



Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Engenharia Automotiva

# **Estudo comparativo de modelos de pneus para aplicação em sistemas de controle de estabilidade**

**Autor: Igor Sales Bezerra Souza**  
**Orientador: Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto**

**Brasília, DF**  
**2023**





Igor Sales Bezerra Souza

## **Estudo comparativo de modelos de pneus para aplicação em sistemas de controle de estabilidade**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Automotiva) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Automotiva).

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto

Coorientador: Prof. Dr. Suzana Moreira Avila

Brasília, DF

2023

---

Igor Sales Bezerra Souza

Estudo comparativo de modelos de pneus para aplicação em sistemas de controle de estabilidade/ Igor Sales Bezerra Souza. – Brasília, DF, 2023-  
105 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA , 2023.

1. Palavra-chave01. 2. Palavra-chave02. I. Prof. Dr. André Murilo de Almeida Pinto. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Estudo comparativo de modelos de pneus para aplicação em sistemas de controle de estabilidade

CDU 02:141:005.6

---

Igor Sales Bezerra Souza

## **Estudo comparativo de modelos de pneus para aplicação em sistemas de controle de estabilidade**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Automotiva) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Automotiva).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 19 de dezembro de 2023:

---

**Prof. Dr. André Murilo de Almeida  
Pinto**  
Orientador

---

**Renan Rodrigues de Mello Ozelo**  
Convidado 1

---

**Marcos Vinicius Girão de Moraes**  
Convidado 2

Brasília, DF  
2023



# Agradecimentos

Eu gostaria de agradecer às pessoas que contribuíram na minha formação como engenheiro. Os professores e orientadores na faculdade, nos projetos extracurriculares e no estágio, além dos ilustres autores de bibliografias que me acompanharam na jornada de estudante de engenharia. Faço um agradecimento especial ao professor André Murilo, pela atenção, suporte, paciência e pela oportunidade de fazer parte do projeto ESC-SIM e também ao orientador do time de pneus, Renan Ozelo, por todo conhecimento passado, prestatividade e orientação nos estudos de pneus e também do veículo. Tive a oportunidade de me desenvolver bastante como profissional e aplicar os conceitos de engenharia na prática.

Gostaria também de agradecer a Pirelli, por ter disponibilizado recursos de horas de engenharia, de viagens e de informações, que foram essenciais para enriquecer o trabalho e o meu crescimento profissional.



*"When the power of love overcome the love of power the world will know peace."  
(Jimi Hendrix)*



# Resumo

Os pneus desempenham um papel crucial na dinâmica veicular, uma vez que são os geradores de força nos veículos. Compreender como essas forças são geradas é de extrema importância para o projeto e desenvolvimento de subsistemas veiculares, tais como suspensão, direção, transmissão, freios e sistemas de controle automotivo, os quais impactam diretamente a segurança dos veículos. Nesse contexto, foi realizado um estudo comparativo de modelos de pneu para aplicação em sistemas de controle de estabilidade. O objetivo foi desenvolver e avaliar 6 modelos de pneus baseados no modelo de escova e no modelo Proporcional-Saturação, otimizados para representar o pneu do veículo de referência modelado pela Magic formula. Esses modelos seriam aplicados em veículos embarcados em ECU's. Para realizar o estudo, foi desenvolvida uma arquitetura de simulação do modelo do veículo (3 graus de liberdade) e dos pneus no *Matlab-Simulink*. Esse modelo foi comparado com um modelo de 14 graus de liberdade do software de simulação automotiva *VI-CarRealTime* (VI-CRT) para validação. As manobras de *Step Steer*, série de *Step Steers*, *Ramp Steer*, *Double Lane Change* e *Sine with Dwell* foram escolhidas para a análise, pois elas excitam as dinâmicas básicas do veículo e, no caso do *Sine with Dwell*, fazem parte do ciclo de homologação de sistemas de controle de estabilidade. Os resultados mostraram uma correlação de 86% para manobras homologativas do controle de estabilidade entre o modelo de veículo desenvolvido e o modelo de referência do VI-CRT. Além disso, foi observado que os modelos menos complexos de pneus são capazes de representar as dinâmicas necessárias para o controlador. Como trabalho futuro, propõe-se representar mais condições de funcionamento dos pneus, como simular o comportamento do veículo com um pneu furado ou em final de vida, e estudar como o controle de estabilidade atua sob essas condições, assim como analisar o sistema veículo-pneu no domínio da frequência.

**Palavras-chaves:** *Matlab-Simulink*. Modelos de pneus. Controle de estabilidade. Dinâmica veicular. Car Real Time.



# Abstract

Tires play a crucial role in vehicle dynamics as they are the force generators in vehicles. Understanding how these forces are generated is of utmost importance for the design and development of vehicle subsystems such as suspension, steering, transmission, brakes, and automotive control systems, all of which directly impact vehicle safety. In this context, a comparative study of tire models for application in stability control systems was conducted. The objective was to develop and evaluate six tire models based on the brush model and the Proportional-Saturation model, optimized to represent the reference vehicle tire modeled by the Magic Formula. These models would be applied to vehicles embedded in Electronic Control Units (ECUs). To conduct the study, a simulation architecture of the vehicle model (3 degrees of freedom) and tires was developed using Matlab-Simulink. This model was compared with a 14-degree-of-freedom model from the automotive simulation software VI-CarRealTime (VI-CRT) for validation. Maneuvers such as Step Steer, Series of Step steer, Ramp Steer, Double Lane Change, and Sine with Dwell were chosen for analysis, as they excite the basic dynamics of the vehicle, and in the case of Sine with Dwell and Double Lane Change, are part of the stability control system homologation cycle. The results showed a 86% correlation for homologation maneuvers of the stability control between the developed vehicle model and the VI-CRT reference model. Additionally, it was observed that less complex tire models are capable of representing the dynamics necessary for the controller. As a future work, it is proposed to represent more tire operating conditions, such as simulating vehicle behavior with a flat tire or at the end of its life, and studying how stability control operates under these conditions and also to analyse the vehicle-tire system in the frequency domain.

**Key-words:** Matlab-Simulin. Tire modeling. Stability control. Vehicle dynamics. *VI-CarRealTime*.



# Lista de ilustrações

Figura 1 – Ilustração do funcionamento do controle de estabilidade quanto à correção de rota [DPK] . . . . .	31
Figura 2 – Simulador dinâmico VI-Grade DiM150 localizado no SIM-Center Stellantis/PUC [Stellantis] . . . . .	37
Figura 3 – Componentes construtivos do pneu [Gent e Walter 2005] . . . . .	38
Figura 4 – Informações gravadas no pneu. (Adaptado do Jazar) . . . . .	39
Figura 5 – Descrição gráfica dos tipos de pneus (Pneumatic Tire) . . . . .	39
Figura 6 – Área de contato [Gent e Walter 2005] . . . . .	41
Figura 7 – Formação do <i>Slip angle</i> [Gillespie 1992] . . . . .	42
Figura 8 – Ilustração da elipse de fricção [Jazar 2009] . . . . .	43
Figura 9 – Exemplo do comportamento da força lateral em função do ângulo de deriva . . . . .	43
Figura 10 – Comportamento do <i>Cornering stiffness</i> em função da carga vertical . . . . .	44
Figura 11 – Comportamento do <i>Slip angle</i> transiente . . . . .	45
Figura 12 – Principais convenções de sinais existentes [Pacejka 2002] . . . . .	46
Figura 13 – Exemplo do ajuste dos parâmetros da <i>Magic formula</i> em relação aos dados experimentais - Eixos da força lateral e <i>slip angle</i> normalizados [Pacejka 2002] . . . . .	47
Figura 14 – Distribuição de pressão vertical e lateral [Nakajima 2018] . . . . .	48
Figura 15 – Caracterização das regiões de geração de força na área de contato em relação a distribuição de pressão e <i>slip angle</i> [Nakajima 2018] . . . . .	49
Figura 16 – Exemplo de aplicação do modelo Proporcional-Saturação . . . . .	50
Figura 17 – Coordenadas adotadas para orientação do veículo conforme norma SAE J670 com eixo $z$ para cima (Adaptado de [Bertoti 2018]) . . . . .	50
Figura 18 – Demonstração gráfica do ângulo de deriva do veículo - $\beta$ [Gillespie 1992] . . . . .	51
Figura 19 – Forças atuantes no veículo relevantes para a dinâmica Longitudinal [Gillespie 1992] . . . . .	51
Figura 20 – Diagrama de corpo livre simplificado do veículo na vista frontal (Adaptado [Milliken e Milliken 1995]) . . . . .	53
Figura 21 – Principais dinâmicas e características do modelo bicicleta de 3 graus de liberdade (Adaptado de [Torres 2021]) . . . . .	55
Figura 22 – Ilustração do funcionamento de frenagem diferencial aplicado pelo ESC (Adaptado de [Rill e Castro 2020]) . . . . .	57
Figura 23 – Exemplo da interface do <i>software</i> de simulação automotiva: <i>Car Real Time</i> . . . . .	58
Figura 24 – Ambiente de configuração do modelo do veículo no <i>VI-CarRealTime</i> . . . . .	59

Figura 25 – Ambiente de parametrização da manobra da simulação no <i>software</i> VI-CRT . . . . .	60
Figura 26 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Step Steer . . . . .	61
Figura 27 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra serie de Steps Steer . . . . .	62
Figura 28 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Ramp Steer . . . . .	62
Figura 29 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Double Lane Change . . . . .	63
Figura 30 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Sine with Dwell . . . . .	63
Figura 31 – Sistema de simulação veicular desenvolvido no <i>Simulink</i> . . . . .	66
Figura 32 – Entradas e saídas bloco do veículo . . . . .	67
Figura 33 – Subsistema do Veículo desenvolvido no <i>Simulink</i> . . . . .	67
Figura 34 – Subsistema de pneus desenvolvido no <i>simulink</i> . . . . .	68
Figura 35 – Comparativo do ajuste de <i>steering ratio</i> . . . . .	73
Figura 36 – Comparativo do ajuste dos parâmetro de rolagem . . . . .	74
Figura 37 – Correlação da manobra <i>Step Steer</i> do modelo <i>Simulink</i> e a referência VI-CRT . . . . .	74
Figura 38 – Correlação da manobra <i>Ramp Steer</i> do modelo <i>Simulink</i> e a referência VI-CRT . . . . .	75
Figura 39 – Análise para a série de <i>Steps steer</i> de 15° a 300°, em que foi cortada apenas o estado permanente para cada passo de ângulo de esterço . . . . .	76
Figura 40 – Correlação em R <sup>2</sup> para a série de <i>Steps steer</i> de 15° a 300° em que foi cortada apenas o estado permanente para cada passo de ângulo de esterço . . . . .	76
Figura 41 – Correlação da manobra <i>Double Lane Change</i> do modelo <i>Simulink</i> e a referência VI-CRT . . . . .	77
Figura 42 – Correlação da manobra <i>Sine with Dwell</i> do modelo <i>Simulink</i> e a referência VI-CRT . . . . .	77
Figura 43 – Correlação de r <sup>2</sup> do VI-CRT e do Simulink . . . . .	78
Figura 44 – Comparativo visual da otimização do <i>Brush model</i> e Proporcional-Saturação . . . . .	78
Figura 45 – Comparativo visual da otimização do <i>cornering stiffness</i> com função ganho-saturação . . . . .	79
Figura 46 – Correlação de r <sup>2</sup> do VI-CRT e do Simulink de todos os modelos de pneu . . . . .	80
Figura 47 – Step Steer - Validação . . . . .	90
Figura 48 – Série de Steps Steer - Validação . . . . .	91
Figura 49 – Ramp Steer - Validação . . . . .	92
Figura 50 – Double Lane Change - Validação . . . . .	93
Figura 51 – Sine with Dwell - Validação . . . . .	94
Figura 52 – Step Steer - Principal de cada modelo de pneu proposto . . . . .	96

Figura 53 – Ramp Steer - Principal de cada modelo de pneu proposto . . . . .	97
Figura 54 – Double Lane Change - Principal de cada modelo de pneu proposto . .	98
Figura 55 – Sine with Dwell - Principal de cada modelo de pneu proposto . . . . .	99
Figura 56 – Análise no domínio da frequência . . . . .	100
Figura 57 – Parte 1: Exemplo de arquivo de pneu genérico . . . . .	104
Figura 58 – Parte 2: Exemplo de arquivo de pneu genérico . . . . .	105



# Lista de tabelas

Tabela 1 – Tabela dos parâmetros do veículo necessários para alimentar simulação	60
Tabela 2 – Tabela entradas e saídas do bloco de pneus . . . . .	69



# Lista de abreviaturas e siglas

VI-CRT	<i>VI-CarRealTime</i>
PS	Proporcional-Saturação
GS	Ganho-Saturação
ABS	Sistema de frenagem Anti-Travamento
TCS	Sistema de Tração Anti-travamento
ESC	Sistema de Controle de estabilidade
ESP	Sistema de Controle de estabilidade
Ipea	Instituto de pesquisa econômica aplicada
CONTRAN	Conselho Nacional de Trânsito
SAE	Sociedade dos engenheiros automotivos
CG	Centro de gravidade
MBD	<i>Model Based Design</i>
TCC1	Trabalho de conclusão de curso 1
TCC2	Trabalho de conclusão de curso 2



# Lista de símbolos

$S$	Deslizamento longitudinal - <i>Slip ratio</i>
$\Omega$	Velocidade angular da roda
$R_e$	Raio de rolamento efetivo do pneu
$V$	Velocidade longitudinal
$u$	Velocidade longitudinal
$\dot{u}$	Derivada da velocidade longitudinal
$v$	Velocidade lateral
$\alpha$	Deslizamento lateral ( <i>Slip angle</i> )
$\dot{\alpha}$	Deslizamento lateral transiente
$F$	Força
$K$	Rigidez
$\Delta x$	Deslocamento
$x$	Ponto na direção longitudinal na área de contato
$F_x$	Força longitudinal
$F_{xf}$	Força longitudinal dianteira
$F_{xr}$	Força longitudinal traseira
$F_y$	Força lateral
$F_{yf}$	Força lateral dianteira
$F_{yfl}$	Força lateral dianteira esquerda
$F_{yfr}$	Força lateral dianteira direita
$F_{yr}$	Força lateral traseira
$F_{yrl}$	Força lateral traseira esquerda
$F_{yrr}$	Força lateral traseira direita

$F_y^{Adesão}$	Força lateral gerada por adesão
$F_y^{Deslizamento}$	Força lateral gerada por deslizamento
$F_z$	Carga vertical
$F_{shear}$	Força de cisalhamento - resultante da lateral e longitudinal
$V_x$	Velocidade longitudinal
$V_y$	Velocidade lateral
$V_{sy}$	Velocidade de deslizamento lateral
$\sigma_y$	Comprimento de relaxamento - <i>Relaxation Length</i>
$B_y$	Coefficiente de rigidez da curva
$C_y$	Coefficiente de forma da curva
$D_y$	Coefficiente de pico da curva
$E_y$	Coefficiente de curvatura da curva
$S_{vy}$	Deslocamento vertical na curva de força lateral do pneu
$\mu$	Coefficiente de atrito
$b$	Largura da área de contato
$a$	Distância do eixo dianteiro ao centro de gravidade
$b$	Distância do eixo traseiro ao centro de gravidade
$l$	Comprimento da área de contato
$l_h$	Ponto de início de deslizamento na área de contato
$C_y$	Rigidez de cada cerda
$\beta$	Deslizamento de deriva do veículo - <i>Side Slip angle</i>
$W$	Carga total do veículo
$W_f$	Carga no eixo dianteiro
$W_r$	Carga no eixo traseiro
$W_L$	Carga do veículo no lado esquerdo
$W_s$	Carga suspensa

$W_{ua}$	Carga não suspensa
$\Delta W$	Carga transferida
$L$	Entre-eixo
$D_A$	Coefficiente de arrasto aerodinâmico
$h_A$	Altura de atuação da força aerodinâmica
$h_h$	Altura do ponto de ancoragem do <i>trailer</i>
$h$	Altura do centro de gravidade
$h_{CG}$	Altura do centro de gravidade
$h_s$	Distância do centro de gravidade ao eixo de rolagem
$R_{hz}$	Força vertical no ponto de ancoragem de trailer
$R_{hx}$	Força horizontal no ponto de ancoragem de trailer
$g$	Aceleração da gravidade
$a_x$	Aceleração longitudinal
$a_y$	Aceleração lateral
$\Theta$	Ângulo de inclinação da pista
$d_h$	Distância do ponto de ancoragem do <i>trailer</i> ao eixo traseiro
$t$	Bitola do veículo
$t_F$	Bitola dianteira do veículo
$t_R$	Bitola traseira do veículo
$K_{\phi a}$	Rigidez à rolagem eixo dianteiro ou eixo traseiro
$K_{\phi F}$	Rigidez à rolagem eixo dianteiro
$K_{\phi R}$	Rigidez à rolagem eixo traseiro
$h_{RC}$	Altura do centro de rolagem
$h_{RCf}$	Altura do centro de rolagem dianteiro
$h_{RCr}$	Altura do centro de rolagem traseiro
$q$	Distância do CG ao eixo dianteiro ou traseiro

$m$	Massa do veículo
$m_s$	Massa suspensa
$\omega_f$	Velocidade angular da roda dianteira
$\omega_r$	Velocidade angular da roda traseira
$\partial$	Derivada parcial
$T$	Energia cinética
$U$	Energia potencial
$q_i$	Coordenada genérica
$\dot{q}_i$	Derivada da coordenada genérica
$\dot{v}$	Derivada da velocidade lateral
$Q_i$	Forças externas genérica
$r$	Taxa de guinada
$\dot{r}$	Derivada da taxa de guinada
$p$	Taxa de rolagem
$\dot{p}$	Derivada da taxa de rolagem
$\phi$	Ângulo de rolagem
$\dot{\phi}$	Derivada do ângulo de rolagem
$I_{xz}$	Produto de inércia dos eixos x e z
$I_z$	Inércia em torno do eixo z
$I_x$	Inércia em torno do eixo x
$I_y$	Inércia em torno do eixo y
$\delta_f$	Ângulo de esterçamento
$\delta_{FL}$	Ângulo de esterçamento roda dianteira esquerda
$\delta_{RF}$	Ângulo de esterçamento roda dianteira direita
$K_\phi$	Coefficiente de rigidez à rolagem
$K_\phi$	Coefficiente de amortecimento à rolagem

$toe_{FL}$	Convergência da roda dianteira esquerda
$toe_{FR}$	Convergência da roda dianteira direita
$toe_{RL}$	Convergência da roda traseira esquerda
$toe_{RR}$	Convergência da roda traseira direita
$F'_{z0}$	Incremento de carga vertical
$K_{y\alpha}$	Rigidez de deriva lateral
$P_{Ky1}$	Máximo valor de rigidez normalizado pela carga vertical nominal
$P_{Ky1}$	Carga na qual a rigidez atinge o valor máximo
$P_{Ky1}$	Variação do valor de rigidez normalizado pela carga vertical nominal em função do camber
$\lambda_{Ky\alpha}$	Fator de escala da <i>cornering stiffness</i>



# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>31</b>
<b>1.1</b>	<b>Contexto</b>	<b>31</b>
<b>1.2</b>	<b>Relevância</b>	<b>32</b>
<b>1.3</b>	<b>Objetivos</b>	<b>32</b>
<b>1.4</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>33</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>35</b>
<b>2.1</b>	<b>Estado da arte</b>	<b>35</b>
<b>2.2</b>	<b>Caracterização de pneus</b>	<b>38</b>
2.2.1	Nomenclaturas e aspectos construtivos	38
2.2.2	Classificação	39
2.2.2.1	Radial	39
2.2.2.2	Diagonal - <i>Diagonal Bias</i>	40
2.2.2.3	Diagonal com cintas - <i>Belted bias</i>	40
2.2.3	Características físicas e geração de forças nos pneus	41
2.2.3.1	Área de contato	41
2.2.3.2	Ângulo de deriva - <i>Slip angle</i>	41
2.2.3.3	Deslizamento longitudinal - <i>Slip ratio</i>	42
2.2.3.4	Elipse de fricção	42
2.2.3.5	Rigidez de deriva e de deslizamento longitudinal - <i>Cornering stiffness e Longitudinal slip stiffness</i>	43
2.2.3.6	Deslizamento transiente	44
2.2.4	Convenção de sinais	45
<b>2.3</b>	<b>Modelos de pneus</b>	<b>46</b>
2.3.1	<i>Magic Formula</i> - Pacejka	46
2.3.2	<i>Brush Model</i> - Modelo de escova	48
2.3.2.1	Modelo Proporcional-Saturação	49
<b>2.4</b>	<b>Dinâmica veicular</b>	<b>50</b>
2.4.1	Dinâmica longitudinal	51
2.4.2	Dinâmica lateral	52
2.4.2.1	Transferência lateral de carga	52
2.4.3	Modelo bicicleta - 3 graus de liberdade	54
2.4.4	<i>Compliance</i> - Deformação dos componentes	56
<b>2.5</b>	<b>Controle de estabilidade - ESC</b>	<b>56</b>
<b>2.6</b>	<b>Software de simulação</b>	<b>57</b>

<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>59</b>
<b>3.1</b>	<b>Obtenção dos dados de referência - <i>VI-CarRealTime</i></b>	<b>59</b>
<b>3.2</b>	<b>Implementação dos modelos de pneu</b>	<b>64</b>
3.2.1	Modelos de pneus	64
3.2.1.1	Otimização da força	64
3.2.1.2	Influência da carga vertical na força e otimização do <i>cornering stiffness</i>	64
3.2.1.3	Resumo dos modelos de pneus	65
<b>3.3</b>	<b>Desenvolvimento do sistema de simulação veicular no <i>Simulink</i></b>	<b>66</b>
3.3.1	Subsistema do veículo	66
3.3.1.1	Bloco do veículo	66
3.3.1.2	Bloco dos <i>slip angles</i>	68
3.3.2	Subsistema de pneus	68
3.3.2.1	Cálculo do <i>slip angle</i> transiente	69
3.3.2.2	Cálculo das forças laterais	69
3.3.3	Aplicação das entradas do modelo e comparação dos dados	70
3.3.3.1	Ajustes do modelo de veículo	70
3.3.3.2	Validação do modelo de veículo	70
3.3.3.3	Aplicação dos outros modelos de pneu e análise dos dados	71
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>73</b>
<b>4.1</b>	<b>Validação do modelo de veículo</b>	<b>73</b>
4.1.1	Ajuste do modelo do veículo	73
4.1.2	Análise de correlação do modelo do veículo com pneu de referência	74
<b>4.2</b>	<b>Desenvolvimento dos modelos de pneus</b>	<b>78</b>
<b>4.3</b>	<b>Aplicação e análise dos modelos de pneu desenvolvidos</b>	<b>79</b>
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>81</b>
	<b>Referências</b>	<b>83</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>87</b>
	<b>APÊNDICE A – GRÁFICOS DAS OUTRAS VARIÁVEIS - VALIDAÇÃO DO MODELO DE VEÍCULO</b>	<b>89</b>
	<b>APÊNDICE B – GRÁFICOS DOS PRINCIPAIS MODELOS DE PNEU</b>	<b>100</b>

**ANEXOS**

**101**

**ANEXO A – EXEMPLO DE PARTE DO ARQUIVO DE PNEU  
GENÉRICO MODELADO PELA *MAGIC FORMULA* 103**



# 1 Introdução

Uma das principais funções da engenharia é trabalhar no desenvolvimento e otimização de soluções de problemas da sociedade. Nesse sentido, a segurança veicular é um tema muito discutido devido a importância na proteção da vida e da integridade dos ocupantes dos veículos automotivos. Este capítulo introduz o trabalho que trata sobre um estudo comparativo de modelos de pneus para aplicação em sistemas de controle de estabilidade, que visa entender a influência de diferentes modelagens de pneus aplicados em modelos de veículos implementados em sistemas de controle de estabilidade.

## 1.1 Contexto

Em 2021, o Ministério da Saúde divulgou que 33.813 pessoas morreram em decorrência do trânsito brasileiro, um aumento aproximado de 3,4% em relação a 2020 [Czerwonka 2023]. Além da integridade física e a preservação da vida humana, os acidentes de trânsito têm um grande impacto econômico, o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea) estima um custo de 50 bilhões de reais anuais no Brasil [Senado 2022].

Frente à esse cenário, a melhoria e investimento na segurança dos veículos e rodovias é um fator importante para a redução de acidentes e de prejuízo econômico. Um exemplo disso se dá através do desenvolvimento e a implementação de sistemas eletromecânicos, com o objetivo de reduzir a influência humana na causa de acidentes, já que 90% dos acidentes de trânsito são atribuídos à falhas humanas [Bahouth 2005]. Dessa forma, os sistemas de controle automotivo, como ABS (Sistema de Frenagem Anti-Travante), TCS (Controle de tração) e ESC ou ESP (Controle de estabilidade), são algumas das soluções que podem ser implementadas a fim de aumentar a segurança nos veículos.



Figura 1 – Ilustração do funcionamento do controle de estabilidade quanto à correção de rota [DPK]

Os pneus são os geradores de força de um veículo, pois são o ponto de interação

entre o carro e a pista. O entendimento de como essas forças são geradas é de extrema importância para o desenvolvimento dos subsistemas do veículo, o que inclui a suspensão, transmissão, freios, direção, e também para os sistemas de controle (ABS, TCS e ESC) que atuam através desses subsistemas.

## 1.2 Relevância

A resolução do CONTRAN N° 956 de 28/03/2022 determina a obrigatoriedade do sistema de controle de estabilidade nas principais categorias de veículos automotores. Devido à natureza de funcionamento desse tipo de sistema, há a necessidade da implementação de um modelo de veículo representativo para gerir as ações de controle. Tal modelo de veículo possui um modelo de pneu que é responsável por calcular as forças externas do veículo que tem como fonte os pneus. A questão de custo computacional nos modelos aplicados nas centrais de controle é um importante fator de análise, uma vez que a central precisa gerir as ações de controle de forma rápida. Nesse sentido, a utilização de modelos mais complexos que representam bem as dinâmicas dos subsistemas do veículo têm o alto custo computacional como fator limitante. Assim, a implementação de modelos simplificados é uma saída interessante, mas com o desafio de serem capazes de representar as principais dinâmicas do veículo que sejam suficientes para alimentar as lógicas dos controladores.

Tendo isso em vista, assim como o modelo de veículo deve ser simplificado e representativo, para a efetuação rápida dos cálculos, o mesmo vale para o modelo de pneu. Alguns trabalhos como [Singh e Sivaramakrishnan 2023] e [Lu Y. Ma e Qi 2020] utilizam o modelo de Pacejka para aplicação em sistemas de controle automotivo, que é uma modelagem consolidada, mas que ainda possui muitos parâmetros e não linearidades. Por isso, este estudo é importante para entender a capacidade e as limitações de cada modelo de pneu em representar as dinâmicas do sistema pneu-veículo e entender qual seria o melhor custo-benefício de cada modelo para a aplicação no controle de estabilidade.

## 1.3 Objetivos

Este trabalho visa estudar a influência dos pneus no comportamento dinâmico do veículo sob a ótica de aplicação do controle de estabilidade (ESC). Tal estudo compõe o desenvolvimento de um modelo de veículo válido em relação ao modelo de referência do *software VI-CarRealTime* para a aplicação de diferentes modelos de pneus. O principal objetivo do trabalho é avaliar quais são as vantagens e limitações de modelos de pneu baseados no modelo de escova e no modelo Proporcional-Saturação, tendo em vista a aplicação em um controle de estabilidade. Portanto, para atingir esse objetivo, as seguintes metas específicas devem ser desenvolvidas ao longo do trabalho:

- Levantamento bibliográfico dos modelos matemáticos de veículos e de pneus;
- Detalhamento do modelo de veículo de dinâmica veicular implementado;
- Definição das manobras de simulação no *software VI-CarRealTime*;
- Simulação e validação do modelo de veículo em relação a um modelo consolidado do *software VI-CarRealTime*, utilizando *Matlab-Simulink*;
- Desenvolvimento dos modelos de pneu representativos do modelo de referência (Pacejka);
- Implementação e simulação dos modelos de pneus no modelo de veículo desenvolvido, utilizando *Matlab-Simulink*;
- Análise dos modelos implementados quanto as vantagens e limitações de cada modelo de pneu.

## 1.4 Organização do trabalho

A estrutura desenvolvida no trabalho segue a lógica de evolução das tarefas e cumprimento de etapas específicas, além de propor uma leitura mais dinâmica e compreensível. Os capítulos foram disposto de acordo com a lista abaixo:

- Capítulo 01: Introdução  
Dedicado à apresentação do tema de estudo, objetivo e aspectos gerais do trabalho;
- Capítulo 02: Fundamentação teórica  
Dedicado a apresentação das bibliografias e conteúdo teórico que embasa o trabalho;
- Capítulo 03: Metodologia  
Dedicado a apresentação dos métodos e procedimentos utilizados para o desenvolvimento do trabalho;
- Capítulo 04: Resultados preliminares  
Dedicado a apresentação e discussão dos resultados obtidos;
- Capítulo 05: Conclusão  
Dedicado às considerações finais do trabalho e sugestões de trabalhos futuros.



## 2 Fundamentação teórica

### 2.1 Estado da arte

O estudo de dinâmica veicular é essencial para o desenvolvimento de soluções na indústria automotiva, o que inclui a influência dos pneus como geradores de forças sobre o veículo, como o veículo responde a essas forças geradas, e posteriormente, a implementação dessas dinâmicas em um simulador automotivo, com o objetivo de tornar o processo de desenvolvimento do veículo ou de controles automotivos mais eficiente.

A modelagem de pneus depende do objetivo do estudo a ser realizado. No caso de modelos mais simples, sem muitos parâmetros de influência, são de grande importância para o desenvolvimento de sistemas de controle. Isso acontece devido a esses modelos de pneu consumirem menos custo computacional. Ding e Taheri idealizaram uma modificação no modelo de Dugoff com força longitudinal e lateral combinada, e que o modelo foi avaliado através da aplicação da manobra de mudança dupla de faixa comparada com o modelo da *Magic formula*, modelo amplamente utilizado pela indústria, e obteve resultados próximos entre os dois modelos de pneu [Ding e Taheri 2010]. Svendenius e Wittenmark descreveram o fenômeno do deslizamento que ocorre no pneu através do modelo de escova (*Brush model*) além de propor algumas formas de calibração dos parâmetros do modelo de escova [Svendenius e Wittenmark 2003].

Já Siramdasu e Taheri, tiveram o foco em avaliar a performance do pneu em pavimentos irregulares para comportamento transiente em manobras de emergência em altas velocidades. Para isso, foi necessário desenvolver um modelo de pneu de 6 graus de liberdade baseado em um anel rígido que foi integrado ao modelo de veículo do CarSim®. Esse sistema pneu-veículo foi simulado várias manobras, como as de emergência (Apenas em superfície suave) e de mudança única de faixa (em superfície suave e má condição da superfície do asfalto) [Siramdasu e Taheri 2016].

Uma abordagem analítica foi realizada por Salaani que desenvolveu um modelo baseado em propriedades físicas do pneu, como rigidez lateral e longitudinal, *pneumatic trail*, braço de momento efetivo de *overturning* e propriedades de fricção, aplicando a formulação do fenômeno de cisalhamento do contato com o solo, uma distribuição de pressão vertical elíptica e as leis de tensão e deformação planar [Salaani 2008].

Singh e Sivaramakrishnan propõem um modelo adaptativo para a *Magic Formula*, com parâmetros não fixos, capaz de se ajustar a condições de operação do pneu, como diferentes pressões, temperaturas, profundidades da banda de rodagem e cargas vertical [Singh e Sivaramakrishnan 2015]. Uma vez que durante a vida útil do veículo, o pneu irá

enfrentar diferentes condições operacionais e é importante entender como as diferentes condições vão afetar o comportamento do veículo e conseqüentemente, como os controles vão se ajustar a essas possíveis mudanças de comportamento. O estudo validou o modelo atualizado através de experimentos na *Flat Trac*®.

E, para além do estudo de uma modelagem fiel de forças e momentos gerados no pneu, Schröder e Chung buscaram identificar como as propriedades características do pneu que influenciam na resposta do veículo em função da aceleração lateral e da taxa de guinada [Schröder e Chung 1995]. Para isso, as propriedades de rigidez lateral, variação de rigidez com influência da carga vertical, momento auto-alinhante e no comprimento de relaxamento (*relaxation length*). Tal estudo foi realizado utilizando o modelo de veículo completo do ADAMS®, aplicando a *Magic Formula* e avaliado a partir do método de *Four parameter evaluation* da resposta transiente lateral do veículo.

Quanto ao estudo do comportamento do veículo há uma tendência para a compreensão das dinâmicas não lineares da modelagem do sistema veicular, na utilização de suspensões inteligentes - devido ao avanço da tecnologia de controle e microprocessadores, assim como a utilização de atuadores de alta qualidade e de sensores mais robustos - e a investigação das propriedades mecânicas do pneu na região de contato com o solo, principalmente levando em consideração das características da pista [Yang e Li 2013].

Na busca por aumentar a compreensão do modelo dinâmico do veículo focado na utilização em conjunto com um modelo de controle preditivo Chen e Negrut implementaram modelo bicicleta, de 8 e 14 graus de liberdade no matlab, aplicando 3 entradas de esterço: sine wave, step e ramp [Chen e Negrut 2019]. Kutluaya e Winner apontaram sobre a negligência na análise dos dados experimentais para a validação do sistema simulado, uma vez que não existe um padrão do processo de manuseio de dados dos experimentos ou no processo de análise da validação do modelo de dinâmica veicular, pois essas análises são baseadas na comparação visual e julgamento subjetivo, o que acaba reduzindo a credibilidade dos modelos desenvolvidos [Kutluaya e Winner 2014]. Além de propor que os modelos devem ser analisados no domínio do tempo e da frequência, já que a análise em ambos domínios podem mostrar características que podem não ser percebidas no caso de uma análise feita em apenas um domínio, em manobras que contenham as características do fenômeno real que o modelo busca reproduzir. Outros avanços na modelagem das dinâmicas do veículo estão caminhando no sentido de utilizar de inteligência artificial para estimar os estados do veículo através de redes neurais e lógica Fuzzy [Guo D. Cao e Yang 2018].

O próximo passo para a simulação dos modelos de dinâmica veicular é inclusão do piloto do ciclo da simulação (*Driver-in-the-loop*). Esses simuladores automotivos, como o da Stellantis (Figura 2), têm ganhado muito espaço na indústria automotiva, devido a sua capacidade de aumentar a eficiência dos processos quanto ao tempo e ao custo. Alguns

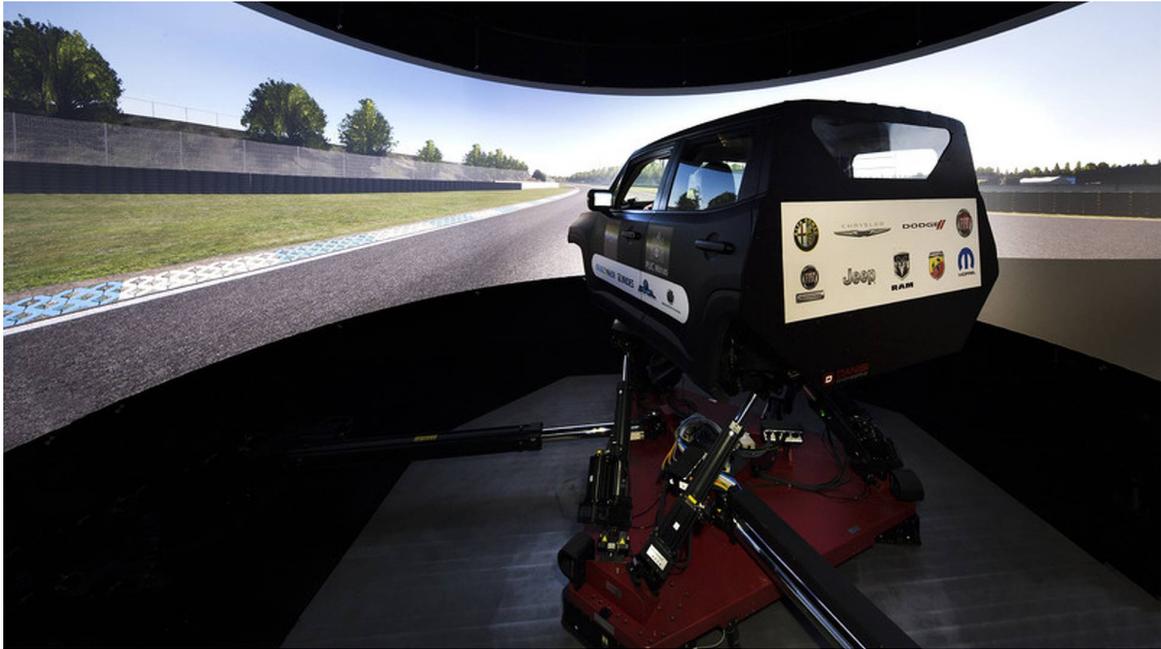


Figura 2 – Simulador dinâmico VI-Grade DiM150 localizado no SIM-Center Stellantis/PUC [Stellantis])

exemplos são:

- A Pirelli, junto à Stellantis, fizeram um trabalho de correlação do simulador dinâmico. Para isso, experimentos em pista foram realizados, assim como a calibração do modelo do simulador através dos modelos elasto-cinemático da suspensão, do modelo de pneu obtido em *Flat Trac*® e também do modelo de pneu virtual. Dessa forma foi possível obter uma ferramenta de simulação correlacionada com o comportamento do veículo em pista [Pirelli e Stellantis 2018].
- A Maserati e a MegaRide reduziram o tempo de testes de 3-3,5 anos para 2 anos com a mudança de 80% de testes físicos para 70% de testes virtuais. Tais testes foram realizados no sistema da suspensão, para avaliar o *compliance*, posição dos *Hard points*, performance de passeio e desenvolvimento de pneus para o veículo [Maserati e MegaRide 2020].
- A Goodyear integrou o uso do simulador no ciclo de desenvolvimento de pneus, a partir da implementação de modelos de pneus em real time. O que acelerou o processo de desenvolvimento, já que era possível testar pneus com diferentes características de formas mais rápidas e o processo de investigação pode ser realizado com maior precisão e repetibilidade. Além de que houve uma redução de custo pois menos protótipos físicos eram fabricados [Goodyear 2021].
- A Michelin implementou um emulador de pneu termomecânico (Tame Tire) o que colaborou para avaliação e desenvolvimento das propriedades dos compostos de

borracha e compreensão dos efeitos térmicos [Michelin 2019].

## 2.2 Caracterização de pneus

Os pneus são a interface de interação entre o veículo e a pista, por tanto são geradores das forças que fazem o veículo se mover no espaço. Além disso, o pneu é responsável por suportar as cargas verticais do veículo e absorver parte das irregularidades da pista [Gent e Walter 2005]. Esta seção tem o objetivo de apresentar os aspectos gerais desse componente complexo do veículo, abordando classificação, nomenclatura e aspectos construtivos.

### 2.2.1 Nomenclaturas e aspectos construtivos

A Figura 3 apresenta um corte do pneu com a identificação dos aspectos construtivos e seus respectivos nomes.

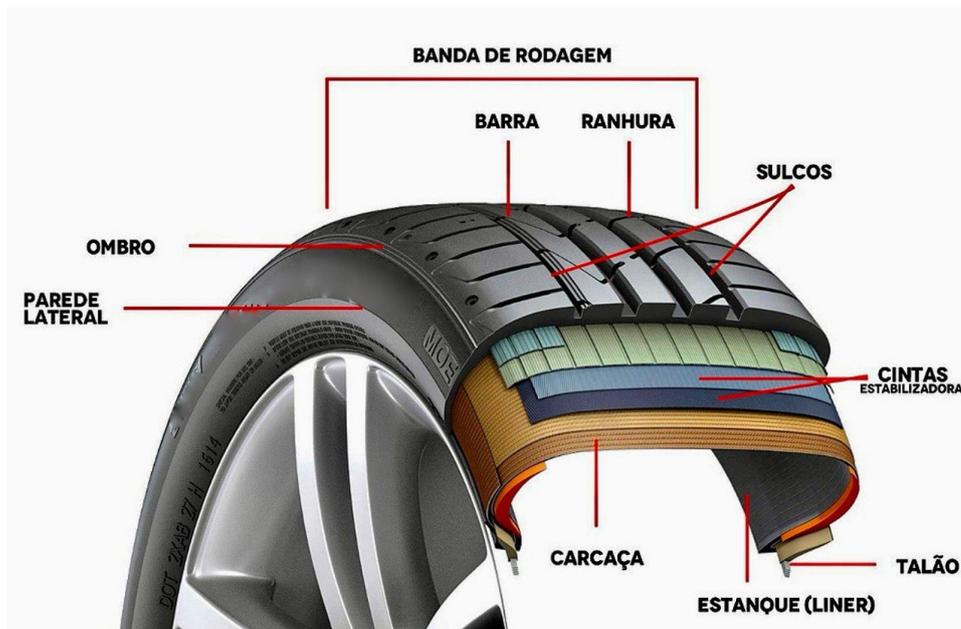


Figura 3 – Componentes construtivos do pneu [Gent e Walter 2005]

Além das características construtivas, as informações gravadas nos pneus, figura 4, seguem o padrão:

1. Identificações das dimensões do pneu
2. Pressão máxima permitida
3. Tipo de construção do pneu
4. Adicional sobre o tipo de reforço do pneu

5. Marca e número de aprovação de região/país
6. Número de DOT
7. País de fabricação
8. Fabricante, nome da marca e nome comercial

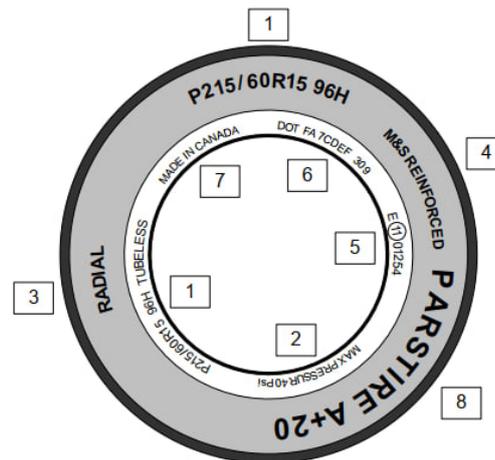


Figura 4 – Informações gravadas no pneu. (Adaptado do Jazar)

### 2.2.2 Classificação

De forma geral, existem 3 tipos de pneu: radial, diagonal e diagonal com cintas (*Belted Bias*). Os pneus diagonais ainda são utilizados em caminhões, ônibus e tratores, já os pneus radiais tem aplicação em veículos de passeio e competição.

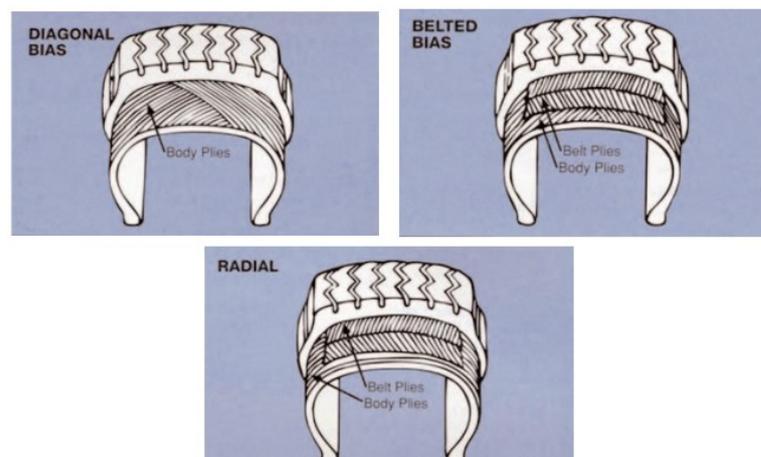


Figura 5 – Descrição gráfica dos tipos de pneus (Pneumatic Tire)

#### 2.2.2.1 Radial

O pneu radial é formado por uma ou mais lona de cordas dispostas radialmente de talão à talão com o ângulo de 90° em relação a linha de centro da banda de rodagem.

Duas ou mais cintas são dispostas diagonalmente na região da banda de rodagem para gerar resistência e estabilidade.

- Vantagens:
  - Gera menos calor;
  - Menor Resistência à rolagem;
  - Melhor performance em altas velocidades;
  - Maior rigidez na banda de rodagem que geram melhores características de manobrabilidade e de desgaste.
- Desvantagens:
  - Construção mais complexa;
  - Maior custo de material e de manufatura.

#### 2.2.2.2 Diagonal - *Diagonal Bias*

São pneus formados por lonas de cordas dispostas em um ângulo consideravelmente diferente de  $90^\circ$  em relação a linha de centro da banda de rodagem, se estendendo de talão à talão.

- Vantagens:
  - Fácil construção e manufatura.
- Desvantagens:
  - Quando o pneu deflete o cisalhamento na carcaça gera calor;
  - A deformação da banda de rodagem gera características ruins para o desgaste.

#### 2.2.2.3 Diagonal com cintas - *Belted bias*

Esse tipo de pneu tem a mesma característica dos pneus diagonais, com a adição de cinturas, na região da banda de rodagem, que limitam a expansão da carcaça do pneus na direção circunferencial, gerando resistência e estabilidade para essa região do pneu.

- Vantagem:
  - Melhores características de desgaste e de manobrabilidade devido ao aumento de rigidez na área da banda de rodagem.
- Desvantagem:
  - Geração de calor com o cisalhamento na carcaça durante a deflexão.

### 2.2.3 Características físicas e geração de forças nos pneus

A geração de força nos pneus acontece a partir da mudança de um estado de equilíbrio, com deslizamento nulo, para um estado em que a roda sofre um desvio de trajetória, que causa o surgimento e acúmulo de deformação do pneu [Pacejka 2002]. De forma simplificada, o pneu gera força a partir de uma deformação, análogo a Lei de Hooke, em que,  $K$  representa a rigidez e  $x$  a deformação:

$$F = K \cdot \Delta x \quad (2.1)$$

Nos pneus, existem 2 deformações principais chamadas de: ângulo de deriva (*Slip angle*) e deslizamento longitudinal (*Slip ratio*) - é importante ressaltar, que o nome deslizamento não representa necessariamente um deslizamento entre o pneu e a pista, mas é uma nomenclatura consolidada na área. Além das deformações, existem as rigidezes lateral (Rigidez de deriva - *Cornering stiffness*) e longitudinal (Rigidez de deslizamento longitudinal - *Longitudinal slip stiffness*).

#### 2.2.3.1 Área de contato

Uma característica do pneu muito importante é a área de contato, pois é a região do pneu que está em contato com o solo onde as forças normais e de fricção ocorrem entre o pneu e a pista [Jazar 2009]. A Figura 6 exemplifica a área de contato de um pneu.



Figura 6 – Área de contato [Gent e Walter 2005]

#### 2.2.3.2 Ângulo de deriva - *Slip angle*

O *Slip angle* é o ângulo ( $\alpha$ ) entre a direção que a roda aponta (*Direction of Heading*) e a direção que o pneu se desloca (*Direction of Travel*) - como é possível observar na Figura 7. Esse ângulo é representativo da deformação cisalhante do pneu ao realizar um esterço, ou quando sofre de uma força lateral externa, no caso do deslocamento em uma via inclinada ou de forças aerodinâmicas.

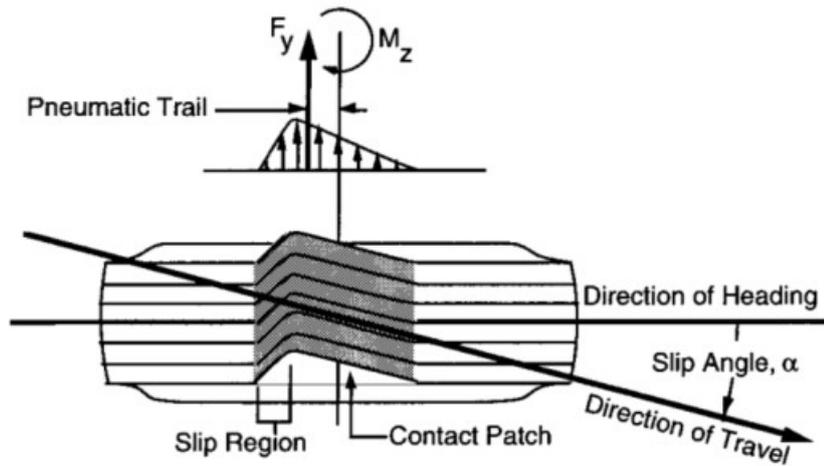


Figura 7 – Formação do *Slip angle* [Gillespie 1992]

Na Figura 7 é possível identificar outra característica de geração de força no pneu. Com a presença do *slip angle* há a formação de uma distribuição triangular de força na área de contato do pneu, a distância da força resultante dessa distribuição e o centro do pneu é chamado de *Pneumatic Trail*. O fenômeno de momento auto-alinhante do pneu - que é o momento responsável por fazer o pneu tender a voltar para a posição sem ângulo de esterço - é resultado da multiplicação da força lateral resultante e o *pneumatic trail*.

### 2.2.3.3 Deslizamento longitudinal - *Slip ratio*

O deslizamento longitudinal é definido como a razão entre velocidade angular e a velocidade de translação do pneu. A definição de *slip ratio* possui várias convenções, na norma SAE é definida como:  $S = \frac{\Omega R_e}{V \cos \alpha} - 1$ . Em que,  $\Omega$  representa a velocidade angular da roda,  $R_e$  é o raio de rolamento efetivo do pneu (quando está em rolamento livre e sem ângulo de deriva),  $V$  é a velocidade longitudinal e  $\alpha$  é o *slip angle*.

É importante frisar que este trabalho não faz uso dessa variável, uma vez que busca analisar o veículo na direção lateral e não considera a elipse de fricção do pneu para a geração de força lateral.

### 2.2.3.4 Elipse de fricção

A elipse de fricção representa o limite de produção de força para uma condição de operação específica de carga vertical, superfície, temperatura, etc [Milliken e Milliken 1995]. Esse limite é definido pela soma vetorial das forças combinadas (lateral e longitudinal) do pneu.

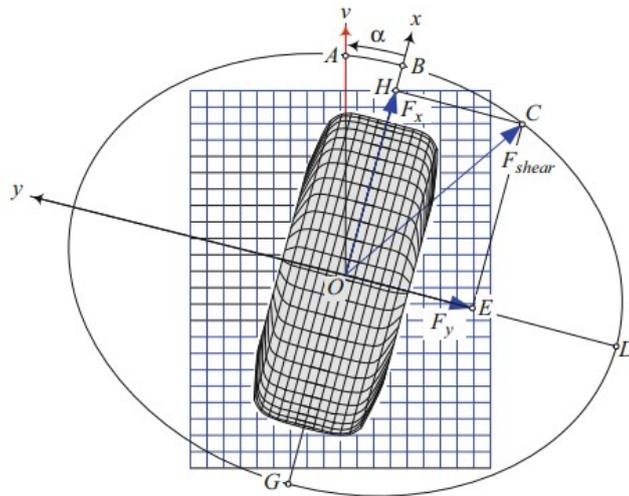


Figura 8 – Ilustração da elipse de fricção [Jazar 2009]

Isso significa que não é possível utilizar a capacidade máxima de geração de força do pneu na direção longitudinal e lateral ao mesmo tempo. Como é possível observar na Figura 8, a elipse delimita a capacidade máxima de geração de força do pneu, o vetor  $F_{shear}$  é a força resultante do pneu que pode ser decomposto nas componentes na direção longitudinal e lateral.

#### 2.2.3.5 Rigidez de deriva e de deslizamento longitudinal - *Cornering stiffness* e *Longitudinal slip stiffness*

A rigidez de deriva (*Cornering stiffness*) é definida como a derivada da curva de força versus o deslizamento lateral (Figura 9) no limite do deslizamento tendendo a zero [Pacejka 2002]. O mesmo ocorre de forma análoga para a direção longitudinal, para definir a rigidez de deslizamento longitudinal. Nas equações da *Magic Formula* a rigidez de deriva é definida pela equação 2.2, desconsiderando as influências de camber, pressão e de *Turn slip*.

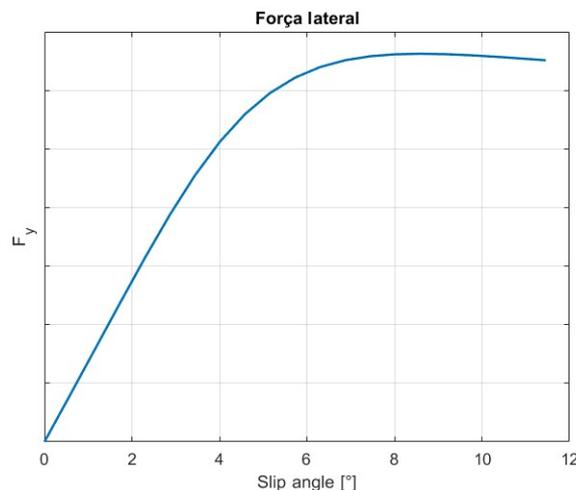


Figura 9 – Exemplo do comportamento da força lateral em função do ângulo de deriva

$$K_{y\alpha} = p_{Ky1} \cdot F'_{z0} \cdot \sin \left[ p_{Ky4} \arctan \left\{ \frac{F_z}{p_{Ky2} F'_{z0}} \right\} \right] \cdot \lambda_{Ky\alpha} \quad (2.2)$$

Em que,  $p_{Ky1}$ ,  $p_{Ky2}$ ,  $p_{Ky4}$  são respectivamente os parâmetros de valor máximo de rigidez normalizado, de carga na qual a rigidez lateral assume valor máximo e de curvatura da rigidez. Tais parâmetros são carregado no arquivo do pneu (No anexo A, segue exemplo do arquivo de pneu genérico). Há também os parâmetros:  $F'_{z0}$  que representa a carga vertical nominal considerando um fator de escala,  $F_z$  que representa a carga vertical e  $\lambda_{Ky\alpha}$  que é um fator de escala da *cornering stiffness*.

Uma característica importante é a influência da carga vertical na rigidez de deriva, a Figura 10 apresenta a variação desse parâmetro com a variação de carga. Isso tem um impacto direto na força gerada a depender da carga vertical no pneu em questão, á que esse parâmetro de rigidez é diretamente proporcional à força gerada.

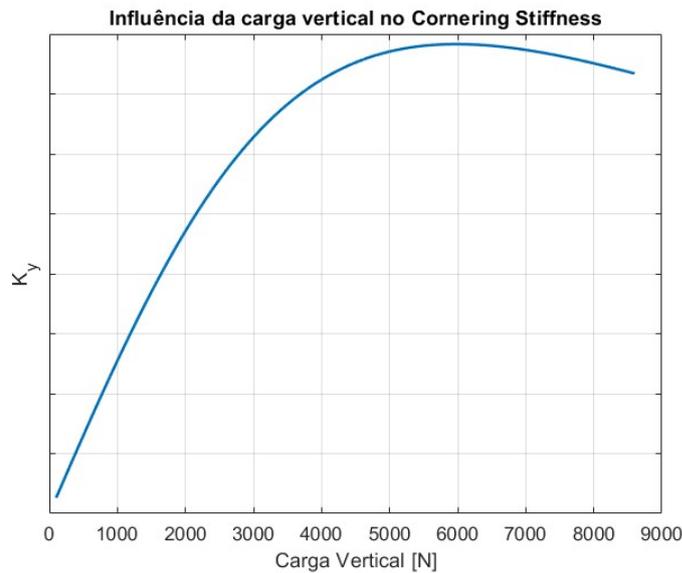


Figura 10 – Comportamento do *Cornering stiffness* em função da carga vertical

### 2.2.3.6 Deslizamento transiente

Como o mecanismo de geração de força não é instantâneo, uma vez que é necessária a deflexão das paredes laterais do pneu, há um atraso, geralmente de meia a uma revolução do pneu até alcançar o estado permanente [Gillespie 1992]. Tal atraso é modelado como um deslizamento transiente, calculado pela equação 2.3 e ilustrado pela Figura 11.

$$\dot{\alpha} = \frac{-V_x \alpha + V_{sy}}{\sigma_y} \quad (2.3)$$

Em que,  $\dot{\alpha}$  é o *slip angle* transiente,  $V_x$  é a velocidade longitudinal,  $\alpha$  é o *slip angle* de entrada,  $V_{sy}$  é a velocidade de ângulo de deriva e  $\sigma_y$  é o *relaxation length* ou comprimento de relaxamento, distância que caracteriza o atraso. O *relaxation length* varia de

acordo com algumas condições de funcionamento do pneu, que para o caso da modelagem linear, pode ser definido pelas seguintes equações:

$$\sigma_y = \frac{K_{y\alpha}}{C_y}; C_y = C_{y0}(1 + p_{cfy1}df_z + p_{cfy2}df_z^2)(1 + p_{cfy3}dp_1) \quad (2.4)$$

Onde,  $K_{y\alpha}$  é o *Cornering Stiffness*,  $C_y$  é a rigidez lateral,  $C_{y0}$  é a rigidez lateral na carga vertical nominal,  $df_z$  é o incremento de carga vertical,  $dp_i$  é o incremento de pressão,  $p_{cfy1}$  é o parâmetro linear de dependência da rigidez lateral total em relação à deflexão vertical,  $p_{cfy2}$  é o parâmetro quadrático de dependência da rigidez lateral total em relação à deflexão vertical e  $p_{cfy3}$  é o parâmetro de dependência da rigidez lateral total em relação à pressão.

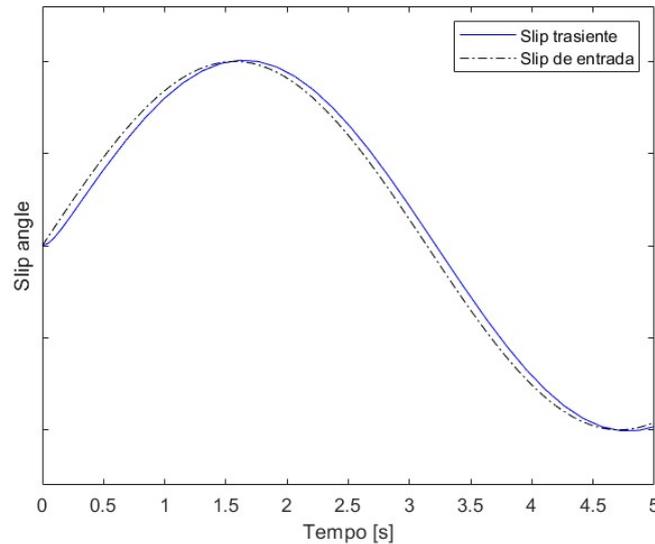


Figura 11 – Comportamento do *Slip angle* transiente

#### 2.2.4 Convenção de sinais

Existem muitas convenções de sinais para pneus, na Figura 12 são mostradas as convenções para o ângulo de deriva (*slip angle*), inclinação do ângulo de camber (*inclination/camber angle*), ângulo de deriva do veículo (*side slip*), deslizamento longitudinal (*longitudinal slip*), a convenção escolhida nesse trabalho foi a mesma do livro do Hans Pacejka [Pacejka 2002], uma adaptação da convenção de sinais da SAE (*adapted SAE*).

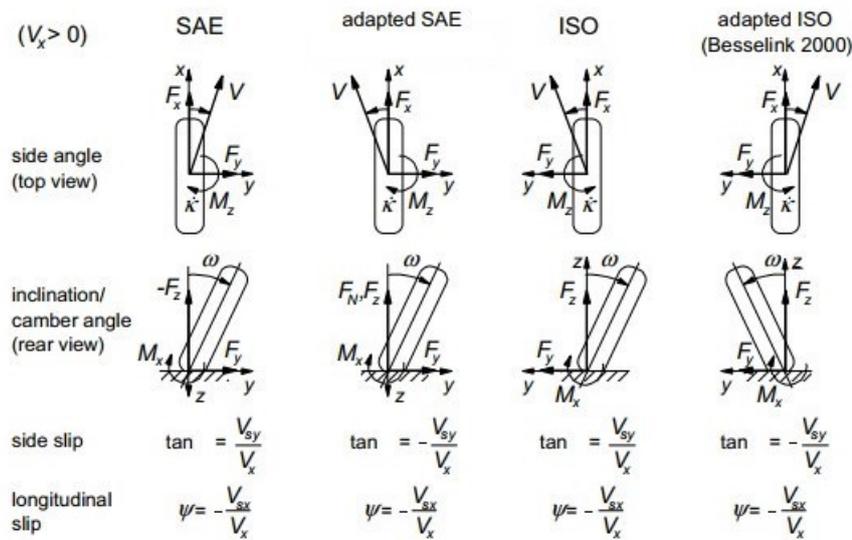


Figura 12 – Principais convenções de sinais existentes [Pacejka 2002]

## 2.3 Modelos de pneus

### 2.3.1 *Magic Formula* - Pacejka

A fórmula mágica é um modelo de pneu amplamente utilizado na indústria, e surgiu com o objetivo de representar os pneus através de uma fórmula para estudos teóricos da dinâmica de veículos [Baker e Pacejka 1987]. Durante o desenvolvimento dessa fórmula, duas possibilidades foram avaliadas como a utilização de fórmulas contendo séries, como Fourier ou polinomiais, que possuem as seguintes desvantagens:

1. Muitos coeficientes necessários para ter uma boa correlação com dados experimentais;
2. A variação da inclinação ao longo da curva difere do que é percebido nos dados experimentais;
3. A extrapolação dos dados além da região correlacionada geralmente apresenta muitos desvios;
4. E, os coeficientes dos polinômios não descrevem necessariamente quantidades físicas, o que não possibilita a mudança dessas quantidade de forma simples e controlada.

E, frente à essas desvantagens, investiu-se a utilização de uma fórmula com funções especiais, a fim de representar os dados experimentais com boa precisão e com parâmetros relacionados a grandezas de influência no pneu identificáveis para a variação desses parâmetros de forma simples e controlada. A princípio, o objetivo era modelar a força lateral e o momento auto-alinhante em função do ângulo de deriva e a força longitudinal

em função do deslizamento longitudinal. Com o aumento das demandas de variações de parâmetros e de condições de operação, aliado com um melhor entendimento da mecânica de pneus, mais fatores foram levados em consideração e a versão mais atual da fórmula mágica modela: força lateral, força longitudinal, momento auto-alinhante, momento de resistência à rolagem e momento de *overturning* em função de: carga vertical, deslizamento longitudinal, ângulo de deriva, ângulo de camber, *turn slip*, *spin*, velocidade longitudinal e pressão.

Apesar de ser uma modelagem que consiste no ajuste de curva baseado em dados experimentais, alguns parâmetros da equação têm significado físico, como a multiplicação dos parâmetros  $B_y C_y D_y$ , que significa o *cornering stiffness* na direção lateral, por isso é denominada de modelo semi-empírico. A equação 2.5 exemplifica a aplicação desse parâmetros para obter a força lateral. Em que  $B_y$  é o coeficiente de rigidez,  $C_y$  é o coeficiente de forma e  $D_y$  pico,  $E_y$  é o coeficiente de curvatura e  $S_{V_y}$  é o deslocamento vertical na força lateral.

$$F_y = D_y \sin C_y \arctan(B_y \alpha - E_y (B_y \alpha - \arctan(B_y \alpha))) + S_{V_y} \quad (2.5)$$

É possível observar, na Figura 13, que mostra para um caso de força normalizado o ajuste dos parâmetros da equação em relação aos dados experimentais para diferentes cargas verticais, o que mostra a capacidade da *Magic formula* de se adaptar a diferentes condições operacionais que o pneu vai ser exposto, por isso é muito utilizada em simulações de dinâmica veicular.

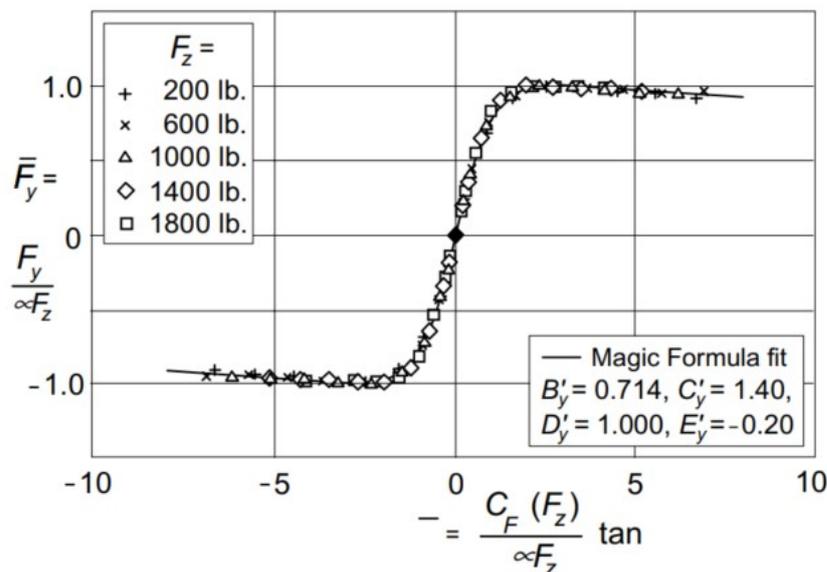


Figura 13 – Exemplo do ajuste dos parâmetros da *Magic formula* em relação aos dados experimentais - Eixos da força lateral e *slip angle* normalizados [Pacejka 2002]

### 2.3.2 Brush Model - Modelo de escova

O *brush model* é um modelo físico que consiste na representação do pneu como um conjunto de cerdas que podem defletir em uma direção paralela em relação à superfície da pista. A deformação elástica desses elementos representa a deformação dos elementos da banda de rodagem de um pneu real [Pacejka 2002].

O modelo é desenvolvido partindo das premissas de que a carcaça é rígida, todos os elementos da escova (*tread elements*) deformam de maneira independente, a deformação de cada cerda é linear, e cada cerda só deslisa quando atinge o limite de deformação (devido a limitação do atrito) [Nakajima 2018]. Como é possível observar na Figura 14, foi assumida uma distribuição de força parabólica na região de contato do pneu (definida pela equação 2.6). O mesmo acontece para a carga vertical também foi representada através de uma distribuição parabólica (Figura 14).

$$q_z = \frac{6\mu F_z x}{bl} \left\{ 1 - \frac{x}{l} \right\} \quad (2.6)$$

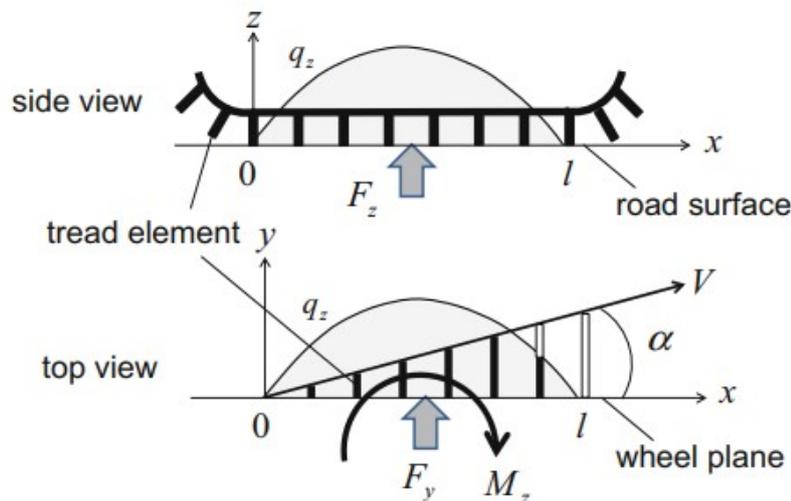


Figura 14 – Distribuição de pressão vertical e lateral [Nakajima 2018]

Na área de contato a força é gerada por duas partes, Figura 15, região de adesão (*adhesion region*) e região de deslizamento (*sliding region*). Essas regiões são divididas pelo ponto de deslizamento ( $l_h$ ), esse ponto é obtido pela projeção no eixo  $x$  do ponto de interseção entre a reta  $C_y x \tan(a)$  e a parábola. A parábola define o limite de geração de força, dessa forma, a parte da área de contato anterior ao do ponto de deslizamento, é definida como a região de adesão, já a parte para além do ponto de deslizamento é definido como região de deslizamento. O ângulo entre a reta definida por  $C_y x \tan(a)$  e o eixo  $x$  define o *slip angle*, e quando  $l_h$  é igual a 0 toda região de contato está em deslizamento, caracterizando a saturação total do atrito [Nakajima 2018].

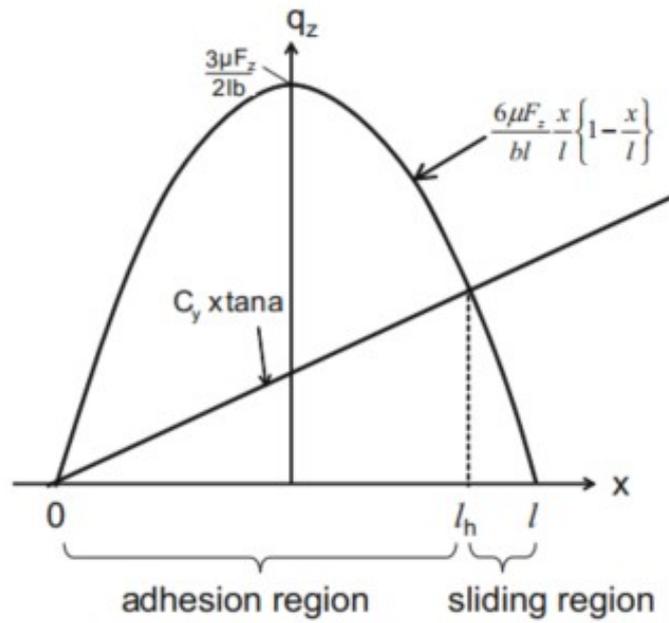


Figura 15 – Caracterização das regiões de geração de força na área de contato em relação a distribuição de pressão e *slip angle* [Nakajima 2018]

As equações em 2.7 definem a força gerada por cada região de contato, em que  $F_y^{Adesão}$  é a força gerada pela parte da área de contato que está aderida ao solo,  $F_y^{Deslizamento}$  é a força gerada pela parte que está deslizando em relação ao solo,  $b$  é a largura da área de contato,  $l$  é o comprimento da região de contato,  $l_h$  é o ponto que separa a parte que está em adesão e a parte que está em deslizamento,  $C_y$  é a rigidez de cada cerda e  $x$  é a variável de distância na longitudinal da área de contato.

$$\begin{aligned}
 F_y^{Adesão} &= b \int_0^{l_h} C_y x |\tan \alpha| dx \\
 F_y^{Deslizamento} &= \int_{l_h}^l \frac{6\mu F_z}{l^3} x(l-x) dx
 \end{aligned}
 \tag{2.7}$$

### 2.3.2.1 Modelo Proporcional-Satuação

Como visto na seção de Geração de força nos pneus (2.2.3.6), a relação entre força e *slip angle* possui uma região linear, uma região de transição e uma região de fricção/satuação. Jazar modelou o pneu aplicando um ganho proporcional para a região linear e um platô constante para a região de saturação, ignorando a região de transição, como podemos ver na Figura 16 [Jazar 2019].

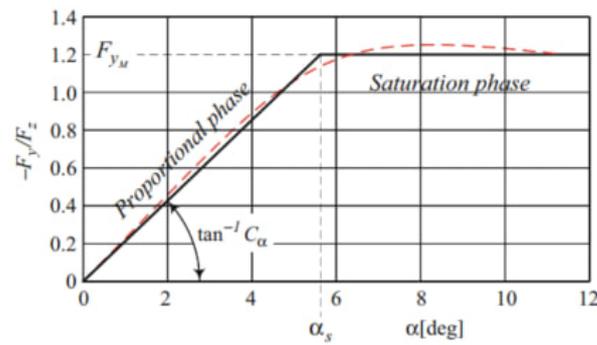


Figura 16 – Exemplo de aplicação do modelo Proporcional-Satuação

O equacionamento utilizado neste trabalho assumiu a força não normalizada, em relação ao que é formulado em [Jazar 2019]:

$$F_y = \begin{cases} C_\alpha \alpha & \text{se } -\alpha_s < \alpha < \alpha_s \\ F_z \mu & \text{se } \alpha > \alpha_s \text{ ou } \alpha < -\alpha_s \end{cases} \quad (2.8)$$

Em que  $F_y$  é a força lateral,  $\alpha_s$  é o *slip angle* em que ocorre a saturação da força,  $C_\alpha$  é o *cornering stiffness*,  $\mu$  é o coeficiente de atrito e  $F_z$  é a carga vertical sobre o pneu.

## 2.4 Dinâmica veicular

O estudo da dinâmica veicular envolve o estudo de como e porque as forças que atuam no veículo são produzidas. Nesse contexto, a dinâmica veicular busca compreender o comportamento do veículo na aceleração, frenagem, curvas e passeio (dinâmica vertical) [Gillespie 1992]. As seções seguintes vão tratar sobre essas dinâmicas, em que o foco maior será dado para a dinâmica lateral e a modelagem do veículo nessa direção, já que faz parte do escopo deste trabalho. Mas, antes de aprofundar em cada dinâmica separada, é importante entender sobre o sistema de coordenadas do veículo, apresentado na Figura 17.

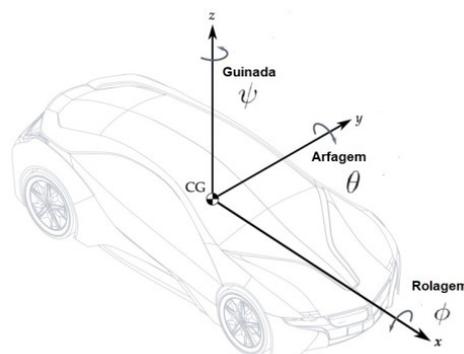


Figura 17 – Coordenadas adotadas para orientação do veículo conforme norma SAE J670 com eixo  $z$  para cima (Adaptado de [Bertoti 2018])

Além das variáveis descritas na Figura acima, outra variável importante é o ângulo de deriva do veículo (*Side slip angle* -  $\beta$ ) exemplificado na Figura 18, que é definido pelo ângulo entre a projeção da velocidade instantânea (*Projection of Instantaneous Velocity*) e a direção tangente à trajetória que o veículo percorre (*Vehicle Path*), e pode ser calculado pela equação 2.9, em que  $V_x$  é a velocidade longitudinal e  $V_y$  é a velocidade lateral.

$$\beta = \arctan \left( \frac{V_y}{V_x} \right) \quad (2.9)$$

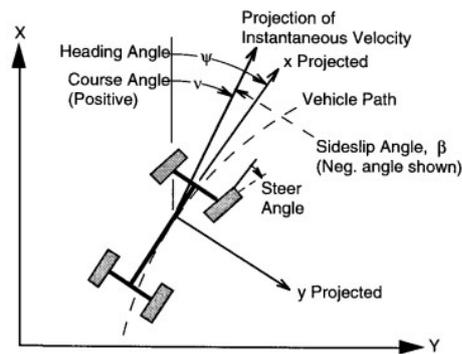


Figura 18 – Demonstração gráfica do ângulo de deriva do veículo -  $\beta$  [Gillespie 1992]

### 2.4.1 Dinâmica longitudinal

A dinâmica longitudinal consiste no estudo da influência de forças e acelerações longitudinais na determinação das cargas verticais em cada pneu e na compreensão de como isso afeta a performance na aceleração e na frenagem, aliado com a influência de outros subsistemas do veículo, como motor, transmissão, freios, etc.

Com base na segunda lei de Newton, as equações de 2.10 a 2.12 podem ser derivadas para determinar as cargas no eixo dianteiro e traseiro, considerando a inclinação  $\Theta$ , a partir da Figura 19.

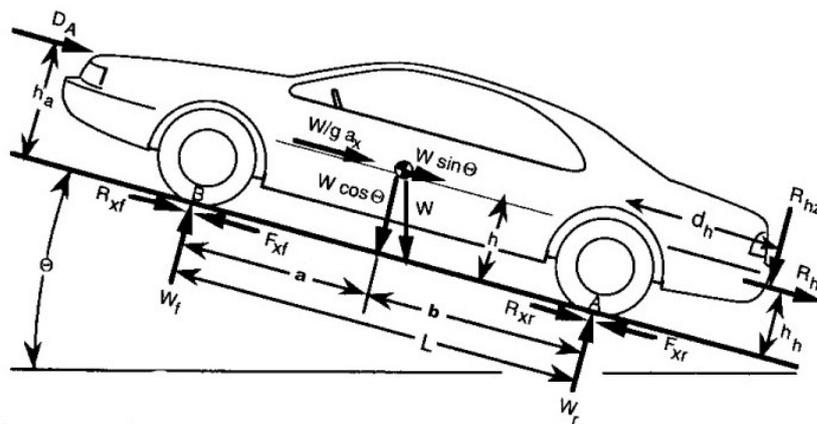


Figura 19 – Forças atuantes no veículo relevantes para a dinâmica Longitudinal [Gillespie 1992]

$$W_f L + D_A h_A + \frac{W}{g} a_x h + R_{hx} h_h + R_{hz} d_h + W h \sin \Theta - W \cdot c \cdot \cos \Theta = 0 \quad (2.10)$$

$$W_f = \left( W \cdot c \cdot \cos \Theta - R_{hx} h_h - R_{hz} d_h - \frac{W}{g} a_x h - D_A h_A - W h \sin \Theta \right) / L \quad (2.11)$$

$$W_r = \left( W \cdot b \cdot \cos \Theta + R_{hx} h_h + R_{hz} (d_h + L) + \frac{W}{g} a_x h + D_A h_A + W h \sin \Theta \right) / L \quad (2.12)$$

Em que  $W$  é a carga total do veículo atuando no centro de gravidade (CG),  $W_f$  e  $W_r$  são as cargas verticais atuando respectivamente no eixo dianteiro e traseiro,  $F_{xf}$  e  $F_{xr}$  são as forças trativas dianteira e traseira,  $R_{xf}$  e  $R_{xr}$ , são as resistências à rolagem dianteira e traseira,  $D_A$  é a força aerodinâmica atuando no corpo do veículo,  $h_A$  é a altura de atuação da força aerodinâmica,  $R_{hz}$  e  $R_{hx}$  são forças verticais e horizontais, respectivamente no ponto de ancoragem, para quando o veículo está acoplado a um *trailer*,  $d_h$  é a distância do ponto de ancoragem do *trailer* em relação ao eixo traseiro,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $a_x$  é a aceleração na direção longitudinal,  $a$  é a distância do eixo dianteiro ao CG,  $b$  é a distância do eixo traseiro ao CG e  $L$  é a distância entre-eixos.

## 2.4.2 Dinâmica lateral

Quanto ao estudo da dinâmica na direção lateral, além de abordar a influência das forças e acelerações laterais na determinação das cargas verticais nos pneus, tem o objetivo de compreender a responsividade do veículo em relação as entradas de esterço no volante realizadas pelo condutor [Gillespie 1992].

### 2.4.2.1 Transferência lateral de carga

A transferência de carga lateral ocorre quando há uma aceleração lateral aplicada no veículo, que pode ser uma consequência do veículo realizando uma curva, passando por uma inclinação lateral na pista ou devido a ação de forças aerodinâmicas. É importante estudar esse fenômeno uma vez que o mesmo tem influência na geração de força lateral com a variação de carga nos pneus, como visto na seção 2.2.3.5.

- Transferência lateral simplificada:

Para calcular a transferência lateral de carga simplificada, basta fazer o diagrama de corpo livre do veículo na vista frontal, para a situação em que uma aceleração lateral e consequentemente uma força de d’Lambert é aplicada [Gillespie 1992].

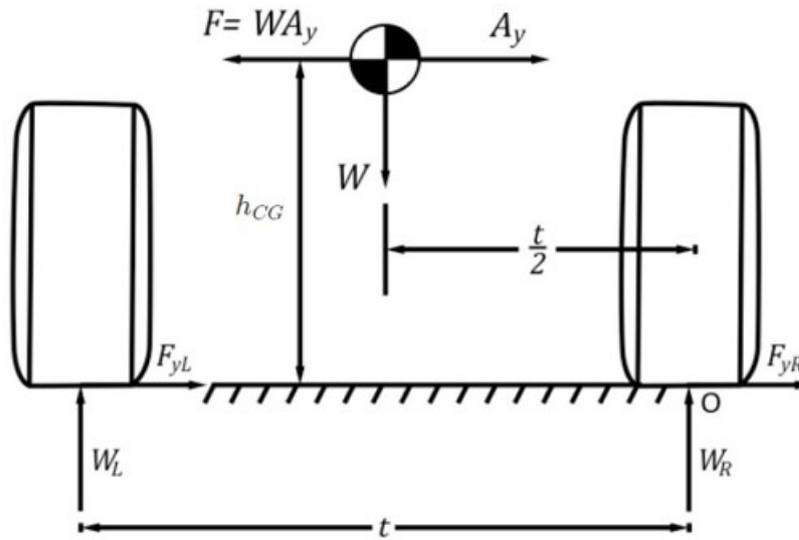


Figura 20 – Diagrama de corpo livre simplificado do veículo na vista frontal (Adaptado [Milliken e Milliken 1995])

No diagrama de corpo livre descrito na Figura 20, em que  $W$  é a carga do veículo,  $A_y$  é a aceleração lateral,  $h_{CG}$  é a altura do centro de gravidade em relação ao solo,  $t$  é a distância entre os centros da roda esquerda e da roda direita,  $F_{yL}$  é força lateral na roda esquerda,  $F_{yR}$  é força lateral na roda esquerda,  $W_L$  é a carga vertical na roda esquerda e  $W_R$  é a carga vertical na roda direita. E, calculando o momento em relação ao ponto  $O$  para encontrar a carga vertical na roda esquerda, obtêm-se:

$$\begin{aligned} WA_y h_{CG} - W_L t + W \frac{t}{2} &= 0 \\ W_L t &= W \frac{t}{2} + WA_y h_{CG} \\ W_L &= \frac{W}{2} + \frac{WA_y h_{CG}}{t} \end{aligned}$$

Como  $\frac{W}{2}$  representa a carga de um lado do veículo, o outro termo representa a carga que foi transferida, assim a transferência de carga simplificada pode ser definida como:

$$\Delta W = \frac{WA_y h_{CG}}{t} \quad (2.13)$$

- Transferência lateral completa:

Para a transferência lateral completa, o efeito da rigidez à rolagem é levado em consideração, o que resulta na equação (2.14), no qual o desenvolvimento pode ser encontrado na referência [Milliken e Milliken 1995]:

$$\Delta W_a = \frac{W_s A_y}{t} \left[ h_s \left( \frac{K_{\phi a}}{K_{\phi F} + K_{\phi R}} \right) + \frac{L - q}{L} \cdot h_{RCa} \right] + \frac{W_{ua} A_y}{t} h_{ua} \quad (2.14)$$

Em que,  $\Delta W_a$  é a transferência de carga no eixo analisado - pode ser  $\Delta W_F$  para a transferência de carga no eixo dianteiro ou  $\Delta W_R$  para o eixo traseiro),  $W$  é a carga vertical do veículo,  $W_{ua}$  é a carga não suspensa (composta pela roda, pneu e metade dos elementos da suspensão e direção),  $W_s$  é a carga suspensa do veículo (Carga total menos a carga não suspensa),  $h_s$  é a distância entre o centro de gravidade e eixo de rolagem,  $h_{ua}$  é a altura do centro de gravidade da massa não suspensa,  $K_{\phi a}$  é a rigidez à rolagem do eixo dianteiro ou traseiro,  $K_{\phi F}$  é a rigidez à rolagem no eixo dianteiro,  $K_{\phi R}$  é a rigidez à rolagem no eixo traseiro,  $L$  é a distância entre-eixo,  $q$  é a distância do CG para o eixo analisado (dianteiro ou traseiro),  $h_{RCa}$  é a altura do centro de rolagem do eixo analisado,  $A_y$  é a aceleração lateral e  $t$  é a distância entre os centros da roda esquerda e da roda direita.

### 2.4.3 Modelo bicicleta - 3 graus de liberdade

O modelo bicicleta de 3 graus de liberdade considera a velocidade lateral, a taxa de guinada e o ângulo de rolagem como graus de liberdade. A Figura 21 apresenta as dinâmicas lateral, longitudinal e de rolagem. Em que,  $m$  é a massa do veículo,  $m_s$  é a massa suspensa do veículo,  $a_y$  representa a aceleração lateral,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $\phi$  é o ângulo de rolagem,  $p$  é a taxa de rolagem,  $h$  é a distância entre o eixo de rolagem e o centro de gravidade (CG),  $a$  é a distância do eixo dianteiro em relação ao CG,  $b$  é a distância do eixo traseiro em relação ao CG,  $h_{CG}$  é a altura do CG em relação ao solo,  $u$  é a velocidade longitudinal,  $v$  é a velocidade lateral,  $r$  é a taxa de guinada,  $\beta$  é o ângulo de deriva do veículo,  $h_{CRr}$  e  $h_{CRf}$  são as alturas dos centros de rolagem em relação ao solo da traseira e da dianteira, respectivamente,  $\omega_r$  é a velocidade angular das rodas traseiras,  $\omega_f$  é a velocidade angular das rodas dianteiras,  $F_{Yf}$  é a força lateral do eixo dianteiro,  $F_{Yr}$  é a força lateral do eixo traseiro,  $F_{xf}$  é a força longitudinal do eixo dianteiro e  $F_{xr}$  é a força longitudinal do eixo traseiro. Vale salientar que para o desenvolvimento deste trabalho as forças longitudinais e velocidades angulares das rodas são desconsideradas.

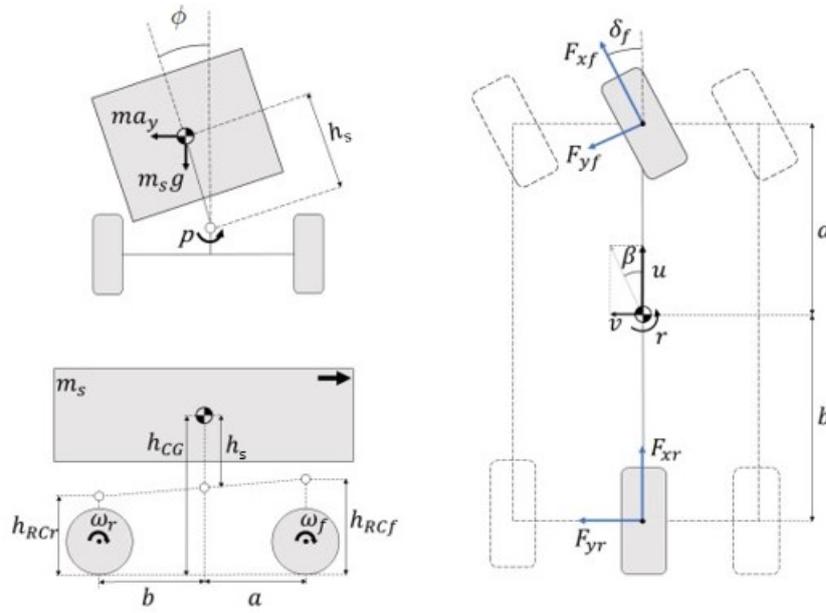


Figura 21 – Principais dinâmicas e características do modelo bicicleta de 3 graus de liberdade (Adaptado de [Torres 2021])

O equacionamento do movimento do veículo utiliza o método de Euler-Lagrange, partindo da equação diferencial ordinária de segunda ordem de Lagrange 2.15 para derivar as equações de movimento, que para um sistema de  $n$  graus de liberdade  $q_i$  coordenadas são selecionadas para descrever o movimento. Nesse sistema,  $T$  é a energia cinética,  $U$  é a energia potencial,  $Q_i$  é o termo que define as forças externas generalizadas (incluindo forças conservativas e não conservativas) associadas a  $q_i$  que podem atuar no sistema e realizar o trabalho  $W$ . Para esse desenvolvimento, as forças internas proveniente dos amortecedores são consideradas como forças externas que compõem o trabalho total [Pacejka 2002].

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.15)$$

Com o desenvolvimento das derivadas parciais para as variáveis generalizadas  $u$ ,  $v$ ,  $r$  e  $\phi$ , obtém-se às equações dinâmicas do movimento:

$$\begin{cases} \sum F_y = m(\dot{v} + ru) - m_s(r^2 + p^2)h_s \sin \phi + m_s \dot{p}h_s \cos \phi \\ \sum M_z = \dot{p}I_{xz} + \dot{r}I_z + m_s h_s p^2 \sin \phi + m_s r h_s^2 p \sin(2\phi) - m_s \dot{u}h_s \sin \phi \\ \sum M_x = m_s h_s (\dot{v} + ru) \cos \phi + \dot{p}I_x + \dot{r}I_{xz} + m_s r^2 h_s^2 \sin \phi \cos \phi \end{cases} \quad (2.16)$$

Já as forças externas atuantes no veículo compõem as forças geradas nos pneus e a reação da massa suspensa para a dinâmica de rolagem, formando as equações de forças externas:

$$\begin{cases} \sum F_y = F_{yf} \cos \delta_f + F_{yr} \\ \sum M_z = aF_{yf} \cos \delta_f - bF_{yr} \\ \sum M_x = (m_s g h_s - K_\phi) \phi - C_\phi \dot{\phi} \end{cases} \quad (2.17)$$

Através das equações de forças externas e as equações da dinâmica de movimento é possível obter as variáveis de estado que serão entradas para o cálculo dos *slip angles*, que para o modelo desenvolvido neste trabalho, será aplicado para as quatro rodas, diferente do que é feito no modelo bicicleta clássico. Isso é necessário, uma vez que a dinâmica de transferência de carga é considerada e as quatro rodas contribuem para a geração de forças laterais.

$$\begin{aligned} \alpha_{FL} &= \frac{V_y + r \cdot a}{V_x - r \cdot t_F/2} - \delta_{RF} + toe_{FL} & \alpha_{FR} &= \frac{V_y + r \cdot a}{V_x + r \cdot t_F/2} - \delta_{RF} + toe_{FR} \\ \alpha_{RL} &= \frac{V_y - r \cdot b}{V_x - r \cdot t_R/2} + toe_{RL} & \alpha_{RR} &= \frac{V_y - r \cdot b}{V_x + r \cdot t_R/2} + toe_{RR} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Como as quatro rodas serão consideradas, as forças laterais que compõem a equação 2.17 podem ser definidas como:

$$\begin{aligned} F_{yf} &= (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f \\ F_{yr} &= (F_{yrl} + F_{yrr}) \end{aligned} \quad (2.19)$$

#### 2.4.4 Compliance - Deformação dos componentes

As forças e momentos gerados pelos pneus causam deformações nos componentes da suspensão e da direção [Vilela e Barbosa 2011], isso acaba gerando divergências no comportamento cinemático desses sistemas. Esse fenômeno pode ser entendido do ponto de vista de uma eficiência, por exemplo, na presença de *compliance* no sistema da direção, o sistema perde eficiência em transmitir o movimento do condutor aplicado no volante para o esterço das rodas, que por consequência gera menos ângulo de deriva. A representação dessa deformação pode ser feita na manipulação do valor de razão de esterço do veículo ou uma penalização do *cornering stiffness*.

## 2.5 Controle de estabilidade - ESC

O sistema de controle de estabilidade é um sistema de segurança veicular que passou a ser obrigatório na resolução do CONTRAN N° 956 de 28/03/2022 para os veículos da categoria M1, M2, M3, N1, N2, N3, O3 e O4 novos saídos de fábrica, nacionais e importados. Segundo Bahouth, 11.2% dos acidentes frontais de mais de 1 veículo foram

reduzidos em veículos que possuíam o sistema de controle de estabilidade e 52.6% de redução em acidentes com apenas um veículo, nos Estados Unidos. Isso revela a importância da implementação desse tipo de sistema para a redução de acidentes e a preservação da vida, um vez que 90% dos acidentes são atribuídos à erros humanos [Bahouth 2005].

O controle de estabilidade funciona de forma a controlar a taxa de guinada do veículo em situações críticas, através da aplicação diferencial de frenagem, Figura 22. Para a ativação do controle, são medidas as ações do condutor no volante, pedal de acelerador ou pressão de frenagem e uma condição de movimento desejada é estimada. Essa estimativa é comparada com a condição atual de movimento do veículo, identificada através de sensores que medem a taxa de guinada, a aceleração lateral e a velocidade do veículo. E a pressão diferencial de frenagem nas rodas é aplicada para seguir a condição desejada de movimento [Ulsoy e Çakmakci 2012]. Para estimar as condições do veículo, a central de controle precisa de um modelo. E, para que a ação do controle seja realizada de forma mais rápida e efetiva é importante que o modelo seja capaz de representar as dinâmicas do veículo. Assim, ter um modelo simplificado que atenda os requisitos de representatividade das dinâmicas necessárias para a ação de controle é de grande valia para o aumento da segurança veicular [Guo D. Cao e Yang 2018].

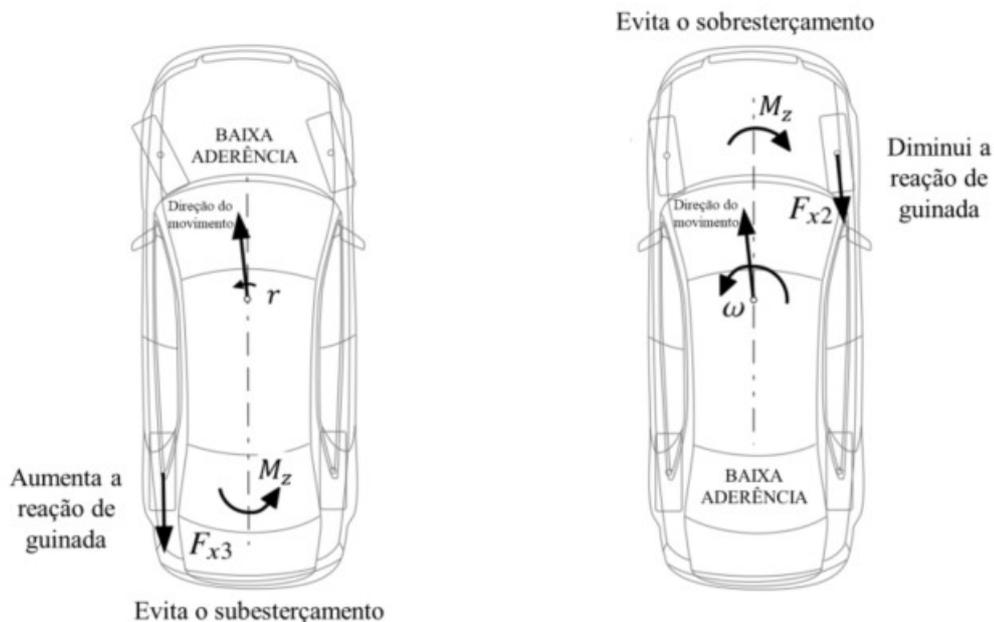


Figura 22 – Ilustração do funcionamento de frenagem diferencial aplicado pelo ESC (Adaptado de [Rill e Castro 2020])

## 2.6 Software de simulação

Como foi discutido na seção 2.1, as ferramentas computacionais, como *Matlab* e *Simulink*, têm grande influência no aumento da eficiência no processo de desenvolvimento,

através da aplicação de *model-based design* - MBD. Essa plataforma permite o ajustes de falhas, teste e validação do trabalho desenvolvido, de forma a minimizar mudanças em fases anteriores [Ulsoy e Çakmakci 2012]. No cenário automotivo, alguns *softwares* se destacam: *CarSim* da *Mechanical Simulation* e o *Car Real Time* (CRT) da *VI-Grade*, Figura 23. Ambos os *softwares* oferecem várias opções de simulação, que incluem: *Software-in-the-loop*, *Model-in-the-loop*, *Hardware-in-the-loop* e *Driver-in-the-loop*, uma vez que possuem modelos complexos do veículo com 14 graus de liberdade [VI-Grade 2023]. Tais atributos fazem parte do MBD e auxiliam na fase de desenvolvimento para testar soluções em vários cenários e possibilidades.

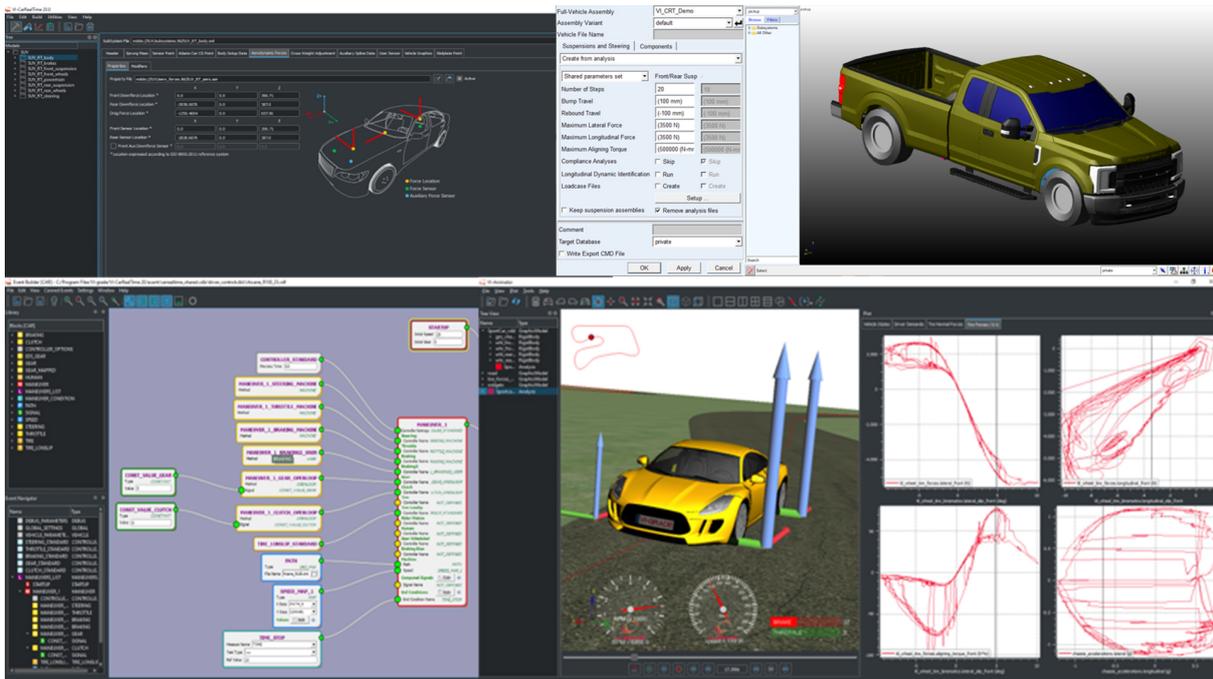


Figura 23 – Exemplo da interface do *software* de simulação automotiva: *Car Real Time*

## 3 Metodologia

Este capítulo apresenta os métodos e ferramentas utilizados para realizar as simulações, assim como os procedimentos para obtenção e comparação dos dados. O objetivo é implementar o mesmo veículo e pneu do *VI-CarRealTime* no *Simulink*, como etapa de validação do modelo de 3 graus de liberdade desenvolvido com base no que foi descrito na fundamentação teórica, seguido pela implementação dos outros modelos de pneu: *Brush model* e Proporcional-Saturação, para fazer comparações e análises das suas aplicações.

### 3.1 Obtenção dos dados de referência - *VI-CarRealTime*

No software *VI-CarRealTime*, o modelo de veículo é carregado no ambiente *Build* (Figura 24). Esse modelo de veículo inclui as características inerciais, geometria de suspensão, modelo de motor, etc. Nessa etapa, são obtidos também os parâmetros necessários para alimentar o modelo de veículo desenvolvido no *Simulink*, tabela 32. Tais parâmetros são salvos em um arquivo *Matlab*, que serão carregados através do *script* quando a simulação no *Simulink* for executada.

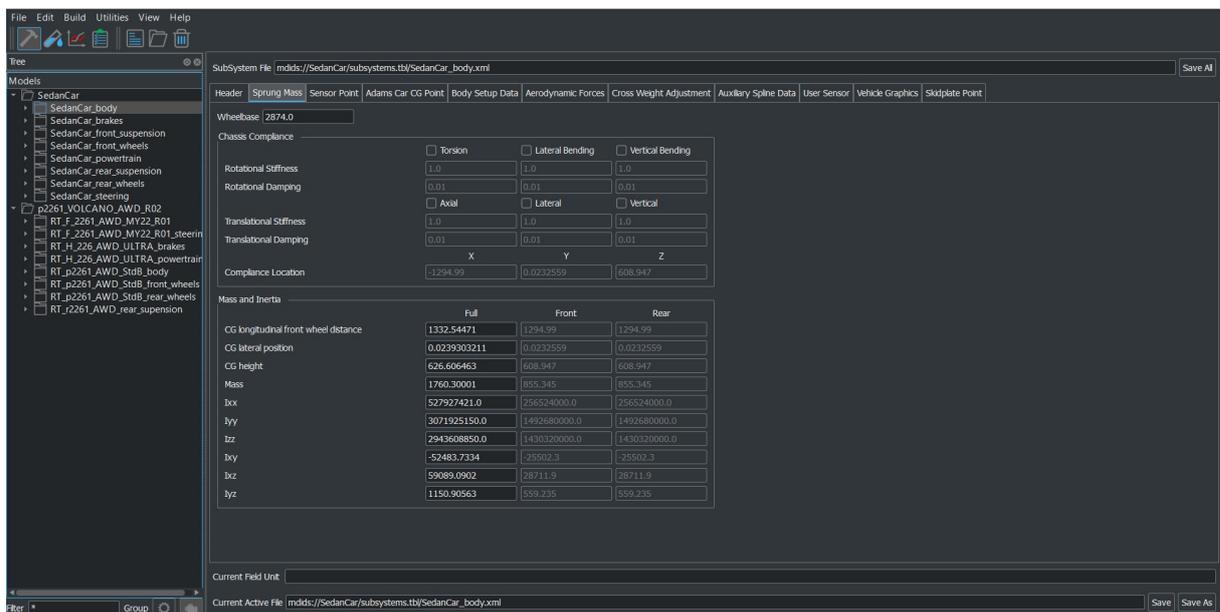
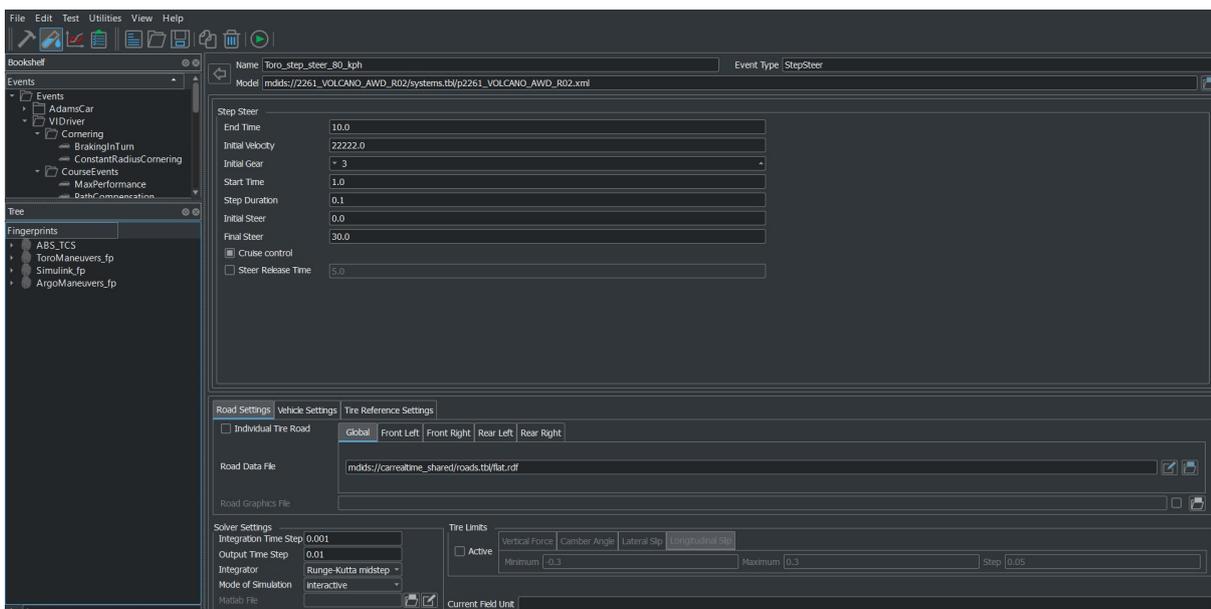


Figura 24 – Ambiente de configuração do modelo do veículo no *VI-CarRealTime*

Parâmetro	Descrição
a	Distância do eixo dianteiro ao CG
L	Distância entre eixo
wf	Carga vertical no eixo dianteiro
wr	Carga vertical no eixo traseiro
hCG	Altura do centro de gravidade
hRCf	Altura do centro de rolagem do eixo dianteiro
hRCr	Altura do centro de rolagem do eixo traseiro
$h_s$	Distancia do eixo de rolagem ao CG
ms	Massa suspensa
m	Massa total do veículo
Ix	Inércia em torno do eixo x do veículo
Iy	Inércia em torno do eixo y do veículo
Iz	Inércia em torno do eixo z do veículo
Ixz	Produto de inércia xz
Kphi	Coefficiente de rigidez à rolagem
Cphi	Coefficiente de amortecimento à rolagem
Kf_percent	Distribuição de rigidez na dianteira
toe_fl	Convergência da roda dianteira direita
toe_fr	Convergência da roda dianteira esquerda
toe_rl	Convergência da roda traseira direita
toe_rr	Convergência da roda traseira esquerda
y	Deslocamento lateral do entro de gravidade em relação à linha de centro do veículo
steeringratio	Razão de esterço do veículo

Tabela 1 – Tabela dos parâmetros do veículo necessários para alimentar simulação

Figura 25 – Ambiente de parametrização da manobra da simulação no *software* VI-CRT

Para avaliar o veículo, as manobras descritas abaixo foram escolhidas, pois excitam as dinâmicas básicas do veículo. No VI-CRT, com o modelo do veículo carregado, a

configuração das manobras é feito no ambiente mostrado na Figura 25.

### 1. *Step Steer*

O *Step Steer* é uma manobra na qual um degrau de esterço é aplicado no veículo, em que é possível analisar, com maior foco, o estado permanente, e o estado transiente do veículo. A norma [International Standard 2018] regulamenta essa manobra, definindo os procedimentos e critérios a serem seguidos durante a execução da manobra. A manobra pode ser realizada a 80 km/h, o veículo passa 1 segundo se deslocando em linha reta e no instante de 1 segundo o degrau no volante de 30° é aplicado e mantido até o fim da manobra (10 segundos) - Figura 26.

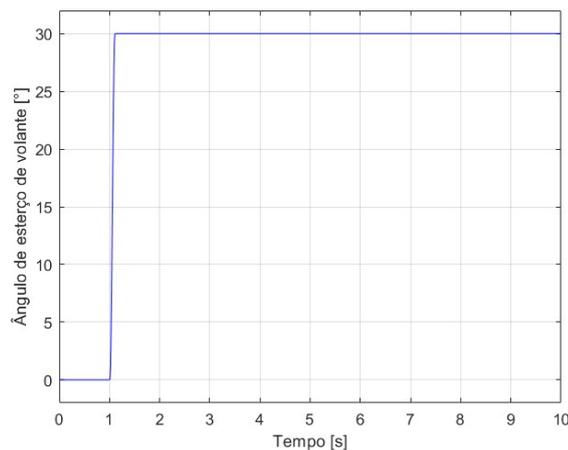


Figura 26 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Step Steer

### 2. Série de *Step Steer*

Além da manobra padrão, foi executada uma série de *Steps steer*, em que há a variação do ângulo de esterço, partindo de 15° até 300° com passo de 15°. Assim foram rodados 20 simulações em que a cada simulação um *Step Steer* é executado. Para a análise, apenas a parte em estado permanente da manobra de cada simulação é considerada (Região de 6 a 10 segundos da Figura 26) para análise do comportamento do veículo em estado permanente - Figura 27. Essa série de step é importante para entender as limitações do modelo em uma faixa maior de graus de esterço e consequentemente de aceleração lateral.

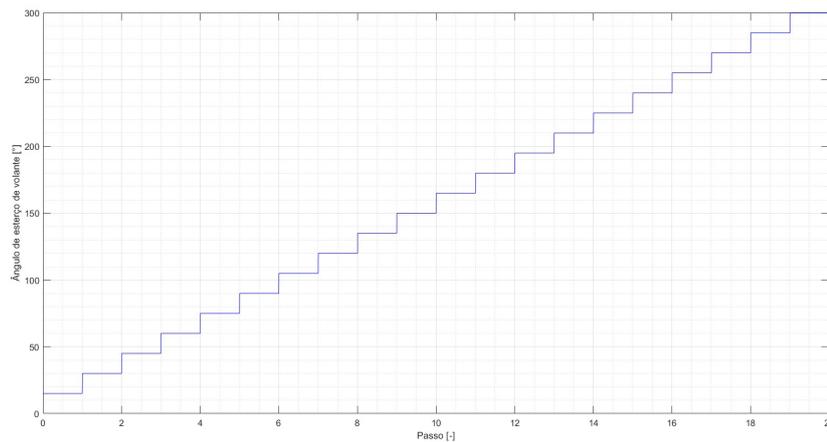


Figura 27 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra serie de Steps Steer

### 3. Ramp Steer

*Ramp steer* é uma manobra semelhante ao *Step Steer*, com a diferença na aplicação do ângulo de volante, que não é feita de forma abrupta. A manobra também é realizada com o veículo iniciando em linha reta a 80 km/h, quando no instante de 1 segundo, uma rampa de esterço é aplicada de 0° até 30°, Figura 28.

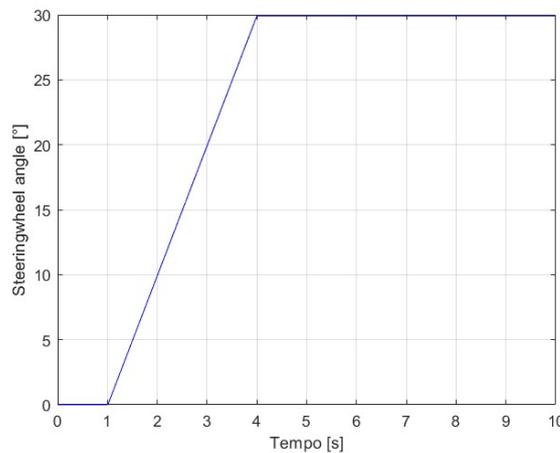


Figura 28 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Ramp Steer

### 4. Double Lane Change

A manobra *Double Lane Change* ou manobra do alce é baseada na ISO 3888-1, que visa avaliar o veículo em regime dinâmico sob o aspecto de segurança veicular ativa. A manobra avalia o veículo em uma mudança dupla de faixa delimitada por cones, como mostra a Figura 29, o veículo inicia o teste a 80 km/h e realiza a dupla mudança. Vale ressaltar que é uma manobra em malha fechada que depende da atuação do piloto.

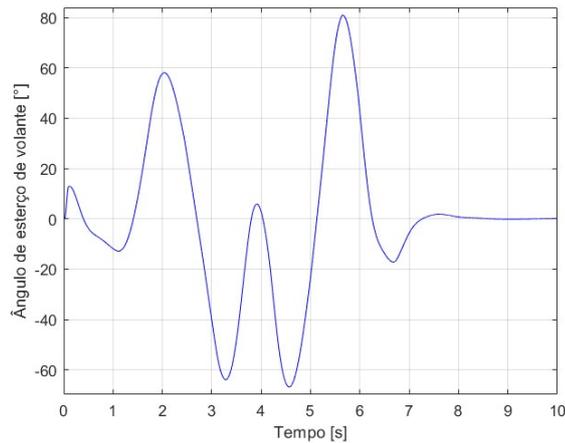


Figura 29 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Double Lane Change

### 5. Sine with Dwell

Essa manobra faz parte do ciclo de testes homologativos dos sistemas de controle de estabilidade. Tal manobra é regulamentada pela UNITED NATIONS N°140 (ECE 324) ([United Nations 2017]) e NHTSA Federal Motor Vehicle Safety Standard (FMVSS) N° 126 ([National Highway Traffic Safety Administration 2007]) para avaliar e homologar o sistema de controle. Entre os requisitos para a realização da manobra, o veículo deve atingir 0,3g de aceleração lateral, ter como entrada de volante um padrão de onda senoidal com 0,7 Hz de frequência, com um *delay* de 500ms no segundo pico de amplitude, Figura 30.

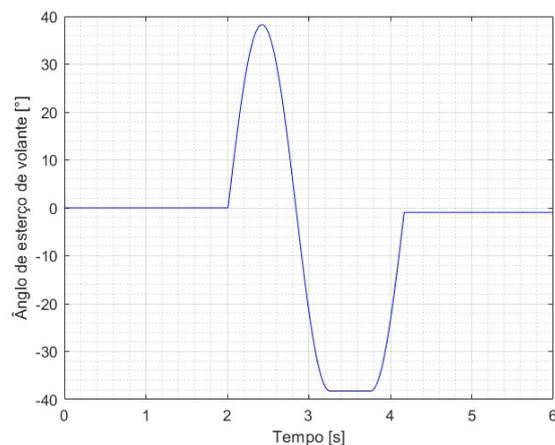


Figura 30 – Descrição do ângulo de esterço executado na manobra Sine with Dwell

Um vez que a simulação das manobras são realizadas no *VI-CarRealTime*, um *script* é rodado no *Matlab* para obtenção dos dados da simulação realizada. Esses dados são armazenados em um outro arquivo *Matlab* (*.mat*) - nomeado pela manobra e pelo veículo - que será utilizado como entrada para o modelo de veículo do *Simulink* (Ângulo de esterço e velocidade longitudinal) e também para fins de validação do modelo desenvolvido, através da análise e comparação das variáveis de estado e dos parâmetros dinâmicos do veículo.

## 3.2 Implementação dos modelos de pneu

A implementação dos modelos de pneus seguiu as seguintes etapas, a primeira foi a utilização do modelo Pacejka em relação ao pneu do veículo para validar o modelo de veículo implementado, seguido pelo desenvolvimento dos outros modelos de pneus - modelo de escova, proporcional-saturação e suas variações que serão detalhados na seção sobre os modelos de pneu - com base no que foi descrito no referencial teórico, a terceira etapa consistiu em salvar os parâmetros de cada modelo de pneu em arquivos *.mat* através de um *script* e por fim a implementação desses modelos no sistema de simulação veicular no *Simulink* (3.3).

### 3.2.1 Modelos de pneus

Para que os modelos (*Brush* e PS) tivessem correspondência com o modelo de Pacejka do pneu do veículo foi realizada a otimização de alguns parâmetros de cada modelo tendo como base na relação entre força e deslizamento lateral e também entre *cornering stiffness* e carga vertical.

#### 3.2.1.1 Otimização da força

Para que os modelos de escova e PS fossem utilizados de forma coerente, a otimização de alguns parâmetros dos modelos de pneu foram necessárias. Para o modelo de escova, os parâmetros que definem a área de contato foram fixados e o valor de rigidez de cada cerda foi otimizado utilizando da técnica do estimação de mínimos quadrados em relação a curva de referência obtida através do modelo de Pacejka. Já para o modelo PS, o valor do ganho proporcional foi otimizado utilizando a mesma curva de referência, aplicando a técnica de estimação de mínimos quadrados ponderados, em que a região de 0° a 1° de *slip ratio* teve um peso igual a 20 e a partir de 1° de deslizamento lateral teve peso igual a 1, também utilizando a técnica do estimação de mínimos quadrados da curva de referência.

#### 3.2.1.2 Influência da carga vertical na força e otimização do *cornering stiffness*

Como tratado na seção 2.2.3.5, a transferência de carga é um fator de grande impacto na geração de força lateral e como esse fenômeno age diretamente na modificação do valor de *cornering stiffness*, é importante que os modelos de escova e PS sejam sensíveis à mudança de carga vertical. Por isso, foi realizada a otimização do *cornering stiffness* do modelo de pneu de referência, utilizando outra função proporcional-saturação. Para fins de diferenciação, quando essa função for relacionada à rigidez de deslizamento lateral, assumirá o nome de ganho-saturação.

### 3.2.1.3 Resumo dos modelos de pneus

A partir do que foi tratado nas duas seções anteriores, 6 modelos de pneus foram consolidados, 3 tipos de modelos de escova, 3 tipos de modelos proporcional-saturação, que somados ao Pacejka totalizam 7 modelos que serão utilizados nas simulações, comparações e análises:

- Modelo Pacejka [*pac-00*]
  1. Modelo Pacejka (*Magic Formula*) do pneu original do veículo;
- *Brush model*
  1. *Brush model* clássico [*bru-00*]:
    - Modela a não linearidade da força através da saturação do atrito;
    - Modela o *cornering stiffness* através da consideração de cada cerda da área de contato - nesse caso a rigidez de deriva é um valor constante, ou seja, não sofre variação com a mudança de carga vertical;
    - Equação: 2.7;
  2. *Brush model* - *Cornering stiffness* como uma função proporcional-saturação [*bru-01*]:
    - Modela a não linearidade da força através da saturação do atrito;
    - Modela o *cornering stiffness* como uma função ganho-saturação;
    - Equações: 2.7 e adaptação da equação 2.8 para a rigidez de deriva em função da carga;
  3. *Brush model* - *Cornering stiffness* como equação de Pacejka [*bru-02*]:
    - Modela a não linearidade da força através da saturação do atrito;
    - Modela o *cornering stiffness* utilizando a mesma equação que a *magic formula*;
    - Equações: 2.7 e 2.2;
- Modelo proporcional-saturação
  1. Proporcional-saturação (Força) [*ps-00*]:
    - Não modela a não linearidade da força;
    - Modela o *cornering stiffness* como um ganho proporcional constante;
    - Equação: 2.8;
  2. Proporcional-saturação (Força &  $C_\alpha$ ) [*ps-01*]:
    - Não modela a não linearidade da força;

- Modela o *cornering stiffness* como uma função ganho-saturação;
  - Equações: 2.8 para a força e adaptação da mesma equação para a rigidez de deriva em função da carga;
3. Proporcional-saturação (Força) - *Cornering stiffness* como equação de Pacejka [ps-02]:
- Modela a não linearidade da força através da saturação do atrito;
  - Modela o *cornering stiffness* utilizando a mesma equação que a *magic formula*;
  - Equações: 2.8 e 2.2.

### 3.3 Desenvolvimento do sistema de simulação veicular no *Simulink*

Nesta seção, serão detalhados os procedimentos para configurar o modelo *Simulink*, tanto do veículo quanto dos modelos de pneus. Para isso, foi desenvolvido um modelo híbrido de *script* e *Simulink* para simular as manobras com base no que foi tratado no capítulo de Referencial Teórico. Tal sistema contém 3 subsistemas: Piloto (*Driver*), Veículo e Pneus, Figura 31.

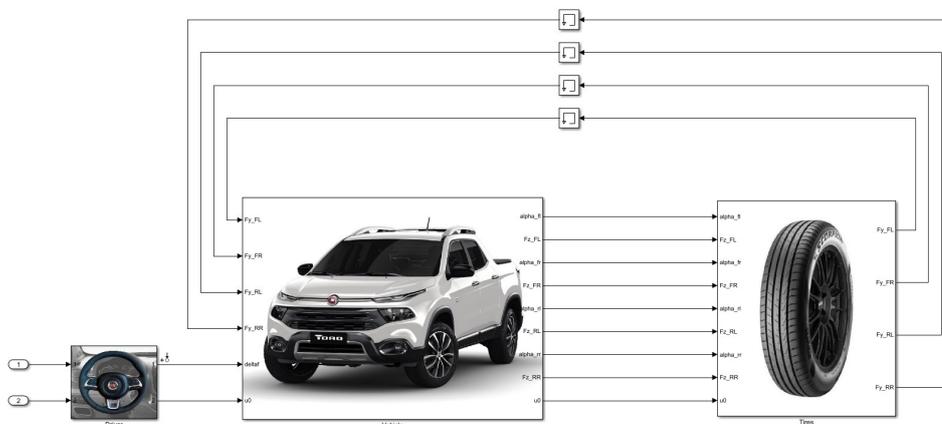


Figura 31 – Sistema de simulação veicular desenvolvido no *Simulink*

#### 3.3.1 Subsistema do veículo

##### 3.3.1.1 Bloco do veículo

O modelo de veículo tem como base o modelo bicicleta de 3 graus de liberdade para o cálculo das variáveis de estado - velocidade lateral, taxa de guinada e taxa de rolagem com base nas equações 2.16 e 2.17, tratada na seção 2.4.3. Esse modelo foi adaptado, com a adição do fenômeno de transferência de carga e a implementação das quatro rodas, de forma que o modelo fosse capaz de simular o efeito da mudança de carga vertical nos pneus na geração de força lateral. Dessa forma, as equações do modelo bicicleta (seção 2.4.3)

e de transferência de carga (2.4.2.1) foram aplicadas utilizando o bloco *matlab function* no *Simulink* que contém as entradas e saídas descritas na imagem 32 e que é parte do subsistema do veículo retratado na Figura 33.

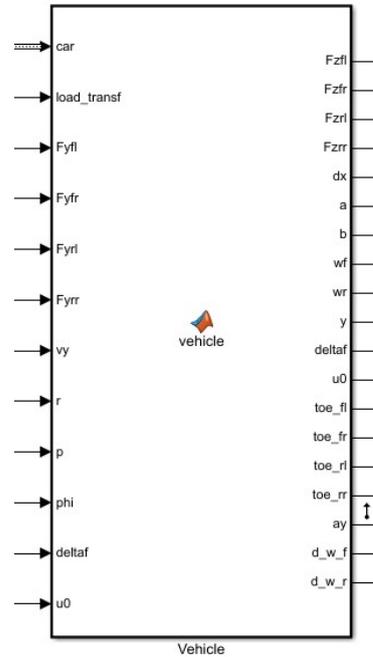


Figura 32 – Entradas e saídas bloco do veículo

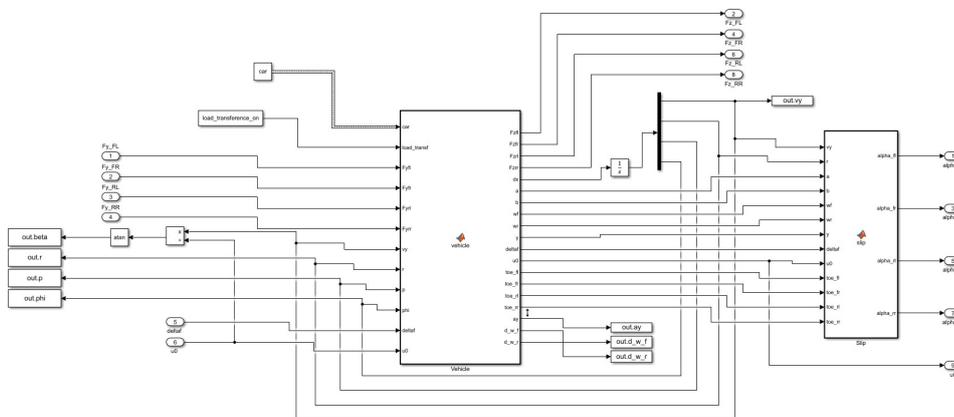


Figura 33 – Subsistema do Veículo desenvolvido no *Simulink*

A variável *car* consiste em sinal do tipo *bus* que possui os parâmetros estáticos do veículo que foram carregados do arquivo matlab referente ao carro que será simulado (Tabela: 1). O parâmetro *load\_transference\_on* é utilizado para escolher a forma de implementação do fenômeno de transferência de carga, que pode assumir 3 valores: 0 para desativar o cálculo de transferência de carga; 1 para o cálculo simplificado (Equação: 2.13) e 2 para o cálculo de transferência completa (Equação: 2.14). As variáveis  $Fy_{FL}$ ,  $Fy_{FR}$ ,  $Fy_{RL}$  e  $Fy_{RR}$  são as forças laterais de cada roda realimentadas do bloco dos pneus, as variáveis de velocidade lateral ( $vy$ ), taxa de guinada ( $r$ ), taxa de rolagem ( $p$ ) e ângulo de

rolagem ( $\phi$ ), são saídas do espaço de estado realimentadas e, por fim, o ângulo de esterço e velocidade longitudinais que são variáveis carregadas da simulação do *VI-CarRealTime* para a manobra que será simulada.

Como saídas, o bloco do veículo possui: as cargas verticais de cada roda ( $Fzfl$ ,  $Fzfr$ ,  $Fzrl$  e  $Fzrr$ );  $dx$ , que é a saída das variáveis de estado; os parâmetros do veículo:  $a$ ,  $b$ ,  $wf$ ,  $wr$ ,  $y$ , ângulos de convergência de cada roda ( $toe\_fl$ ,  $toe\_fr$ ,  $toe\_rl$  e  $toe\_rr$ ); o ângulo de esterço ( $\delta$ ); velocidade longitudinal ( $u0$ ); e parâmetros para fins de comparação e entendimento do modelo durante o desenvolvimento: aceleração lateral ( $ay$ ), transferência de carga no eixo dianteiro ( $d\_w\_f$ ) e transferência de carga no eixo traseiro ( $d\_w\_r$ ).

### 3.3.1.2 Bloco dos *slip angles*

Além do cálculo das variáveis de estado e da transferência de carga, o subsistema do veículo contém o bloco dos *slip angles* (*matlab function*) que realiza o cálculo dos deslizamentos laterais de cada roda, como descrito na seção 2.18. Para isso, esse bloco tem como entradas:  $v_y$ ,  $r$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $wf$ ,  $wr$ ,  $y$ ,  $\delta$ ,  $u0$  e os ângulos de convergência de cada roda ( $toe\_fl$ ,  $toe\_fr$ ,  $toe\_rl$  e  $toe\_rr$ ).

## 3.3.2 Subsistema de pneus

Assim como foi feito com os parâmetros do veículo, cada modelo de pneu teve seus parâmetros salvos em arquivos *Matlab*, que são carregados e salvos em uma variável do tipo *bus* pelo *script* para rodar a simulação da manobra. Nesse subsistema, Figura 34, são realizados os cálculos de *slip angle* transiente e das forças laterais - que são as saídas do subsistema - através das entradas descritas na tabela 2.

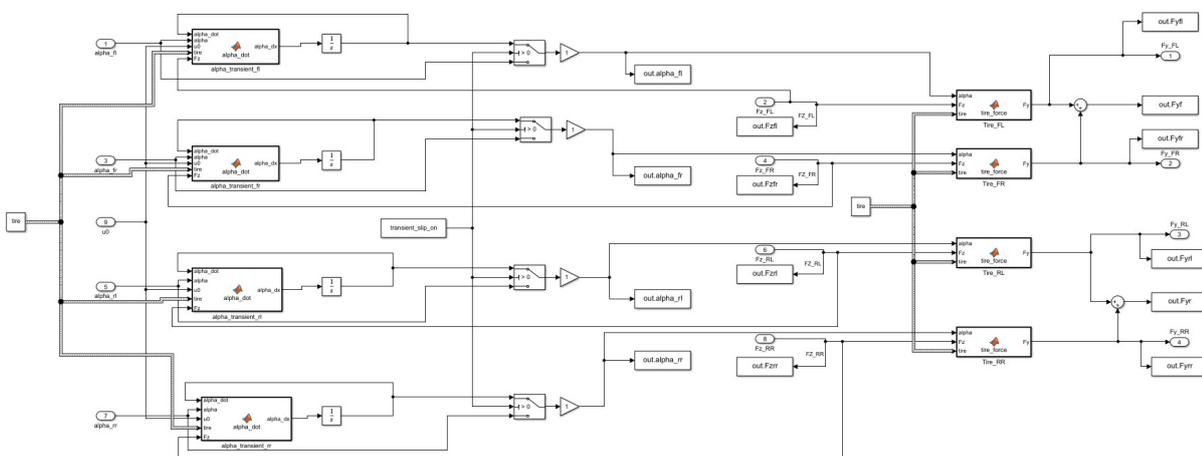


Figura 34 – Subsistema de pneus desenvolvido no *simulink*

### 3.3.2.1 Cálculo do *slip angle* transiente

Quanto a organização do sistema, no caso do cálculo do *slip angle* transiente, este trabalho decidiu por alocar esse cálculo no subsistema de pneus, uma vez que representa uma dinâmica de geração de força que ocorre no pneu, tratado no referencial teórico, diferente do cálculo do *slip angle*, presente no subsistema do veículo, que é realizado a partir das variáveis de estado e parâmetros geométricos do veículo (Equação: 2.3). E assim como a consideração do fenômeno de transferência de carga, o cálculo do deslizamento lateral transiente possui algumas possibilidades, para habilitar esse fenômeno na simulação, a variável *transient\_slip\_on* assume o valor 1 ou o valor 0 para desconsiderar o fenômeno transiente do ângulo de deslizamento lateral.

Entradas	Saídas
$\alpha$	$Fy_{FL}$
u0	$Fy_{FR}$
tire	$Fy_{RL}$
Fz	$Fy_{RR}$
transient_slip_on	-

Tabela 2 – Tabela entradas e saídas do bloco de pneus

Além disso, existem duas formas para o cálculo do deslizamento lateral transiente - quando esse fenômeno é considerado na simulação -, (1) a primeira forma assume o *relaxation length* como um valor genérico e constante, (2) a outra forma é calculada a partir das condições instantâneas de trabalho do pneu, com base na equação 2.4. A forma de cálculo do *slip angle* transiente número (1) é aplicada para os modelos de pneu do tipo *Brush* ou Proporcional, pois a forma (2) os cálculos são derivados do modelo *Magic formula*. Essa opção é definida por uma variável dentro do arquivo do pneu que o *script* carrega para rodar a simulação.

### 3.3.2.2 Cálculo das forças laterais

Uma vez que o deslizamento lateral é calculado, a próxima etapa é calcular as forças laterais de cada pneu. Para isso, um bloco (*Matlab function*) é utilizado, e tem como entradas a carga vertical, deslizamento lateral e os parâmetros do pneus (através da variável *tire*). Dentro desse bloco, é possível calcular as forças usando os modelos descritos na seção 3.2.1.3, que foram desenvolvidos com base nos modelos tratados na seção 2.3 da fundamentação teórica. As forças laterais são realimentadas no subsistema do veículo para o cálculo das variáveis de estado para o novo instante.

### 3.3.3 Aplicação das entradas do modelo e comparação dos dados

#### 3.3.3.1 Ajustes do modelo de veículo

Tendo as variáveis do veículo, pneu (modelo original do veículo) e da manobra carregados pelo *script* e a primeira simulação sendo executada, alguns ajustes no modelo de veículo ainda são necessários, já que o modelo desenvolvido é simplificado em relação ao modelo do *software*. Os principais ajustes são quanto as convergências estáticas, razão de esterço (*steering ratio*) e os coeficientes de rigidez e amortecimento à rolagem. E, para isso, a manobra de *Step Steer* será utilizada.

Para o caso das convergências estáticas, é observado o valor do *slip angle* enquanto o veículo se desloca em linha reta, já que o valor do deslizamento lateral nessa condição representa a convergência estática de cada roda. Para avaliar o *steering ratio*, as variáveis de estado adquiridas da simulação no *VI-CarRealTime* são utilizadas como entradas nas equações dos deslizamentos laterais apresentadas em 2.18, dessa forma é possível comparar qual é o *slip angle* esperado para as rodas dianteiras (rodas que possuem esterço) e ajustar o valor do parâmetro da razão de esterço de forma manual. E, para os coeficientes de rigidez e de amortecimento à rolagem, é possível comparar a taxa de rolagem e o ângulo de rolagem do veículo simulado no *VI-CarRealTime* com o veículo do *Simulink* e fazer o ajuste manual desses dois parâmetros.

É importante notar, que o ajuste na razão de esterçamento pode representar a deformação dos componentes da suspensão e de direção que acaba reduzindo a eficiência do sistema de direção em transformar ângulo de esterço em deslizamento lateral nos pneus 2.4.4.

#### 3.3.3.2 Validação do modelo de veículo

Após os ajustes descritos na seção anterior, todas as manobras descritas anteriormente, serão executadas e o grau de correlação entre das variáveis: deslizamento lateral do veículo, taxa de guinada, aceleração lateral, taxa de rolagem e ângulo de rolagem é medido através da métrica  $r^2$ . Essas variáveis foram escolhidas por 3 delas serem as variáveis de estado do modelo, a aceleração lateral por ser um parâmetro importante sobre o estado do veículo e a taxa de rolagem também foi escolhida por ser derivada do ângulo de rolagem e por ser um dos parâmetros de ajuste do modelo no amortecimento à rolagem, junto com a rigidez à rolagem. O grau acima de 95% de correlação será assumido como aceitável para validação do modelo do veículo e poder seguir para a etapa de aplicação dos outros modelos de pneu.

### 3.3.3.3 Aplicação dos outros modelos de pneu e análise dos dados

Com o modelo do veículo refinado e tendo passado pelos critérios de validação tratados na seção anterior, os 6 modelos desenvolvidos e discutidos nas seções [3.2.1.1](#), [3.2.1.2](#) e [3.2.1.3](#) serão aplicados e o mesmo processo de execução das manobras e avaliação do grau de correlação será realizado. A partir disso, as análises das vantagens e limitações de cada modelo quanto a sua capacidade de representar as principais dinâmicas do veículo que são relevantes para o controle de estabilidade, além do custo computacional de cada modelo.



## 4 Resultados

Este capítulo apresenta os resultados do que foi desenvolvido na parte metodológica deste trabalho, assim como as principais discussões acerca do que foi obtido. A partir do que foi descrito na metodologia, foi realizada a simulação das 5 manobras no *VI-CarRealTime*, para validação do modelo de veículo, que compõe a parte de ajuste de modelo e análise de correlação com a referência. E, além da validação, foi realizado o desenvolvimento dos modelos de pneu e a otimização dos mesmos, para que os modelos desenvolvidos fossem representativos do pneu de referência, tanto em relação à força quanto em relação ao *cornering stiffness*.

### 4.1 Validação do modelo de veículo

#### 4.1.1 Ajuste do modelo do veículo

Como tratado na seção 3.3.3.1, o ajuste manual das variáveis de *steering ratio*, coeficiente de rigidez à rolagem e o coeficiente de amortecimento à rolagem foi realizado, e os resultados obtidos são observados nas Figuras 35 e 36. É possível observar que após a realização do ajuste no *steering ratio* do modelo, o deslizamento lateral nas rodas dianteiras se aproximou de forma satisfatória do ângulo esperado (VI-CRT). Isso é uma consequência da modelagem do *compliance* no sistema de direção e suspensão considerado no modelo do VI-CRT, que é um modelo mais complexo.

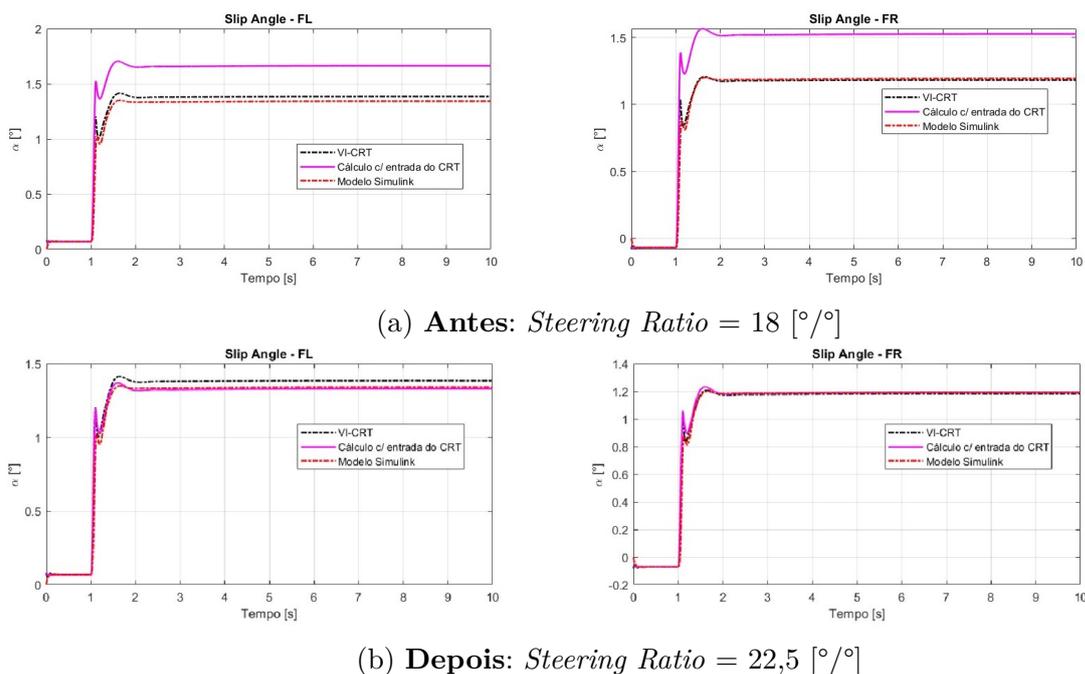


Figura 35 – Comparativo do ajuste de *steering ratio*

O mesmo ocorreu para o caso dos coeficientes de rigidez à rolagem e de amortecimento à rolagem, foi alcançada uma boa aproximação da curva do modelo em relação à curva de referência (VI-CRT).

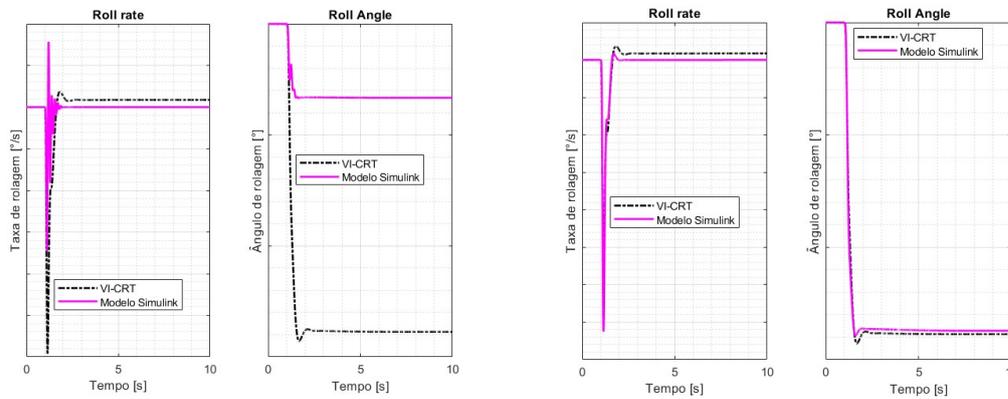
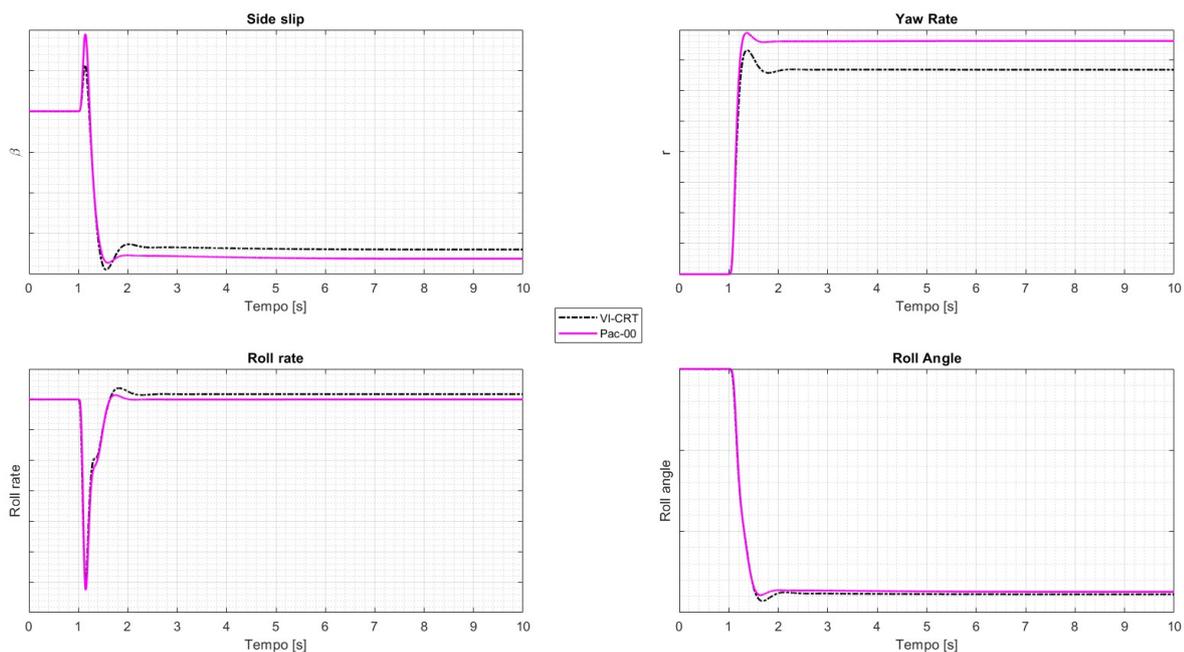
(a) **(Antes)** Parâmetros de rolagem(b) **(Depois)** Parâmetros de rolagem

Figura 36 – Comparativo do ajuste dos parâmetro de rolagem

#### 4.1.2 Análise de correlação do modelo do veículo com pneu de referência

Após o ajuste do modelo, as 4 manobras foram rodadas no *Simulink* (Mais sinais da simulação da manobra estão no apêndice: A) e as Figuras 37 a 42 apresentam a comparação dos sinais das variáveis de estado, utilizadas como parâmetros para avaliar o grau de correlação entre o modelo desenvolvido e o modelo do *VI-CarRealTime*.

Figura 37 – Correlação da manobra *Step Steer* do modelo *Simulink* e a referência VI-CRT

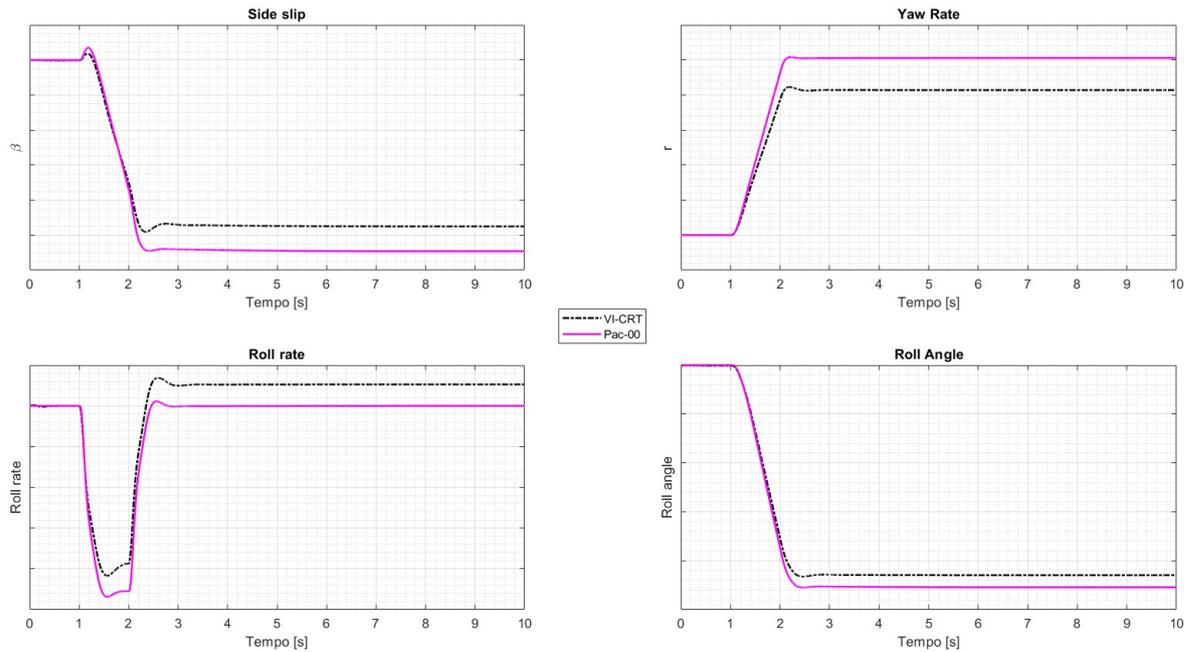


Figura 38 – Correlação da manobra *Ramp Steer* do modelo *Simulink* e a referência VI-CRT

Apesar de as manobras *Step Steer* (37) e *Ramp Steer* (38) serem semelhantes, o fato da fase transiente ser mais lenta na manobra *Ramp Steer*, acabou gerando um erro maior no regime permanente e o modelo do *Simulink* não foi capaz de reproduzir a dinâmica da taxa de rolagem. Isso pode ser devido ao modelo do VI-CRT ser mais complexo e modelar assimetrias e deformações dos componentes de suspensão e direção que o ajuste no *steering ratio* não consegue modelar.

A Figura 39 apresenta as principais variáveis de análise, para a série de *Steps Steer* de  $15^\circ$  a  $300^\circ$ , com passo de  $15^\circ$ , em que é possível observar uma boa coerência do modelo para a aceleração lateral, taxa de guinada e ângulo de rolagem para toda faixa de ângulo de esterço fazendo a análise visual, que se reflete nos graus de correlação mostrados na tabela 40. Há também a discrepância para a variável de taxa de rolagem, uma vez que o modelo apresenta um valor próximo de zero e o sinal de referência apresenta um valor maior e o valor de correlação  $R^2$  negativo e de alto módulo indicam a falta de proximidade entre os dois sinais. Porém, como a manobra está em estado permanente, não deveria existir uma variação de ângulo de rolagem excessiva, o que demanda mais estudos para entender porque o software *VI-CRT* apresenta essa dinâmica. Outro ponto de destaque é a representação do *Side slip* que se mostra satisfatória até  $100^\circ$  e após esse ângulo de esterço o modelo passa a não representar bem, muito provavelmente devido a entrada na região não linear do pneu. Essa análise é muito importante para entender as limitações do modelo, mais sinais são apresentados no apêndice A.

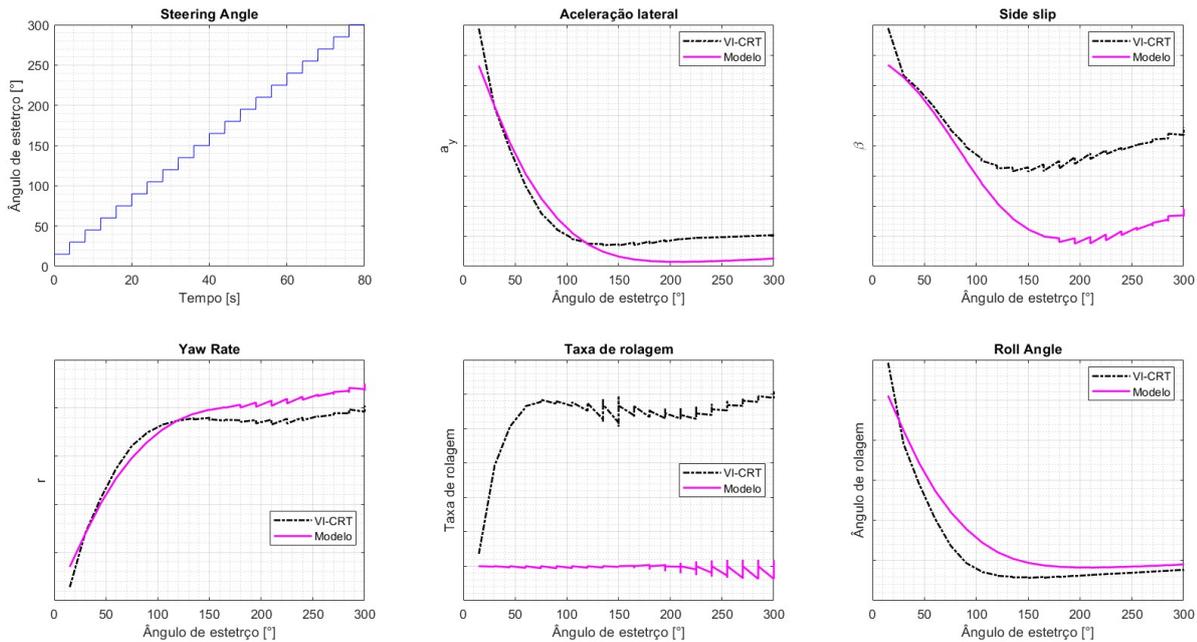


Figura 39 – Análise para a série de *Steps steer* de  $15^\circ$  a  $300^\circ$ , em que foi cortada apenas o estado permanente para cada passo de ângulo de esterço

R <sup>2</sup> Correlation		
Maneuver	Variable	Model Correlation
Step Steer	Beta	-5%
	Taxa de guinada	69%
	Taxa de rolagem	-7870%
	Ângulo de rolagem	61%
	Aceleração lateral	67%

Figura 40 – Correlação em R<sup>2</sup> para a série de *Steps steer* de  $15^\circ$  a  $300^\circ$  em que foi cortada apenas o estado permanente para cada passo de ângulo de esterço

Nas manobras de *Double Lane Change* (Figura: 41) e *Sine with Dwell* (Figura: 42) o comportamento observado durante a manobra, em que parte dela é um estado transiente seguido por um estado permanente não apresentaram um erro significativo no regime permanente, como no *Ramp Steer*. Apesar disso, é possível concluir que para manobras mais próximas de situações de uso do veículo para o consumidor comum, o modelo *Simulink* se mostra bem representativo assumindo o comportamento do modelo do VI-CRT como referência.

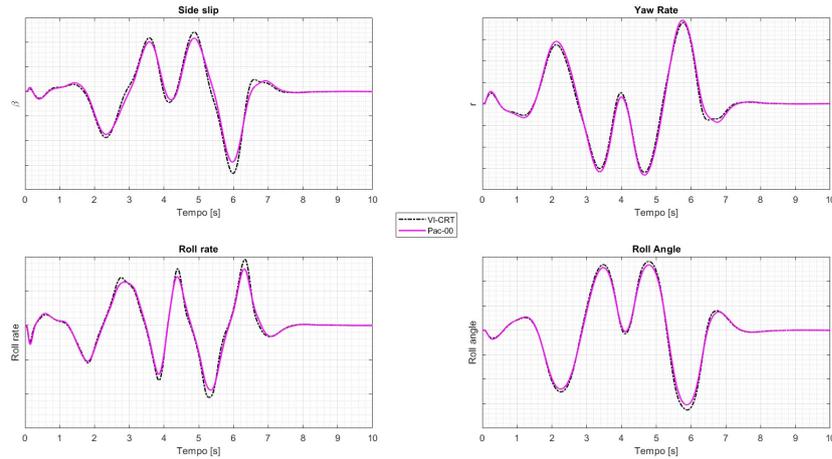


Figura 41 – Correlação da manobra *Double Lane Change* do modelo *Simulink* e a referência VI-CRT

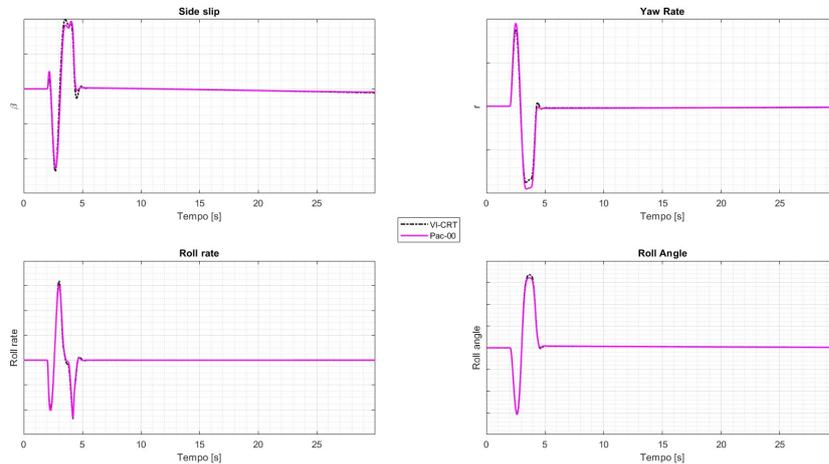


Figura 42 – Correlação da manobra *Sine with Dwell* do modelo *Simulink* e a referência VI-CRT

Com base no que foi apresentado na Figura 43 é possível identificar a dificuldade do modelo em representar com um grau de correlação médio das 5 variáveis de análise maior que 80% para as manobras de *Step Steer* e *Ramp Steer*, já para *DLC* e *Sine w/ Dwell* o modelo alcançou um grau de correlação médio das 5 variáveis maior que 80%. Isso mostra que o modelo é capaz de representar melhor manobras que estejam na região linear do pneu e no regime transiente e que para o objeto de estudo final, que seria a aplicação em um modelo de controle de estabilidade, o modelo representou melhor as manobras utilizadas para homologação desse controlador.

Como tratado na metodologia, o grau de correlação mínimo para considerar o veículo validado é de 95%, mas apenas a análise do índice de correlação  $r^2$  não se mostra suficiente para validar o modelo. Mas, utilizando esse índice, foi possível observar que o modelo é capaz de representar as dinâmicas no regime transiente, observado nas manobras de *Double Lane Change* e *Sine with Dwell* - manobras homologativas do ESC, e possui

uma limitação quando entra no regime não linear dos pneus para representar o *Side slip angle*, apesar de seguir a tendência do perfil da curva.

R <sup>2</sup> Correlation			
Maneuver	Variable	pac-00	Média
Step Steer	Beta	80%	74%
	Taxa de guinada	63%	
	Taxa de rolagem	71%	
	Ângulo de rolagem	95%	
	Aceleração lateral	63%	
Ramp Steer	Beta	14%	58%
	Taxa de guinada	81%	
	Taxa de rolagem	27%	
	Ângulo de rolagem	88%	
	Aceleração lateral	82%	
DLC	Beta	73%	86%
	Taxa de guinada	92%	
	Taxa de rolagem	83%	
	Ângulo de rolagem	89%	
	Aceleração lateral	92%	
Sine w/ Dwell	Beta	70%	86%
	Taxa de guinada	90%	
	Taxa de rolagem	87%	
	Ângulo de rolagem	92%	
	Aceleração lateral	90%	

Figura 43 – Correlação de  $r^2$  do VI-CRT e do Simulink

## 4.2 Desenvolvimento dos modelos de pneus

A otimização do *Brush model* e do modelo Proporcional-Saturação foi realizada com o objetivo de tornar esses modelos representativos em relação ao pneu de referência quanto as características de força e rigidez de deriva, os seguintes resultados foram obtidos:

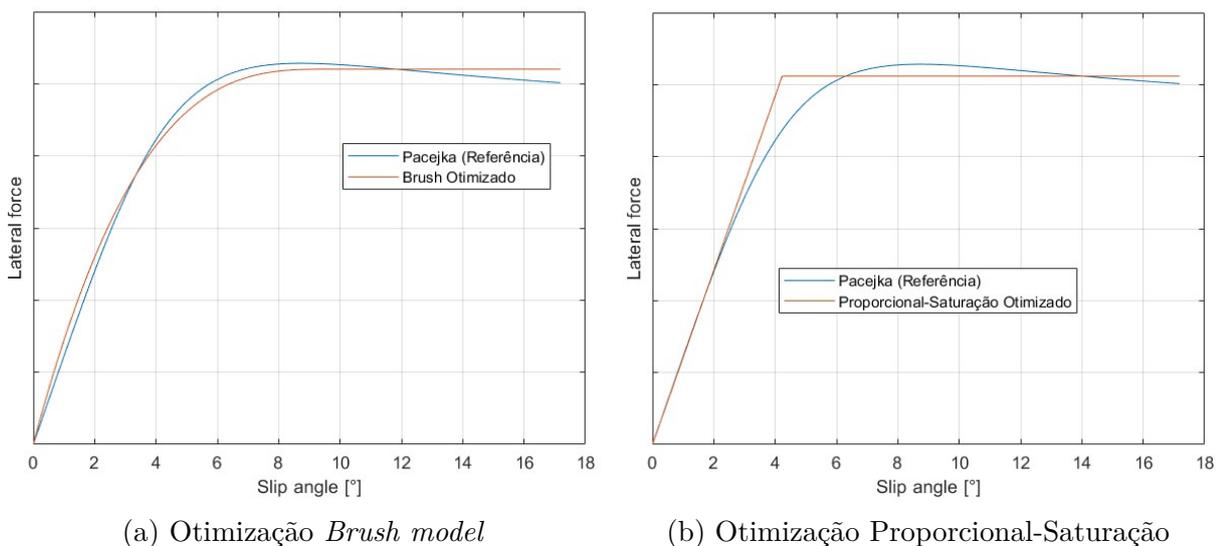


Figura 44 – Comparativo visual da otimização do *Brush model* e Proporcional-Saturação

A partir da Figura 44 é possível observar a boa correlação para o modelo de escova, tanto na região linear quanto na parte não linear. O único ponto de maior divergência é

na região da saturação, uma vez que o *Brush model* possui a limitação de estabelecer um platô nessa parte da curva, pois não modela a queda de força lateral com o aumento do *slip angle*. Já no modelo PS, foi obtida uma ótima correlação na parte linear, na qual foi aplicado um peso de 20 na otimização no compromisso de obter uma pior correlação a partir da região não linear até a saturação.

De forma semelhante ao que foi feito para a força, quando uma função ganho-saturação foi aplicada e otimizada em relação à curva de *cornering stiffness* do pneu de referência (Figura 45), a mesma característica de boa correlação na fase linear no compromisso da correlação na região não linear e de saturação é observada.

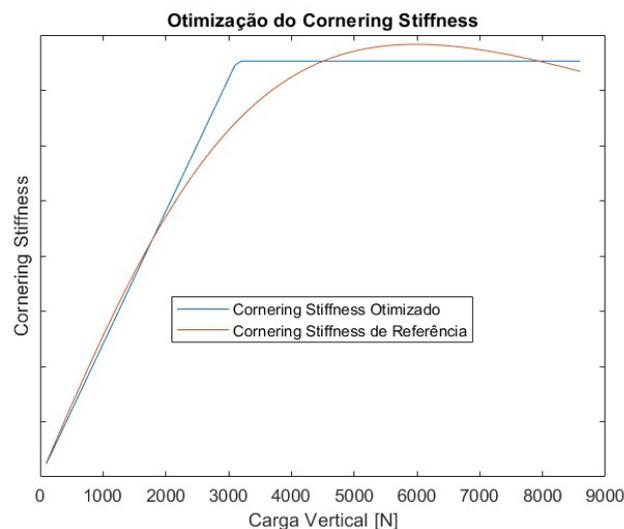


Figura 45 – Comparativo visual da otimização do *cornering stiffness* com função ganho-saturação

### 4.3 Aplicação e análise dos modelos de pneu desenvolvidos

Após o desenvolvimento dos 6 modelos de pneus e aplicando nas manobras descritas na metodologia, a Figura 46 apresenta o índice de correlação para todos os modelos de pneus. E, analisando o resultado, é possível identificar que os outros modelos de pneu são tão representativos quanto o modelo de referência (Pacejka - *pac-00*). Não só isso, mas com outros modelos de pneus é possível identificar a contribuição do modelo do veículo, uma vez que se manteve a característica em relação a manobras de regime transiente e zona linear com melhor representatividade mesmo com outros modelos de pneu.

Por essa característica, os modelos menos complexos demonstram grande potencial pra aplicação em controladores. Porém, apenas a utilização do índice de correlação não torna a análise completa, pois é importante entender a resposta do modelo no domínio da frequência quanto a fase e o ganho das variáveis de análise em relação às entradas, já que a análise visual (olhar Apêndice B) demonstra certa inconsistência em relação aos valores obtidos pelos índices de correlação, além de possuírem menor custo computacional.

		R <sup>2</sup> Correlation						
Maneuver	Variable	pac-00	bru-00	bru-01	bru-02	ps-00	ps-01	ps-02
Step Steer	Beta	80%	81%	66%	65%	83%	68%	83%
	Taxa de guinada	63%	84%	83%	62%	81%	72%	63%
	Taxa de rolagem	71%	69%	69%	68%	71%	71%	71%
	Ângulo de rolagem	95%	72%	73%	94%	76%	85%	95%
	Aceração lateral	63%	84%	84%	62%	82%	72%	64%
Ramp Steer	Beta	14%	15%	7%	39%	13%	34%	16%
	Taxa de guinada	81%	95%	95%	80%	95%	88%	81%
	Taxa de rolagem	27%	24%	22%	28%	24%	25%	27%
	Ângulo de rolagem	88%	70%	70%	89%	72%	80%	88%
	Aceração lateral	82%	96%	96%	80%	95%	89%	82%
DLC	Beta	73%	73%	69%	73%	58%	72%	67%
	Taxa de guinada	92%	92%	90%	91%	94%	90%	91%
	Taxa de rolagem	83%	73%	69%	80%	73%	85%	81%
	Ângulo de rolagem	89%	79%	80%	87%	83%	92%	89%
	Aceração lateral	92%	94%	89%	93%	93%	90%	91%
Sine w/ Dwell	Beta	70%	71%	72%	60%	70%	63%	69%
	Taxa de guinada	90%	95%	94%	90%	95%	93%	91%
	Taxa de rolagem	87%	82%	82%	86%	82%	84%	86%
	Ângulo de rolagem	92%	86%	86%	91%	86%	89%	92%
	Aceração lateral	90%	95%	95%	89%	95%	92%	90%

Figura 46 – Correlação de  $r^2$  do VI-CRT e do Simulink de todos os modelos de pneu

## 5 Conclusão

A partir do estudo desenvolvido, foi possível concluir que é possível modelar a deformação dos componentes da suspensão através de ajustes no valor do *steering ratio*. Assim como, foi identificado que o modelo de veículo possui a limitação para representar o *Side slip angle* em manobras que entram no regime não linear do pneus, apesar de possuir de alcançar 69% para a taxa de guinada, mas por ser uma análise no domínio do tempo, o erro em estado permanente se soma e acaba reduzindo o índice de correlação, mesmo que a dinâmica seja bem representada no regime transiente.

Além disso, os modelos de pneus desenvolvidos se mostraram capazes de representar o veículo de forma semelhante ao modelo de pneu de referência. Porém, nenhum modelo de pneu se destacou quanto ao grau de correlação, utilizando o índice  $R^2$ . Ou seja, com o estudo desenvolvido por este trabalho, concluiu-se que modelos de pneus menos complexos são capazes de representar as principais dinâmicas que um controle de estabilidade necessita, durante sua região de trabalho - regime transiente. Assim, a opção pelo modelo mais simples (*ps-00*) se apresenta como a melhor solução para aplicação em sistemas de controle de estabilidade, com base no que foi desenvolvido neste trabalho.

Para trabalhos futuros, é proposto o estudo do modelo no domínio da frequência para entender como as variáveis de análise calculadas pelo modelo respondem às entradas na faixa de frequência de interesse para o estudo de dinâmica lateral veicular. Assim como, a ampliação da representatividade de condições de trabalho relativos ao pneu que são úteis para avaliar e ajustar o desempenho do controle de estabilidade. Uma vez que o veículo pode estar em uma situação de emergência e um dos pneus estiver furado ou desgastado. Por isso é importante entender como o controle se comporta nessas situações através de um modelo capaz de considerar a variação da pressão, o desgaste do pneu com o tempo, além da análise de sensibilidade de parâmetros do rigidez lateral e de comprimento de relaxamento, que podem ser importantes para a avaliação da resposta do controle. Além disso, é importante a realização de uma validação do modelo desenvolvido em *Simulink* com dados experimentais do veículo real, pois mesmo que o modelo do CRT seja complexo e consolidado, algumas dinâmicas só se mostram no veículo real e, o ideal, é que o modelo do *Simulink* esteja o mais próximo possível do veículo real.



# Referências

- BAHOOTH, G. Real world crash evaluation of vehicle stability control (vsc) technology. *Association for the Advancement of Automotive Medicine*, p. 19–34, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 57.
- BAKER, L. N. E.; PACEJKA, H. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies. *SAE The Engineering Society For Advancing Mobility Land Sea Air and Space*, p. 23–27, 1987. Citado na página 46.
- BERTOTI, E. *Caracterização Dinâmica de uma Bancada Dinamométrica Veicular de Rolos Duplos*. Tese (Doutorado), 02 2018. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 50.
- CHEN, S.; NEGRUT, D. A matlab implementation of a set of three vehicle dynamics models. 2019. Citado na página 36.
- CZERWONKA, M. *Número de mortes por acidentes de trânsito volta a crescer no Brasil*. 2023. <https://www.portaldotransito.com.br/noticias/fiscalizacao-e-legislacao/estatisticas/numero-de-mortes-por-acidentes-de-transito-volta-a-crescer-no-brasil/>. Citado na página 31.
- DING, N.; TAHERI, S. A modified dugoff tire model for combined-slip forces. *Tire Science and Technology*, v. 38, n. 3, p. 228–244, 2010. Citado na página 35.
- DPK. *Controle de estabilidade*. <https://www.dpk.com.br/controle-de-estabilidade-como-funciona/>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 31.
- GENT, A. N.; WALTER, J. D. *The Pneumatic Tire*. [S.l.]: National Highway Traffic Safety Administration, 2005. Citado 3 vezes nas páginas 13, 38 e 41.
- GILLESPIE, T. D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. [S.l.]: SAE International, 1992. Citado 6 vezes nas páginas 13, 42, 44, 50, 51 e 52.
- GOODYEAR. Goodyear virtual simulator. In: . [S.l.]: VI-grade ZERO PROTOTYPES Summit, 2021. Citado na página 37.
- GUO D. CAO, H. C. C. L. H. W. H.; YANG, S. Vehicle dynamic state estimation:state of the art schemes and perspectives. *IEEE/CAA JOURNAL OF AUTOMATICA SINICA*, v. 44, n. 2, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 57.
- INTERNATIONAL STANDARD. *Passenger cars - Test track for a severe lane-change manoeuvre: Double lane-change*. [S.l.], 2018. Citado na página 61.
- JAZAR, R. N. *Vehicle Dnamics Theor and Application*. [S.l.]: Springer, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 13, 41 e 43.
- JAZAR, R. N. *Advanced Vehicle Dynamics*. [S.l.]: Springer, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- KUTLUAYA, E.; WINNER, H. Validation of vehicle dynamics simulation models – a review. *International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, p. 186–200, 2014. Citado na página 36.

- LU Y. MA, H. Y. Z. D. D.; QI, J. Development and validation of electronic stability control system algorithm based on tire force observation. Jilin University, 2020. Citado na página 32.
- MASERATI; MEGARIDE. A multiphysics approach in real-time simulations for the enhancement of the vehicle and tires conjunct development. In: . [S.l.]: International Vi-Grade Conference, 2020. Citado na página 37.
- MICHELIN. Working on driving simulations eith tametire: A physical tire model for virtual design. In: . [S.l.]: International Vi-Grade Conference, 2019. Citado na página 38.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. *Race Car Vehicle Dynamics*. [S.l.]: SAE International, 1995. Citado 3 vezes nas páginas 13, 42 e 53.
- NAKAJIMA yukio. *Advanced Tire Mechanics*. [S.l.]: Springer, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 13, 48 e 49.
- NATOINAL HIGHWAY TRAFFIC SAFETY ADMINISTRATION. *FMVSS No. 126: Electronic stability control systems*. [S.l.], 2007. Citado na página 63.
- PACEJKA, H. B. *Tyre and Vehicle Dynamics*. [S.l.]: Elsevier, 2002. Citado 8 vezes nas páginas 13, 41, 43, 45, 46, 47, 48 e 55.
- PIRELLI; STELLANTIS. Correlation process for dynamic simulator. In: . [S.l.]: VI-grade Users Conference, 2018. Citado na página 37.
- RILL, G.; CASTRO, A. A. *Road Vehicle Dynamics Fundamentals and Modeling with MATLAB*. [S.l.]: CRC Press, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 57.
- SALAANI, M. K. Analytical tire forces and moments with physical parameters. *Tire Science and Technology*, v. 36, n. 1, p. 3–42, 2008. Citado na página 35.
- SCHRÖDER, C.; CHUNG, S. Influence of tire characteristic properties on the vehicle lateral transient response. *Tire Science and Technology*, v. 23, n. 2, p. 72–95, 1995. Citado na página 36.
- SENADO, T. *Trânsito brasileiro: 45 mil mortes e R50bilhõesdeprejuízo econômico.2022*. <https://www12.senado.leg.br/tv/programas/em-discussao/2022/09/transito-brasileiro-45-mil-mortes-e-r-50-bilhoes-de-prejuizo-economico>. Citadonapágina31.
- SINGH, K. B.; SIVARAMAKRISHNAN, S. An adaptive tire model for enhanced vehicle control systems. *SAE Int. J. Passeng. Cars*, 2015. Citado na página 35.
- SINGH, K. B.; SIVARAMAKRISHNAN, S. Extended pacejka tire model for enhanced vehicle stability control. Avenue Gordon Smith, 7750 Colmar-Berg, Luxembourg, 2023. Citado na página 32.
- SIRAMDASU, Y.; TAHERI, S. A tool for tire handling performance evaluation. *Tire Science and Technology*, v. 44, n. 3, p. 74–101, 2016. Citado na página 35.
- STELLANTIS. *SIM-Center*. <https://www.media.stellantis.com/br-pt/stellantis/gallery/735>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 37.

- SVENDENIUS, J.; WITTENMARK, B. Review of wheel modeling and friction estimation. *Department of Automatic Control Lund Institute of Technology*, 2003. Citado na página 35.
- TORRES, L. A. Análise e validação em simulador automotivo de modelo dinâmico veicular para aplicação em sistema de controle de estabilidade. In: . [S.l.]: Universidade de Brasília, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 55.
- ULSOY, H. P. A. G.; ÇAKMAKCI, M. *Automotive Control Systems*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 58.
- UNITED NATIONS. *Addendum 139: Uniform provisions concerning the approval of passenger cars with regard to electronic stability control (esc) systems*. [S.l.], 2017. Citado na página 63.
- VI-GRADE. 2023. <https://www.vi-grade.com/en/products/vi-carrealtime/>. Citado na página 58.
- VILELA, D.; BARBOSA, R. S. Analytical solution proposal to vehicle dynamic handling properties. *Int. J. Vehicle Systems Modelling and Testing*, v. 6, n. 1, p. 56–71, 2011. Citado na página 56.
- YANG, Y. L. S.; LI, S. An overview on vehicle dynamics. *Int. J. Dynam. Control*, p. 385–395, 2013. Citado na página 36.



# Apêndices



# APÊNDICE A – Gráficos das outras variáveis - Validação do modelo de veículo

Este apêndice apresenta, nas próximas páginas, os gráficos dos sinais obtidos na simulação das manobras utilizadas na fase de validação do modelo de veículo.

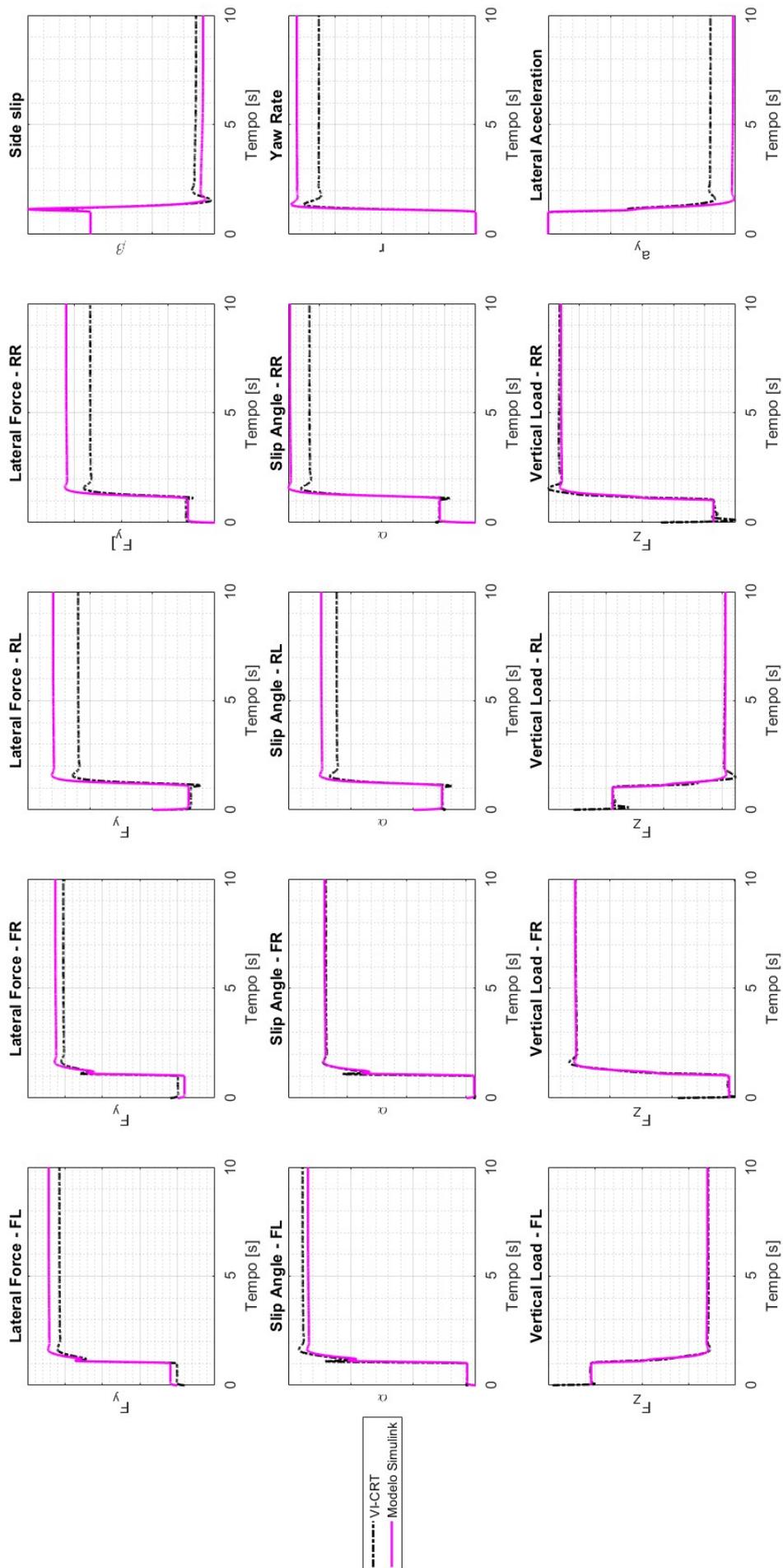


Figura 47 – Step Steer - Validação

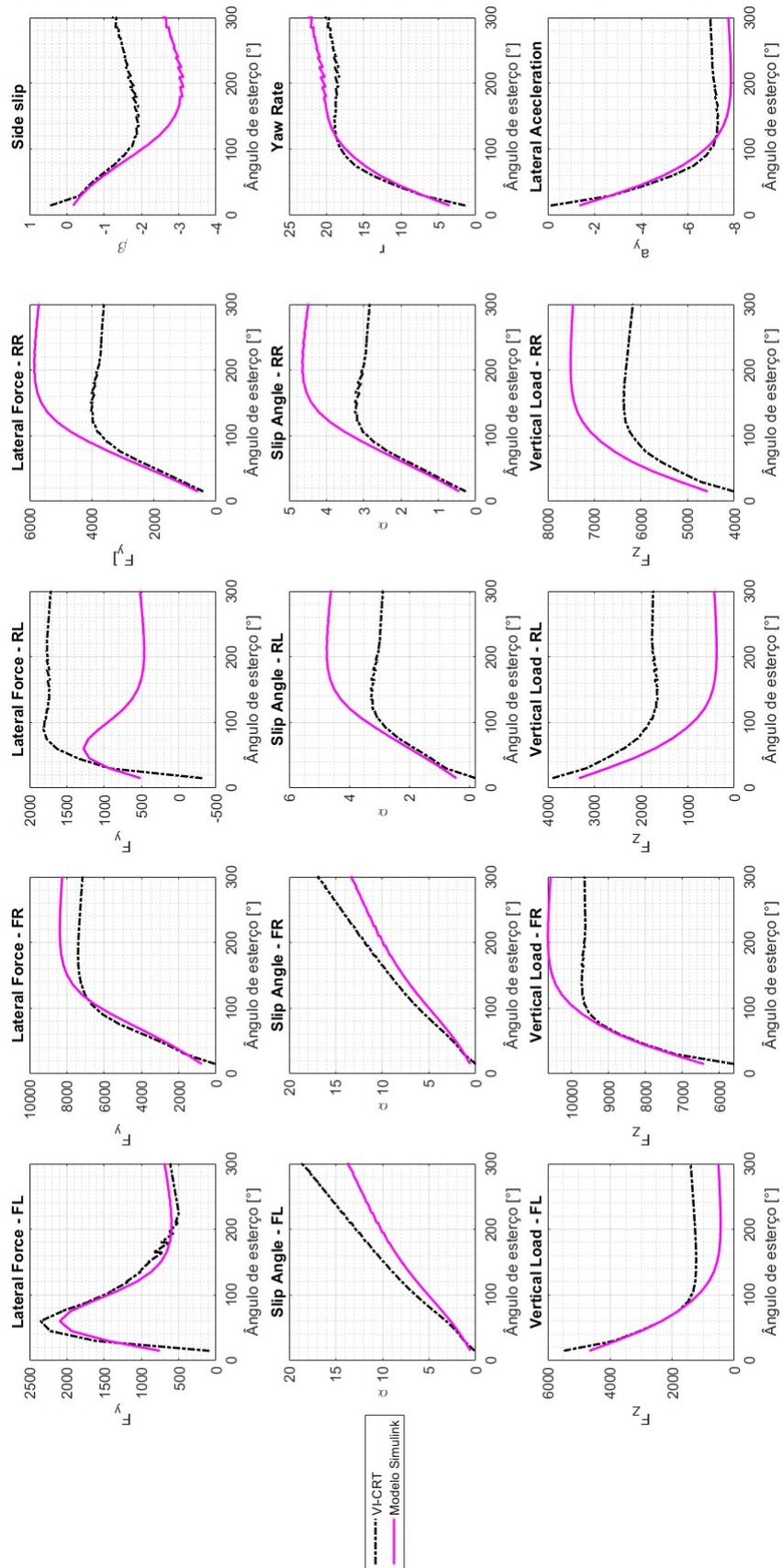


Figura 48 – Série de Steps Steer - Validação

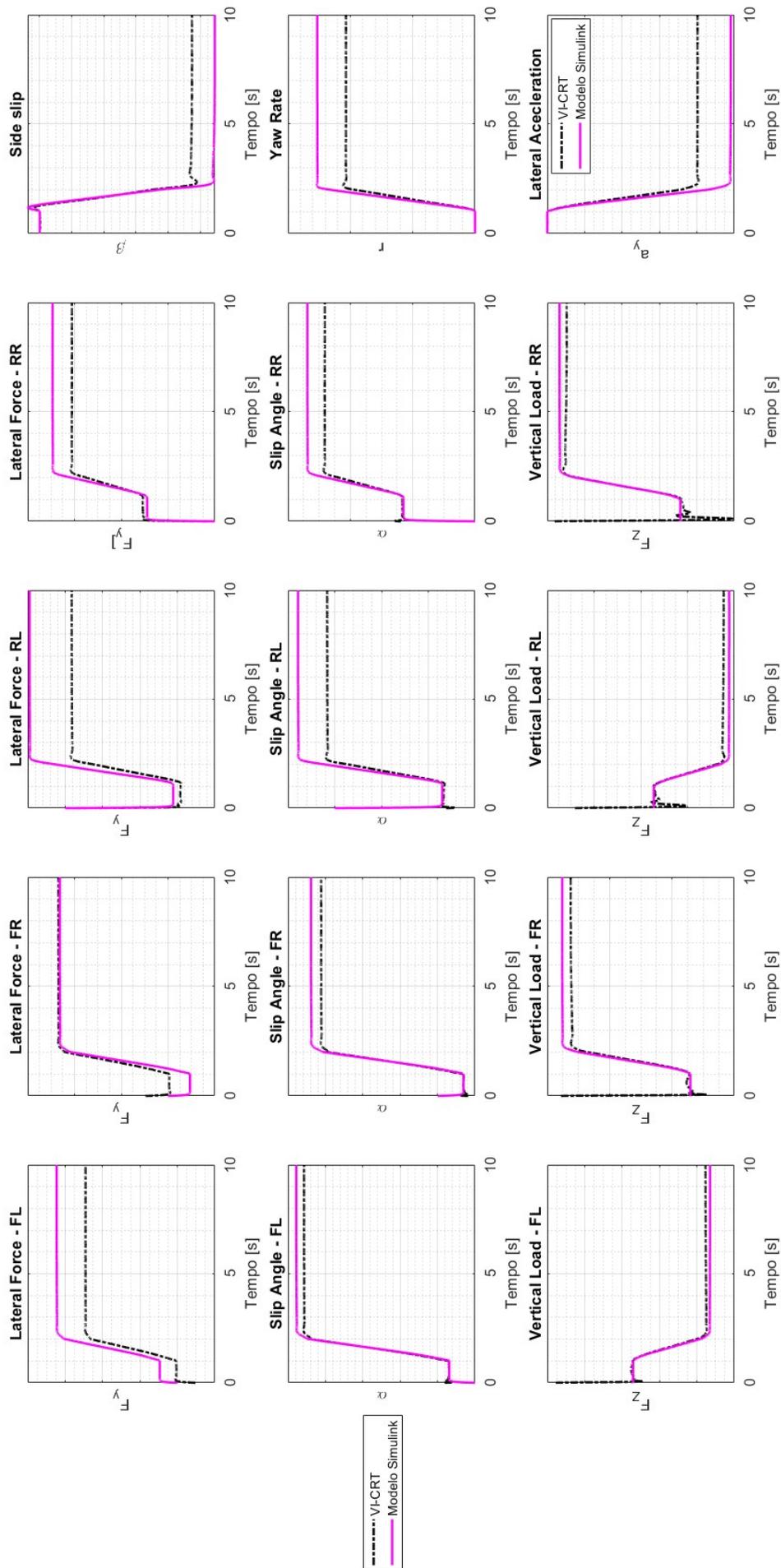


Figura 49 – Ramp Steer - Validação

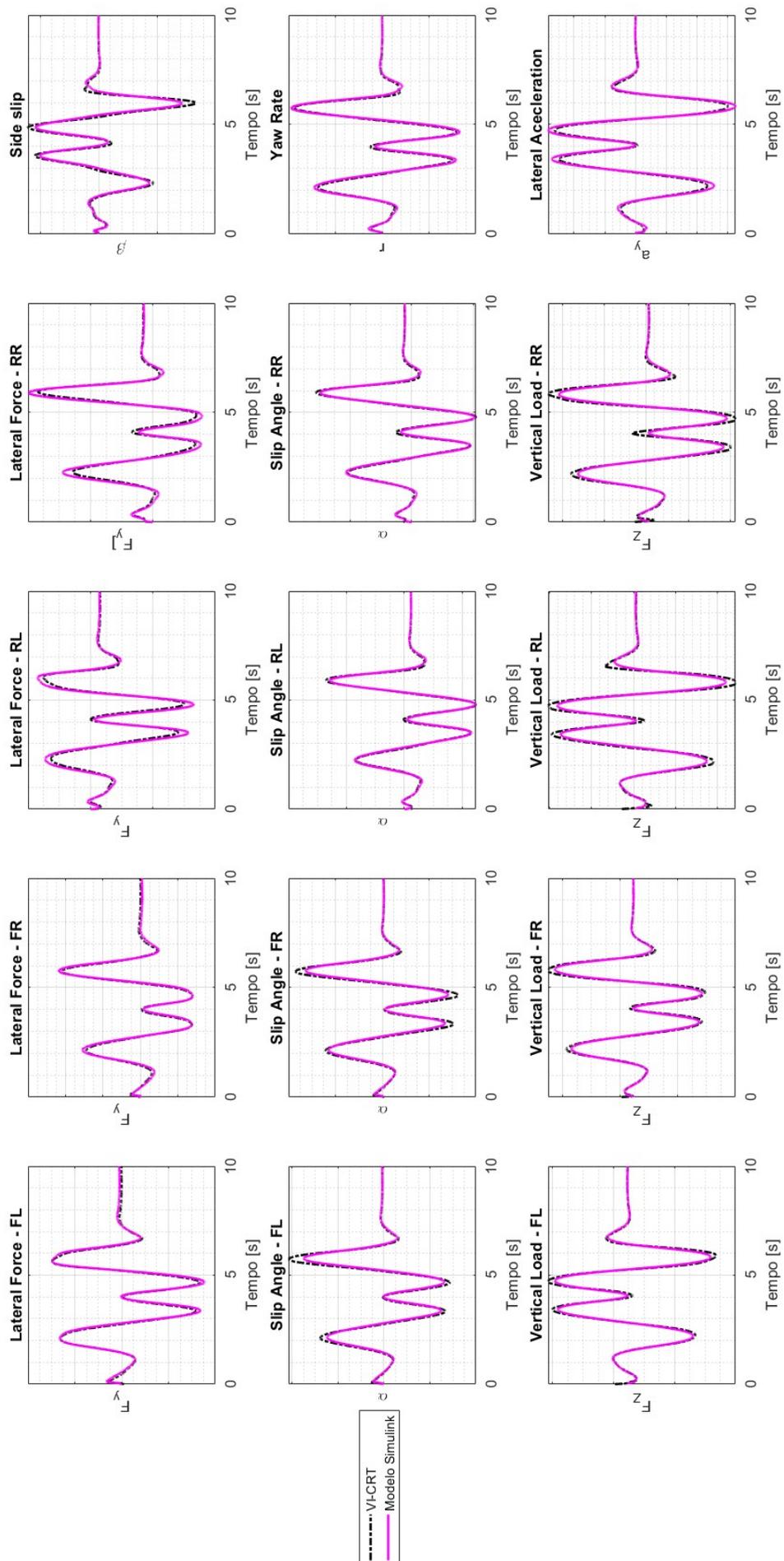


Figura 50 – Double Lane Change - Validação

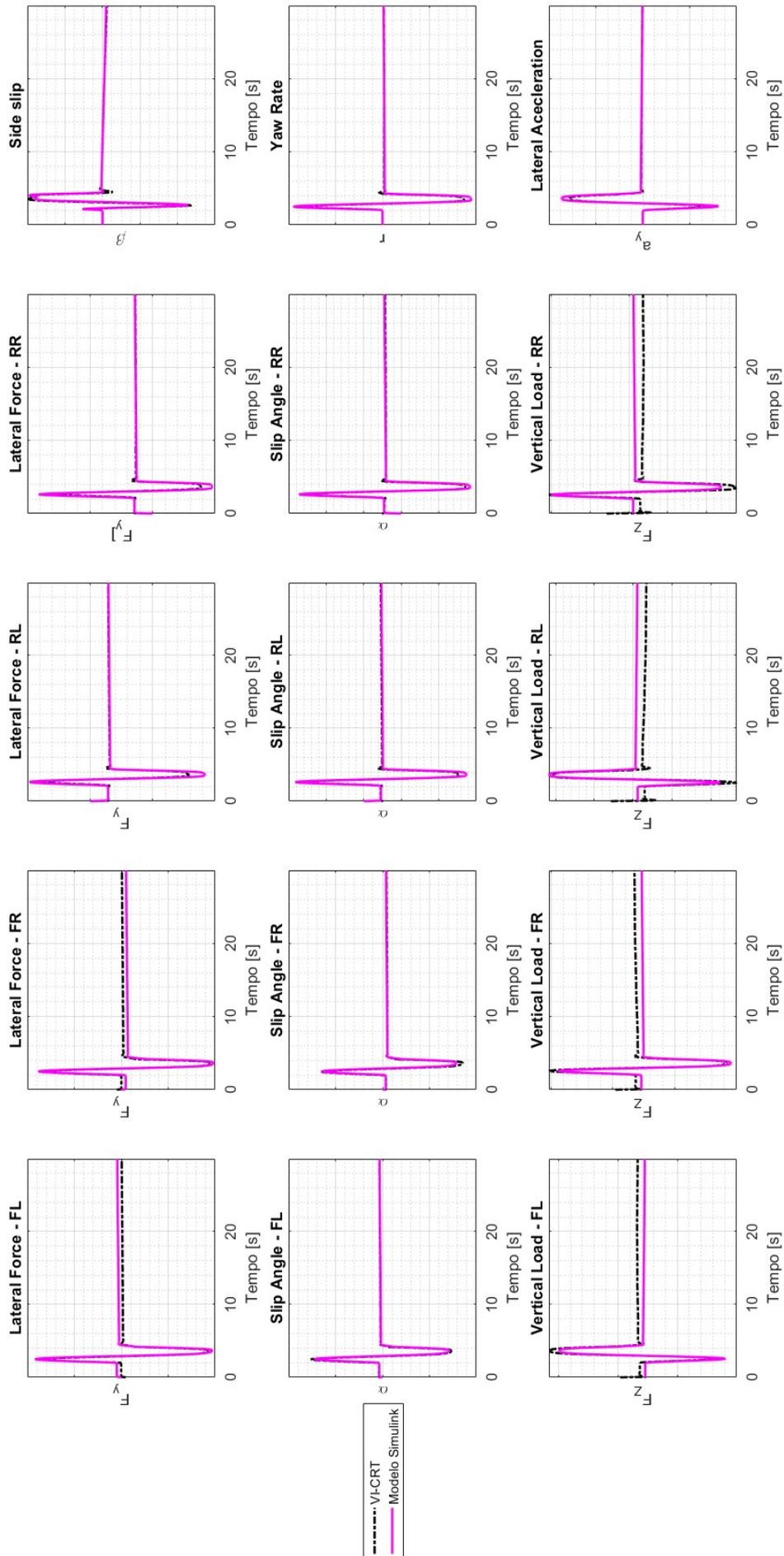


Figura 51 – Sine with Dwell - Validação



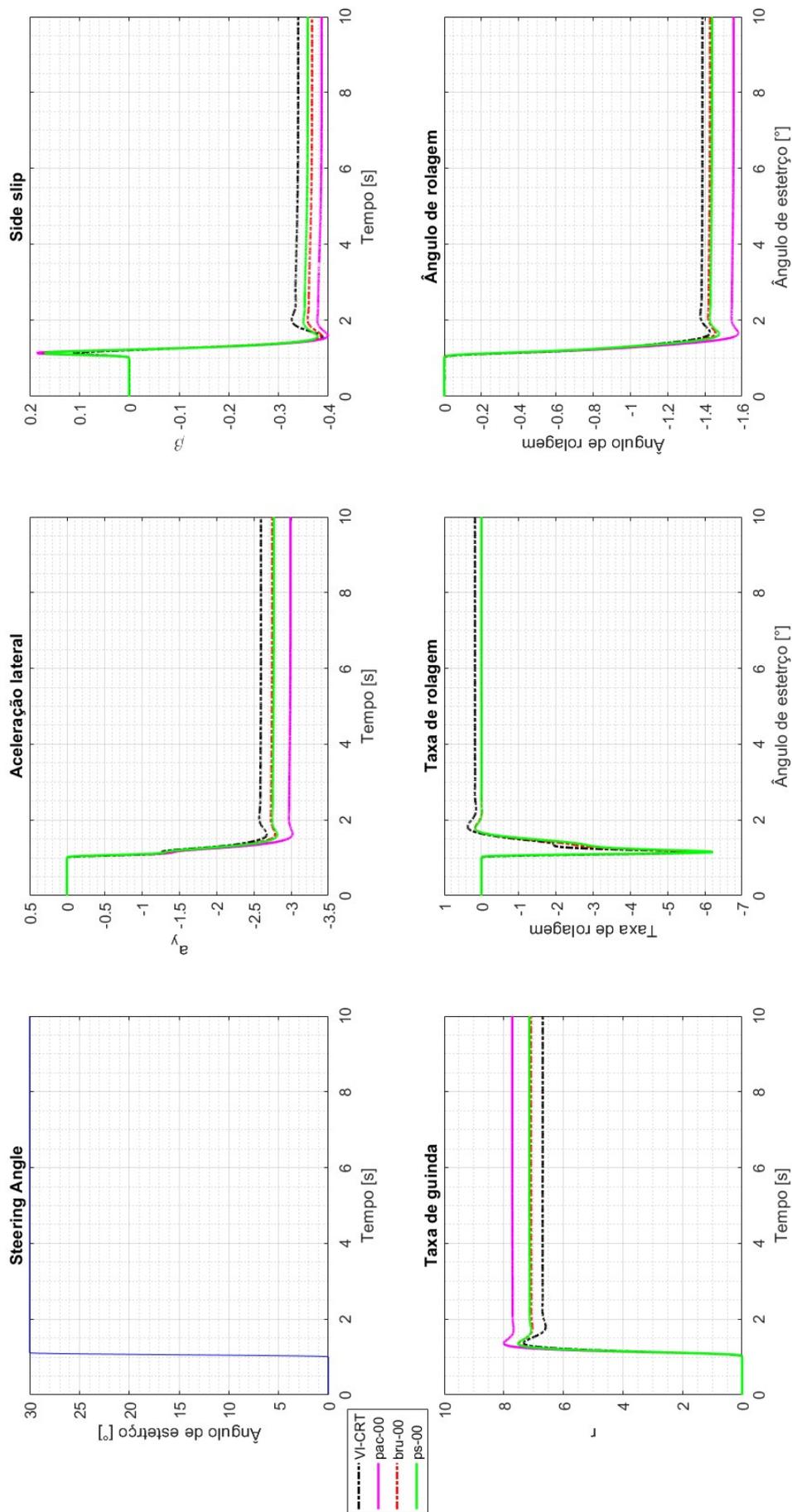


Figura 52 – Step Steer - Principal de cada modelo de pneu proposto

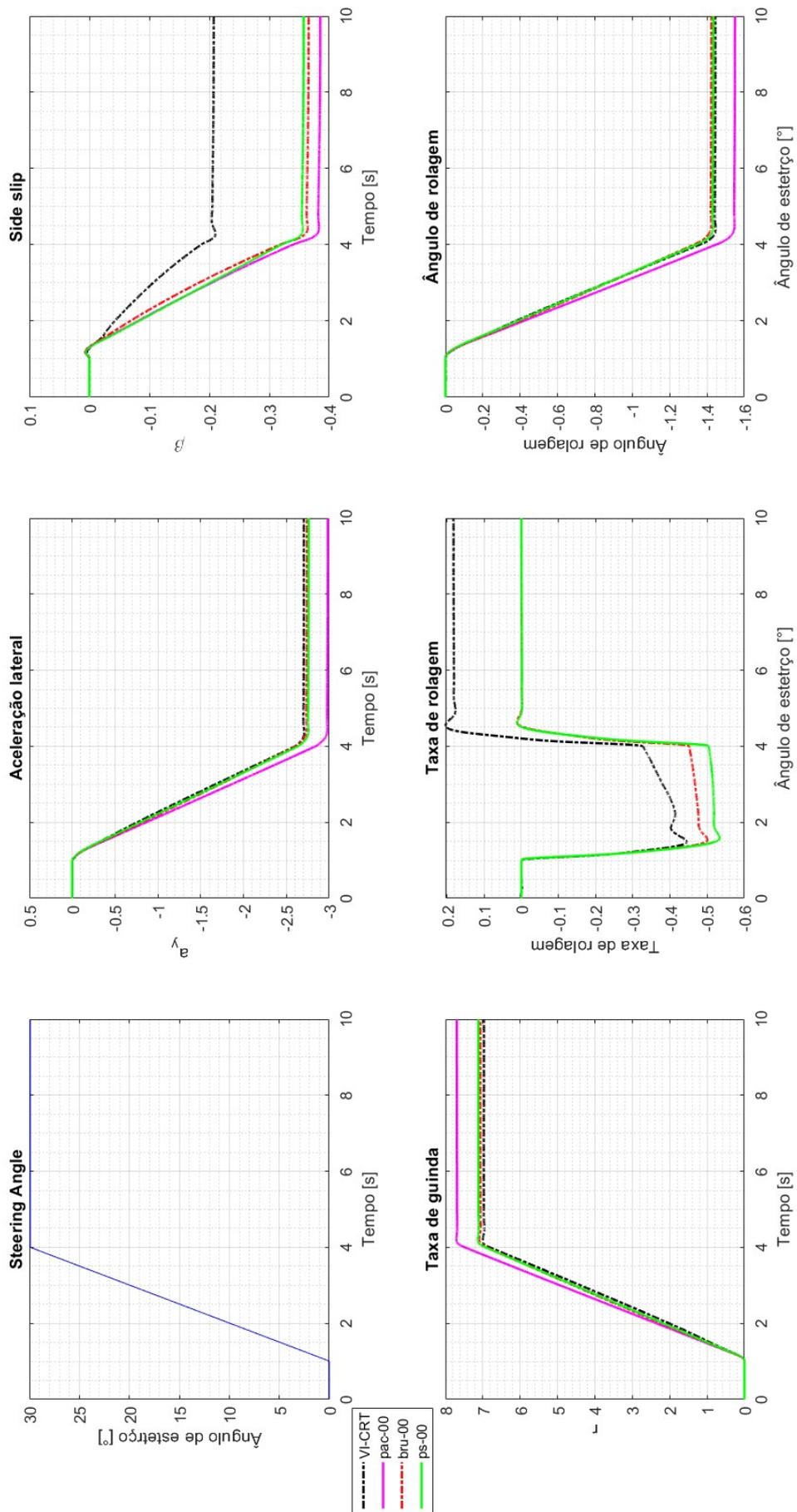


Figura 53 – Ramp Steer - Principal de cada modelo de pneu proposto

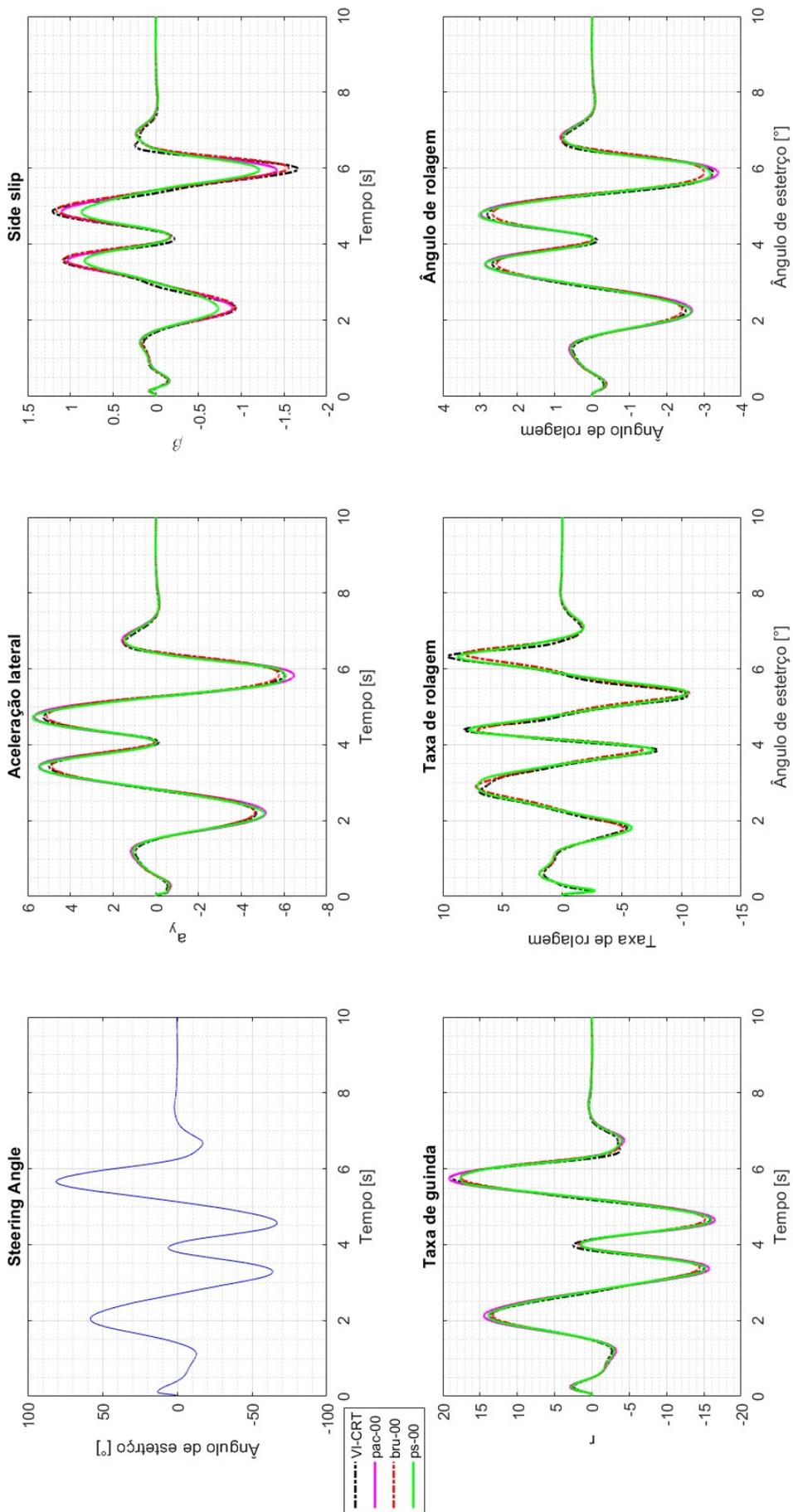


Figura 54 – Double Lane Change - Principal de cada modelo de pneu proposto

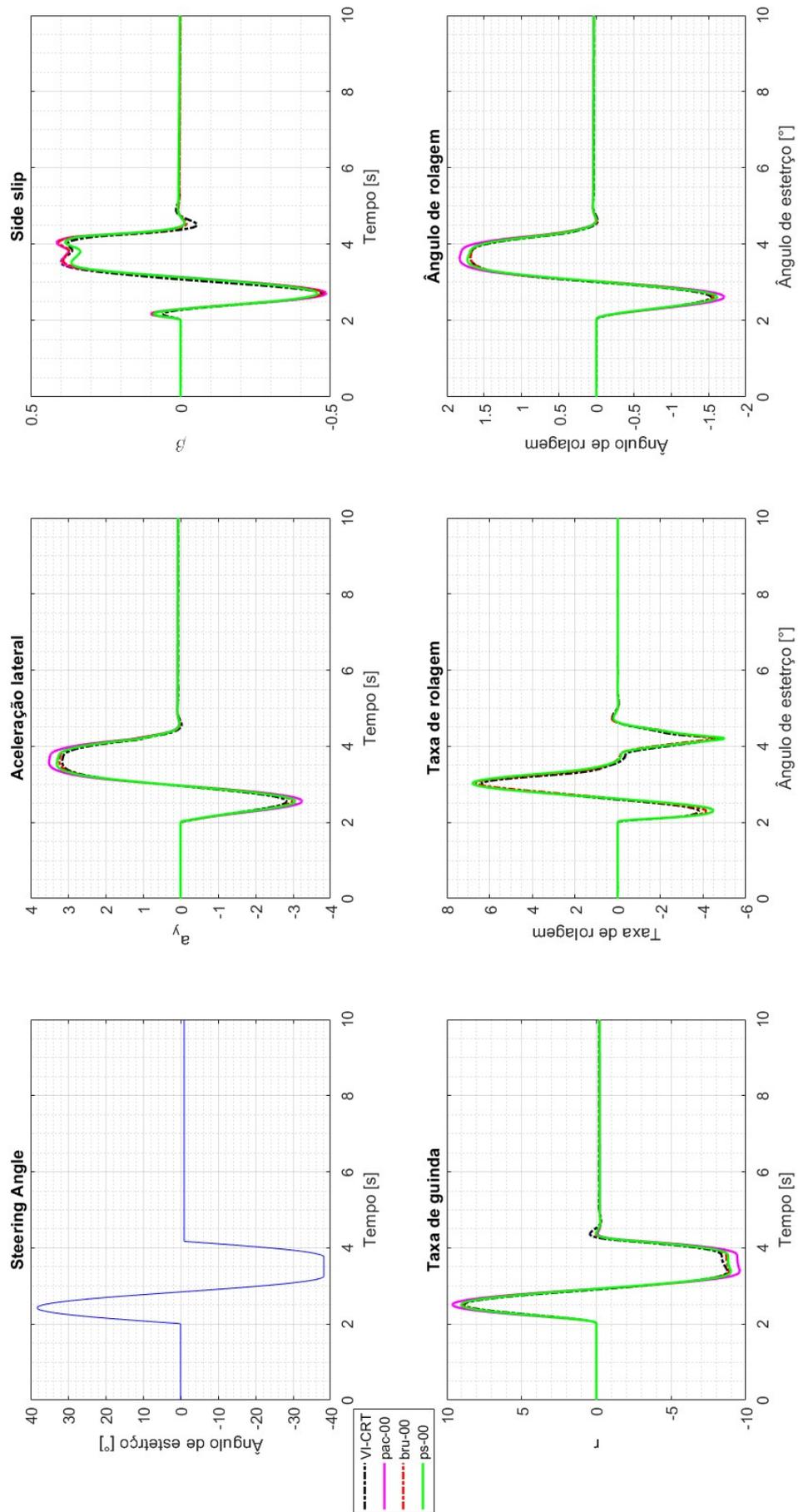
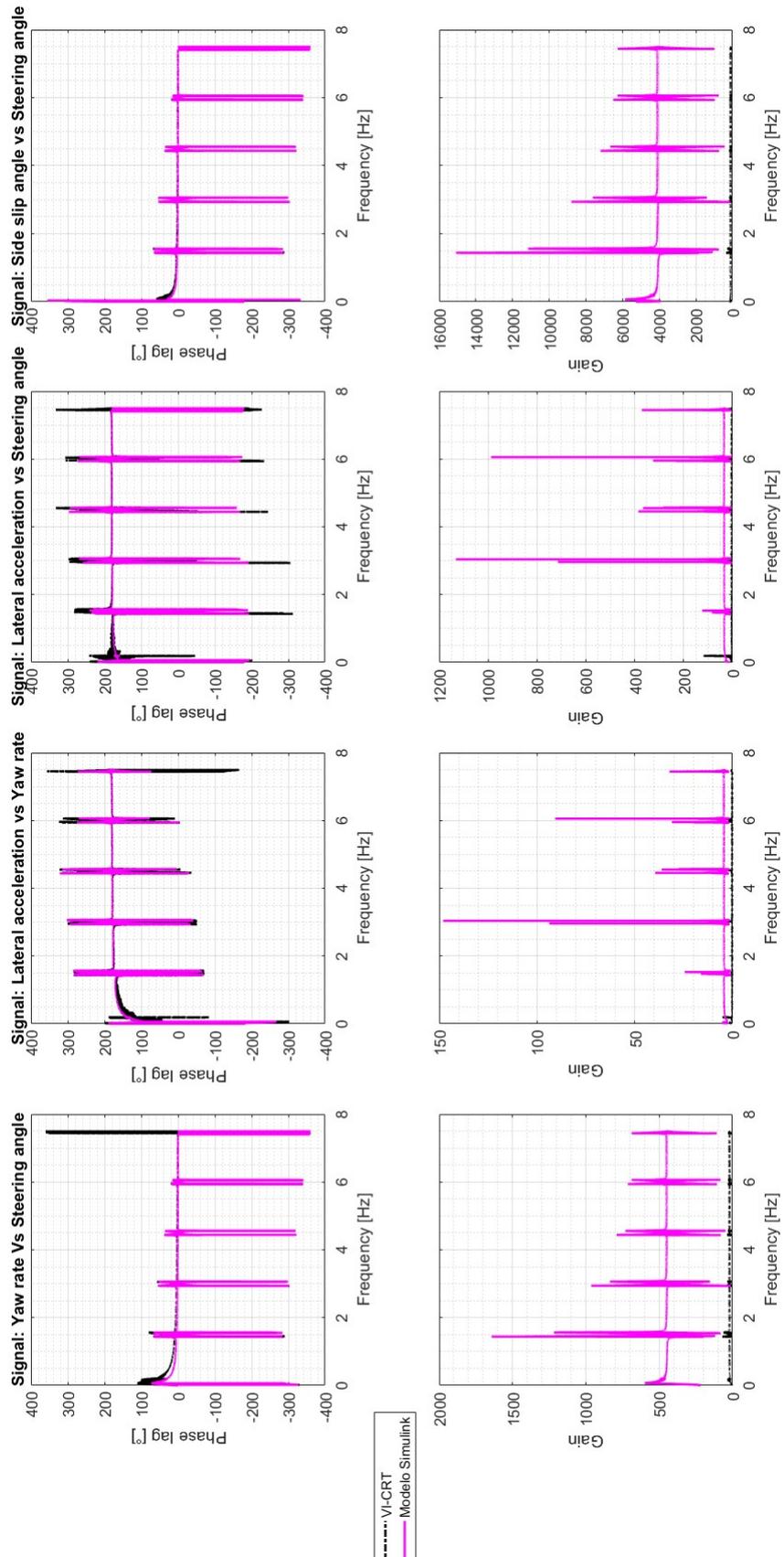


Figura 55 – Sine with Dwell - Principal de cada modelo de pneu proposto

# APÊNDICE B – Gráficos dos principais modelos de pneu



# Anexos



## ANEXO A – Exemplo de parte do arquivo de pneu genérico modelado pela *Magic Formula*

Segue nas próximas duas páginas, imagens que exemplificam parte do arquivo de modelo de pneu, com os seus respectivos parâmetros.

```

! : COMMENT :          Road condition
! : FILE_FORMAT :     'ASCII'
!
! USE_MODE specifies the type of calculation performed:
!   0: Fz only, no Magic Formula evaluation
!   1: Fx,My only
!   2: Fy,Mx,Mz only
!   3: Fx,Fy,Mx,My,Mz uncombined force/moment calculation
!   4: Fx,Fy,Mx,My,Mz combined force/moment calculation
! +10: including relaxation behaviour
! +20: including advanced transient (contact mass approach)
!   25: Fx,Fy,Mx,My,Mz combined force/moment calculation, advanced transient including turn-slip torque & parking torque
!
! example: USE_MODE = 12 implies:
!   -calculation of Fy,Mx,Mz only
!   -including relaxation effects
!
!
$-----units
[UNITS]
LENGTH           ='meter'
FORCE             ='newton'
ANGLE             ='radians'
MASS              ='kg'
TIME              ='second'
$-----model
[MODEL]
PROPERTY_FILE_FORMAT = 'PAC2002'
USE_MODE             = 14           $Tyre use switch (IUSED)
VXLOW               = 3
LONGVL              = 16.6         $Measurement speed
TYRESIDE             = 'LEFT'      $Mounted side of tyre at vehicle/test bench
$-----dimensions
[DIMENSION]
UNLOADED_RADIUS    = 0.326         $Free tyre radius
WIDTH               = 0.245         $Nominal section width of the tyre
ASPECT_RATIO       = 0.40          $Nominal aspect ratio
RIM_RADIUS         = 0.230         $Nominal rim radius
RIM_WIDTH          = 0.22          $Rim width
$-----parameter
[VERTICAL]
VERTICAL_STIFFNESS = 2.5e+005      $Tyre vertical stiffness
VERTICAL_DAMPING   = 50            $Tyre vertical damping
BREFF              = 8.4           $Low load stiffness e.r.r.
DREFF              = 0.27          $Peak value of e.r.r.
FREFF              = 0.07          $High load stiffness e.r.r.
FNOMIN             = 4850          $Nominal wheel load
$-----long_slip_range
[LONG_SLIP_RANGE]
KPUMIN             = -1.5          $Minimum valid wheel slip
KPUMAX             = 1.5           $Maximum valid wheel slip
$-----slip_angle_range
[SLIP_ANGLE_RANGE]
ALPMIN             = -1.5708       $Minimum valid slip angle
ALPMAX             = 1.5708       $Maximum valid slip angle
$-----inclination_slip_range
[INCLINATION_ANGLE_RANGE]
CAMMIN             = -0.26181      $Minimum valid camber angle
CAMMAX             = 0.26181      $Maximum valid camber angle
$-----vertical_force_range
[VERTICAL_FORCE_RANGE]
FZMIN              = 225           $Minimum allowed wheel load
FZMAX              = 10125         $Maximum allowed wheel load
$-----scaling
[SCALING_COEFFICIENTS]
LFZO               = 1             $Scale factor of nominal (rated) load

```

Figura 57 – Parte 1: Exemplo de arquivo de pneu genérico

```

PVX1          = -8.8098e-006      $Vertical shift Svx/Fz at Fznom
PVX2          = 1.862e-005       $Variation of shift Svx/Fz with load
RBX1          = 13.276           $Slope factor for combined slip Fx reduction
RBX2          = -13.778          $Variation of slope Fx reduction with kappa
RCX1          = 1.2568           $Shape factor for combined slip Fx reduction
REX1          = 0.65225          $Curvature factor of combined Fx
REX2          = -0.24948          $Curvature factor of combined Fx with load
RHX1          = 0.0050722         $Shift factor for combined slip Fx reduction
PTX1          = 2.3657           $Relaxation length SigKap0/Fz at Fznom
PTX2          = 1.4112           $Variation of SigKap0/Fz with load
PTX3          = 0.56626          $Variation of SigKap0/Fz with exponent of load
$-----overturning
[OVERTURNING_COEFFICIENTS]
Q SX1          = 0                $Lateral force induced overturning moment
Q SX2          = 0                $Camber induced overturning couple
Q SX3          = 0                $Fy induced overturning couple
$-----lateral
[LATERAL_COEFFICIENTS]
PCY1          = 1.3507           $Shape factor Cfy for lateral forces
PDY1          = 1.0489           $Lateral friction Muy
PDY2          = -0.18033         $Variation of friction Muy with load
PDY3          = -2.8821          $Variation of friction Muy with squared camber
PEY1          = -0.0074722       $Lateral curvature Efy at Fznom
PEY2          = -0.0063208       $Variation of curvature Efy with load
PEY3          = -9.9935          $Zero order camber dependency of curvature Efy
PEY4          = -760.14          $Variation of curvature Efy with camber
PKY1          = -21.92           $Maximum value of stiffness Kfy/Fznom
PKY2          = 2.0012           $Load at which Kfy reaches maximum value
PKY3          = -0.024778        $Variation of Kfy/Fznom with camber
PHY1          = 0.0026747        $Horizontal shift Shy at Fznom
PHY2          = 8.9094e-005      $Variation of shift Shy with load
PHY3          = 0.031415         $Variation of shift Shy with camber
PVY1          = 0.037318         $Vertical shift in Svy/Fz at Fznom
PVY2          = -0.010049        $Variation of shift Svy/Fz with load
PVY3          = -0.32931         $Variation of shift Svy/Fz with camber
PVY4          = -0.69553         $Variation of shift Svy/Fz with camber and load
RBY1          = 7.1433           $Slope factor for combined Fy reduction
RBY2          = 9.1916           $Variation of slope Fy reduction with alpha
RBY3          = -0.027856        $Shift term for alpha in slope Fy reduction
RCY1          = 1.0719           $Shape factor for combined Fy reduction
REY1          = -0.27572         $Curvature factor of combined Fy
REY2          = 0.32802          $Curvature factor of combined Fy with load
RHY1          = 5.7448e-006      $Shift factor for combined Fy reduction
RHY2          = -3.1368e-005     $Shift factor for combined Fy reduction with load
RVY1          = -0.027825        $Kappa induced side force Svyk/Muy*Fz at Fznom
RVY2          = 0.053604         $Variation of Svyk/Muy*Fz with load
RVY3          = -0.27568         $Variation of Svyk/Muy*Fz with camber
RVY4          = 12.12            $Variation of Svyk/Muy*Fz with alpha
RVY5          = 1.9              $Variation of Svyk/Muy*Fz with kappa
RVY6          = -10.704          $Variation of Svyk/Muy*Fz with atan(kappa)
PTY1          = 2.1439           $Peak value of relaxation length SigAlp0/R0
PTY2          = 1.9829           $Value of Fz/Fznom where SigAlp0 is extreme

```

Figura 58 – Parte 2: Exemplo de arquivo de pneu genérico