

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
INSTITUTO DE FÍSICA

CAIO VALADARES DE PAIVA

**ANÁLISE DA ASSINATURA FÍSICA NO PONTO DE
IMPACTO E DA ÁREA DE DISPERSÃO DE
ESTILHAÇOS EM SITUAÇÃO DE RICOCHETE:
INVESTIGAÇÃO DA RELAÇÃO COM O ÂNGULO DE
INCIDÊNCIA EM PROJÉTEIS DE ARMAS DE FOGO**

BRASÍLIA

15 DE DEZEMBRO DE 2023

Caio Valadares de Paiva

**ANÁLISE DA ASSINATURA FÍSICA NO PONTO DE
IMPACTO E DA ÁREA DE DISPERSÃO DE
ESTILHAÇOS EM SITUAÇÃO DE RICOCHETE:
INVESTIGAÇÃO DA RELAÇÃO COM O ÂNGULO DE
INCIDÊNCIA EM PROJÉTEIS DE ARMAS DE FOGO**

Monografia apresentada ao Instituto de Física da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Paulo Eduardo Narcizo de Souza

Coorientador: Charles Albert Andrade

Universidade de Brasília – UnB

Instituto de Física

Brasília

15 de dezembro de 2023

Caio Valadares de Paiva

ANÁLISE DA ASSINATURA FÍSICA NO PONTO DE IMPACTO E DA
ÁREA DE DISPERSÃO DE ESTILHAÇOS EM SITUAÇÃO DE RICOCHETE:
INVESTIGAÇÃO DA RELAÇÃO COM O ÂNGULO DE INCIDÊNCIA EM
PROJÉTEIS DE ARMAS DE FOGO/ Caio Valadares de Paiva. – Brasília, 15
de dezembro de 2023-

86 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Paulo Eduardo Narcizo de Souza

Coorientador: Charles Albert Andrade

Monografia – Universidade de Brasília – UnB

Instituto de Física, 15 de dezembro de 2023.

1. Balística. 2. Física. I. Orientador. II. Universidade de Brasília. III. Instituto
de Física. IV. Título

CDU 02:141:005.7

Caio Valadares de Paiva

**ANÁLISE DA ASSINATURA FÍSICA NO PONTO DE
IMPACTO E DA ÁREA DE DISPERSÃO DE
ESTILHAÇOS EM SITUAÇÃO DE RICOCHETE:
INVESTIGAÇÃO DA RELAÇÃO COM O ÂNGULO DE
INCIDÊNCIA EM PROJÉTEIS DE ARMAS DE FOGO**

Monografia apresentada ao Instituto de Física da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Bacharel em Física.

Trabalho aprovado. Brasília, 15 de dezembro de 2023:

Paulo Eduardo Narcizo de Souza
Orientador

Charles Albert Andrade
Coorientador

Letícia Gonçalves Nunes Coelho
Convidada

Pedro Augusto Matos Rodrigues
Convidado

Brasília
15 de dezembro de 2023

Dedico este trabalho à inesgotável busca pela verdade e ao poder transformador do conhecimento. À ciência, que ilumina os caminhos da descoberta. Que este trabalho contribua, mesmo que modestamente, para o avanço do saber e para o bem da humanidade. Agradeço à ciência por ser a luz que guia minha jornada acadêmica.

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todas as pessoas que contribuíram para este trabalho. Em particular e não em ordenamento de importância, agradeço:

- À minha família pela oportunidade que me deram de ter sempre as melhores condições de estudo, proporcionando direta e totalmente a oportunidade de fazer parte da ciência;
- Ao meu namorado Erik que esteve comigo durante toda essa jornada e me apoiou durante todo esse tempo e em todos os sentidos;
- Ao meu orientador Paulo Souza por ter aceitado trabalhar neste problema de pesquisa e por toda a excelente e atenciosa orientação durante os últimos 7 meses em que estivemos trabalhando juntos;
- Ao meu coorientador perito criminal Charles Albert Andrade que muito atenciosamente e dedicadamente me guiou durante os últimos meses nessa área fascinante e outrora totalmente desconhecida por mim;
- Ao agente de polícia Luiz Gaspar Ribas Mariz que foi fundamental para que conseguíssemos os equipamentos necessários para montar o aparato experimental e executá-lo;
- Ao perito criminal Thiago Borduqui por ter inicialmente me apresentado ao campo da Balística Forense;
- À professora Letícia Gonçalves Nunes Coelho e ao professor Pedro Augusto Matos Rodrigues pela atenta correção deste trabalho;
- Ao agente de polícia João Henrique Viriato Nascimento pelo apoio durante toda a coleta de dados;
- Ao meu supervisor de estágio Demetrius dos Santos Leão pela compreensão e viabilização da minha participação neste trabalho;
- Aos meus queridos amigos de curso Vinícius Cerqueira, Aimê Gomes, Marcos de Paula, Polar Amora, Mayara Mattos e Victor Gurgel pelas amizades que tornaram minha passada pelo curso e a execução deste trabalho muito melhores;
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro concedido à execução do trabalho;

- À Direção do Instituto de Física da Universidade de Brasília que sempre solicitamente me apoiou nos projetos que me propus a fazer dentro do curso.

Por fim, agradeço coletivamente a todos os membros do Laboratório de Criminalística da Polícia Civil do Distrito Federal e a todos aqueles que indiretamente fizeram este trabalho ser possível.

*O que sabemos é uma gota;
o que ignoramos é um oceano. (Isaac Newton)*

Resumo

No presente estudo, investigou-se a relação entre o ângulo de incidência dos projéteis na superfície de impacto e a excentricidade da elipse deixada como marca no ponto de ricochete em uma placa de aço balístico AR 550. Além disso, estudou-se a área média ocupada pelos estilhaços projetados em uma superfície-testemunha após o impacto contra o aço balístico. Ademais, foi investigado também o tamanho da área de dispersão de estilhaços projetados em superfície após o impacto contra o alvo. Foram tomadas variáveis independentes como: a velocidade de impacto, a superfície de impacto e o ângulo de incidência dos projéteis. Para essa finalidade, criou-se um aparato experimental que se consistiu de uma área para investigação da marca deixada por um projétil expelido por arma de fogo num ponto de ricochete e outra para investigação do padrão de estilhaços deixados pelo projétil ao impactar aquela superfície. Diante disso, observou-se, por métodos estatísticos, uma correlação linear e decrescente entre a excentricidade das elipses no plano de impacto e os ângulos de incidência na superfície. Além disso, obteve-se uma relação exponencial entre a área média dos fragmentos e os ângulos de incidência. Ademais, vê-se, uma relação hiperbólica entre o tamanho da área de dispersão dos estilhaços e os ângulos de incidência.

Palavras-chaves: Física experimental; Balística terminal, Ricochete

Abstract

In the present study, the relationship between the angle of incidence of projectiles on the impact surface and the eccentricity of the ellipse left as a mark at the ricochet point on an AR 550 ballistic steel plate was investigated. Additionally, the average area occupied by the projected fragments on a witness surface after impact against the ballistic steel was studied. Furthermore, the size of the fragment dispersion area projected onto a surface after impact against the target was also investigated. Independent variables such as impact velocity, impact surface, and projectile angle of incidence were taken into account. For this purpose, an experimental apparatus was created, consisting of an area for investigating the mark left by a firearm-propelled projectile at a ricochet point and another for investigating the pattern of fragments left by the projectile upon impacting that surface. Consequently, a linear and decreasing correlation between the eccentricity of the ellipses in the impact plane and the angles of incidence on the surface was observed through statistical methods. Furthermore, an exponential relationship between the average area of the fragments and the angles of incidence was obtained. Additionally, a hyperbolic relationship between the size of the fragment dispersion area and the angles of incidence is evident.

Key-words: Experimental Physics, Terminal Ballistics, Ricochet

Lista de ilustrações

Figura 1 – Esquema de Ricochete de Projétil	31
Figura 2 – Componentes de um cartucho	33
Figura 3 – Diferentes pontas de projéteis. Fonte: Google Imagens.	34
Figura 4 – Marcas deixadas por projéteis Gold EXPO incididos de 10° até 70° com relação ao plano de impacto. Fonte: Acervo próprio.	36
Figura 5 – Alvo de 21 cm de diâmetro e 1 cm de espessura confeccionado em placa circular de aço balístico AR550 pintado em branco e fixado no suporte. Fonte: acervo próprio.	37
Figura 6 – Obtenção de ângulo de incidência	38
Figura 7 – Cronógrafo utilizado	39
Figura 8 – Esquema gráfico do aparato experimental utilizado. Fonte: criação própria.	39
Figura 9 – Cartuchos utilizados no experimento	41
Figura 10 – Imagem-exemplo da primeira tomada de dados para a munição Gold EXPO, a 10° de ângulo de incidência.	44
Figura 11 – Comparação entre as imagens do alvo antes e após a conversão para 8 bits.	45
Figura 12 – Sequência de processos de tratamento das imagens, em sucessão de eventos da esquerda para a direita.	46
Figura 13 – Esquema de uma elipse	47
Figura 14 – Gráficos que mostram a relação entre excentricidade e ângulo de incidência, em graus, para os quatro cartuchos utilizados.	49
Figura 15 – Curvas reunidas	49
Figura 16 – Sequência de processos de tratamento das imagens dos papéis-testemunha, em sucessão de eventos da esquerda para a direita.	51
Figura 17 – Gráficos que mostram a relação entre área média dos estilhaços $A_{média}$ em função do seno ao quadrado dos ângulos de incidência ϕ	54
Figura 18 – Curvas reunidas	54
Figura 19 – Reunião de 16 histogramas, obtidos para cada cartucho e para cada ângulo de incidência. Análise da área média de estilhaços $A_{média}$	55
Figura 20 – Gráficos que mostram a relação entre distância média entre extremos e o ângulo de incidência para os cartuchos analisados.	57
Figura 21 – Curvas reunidas	57
Figura 22 – Reunião de 16 histogramas, obtidos para cada cartucho e para cada ângulo de incidência. Análise das posições verticais y dos fragmentos.	58

Figura 23 – Visões traseira e dianteira da modelagem 3D do coletor de estilhaços. Fonte: criação própria.	72
Figura 24 – Coletor de estilhaços fabricado	73

Lista de tabelas

Tabela 1 – Três tomadas de velocidades de saída do cano para os cartuchos Gold EXPO, Bonded EXPO, CXPO e ETOG. Na última linha, estão dispostos os valores experimentais, cujos cálculos estão explicitados adiante.	43
Tabela 2 – Reunião de dados utilizados para construção dos gráficos dispostos na Figura 14.	48
Tabela 3 – Reunião de dados utilizados para construção dos gráficos dispostos nas Figuras 17 e 20	53
Tabela 4 – Parâmetros obtidos para as curvas de regressão utilizadas nos gráficos das Figuras 17 e 20.	53
Tabela 5 – Informações técnicas sobre os 4 cartuchos utilizados no experimento . .	75

Lista de abreviaturas e siglas

IF	Instituto de Física
UnB	Universidade de Brasília
PCDF	Polícia Civil do Distrito Federal
LBF	Laboratório de Balística Forense
IC	Instituto de Criminalística
ETOG	Cartucho Encamisado Total Ogival
CXPO	Cartucho Monobloco de Cobre
Gold EXPO	Cartucho Expansivo Ponta Oca com camisa não soldada ao núcleo
Bonded EXPO	Cartucho Expansivo Ponta Oca com camisa quimicamente soldada ao núcleo

Lista de símbolos

ϕ	Ângulo de incidência azimutal com relação à superfície de impacto ($\phi = 90^\circ$ é perpendicular à superfície);
θ	Ângulo de incidência Polar com relação à superfície de impacto ($\theta = 0^\circ$ é paralelo à superfície);
e	Excentricidade da elipse;
σ	Desvio Padrão;
δ	Erro instrumental;
$V_{média}$	Velocidade média do cartucho;
a	Eixo maior da elipse;
b	Eixo menor da elipse;
c	Distância focal da elipse ¹ ;
ΔA	Erro absoluto de uma grandeza arbitrária A ;
px	Pixels;
px ²	Pixels quadrados;
°	Graus;
gr	Grain (unidade de massa de cartuchos);
a	Coefficiente de curva de regressão;
b	Coefficiente de curva de regressão;
c	Coefficiente de curva de regressão;
R	Coefficiente de correlação.

¹ Haverá uma troca de variáveis no decorrer do trabalho. *A priori*, a , b e c referem-se aos parâmetros da elipse, mas, *a posteriori*, a , b e c referir-se-ão aos coeficientes das curvas de regressão utilizadas. Tal momento de troca está devidamente sinalizado em nota de rodapé na página 47.

Sumário

1	OBJETIVOS	25
2	JUSTIFICATIVA	27
3	INTRODUÇÃO	29
3.1	Ciências Forenses	29
3.2	Balística Forense	29
3.3	Ricochetes	30
3.3.1	Ângulos de Incidência	30
3.3.2	Velocidade do Projétil	31
3.3.3	Superfícies de Contato	32
3.4	Anatomia das Munições	32
3.5	Tipos de projéteis	33
3.5.1	Geometria	33
3.5.2	Material	34
3.5.3	Comportamento	35
3.6	Marca do Impacto	35
4	METODOLOGIA	37
4.1	Procedimentos Preliminares	37
4.2	Coleta de Dados	39
4.2.1	Protocolo	39
4.2.2	Condições do Experimento	40
5	DADOS EXPERIMENTAIS	43
6	ANÁLISE DOS DADOS	45
6.1	Alvo	45
6.1.1	Discussão	50
6.2	Papel-Testemunha	51
6.2.1	Áreas Médias dos Fragmentos	54
6.2.1.1	Discussão	55
6.2.2	Distância Vertical entre Fragmentos Extremos	57
6.2.2.1	Discussão	58
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61

8	PERSPECTIVAS FUTURAS	63
	REFERÊNCIAS	65
	APÊNDICES	69
	APÊNDICE A – CRIAÇÃO DE COLETOR DE ESTILHAÇOS	71
	APÊNDICE B – INFORMAÇÕES TÉCNICAS DOS CARTUCHOS	75
	APÊNDICE C – PROGRAMAS UTILIZADOS PARA TRATAMENTO DOS DADOS	77
C.1	Papel Testemunha	77
C.2	Alvo Balístico	83

1 Objetivos

Os objetivos que norteiam este trabalho são:

- Investigar a relação entre a assinatura física deixada pelos projéteis de armas de fogo no ponto de ricocheteio e o ângulo de incidência deles com relação ao plano de impacto;
- Investigar a relação entre a dispersão dos estilhaços após o ricochete e o ângulo de incidência;
- Obter modelos matemáticos que correlacionem estas grandezas;
- Criar um banco de dados que relacione a excentricidade das elipses deixada como marca no plano de impacto a diferentes cartuchos e a diferentes ângulos de incidência;
- Confeccionar aparato experimental seguro que oportunize o estudo de ricochete.

2 Justificativa

A investigação forense em casos envolvendo armas de fogo é de extrema importância para a resolução de crimes e para a obtenção de evidências sólidas em processos judiciais. Muitas vezes, a perícia criminal se depara com casos em que houve o ricochete de projéteis em superfície e urge que haja métodos válidos para se estudar tal fenômeno. Para esses casos, é um desafio para a perícia identificar os seguintes parâmetros: ângulo de incidência, velocidade do projétil, ângulo de reflexão, dentre outros parâmetros que possuem alta sensibilidade com relação ao calibre, ao tipo de munição, às condições climáticas, etc.

Infelizmente, há poucas informações sobre o caminho do projétil quando um único ponto de impacto está presente na cena do tiroteio (LISCIO; IMRAN, 2020). Dessa maneira, a compreensão da relação entre a assinatura física deixada pelos projéteis no ponto de impacto e o ângulo de incidência pode fornecer insights valiosos para os peritos criminais.

São muitas as manchetes jornalísticas que trazem incidentes e acidentes ocorridos devido ao mal uso de armas de fogo, resultando em ferimentos por ricochete (TIMES, 2017), (METRÓPOLES, 2023), (CNN, 2015). Dessa maneira, este trabalho visa preencher uma lacuna na área de Balística Forense, fornecendo aos profissionais desta área ferramentas e referenciais em que possam se embasar para se investigar casos em que houve ricochete de projéteis.

3 Introdução

3.1 Ciências Forenses

As ciências forenses são um conjunto de conhecimentos e técnicas que são aplicadas ao contexto da resolução de crimes e da administração da justiça. Seu nome deriva do Latim *forensis*, que significa aquilo que é relativo ao fórum, ao debate, à discussão. As ciências forenses são utilizadas em todo o mundo para resolver disputas civis, para fazer cumprir de forma justa as leis criminais e os regulamentos governamentais e para proteger a saúde pública (SCIENCES, 2019). Aos seus subcampos pertencem várias áreas das ciências, tais como Física, Química, Biologia, Antropologia Ciências da Computação, dentre outras. A Física, em específico, se faz presente em estudos como:

- **Reconstrução de sinistros de trânsito:** é usada para analisar acidentes de trânsito. Isso envolve a aplicação de princípios da cinemática e da dinâmica dos veículos para determinar a velocidade dos veículos envolvidos, o ponto de impacto, as causas dos acidentes, etc.;
- **Análise de Incêndios:** nesse caso, os investigadores usam princípios da termodinâmica para determinar a origem e a causa de incêndios. Isso inclui a análise de padrões de queima, propagação do fogo e danos causados pelo calor. **Documentoscopia:** Embora não seja estritamente uma área da física, a análise de impressões digitais e documentos está inserida na papiloscopia e envolve a aplicação de princípios científicos, incluindo a física óptica, para retirar impressões digitais, escrita, tinta e papel em documentos, bem como para detectar fraudes.
- **Balística Forense:** A balística forense envolve a aplicação de princípios da física para analisar o comportamento das munições, projéteis e armas de fogo. Nesse estudo, é possível determinar a trajetória de projéteis quando submetidos a diferentes forças, investigar como se dá a dinâmica da munição quando ainda dentro da arma, determinar ângulos de incidência de projéteis em diferentes superfícies, entre outras aplicações.

3.2 Balística Forense

É nessa área que está localizado o trabalho em tela. A Balística forense consiste no estudo das armas de fogo, das munições e das superfícies de impacto no contexto da

criminalística. Esta ciência pode ser dividida em três subáreas: a interna, a externa e a terminal. (VIDAL, 2006), (MARIZ, 2022)

A **balística interna** envolve o estudo dos mecanismos internos das armas bem como o comportamento dos cartuchos desde momentos antes de ocorrer o disparo até a saída total do projétil pelo cano da arma. Nessa fase, os principais fatores analisados incluem a pressão gerada pela explosão da espoleta e pela combustão da pólvora, a trajetória dentro do cano, a interação com o raiamento da arma, entre outros.

A **balística externa** estuda as interações que os projéteis sofrem desde a saída do cano até o impacto contra o alvo. Em geral, estão inclusas análises sobre trajetória do projétil, a influência do vento, a resistência do ar, a gravidade, a força de Coriolis, o Efeito Magnus e outras forças externas que afetam o movimento.

A **balística terminal** refere-se ao comportamento do projétil quando ele atinge o alvo, como um corpo humano, um animal ou objeto inanimado. Nessa fase, são estudados os efeitos do projétil no alvo, incluindo a penetração, a expansão, a fragmentação e os danos ou lesões causados. É nesta área que está localizado o estudo sobre ricochetes.

3.3 Ricochetes

Os ricochetes são compreendidos como aqueles impactos que envolvem um rebote, uma reflexão do projétil após ter atingido uma superfície (MAJID; BIRCH; JAIS, 2007). Após o ricochete o projétil sofre avarias, podendo permanecer mais ou menos íntegro, ou mesmo se fragmentar completamente, a depender da resistência da superfície de impacto e do ângulo de incidência na superfície. São muitos os fatores que influem na possibilidade de um projétil ricochetear ou não. Dentre eles, podem ser citados (ZUKAS; GASKILL, 1996): ângulos de incidência, velocidade do projétil e material das superfícies de contato.

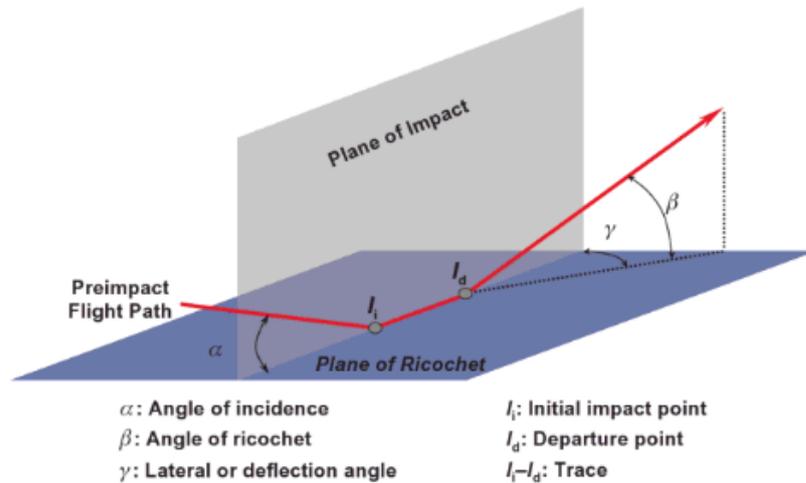
3.3.1 Ângulos de Incidência

São simplesmente os ângulos que os projéteis formam ao atingir um plano de impacto (ângulos polar e azimutal) (LISCIO; IMRAN, 2020). É possível visualizar esses dois ao se observar a Figura 1. Supondo-se uma superfície de impacto homogênea em todas as direções, o ângulo azimutal ϕ , que seria aquele advindo do ângulo entre a projeção do vetor trajetória do projétil no chamado plano de ricochete e o plano de impacto é indiferente quanto à perda de energia mecânica no impacto e à probabilidade de ricochete¹. Contudo, mantendo-se constantes a velocidade e a superfície de impacto, quanto mais ortogonalmente o projétil incide na superfície ($\alpha \approx 90^\circ$), maior é o trabalho que a superfície exerce

¹ Uma vez que o único ângulo determinístico do ricochete é aquela formado entre a trajetória do projétil e o plano de impacto, daqui em diante, neste trabalho, este ângulo será o único denominado de ângulo de incidência (no caso da Figura 1, trata-se do ângulo α).

sobre ele para pará-lo. Por consequência, menores são a velocidade e a probabilidade de ricochete. Por outro lado, quanto mais raso é o ângulo de incidência ($\alpha \approx 0^\circ$), menor é a perda de energia mecânica e maiores são a velocidade e a probabilidade de ricochete (HAAG; HAAG, 2020).

Figura 1 – Esquema de Ricochete de Projétil



Esquema de ricochete de projétil em plano de impacto. O projétil incide na superfície pelo ângulo de incidência α (formado entre a trajetória do projétil e o plano de impacto), percorre um caminho de I_I até I_d , onde é ricocheteado por um ângulo de reflexão β e por uma deflexão azimutal γ . Fonte: Retirado do livro (HAAG; HAAG, 2020).

Além disso, tal como ocorre na óptica clássica, em que a luz possui um ângulo de incidência limite abaixo do qual é totalmente refletida (NUSSENZVEIG, 2018), na balística também ocorre algo semelhante: o projétil somente ricocheteia quando incide abaixo de um determinado **ângulo de incidência limite** β (HAAG; HAAG, 2020), i.e, $\alpha < \beta$. Para esses ângulos, o projétil é refletido tangencialmente à superfície, com o mínimo de perda de energia mecânica. Entretanto, ao contrário do que ocorre no contexto das ondas eletromagnéticas, a trajetória de um projétil ricocheteado, em geral, não ocorre no mesmo plano que contém o ângulo de incidência. Na verdade, ele sofre uma deflexão azimutal, como pode ser visualizado na Figura 1.

3.3.2 Velocidade do Projétil

Trata-se da velocidade atingida pelo projétil instantes antes de ocorrer o impacto. É observado, mantendo-se tudo o mais constante, que maiores velocidades de impacto ocasionam maiores probabilidades de ricochete, o que é razoável, já que, quanto maior é a energia cinética antes do impacto, maior é a energia armazenada de deformação no

momento da colisão. Essa energia armazenada pode, então, ser convertida em energia cinética novamente, momento esse em que ocorre o ricochete (JAUHARI, 1971).

3.3.3 Superfícies de Contato

O formato do projétil, sua resistência, a localização do seu centro de gravidade e a resistência da superfície de impacto também influem substancialmente na probabilidade de ricochete. Superfícies feitas de materiais muito resistentes, i.e, que são pouco penetráveis, tendem a provocar um ângulo de ricochete mais elevado comparadamente com superfícies de impacto menos resistentes. Assim, a presença ou a ausência de deformações na superfície (crateras, fissuras, etc.) pode fornecer uma ótima pista a respeito de onde se encontra o projétil (HAAG; HAAG, 2020).

Além disso, o projétil, após experimentar o ricochete, pode sofrer uma deflexão lateral, saindo, assim, do plano que contém o ângulo de incidência. É observado que superfícies macias tendem a aumentar essa deflexão, ao contrário do que ocorre com superfícies mais resistentes. Ademais, o formato do projétil possui grande relação com a probabilidade de ricochete. Mantidas as outras condições constantes, projéteis ogivais possuem maior probabilidade de ricochete que projéteis de ponta plana (BURKE; ROWE, 1992).

Para o estudo de ricochete, é estratégico tomar-se uma superfície de impacto dura e resistente o suficiente de tal maneira que toda a energia cinética do projétil antes do contato seja revertida em energia cinética e de deformação do próprio projétil após o impacto, minimizando, assim, a transferência de energia para a superfície. No mercado, existem várias opções de aço balístico, que são peças fabricadas em ligas metálicas que favorecem as características de alta dureza e alta resistência. Suas aplicações estão presentes em alvos em estandes de tiro (para que o atirador possa ouvir o barulho do impacto e fazer estimativas de distância, entre outros motivos), em peças de usinagem, que não podem se deformar, em placas de proteção balística para carros, etc. Atualmente, o AR550 — que é uma liga que, além de ferro, predomina silício e carbono — é um dos mais utilizados nesta indústria.

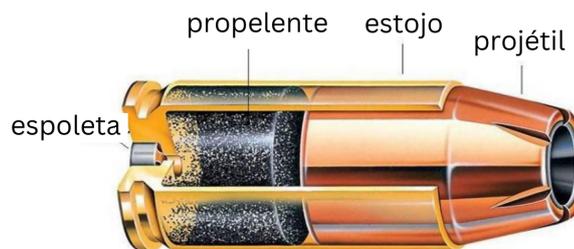
3.4 Anatomia das Munições

As unidades de munição são compostas por diversos elementos que desempenham diferentes funções (ABDEL-KARIM, 2017):

- **Espoleta:** é o dispositivo explosivo responsável pelo início da queima do propelente. É feito de um metal que possui um composto químico, que, quando submetido a uma pressão de impacto, libera muita energia em forma de calor;

- **Propelente:** é o combustível responsável por dar início ao movimento do projétil. Ao receber o calor proveniente da detonação da espoleta, expande-se rápida e violentamente para acelerar o projétil. Nos cartuchos modernos, utiliza-se pólvora sem fumaça, por possuir KNO_3 , que é um componente que promove uma alta deflagração. A quantidade desse componente é um dos fatores responsáveis pela velocidade de saída do projétil do cano;
- **Estojo:** É o material que envolve o conjunto espoleta, propelente e base do projétil. Em geral são feitos de metais e de ligas metálicas como latão, alumínio e aço. Também podem ser plásticos ou de papel, se forem cartuchos de espingardas;
- **Projétil:** é o componente que é efetivamente "lançado" a partir do cano da arma. Pode possuir diversas formas geométricas e funções, a depender da aplicação.

Figura 2 – Componentes de um cartucho



Fonte: Quora, 2020

3.5 Tipos de projéteis

Os projéteis podem ser classificados quanto ao seu material, quanto à sua geometria, quanto ao seu material e quanto ao seu comportamento.

3.5.1 Geometria

Dentre as várias geometrias de projéteis disponíveis no mercado, podem ser elencadas quatro principais (TRIBUNAL, 2012):

- **Ponta oca:** São projéteis que apresentam uma concavidade na extremidade do projétil destinada a impactar o alvo. Pela sua geometria, tratam-se de projéteis que possuem baixa velocidade de saída do cano, ao se comparar com os projéteis ogivais. Por conta dessa característica, são destinados a se expandir após sofrer impacto, diminuindo ao máximo as chances de transfixar o alvo. Exemplo na Figura 3b;

- **Ogival:** Possuem um formato elipsoide que favorece a aerodinâmica. São os mais utilizados para fins gerais. Pelo formato, apresentam boa penetração e pouca expansão. Exemplo na Figura 3c;
- **Ponta plana:** Possuem o corpo em formato de cone e a ponta achatada. São muito utilizados no tiro prático por provocar menor número de “engasgos” com a pistola. Exemplo na Figura 3a;
- **Pontiagudo:** Possuem a ponta em formato de cone estreito. São principalmente utilizados em rifles. Pelo seu formato extremamente aerodinâmico, podem atingir velocidades supersônicas sem perder eficiência balística. Exemplo na Figura 3d;



Figura 3 – Diferentes pontas de projéteis. Fonte: Google Imagens.

3.5.2 Material

Os projéteis podem ser fabricados em diferentes materiais, a depender da aplicação. Em geral, a maioria dos projéteis é fabricada com um núcleo de chumbo ou cobre puro, podendo ser revestidos ou não.

Os projéteis geralmente são revestidos por ligas metálicas, tais como: cobre e níquel; cobre, níquel e zinco; cobre e zinco; cobre, zinco e estanho ou aço, entre outras (TRIBUNAL, 2012). A razão do revestimento se dá pelo deslizamento do projétil no interior dos canos. Munições sem revestimento produzem um maior atrito dentro do cano das armas, o que, evidentemente, ocasiona perda de energia cinética e, portanto, reduz a velocidade de saída do cano, o que impacta diretamente no alcance (NUSSENZVEIG, 2013) e na precisão dos tiros. Apesar disso, projéteis em chumbo ou em cobre puro tendem a ser mais baratos e muito utilizados, muito embora seu uso tenha um efeito prejudicial para os canos das armas de fogo, devido à maior deposição de resíduos.

3.5.3 Comportamento

Os projéteis podem apresentar características específicas que favorecem a utilização em determinados contextos. Dentre algumas, pode-se citar duas principais:

- **Penetrantes:** são projéteis projetados para penetrar materiais duros ou muito duros. São chamados de *Hard Core Bullets* e são fabricados em aço endurecido ou Tungstênio. (FERNANDES, 2019)
- **Expansivos:** apresentam riscos em sua base que, em contato com a superfície de impacto, provocam a completa abertura do projétil, em formato de flor. Devido a isso, provocam um dano grande ao alvo, sendo principalmente utilizados, assim como os explosivos, para provocar a completa paralisação do alvo. (AGP, 2023)

3.6 Marca do Impacto

Quando impactados em alguma superfície, os projéteis deixam marcas geométricas características que indicam, dentre outros parâmetros a trajetória seguida pelo projétil após o impacto (ricochete) ou a trajetória de seus estilhaços. Em geral, os projéteis deixam marcas em formatos de elipse, podendo essas ter excentricidades altas ou baixas, a depender de dois parâmetros principais: o ângulo polar de incidência e a velocidade de impacto na superfície. (JOHNSON; SENGUPTA; GHOSH, 1982)

Ao se tomar a definição de ângulo de incidência exposta pela Figura 1, é observado que, para ângulos pequenos, o projétil deixa na superfície de impacto elipses de alta excentricidade, i.e, tomando e como a excentricidade, $e \approx 1$. Entretanto, incrementando-se o ângulo de incidência em torno do vetor normal da superfície, observa-se que o projétil deixa elipses de baixa excentricidade, assemelhando-se a círculos, i.e, $e \approx 0$.

Esses formatos estão diretamente associados à trajetória do projétil pós-impacto. Para ângulos baixos, existe uma componente horizontal de velocidade de ricochete que é diferente de zero, o que faz que o projétil se "arraste" pela superfície. Por outro lado, para ângulos próximos à normal da superfície, o ricochete é mais improvável, o que faz que, no momento do impacto, o projétil se "amasse" completamente. Para fins de ilustração, pode-se visualizar as marcas deixadas por projéteis na Figura 4.

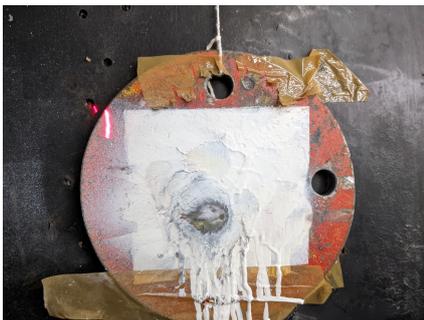
É observável nessas marcas que todas apresentam vestígios de espalhamento de fragmentos 2 que podem ser visualizados a partir dos "raios" que saem da região de onde o projétil impactou por completo. Evidentemente, quanto maior é o ângulo de incidência (mais perpendicularmente à superfície), maior é a probabilidade de os fragmentos se projetarem em mais direções.



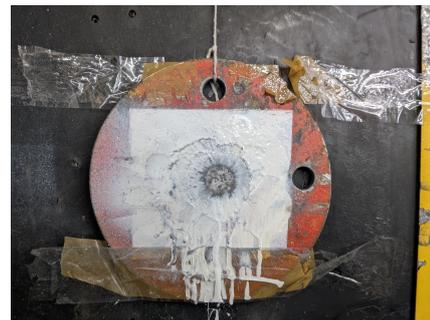
(a) Marca deixada por projétil a 10° de incidência



(b) Marca deixada por projétil a 30° de incidência



(c) Marca deixada por projétil a 50° de incidência



(d) Marca deixada por projétil a 70° de incidência

Figura 4 – Marcas deixadas por projéteis Gold EXPO incididos de 10° até 70° com relação ao plano de impacto. Fonte: Acervo próprio.

Pesquisas anteriores apontam que, no contexto da análise de gotas de sangue deixadas em cenas de crimes, é possível obter a angulação da trajetória de onde as gotas vieram em função dos eixos maior e menor das elipses deixadas quando estas gotas impactam o chão (DAMELIO; GARDNER, 2001), (LISCIO; IMRAN apud (BALTHAZARD, 1939)). Dessa maneira, considerando-se a dinâmica parecida desse estudo, trocando-se apenas as gotas de sangue para projéteis metálicos, é possível que haja também alguma correlação entre o ângulo de impacto na superfície e a geometria da elipse deixada no plano de impacto.

4 Metodologia

4.1 Procedimentos Preliminares

Inicialmente, foram feitos ensaios preliminares na estrutura que o Laboratório de Balística Forense do Instituto de Criminalística da Polícia Civil do Distrito Federal dispunha. Fixava-se a arma Glock G17 gen 3 (GLOCK, 2023,0) a um disparador remoto (ARAKELIAN, 2016). Por meio de um suporte de alvos (Figura 5a), composto de aço, de um seguimento de barbante e de fita adesiva, um alvo (Figura 5b) era posicionado frente ao suporte firmemente, para que se evitasse movimentos pendulares. O alvo era fabricado em aço balístico AR550 (SSAB, 2023) (Figura 5c) de resistência e dureza altas de modo que possa ser considerado indeformável, ocasionando ao sistema alvo + projétil deformação atribuída apenas ao projétil. Pelo fato de só ser utilizado o calibre 9mm nesse experimento, a escolha desse material sempre provoca ricochete quando impactado. Por fim, esse alvo era pintado em tinta *spray* branca para que se obtivesse, a cada tiro, uma imagem da marca impressa no aço.

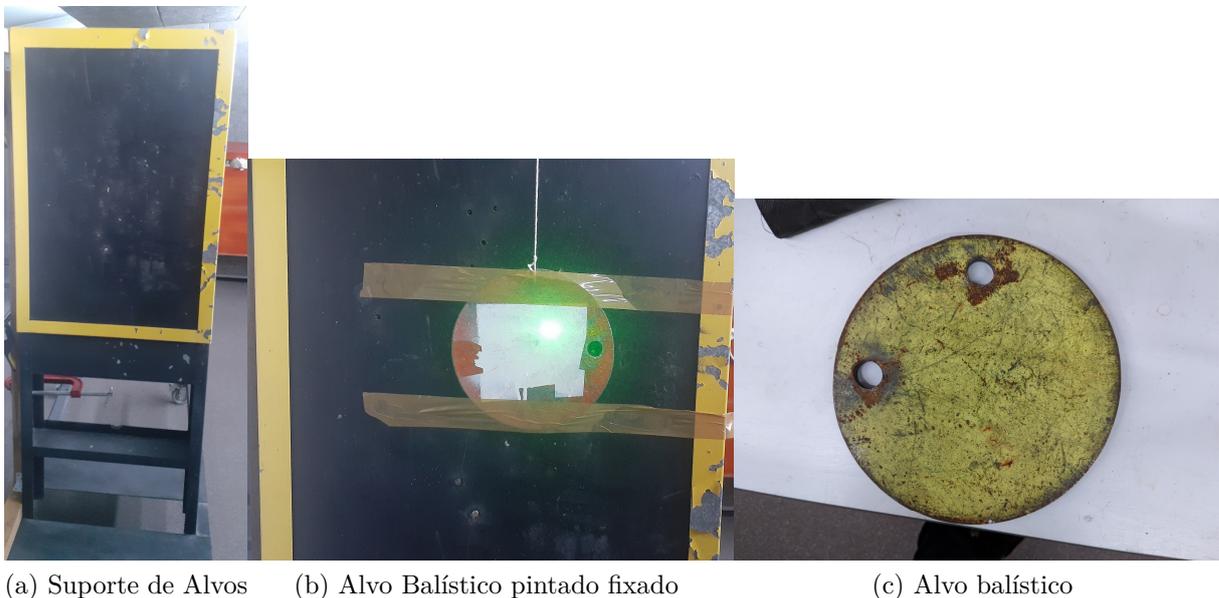


Figura 5 – Alvo de 21 cm de diâmetro e 1 cm de espessura confeccionado em placa circular de aço balístico AR550 pintado em branco e fixado no suporte. Fonte: acervo próprio.

Antes de cada tiro, com o auxílio de um nível, verificava-se sempre se o o cano da arma encontrava-se completamente horizontal e paralelo à extensão do disparador remoto. Alguns centímetros à frente do cano era posicionado um cronógrafo responsável por realizar a leitura das velocidades de saída do cano (Figura 7). Em seguida, ligava-se

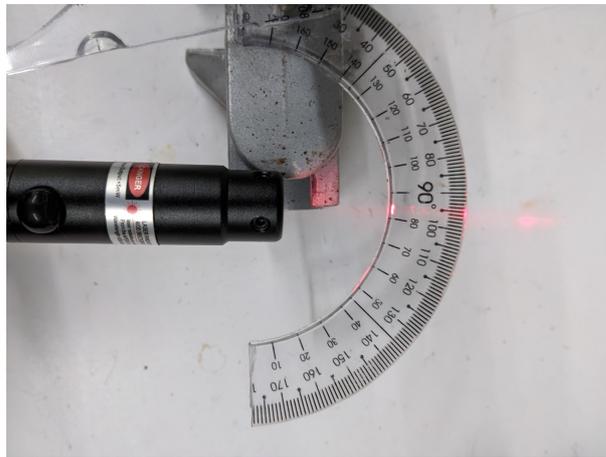
e apontava-se o laser acoplado ao cano da arma ao alvo e registrava-se, com o auxílio de um transferidor, a angulação do cano da arma com relação à superfície de impacto, ϕ^1 (Figura 8a). Tal procedimento era realizado ao se observar a sombra que o laser deixava no transferidor, como pode ser observado pela Figura 6.

Em seguida, por razões de segurança, todos os integrantes da pesquisa deixavam o estande de tiros e posicionavam-se atrás de um vidro balístico. Por meio de controle remoto, efetuava-se os tiros alternadamente com a coleta fotográfica da marca deixada no alvo e com a alteração gradual em passos de 10° dos ângulos de incidência.

Era percebido que, exceto para ângulos pequenos de incidência no alvo (menores que 10°), o projétil se estilhaçava em várias partes. A partir daí, surgiu a ideia de se também coletar esses estilhaços e verificar de alguma maneira qual era o padrão geométrico que eles formavam após o impacto no alvo. A PCDF, entretanto, não dispunha de um aparato adequado para se coletar esses estilhaços.

Urgiu, dessa maneira, que fosse fabricado um aparato que seria responsável por coletar os estilhaços pós-ricochete (Apêndice A).

Figura 6 – Obtenção de ângulo de incidência



Aparato de obtenção do ângulo de incidência a partir da sombra que o laser deixa no transferidor. Nesse exemplo, o transferidor encontra-se fixo por uma morsa, enquanto o laser que é acoplado ao cano da arma encontra-se suspenso na mesma altura do plano que contém o transferidor. Fonte: acervo próprio.

Um esquema gráfico do experimento completo pode ser visualizado nas figuras 8a e 8b.

¹ O ângulo de incidência antes denominado de α na Figura 1 será denominado de ϕ ao longo de todo este trabalho.

Figura 7 – Cronógrafo utilizado



Cronógrafo Prochron DLX utilizado no experimento.
Fonte: Google Imagens.

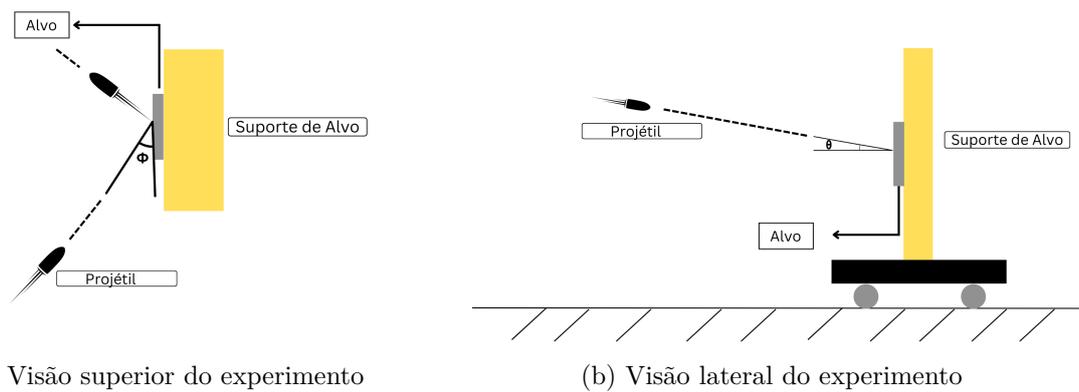


Figura 8 – Esquema gráfico do aparato experimental utilizado. Fonte: criação própria.

4.2 Coleta de Dados

Após o término da montagem do aparato experimental, foi necessário definir um protocolo claro de coleta de dados, seguindo a seguinte ordem:

4.2.1 Protocolo

- i) Posicionar o papel-testemunha;
- ii) Prender com grampos firmemente;
- iii) Pintar o alvo;

- iv) Posicionar a arma na angulação correta, observando a sombra do laser no transferidor;
- v) Posicionar o cronógrafo (Figura 7) à frente do cano e ligá-lo;
- vi) Disparar;
- vii) Remover e recolher o papel;
- viii) Fotografar o alvo;
- ix) Registrar a leitura de velocidade;
- x) Repetir três vezes os passos anteriores com o mesmo ângulo e a mesma munição;
- xi) Trocar o tipo de cartucho e reiniciar os passos.

4.2.2 Condições do Experimento

Por razões de disponibilidade de tempo e do local restrito para realização dos experimentos, o protocolo em tela visou aumentar a eficiência e a velocidade de coleta de dados ao máximo possível, não descuidando, ainda, de precisão nas medidas. Aliado a esse propósito, foram definidos o calibre, os tipos de munição e as condições em que o experimento seria realizado:

- Utilizou-se apenas o calibre 9x19mm Luger (CBC, 2023);
- Utilizou-se 4 cartuchos diferentes (Figura 9): Expansivo Ponta Oca com camisa não soldada ao núcleo (Gold EXPO), Expansivo Ponta Oca com camisa quimicamente soldada ao núcleo (Bonded EXPO), Encamisado Total Ogival (ETOG) e Monobloco de Cobre (CXPO).²;
- Seriam realizados 3 tiros com cada munição a cada ângulo de incidência azimutal ϕ (Figura 8a);
- Seria fixado o ângulo de incidência polar θ a 0° , i.e, paralelo ao chão (Figura 8b);
- Com cada munição, iniciar-se-ia a coleta de dados a partir do ângulo $\phi_0 = 10^\circ$, variando-o em passos de 20° até 70° ;
- O manuseio da arma de fogo bem como os tiros seriam realizados por servidores da PCDF.

O uso dessas condições e o seguimento do protocolo descrito em 4.2.1 permitiram a realização de uma medida a cada 3 minutos.

² Informações sobre o lote e datas de fabricação podem ser encontradas na Tabela 5.

Figura 9 – Cartuchos utilizados no experimento



Da esquerda para a direita, Bonded EXPO: Expansivo Ponta Oca com camisa quimicamente soldada ao núcleo; Gold EXPO: Expansivo Ponta Oca com camisa não soldada ao núcleo; ETOG: Encamisado Total Ogival e CXPO: Monobloco de Cobre.

5 Dados Experimentais

A partir do disposto na seção 4.2, foram obtidas 96 imagens no total, sendo 48 das marcas deixadas no alvo e 48 das marcas deixadas nas folhas-testemunha. Para a correta captura das fotografias, foi utilizada a câmera de um celular Redmi Note 12, com correções de aberração cromática e esférica imbutidas no *software* da câmera.

Além das imagens, com o auxílio do cronógrafo, foram obtidas as velocidades de saída do cano, dispostas na Tabela 1.

Tabela 1 – Três tomadas de velocidades de saída do cano para os cartuchos Gold EXPO, Bonded EXPO, CXPO e ETOG. Na última linha, estão dispostos os valores experimentais, cujos cálculos estão explicitados adiante.

Tomada	G EXPO (m/s)	B EXPO (m/s)	CXPO (m/s)	ETOG (m/s)
1 ^o	392	308	398	339
2 ^o	396	310	413	342
3 ^o	392	315	414	334
$V_{média}$ (m/s)	393 ± 2	311 ± 3	408 ± 5	338 ± 3

Para uma amostra de n medidas x_i de média \bar{x} , o erro aleatório da amostra é dado pelo desvio padrão σ da média das medições, como mostra a equação 5.1. (TAYLOR; THOMPSON, 1982)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}} \quad (5.1)$$

Para o erro absoluto Δv , foi considerada a seguinte equação:

$$\Delta v = \sigma + \delta \quad (5.2)$$

em que σ representa o erro aleatório obtido pela equação 5.1 e, δ , o erro instrumental de 1 m/s, obtido a partir da menor medida fornecida pelo cronógrafo (Figura 7) utilizado.

Considerando-se o protocolo e as condições do experimento descritas nas seções 4.2.1 e 4.2.2, respectivamente, foram feitos 48 tiros sucessivos, totalizando na coleta de 48 imagens do alvo e 48 imagens do papel-testemunha. ¹

Um exemplo de tomada de dados pode ser visualizado por meio da Figura 10.

¹ Para todas as imagens, a câmera do celular encontrava-se paralela ao plano fotografado.



(a) Imagem do alvo após o impacto



(b) Imagem do papel-testemunha

Figura 10 – Imagem-exemplo da primeira tomada de dados para a munição Gold EXPO, a 10° de ângulo de incidência.

6 Análise dos Dados

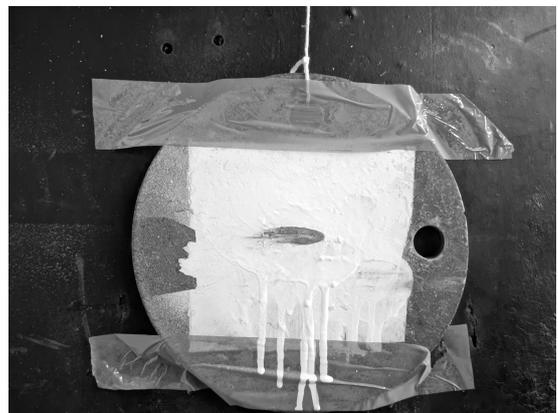
A análise dos dados foi separada em duas seções: uma para as imagens do alvo e outra para as imagens do papel-testemunha. Para o tratamento das imagens, foi utilizado o *software* [ImageJ](#), que é um programa de código aberto e gratuito bastante robusto para o tratamento das imagens em tela. Por outro lado, para a análise dos dados extraídos do tratamento das imagens, foi escolhida a linguagem [Python 3](#).

6.1 Alvo

Foram feitos um a um os tratamentos das imagens. Para tanto, inicialmente criou-se um programa em Python (Apêndice C) para converter todas as imagens para 8 bits, o que reduz a informação de crominância das imagens e converte-as para uma escala monocromática, o que fornece maior clareza e proporciona um maior contraste entre a marca deixada e a tinta branca. Um exemplo pode ser visto na [Figura 11](#).



(a) Imagem do alvo antes da conversão



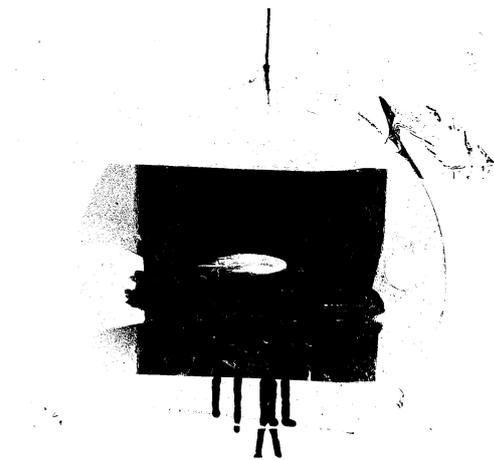
(b) Imagem do alvo após a conversão

Figura 11 – Comparação entre as imagens do alvo antes e após a conversão para 8 bits.

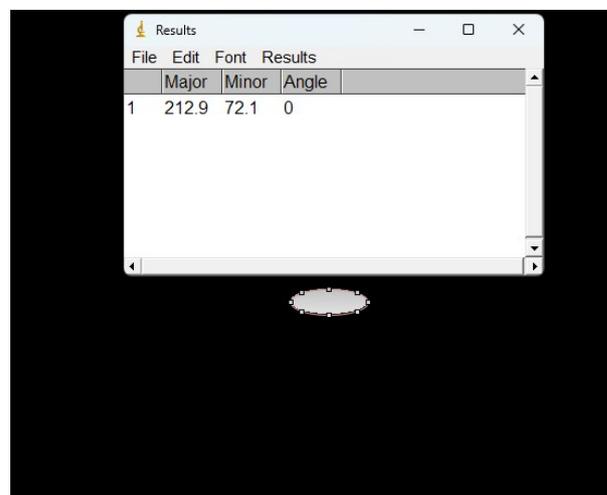
Em seguida, de uso do *software* [ImageJ](#), realizou-se o seguinte procedimento para cada imagem:

- i) Importar a imagem;
- ii) Aplicar a ferramenta *threshold*, que melhora o contraste ([Figura 12a](#));
- iii) Configurar a tabela de resultados para exibir parâmetro de elipse;
- iv) Utilizar a ferramenta de desenho por elipses ([Figura 12b](#));
- v) Ajustar manualmente a elipse em cima da marca;

- vi) Criar máscara com apenas essa elipse;
- vii) Realizar medida;
- viii) Coletar resultado de eixos maior e menor (Figura 12c);
- ix) Exportar o arquivo para .csv;
- x) Repetir o processo para as outras imagens.

(a) Imagem após aplicação de *threshold*

(b) Imagem após ajuste de elipse e aplicação de máscara (em rosa)



(c) Imagem com resultados

Figura 12 – Sequência de processos de tratamento das imagens, em sucessão de eventos da esquerda para a direita.

Observa-se da Figura 12a que há uma certa imprecisão com relação ao ajuste das elipses, já que, com o uso da ferramenta *threshold*, que aplica uma máscara na imagem de modo a realçar a área de impacto, é possível visualizar uma "cauda" na imagem. Isso ocorre devido ao efeito de arrastamento do projétil, o que caracteriza o sentido da trajetória dele após a colisão contra o alvo. Desse modo, visando padronizar uma maneira de se ajustar as

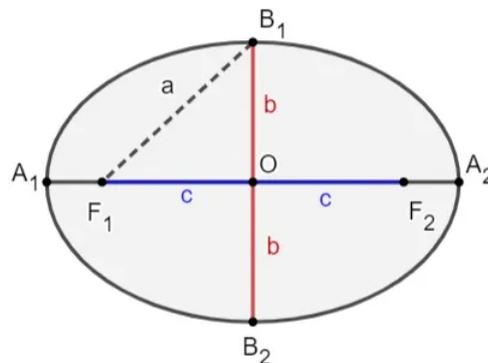
elipses, desconsiderou-se essa cauda e utilizou-se apenas a área de maior preenchimento, como pode ser visto na Figura 12b.

Após a obtenção dos dados das 48 imagens, utilizou-se um programa em Python (código no Apêndice) para reunir todos os dados dos tamanhos dos eixos. Como foram tomadas 3 imagens para cada tipo de cartucho e ângulo, calculou-se uma média dos valores de eixo maior e eixo menor. Além dessa média, utilizou-se a Equação 5.1 para o cálculo do erro aleatório das medidas. De posse desses valores, finalmente, calculou-se a excentricidade da elipse, que é dada por (PASSOS; VIUG, 2013):

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \quad (6.1)$$

em que a representa o semieixo maior, b , o semieixo menor e c , a distância focal, como mostra a Figura 13.

Figura 13 – Esquema de uma elipse



c representa a distância focal, a , o semieixo maior e b , o semieixo menor. Fonte: UOL.

Considerando-se que, para uma função arbitrária $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, cujos erros das variáveis x_i são δx_i , temos que o erro δf é dado pela Equação 6.2. (TAYLOR; THOMPSON, 1982)

$$\delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \right|_{x_i=\bar{x}_i} \delta x_i \quad (6.2)$$

Diante disso, obtém-se que o erro de e é dado por ¹:

$$\Delta e = \frac{b}{ea^2} \left(\Delta b + \frac{b}{a} \Delta a \right) \quad (6.3)$$

¹ Doravante as variáveis a , b e c apresentadas neste trabalho referir-se-ão aos coeficientes das curvas de ajuste utilizadas nas análises posteriores. Ademais, os valores dos semieixos maior e menor serão omitidos, sendo apresentados apenas os valores de excentricidade para cada ângulo

Dessa maneira, tem-se, para cada ângulação ϕ , a excentricidade e e seu erro associado Δe , conforme mostra a tabela 2. A partir dos valores reunidos nessas tabelas, plotou-se, com auxílio das bibliotecas `Numpy` e `Matplotlib` do Python 3, os valores das medidas nos gráficos expostos na Figura 14.

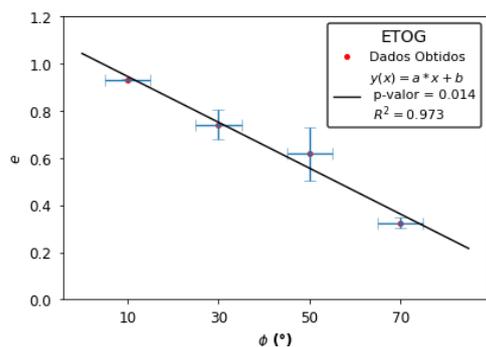
Para efeitos de análise dos dados, utilizou-se a função `linregress` do Scipy para traçar uma regressão linear que melhor se ajustasse aos gráficos. Tal regressão utiliza o método dos mínimos quadrados (HELENE, 2006) e retorna tanto os coeficientes angular a e linear b da reta (e seus erros associados Δa e Δb) quanto o coeficiente de correlação² R (FILHO; JÚNIOR, 2009) e o p-valor (MORAIS, 2010) associado, valores todos esses que podem ser visualizados na Tabela 2.

Com o escopo de melhorar a visualização e a comparação entre regressões, plotou-se um novo gráfico que reuniu as quatro retas, sem os erros experimentais dos pontos (para melhor visualização), que pode ser encontrado na Figura 15.

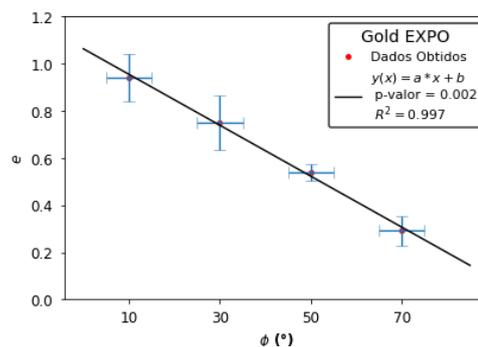
Tabela 2 – Reunião de dados utilizados para construção dos gráficos dispostos na Figura 14.

Cartucho	ϕ (°)	e	Δe	R	p-valor	a	Δa	b	Δb
ETOG	10	0,93	0,02	-0.984	0.014	-0.0097	0.001	1.04	0.06
	30	0,74	0,06						
	50	0,6	0,1						
	70	0,32	0,02						
Gold EXPO	10	0,9	0,3	-0.998	0.002	-0.0108	0.0005	1.06	0,02
	30	0,7	0,1						
	50	0,54	0,04						
	70	0,29	0,06						
Bonded EXPO	10	0,9	0,1	-0.989	0.011	-0.011	0.001	1.02	0.05
	30	0,63	0,01						
	50	0,50	0,08						
	70	0,24	0,03						
CXPO	10	0,74	0,09	-0.930	0.069	-0.0060	0.002	0.85	0.08
	30	0,8	0,1						
	50	0,53	0,02						
	70	0,4	0,1						

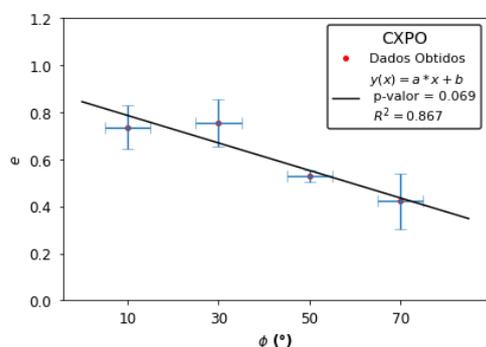
² O valor R varia no intervalo real $[-1, 1]$ e indica uma forte correlação quanto mais perto de 1 é seu valor absoluto. Dessa maneira, com vistas a se fazer uma interpretação do quão forte é a correlação, é comum que também seja utilizado o valor R^2 para fins de análise. Por esta razão, tal valor foi inserido nos gráficos seguintes.



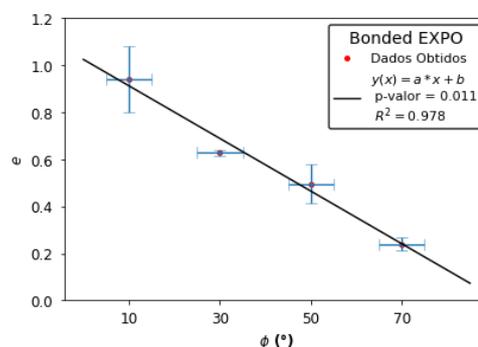
(a) Gráfico para o cartucho ETOG



(b) Gráfico para o cartucho Gold EXPO



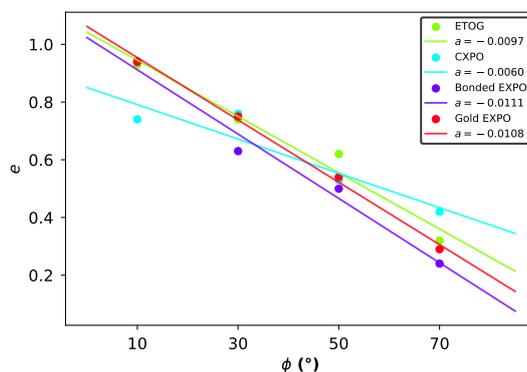
(c) Gráfico para o cartucho CXPO



(d) Gráfico para o cartucho Bonded EXPO

Figura 14 – Gráficos que mostram a relação entre excentricidade e ângulo de incidência, em graus, para os quatro cartuchos utilizados.

Figura 15 – Curvas reunidas



Reunião entre todas as retas de regressão (obtidas pelos gráficos da Figura 14), juntamente com seus coeficientes angulares, para todos os cartuchos utilizados

6.1.1 Discussão

Observa-se de todos os gráficos que existe uma forte correlação negativa entre o incremento da excentricidade com a diminuição do ângulo de incidência. Isso se mostra a partir dos p-valores calculados para todas as regressões obtidas e dos valores de r , que mostram-se muito próximos a 1. Considerando-se um nível de significância de 5% tradicionalmente utilizado em testes estatísticos (FERREIRA; PATINO, 2015), observa-se que quase todos os valores obtidos para os 4 gráficos estão abaixo desse nível, o que torna válida a hipótese de que as variáveis não estão relacionadas por mero acaso. Não apenas isso, mas os valores das incertezas relativas dos coeficientes angulares das retas estão abarcados num intervalo real de 4 a 27%, o que pode ser considerado baixo para as condições do experimento³.

Apesar disso, o coeficiente linear das regressões deveria se aproximar de 1 para todas as munições, uma vez que indicaria uma colisão tangente ao plano ($\phi = 0^\circ$) e, portanto, deixaria elipse bastante achatada no alvo. Tal diferença relativa variou de 2 a 8%, apenas,

Ademais, é notório que todos os dados são ajustados às regressões pelas suas barras de erro. É notório que os resultados se aproximam bastante do previsto pela literatura, já que ângulos mais rasos implicam em um maior "arrastamento" na superfície de impacto, devido à proximidade com o ângulo limite. Ademais, em todas as imagens é possível observar marcas de estilhaçamento do projétil, o que sugere que o ângulo de incidência limite para todas as munições ocorra abaixo dos 10° , em que realmente ocorre o ricochete (HAAG; HAAG, 2020).

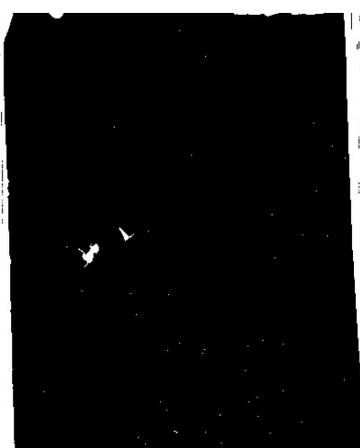
Diante do exposto, é possível afirmar que existe correlação significativa entre o ângulo de incidência dos projéteis e a excentricidade deixada por eles. Entretanto, ainda cabem mais testes ao modelo proposto para cada uma das munições, explorando resultados com mais ângulos de incidência e com mais tipos de cartucho.

³ Vale lembrar que a delimitação de elipses sobre as marcas deixadas sobre o alvo foi feita de modo completamente manual, o que pode ter gerado erros significativos nas medidas.

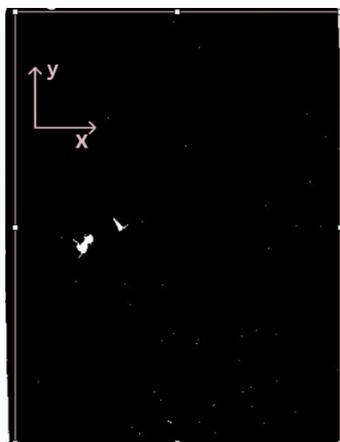
6.2 Papel-Testemunha

Para o tratamento de dados dos papéis-testemunha, adotou-se o seguinte protocolo:

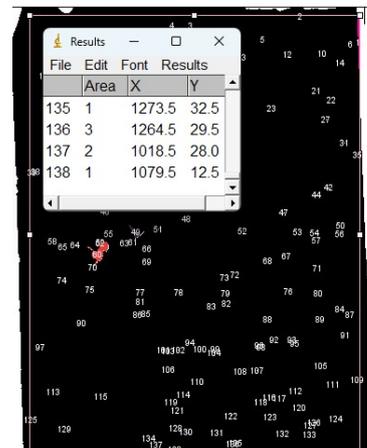
- i) Importar a imagem;
- ii) Aplicar ferramenta *threshold*⁴ (Figura 16a);
- iii) Traçar manualmente ferramenta de seleção em retângulos sobre as marcas, até cobrir todas (Figura 16b);
- iv) Configurar a tabela de resultados para exibir as coordenadas dos centróides das marcas e as suas respectivas áreas;
- v) Aplicar ferramenta de busca de partículas (Figura 16c);
- vi) Exibir resultados;
- vii) Salvar os resultados em arquivo .csv;
- viii) Repetir o processo para outra imagem.



(a) Imagem após aplicação de *threshold*



(b) Imagem após seleção do retângulo e marcação dos eixos de referência (em rosa)



(c) Imagem após localização das partículas e exibição dos resultados

Figura 16 – Sequência de processos de tratamento das imagens dos papéis-testemunha, em sucessão de eventos da esquerda para a direita.

⁴ Ao utilizá-la, a ferramenta mostrou muitos pontos nas imagens que não necessariamente se tratam de fragmentos. Dessa maneira, buscou-se fixar em todas as imagens o mesmo valor de contraste que fornecesse uma imagem real das posições dos fragmentos.

De posse dos dados dos centróides e das áreas das marcas, escreveu-se um programa em *Python* (código no Apêndice C) que tinha como objetivos:

- i) Ler todos os 12 arquivos em formato csv para cada cartucho;
- ii) Obter os pontos extremos da coordenada y em cada arquivo;
- iii) Calcular a distância vertical entre esses pontos;
- iv) Calcular o desvio padrão (Equação 5.1) das coordenadas x e y;
- v) Descartar para a análise pontos que tenham área inferior a $4 px^2$; ⁵
- vi) Calcular a área média obtida por meio das áreas que cada fragmento ocupa, bem como o desvio padrão dessas áreas;
- vii) Exibir esses resultados acima numa tabela, totalizando uma tabela com 12 linhas e 5 colunas (incluída a informação dos ângulos) para cada tipo de cartucho;
- viii) Calcular os valores médios de todas essas variáveis para cada angulação, bem como seus desvios padrão;
- ix) Exibir esses resultados em duas tabelas;
- x) Utilizar a angulação como variável x (independente) e y para a coluna das distâncias médias dos extremos e para as áreas médias;
- xi) Plotar esses pontos num gráfico, considerando-se seus respectivos erros;
- xii) Por meio da função `polyfit` do Numpy, calcular a regressão polinomial que melhor se adequa aos dados e exibi-la no gráfico;
- xiii) Salvar os 2 gráficos de área média por ângulo e de distância média de extremos por ângulo.
- xiv) Com os dados de cada imagem, plotar histogramas para a cada ângulo de incidência, tanto com relação à área média de estilhaços quanto com relação à variável y.
- xv) Repetir o processo para as outras três munições.

⁵ Isso se fez necessário pois, ao realizar o tratamento das imagens no ImageJ, por vezes o *software* identificava pontos que não necessariamente eram fragmentos. Assim, comparou-se a imagem no computador com o papel-testemunha real a fim de se obter a área mínima em pixels dos fragmentos.

A partir dos dados⁶ expostos na Tabela 3 e do programa acima, pôde-se obter os gráficos das Figuras 17, 18, 19, 20, 21 e 22. Tais gráficos forneceram regressões que possuem parâmetros e erros associados apresentados na Tabela 4.

Tabela 3 – Reunião de dados utilizados para construção dos gráficos dispostos nas Figuras 17 e 20

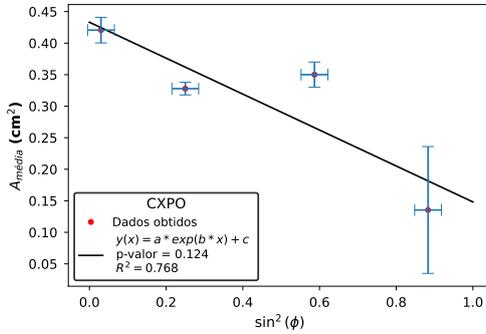
Cartucho	ϕ (°)	D_y (cm)	ΔD_y (cm)	$A_{média}$ (cm ²)	$\Delta A_{média}$ (cm ²)
ETOG	10	12	4	0,2	0,1
	30	36	11	0,19	0,07
	50	43	5	0,09	0,03
	70	53,3	0,6	0,10	0,03
Gold EXPO	10	52	8	0,3	0,1
	30	71	18	0,3	0,1
	50	100	4	0,27	0,05
	70	85	8	0,2	0,1
Bonded EXPO	10	19	5	0,6	0,2
	30	26	7	0,32	0,06
	50	73	18	0,17	0,05
	70	68	32	0,17	0,01
CXPO	10	3.2	0.5	0,42	0,02
	30	1.5	0.5	0,33	0.01
	50	0,4	0.5	0,35	0.02
	70	2.0	0.5	0,1	0,1

Tabela 4 – Parâmetros obtidos para as curvas de regressão utilizadas nos gráficos das Figuras 17 e 20.

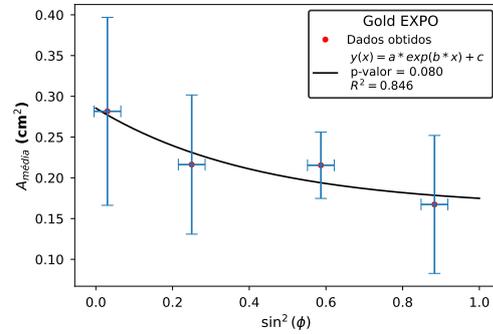
Cartucho/Parâmetros	$A_{média}$					
	a (cm ²)	Δa (cm ²)	b	Δb	c (cm ²)	Δc (cm ²)
ETOG	181	7.69E+06	0	19	-181	7.69E+06
Bonded EXPO	0,5	0,01	-5,7	0,4	0,123	0,007
Gold EXPO	0,12	0,07	-2	4	0,16	0,08
CXPO	651	1.04E+08	0	7	-650	1,04E+07
Cartucho/Parâmetros	D_y					
	a (cm)	Δa (cm)	b	Δb	c (cm)	Δc (cm)
ETOG	84	11	0,025	0,009	-1	12
Bonded EXPO	85	115	0,01	0,03	2	29
Gold EXPO	55	27	0,03	0,03	29	31
CXPO	344	2,01E+09	0	188	3	6

⁶ A posição desses valores nos gráficos podem diferir um pouco das expostas aqui, pois alguns valores foram arredondados de acordo com seus erros respectivos.

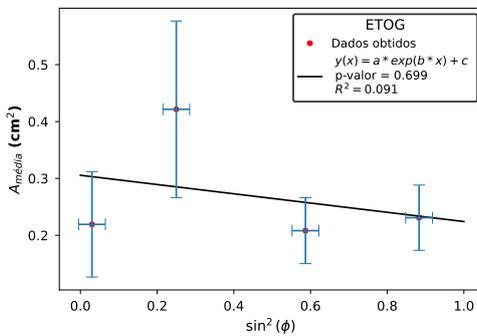
6.2.1 Áreas Médias dos Fragmentos



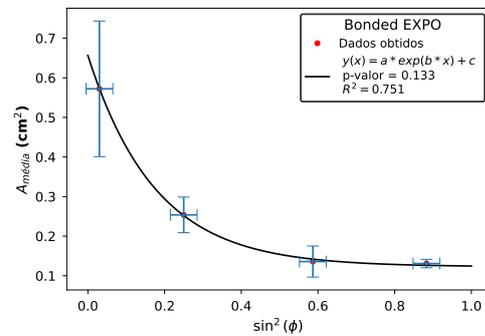
(a) Gráfico para o cartucho CXPO



(b) Gráfico para o cartucho Gold EXPO



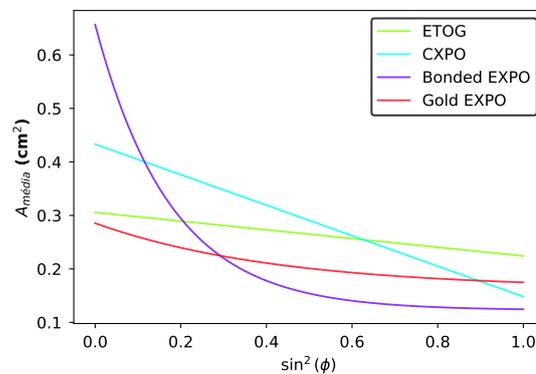
(c) Gráfico para o cartucho ETOG



(d) Gráfico para o cartucho Bonded EXPO

Figura 17 – Gráficos que mostram a relação entre área média dos estilhaços $A_{média}$ em função do seno ao quadrado dos ângulos de incidência ϕ .

Figura 18 – Curvas reunidas



Reunião entre todas as curvas de regressão obtidas pelos gráficos da Figura 17, para todos os cartuchos utilizados.

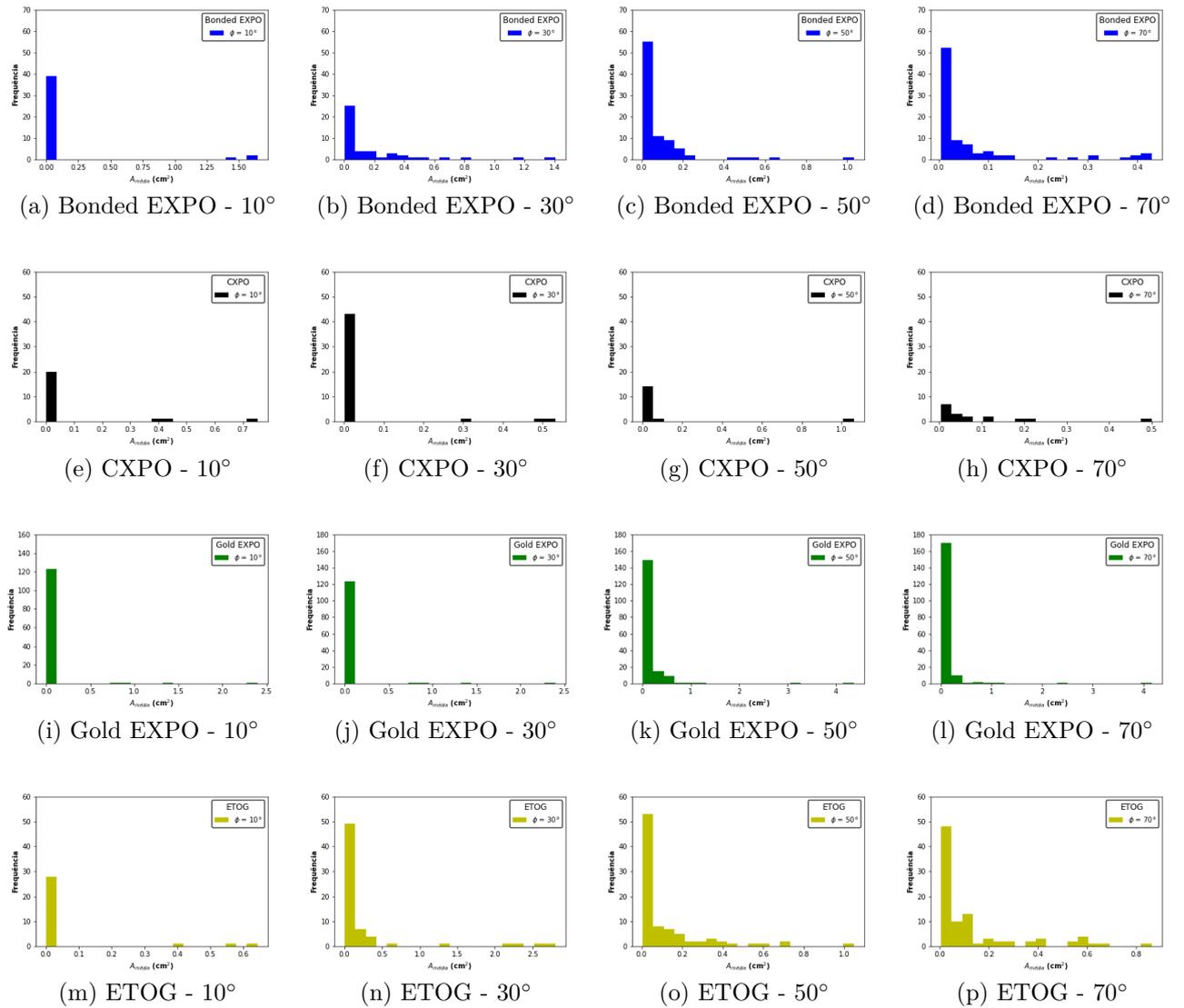


Figura 19 – Reunião de 16 histogramas, obtidos para cada cartucho e para cada ângulo de incidência. Análise da área média de estilhaços $A_{média}$.

6.2.1.1 Discussão

Observa-se dos gráficos expostos nas Figuras 17 e 19 que existe uma forte tendência em se diminuir a área dos fragmentos ao passo que se aumenta o ângulo de incidência com relação à superfície de impacto. Isso se dá porque, à medida que o ângulo aumenta, maiores são o efeito de estilhaçamento e a dispersão dos projéteis (como pode ser observado pelos vestígios de espalhamento de fragmentos nas marcas dos alvos). Por conta do aumento de fragmentos, a área de cada um tende a diminuir. Pelo sentido contrário, quanto mais baixo e mais próximo do ângulo limite é o ângulo de incidência, maior será a área dos fragmentos, pois o projétil tende a ricochetear e se manter íntegro.

Observando-se os gráficos da Figura 17, nota-se que os dados associados a 10° foram **geralmente** os que mais obtiveram erros experimentais. É evidente que isso ocorre devido à maneira como se calcula esses erros: por meio do desvio padrão (Equação 5.1). Nesses casos há um grande fragmento no papel e, ao redor, muitos fragmentos muito menores, o que favorece uma grande dispersão de áreas e, portanto, um erro maior. Sob esse prisma, devido aos outros ângulos favorecerem áreas médias menores, não há uma grande dispersão de áreas, o que ocasiona incertezas bem menores.

Considerando-se que, fisicamente, quanto maior a angulação, mais fragmentos serão projetados e, portanto, menor será a área média deles, percebeu-se que um ajuste exponencial seria o melhor modelo para representar a relação entre área média e ângulo de incidência, já que buscava-se uma assíntota $y = 0$ na curva para $\phi \rightarrow 90^\circ$. Ao se aplicar tal ajuste, observou-se que a curva se ajustou bem à maioria dos dados experimentais, abrangendo-os pelos seus erros associados. Entretanto, os erros dos coeficientes apresentaram valores muito altos, chegando alguns a ultrapassar os valores das medidas, como pode ser visto pela Tabela 4.

Assim, foram testados vários valores de filtros de sorte a se manter sempre os pontos que realmente representavam fragmentos, todavia, isso gerava flutuações tanto positivas quanto negativas com relação aos valores da área média dos fragmentos. Dessa maneira, de modo a se manter um padrão na pesquisa, fixou-se o filtro de 4 px^2 para todas as munições. A partir disso, alguns valores-p encontraram-se abaixo de 15% (exceto para o cartucho ETOG - Figura 17c), juntamente com valores de R^2 relativamente próximos de um e todos acima de 0.25, o que pode indicar uma correlação forte (FILHO; JÚNIOR, 2009).

Diante do exposto, pode-se concluir desta análise que os modelos exponenciais propostos para descrição da área média dos fragmentos com relação ao ângulo de incidência na superfície do impacto, para todas as munições, podem servir para uma observação qualitativa do fenômeno, sendo necessário, para termos quantitativos, utilizar mais angulações para se obter uma maior precisão nas regressões. Aliado a isso, por meio também de comparação entre a soma dos coeficientes a e c — já que $y(x = 0) = a + c$ — e as seções de choque das munições íntegras, pode-se verificar se os modelos refletem a realidade, haja vista que $x = 0 \implies \phi = 0$, o que significa que o projétil incidiu tangentemente à superfície e não sofreu fragmentação.

6.2.2 Distância Vertical entre Fragmentos Extremos

De posse dos valores de distância vertical entre fragmentos extremos para todos os cartuchos expostos na Tabela 3, plotou-se os gráficos da Figura 20.

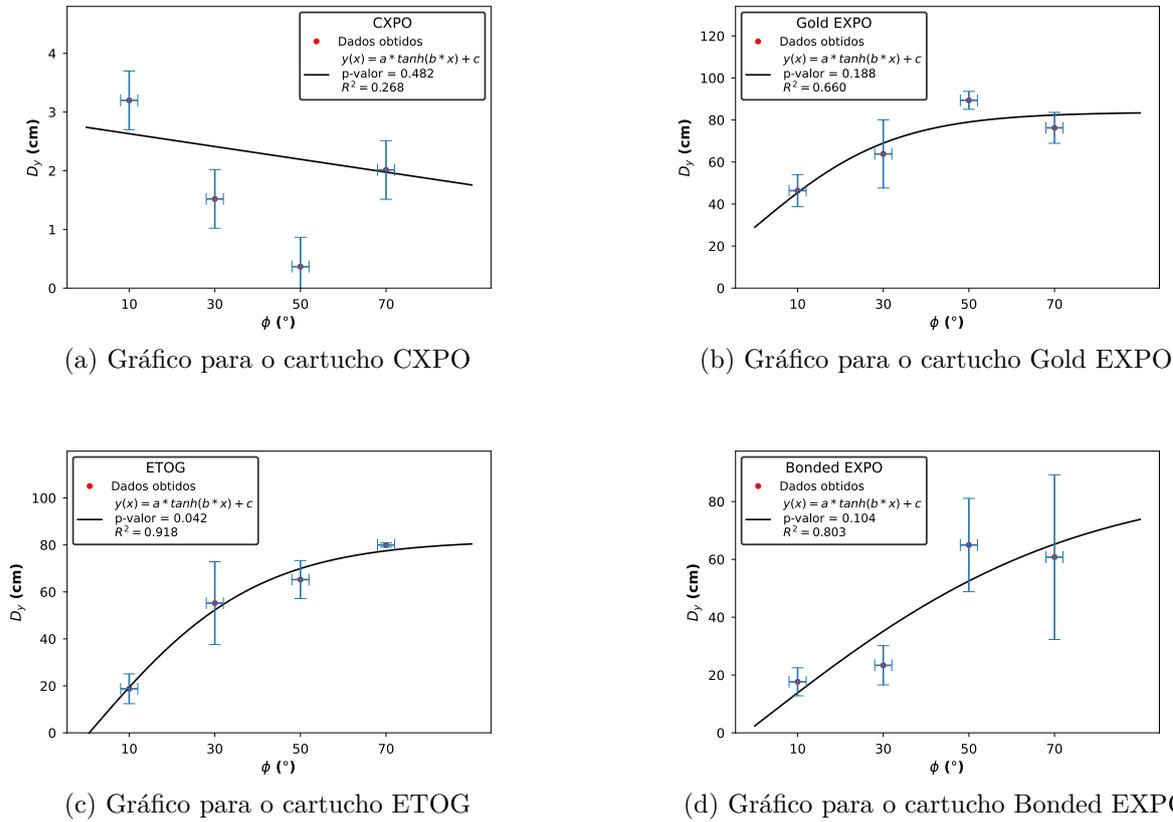
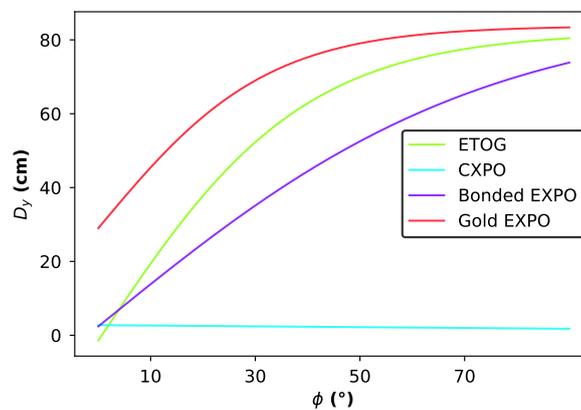


Figura 20 – Gráficos que mostram a relação entre distância média entre extremos e o ângulo de incidência para os cartuchos analisados.

Figura 21 – Curvas reunidas



Reunião entre todas as curvas de regressão obtidas pelos gráficos da Figura 20.

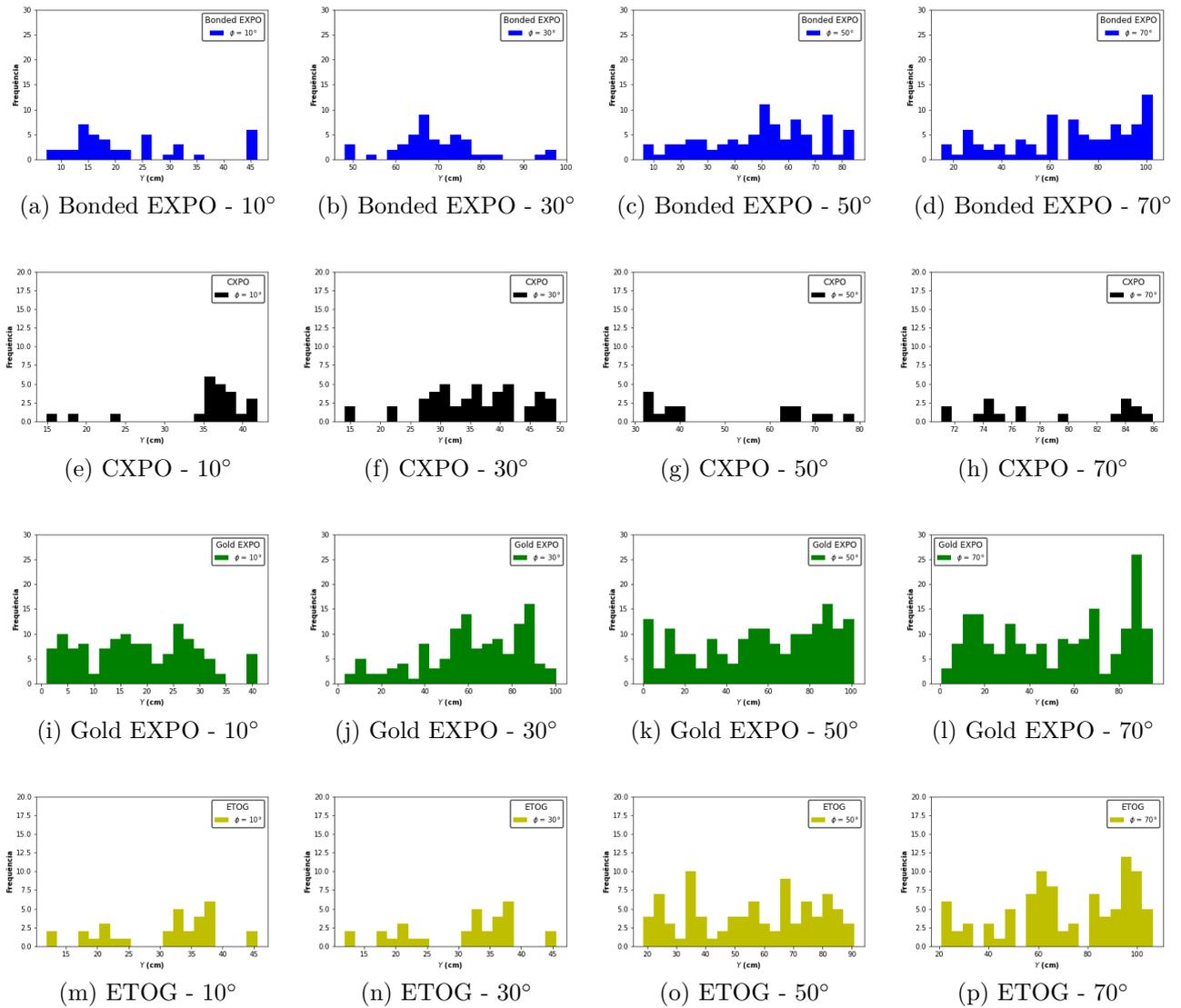


Figura 22 – Reunião de 16 histogramas, obtidos para cada cartucho e para cada ângulo de incidência. Análise das posições verticais y dos fragmentos.

6.2.2.1 Discussão

A partir dos gráficos da Figura 20, foi percebido que, para todas as munições, ao passo em que se aumentava o ângulo, aumentava-se também o leque de dispersão de estilhaços, gerando-se, assim, maiores valores de distância vertical entre extremos.

Por observação dos histogramas expostos na Figura 22, vê-se que existe um leque bastante homogêneo de dispersão dos fragmentos para os cartuchos Bonded EXPO, Gold EXPO e ETOG, já que quase todo o eixo das abscissas para todos esses gráficos é preenchido por colunas. O mesmo não ocorre para o cartucho CXPO, em que há regiões das folhas-testemunha com mais concentração de estilhaços que outras.

Para o ajuste de curva observados nos gráficos da Figura 20, foi utilizada arbitrariamente a função tangente hiperbólica, já que trata-se de uma relação que apresenta uma assíntota para $x \rightarrow 90^\circ$, o que corresponde à limitação do tamanho do papel-testemunha utilizado.

Ao contrário do caso anterior, não foi utilizada a função exponencial, pois esta gerava erros muito maiores em seus coeficientes. Diante disso, analisando-se os gráficos das Figuras 20b, 20d e 20c, observa-se que as curvas acompanham o incremento dos valores de D_y com certa precisão, muito embora alguns pontos não tenham sido compreendidos pelas curvas. Infelizmente, para o cartucho CXPO, isso não ocorreu, ainda que o padrão de tratamento de imagens tenha sido igual para todas as munições. Uma causa para tanto pode residir na possibilidade de ter ocorrido algum erro grosseiro durante a tomada de dados para esse cartucho em específico.

Ao se observar o p-valor de cada gráfico, nota-se que apenas o do cartucho ETOG (Figura 20c) apresenta um valor abaixo do nível de significância de 5% utilizado nas análises anteriores. Isso é corroborado ainda pelo maior valor de R^2 . Apesar disso, valores de R^2 para os outros cartuchos resultaram todos acima de 0.25, correlações essas que podem ser consideradas fortes (FILHO; JÚNIOR, 2009).

Cabe salientar que novamente foi utilizado o filtro de área de 4 px^2 , o qual, se alterado, provoca uma dispersão aleatória nos dados, o que pode provocar um aumento em alguns erros dos coeficientes da regressão e diminuição nos erros de outros.

Ao se observar que não ocorre uma saturação da curva para o cartucho Bonded EXPO e ao se comparar com os outros gráficos, é possível que a relação entre a distância entre máximos seja dada por outro modelo matemático. Para que se verifique essa possibilidade, pode-se aumentar o tamanho do papel e capturar dados de mais ângulos.

Dessarte, as regressões hiperbólicas em geral abarcaram com certa precisão os dados experimentais, gerando, em alguns gráficos, erros pequenos para alguns coeficientes e p-valores que sugerem uma relação de fato estatística e não ocasional entre as duas grandezas. Contudo, isso não significa que de fato a função hiperbólica descreve com exatidão a relação entre a distância entre extremos e o ângulo de incidência, sendo necessário, para tanto, coletar dados de mais ângulos e aumentar o tamanho do papel-testemunha.

7 Considerações Finais

O presente trabalho cumpriu com os objetivos propostos inicialmente de se verificar a relação entre o ângulo de incidência de projéteis de armas de fogo e o raio de dispersão dos projéteis no papel-testemunha e a marca deixada no ponto de impacto.

Para que se alcançasse esses objetivos, realizou-se quatro entregas principais à área de Balística Forense:

- Criação de aparato experimental seguro para o estudo do fenômeno de ricochete de projéteis;
- Criação de protocolos seguros para as análises feitas;
- Criação de programas em Python especializados em tratar os dados deste problema de pesquisa;
- Elaboração de modelos estatísticos que descrevem a relação entre variáveis físicas deste problema.

Diante desses processos, obteve-se que, analogamente ao que ocorre no contexto das gotas de sangue deixadas em locais de crime, na balística ocorre efeito semelhante: existe forte correlação entre a excentricidade da marca no plano de impacto e o ângulo de incidência dos projéteis de armas de fogo, o que pode permitir (com a devida validação do método utilizando mais pontos experimentais) aos peritos criminais estimarem ângulos de incidência de projéteis dispondo apenas de uma calculadora e de um pequeno equipamento de medição como uma régua para medir os eixos das elipses.

Além disso, observou-se também uma diminuição da área média dos fragmentos obtidos após o ricochete com o incremento do ângulo de incidência, para todas as munições. Pode-se afirmar que isso ocorreu conforme o esperado, haja vista que, com o incremento do ângulo há menor probabilidade de ricochete e, portanto, mais o projétil tende a se estilhaçar, projetando suas partes em todas as direções.

Por fim, atinente à relação entre a distância entre pontos extremos marcados nos papéis-testemunha e os ângulos de incidência, foi possível observar um crescimento da primeira grandeza com o aumento do ângulo de incidência, sendo necessário, para fins de validação dos modelos matemáticos propostos, o uso de mais ângulos e de aumento da área do papel-testemunha.

8 Perspectivas Futuras

Sugere-se a obtenção de mais dados, com a exploração de mais ângulos além daqueles que foram utilizados neste estudo;

Ademais, o aumento da altura e do comprimento do papel-testemunha pode aumentar a captura de mais pontos de estilhaços e, por conseguinte, fornecer uma função que melhor ajusta os dados de área média com relação ao ângulo de incidência. Aliado a isso, a troca do material do papel-testemunha para papelão pode fornecer uma melhor perspectiva de qual é de fato o tamanho do estilhaço, já que o papel não mais rasgar-se-ia com o impacto dos fragmentos.

Sugere-se a criação de um mecanismo localizado atrás da folha-testemunha que permita a coleta desses estilhaços, para posterior análise da deformação desses.

Além disso, aumentar a quantidade de tomadas de dados para cada ângulo pode fornecer resultados mais precisos e acurados para os modelos matemáticos desenvolvidos neste trabalho

Com todas essas modificações, é esperado, ainda que em longa data, obter um banco de dados que relacione a excentricidade da marca deixada no ponto de impacto ao ângulo de incidência previsto do projétil para os diferentes cartuchos. Associado a isso, espera-se também obter outro banco de dados que, baseado no ângulo de incidência, possa fornecer um leque no qual os estilhaços do projétil impactado provavelmente encontrar-se-ão. Almeja-se que esses bancos de dados tornem-se ferramentas de trabalho para peritos trabalharem em cenas de crime.

Referências

- ABDEL-KARIM, N. *The characterisation and provenance of ammunition components*. Tese (Doutorado), 2017. Citado na página 32.
- AGP, B. 2023. Disponível em <<https://agpbrasil.com.br/tiro-expansivo-e-explosivo/>>. Acessado em 11/2023. Citado na página 35.
- ARAKELIAN, M. B. Bancada de testes de armas de fogo por acionamento remoto. 2016. Citado na página 37.
- BALTHAZARD, V. *Étude des gouttes de sang projetés*. [S.l.: s.n.], 1939. Citado na página 36.
- BURKE, T.; ROWE, W. Bullet ricochet: a comprehensive review. *Journal of Forensic Sciences*, ASTM International, v. 37, n. 5, p. 1254–1260, 1992. Citado na página 32.
- CBC. *Munições Armas Curtas*. 2023. Disponível em <<https://www.cbc.com.br/municoes-armas-curtas-e-carabinas/>>. Acessado em 11/2023. Citado na página 40.
- CNN. 2015. Disponível em <<https://edition.cnn.com/videos/us/2015/04/14/pkg-armadillo-mother-in-law-shooting-accident.walb>>. Acessado em 12/2023. Citado na página 27.
- DAMELIO, R.; GARDNER, R. M. *Bloodstain pattern analysis: with an introduction to crime scene reconstruction*. [S.l.]: CRC press, 2001. Citado na página 36.
- FERNANDES, J. P. F. *Balística terminal: estudo do comportamento de projéteis na estrutura de viaturas*. Tese (Doutorado), 2019. Citado na página 35.
- FERREIRA, J. C.; PATINO, C. M. What does the p value really mean? *Jornal Brasileiro de Pneumologia*, Sociedade Brasileira de Pneumologia e Tisiologia (Brazilian Thoracic Society), v. 41, n. 5, p. 485, 2015. Citado na página 50.
- FILHO, D. B. F.; JÚNIOR, J. A. S. Desvendando os mistérios do coeficiente de correlação de pearson (r). *Revista Política Hoje*, v. 18, n. 1, p. 115–146, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 48, 56 e 59.
- GLOCK. *Glock G17*. 2023,0. Disponível em <<https://us.glock.com/en/pistols/g17>>. Acessado em 11/2023. Citado na página 37.
- HAAG, M. G.; HAAG, L. C. *Shooting incident reconstruction*. [S.l.]: Academic press, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 50.
- HELENE, O. *Metodos dos Minimios Quadrados*. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2006. Citado na página 48.
- JAUHARI, M. Approximate relationship between the angles of incidence and ricochet for practical application in the field of criminal investigation. *The Journal of Criminal Law, Criminology, and Police Science*, JSTOR, v. 62, n. 1, p. 122–125, 1971. Citado na página 32.

- JOHNSON, W.; SENGUPTA, A.; GHOSH, S. High velocity oblique impact and ricochet mainly of long rod projectiles: an overview. *International Journal of Mechanical Sciences*, Elsevier, v. 24, n. 7, p. 425–436, 1982. Citado na página 35.
- LISCIO, E.; IMRAN, R. Angle of impact determination from bullet holes in a metal surface. *Forensic science international*, Elsevier, v. 317, p. 110504, 2020. Citado 3 vezes nas páginas 27, 30 e 36.
- MAJID, M. A.; BIRCH, R.; JAIS, M. The effects of varying target hardness on ricochet angle. In: AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS. *AIP conference proceedings*. [S.l.], 2007. v. 909, n. 1, p. 85–89. Citado na página 30.
- MARIZ, L. G. R. *Balística*. [S.l.: s.n.], 2022. Citado na página 30.
- METRÓPOLES. 2023. Disponível em <<https://www.metropoles.com/distrito-federal/na-mira/video-mostra-atirador-atingido-por-bala-ricocheteada-em-club-de-tiro>>. Acessado em 12/2023. Citado na página 27.
- MORAIS, C. Descrição, análise e interpretação de informação quantitativa. *Obtido em*, v. 15, 2010. Citado na página 48.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica: Mecânica (vol. 1)*. [S.l.]: Editora Blucher, 2013. v. 394. Citado na página 34.
- NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de Física Básica: fluidos, oscilações e ondas, calor*. [S.l.]: Editora Blucher, 2018. v. 2. Citado na página 31.
- PASSOS, G. G. F. G.; VIUG, D. T. Geometria nas cônicas. 2013. Citado na página 47.
- SCIENCES, A. A. of F. *What Is Forensic Science?* 2019. <<https://www.aafs.org/careers-forensic-science/what-forensic-science>>. Citado na página 29.
- SIQUEIRA, M. d. M. et al. Características físicas, químicas e anatômicas da madeira de pinus merkusii. Colombo: Embrapa Florestas, 2001., 2001. Citado na página 71.
- SSAB. *Ficha técnica do aço AR550*. 2023. Disponível em <https://www.ssab.com/api/sitecore/Datasheet/Get?key=549bd4436a734286a5f9ac68f138b2d4_pt-br>. Acessado em 11/2023. Citado na página 37.
- TAYLOR, J. R.; THOMPSON, W. *An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements*. [S.l.]: Springer, 1982. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 47.
- TIMES, L. A. 2017. Disponível em <<https://www.latimes.com/local/lanow/la-me-steinle-trial-20171030-story.html>>. Acessado em 12/2023. Citado na página 27.
- TRIBUNAL, D. J. D. E. D. *AMAZONAS. Manual de armamento e manuseio seguro de armas de fogo*. [S.l.]: MANAUS, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- VIDAL, D. *Balística Forense*. 2006. <https://www.jusbrasil.com.br/artigos/balastica-forense/691218798?_gl=1*gvi6nk*_ga*NTU5OTAwNjA3LjE2OTcyMTUyODc.*_ga_QCSXBQ8XPZ*MTY5NzIxNTI4Ni4xLjEuMTY5NzIxNTM3Ny41Ny4wLjA>. Citado na página 30.

ZUKAS, J.; GASKILL, B. Ricochet of deforming projectiles from deforming plates. *International journal of impact engineering*, Elsevier, v. 18, n. 6, p. 601–610, 1996. Citado na página 30.

Apêndices

APÊNDICE A – Criação de Coletor de Estilhaços

O aparato deveria seguir as seguintes características:

- Deveria ser rígido e pesado o suficiente para que não fosse transferido momento linear a cada impacto, o que, do contrário, implicaria em movimento do sistema e prejudicaria a coleta acurada de dados;
- Deveria apresentar uma área de contato com os estilhaços pouco resistente para forçar a completa penetração no aparato, sem possibilidade de segundo ricochete;
- Deveria ter dimensões de largura e altura grandes o suficiente para se abarcar todos os estilhaços provenientes dos ricochetes e pequena o suficiente para que coubesse dentro da área do estande de tiros que possui 2 m de altura;
- Deveria, finalmente, ser muito prático, a fim de permitir várias coletas precisas em curtos intervalos de tempo.

Tal estrutura foi esboçada pelo *software* de desenho técnico *Sketchup*, como pode ser visto na Figura 23.

Com o objetivo de cumprir o requisito de ser um aparato resistente e barato, foi escolhida a madeira de *Pinus merkusii* (SIQUEIRA et al., 2001) para que se formasse a moldura em tela. Foram cortadas duas peças de 1.67 m de largura e outras duas de 1.2 m. As duas últimas referem-se ao apoio horizontal no suporte de alvos (Figura 5a), enquanto as duas primeiras são utilizadas verticalmente. Para posterior acoplamento entre si, as extremidades dos caibros foram cortadas em 45°.

Além disso, foram obtidos os seguintes materiais:

- 4 grampos multiuso;
- 2 grampos do tipo "sargento";
- 1 bobina de compensado de papel de 100 m de largura por 60 cm de altura;
- 2 trilhos metálicos de 1.2;

Após a obtenção de todos esses materiais, formou-se uma moldura e, a aproximadamente 60 cm acima do caibro inferior, fixou-se um dos trilhos metálicos. Em seguida,

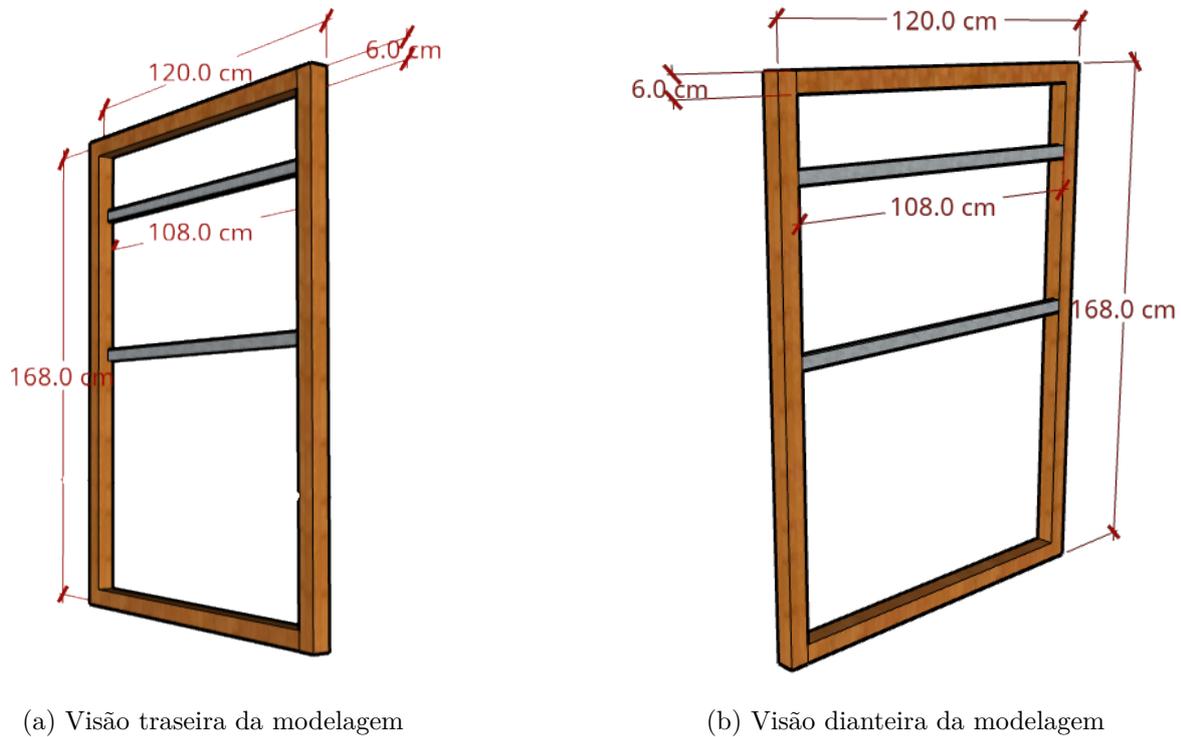


Figura 23 – Visões traseira e dianteira da modelagem 3D do coletor de estilhaços. Fonte: criação própria.

abaixo 20 cm do caibro superior, fixou-se o segundo trilho metálico. A posição desses dois nessas coordenadas específicas se deve, primeiramente, à altura em que seria posto o alvo no suporte de alvos e, em segundo lugar, à seção de choque dos estilhaços observada nos procedimentos preliminares (Seção 4.1).

Posteriormente, foi cortado um retângulo de papel da bobina, de modo que ficasse justaposto à altura entre os trilhos. Por meio dos grampos multiuso, o papel foi fixado firmemente entre os dois materiais. Com o auxílio dos grampos do tipo "sargento", que são mais resistentes, fixou-se o caibro inferior à base do suporte de alvos e o caibro à direita na estrutura vertical do suporte de alvos, de modo que o coletor de estilhaços ficasse perpendicular e sem folgas de espaço com relação ao suporte de alvos. De posse dessa estrutura, estava finalizada a montagem do aparato experimental, como pode ser visualizado na Figura 24.

Figura 24 – Coletor de estilhaços fabricado



Visão em perfil do coletor de estilhaços fabricado manualmente. Fonte: acervo próprio. À direita e perpendicularmente à moldura, o suporte onde é fixado o alvo; entre os trilhos horizontais, é fixado o papel-testemunha responsável por coletar as marcas de estilhaços.

APÊNDICE B – Informações Técnicas dos Cartuchos

Tabela 5 – Informações técnicas sobre os 4 cartuchos utilizados no experimento

Calibre	Tipo	Massa (gr)	Fabricação	Lote
9mm Luger	ETOG	124	17/03/20	2623
9mm Luger	Bonded EXPO	147	09/08/21	0035
9mm Luger	Gold EXPO	115	10/11/21	0018
9mm Luger	CXPO	92.6	-	-

APÊNDICE C – Programas Utilizados para Tratamento dos dados

C.1 Papel Testemunha

Listing C.1 – Código em Python elaborado para tratamento dos dados do papel testemunha

```

import os # Utilizada para se acessar os diretorios do
            computador
import pandas as pd # Utilizada para manipular dados em .csv e .
            xlsx
import numpy as np # Utilizada para algebra Linear
import matplotlib.pyplot as plt #Utilizada para plotar os
            graficos
from scipy.stats import pearsonr # Utilizada para calcular p-
            valores
from scipy.optimize import curve_fit # Utilizada para calculo de
            regressoes

# Funcao para calcular a distancia entre o menor e o maior valor
de y
def calcular_distancia_entre_y(y):
    return max(y) - min(y)

# Funcao para calcular a distancia entre os pontos de maior area
e o extremo inferior de y
def calcular_distancia_pontos_maior_area(y, area, n=4):
    indices_maior_area = np.argsort(area)[-n:]
    y_maior_area = y[indices_maior_area]
    return [min(y) - y_ponto for y_ponto in y_maior_area]

mun='C' #Nome utilizado internamente para se procurar os
arquivos
mun1='CXPO' #Nome oficial da fabricante

# Pasta contendo os arquivos CSV

```

```
caminho_pasta = f'Caminho_do_Arquivo\\testemunha\\{mun}\\'
                'convertidas'

# Listar arquivos CSV na pasta
arquivos_csv = [arquivo for arquivo in os.listdir(caminho_pasta)
                 if arquivo.endswith('.csv')]

# Listas para armazenar os resultados
resultados = []

# Iterar sobre cada arquivo CSV
for arquivo in arquivos_csv:
    caminho_arquivo = os.path.join(caminho_pasta, arquivo)

    # Ler o arquivo CSV usando pandas
    df = pd.read_csv(caminho_arquivo)

    # Variavel de filtro de pontos por area
    filtro = 5

    # Filtrar pontos com area menor que 2
    df_filtrado = df[df['Area'] >= filtro]

    # Extrair colunas de interesse apos o filtro
    area = df_filtrado['Area'].values
    x = df_filtrado['X'].values
    y = df_filtrado['Y'].values

    # Calcular a distancia entre o menor e o maior valor de y
    distancia_entre_y = calcular_distancia_entre_y(y)

    # Calcular a distancia entre os pontos de maior area e o
    # extremo inferior de y
    distancia_pontos_maior_area =
        calcular_distancia_pontos_maior_area(y, area)

    # Calcular a media da area e o desvio padrao de y apos o
    # filtro
    media_area = np.mean(area)
```

```
desvio_padrao_y = np.std(y)
desvio_x=np.std(x)

# Armazenar resultados
resultados.append([arquivo, distancia_entre_y, media_area,
                    desvio_x ,desvio_padrao_y ])

# Criar um DataFrame com os resultados
resultado_final = pd.DataFrame(resultados, columns=['Arquivo', '
    Distancia_y', 'area_Media', 'Desvio_em_x', 'Desvio_em_y'])
resultado_final['Arquivo'] = resultado_final['Arquivo'].str.
    replace('.csv', '').astype(int)
resultado_final = resultado_final.sort_values(by='Arquivo').
    reset_index(drop=True)
resultado_final['Arquivo'] = resultado_final['Arquivo'].astype(
    str) + '.csv'

# Definicao do caminho de saida para salvar a tabela com os
    dados de todos os arquivos .csv
caminho_saida=f'Caminho_do_Arquivo\\testemunha\\TabelaTotal{mun1
    }.xlsx'
resultado_final.round(2).to_excel(caminho_saida, index=False,
    float_format='%0.2f')

# Mostrar a tabela final
print(resultado_final)

# Ambiente para se calcular a media e desvio padrao para cada
    angulo de incidencia

grupos = [resultado_final.iloc[i:i+3] for i in range(0, len(
    resultado_final), 3)]
resultados_agrupados = []

for grupo in grupos:
    # Converter valores para numericos antes de calcular media e
        desvio padrao
    grupo_numeric = grupo.drop(columns='Arquivo').apply(pd.
        to_numeric, errors='coerce')
```

```

medias = grupo_numeric.mean()
desvios_padrao = grupo_numeric.std()
resultados_agrupados.append(medias)
resultados_agrupados.append(desvios_padrao)

# Criar um DataFrame com os resultados agrupados
resultado_final_agrupado = pd.DataFrame(resultados_agrupados)
resultado_final_agrupado.reset_index(drop=True, inplace=True)

# Mostrar a tabela final agrupada
print(resultado_final_agrupado)

# Definicao do do caminho de saida para salvar a tabela com
# apenas a media dos valores, para cada angulacao, para esta
# municao
resultado_final_agrupado.round(2).to_excel(f'Caminho_do_Arquivo
\\testemunha\\TabelaResumida{mun1}.xlsx', index=False,
float_format='%0.2f')

#

```

```

# #Inicio do ambiente para analise de area media de fragmentos
#

```

```

# Criar array de angulos de incidencia
angles=[10,30,50,70]

# Recorte da tabela para extracao da coluna de area media para
# cada angulo
t=resultado_final_agrupado.values[:,1][::2]

# Recorte da tabela para extracao da coluna de desvio padrao
# para cada angulo
terros=resultado_final_agrupado.values[:,1][1::2]

```

```

# Definicao do modelo de regressao
def exponencial(x,a1,b1,c1):
    return a1*np.exp(b1*x)+c1

x_data=np.linspace(0,70,500)

# Calculo da regressao linear
params, cov = curve_fit(exponencial, angles, t, p0=[1, -1,0],
    maxfev=10000)
a_fit , b_fit , c_fit=params

# Calculo dos erros dos coeficientes
erros=np.sqrt(np.diag(cov))

#Calculo do p-valor

coeficiente_corr , p_valor = pearsonr(angles, t)

#Ambiente voltado para construcao dos graficos e design dos
    mesmos
plt.plot(angles,t,'ro',label=f'Dados obtidos\np-valor={
    p_valor:.3f}',markersize=5)
plt.plot(x_data,exponencial(x_data,a_fit,b_fit,c_fit),label=f'
    $y(x)={a_fit:.3f}\pm${erros[0]:.3f}
    }\nb={b_fit:.3f}\pm${erros[1]:.3f}
    }\nc={c_fit:.3f}
    }\pm${erros[2]:.3f}',color='k')
plt.xlabel('angulo de Incidencia ($^\circ$)',weight='bold',fontsize
    =12)
plt.errorbar(angles,t,yerr=erros,xerr=2,capthick=0.5,linestyle=
    '',capsize=5)
plt.ylabel('area($px^2$)',weight='bold',fontsize=12)
plt.ylim(0,1.5*max(t))
legenda=plt.legend(title=f'{$\mu_1}$',title_fontsize=12,fontsize
    =10,edgecolor='k',fancybox=True,loc='best')
legenda.get_frame().set_linewidth(1.5)
plt.grid(visible=True)
plt.tick_params(axis='both',labelsize=11)

```

```

# Caminho para salvar os graficos
plt.savefig(f'Caminho_do_Arquivo\\testemunha\\graft{mun}.pdf')
plt.show()
plt.close()

#

```

```

# #Inicio do ambiente para analise de distancia de extremos de
# fragmentos
#

```

```

# Definicao do modelo de ajuste
def hiperbolica(x,a1,b1,c1):
    return a1*np.tanh(b1*x)+c1

#Recorte da tabela para fornecer a coluna de distancias entre
# extremos para cada angulo de incidencia
t1=resultado_final_agrupado.values[:,0][::2]

#Recorte da tabela para fornecer os erros dessas medidas
t1erros=resultado_final_agrupado.values[:,0][1::2]

# Calculo da funcao de ajuste
params, cov = curve_fit(hiperbolica, angles, t1, p0=[342, 0,-1],
    maxfev=10000)
a_fit, b_fit, c_fit=params

# Calculo dos erros da funcao de ajuste
erros=np.sqrt(np.diag(cov))

# Calculo do p-valor
coeficiente_corr, p_valor = pearsonr(angles, t1)

# Ambiente para construcao dos graficos
plt.plot(angles,t1,'ro',label=f'Dados obtidos\nn_p-valor={
    p_valor:.3f}',markersize=5)

```

```

plt.plot(x_data, hiperbolica(x_data, a_fit, b_fit, c_fit), label=f'
    $y(x) = a*\tanh(b*x)+c$\pm$\{a\_fit:.3f}\pm$\{erros[0]:.3
    f}\pm$\{b\_fit:.3f}\pm$\{erros[1]:.3f}\pm$\{c\_fit:.3
    f}\pm$\{erros[2]:.3f}$', color='k')
plt.xlabel('angulo de Incidencia ($ $)', weight='bold', fontsize
    =12)
plt.errorbar(angles, t1, yerr=t1erros, xerr=2, capthick=0.5,
    linestyle='', capsize=5)
plt.ylabel('Distancia entre Extremos ($px$)', weight='bold',
    fontsize=12)
plt.ylim(0, 1.5*max(t1))
legenda=plt.legend(title=f'{mun1}', title_fontsize=12, fontsize
    =10, edgecolor='k', fancybox=True, loc='best')
legenda.get_frame().set_linewidth(1.5)
plt.grid(visible=True)
plt.tick_params(axis='both', labelsize=11)

#Ambiente para salvar os graficos
plt.savefig(f'Caminho_do_Arquivo\\testemunha\\grafe{mun}.pdf')
plt.show()

```

C.2 Alvo Balístico

Listing C.2 – Código em Python utilizado para tratamento dos dados do alvo

```

import pandas as pd # Utilizada para se manipular dados em .csv
    e em .xlsx
import glob # Utilizada para se manipular dados dentro de pastas
import os # Utilizada para acesso aos diretorios do computador
from matplotlib.pyplot import * # Utilizada para plotar os
    graficos
from scipy.stats import pearsonr # Utilizada para calculo do p-
    valor

# Estilo dos graficos
style.use('seaborn-v0_8-paper')

#Definicao do nome da municao para se buscar internamente os
    arquivos .csv

```

```
mun='POQ'

# Definicao do nome comercial da municipio, para as legendas dos
  graficos
mun1='Boned_ EXPO'

# Diretorio principal onde estao os arquivos dados.csv e
  subdiretorios
diretorio_principal = f'Caminho_do_Arquivo\\alvo\\{mun}'

# Padrao para buscar em subdiretorios e encontrar arquivos dados
  .csv
padrao = diretorio_principal + '*/*/dados.csv'

# Obtem todos os arquivos dados.csv nos subdiretorios
arquivos_dados_csv = glob.glob(padrao, recursive=True)

# Lista para armazenar DataFrames de cada arquivo
tabelas = []

# Itera sobre os arquivos encontrados
for caminho_arquivo in arquivos_dados_csv:
    # Le o arquivo CSV e adiciona a lista de DataFrames
    dados = pd.read_csv(caminho_arquivo)

    # Obtem o nome da pasta atual
    nome_pasta = os.path.basename(os.path.dirname(
        caminho_arquivo))

    # Adiciona o nome da pasta como uma nova coluna
    dados['angulo_de_Incidencia'] = nome_pasta

    tabelas.append(dados)

# Concatena todos os DataFrames em um unico DataFrame
if tabelas:
    tabela_completa = pd.concat(tabelas, ignore_index=True)
    print(tabela_completa)
else:
```

```

    print("Nenhum arquivo 'dados.csv' encontrado nos
          subdiretorios.")

# Definicao do array de angulos de incidencia
x=[10,30,50,70]

# Array das excentricidades
y=tabela_completa.iloc[:, 0]

# Calculo do p-valor
coeficiente_corr, p_valor = pearsonr(x, y)

# Calculo da curva de ajuste
a,b=np.polyfit(x,y,1,cov=True)

# Calculo dos erros dos coeficientes
erros=np.sqrt(np.diag(b))

# Definicao do array do eixo x para a regressao
espaco=np.linspace(0,85,1000)

#
=====

# Ambiente para criacao dos graficos
#
=====

#Plotagem dos dados experimentais
plot(x,y, 'ro', label=f'Dados Obtidos\np-valor : {p_valor:.3f}',
      markersize=5)
ylabel('Excentricidade', weight='bold', fontsize=12)
errorbar(x,y, xerr=5, yerr=tabela_completa.iloc[:, 1], capthick
         =0.5, linestyle='', capsize=5)
xlabel('angulo de Incidencia ( )', weight='bold', fontsize=12)

#Plotagem da regressao
plot(espaco, a[0]*espaco+a[1], 'k', label=f'$y(x) = a*x+b$\na = {a

```

```
[0]:.3 f}\pm$\{erros [0]:.3 f}\nb_{=}_{a [1]:.3 f}\pm$\{erros
[1]:.3 f}')
legenda=legend( title=f' {mun1}', title_fontsize='14', fontsize=11,
    edgecolor='k', fancybox=True, loc='best')
legenda.get_frame().set_linewidth(1.5)
grid(visible=True)
tick_params(axis='both', labelsz=12)

#Salvamento do grafico
savefig(f'caminho_do_arquivo\\grafico{mun}.pdf')
```