

Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Exploração da Bacia Aitken no Polo Sul Lunar: Estratégia de Transferência de Órbita Terra-Lua

Autor: Allan César I. Castelo Branco
Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Brasília, DF
2024



Allan César I. Castelo Branco

Exploração da Bacia Aitken no Polo Sul Lunar: Estratégia de Transferência de Órbita Terra-Lua

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Brasília, DF

2024

Allan César I. Castelo Branco

Exploração da Bacia Aitken no Polo Sul Lunar: Estratégia de Transferência de Órbita Terra-Lua/ Allan César I. Castelo Branco. – Brasília, DF, 2024-
84 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. William Reis Silva

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2024.

1. Bacia Aitken. 2. Transferência de Órbita. I. Prof. Dr. William Reis Silva.
II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Exploração da Bacia
Aitken no Polo Sul Lunar: Estratégia de Transferência de Órbita Terra-Lua

CDU 02:141:005.6

Allan César I. Castelo Branco

Exploração da Bacia Aitken no Polo Sul Lunar: Estratégia de Transferência de Órbita Terra-Lua

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 13 de setembro de 2024:

Prof. Dr. William Reis Silva
Orientador

Prof. Dr. Lui Txai Calvoso Habl
Convidado

Prof. Dr. Ronne Toledo
Convidado

Brasília, DF
2024

Este trabalho é dedicado á todas as pessoas que vim para servir.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por guiar e iluminar o meu caminho. Aos meus pais, Raul Castelo Branco e Juliana Inácio Castelo Branco, que sempre me apoiaram em todas as decisões tomadas na minha vida e que nunca duvidaram de mim. Ao meu irmão, Rodrigo Inácio Castelo Branco que sempre me ajudou, esteve presente nos momentos difíceis e me aconselhou quando mais precisei. Ao meu orientador, Professor Doutor William Reis Silva, por, além de ser um excelente professor, estar sempre disposto a ajudar em qualquer problema que aparecesse ao longo do caminho. Aos meus colegas de curso André da Fonseca Silva, Ana Kaline Mendes Fernandes Parente e Ivana Figueiredo Bezerra, por estarem comigo em todas as dificuldades durante o curso e, juntos, termos conseguido seguir em frente.

*“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,
mas transformai-vos pela renovação da mente,
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*

Resumo

Atualmente, observa-se um aumento significativo nas missões espaciais destinadas tanto à Lua quanto a asteroides, impulsionadas por propósitos exploratórios e objetivos científicos. No contexto dessa crescente exploração espacial, este trabalho concentra-se na pesquisa da Exploração da Bacia Aitken no Polo Sul Lunar, com ênfase na estratégia de transferência de órbita Terra-Lua. O objetivo principal é apresentar uma transferência de órbita eficaz para estudar a Bacia do Polo Sul Aitken de maneira específica. Nesse contexto, é necessário apresentar na primeira parte deste estudo a análise de órbitas que atendam às necessidades da missão, incluindo a apresentação de conceitos fundamentais da mecânica celeste, a análise de dados existentes sobre a estrutura e composição da Bacia, e a identificação de parâmetros orbitais essenciais para a transferência de Hohmann, de uma órbita circular na Terra para uma órbita elíptica na Lua. Foi realizado também nesse trabalho simulações utilizando o *software* STK para desenvolver uma rota segura para a missão. Obtendo, então, a transferência orbital necessária, com boa visualização do polo lunar, impondo a constatação de que a simulação realizada pode servir de estratégia para futuras missões de exploração da Bacia Aitken.

Palavras-chaves: transferência de órbita. bacia Aitken. transferência de Hohmann. polo sul lunar

Abstract

Currently, there is a significant increase in space missions aimed at both the Moon and asteroids, driven by exploratory purposes and scientific objectives. In the context of this growing space exploration, this work focuses on the research of the Aitken Basin Exploration at the Lunar South Pole, with an emphasis on the Earth-Moon orbit transfer strategy. The primary goal is to present an effective orbit transfer to specifically study the South Pole Aitken Basin. In this context, it is necessary to present in the first part of this study the analysis of orbits that meet the mission's needs, including the presentation of fundamental concepts of celestial mechanics, the analysis of existing data on the structure and composition of the Basin, and the identification of essential orbital parameters for the Hohmann transfer, from a circular orbit around the Earth to an elliptical orbit around the Moon. Simulations were also conducted in this work using the STK software to develop a safe route for the mission. Thus, obtaining the necessary orbital transfer, with a good view of the lunar pole, confirming that the performed simulation can serve as a strategy for future missions exploring the Aitken Basin.

Key-words: orbit transfer. Aitken basin. Hohmann transfer. lunar south pole.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Imagem ilustrativa do sistema de pouso tripulado da missão Artemis para o polo sul Lunar (NASA Artemis Program, 2023)	17
Figura 2 – Imagem ilustrativa da sonda Clementine (WILLIAMS, 2022)	21
Figura 3 – Mapa das altas concentrações de materiais, criado pela missão Lunar Prospector (KONOPLIV et al., 2001)	21
Figura 4 – Cubesat 6U - Detalhe (FONSECA, 2023)	22
Figura 5 – Parâmetros Atuais da Missão (FONSECA, 2023)	23
Figura 6 – A localização da Bacia do Polo Sul-Aitken, primeiro à esquerda numa projeção cilíndrica centrada no centro próximo, e depois à direita em projeção ortográfica centrada em SPA. (KRING; DURDA, 2014)	24
Figura 7 – Mapa topográfico da Bacia do Polo Sul Lunar (Aitken Basin) (TAYLOR, 1998)	26
Figura 8 – Composição de materiais da SPA (TAYLOR, 1998)	26
Figura 9 – Imagem ilustrativa da sonda Lunar Prospector (KREBS, 2023)	27
Figura 10 – Gelo encontrado pela Clementine no polo sul lunar (WILLIAMS, 2022)	28
Figura 11 – Projeto Artemis (NASA Artemis Program, 2023)	29
Figura 12 – Conceito artístico do rover VIPER de quatro rodas em operação no polo sul lunar. (NASA VIPER, 2023)	30
Figura 13 – Definição geométrica de uma seção cônica (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)	33
Figura 14 – Geometria de uma órbita elíptica (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)	34
Figura 15 – Projeção de um ponto P em uma elipse para um círculo (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)	35
Figura 16 – : Geometria da órbita da Lua, do equador e da eclíptica, e a precessão da linha de nós da órbita da Lua (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)	36
Figura 17 – Transferência de Hohmann (CURTIS, 2014)	37
Figura 18 – Dois caminhos viáveis de transferência de Hohmann de uma órbita circular inicial para uma órbita elíptica final coplanar.(BATE; MUELLER; WHITE, 1971)	39
Figura 19 – As três trajetórias na <i>patched conics</i> .(WEBER, 2020)	42
Figura 20 – O sistema de massas para o problema circular restrito de três corpos. .	47
Figura 21 – Localização dos cinco pontos de Lagrange no sistema Terra-Lua. Esses pontos orbitam a Terra com o mesmo período da Lua.(CURTIS, 2014)	51
Figura 22 – Regiões proibidas (sombreadas) dentro do sistema Terra-Lua para valores crescentes da constante de Jacobi.[km^2/s^2].(CURTIS, 2014)	53
Figura 23 – Transferência direta para a Lua (BIESBROEK; JANIN, 2000)	56

Figura 24 – Símbolo AGI STK	58
Figura 25 – Criando o cenário no STK	60
Figura 26 – Ajuste dos gráficos 2D	60
Figura 27 – Local Para inserir os objetos da simulação	61
Figura 28 – Objetos inseridos	61
Figura 29 – Escolha do Propagador	61
Figura 30 – Ícone para mudar o corpo central da visualização	62
Figura 31 – Ícones iniciais a serem deletados	62
Figura 32 – Sequência de controle de missão inicial	62
Figura 33 – Escolha da data e local do lançamento	63
Figura 34 – Escolha do ponto de referência do <i>R Magnitude</i>	63
Figura 35 – Configuração <i>Perisêlenio</i>	64
Figura 36 – Estimativa Vista da Terra	64
Figura 37 – Seleção de Variável de controle	65
Figura 38 – Seleção de parâmetros na <i>Target sequence</i>	65
Figura 39 – Seleção de parâmetros na <i>Target sequence</i>	66
Figura 40 – Cenário após o primeiro targetting.	66
Figura 41 – Seleção de parâmetros na <i>Plano B</i>	67
Figura 42 – Solução convergida em 0 iterações.	68
Figura 43 – Seleção de parâmetros na <i>Sequência de controle de missão para o swing by lunar</i>	68
Figura 44 – Seleção de parâmetros no cenário após o <i>swing by</i>	69
Figura 45 – Seleção de parâmetros na <i>Sequência de controle de missão para inser- ção em órbita lunar</i>	69
Figura 46 – Solução convergida em 0 iterações.	70
Figura 47 – Transferência de Hohmann para órbita específica da missão Garatea-L, vista da Terra	70
Figura 48 – Transferência de Hohmann para órbita específica da missão Garatea-L, vista da Lua	71
Figura 49 – Seleção de sensor para ser inserido	72
Figura 50 – Seleção do satélites simulado	72
Figura 51 – Parâmetros de definição do sensor	72
Figura 52 – Parâmetros de locação do sensor	73
Figura 53 – Parâmetros de <i>target</i> do sensor	73
Figura 54 – Parâmetros de atributos da imagem em 3D do sensor	73
Figura 55 – Parâmetros de projeção da imagem em 3D do sensor	74
Figura 56 – Vista lateral com a órbita e o sensor	74
Figura 57 – Vista do polo sul lunar e o sensor	74
Figura 58 – Câmera hiperspectral HyperScout 2 (cosine, 2024)	78

Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação entre a simulação e a referência para a transferência de Hohmann (BIESBROEK; JANIN, 2000)	76
Tabela 2 – Comparação dos valores de Δv para diferentes fases da transferência, obtidos na simulação e em missões anteriores. (BELTON et al., 1994) e (NASA, 1971)	76
Tabela 3 – Comparação dos valores requeridos e obtidos na simulação para diferentes parâmetros orbitais	77

Lista de abreviaturas e siglas

CR3BP	Circular Restricted Three-Body Problem -Problema Circular Restrito de Três Corpos
LEO	Low Earth Orbit - Órbita baixa terrestre
LLO	Low Lunar Orbit - Órbita baixa lunar
NASA	National Aeronautics and Space Administration
SPA	South Pole-Aitken - Polo Sul-Aitken
SOI	Sphere of Influence - Esfera de influência
STK	Systems Tool Kit
TCC	Trabalho de conclusão de curso
TLI	Trans-Lunar Injection - Injeção translunar
UNB	Universidade de Brasília

Lista de símbolos

θ	Anomalia verdadeira
C	Constante de Jacobi
k	Constante que depende da massa do Sol
G	Constante da gravitação universal
ρ	Densidade de massa
r_{sol}	Distância média entre o planeta e o Sol
Φ	Distância entre os centros das duas massas
e	Excentricidade
F	Força gravitacional entre duas massas
F_s	Força na espaçonave devido ao Sol
F_p	Força na espaçonave devido ao planeta
∇^2	Operador Laplaciano
μ	Parâmetro gravitacional
T	Período de órbita do planeta
Ω	Potencial efetivo
r_{SOI}	Raio da esfera de influência
R	Raio da órbita do planeta em torno do Sol
a	Semieixo maior
b	Semieixo menor
v_{COG}	Velocidade absoluta do baricentro
v_{rel}	Velocidade calculada no sistema de coordenadas móvel
Δv_B	Velocidade no Apoapse
Δv_A	Velocidade no Periapse

P	Vetor de aceleração perturbador
A	Vetor de aceleração primário
r	Vetor radial do planeta para a espaçonave
R	Vetor radial do Sol até a espaçonave
R_p	Vetor radial do Sol ao planeta

Sumário

	Introdução	17
1	HISTÓRICO DAS MISSÕES NO POLO SUL LUNAR	20
2	BACIA DO POLO SUL LUNAR (AITKEN BASIN)	24
2.1	Introdução	24
2.2	Histórico da maior cratera do Sistema Solar	24
2.3	Composição	25
2.3.1	Gelo na Lua	27
2.4	Futuras Missões	28
3	MECÂNICA CELESTE	31
3.1	Introdução	31
3.2	Órbitas	33
3.2.1	Órbita Elíptica e Circular	34
3.3	Sistema Terra-Lua	35
3.4	Transferência de Hohmann	36
3.4.1	A transferência de Hohmann de uma órbita circular para uma órbita elíptica	38
4	TRAJETÓRIAS INTERPLANETÁRIAS	41
4.1	Introdução	41
4.2	<i>Patched Conics</i>	41
4.3	Esfera de Influência	43
4.3.1	Cálculo do raio da esfera de influência	43
5	O PROBLEMA DOS N-CORPOS	46
5.1	Introdução	46
5.2	Problema circular restrito de três corpos	46
5.2.1	Aplicação do CR3BP: Pontos de Lagrange	50
5.2.2	A Constante de Jacobi e a Região de Hill	52
6	MÉTODO DA MANOBRA ORBITAL	55
6.1	Introdução	55
6.2	Planejamento de Transferência	55
6.2.1	Partida de Transferência para a Lua	56
6.2.2	Captura de Transferência da Lua	56

7	SIMULAÇÃO	58
7.1	Introdução	58
7.2	Astrogator	58
7.2.1	Propagador de órbita	59
7.2.2	Objetivo da missão	59
7.3	Simulação de órbita Terra-Lua para a Bacia Aitken	59
7.3.1	Configuração da Sequência de Controle de Missão - MCS	62
7.3.2	Palpite Para a Injeção Translunar	64
7.3.3	Cálculo da Época de Lançamento e Tempo de Coast	65
7.3.4	Configuração da Chegada no Periselênio	67
7.3.5	Como fazer o Swing By Lunar	68
7.3.6	Como fazer inserção em Órbita Lunar	69
7.3.7	Configurar sensor para análise da SPA	71
8	RESULTADOS E DISCUSSÕES	75
8.1	Introdução	75
8.2	Trajetória de Transferência	75
8.2.1	Eficiência da Transferência	76
8.3	Precisão do Posicionamento	77
8.3.1	Desvio do Periapsis e Apoapsis	77
8.3.2	Instrumentação e Capacidade de Observação	78
9	CONCLUSÃO	80
	REFERÊNCIAS	81
	Apêndice	84

Introdução

As transferências de órbitas sempre desempenharam um papel central nas conquistas da exploração espacial, permitindo-nos alcançar destinos distantes no Sistema Solar. Desde as missões Apollo que levaram astronautas à superfície lunar, até as sondas que viajaram para além do nosso sistema planetário, as trajetórias orbitais têm sido os caminhos para a nossa curiosidade cósmica. E dentro desse vasto e complexo sistema de corpos celestes, a Lua se destaca como um alvo de constante fascínio e estudo. (SPUDIS, 2008)

A Lua, segundo Escobar (2019), tem sido alvo de inúmeras investigações científicas e explorações espaciais desde que o homem começou a sondar os céus. Além de sua proximidade com a Terra, que a torna uma candidata natural para pesquisas e missões espaciais, ela desempenha um papel fundamental, servindo como um ponto de referência e um "posto avançado" estratégico no espaço. O estudo detalhado da Lua não é apenas uma questão de interesse científico, mas também uma peça crucial nos desafios das transferências de órbitas para futuras explorações espaciais.

Com a missão Artemis, a NASA reafirma o papel da Lua como uma peça fundamental para o futuro da exploração espacial. Artemis não só pretende levar a primeira mulher e a próxima geração de astronautas à superfície lunar, mas também estabelecer uma presença sustentável na Lua, criando uma base a partir da qual futuras missões para Marte e além possam ser lançadas. A órbita lunar, portanto, não é apenas um destino final, mas um ponto estratégico crucial para as operações futuras. (NASA Artemis Program, 2023)



Figura 1 – Imagem ilustrativa do sistema de pouso tripulado da missão Artemis para o polo sul Lunar (NASA Artemis Program, 2023)

Dentro deste contexto, a Artemis vai além das missões Apollo ao visar o polo sul lunar, uma região que tem despertado um interesse excepcional devido às suas formações de gelo. A descoberta dessas geleiras, documentada por [Steigerwald \(2019\)](#), oferece não apenas *insights* valiosos para a história lunar, mas também promete revolucionar a exploração espacial. O gelo encontrado nos polos lunares pode ser uma fonte vital de água, oxigênio e combustível para missões de longa duração, um recurso essencial para a sobrevivência e sustentabilidade das bases lunares que a Artemis pretende estabelecer .

Com essas metas ambiciosas, a Artemis não apenas resgata o espírito das missões Apollo, mas também pavimenta o caminho para um novo capítulo na exploração humana do espaço, onde a Lua desempenha um papel central, não só como destino, mas como um trampolim para a humanidade alcançar outros mundos.

Objetivo Geral

Uma das principais formações ,e foco desse trabalho, é a Bacia Aitken, no Polo Sul da Lua, cuja formação deu-se por impacto de um enorme asteroide. A Bacia preserva camadas profundas da crosta lunar, oferecendo informações cruciais sobre a história geológica e a possibilidade de gelo de água em áreas sombreadas ([TAYLOR, 1998](#)).

Tendo observado os aspectos apresentados, o objetivo deste trabalho é apresentar uma transferência de órbita eficaz, utilizando o *software Systems Tool Kit* (STK), capaz de posicionar um satélite em uma órbita específica para estudar a Bacia do Polo Sul Aitken, na Lua. A simulação será baseada no plano de órbita da missão brasileira GARATEA-L, garantindo que os parâmetros da transferência sejam compatíveis com a trajetória planejada para essa missão.

Objetivos Específicos

Como objetivos específicos desse trabalho temos à análise de dados existentes sobre a estrutura e composição da Bacia Aitken, assim como a identificação dos parâmetros de órbita essenciais para a transferência eficaz do satélite. Esses parâmetros considerarão não apenas a localização da Bacia Aitken, mas também os objetivos específicos da missão, como a cobertura da área de interesse.

A etapa subsequente envolverá o uso do *software* STK para desenvolver uma simulação detalhada da transferência de Hohmann de uma órbita circular na Terra para uma órbita elíptica na Lua. O STK permitirá a modelagem precisa das trajetórias necessárias para posicionar o satélite na órbita específica destinada ao estudo da Bacia Aitken.

E por fim, o trabalho tem foco na avaliação dos resultados da simulação sendo crucial para validar a eficácia da transferência de órbita proposta. Serão analisados aspectos

como a precisão do posicionamento do satélite na órbita e eficiência da transferência.

Aspectos Metodológicos

Realizar um estudo de transferência de órbita para a visualização da Bacia Aitken no Polo Sul-Lunar

Justificativa

No cenário contemporâneo, marcado pelo crescente entusiasmo e interesse nos estudos voltados à exploração do Polo Sul Lunar ([DRAKE, 2020](#)), torna-se imperativo a realização do presente trabalho, motivado pela notável relevância deste tópico. A urgência desse estudo é ressaltada pela demanda crescente por uma análise de órbita eficaz, que desempenhe um papel crucial na obtenção de informações, proporcionando uma nova perspectiva sobre as riquezas cósmicas que aguardam nossa exploração.

Organização do trabalho

O capítulo 1 mostra um breve histórico das missões com foco no polo sul lunar. O capítulo 2 tem como foco as características da Bacia do Polo Sul Lunar (Aitken Basin). O capítulo 3 apresenta os conceitos básicos de mecânica celeste, incluindo órbitas e transferências orbitais. O capítulo 4 a influência da gravidade da Terra, Lua e do Sol aplicando conceitos das trajetórias interplanetárias. O capítulo 5 traz os conceitos dos problemas dos N-corpos. O capítulo 6 apresenta o método utilizado para a manobra orbital. O capítulo 7 é responsável por apresentar detalhadamente as simulações e os métodos utilizados para construir a transferência apresentada no trabalho. O capítulo 8 traz uma síntese dos principais resultados e discussões. O capítulo 9 faz uma conclusão a partir dos dados apresentados e uma análise objetiva sobre o trabalho como um todo.

1 Histórico das Missões no Polo Sul Lunar

Desde tempos remotos, a Lua tem exercido um inegável fascínio sobre a humanidade. Durante inúmeras noites, a Lua, com sua superfície pontilhada de crateras, permaneceu como objeto de contemplação celestial. Com o avanço da tecnologia, telescópios aprimorados ampliaram nossa visão, permitindo-nos explorar com mais detalhes suas características, como picos, crateras e as marcas de antigos mares de lava. Finalmente, no decorrer do século 20, a exploração espacial possibilitou aos seres humanos a emocionante oportunidade de viajar até a Lua, permitindo-lhes examinar sua superfície pessoalmente (DRAKE, 2020)

Apresentado no artigo histórico de Drake (2020), o evento que marcou o início da era moderna da exploração lunar foi a Missão Apollo 11 da NASA, que, em julho de 1969, permitiu que os astronautas Neil Armstrong e Buzz Aldrin se tornassem os primeiros humanos a caminhar na superfície lunar. Esse feito histórico não apenas inspirou gerações futuras, mas também representou um marco na corrida espacial durante a Guerra Fria. Posteriormente, as missões Apollo 12, 14, 15, 16 e 17 continuaram a fornecer informações valiosas sobre a Lua (WILLIAMS, 2022).

Segundo Spudis (2008) os preparativos para as missões Apollo, foram concebidas cinco missões do Lunar Orbiter com o propósito de cartografar minuciosamente a superfície lunar. Esses orbitadores, através de seus registros fotográficos, documentaram aproximadamente 99% da topografia lunar, destacando áreas potenciais para a alunissagem humana e pavimentando o caminho para um significativo avanço na exploração espacial. Contudo, somente em 1994 houve uma retomada do interesse pelos Estados Unidos em relação à Lua, materializada em uma missão da sonda Clementine, conduzida pela NASA e a Organização de Iniciativa de Defesa Estratégica.

A sonda Clementine, mostrada na Fig. 2, desempenhou um papel fundamental ao realizar uma meticulosa cartografia da superfície lunar, empregando diversos comprimentos de onda que iam além do espectro visível, abrangendo desde o ultravioleta até o infravermelho. Dentro do vasto acervo de mais de 1,8 milhão de imagens digitais que adquiriu, residiam pistas cruciais sobre a presença de gelo em algumas crateras lunares.(DRAKE, 2020)

A sonda da NASA registrou detalhes impressionantes da imensa Bacia do Polo Sul-Aitken, uma colossal cratera lunar com um diâmetro de 1.616 milhas e profundidade superior a 8 milhas. A dimensão extraordinária dessa bacia sugere a possibilidade de ter penetrado até mesmo a camada mais profunda da crosta lunar, possivelmente atingindo o manto. Nesse sentido, as descobertas da missão Clementine nos oferecem um intrigante

indício de que as áreas permanentemente sombreadas próximas ao Polo Sul da Lua podem abrigar depósitos de água congelada, acumulados ao longo de milhões de anos devido a impactos cometários.([DRAKE, 2020](#)).

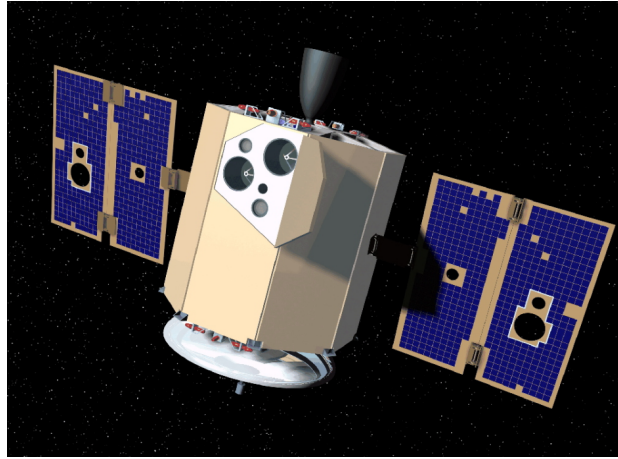


Figura 2 – Imagem ilustrativa da sonda Clementine ([WILLIAMS, 2022](#))

Imediatamente após a missão da sonda Clementine, a nave espacial Lunar Prospector efetuou um mapeamento abrangente da superfície lunar enquanto orbitava nosso satélite natural entre 1998 e 1999. A combinação desses dados com os obtidos pela Clementine permitiu aos cientistas elaborar mapas abrangentes da composição da superfície lunar, revelando as altas concentrações de materiais, como visto na Fig. 3 . Essa missão se revelou significativa devido à sua descoberta de níveis aumentados de hidrogênio em ambas as regiões polares da Lua, o que intensificou o debate sobre a viabilidade da presença de gelo lunar, uma perspectiva altamente intrigante.([DRAKE, 2020](#)).

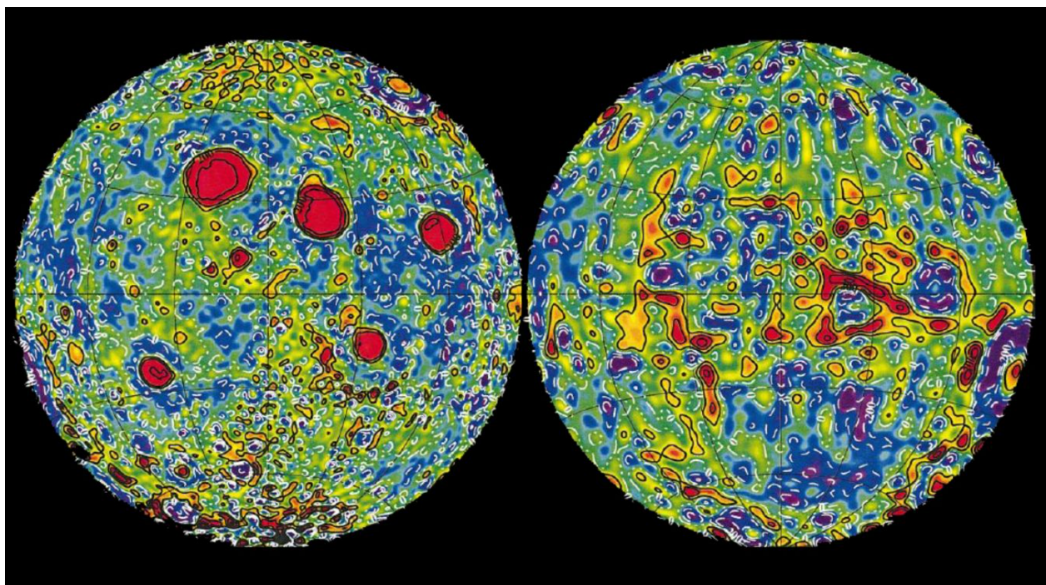


Figura 3 – Mapa das altas concentrações de materiais, criado pela missão Lunar Prospector ([KONOPLIV et al., 2001](#))

Diante desses resultados positivos gerados em anos anteriores e um crescente interesse em novas oportunidades de pesquisa lunar, missões chinesas, como a Chang'e-3 e a sonda Chang'e-4, em 2018, obtiveram um papel fundamental na exploração do lado oculto da Lua e na instalação de um satélite retransmissor em um dos pontos de Lagrange lunar (LIU; BAOYIN; MA, 2011). Além da China, outros países, como Índia, Japão, Rússia, Coreia do Sul e Emirados Árabes Unidos, estão demonstrando um interesse notável e têm planos de lançar missões lunares ainda nessa década (MAGRAMO; MCCARTHY, 2019a). O Brasil está presente no meio dos interessados com a missão Garatêa-L que tentará colocar uma sonda em órbita da Lua.

A missão Garatêa (do Tupi-Guarani, “Busca Vidas”) tem como objetivo promover a ciência e impulsionar o Brasil no rol de países com tecnologia espacial. Formada por um consórcio brasileiro de empresas privadas, institutos e universidades, é uma iniciativa para avançar a ciência brasileira através da execução de projetos únicos. Dentre os mais diversos projetos, tem-se a Missão Garatêa-L, que é a primeira missão genuinamente nacional a colocar uma sonda 6U, detalhada na Fig. 4, em órbita lunar. (BOAVENTURA, 2023)

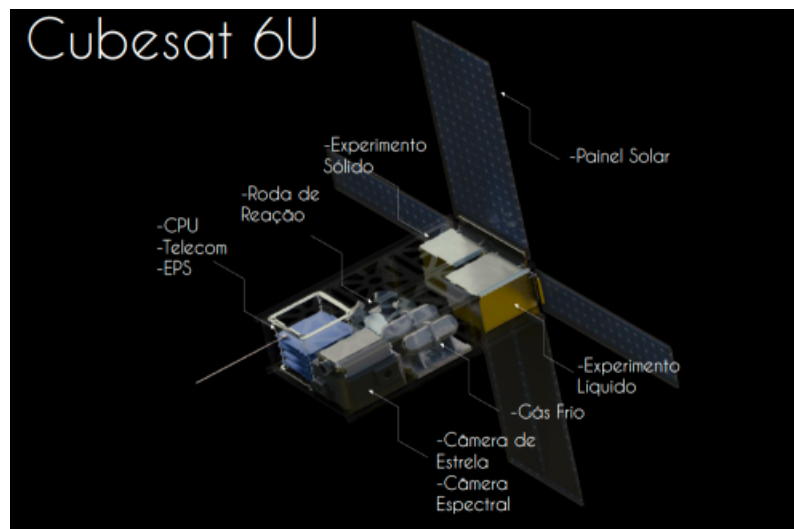


Figura 4 – Cubesat 6U - Detalhe (FONSECA, 2023)

Segundo Gouveia (2023) a sonda será lançada em um foguete indiano PSLV-C51, previsto para 2025, e irá entrar em uma órbita elíptica em torno da Lua, com um perigeu (ponto mais próximo) de cerca de 300 km e um apogeu (ponto mais distante) de cerca de 3 mil km. Essa órbita permitirá que a sonda realize observações científicas inéditas da superfície e do ambiente lunar, além de testar a comunicação e a navegação em um ambiente desafiador, tais parâmetros orbitais podem ser observados na Fig. 5.



Figura 5 – Parâmetros Atuais da Missão (FONSECA, 2023)

Em suma, podemos ver que ao longo dos anos, a Lua manteve seu fascínio, inicialmente observada a olho nu e, mais tarde, explorada detalhadamente com avanços tecnológicos. Sendo a exploração espacial, especialmente a Missão Apollo 11, ponto crucial na compreensão lunar, não deixando de lado missões subsequentes, como o Lunar Orbiter e a sonda Clementine, que desempenharam papéis essenciais na cartografia lunar, revelando a topografia e sugerindo a presença de gelo.

Explorando o histórico lunar, surge a empolgante missão Garatêa-L, prometendo contribuições significativas. O próximo capítulo mergulhará na Mecânica Celeste, componente conceitual, analisando os parâmetros orbitais essenciais. Da elipse em torno da Lua aos desafios enfrentados em seu ambiente, examinaremos como a mecânica celeste influencia essa missão pioneira.

2 Bacia do Polo Sul Lunar (Aitken Basin)

2.1 Introdução

No hemisfério sul da face oculta da Lua, destaca-se uma extensa área escura conhecida como a Bacia do Polo Sul-Aitken (SPA). Com um diâmetro de 2.500 km e uma profundidade superior a 12 km, essa megamancha é distinta por sua tonalidade mais escura e sendo mais rica em ferro em comparação com outras regiões elevadas da Lua. Ela é marcada por crateras, causadas por impactos de asteroides de dimensões imensas, como visto na Fig. 6. (TAYLOR, 1998)

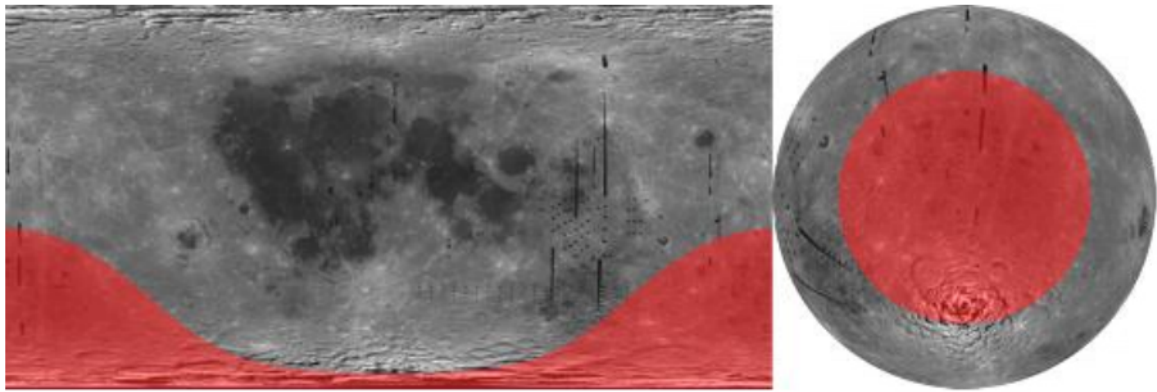


Figura 6 – A localização da Bacia do Polo Sul-Aitken, primeiro à esquerda numa projeção cilíndrica centrada no centro próximo, e depois à direita em projeção ortográfica centrada em SPA. (KRING; DURDA, 2014)

Embora cálculos sugiram que o leito da bacia SPA deveria consistir principalmente em rochas provenientes do manto lunar, análises de dados de sondas espaciais conduzidas por Paul Lucey, da Universidade do Havaí, e sua equipe, indicam que, na verdade, pode ser composto, no máximo, por metade manto e metade crosta lunar. Esta formação intrigante será o foco desse capítulo. (TAYLOR, 1998)

2.2 Histórico da maior cratera do Sistema Solar

A Base Polo Sul-Aitken recebeu seu nome devido a suas características localizadas em extremidades opostas da bacia: a cratera Aitken no lado norte e o polo sul lunar na extremidade oposta. A suspeita da existência da bacia remonta a 1962, com base em dados dos orbitadores Luna 3 e Zond 3, sendo confirmada pelo programa Lunar Orbiter na metade da década de 1960. (TAYLOR, 1998)

O primeiro mapa abrangente da bacia foi publicado em 1978 por D. Stuart-Alexander, do US Geological Survey. Contudo, a bacia não recebeu muita atenção em estudos subsequentes, pois havia informações limitadas sobre ela até a década de 1990, quando as missões espaciais retornaram à Lua. A sonda Galileu, em 1992, enquanto se dirigia para Júpiter, capturou imagens da Lua, destacando a SPA como uma mancha distintamente escura no lado oculto, com uma composição rica em ferro. A missão Clementine do Departamento de Defesa, em 1994, confirmou essa observação, revelando que a SPA não é apenas ampla, com 2500 km de diâmetro, mas também profundamente escavada, pelo menos 12 km mais baixa do que as terras altas ao redor. (TAYLOR, 1998)

A grande profundidade encontrada, segundo Taylor (1998) se dá pois o sistema solar era um lugar muito caótico na época de formação dos astros, com colisões ocorrendo entre corpos rochosos e metálicos, como asteróides e protoplanetas jovens, embriões planetários, de forma bastante regular. Parece bastante viável, então, que tenha sido assim que a densa massa subterrânea da Lua chegou lá.

Uma outra teoria plausível, no entanto, é que a massa pode ser uma concentração de óxidos densos associados ao último estágio de solidificação do oceano de magma lunar. Teoriza-se que a lua já teve uma espécie de oceano, não de água, mas de magma, ou rocha derretida, que então esfriou e solidificou. No processo, os óxidos poderiam ter se depositado nesta região, formando a grande massa.

Estes cientistas dizem que o impacto de um asteroide ainda é a hipótese principal, no entanto, Anderson (2019) referiu-se à Bacia do Pólo Sul-Aitken como um dos melhores laboratórios naturais para estudar impactos catastróficos no início do sistema solar.

2.3 Composição

A sonda Clementine (Figura 2), foi de suma importância para a análise geral da SPA uma vez que carregava um altímetro laser, um dispositivo que enviava um pulso de laser para a Lua e media quanto tempo levava para detectar a luz laser refletida na superfície - quanto maior o tempo, mais profundo era o local onde o laser atingiu a superfície. (TAYLOR, 1998)

No mapa topográfico da Lua centrado na bacia SPA, representado na Fig. 7, temos a representação de cores, onde vermelho são os pontos mais altos e roxo são os pontos baixos, sendo que cada cor equivale a 500 metros de elevação. A imagem também mostra a extensão da bacia do Polo Sul-Aitken. (TAYLOR, 1998)

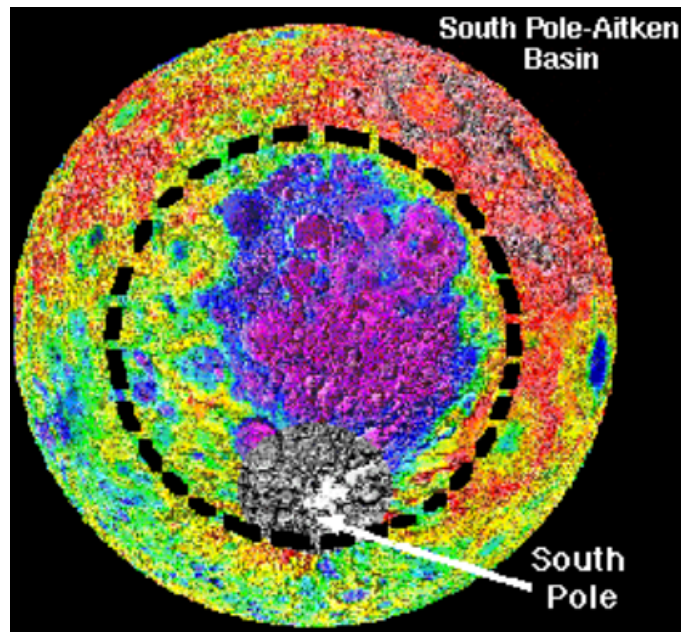


Figura 7 – Mapa topográfico da Bacia do Polo Sul Lunar (Aitken Basin) (TAYLOR, 1998)

Pelos componentes espectrais que a sonda Clementine possuía, também foi possível medir os diferentes comprimentos de onda pela luz refletida. Esses dados foram convertidos em informações sobre as concentrações de ferro e titânio no fundo da bacia do SPA. Taís concentrações são expressas como óxido de ferro, FeO , e óxido de titânio, TiO_2 porque esses elementos que estão ligados ao oxigênio dentro dos minerais. (TAYLOR, 1998)

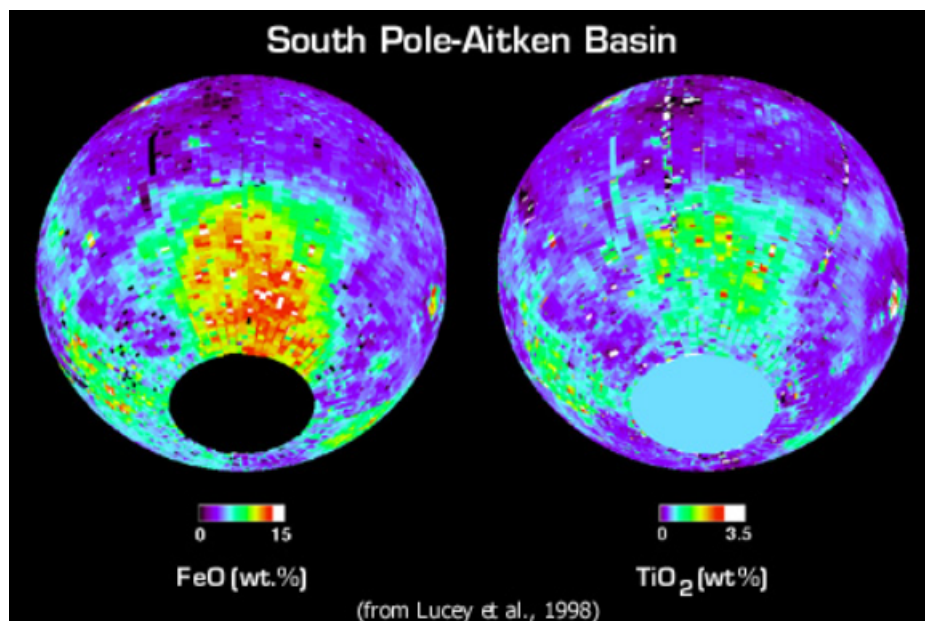


Figura 8 – Composição de materiais da SPA (TAYLOR, 1998)

A Bacia do Polo Sul-Aitken destaca-se nitidamente em comparação com as terras elevadas adjacentes, conforme evidenciado pelos mapas das concentrações de FeO e TiO_2

na SPA, Fig. 8. A composição química distinta da bacia, caracterizada por maiores quantidades de FeO e TiO₂ em relação às terras altas lunares convencionais, suscita diversas possibilidades. Essa singularidade pode ser atribuída à presença de vários tipos rochas, à disseminação abrangente de depósitos de basalto rico em ferro semelhantes aos presentes nos mares lunares, à exposição de rochas provenientes da crosta inferior com uma composição volumétrica divergente da superfície ou à existência de rochas escavadas do manto lunar. (TAYLOR, 1998)

2.3.1 Gelo na Lua

O Lunar Prospector (Fig. 9), uma missão da NASA Discovery, foi lançado em órbita lunar em Janeiro de 1998. Incluído no Lunar Prospector está um experimento chamado Espectrômetro de Nêutrons. Este experimento é projetado para detectar quantidades diminutas de gelo de água em um nível de menos de 0,01% .(BINDER, 1998)



Figura 9 – Imagem ilustrativa da sonda Lunar Prospector (KREBS, 2023)

O instrumento se concentrou em áreas próximas aos polos lunares onde se pensava que esses depósitos de gelo de água poderiam ser encontrados. O Nêutron Espectrômetro procura os chamados "lentos"(ou térmicos) e "intermediários"(ou epitérmicos) nêutrons que resultam de colisões de nêutrons "rápidos"normais com átomos de hidrogênio. Uma quantidade significativa de hidrogênio indicaria a existência de água. Os dados mostram uma assinatura distintiva de 4,6% sobre a região polar norte e uma assinatura de 3,0% sobre o sul, um forte indício de que a água é presente em ambas as áreas. O instrumento pode detectar água a uma profundidade de cerca de meio metro.(WILLIAMS, 2022)

Em 1996, foi anunciado que a interpretação de dados de um experimento da espaçonave Clementine (Fig. 2) sugeriu a possibilidade de gelo na superfície do Lua. Acreditava-se que o gelo estava no fundo de uma cratera permanentemente sombreada perto do polo sul da Lua (Fig. 10). Acreditava-se também que outros voláteis congelados, como o metano,

estavam no depósito. O depósito foi estimado em aproximadamente 60.000 a 120.000 metros cúbicos de volume. Isso seria comparável a um pequeno lago em tamanho, quatro campos de futebol em área de superfície e 16 metros de profundidade. Essa estimativa foi muito incerta, no entanto, devido à natureza dos dados. (WILLIAMS, 2022)

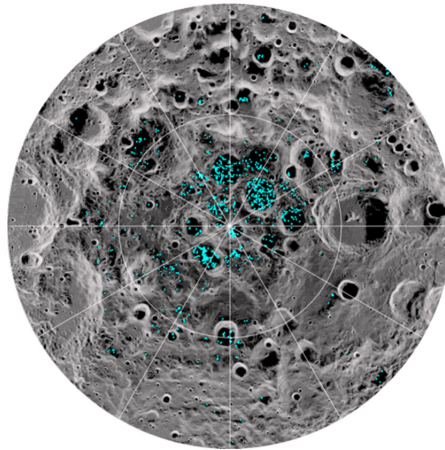


Figura 10 – Gelo encontrado pela Clementine no polo sul lunar (WILLIAMS, 2022)

Após tantos anos, a pergunta a ser respondida é como o gelo continuou lá? Segundo Williams (2022), a justificativa se dá pois a Lua não tem atmosfera, qualquer substância na superfície lunar está exposta diretamente ao vácuo. Para o gelo de água, isso significa que ele irá sublimar rapidamente diretamente para o vapor de água e escapar para o espaço, como a baixa gravidade da Lua não pode segurar o gás por um tempo apreciável. Ao longo de um dia lunar (29 dias terrestres), todas as regiões da Lua estão expostas à luz solar, e a temperatura na Lua sob luz solar direta atinge cerca de 395 K (395 Kelvin, o que equivale a cerca de 250 graus acima de zero Fahrenheit). Assim, qualquer gelo exposto à luz solar por até mesmo um pouco tempo seria perdido. A única maneira possível de o gelo existir na Lua estaria em uma área permanentemente sombreada.

2.4 Futuras Missões

Sabendo que a exploração da água no polo sul lunar é uma prioridade central para diversas agências espaciais, dado o potencial destes recursos para suportar a presença humana sustentável e viabilizar futuras missões interplanetárias. As missões planejadas têm como objetivo principal investigar e utilizar os depósitos de gelo de água, que são essenciais para consumo, proteção contra radiação e produção de combustível. Dentre as missões mais proeminentes, destacam-se as do programa Artemis da NASA e a missão VIPER.

Programa Artemis da NASA

- **Artemis III:** A missão Artemis, liderada pela NASA, representa um dos empreendimentos mais ambiciosos e significativos na exploração espacial contemporânea. Este programa não só visa o retorno de humanos à Lua, mas também busca estabelecer uma presença sustentável no satélite natural da Terra, com o objetivo de abrir caminho para futuras missões tripuladas a Marte. A missão Artemis é composta por uma série de etapas e objetivos científicos, tecnológicos e exploratórios que marcam um avanço significativo desde as históricas missões Apollo. ([NASA Artemis Program, 2023](#)) ([NASA Science, 2023](#)).



Figura 11 – Projeto Artemis ([NASA Artemis Program, 2023](#))

A principal meta da missão Artemis é levar astronautas à superfície lunar, especificamente à região do polo sul, pela primeira vez na história das missões tripuladas. Diferente das missões Apollo, que exploraram principalmente o equador lunar, a escolha do polo sul é estratégica devido à potencial presença de depósitos de gelo de água em crateras permanentemente sombreadas. Esses depósitos são de grande interesse científico e prático, pois a água pode ser utilizada para sustentar a vida humana, gerar oxigênio e até mesmo produzir combustível para foguetes. ([FOUST, 2020](#))

- **VIPER (Volatiles Investigating Polar Exploration Rover):** O projeto da NASA conhecido como VIPER, que significa Volatiles Investigating Polar Exploration Rover, é uma missão lunar planejada para explorar a região do polo sul da Lua. O VIPER é um rover robótico projetado para investigar a presença e distribuição de recursos voláteis, como água gelada, na superfície lunar. Essa missão é crucial

para o avanço da exploração lunar sustentável, uma vez que a presença de água na Lua pode ser utilizada como recurso essencial para futuras missões tripuladas e até mesmo para a criação de uma base lunar permanente.([NASA VIPER, 2023](#))

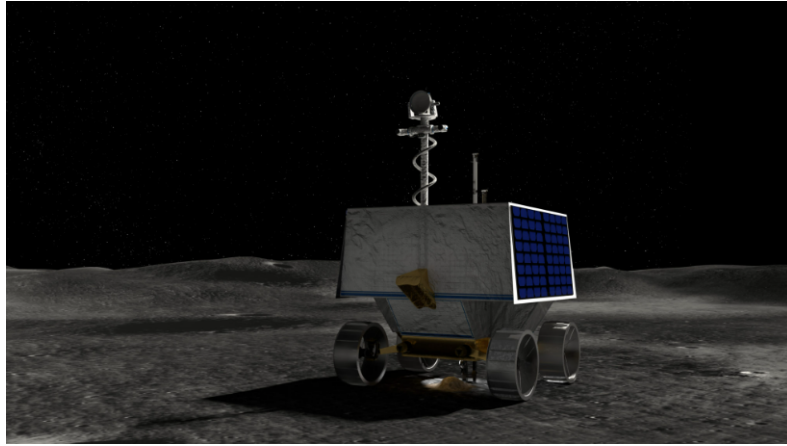


Figura 12 – Conceito artístico do rover VIPER de quatro rodas em operação no polo sul lunar. ([NASA VIPER, 2023](#))

Equipado com uma série de instrumentos científicos avançados, o VIPER será capaz de perfurar o solo lunar em busca de água e outros compostos voláteis. Ele também irá realizar análises detalhadas da composição do solo e do ambiente lunar, fornecendo dados valiosos para cientistas e planejadores de missões espaciais. Além disso, o VIPER ajudará a identificar locais potenciais para futuras instalações humanas na Lua, selecionando áreas ricas em recursos que possam sustentar atividades humanas de longo prazo.([NASA VIPER, 2023](#))

3 Mecânica Celeste

3.1 Introdução

A mecânica celeste se baseia nas leis físicas e matemáticas que regem o movimento dos corpos no espaço (CURTIS, 2014). Três figuras históricas se destacam nesse contexto: Johannes Kepler, Sir Isaac Newton e Pierre-Simon Laplace.

Kepler formulou as leis do movimento planetário, descrevendo as órbitas elípticas dos planetas em torno do Sol, desempenhando um papel crucial na revolução da compreensão do movimento planetário (CURTIS, 2014). Essas leis podem ser descritas como:

- Primeira Lei de Kepler (Lei das Órbitas): Kepler percebeu que as órbitas dos planetas são elípticas, em vez de círculos perfeitos como se acreditava anteriormente. Essa primeira lei afirma que cada planeta segue uma órbita elíptica, com o Sol localizado em um dos focos da elipse. A forma da elipse é descrita pela equação:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (3.1)$$

Onde:

- a representa o semieixo maior
- b representa o semieixo menor
- Segunda Lei de Kepler (Lei das Áreas): Essa lei estabelece que um planeta varre áreas iguais em tempos iguais. Em outras palavras, à medida que um planeta se move em sua órbita elíptica, ele cobre áreas iguais em intervalos iguais de tempo. Isso significa que, quando o planeta está mais próximo do Sol (periélio), ele se move mais rapidamente do que quando está mais distante (afélio). A equação que descreve essa lei envolve a variação da área da elipse em relação ao tempo.
- Terceira Lei de Kepler (Lei dos Períodos) A terceira lei estabelece uma relação matemática entre os períodos de órbita dos planetas e as distâncias médias ao Sol. Ela pode ser expressa pela equação:

$$T^2 = kr_{sol}^3 \quad (3.2)$$

Onde:

- T é o período de órbita do planeta

- k é uma constante que depende da massa do Sol.
- r_{sol} é a distância média entre o planeta e o Sol

Já Newton, unificou as leis do movimento e da gravidade com a Lei da Gravitação Universal, proporcionando uma descrição precisa do comportamento das órbitas planetárias e a relação entre corpos celestes (CURTIS, 2014). Tal lei é expressa pela seguinte equação:

$$F = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \quad (3.3)$$

Onde:

- F representa a força gravitacional entre duas massas m_1m_2
- r é a distância entre os centros das duas massas.
- G é a constante da gravitação universal, uma constante fundamental que descreve a intensidade da força gravitacional no universo.

Laplace, por sua vez, trabalhou na extensão e refinamento da Lei da Gravitação Universal de Newton. Ele estendeu o conceito de gravidade para não se limitar apenas a dois corpos, mas para abranger sistemas mais complexos, como planetas e luas múltiplas interagindo uns com os outros. Laplace formulou a Equação de Laplace, que descreve o potencial gravitacional em um campo gravitacional tridimensional. (CURTIS, 2014). A equação de Laplace é dada por:

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho \quad (3.4)$$

- ∇^2 é o operador Laplaciano, que descreve a variação espacial do potencial gravitacional.
- Φ é a distância entre os centros das duas massas.
- G é a constante da gravitação universal.
- ρ é a densidade de massa.

Em suma, o conhecimento das contribuições desses três cientistas históricos é essencial para a base teórica da transferência de orbital, haja vista que as leis de Kepler descrevem as órbitas, a Lei da Gravitação Universal de Newton explica as forças gravitacionais envolvidas e as contribuições de Laplace fornecem as ferramentas matemáticas para entender sistemas complexos.

Com as devidas bases entendidas é possível descrever e projetar órbitas para cada necessidade da missão.

3.2 Órbitas

Segundo Rutledge e McDaniel (2023) uma órbita pode ser descrita como uma trajetória regular e recorrente que um objeto segue em volta de outro corpo celeste ou centro de gravidade e muitas vezes pode ser descrita como uma seção cônica.

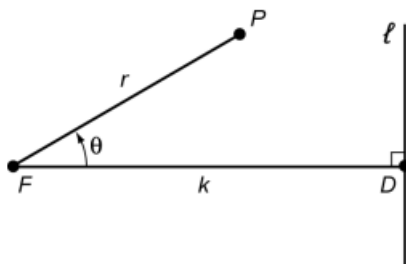


Figura 13 – Definição geométrica de uma seção cônica (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

Uma seção cônica pode ser descrita como o conjunto de pontos geométricos nos quais a relação entre a distância de um ponto fixo F e a distância de uma linha fixa l é sempre a mesma (Fig. 13). O ponto fixo é conhecido como o foco, a linha fixa é chamada de diretriz e a constante que expressa essa relação é denominada excentricidade, representada por e . Com base nessa definição e na notação ilustrada na Fig. 13 podemos derivar as equações a seguir para uma seção cônica: (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

P à esquerda de l :

$$r = \frac{ek}{1 + e\cos\theta} \quad (3.5)$$

P à direita de l :

$$r = \frac{-ek}{1 - e\cos\theta} \quad (3.6)$$

Uma vez que a função cosseno é simétrica em relação a $\theta = 0$, a linha FD (k) atua como um eixo de simetria para a seção cônica. O tipo de seção cônica que a Eq. 3.5 descreve é influenciado pelo valor da excentricidade, e , e diferentes cenários podem ser identificados. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

- $e = 0$: Círculo
- $0 < e < 1$: Elipse
- $e = 1$: Parábola
- $e > 1$: Hipérbole

3.2.1 Órbita Elíptica e Circular

No contexto das órbitas elípticas e circulares, a excentricidade é descrita na seguinte região, $0 \leq e < 1$. A partir da geometria analítica, possuímos uma série de parâmetros característicos que descrevem a forma e o tamanho de uma elipse, juntamente com diversas relações entre esses parâmetros. Essas relações, como veremos, serão valiosas para a nossa análise e serão brevemente exploradas na próxima seção. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

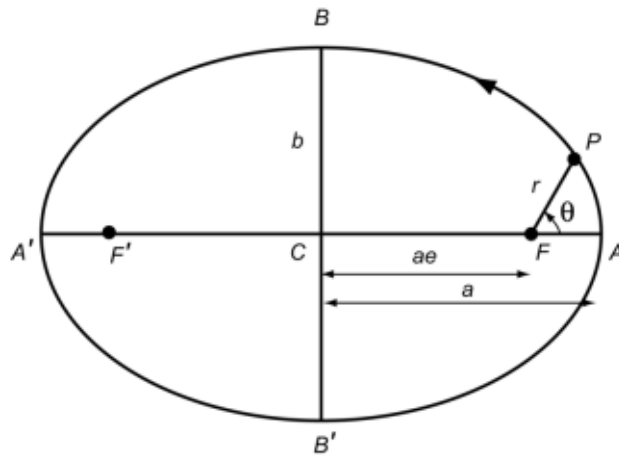


Figura 14 – Geometria de uma órbita elíptica (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

A Fig. 14 apresenta uma elipse e diversos parâmetros úteis. A linha AA' representa um eixo de simetria da elipse, chamado de eixo maior, e o comprimento AA' é definido como $2a$. A elipse possui um segundo eixo de simetria, perpendicular a AA' e que passa pelo seu centro. Esse eixo é denominado eixo menor da elipse, e o comprimento BB' é designado como $2b$.

Diferente da órbita elíptica, a circular possui uma excentricidade igual a zero. Tal fato torna necessário que a Eq. 3.5 descrita anteriormente, seja rearranjada inserindo um novo termo chamado anomalia verdadeira, que é o θ medido na Fig. 14.

Sabendo que $p = ek$, temos que:

$$2a = r_{\theta=0} + r_{\theta=\pi} = \frac{p}{1+e} + \frac{p}{1-e} = \frac{2p}{1-e^2} \quad (3.7)$$

ou

$$p = a(1 - e^2) \quad (3.8)$$

Substituindo na Eq. 3.5, temos a equação mais frequente

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad (3.9)$$

Dessa forma quando substituirmos a excentricidade de uma órbita circular, o raio ficará igual ao semieixo, a . A projeção de transformação de uma órbita elíptica para uma circular pode ser vista na Fig. 15, onde o P é a órbita com excentricidade $0 < e < 1$ e o P' a nova órbita circular.

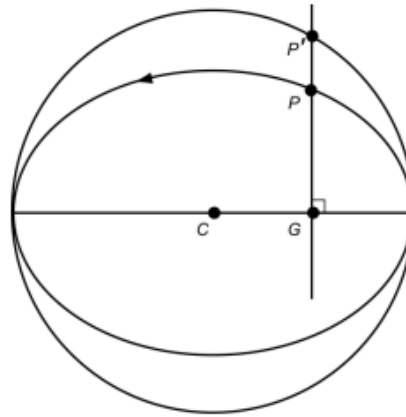


Figura 15 – Projeção de um ponto P em uma elipse para um círculo (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

3.3 Sistema Terra-Lua

À medida que as trajetórias orbitais delineiam a coreografia celeste que regula o deslocamento dos corpos celestes, a relação entre nosso planeta e sua lua, sinaliza a perspectiva de um cenário singular, sendo suas características bastantes conhecidas e estudadas.

No contexto da mecânica do sistema Terra-Lua, os autores Bate, Mueller e White (1971) caracterizaram o sistema afirmando que os diâmetros aproximados de 1.737 km para a Lua e 6.371 km para a Terra delineiam um movimento orbital comum ao redor de um ponto central denominado baricentro. A distância média entre os centros da Terra e da Lua é estabelecida em 384.401 km. A rotação sincronizada da Terra e da Lua em torno desse baricentro, em relação ao espaço inercial, ocorre a cada 27,32 dias. Esta dinâmica tem implicações na observação celeste, manifestando-se em flutuações na longitude do Sol ou de um planeta próximo durante esse mesmo período. Essas variações decorrem da perspectiva terrestre ao observar esses corpos, em contraste com uma observação centrada no baricentro do sistema Terra-Lua.

Quando vista do centro da Terra, o movimento da Lua pode ser descrito pelos seis elementos orbitais clássicos. Principalmente devido ao efeito perturbador do Sol, os elementos orbitais mudam constantemente com o tempo. Ao contrário da maioria dos satélites de outros planetas, a Lua orbita perto da eclíptica e não perto do plano equatorial da Terra, como visto na Fig. 16.

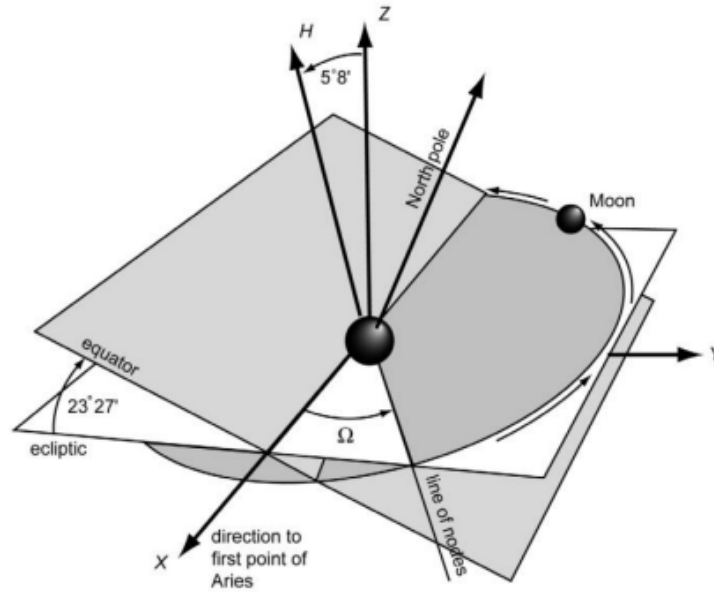


Figura 16 – : Geometria da órbita da Lua, do equador e da eclíptica, e a precessão da linha de nós da órbita da Lua (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

A órbita lunar exibe uma variação leve na inclinação em relação à eclíptica, oscilando entre $4,99^\circ$ e $5,30^\circ$, com uma média de $5,145396^\circ$. Essas discrepâncias na inclinação e a regressão da linha dos nós foram primeiramente observadas por J. Flamsteed (1646-1719) em torno de 1670. Adicionalmente, o eixo de rotação lunar apresenta uma inclinação constante de $1,5424^\circ$ em relação à normal ao plano da eclíptica, enquanto o equador lunar mantém uma inclinação constante de $6,6878^\circ$ em relação ao seu plano orbital, conhecido como obliquidade. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

A mecânica celeste do sistema Terra-Lua é governada e caracterizada por essas singularidades de órbitas e são extremamente importantes para se desenhar uma manobra eficiente entre esses dois corpos no espaço. Uma das manobras mais conhecidas e utilizadas na mecânica orbital é a transferência de Hohmann.

3.4 Transferência de Hohmann

Proposta por Hohmann em 1925, a transferência de Hohmann representa a manobra de dois impulsos mais eficiente em termos de energia para realizar a transferência entre duas órbitas circulares coplanares que compartilham um foco comum. Essa transferência é caracterizada por uma órbita elíptica tangente a ambos os círculos ao longo de sua linha apsidal, conforme ilustrado na Fig. 17. Os pontos de periápse e apoápse da elipse de transferência coincidem com os raios dos círculos interno e externo, respectivamente. (CURTIS, 2014)

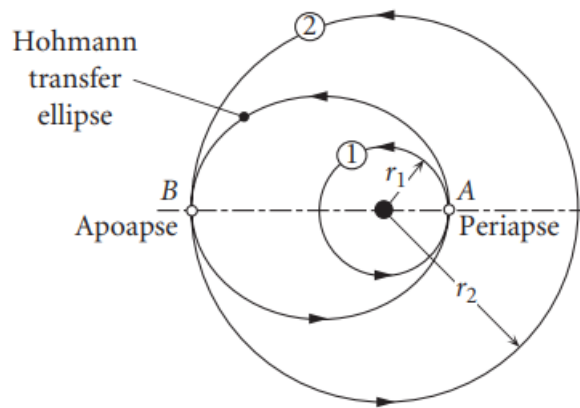


Figura 17 – Transferência de Hohmann (CURTIS, 2014)

Na análise de transferência, a variação de velocidade é uma propriedade essencial, já que a mesma será a responsável por alterar a órbita inicial para a final. Como é possível ver na Fig. 17, há uma órbita circular 1 com r_1 de raio tangenciada por uma órbita elíptica de transferência de Hohmann no ponto A (Periapse) para o ponto B (Apoapse). Tal trajetória elíptica de transferência só é possível pelo incremento de velocidade fornecido no Periapse (Δv_A), e o rearranjo na órbita circular estacionária 2 por um incremento de velocidade no ponto B (Δv_B). Sendo assim a variação total de velocidade representada como $\Delta v_{TOTAL} = \Delta v_A + \Delta v_B$. (CURTIS, 2014)

Para realizar o cálculo do Δv_{TOTAL} é necessário o conhecimento das Leis de Kepler, já citadas anteriormente. A primeira Lei de Kepler define a excentricidade como,

$$e = \frac{r_2 - r_1}{r_1 + r_2} \quad (3.10)$$

Haja vista que o μ é a constante gravitacional universal e que o semieixo maior de uma elipse pode ser calculado como $a = \frac{r_1 + r_2}{2}$, a velocidade orbital em uma trajetória elíptica pode ser calculada pela equação:

$$v = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}} \quad (3.11)$$

Com base nas equações mencionadas e ao examinar cada vetor de velocidade associado à manobra, identificamos a velocidade em uma órbita circular inicial 1, uma órbita elíptica de transferência e uma órbita circular final 2:

Velocidade circular inicial 1

$$v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \quad (3.12)$$

Velocidade circular final 2

$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \quad (3.13)$$

Velocidade de transferência elíptica

$$v_e = \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} - \frac{2\mu}{r_1 + r_2}} \quad (3.14)$$

Sendo assim, no Periapse

$$\Delta v_A = v_e - v_1 \quad (3.15)$$

e no Apoapse

$$\Delta v_B = v_2 - v_e \quad (3.16)$$

Fazendo assim com que seja possível calcular a velocidade total da transferência com a fórmula

$$\Delta v_{TOTAL} = |\Delta v_A| + |\Delta v_B| \quad (3.17)$$

É importante salientar que a análise da variação da velocidade está diretamente ligada a fatores cruciais para a medição de eficiência da transferência, dentre esses fatores estão inclusos a quantidade de propelente e o tempo gasto. À medida que a necessidade de alteração de velocidade (Δv) aumenta, a quantidade de propelente a ser consumida também aumentará e portanto o tempo decorrido diminuirá.

3.4.1 A transferência de Hohmann de uma órbita circular para uma órbita elíptica

Em caso mais especial, e mais parecido com o real, temos a transferência de Hohmann de uma órbita circular para uma órbita elíptica onde um objeto está em órbita circular e precisa passar para uma órbita elíptica coplanar com uma distância perigeu maior que o raio da órbita inicial (Fig. 18). Com tal tipo de transferência temos duas opções, indicadas na Fig. 18 por I e II. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

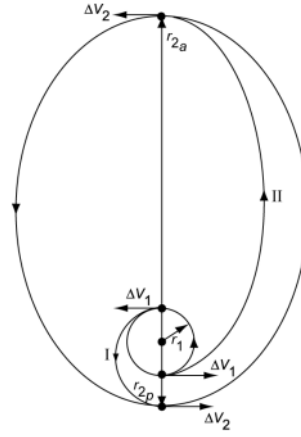


Figura 18 – Dois caminhos viáveis de transferência de Hohmann de uma órbita circular inicial para uma órbita elíptica final coplanar. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

No caso I, podemos escrever o primeiro e segundo impulso como

$$\Delta v_1 = v_{c1} \sqrt{1 + e_t} - v_{c1} \quad (3.18)$$

sendo $e_t = \frac{r_{2p} - r_1}{r_{2p} + r_1}$

$$\Delta v_2 = v_{2p} - v_{c2p} \sqrt{1 - e_t} \quad (3.19)$$

Com as expressões para as excentricidades e as relações ficam da seguinte forma

$$r_{2p} = a(1 - e) \quad (3.20)$$

$$v_{c2p} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{2p}}} = v_{c1} \sqrt{\frac{r_1}{a(1 - e)}} \quad (3.21)$$

$$v_{2p} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right)} = v_{c1} \sqrt{\frac{r_1}{a} \left(\frac{1 + e}{1 - e} \right)} \quad (3.22)$$

após alguma manipulação algébrica, para ambos os disparos impulsivos temos

$$\Delta v_1 = v_{c1} \left[\sqrt{\frac{2a(1 - e)}{a(1 - e) + r_1}} - 1 \right] \quad (3.23)$$

$$\Delta v_2 = v_{c1} \left[\frac{r_1}{a} \sqrt{\frac{2}{(1 - e)(1 - e + r_1/a)}} + \sqrt{\frac{r_1(1 + e)}{a(1 - e)}} \right] \quad (3.24)$$

Para o impulso total necessário segue então

$$\left(\frac{\Delta v_{tot}}{v_{c_t}}\right)_I = \sqrt{\frac{2}{(1-e)(1-e+r_1/a)}} \left(1-e-\frac{r_1}{a}\right) + \sqrt{\frac{r_1}{a} \left(\frac{1+e}{1-e}\right)} - 1 \quad (3.25)$$

Já no caso II, podemos descrever o primeiro e segundo disparo impulsivo de forma semelhante, alterando para o apogeu

$$\Delta v_1 = v_{c_1} \sqrt{1+e_t} - v_{c_1} \quad (3.26)$$

sendo $e_t = \frac{r_{2a}-r_1}{r_{2a}+r_1}$

$$\Delta v_2 = v_{2_a} - v_{c_{2a}} \sqrt{1-e_t} \quad (3.27)$$

Com as expressões para as excentricidades e as relações ficam da seguinte forma

$$r_{2a} = a(1+e) \quad (3.28)$$

$$v_{c_{2a}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{2a}}} = v_{c_1} \sqrt{\frac{r_1}{a(1+e)}} \quad (3.29)$$

$$v_{2_a} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1-e}{1+e}} = v_{c_1} \sqrt{\frac{r_1}{a} \frac{1-e}{1+e}} \quad (3.30)$$

encontramos para ambos os tiros impulsivos:

$$\Delta v_1 = v_{c_1} \left[\sqrt{1 + \frac{a(1+e) - r_1}{a(1+e) + r_1}} - 1 \right] \quad (3.31)$$

$$\Delta v_2 = v_{c_1} \left[-\frac{r_1}{a(1+e)} \sqrt{1 - \frac{a(1+e) - r_1}{a(1+e) + r_1}} + \sqrt{\frac{r_1}{a} \frac{(1-e)}{(1+e)}} \right] \quad (3.32)$$

Para o impulso total necessário segue então

$$\left(\frac{\Delta v_{tot}}{v_{c_1}}\right)_{II} = \sqrt{\frac{2}{(1+e)(1+e+r_1/a)}} \left(1+e-\frac{r_1}{a}\right) + \sqrt{\frac{r_1}{a} \left(\frac{1-e}{1+e}\right)} - 1 \quad (3.33)$$

Com a explicação do funcionamento dessa manobra estabelecida, torna-se viável examiná-la em contextos práticos que englobam trajetórias interplanetárias e, consequentemente, desenvolver uma solução para uma missão Terra-Lua que incorpora essa manobra.

4 Trajetórias Interplanetárias

4.1 Introdução

No último capítulo focamos nos princípios e manobras, em que as órbitas inicial e final, partilham um ponto focal. No âmbito das trajetórias interplanetárias, a nave espacial percorre múltiplas órbitas com diversos pontos focais, distinguindo-se das abordagens centradas em dois corpos que discutimos anteriormente. Adicionalmente, as trajetórias interplanetárias exigem que a nave escape da influência gravitacional da Terra, submetendo a trajetória a perturbações causadas por outros corpos no sistema solar. (CURTIS, 2014)

Para Curtis (2014), existem diversos métodos, com diferentes graus de complexidade, para calcular trajetórias interplanetárias. Dado que essas trajetórias são impactadas por várias fontes gravitacionais, elas não se conformam verdadeiramente ao modelo de trajetória de dois corpos, causando assim um novo desafio. Uma estratégia para enfrentar esses desafios, segundo Bate, Mueller e White (1971) consiste em incorporar diretamente todas as perturbações gravitacionais nas equações de movimento. Contudo, essa abordagem rapidamente se torna intrincada e exige bastante computacionalmente, razão pela qual geralmente não é preferida.

Adicionalmente, Curtis (2014) diz que o procedimento mais frequentemente utilizado para efetuar cálculos de trajetórias interplanetárias é conhecido como *Patched Conics*. Nessa abordagem, combinamos diversas seções cônicas para determinar a trajetória completa de interesse. Abordagens mais sofisticadas podem ser exploradas ao perturbar as equações dentro da configuração da *Patched Conics* ou ao introduzir perturbações nas equações de movimento de maneira mais abrangente.

4.2 *Patched Conics*

O método básico das *patched conics* envolve três trajetórias cônicas:

- Uma trajetória hiperbólica é concebida para efetuar a fuga do planeta inicial, sendo o ponto focal dessa trajetória precisamente o referido planeta. O desfecho dessa trajetória ocorre quando a influência gravitacional do Sol prevalece sobre a do planeta inicial.
- Uma trajetória elíptica ou hiperbólica é projetada para realizar a transferência da órbita do planeta inicial para a órbita do planeta final, tendo o Sol como ponto focal

desta trajetória.

- Uma trajetória hiperbólica é delineada durante a aproximação ao planeta final, tendo como ponto focal exatamente nesse planeta. O início dessa trajetória ocorre no ponto em que a influência gravitacional do planeta final supera a do Sol.

Estas três trajetórias são mostradas na Fig. 19, que mostra uma transferência de Hohmann do planeta inicial para o planeta final. A transferência de Hohmann, caracterizada anteriormente, é considerada o tipo mais eficiente de transferência orbital de dois impulsos em termos de energia, servindo como uma sólida base de comparação. No entanto, é importante notar que qualquer trajetória que intersecte as órbitas dos planetas inicial e final pode ser empregada para a realização da transferência. (WEBER, 2020)

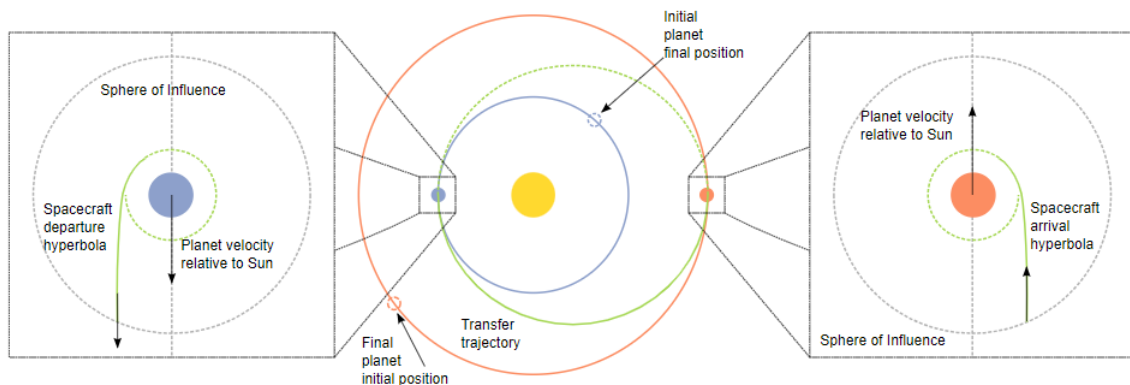


Figura 19 – As três trajetórias na *patched conics*. (WEBER, 2020)

O esquema apresenta o planeta inicial à esquerda, com a espaçonave partindo em uma trajetória hiperbólica em relação a esse planeta. Ao atingir o raio da esfera de influência do planeta inicial (representada pela linha cinza tracejada), a velocidade da espaçonave é ajustada, transformando a trajetória em uma elipse em relação ao corpo central, que no exemplo é o Sol, mas pode ser qualquer outro corpo de grande massa dependendo do cenário. O Sol é apenas a aplicação mais recorrente deste tipo de transferência. O segmento verde no centro da figura representa essa trajetória elíptica. Após percorrer 180° em uma transferência de Hohmann, a sonda alcança a esfera de influência do planeta final.

Os círculos cinza tracejados na Fig. 19 representam a esfera de influência de cada planeta. Isto representa o limite onde a influência gravitacional do planeta na espaçonave é mais forte do que a do Sol. Embora não exista um limite verdadeiro e a influência do planeta e do Sol varie suavemente ao longo da trajetória, a esfera de influência representa uma forma útil de dividir as transferências. (WEBER, 2020)

Weber (2020) ainda define que dentro da esfera de influência de um planeta, o foco da trajetória é o planeta. Fora da esfera de influência, o foco da trajetória é o Sol.

Portanto, o limite da esfera de influência é o ponto de *patch* onde a nossa análise passará de centrada no planeta para heliocêntrica na partida, e de heliocêntrica para centrada no planeta na chegada.

4.3 Esfera de Influência

Conceitualmente, podemos imaginar a esfera de influência como uma fronteira, dentro da qual a atração gravitacional do planeta domina a atração do Sol sobre uma massa muito menor. Isto permite-nos calcular um raio específico além do qual o foco da trajetória muda do planeta para o Sol. Portanto, a velocidade que a espaçonave tem ao sair da esfera de influência de um planeta é a velocidade com que ela inicia sua trajetória heliocêntrica. (CURTIS, 2014)

4.3.1 Cálculo do raio da esfera de influência

Considerando um sistema de três corpos, composto pelo Sol, pelo planeta e pela espaçonave. Um referencial inercial está fixo ao Sol e estamos interessados nas equações de movimento da espaçonave neste referencial.

Se \mathbf{R} é o vetor radial do Sol até a espaçonave, \mathbf{r} é o vetor radial do planeta para a espaçonave, e \mathbf{R}_p é o vetor radial do Sol ao planeta então a equação do movimento da espaçonave no referencial inercial do Sol pode ser expressa como:

$$m\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_p \quad (4.1)$$

onde m é a massa da espaçonave e \mathbf{F}_s e \mathbf{F}_p são as forças na espaçonave devidas ao Sol e ao planeta, respectivamente. Dividindo pela massa da espaçonave, encontramos:

$$\ddot{\mathbf{R}} = \mathbf{A}_s + \mathbf{P}_p \quad (4.2)$$

Na Equação 4.2, \mathbf{A} é o vetor de aceleração primário, devido ao Sol no referencial inercial. Por outro lado, \mathbf{P} representa o vetor de aceleração perturbador, devido ao planeta.

Sendo assim, podemos escrever as equações de movimento da espaçonave em um referencial móvel em relação ao planeta:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_p \quad (4.3)$$

Dividindo pela massa novamente, encontramos:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_s + \mathbf{p}_s \quad (4.4)$$

Na Equação 4.4, \mathbf{a} é o vetor de aceleração primário, devido ao planeta no referencial relativo e \mathbf{p} representa o vetor de aceleração perturbador, devido ao Sol.

A Equação 4.2 e a Equação 4.4 mostram-nos que podemos pensar nas acelerações da nave espacial em termos de uma aceleração primária e de uma aceleração perturbadora. Tomando a razão entre as magnitudes dessas acelerações, podemos tirar duas conclusões principais:

- Quando $\frac{p_s}{a_p}$ é grande, então a trajetória da espaçonave é significativamente perturbada pela gravidade do Sol
- Quando $\frac{P_p}{A_s}$ é grande, então a trajetória da espaçonave é significativamente perturbada pela gravidade do planeta

Ao comparar estas duas contribuições, podemos inferir a predominância da influência perturbadora entre o Sol e o planeta. Quando a perturbação causada pelo Sol é menor que a perturbação causada pelo planeta, podemos concluir que a espaçonave está situada dentro da esfera de influência do planeta. Matematicamente, isso pode ser expresso como:

$$\frac{p_s}{a_p} < \frac{P_p}{A_s} \quad (4.5)$$

Portanto as magnitudes da aceleração são dadas por:

$$A_s = \frac{Gm_s}{R^2} \quad P_p = \frac{Gm_p}{r^2} \quad a_p = \frac{Gm_p}{r^2} \quad p_s = \frac{Gm_s}{R^3}r \quad (4.6)$$

onde m_p é a massa do planeta e m_s é a massa do Sol. Observe que estamos assumindo que $R = R_p$. Em outras palavras, dentro da esfera de raio, a distância do Sol à espaçonave é igual à distância do Sol ao planeta. Além disso, estamos interessados na situação em que a posição da espaçonave em relação ao planeta, dada por r , é igual ao raio da esfera de influência, tal que $r = r_{SOI}$

Rearranjando a Equação 4.6 na Equação 4.5 e simplificando, encontramos:

$$r_{SOI} = R \left(\frac{m_p}{m_s} \right)^{2/5} \quad (4.7)$$

onde R é o raio da órbita do planeta em torno do Sol. Na Equação 4.7, fica evidente que a esfera de influência é diretamente proporcional ao raio orbital e à massa do planeta. Planetas com maiores massas ou que estão localizados a distâncias maiores do Sol apresentam esferas de influência mais amplas. Essa relação matemática indica que a interação gravitacional, representada pelo termo na equação, é mais expressiva em

sistemas planetários nos quais o planeta em questão é substancialmente massivo ou está situado em órbitas mais distantes do Sol.([CURTIS, 2014](#))

5 O problema dos N-corpos

5.1 Introdução

A mecânica celeste no sistema solar, em última análise, constitui um desafio complexo envolvendo o problema de n corpos. [Weber \(2020\)](#) diz que a peculiaridade das configurações e a relativa insignificância das perturbações possibilitaram descrições altamente precisas dos movimentos, válidas por períodos limitados, utilizando várias aproximações e métodos. Exemplificações desse enfoque incluem o problema restrito de três corpos, usado para analisar as perturbações de Júpiter nos asteroides, e a aplicação de aproximações sucessivas em séries para incorporar sequencialmente os efeitos de perturbações cada vez menores, inclusive no movimento lunar.

No âmbito do problema geral de n corpos, em que todos os corpos possuem massas, velocidades iniciais e posições arbitrárias, a interação entre eles ocorre conforme a lei da gravitação de Newton, mostrado na Equação 3.3. O objetivo é determinar o movimento subsequente de todos os corpos. Apesar de muitas soluções numéricas terem sido bem-sucedidas para o movimento de um grande número de partículas gravitantes, a ênfase muitas vezes recai no comportamento estatístico do grupo, em detrimento do movimento exato das partículas individuais. ([BATE; MUELLER; WHITE, 1971](#))

Problemas de n -corpos, especialmente aqueles relacionados às perturbações solares no movimento lunar, nos levam a enfrentar o "problema de três corpos" (Terra-Lua-Sol), uma simplificação do dilema de dois corpos. Este cenário específico, ao considerar a Terra, a Lua e o Sol como massas pontuais, é referido como o "problema central da teoria lunar" e tem sido minuciosamente explorado desde os primórdios da era newtoniana ([WEBER, 2020](#)).

Apesar de o problema dos três corpos não ter uma solução analítica completa na forma fechada, várias soluções em série por meio de aproximações sucessivas alcançam uma precisão tal que teorias abrangentes do movimento lunar necessitam contemplar os efeitos das distribuições de massa não esféricas da Terra e da Lua, bem como os efeitos dos planetas, caso a precisão das posições previstas se aproxime da precisão das observações. ([CURTIS, 2014](#))

5.2 Problema circular restrito de três corpos

Nesta seção apresentamos a resolução do problema dos três corpos, sujeito a algumas restrições. Em particular:

- Existem duas massas primárias, e a massa do objeto terciário é extremamente pequena em comparação com m_1 e m_2
- A massa de m_1 é maior que m_2
- Os dois objetos primários orbitam em círculo em torno de seu centro de massa

Embora estas suposições pareçam bastante restritivas, na verdade representam várias situações físicas muito importantes: o sistema Terra-Lua, bem como as órbitas de muitos dos planetas em torno do Sol, com um objeto feito pelo homem como a terceira massa. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971) caracterizam isso como o Problema Circular Restrito de Três Corpos (CR3BP), porque as órbitas são restritas a círculos e a massa do terceiro corpo é restrita a ser muito menor que os outros dois.

A órbita da Lua ao redor da Terra é aproximadamente circular, com excentricidade média de 0,054 e eixos semi-maior e semi-menor de 384.400 km e 383.800 km, respectivamente. O centro de massa do sistema ocorre a uma distância de 4.600 km do centro da Terra, cerca de 72% do raio da Terra. Da mesma forma, as órbitas de Vênus, Terra, Júpiter, Saturno, Netuno e Urano ao redor do Sol têm excentricidades inferiores a 0,06, de acordo com a Folha de Dados Planetários da NASA, escrita por William (2023).

Ao contrário do problema dos dois corpos, não existe uma solução geral fechada para este problema. Forma fechada significa uma equação analítica que podemos resolver. Mas podemos construir as equações de movimento para encontrar alguns parâmetros interessantes das órbitas.

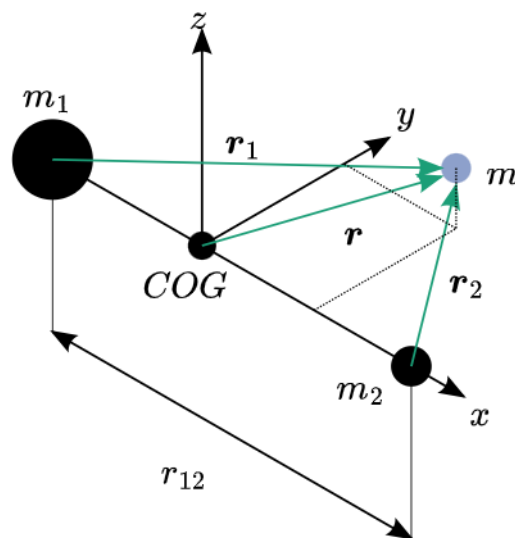


Figura 20 – O sistema de massas para o problema circular restrito de três corpos.

Primeiro anexamos um sistema de coordenadas não inercial ao baricentro do sistema de m_1 e m_2 , tal que o x -eixo deste sistema de coordenadas aponta para m_2 . A distância de m_1 para m_2 é r_{12} , que também é o raio da órbita circular, conforme mostrado na Fig. 20.

O y -eixo deste sistema de coordenadas está no plano orbital, e o z -eixo é perpendicular ao plano orbital, na mesma direção do vetor momento angular. No referencial rotativo, m_1 e m_2 parecem estar estacionários.

A velocidade angular inercial do referencial é:

$$\boldsymbol{\Omega} = \Omega \hat{\mathbf{k}} \quad (5.1)$$

onde

$$\Omega = \frac{2\pi}{T} \quad (5.2)$$

T é o período da órbita, e o período orbital para uma órbita circular é:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\mu}} r_{12}^{3/2} \quad (5.3)$$

Conectando isso para Ω , nós achamos:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\mu}{r_{12}^3}} \quad (5.4)$$

Sabendo disso, podemos determinar as posições das duas massas em relação ao baricentro. Por definição, as duas massas estão no plano orbital, então suas z -coordenada será zero. Já que a linha que conecta m_1 e m_2 passa pelo baricentro, então seu y -coordenadas também devem ser zero.

Nesse caso, só precisamos encontrar o x -coordenadas, que podemos fazer a partir da equação do centro de massa:

$$m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0 \quad (5.5)$$

Precisamos assim de uma segunda equação independente para resolver x_1 e x_2 . Felizmente, sabemos que a distância entre as massas é r_{12} . Resolvendo para x_2 :

$$x_2 = x_1 + r_{12} \quad (5.6)$$

Para resolver este conjunto de equações, é conveniente definir duas razões adimensionais:

$$\pi_1 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \quad \pi_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (5.7)$$

Observe que $\pi_2 = 1 - \pi_1$. Agora podemos resolver x_1 e x_2 em termos destes:

$$x_1 = -\pi_2 r_{12} \quad x_2 = \pi_1 r_{12} \quad (5.8)$$

Agora vamos adicionar a massa terciária, muito menor, ao sistema. Usaremos o símbolo m para esta massa, sem subscrito. Queremos a equação do movimento, isto é, a segunda lei de Newton. Para isso precisamos da aceleração, que derivaremos da posição.

A posição da massa terciária em relação ao baricentro é:

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}} \quad (5.9)$$

A posição da massa terciária em relação a m_1 é:

$$\mathbf{r}_1 = (x - x_1)\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}} = (x + \pi_2 r_{12})\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}} \quad (5.10)$$

e a posição de m relativo a m_2 é:

$$\mathbf{r}_2 = (x - \pi_1 r_{12})\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}} \quad (5.11)$$

A segunda lei de Newton requer a aceleração inercial. Para descobrir isso, primeiro encontramos a velocidade inercial de m . Precisamos levar em conta o referencial rotativo. Isso significa que a velocidade e a aceleração precisam incluir a rotação do sistema de coordenadas:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}_{COG} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{v}_{rel} \quad (5.12)$$

onde \mathbf{v}_{COG} é a velocidade absoluta do baricentro e \mathbf{v}_{rel} é a velocidade calculada no sistema de coordenadas móvel:

$$\mathbf{v}_{rel} = \dot{x}\hat{\mathbf{i}} + \dot{y}\hat{\mathbf{j}} + \dot{z}\hat{\mathbf{k}} \quad (5.13)$$

Então podemos encontrar a aceleração absoluta de m :

$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a}_{COG} + \ddot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_{rel} + \mathbf{a}_{rel} \quad (5.14)$$

onde

$$\mathbf{a}_{rel} = \ddot{x}\hat{\mathbf{i}} + \ddot{y}\hat{\mathbf{j}} + \ddot{z}\hat{\mathbf{k}} \quad (5.15)$$

Conectando tudo e simplificando:

$$\ddot{\mathbf{r}} = (\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} - \Omega^2x)\hat{\mathbf{i}} + (\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} - \Omega^2y)\hat{\mathbf{j}} + \ddot{z}\hat{\mathbf{k}} \quad (5.16)$$

Em relação a força no corpo terciário, temos a influência direta de ambas outras massas:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (5.17)$$

onde \mathbf{F}_1 é a força de m_1 sobre m e \mathbf{F}_2 é a força de m_2 sobre m . As duas forças são encontradas pela lei da gravitação de Newton:

$$\mathbf{F}_1 = -G\frac{m_1m}{r_1^2}\hat{\mathbf{u}}_r)_1 = -\frac{\mu_1m}{r_1^3}\mathbf{r}_1 \quad (5.18)$$

$$\mathbf{F}_2 = -G\frac{m_2m}{r_2^2}\hat{\mathbf{u}}_r)_2 = -\frac{\mu_2m}{r_2^3}\mathbf{r}_2 \quad (5.19)$$

Combinando a Eq.5.17 e Eq. 5.19 e dividindo por m , nós achamos:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}\mathbf{r}_1 - \frac{\mu_2}{r_2^3}\mathbf{r}_2 \quad (5.20)$$

Por fim, substituímos por $\ddot{\mathbf{r}}$ da Equação 5.16 e dividido por componentes para ter três equações escalares de movimento para o CR3BP:

$$\ddot{x} - 2\Omega\dot{y} - \Omega^2x = -\frac{\mu_1}{r_1^3}(x + \pi_2r_{12}) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - \pi_1r_{12}) \quad (5.21)$$

$$\ddot{y} + 2\Omega\dot{x} - \Omega^2y = -\frac{\mu_1}{r_1^3}y - \frac{\mu_2}{r_2^3}y \quad (5.22)$$

$$\ddot{z} = \frac{\mu_1}{r_1^3}z - \frac{\mu_2}{r_2^3}z \quad (5.23)$$

5.2.1 Aplicação do CR3BP: Pontos de Lagrange

As equações de movimento apresentadas na seção anterior para o Problema Circular Restrito de Três Corpos (CR3BP) são não dimensionais e carentes de uma solução analítica geral. No entanto, existe um conjunto de cinco pontos onde a massa terciária encontra equilíbrio entre as massas primária e secundária. Ou seja, se um objeto for

colocado em um desses pontos e não sofrer perturbações, permanecerá nessa posição indefinidamente. Esses locais específicos são conhecidos como Pontos de Lagrange. (BATE; MUELLER; WHITE, 1971)

Segundo Cornish (2023), essas cinco posições particulares representam locais nos quais um objeto de massa menor pode manter uma órbita constante ao redor de duas massas maiores. Nos Pontos de Lagrange, a atração gravitacional exercida por essas duas massas maiores é exatamente compensada pela força centrípeta necessária para permitir que um objeto pequeno se mova em conjunto com elas. Esse desafio matemático, conhecido como o "Problema Geral dos Três Corpos", foi inicialmente investigado por Lagrange em sua obra onde chegou a conclusão que para encontrar esses pontos é necessário aplicar condições de velocidade e aceleração nulas às equações de movimento do problema restrito de três corpos, representada em 5.21, 5.22 e 5.23.

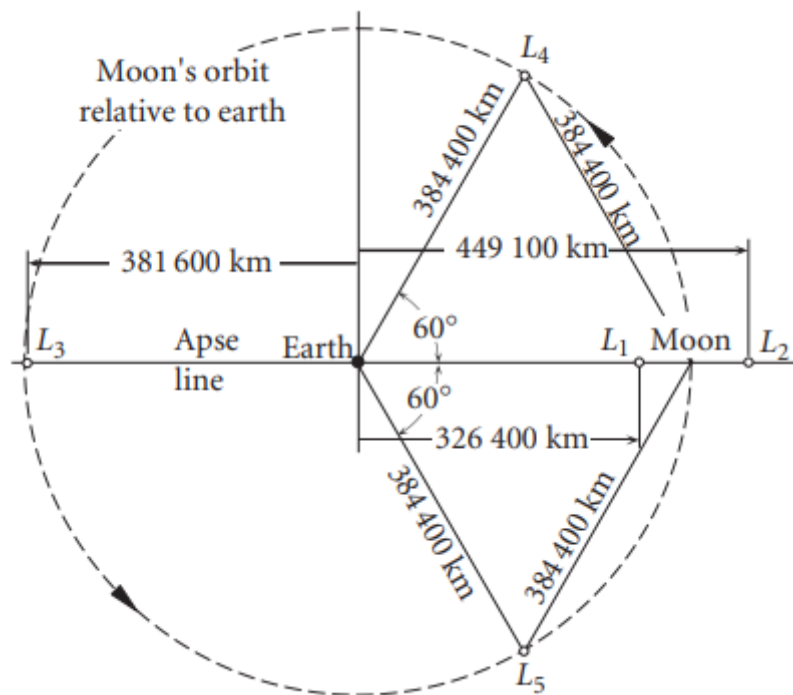


Figura 21 – Localização dos cinco pontos de Lagrange no sistema Terra-Lua. Esses pontos orbitam a Terra com o mesmo período da Lua. (CURTIS, 2014)

Dos cinco pontos de Lagrange vistos na Fig. 21, três são instáveis (L1, L2 e L3), alinhados ao longo da linha que conecta as duas massas principais. Os outros dois pontos de Lagrange são estáveis (L4 e L5) e formam o vértice de dois triângulos equiláteros, nos quais as grandes massas ocupam os vértices. L4 lidera a órbita da Terra, enquanto L5 a segue.

5.2.2 A Constante de Jacobi e a Região de Hill

A constante de Jacobi, segundo [Murray e Dermott \(1999\)](#), é a única quantidade conservada conhecida para o problema circular restrito de três corpos e ela pode ser encontrada multiplicando a Equação 5.21 por \dot{x} , a 5.22 por \dot{y} e a 5.23 por \dot{z} . Sendo assim, a soma subsequente das equações resultantes, fornece

$$\begin{aligned}\ddot{x}\dot{x} - 2\Omega\dot{x}\dot{y} - \Omega^2x\dot{x} &= -\frac{\mu_1}{r_1^3}(x\dot{x} + \pi_2r_{12}\dot{x}) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x\dot{x} - \pi_1r_{12}\dot{x}) \\ \ddot{y}\dot{y} + 2\Omega\dot{x}\dot{y} - \Omega^2y\dot{y} &= -\frac{\mu_1}{r_1^3}y\dot{y} - \frac{\mu_2}{r_2^3}y\dot{y} \\ \ddot{z}\dot{z} &= \frac{\mu_1}{r_1^3}z\dot{z} - \frac{\mu_2}{r_2^3}z\dot{z}\end{aligned}$$

Somando os lados esquerdo e direito dessas equações, obtemos

$$\ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y} + \ddot{z}\dot{z} - 2\Omega(x\dot{x} + y\dot{y}) = -\left(\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3}\right)(x\dot{x} + y\dot{y} + z\dot{z}) + r_{12}\left(\frac{\pi_1\mu_2}{r_2^3} - \frac{\pi_2\mu_1}{r_1^3}\right)\dot{x} \quad (5.24)$$

Rearranjando os termos, temos que

$$\ddot{x}\dot{x} + \ddot{y}\dot{y} + \ddot{z}\dot{z} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) = \frac{1}{2}\frac{dv^2}{dt} \quad (5.25)$$

Sendo assim após a soma do lado direito e esquerdo, podemos integrar obtendo assim a constante de Jacobi

$$C = 2\Omega - v^2 \quad (5.26)$$

Mas comumente escrito como

$$C = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}\Omega^2(x^2 + y^2) - \frac{\mu_1}{r_1} - \frac{\mu_2}{r_2} \quad (5.27)$$

onde $v^2/2$ é a energia cinética por unidade de massa em relação ao referencial rotativo. $-\mu_1/r_1$ e $-\mu_2/r_2$ são as energias potenciais gravitacionais das duas massas primárias. $-\Omega^2(x^2 + y^2)/2$ pode ser interpretado como a energia potencial da força centrífuga por unidade de massa induzida pela rotação do referencial $\Omega^2(x\hat{i} + y\hat{j})/2$. ([CURTIS, 2014](#))

Ao fixar um determinado valor para C , as superfícies de velocidade zero são identificadas. A interseção dessas superfícies com o plano xy estabelece as curvas de velocidade zero, também denominadas Região de Hill. Essas curvas delineiam as áreas permitidas e proibidas no plano e correspondem a valores negativos da constante de Jacobi.

A Fig. 22 fornece informações sobre as regiões do espaço acessíveis por um satélite exclusivamente através da troca entre energia cinética e potencial. Esses dados podem ser utilizados para avaliar a viabilidade de uma espaçonave completar uma trajetória de retorno livre da Lua à Terra. O retorno livre, nesse contexto, dispensa a necessidade de propulsão adicional. A depender da trajetória específica, a espaçonave pode reentrar na atmosfera terrestre e realizar um pouso seguro, como exemplificado na missão Apollo 13. (WEBER, 2020)

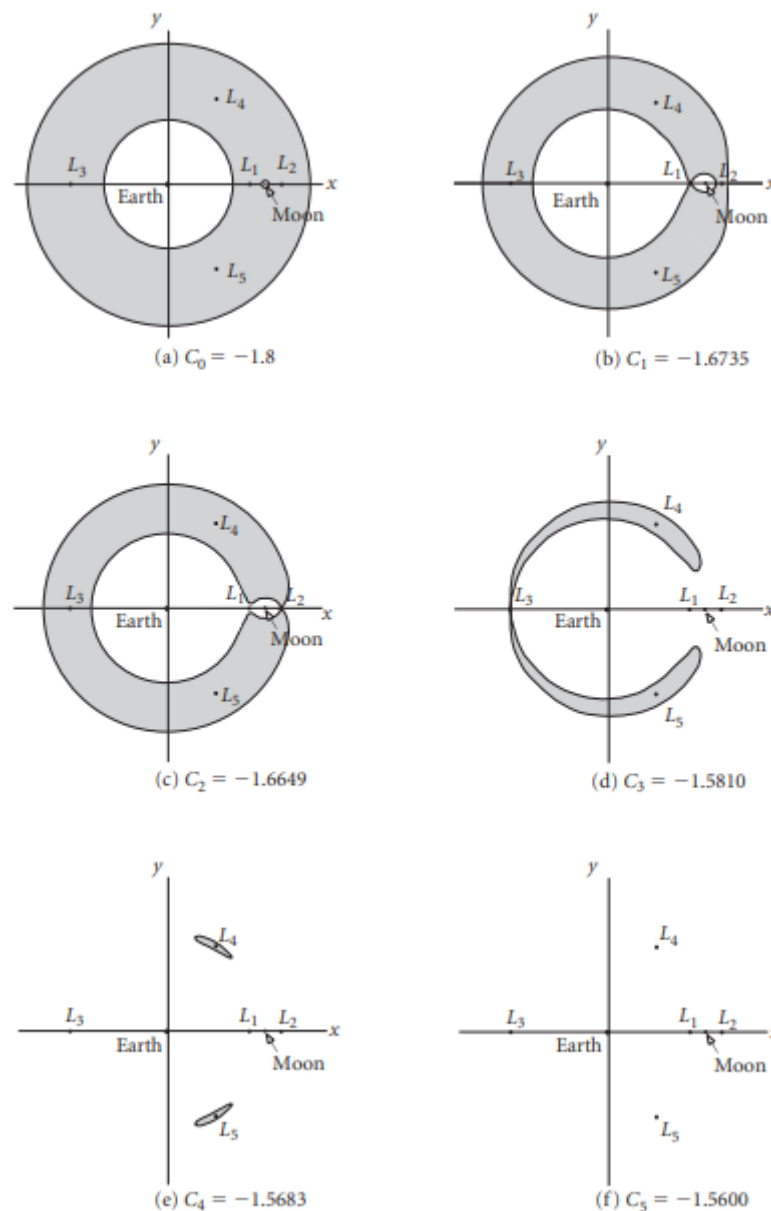


Figura 22 – Regiões proibidas (sombreadas) dentro do sistema Terra-Lua para valores crescentes da constante de Jacobi. [km^2/s^2]. (CURTIS, 2014)

Considere uma espaçonave em órbita ao redor da Lua, caracterizada por um valor de $C = -1.8$, o que corresponde ao ponto no eixo superior esquerdo da Fig. 22. Com esse

valor específico de C , a espaçonave não possui energia adequada para escapar da órbita lunar, pois não atinge nenhuma das regiões sombreadas na figura.

Considere agora a mesma nave espacial, porém, com um valor de $C = -1.6649$. Nessa situação, se a espaçonave estiver na mesma posição anterior, sua velocidade terá aumentado. Esse aumento de velocidade proporciona à nave acesso a uma área expandida entre a Terra e a Lua. Se a espaçonave estiver posicionada inicialmente com a posição correta e a velocidade apropriada, torna-se possível traçar uma trajetória que conecta a Lua e a Terra.

Portanto na análise do [Weber \(2020\)](#), à medida que o valor de C aumenta, observe-se que o espaço entre a Terra e a Lua se torna cada vez mais acessível para a espaçonave. Embora a constante de Jacobi não forneça informações específicas sobre as condições iniciais necessárias para uma trajetória específica, ela é capaz de indicar se um conjunto determinado de condições iniciais será ou não capaz de conduzir a espaçonave ao destino desejado.

6 Método da Manobra Orbital

6.1 Introdução

O sucesso de uma missão espacial está intrinsecamente ligado à sincronização entre o ponto de partida da espaçonave e a janela de oportunidade de lançamento. Essa delicada janela, determinada pela posição relativa da espaçonave em relação ao seu destino, é crucial para otimizar a eficiência e economia de combustível durante a trajetória da missão, sendo necessário um planejamento de transferência orbital coerente. (WHEELER, 2009)

Segundo Magramo e McCarthy (2019a), o planejamento de transferência orbital incorpora estratégias de manobra orbital sofisticadas, visando otimizar a trajetória da espaçonave. O objetivo principal é não apenas minimizar os riscos de escape, mas também maximizar a eficiência na conquista de órbitas desejadas ou a chegada a destinos específicos no espaço. Nesse contexto, a complexidade do desafio está em encontrar a combinação ideal de manobras que permitam à espaçonave atingir seu destino com precisão, evitando trajetórias ineficientes ou desvios indesejados.

Nesse capítulo será mostrado um estudo inicial da estratégia planejada para a missão Garatea-L de transferência Terra-Lua com foco na visualização da Bacia SPA, baseado nos conceitos até aqui apresentados. No planejamento será mostrado a compreensão sobre a técnica de partida escolhida, considerações fundamentais a partida de transferência para a Lua, captura dessa transferência, assim como a inserção da órbita elíptica do Cubesat na Lua.

6.2 Planejamento de Transferência

O método escolhido de transferência foi o de Hohmann de forma direta. A maneira direta, também conhecida como "clássica", é rápida, porém um pouco mais onerosa, pois utilizasse de mais propelente do que outros métodos. Ela inicia-se na chamada "órbita de estacionamento" ao redor da Terra com seu apogeu (ponto mais distante da Terra) para a região mais elevada à distância da Lua ou superior por uma injeção translunar. (BIESBROEK; JANIN, 2000)

Uma transferência direta normalmente leva de 2 a 5 dias, sendo a espaçonave lançada quando a declinação da Lua for menor que a inclinação da órbita de estacionamento (geralmente igual à latitude do local de lançamento). Sendo assim, preferíveis lançamentos de latitudes mais altas (como Cabo Canaveral e Baikonur), onde há duas oportunidades de lançamento por dia. (BIESBROEK; JANIN, 2000)

Esta transferência direta “clássica” é bem difundida e tem reconhecimento garantido, uma vez que foi usada para todas as missões lunares das décadas de 1960 a 1980, incluindo as missões Luna e Apollo.

6.2.1 Partida de Transferência para a Lua

No caso proposto o Cubesat partirá de uma órbita circular LEO a 300 *km* de altitude, sendo sua velocidade orbital de 7,7 *km/s*, partindo para uma órbita translunar (órbita de transferência) com perigeu a 300 *km* e apogeu a 384.400 *km* com uma velocidade perigeu de 10,8 *km/s*.

Com os valores apresentados podemos estimar o valor da injeção translunar (TLI) subtraindo a velocidade orbital LEO com a de perigeu de transferência, resultando em 3,1 *km/s*. A Fig. 23 mostra a forma direta de transferência para a lua com os valores de planejamento inicial.

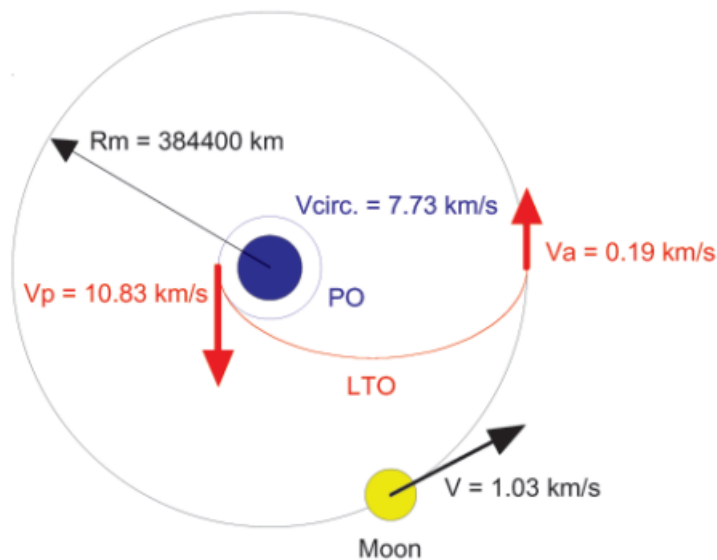


Figura 23 – Transferência direta para a Lua (BIESBROEK; JANIN, 2000)

É importante destacar que os valores propostos nesse primeiro trabalho serão confirmados após análise da simulação concreta no *software* STK, uma vez que ele possui o recurso chamado *targeting* para encontrar o horário de lançamento e o tempo de *coast* na órbita de estacionamento, corretos.

6.2.2 Captura de Transferência da Lua

Como o momento angular orbital é constante, a velocidade da espaçonave diminui à medida que ela se afasta da Terra. Ao chegar à Lua, a sua velocidade caiu para apenas 0,2 *km/s* e como a Lua viaja a uma velocidade de 1 *km/s*, a sonda estará numa órbita

relativa à Lua com uma velocidade de cerca de $0,8 \text{ km/s}$, todos esses valores já foram calculados por [Biesbroek e Janin \(2000\)](#) .

Portanto, outro Δv deve ser aplicado à espaçonave para corresponder a velocidade da Lua, para ser capturada pela Lua e então orbitar em torno dela. Isso geralmente é feito ao passar pelo periselênio, que é o ponto mais próximo da Lua à Terra em sua órbita. Essa é a posição onde a Lua está mais próxima do nosso planeta. A distância entre a Terra e a Lua varia ao longo de sua órbita elíptica, e o periselênio representa o ponto de aproximação máxima entre dois corpos celestes.

Após a chegada no periselênio, é necessário a presença de uma nova manobra de inserção em órbita lunar para que o Cubesat não faça apenas um *swing by* na Lua e escape, devido à trajetória hiperbólica da mesma. Corrigida a trajetória com uma manobra é necessário realizar um segundo Δv para a inserção do satélite em uma órbita lunar elíptica com um perigeu de cerca de 300 km (no polo sul lunar) e um apogeu de cerca de 3 mil km, assim como um argumento do pericentro de 270° para visualizar a bacia no SPA.

7 Simulações

7.1 Introdução

Para simular as manobras descritas no estudo, utilizamos o software da AGI (Analytical Graphics Inc.), chamado Systems Tool Kit (STK). O Systems Tool Kit ® (STK) é uma plataforma de modelagem 2D e 3D amplamente adotada por engenheiros, analistas de missão, operadores e líderes em mais de 700 organizações em todo o mundo.



Figura 24 – Símbolo AGI STK

O STK oferece três classes de propagadores de órbita para simular uma variedade de missões de satélites. Propagar envolve calcular a trajetória de um objeto ao longo do tempo, determinada pelo seu estado inicial (posição e orientação em um tempo específico) e pelas forças atuantes, conforme as Leis de Newton. Os propagadores de alta fidelidade incorporam todos os modelos de força relevantes, enquanto os de baixa fidelidade consideram apenas alguns efeitos de forças e ignoram outros. ([Analytical Graphics, Inc., 2023](#))

7.2 Astrogator

STK Astrogator oferece tudo o que os planejadores de missão precisam para desenvolver, otimizar e validar soluções de trajetória prontas para voo, e revela insights críticos para a missão que podem reduzir os custos gerais do programa. A combinação de fluxos de trabalho guiados por GUI e visualização 3D torna simples a criação e compreensão de missões complexas. Você pode facilmente integrar modelos de motor personalizados, modelos de força e variáveis de propagação que se ajustem às especificações exatas da sua missão. O STK Astrogator tem sido usado em missões que vão desde LEO até GEO, do Sol até Arrokoth, e muitos lugares entre eles.

7.2.1 Propagador de órbita

Conforme [Belbruno \(1987\)](#), em seu estudo *Lunar capture orbits, a method of constructing earth moon trajectories and the lunar gas mission*, todos os algoritmos de propagadores de órbita utilizam integradores numéricos de passo variável do tipo Runge-Kutta. O usuário pode definir o corpo central para a integração, o modelo de harmônicos esféricos, o modelo atmosférico, os efeitos perturbativos relacionados ao problema dos três corpos e a pressão de radiação solar.

7.2.2 Objetivo da missão

Os objetivos da simulação envolvem a execução de uma sequência que começa com um lançamento a partir de Cabo Canaveral, nos EUA, seguida de uma inserção em órbita LEO a 300 km. O satélite permanecerá nessa órbita até realizar a manobra de Injeção Translunar (TLI), que a conduzirá até as proximidades da Lua. Finalmente, o satélite entrará em uma órbita lunar com periapse de 300 km, apoapse de 3000 km e um argumento de pericentro de 270° . ([FONSECA, 2023](#))

7.3 Simulação de órbita Terra-Lua para a Bacia Aitken

O modelo empregado na simulação da transferência de Hohmann Terra-Lua neste trabalho é direto, efetivo e foi embasado em [I. A. Graphics \(2021\)](#). Nas descrições a seguir, as palavras em negrito correspondem aos comandos dentro do software utilizado.

Primeiro, ao iniciar o aplicativo STK, clique na opção "**Create a Scenario**". Escolha um nome para o projeto, a data de início da análise e a data de término. Para a transferência de Hohmann, selecione uma data de término que seja *+30 days* após a data de início.

Após a criação do novo cenário, deve-se mudar o step size para cada tipo de missão. Para isso, entra-se na opção "**Scenario Properties**", seleciona-se a página "**Basic - Time**", e altera-se o *step size* para 3 minutos.

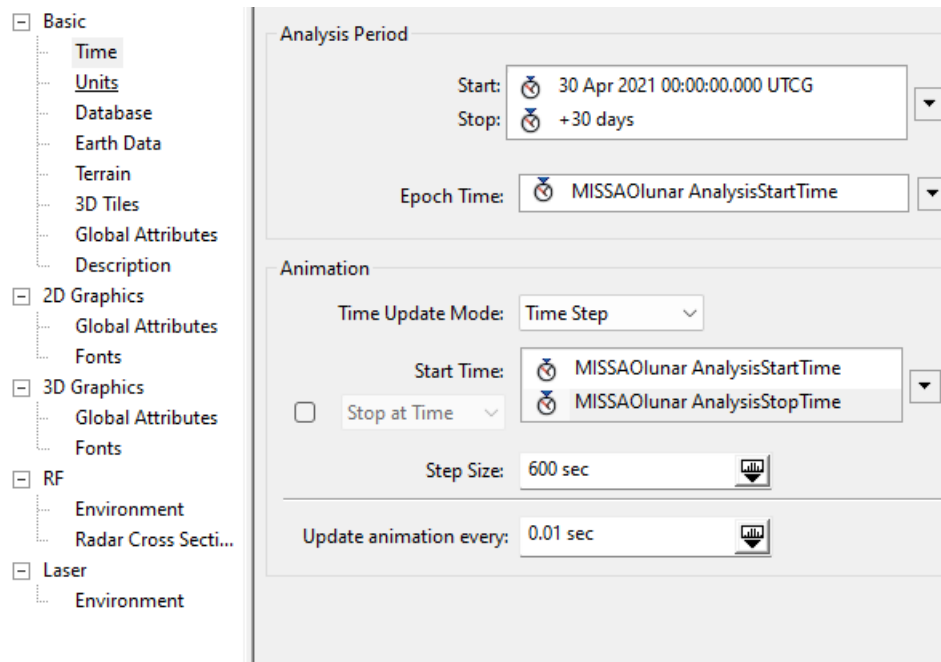


Figura 25 – Criando o cenário no STK

Para melhor visualização dos gráficos em 2D, fazemos as seguintes alterações no "*Scenario Properties 2D Graphics - Global Attributes*":

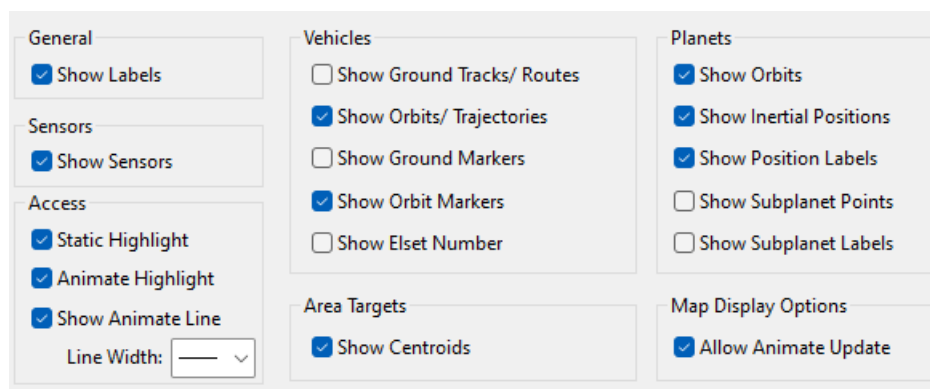


Figura 26 – Ajuste dos gráficos 2D

O passo seguinte é incluir os planetas e o veículo espacial envolvidos nas missões. Para ambos os casos, serão necessários o Sol, a Terra, a Lua e uma sonda que seguirá a trajetória. Para isso, abra o menu "*Insert STK Objects*", como visto na Figura 27, e adicione três planetas e um satélite. Na aba "*Basic - Definition*" de cada planeta, modifique o corpo central conforme necessário.

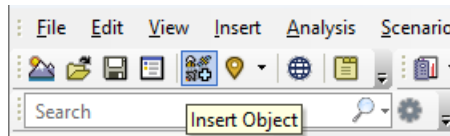


Figura 27 – Local Para inserir os objetos da simulação

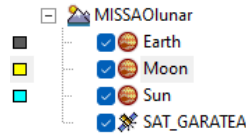


Figura 28 – Objetos inseridos

Quando selecionado o Satélite em questão, mude em "**Basic - Orbit**" para o propagador Astrogator.

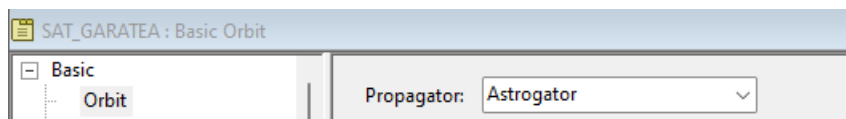


Figura 29 – Escolha do Propagador

Nas propriedades deste satélite, na seção "**2D Graphics - Attributes (Custom Intervals)**", clique no botão "**More**" e escolha um tipo de marcador em forma de círculo. Ainda nos gráficos 2D, na página "**Pass**", mude "**Ground Track Lead Type**" para "**None**" e "**Orbit Track Lead Type**" para "**All**". Na página "**3D Graphics - Pass**", selecione a opção "**Inherit from 2D Graphics**". Em "**Model**", ajuste o tamanho do pixel para 7 e, em "**Detail Thresholds**", defina a opção "**Marker, Label**" no valor máximo.

As trajetórias das transferências são visualizadas através da janela de gráficos 3D do software STK. Para obter uma observação de qualidade que facilite a visualização dos parâmetros orbitais em relação à Terra, é adicionada uma grade com o sistema de coordenadas inercial centrado na Terra (ECI). Para isso, selecione as propriedades da "**3D Graphics Window**" e, na página "**Grids**", ative as opções "**Space Grid**", "**ECI Coordinates**" e "**Show Radial Lines**". Na página "**Advanced**", ajuste a opção "**Max Visible Distance**" para $1e + 010km$.

O mesmo procedimento é realizado para a Lua. Duplique a "**3D Graphics Window**" no menu "**View**" e altere o corpo central para a Lua, no ícone mostrado na Figura 30.



Figura 30 – Ícone para mudar o corpo central da visualização

7.3.1 Configuração da Sequência de Controle de Missão - MCS

1. Entrar na página do satélite "*Basic - Orbit*";
2. Apagar segmentos existentes na MCS;

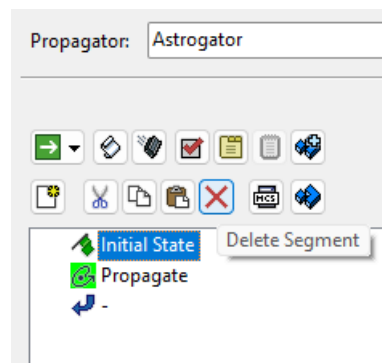


Figura 31 – Ícones iniciais a serem deletados

3. Adicionar um "*Target Sequence*" seguido de um segmento de lançamento, um propagador, uma manobra e outros dois propagadores, respectivamente. Como na Figura 32 :

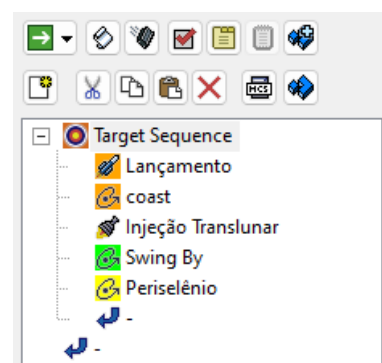


Figura 32 – Sequência de controle de missão inicial

4. Selecionar o segmento "*Lançamento*" e mudar a época para a desejada. Para esta simulação a época escolhida foi 29 Apr 2024 00:00:00.000 UTCG.

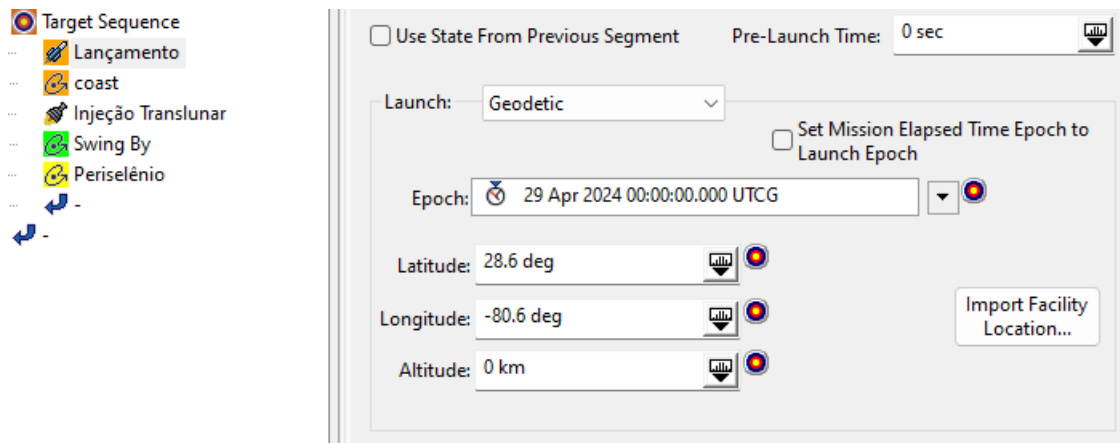


Figura 33 – Escolha da data e local do lançamento

5. Selecionar o segmento "*Coast*" e ajustar o valor "*Trip*" da condição de parada "*Duration*" para 90 minutos, que é aproximadamente uma órbita.
6. Selecionar o segmento "*Injeção Translunar*", verificar se o tipo de manobra selecionado é impulsivo e mudar a opção "*Attitude Control*" para "*AThrust Vector*". Adicionar o valor 3120 m/s à direção "*Cartesian X*".
7. Selecionar o segmento "*Swing By*". Mudar o tipo de propagador para "*Cislunar*". Adicionar uma condição de parada de "*R Magnitude*" e ajustar o valor "*Trip*" para 300000 km. Ainda no "*R Magnitude*", mudar o "*Refence Point*" para *Moon*, como na Figura 34. Deletar a condição de parada "*Duration*".

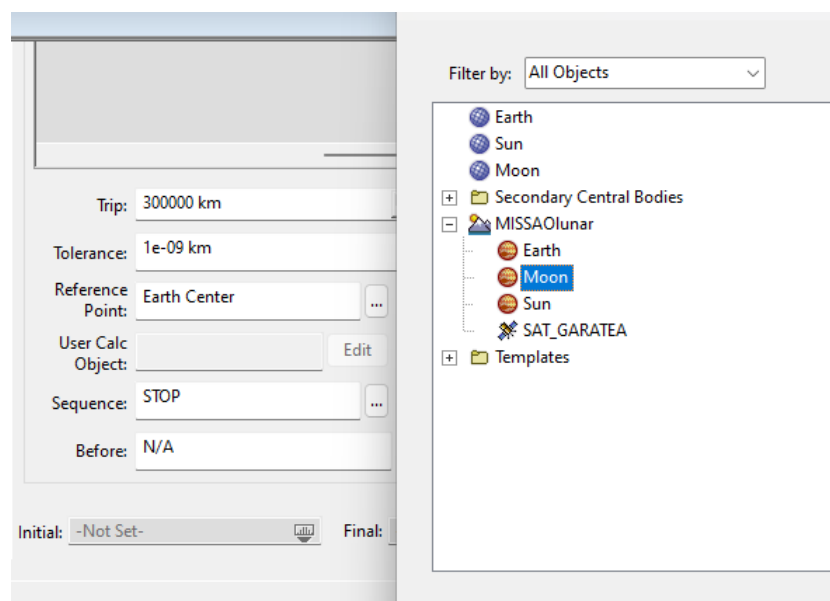


Figura 34 – Escolha do ponto de referência do *R Magnitude*

8. Selecionar o segmento "*Periselênio*". Mudar o tipo de propagador para "*Cislunar*". Ajustar o valor "*Trip*" da condição de parada "*Duration*" para 10 dias. Adicionar

uma condição de parada de "**Altitude**" com o valor "**Trip**" de 0 km e com a Lua como corpo central. Adicionar uma condição de parada de "**Periapsis**" com a Lua como corpo central.

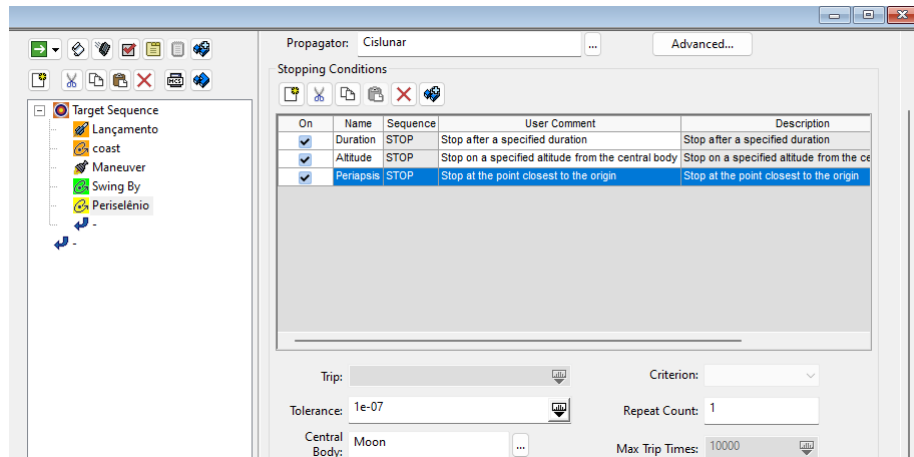


Figura 35 – Configuração *Perisêlenio*

7.3.2 Palpite Para a Injeção Translunar

Após a configuração da MCS e um bom palpite inicial de Injeção Translunar é possível usar o recurso targeting para encontrar o horário de lançamento e o tempo de coast na órbita de estacionamento, corretos.

1. Clicar no botão "**Run the entire MCS**";
2. Observar a sonda se aproximando da Lua:

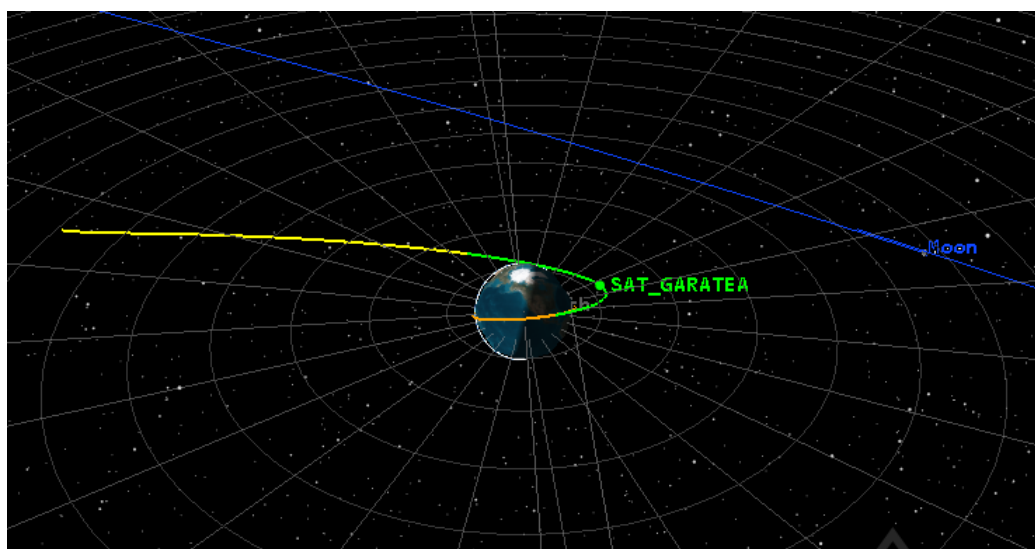


Figura 36 – Estimativa Vista da Terra

7.3.3 Cálculo da Época de Lançamento e Tempo de Coast

A utilização do targeter para chegar à Lua é útil neste momento. Para isso, utilizase a época de lançamento e o tempo de coast como variáveis de controle. O Astrogator capaz de variar estes valores até encontrar determinadas restrições impostas. As restrições utilizadas serão Delta Right Asc e Delta Declination, que representam a diferença dos ângulos Right Ascension e Declination entre a sonda e o corpo central selecionado.

1. Selecionar o segmento "**Lançamento**" e adicionar "**Epoch**" como variável de controle, selecionando o ícone ao lado do "**Epoch**". Como na Figura 37

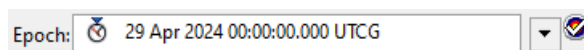


Figura 37 – Seleção de Variável de controle

2. Selecionar o segmento "**Coast**" e adicionar "**Trip**" como variável de controle.
3. Selecionar o segmento "**Periselênio**", clicar na opção "**Results**", "**MultiBody**", selecionar "**Delta Right Asc**" e "**Delta Declination**" como restrições e verificar se a Lua está como corpo central em ambos.
4. Selecionar o segmento "**Target Sequence**", "**Parameters**", "**Launch.Epoch**" e ajustar "**Perturbation**" para 1 minuto e "**Max Step**" para 1 hora. Selecionar também "**Stopping Conditions.Duration.Trip Value**" e ajustar "**Perturbation**" para 1 minuto e "**Max Step**" para 5 minutos. A Figura 41, representa a janela que deverá aparecer.

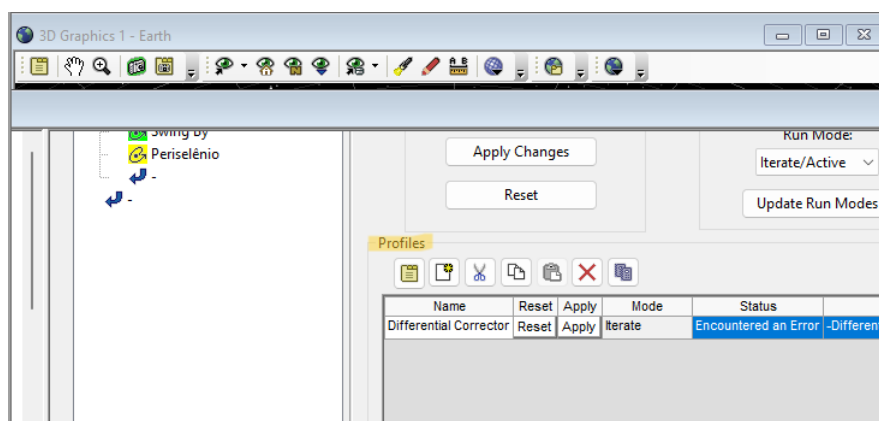


Figura 38 – Seleção de parâmetros na Target sequence

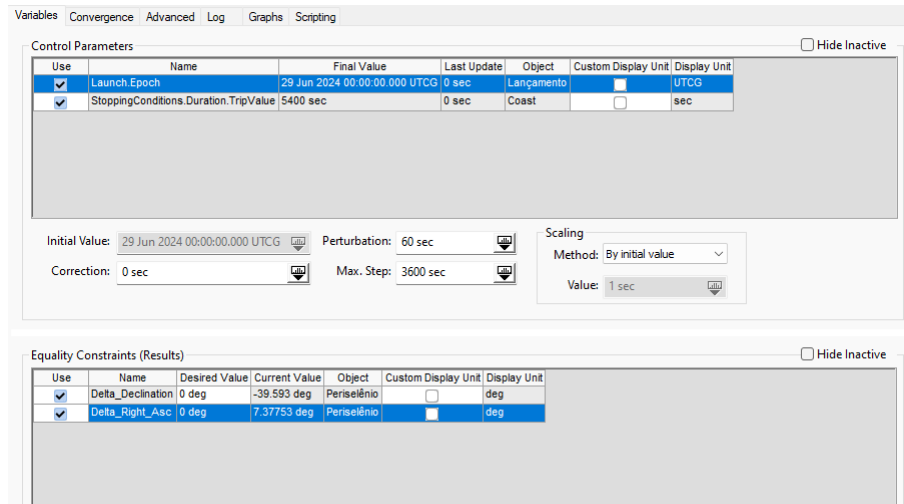


Figura 39 – Seleção de parâmetros na *Target sequence*

5. Na área "*Equality Constraints*", definir o valor de "*Delta Right Asc*" e "*Delta Declination*" como 0° .
6. Na página "*Convergence*", aumentar o "*Maximum Iterations*", para 100.
7. Mudar a ação do "*Target Sequence*" para "*Run active profiles*".
8. Rodar a MCS até que a solução tenha convergido com os controles e restrições impostos.
9. Observar a mudança na janela de gráfico 3D:

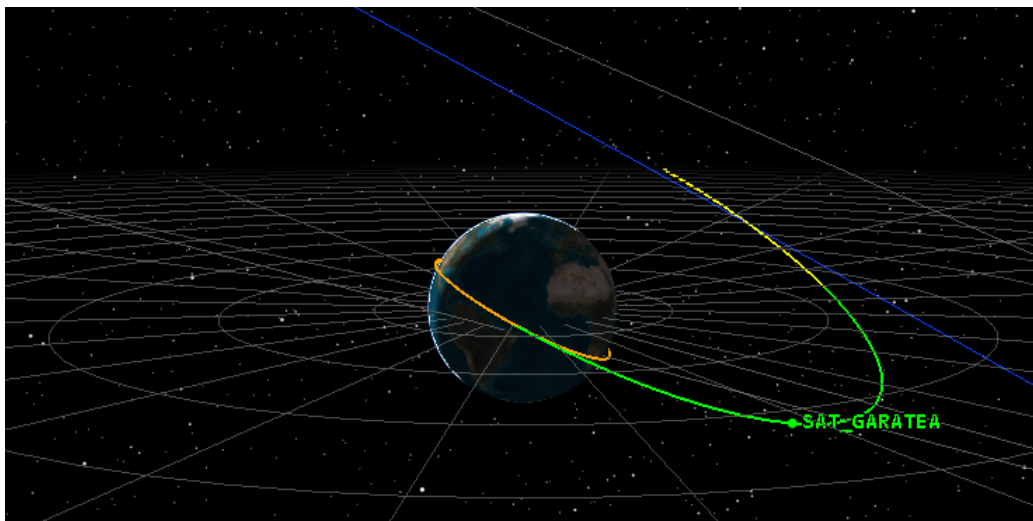


Figura 40 – Cenário após o primeiro targeting.

7.3.4 Configuração da Chegada no Periselênio

Uma vez que a direção correta da trajetória está definida, um bom método para *swing by* ou *rendezvous* em missões espaciais é o *targeting* do plano B que permite que a sonda tenha uma trajetória hiperbólica específica ao passar por um determinado corpo. O plano b é um sistema de coordenadas planar que permite a mira durante uma assistência gravitacional. Você pode pensar nele como um alvo anexado ao corpo que está fornecendo a assistência.

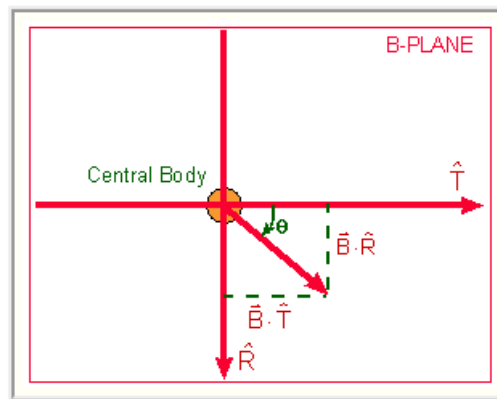
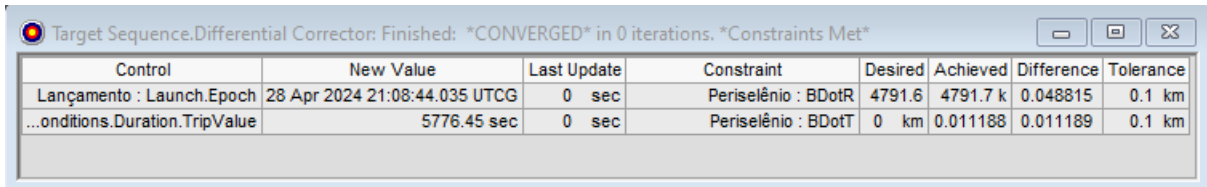


Figura 41 – Seleção de parâmetros na *Plano B*

Dessa maneira, é possível buscar a chegada na Lua com uma altitude do periapsis de 300 km e com argumento e pericentro de 270° , como previsto pela missão. Para isso:

1. Escolha o segmento "*Periselênio*", clique na opção "*Results*", abra a pasta "*Multibody*", selecione *BDotT* e *BDotR* como restrições e verifique se a Lua está definida como o corpo central em ambos.
2. Selecionar o segmento "*Target Sequence*", "*Properties*", selecionar os parâmetros de controle "*Launch.Epoch*", "*StoppingConditions.Duration.Trip Value*" e "*ImpulsiveMnvr.Cartesian.XSDU*". Em "*Equality Constraints*", desmarcar "*Delta Right Asc*" e "*Delta Declination*", selecionar *BDotT* e *BDotR* e ajustar o valor de *BDotR* para 4791.6 km e *BDotT* para 0 km. O valor escolhido para *BDotT* gera uma órbita polar e o valor escolhido para *BDotR* gera uma órbita de raio 2040 km.
3. Rodar a MCS até que a solução tenha convergido com os controles e restrições impostos.



Control	New Value	Last Update	Constraint	Desired	Achieved	Difference	Tolerance
Lançamento : Launch.Epoch	28 Apr 2024 21:08:44.035 UTCG	0 sec	Periselênio : BDotR	4791.6	4791.7 k	0.048815	0.1 km
...onditions.Duration.TripValue	5776.45 sec	0 sec	Periselênio : BDotT	0 km	0.011188	0.011189	0.1 km

Figura 42 – Solução convergida em 0 iterações.

7.3.5 Como fazer o Swing By Lunar

Neste ponto da simulação, após a chegada ao periselênio, é necessário realizar uma nova manobra de inserção em órbita lunar para evitar que a sonda realize apenas um swing by na Lua e escape devido à sua trajetória hiperbólica. O swing by pode ser observado da seguinte maneira:

1. Adicionar um novo segmento de propagação na sequência de controle de missão.



Figura 43 – Seleção de parâmetros na *Sequência de controle de missão para o swing by lunar*

2. Altere o tipo de propagador para "*Moon HPOP Default v10*" e ajuste o valor "*Trip*" da condição de parada "*Duration*" para 7 dias.
3. Rodar a MCS.
4. Observar a mudança na janela de gráficos 3D da Lua.

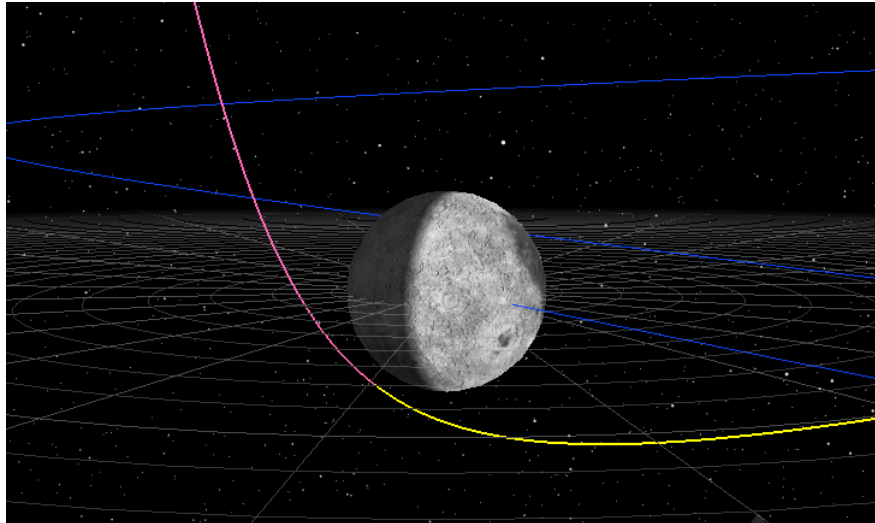


Figura 44 – Seleção de parâmetros no cenário após o *swing by*.

7.3.6 Como fazer inserção em Órbita Lunar

Para colocar a satélite em órbita específica em torno da Lua por meio de um segundo δV precisa-se adicionar alguns segmentos à MCS.

1. Adicione um novo segmento "**Target Sequence**" ao fim da MCS, um segmento de "**Maneuver**" abaixo dele e o segmento "**Órbita Lunar**" abaixo dos dois.

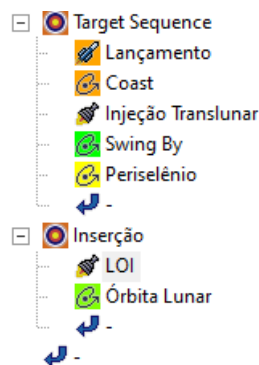


Figura 45 – Seleção de parâmetros na *Sequência de controle de missão para inserção em órbita lunar*

2. Selecione o segmento "**LOI**", verifique se o tipo de manobra é impulsivo, mude o "**Attitude Control**" para "**Thrust Vector**", mude o "**Thrust Axes**" para "**VNC(Moon)**" e selecione a componente de velocidade "**Cartesian X**" como variável de controle.
3. Selecione o segmento "**LOI**", abra "**Results**", abra a pasta "**Keplerian Elements**" e adicione "**Eccentricity**" como uma restrição, assim como "**Altitude**

"Of Periapsis" e **"Altitude Of Apoapsis"**. Verifique se o corpo central é a **Lua** para as três condições.

4. Selecione o segundo **"Target Sequence"**, em **"Properties"**, selecione o parâmetro de controle como **"Cartesian X"** e, como restrições, **"Eccentricity"**, **"Altitude Of Periapsis"** e **"Altitude Of Apoapsis"**. O valor escolhido para a excentricidade é 0.39846, o da altitude de periapse é 300 km e a de apoapse de 3000 km. Dessa forma os valores estão de acordo com o desenvolvimento da missão Garatea-L.
5. Mudar a ação do **"Target Sequence"** para **"Run active profiles"**.
6. Rodar a MCS até que a solução tenha convergido com os controles e restrições impostos.

Inserção.Differential Corrector: Finished: *CONVERGED* in 0 iterations. *Constraints Met*							
Control	New Value	Last Update	Constraint	Desired	Achieved	Difference	Tolerance
LOI: ImpulsiveMnvr.Pointing.Cartesian.X	-589.349 m/sec	0 m/sec	LOI: Altitude Of Apoapsis	3000 km	2999.83 k	-0.17027 k	0.2 km
			LOI: Altitude Of Periapsis	300 km	300.106 k	0.10561 k	0.2 km
			LOI: Eccentricity	0.398465	0.398499	3.3833e-0	0.1

Figura 46 – Solução convergida em 0 iterações.

7. Observar o cenário final da transferência de Hohmann.

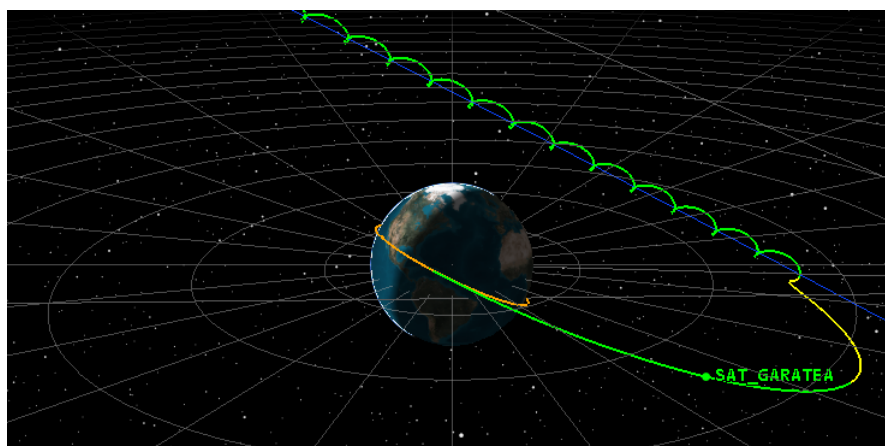


Figura 47 – Transferência de Hohmann para órbita específica da missão Garatea-L, vista da Terra

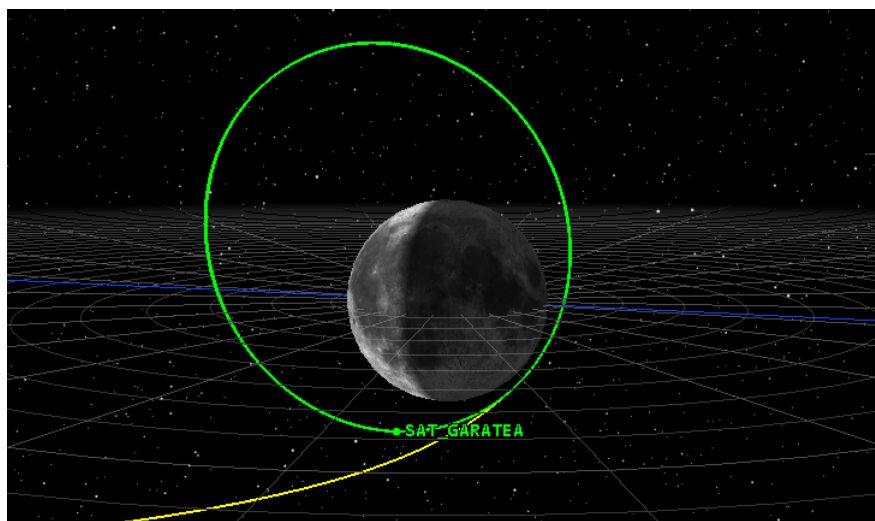


Figura 48 – Transferência de Hohmann para órbita específica da missão Garatea-L, vista da Lua

8. Um relatório detalhado dos resultados obtidos e dos parâmetros orbitais de cada parte da sequência de controle de missão pode ser encontrado ao clicar no botão *"Analysis"*, *"Report and Graph Manager"*, *"Installed Styles"* e, em seguida, *"MCS Summary"*

7.3.7 Configurar sensor para análise da SPA

Para garantir que a órbita esteja conforme o planejado e que possamos obter as informações necessárias desse local remoto da Lua, é essencial configurar um sensor com abertura específica. Esse sensor permitirá uma análise da trajetória e assegurará a coleta de dados confiáveis, confirmando a correta localização orbital e a obtenção das informações desejadas.

1. Na tela inicial selecione o ícone *"Insert Object"* e selecione o sensor como objeto.

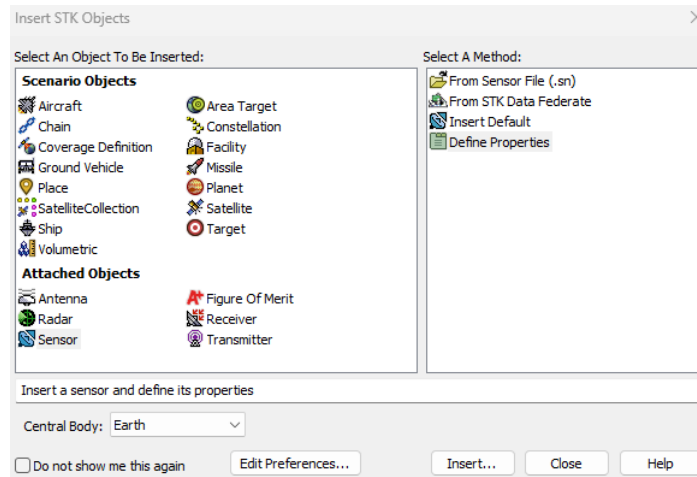


Figura 49 – Seleção de sensor para ser inserido

2. Escolha o satélite no qual o sensor esteja acoplado

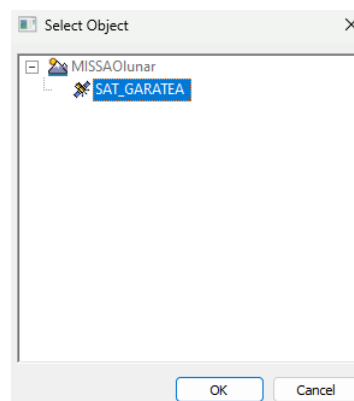


Figura 50 – Seleção do satélites simulado

3. Após abrir o *Basic Definition* do sensor, selecione em "**Sensor Type**" o tipo "**Simple Conic**" e altere o valor do "**Cone Half Angle**" para 60 deg. Com esse valor de ângulo conseguiremos ter uma boa abertura para a visualização da SPA.

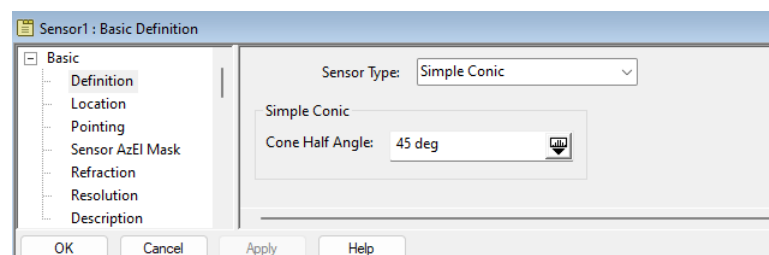


Figura 51 – Parâmetros de definição do sensor

4. Na aba "**Location**", mudar o "**Location Type**" para "**Fixed**".

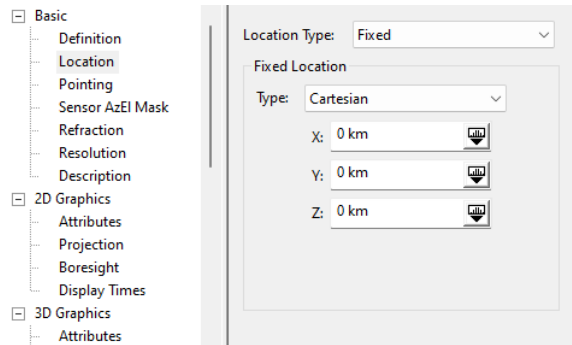
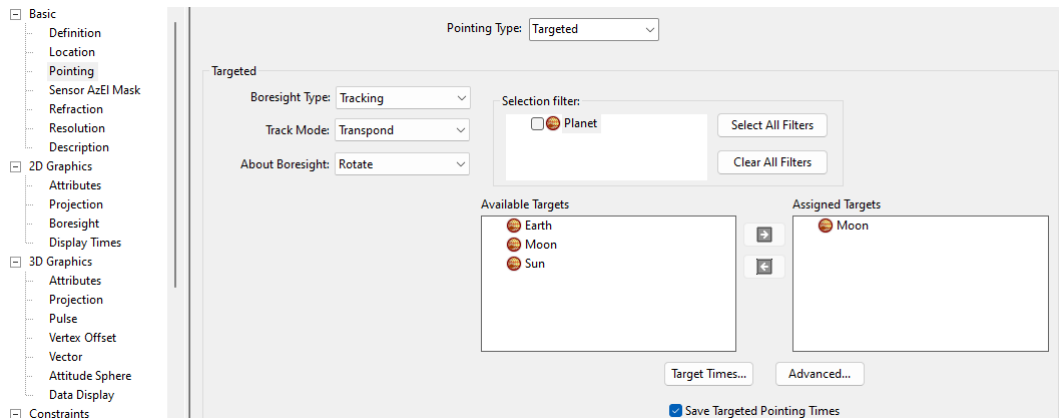


Figura 52 – Parâmetros de localização do sensor

5. Na aba "**Pointing**" mudar o "**Pointing Type**" para "**Targeted**", selecionar e mudar a "**Moon**" do "**Available Targets**" para o "**Assigned Targets**"

Figura 53 – Parâmetros de *target* do sensor

6. Ainda em *Basic Definition*, selecione a aba "**3D Attributes**" e coloque em "**Projection**" a "**Translucency**" em 76 %. Esse valor é importante para que possamos ver dentro do cone criado se conseguimos captar toda zona da Bacia Aitken.

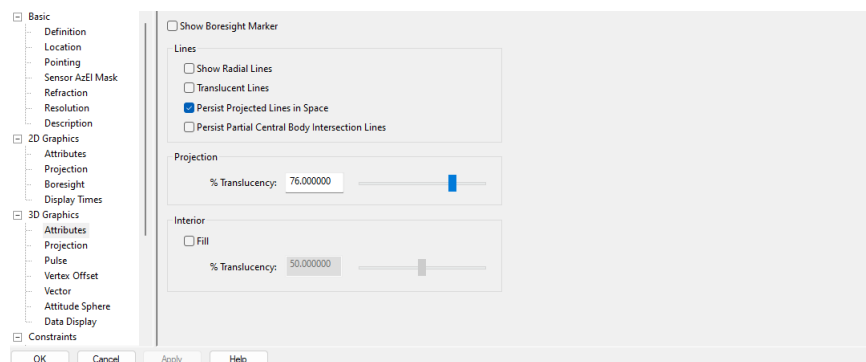


Figura 54 – Parâmetros de atributos da imagem em 3D do sensor

7. Em "**3D Attributes**", selecione a aba "**Projection**" e mude o "**Projection Past Target**" para -1734 km. Esse valor irá colocar a base de visualização do sensor na superfície da Lua.

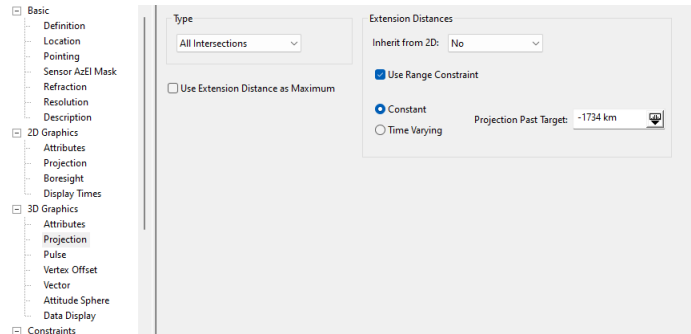


Figura 55 – Parâmetros de projeção da imagem em 3D do sensor

8. Agora será possível ver, quando o satélite chegar na órbita lunar, o sensor e sua abertura para visualização da superfície do polo sul.

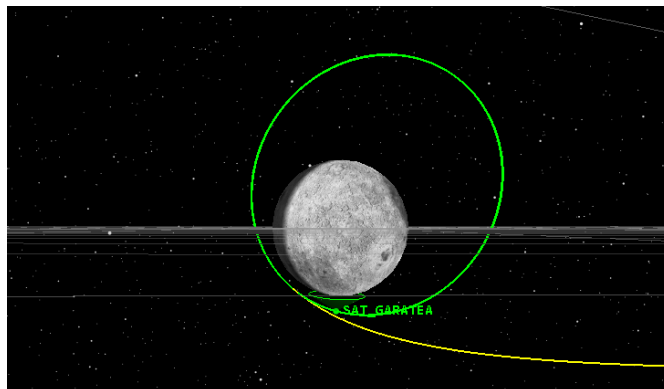


Figura 56 – Vista lateral com a órbita e o sensor

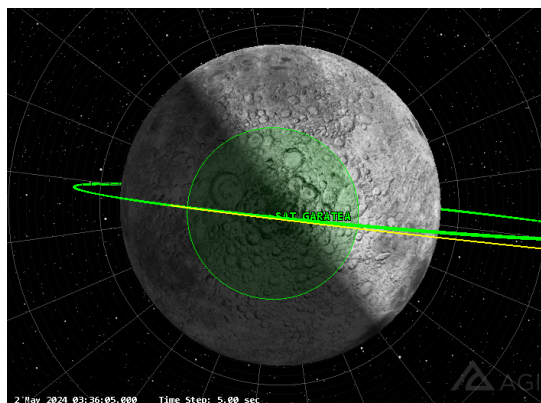


Figura 57 – Vista do polo sul lunar e o sensor

8 Resultados e Discussões

8.1 Introdução

Nesta seção, apresentamos e discutimos os resultados obtidos a partir da simulação detalhada da transferência de Hohmann, realizada com o software STK (Systems Tool Kit). O objetivo principal foi avaliar a eficácia da transferência de uma órbita circular na Terra para uma órbita elíptica na Lua, com foco na precisão do posicionamento do satélite e na eficiência da transferência.

8.2 Trajetória de Transferência

A trajetória da transferência para a missão foi executada utilizando o método de Hohmann de forma direta, conforme detalhado na seção Método da Manobra Orbital. A escolha por essa transferência se deu pela sua eficiência em termos de tempo, apesar de ser ligeiramente mais onerosa em consumo de propelente. A transferência direta clássica, amplamente reconhecida e utilizada em todas as missões lunares das décadas de 1960 a 1980, foi aplicada aqui para garantir a confiabilidade e precisão desejadas. (MAGRAMO; MCCARTHY, 2019b)

Na simulação realizada, o Cubesat partiu de uma órbita circular LEO a 300 km de altitude, com uma velocidade orbital de 7,7284 km/s, e foi injetado em uma órbita translunar com perigeu de 300 km e apogeu de 384.400 km, alcançando uma velocidade no perigeu de 10,8501 km/s. A injeção translunar (TLI) necessária foi estimada subtraindo a velocidade orbital LEO da velocidade no perigeu da órbita de transferência, resultando em 3,1216 km/s.

Os resultados da simulação no software STK confirmaram os valores estimados, demonstrando a convergência esperada. A precisão do método de simulação foi validada, destacando a importância do recurso targeting do STK para encontrar o horário de lançamento e o tempo de coast na órbita de estacionamento corretos.

O momento de lançamento foi ajustado para 28 Apr 2024 21:08:44.035 UTCG, partindo do Cabo Canaveral. Essa escolha foi estratégica, pois a declinação da Lua durante o lançamento era menor que a inclinação da órbita de estacionamento, proporcionando duas oportunidades de lançamento por dia.

A tabela abaixo compara os valores idealizados e calculados por Biesbroek e Jannin (2000) com os valores obtidos na simulação, evidenciando a precisão alcançada na trajetória de transferência:

Caso	Tempo de transferência	Velocidade Orbital (km/s)	Velocidade Perigeu (km/s)	Δv (km/s)
Simulação	4 dias	7.7284	10.8501	3.1216
Dados ESA - Bulletin	2 - 5 dias	7.7	10.8	3.1

Tabela 1 – Comparação entre a simulação e a referência para a transferência de Hohmann (BIESBROEK; JANIN, 2000)

A simulação demonstrou que os valores convergiram com os esperados, garantindo que a trajetória planejada fosse seguida com alta precisão. Isso é crucial para minimizar a necessidade de correções orbitais subsequentes, preservando o combustível valioso para a missão.

8.2.1 Eficiência da Transferência

Os resultados de Δv foram notáveis e esclarecedores. A simulação confirmou a presença de velocidade hiperbólica de excesso nas transferências de Hohmann, como previsto pela teoria. No contexto das simulações de Hohmann, o modelo das *patched conics* indica que, para aproximações em raios de periselênio menores, o valor de v_∞ deve ser maior, o que resulta em um Δv de transferência maior. Por exemplo, conforme o Belton et al. (1994), na missão Clementine, o Δv de injeção foi de aproximadamente 3.1 km/s para uma transferência lunar. Da mesma forma, no relatório da NASA (1971), a missão Apollo 11, o Δv de injeção foi de cerca de 3.05 km/s para a mesma manobra. Estes valores evidenciam um comportamento consistente com a teoria, onde o aumento do Δv é diretamente proporcional à proximidade do periselênio.

A seguir, apresentamos uma tabela detalhando os valores de Δv para cada fase da transferência, obtidos na nossa simulação e comparados com os dados históricos das missões Clementine e Apollo 11. Esta comparação fornece uma visão clara das similaridades e diferenças entre os dados simulados e os dados reais das missões passadas, destacando a precisão e a validade do nosso modelo de simulação.

Missão	Injeção Translunar (km/s)	Captura (km/s)	Circularização (km/s)
Garatea_L	3.1216	0.897	0.589
Clementine	3.1	0.7	0.5
Apollo 11	3.05	0.8	0.6

Tabela 2 – Comparação dos valores de Δv para diferentes fases da transferência, obtidos na simulação e em missões anteriores. (BELTON et al., 1994) e (NASA, 1971)

8.3 Precisão do Posicionamento

8.3.1 Desvio do Periapsis e Apoapsis

A manobra de inserção orbital foi bem-sucedida, resultando em uma órbita elíptica com um perigeu de aproximadamente 300 km e um apogeu de cerca de 3.000 km, conforme planejado. O desvio do periapse e apoapse em relação aos valores previstos foi mínimo, demonstrando a alta precisão das manobras realizadas. Esta precisão é crucial para garantir que o satélite possa realizar suas observações científicas com a máxima eficácia e minimizar a necessidade de correções orbitais subseqüentes, que consomem combustível valioso.

Os dados obtidos da simulação mostram que os valores de desvio padrão para o periapse e o apoapse foram de 0.1051 km e 0.1702 km, respectivamente. Estes valores estão dentro da tolerância permitida na época da missão Clementine, onde os desvios eram aceitáveis até 10 km para o periapse e 20 km para o apoapse. (BELTON et al., 1994)

Após a chegada no periselênio, foi realizado com sucesso uma nova manobra de inserção em órbita lunar para que o Cubesat não fizesse apenas um swing by na Lua e escapasse devido à trajetória hiperbólica. Com a trajetória corrigida através de uma manobra inicial, foi realizado um segundo Δv para a inserção do satélite em uma órbita lunar elíptica. Esta órbita elíptica, com um perigeu de cerca de 300 km (no polo sul lunar) e um apogeu de cerca de 3.000 km, foi ideal para as operações planejadas da missão.

A seguir, apresentamos uma tabela detalhando os valores requeridos e obtidos na simulação para o perisélio, altitude de periapse, altitude de apoapse e excentricidade. Estes valores mostram que a simulação convergiu com sucesso para os parâmetros desejados.

Parâmetro	Valor Requerido	Valor Simulação	Desvio
Perisélenio BDotR (km)	4791.6	4791.7	0.04881
Perisélenio BDotT (km)	0	0.0111	0.0111
Altitude de Apoapse (km)	3000	2999.83	0.17027
Altitude de Periapse (km)	300	300.106	0.10561
Excentricidade	0.398465	0.398499	0.00366

Tabela 3 – Comparação dos valores requeridos e obtidos na simulação para diferentes parâmetros orbitais

Em resumo, a missão demonstrou uma notável precisão no posicionamento orbital do satélite, com desvios mínimos no periapsis e apoapsis. Os resultados da simulação

podem ser verificados no [Apêndice A](#) e confirmam que a trajetória de transferência escolhida é eficiente e eficaz, validando tanto o método de Hohmann de forma direta quanto a utilização do software STK para o planejamento e execução da missão Garatea-L.

8.3.2 Instrumentação e Capacidade de Observação

Para realizar observações detalhadas da superfície lunar, especialmente nas regiões polares e na Bacia Aitken, foi idealizada uma câmera que possui uma boa abertura de no mínimo 60° e alcance maior que 300 km. A câmera multiespectral HyperScout 2 da Cosine Measurement Systems. A escolha do HyperScout 2 provou ser a melhor escolha devido às suas várias características benéficas, porém há algumas limitações que devem ser consideradas. ([cosine, 2024](#))

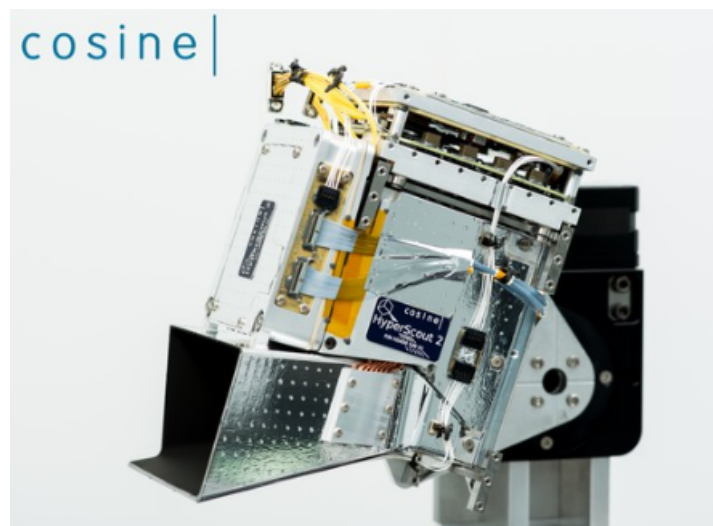


Figura 58 – Câmera hiperespectral HyperScout 2 ([cosine, 2024](#))

Pontos Positivos do HyperScout 2 para a Missão da Bacia Aitken

- **Compatibilidade e Peso:** O HyperScout 2 é projetado especificamente para CubeSats, incluindo formatos 6U, e pesa cerca de 1.7 kg. Isso é ideal para as restrições de tamanho e peso dos satélites 6U, garantindo que a carga útil não exceda as limitações estruturais do satélite.
- **Capacidades Hiperespectrais:** O HyperScout 2 oferece imagens hiperespectrais, permitindo a identificação de assinaturas espectrais específicas do gelo e da água. Esta capacidade é essencial para detectar gelo ou água na superfície lunar, especialmente em regiões como os polos, onde a presença de água é mais provável.
- **Resolução Espectral:** A alta resolução espectral do HyperScout 2 permite uma análise detalhada das características da superfície lunar. Isso é crucial para a detecção precisa de depósitos de gelo de água e outros minerais de interesse científico.

Pontos Negativos do HyperScout 2 para a Missão da Bacia Aitken

- **Resolução Espacial Limitada:** Embora a resolução espectral do HyperScout 2 seja alta, a resolução espacial pode ser limitada em comparação com outros instrumentos maiores. Isso pode afetar a capacidade de capturar detalhes finos na superfície da Bacia Aitken, o que é importante para estudos geológicos detalhados.
- **Consumo de Energia:** O HyperScout 2, como muitos instrumentos hiperspectrais, pode ter um consumo de energia relativamente alto. Para um CubeSat 6U, a gestão eficiente da energia é crucial, e o uso intensivo do HyperScout 2 pode exigir um planejamento cuidadoso do orçamento de energia do satélite.
- **Capacidade de Armazenamento e Processamento de Dados:** A quantidade de dados gerados por um instrumento hiperspectral como o HyperScout 2 é significativa. Isso pode sobrecarregar as capacidades de armazenamento e processamento do CubeSat, exigindo soluções eficazes para a transmissão e o processamento dos dados coletados.

A câmera multiespectral HyperScout 2 da Cosine Measurement Systems é uma boa escolha para o sucesso das observações científicas, confirmando sua adequação para missões de exploração espacial exigentes. Apesar de algumas limitações, como a resolução espacial e o consumo de energia, os benefícios do HyperScout 2, especialmente suas capacidades hiperspectrais, superam os desafios, tornando-a uma escolha excelente para a visualização de gelo e água na superfície lunar.

9 Conclusão

Os resultados apresentados neste trabalho foram embasados tanto teoricamente, com base em uma extensa literatura de cientistas renomados na área da astrodinâmica, quanto na prática, através do uso de um software da NASA de alta confiabilidade.

A trajetória de transferência para a missão foi realizada utilizando o método de Hohmann, conhecido por sua eficiência em termos de tempo, apesar de ser ligeiramente mais oneroso em consumo de propelente. Este método foi escolhido devido à sua ampla aplicação e confiabilidade nas missões lunares das décadas de 1960 a 1980. A simulação realizada no software STK confirmou os valores estimados para a injeção translunar, destacando a importância do recurso targeting para determinar o horário de lançamento e o tempo de coast corretos.

Os resultados mostraram uma precisão elevada nas manobras orbitais, minimizando a necessidade de correções subsequentes e preservando combustível valioso para a missão. A inserção orbital resultou em uma órbita elíptica com um perigeu de aproximadamente 300 km e um apogeu de cerca de 3.000 km, dentro das tolerâncias estabelecidas em missões passadas como a Clementine. A simulação demonstrou que os valores de desvio padrão para o periapse e o apoapse estavam dentro dos limites permitidos, garantindo a eficácia das observações científicas planejadas.

A escolha da câmera hiperspectral HyperScout 2 da Cosine Measurement Systems é uma ótima predição para o sucesso da missão, apesar de algumas limitações. A HyperScout 2, projetada especificamente para CubeSats, oferece capacidades hiperspectrais essenciais para a detecção de gelo e água na superfície lunar. Embora apresente desafios como consumo de energia e capacidade de armazenamento, seus benefícios superaram as limitações, tornando-a uma excelente escolha para a missão.

Com os resultados obtidos, acredita-se que os objetivos propostos foram alcançados. Espera-se que este trabalho tenha utilidade para a comunidade científica, e especialmente para a missão Garatea-L que ainda está em fase de desenvolvimento. Desta forma, este estudo contribui para o crescimento contínuo e diversificação das aplicações de trajetórias em missões espaciais.

Referências

Analytical Graphics, Inc. *STK Propagators: High-Fidelity and Low-Fidelity Orbit Propagation*. 2023. <<https://www.agi.com/products/stk/propagators>>. Citado na página 58.

ANDERSON, P. S. *What is the Mystery Mass on the Moon?* 2019. <<https://earthsky.org/space/mystery-mass-moon-south-pole-aitken-basin/>>. Data de Publicação: 19 de Junho de 2019, Data de Acesso: 19 de novembro de 2023. Citado na página 25.

BATE, R. R.; MUELLER, D.; WHITE, J. E. *Fundamentals of Astrodynamics*. [S.l.]: Dover Publications, 1971. Citado 11 vezes nas páginas 9, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 41, 46, 47 e 51.

BELBRUNO, E. Lunar capture orbits, a method of constructing earth moon trajectories and the lunar gas mission. *AIAA, DGLR, and JSASS*, May 1987. Citado na página 59.

BELTON, M. J. S. et al. The clementine mission to the moon: Scientific overview. *Science*, American Association for the Advancement of Science, v. 266, n. 5192, p. 1855–1858, 1994. Citado 3 vezes nas páginas 11, 76 e 77.

BIESBROEK, R.; JANIN, G. Ways to the moon? *ESA - Bulletin*, v. 103, p. 92–99, 2000. Disponível em: <<https://www.esa.int/esapub/bulletin/bullet103/biesbroek103.pdf>>. Citado 7 vezes nas páginas 9, 11, 55, 56, 57, 75 e 76.

BINDER, A. B. Lunar prospector: Overview. *Science*, v. 281, n. 5382, p. 1475–1476, Sep 1998. Citado na página 27.

BOAVENTURA, G. A. S. Análise de órbitas: Missão garatêa e órbitas periódicas. *Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP)*, 2023. Citado na página 22.

CORNISH, N. J. *What is a Lagrange Point?* 2023. Acessado em 30 de novembro de 2023. Disponível em: <<https://science.nasa.gov/resource/what-is-a-lagrange-point/>>. Citado na página 51.

cosine. *HyperScout 2: Advanced Hyperspectral Imager for Small Satellites*. 2024. <<https://www.cosine.nl/business-units/hyperscout/>>. Disponível em: <<https://www.cosine.nl/business-units/hyperscout/>>. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 78.

CURTIS, H. D. *Orbital Mechanics for Engineering Students*. third. [s.n.], 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/C2011-0-69685-1>>. Citado 12 vezes nas páginas 9, 31, 32, 36, 37, 41, 43, 45, 46, 51, 52 e 53.

DRAKE, N. *A Brief History of Moon Exploration*. 2020. Online; Acessado em 30 de setembro de 2023. Disponível em: <<https://www.nationalgeographic.com/science/space/space-exploration/moon-exploration/>>. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 21.

ESCOBAR, H. *O legado da Lua: 50 anos depois*. 2019. Acessado em 20 de outubro de 2023. Disponível em: <<https://jornal.usp.br/ciencias/o-legado-da-lua-50-anos-depois/>>. Citado na página 17.

FONSECA, L. *Garatêa-L - Uma Jornada Científica, Tecnológica e Educacional que Pretende Levar o Brasil até a Lua em 2023*. 2023. Disponível em: <<https://institutogaratea.com>>. Citado 4 vezes nas páginas 9, 22, 23 e 59.

FOUST, J. NASA's Artemis Program: Returning to the Moon. *SpaceNews*, 2020. Disponível em: <<https://spacenews.com/nasas-artemis-program-returning-to-the-moon/>>. Citado na página 29.

GOUVEIA, A. Conheça a garatêa-l, missão que pretende levar o Brasil à lua em 2025. *Correio Braziliense*, 2023. Data de Publicação: 1 de Janeiro de 2023, Data de Acesso: 18 de novembro de 2023. Disponível em: <<https://www.correiobraziliense.com.br/ciencia-e-saude/2022/08/5028275-conheca-a-garatea-l-missao-que-pretende-levar-o-brasil-a-lua-em-2025.html>>. Citado na página 22.

I. A. Graphics. *Astrogator: Moon Mission (with B-Plane Targeting)*. 2021. Citado na página 59.

KONOPLIV, A. et al. Recent gravity models as a result of the lunar prospector mission. *Icarus*, v. 150, n. 1, p. 1–18, 2001. ISSN 0019-1035. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019103500965734>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 21.

KREBS, G. D. *Lunar Prospector (Discovery 3)*. 2023. Disponível em: <https://space.skyrocket.de/doc_sdat/lunar_prospector.htm>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 27.

KRING, D. A.; DURDA, D. D. (Ed.). *Feasibility Assessment of All Science Concepts within South Pole Aitken Basin in A Global Lunar Landing Site Study to Provide the Scientific Context for Exploration of the Moon*. [S.l.]: Lunar and Planetary Institute, 2014. 688 p. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 24.

LIU, X.; BAOYIN, H.; MA, X. Extension of the critical inclination. *Astrophysics and Space Science*, 2011. Citado na página 22.

MAGRAMO, K.; MCCARTHY, S. *Próxima missão lunar da China pretende fazer o que nenhum país fez até agora*. 2019. Acessado em 22 de outubro de 2023. Disponível em: <<https://www.cnnbrasil.com.br/tecnologia/proxima-missao-lunar-da-china-pretende-fazer-o-que-nenhum-pais-fez-ate-agora/>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 55.

MAGRAMO, T. A.; MCCARTHY, D. R. *Spaceflight Dynamics*. [S.l.]: Elsevier, 2019. Provides details on the use of direct transfer in lunar missions from the 1960s to the 1980s. ISBN 9780128129756. Citado na página 75.

MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. *Solar System Dynamics*. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1999. 68–71 p. ISBN 0-521-57597-4. Citado na página 52.

- NASA. *Apollo 11 Mission Report*. NASA, 1971. Disponível em: <https://www.hq.nasa.gov/alsj/a11/A11_MissionReport.pdf>. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 76.
- NASA Artemis Program. *Artemis III Overview*. 2023. <<https://www.nasa.gov/specials/artemis/>>. Citado 3 vezes nas páginas 9, 17 e 29.
- NASA Science. *Artemis: Returning to the Moon*. 2023. <<https://science.nasa.gov/solar-system/moon/artemis>>. Citado na página 29.
- NASA VIPER. *VIPER Mission Overview*. 2023. <<https://www.nasa.gov/viper/>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 30.
- RUTLEDGE, K.; MCDANIEL, M. *ENCYCLOPEDIC ENTRY: Orbit*. 2023. <<https://education.nationalgeographic.org/resource/orbit/>>. Data de Publicação: 19 de Outubro de 2023, Data de Acesso: 21 de novembro de 2023. Citado na página 33.
- SPUDIS, P. D. *The Robotic Exploration of the Moon*. 2008. Online; Acessado em 30 de setembro de 2023. Disponível em: <<https://moon.nasa.gov/exploration/history/>>. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 20.
- STEIGERWALD, W. *The Moon and Mercury May Have Thick Ice Deposits*. 2019. Acessado em 20 de outubro de 2023. Disponível em: <<https://nasa.gov/solar-system/the-moon-and-mercury-may-have-thick-ice-deposits/>>. Citado na página 18.
- TAYLOR, G. J. *The Biggest Hole in the Solar System*. 1998. <<http://www.psr.d.hawaii.edu/July98/spa.html>>. Data de Publicação: 17 de Julho de 1998, Data de Acesso: 18 de novembro de 2023. Citado 6 vezes nas páginas 9, 18, 24, 25, 26 e 27.
- WEBER, B. *Orbital Mechanics & Astrodynamics*. 2020. Acessado em 15 de novembro de 2023. Disponível em: <<https://orbital-mechanics.space/intro.html>>. Citado 5 vezes nas páginas 9, 42, 46, 53 e 54.
- WHEELER, R. *Apollo lunar landing launch window: The controlling factors and constraints*. 2009. Acessado em 04 de dezembro de 2023. Disponível em: <<https://history.nasa.gov/afj/launchwindow/lw1.html#Total>>. Citado na página 55.
- WILLIAM, D. R. *Planetary Fact Sheet - Metric*. 2023. Acessado em 03 de dezembro de 2023. Disponível em: <<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>>. Citado na página 47.
- WILLIAMS, D. R. *Ice on the Moon*. 2022. <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/ice/ice_moon.html>. Data de Publicação: 31 de Janeiro de 2022, Data de Acesso: 30 de setembro de 2023. Citado 5 vezes nas páginas 9, 20, 21, 27 e 28.

Apêndice A

Relatório da Missão

Satellite-SAT_GARATEA

Maneuver Num.	Segment	Start Time (UTCG)	Delta V (m/sec)	Fuel Used (kg)
1	Sequence.TLI	28 Apr 2024 22:55:00	3120.00	653.719
2	Sequence.LOI	1 May 2024 22:53:04	589.34	181.533

Global Statistics

Total Est./Act. Finite Burn Duration (sec)	-	4914.613
Total Delta V (m/sec)	-	3709.345
Total Fuel Used (kg)	-	835.252