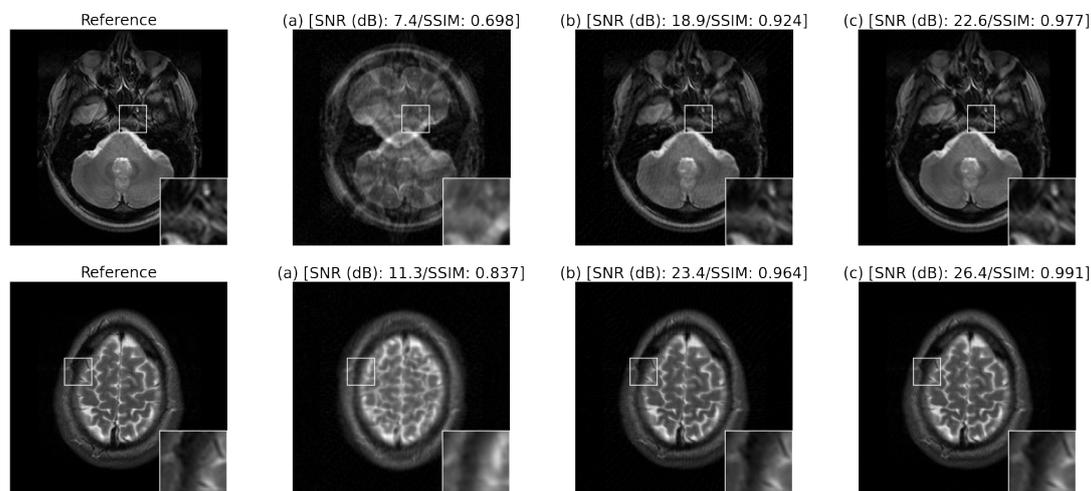


Figura 4.6. Exemplos de reconstruções realizadas utilizando cerca 35% de coeficientes amostrados, com diferentes métodos e trajetórias para reconstrução. Sendo, portanto: a) Reconstrução Zerofill. b) Reconstrução com uso de trajetória Radial. c) Reconstrução com uso de trajetória Espiral.

Diante disso, podemos analisar inicialmente tais resultados, considerando, por exemplo, que a amostragem com trajetória em espiral captura amostras mais significativas para os algoritmos de reconstrução de CS. Isso é evidenciado, por exemplo, pelo fato de que as linhas amostrais radiais coletam amostras das extremidades diagonais do espaço- k . Essas amostras geralmente possuem valores, em módulo, consideravelmente baixos, concentrando, portanto, níveis reduzidos de informação na formação estrutural das imagens, além de apresentarem termos com relação sinal-ruído em níveis também relativamente menores.

Mesmo assim, conforme o exposto com base em observações empíricas, esses resultados ainda demandam uma análise mais aprofundada para uma compreensão mais precisa.

4.5 Testes de hipóteses

Considerando que muitos dos testes realizados até o momento têm natureza empírica, sendo conduzidos sob condições limitadas de tempo e recursos computacionais, entre outros fatores, cujos resultados são condicionados por diversos aspectos, é importante ressaltar a necessidade de verificar a significância obtida pelos testes e validar os resultados estatisticamente. Para isso, realizamos testes de hipótese nula sobre os pares de resultados

de SNR.

Dessa forma, os testes foram programados da seguinte maneira:

- Para cada par de diferentes famílias de filtros com certo nível de decomposição, mas com a mesma trajetória amostral e a mesma quantidade de amostra, seguimos os passos abaixo:
 - Realizamos o teste de normalidade de *Shapiro-Wilk* sobre os resultados obtidos das reconstruções para cada um dos 2 resultados e, então:
 - * Se ambas as hipóteses nulas de que os resultados não são provenientes de uma distribuição gaussiana são rejeitadas, realizamos um teste paramétrico para validar a significância das diferenças nos resultados obtidos. Nesse caso, utilizamos o teste de *Wilcoxon*.
 - * Se alguma das hipóteses não for rejeitada, utilizamos então um teste não-paramétrico. Nesse caso, utilizamos o teste *t-Student*.

Esse procedimento visa assegurar uma análise estatisticamente robusta, considerando a natureza dos dados e garantindo maior confiabilidade na interpretação dos resultados obtidos nos testes.

Tendo em vista a explicação dada acerca da realização dos testes estatísticos apresentada anteriormente, na figura 4.7 é apresentado um dos resultados. Os resultados completos dos testes estão disponíveis em apêndice. Para efeito de observação, é apresentado nas figuras o valor 1 subtraído do p -value resultante dos testes de hipóteses. Portanto, quanto mais próximo de 1, maior a confiança estatística apresentada pela diferença de resultados das reconstruções das imagens de MRI, baseado nas métricas de SNR.

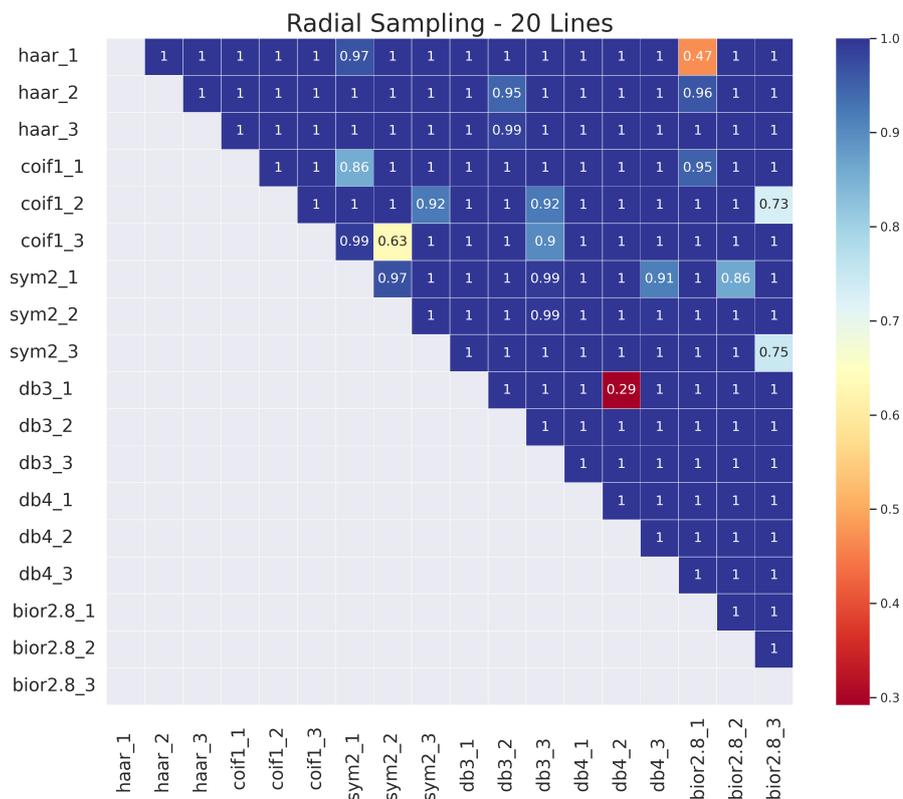


Figura 4.7. Resultados de $1-p$ -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 20 linhas.

5 CONCLUSÃO

A partir dos testes preliminares, obtivemos uma compreensão mais aprofundada das interações entre os filtros gerados e das relações entre o nível de decomposição e a qualidade das imagens reconstruídas. Dessa forma, conseguimos selecionar de maneira mais precisa as famílias de filtros que seriam eventualmente testadas em experimentos mais amplos, otimizando o desenvolvimento do trabalho.

Os resultados do estudo indicam que o uso de filtros de decomposição em níveis superiores a um possui potencial igual ou superior em relação à qualidade das imagens reconstruídas. Destacamos as famílias de melhor desempenho e a influência do aumento dos níveis de decomposição para cada família de filtros testada. Um ponto crucial observado é que a escolha das famílias exerce maior impacto em condições de menor quantidade de amostragem, foco principal da maioria das pesquisas na área. Além disso, ressalta-se a importância do tipo de trajetória amostral como um fator significativo na qualidade das imagens reconstruídas. Finalmente, os resultados foram corroborados por meio de testes estatísticos de Hipótese Nula.

Alguns resultados destacam-se e mostram um potencial significativo de contribuição para a área de pesquisa. Ficou evidente que a escolha apropriada das famílias de filtros desempenha um papel crucial na composição de sistemas de reconstrução com CS e pré-filtragem. Da mesma forma, foi possível demonstrar que o aumento do número de níveis de decomposição tem o potencial de melhorar significativamente o desempenho do sistema, de maneira simples e sem aumentar excessivamente os custos computacionais. Curiosamente, os filtros de *Haar*, amplamente utilizados em pesquisas e aplicações de pré-filtragem para CS, são os que apresentam o maior aumento na qualidade objetiva, medido por SNR e SSIM, com o aumento dos níveis de decomposição. Outros filtros, como *symlets 2*, mostram ainda maior potencial de ganhos nos resultados para os tipos de imagens testadas, algo que não foi identificado na literatura durante as pesquisas iniciais.

Contribuímos com modificações nos algoritmos de CS, possibilitando a execução desses códigos por placas gráficas, resultando em uma execução muito mais rápida das re-

construções. Além disso, corrigimos os gargalos encontrados na composição espectral das imagens, o que prejudicava ainda mais o desempenho dos códigos do grupo de trabalho. Esse ganho computacional proporcionou um ambiente propício para a realização de todos os testes de reconstrução, que anteriormente não seriam viáveis com o mesmo volume de dados, além de beneficiar trabalhos futuros para o grupo de pesquisa.

Surge, portanto, a oportunidade de aprofundar os estudos para investigar de forma mais analítica a relação da ocupação das bandas dos filtros com a qualidade final das imagens geradas, algo que suspeitamos que possa iluminar técnicas de seleção de filtros ainda mais otimizadas e eficazes, gerando melhorias nos resultados das reconstruções. Outra possibilidade é estudar os possíveis ganhos na reconstrução de imagens de MRI com CS, associando as técnicas de pré-filtragem com os filtros multiníveis estudados aqui e o uso de informações a priori, seja determinística ou estocástica.

Referências Bibliográficas

- [1] National MagLab. Mri: A guided tour, 2016. Accessed: 2016-02-15. <https://nationalmaglab.org/education/magnet-academy/learn-the-basics/stories/mri-a-guided-tour>. xiv, 9.
- [2] Jong Chul Ye. Compressed sensing mri: a review from signal processing perspective. *BMC Biomedical Engineering*, 1(1):1–17, 2019.
- [3] Rafael C Gonzalez. *Digital image processing*. Pearson education india, 2009.
- [4] S. K. Agrawal e O. P. Sahu. Two-channel quadrature mirror filter bank: An overview. *ISRN Signal Processing*, 2013:1–10, September 2013.
- [5] J Grethe, C Baru, A Gupta, et al. Biomedical informatics research network: building a national collaboratory to hasten the derivation of new understanding and treatment of disease. *Studies in health technology and informatics*, 112:100–110, 2005. 28.
- [6] Mohammad Ali Sahraian e Arman Eshaghi. Role of mri in diagnosis and treatment of multiple sclerosis. *Clinical Neurology and Neurosurgery*, 112(7):609–615, September 2010.
- [7] Philipp Mahlknecht, Anna Hotter, Anna Hussl, Regina Esterhammer, Michael Schocke, e Klaus Seppi. Significance of mri in diagnosis and differential diagnosis of parkinson’s disease. *Neurodegenerative Diseases*, 7(5):300–318, 2010.
- [8] F. Bloch. Nuclear induction. *Physical Review*, 70(7-8):460–474, oct 1946.
- [9] *Introduction to the Science of Medical Imaging*. Cambridge University Press, 2009.
- [10] Avinash C. Kak e Malcolm Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001.
- [11] Gerd Muehllehner e Joel S Karp. Positron emission tomography. *Phys. Med. Biol.*, 51(13):R117–R137, July 2006.

- [12] Elaine Ron. Ionizing radiation and cancer risk: Evidence from epidemiology. *Radiation Research*, 150(5):S30, nov 1998.
- [13] David J. Brenner, Richard Doll, Dudley T. Goodhead, Eric J. Hall, Charles E. Land, John B. Little, Jay H. Lubin, Dale L. Preston, R. Julian Preston, Jerome S. Puskin, Elaine Ron, Rainer K. Sachs, Jonathan M. Samet, Richard B. Setlow, e Marco Zaidler. Cancer risks attributable to low doses of ionizing radiation: Assessing what we really know. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 100(24):13761–13766, November 2003.
- [14] David J Brenner e Eric J Hall. Computed tomography—an increasing source of radiation exposure. *N. Engl. J. Med.*, 357(22):2277–2284, November 2007.
- [15] Bastiaan R Bloem, Michael S Okun, e Christine Klein. Parkinson’s disease. *Lancet*, 397(10291):2284–2303, June 2021.
- [16] T.M. Lehmann, C. Gonner, e K. Spitzer. Addendum: B-spline interpolation in medical image processing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 20(7):660–665, July 2001.
- [17] M. Lustig. *Sparse MRI*. PhD thesis, Stanford University. Department of Electrical and Computer Engineering, 2008. Tese de doutorado.
- [18] Richard G. Baraniuk e Philippe Steeghs. Compressive sensing: A new approach to seismic data acquisition. *The Leading Edge*, 36(8):642–645, August 2017.
- [19] Luca Lorenzi, Farid Melgani, e Gregoire Mercier. Missing-area reconstruction in multispectral images under a compressive sensing perspective. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 51(7):3998–4008, July 2013.
- [20] C.E. Shannon. Communication in the presence of noise. *Proceedings of the IRE*, 37(1):10–21, January 1949.
- [21] D. Donoho. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52:1289 – 1306, 05 2006.
- [22] Oren N Jaspan, Roman Fleysher, e Michael L Lipton. Compressed sensing mri: a review of the clinical literature. *The British Journal of Radiology*, 88(1056):20150487, December 2015.
- [23] Cristiano Jacques Miosso. *Compressive sensing with prior information applied to magnetic resonance imaging*. Doctoral dissertation, University of Texas, El Paso, 2010.

- [24] Cristiano Jacques Miosso, Ricardo von Borries, M. Argaez, L. Velazquez, C. Quintero, e C. M. Potes. Compressive sensing reconstruction with prior information by iteratively reweighted least-squares. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(6):2424–2431, 2009.
- [25] J. A. Lima, C. J. Miosso, e M. C. Farias. Avaliação de filtros de decomposição wavelet para reconstrução de imagens de ressonância magnética com base em compressive sensing com pré-filtragem. In *Anais do V Congresso Brasileiro de Eletromiografia e Cinesilogia e X Simpósio de Engenharia Biomédica*, cobecseb. Even3, 2018.
- [26] Jonathan Lima, Cristiano Miosso, Mylene Farias, e Ricardo von Borries. Evaluation of different types of filters in magnetic resonance imaging using compressive sensing with pre-filtering. In *2018 40th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*. IEEE, July 2018.
- [27] Zangen Zhu, Khan Wahid, Paul Babyn, e Ran Yang. Compressed sensing-based MRI reconstruction using complex double-density dual-tree DWT. *Int. J. Biomed. Imaging*, 2013:907501, June 2013.
- [28] Zang-Hee Cho, Se-Hong Oh, Jong-Min Kim, Sung-Yeon Park, Dae-Hyuk Kwon, Hye-Jin Jeong, Young-Bo Kim, Je-Geun Chi, Chan-Woong Park, John Huston, Kendall H. Lee, e Beom S. Jeon. Direct visualization of parkinson’s disease by in vivo human brain imaging using 7.0t magnetic resonance imaging. *Movement Disorders*, 26(4):713–718, January 2011.
- [29] Marc Schlamann, Stefan Maderwald, Wolfgang Becker, Oliver Kraff, Jens M. Theysohn, Oliver Mueller, Ulrich Sure, Isabel Wanke, Mark E. Ladd, Michael Forsting, Lena Schaefer, e Elke R. Gizewski. Cerebral cavernous hemangiomas at 7 tesla. *Academic Radiology*, 17(1):3–6, January 2010.
- [30] Yulin Ge, Vahe M. Zohrabian, e Robert I. Grossman. Seven-tesla magnetic resonance imaging: New vision of microvascular abnormalities in multiple sclerosis. *Archives of Neurology*, 65(6), June 2008.
- [31] E.C. Tallantyre, J.E. Dixon, I. Donaldson, T. Owens, P.S. Morgan, P.G. Morris, e N. Evangelou. Ultra-high-field imaging distinguishes ms lesions from asymptomatic white matter lesions. *Neurology*, 76(6):534–539, February 2011.
- [32] Brian J. Soher, Brian M. Dale, e Elmar M. Merkle. A review of mr physics: 3t versus 1.5t. *Magnetic Resonance Imaging Clinics of North America*, 15(3):277–290, August 2007.
- [33] Philip Palin Dendy e Brian Heaton. *Physics for diagnostic radiology*. CRC press, 2011.

- [34] Alfonso Di Costanzo, F. Trojsi, M. Tosetti, G.M. Giannatempo, F. Nemore, M. Piccirillo, S. Bonavita, G. Tedeschi, e T. Scarabino. High-field proton mrs of human brain. *European Journal of Radiology*, 48(2):146–153, November 2003.
- [35] Vijay PB Grover, Joshua M Tognarelli, Mary ME Crossey, I Jane Cox, Simon D Taylor-Robinson, e Mark JW McPhail. Magnetic resonance imaging: principles and techniques: lessons for clinicians. *Journal of clinical and experimental hepatology*, 5(3):246–255, 2015.
- [36] Alan V Oppenheim. *Discrete-time signal processing*. Pearson Education India, 1999.
- [37] ScienceDirect. Aliasing, 2023.
- [38] E J Candes, J Romberg, e T Tao. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 52(2):489–509, February 2006.
- [39] Emmanuel J Candes e Terence Tao. Near-optimal signal recovery from random projections: Universal encoding strategies? *IEEE Trans. Inf. Theory*, 52(12):5406–5425, December 2006.
- [40] Khalid Sayood. *Introduction to data compression*. Morgan Kaufmann, 2017.
- [41] Yo Seob Han, Jaejun Yoo, e Jong Chul Ye. Deep residual learning for compressed sensing ct reconstruction via persistent homology analysis. *arXiv preprint arXiv:1611.06391*, 2016.
- [42] Camila Franco. Implementação e avaliação de métodos de compressive sensing com pré-filtragem para imageamento por tomografia computadorizada, 2019.
- [43] Stephen Becker, Jérôme Bobin, e Emmanuel J Candès. NESTA: A fast and accurate first-order method for sparse recovery. *SIAM J. Imaging Sci.*, 4(1):1–39, January 2011.
- [44] Ingrid Daubechies, Ronald DeVore, Massimo Fornasier, e C Sinan Güntürk. Iteratively reweighted least squares minimization for sparse recovery. *Commun. Pure Appl. Math.*, 63(1):1–38, January 2010.
- [45] Qin Lyu, Zhouchen Lin, Yiyuan She, e Chao Zhang. A comparison of typical p minimization algorithms. *Neurocomputing*, 119:413–424, 2013. Intelligent Processing Techniques for Semantic-based Image and Video Retrieval.
- [46] T.M. Lehmann, C. Gonner, e K. Spitzer. Survey: interpolation methods in medical image processing. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 18(11):1049–1075, 1999.

- [47] James G Pipe e Padmanabhan Menon. Sampling density compensation in mri: rationale and an iterative numerical solution. *Magnetic Resonance in Medicine: An Official Journal of the International Society for Magnetic Resonance in Medicine*, 41(1):179–186, 1999.
- [48] J. Rioux, M. Halse, E. Aubanel, B. J. Balcom, J. Kaffanke, S. Romanzetti, T. Dierkes, e N. J. Shah. An accurate nonuniform fourier transform for sparse magnetic resonance imaging data. *ACM Trans. Math. Softw.*, 33(3):16–es, aug 2007.
- [49] Kai Tobias Block e Jens Frahm. Spiral imaging: A critical appraisal. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 21(6):657–668, May 2005.
- [50] Li Feng. γ -golden-angle radial mri: Basics, advances, and applications. *Journal of Magnetic Resonance Imaging*, 56(1):45–62, April 2022.
- [51] Parishwad P Vaidyanathan. *Multirate systems and filter banks*. 2006.
- [52] Zhou Wang, Alan C Bovik, Hamid R Sheikh, e Eero P Simoncelli. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity. *IEEE transactions on image processing*, 13(4):600–612, 2004.

Apêndice

Testes de Qualidade

Tabela 5.1. Resultados de SNR, para um conjunto de famílias de filtros, utilizando a trajetória espiral com diferentes quantidades de braços e voltas e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. O subscrito ao lado dos nomes de cada filtro informam a quantidade de níveis de decomposição utilizados. Na Tabela, **Nt** é o número de voltas da trajetórias e **Nb**, o número de braços em espiral.

	Nt=10, Nb=1	Nt=20, Nb=1	Nt=30, Nb=1	Nt=40, Nb=1	Nt=50, Nb=1	Nt=10, Nb=2	Nt=20, Nb=2
% smp	3.61	7.18	10.66	14.07	17.38	7.21	14.14
<i>haar</i> ₁	8.0	11.4	13.0	14.4	15.7	11.6	14.8
<i>haar</i> ₂	8.0	11.4	13.0	14.5	15.9	11.5	14.9
<i>haar</i> ₃	7.9	11.4	13.3	14.9	16.5	11.4	15.3
<i>coif</i> ₁₁	8.0	11.6	13.5	15.3	16.9	11.8	15.7
<i>coif</i> ₁₂	8.1	12.1	14.3	16.0	17.5	12.2	16.4
<i>coif</i> ₁₃	8.2	12.2	14.3	16.0	17.4	12.3	16.4
<i>sym</i> ₂₁	5.1	11.8	14.3	16.2	17.6	12.1	16.6
<i>sym</i> ₂₂	7.2	12.2	14.2	15.8	17.3	12.4	16.3
<i>sym</i> ₂₃	8.1	12.2	14.2	15.9	17.4	12.4	16.4
<i>db</i> ₃₁	0.0	6.2	13.2	16.0	17.7	7.0	16.3
<i>db</i> ₃₂	0.0	11.2	14.1	15.9	17.4	11.3	16.3
<i>db</i> ₃₃	2.9	12.2	14.2	15.9	17.5	12.2	16.4
<i>db</i> ₄₁	5.7	8.9	11.4	14.3	16.6	8.8	14.8
<i>db</i> ₄₂	0.0	9.8	13.6	15.8	17.4	9.9	16.2
<i>db</i> ₄₃	2.2	12.0	14.2	16.0	17.4	12.1	16.4
<i>bior</i> _{2.81}	7.9	11.8	14.0	15.8	17.3	12.0	16.2
<i>bior</i> _{2.82}	7.5	12.0	14.1	15.9	17.4	12.2	16.3
<i>bior</i> _{2.83}	8.0	12.2	14.2	15.9	17.5	12.3	16.4
	Nt=30, Nb=2	Nt=40, Nb=2	Nt=50, Nb=2	Nt=10, Nb=4	Nt=20, Nb=4	Nt=30, Nb=4	Nt=40, Nb=4
% smp	20.72	26.94	32.82	14.01	26.37	36.83	45.49
<i>haar</i> ₁	17.4	19.6	21.5	14.2	18.2	21.1	23.5
<i>haar</i> ₂	17.7	20.2	22.5	14.3	18.6	21.7	24.3
<i>haar</i> ₃	18.5	21.0	23.0	14.7	19.2	22.5	25.1
<i>coif</i> ₁₁	18.8	21.5	23.7	14.9	19.7	23.2	26.2
<i>coif</i> ₁₂	19.2	21.6	23.7	15.7	20.5	23.6	26.2
<i>coif</i> ₁₃	19.3	21.8	23.8	15.9	20.5	23.6	26.2
<i>sym</i> ₂₁	19.3	21.3	23.1	15.7	20.7	23.4	25.5
<i>sym</i> ₂₂	19.2	21.6	23.7	15.8	20.2	23.3	25.9
<i>sym</i> ₂₃	19.3	21.6	23.7	15.9	20.4	23.5	26.0
<i>db</i> ₃₁	19.4	21.7	23.7	8.9	20.6	24.1	26.5
<i>db</i> ₃₂	19.1	21.6	23.8	14.4	20.5	23.5	26.1
<i>db</i> ₃₃	19.4	21.8	23.9	15.8	20.5	23.7	26.1
<i>db</i> ₄₁	18.7	21.5	23.8	12.6	19.0	23.3	26.2
<i>db</i> ₄₂	19.2	21.7	23.8	13.5	20.4	23.6	26.1
<i>db</i> ₄₃	19.3	21.7	23.8	15.7	20.6	23.6	26.3
<i>bior</i> _{2.81}	19.1	21.5	23.6	15.4	20.3	23.4	25.9
<i>bior</i> _{2.82}	19.2	21.7	23.8	15.5	20.4	23.6	26.2
<i>bior</i> _{2.83}	19.4	21.8	23.9	15.9	20.5	23.8	26.2

Testes de Hipótese

Tabela 5.2. Resultados de SSIM, para um conjunto de famílias de filtros, utilizando a trajetória espiral com diferentes quantidades de braços e voltas e realizando de 1 a 3 níveis de decomposição para cada família. O subscrito ao lado dos nomes de cada filtro informam a quantidade de níveis de decomposição utilizados. Na Tabela, **Nt** é o número de voltas da trajetórias e **Nb**, o número de braços em espiral.

	Nt=10, Nb=1	Nt=20, Nb=1	Nt=30, Nb=1	Nt=40, Nb=1	Nt=50, Nb=1	Nt=10, Nb=2	Nt=20, Nb=2
% smp	3.61	7.18	10.66	14.07	17.38	7.21	14.14
<i>haar</i> ₁	0.594	0.750	0.797	0.835	0.867	0.760	0.857
<i>haar</i> ₂	0.589	0.746	0.795	0.835	0.869	0.755	0.857
<i>haar</i> ₃	0.578	0.740	0.798	0.843	0.882	0.747	0.865
<i>coif</i> ₁ ₁	0.592	0.755	0.81	0.856	0.895	0.764	0.871
<i>coif</i> ₁ ₂	0.591	0.771	0.837	0.878	0.908	0.774	0.889
<i>coif</i> ₁ ₃	0.590	0.775	0.834	0.873	0.901	0.779	0.887
<i>sym</i> ₂ ₁	0.523	0.738	0.824	0.868	0.891	0.754	0.882
<i>sym</i> ₂ ₂	0.582	0.774	0.831	0.871	0.902	0.791	0.898
<i>sym</i> ₂ ₃	0.610	0.773	0.832	0.871	0.903	0.788	0.893
<i>db</i> ₃ ₁	0.305	0.568	0.779	0.874	0.914	0.588	0.878
<i>db</i> ₃ ₂	0.375	0.722	0.829	0.875	0.905	0.726	0.888
<i>db</i> ₃ ₃	0.504	0.770	0.83	0.87	0.901	0.774	0.886
<i>db</i> ₄ ₁	0.463	0.607	0.700	0.804	0.876	0.604	0.822
<i>db</i> ₄ ₂	0.353	0.669	0.802	0.868	0.902	0.670	0.883
<i>db</i> ₄ ₃	0.450	0.759	0.828	0.871	0.900	0.766	0.887
<i>bior</i> _{2.8} ₁	0.581	0.756	0.825	0.87	0.901	0.761	0.884
<i>bior</i> _{2.8} ₂	0.577	0.762	0.824	0.867	0.899	0.771	0.883
<i>bior</i> _{2.8} ₃	0.588	0.765	0.824	0.865	0.897	0.772	0.881
	Nt=30, Nb=2	Nt=40, Nb=2	Nt=50, Nb=2	Nt=10, Nb=4	Nt=20, Nb=4	Nt=30, Nb=4	Nt=40, Nb=4
% smp	20.72	26.94	32.82	14.01	26.37	36.83	45.49
<i>haar</i> ₁	0.913	0.945	0.963	0.838	0.919	0.953	0.972
<i>haar</i> ₂	0.917	0.951	0.97	0.839	0.924	0.958	0.975
<i>haar</i> ₃	0.930	0.961	0.974	0.847	0.930	0.965	0.980
<i>coif</i> ₁ ₁	0.930	0.960	0.975	0.854	0.935	0.968	0.983
<i>coif</i> ₁ ₂	0.936	0.963	0.976	0.87	0.947	0.972	0.984
<i>coif</i> ₁ ₃	0.937	0.963	0.976	0.872	0.945	0.971	0.983
<i>sym</i> ₂ ₁	0.920	0.935	0.942	0.844	0.928	0.942	0.948
<i>sym</i> ₂ ₂	0.943	0.966	0.977	0.883	0.947	0.971	0.983
<i>sym</i> ₂ ₃	0.939	0.964	0.977	0.881	0.946	0.971	0.983
<i>db</i> ₃ ₁	0.941	0.964	0.976	0.674	0.947	0.976	0.985
<i>db</i> ₃ ₂	0.937	0.962	0.976	0.821	0.947	0.971	0.983
<i>db</i> ₃ ₃	0.938	0.963	0.977	0.869	0.944	0.971	0.983
<i>db</i> ₄ ₁	0.926	0.961	0.976	0.758	0.914	0.968	0.983
<i>db</i> ₄ ₂	0.938	0.963	0.976	0.788	0.945	0.971	0.983
<i>db</i> ₄ ₃	0.936	0.963	0.975	0.867	0.947	0.970	0.983
<i>bior</i> _{2.8} ₁	0.935	0.961	0.974	0.858	0.945	0.970	0.983
<i>bior</i> _{2.8} ₂	0.934	0.959	0.974	0.864	0.941	0.969	0.982
<i>bior</i> _{2.8} ₃	0.933	0.960	0.974	0.867	0.939	0.969	0.982

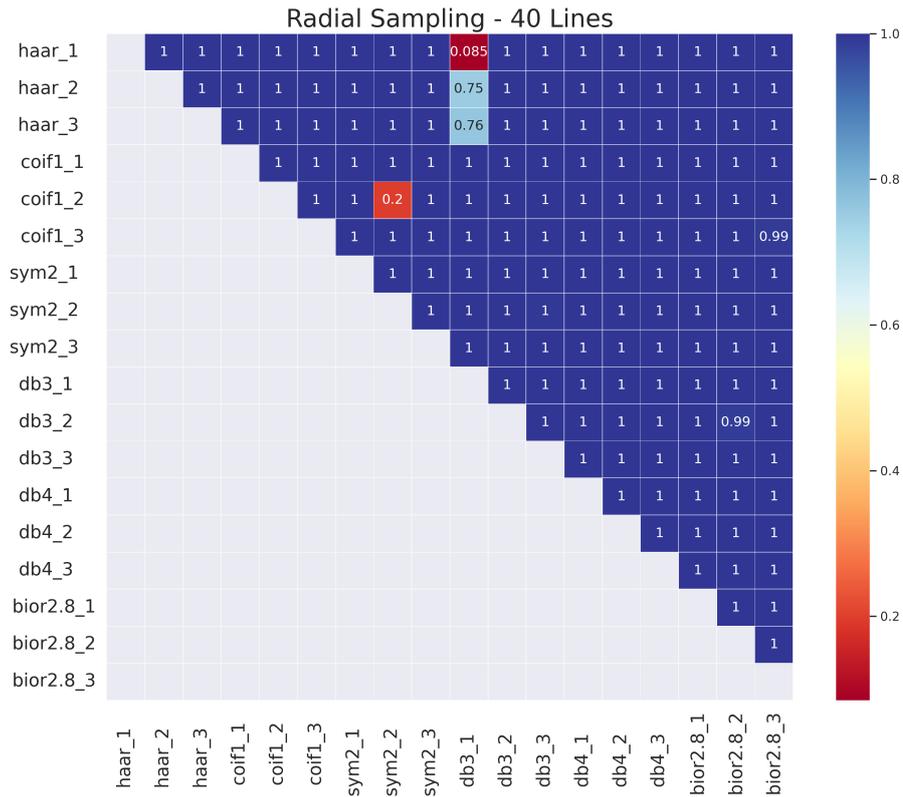


Figura 5.1. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 40 linhas.

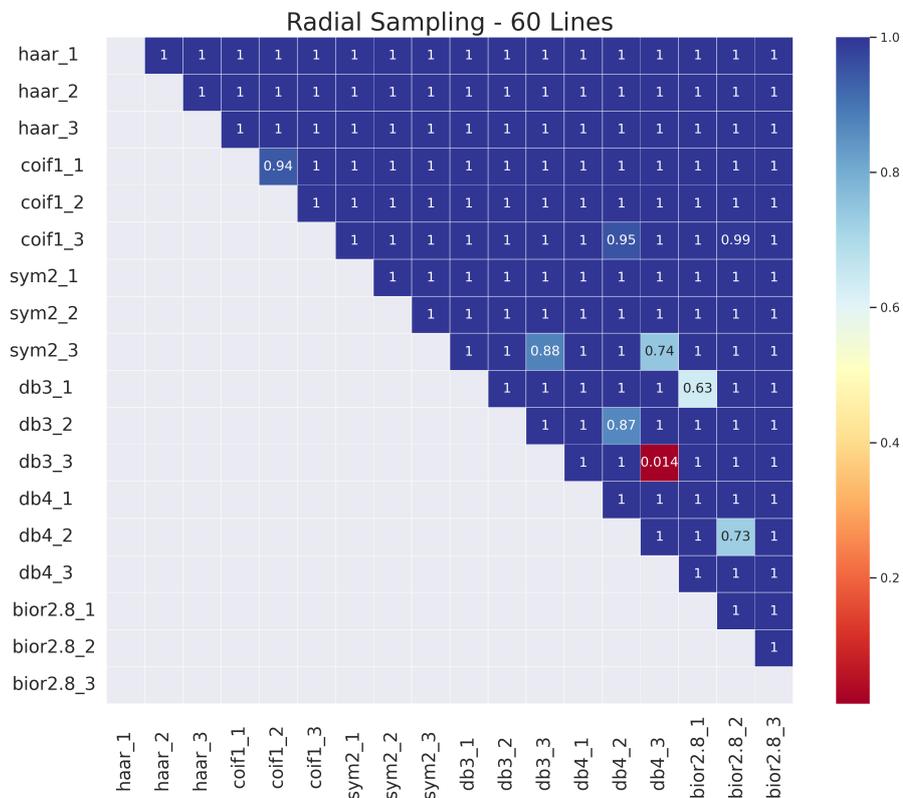


Figura 5.2. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 60 linhas.

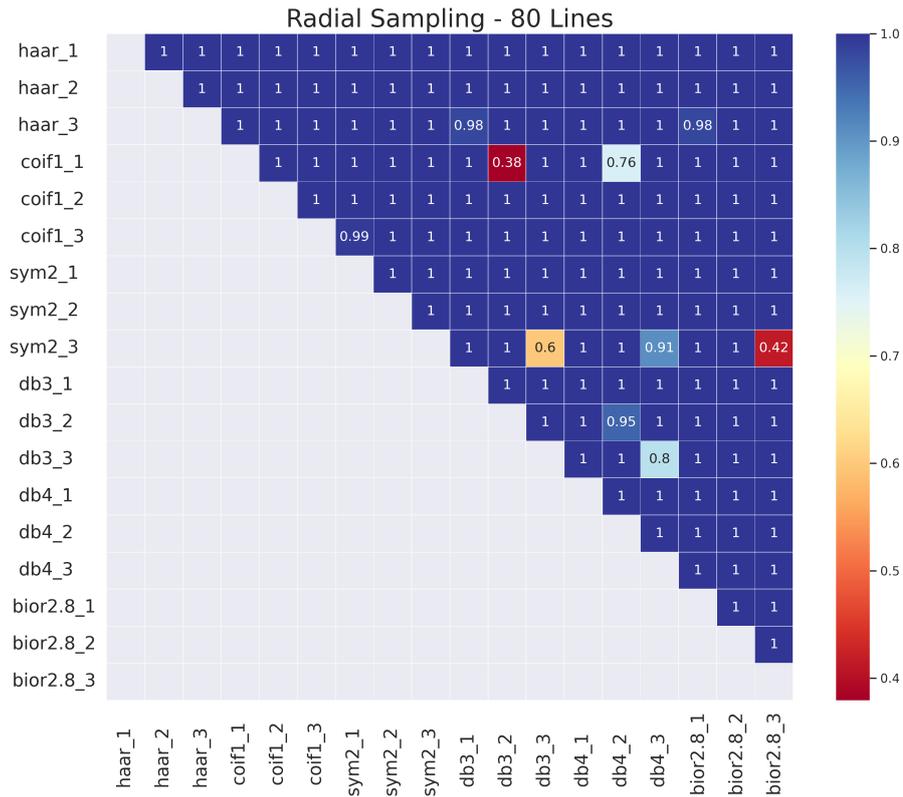


Figura 5.3. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 80 linhas.

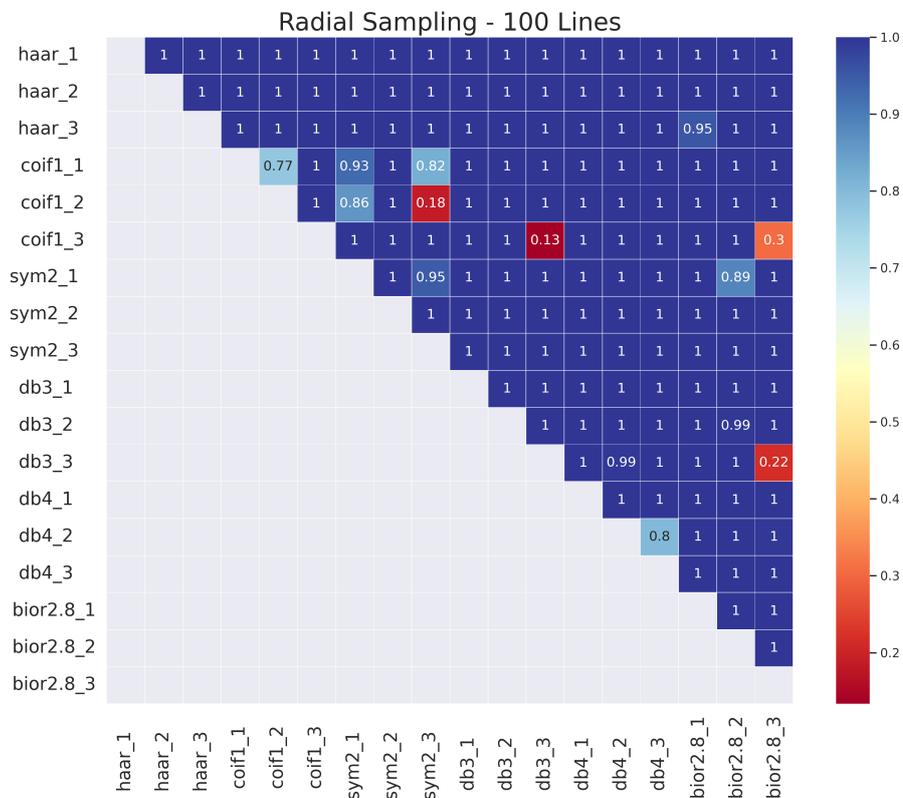


Figura 5.4. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 100 linhas.

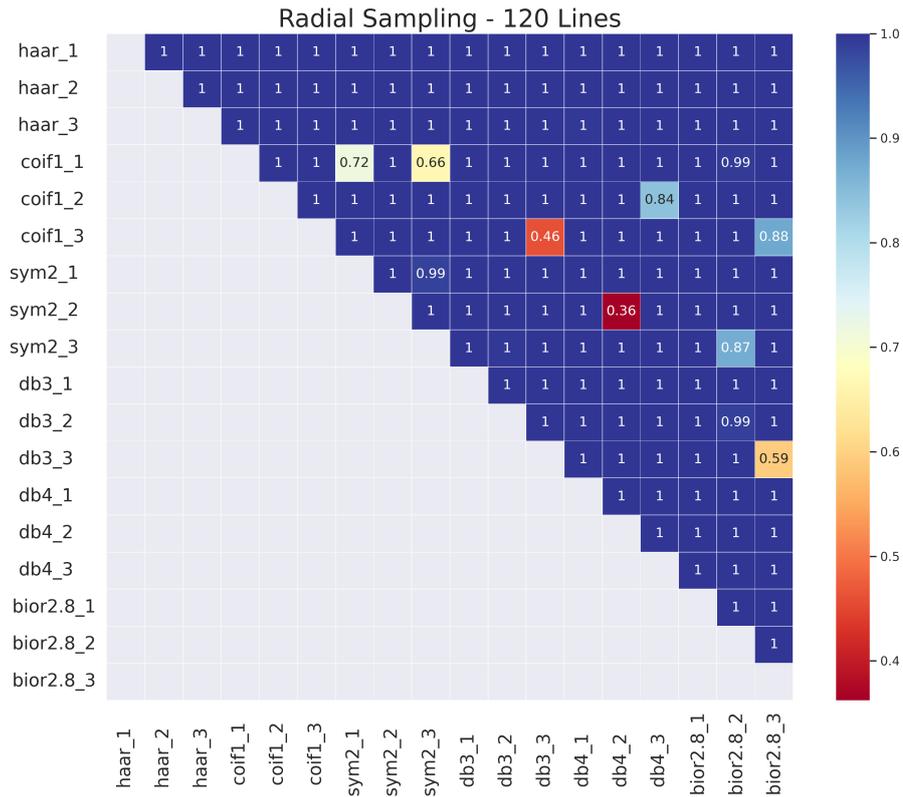


Figura 5.5. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo radial com 120 linhas.

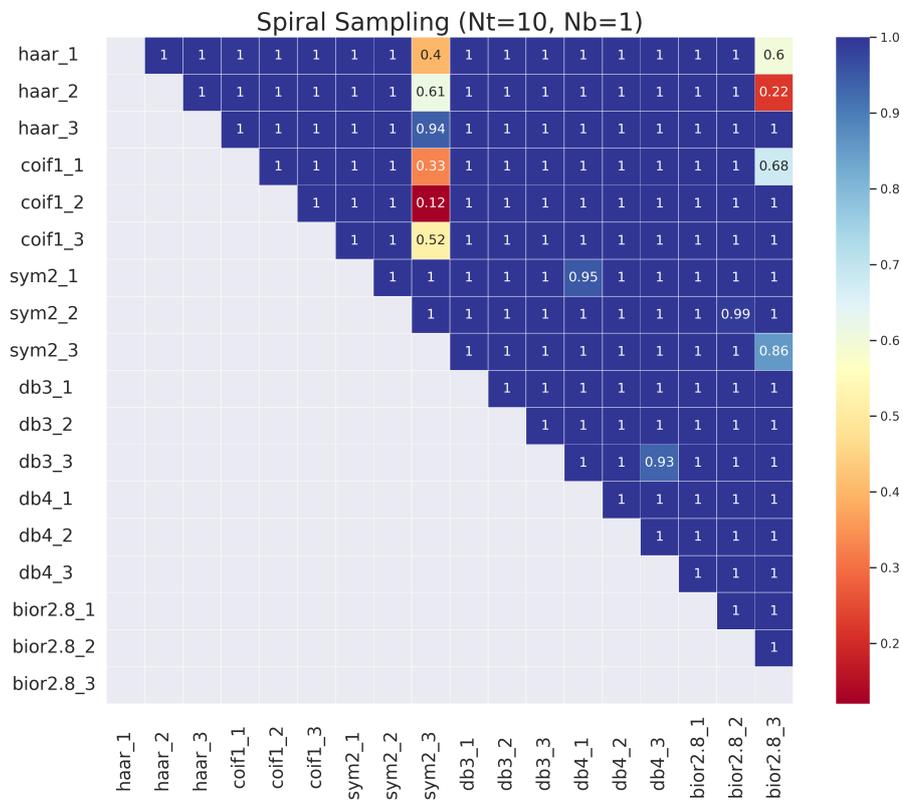


Figura 5.6. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 10 voltas.

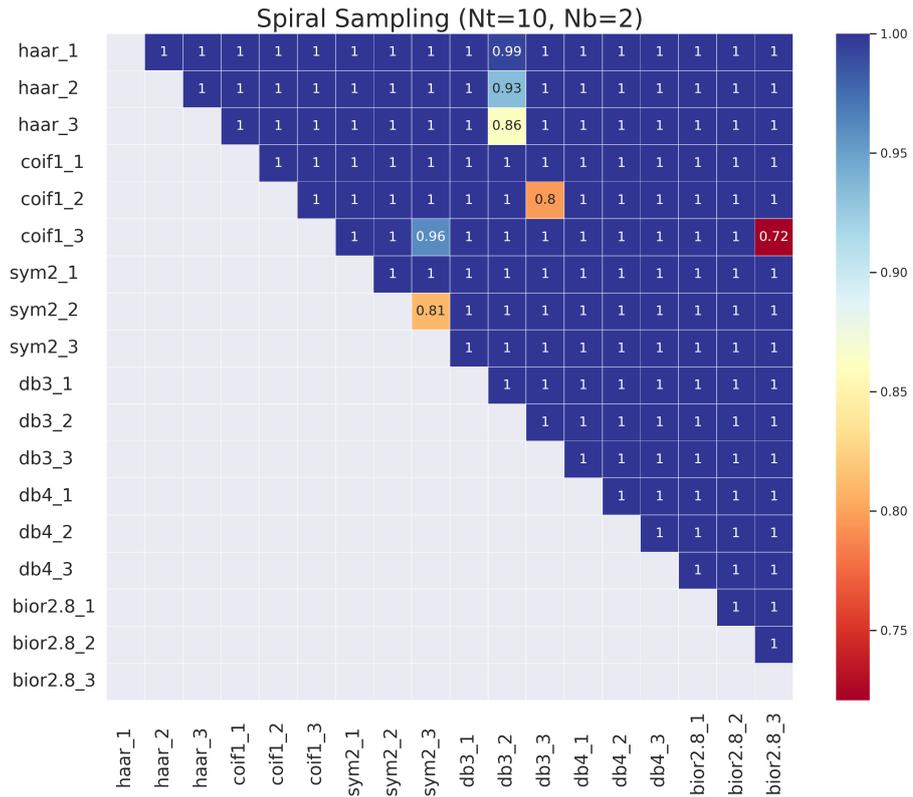


Figura 5.7. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 10 voltas.

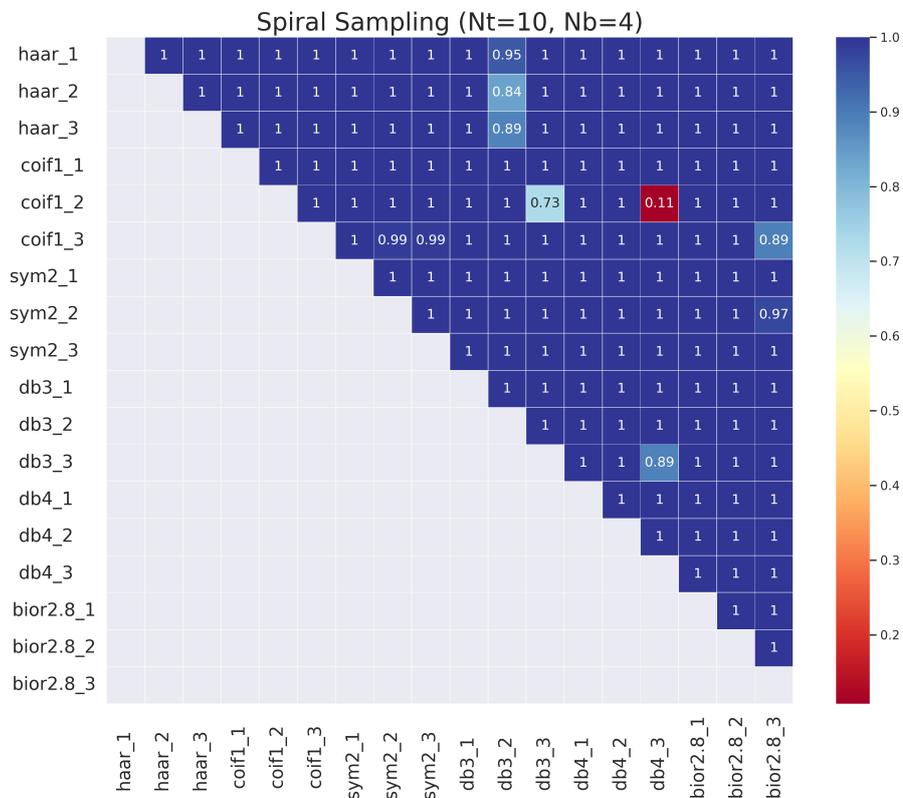


Figura 5.8. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 10 voltas.

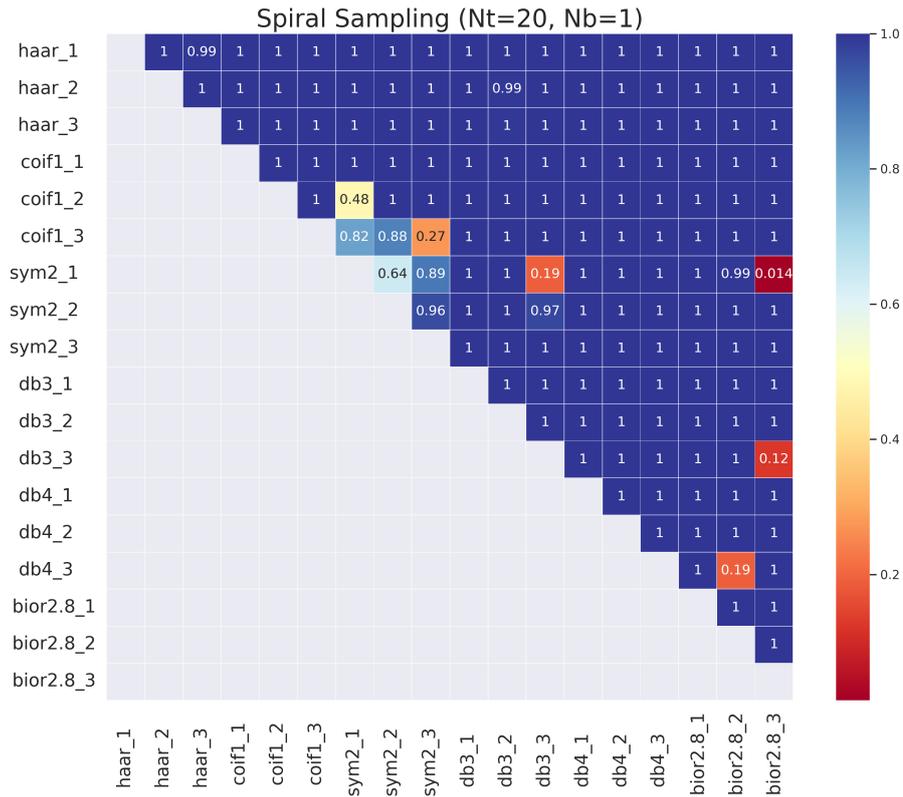


Figura 5.9. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 10 voltas.

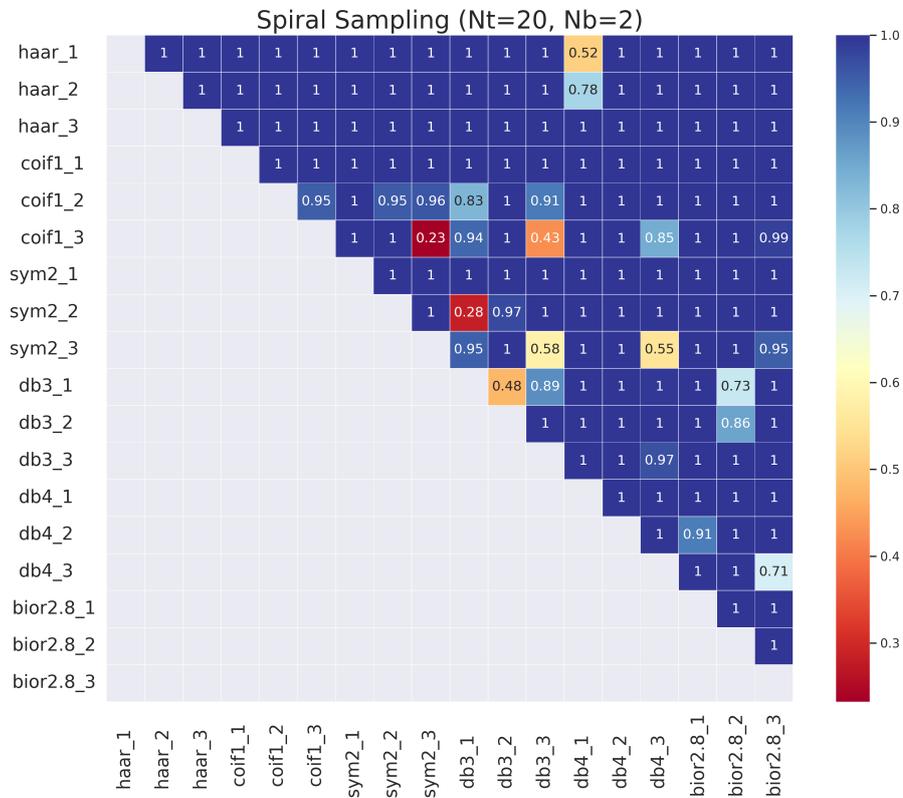


Figura 5.10. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 20 voltas.

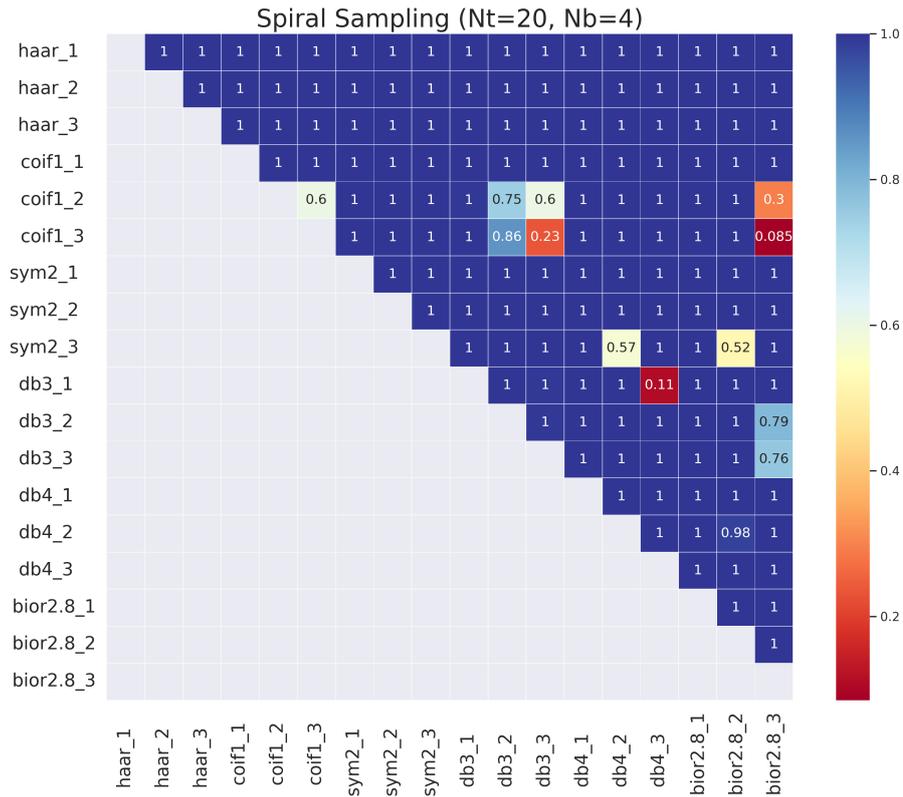


Figura 5.11. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 20 voltas.

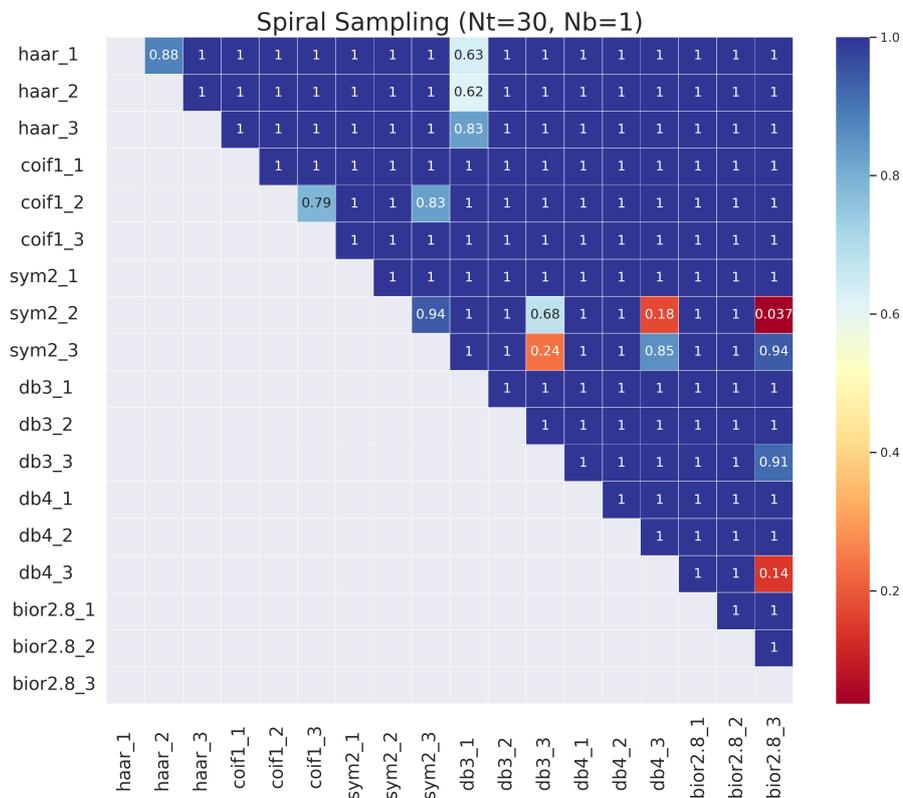


Figura 5.12. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 30 voltas.

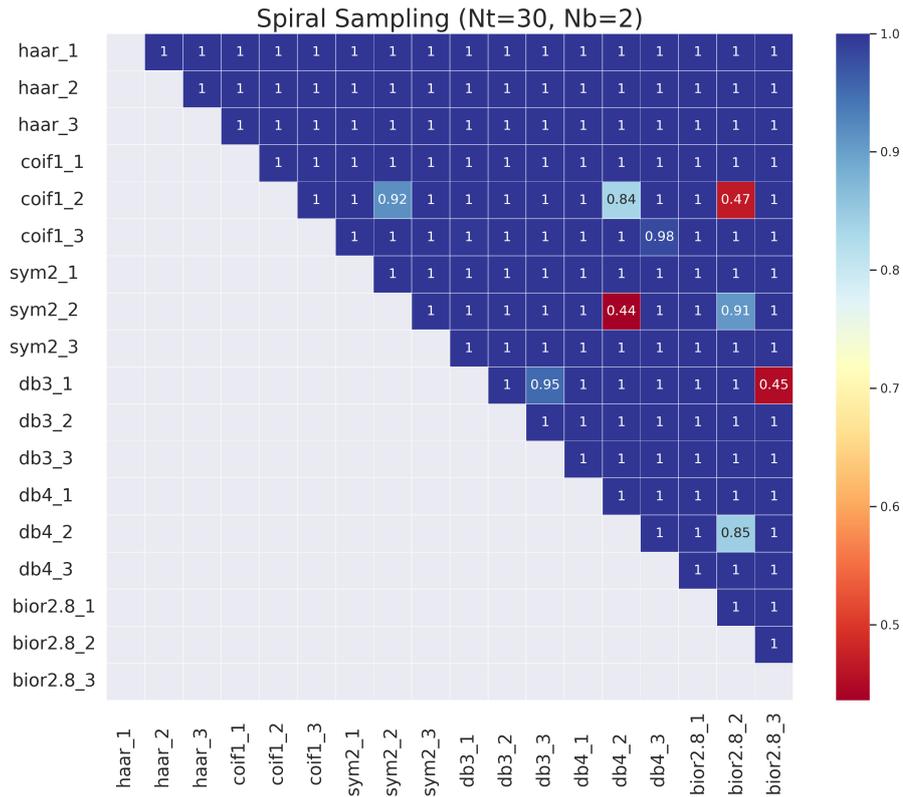


Figura 5.13. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 30 voltas.

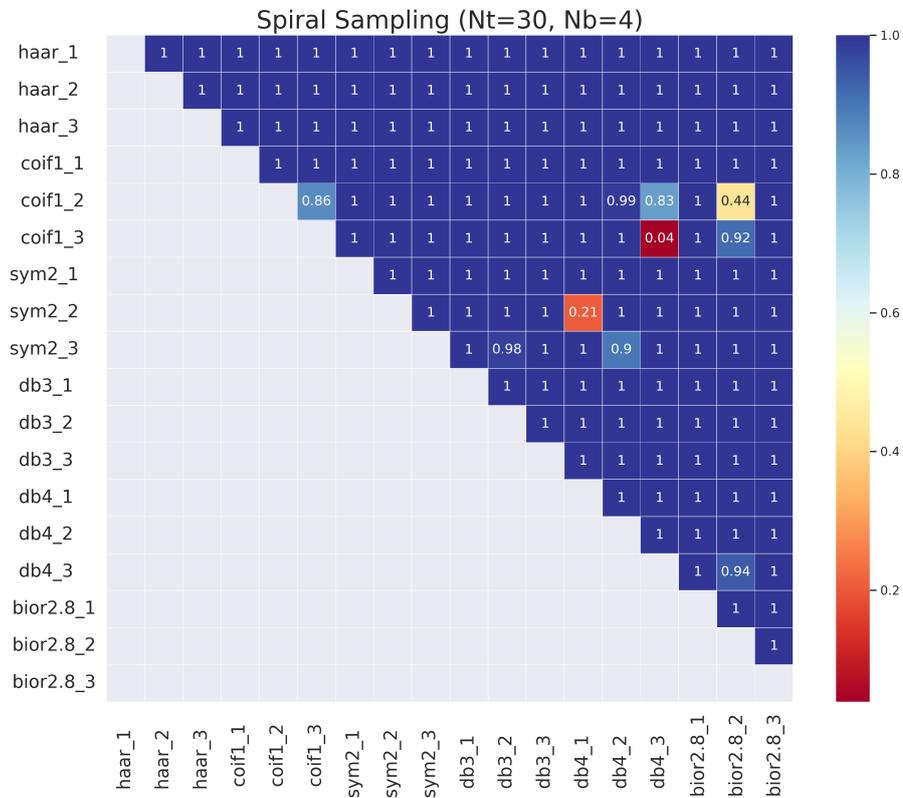


Figura 5.14. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 30 voltas.

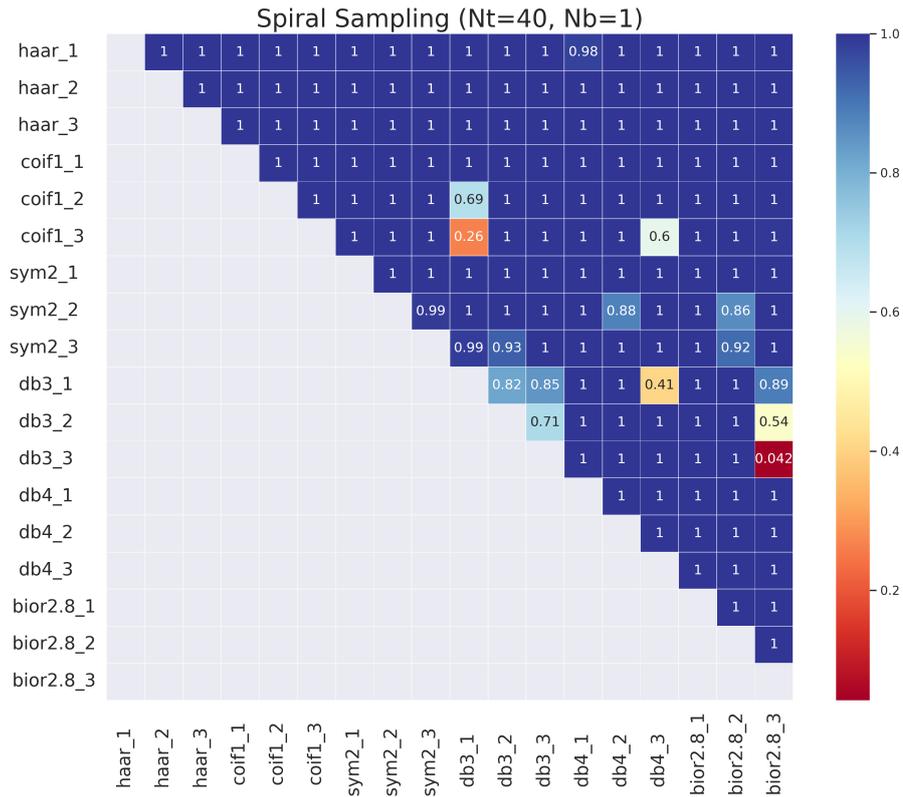


Figura 5.15. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 40 voltas.

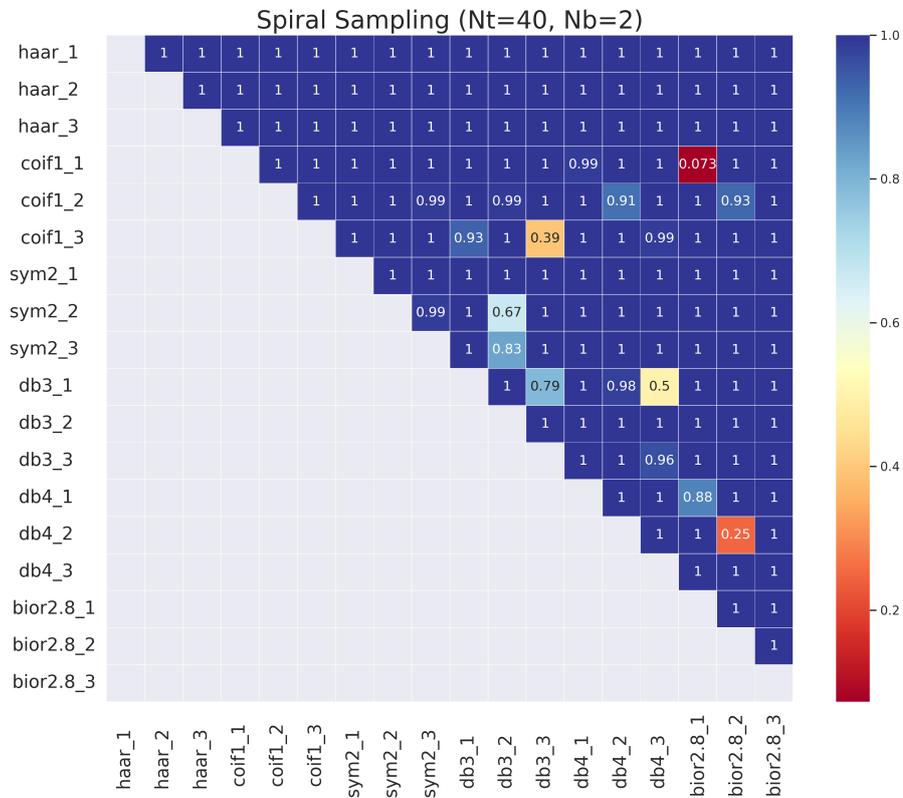


Figura 5.16. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 40 voltas.

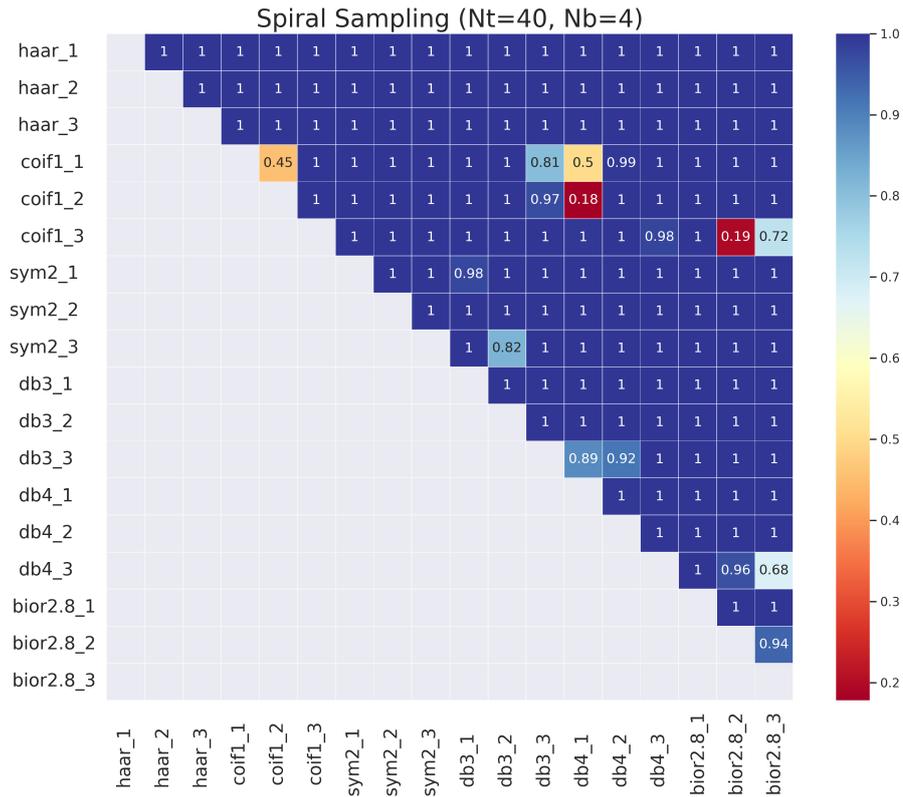


Figura 5.17. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 40 voltas.

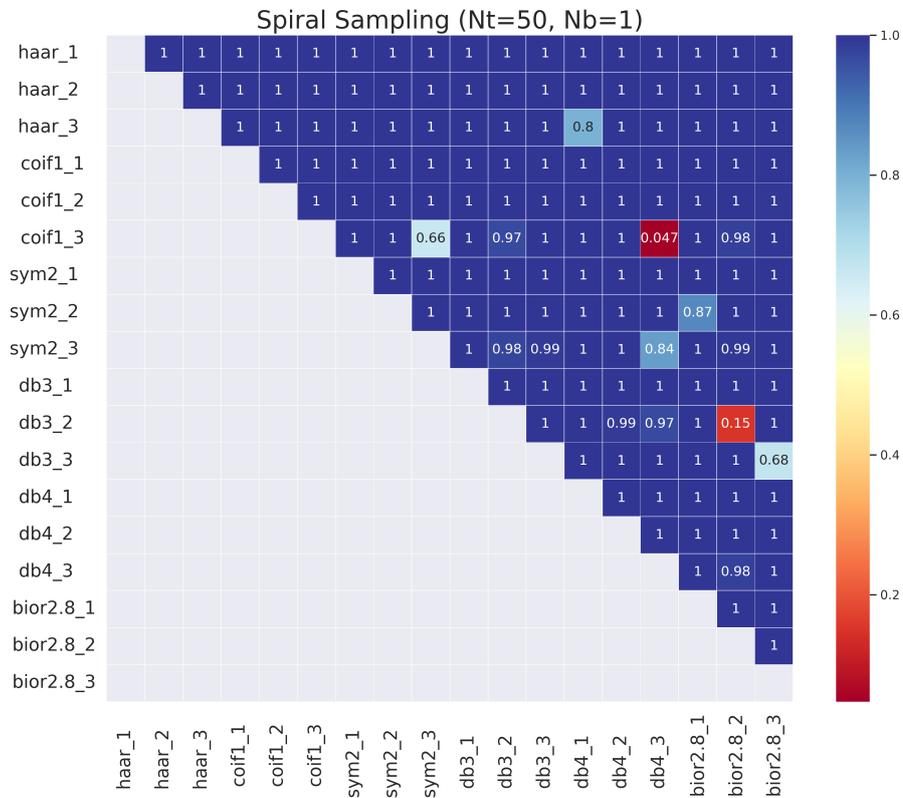


Figura 5.18. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 1 braço e 50 voltas.

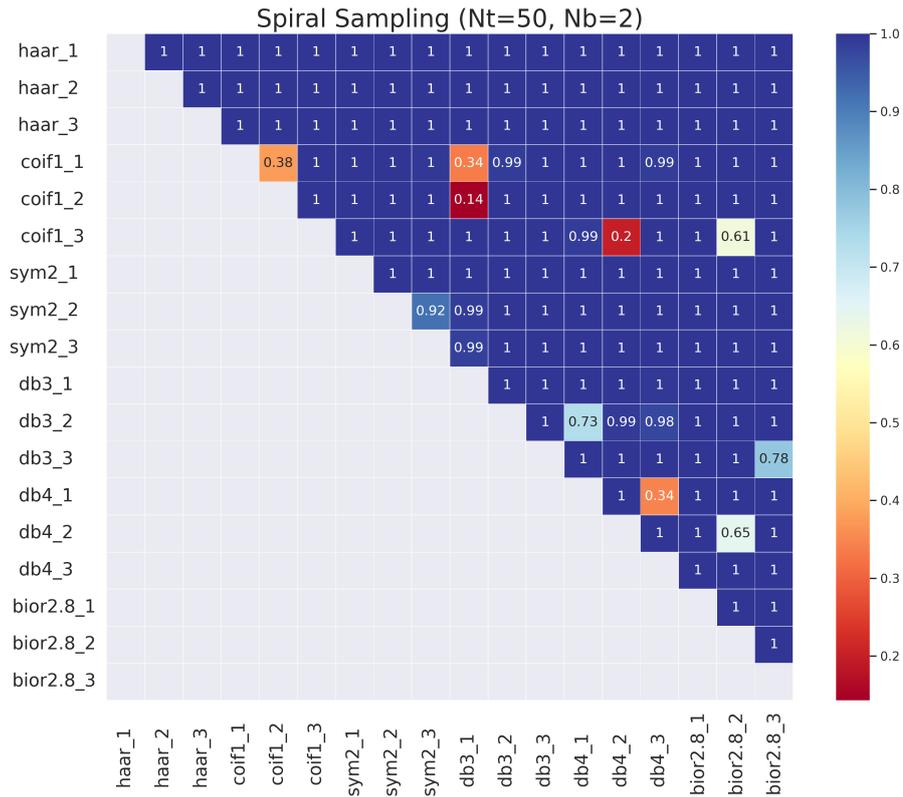


Figura 5.19. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 2 braços e 50 voltas.

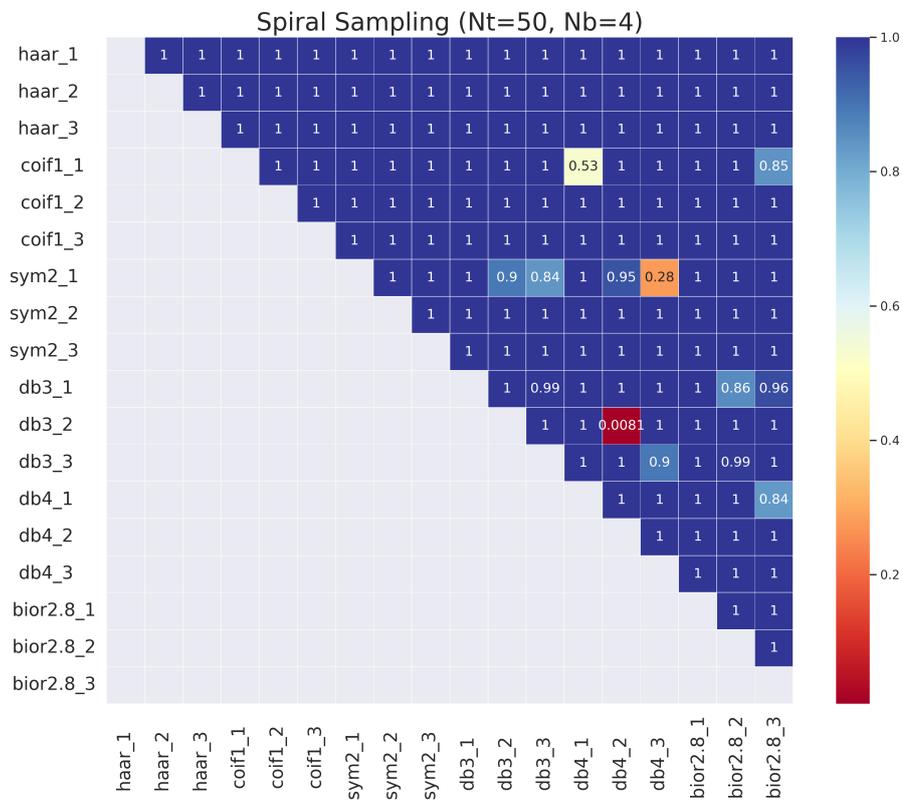


Figura 5.20. Resultados do complemento de p -value obtido dos testes de hipóteses para os experimentos de trajetória do tipo espiral com 4 braços e 50 voltas.