

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA  
DE CISALHAMENTO DO TIPO CARANGUEJO**

**GABRIEL MENDES VERAS**

**MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL 2  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DA PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA  
DE CISALHAMENTO DO TIPO CARANGUEJO**

**GABRIEL MENDES VERAS**

MONOGRAFIA DE PROJETO FINAL SUBMETIDO AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHAREL EM ENGENHARIA CIVIL.

APROVADA POR:

---

**Prof. Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo, *Ph.D* (UnB)**  
(Orientador)

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, *D.Sc* (UnB)**  
(Examinador Interno)

---

**Prof. Henrique Jorge Nery de Lima, *M.Sc* (UnB)**  
(Examinador Interno)

---

**Prof. Júlia Borges dos Santos, *M.Sc* (IFG)**  
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 12 DE DEZEMBRO DE 2019

## FICHA CATALOGRÁFICA

VERAS, GABRIEL MENDES

**Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento do Tipo Caranguejo** [Brasília, Distrito Federal] 2019.

xvii, 121p. 297mm (ENC/FT/UnB, Bacharel, Engenharia Civil 2019)

Monografia de Projeto Final – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, 2019.

1. Punção

2. Lajes Lisas

3. Armadura de Cisalhamento

4. Ancoragem

I. ENC/FT/UnB

II. Título (BACHAREL)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

VERAS, G. M. (2019). Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento do Tipo Caranguejo. Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 121p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Gabriel Mendes Veras.

TÍTULO: Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento do Tipo Caranguejo

GRAU: Bacharel em Engenharia Civil      ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta monografia e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Gabriel Mendes Veras  
SQS 315 Bloco I Apt. 107  
CEP: 70384-090 Brasília – DF – Brasil  
E-mail: gveras14@gmail.com

## **AGRADECIMENTOS**

Aos meus pais Marta e Murilo por todo o apoio e amor incondicional dado durante todo meu crescimento e minha formação profissional. Sem vocês nada teria sido possível.

Aos meus irmãos, Gustavo, pelo companheirismo e apoio dado por todos estes anos, e Aila, pelo suporte em todos os momentos de dificuldade durante toda minha graduação, seus desenhos e slides foram providenciais.

A todos os meus familiares que me incentivaram e ajudaram durante a graduação, em especial, meus avós Murilo, Maria Vilma e Filomena, e minha tia Magda.

Ao meu amor, Luísa Pedrosa, por todos os momentos que vivemos durante essa jornada, seu amparo, incentivo e, não menos importante, por suas revisões textuais.

Ao professor orientador Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo por ter acreditado em mim e ter me dado a oportunidade de fazer essa pesquisa. Obrigado por todo o apoio, orientações e cobranças.

A todos os amigos do grupo de pesquisa que me instruíram e ajudaram a concluir esse trabalho: Victor, Henrique, Júlia, Jonathas e em especial João Paulo, cujo empenho e esforço tornou possível superarmos todas as dificuldades enfrentadas no laboratório.

Ao meu chefe Luiz Rogério pelo interesse, paciência e disposição em ajudar na realização deste trabalho.

Aos meus amigos Victor Felipe e Victor Pinheiro, pela amizade de longa data e, especialmente, por terem se prontificado a participar da execução do experimento.

À FAP DF pelo apoio financeiro.

Por fim, agradeço a Deus por ter me concedido saúde, disposição e por tudo o que conquistei até hoje.



## RESUMO

Com objetivo de atender às necessidades práticas das obras, as armaduras de cisalhamento nas lajes lisas necessitam ser de fácil montagem, baixo custo e devem proporcionar à laje acréscimo de resistência à punção. Porém, para que tais necessidades sejam satisfeitas, muitos projetos estruturais optam por utilizar estribos alternativos àqueles previstos pelas normas, no intuito de se otimizar a sua eficiência prática. Esta utilização, de certa forma já habitual, necessita ser amparada por dados experimentais que comprovem o ganho de resistência à punção. Todavia, a ancoragem é um fator essencial para garantir a devida contribuição da armadura de cisalhamento ao ganho de resistência das lajes lisas, cuja deficiência pode ocasionar a ruptura frágil da estrutura por punção. Daí o cuidado das normas em impor o envolvimento das armaduras de cisalhamento nas barras longitudinais das lajes, conseqüentemente, proporcionando o ônus de se dificultar o processo executivo. Nesse sentido, este trabalho se propôs a investigar de forma experimental a resistência à punção centrada de lajes lisas armadas com uma armadura de cisalhamento alternativa denominada estribo “caranguejo”, verificando a sua eficiência sob variadas formas de ancoragem: envolvendo armaduras longitudinais inferiores e superiores, conforme as normas, envolvendo apenas as longitudinais superiores, apenas as inferiores e, por fim, sem o envolvimento de nenhuma das armaduras longitudinais. Com os resultados experimentais foi feita a comparação das cargas de ruptura, dos deslocamentos verticais, das deformações da armadura de flexão e da superfície do concreto com uma laje de referência sem armadura de cisalhamento, de modo a avaliar o acréscimo de resistência à punção e a diferença de comportamento da laje lisa proporcionado pelo uso do estribo “caranguejo”. Por fim, os resultados foram conferidos com as seguintes normas de projeto: ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2014) e *fib* Model Code 2010 (2013), onde foi verificado melhor desempenho da armadura de cisalhamento envolvendo as armaduras de flexão superior e inferior, corroborando com as prescrições normativas.

## **ABSTRACT**

In order to meet the practical needs of constructions, the shear reinforcement in flats slabs need to have easy installation, low cost and should provide the slab increased punching resistance. However, in order to meet these needs, many structural projects choose to use alternative shear reinforcement to those provided by the concrete design codes in order to optimize their practical efficiency. This utilization, which is already common, needs to be supported by experimental data that proves the increase in punching resistance. However, the anchorage is an essential factor to ensure the proper contribution of shear reinforcement to the increased resistance of flat slabs, whose deficiency may cause the fragile rupture of the structure by punching. Thence the carefulness of the norms in imposing that shear reinforcement should engage the tensile longitudinal reinforcement, consequently, providing the onus of hindering the executive process. In this sense, this work aimed to experimentally investigate the resistance of centered punching in flat slabs armed with an alternative shear reinforcement called “crab” stirrup, verifying its effectiveness under various anchorage forms: engaging lower and upper longitudinal reinforcement, according to the design codes, engaging only the upper longitudinal reinforcement, only the lower and, finally, without the engagement of any longitudinal reinforcement. The experimental results compared the rupture loads, the deflections, the deformations int the reinforcement and in the concrete surface with a reference slab without shear reinforcement, in order to evaluate the increase of punching resistance and the difference in behavior of flat slabs using the “crab” stirrup. Finally, the results were verified with the following design codes: ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2014) and fib Model Code 2010 (2013), where the best shear reinforcement performance verified was engaging the upper and lower flexural reinforcement, corroborating with the normative prescriptions.

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1.	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	1
1.2.	JUSTIFICATIVA .....	5
1.3.	OBJETIVOS .....	5
1.4.	METODOLOGIA .....	6
1.5.	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	7
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>8</b>
2.1.	PUNÇÃO .....	8
2.2.	PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	10
2.2.1.	Resistência à Compressão do Concreto.....	10
2.2.2.	Taxa de Armadura de Flexão Tracionada.....	11
2.2.3.	Dimensões e Geometria do Pilar .....	11
2.2.4.	Altura útil da laje e <i>size effect</i> ( $\xi$ ) .....	12
2.3.	PRESENÇA DE ARMADURA DE CISALHAMENTO .....	12
2.3.1.	Ancoragem das armaduras de cisalhamento.....	13
2.4.	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS .....	16
2.4.1.	ABNT NBR 6118 (2014) .....	17
2.4.2.	Eurocode 2 (2004) .....	23
2.4.3.	ACI 318 (2019).....	27
2.4.4.	<i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	32
2.5.	RESISTÊNCIA À FLEXÃO (GUANDALINI <i>et al.</i> , 2009) .....	40
2.6.	PESQUISAS RELACIONADAS À ANCORAGEM DE ESTRIBOS .....	42
2.6.1.	Caldentey <i>et al.</i> (2013) .....	42
2.6.2.	Souza (2018) e Palhares (2018).....	45
<b>3.</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>49</b>
3.1.	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	49
3.2.	CARACTERÍSTICAS DAS LAJES .....	50
3.2.1.	Armadura de Flexão das Lajes .....	52
3.2.2.	Armadura de Flexão da Laje de Referência - RSP .....	55
3.2.3.	Armadura de Cisalhamento das Lajes .....	56
3.2.4.	Armadura dos Pilares .....	60
3.3.	INSTRUMENTAÇÃO .....	61

3.3.1.	Deformações nas Armaduras.....	62
3.3.2.	Deformações no Concreto .....	66
3.3.3.	Deslocamentos Verticais .....	67
3.4.	CONCRETAGEM .....	68
3.5.	SISTEMA DE ENSAIO .....	71
3.6.	ENSAIO DOS MATERIAIS .....	72
3.6.1.	Concreto .....	72
3.6.2.	Aço .....	73
<b>4.</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE.....</b>	<b>75</b>
4.1.	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS .....	75
4.1.1.	Concreto .....	75
4.1.2.	Aço .....	75
4.2.	CARGAS DE RUPTURA DAS LAJE.....	76
4.3.	DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES .....	80
4.4.	DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO .....	87
4.5.	DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO .....	91
4.6.	DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO .....	94
4.7.	MAPAS DE FISSURAÇÃO .....	97
4.8.	SUPERFÍCIE DE RUPTURA .....	102
4.9.	CLASIFICAÇÃO DO MODO DE RUPTURA DAS LAJES.....	105
<b>5.</b>	<b>PREVISÕES NORMATIVAS.....</b>	<b>108</b>
5.1.	CÁLCULO PELA ABNT NBR 6118 (2014).....	108
5.2.	CÁLCULO PELO EUROCODE 2 (2004) .....	109
5.3.	CÁLCULO PELO ACI 318 (2019).....	110
5.4.	CÁLCULO PELO <i>FIB</i> MODEL CODE 2010 (2013).....	111
5.5.	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS TEÓRICOS .....	114
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>116</b>
6.1.	RESULTADOS .....	116
6.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	118
<b>7.</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>119</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Ruptura por punção da ligação laje-pilar - (TASSINARI, 2011) .....	1
Figura 1.1.2 – Colapso de laje lisa por punção no condomínio Grand Parc, Vitória (2016). Fonte: < <a href="https://www.folhavoria.com.br/geral/noticia/07/2018/desabamento-do-grand-parc-completa-2-anos-e-moradores-devem-voltar-para-casa-so-em-2019">https://www.folhavoria.com.br/geral/noticia/07/2018/desabamento-do-grand-parc-completa-2-anos-e-moradores-devem-voltar-para-casa-so-em-2019</a> > .....	2
Figura 1.3 - Arranjo geral das armaduras de cisalhamento, adaptado de Palhares (2018, apud Cordovil, 1997).....	3
Figura 1.4 – Detalhe do estribo “caranguejo” .....	4
Figura 2.1 – Seção de uma ruptura por punção, adaptado de CEB – FIP Model Code 1990 (1993) .....	8
Figura 2.2 – Modos de ruptura por punção em lajes lisas .....	9
Figura 2.3 – Ruptura por delaminação, adaptado de Regan e Samadian (2001).....	9
Figura 2.4 – Tipos de armadura de cisalhamento para lajes lisas [Adaptado de FERREIRA (2010)] .....	13
Figura 2.5 – Geometria e tensões atuantes na dobra de uma armadura de cisalhamento [Adaptado de ACI 421.1 R-08 (2008)].....	14
Figura 2.6 – Detalhamento da ancoragem de estribos conforme ACI318 (2019).....	15
Figura 2.7 – Detalhe da ancoragem de estribos conforme Eurocode 2 (2004) .....	15
Figura 2.8 – Detalhamento de estribos conforme ABNT NBR 6118 (2014).....	16
Figura 2.9 – Detalhe superfície crítica em lajes lisas .....	17
Figura 2.10 – Contorno C, adaptado ABNT NBR 6118 (2014).....	18
Figura 2.11 – Contorno C’, adaptado ABNT NBR 6118 (2014). .....	19
Figura 2.12 – Disposição da armadura de cisalhamento, adaptado ABNT NBR 6118 (2014). .....	21
Figura 2.13 – Contorno C”, adaptado NBR 6118 (2014).....	23
Figura 2.14 – Perímetro crítico $u_1$ , adaptado EUROCODE 2 (2004). .....	24
Figura 2.15 - Perímetro crítico $u_{out}$ , adaptado EUROCODE 2 (2004). .....	27
Figura 2.16 – Perímetro crítico $b_0$ , adaptado de Palhares (2018) conforme ACI 318 (2019). .....	28
Figura 2.17 - Perímetro crítico $b_{out}$ , adaptado ACI 318 (2019). .....	32
Figura 2.18 - Rotação $\psi$ da laje [SANTOS (2018)] .....	33
Figura 2.19 – Diferenciação das alturas úteis $d$ e $d_v$ [adaptado do <i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013)] .....	33
Figura 2.20 – Perímetro crítico básico $b_1$ [adaptado do <i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013)] .....	34
Figura 2.21 - Regras para disposição das armaduras de punção, .....	37
Figura 2.22 - Armaduras de punção ativadas na falha .....	38
Figura 2.23 – Perímetro $b_{out}$ conforme <i>fib</i> Model Code 2010, Santos (2018). .....	40

Figura 2.24 – Padrão de linha de ruptura [adaptado de GUADALINI <i>et al.</i> , 2009] .....	41
Figura 2.25 – Representação do sistema de ensaio, com unidades em milímetros (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013).....	42
Figura 2.26 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes ensaiadas (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013).....	43
Figura 2.27 –Carga <i>versus</i> deslocamento no meio da laje (Adaptado de Caldentey <i>et al.</i> , 2013) .....	45
Figura 2.28 – Esquemático do programa de ensaio (Adaptado de Palhares, 2018) .....	46
Figura 2.29 – Resumo das características das lajes ensaiadas, adaptado de Palhares (2018) e Souza (2018).....	47
Figura 3.1 – Análise elástica em modelo representativo do caso estudado.....	49
Figura 3.2 – Dimensões dos modelos locais ensaiados.....	50
Figura 3.3 – Posições de aferição da altura útil.....	51
Figura 3.4 – Detalhamento da armadura longitudinal superior.....	53
Figura 3.5 – Detalhamento da armadura longitudinal inferior.....	53
Figura 3.6 – Corte das armaduras longitudinais.....	54
Figura 3.7 – Detalhe da disposição dos ganchos nas bordas da laje.....	55
Figura 3.8 – Armadura de flexão montada no laboratório.....	55
Figura 3.5 - Detalhamento das armaduras de flexão da laje RSP, adaptado de Palhares (2018) .....	56
Figura 3.9 – Vista em planta da montagem da armadura de cisalhamento .....	57
Figura 3.10 – Detalhamento da armadura de cisalhamento em planta.....	57
Figura 3.11 – Cortes da laje CFA.....	58
Figura 3.12 – Cortes da laje CTA.....	58
Figura 3.13 – Cortes da laje CCA.....	58
Figura 3.14 – Cortes da laje CNA.....	58
Figura 3.15 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CFA.....	59
Figura 3.16 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CCA.....	59
Figura 3.17 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CTA.....	59
Figura 3.18 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CNA.....	60
Figura 3.19 – Detalhamento da armação dos pilares.....	61
Figura 3.20 – Extensômetro elétrico de resistência (Fonte: < <a href="https://www.kyowa-ei.com">https://www.kyowa-ei.com</a> >)...62	62
Figura 3.21- Etapas de instrumentação das armaduras.....	63
Figura 3.22 – Posicionamento dos extensômetros na armadura de flexão.....	64
Figura 3.23 – Vista em planta com o posicionamento dos extensômetros nos estribos.....	65
Figura 3.24 – Extensômetros fixados à meia altura dos estribos.....	65
Figura 3.25 – Extensômetros fixados nas armaduras de flexão e cisalhamento.....	65

Figura 3.26 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto (unidades em mm) .....	66
Figura 3.27 – Extensômetros fixados no concreto. ....	67
Figura 3.28 – Vista em planta do posicionamento dos LVDT's (unidades em mm) .....	67
Figura 3.29 – LVDT's posicionados para o ensaio. ....	68
Figura 3.30 – Preparação de fôrmas e posicionamento das armaduras. ....	69
Figura 3.31 – Processos realizados no dia da concretagem.....	70
Figura 3.32 – Pontos de aplicação de carga (unidades em mm).....	71
Figura 3.33 – Laje posicionada no pórtico de reação. ....	72
Figura 3.34 – Ensaio de caracterização do concreto.....	73
Figura 3.35 – Ensaio de caracterização do aço.....	74
Figura 4.1 – Parâmetros e cargas de ruptura dos modelos ensaiados.....	77
Figura 4.2 – Carga de ruptura estimada.....	78
Figura 4.3 – Curva carga <i>versus</i> leitura da laje RSP .....	79
Figura 4.4 – Curva carga <i>versus</i> leitura das lajes ensaiadas .....	80
Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje RSP .....	81
Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje RSP.....	81
Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CFA.....	82
Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CFA .....	82
Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CTA.....	83
Figura 4.10 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CTA.....	83
Figura 4.11 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CCA .....	84
Figura 4.12 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CCA.....	84
Figura 4.13 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CNA .....	85
Figura 4.14 - Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CNA .....	85
Figura 4.15 – Deslocamentos verticais médios e máximos das lajes ensaiadas.....	86
Figura 4.16 – Deformações do concreto na laje RSP .....	87
Figura 4.17 – Deformações da superfície do concreto na laje CFA.....	88
Figura 4.18 – Deformações da superfície de concreto na laje CTA.....	88
Figura 4.19 – Deformações da superfície de concreto da laje CCA.....	89
Figura 4.20 – Deformações na superfície do concreto da laje CNA .....	89
Figura 4.21 – Curva de carga <i>versus</i> deformação média das lajes .....	90
Figura 4.22 – Curva de carga <i>versus</i> deformação máxima das lajes.....	90
Figura 4.23 – Deformações nas armaduras da laje RSP.....	91
Figura 4.24 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CFA .....	91

Figura 4.25 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CTA .....	92
Figura 4.26 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CCA .....	92
Figura 4.27 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CNA .....	92
Figura 4.28 – Carga <i>versus</i> deformação da laje RSP .....	93
Figura 4.29 – Curvas de carga <i>versus</i> deformação para as lajes ensaiadas .....	93
Figura 4.30 – Deformação da armadura de cisalhamento na laje CFA .....	94
Figura 4.31 – Deformação da armadura de cisalhamento na laje CTA .....	95
Figura 4.32 – Deformação da armadura de cisalhamento da laje CCA .....	95
Figura 4.33 – Deformação da armadura de cisalhamento da laje CNA .....	95
Figura 4.34 – Curvas de carga <i>versus</i> deformação da armadura de cisalhamento .....	96
Figura 4.35 – Mapa de fissuração da laje CFA .....	98
Figura 4.36 – Mapa de fissuração da laje CTA .....	99
Figura 4.37 – Mapa de fissuração da laje CCA .....	100
Figura 4.38 – Mapa de fissuração da laje CNA .....	101
Figura 4.39 – Posição dos cortes nas lajes .....	102
Figura 4.40 – Superfície de ruptura da laje CFA .....	103
Figura 4.41 – Superfície de ruptura da laje CTA .....	103
Figura 4.42 – Superfície de ruptura da laje CCA .....	104
Figura 4.43 – Superfície de ruptura laje CNA .....	105
Figura 4.44 – Critérios para definição do modo de ruptura das lajes [FERREIRA (2010)] ..	106
Figura 5.1 – Gráficos de carga <i>versus</i> rotação ( $\Psi$ ) das laje RSP para os modelos II e III do <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	112
Figura 5.2 – Gráficos de carga <i>versus</i> rotação ( $\Psi$ ) das lajes ensaiadas para o modelo II do <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	113
Figura 5.3 – Gráficos de carga <i>versus</i> rotação ( $\Psi$ ) das lajes ensaiadas para o modelo III do <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	113
Figura 5.4 – Gráfico com a razão entre carga última teórica e experimental para as lajes ensaiadas .....	115



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Máxima $v_u$ para lajes lisas com armadura de cisalhamento de acordo com ACI 318 (2019) .....	27
Tabela 2.2 – Máxima $v_c$ para lajes com armadura de cisalhamento de acordo com ACI 318 (2019). .....	31
Tabela 2.3 – Diâmetro máximo das armaduras de punção, adaptado da Tabela 7.13-4 do <i>fib</i> MODEL CODE 2010 (2013). .....	38
Tabela 2.4 - Descrição das lajes do ensaio de punção, adaptado de Caldentey <i>et al.</i> (2013)...	44
Tabela 2.5 - Resultados das lajes ensaiadas por Souza (2018) e Palhares (2018).....	48
Tabela 3.1 – Descrição dos modelos ensaiados.....	50
Tabela 3.2 – Parâmetros das lajes ensaiadas .....	52
Tabela 4.1 – Propriedades do concreto.....	75
Tabela 4.2 – Propriedades do aço.....	75
Tabela 4.3 – Cargas de ruptura dos modelos ensaiados. ....	78
Tabela 4.4 – Deformações $\epsilon$ (%) e tensões $\sigma$ (MPa) máximas aferidas.....	97
Tabela 4.5 – Deformações aferidas pelos extensômetros para a carga de ruptura (%) .....	107
Tabela 4.6 – Cargas de ruptura experimental e por flexão estimada.....	107
Tabela 5.1 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas da ANBT NBR 6118 (2014) .....	108
Tabela 5.2 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do EUROCODE 2 (2004).....	109
Tabela 5.3 - Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do ACI 318 (2019) .....	110
Tabela 5.4 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do modelo II do <i>fib</i> Model Code 2010 (2013).....	112
Tabela 5.5 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do modelo III do <i>fib</i> Model Code 2010 (2013) .....	112
Tabela 5.6 – Razão entre carga última teórica e experimental para as lajes ensaiadas .....	114

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Significado</b>
$A$	Área da seção crítica de cisalhamento;
$A_v$	Área transversal das armaduras de cisalhamento por camada ao redor do pilar – ACI 318 (2019);
$b_0$	Perímetro crítico afastado $d/2$ da face do pilar – ACI 318 (2019);
$b_{out}$	Perímetro crítico afastado $d/2$ da última camada de armadura transversal– ACI 318 (2019);
$C$	Primeira superfície crítica na face do pilar ou da carga concentrada –NBR 6118:2014;
$C'$	Segunda superfície crítica afastada $2d$ do pilar ou carga concentrada – NBR 6118:2014;
$C''$	Terceira superfície crítica afastada $2d$ da última camada de armadura transversal – NBR 6118:2014;
$C_{Rd,c}$	Coefficiente de minoração da resistência do concreto – EUROCODE 2 (2004);
$d$	Altura útil da laje;
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto;
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço;
$f_c$	Resistência à compressão do concreto;
$f_c'$	Resistência à compressão do concreto – ACI 318 (2019);
$f_{cd}$	Resistência de projeto do concreto à compressão;
$f_{ck}$	Resistência característica do concreto à compressão;
$f_{ct}$	Resistência à tração do concreto;
$f_{ys}$	Tensão de escoamento do aço;
$f_{yt}$	Tensão de escoamento do aço da armadura de cisalhamento – ACI 318 (2019);
$f_{ywd}$	Tensão de escoamento do aço de cálculo das armaduras de cisalhamento;

$f_{ywk}$	Tensão de escoamento do aço característica das armaduras de cisalhamento;
$f_{ywd,ef}$	Tensão de escoamento efetiva de projeto da armadura de punção;
$f_{ywk,ef}$	Tensão de escoamento efetiva característica da armadura de punção.
$F_{Sd}$	Força ou a reação concentrada de cálculo;
$F_{Sk}$	Força ou a reação concentrada característica;
$k$	Efeito do tamanho ( <i>size effect</i> ) – EUROCODE 2 (2004);
$k_{max}$	Fator limitante da capacidade resistente máxima da laje devido a aplicação de armadura de cisalhamento;
$m_R$	Momento resistente da seção transversal de largura unitária da laje – Guandalini, Burdet e Muttoni (2009);
$u$	Perímetro do contorno crítico;
$u_{out}$	Perímetro do contorno crítico afastado a uma certa distância das armaduras de cisalhamento externas;
$u_{out,ef}$	Perímetro do contorno crítico afastado a uma certa distância das armaduras de cisalhamento externas com interrupção) – EUROCODE 2 (2004);
$u_0$	Perímetro do contorno crítico na face do pilar;
$u_1$	Perímetro do contorno crítico afastado $2d$ na face do pilar;
$V_a$	Componente de cisalhamento referente ao “engrenamento dos agregados”;
$V_d$	Componente de cisalhamento referente ao efeito pino;
$V_{flex}$	Carga resistente à flexão da laje;
$V_{Rd}$	Carga resistente de cálculo;
$V_{Rd,c}$	Carga resistente de cálculo da laje à tração diagonal do concreto;
$V_{Rd,cs}$	Carga resistente de cálculo da laje à tração diagonal com armadura transversal;
$V_{Rd,max}$	Carga resistente de projeto da laje à compressão diagonal do concreto;
$V_{Rd,out}$	Carga resistente de projeto da laje à tração diagonal do concreto na região externa as armaduras de cisalhamento;
$V_{Rk}$	Carga resistente característica;
$V_{Rk,c}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal do concreto;

$V_{Rk,cs}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal com armadura transversal;
$V_{Rk,max}$	Carga resistente característica da laje à compressão diagonal do concreto;
$V_{Rk,out}$	Carga resistente característica da laje à tração diagonal do concreto na região externa as armaduras de cisalhamento;
$\alpha$	Ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;
$\alpha_s$	Constante que depende da classificação dos pilares – ACI 318 (2019);
$\beta$	Razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;
$\phi$	Coeficiente de Segurança – ACI 318 (2019);
$\xi$	<i>size effect</i> ;
$s$	Espaçamento entre as camadas de armadura de cisalhamento – ACI 318 (2019);
$s_{r0}$	Distância entre a face da área carregada e a primeira camada de armadura;
$s_r$	Espaçamento entre as camadas de armadura;
$\varepsilon_s$	Deformação de escoamento do aço;
$\lambda$	Fator de modificação devido as propriedades mecânicas do concreto – ACI 318 (2019);
$\nu$	Fator de redução da resistência para concreto devido a localização em zonas de tensões de tração diagonal – Eurocode 2 (2004);
$\nu_c$	Resistência de cisalhamento fornecida pelo concreto – ACI 318 (2019);
$\nu_u$	Resistência última de cisalhamento fornecida pelo concreto – ACI 318 (2019);
$\nu_{Rd,c}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da laje à tração diagonal do concreto – Eurocode 2 (2004);
$\nu_{Rd,cs}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da laje à tração diagonal com armadura transversal – Eurocode 2 (2004);
$\nu_{Rd,max}$	Tensão de cisalhamento resistente de projeto da laje à compressão diagonal do concreto – Eurocode 2 (2004);
$\rho$	Taxa de armadura de flexão;
$\rho_x$	Taxa de armadura de flexão na direção x;
$\rho_y$	Taxa de armadura de flexão na direção y;
$\tau_s$	Tensão solicitante de cisalhamento;

$\tau_{Rd}$	Tensão resistente de cisalhamento de cálculo;
$\tau_{Rk}$	Tensão resistente de cisalhamento característica;
$\tau_{Rd1}$	Tensão resistente de cisalhamento de cálculo da diagonal tracionada de concreto;
$\tau_{Rd2}$	Tensão resistente de cisalhamento de cálculo da diagonal comprimida de concreto;
$\tau_{Rd3}$	Tensão resistente de cisalhamento de cálculo da diagonal tracionada com armadura transversal
$\tau_{Rk1}$	Tensão resistente de cisalhamento característica da diagonal tracionada de concreto;
$\tau_{Rk2}$	Tensão resistente de cisalhamento característica da diagonal comprimida de concreto;
$\tau_{Rk3}$	Tensão resistente de cisalhamento característica da diagonal tracionada com armadura transversal
$\tau_{Sd}$	Tensão solicitante de cisalhamento de cálculo;
$\tau_{Sk}$	Tensão solicitante de cisalhamento característica;

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nos edifícios de concreto armado o sistema estrutural mais usual é o convencional, que é constituído por lajes, vigas e pilares. Porém, especialmente em Brasília, o uso de lajes lisas, onde as vigas são suprimidas e as lajes são apoiadas diretamente sobre os pilares, tem sido muito frequente.

Como vantagens na utilização de lajes lisas, temos: (i) a simplificação na execução e economia de fôrmas; (ii) maior facilidade em adequar a estrutura ao projeto arquitetônico; e (iii) maior facilidade na disposição das instalações.

Entretanto, a opção por não se utilizar vigas no sistema estrutural acarreta algumas desvantagens como: (i) a redução da rigidez da estrutura, ocasionando maiores deslocamentos transversais da laje e exigindo maior atenção aos parâmetros de estabilidade do edifício; (ii) a possibilidade de ruptura da laje por punção, devido à elevada concentração de esforços presente na ligação laje-pilar; e, sobretudo, (iii) de eventual colapso progressivo da estrutura após a punção.

A punção é um fenômeno caracterizado pela formação de uma superfície de ruptura semelhante a um tronco de cone ao redor do pilar que termina por se desligar da laje de concreto. Esse tipo de ruptura tende a ocorrer de maneira frágil, apresentando poucos deslocamentos e fissuras visíveis que indiquem o seu iminente colapso. A punção é causada pela atuação de forças concentradas em uma pequena área de ligação laje-pilar, resultando em acentuadas tensões que levam a ruptura do concreto por tração.

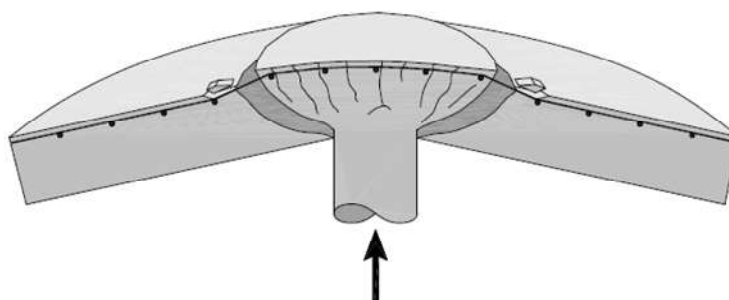


Figura 1.1 – Ruptura por punção da ligação laje-pilar - (TASSINARI, 2011)

Uma ruptura local, à exemplo da punção em uma ligação laje-pilar, pode ainda originar uma ocorrência mais devastadora, qual seja, a ruína parcial ou total de uma edificação por meio do colapso progressivo. Esse colapso é resultado da redistribuição de esforços na estrutura causada pelos vãos maiores a serem suportados por pilares vizinhos, levando à ocorrência de novas rupturas em cadeia.

No Brasil, um caso recente foi o ocorrido no condomínio de luxo Grand Parc, em Vitória, em que duas lajes, área de lazer e subsolo, vieram a colapso. A ruína foi causada por diversos fatores, desde a má execução da estrutura até a corrosão das cordoalhas de protensão. Todos estes problemas resultaram na perfuração da laje pelos pilares que a sustentavam, levando a óbito uma pessoa e deixando outras quatro feridas.



Figura 1.1.2 – Colapso de laje lisa por punção no condomínio Grand Parc, Vitória (2016).  
Fonte: <<https://www.folhavoria.com.br/geral/noticia/07/2018/desabamento-do-grand-parc-completa-2-anos-e-moradores-devem-voltar-para-casa-so-em-2019>>

Como exposto, a preocupação com a punção nos projetos estruturais em laje lisa é um dos aspectos mais relevantes no dimensionamento desse tipo de sistema estrutural, de modo que, para tal, o projetista deve lançar mão de soluções por meio da ponderação de parâmetros que influenciam na resistência da laje à punção.

Porém, cabe ressaltar que tais parâmetros são escolhidos a partir de formulações fundamentalmente empíricas presentes nas normas de projeto de concreto armado. Estas formulações foram desenvolvidas a partir de extensos estudos e experimentos realizados sobre

o fenômeno da punção, de modo que para se obter equações eficientes do ponto de vista prático para o uso do projetista é, muitas das vezes, impraticável que todas as variáveis sejam consideradas para o dimensionamento da estrutura. Por isso, são feitas simplificações nas formulações, tornando-as viáveis aos projetos estruturais.

Parâmetros que exercem influência na resistência das lajes lisas à punção, são: a resistência do concreto ( $f_{ck}$ ), a taxa de armadura longitudinal de tração ( $\rho$ ), as dimensões e geometria do pilar, a altura útil da laje ( $d$ ) e a presença de armadura de cisalhamento.

Dentre os parâmetros expostos, várias soluções podem ser adotadas visando o aumento da capacidade de resistência da laje lisa como a adoção de concreto de maior resistência, aumento da espessura da laje, aumento de dimensões do pilar, a adoção de capitéis, o aumento da taxa de armadura de flexão ou a adoção de armadura de cisalhamento arranjadas em torno dos pilares.

A utilização das armaduras de cisalhamento resulta na solução mais eficiente para o aumento da capacidade resistente da laje lisa, pois evita-se uma série de problemas proporcionados pelas outras soluções como: o aumento de dimensões de pilares ou lajes que podem entrar em conflito com o projeto arquitetônico; aumento do custo geral da estrutura ao se aumentar a espessura da laje; e ruptura frágil da laje lisa ao não se adotar armadura de cisalhamento.

Dentre os diversos tipos, as armaduras de cisalhamento mais utilizadas atualmente são do tipo estribo ou *stud*, distribuídos radialmente ou em cruz em torno do pilar, como podem ser observados na Figura 1.3.

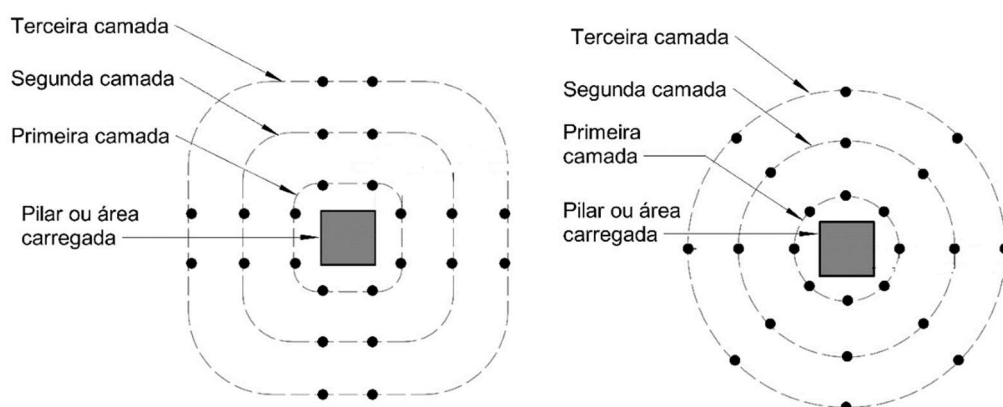


Figura 1.3 - Arranjo geral das armaduras de cisalhamento, adaptado de Palhares (2018, apud Cordovil, 1997)



Cabe ressaltar que a eficiência das armaduras de cisalhamento depende da sua devida ancoragem, de modo que é prescrito pelo ACI 318 (2019) que as armaduras de cisalhamento envolvam as armaduras longitudinais tanto superiores quanto as inferiores. Isso se justifica, pois quando o dimensionamento à punção é analisado segundo o modelo de bielas e tirantes, é necessário que as tensões nas barras longitudinais sejam de fato transmitidas para as barras transversais das armaduras de cisalhamento (CALDENTEY *et al.* 2013).

Nesse contexto, as normas prescrevem o devido envolvimento das armaduras de cisalhamento nas armaduras longitudinais, além do contato mecânico nas dobras e comprimento reto mínimo para a ponta de ganchos ou dobras.

Essa preocupação por vezes pode ser um empecilho à execução da laje lisa devido à dificuldade de se atender às exigências normativas na montagem das armaduras na obra. Por isso, na concepção de uma armadura de cisalhamento, é importante não perder de vista tanto a eficiência da armadura em aumentar a resistência à punção quanto a sua praticidade construtiva.

Nesse intuito, diversas variações de armaduras de cisalhamento já foram experimentadas, variando-se o envolvimento de estribos nas armaduras longitudinais, como em Caldentey *et al.* (2013) e Palhares (2018); ou em formatos diferentes, como *hat-type* e *hook-type*, experimentados por Yamada, Nanni e Endo (1992).

Todavia, algumas armaduras de cisalhamento, como o estribo “caranguejo” da Figura 1.4, ainda não foram devidamente testadas experimentalmente. O estribo “caranguejo” foi utilizado numa obra no Setor Noroeste – DF em razão de sua praticidade na montagem e da familiaridade dos armadores em dobrar caranguejos, os quais são rotineiramente utilizados para manter as armaduras de flexão negativa em sua devida altura de projeto.

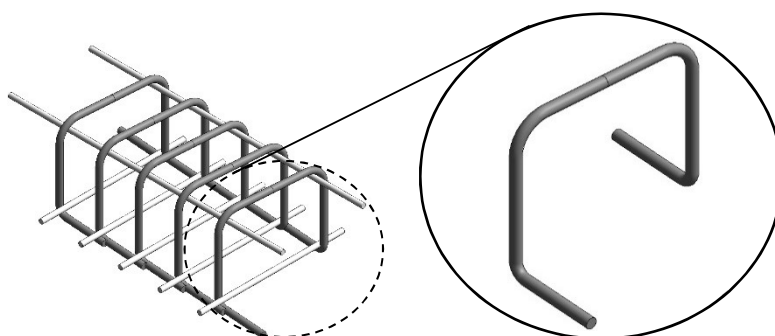


Figura 1.4 – Detalhe do estribo “caranguejo”

## 1.2. JUSTIFICATIVA

O emprego de armaduras de cisalhamento visando-se aumentar a resistência à punção das lajes lisas, possui grande relevância no desempenho e na execução deste sistema estrutural.

Nesse sentido, normas como a ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004) e ACI 318 (2019) prescrevem requisitos de ancoragem das armaduras de cisalhamento de modo a garantir a sua eficiência em aumentar a resistência à punção das lajes lisas. Em especial, na utilização de estribos, é prescrito que a ancoragem deve ser garantida por meio de dobras ou ganchos e pelo contato mecânico das dobras com as barras de flexão.

Reconhecendo-se as dificuldades em se cumprir esses requisitos de ancoragem, o mercado da construção civil tem utilizado maior variedade de estribos alternativos não especificados em norma para resistir à punção, tendo em vista garantir a eficiência construtiva e viabilidade econômica.

Pelo exposto, é de considerável importância verificar os modelos de armadura de cisalhamento que vêm sendo utilizados em projetos estruturais, bem como as variações nas suas montagens que, por vezes, são especificadas para a obra.

A título de exemplo, destaca-se a utilização do estribo “caranguejo” em obra do Setor Noroeste – DF sem haver prescrições normativas ou ensaios que tenham dado suporte à sua utilização e a prática de se realizar a montagem de estribos sem envolvimento das barras de flexão da laje.

Portanto, seguindo-se a linha de pesquisa de Caldentey *et al.* (2013), Palhares (2018), Souza (2018), Trautwein (2006), Trawtwein *et al.* (2011), Hegger *et al.* (2017), Yamada, Nanni e Endo (1992) e Ferreira *et al.* (2016) é necessário verificar por meio de pesquisa experimental se as disposições mais práticas têm, em contrapartida, desempenho satisfatório no acréscimo de resistência à punção quando comparado com os resultados estimados pelas normas.

## 1.3. OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo investigar, por meio de análises experimental, a eficiência da armadura de cisalhamento do tipo “caranguejo” realizando variações no envolvimento das armaduras de flexão em lajes lisas.

Nesse sentido, foram confeccionadas quatro lajes lisas quadradas, todas submetidas a carregamentos gravitacionais simétricos, simulando as condições de um pilar interno, sem excentricidade, sujeito ao fenômeno da punção.

Como objetivos específicos, este trabalho se propõe à:

- Comparar, por meio dos resultados experimentais, a resistência à punção entre as lajes lisas armadas com o estribo “caranguejo” sob as variações de envolvimento da armadura de flexão e uma laje de referência sem armadura de cisalhamento;
- Comparar os resultados obtidos experimentalmente com os previstos pelas normas ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2004) e *fib* Model Code 2010 (2013), salientando que as normas não fazem previsão sobre o tipo de detalhamento adotado para os estribos;
- Analisar as deformações nas armaduras de flexão e cisalhamento, na superfície do concreto e o deslocamento vertical da laje lisa sob efeito do carregamento aplicado;

#### 1.4. METODOLOGIA

Foram ensaiados 4 modelos de laje lisa armados com armadura de cisalhamento do tipo “caranguejo”. Em cada uma das lajes foram feitas variações do envolvimento da armadura de flexão pelo estribo “caranguejo”, sendo nomeadas: (i) CFA (*Crab Full Anchored*) – estribo envolvendo as barras de flexão tracionadas e comprimidas; (ii) CTA (*Crab Traction Anchored*) – estribo envolvendo somente as barras de flexão tracionadas; (iii) CCA (*Crab Compression Anchored*) - estribo envolvendo as barras de flexão comprimidas e; (iv) CNA (*Crab Not Anchored*) – estribo sem envolver nenhuma das armaduras de flexão, sendo posicionado em módulo entre as mesmas.

As lajes foram rompidas por meio de carregamento simétrico aplicado por células de carga fixadas no pórtico de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília e os resultados foram colhidos por meio de extensômetros elétricos de resistência (*strain gauges*), para aferir as deformações das armaduras e da superfície do concreto, e transdutores de variação de deslocamento linear (LVDT’s) para aferir os deslocamentos verticais durante o ensaio.

Tendo em mãos os resultados, foram feitas análises quanto ao comportamento das lajes lisas durante o ensaio e comparadas as cargas de ruptura experimentais com as estimadas pelas

normas: ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2019), Eurocode 2 (2004) e *fib* Model Code 2010 (2013).

## **1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO**

A presente dissertação desenvolve-se em seis capítulos. No presente Capítulo 1, foi apresentada a introdução ao assunto abordado no estudo, juntamente com a justificativa, objetivos e metodologia do trabalho.

No Capítulo 2 é realizada uma revisão da literatura pertinente ao presente estudo, onde são abordados os fundamentos teóricos sobre a punção e a utilização de armaduras de cisalhamento. Em seguida, são apresentadas as prescrições normativas para o dimensionamento à punção de lajes lisas de concreto armado, sendo elas: ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2014), ACI 318 (2019) e *fib* Model Code 2010 (2013). Por fim, também são descritas algumas pesquisas relevantes que se relacionam com o objetivo deste trabalho.

No Capítulo 3, é apresentado o programa experimental deste trabalho, detalhando as armaduras, a instrumentação e a preparação das lajes ensaiadas no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados experimentais, comparando os resultados entre si e analisando se o comportamento dos modelos ensaiados está de acordo com o observado em pesquisas anteriores.

No Capítulo 5 são apresentadas as cargas de ruptura calculadas com os modelos teóricos das normas referidas anteriormente, comparando-as com as cargas de ruptura experimentais.

Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. PUNÇÃO

O fenômeno da punção é um modo de ruptura caracterizada pela formação de um tronco de cone, decorrente de uma carga ou reação concentrada aplicada transversalmente sobre elementos de placa, provocando elevadas tensões de cisalhamento em torno de regiões relativamente pequenas, podendo resultar em uma ruptura brusca. Por não oferecer avisos sobre a iminente ruína aos usuários, a ruptura por punção é extremamente perigosa. Portanto, o projetista deve dar atenção especial ao dimensionamento da ligação laje-pilar sob o efeito de esforços concentrados.

O primeiro modelo mecânico para explicar a punção simétrica foi publicada por Kinnunem e Nylander (1960), baseado em ensaios de lajes circulares sem armadura de cisalhamento. Serviram de base para inspiração de novas propostas, a partir de formulações baseadas em análise experimentais.

De acordo com o CEB-FIP Model Code 1990 (1993), a superfície de ruptura por punção de uma laje lisa sem armadura de cisalhamento, possui inclinação de  $25^\circ$  a  $30^\circ$ , como ilustrado na Figura 2.1.

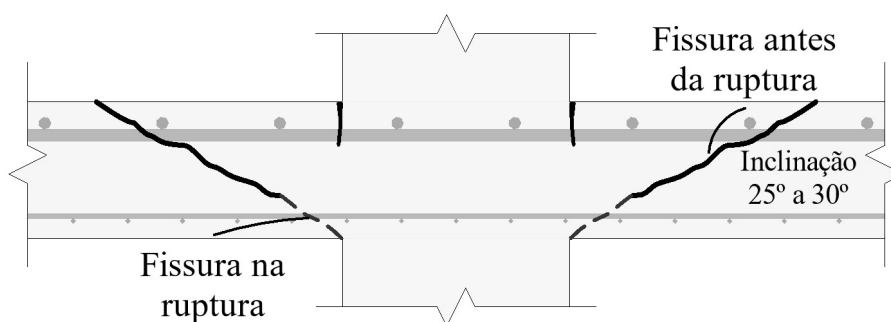
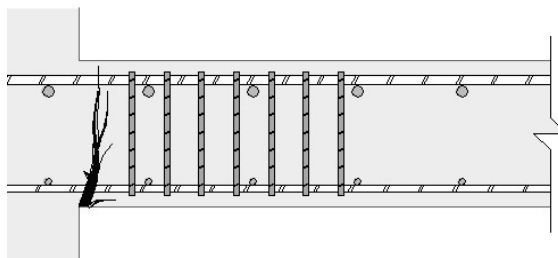


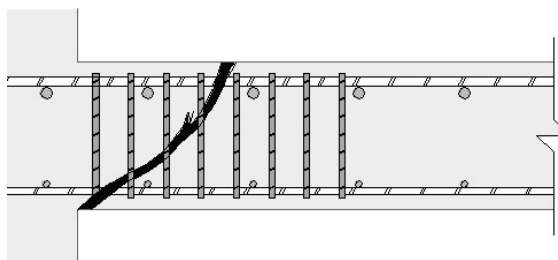
Figura 2.1 – Seção de uma ruptura por punção, adaptado de CEB – FIP Model Code 1990 (1993)

Com a utilização de armaduras de cisalhamento, Regan (1985), relata três modos distintos de ruptura por punção: (i) esmagamento da biela de concreto comprimida; (ii) ruptura por tração da diagonal de concreto na região da armadura de cisalhamento e; (iii) ruptura por tração da diagonal de concreto na região externa à armadura de cisalhamento.

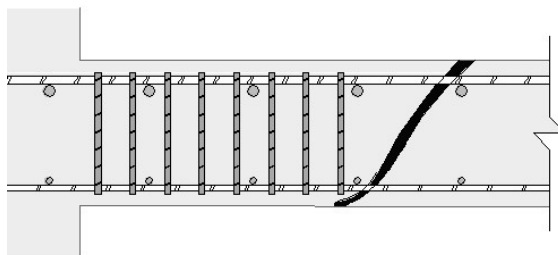
A Figura 2.2 ilustra os três modos de ruptura anteriormente mencionados.



a) Compressão da diagonal de concreto



b) Tração da diagonal na região interna



c) Tração diagonal na região externa

Figura 2.2 – Modos de ruptura por punção em lajes lisas

Vale ainda ressaltar, outro tipo de ruptura denominado delaminação. Como observado por meio de ensaios experimentais por Regan e Samadian (2001), esse modo de ruptura pode ocorrer devido a deficiência de ancoragem das armaduras de cisalhamento, ocasionando fissuras longitudinais entre as armaduras de flexão e de cisalhamento. Consequentemente, o colapso da estrutura pode ocorrer para valores menores do que os previstos para a punção.

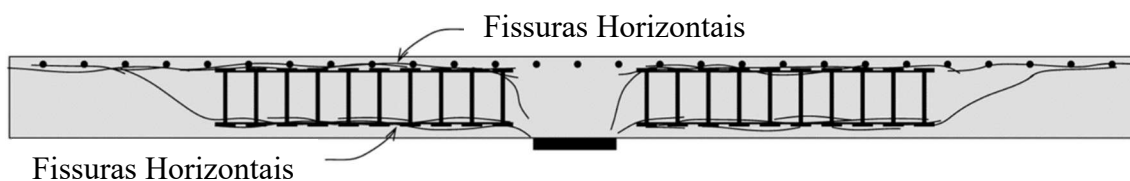


Figura 2.3 – Ruptura por delaminação, adaptado de Regan e Samadian (2001).

Após a ruptura por punção de uma ligação laje-pilar, pode ocorrer o colapso progressivo que é definida por Melo (1990) como a propagação de uma ruptura inicialmente localizada, em parte relativamente pequena da estrutura, que resulta em uma ruptura desproporcional, em relação ao colapso inicial, como uma reação em cadeia.

## **2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO**

Os resultados de diversos ensaios na literatura indicam que os principais parâmetros que se correlacionam com a resistência da laje à punção, como exposto por Sacramento *et al.* (2012), são: a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ), tamanho e geometria do pilar e o *size effect* ( $\xi$ ), ou efeito de tamanho, que consiste na redução da tensão resistente com o aumento da altura útil ( $d$ ). Além, da adoção de armadura de cisalhamento.

### **2.2.1. Resistência à Compressão do Concreto**

A resistência da laje lisa à punção está relacionada à resistência à tração do concreto, porém, nas formulações normativas, a resistência à punção é obtida a partir de correlação com a resistência do concreto à compressão. Isso se deve em razão de, na elaboração de projetos estruturais, o  $f_{ck}$  ser o principal parâmetro definido acerca do concreto.

Nesse sentido, Moe (1961) propôs que a resistência à punção poderia ser expressa através de uma função proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão do concreto, consideração que é empregada em normas como ACI 318 (2019) e o *fib* Model Code 2010 (2013). Já Regan (1986) defende que a resistência à punção é melhor relacionada à uma função da raiz cúbica da resistência do concreto à compressão, tal consideração é empregada na ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004).

Cabe ainda ressaltar que, o aumento da resistência da ligação laje-pilar, em função do aumento da resistência do concreto, não confere à laje uma melhor ductibilidade na ruptura (MELGES, 2001).

### **2.2.2. Taxa de Armadura de Flexão Tracionada**

A taxa da armadura de flexão tracionada próxima ao pilar também influencia na resistência da ligação à punção. Regan (1981) afirma que isso deve ao aumento da taxa de armadura de flexão desloca a linha neutra da laje aumentando a zona de concreto comprimido e, conseqüentemente, aumenta a área de concreto não fissurado disponível para resistir ao cisalhamento.

A taxa de armadura de flexão que contribui para a resistência à punção é calculada dentro de uma faixa de largura efetiva, considerada como o comprimento em que as barras de flexão irão de fato contribuir para resistir às solicitações na região de ligação laje-pilar. Regan (1986) definiu que a largura deve ser tomada como o comprimento do afastamento de  $3d$  de ambas as extremidades do pilar. Dessa forma, a taxa de armadura de flexão é a razão entre a área de aço das barras de flexão e o produto da altura útil da laje pela largura efetiva.

Ademais, é defendido por pesquisadores como Regan e Braestrup (1985), e Sherif e Dilger (2000) que a resistência à punção é função da raiz cúbica da taxa de armadura de flexão tracionada da laje.

### **2.2.3. Dimensões e Geometria do Pilar**

As dimensões do pilar determinam o modo como ocorre a distribuição de tensão na ligação laje-pilar. Dessa forma, como observado por Vanderbilt (1972) por meio de análises experimentais, ocorre uma concentração de tensão nos cantos de pilares quadrados ou retangulares que, por consequência, leva à uma resistência à punção menor do que a de lajes apoiadas sobre pilares circulares.

Nesse sentido, o ACI 318 (2019) leva em consideração a geometria do pilar em sua formulação, de modo a considerar um índice ( $\beta$ ) que leva à diminuição da resistência à punção da laje lisa. Porém, em normas como a ABNT NBR 6118 (2014) e o Eurocode 2 (2004), são levadas em conta as dimensões e geometria dos pilares apenas para a definição dos perímetros críticos, afastados  $2d$  em relação as faces do pilar, onde há maior uniformidade nas tensões.



#### 2.2.4. Altura útil da laje e *size effect* ( $\xi$ )

O aumento da altura útil da laje proporciona maior seção de concreto para resistir ao cisalhamento, de modo que a adoção de maiores espessuras ou de ábacos nas lajes proporciona maior resistência à punção.

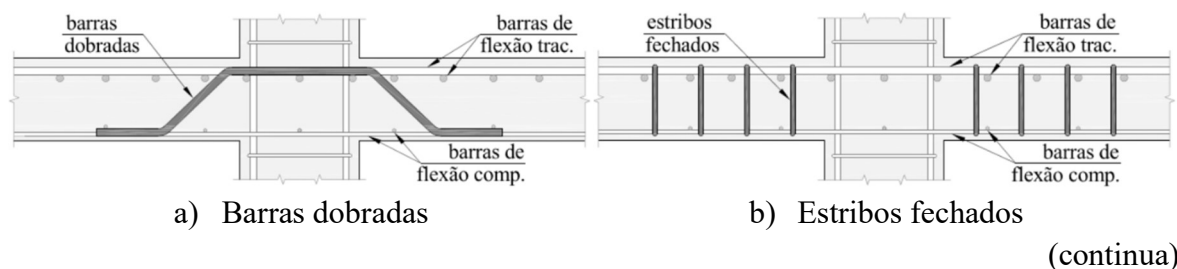
Porém, foi constatado por GRAF (1938) e RICHART (1948) que a resistência ao cisalhamento não varia de modo proporcional com a espessura da laje lisa, o que seria indicativo do *size effect*, ou efeito de tamanho, em tradução livre. Segundo Bazant e Domez (2017) esse efeito está relacionado ao surgimento de fissuras em seções maiores para elevados níveis de carga que não reproduzem uma relação linear entre a força e a tensão na seção.

Nesse sentido, normas como a ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004) prescrevem a consideração do *size effect* como uma estimativa da expressão  $(1 + 200/d)^{1/2}$ , e ACI 318 (2019) por meio da expressão  $(2/(1 + 0,004 \cdot d))^{1/2}$ , onde  $d$  é a altura útil em milímetros.

### 2.3. PRESENÇA DE ARMADURA DE CISALHAMENTO

A forma mais eficiente de se aumentar a resistência à punção é a utilização de armadura de cisalhamento, pois não entra em conflito com o projeto arquitetônico, é capaz de aumentar a ductibilidade da laje lisa na ruptura e é a solução de menor custo em relação aos outros parâmetros listados anteriormente. O ganho de resistência à punção ocorre uma vez que as armaduras de cisalhamento “costuram” as partes separadas pela fissuração diagonal (MELGES, 2001).

Diversos tipos de armadura de cisalhamento já foram testados buscando-se alinhar a capacidade de aumentar a resistência à punção e a praticidade construtiva, como pode ser observado na Figura 2.4.



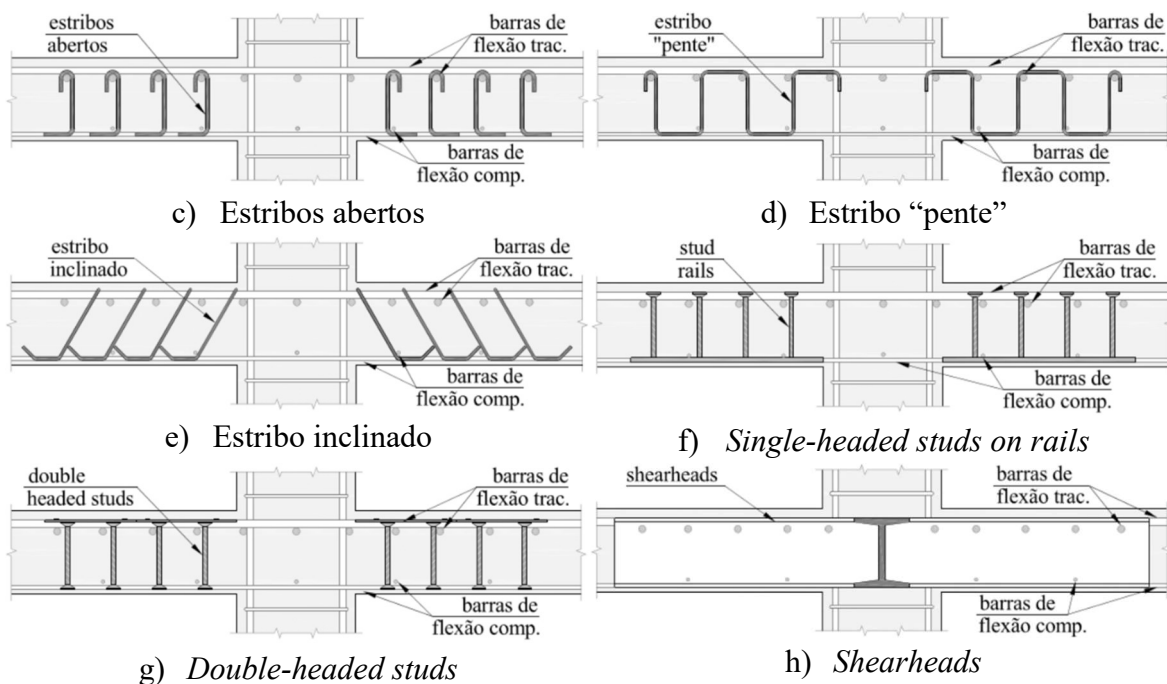


Figura 2.4 – Tipos de armadura de cisalhamento para lajes lisas [Adaptado de FERREIRA (2010)]

Porém, a eficiência dessas armaduras em resistir ao cisalhamento depende de sua devida ancoragem, o que, em razão da pequena espessura e intensa fissuração das lajes lisas, se torna motivo de preocupação, uma vez que a ruptura da ligação laje-pilar pode ocorrer antes mesmo do escoamento da armadura de cisalhamento.

Ademais, a ABNT NBR 6118 (2014) considera apenas o uso de estribos fechados e conectores tipo pino (*studs*) como armadura de cisalhamento para lajes lisas. Enquanto o Eurocode 2 (2004) faz menção apenas a estribos fechados.

### 2.3.1. Ancoragem das armaduras de cisalhamento

Em razão da laje lisa ser um elemento delgado e suscetível à intensa fissuração devido aos esforços de flexão, as condições de ancoragem da armadura de cisalhamento são desfavoráveis para que se atinja a tensão de escoamento do aço na ruptura. De modo geral, a ancoragem das armaduras de cisalhamento é resultante da combinação entre a aderência das barras de aço no concreto e a ancoragem mecânica proporcionada pela extremidade alargada no caso de *studs* ou o contato mecânico proporcionado pelo envolvimento das barras de flexão no caso de estribos.

Nesse sentido, Regan (2001) diz que os comprimentos de aderência das armaduras de cisalhamento acima e abaixo das fissuras diagonais são inevitavelmente curtos, de modo que o comportamento da ancoragem é governado pela mais fraca ou menos rígida das extremidades da armadura de cisalhamento.

Ainda, o relatório ACI 421.1R-08 (2008), diz que a ancoragem eficaz é essencial e a sua localização deve ser a mais próxima possível das superfícies da laje. Isso possibilita que a armadura de cisalhamento tenha o maior comprimento vertical possível, pois, caso não seja, as fissuras diagonais poderão passar por baixo ou por cima, sem interceptar a armadura de cisalhamento.

De acordo com o relatório, a ancoragem pode ser alcançada por meio de extremidades mecânicas (*studs*), dobras ou ganchos em caso de estribos. Porém, no caso de dobras, ensaios feitos por Marti (1990) mostraram que escorregamentos podem ocorrer nas dobras da armadura de cisalhamento, como pode ser visto na Figura 2.5. Esse movimento antes da tensão de escoamento do aço ser atingida resulta na perda de tensão da armadura.

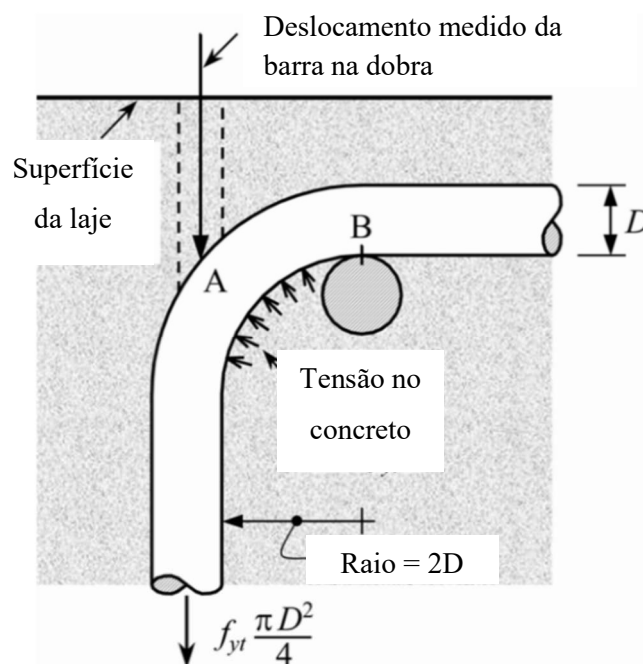


Figura 2.5 – Geometria e tensões atuantes na dobra de uma armadura de cisalhamento

[Adaptado de ACI 421.1 R-08 (2008)]

Além disso, como pode ser visto na Figura 2.5, caso a armadura de cisalhamento atinja o escoamento, o concreto abaixo da dobra do estribo pode ficar sujeito a elevadas tensões para equilibrar as forças do sistema, causando o fendilhamento do concreto.

O movimento proporcionado pelo escorregamento da dobra do estribo pode ser reduzido ao se fixar as barras de flexão junto as dobras do estribo, como mostrado no ponto B da Figura 2.5. Este aprimoramento pode ser garantido apenas se houver a fixação e contato direto entre as barras de flexão e os estribos. Porém, o ACI 421.1R-08 (2008) faz a ressalva de que, sob condições normais de obra, é difícil assegurar que essas condições sejam verificadas para todos os estribos.

Pelos motivos expostos, o ACI 318 (2019) prescreve que a ancoragem dos estribos deve seguir o detalhamento da Figura 2.6, onde as dobras dos estribos envolvem as barras de flexão.

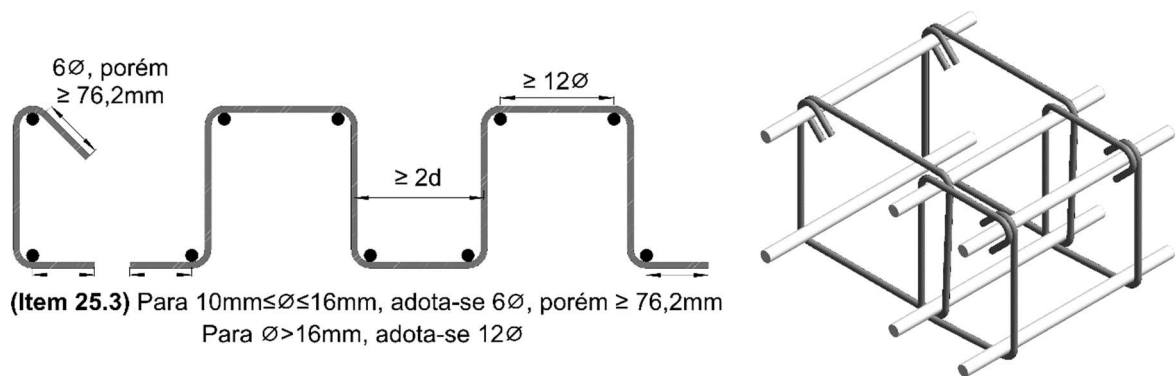


Figura 2.6 – Detalhamento da ancoragem de estribos conforme ACI318 (2019)

No item 8.5 do Eurocode 2 (2004) é dito que a ancoragem de armaduras de cisalhamento deve ser efetuada por meio de dobras e ganchos, ou por barras transversais soldadas. Uma barra deve ser providenciada entre as dobras e ganchos, conforme ilustrado na Figura 2.7.

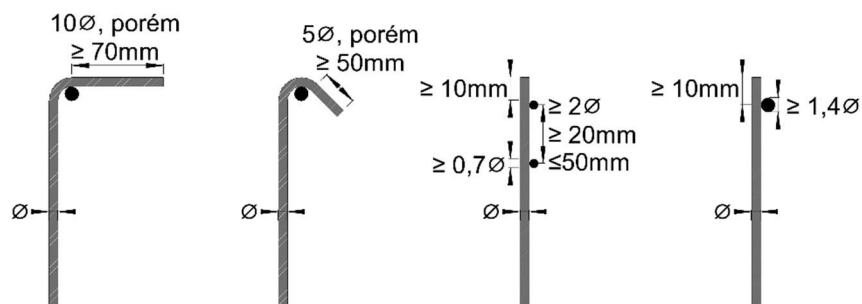


Figura 2.7 – Detalhe da ancoragem de estribos conforme Eurocode 2 (2004)

Já na ABNT NBR 6118 (2014), no item 20.4, que trata sobre armaduras de punção, é descrito que deve haver contato mecânico das barras longitudinais com os cantos dos estribos. E no item 9.4.6 é prescrito que a ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de

ganchos ou barras longitudinais soldadas. A Figura 2.8 ilustra as recomendações da norma brasileira.

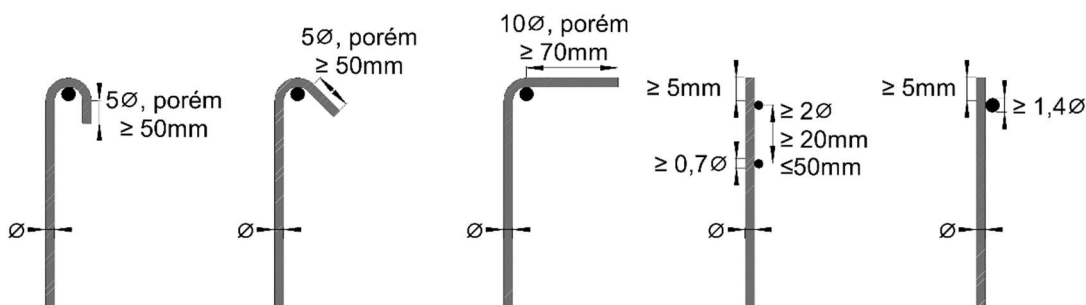


Figura 2.8 – Detalhamento de estribos conforme ABNT NBR 6118 (2014)

Quanto a necessidade do envolvimento das barras de flexão pelas armaduras de cisalhamento, isso pode ser explicado por uma analogia ao modelo de bielas e tirantes adaptado para o caso de lajes lisas. Regan (2001) explica que esse modelo requer que haja transferência das forças entre as diagonais, formadas pelas armaduras de cisalhamento e as bielas de concreto, e os banzos tracionados e comprimidos. Portanto, caso a armadura de cisalhamento não alcance ambos os banzos, a transferência dos esforços pode se dar apenas por tensões de tração no concreto, correndo o risco de delaminação imediatamente acima e abaixo da armadura de cisalhamento.

Porém, reconhecendo-se as dificuldades de se cumprir todos os requisitos de ancoragem até aqui mencionados, diversas pesquisas como as de Palhares (2018), Souza (2018), Caldentey *et al.* (2013), Trautwein (2006), Trawtwein *et al.* (2011), Hegger *et al.* (2017), Yamada, Nanni e Endo (1992) e Ferreira *et al.* (2016) realizaram experimentos com armaduras de cisalhamento alternativas às normas, de montagens mais ágeis e simples, com objetivo de contornar essas dificuldades.

## 2.4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Como descrito anteriormente, a maioria das recomendações normativas utilizam-se de formulações essencialmente empíricas para o dimensionamento à punção, obtendo-se roteiros de cálculo práticos para uso pelos projetistas.

Nessa perspectiva, as normas de concreto estrutural em geral verificam a resistência à punção das lajes por meio de uma tensão resistente em uma superfície em torno do pilar, denominada superfície de controle ou superfície crítica. Dessa forma, são verificadas as resistências relativas ao esmagamento da diagonal de concreto comprimido, à tração diagonal de concreto em colaboração com a armadura de cisalhamento e à tração diagonal do concreto no perímetro externo às armaduras.

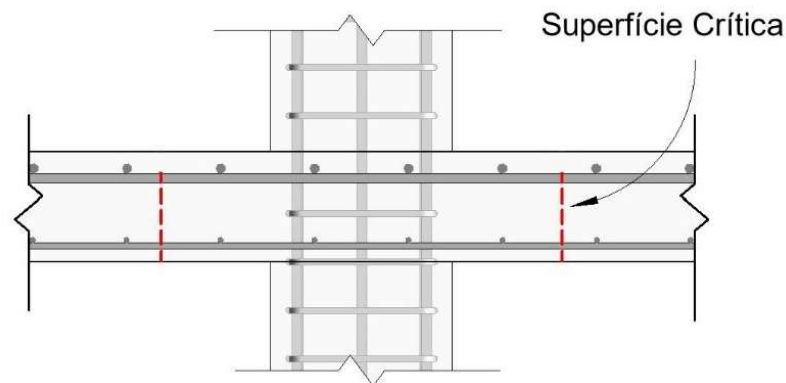


Figura 2.9 – Detalhe superfície crítica em lajes lisas

Todavia, a ruptura não necessariamente ocorrerá na superfície crítica, de modo que cada norma presume diferentes perímetros críticos o que, conseqüentemente, leva a diferentes estimativas de carga resistente à punção.

Serão utilizadas para esta pesquisa as seguintes normas de concreto estrutural: ABNT NBR 6118 (2014), EUROCODE 2 (2004), ACI 318 (2019) e *fib* MODEL CODE 2010 (2013).

#### 2.4.1. ABNT NBR 6118 (2014)

O dimensionamento de lajes à punção é descrito na seção 19.5 da ABNT NBR 6118 (2014), sendo descritos nesta seção apenas o dimensionamento à punção de pilares internos, sem excentricidade.

Para pilares internos temos, no item 19.5.2.1, que, sob efeito de carregamento simétrico, a tensão solicitante é considerada:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad \text{Equação 2.1}$$

Sendo:

$F_{Sd}$  é a carga de projeto da reação do pilar;

$u$  é o comprimento do perímetro crítico em C, C' e C'';

$d$  é a altura útil da laje;

$u \cdot d$  é a área da superfície crítica;

$\tau_{Sd}$  é a tensão de solicitante de cálculo.

- **Verificação da compressão diagonal do concreto**

A tensão resistente em compressão diagonal do concreto é verificada através da tensão de cisalhamento na superfície crítica delimitada pelo contorno C, coincidente com o contorno do pilar. Essa verificação deve ser feita em lajes submetidas à punção com e sem armadura de cisalhamento. A Figura 2.10 ilustra o perímetro crítico no contorno C, denominado  $u_0$ , para o cálculo da área da superfície crítica.

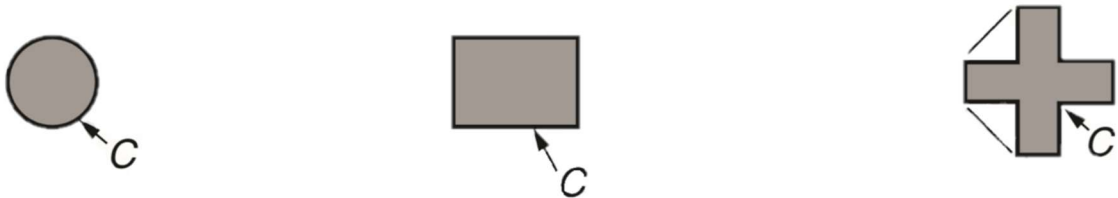


Figura 2.10 – Contorno C, adaptado ABNT NBR 6118 (2014)

De acordo com o item 19.5.3.1 desta norma, a tensão resistente depende somente da resistência à compressão do concreto, e deve ser calculada de acordo com a Equação 2.2.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27\alpha_v \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.2}$$

Onde:

$\alpha_v = 1 - \frac{f_{cd}}{250}$ , sendo  $f_{ck}$  dado em MPa;

$\tau_{Rd2}$  é a tensão de cisalhamento resistente de projeto da diagonal comprimida de concreto;

$f_{ck}$  é a tensão de resistência característica do concreto à compressão;

$f_{cd}$  é a tensão de resistência de projeto do concreto à compressão;

Neste mesmo item, a ABNT NBR 6118 (2014) permite que a tensão resistente ( $\tau_{Rd2}$ ) pode ser aumentada em 20 % para lajes em que os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50 % entre si e que não existam aberturas junto ao pilar.

Para o cálculo da carga resistente à punção em projetos, multiplica-se a Equação 2.2 pela área da superfície crítica, resultando na equação:

$$F_{Sd} = 0,27 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{cd} \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.3}$$

Para as situações experimentais, desconsideram-se os fatores de minoração da resistência do concreto  $\gamma_c$  (1,4) e majoração das solicitações  $\gamma_f$  (1,4).

$$F_{Sk} = 0,27 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) f_{ck} \cdot u_0 \cdot d \quad \text{Equação 2.4}$$

- **Verificação da tração diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento**

Na verificação da resistência à tração diagonal, é considerada a tensão resistente na superfície crítica  $C'$ , afastada  $2d$  do pilar, como ilustrado na Figura 2.11. O perímetro da superfície é denominado  $u_1$ .

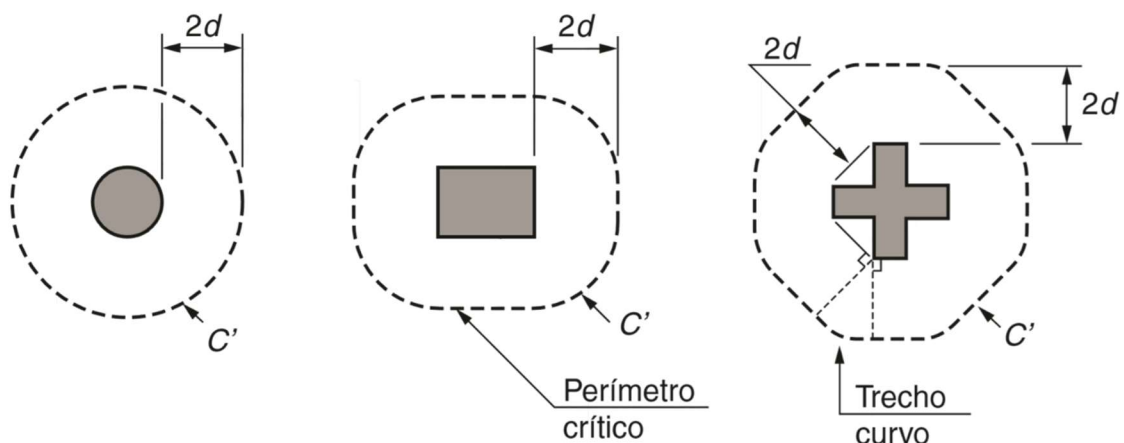


Figura 2.11 – Contorno  $C'$ , adaptado ABNT NBR 6118 (2014).



Levando-se em conta o *size effect* e a influência da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) na resistência à tração do concreto, a NBR 6118 (2014) prescreve no item 19.5.3.2:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad \text{Equação 2.5}$$

Onde:

$d$  é a altura útil da laje, em centímetros;

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão ( $\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$ );

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais.

As taxas de armadura devem ser calculadas tomando-se uma seção transversal de largura igual à dimensão do pilar, acrescida de  $3d$  para ambos os lados.

Em situação de projeto, multiplicando-se a Equação 2.5 pela área da superfície crítica, a carga resistente à punção é calculada por:

$$F_{Sd} \leq 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.6}$$

Para as situações experimentais, desconsideram-se os fatores de minoração da resistência do concreto  $\gamma_c$  (1,4) e majoração das solicitações  $\gamma_f$  (1,4). Ainda, para o cálculo da carga de reação do pilar multiplicando-se a Equação 2.7 pela área da superfície crítica, temos:

$$F_{Sk} \leq 0,182 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.7}$$

- **Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento**

Utilizando-se armadura de cisalhamento para aumentar a resistência da laje, devem ser observadas as prescrições quanto aos limites de espaçamento entre as camadas de armadura, conforme a Figura 2.12.

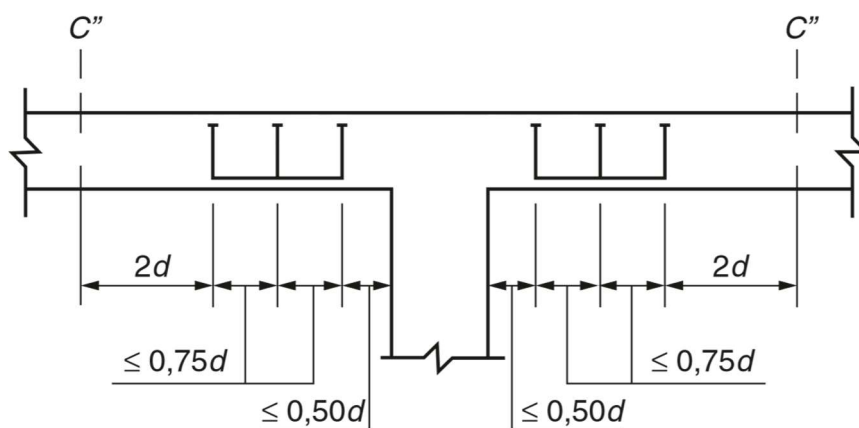


Figura 2.12 – Disposição da armadura de cisalhamento, adaptado ABNT NBR 6118 (2014).

Sendo:

$s_0$  o espaçamento da primeira camada da armadura de cisalhamento à face do pilar, limitado em  $0,5d$ ;

$s_r$  o espaçamento entre as camadas da armadura de cisalhamento, limitado em  $0,75d$ .

Assim como na verificação sem armadura de cisalhamento, ao se adotar armadura, a verificação da tensão de cisalhamento também é feita no contorno  $C'$ . Porém, acrescenta-se à resistência última uma parcela de contribuição do aço da armadura de cisalhamento enquanto se reduz a contribuição do concreto em cerca de 75%, como se segue na Equação 2.8.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd} = 0,10 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \quad \text{Equação 2.8}$$

Onde:

$A_{sw}$  é a área total de armadura de cisalhamento ao longo de uma camada ao redor do pilar;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de cisalhamento e o plano da laje;

$u_1$  é o perímetro crítico ou perímetro crítico no contorno  $C'$ ;

$f_{ywd}$  é a resistência de cálculo da armadura de cisalhamento.

Multiplicando-se a Equação 2.8 pela área da superfície crítica, temos a formulação para a carga resistente à punção em projetos, dada por:

$$F_{sd} \leq \left[ 0,10 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \right] \cdot u_1 d = V_{Rd,cs} \quad \text{Equação 2.9}$$

Para estribos, limita-se  $f_{ywd}$  em 250 MPa para lajes com espessura de até 15 cm, e 435 MPa para lajes com espessura maior que 35 cm, permitindo-se interpolação linear. Em situação experimental, a limitação de  $f_{ywk}$  vai para 287,5 MPa e 500 MPa, respectivamente.

Para as situações experimentais, desconsideram-se os fatores de minoração da resistência do concreto  $\gamma_c$  (1,4), a majoração das solicitações  $\gamma_f$  (1,4) e minoração da resistência do aço  $\gamma_s$  (1,15). Portanto, a carga resistente característica é dada por:

$$F_{sk} \leq \left[ 0,14 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \right] \cdot u_1 d = V_{Rk,cs} \quad \text{Equação 2.10}$$

- **Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento**

A verificação da tração na região externa às armaduras de cisalhamento é realizada através de uma tensão de cisalhamento no contorno C'', onde considera-se somente a contribuição do concreto na resistência da laje à punção. Portanto, a carga resistente em projetos é calculada por:

$$F_{Sd} \leq 0,13 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d = V_{Rd,out} \quad \text{Equação 2.11}$$

Já em análise experimental, a carga resistente característica é dada por:

$$F_{Sk} \leq 0,182 \left( 1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.12}$$

Onde,  $u_{out}$  é o perímetro crítico no contorno C'' que podemos observar na Figura 2.13.

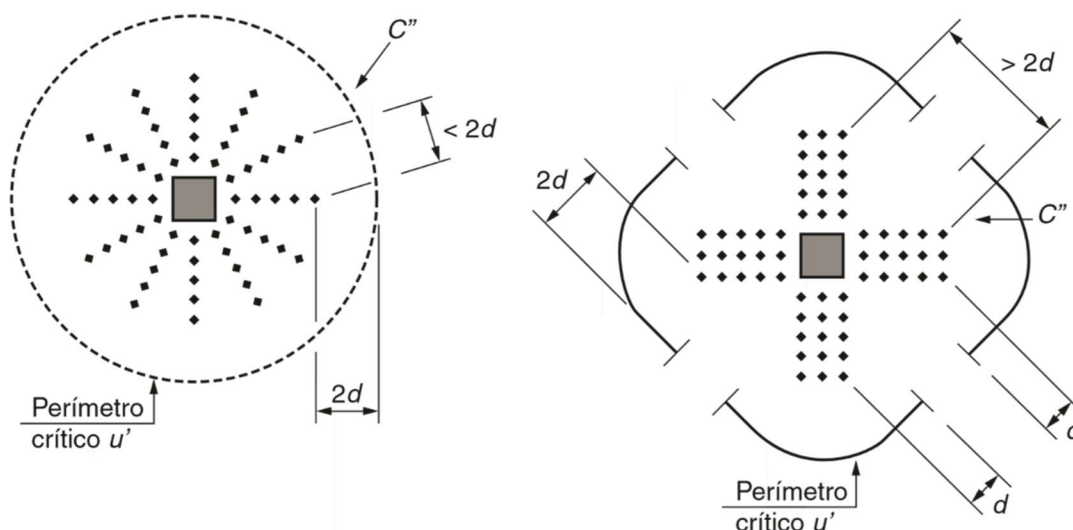


Figura 2.13 – Contorno C'', adaptado NBR 6118 (2014)

#### 2.4.2. Eurocode 2 (2004)

A seção 6.4 do Eurocode 2 (2004) é dedicada ao cálculo de lajes à punção, porém neste trabalho será abordado somente o cálculo para pilares internos sem excentricidade.

- **Verificação da compressão diagonal do concreto**

Na verificação da compressão diagonal do concreto, a tensão resistente de cálculo do concreto é dada por:

$$v_{Rd,max} = 0,24 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd} \quad \text{Equação 2.13}$$

A tensão resistente é verificada no perímetro  $u_0$ , coincidente com o perímetro do próprio pilar, conforme o item 6.4.3 (2) da norma. De modo que, para o dimensionamento de projeto, a carga resistente é dada por:

$$F_{Sd} \leq 0,24 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{cd} \cdot u_0 \cdot d = V_{Rd,max} \quad \text{Equação 2.14}$$

Já para análise experimental, desconsiderando o coeficiente de minoração de resistência do concreto, a formulação para a carga resistente característica é dada por:

$$F_{Sk} \leq 0,24 \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) f_{ck} \cdot u_0 \cdot d = V_{Rk,max} \quad \text{Equação 2.15}$$

- **Verificação da tração diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento**

A tensão resistente à tração diagonal da laje deve ser verificada no perímetro  $u_1$ , afastado  $2d$  da face do pilar, como pode-se observar na Figura 2.14.

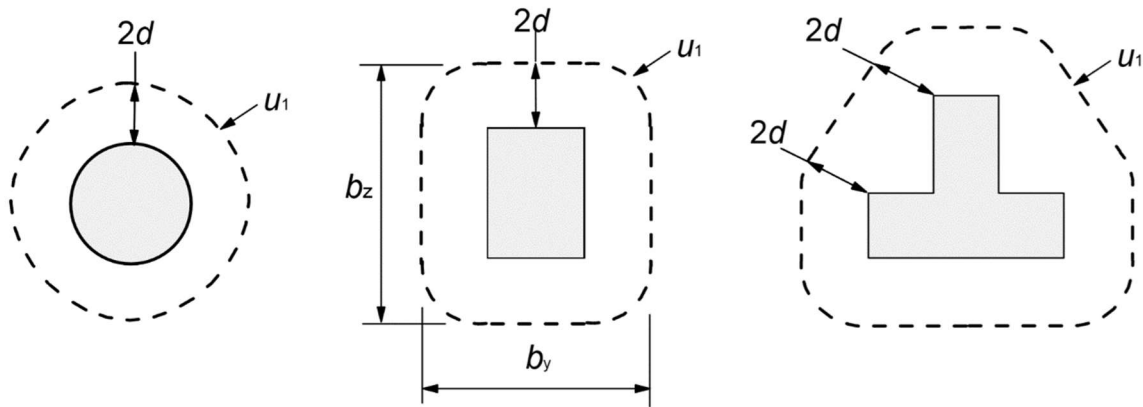


Figura 2.14 – Perímetro crítico  $u_1$ , adaptado EUROCODE 2 (2004).

Do item 6.4.4, a tensão resistente à punção de projeto pode ser calculada por meio da Equação 2.16 a seguir:

$$v_{Rd,c} = C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot f_{ck} \cdot \rho)^{1/3} \quad \text{Equação 2.16}$$

Onde,

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \text{ é o } size \text{ effect com } d \text{ dado em mm;}$$

$$C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c}, \text{ sendo } \gamma_c \text{ o coeficiente de minoração da resistência do concreto;}$$

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 2,0$ , é a taxa de armadura da na ligação laje-pilar, onde é considerada seção de concreto com largura igual à largura do pilar acrescido de  $3d$  de ambos os lados.

Em uma análise de projeto, multiplicando-se a tensão resistente pela área da superfície crítica, temos a carga resistente de projeto, conforme a equação a seguir:

$$F_{Sd} \leq \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.17}$$

Por fim, em uma análise experimental, fazendo-se  $\gamma_c$  igual à 1, a carga resistente característica é dada por:

$$F_{Sk} \leq 0,18 \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_1 \cdot d = V_{Rk,c} \quad \text{Equação 2.18}$$

- **Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento**

Ao se utilizar armadura de cisalhamento para aumentar a resistência da laje, devem ser observadas as prescrições quanto aos limites de espaçamento entre as camadas de armadura, de modo que a distância entre a face do pilar e a primeira camada da armadura de cisalhamento ( $s_0$ ) não deve exceder  $0,5d$  enquanto o espaçamento entre as camadas de armadura ( $s_r$ ) não deve ultrapassar  $0,75d$ .

Assim como na verificação sem armadura de cisalhamento, ao adotar-se armadura, a verificação da tensão de cisalhamento também é feita no contorno C'. Porém, acrescenta-se à tensão resistente uma parcela de contribuição do aço enquanto multiplica-se a parcela contribuinte do concreto por 0,75, como pode ser visto na equação 2.19.

$$v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \left(\frac{d}{s_r}\right) A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \left(\frac{1}{u_1 d}\right) \text{sen}\alpha \leq k_{max} \cdot v_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.19}$$

Onde,

$k_{max}$  é um fator limitante da resistência máxima alavancada pelo uso de armadura de cisalhamento em relação a resistência sem armadura de cisalhamento. A valor recomendado pela norma é de 1,5;

$A_{sw}$  é a área de aço da seção transversal de uma camada de armadura de cisalhamento em torno do pilar, em mm<sup>2</sup>;

$f_{ywd,ef}$  é a tensão de escoamento efetiva de projeto da armadura de cisalhamento;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação ente o eixo da armadura de cisalhamento e o plano da laje.

Multiplicando-se a tensão resistente pela superfície crítica, a carga resistente de cálculo é dada por:

$$F_{sd} \leq \left[ 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \right] \cdot u_1 d = V_{Rd,cs} \quad \text{Equação 2.20}$$

Como a armadura de cisalhamento não chega ao escoamento na ruptura por punção, a tensão de escoamento efetiva do aço ( $f_{ywd,ef}$ ) é limitada de acordo com:

$$f_{ywd,ef} = (250 + 0,25d) \leq f_{ywd} \quad \text{Equação 2.21}$$

Sendo  $d$  em mm.

Por fim, em uma análise experimental, desconsiderando os fatores de minoração da resistência do aço e do concreto e multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos a carga resistente característica conforme a equação a seguir:

$$F_{Sk} \leq \left[ 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left( \frac{d}{s_r} \right) \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywk,ef} \cdot \text{sen}\alpha}{u_1 d} \right] \cdot u_1 d = V_{Rk,cs} \quad \text{Equação 2.22}$$

Já a resistência característica efetiva da armadura de cisalhamento ( $f_{ywk,ef}$ ) é dada por:

$$f_{ywk,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25d) \leq f_{ywk} \quad \text{Equação 2.23}$$

Sendo  $d$  em mm.

- **Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento**

A verificação da tração na região externa às armaduras de cisalhamento é realizada no perímetro  $u_{out}$ . Onde considera-se somente a contribuição do concreto na resistência da laje à punção. Portanto, semelhante ao cálculo para lajes sem armadura de cisalhamento, a carga resistente de projeto é dada por:

$$F_{Sk} \leq 0,18 \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.24}$$

Já a resistência característica é dada por:

$$F_{Sk} \leq \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot u_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.25}$$

Onde,  $u_{out}$  é o perímetro crítico que pode ser observado na Figura 2.15 a seguir.

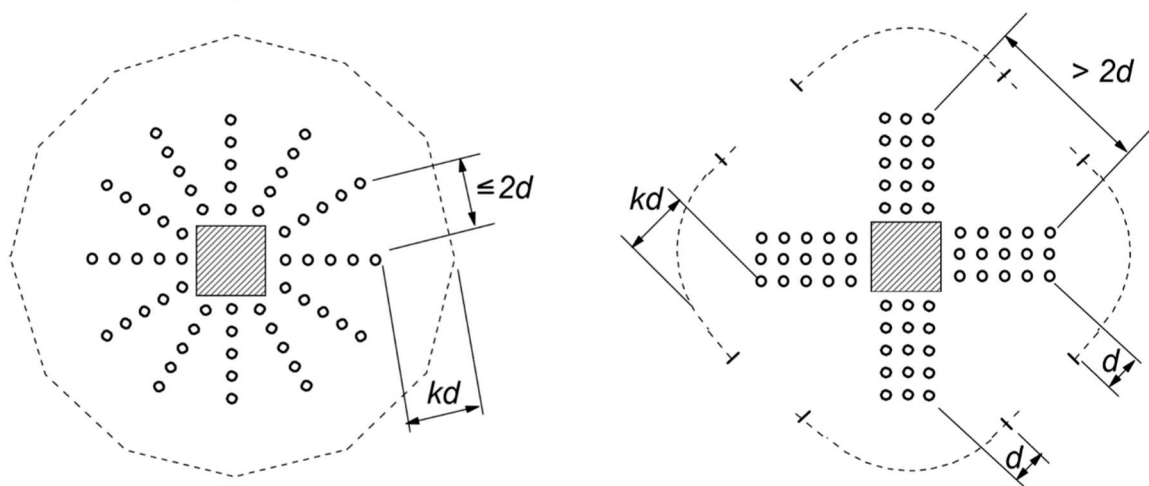


Figura 2.15 - Perímetro crítico  $u_{out}$ , adaptado EUROCODE 2 (2004).

### 2.4.3. ACI 318 (2019)

O ACI 318 (2019) dedica a seção 22.6 da norma ao cálculo das tensões resistentes da laje à punção, fornecendo parâmetros para se determinar a resistência ao cisalhamento para lajes sem e com armaduras dos tipos estribos ou conectores tipo pino (*studs*).

- **Verificação da compressão diagonal do concreto**

No item 22.6.6.2 da norma, a laje deve ser projetada de modo que a tensão de cisalhamento ( $v_u$ ) não exceda os valores na Tabela 2.1, de acordo com o tipo de armadura utilizada.

Tabela 2.1 - Máxima  $v_u$  para lajes lisas com armadura de cisalhamento de acordo com ACI 318 (2019)

Tipo de Armadura	Máxima $v_u$ no perímetro crítico ( $b_0$ ) afastado $0,5d$ da face do pilar
Estribos	$\varphi \cdot 0,5 \cdot \sqrt{f'_c}$
<i>Studs</i>	$\varphi \cdot 0,66 \cdot \sqrt{f'_c}$

Onde:



$\varphi$  é o coeficiente de segurança, igual a 0,75, a menos que seja exigido um valor menor conforme item 21.2 desta norma;

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto, dada em MPa.

No 22.6.1.4, a norma descreve que o cisalhamento deve ser resistido por uma seção com uma profundidade ( $d$ ) e um perímetro crítico ( $b_c$ ) tomado a uma distância de  $0,5d$  da face do pilar, conforme demonstrado na Figura 2.16.

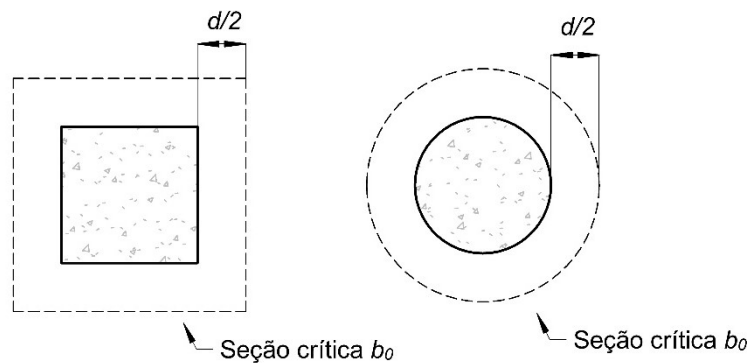


Figura 2.16 – Perímetro crítico  $b_0$ , adaptado de Palhares (2018) conforme ACI 318 (2019).

Para uma armadura do tipo estribo, a carga resistente de projeto é dada por:

$$F_{Sd} \leq \varphi \cdot 0,5\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = V_{Rd,m\acute{a}x} \quad \text{Equação 2.26}$$

Já em uma análise experimental, tomando-se o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, a carga resistente característica é calculada por:

$$F_{Sk} \leq 0,5\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = V_{Rk,m\acute{a}x} \quad \text{Equação 2.27}$$

- **Verificação da tração diagonal em lajes lisas sem armadura de cisalhamento**

A tensão resistente do concreto ( $v_c$ ) à punção, de acordo com o seu item 22.6.5.2 da norma, deve ser tomada como o menor resultado dentre as seguintes expressões:

$$v_c < \begin{cases} 0,33 \cdot \lambda \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{f'_c} \\ 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \lambda \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{f'_c} \\ 0,083 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \cdot \lambda \cdot \lambda_s \cdot \sqrt{f'_c} \end{cases} \quad \text{Equação 2.28}$$

Onde:

$\beta$  é a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar perpendiculares entre si;

$\lambda$  deve ser 0,75 para concreto leve e 1,0 para concreto normal (Tabela 18.8.4.1 da norma);

$\lambda_s$  é o fator de *size effect*, determinado pela Equação 2.29 conforme item 22.5.5.1.3, com  $d$  em mm;

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + 0.004 \cdot d}} \leq 1,0 \quad \text{Equação 2.29}$$

$\alpha$  vale 40 para pilares internos, 30 para pilares de borda e 20 para pilares de canto (Item 22.6.5.3 desta norma).

Cada uma das expressões faz diferentes considerações quanto aos parâmetros que influenciam na resistência à punção. São elas: na primeira expressão considera-se a tensão resistente à punção diretamente proporcional à raiz quadrada da resistência à compressão do concreto; a segunda expressão acrescenta a influência de pilares retangulares na capacidade resistente da laje, tendo em vista a concentração de tensões nas quinas dos pilares; já a terceira expressão considera o efeito da altura útil em relação às dimensões dos pilares, bem como a classificação quanto à ocorrência de momentos fletores atuantes na ligação laje-pilar

Ainda, a norma impõe um valor máximo de 8.3 MPa para  $\sqrt{f'_c}$  no cálculo da tensão resistente à punção, ou seja, limita a resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ) em 70 MPa.

Portanto, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos que a carga resistente de projeto é dada por:

$$F_{Sd} < \begin{cases} 0,33 \cdot \varphi \cdot \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,17 \cdot \varphi \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,083 \cdot \varphi \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases} = V_{Rd,c} \quad \text{Equação 2.30}$$

Já em uma análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada por:

$$F_{Sk} < \begin{cases} 0,33\lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,17 \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \\ 0,083 \cdot \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_0}\right) \lambda_s\lambda\sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \end{cases} = V_{R_{d,c}} \quad \text{Equação 2.31}$$

- **Verificação da tração diagonal em lajes lisas com armadura de cisalhamento**

Acrescentando-se à laje armadura de cisalhamento do tipo estribo, conforme item 8.7.6.3 desta norma, a distância entre a face do pilar e a camada de armadura de cisalhamento mais próxima ( $s_0$ ) e o espaçamento entre as camadas de armadura ( $s_r$ ) devem satisfazer:

Para estribos:  $s_0$  e  $s_r \leq 0,5d$

Para *studs*:  $s_r \leq \begin{cases} 0,75d \text{ se, } v_u \leq \varphi \cdot 0,5\sqrt{f'_c} \\ 0,5d \text{ se, } v_u > \varphi \cdot 0,5\sqrt{f'_c} \end{cases}$

Do 22.6.7 desta norma, a parcela de tensão resistente acrescida pela armadura de cisalhamento deve ser calculada por:

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s_r} \quad \text{Equação 2.32}$$

Onde:

$A_v$  é a área transversal da armadura de cisalhamento por camada ao redor do pilar;

$f_{yt}$  é a tensão de escoamento do aço da armadura de cisalhamento, limitada ao máximo de 420 MPa.

Nesse sentido, reconhecendo o desempenho de ancoragem superior dos *studs*, em seu item 22.6.6.1, a norma prescreve que a resistência do concreto ( $v_c$ ) para lajes com armadura de cisalhamento não deve exceder os limites apresentados na Tabela 2.2

Tabela 2.2 – Máxima  $v_c$  para lajes com armadura de cisalhamento de acordo com ACI 318 (2019).

<b>Tipo de Armadura</b>	<b>Máxima <math>v_c</math> no perímetro crítico (<math>b_0</math>) afastado <math>0,5d</math> da face do pilar</b>	<b>Máxima <math>v_c</math> no perímetro crítico (<math>b_0</math>) afastado <math>0,5d</math> da última armadura de cisalhamento</b>
Estribos	$0,17\lambda_s\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$	$0,17\lambda_s\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$
<i>Studs</i>	$0,25\lambda_s\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$	$0,17\lambda_s\lambda \cdot \sqrt{f'_c}$

Portanto, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos que a carga resistente de projeto para laje com armadura de cisalhamento do tipo estribo é dada por:

$$F_{sd} \leq 0,17 \cdot \varphi \cdot \lambda_s \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d + \frac{A_v f_{y\tau} \cdot d}{s} = V_{Rd,cs} \quad \text{Equação 2.33}$$

Já em uma análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada por:

$$F_{sk} \leq 0,17\lambda_s\lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d + \frac{A_v f_{y\tau} \cdot d}{s} = V_{Rk,cs} \quad \text{Equação 2.34}$$

- **Verificação da região externa às armaduras de cisalhamento**

Nesta verificação, será considerado um perímetro crítico ( $b_{out}$ ) localizado a  $0,5d$  além da linha periférica mais externa da armadura de cisalhamento. O perímetro crítico externo pode ser observado na Figura 2.17.

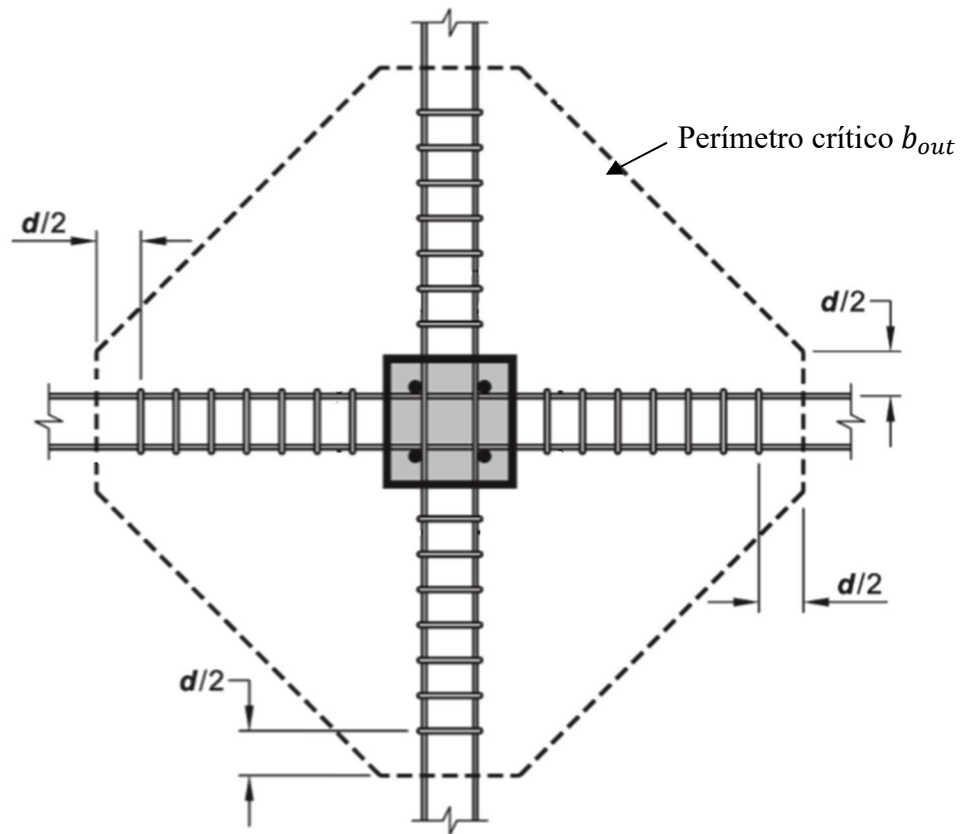


Figura 2.17 - Perímetro crítico  $b_{out}$ , adaptado ACI 318 (2019).

Portanto, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, temos que a carga resistente de projeto é dada por:

$$F_{sd} \leq 0,17 \cdot \varphi \cdot \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_{out} \cdot d = V_{Rd,out} \quad \text{Equação 2.35}$$

Já em uma análise experimental, considerando o coeficiente  $\varphi$  igual a 1, temos que a carga resistente característica é dada por:

$$F_{sk} \leq 0,17 \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \cdot b_{out} \cdot d = V_{Rk,out} \quad \text{Equação 2.36}$$

#### 2.4.4. *fib* Model Code 2010 (2013)

O *fib* Model Code 2010 (2013) tem a formulação da resistência à punção baseado na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento de Muttoni (2008), onde considera-se que a resistência da laje à punção decresce de acordo com a magnitude da abertura da fissura crítica. Parte-se do

princípio que quanto maior a abertura da fissura crítica, menor o contato entre os agregados do concreto e, portanto, menor a capacidade de resistir por meio de esforços de cisalhamento.

A amplitude da abertura da fissura crítica está correlacionada à rotação da laje ( $\psi$ ) que, por sua vez, é função da carga aplicada e da resistência à flexão da laje. Por se tratar de uma estimativa relativamente complexa, a norma apresenta 4 níveis de aproximação da rotação da laje, de modo a fornecer opções mais ou menos sofisticadas a depender da necessidade do projetista.

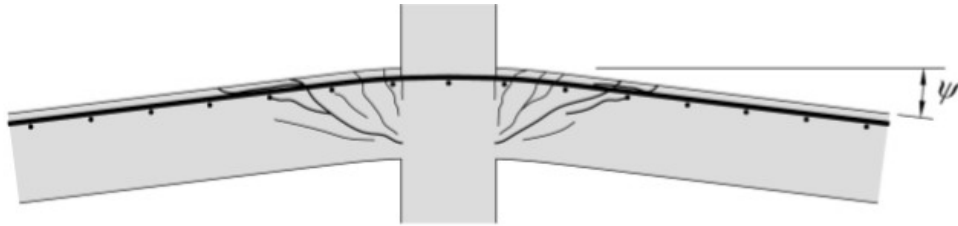


Figura 2.18 - Rotação  $\psi$  da laje [SANTOS (2018)]

O item 7.3.5.2 do *fib* Model Code 2010 (2013) introduz a altura útil resistente à punção da laje ( $d_v$ ), definida como distância entre o centroide da armadura de flexão e a região de suporte da laje lisa. Esta altura útil efetiva é utilizada nas formulações indicadas pela norma no cálculo da carga resistente à punção.

A Figura 2.19 ilustra diferentes situações para a consideração de  $d_v$ .

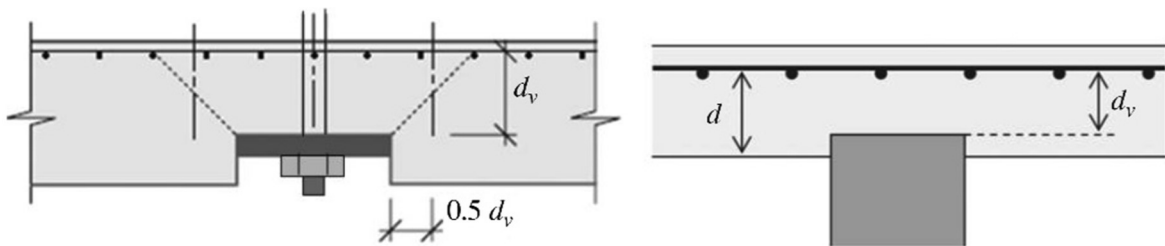


Figura 2.19 – Diferenciação das alturas úteis  $d$  e  $d_v$  [adaptado do *fib* MODEL CODE 2010 (2013)]

Para o cálculo da carga resistente à punção nas verificações da diagonal comprimida e da tração diagonal de concreto, a superfície crítica é considerada no perímetro  $b_1$  que está a  $d_v/2$  de distância das faces do pilar, conforme Figura 2.20 a seguir.

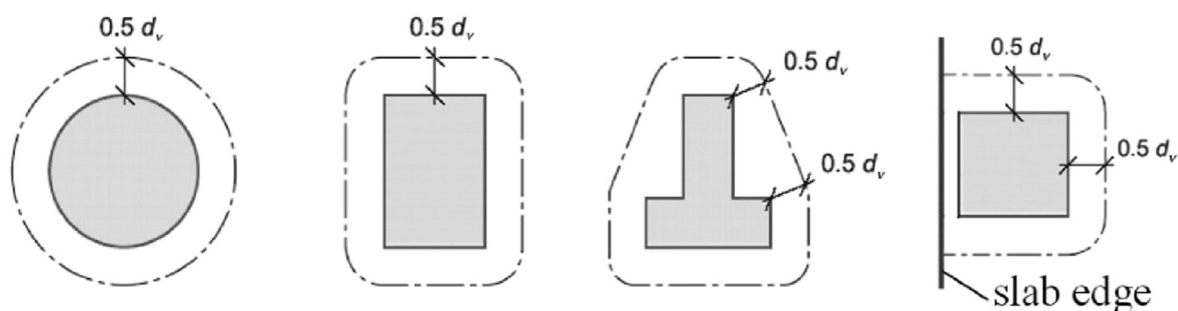


Figura 2.20 – Perímetro crítico básico  $b_1$  [adaptado do *fib* MODEL CODE 2010 (2013)]

- **Estimativas da rotação  $\psi$  da laje**

No item 7.3.5.4 da norma, são apresentadas quatro diferentes formulações para se estimar a rotação da laje.

O nível I de aproximação fornece uma estimativa mais conservadora, indicada para o pré-dimensionamento de lajes lisas.

$$\psi_{I,d} = 1,5 \frac{r_s}{d_v} \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \gamma_s} \quad \text{Equação 2.37}$$

Onde:

$r_s$  é a distância entre o centro geométrico do pilar e o ponto onde o momento fletor na laje é nulo, para pilares internos geralmente equivale a 22% de cada um dos vãos nas direções  $r_{sx}$  e  $r_{sy}$ . Portanto,  $r_s$  será dado por:  $r_s = \sqrt{r_{sx} \cdot r_{sy}}$

$f_{yk}$  é a tensão de escoamento do aço;

$E_s$  módulo de elasticidade do aço;

$\gamma_s$  é o coeficiente de minoração de resistência do aço.

O nível II de aproximação fornece uma boa aproximação para o dimensionamento de novas estruturas, já considerando redistribuição dos esforços internos.

$$\psi_{II,d,i} = 1,5 \frac{r_s}{d_v} \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \gamma_s} \left( \frac{m_{sd,i}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.38}$$

Onde:

$m_{sd,i}$  é o momento solicitante médio por unidade de largura da laje, podendo ser considerado igual a  $V_E/8$  para pilares internos e sem excentricidade.

$m_{Rd}$  é o momento resistente à flexão por unidade de largura da laje, calculado por:

$$m_{Rd} = \frac{\rho \cdot d^2 \cdot f_{yk}}{\gamma_s} \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yk} \cdot \gamma_c}{2 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot \gamma_s} \right) \quad \text{Equação 2.39}$$

Onde:

$\gamma_c$  é o coeficiente de minoração do concreto;

$f_{ck}$  é a resistência à compressão do concreto;

$\rho$  é a taxa da armadura de flexão.

O nível III fornece uma melhor estimativa, porém exigindo que: (i)  $r_s$  seja calculado por modelo linear-elástico; (ii)  $m_{sd,i}$  é calculado por análise linear-elástico. Na formulação, temos a troca do coeficiente de 1,5 para 1,2:

$$\psi_{III,d,i} = 1,2 \frac{r_s}{d} \frac{f_{yk}}{E_s \cdot \gamma_s} \left( \frac{m_{sd,i}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad \text{Equação 2.40}$$

O nível IV é utilizado com base em análises não lineares da estrutura, levando em conta os efeitos da fissuração e enrijecimento, o escoamento das armaduras e outros efeitos não lineares relevantes.

Segundo Santos (2018), no caso de pesquisas experimentais, recomenda-se substituir na Equação 2.39 o valor “0,85  $f_{ck}$ ” por “0,95  $f_{ck}$ ”, removendo-se assim as considerações de perda de resistência do concreto por efeito Rüsçh – fator 0,75 – e o ganho de resistência tardia, após os 28 dias – fator 1,20 – permanecendo apenas o coeficiente que considera a diferença entre a resistência do concreto na estrutura e a medida em corpos-de-prova devido ao confinamento da prensa de ensaio – fator 0,95.

Fazendo-se  $\gamma_c$  e  $\gamma_s$  iguais a 1, todas as formulações apresentadas anteriormente fornecem os valores característicos para serem utilizados em análises experimentais.



- **CÁLCULOS PRELIMINARES**

As verificações do *fib* MODEL CODE:2010 exigem o cálculo preliminar de alguns coeficientes, a saber:

O coeficiente  $k_{\psi,d}$ , que depende da rotação  $\psi_{d,i}$  da laje no instante da ruptura, em radianos.

$$k_{\psi,d,i} = \min \left\{ \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi_{d,i} \cdot d}, 0,6 \right. \quad \text{Equação 2.41}$$

Onde o coeficiente  $k_{dg}$  introduz a influência do engrenamento dos agregados, dado por:

$$k_{dg} = \max \left\{ \frac{32}{16 + d_g}, 0,75 \right. \quad \text{Equação 2.42}$$

Onde  $d_g$  é o diâmetro máximo do agregado, em milímetros.

- **RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DIAGONAL, E RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DIAGONAL NA AUSÊNCIA DE ARMADURAS DE PUNÇÃO**

Do item 7.3.5.3 do *fib* MODEL CODE 2010, multiplicando a tensão resistente pela superfície crítica, a carga resistente máxima de projeto é dada por:

$$V_{Rd,máx} = \min \left\{ \begin{array}{l} k_{sys} \cdot k_{\psi,d,1} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_1 \cdot d_v \\ \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_1 \cdot d_v \end{array} \right. \quad \text{Equação 2.43}$$

Já para uma análise experimental, considerando os coeficientes de minoração da resistência do concreto igual a 1, a carga máxima característica de resistência à punção é dada por:

$$V_{Rk,máx} = \min \left\{ \begin{array}{l} k_{sys} \cdot k_{\psi,k,1} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_1 \cdot d_v \\ \sqrt{f_{ck}} \cdot b_1 \cdot d_v \end{array} \right. \quad \text{Equação 2.44}$$

Onde, para ambas as equações anteriores,  $k_{sys}$  considera o desempenho das armaduras de punção no controle da fissuração e para confinar as bielas comprimidas, aumentando a resistência do concreto. Quando são utilizadas armaduras do tipo studs,  $k_{sys}$  pode ser tomado

igual a 2,8; quando utilizados estribos, igual a 2,4; para outros tipos de armadura, simplificadamente, toma-se igual a 2,0.

Quando não há armaduras de punção,  $k_{sys}$  vale 1,0, e neste caso  $V_{Rd,máx}$  se iguala com a resistência à tração diagonal, de modo que:

$$V_{Rd,c} = k_{\psi,kd1} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_1 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.45}$$

Já para o caso de análise experimental, a resistência a tração diagonal

$$V_{Rk,c} = k_{\psi,k,1} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_1 \cdot d_v \quad \text{Equação 2.46}$$

- **RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DIAGONAL NA PRESENÇA DE ARMADURAS DE PUNÇÃO**

Segundo prescrições do item 7.13.5.3 do *fib* MODEL CODE 2010, quando utilizadas armaduras de punção, estas devem ser dispostas conforme observado na Figura 2.21 a seguir.

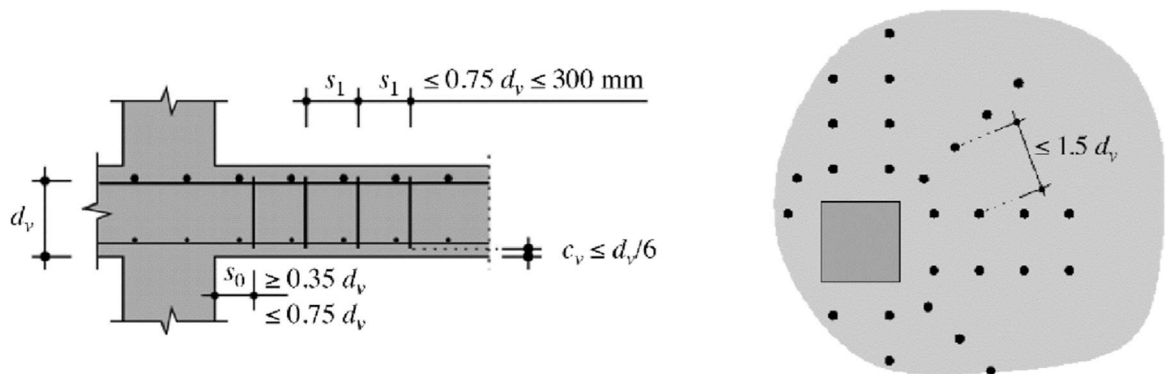


Figura 2.21 - Regras para disposição das armaduras de punção, [adaptado do *fib* MODEL CODE 2010 (2013)]

A norma ainda prescreve que o diâmetro das armaduras de punção deve ser limitado aos valores da Tabela 2.3 em função da altura útil  $d_v$ .

Tabela 2.3 – Diâmetro máximo das armaduras de punção, adaptado da Tabela 7.13-4 do *fib* MODEL CODE 2010 (2013).

$d_v$ [mm]	$\phi_{\psi, \text{máx}}$ [mm]
<160	-
160-180	14
181-220	16
221-260	18
261-340	20
341-600	25
>600	30

Do item 7.3.5.3 do *fib* Model Code 2010 (2013), a carga resistente vale:

$$V_{Rd,cs} = k_{\psi,d,1} \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_1 \cdot d_v + (\sum A_{sw}) \cdot \sigma_{sw} \cdot \text{sen} \alpha \quad \text{Equação 2.47}$$

Onde:

$\sum A_{sw}$  é a soma das áreas da seção transversal das armaduras de punção contidas total ou parcialmente dentro da zona delimitada pelas distâncias de  $0,35d_v$  e  $d_v$  das extremidades da área carregada, conforme ilustrado na Figura 2.22.

O ângulo  $\alpha$  é a inclinação das armaduras em relação ao plano da laje.

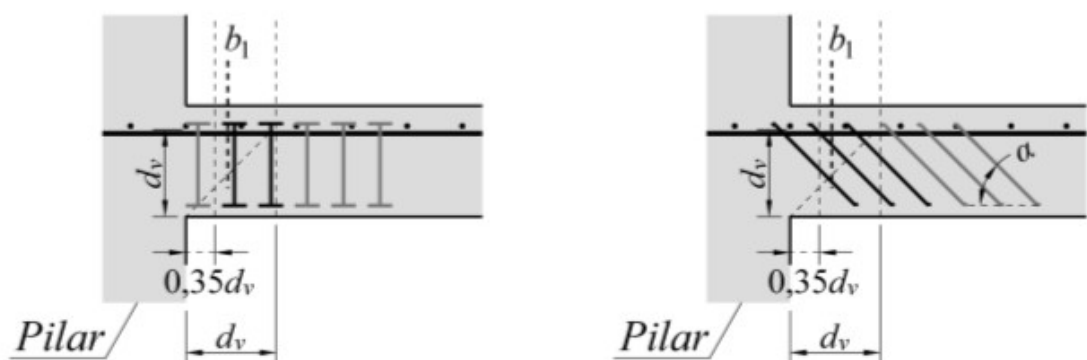


Figura 2.22 - Armaduras de punção ativadas na falha [modificado – *fib* MODEL CODE:2010], Santos (2018)

$\sigma_{swd}$  é a tensão efetiva nas armaduras de punção, calculada por:

$$\sigma_{swd} = \text{mín} \begin{cases} \frac{E_{sw} \cdot \psi_{d,1}}{6} (\text{sen}\alpha + \text{cos}\alpha) \left( \text{sen}\alpha + \frac{f_{bk}}{f_{ywk}} \frac{\gamma_s}{\gamma_c} \frac{d}{\phi_w} \right) \\ \frac{f_{ywk}}{\gamma_s} \end{cases} \quad \text{Equação 2.48}$$

$E_{sw}$  é o módulo de elasticidade do aço das armaduras de cisalhamento;

$\phi_w$  é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

$f_{bk}$  é a tensão de aderência ao concreto da armadura de cisalhamento, sendo esta última calculada conforme o item 6.1.3.2 do *fib* Model Code 2010 (2013) como:

$$f_{bk} = 2,0 \cdot 1,75 \cdot \sqrt{\frac{f_{ck}}{25}} \quad \text{Equação 2.49}$$

Sendo utilizado o coeficiente de 1,75 quando a armadura de cisalhamento possuir ranhuras, boa condição de aderência, diâmetro menor que 25 mm e  $f_{yk} \approx 500$  MPa.

O *fib* MODEL CODE 2010 (2013) observa que, se adotadas armaduras de cisalhamento, estas devem respeitar uma quantidade mínima a fim de garantir suficiente capacidade de deformação à laje. Para tal, deve-se satisfazer a inequação:

$$\left( \sum A_{sw} \right) f_{yk} \geq 0,5 \cdot F_{Sk} \quad \text{Equação 2.50}$$

### • RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DIAGONAL NA REGIÃO EXTERNA ÀS ARMADURAS DE PUNÇÃO

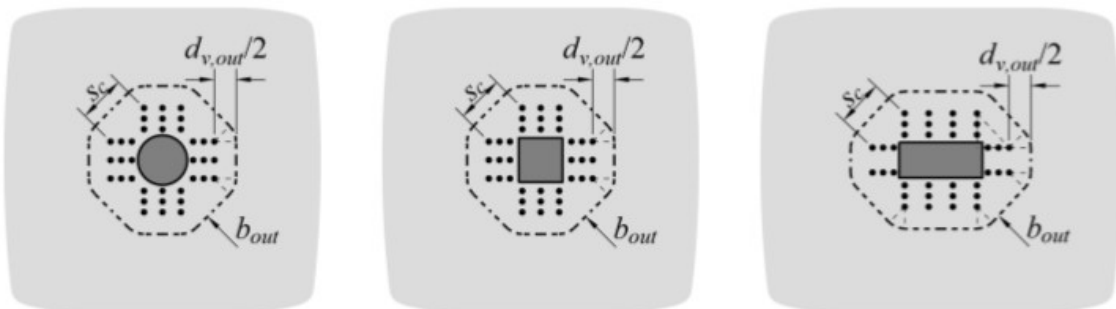
O item 7.3.5.5 estabelece que as armaduras de cisalhamento devem ser dispostas de maneira que, no perímetro crítico externo  $b_{out}$ , apenas o concreto seja suficiente para resistir ao cisalhamento. A Figura 2.23 exemplifica o traçado do perímetro crítico externo, afastado  $0,5d_{v,out}$  da última camada de armaduras de punção. Quando o espaçamento circunferencial ( $s_c$ ) na camada mais externa de armaduras for maior que  $3d_{v,out}$  o perímetro crítico externo deve ser descontínuo.

A carga resistente de projeto é dada por:

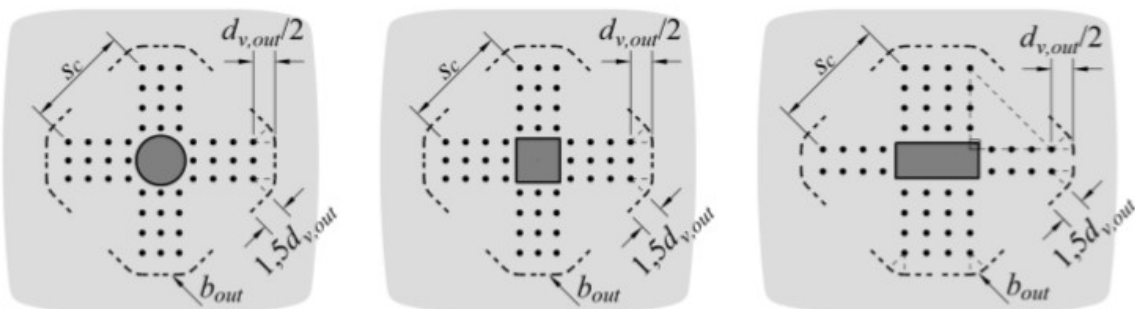
$$V_{Rk,out} = k_{\psi,k,out} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_{0,out} \cdot d_{v,out} \quad \text{Equação 2.51}$$

Enquanto, retirando-se o coeficiente de minoração da resistência do concreto, a carga resistente característica é dada por:

$$V_{Rk,out} = k_{\psi,k,out} \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_{0,out} \cdot d_{v,out} \quad \text{Equação 2.52}$$



a)  $b_{out}$  para armaduras dispostas em cruz e com  $s_c \leq 3d_{v,out}$



b)  $b_{out}$  para armaduras dispostas em cruz e com  $s_c > 3d_{v,out}$

Figura 2.23 – Perímetro  $b_{out}$  conforme *fib Model Code 2010*, Santos (2018).

## 2.5. RESISTÊNCIA À FLEXÃO (GUANDALINI *ET AL.*, 2009)

O método utilizado para determinação da resistência das lajes à flexão foi o proposto por Guandalini *et. al.* (2009), em que é utilizado o modelo teórico das linhas de ruptura, expresso em uma formulação analítica, conforme a Equação 2.53 e Equação 2.54. A configuração das linhas de ruptura está ilustrada na Figura 2.24.

$$V_{flex} = \left( \frac{4m_u}{r_q \cdot (\cos\theta + \sin\theta) - c} \right) \cdot \left( \frac{B^2 - B \cdot c - \frac{c^2}{4}}{B} - c \right) \quad \text{Equação 2.53}$$

$$m_u = \rho \cdot f_y \cdot d^2 \cdot \left( 1 - 0,5 \cdot \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} \right) \quad \text{Equação 2.54}$$

Onde:

$B$  é o comprimento do lado da laje;

$c$  é a largura do pilar;

$r_q$  equivale à distância do centro do pilar ao ponto de aplicação da carga;

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão adotada;

$f_y$  é igual à tensão de escoamento da armadura de flexão;

$f_c$  é à resistência à compressão do concreto.

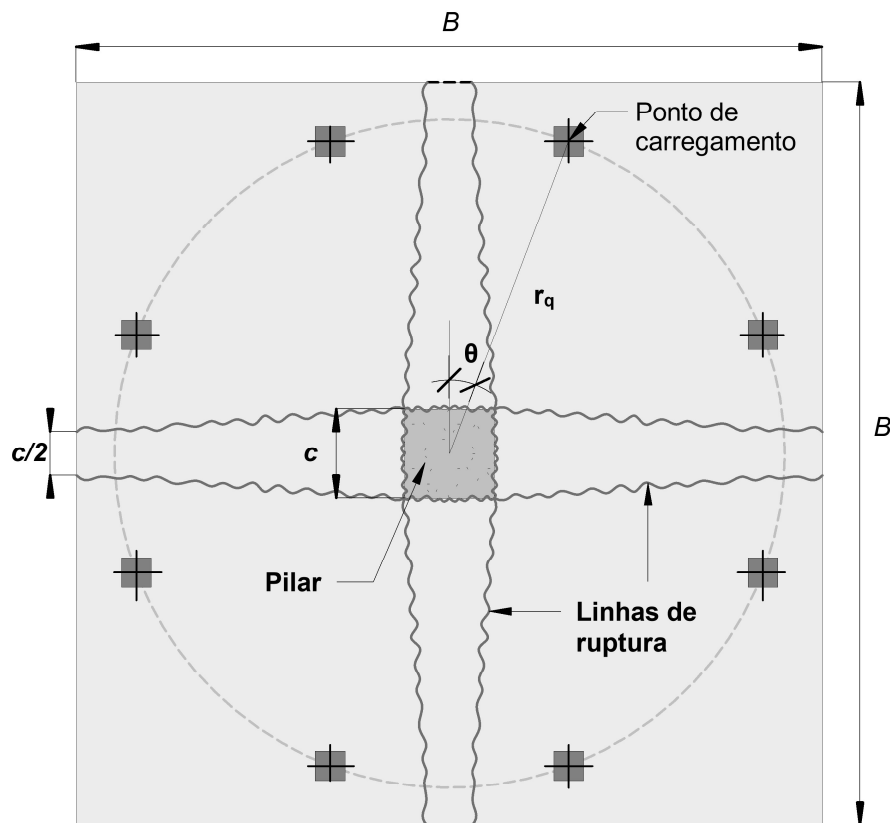


Figura 2.24 – Padrão de linha de ruptura [adaptado de GUADALINI *et al.*, 2009]

## 2.6. PESQUISAS RELACIONADAS À ANCORAGEM DE ESTRIBOS

### 2.6.1. Caldentey *et al.* (2013)

O grupo de pesquisas da Universidade Politécnica de Madri realizou estudos experimentais sobre o envolvimento de estribos fechados nas armaduras de flexão no intuito de investigar uma prática construtiva comum na Espanha, assim como em outros países, de se dispor as armaduras de cisalhamento com envolvimento alternativo ao preconizados pelas normas.

O principal objetivo da pesquisa foi avaliar a eficiência da armadura de cisalhamento seguindo as práticas construtivas da Espanha, também praticadas em outros países, onde são utilizados estribos sem envolver as armaduras longitudinais.

No programa experimental, foram estudadas oito lajes lisas quadradas, com dimensões de 280cm x 280cm e 25cm de espessura. Foi estimado um concreto com  $f_{ck} = 30$  MPa, e utilizado uma taxa de armadura longitudinal de tração de aproximadamente  $\rho = 1,07\%$ , sendo utilizada como armadura negativa na região inferior da laje uma distribuição com barras intercaladas de  $\varnothing 20$ mm e  $\varnothing 12$ mm, ambas espaçadas a cada 20cm. Enquanto na região comprimida, foram utilizadas barras de  $\varnothing 12$ mm a cada 20cm.

Apoiando-se a laje em oito pontos dispostos simetricamente espaçados em circunferência com raio de 1,25m do centro do pilar, foi aplicado carga vertical no centro da laje, por meio de um elemento de 45cm x 45cm e 20cm de altura, simulando as condições de um pilar interno, como representado na Figura 2.25.

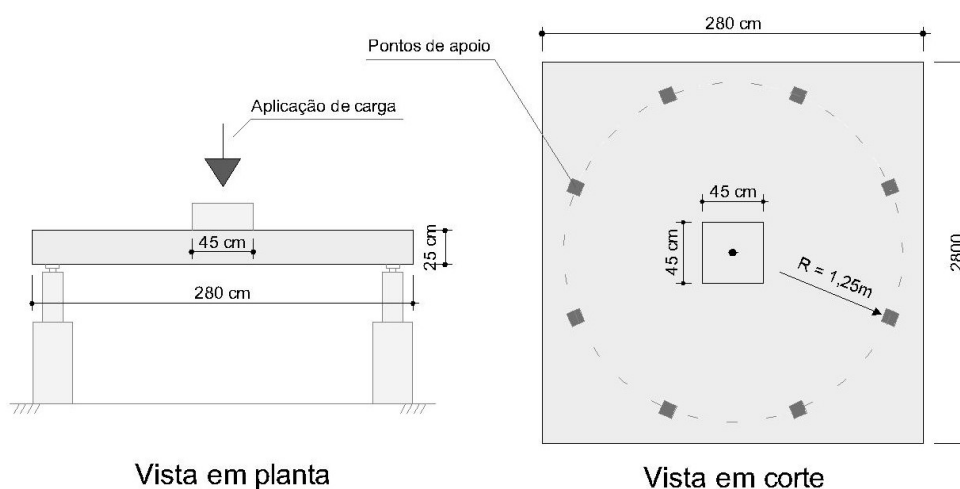


Figura 2.25 – Representação do sistema de ensaio, com unidades em milímetros  
(Adaptado de Caldentey et al., 2013)

As armaduras de cisalhamento das oito lajes foram dispostas nas seguintes configurações:

- Lajes 1 e 2 sem armadura de cisalhamento, moldadas como referência para as amostras experimentais.
- Lajes 3 e 4 com armadura de cisalhamento do tipo estribo sem envolver nenhuma das barras de flexão, prática não prevista em nenhuma das normas analisadas no experimento.
- Lajes 5 e 6 com armadura de cisalhamento do tipo estribo fechado seguindo as prescrições normativas, envolvendo ambas as armaduras de flexão superior e inferior.
- Lajes 7 e 8 também possuíam armadura de cisalhamento devidamente ancoradas, entretanto, as armaduras longitudinais de tração, localizadas na face inferior da laje, eram interrompidas nas faces do pilar.

As armaduras de cisalhamento utilizadas nas lajes 3, 4, 5, 6, 7 e 8 consistiam em dois estribos fechados de  $\varnothing 8\text{mm}$  espaçados de 10cm de cada face do pilar e de 15cm entre camadas formando uma cruz. As tipologias estudadas encontram-se representadas na Figura 2.26.

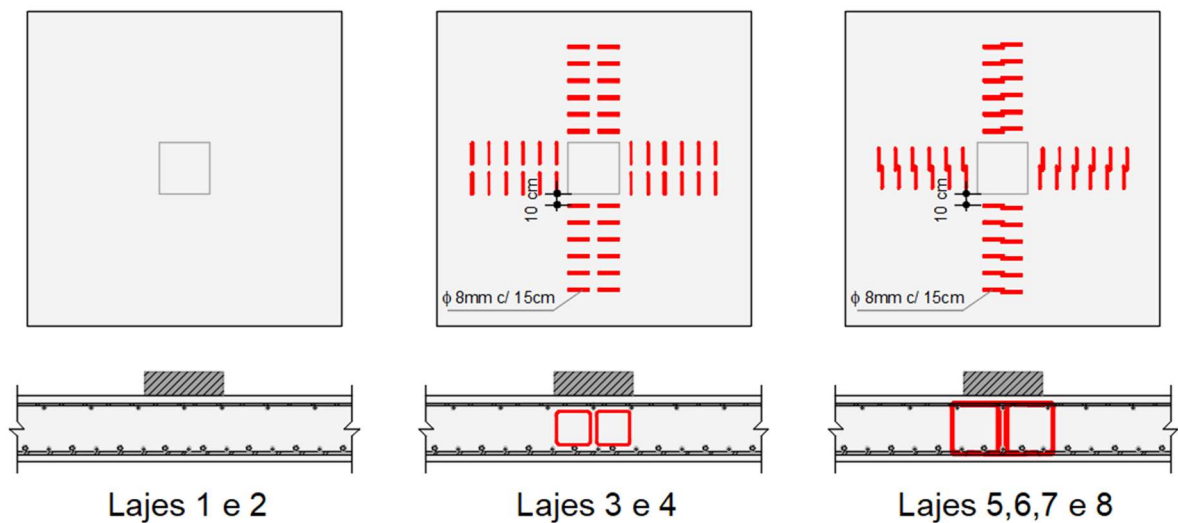


Figura 2.26 – Disposição das armaduras de cisalhamento nas lajes ensaiadas

(Adaptado de Caldentey *et al.*, 2013)

Os resultados de cargas últimas ( $V_u$ ) e a comparação com as estimativas de resistência das normas ACI 318 (2019) ( $V_{ACI}$ ), EUROCODE 2 (2004) ( $V_{EC2}$ ) e *fib* MODEL CODE 2010 ( $V_{MCI}$ ) no nível II de aproximação da rotação, estão apresentadas na Tabela 2.4.

Todas as lajes foram dimensionadas para romper por punção, apresentando uma capacidade resistente a flexão de 1979kN.



Tabela 2.4 - Descrição das lajes do ensaio de punção, adaptado de Caldentey *et al.* (2013).

Laje	$f_c$ (MPa)	$V_u$ (kN)	$V_{ACI}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	$V_{EC2}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EC2}}$	$V_{MCH}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{MCH}}$
1	37,2	973,6	1057,6	0,92	1060,6	0,92	995,5	0,98
2	37,6	955,6	1063,4	0,90	1064,4	0,90	1001,0	0,95
3	37,8	1148,6	976,8	1,18	1282,1	0,90	1195,5	0,96
4	38,4	1252,6	981,5	1,28	1286,8	0,97	1203,3	1,04
5	38,3	1148,6	980,8	1,17	1286,1	0,89	1202,1	0,96
6	37,9	1202,6	978,0	1,23	1283,3	0,94	1197,5	1,00
7	38,1	1050,6	979,1	1,07	1284,4	0,82	1199,2	0,88
8	38,5	1002,6	982,2	1,02	1287,4	0,78	1204,3	0,83

Considerando a capacidade resistente, a armadura de cisalhamento proporcionou um aumento de 18 a 31% de resistência nas lajes 3 a 6 em relação as lajes de referência 1 e 2. Ainda, os resultados experimentais das lajes 3 a 6 se mostraram relativamente próximos aos previstos pelo EUROCODE 2 e o *fib* MODEL CODE 2010.

Já as lajes 7 e 8, com armadura de flexão tracionada interrompida na face do pilar, apresentaram, em média, acréscimo de apenas 6% na resistência à punção. Os resultados ainda evidenciam um comportamento relativamente inseguro, pois apresenta valor de carga última inferior ao previsto por duas das três normas.

Analisando-se os resultados experimentais comparados com os normativos, é possível perceber que existe maior divergência quanto às cargas de ruptura previstas pelo ACI 318 nas lajes de 3 a 8, evidenciando que a norma subestima a resistência de lajes reforçadas com baixas taxas de armadura de cisalhamento.

É possível perceber que a carga última das lajes 3 e 4, que não apresentavam adequadas condições de ancoragem, alcançaram resultados similares com às lajes 5 e 6, que possuíam ancoragem conforme as normas. Tais resultados demonstram que as armaduras de punção sem envolvimento das barras longitudinais foram igualmente eficientes em aumentar a capacidade resistente à punção.

Já o *fib* Model Code 2010 (2013) foi o que previu os resultados mais próximos daqueles obtidos experimentalmente, evidenciando que a consideração sobre a influência da magnitude da fissura crítica na resistência à punção pode ter fornecido um aprimoramento à formulação teórica.

Todas as lajes testadas apresentaram comportamentos similares quanto à deformação e rigidez durante o carregamento, como pode ser observado na Figura 2.27.

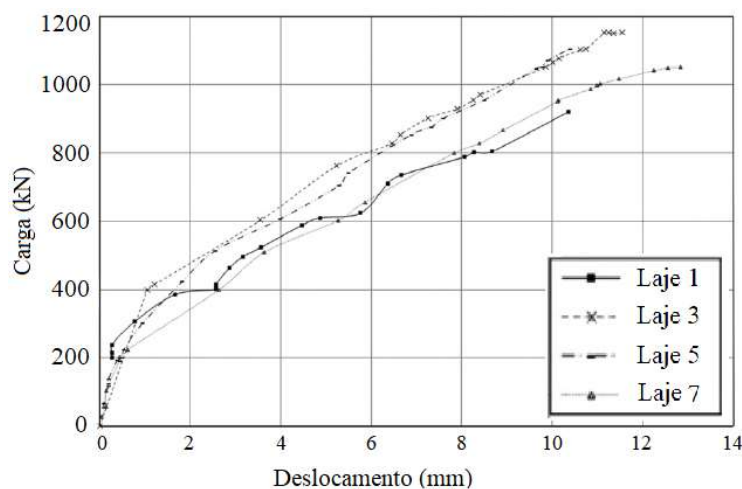


Figura 2.27 –Carga *versus* deslocamento no meio da laje (Adaptado de Caldentey *et al.*, 2013)

### 2.6.2. Souza (2018) e Palhares (2018)

Souza (2018) e Palhares (2018) verificaram a eficiência de diferentes disposições de estribos fechados em relação ao envolvimento das barras longitudinais de flexão. Foi um total de oito lajes ensaiadas, quatro para a dissertação de mestrado de Palhares (2018) e mais quatro de Souza (2018).

Cabe ressaltar que todas as lajes desses ensaios fazem parte da linha de pesquisa de doutorado de Lima (2020).

Todas as lajes possuíam dimensões de 250cm x 250cm e 18cm de espessura, sendo apoiadas em um pilar central de seção quadrada de 30cm x 30cm. A resistência característica do concreto foi estimada em cerca de 30 MPa, utilizando uma taxa de armadura de flexão de aproximadamente 0,92%.

Por meio de um pórtico de reação, as lajes foram submetidas a carregamentos gravitacionais simétricos totalizando oito pontos de aplicação de carga, formando uma circunferência de 112,4cm. A representação do sistema de ensaio e os pontos de aplicação de cargas estão na Figura 2.28.

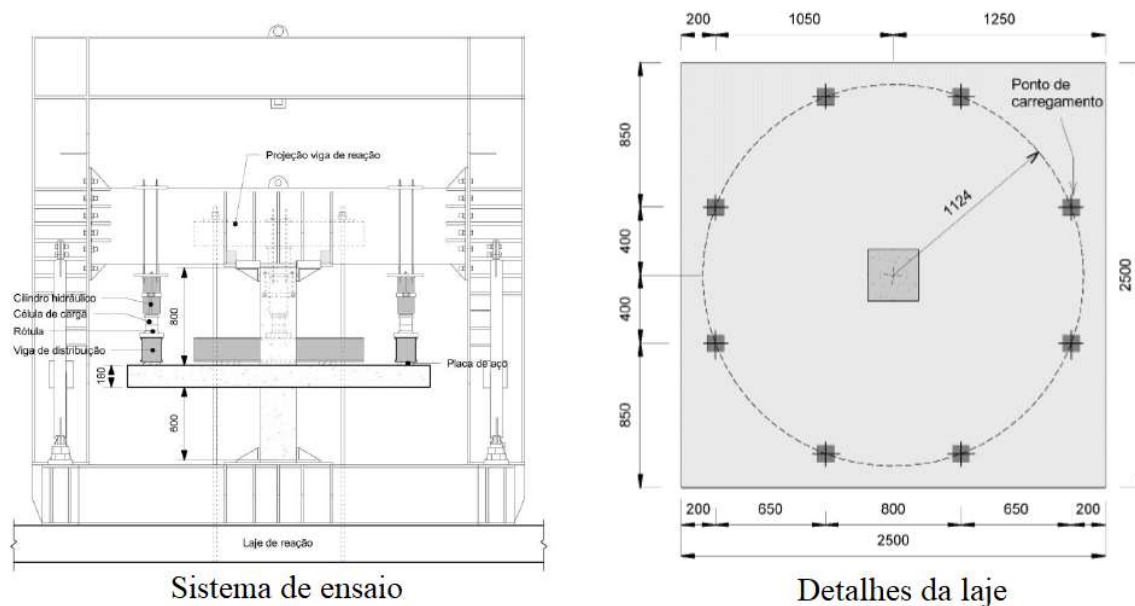


Figura 2.28 – Esquemático do programa de ensaio (Adaptado de Palhares, 2018)

Ao total, foram ensaiadas oito lajes, sendo quatro tipologias diferentes de ancoragem para a armadura de cisalhamento, listadas a seguir:

- A laje RSP foi adotada como a laje de referência, sem armadura de cisalhamento e foi utilizada para verificar os resultados experimentais com as outras lajes e comparar com as previsões das normas.
- As lajes FS-01 e FS-08 utilizaram armaduras do tipo estribo fechado envolvendo ambas as armaduras longitudinais comprimidas e tracionadas. A representação do detalhamento dessas lajes encontra-se na Figura 2.29a.
- Nas lajes FS-02 e FS-09 utilizaram estribos fechados envolvendo apenas a armadura de flexão comprimida. A Figura 2.29b ilustra o detalhamento dessas lajes.
- A laje FS-10 foi armada com estribos fechados ancorados na região superior da laje, envolvendo apenas as armaduras de flexão tracionadas. A Figura 2.29c ilustra o detalhamento desta laje.
- As FS-03 e FS-11 utilizaram estribos fechados entre as armaduras longitudinais, inseridas internamente como módulos separados, envolvendo apenas porta estribos.

A Figura 2.29 ilustra o detalhamento dessas lajes.

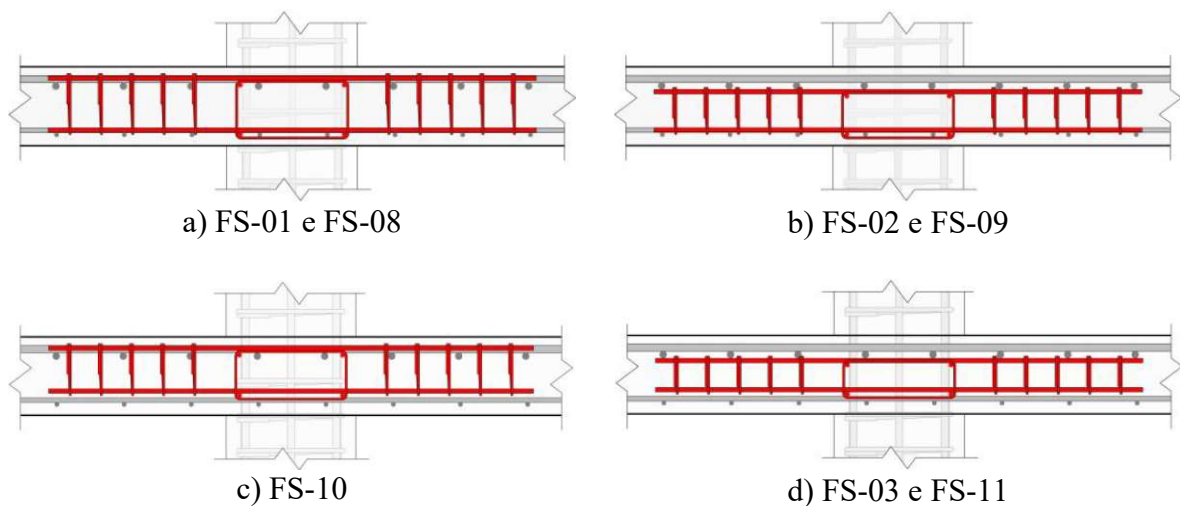


Figura 2.29 – Resumo das características das lajes ensaiadas, adaptado de Palhares (2018) e Souza (2018).

É importante ressaltar que em todos os casos em que os estribos não envolviam as armaduras longitudinais, foram utilizados porta estribos que faziam contato mecânico com o canto dos estribos.

As armaduras de cisalhamento foram dispostas em cruz em torno do pilar, sendo adotado como espaçamento e diâmetro do estribo conforme as seguintes disposições: (i) as lajes FS-01, FS-02 e FS-03, pesquisa de Souza (2018), utilizaram estribos de  $\varnothing 8\text{mm}$ , porta estribo de  $\varnothing 10\text{mm}$  e espaçamento entre camadas de  $8,0\text{cm}$ ; (ii) as lajes FS-08, FS-09, FS-10 e FS-11, parte da pesquisa de Palhares (2018), utilizaram estribos  $\varnothing 5\text{mm}$ , porta estribos de  $\varnothing 6,3\text{mm}$  e espaçamentos de  $7,2\text{mm}$ .

Os resultados de cargas últimas ( $V_u$ ) e a comparação com as estimativas de resistência dadas pelas normas ABNT NBR 6118 (2014) ( $V_{NBR}$ ), ACI 318 (2019) ( $V_{ACI}$ ) e Eurocode 2 (2004) estão na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 - Resultados das lajes ensaiadas por Souza (2018) e Palhares (2018)

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$S_0$ (mm)	$\frac{A_{sw}}{S_r}$ (mm)	$V_u$ (kN)	$V_{NBR}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{NBR}}$	$V_{ACI}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{ACI}}$	$V_{EURO}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{EURO}}$
RSP	29,9	147,9	-	-	478,8	536,7	0,89	478,1	1,00	490,9	0,98
FS-01	29,9	147,1	80	402,12	535,1	729,1	0,73	530,4	1,01	593,9	0,90
FS-02	29,9	148,1	80	402,12	554,8	733,5	0,76	534,4	1,04	598,5	0,93
FS-03	29,9	148,0	80	402,12	534,2	733,0	0,73	533,9	1,00	598,0	0,89
FS-08	30,5	145,8	72	157,08	607,8	563,6	1,08	377,7	1,61	486,9	1,16
FS-09	30,5	148,0	72	157,08	662,1	570,5	1,16	384,6	1,72	494,5	1,25
FS-10	30,5	147,1	72	157,08	614,1	567,7	1,08	381,8	1,61	491,4	1,16
FS-11	30,5	147,6	72	157,08	604,6	569,3	1,06	383,4	1,58	493,1	1,14

Foi verificado que as lajes sem nenhum tipo de envolvimento da armadura longitudinal pelos estribos, demonstraram resultados similares aos obtidos pelas armaduras que seguem o padrão estabelecidos pela norma. Isto corrobora com resultados obtidos com a pesquisa de Caldentey *et al.* (2013).

Observa-se que as lajes onde os estribos envolveram apenas as armaduras longitudinais na região comprimida obtiveram as maiores cargas de ruptura, chegando a obter 9% a mais quando comparadas às lajes com estribos ancorados como prescrito nas normas.

Por fim, os resultados explicitaram que a variação da ancoragem não gerou alterações na rigidez da laje, de modo que os deslocamentos avaliados não apresentaram variações significativas.

### 3. PROGRAMA EXPERIMENTAL

Encontra-se no presente capítulo, a descrição do programa experimental desenvolvido nos Laboratórios de Estruturas e de Materiais da Universidade de Brasília.

#### 3.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No programa experimental proposto será simulado em laboratório o comportamento de uma laje lisa de concreto armado com pilar interno e sob efeito de carregamento simétrico, sem excentricidades.

Por meio de um modelo local tem-se por objetivo representar os efeitos locais provocados pela atuação de momentos negativos e esforços cortantes na ligação laje-pilar. Levando-se em conta uma laje lisa de um pavimento, a região onde o momento negativo é diferente de zero é de cerca de 0,22 do comprimento do vão, ou seja, o modelo local com 1250mm de vão equivale à uma laje com vão de cerca de 5700 mm em escala real.

Uma representação do modelo em dimensões reais feita por meio do software Robot Structural pode ser vista na Figura 3.1.

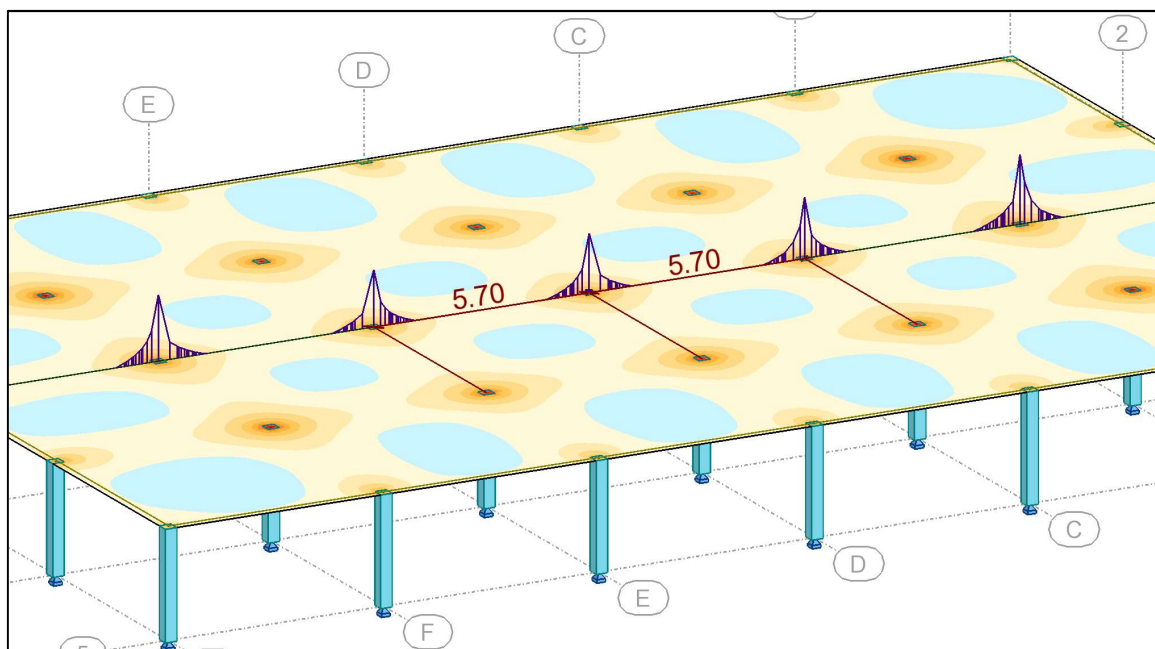


Figura 3.1 – Análise elástica em modelo representativo do caso estudado

Todas as lajes aqui apresentadas farão parte da dissertação do mestrando João Paulo de Almeida Siqueira da Universidade de Brasília (UnB).

### 3.2. CARACTERÍSTICAS DAS LAJES

Foram ensaiadas 4 lajes lisas com dimensões de 2500 x 2500 mm de comprimento e espessura de 180 mm. Sendo todos os modelos apoiados em pilares contínuos de seção transversal quadrada de 300 mm de lado, assim como apresentado na Figura 3.2.

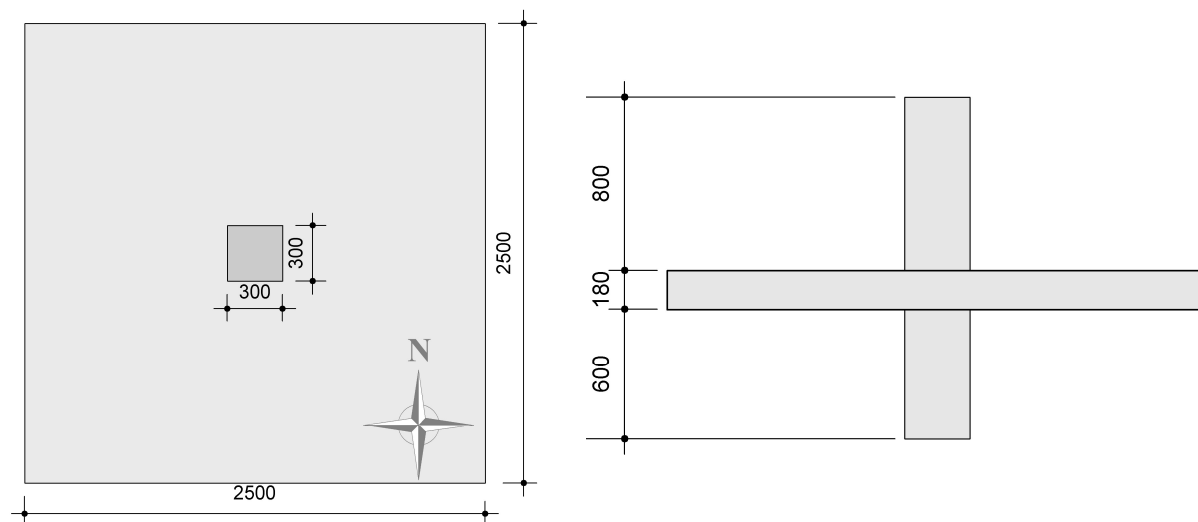


Figura 3.2 – Dimensões dos modelos locais ensaiados

Em todas as lajes ensaiadas foram utilizados os estribos do tipo “caranguejo” como armadura de cisalhamento, porém, realizando variações no envolvimento das armaduras de flexão conforme estão descritas na Tabela 3.1 a seguir.

Tabela 3.1 – Descrição dos modelos ensaiados

<b>Laje</b>	<b>Descrição</b>
<i>Reference Slab Punching</i> (RSP)	Modelo de referência, sem armadura de cisalhamento.
<i>Crab Full Anchored</i> (CFA)	Estribos “caranguejo” envolvendo as armaduras longitudinais nas regiões comprimida e tracionada.
<i>Crab Traction Anchored</i> (CTA)	Estribos “caranguejo” envolvendo apenas a armadura de flexão tracionada na região superior da laje.
<i>Crab Compressed Anchored</i> (CCA)	Estribos “caranguejo” envolvendo a armadura longitudinal apenas na região inferior da laje, na parte comprimida.
<i>Crab Not Anchored</i> (CNA)	Estribos “caranguejo” em módulo, posicionado internamente às armaduras de flexão.

A taxa de armadura de flexão tracionada ( $\rho$ ) foi calculada conforme prescrições normativas da ABNT NBR 6118 (2014) e Eurocode 2 (2004), com detalhamento igual ao realizado nos ensaios anteriores realizados na Universidade de Brasília que compunham a tese de doutorado de Lima (2020), e assim, utilizá-las como base para comparação dos resultados entre o estribo “caranguejo” e o estribo convencional.

A resistência do concreto à compressão da laje foi obtida aos 28 dias, a partir da média de 12 corpos de provas moldados no momento da concretagem das lajes.

A altura útil da laje foi obtida após a montagem das armaduras de flexão, armaduras de cisalhamento e o posicionamento de espaçadores do tipo centopeia. Foram realizadas medidas em cinco pontos diferentes da laje, como ilustra a Figura 3.3, tomando a média dos valores medidos como a altura útil real da laje.

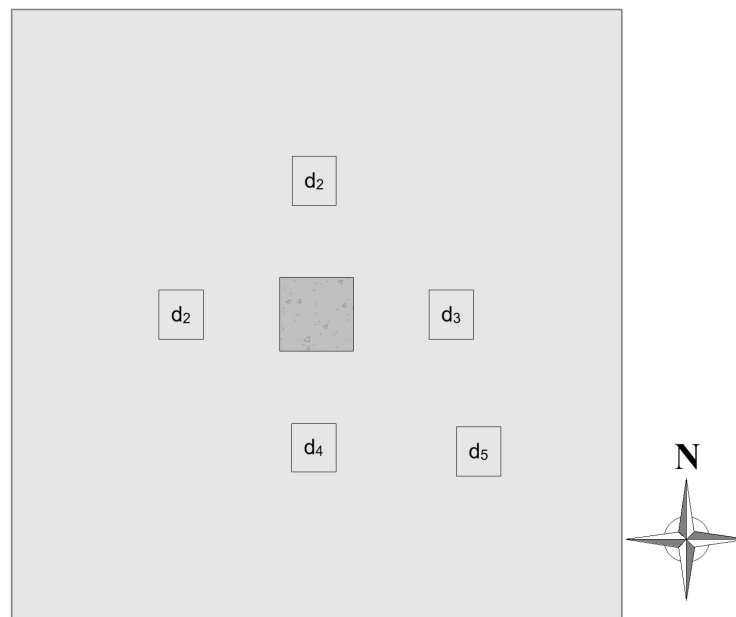


Figura 3.3 – Posições de aferição da altura útil.

Os parâmetros obtidos na construção das quatro lajes ensaiadas, estão resumidos na Tabela 3.2, juntamente com os parâmetros de uma laje RSP (sem armadura de cisalhamento) que será adotada como referência para avaliar o ganho de resistência das lajes armadas com o estribo “caranguejo”.



Tabela 3.2 – Parâmetros das lajes ensaiadas

Laje	$f_c$ (MPa)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	Armadura de Cisalhamento			
				$S_0$ (mm)	$S_r$ (mm)	Nº de camadas	$f_{yw}$ (MPa)
RSP	29,9	147,9	0,920	-	-	-	-
CFA	37,5	144,6	0,953	72	72	5	600,3
CTA	37,5	143,3	0,967	72	72	5	600,3
CCA	37,5	144,4	0,955	72	72	5	600,3
CNA	37,5	141,0	0,995	72	72	5	600,3

### 3.2.1. Armadura de Flexão das Lajes

As armaduras longitudinais foram compostas por barras retas de aço CA-50, dispostas ortogonalmente nas duas direções principais, sendo posicionadas na região superior e inferior da laje com cobrimento de 20mm em relação às faces da laje.

As armaduras de flexão negativa foram compostas por barras com diâmetro de 16,0mm, espaçadas a cada 155mm nas duas direções. Como forma de garantir a sua ancoragem nas bordas livres da laje, foram utilizados ganchos de barras de diâmetro de 16,0mm acompanhando as barras longitudinais negativas.

Na região comprimida, as armaduras de flexão positiva possuíam um diâmetro de 6,3mm, espaçadas a cada 72mm nas duas direções, de modo a acompanhar o espaçamento entre camadas dos estribos que também possuía 72mm (máximo valor permitido pelo ACI 318). A armadura na face inferior da laje teve como objetivo, além de proporcionar o devido envolvimento pelos estribos nas lajes CFA e CCA, resistir aos esforços solicitantes durante o processo de transporte da laje, de modo a evitar o fissuramento da face inferior e manter a ligação da laje com o pilar após a ruptura por punção.

O detalhamento das armaduras longitudinais utilizadas se encontram nas Figura 3.4 e Figura 3.5, com unidades em milímetros.

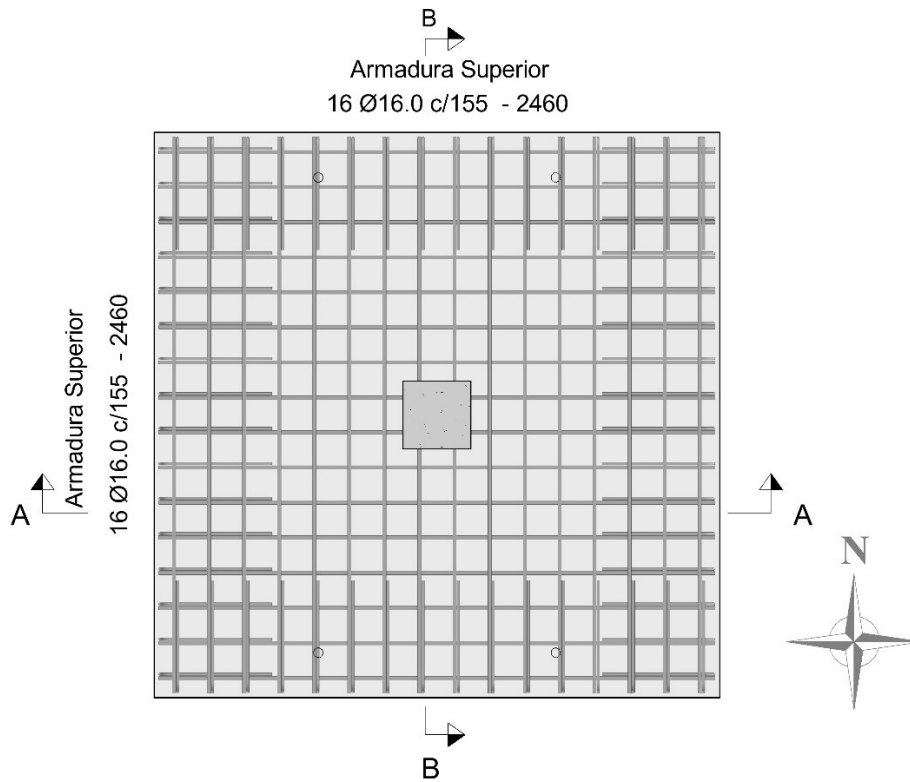


Figura 3.4 – Detalhamento da armadura longitudinal superior.

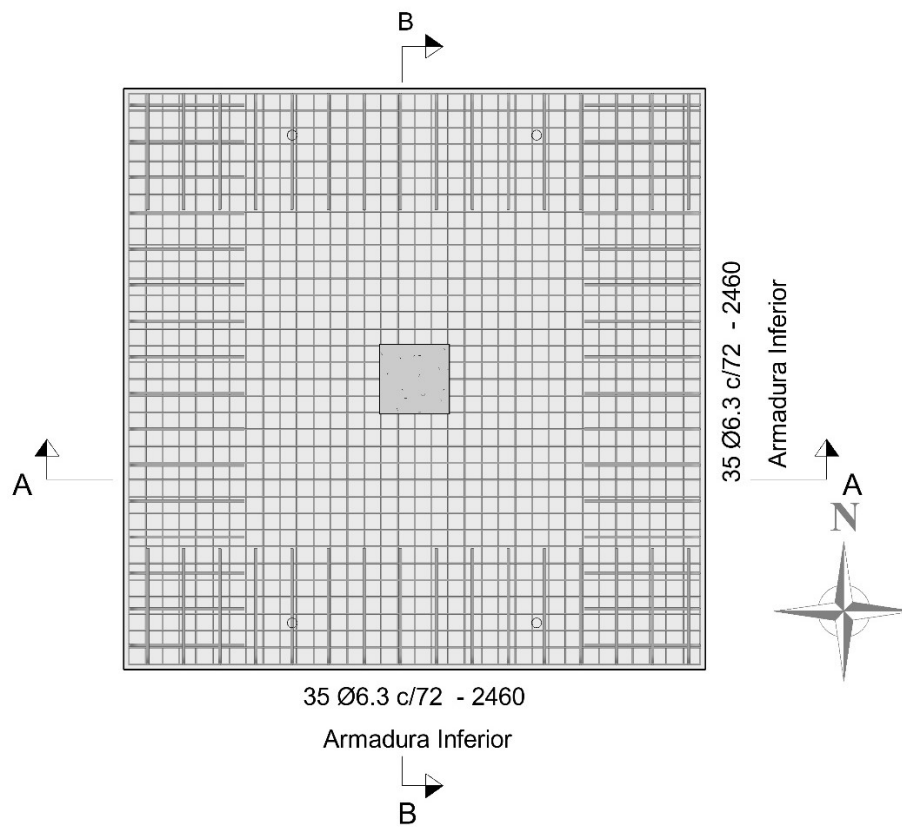


Figura 3.5 – Detalhamento da armadura longitudinal inferior.

Na Figura 3.6 e Figura 3.7 são apresentados os cortes com a disposição das armaduras longitudinais e o detalhe dos ganchos de ancoragem utilizados nas bordas livres das lajes.

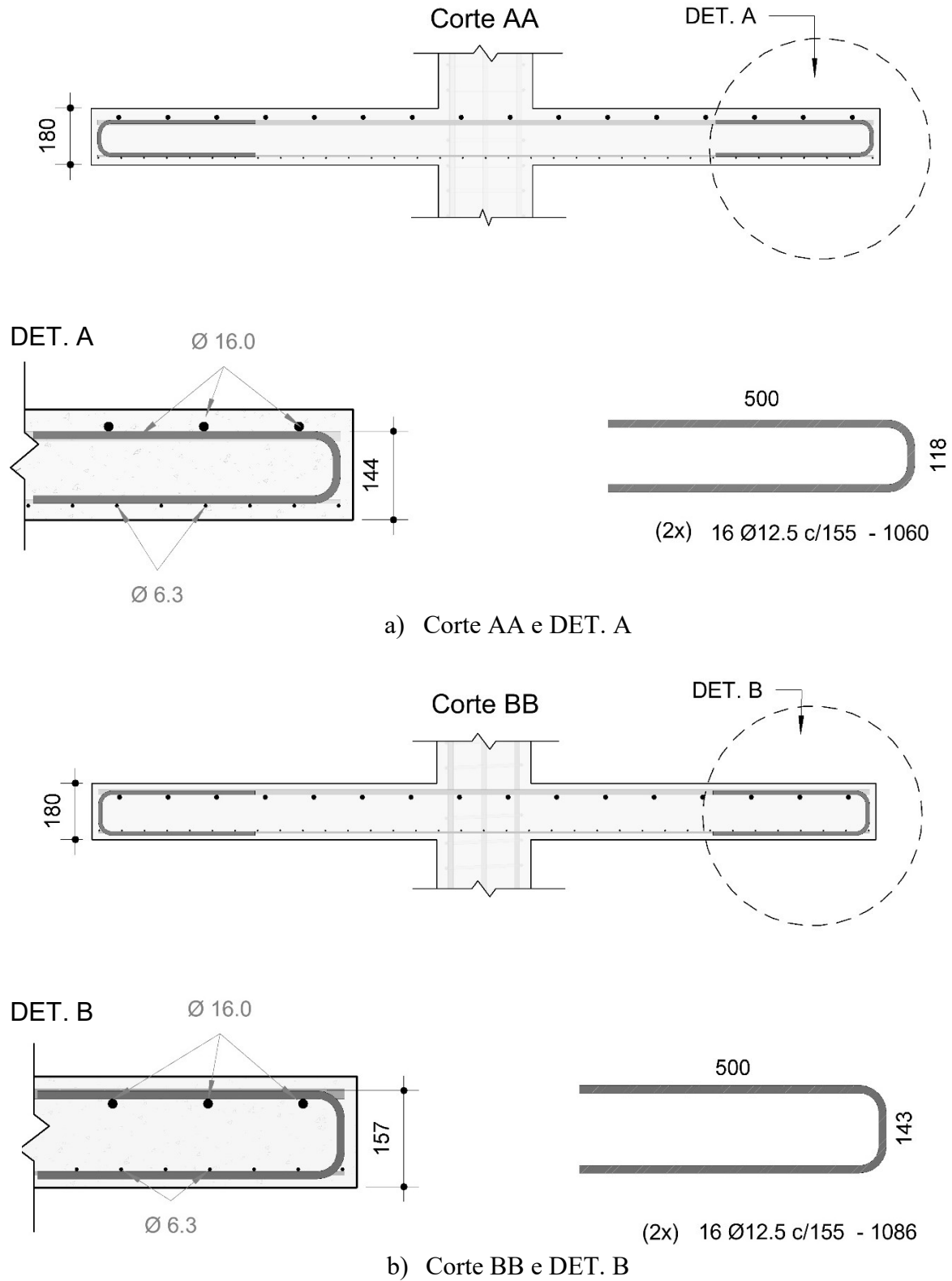


Figura 3.6 – Corte das armaduras longitudinais.

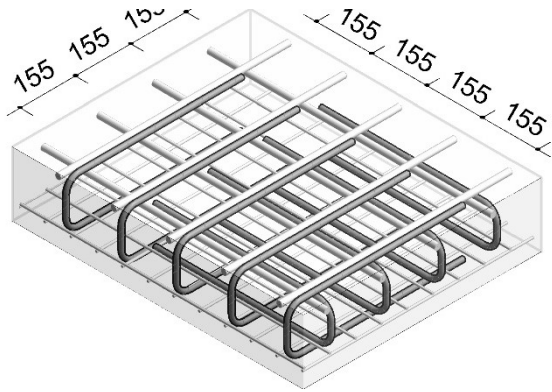


Figura 3.7 – Detalhe da disposição dos ganchos nas bordas da laje.

Na Figura 3.8, temos a armadura de flexão montada no laboratório de estruturas da UnB.



Figura 3.8 – Armadura de flexão montada no laboratório.

### 3.2.2. Armadura de Flexão da Laje de Referência - RSP

Foi adotado como referência a laje RSP, ensaiada anteriormente na Universidade de Brasília como parte da tese de doutorado de Lima (2020), cuja armadura de flexão tracionada foi composta por barras de diâmetro de 16,0mm, espaçadas a cada 155mm nas duas direções. Como forma de garantir a sua ancoragem, foram utilizados ganchos nas bordas da laje, também compostos por barras de diâmetro de 16,0mm a cada 155 mm.

Já na região comprimida da laje, as armaduras longitudinais possuíam diâmetro de 10,0mm, espaçadas a cada 155mm nas duas direções.

O detalhamento das armaduras longitudinais utilizadas se encontram na Figura 3.9 com unidades em milímetros.

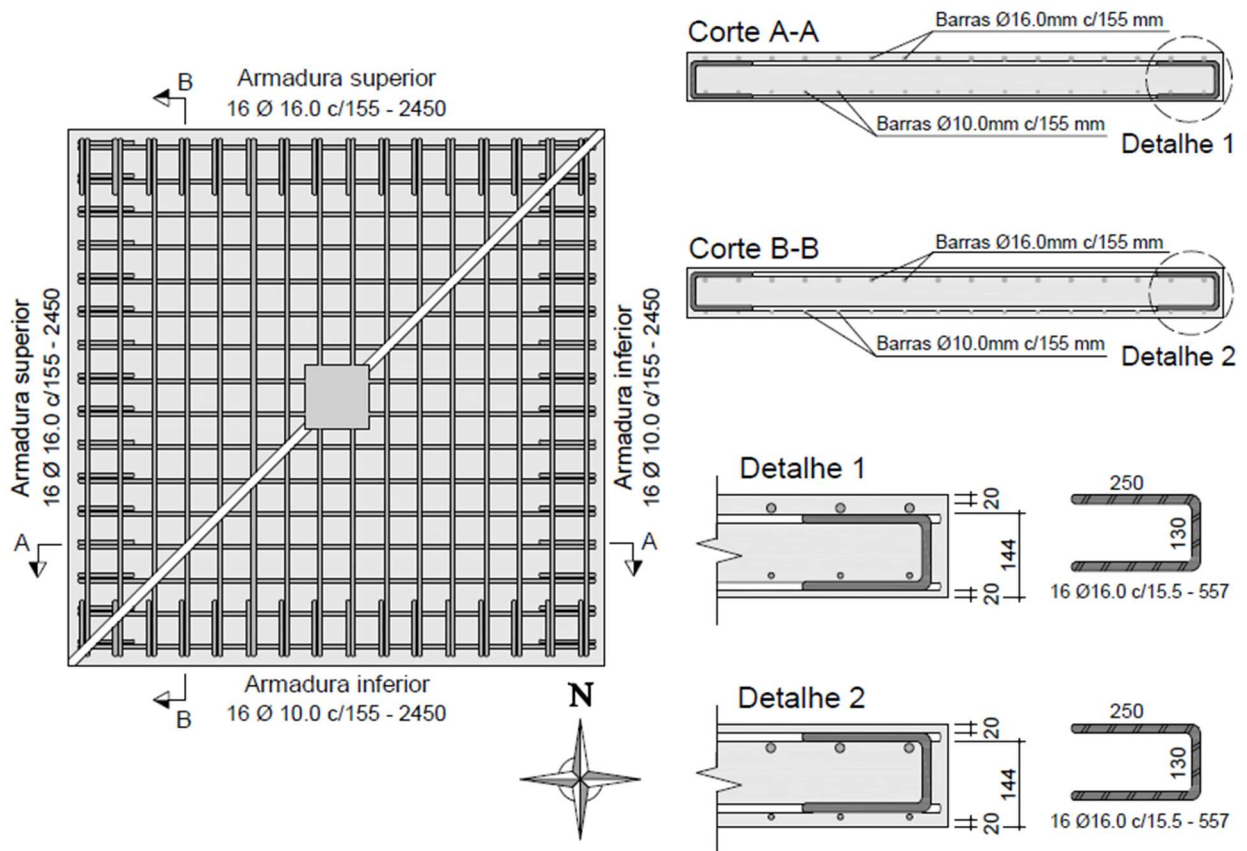


Figura 3.9 - Detalhamento das armaduras de flexão da laje RSP, adaptado de Palhares (2018)

### 3.2.3. Armadura de Cisalhamento das Lajes

A armadura de cisalhamento do tipo “caranguejo” utilizada nos ensaios foi de aço CA-50 e de diâmetro de 6,3mm. Ainda, nos arranjos onde o caranguejo não envolve as armaduras longitudinais, foram utilizados porta estribos com diâmetro de 6,3mm com a finalidade de manter os estribos “caranguejo” na posição e de haver contato mecânico com as dobras.

Devido as prescrições normativas adotadas, foi necessário estabelecer 72mm como espaçamento entre as camadas da armadura de cisalhamento, equivalente a  $0,5d$ , valor máximo permitido pelo ACI 318 (2019).

As armaduras foram arranjadas simetricamente às faces do pilar, adotando-se uma distribuição em “cruz” com cinco camadas de estribos. O detalhamento com a distribuição da armadura está apresentado nas Figura 3.10 e Figura 3.11.

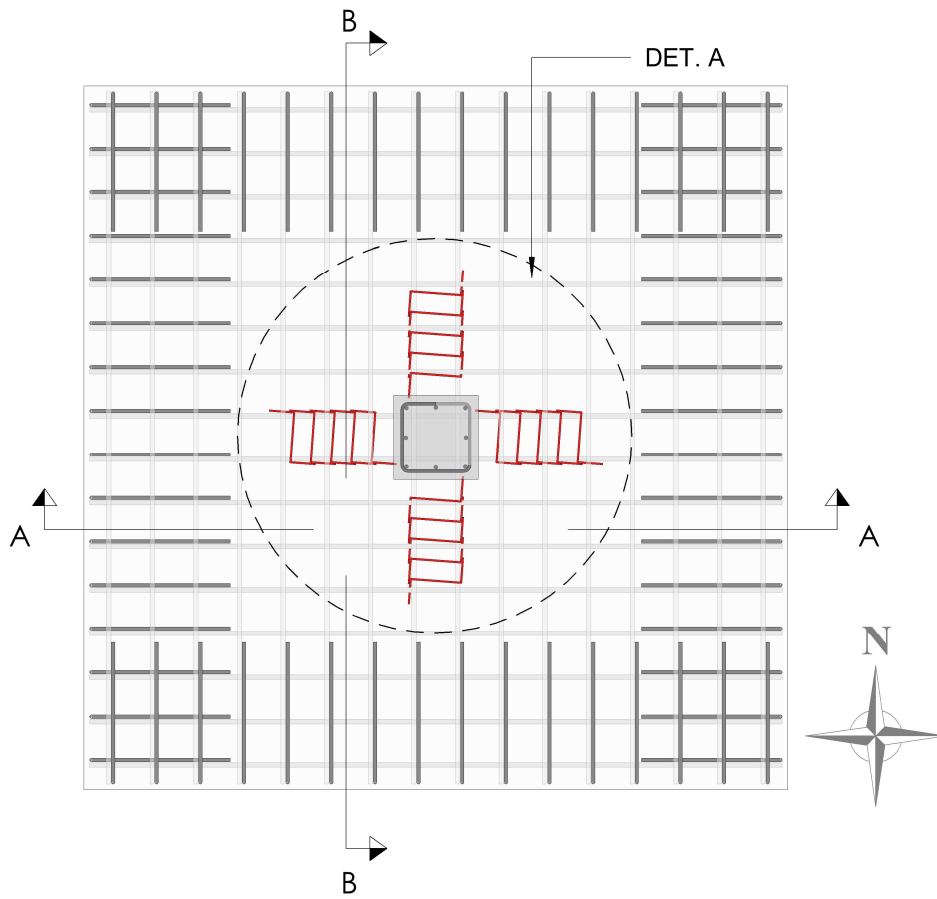


Figura 3.10 – Vista em planta da montagem da armadura de cisalhamento

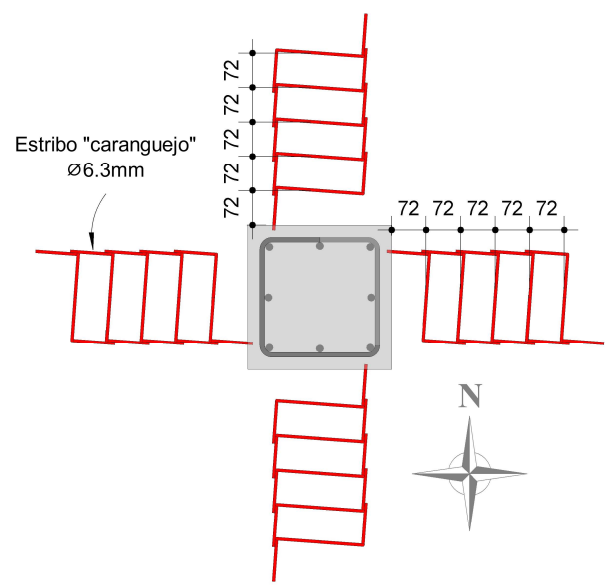


Figura 3.11 – Detalhamento da armadura de cisalhamento em planta

As quatro variações realizadas para verificar a influência do envolvimento das armaduras longitudinais pelos estribos “caranguejo” estão representadas na Figura 3.12 a Figura 3.15.

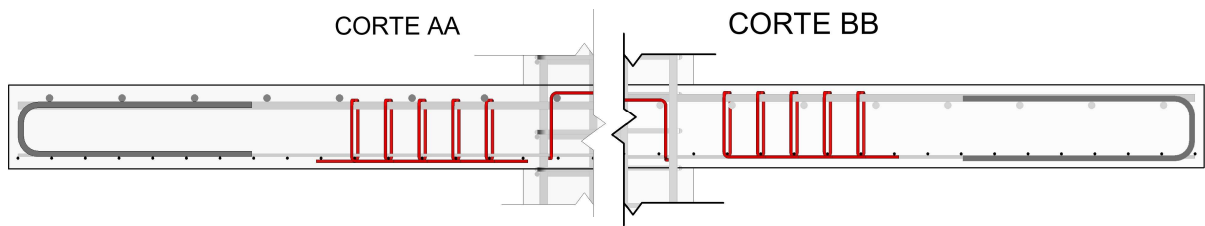


Figura 3.12 – Cortes da laje CFA.

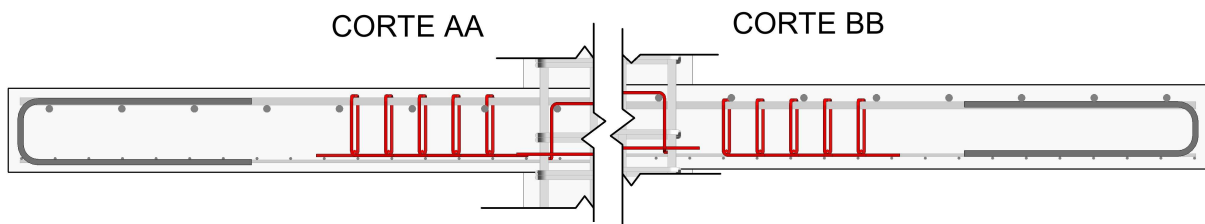


Figura 3.13 – Cortes da laje CTA.

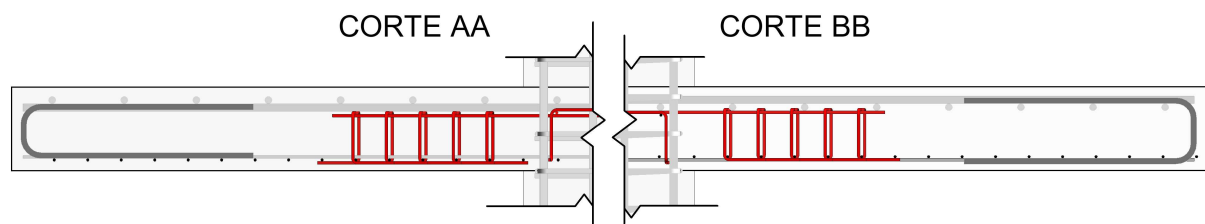


Figura 3.14 – Cortes da laje CCA.

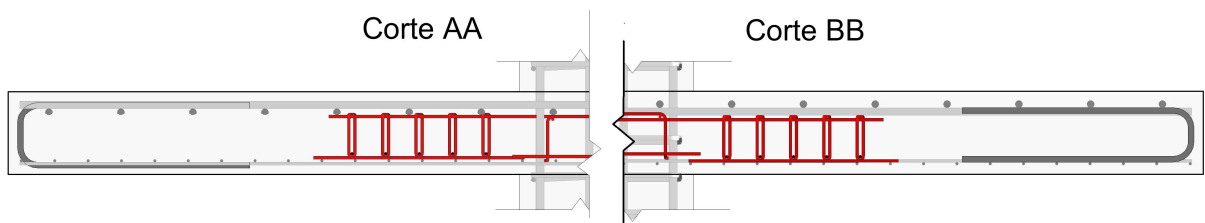


Figura 3.15 – Cortes da laje CNA.

A seguir, na Figura 3.16 a Figura 3.19, encontra-se uma esquematização para melhor visualização de cada um dos modelos montados em laboratório para realização dos ensaios.



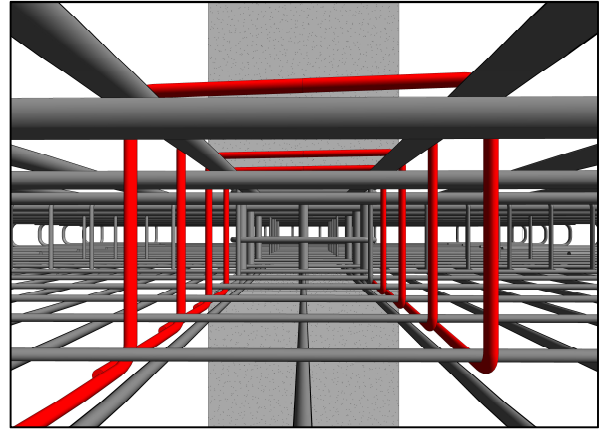


Figura 3.16 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CFA.

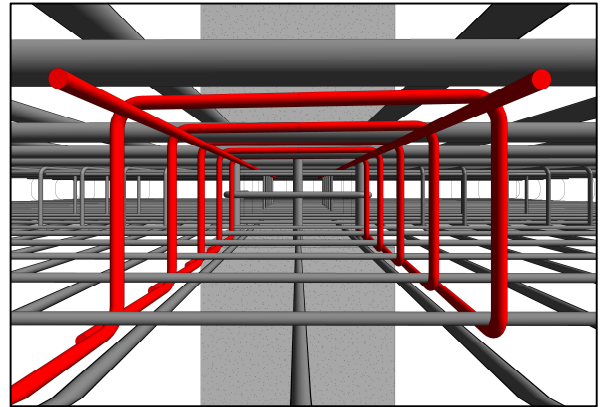
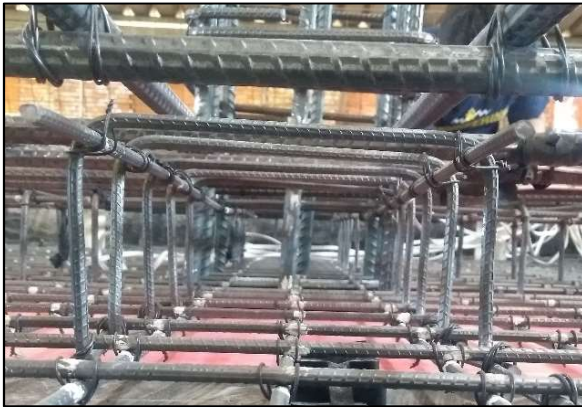


Figura 3.17 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CCA.

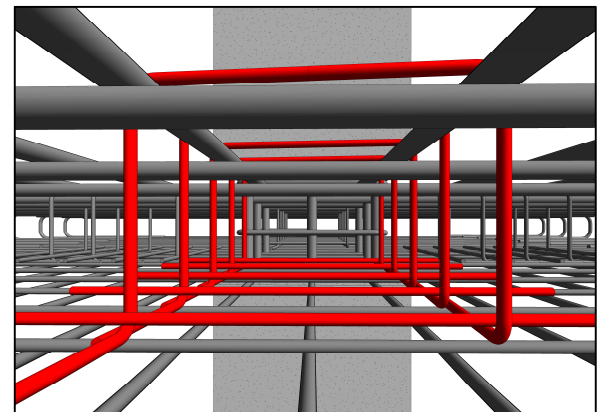


Figura 3.18 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CTA.



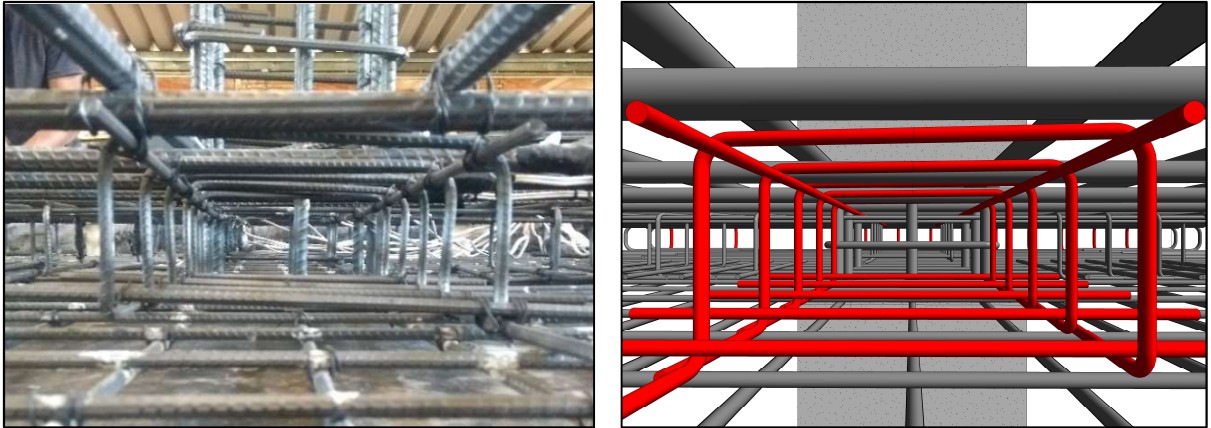


Figura 3.19 – Detalhe do estribo “caranguejo” na laje CNA.

#### 3.2.4. Armadura dos Pilares

Os pilares ensaiados possuíam uma seção transversal quadrada de 300mm x 300mm, com um comprimento total de 1580mm, sendo 600mm correspondente a parte inferior à laje e 800mm correspondente a parte superior à laje. As dimensões e alturas adotadas tiveram como objetivo comportar o modelo no pórtico de reação para realização do ensaio.

As armaduras foram compostas por barras de aço CA50, sendo oito barras na direção longitudinal com diâmetro de 16,0mm e 1530mm de comprimento, e dezoito estribos do tipo fechado com diâmetro de 10,0mm e espaçado a cada 80mm.

A disposição das armaduras longitudinais nos pilares e o detalhamento da seção transversal do pilar está ilustrado na Figura 3.20.

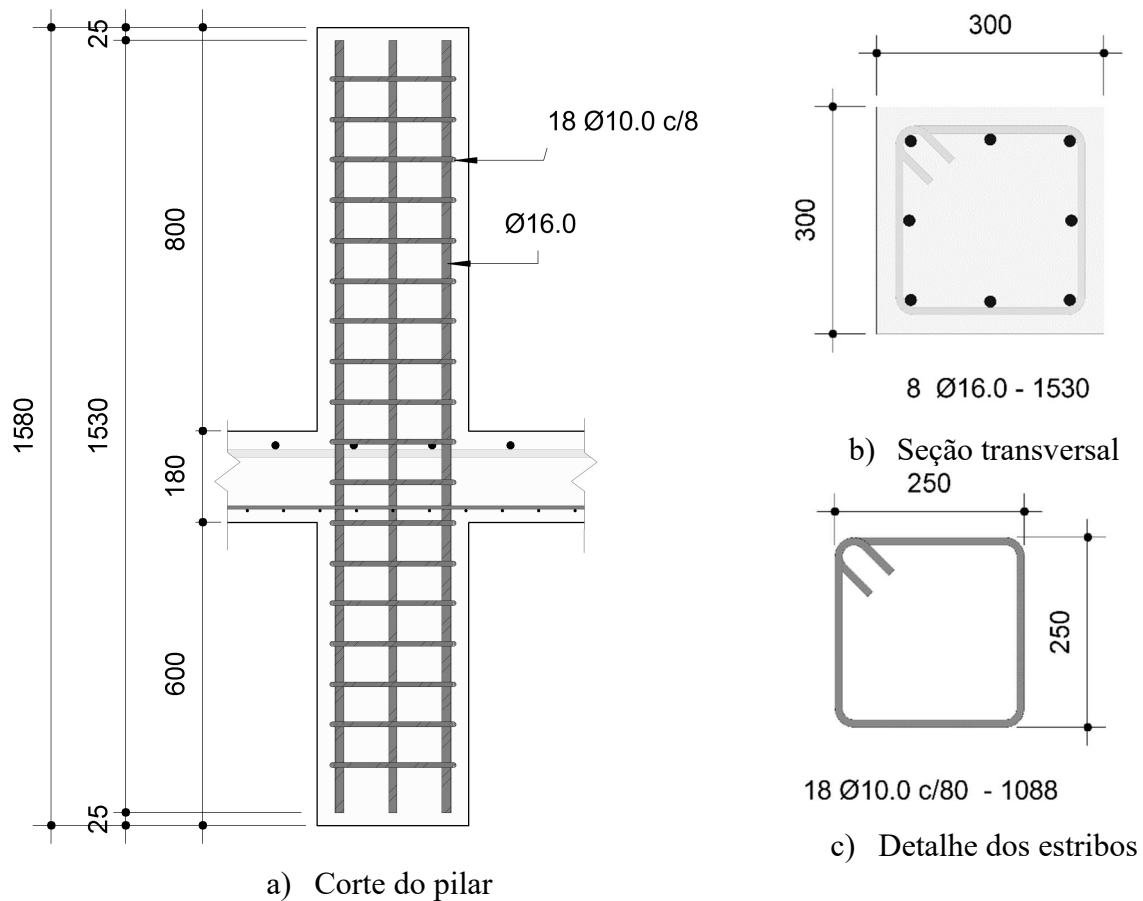


Figura 3.20 – Detalhamento da armação dos pilares.

### 3.3. INSTRUMENTAÇÃO

Durante a execução dos ensaios as deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento foram monitoradas a partir da instalação de extensômetros elétricos de resistência (*strain gauges*). Em cada laje, os extensômetros foram distribuídos da seguinte forma: 7 barras de flexão instrumentadas, cada uma com dois extensômetros diametralmente opostos, 7 camadas de armaduras de cisalhamento com um extensômetro em cada e 4 extensômetros colados na superfície de concreto.

Já para monitorar os deslocamentos verticais, foram utilizados 12 deflectômetros do tipo LVDT, distribuídos em cruz pela laje. No tocante ao carregamento aplicado, este foi feito por meio de quatro células de carga.

### 3.3.1. Deformações nas Armaduras

Para o monitoramento das deformações das armaduras de cisalhamento e de flexão, foram adotados extensômetros elétricos de resistência de  $120\Omega$  do tipo KFGS-5-120-C1-11, com dimensões de 9,4mm x 2,8mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*, os quais estão ilustrados na Figura 3.21.



Figura 3.21 – Extensômetro elétrico de resistência (Fonte: <<https://www.kyowa-ei.com>>).

Antes da armação das lajes, as armaduras foram instrumentadas, seguindo-se os seguintes passos: (i) as nervuras e irregularidades da superfície da armadura foram removidas por meio de esmeril, limas e lixamento e, posteriormente, pontos instrumentados foram limpos com a utilização de álcool isopropílico; (ii) com a superfície lisa e limpa, os extensômetros foram colados um a um por meio de adesivo cianoacrilático (*Super Bonder*); (iii) após a fixação, cada terminal dos extensômetros foi soldado à ponta de fios condutores paralelos presos à armadura por meio de abraçadeiras plásticas; (iv) depois de soldados, os terminais dos extensômetros foram protegidos da umidade e isolados eletricamente por meio de um revestimento de resina à base de epóxi (Araldite); (v) para fornecer proteção mecânica, foi adicionado uma camada de silicone sobre o revestimento de resina epóxi; e (vi) Por fim, é feita uma última proteção ao conjunto por meio de fita isolante de auto fusão.

Durante todo o procedimento descrito anteriormente, para comprovar a funcionalidade do extensômetro após cada etapa, foram realizados testes de resistência com voltímetro de alta impedância visando verificar os  $120\Omega$  especificados pelo fabricante.

A Figura 3.22 ilustra todas as etapas do procedimento de instrumentação das armaduras de flexão e cisalhamento.



(i) Barras limadas e lixadas;



(ii) Extensômetro colado na barra;



(iii) Terminais soldados;



(iv) Proteção com resina epóxi;



(v) Proteção com silicone;



(vi) Estribo com fita de auto fusão;

Figura 3.22- Etapas de instrumentação das armaduras.

A armadura de flexão tracionada foi monitorada tendo em vista avaliar os níveis de solicitação e identificar eventual plastificação das barras. Foram instrumentadas sete barras de flexão e, para cada uma delas, foram colados dois extensômetros em pontos diametralmente opostos.

Isso se deve ao intuito de se tomar a média aritmética como resultado da deformação, evitando-se, assim, resultados discrepantes localizados em alguma barra.

Dentre as sete instrumentadas, quatro barras foram posicionadas, partindo do pilar, no sentido Leste – Oeste e três barras foram posicionadas no sentido Norte – Sul. Os pontos onde os extensômetros foram colados, por sua vez, foram posicionados próximo à região do pilar, para que se acompanhe as deformações máximas em cada barra.

A disposição dos extensômetros das armaduras de flexão ( $E_F$ ) está apresentada na Figura 3.23.

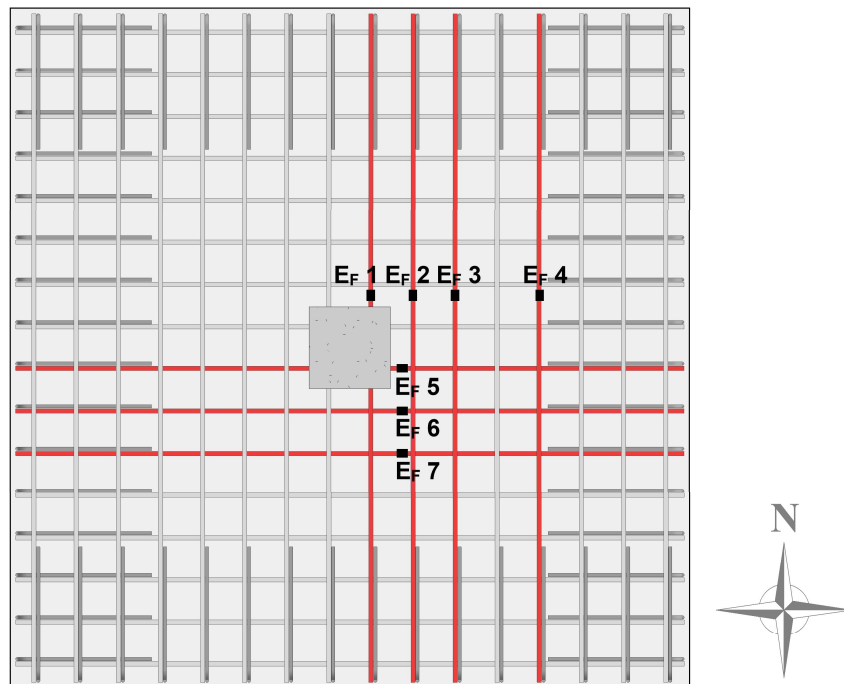


Figura 3.23 – Posicionamento dos extensômetros na armadura de flexão

Tendo em vista verificar os estribos que foram efetivamente acionados a partir da investigação de seus níveis de tensão, as deformações das armaduras de cisalhamento foram monitoradas por camadas, sendo que cinco delas na direção Norte e duas outras na direção Oeste. Por outro lado, os extensômetros dos estribos ( $E_E$ ) serão colados invariavelmente à meia altura dos estribos, conforme se extrai da Figura 3.24, que indica o detalhe esquemático do posicionamento dos extensômetros.

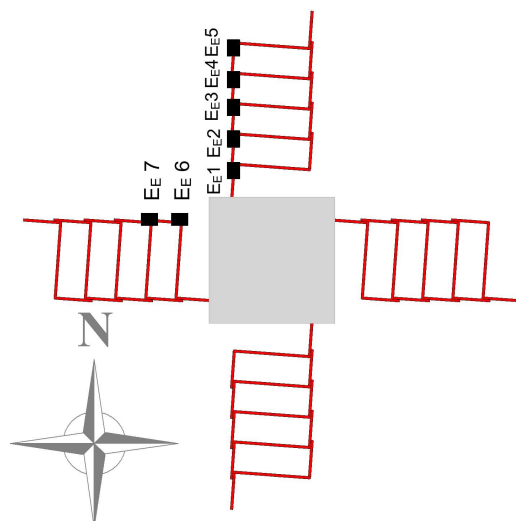


Figura 3.24 – Vista em planta com o posicionamento dos extensômetros nos estribos

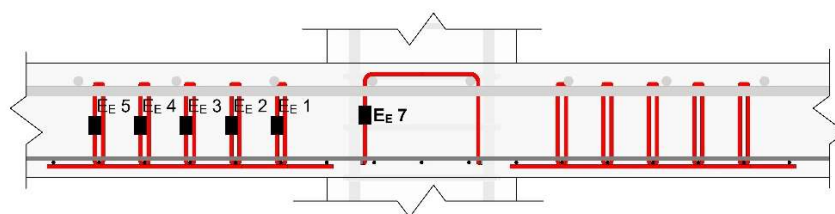


Figura 3.25 – Extensômetros fixados à meia altura dos estribos.

Na Figura 3.26, pode-se observar a laje armada com todos os extensômetros devidamente fixados nas armaduras de flexão e de cisalhamento.

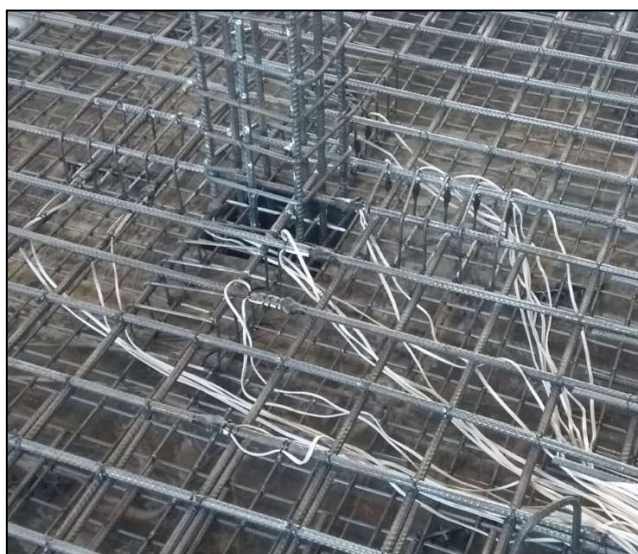


Figura 3.26 – Extensômetros fixados nas armaduras de flexão e cisalhamento



### 3.3.2. Deformações no Concreto

No intuito de medir as deformações do concreto e avaliar possibilidade de ruptura por punção decorrente do esmagamento da biela de concreto, as lajes foram monitoradas em suas faces inferiores através de extensômetros elétricos de resistência de  $120\Omega$  do tipo KC70-120-A1-11, com dimensões de 80mm x 7,5mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*.

Para tanto, foram posicionados quatro extensômetros próximos às faces dos pilares, locais onde se espera as maiores deformações. Adotando-se uma distância de 50mm do eixo da face do pilar para monitorar as deformações tangenciais e a 100mm da face do pilar para o monitoramento das deformações radiais, conforme ilustrado na Figura 3.27.

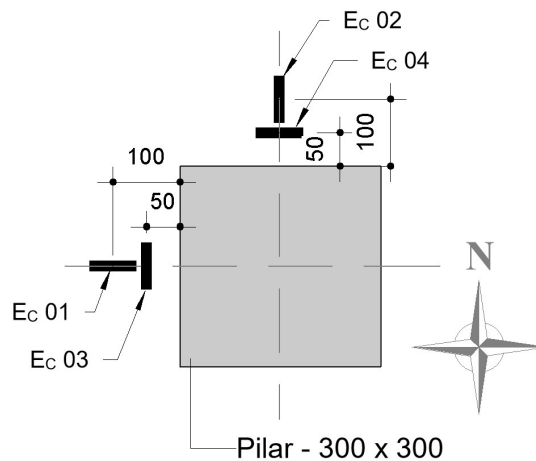


Figura 3.27 – Posicionamento dos extensômetros na superfície do concreto (unidades em mm)

Para a colocação dos extensômetros na superfície inferior da laje foram necessárias as seguintes etapas: (i) a superfície do concreto foi limpa com algodão e álcool para evitar que micropartículas pudessem atrapalhar a aderência entre o concreto e o extensômetros; (ii) após a limpeza foi utilizado adesivo instantâneo à base de cianoacrilático (*super bonder*) para fixar os extensômetros no concreto; e (iii) por fim, foram soldados os terminais dos extensômetros aos fios de condutores paralelos que levam as leituras até o sistema de aquisição de dados.

A disposição dos extensômetros colados no concreto após as etapas anteriormente descritas pode ser observado na Figura 3.28.



Figura 3.28 – Extensômetros fixados no concreto.

### 3.3.3. Deslocamentos Verticais

No intuito de averiguar o comportamento da laje no decorrer das fases de carregamento, os deslocamentos verticais foram medidos por transdutores de variação de deslocamento linear (LVDT's) da marca *HBM*, com cursor de 50mm e precisão de 0,01mm.

Os LVDT's foram posicionados em 12 pontos na face superior da laje, com distribuição em cruz simétrica em torno do pilar e com numeração sequencial de 1 a 6 na direção Leste-Oeste e de 7 a 12 na direção Norte-Sul. Os pontos 1, 6, 7 e 12 foram colocados em pontos equidistantes, próximos às bordas das lajes, para constatar o deslocamento máximo alcançado, conforme ilustrado na Figura 3.29.

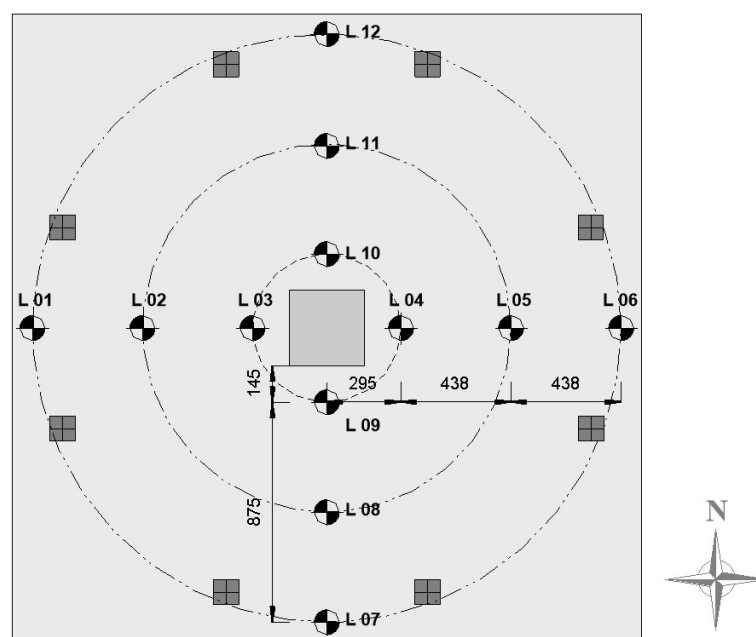


Figura 3.29 – Vista em planta do posicionamento dos LVDT's (unidades em mm)



Na Figura 3.30, pode-se observar os LVDT's fixados verticalmente sobre a laje logo antes do ensaio ser realizado.



Figura 3.30 – LVDT's posicionados para o ensaio.

### 3.4. CONCRETAGEM

Para a concretagem foram utilizadas fôrmas metálicas do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília. As fôrmas das lajes possuíam dimensões internas de 2500mm x 2500mm x 180mm, enquanto que a dos pilares apresentavam um tramo inferior com altura de 600mm e superior com altura de 800mm, ambos com seção interna de 300mm x 300mm.

Para a realização do ensaio, foram fixados 4 tubos de PVC com diâmetro de 75mm dispostos na laje nas posições por onde atravessaram tirantes que fazem parte da montagem do pórtico de reação utilizado para o ensaio.

Após a montagem, as fôrmas foram devidamente limpas e tiveram as arestas fechadas com silicone. Posteriormente, foi aplicado desmoldante para facilitar a remoção da laje e posicionados espaçadores “centopeia” para garantir a altura adequada da armação da laje dentro da fôrma.

Já no transporte das armaduras para encaixe nas fôrmas, foi utilizado a ponte rolante do laboratório, de modo a içar o modelo de ensaio com auxílio de ganchos fixados à malha de flexão Figura 3.31.



a) Fôrma preparada com desmoldante



b) Transporte com a ponte rolante



c) Armaduras posicionadas para a concretagem.

Figura 3.31 – Preparação de fôrmas e posicionamento das armaduras.

Para a concretagem, foi especificado concreto usinado com resistência característica estimada em 30 MPa aos 28 dias. Durante o recebimento do concreto, foi realizado o teste de abatimento do tronco de cone para verificar a consistência do concreto. O resultado esperado para o teste era um abatimento de  $100\text{mm} \pm 20\text{mm}$ , cujo resultado verificado in loco esteve dentro da margem.

Simultaneamente à concretagem das lajes, foram moldados doze corpos de prova cilíndricos (CPs) medindo 100mm de diâmetro e 200mm de altura para cada laje. Esse procedimento foi realizado tendo em vista o devido controle das características do concreto por meio de ensaios de compressão, tração e módulo de elasticidade a serem realizados nas datas dos ensaios de cada laje.

Após a concretagem, foi realizada a cura da laje por sete dias, mantendo-se a superfície da laje umedecida para que o concreto atingisse a resistência à compressão especificada e evitar a ocorrência de fissuras no concreto devido a retração por secagem.



Os procedimentos realizados na concretagem das lajes podem ser observados na Figura 3.32.



a) Recebimento do concreto



b) *Slump-test*



c) Acabamento na superfície da laje



d) Laje concretada



e) Todas as lajes concretadas

Figura 3.32 – Processos realizados no dia da concretagem.

### 3.5. SISTEMA DE ENSAIO

O sistema de ensaio consistiu na aplicação de carregamento simétrico nas lajes, totalizando oito pontos de aplicação de cargas concêntricas em relação ao pilar. A Figura 3.33 ilustra os pontos de aplicação nas lajes ensaiadas.

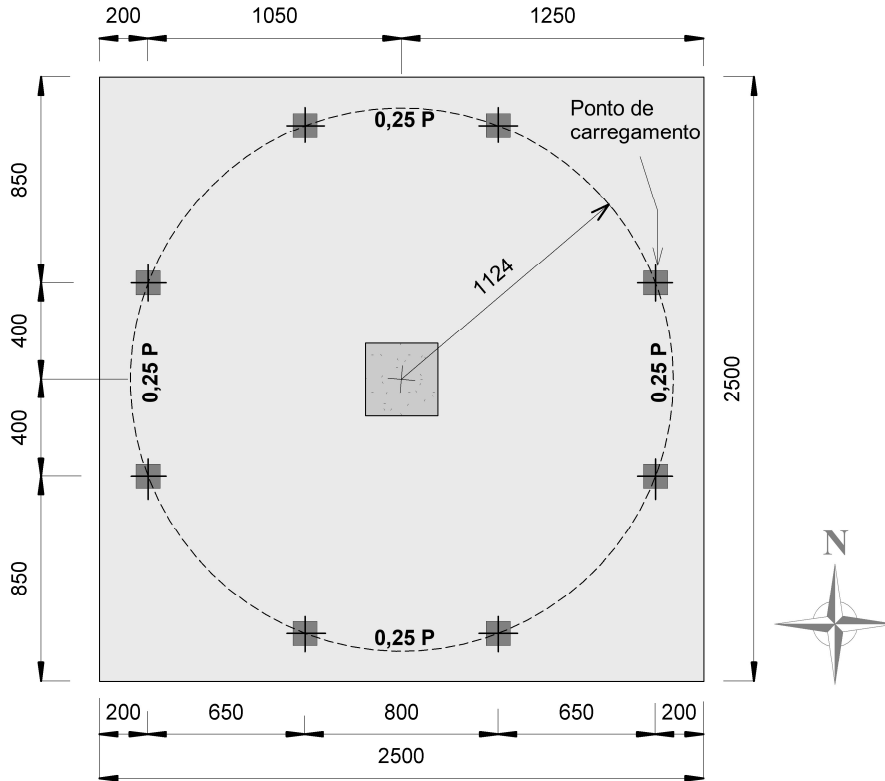


Figura 3.33 – Pontos de aplicação de carga (unidades em mm).

Para a aplicação de cargas, as lajes foram posicionadas no pórtico de reação do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília, conforme pode ser observado na Figura 3.34. Deste modo o pórtico foi o responsável por manter a laje numa posição fixa e as células de carga imóveis durante a aplicação de carga.

Em cada um dos oito pontos de carregamento foram posicionadas chapas metálicas sobre mantas de Neoprene e, acima destas chapas, foram colocadas quatro vigas metálicas para distribuição do carregamento de uma célula de carga para dois pontos na laje. Sobre as vigas foram posicionadas rótulas metálicas responsáveis por compensar excentricidades provocadas pelo posicionamento das células de carga que, por sua vez, são responsáveis por aplicarem o carregamento vertical até atingir-se a carga de ruptura.

A aplicação de carga funcionava por meio de cilindros hidráulicos conectados à duas bombas hidráulicas, cuja regulação foi feita manualmente, tomando-se o cuidado para manter o carregamento de cada célula sempre no mesmo passo. A aquisição dos dados durante o ensaio foi realizada de forma automática e contínua por meio de módulos de aquisição *Spider8* fabricados pela HBM para as lajes armadas com o estribo “caranguejo” enquanto, para a laje RSP, a aquisição de dados foi feita por passos de carga de 5kN para cada célula de carga.



Figura 3.34 – Laje posicionada no pórtico de reação.

Simultaneamente ao carregamento, foram feitas marcações com os valores da carga aplicada no momento em que fissuras iam surgindo na superfície da laje.

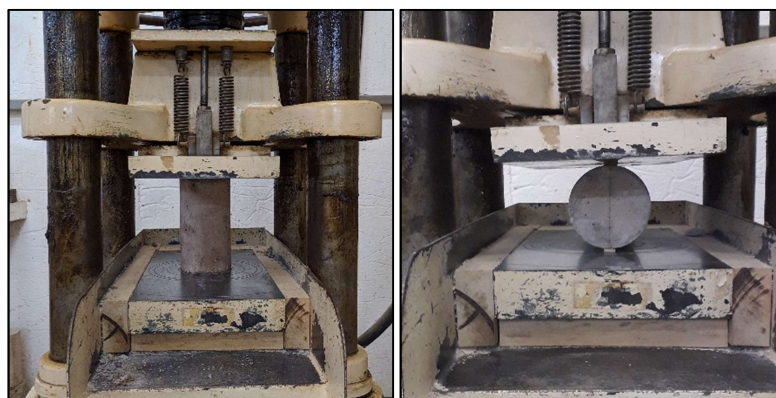
### 3.6. ENSAIO DOS MATERIAIS

#### 3.6.1. Concreto

O concreto utilizado nas lajes foi adquirido comercialmente na central de concreto CONCRECON, sob especificação de resistência à compressão ( $f_c$ ) de 30 MPa aos 28 dias. De



modo a avaliar se o concreto atende às especificações de projeto, foram moldados corpos de prova junto à concretagem das lajes para a realização de ensaios de resistência à compressão ( $f_c$ ), resistência à tração ( $f_{ct}$ ) e módulo de elasticidade ( $E_c$ ) nas datas dos ensaios das lajes, como pode ser observado na Figura 3.35.



a) Ensaio de compressão      b) Ensaio de tração por compressão diametral

Figura 3.35 – Ensaios de caracterização do concreto

Todos estes ensaios foram realizados no Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade de Brasília, seguindo as prescrições normativas da ABNT NBR 5739 (2007) – Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos; ABNT NBR 7222 (2011) – Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos; e ABNT NBR 8522 (2008) – Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Dos 9 corpos de prova moldados para cada laje, foram utilizados 3 para cada tipo de ensaio, totalizando 12 para as quatro lajes, e o resultado adotado foi obtido a partir da média aritmética dos 12 corpos de prova.

### 3.6.2. Aço

Para a caracterização das propriedades mecânicas do aço, foram separados três corpos de prova para as armaduras de cisalhamento e três para a de flexão, de modo a realizar ensaios prescritos pela ABNT NBR 6892 (2013) – Materiais metálicos - Ensaio de tração e assim, aferir a tensão e deformação do aço no escoamento. Esses corpos de prova possuíam as seguintes dimensões: 600mm de comprimento, diâmetros de 6,3mm (estribos “caranguejo”) e 16,0mm (armadura de flexão). O ensaio de tração axial foi realizado na prensa Emic modelo DL 30000 do Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade de Brasília, utilizando o extensômetro eletrônico Emic

modelo EE09, conforme pode ser visto na Figura 3.36. Os resultados finais foram obtidos tomando a média aritmética dos resultados dos 3 corpos de prova para cada diâmetro.



a) Ensaio de tração



b) Corpos de prova ensaiados

Figura 3.36 – Ensaio de caracterização do aço

## 4. RESULTADOS EXPERIMENTAIS E ANÁLISE

Neste capítulo são apresentados os resultados experimentais dos modelos de lajes lisas apresentados no Capítulo 3. A partir dos resultados coletados, são avaliados os deslocamentos verticais, as deformações no concreto e no aço da armadura de flexão e de cisalhamento, o mapa de fissuração, as cargas últimas e o modo de ruptura das lajes.

### 4.1. PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

#### 4.1.1. Concreto

Na Tabela 4.1 a seguir são apresentados os resultados obtidos nos ensaios de compressão, tração por compressão diametral e módulo de elasticidade.

Tabela 4.1 – Propriedades do concreto

<i>Laje</i>	<i>Idade (dias)</i>	<i>f<sub>c</sub> (MPa)</i>	<i>f<sub>t,D</sub> (MPa)</i>	<i>E<sub>c</sub> (GPa)</i>
RSP	70	29,9	2,6	27,8
CFA	40	37,5	4,48	30,95
CTA				
CCA				
CNA				

#### 4.1.2. Aço

Na Tabela 4.2 a seguir são apresentados os resultados obtidos nos ensaios de compressão, tração por compressão diametral e módulo de elasticidade.

Tabela 4.2 – Propriedades do aço

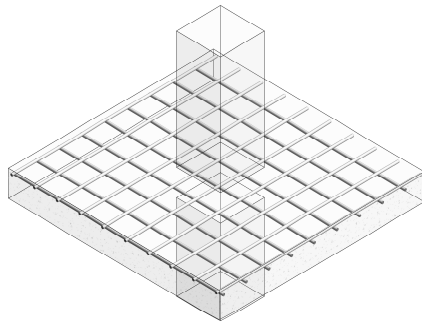
<i>Laje</i>	<i>Aço</i>	<i>Utilização</i>	<i>f<sub>yk</sub> (MPa)</i>	<i>ε<sub>ys</sub> (‰)</i>	<i>E<sub>s</sub> (GPa)</i>
CFA/CTA/ CCA/CTA	CA-50 Ø16,0mm	Barras de flexão	578,6	3,03	190,9
	CA-50 Ø6,3mm	Armadura de cisalhamento	600,3	3,14	190,9
RSP	CA-50 Ø16,0mm	Barras de flexão	549,0	2,79	193,2



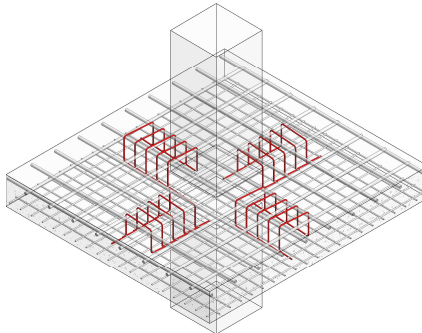
## 4.2. CARGAS DE RUPTURA DAS LAJE

Nesta seção serão analisadas as cargas de ruptura dos modelos ensaiados, comparando-as com as cargas de uma laje de referência sem armadura de cisalhamento (RSP). Dessa forma, tem-se o intuito de avaliar o efeito da variação do envolvimento dos estribos “caranguejo” nas armaduras de flexão e o ganho de resistência provocado pela adição de armadura de cisalhamento.

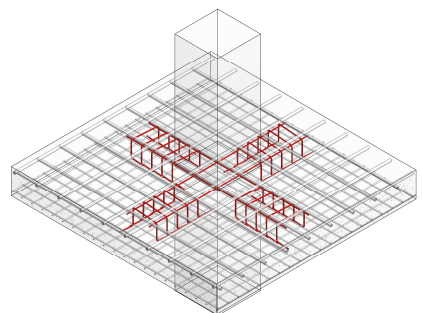
As cargas de ruptura dos modelos ensaiados, já somados ao peso próprio dos modelos e dos equipamentos do ensaio, se encontram dispostos na Figura 4.1 juntamente com os principais parâmetros aferidos.



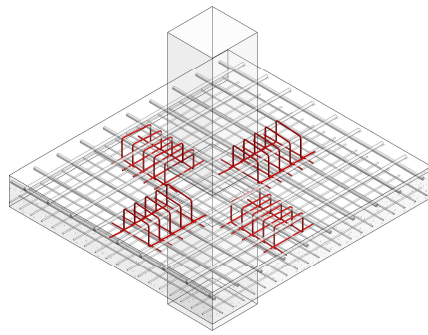
<b>Laje RSP</b>				
Laje sem armadura de cisalhamento				
$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$V_u$ (kN)
147,9	0,948	29,9	-	478,8



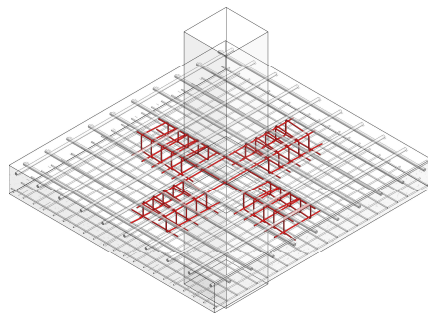
<b>Laje CFA</b>				
Envolvimento das armaduras de flexão inferior e superior				
$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$V_u$ (kN)
144,6	0,948	37,5	600,3	693,7



<b>Laje CCA</b>				
Envolvimento das armaduras de flexão inferior				
$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$V_u$ (kN)
144,4	0,960	37,5	600,3	598,2



<b>Laje CTA</b>				
Envolvimento das armaduras de flexão superior				
$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$V_u$ (kN)
143,3	0,971	37,5	600,3	626,2



<b>Laje CNA</b>				
Sem envolvimento das armaduras de flexão				
$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$V_u$ (kN)
141,0	0,995	37,5	600,3	602,6

Figura 4.1 – Parâmetros e cargas de ruptura dos modelos ensaiados

Como pode ser verificado, o concreto da laje RSP obteve resistência média à compressão de 29,9MPa, valor 20% menor do que os 37,5MPa obtidos pelas lajes ensaiadas com o estribo “caranguejo”. Esta diferença prejudica a comparação entre os modelos, de forma que, para obtermos uma estimativa mais adequada do ganho de resistência provocado pela adição da armadura de cisalhamento, optou-se por fazer uma estimativa da carga de ruptura da laje RSP com um concreto de resistência à compressão de 37,5MPa.

Tendo em vista que tanto a NBR 6118 (2014) quanto o EUROCODE 2 (2004), consideram que a resistência à punção é expressa através de uma função proporcional à expressão  $(100\rho \cdot f_{ck})^{1/3}$ , assim como, de acordo com Regan (1986), a raiz cúbica da resistência à compressão é a consideração que representa a melhor tendência quanto à estimativa da resistência à punção.

Dessa forma, analisando a resistência à punção como:

$$V_u = \beta \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad \text{Equação 4.1}$$

Sendo  $\beta$  uma constante que engloba um fator de proporcionalidade, o *size effect* e a superfície crítica, temos que para uma carga de ruptura de 478,8kN, resistência à compressão de 29,9MPa e taxa de armadura de flexão de 0,948%, a constante  $\beta$  tem o valor de  $33,8 \cdot 10^{-3} \text{m}^2$ . Portanto, tendo a Equação 4.1 em mãos, é possível estimar a carga de ruptura da mesma laje para uma resistência à compressão de 37,5MPa.

Adotando-se este processo, o ganho de resistência à punção decorrente da variação da resistência do concreto à compressão pode ser observado na Figura 4.2. Assim, para um  $f_c$  de 37,5MPa obtemos uma carga de ruptura estimada em 516,3kN.

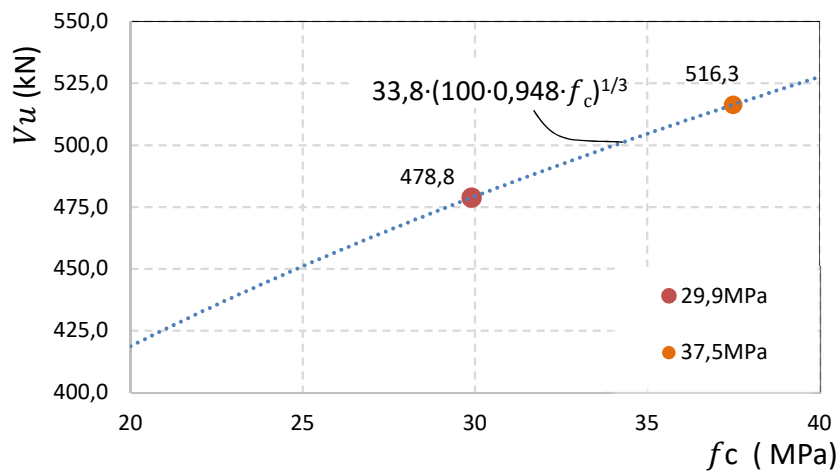


Figura 4.2 – Carga de ruptura estimada.

Ademais, na Tabela 4.3 são apresentadas as cargas de ruptura dos modelos ensaiados comparados com o resultado estimado da laje RSP. A partir da comparação, podemos verificar o ganho de resistência provocada pela utilização do estribo “caranguejo”.

Tabela 4.3 – Cargas de ruptura dos modelos ensaiados.

Laje	$V_u$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{RSP}}$ (kN)	$V_{RSP}^*$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{RSP}^*}$ (kN)	$\frac{V_u}{V_{CFA}}$ (kN)
RSP	478,8	-	516,3	-	-
CFA	693,7	1,45	-	1,34	-
CTA	626,2	1,31	-	1,21	0,90
CCA	598,2	1,25	-	1,16	0,86
CNA	602,6	1,26	-	1,17	0,87

Onde \* é o valor de carga última ajustado pra a laje RSP

A partir dos resultados apresentados, em relação à carga estimada do modelo de referência RSP, observa-se que a presença da armadura de cisalhamento conferiu acréscimos de carga que

variaram de 16%, para a laje CCA, e 34%, para a laje CFA. Logo, a adoção de armadura de cisalhamento, para todas as variações de envolvimento em estudo, resultou em acréscimo de resistência à punção.

Porém, ao analisarmos as cargas de ruptura em relação à laje CFA, a razão  $V_u/V_{CFA}$  indica que os modelos CTA, CCA e CNA apresentaram cargas de ruptura de 10 a 14% menores que o modelo CFA. Tal constatação sugere que as variações de envolvimento das armaduras longitudinais prejudicaram a resistência à punção, de modo que o contato mecânico entre as dobras dos estribos e as barras de flexão inferior e superior, detalhamento prescrito pelas normas, contribuíram para que a armadura de cisalhamento fosse mais solicitada.

Nas Figura 4.3 e Figura 4.4 são apresentadas as curvas de carga *versus* leitura obtidas durante os ensaios. Essas leituras são obtidas no processo de ensaio de forma contínua, tornando possível analisar a evolução de carga aplicada por cada uma das células de carga. Nesse sentido, buscou-se manter o equilíbrio entre as cargas aplicada pelas quatro células de modo a simular com maior precisão possível uma ruptura por punção centrada.

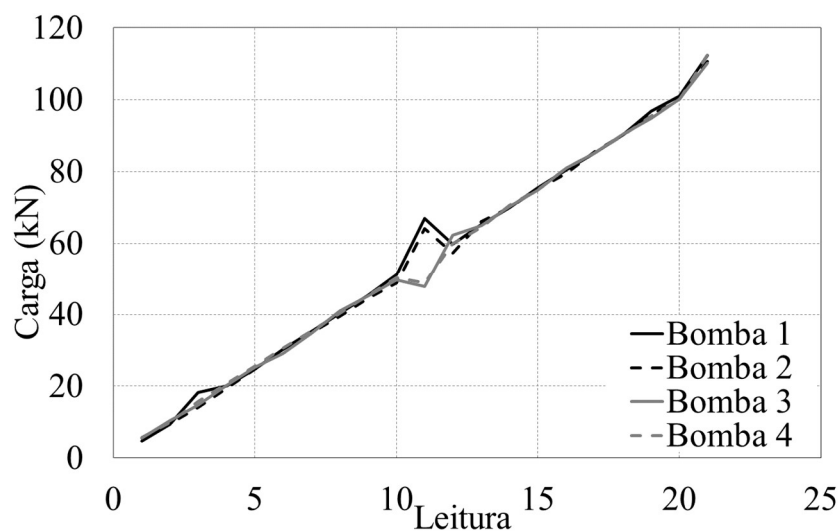
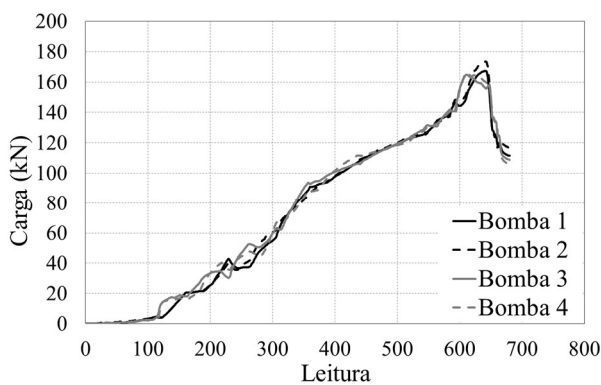
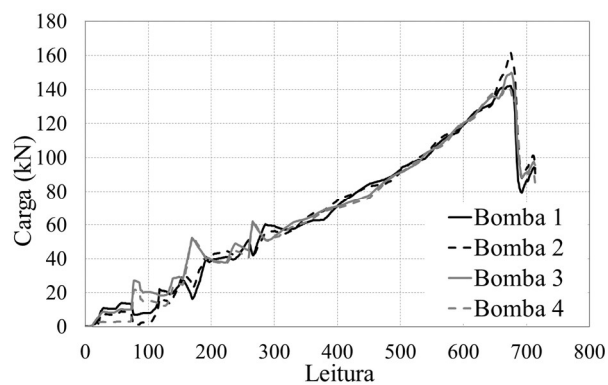


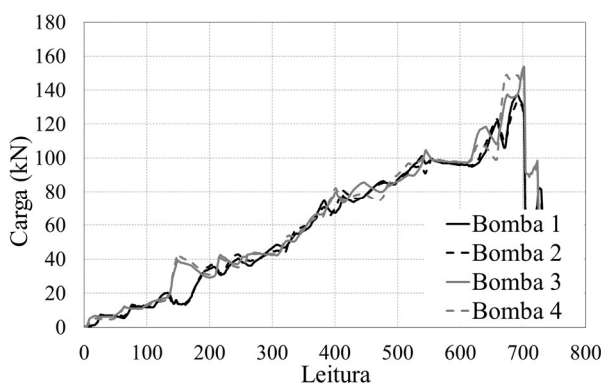
Figura 4.3 – Curva carga *versus* leitura da laje RSP



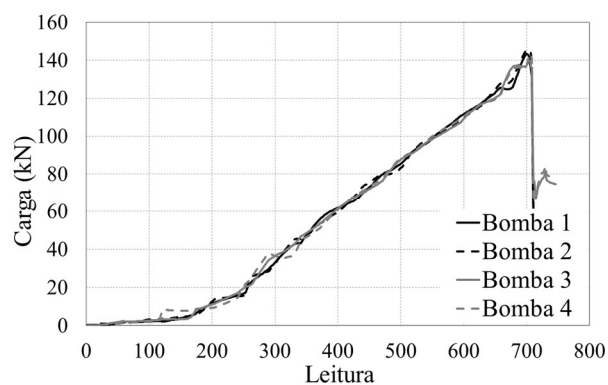
a) CFA



b) CTA



c) CCA



d) CNA

Figura 4.4 – Curva carga *versus* leitura das lajes ensaiadas

### 4.3. DESLOCAMENTOS VERTICAIS DAS LAJES

Conforme descrito na seção 3.3.3, os deslocamentos foram medidos em 12 pontos distribuídos igualmente nas direções Norte-Sul e Leste-Oeste. Dessa forma, foram aferidos os deslocamentos juntamente com a leitura das aplicações de carga até que ocorresse a ruptura da laje.

Da Figura 4.5 à Figura 4.14 são apresentadas as leituras de deslocamento a cada 20% da carga de ruptura na direção Oeste - Leste e na direção Sul – Norte da laje RSP e de cada uma das lajes ensaiadas. Os valores das abscissas correspondem à posição dos LVDT's na laje e as ordenadas referem-se aos deslocamentos verticais.

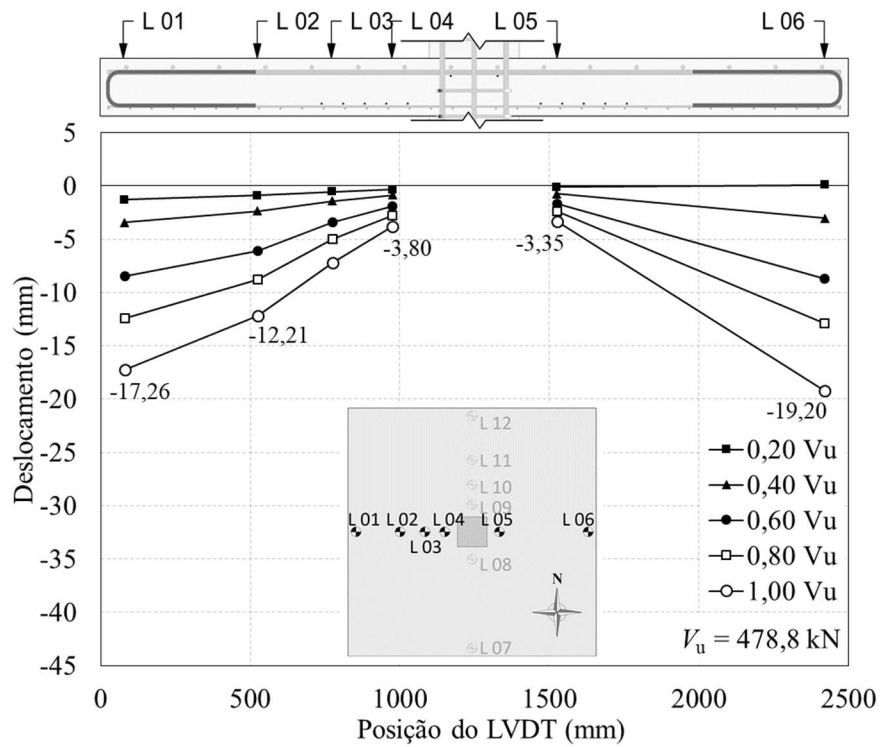


Figura 4.5 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje RSP

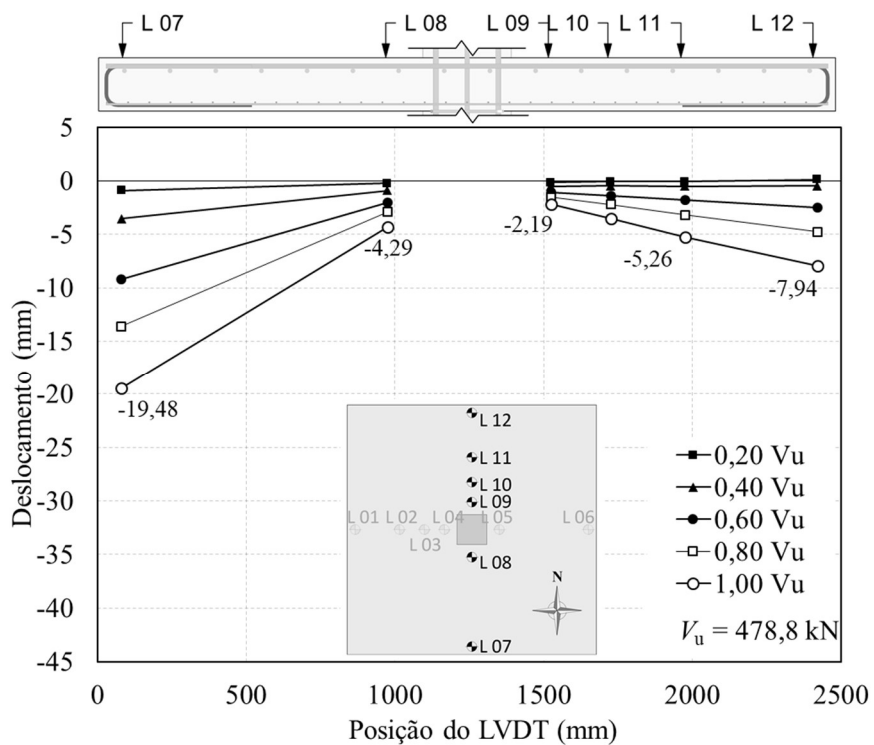


Figura 4.6 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje RSP

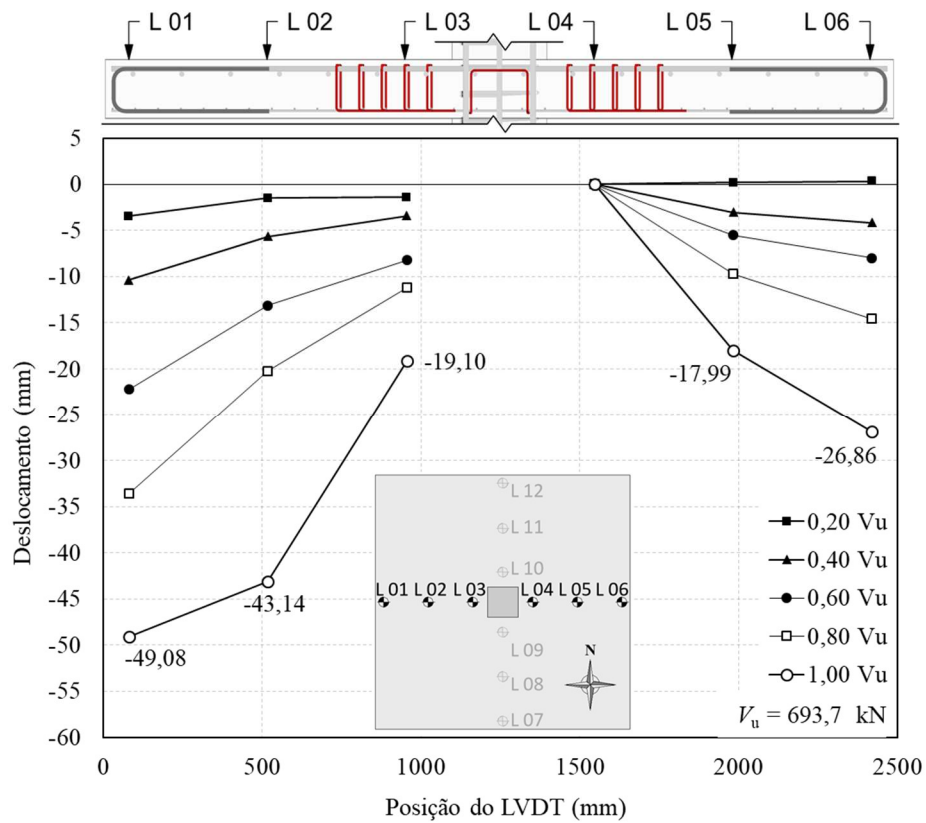


Figura 4.7 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CFA

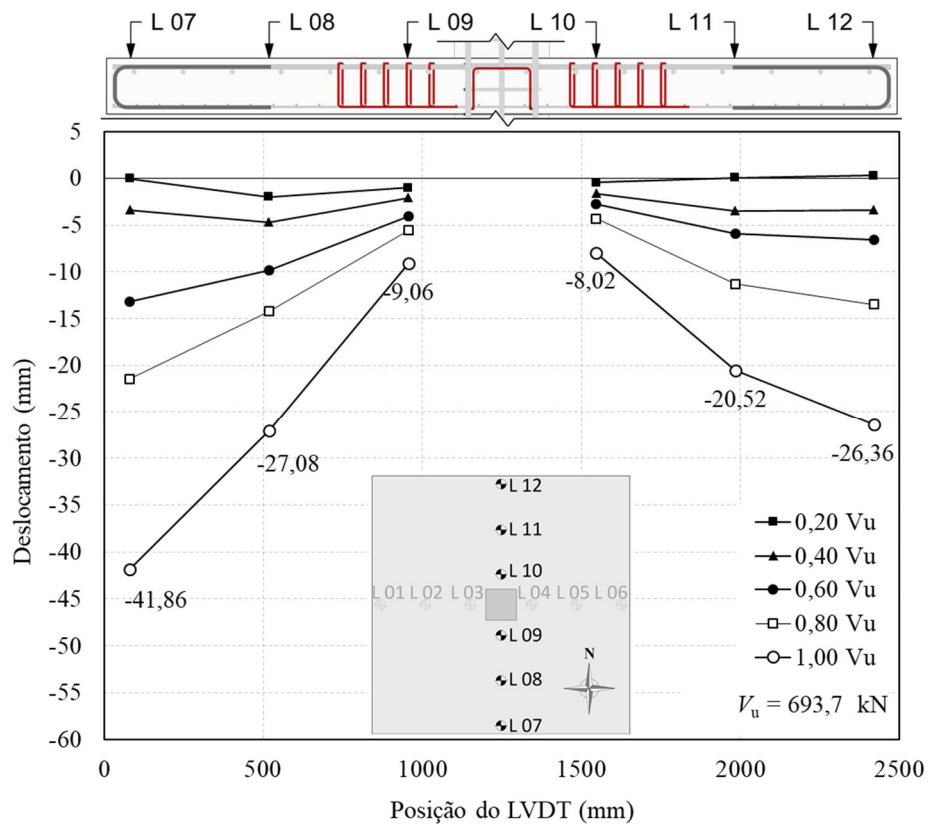


Figura 4.8 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CFA

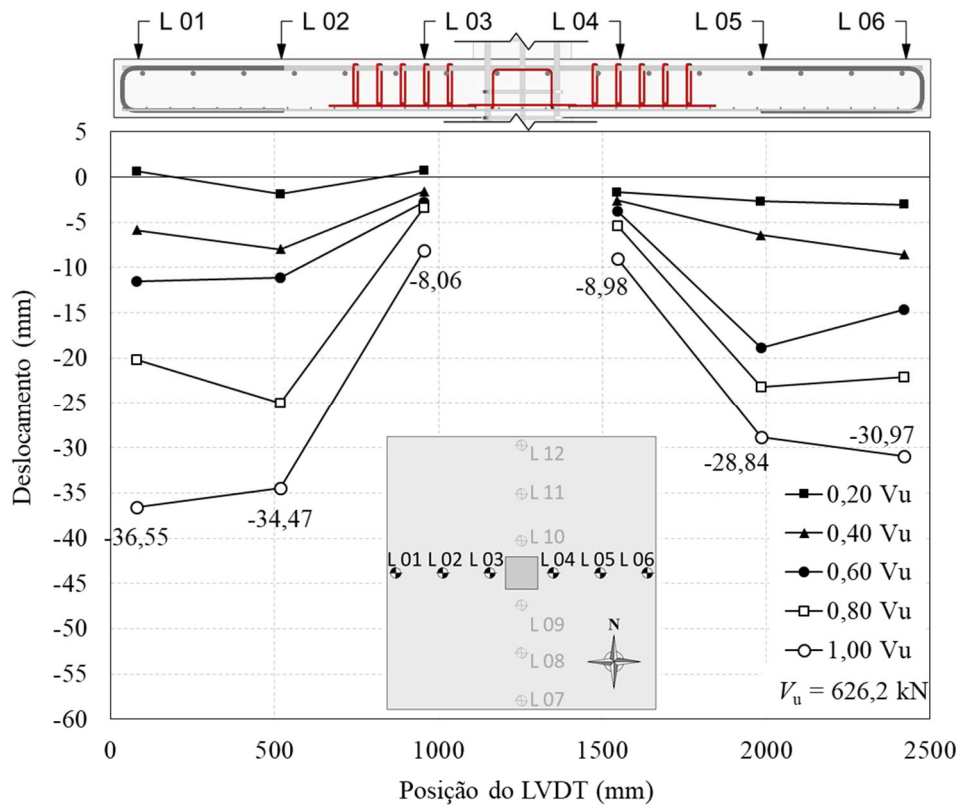


Figura 4.9 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CTA

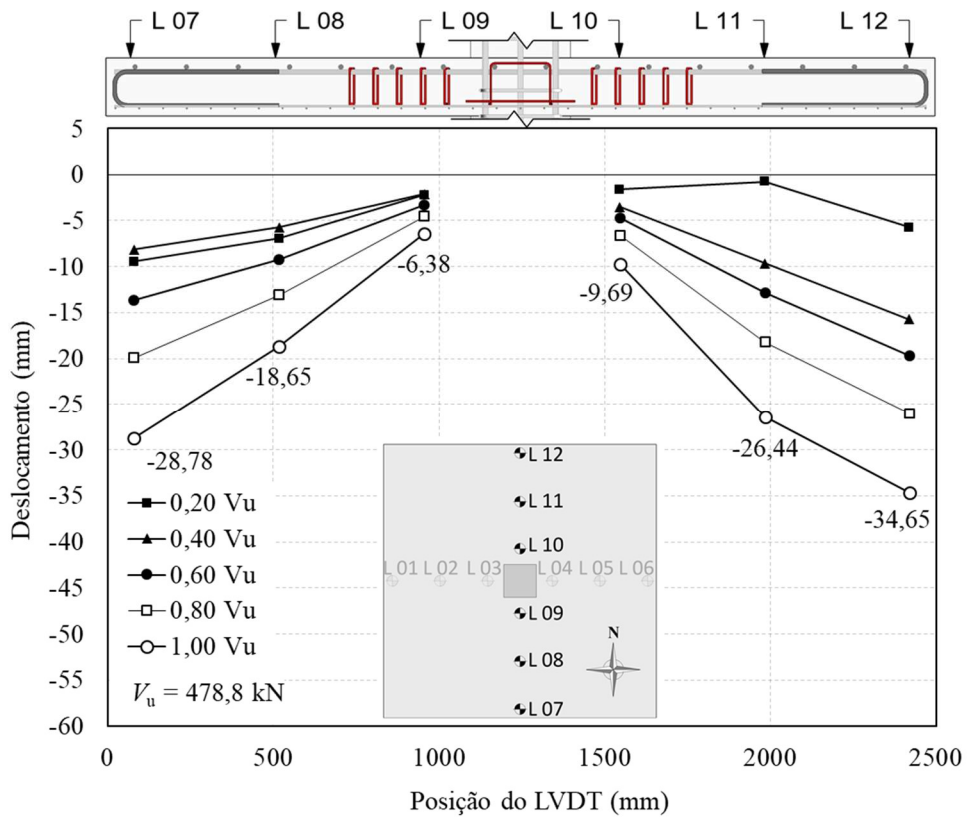


Figura 4.10 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CTA



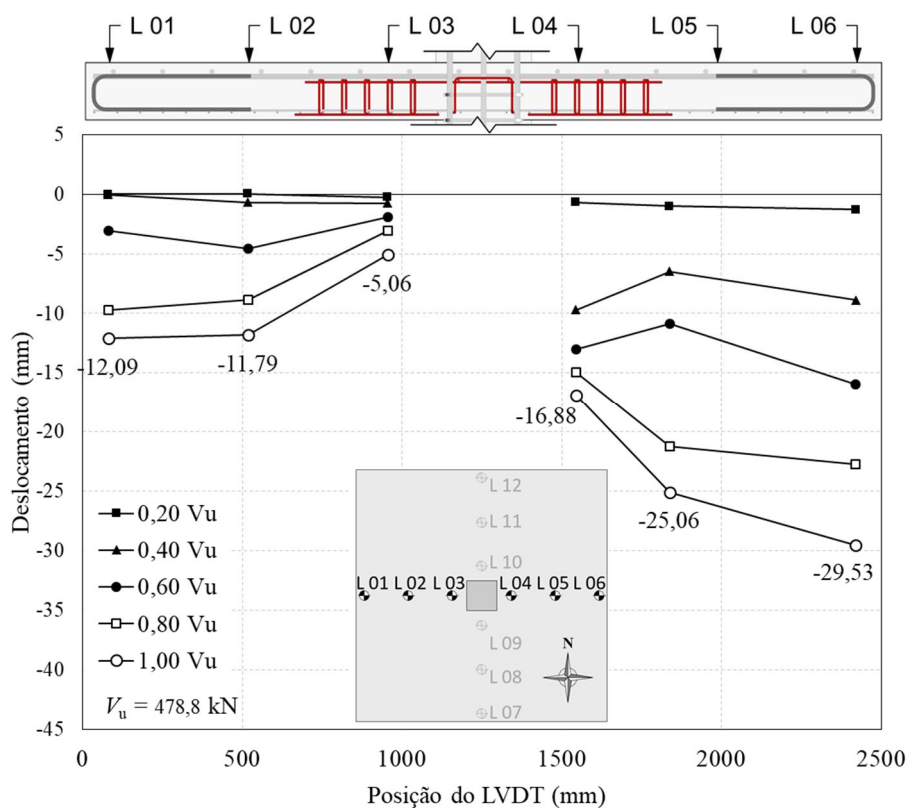


Figura 4.11 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CCA

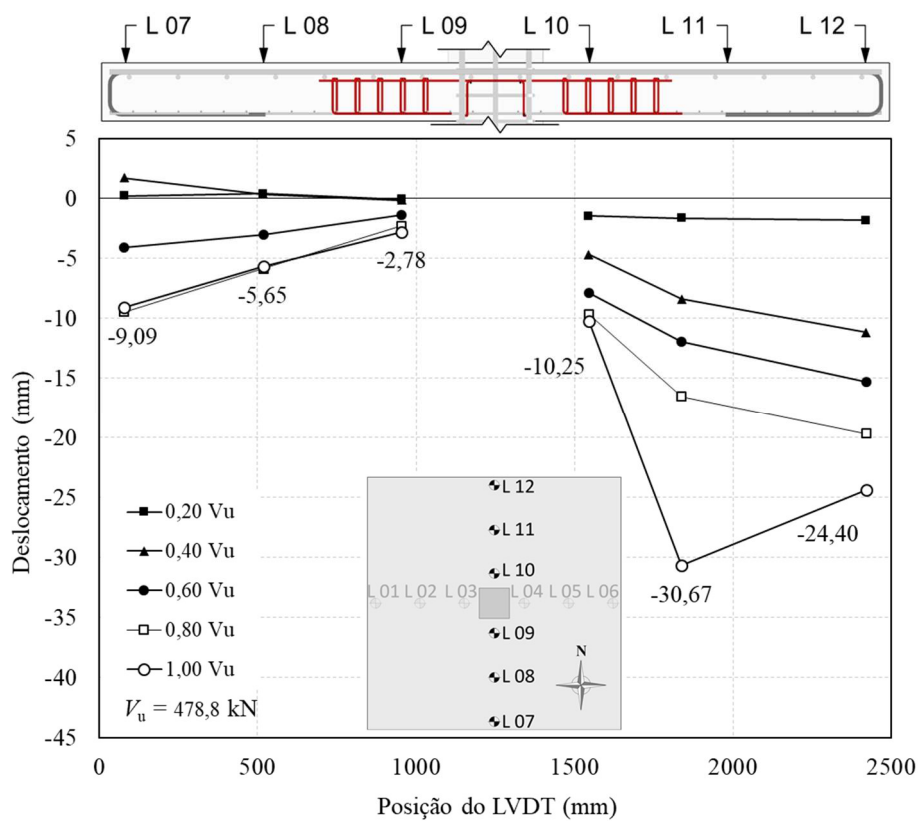


Figura 4.12 – Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CCA

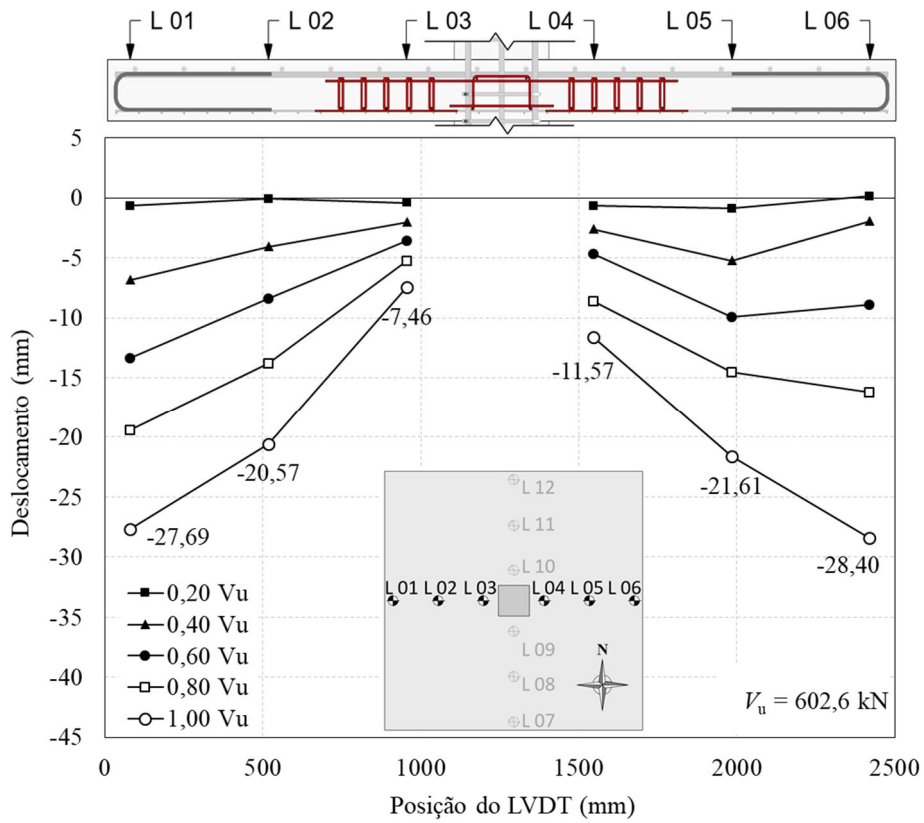


Figura 4.13 – Deslocamentos verticais na direção Oeste-Leste da laje CNA

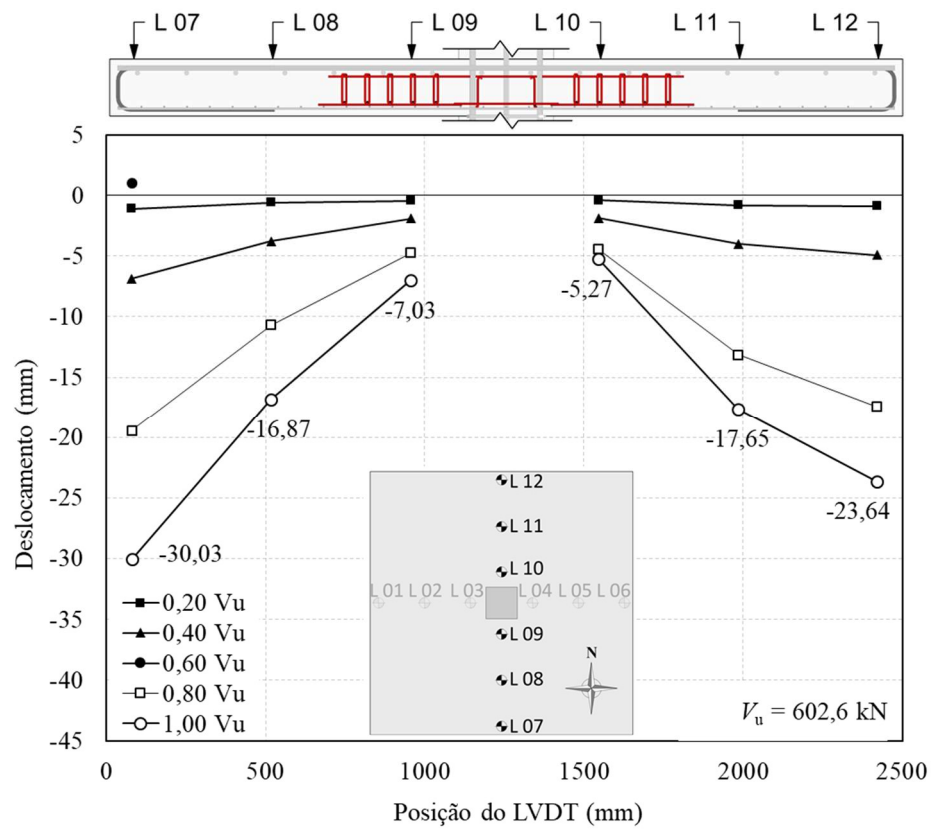


Figura 4.14 - Deslocamentos verticais na direção Sul-Norte da laje CNA

Analisando-se os gráficos apresentados, é possível notar que as lajes CFA e CCA não apresentaram deslocamentos verticais simétricos nas direções Oeste-Leste e Sul-Norte, o que seria de se esperar numa punção simétrica. Tal assimetria pode estar relacionada à instabilidade do sistema de aplicação de carga, uma vez que são utilizados quatro cilindros hidráulicos controlados individualmente de forma manual.

Cabe também ressaltar algumas anomalias verificadas nos deslocamentos verticais dos LVDT's que foram provavelmente causadas pelo deslizamento da ponta dos transdutores durante o ensaio. Na laje CTA os LVDT's L02 e L05 apresentaram aumento brusco dos deslocamentos entre as cargas 0,6Vu e 0,8Vu e entre 0,4Vu e 0,6Vu respectivamente. Já na laje CCA o LVDT L04 apresenta um deslocamento brusco entre os carregamentos de 0,2Vu e 0,4Vu, assim como L05 entre os carregamentos 0,6Vu e 0,8Vu e L11 entre os carregamentos 0,8Vu e 1,0Vu. Por fim, na laje CFA os deslocamentos do LVDT L04 não foram computados pelo sistema de aquisição de dados, permanecendo durante todo o ensaio com as leituras zeradas.

De modo a ajudar na comparação dos deslocamentos verticais entre os modelos ensaiados, é apresentado na Figura 4.15 o deslocamento vertical médio de cada laje até a carga de ruptura. Os deslocamentos plotados referem-se à média dos valores aferidos pelos LVDT's: L01, L06, L07 e L12; os quais são posicionados em pontos equidistantes próximos às bordas da laje.

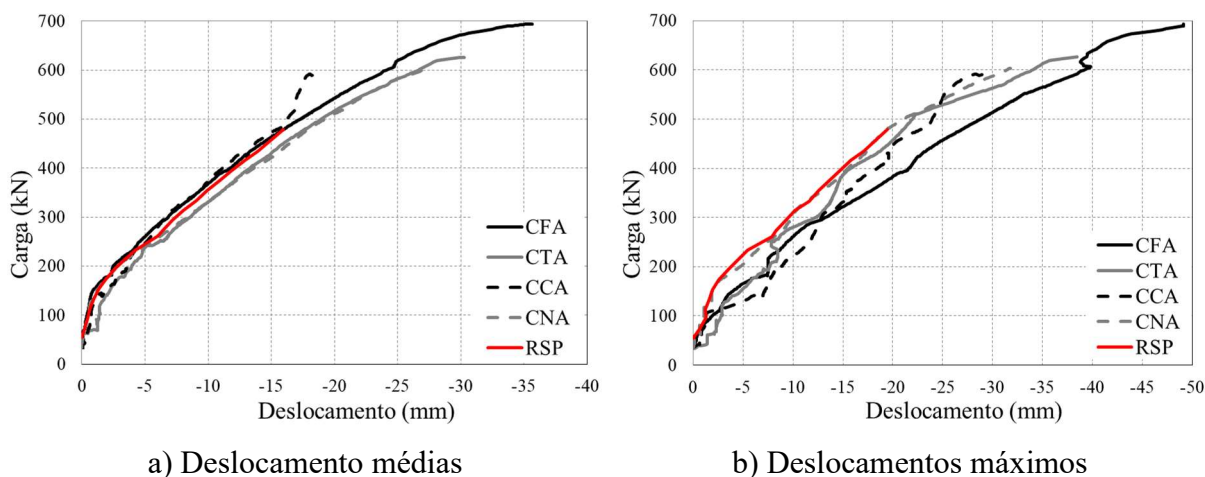


Figura 4.15 – Deslocamentos verticais médios e máximos das lajes ensaiadas

Pela Figura 4.15, fica evidente o aumento do deslocamento vertical à medida que a ruptura da laje ocorre para cargas maiores. É possível observar, também, que os deslocamentos verticais médios seguem uma tendência linear até aproximadamente a carga de 150kN, ponto em que as primeiras fissuras já surgiam na superfície das lajes. Após esse ponto, a curva de carga *versus*

deslocamento aparenta permanecer linear, porém com uma inclinação menos acentuada até a ruptura.

Pode-se observar também que apesar das lajes com armadura de cisalhamento apresentarem maiores deslocamentos verticais em comparação com a laje RSP na carga de ruptura, não é possível observar aumento de rigidez proporcionado pela adição da armadura à laje lisa.

#### 4.4. DEFORMAÇÕES NA SUPERFÍCIE DO CONCRETO

Para registrar as deformações na superfície do concreto, foram posicionados quatro extensômetros em pontos próximos aos pilares como ilustrado na seção 3.3.2, sendo os extensômetros denominados EC1 e EC2 destinados a medir as deformações radiais e o EC3 e EC4 as deformações tangenciais. Da Figura 4.16 à Figura 4.20, são apresentadas as leituras de deformações na superfície inferior de cada laje até a ruptura juntamente com uma fotografia da superfície de concreto logo após a ruptura.

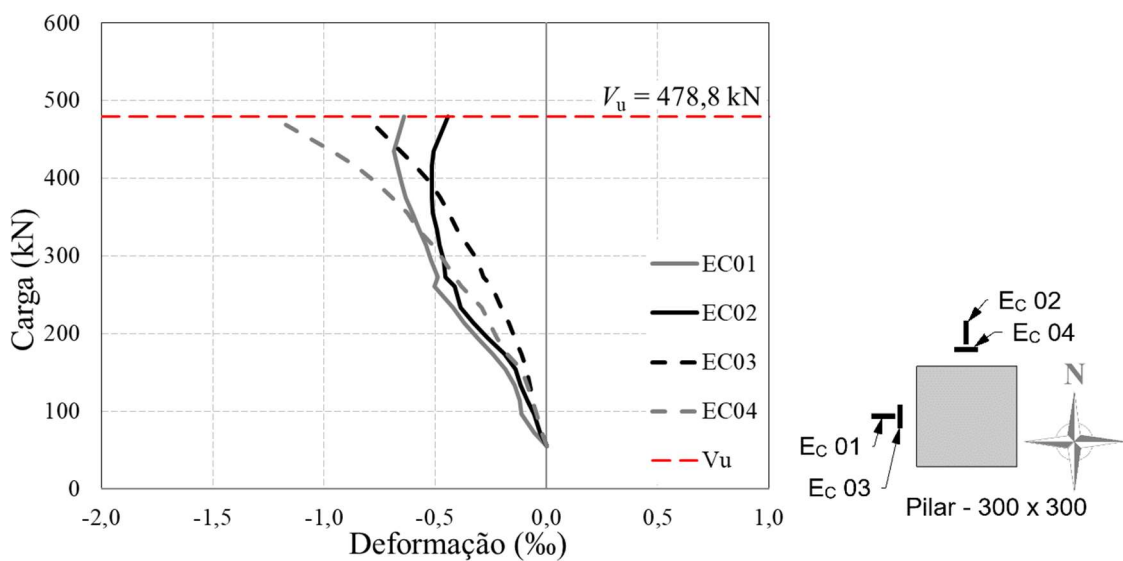


Figura 4.16 – Deformações do concreto na laje RSP

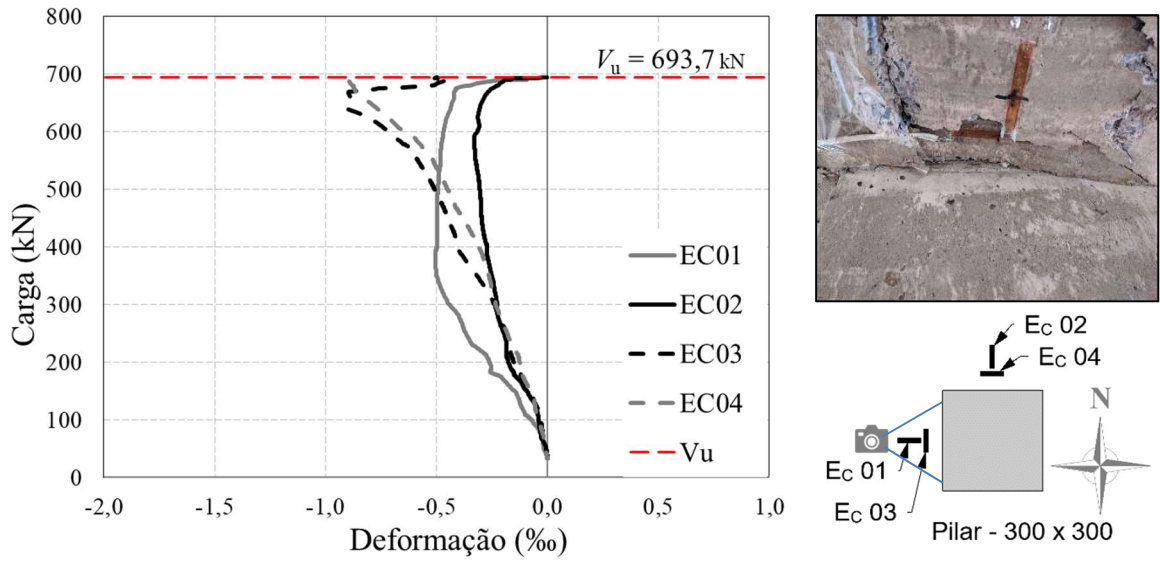


Figura 4.17 – Deformações da superfície do concreto na laje CFA

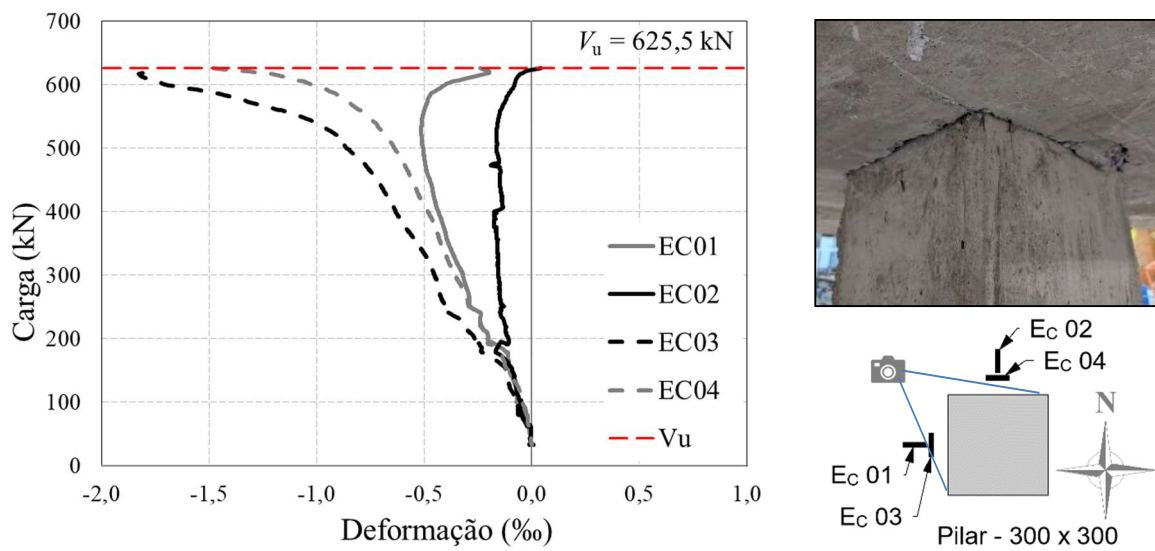


Figura 4.18 – Deformações da superfície de concreto na laje CTA

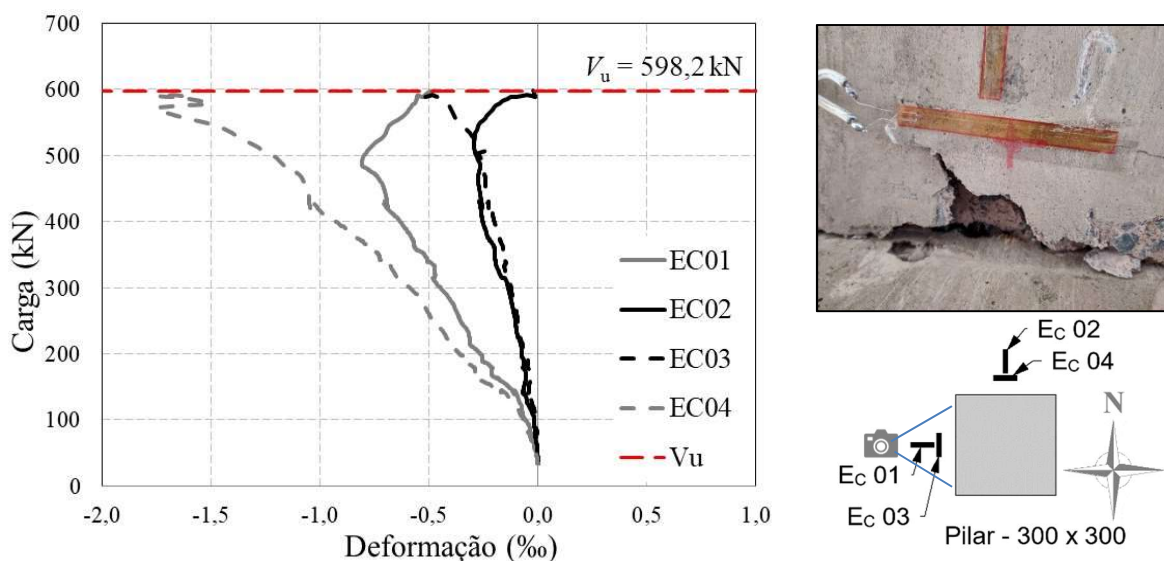


Figura 4.19 – Deformações da superfície de concreto da laje CCA

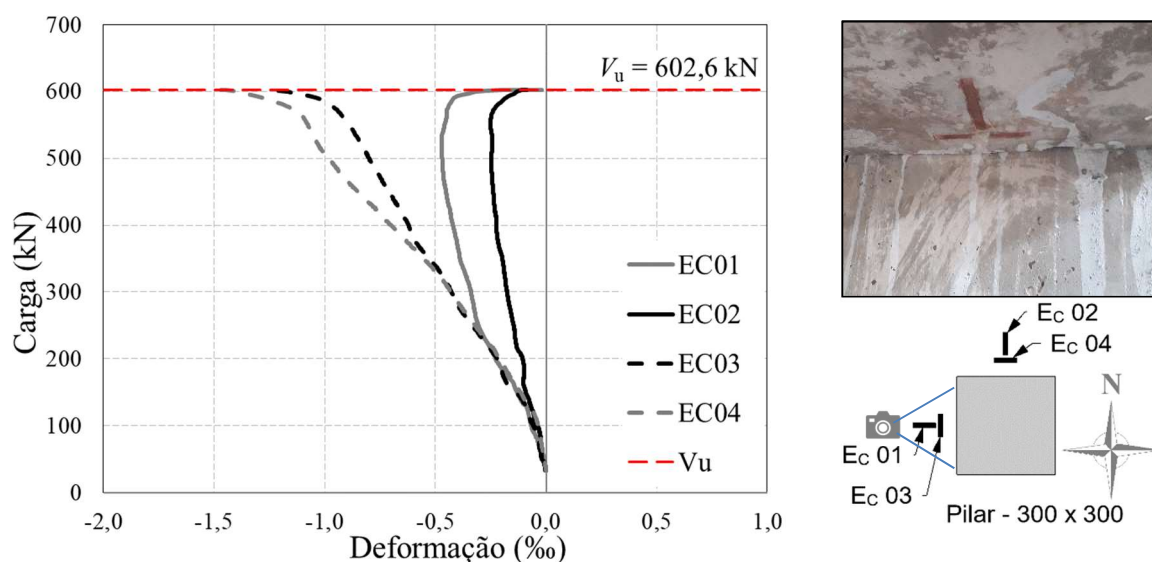


Figura 4.20 – Deformações na superfície do concreto da laje CNA

A partir dos resultados obtidos com os extensômetros EC1, EC2, EC3 e EC4 nas lajes ensaiadas, nota-se que as deformações radiais e tangenciais apresentaram uma tendência de crescimento similar até o surgimento das primeiras fissuras de flexão, que começam a aparecer em todas as lajes antes dos 200kN. Após a fissuração, as deformações tangenciais passam a crescer numa taxa mais acentuada enquanto nas deformações radiais pode-se observar um comportamento mais complexo, onde primeiramente a taxa de crescimento diminui até atingir um ponto de deformação máxima, de onde há um alívio na deformação do concreto na direção radial. Este padrão é observável nas lajes CFA, CTA e CNA, já na laje CCA as deformações radiais



aparentam crescer a uma taxa semelhante às deformações tangenciais até atingir a deformação máxima, de onde passam a diminuir.

Pelos gráficos também é possível observar que nenhuma das cinco lajes atingiu deformações superiores à deformação de esmagamento do concreto, de 3,5‰. De modo que, na leitura registrada pelos extensômetros, a maior deformação do concreto na ocasião da ruptura ocorreu na laje CTA, com valor de 1,83‰ para o extensômetro tangencial EC4.

De modo a comparar o comportamento das lajes durante o carregamento, na Figura 4.21 podem ser visualizadas as deformações médias radiais e tangenciais, enquanto na Figura 4.22 são apresentadas as deformações máximas radiais e tangenciais.

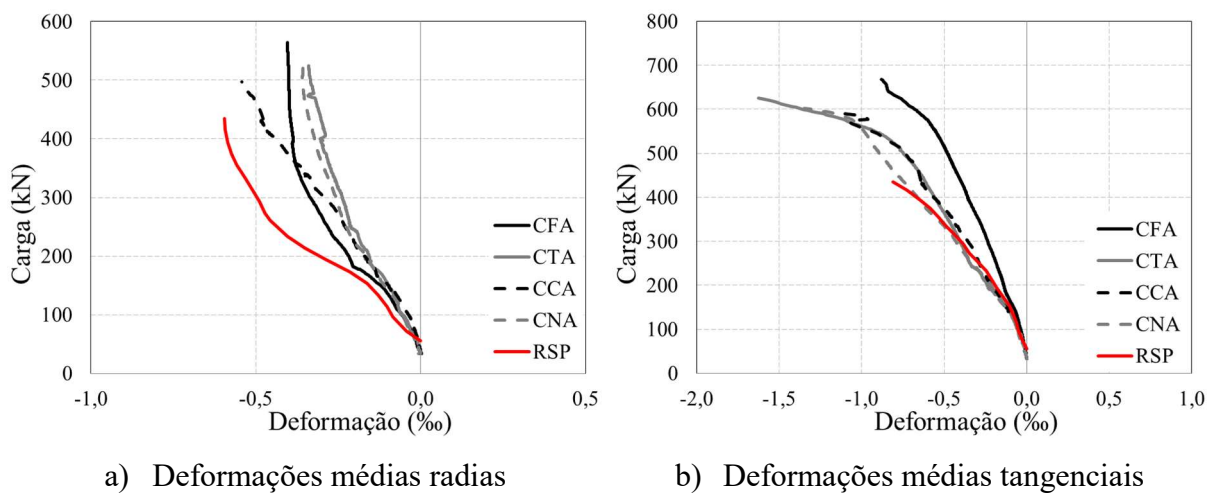


Figura 4.21 – Curva de carga *versus* deformação média das lajes

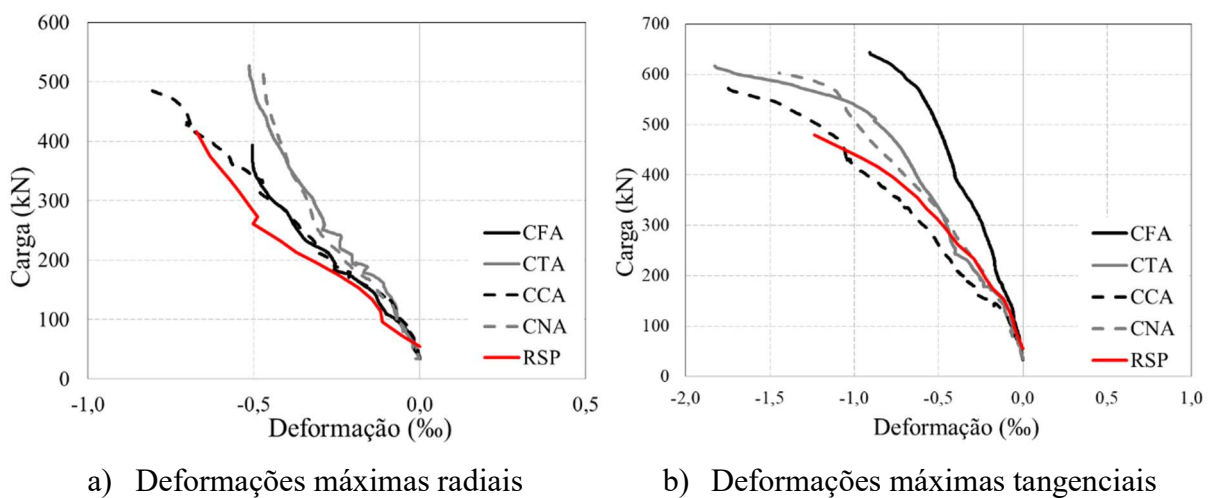


Figura 4.22 – Curva de carga *versus* deformação máxima das lajes

#### 4.5. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE FLEXÃO

Nesta seção são apresentados os gráficos das deformações nas armaduras de flexão monitoradas em sete barras, com extensômetros posicionados próximos aos pilares, conforme descrito em 3.3.1. A aferição das deformações permite avaliar a distribuição dos esforços de flexão ao longo da seção transversal da laje e avaliar a possibilidade de uma possível ruptura por flexão com base no escoamento das barras de flexão monitoradas.

Nas Figura 4.24 a Figura 4.27 são apresentadas as curvas de carga *versus* deformação para as barras de flexão instrumentadas em cada laje. As leituras são apresentadas a cada 20% da carga de ruptura, sendo os valores das abscissas correspondentes à posição dos extensômetros, e as ordenadas à deformação.

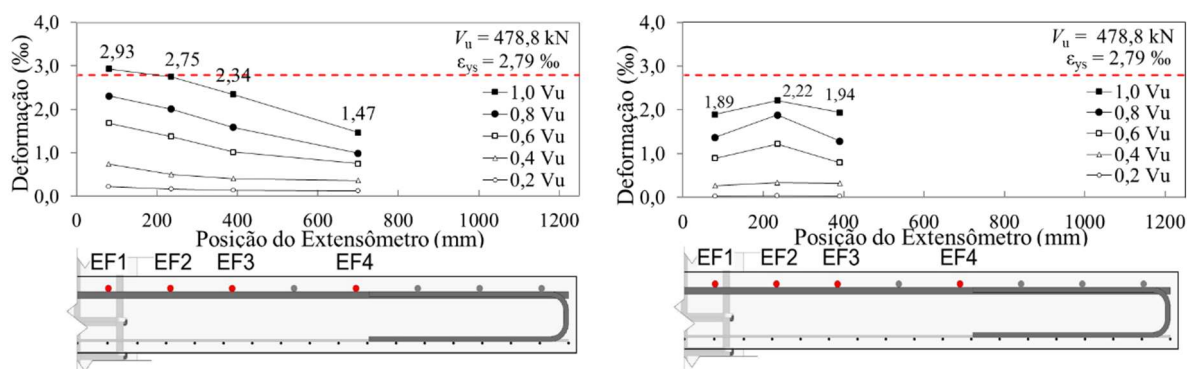


Figura 4.23 – Deformações nas armaduras da laje RSP

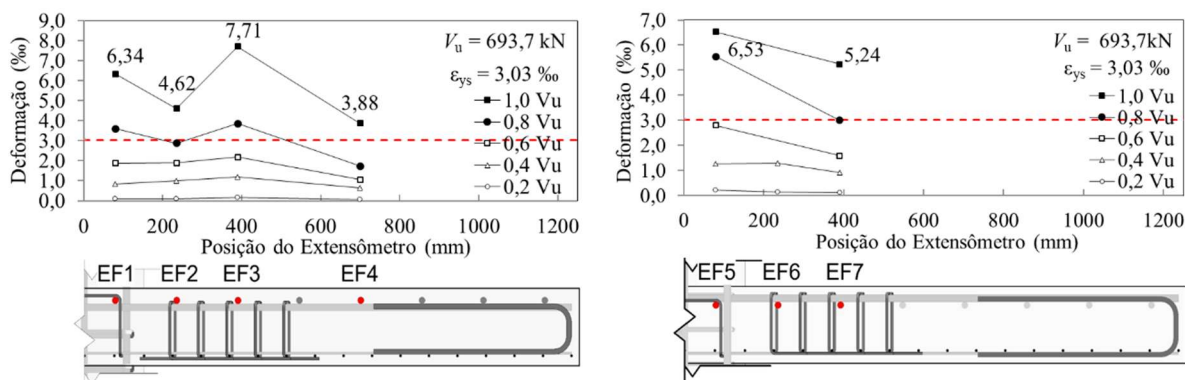


Figura 4.24 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CFA



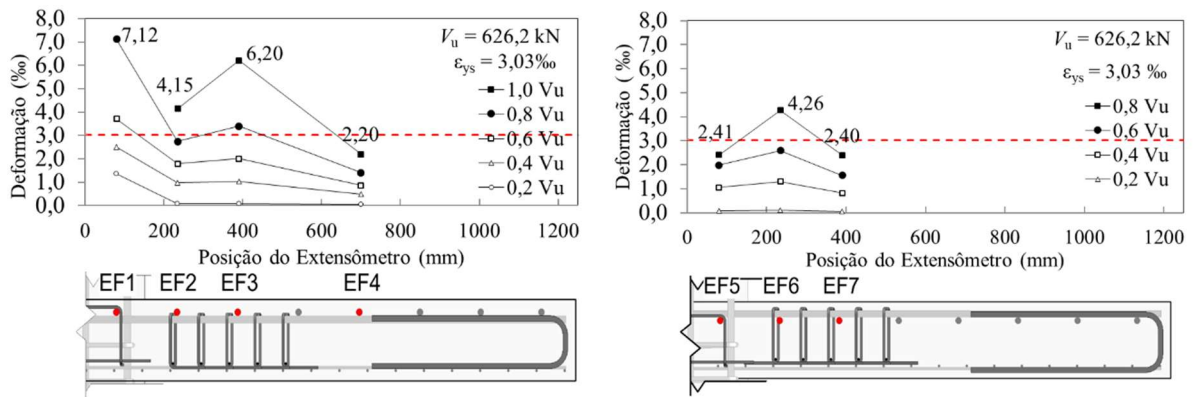


Figura 4.25 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CTA

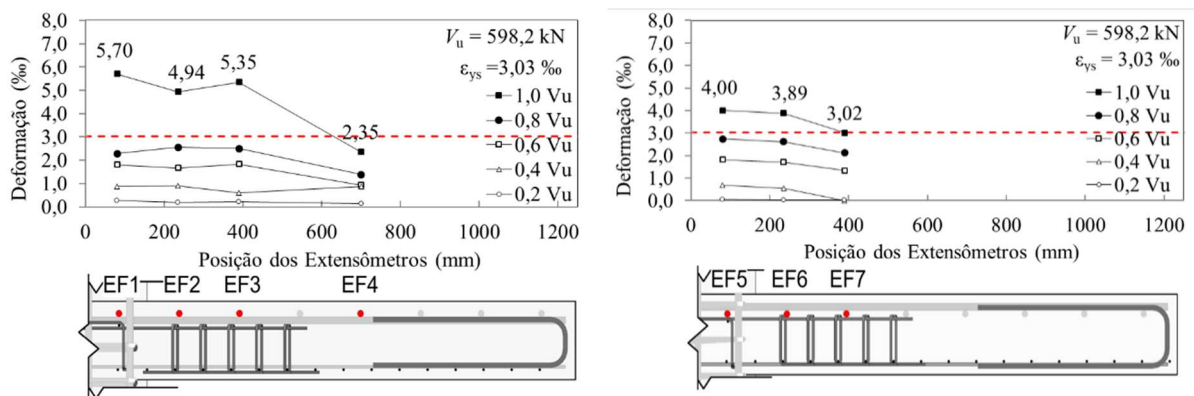


Figura 4.26 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CCA

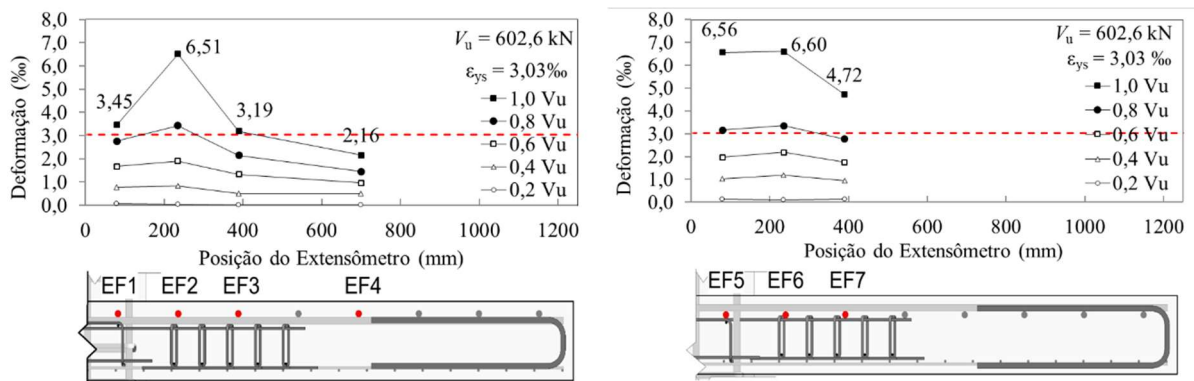


Figura 4.27 – Deformações nas armaduras de flexão da laje CNA

A seguir, na Figura 4.29, são apresentadas as curvas de carga *versus* deformação para as barras de flexão instrumentadas.

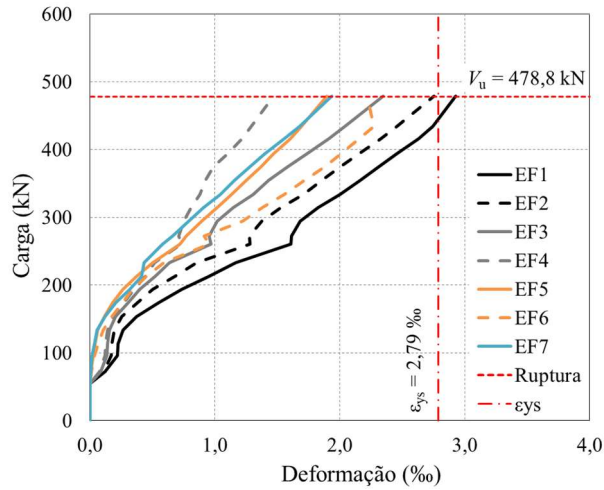
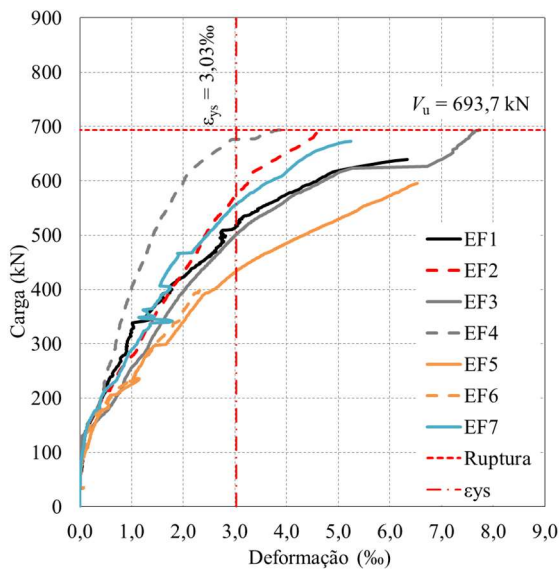
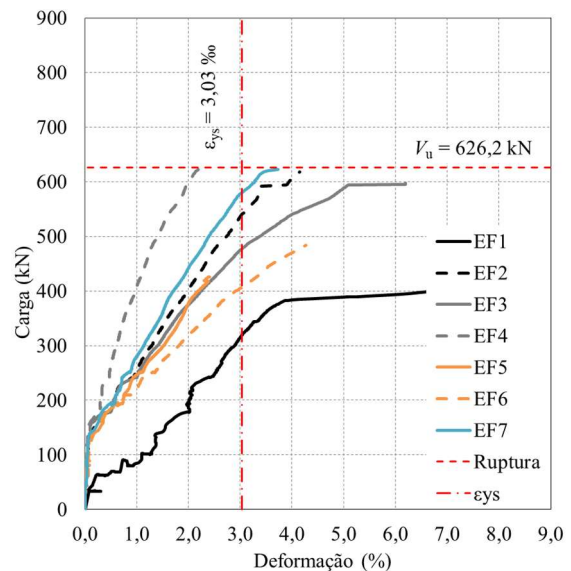


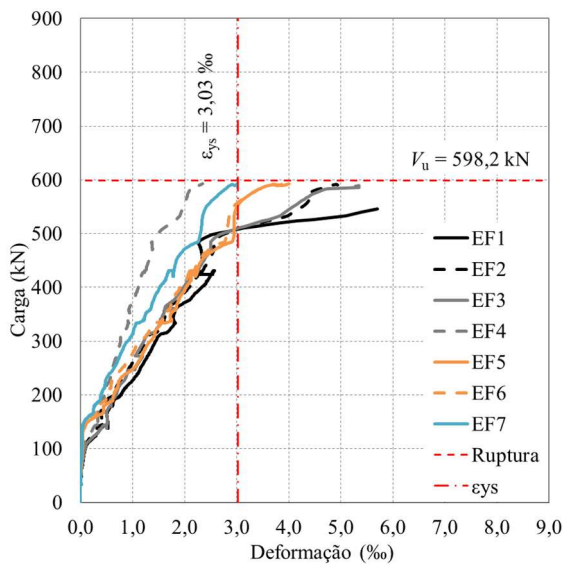
Figura 4.28 – Carga versus deformação da laje RSP



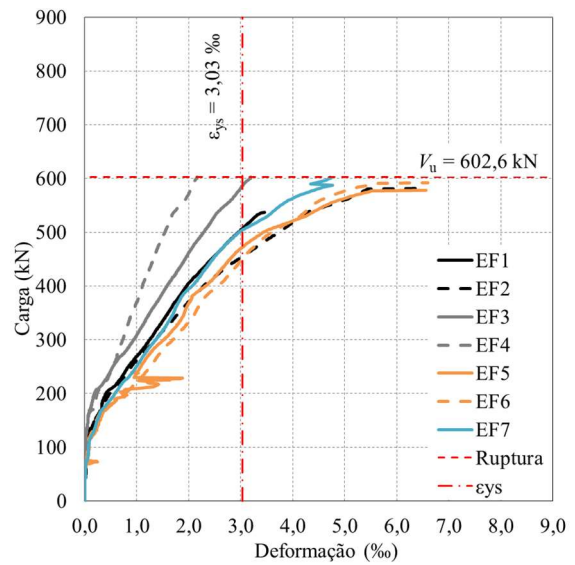
a) Laje CFA



b) Laje CTA



c) Laje CCA



d) Laje CNA

Figura 4.29 – Curvas de carga versus deformação para as lajes ensaiadas

A partir da análise dos gráficos da Figura 4.24 a Figura 4.27, pode-se perceber que várias barras instrumentadas atingiram deformação superior ao limite de escoamento, com destaque para a laje CFA em que todas as sete barras superaram a taxa de 2,79‰ de deformação. Esta plastificação verificada próxima ao pilar evidencia uma provável ruptura por flexo-punção, mecanismo intermediário entre a punção e a flexão em que a laje apresenta alguns sinais de ruptura por flexão, mas ainda se observa o cone de punção.

Na laje CTA, apesar das leituras dos extensômetros EF1, EF5, EF6 e EF7 terem falhado antes da carga  $1,0V_u$ , acompanhado a tendência sugerida pelos gráficos, pode-se concluir que pelo menos 4 barras de flexão escoaram durante o ensaio.

Ademais, também foram aferidas deformações de escoamento nos extensômetros EF1, EF2, EF3, EF5, EF6 e EF7 das lajes CCA e CNA. Diante disso, observando-se que na laje RSP houve escoamento apenas nos extensômetros EF1 e EF2, os estribos “caranguejo” se mostraram eficazes em aumentar a resistência à punção, pois foram capazes de suportar a desagregação do concreto e a formação do cone de punção até o ponto em que várias barras de flexão tracionadas atingiram a deformação de escoamento.

#### 4.6. DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS DE CISALHAMENTO

Da Figura 4.25 à Figura 4.28 são apresentadas as deformações obtidas nas cinco camadas da armadura de cisalhamento de cada laje. As leituras de deformação são apresentadas para os diferentes estágios de carregamento até a ruptura.

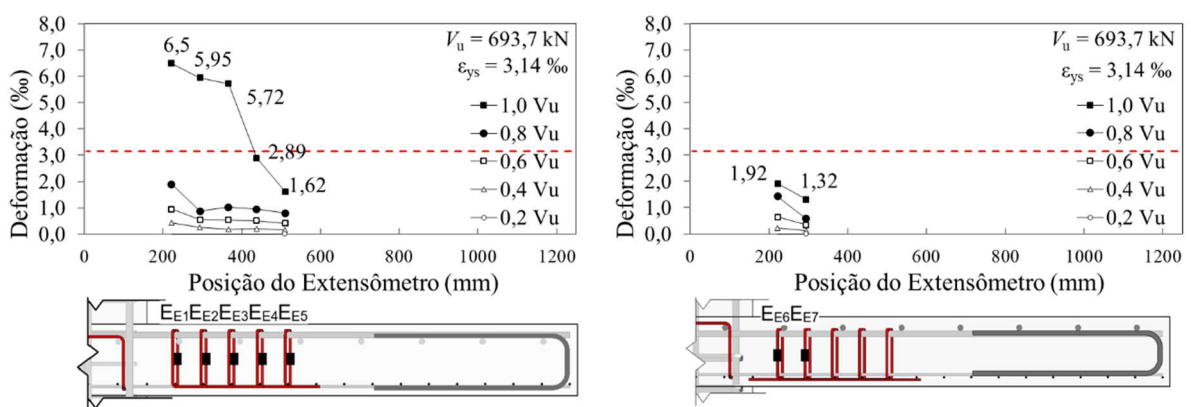


Figura 4.30 – Deformação da armadura de cisalhamento na laje CFA

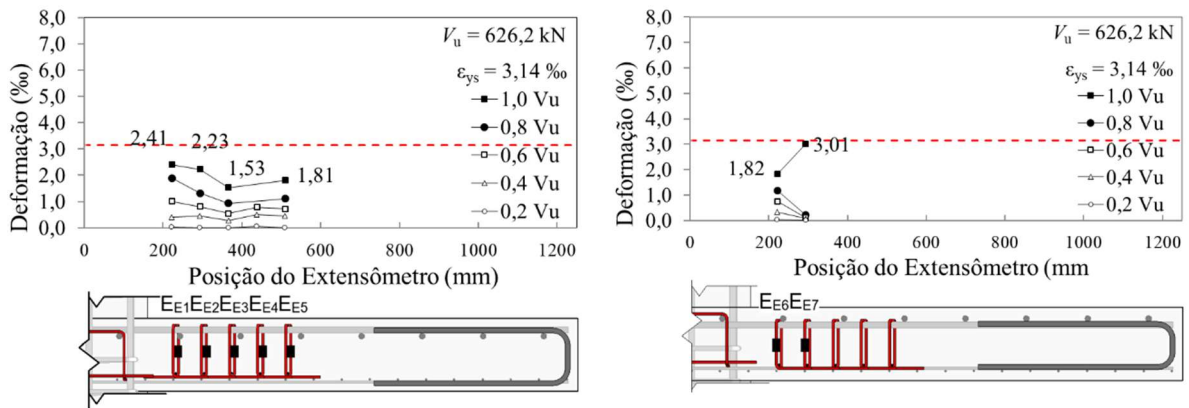


Figura 4.31 – Deformação da armadura de cisalhamento na laje CTA

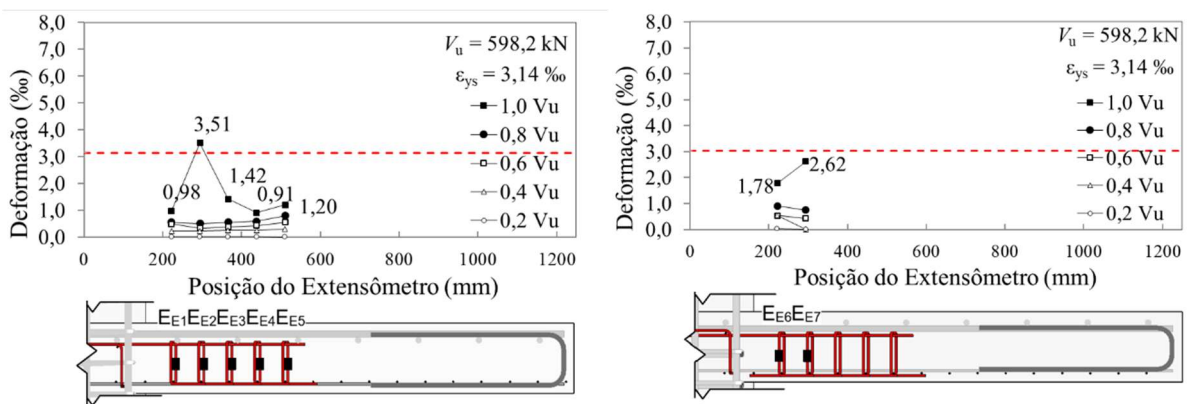


Figura 4.32 – Deformação da armadura de cisalhamento da laje CCA

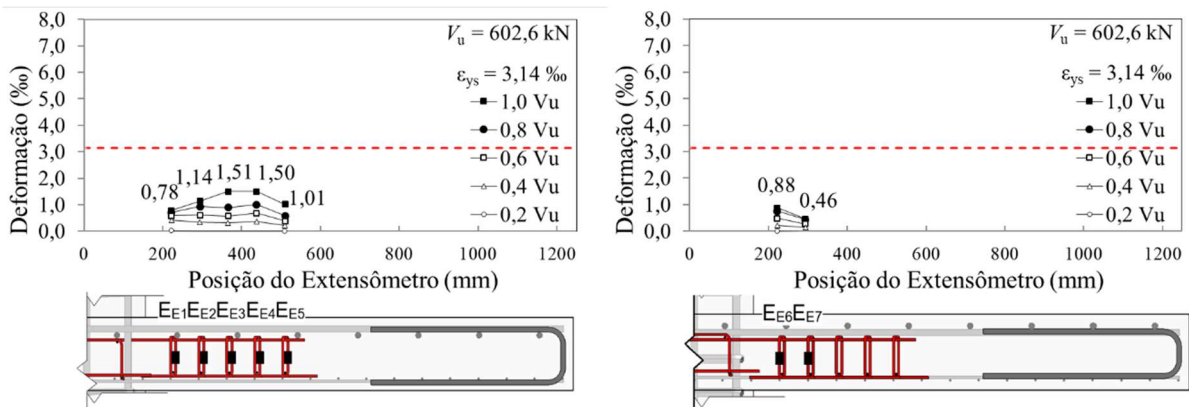


Figura 4.33 – Deformação da armadura de cisalhamento da laje CNA

A seguir, na Figura 4.34, são apresentadas as curvas de carga *versus* deformação para as barras de flexão instrumentadas.

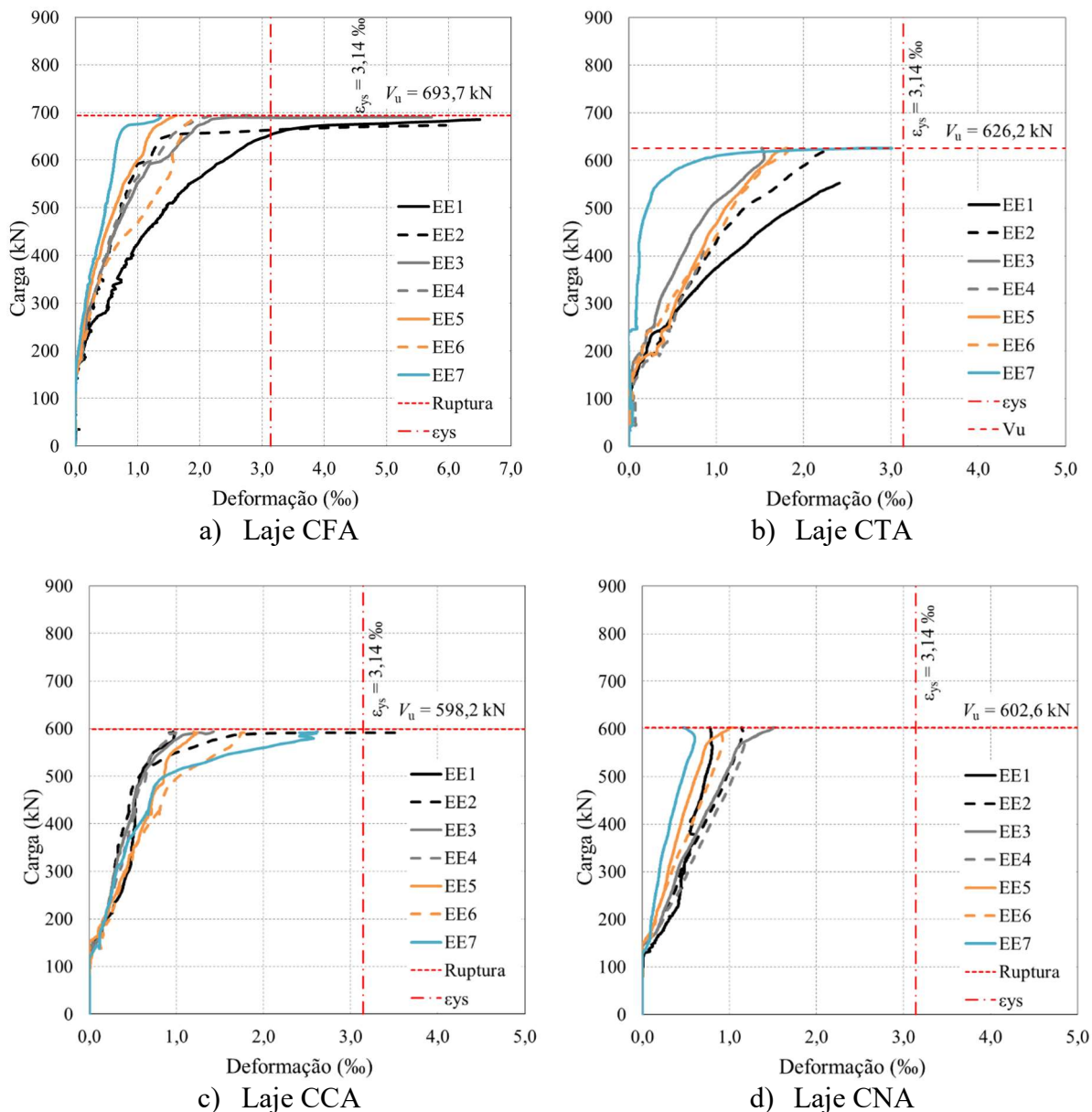


Figura 4.34 – Curvas de carga *versus* deformação da armadura de cisalhamento

A partir da análise dos gráficos, pode-se perceber que alguns estribos atingiram deformação superior ao limite de escoamento, novamente com destaque para a laje CFA em que os estribos aferidos pelos extensômetros EE1, EE2 e EE3 superaram a taxa de 3,14‰ de deformação no momento da ruptura. Já na laje CCA houve escoamento na segunda camada da armadura de cisalhamento, sendo aferida pelo extensômetro EE2, enquanto na laje CTA o extensômetro EE7 mediu deformação de 3,01‰, muito próxima ao escoamento. Porém, na laje CNA não foi verificado o escoamento de nenhuma camada da armadura de cisalhamento, obtendo o valor máximo de 2,62‰ no extensômetro EE7.



Diante disso, os resultados sugerem que o estribo “caranguejo” teve boa eficiência em contribuir na resistência da laje à punção, de modo que as tensões nos estribos das lajes, CFA, CTA e CCA superaram as limitações de tensão no aço prescritas pelas normas. Como apenas na laje CNA não foi constatado o escoamento de nenhum dos estribos, a falta de envolvimento das armaduras de flexão negativa e positiva acusa uma distribuição menos eficiente dos esforços entre as armaduras e o concreto.

É exposto na Tabela 4.4 as deformações máximas aferidas na ruptura da laje, juntamente com as tensões máximas estimadas por meio do módulo de elasticidade obtido no ensaio de caracterização do aço. Com os dados em mãos, é destacado na tabela os valores de tensão que superaram as limitações prescritas pelas normas.

Tabela 4.4 – Deformações  $\varepsilon$  (%) e tensões  $\sigma$  (MPa) máximas aferidas

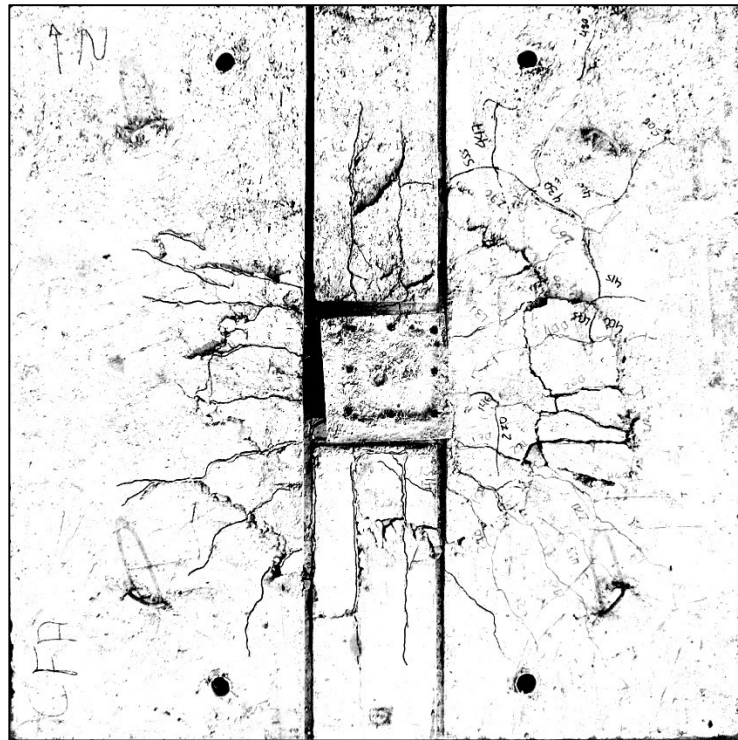
Laje	EE1		EE2		EE3		EE4		EE5		EE6		EE7	
	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$	$\varepsilon$	$\sigma$
CFA	6,5	<b>600,3</b>	6,0	<b>600,3</b>	5,7	<b>600,3</b>	2,9	<b>551,7</b>	1,6	309,3	1,9	<b>366,5</b>	1,3	252,0
CTA	2,4	<b>450,1</b>	2,2	<b>425,7</b>	1,5	292,1	0,8	160,4	1,8	<b>336,0</b>	1,8	<b>347,4</b>	2,2	<b>414,3</b>
CCA	1,0	187,1	3,5	<b>600,3</b>	1,4	271,1	0,9	173,7	1,2	229,1	1,8	<b>339,8</b>	2,6	<b>500,2</b>
CNA	0,8	147,0	1,1	288,3	1,5	288,3	1,5	292,1	1,0	198,5	0,9	166,1	0,5	93,5

**Nota:** os valores em destaque indicam que a tensão aferida pelo extensômetro ultrapassou a tensão de escoamento efetiva  $f_{ywk,ef}$  de alguma das normas: (i) ABNT NBR 6118 (2014), em que para estribos, limita-se  $f_{ywk}$  em 287,5MPa para lajes com espessura de até 15 cm, e 500,25MPa para lajes com espessura maior que 35 cm; (ii) Eurocode 2 (2004) em  $f_{ywk,ef} = 1,15 \cdot (250 + 0,25d) \leq f_{ywk}$ ; ou (iii) ACI 318 (2019) em que  $f_{ywk,ef}$  é limitado ao máximo de 420MPa

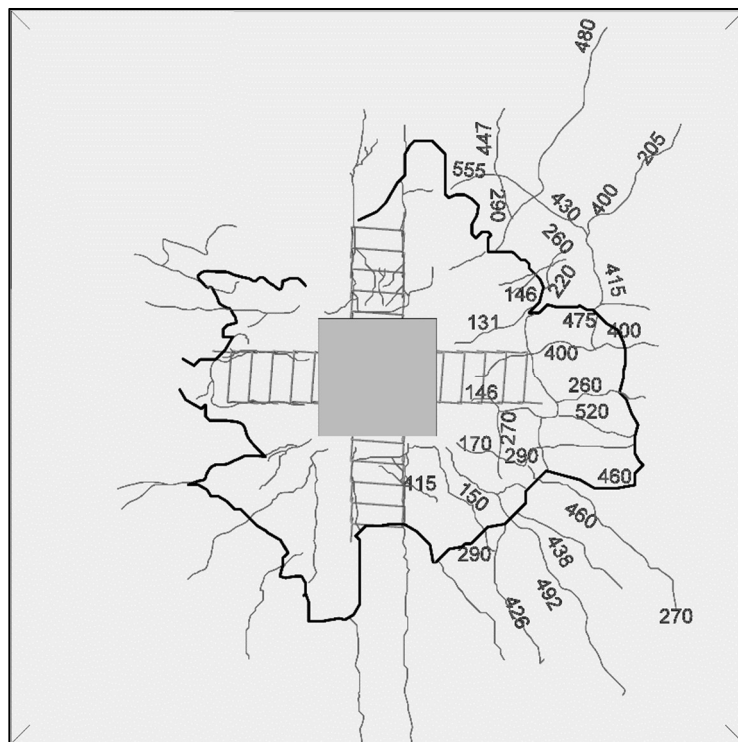
#### 4.7. MAPAS DE FISSURAÇÃO

Durante os ensaios, à medida que o carregamento era aplicado e as fissuras iam surgindo, as suas trajetórias eram mapeadas visualmente, marcando com caneta todo o comprimento da fissura juntamente com a carga no momento em que aparecia na face tracionada da laje. Esse procedimento foi realizado em um dos quadrantes das lajes até um carregamento próximo à ruptura, momento em que a fissuração se tornava muito intensa e inviável de ser mapeada. Por fim, após os ensaios, as marcações das fissuras foram complementadas em todo plano da laje.

Da Figura 4.35 à Figura 4.38 são apresentadas as fotografias tiradas da face superior das lajes ensaiadas juntamente com os mapas de fissuração para melhor visualização dos modelos.



a) Foto aérea da laje após a ruptura

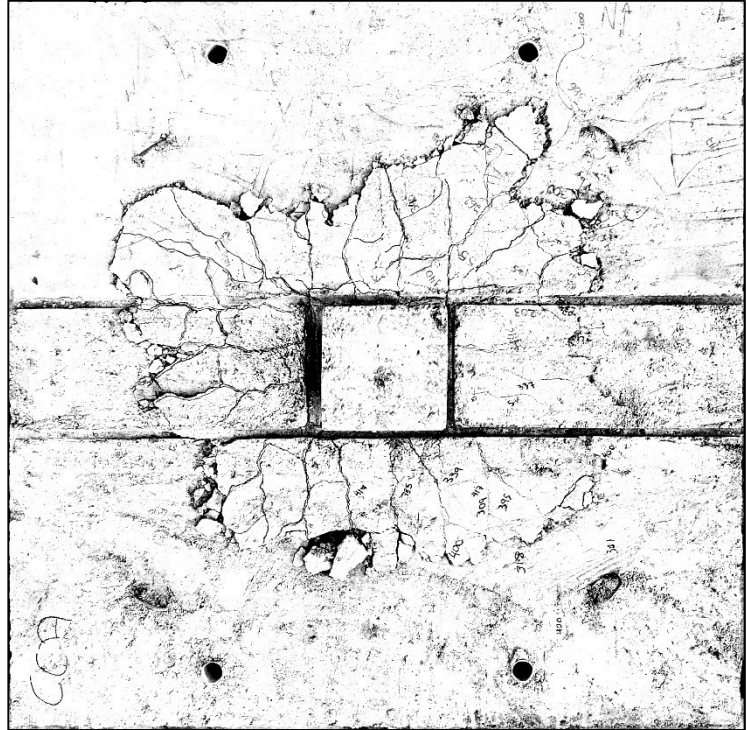


b) Mapa de fissuração

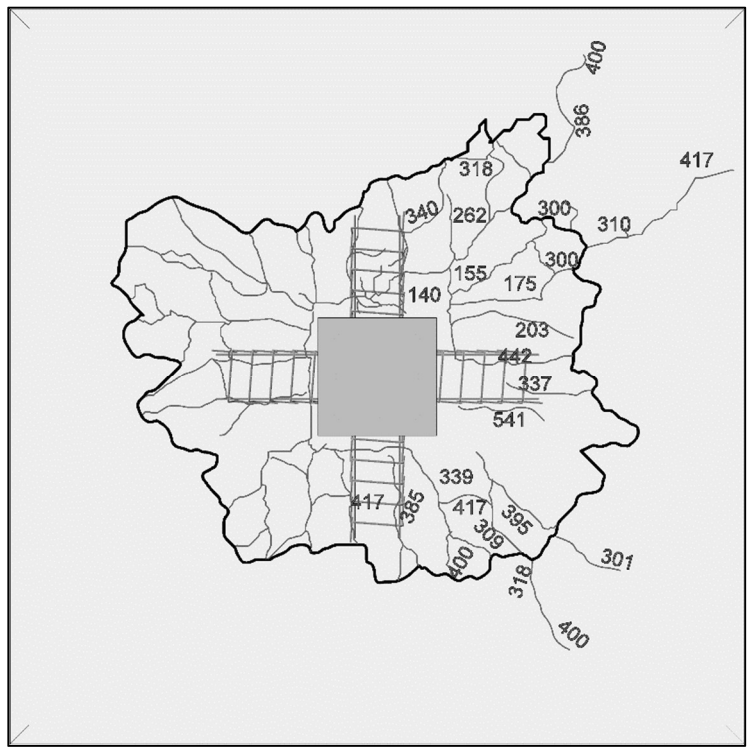
Figura 4.35 – Mapa de fissuração da laje CFA





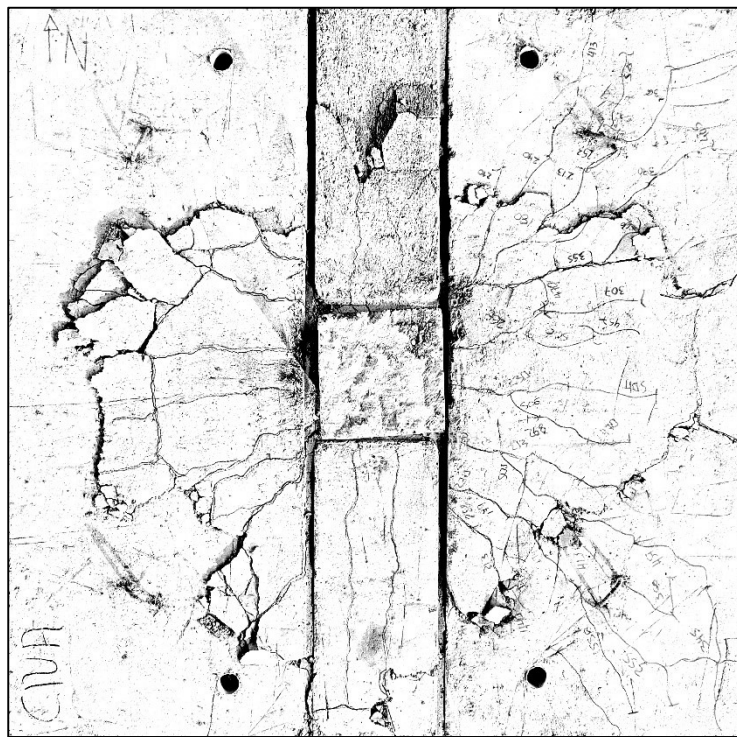


a) Foto aérea da laje após a ruptura

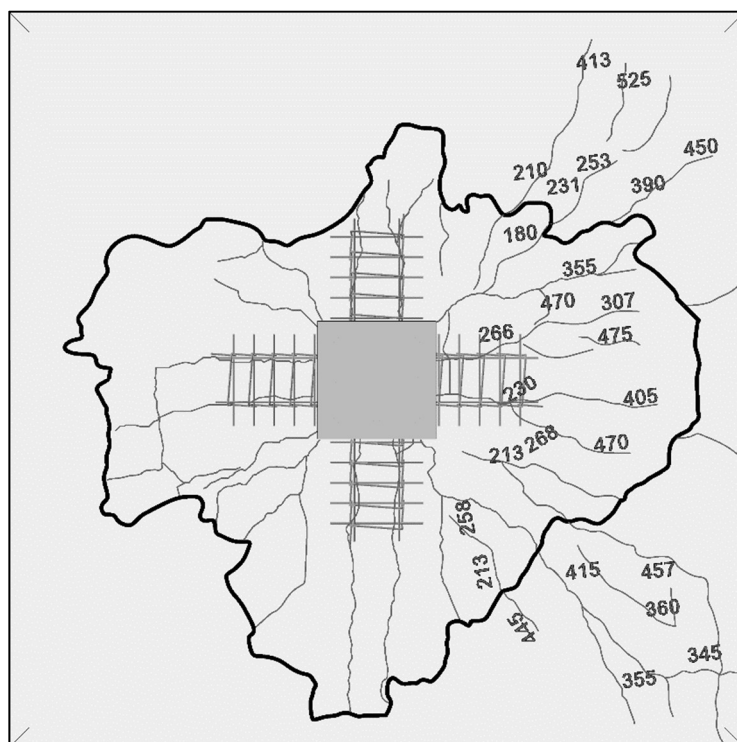


b) Mapa de fissuração

Figura 4.37 – Mapa de fissuração da laje CCA



a) Foto aérea da laje após a ruptura



b) Mapa de fissuração

Figura 4.38 – Mapa de fissuração da laje CNA

A partir dos mapas de fissuração, pode-se perceber que as primeiras fissuras radiais começaram a surgir com cerca de 20% da carga última aplicada, porém apenas a laje CNA apresentou a primeira fissura radial após 30% da carga última. A medida que o carregamento foi sendo incrementado, as fissuras radiais foram se intensificando até serem identificadas algumas fissuras tangenciais na laje CFA, para carregamento de 60 a 80% de  $V_u$ . Nas demais lajes as fissuras tangenciais apareceram repentinamente próximo à carga de ruptura, em um estágio de fissuração intensa, de modo que não foi possível de marcar na laje a carga com que surgiram.

#### 4.8. SUPERFÍCIE DE RUPTURA

Com objetivo de identificar a superfície de ruptura das lajes ensaiadas, foram feitos cortes nas direções Norte e Oeste como ilustrado na Figura 4.39, mesmo quadrante onde estavam posicionadas as armaduras de cisalhamento instrumentadas.

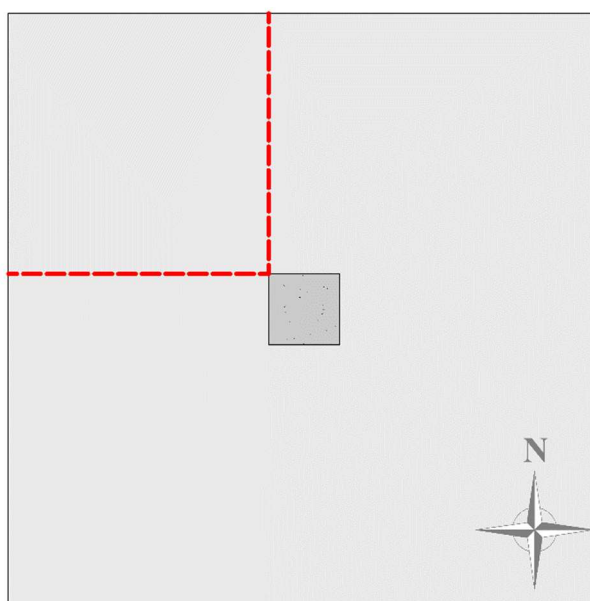


Figura 4.39 – Posição dos cortes nas lajes

Com a realização dos cortes é possível identificar fissuras que levaram às maiores solicitações nas armaduras de cisalhamento, assim como avaliar se houve a formação do tronco de cone na ruptura das lajes, de fissuras de flexão ou de delaminação. Nas Figura 4.40 a Figura 4.43 estão ilustradas as fotos e a representação gráfica dos cortes.

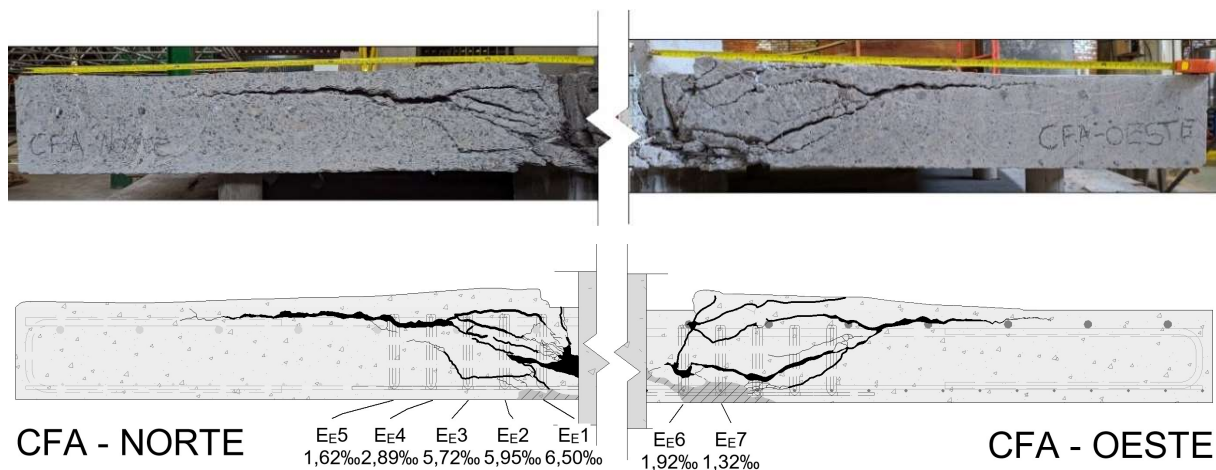


Figura 4.40 – Superfície de ruptura da laje CFA

A partir dos cortes é possível perceber que até a terceira camada de estribos na direção norte, um conjunto de diversas fissuras inclinadas os interceptam, evidenciando as maiores deformações, superando até a deformação de escoamento do aço. A partir da quarta camada a fissura crítica tende a contornar os estribos, interceptando-os próximo à conexão com a armadura de flexão, por consequência as deformações se apresentam menores nas duas últimas camadas de estribo.

Já na direção Oeste houve maior dispersão das fissuras, com algumas contornando os estribos por cima e uma fissura crítica horizontal até a terceira camada, posteriormente inclinada, interceptando as duas últimas camadas. Este padrão de fissuras corrobora com a direção Norte ter apresentado os estribos com maiores deformações, onde houve uma transferência efetiva dos esforços entre os banzos comprimido e tracionado da laje.

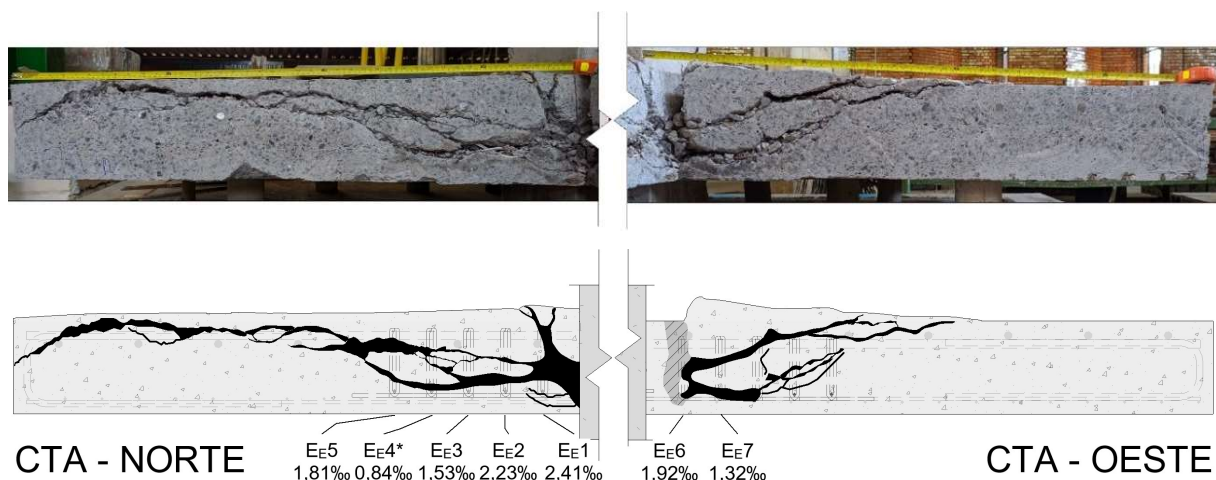


Figura 4.41 – Superfície de ruptura da laje CTA

Na laje CTA, o corte na direção Norte apresenta fissura crítica diagonal cortando todos estribos até a armadura de flexão, de onde continua até atingir a borda da laje. Apesar de nenhum extensômetro ter atingido a deformação de escoamento, destaca-se que as duas primeiras camadas apresentaram estribos onde foram atingidos 78‰ e 71‰ da deformação de escoamento respectivamente. Enquanto na direção Oeste observa-se menores deformações nos estribos das duas primeiras camadas, com deformações de 61‰ e 42‰ da deformação de escoamento.

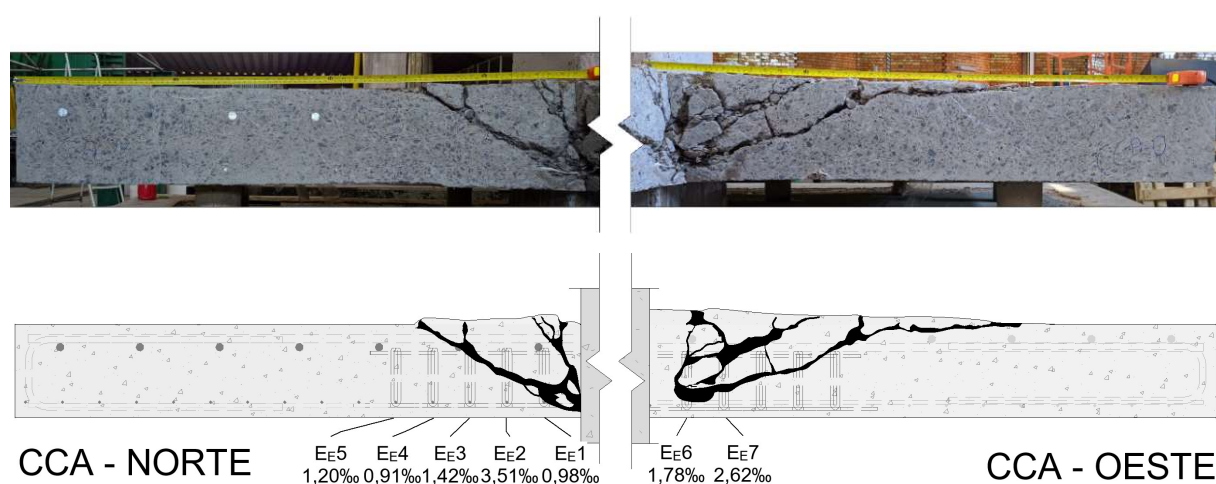


Figura 4.42 – Superfície de ruptura da laje CCA

Na direção Norte da laje CCA a superfície de ruptura se iniciou na face comprimida e se estendeu diretamente até a face superior, com inclinação mais acentuada que a fissura crítica das lajes anteriores. A fissura crítica cortou exatamente no meio a segunda camada de estribo, que apresentou deformação superior à do escoamento do aço no momento da ruptura.

Já para a direção Oeste, observa-se a formação de duas fissuras que partem da região comprimida da laje até a superfície superior, a primeira, intercepta duas camadas da armadura de cisalhamento, enquanto a segunda chega a interceptar quatro camadas. Em ambas direções, houve uma solicitação mais acentuada dos estribos na segunda camada, apresentando deformações de 3,51‰ e 2,62‰, nas direções Norte e Oeste, respectivamente.



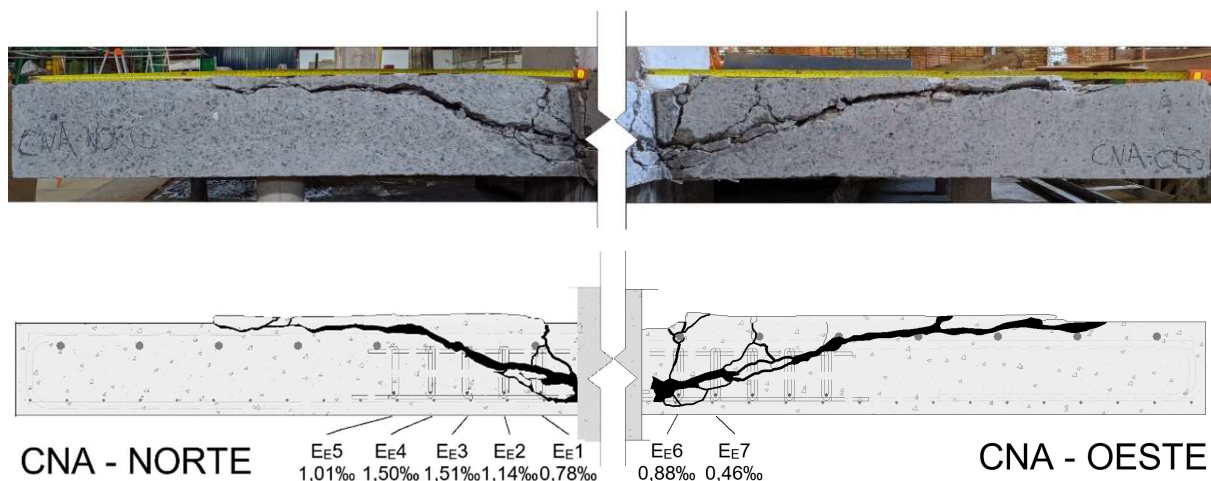


Figura 4.43 – Superfície de ruptura laje CNA

Para ambas direções a fissura crítica se iniciou na face inferior da laje até atingir a armadura de flexão superior, continuando ao longo do cobrimento. Na direção Norte, a fissura corta as três primeiras camadas de estribo, enquanto na direção Oeste, a fissura chega a interceptar a quarta camada. Já as deformações aferidas na ruptura apresentaram valores menores do que os registrados pelas demais lajes, sugerindo uma ancoragem menos eficaz por não envolver as barras de flexão superior e inferior da laje.

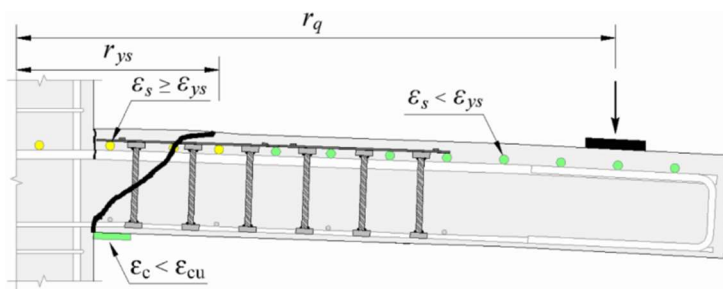
#### 4.9. CLASIFICAÇÃO DO MODO DE RUPTURA DAS LAJES

O modo de ruptura das lajes lisas pode ocorrer por três modos, sendo eles: punção, flexão ou flexo-punção. A punção é caracterizada pela formação da superfície de ruptura na forma de um cone devido ao cisalhamento atuante na ligação laje-pilar. Já a flexão ocorre de forma mais dúctil, sem apresentar o cone de punção, mas apresentando fissuração da face superior da laje juntamente com o escoamento das barras de flexão ou esmagamento do concreto na face comprimida. Por fim, a flexo-punção pode ser definida, de acordo com Ferreira (2010), como um modo de ruptura intermediário, no qual apresenta alguns sinais de ruptura por flexão, mas observa-se o cone de punção.

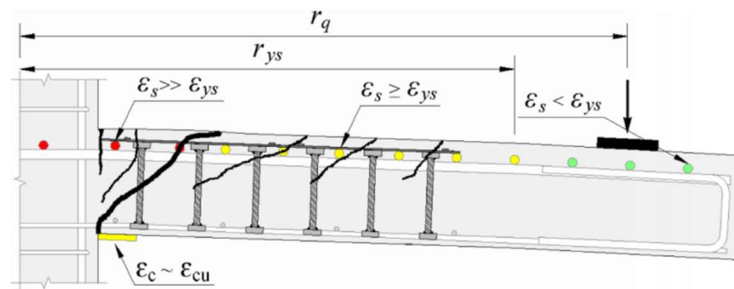
Para a classificação dos modos de ruptura dos modelos ensaiados, foram adotados critérios baseados nos estabelecidos por Ferreira (2010), onde são utilizados os resultados das deformações no aço e no concreto, além da superfície de ruptura visualizada por meio dos mapas de fissuração e o corte das lajes.

Para que possa ser configurada a ruptura por punção, é necessário que seja verificada, por meio dos mapas de fissuração e dos cortes das lajes, a formação do tronco de cone de punção. Porém, a ruptura será classificada como flexo-punção caso tenham sido registrados deformações no concreto iguais ou superiores a 80% de  $\epsilon_{cu}$  ( $\epsilon_{c,m\acute{a}x} \geq 2,8\%$ ) e/ou o escoamento das barras de flexão tracionadas dentro de uma faixa com largura igual ou superior à 60% do raio de aplicação de carga, além de que deve ser verificado se  $0,7 \leq V_u/V_{flex} < 1,0$ . Já no caso de ruptura por flexão, o esgotamento da capacidade resistente à flexão ocorre quando o raio da zona na qual as armaduras de flexão escoam é igual ao raio do carregamento e não é verificada a presença do cone de punção.

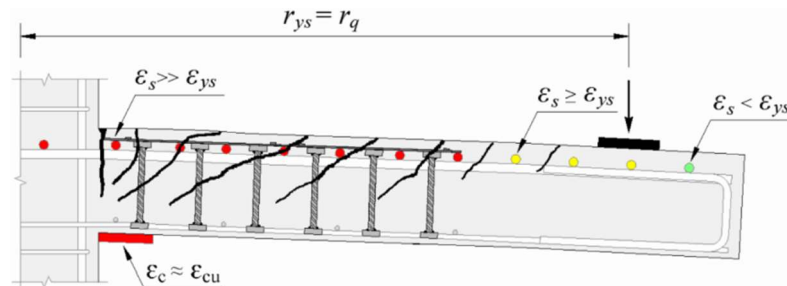
A Figura 4.44 resume os critérios anteriormente explicados, sendo:  $r_q$  o raio de carregamento,  $r_{ys}$  o raio da região em que as barras de flexão atingiram a deformação de escoamento.



a) Punção



b) Flexo-punção



c) Flexão

Figura 4.44 – Critérios para definição do modo de ruptura das lajes [FERREIRA (2010)]

Com os critérios estabelecidos, a Tabela 4.5 resume os resultados da deformação nas armaduras de flexão e da deformação média tangencial e radial na superfície do concreto no momento da ruptura, de forma a classificar o modo de ruptura das lajes ensaiadas.

Tabela 4.5 – Deformações aferidas pelos extensômetros para a carga de ruptura (%)

Lajes	Armadura de Flexão							Concreto		
	$0,07 \cdot r_q$		$0,21 \cdot r_q$		$0,34 \cdot r_q$		$0,62 \cdot r_q$		Radial	Tangencial
	EF1	EF2	EF2	EF6	EF3	EF7	EF4			
CFA	6,3*	6,5*	4,6*	2,4**	5,3*	5,2*	3,9*	-0,42	-0,93	
CTA	7,1*	2,4**	4,2*	4,3*	6,2*	3,7*	2,2	-0,35	-1,66	
CCA	5,7*	4,0*	4,9*	3,9*	5,4*	3,0	2,4	-0,55	-1,14	
CNA	3,5*	6,6*	6,5*	6,6*	3,2*	4,7*	2,2	-0,36	-1,37	

Nota: Onde \* representa que o extensômetro aferiu deformação maior que  $\epsilon_{ys}$ ; e \*\* indica que o extensômetro não aferiu as deformações até a carga de ruptura

Na Tabela 4.6 é feita a comparação entre a carga última experimental e a previsão de carga de ruptura por flexão pelo método de Guandalini *et al.* (2009).

Tabela 4.6 – Cargas de ruptura experimental e por flexão estimada

Lajes	$V_u$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	$V_u/V_{flex}$ (kN)	Superfície de Ruptura	Modo de Ruptura
CFA	693,2	871,1	0,80	IN	Flexo-Punção
CTA	626,2	862,6	0,73	IN	Punção
CCA	598,2	869,8	0,69	IN	Punção
CNA	602,6	847,7	0,71	IN	Punção

Por meio da análise das superfícies de ruptura da Seção 4.9, das deformações da Tabela 4.5 e das cargas de ruptura da Tabela 4.6 pode-se verificar que houve a formação do tronco de cone em todas as laje enquanto apenas a laje CFA apresentou deformação de escoamento no extensômetro EF4. Portanto, pelos critérios estabelecidos, pode-se concluir que houve ruptura por punção nas lajes CTA, CCA e CNA, ao passo que houve flexo-punção na laje CFA.



## 5. PREVISÕES NORMATIVAS

Para verificar a viabilidade do uso do estribo “caranguejo” em projetos de laje lisa a partir das formulações das normas vigentes, foram feitos os cálculos da carga resistente dos modelos pelas normas ABNT NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2019) e *fib* Model Code 2010 (2013).

Ademais, apesar do detalhamento do estribo “caranguejo” e as variações de envolvimento realizadas não seguirem as exigências normativas, a comparação entre os resultados aferidos nos ensaios e as previsões teóricas tornará possível avaliar se as exigências são realmente essenciais para se aplicar os modelos de cálculo das normas.

### 5.1. CÁLCULO PELA ABNT NBR 6118 (2014)

A comparação entre as cargas de ruptura nos ensaios e as previsões das cargas últimas segundo a norma brasileira está apresentada na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas da ANBT NBR 6118 (2014)

Lajes	$V_{rkc}$ (kN)	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{NBR}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{NBR}$ (kN)	Ruptura Prevista
RSP	536,7	1261,4	-	-	536,7	478,8	0,89	-
CFA	-	1493,4	677,7	714,8	677,7	693,7	1,02	IN
CTA	-	1480,3	672,7	708,9	672,7	626,2	0,93	IN
CCA	-	1491,3	676,9	713,9	676,9	598,2	0,88	IN
CNA	-	1456,2	663,6	698,2	663,6	602,6	0,91	IN

Na verificação da punção conforme a norma brasileira, a metodologia de cálculo considera apenas a altura útil da face comprimida da laje até o centro de gravidade da armadura longitudinal, tomando-se como premissa o envolvimento completo das armaduras de cisalhamento nas barras longitudinais superiores e inferiores. Portanto, as variações realizadas nas lajes ensaiadas não resultaram na alteração de nenhum dos parâmetros presentes na formulação da carga resistente da laje lisa.

A partir dos dados expostos, pode-se observar que todas as cargas de ruptura calculadas pela ABNT NBR 6118 (2014), com exceção da carga referente à laje CFA, se mostraram superiores às experimentais e, portanto, contra a segurança. A maior diferença entre as estimativas e as cargas experimentais ocorreu na laje CCA, que entrou em colapso para uma carga 12% menor do que aquela prevista pela norma.

Já na laje CFA, única a obter um resultado a favor da segurança, obteve-se ruptura para uma carga 2% maior que a estimada, evidenciando que o devido envolvimento das armaduras longitudinais contribuiu para que a laje obtivesse carga última adequada para a formulação da ABNT NBR 6118 (2014).

Quanto ao modo de ruptura, todas as lajes ensaiadas apresentaram previsão de ruptura a partir do esgotamento da resistência à tração diagonal dentro da região armada ao cisalhamento.

## 5.2. CÁLCULO PELO EUROCODE 2 (2004)

A comparação entre as cargas de ruptura nos ensaios e as previsões das cargas últimas segundo a norma europeia está apresentada na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do EUROCODE 2 (2004)

Lajes	$V_{rk,c}$ (kN)	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{EURO}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{EURO}$ (kN)	Ruptura Prevista
RSP	490,9	1121,3	-	-	490,9	478,8	0,98	-
CFA	-	1327,4	607,1	571,8	571,8	693,7	1,21	OUT
CTA	-	1315,8	601,7	566,0	566,0	626,2	1,11	OUT
CCA	-	1325,6	606,2	570,9	570,9	598,2	1,05	OUT
CNA	-	1294,4	591,7	555,2	555,2	602,6	1,09	OUT

Semelhante à ABNT NBR 6118 (2014), a norma europeia também considera em suas expressões apenas a altura útil da face comprimida da laje até o centro de gravidade da armadura longitudinal, levando-se sempre em conta a devida ancoragem da armadura de cisalhamento.

No entanto, a norma europeia faz duas considerações: (i) o *size effect* tem valor limitado a 2,00 para lajes menores de 20cm, tendo por consequência a diminuição da resistência à tração diagonal do concreto e; (ii) o perímetro externo considerado para a verificação da carga

resistente à punção tem afastamento de  $1,5d$  da última camada da armadura de cisalhamento, enquanto na norma brasileira o afastamento é de  $2d$ .

Devido à essas considerações, pode-se observar que todas as cargas de ruptura calculadas pela EUROCODE 2 (2014) se apresentaram a favor da segurança, com exceção da carga referente à laje RSP que, apesar de ter apresentado resultado inferior, se mostrou muito próximo ao previsto pela norma. Também vale ressaltar que a laje CFA apresentou carga última 21% maior que o previsto, o que indica que limitar o *size effect* levou à estimativa de uma carga última conservadora para uma laje de 18cm.

Quanto ao modo de ruptura, todas as lajes ensaiadas apresentaram previsão de ruptura a partir do esgotamento da resistência à tração diagonal na região externa à armadura de cisalhamento.

### 5.3. CÁLCULO PELO ACI 318 (2019)

A comparação entre as cargas de ruptura nos ensaios e as previsões das cargas últimas segundo a norma europeia está apresentada na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do ACI 318 (2019)

Lajes	$V_{rkc}$ (kN)	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{ACI}$ (kN)	Ruptura Prevista
RSP	478,1	724,5	-	-	478,1	478,8	1,00	-
CFA	-	778,4	478,1	553,7	478,1	693,7	1,45	IN
CTA	-	778,3	473,1	548,1	473,1	626,2	1,32	IN
CCA	-	785,9	477,3	552,9	477,3	598,2	1,25	IN
CNA	-	761,6	464,0	537,8	464,0	602,6	1,30	IN

Assim como nas normas analisadas anteriormente, no ACI 318 (2019) as variações realizadas nas lajes ensaiadas não resultaram na alteração de nenhum dos parâmetros presentes na formulação da carga resistente da laje lisa.

Todavia, é importante observar que o ACI 318 (2019) não estima ganho de resistência em relação à laje RSP ao se acrescentar armadura de cisalhamento. Isso ocorre, pois, a norma considera uma redução na contribuição do concreto na resistência à punção em 50%, ao se utilizar armaduras de cisalhamento nas lajes lisas. Vale ainda ressaltar que a norma americana

só normatiza o uso de barras com diâmetros a partir de 10mm (3/8in), não verificando aumento de resistência à punção para baixas taxas de armadura transversal.

Isto posto, as estimativas da norma se mostraram bem inferiores às cargas de ruptura experimentais, de modo que todas as lajes apresentaram pelo menos 25% a mais de resistência à punção, com a laje CFA apresentando ruptura para uma carga 45% maior.

Quanto ao modo de ruptura, todas as lajes ensaiadas apresentaram previsão de ruptura a partir do esgotamento da resistência à tração diagonal dentro da região armada ao cisalhamento.

#### **5.4. CÁLCULO PELO *FIB* MODEL CODE 2010 (2013)**

Diferentemente das normas analisadas anteriormente, o FIB MODEL CODE 2010 (2013) baseia sua formulação na Teoria da Fissura Crítica de Muttoni (2008). Nesta teoria, quanto maior a abertura da fissura crítica, menor contato entre as partes íntegras do concreto e, conseqüentemente, menor a capacidade de resistir ao esforço cortante. Logo, para o cálculo da carga última, deve se estimar os efeitos da fissura crítica relacionando-a a rotação  $\Psi$  da laje no momento da ruptura.

Assim, para se estimar a rotação  $\Psi$  seria necessário, de antemão, o valor da carga de ruptura da laje, o que de fato, não é possível de se possuir numa situação experimental. Dessa forma, para os cálculos nos modelos II e III do FIB MODEL CODE 2010, foi necessário realizar um processo iterativo de modo a encontrar o ponto de encontro entre o momento solicitante e o momento de ruptura da laje.

Cabe ressaltar também, que o modelo I fornece estimativa bastante conservadora em relação aos demais valores calculados pelos outros modelos. Portanto, ao ser recomendado apenas para o pré-dimensionamento das lajes lisas, seus resultados não foram expostos por se destoarem muito dos previstos pelos níveis II e III.

Ainda, apesar do modelo III da norma indicar o uso de modelo elástico-linear, foi utilizado, por simplificação,  $V_E/8$  como estimativa do momento solicitante na ligação laje-pilar.

A comparação entre as cargas de ruptura nos ensaios e as previsões das cargas últimas pelo *fib* Model Code 2010 (2013) está apresentada na Tabela 5.4 e na Tabela 5.5.

Tabela 5.4 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do modelo II do *fib* Model Code 2010 (2013)

Lajes	$V_{rkc}$ (kN)	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{FIB II}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{FIB II}$ (kN)	Ruptura Prevista
RSP	400,5	-	-	-	400,5	478,8	1,20	-
CFA	-	653,2	598,2	515,6	515,6	693,7	1,35	OUT
CTA	-	648,4	595,3	488,4	488,4	626,2	1,28	OUT
CCA	-	652,4	597,7	513,1	513,1	598,2	1,17	OUT
CNA	-	639,7	589,9	478,6	478,6	602,6	1,26	OUT

Tabela 5.5 – Comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as estimativas do modelo III do *fib* Model Code 2010 (2013)

Lajes	$V_{rkc}$ (kN)	$V_{rk,max}$ (kN)	$V_{rk,cs}$ (kN)	$V_{rk,out}$ (kN)	$V_{FIB III}$ (kN)	$V_u$ (kN)	$V_u/V_{FIB III}$ (kN)	Ruptura Prevista
RSP	425,7	-	-	-	425,7	478,8	1,12	-
CFA	-	705,2	629,4	554,3	554,3	693,7	1,25	OUT
CTA	-	700,1	626,3	524,5	524,5	626,2	1,19	OUT
CCA	-	704,4	628,9	553,4	553,4	598,2	1,08	OUT
CNA	-	690,6	620,4	513,8	513,8	602,6	1,17	OUT

De modo a ilustrar o processo de cálculo realizado, vale a análise dos gráficos abaixo, onde temos as cargas possíveis de ruptura da laje em função de sua rotação, feita para os modelos de cálculo II e III.

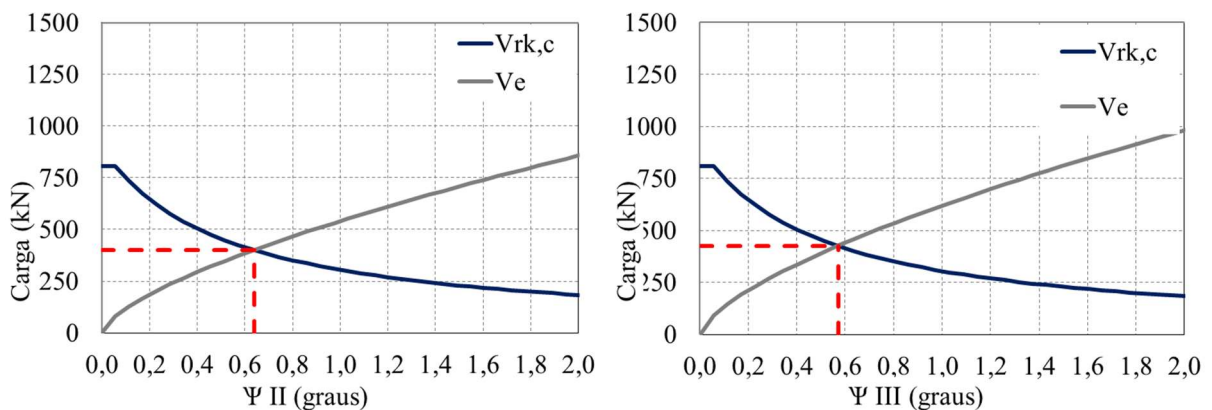


Figura 5.1 – Gráficos de carga *versus* rotação ( $\Psi$ ) das laje RSP para os modelos II e III do *fib* Model Code 2010 (2013)

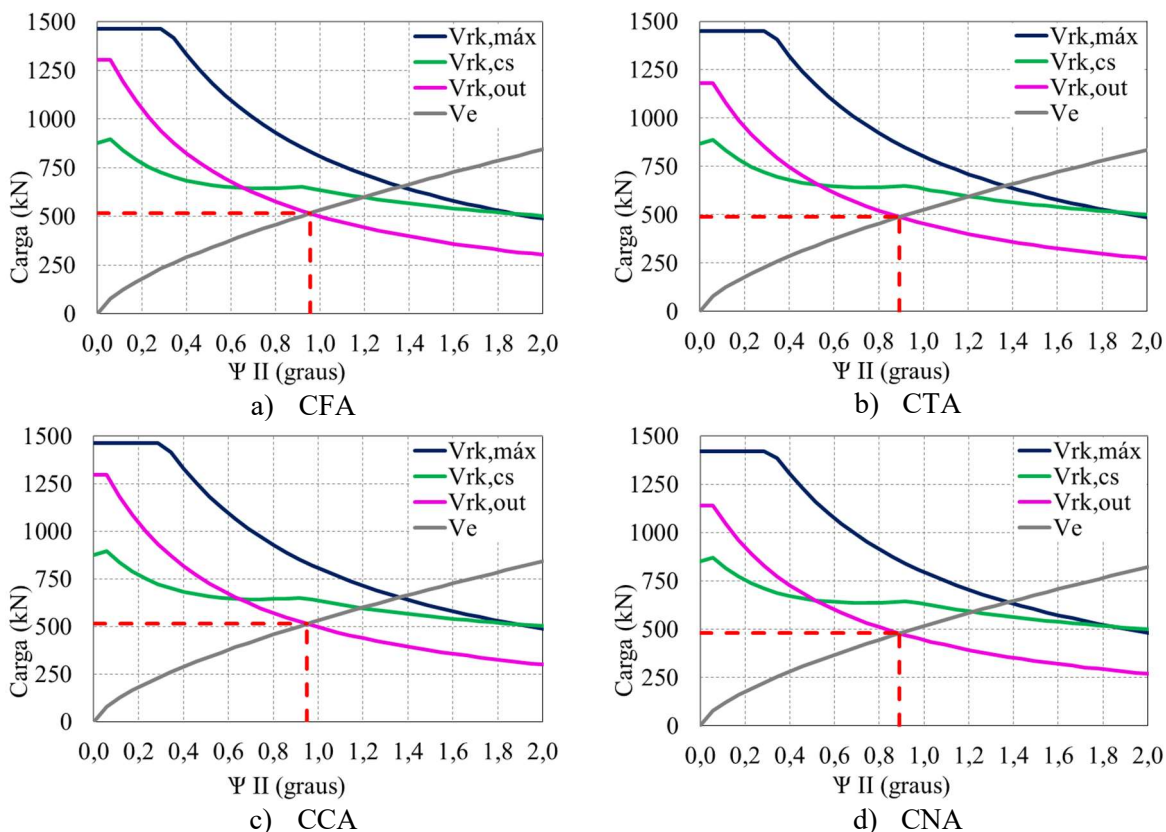


Figura 5.2 – Gráficos de carga *versus* rotação ( $\Psi$ ) das lajes ensaiadas para o modelo II do *fib* Model Code 2010 (2013)

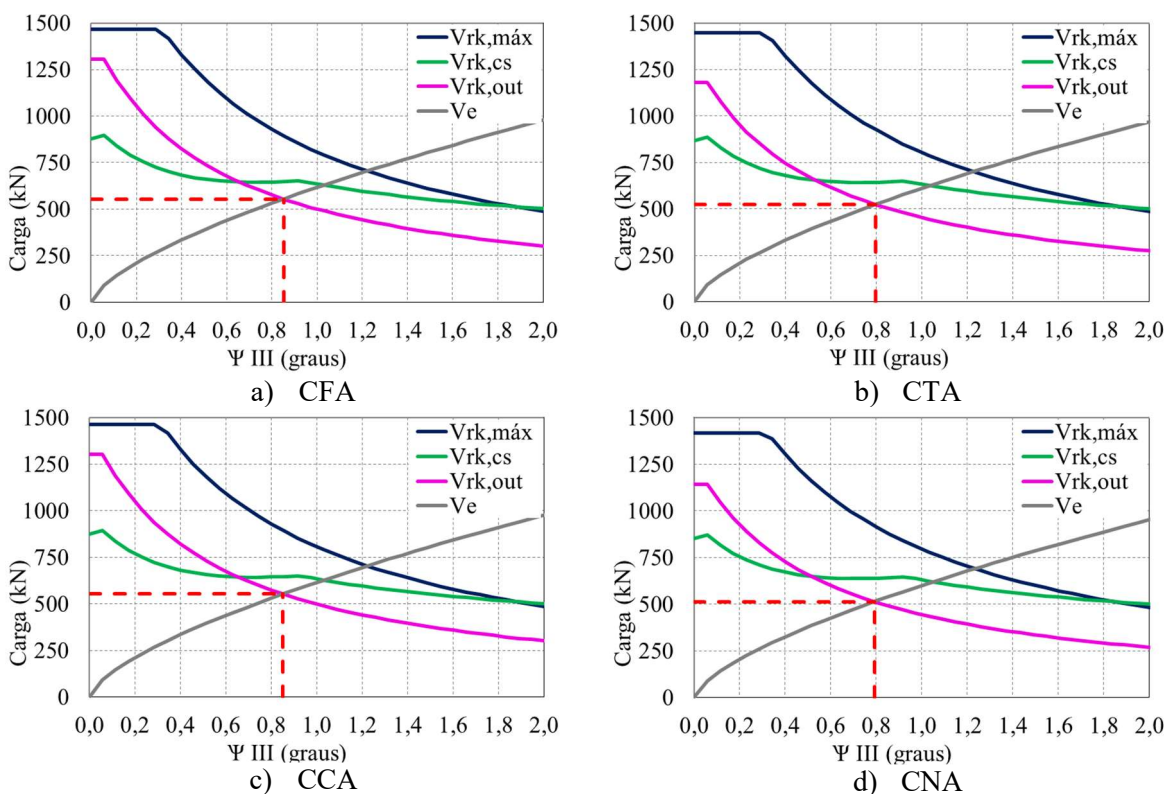


Figura 5.3 – Gráficos de carga *versus* rotação ( $\Psi$ ) das lajes ensaiadas para o modelo III do *fib* Model Code 2010 (2013)

O *fib* Model Code 2010 (2013) é a única norma dentre as normas estudadas neste trabalho que considera, para efeitos da ruptura no perímetro externo, uma altura útil efetiva externa ( $d_{v,out}$ ). Este parâmetro, diferentemente da altura útil normalmente adotada, é dado pela distância entre o centro de gravidade da armadura de flexão tracionada e o limite da armadura de cisalhamento ancorada na face oposta da laje. Portanto, as variações de envolvimento feitas nas lajes ensaiadas proporcionaram diferentes previsões de cargas de ruptura por punção.

Ainda, diferentemente das outras normas, o *fib* MODEL CODE 2010 considera que as camadas da armadura de cisalhamento contribuintes no cálculo da resistência são as que se encontram dentro do espaço entre  $0,35d$  e  $d$ , portanto, para o espaçamento de 7,2cm entre camadas, houveram duas da armadura de cisalhamento que contribuíram no cálculo da resistência à punção.

Por consequência, somando-se os dois fatores expostos anteriormente, a norma prevê ruptura na região externa à armadura de cisalhamento e, devido à uma superfície crítica reduzida pelo  $d_{v,out}$ , as cargas estimadas se mostraram todas abaixo da carga experimental obtida na ruptura das lajes.

## 5.5. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS TEÓRICOS

A partir dos resultados apresentados nas seções 5.1 a 5.4, pode-se avaliar que os resultados se apresentaram bastante divergentes quanto à carga de ruptura das lajes, como pode ser observado na Tabela 5.6. Enquanto a ABNT NBR 6118 (2014) obteve três resultados contra a segurança, todas as outras normas indicaram resultados a favor da segurança para as quatro variações de envolvimento realizadas.

Tabela 5.6 – Razão entre carga última teórica e experimental para as lajes ensaiadas

Lajes	$V_u/V_{NBR}$	$V_u/V_{EURO}$	$V_u/V_{ACI}$	$V_u/V_{FIB II}$	$V_u/V_{FIB III}$
RSP	0,89	0,98	1,00	1,20	1,12
CFA	1,02	1,21	1,45	1,35	1,26
CTA	0,93	1,11	1,32	1,29	1,20
CCA	0,88	1,05	1,25	1,17	1,08
CNA	0,91	1,09	1,30	1,26	1,18

Dentre os resultados analisados, pode-se perceber que o ACI 318 (2019) e o *fib* Model Code 2010 (2013) calculado no modelo II foram os que se mostraram mais conservadores, de modo que o resultado experimental chegou a obter ruptura para uma carga 45% maior do que a prevista.

Porém, analisando-se os resultados obtidos pela ABNT NBR 6118 (2014) é recomendável a utilização do estribo “caranguejo” apenas com o envolvimento das armaduras de flexão superior e inferior, pois foi apenas nesse detalhamento que se obteve resultado a favor da segurança.

Resumidamente, os resultados apresentados na seção anterior, estão ilustrados no gráfico abaixo.

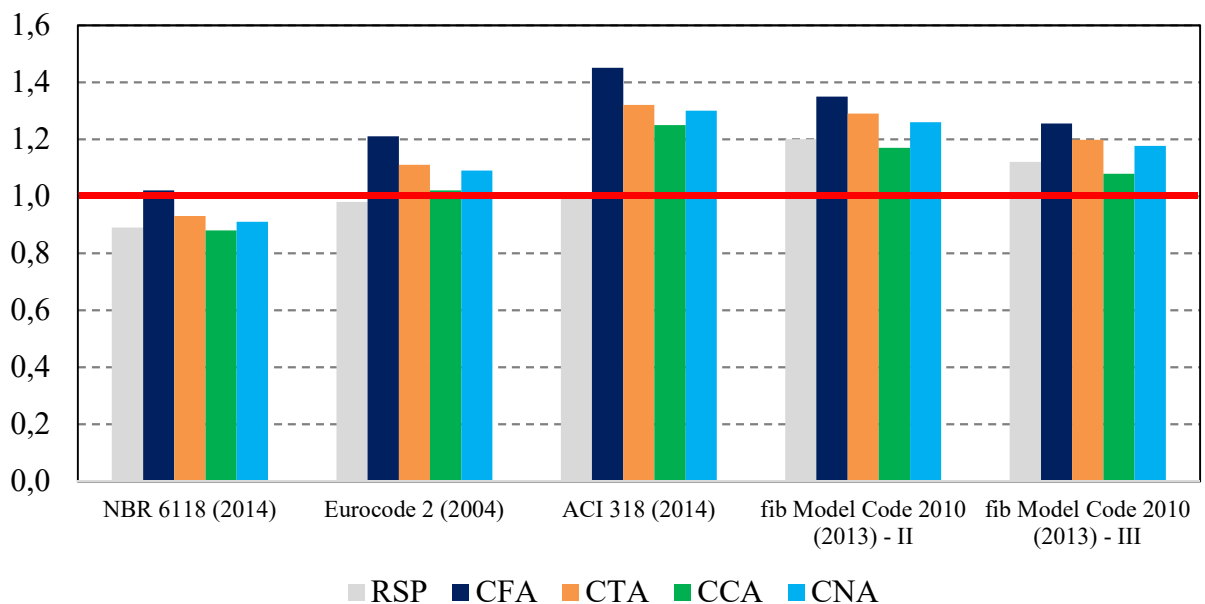


Figura 5.4 – Gráfico com a razão entre carga última teórica e experimental para as lajes ensaiadas



## 6. CONCLUSÕES

Neste trabalho foram experimentados quatro modelos de lajes lisas sob carregamento simétrico, de modo a investigar a eficiência da armadura de cisalhamento do tipo “caranguejo” e as variações de envolvimento das barras longitudinais. Nesse sentido, a instrumentação das armaduras de flexão e cisalhamento e do concreto forneceu dados para se avaliar o comportamento dos modelos na ruptura por punção.

### 6.1. RESULTADOS

Os resultados obtidos apontam que o estribo “caranguejo” foi capaz de aumentar a resistência à punção das lajes independente da variação realizada, pois comparando-se a carga última obtida nos ensaios com a resistência estimada de uma laje RSP verificou-se um acréscimo de 34% para a laje CFA, 21% para a CTA, 16% para a CCA e 17% para a CNA. No entanto, esses resultados também tornam evidente o desempenho superior da laje CFA, onde a armadura de cisalhamento envolveu ambas armaduras de flexão, em relação às demais.

Em relação aos deslocamentos verticais, não foi constatado aumento da rigidez nas lajes ao se acrescentar armadura de cisalhamento em relação à laje RSP. Porém, como seria de se esperar, o acréscimo de armadura de cisalhamento proporcionou maior ductibilidade às lajes ensaiadas, de modo que a laje CFA, por ter atingido maior carga de ruptura, foi a que apresentou os maiores deslocamentos verticais.

Quanto a deformação do concreto, em nenhuma das lajes foi aferida deformação próxima de 3,5‰, sendo os maiores valores obtidos, em média, de 0,54‰ para deformação radial na laje CCA e 1,63‰ para deformação tangencial na laje CTA. Resultados evidenciam não ter ocorrido esmagamento do concreto em nenhuma das lajes.

A armadura de flexão apresentou deformação de escoamento em pelo menos seis barras longitudinais de todas as lajes ensaiadas. Esse resultado evidencia a maior sollicitação da armadura de flexão devido a maior resistência à punção proporcionado pela utilização do estribo “caranguejo” em comparação com a laje de referência RSP, onde houve escoamento de apenas uma barra. E utilizando-se critérios adaptados de Ferreira (2010) para classificação do modo de ruptura, devido ao escoamento de todas as sete barras de flexão instrumentadas, a laje CFA foi a única classificada com flexo-punção.

Corroborando com a carga última experimental e os resultados aferidos pelos extensômetros de flexão, as maiores deformações aferidas nas armaduras de cisalhamento ocorreram na laje CFA, demonstrando melhor desempenho em relação às outras variações devido a uma ancoragem mais eficaz. Vale ressaltar que os estribos atingiram o escoamento próximo a ruptura da laje, com acentuada taxa de deformação entre  $0,8V_u$  e  $1,0V_u$ .

Na comparação com as previsões normativas, percebeu-se que as normas Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2019), *fib* Modelo Code 2010 (2013) apresentaram resultados mais conservadores em relação a ABNT NBR 6118 (2014), de modo que para as três primeiras normas todas as lajes ensaiadas apresentaram resultados a favor da segurança, enquanto para a norma brasileira, apenas a laje CFA apresentou resultado a favor da segurança.

Pelas fissuras representadas nos mapas de fissuração e nos cortes realizados, percebe-se que o tronco de cone formado na ruptura interceptou as armaduras de cisalhamento em todas as lajes ensaiadas, evidenciando uma ruptura por punção no perímetro interno. Porém, das normas analisadas, o ACI 318 (2019) e a ABNT NBR 6118 (2014) fizeram tal previsão enquanto o Eurocode 2 (2004) e o *fib* Model Code 2010 (2014) previram ruptura fora da região armada.

Com os resultados deste experimento é possível concluir que o estribo “caranguejo” foi capaz de aumentar a resistência das lajes à punção e atingir desempenho satisfatório para três das quatro normas analisadas. Porém, a ancoragem dos estribos na laje CFA apresentou desempenho superior em relação às demais, corroborando com as exigências normativas de que as armaduras de cisalhamento devem envolver as armaduras de flexão tracionada e comprimida, garantindo a devida solidariedade entre o concreto e o aço em distribuir as solicitações entre os banzos tracionado e comprimido da laje.

Por fim, apesar dos estribos “caranguejo” das lajes CTA, CNA e CCA terem apresentado cargas de ruptura, em média, 12% menores do que a laje CFA, a praticidade executiva das armaduras pode compensar o acréscimo de resistência inferior a depender da tipologia de projeto e condições da obra. Porém, deve ser feita a ressalva de que são necessários mais ensaios para se obter um banco de dados confiável e de que, a princípio, apenas as normas que obtiveram resultados a favor da segurança poderiam ser utilizadas para o dimensionamento de lajes lisas com armadura de cisalhamento do tipo “caranguejo”.

## 6.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No intuito de investigar com mais profundidade e criar uma base de dados na literatura para que sejam recomendadas prescrições quanto ao uso da armadura de cisalhamento do tipo “caranguejo”, recomenda-se realização de ensaios em lajes com variação dos seguintes parâmetros: (i) aumento da espessura da laje, de modo a proporcionar maior altura útil e maior espaçamento entre camadas da armadura de cisalhamento, além de proporcionar aumento da tensão solicitante nas armaduras de cisalhamento; (ii) aumento de taxa da armadura de cisalhamento, de modo a investigar o acréscimo de resistência proporcionado pelo aumento da área de aço transversal; e (iii) aumentar a taxa da armadura de flexão para verificar o aumento de resistência à flexão da laje, de modo a ocasionar ruptura apenas por punção.

Outra sugestão é a realização de ensaios de punção centrada com o estribo caranguejo envolvendo a armadura de flexão tracionada, porém sem a utilização de barras construtivas nas dobras inferiores do estribo “caranguejo”. Dessa forma, tem-se o intuito de tornar a montagem da laje CTA mais prática e verificar se a falta de contato mecânico com as dobras inferiores do estribo leva à alguma alteração significativa na carga de ruptura da laje.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete**. Farmington Hills, Michigan, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **ACI 421.1R-08: Guide to Shear Reinforcement for Slabs**. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739: Concreto - Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, Brasil, 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto e Estruturas de Concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIACAO BRASILEIRA DE NORMAS TECNICAS. **NBR 6892 - Materiais metálicos – Ensaio de tração à temperatura ambiente**. Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7222: Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2011.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522: Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão**. Rio de Janeiro, 2017.

BRAESTUP, M. W., REGAN, P. E. **Punching Shear in Reinforced Concrete – A State of Art**. Comité Euro – International du Béton. Bulletin D' Information n° 168, 1985. 232 p.

CALDENTEY, A.P., LAVASELLI, P.P., PEIRETTI, H.C., FERNÁNDEZ, F.A.. **Influence of stirrup detailing on punching shear strength of flat slabs**. Engineering Structures, [s.l.],

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990. Design Code**. Thomas Telford. Londres, Inglaterra, 1993.

EUROPEAN STANDARD. **Eurocode 2, Design of Concrete Structures—Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings**, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004.

EUROPEAN STANDARD. **EC2 Commentary**, Commentary Eurocode 2, European Concrete Platform, 168 pp., Brussels, Belgium, 2008.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. **fib Model Code for concrete Structures 2010**. ISBN: 978-3-433-03061-5, October, 2013.

FERREIRA, M., P., **Punção em lajes lisas de concreto armado com armaduras de cisalhamento e momentos desbalanceados**. Tese de doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil, 2010, 275 p.

FERREIRA, M.P., BARROS, R.N.M, PEREIRA FILHO, M.J.M., TAPAJÓS, L.S., QUARESMA, F.S. **One-way shear resistance of RC members with unconnected stirrups**. Latin American Journal of Solids and Structures, [s.l.], v. 13, n. 15, p.2970-2990, dez. 2016

GRAF, O. **Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten**. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 88, Berlin, Alemanha, 1938. 22p.

HEGGER, J; SHERIF, A.G.; KUERES, D.; SIBURG, C. **Efficiency of various punching shear reinforcement systems for flat slabs**. ACI Structural Journal, [s.l.], v. 114, n. 3, p.631-642, may, 2017.

KINNUNEN, S., and NYLANDER, H., **Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement**, Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.

MARTI, P., **Design of Concrete Slabs for Transverse Shear**. ACI Structural Journal, V. 87, No. 2, p. 180-190, mar.- abr., 1990.

MELGES, J. L. P., **Análise Experimental Da Punção Em Lajes De Concreto Armado e Protendido**. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MELO, G. S. S. A., **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure**. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, Londres, Inglaterra, 1990, 214p.

MOE, J. **Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads**. Bulletin D47. Portland Cement Association, 1961.

MUTTONI, A., **Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs Without Transverse Reinforcement**, ACI Structural Journal, vol. 105, No. 4, pp. 440-450, 2008.

PALHARES, R. A., **Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Variação da Ancoragem da Armadura de Cisalhamento**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM - 23A/18 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 156 p., 2018.

REGAN, P. E. **Behaviour of reinforced concrete flat slabs**. Construction Industry Research and Information Association, 1981.

REGAN, P. E. **Symmetric punching of reinforced concrete slabs**. Magazine of Concrete Research, [s.l.], v. 38, n. 136, p.115-128, set. 1986.

REGAN, P. E.; SAMADIAN, F. **Shear reinforcement against punching in reinforced concrete flat slabs**. The Structural Engineer, [s. L.], v. 79, n. 10, p.24-31, maio, 2001.

RICHART, F. E. **Reinforced Concrete Wall and Column Footings**. ACI Journal, Proceedings. v. 45. n. 10. 1948.

RUIZ, M. F., MUTTONI, A. **Performance and Design of Punching Shear Reinforcing**. 3rd fib International Congress, 2010.

SACRAMENTO, P. V. P; FERREIRA, M. P; OLIVEIRA, D. R. C; MELO, G.S.S.A. **Punching strength of reinforced concrete flat slabs without shear reinforcement**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais, [s.l.], v. 5, n. 5, p.659-691, out. 2012.

SANTOS, E. V., **Punção em Lajes Lisas: Métodos de Cálculo, Prescrições Normativas e Exemplos de Aplicação**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM – 11A/18, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 225p., 2018.

SHERIF, A. G.; DILGER, W. H. **Punching Failure of a Full Scale High Strength Concrete Flat Slab**. International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs – Proceedings, TRITA-BKN Bulletin 57, Estocolmo, Suécia, 2000

SOUZA, D.C., **Análise Experimental da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Variação da Ancoragem da Armadura de Punção**. Monografia de Projeto Final em Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 128 p., 2018.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento Tipo “Stud” Interno e Tipo Estribo Inclinado**. Dissertação de mestrado, Publicação 001A /2001, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 2001. 165p.

TRAUTWEIN, L. M. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica**. 2006. 350 f. Tese de Doutorado- Curso de Engenharia, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

TRAUTWEIN, L.M., BITTENCOURT, T.N., GOMES, R.B., BELLA, J.C.D. (2011). **Punching Strength of Flat Slabs with Unbraced Shear Reinforcement**. ACI Structural Journal, Vol. 108, No. 2, pp. 197-205.

VANDERBILT, M. D. **Shear Strength of Continuous Plates**. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE. v. 98. n. ST5. 1972.

YAMADA, T.; NANNI, A.; ENDO, K. **Punching Shear Resistance of Flat Slabs: Influence of Reinforcement Type and Ratio**. ACI Structural Journal, [s.l], v. 88, n. 4, p.555-563, ago, 1992.