



**Universidade de Brasília  
Instituto de Física**

**Métodos de modelagem e inversão para a  
interpretação de medidas petrofísicas obtidas  
no regime de alta frequência**

Matheus Gonçalves de Freitas

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
BACHARELADO EM FÍSICA

Brasília  
2023

**Universidade de Brasília  
Instituto de Física**

**Métodos de modelagem e inversão para a  
interpretação de medidas petrofísicas obtidas  
no regime de alta frequência**

Matheus Gonçalves de Freitas

Trabalho de conclusão de curso apresentado  
ao Instituto de Física da Universidade de Bra-  
sília como parte dos requisitos necessários à  
obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Jorlandio Francisco Felix

Brasília  
2023

**Universidade de Brasília  
Instituto de Física**

**Métodos de modelagem e inversão para a interpretação  
de medidas petrofísicas obtidas no regime de alta  
frequência**

Matheus Gonçalves de Freitas

Trabalho de conclusão de curso apresentado  
ao Instituto de Física da Universidade de Bra-  
sília como parte dos requisitos necessários à  
obtenção do título de Bacharel em Física.

Trabalho aprovado. Brasília, 18 de dezembro de 2023:

---

**Prof. Dr. Jorlandio Francisco Felix,**  
**UnB/IF**  
Orientador

---

**Prof. Dr. Bernardo de Assunção Mello,**  
**UnB/IF**  
Examinador interno

---

**Prof. Dr. Luiz Fernando Roncaratti**  
**Junior, UnB/IF**  
Examinador interno

Brasília  
2023

# Agradecimentos

Gostaria de expressar minha sincera gratidão às pessoas que desempenharam papéis fundamentais na realização deste trabalho, contribuindo para o desenvolvimento e conclusão deste Trabalho de Conclusão de Curso.

Primeiramente, meu profundo agradecimento ao professor Jorlandio Francisco Felix, meu orientador, cujo comprometimento, orientação e expertise foram essenciais para o sucesso deste trabalho. Sua dedicação e paciência foram cruciais, guiando-me com sabedoria e proporcionando uma experiência de aprendizado enriquecedora.

Às contribuições valiosas do professor Bernardo de Assunção Mello, examinador deste trabalho, expresso minha sincera gratidão. Suas observações e sugestões foram cruciais para aprimorar a qualidade da pesquisa, enriquecendo significativamente o conteúdo deste estudo.

Gostaria também de estender meus agradecimentos ao professor Luiz Fernando Roncaratti Junior, pela participação na defesa deste trabalho. Sua presença e insights são de imenso valor.

Por fim, não posso deixar de expressar minha gratidão à Petrobras pelo apoio financeiro concedido por meio da bolsa de PIBIC (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica). Esse suporte foi crucial para a realização desta pesquisa, permitindo-me dedicar tempo e recursos necessários para alcançar os objetivos propostos.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para este trabalho, meu mais profundo agradecimento. Cada interação, conselho e apoio foram peças fundamentais na construção deste projeto.

# Resumo

No campo da petrofísica, o descobrimento de reservatórios de petróleo tem uma função central. O método dielétrico, que se baseia na propagação de ondas eletromagnéticas em meios rochosos, faz parte de um grande conjunto de métodos utilizados pelos físicos/geofísicos para estudar reservatórios de petróleo. Os métodos dielétricos oferecem informações valiosas sobre a composição, saturação e propriedades dos fluidos nos reservatórios de petróleo. Esses métodos são vantajosos na avaliação dos níveis de saturação de água e têm potencial para impulsionar a indústria de petróleo no Brasil. Neste trabalho, será proposto um módulo em Python com os métodos CRIM, SMD e Bimodal, que são os principais modelos dielétricos. De maneira preliminar, o módulo tem concordância com os resultados da literatura. Para a análise de saturação de água, foram encontrados erros relativos de 42,4% para o SMD e de 76,9% para o modelo Bimodal, enquanto o modelo LR, produzido por Cho *et al.* (2022), obteve um erro relativo de 101% em relação aos dados laboratoriais. Demonstrando resultados que podem indicar, com somente uma análise *in loco*, a existência de petróleo na região amostrada.

**Palavras-chave:** Petrofísica. Caracterização de reservatórios. Métodos Dielétricos.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>10</b>
2.1	Objetivos Gerais	10
2.2	Objetivos Específicos	10
<b>3</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>11</b>
3.1	Método de Condutividade Elétrica	11
3.2	Método Dielétrico	13
3.2.1	Modelos Utilizados	18
3.2.2	CRIM	19
3.2.3	SMD	21
3.2.4	Bimodal	24
3.2.5	Índice Complexo de Refração da Água	25
<b>4</b>	<b>Metodologia</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>31</b>
5.1	SMD	31
5.2	Bimodal	33
5.3	Inversão conjunta	35
5.4	Análise dos Resultados da EPT	36
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>42</b>
	<b>Referências</b>	<b>44</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>46</b>
	<b>Apêndice A Código dos Modelos</b>	<b>47</b>
	<b>Apêndice B Código das Inversões</b>	<b>51</b>

# 1 Introdução

O campo da petrofísica, dedicado ao estudo das propriedades físicas de reservatórios de petróleo e gás, passou por avanços significativos para aprimorar a eficiência e a eficácia da exploração de petróleo (YANG, 2016). Uma descoberta notável nesse domínio é a utilização do método dielétrico, que revolucionou a forma como o petróleo é descoberto e caracterizado (DOVETON, 2014).

Historicamente, a petrofísica nasce na década de 1930, quando engenheiros norte americanos e russos começaram a investigar a influência dos fluidos do reservatório nas taxas de produção de poços de petróleo (YANG, 2016). Esse conjunto de pesquisas estabeleceu os fundamentos da disciplina, os quais envolvem as equações de Archie. Essas equações marcaram o início da Petrofísica e estabeleceram as bases para avanços subsequentes no campo, consistindo em duas equações distintas, as quais descrevem o fator de formação da rocha e a saturação de água e hidrocarboneto por meio da condutividade elétrica (DOVETON, 2014).

Tradicionalmente, a condutividade elétrica dos fluidos do reservatório ocupava um papel central na petrofísica (DOVETON, 2014). No entanto, com os avanços tecnológicos e a compreensão mais profunda da física subjacente, a indústria gradualmente se voltou para a aplicação de métodos dielétricos na exploração de petróleo, inicialmente desenvolvidos entre as décadas de 1970 e 1980. O método dielétrico se baseia na resposta de rochas e fluidos do reservatório à propagação de ondas eletromagnéticas polarizadas, fornecendo informações valiosas sobre a composição, saturação e propriedades dos fluidos (LEÃO, 2015).

Um dos parâmetros-chave considerados no método dielétrico é o índice de refração complexo efetivo do material, que abrange a permissividade relativa, a condutividade e suas características de dispersão. Notavelmente, o método dielétrico emprega técnicas de alta frequência, variando entre 10 MHz e 1 GHz (LEÃO, 2015), em contraste com as medidas de baixa frequência usadas nos métodos galvanostático tradicionais (cerca de 100 kHz). Capturando diversas medidas na faixa de alta frequência, o método dielétrico permite obter uma ampla quantidade de informações sobre o reservatório, como a dispersão do índice de refração complexo em uma resolução vertical de 1 polegada, aprimorando a precisão das medidas (GKORTSAS et al., 2018).

Entretanto, para extrair informações úteis dos dados obtidos pelas ferramentas de medidas, utiliza-se uma série de modelos matemáticos, tais como o Método do Índice Complexo de Refração (CRIM) (LEÃO, 2015), o método de Stroud, Milton e De (SMD) (STROUD; MILTON; DE, 1986) e o modelo Bimodal (FENG; SEN, 1985). Cada método tem uma especificidade, por exemplo, o método CRIM é ideal para o regime de frequências da

ordem de 1GHz. Assim, para análise de um dado poço se utiliza mais de um método. O Modelo Bimodal, por exemplo, incorpora formas de poros esféricos e elipsoidais, permitindo uma caracterização mais abrangente da estrutura do reservatório (FENG; SEN, 1985).

Uma vantagem notável do método dielétrico é sua eficácia na avaliação dos níveis de saturação de água no reservatório. A água com baixa quantidade de íons exibe condutividade semelhante ao do hidrocarboneto (petróleo), o que torna desafiador diferenciá-los usando apenas medidas de condutividade convencional (baixa frequência) (DOVETON, 2014). No entanto, a água possui uma permissividade relativa significativamente maior, aproximadamente 80, que é cerca de uma ordem de magnitude maior do que a dos hidrocarbonetos e das rochas (GKORTSAS et al., 2018). Essa relação pode ser visualizada na tabela 1.1.

Tabela 1.1 – Permissividade elétrica relativa de diversos minerais. (SCHLUMBERGER, 1991)

Mineral	Permissividade Elétrica Relativa	Condutividade Elétrica ( $\frac{S}{m}$ )
Arenito	4,65	0
Dolomita	6,8	0
Calcário	7,5 - 9,2	0
Folhelho	5 - 25	0
Petróleo	2 - 2,4	0
Gás Natural	1	0
Água	56 - 80	0 - 35
Água Doce	78,3	0

Aproveitando essa disparidade na permissividade relativa, o método dielétrico possibilita a determinação precisa dos níveis de saturação de água, fornecendo informações valiosas para a caracterização do reservatório, principalmente nas regiões com água de baixa condutividade elétrica, por não ser possível diferenciar entre os hidrocarbonetos e a água.

Esses dados são extraídos através da perfuração das rochas e pela inserção de ferramentas no ambiente, também com a retirada de rochas para análise laboratorial. Isso pode ser visualizado na figura 1.1.



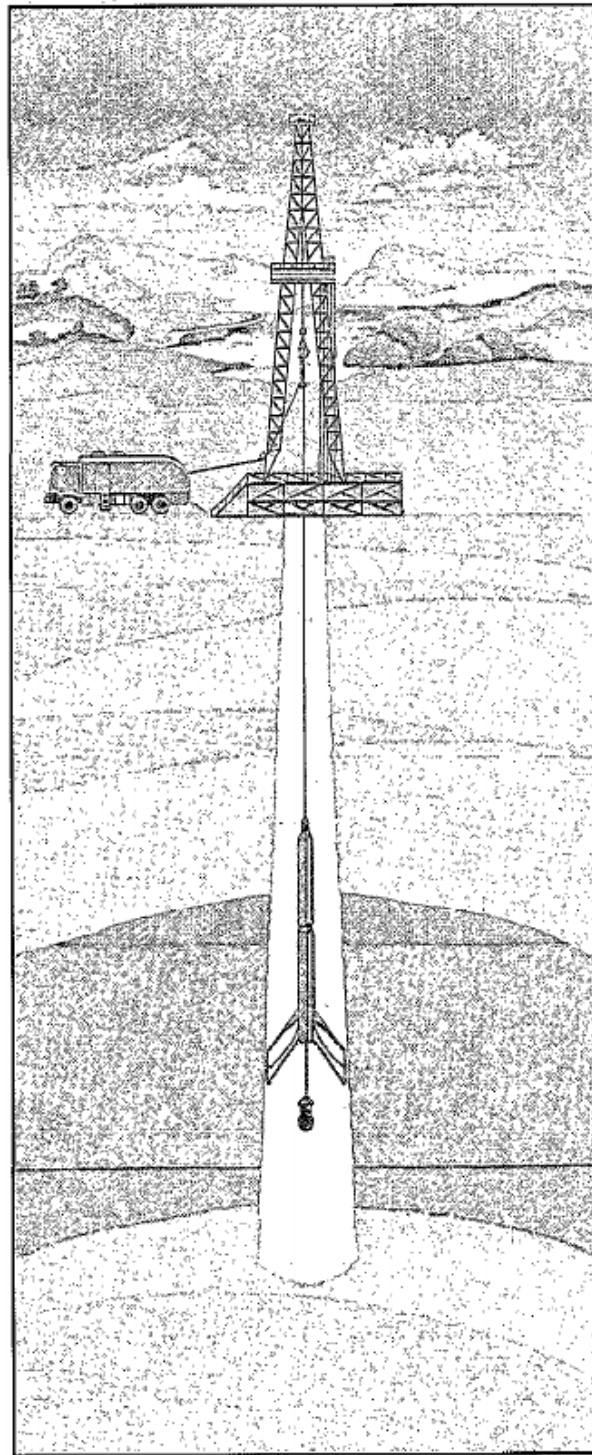


Figura 1.1 – Ilustração da Análise *in loco* de um Poço Perfurado (SCHLUMBERGER, 1991).

Na figura 1.1, é possível verificar a inserção da ferramenta de análise no ambiente perfurado, para a obtenção dos dados. Essas análises também são seguidas de coletas de rochas para as análises laboratoriais, para se obter mais precisão na análise. A Ferramenta de Propagação Eléctromagnética (EPT) pode ajudar dando mais precisão aos resultados *in loco*, dando resultados preliminares próximos aos resultados reais.

Em geral, as companhias de exploração de petróleo utilizam vários modelos matemá-

ticos em seus softwares fechados. Assim, como produto final, fornecem apenas dados sem as informações detalhadas dos modelos utilizados, por exemplo. A utilização de métodos dielétricos, particularmente na inversão de dados obtidos a partir da Ferramenta de Propagação Eletromagnética (EPT), possui um grande potencial para avançar a análise petrofísica. No entanto, não há disponibilidade de soluções de código aberto e existe uma quantidade escassa de informações sobre esses métodos ([HERLINGER, 2019](#)).

A pesquisa sobre os métodos dielétricos se demonstra também importante no Brasil, pela redução da dependência externa e também pelo impulsionamento do conhecimento e da expertise nacional na área. Com o desenvolvimento de equipamentos e software próprios, o país teria a capacidade de adaptar e aprimorar continuamente essas ferramentas de acordo com as necessidades específicas dos reservatórios brasileiros, principalmente dos reservatórios com águas de baixa salinidade ou de salinidade desconhecida ([HERLINGER, 2019](#)).

## 2 Objetivos

### 2.1 Objetivos Gerais

Investigar, compreender e avaliar os métodos CRIM, SMD e Bimodal.

### 2.2 Objetivos Específicos

- Investigar a aplicabilidade dos métodos dielétricos na quantificação da saturação de água e hidrocarbonetos, porosidade e o índice de cementação.
- Desenvolver protocolos aplicados a métodos dielétricos para analisar os dados obtidos por meio de ferramentas de propagação eletromagnética.
- Verificar a eficácia dos métodos dielétricos na caracterização de reservatórios, comparando os resultados obtidos com técnicas de condutividade elétrica.

## 3 Revisão Bibliográfica

### 3.1 Método de Condutividade Elétrica

Para uma mistura entre um eletrólito e esferas não condutoras, Maxwell, em 1873, descreve a relação entre a porosidade da matriz ( $\Phi$ ), a tortuosidade ( $\Psi$ ), que é uma propriedade relacionada ao transporte de líquidos em um material poroso, a condutividade da água ( $C_w$ ) e a condutividade da matriz ( $C_0$ ):

$$\Psi = \frac{C_0}{C_w} = \frac{2\Phi}{3 - \Phi} \quad (3.1)$$

Nessa equação,  $C_0$  representa a condutividade elétrica das esferas,  $C_w$  representa a condutividade elétrica do eletrólito e  $\Phi$  representa a fração volumétrica das esferas (DOVETON, 2014).

Essa equação, em 1942, aparece de maneira recíproca nos estudos de Archie, que realizou experimentos e constatou que o fator de resistividade ( $F$ ) de uma formação rochosa poderia ser descrito como:

$$F = \frac{R_t}{R_w} = \frac{1}{\Phi^m} = \frac{1}{\Psi} \quad (3.2)$$

Aqui,  $m$  representa o fator de cementação, que normalmente varia de 1,5 a 4. Além disso, existe uma relação empírica entre a razão da resistência elétrica ( $R_w$  sendo a resistência da água e  $R_t$  sendo a resistência efetiva visualizada) e a saturação da água nas rochas ( $S_w$ ):

$$S_w = \left(\frac{FR_w}{R_t}\right)^{\frac{1}{n}} \rightarrow R_t = \frac{F}{S_w^n} R_w \rightarrow C_t = \frac{S_w^n}{F} C_w \quad (3.3)$$

Na qual,  $n$  seria um valor relacionado a  $m$  e  $R_t$  seria a resistividade total da rocha (sem materiais argilosos) (DOVETON, 2014). De maneira generalizada, com  $a$  sendo uma constante próxima a 1, a equação se torna:

$$S_w = \left(\frac{aR_w}{R_t \Phi^m}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.4)$$

Essas equações demonstraram, para a época, uma boa maneira de se verificar a saturação de água em uma rocha, utilizando suas propriedades elétricas (DOVETON, 2014).

No entanto, é importante observar que as equações de Archie possuem limitações e podem introduzir erros significativos quando aplicadas a determinados tipos de rochas,

especialmente aquelas com baixa salinidade e baixa porosidade. Em tais casos, determinar com precisão a saturação de água e o valor adequado para  $m$  pode ser muito desafiador.

Para lidar com esses desafios, pesquisadores desenvolveram inúmeras equações modificadas e correlações empíricas específicas para diferentes tipos de rochas. Essas variações visam melhorar a precisão dos cálculos de saturação de água e levar em consideração características específicas das rochas que podem se desviar das suposições das equações originais de Archie.

Para as rochas com argila ou folhelho, existiram grandes problemas com a equação de Archie. Objetivando resolver o problema, Worthington (1995), tentou verificar se adicionando um termo ( $x$ ) para a interação entre argila/folhelho e a água saturada:

$$C_t = \frac{S_w^n C_w + x}{F} \quad (3.5)$$

Waxman e Smits (1968) introduziram um termo associado a  $x$ , o qual incorpora  $B$  (atividade contra-iônica específica do material) e  $Q_v$  (concentração de troca catiônica), ambos ligados à CEC (capacidade de troca catiônica do material):

$$C_t = S_w^n \left( \frac{C_w}{F} + \frac{B \cdot Q_v}{FS_w} \right) \quad (3.6)$$

No entanto, mesmo com essas modificações, determinar com precisão a saturação de água em rochas de baixa salinidade e baixa porosidade continua sendo uma tarefa complexa e difícil, pela não diferenciação de rochas com hidrocarbonetos (que contêm baixa condutividade) e rochas com águas de baixa salinidade (que também contêm baixa condutividade), o que pode ser visto na tabela 1.1. Como Doveton (2014) descreve:

*"Quite simply, an Archie rock is one that meets the assumptions of the Archie model to an acceptable degree. These assumptions require a nonconductive matrix with a unimodal, connected pore system that is filled with water whose salinity is sufficiently high in order to provide electrical conductivity that dominates any potential surface effects."* (DOVETON, 2014)

Muitas vezes, são necessárias medidas complementares e técnicas externas para validar os resultados obtidos a partir das equações de Archie. Essas técnicas adicionais podem incluir análise de amostras de rochas, experimentos de laboratório, análise por ressonância magnética nuclear (RMN), entre outras técnicas.

É crucial reconhecer que a análise petrofísica, especialmente ao usar as equações de Archie, é um processo iterativo que envolve a comparação e reconciliação de dados de várias fontes para chegar à interpretação mais confiável. A integração de vários métodos e a consideração das incertezas são essenciais para obter resultados precisos e significativos em aplicações práticas.

## 3.2 Método Dielétrico

A polarização das rochas pode-se apresentar em diversos efeitos, sendo esses a polarização eletrônica dos átomos, a polarização de orientação molecular e polarização interfacial dos poros das rochas. Essas polarizações ocorrem em regiões diferentes do espectro magnético, pela energia necessária para ocorrerem. Esses tipos de polarização estão na figura 3.2.

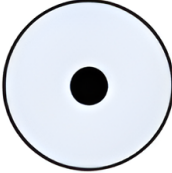
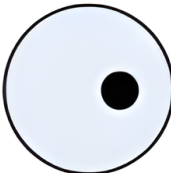
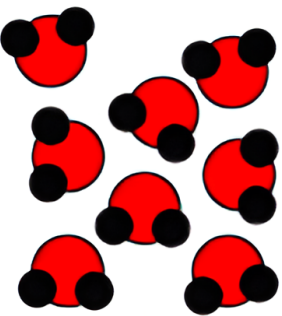
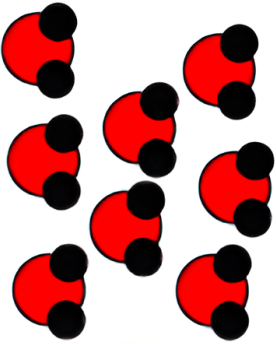
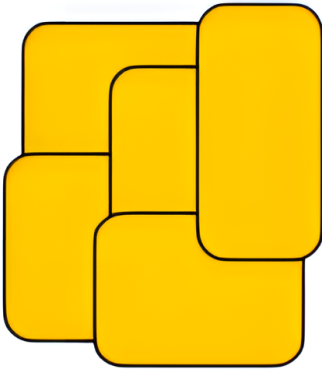
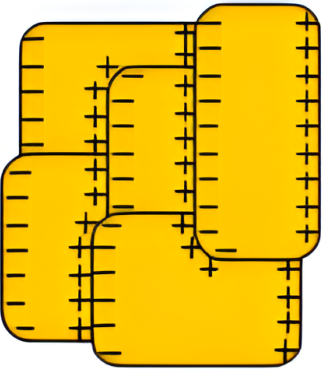
Polarization type	$E=0$	$E \rightarrow$
Electronic		
Orientation		
Interfacial		

Figura 3.2 – Efeitos da polarização (HIZEM et al., 2008).

Os métodos dielétricos se utilizam dos diversos tipos de polarização, ao propagar ondas polarizadas em diversas frequências, normalmente nas faixas de 22 MHz, 100 MHz, 350 MHz e 1000 MHz. As polarizações e suas frequências de ocorrência podem ser visualizadas na figura 3.3.

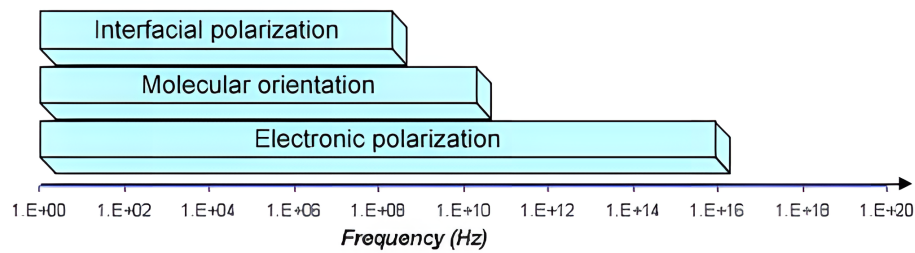


Figura 3.3 – Efeitos da polarização por frequência (HIZEM et al., 2008).

Com as frequências analisadas, é possível ver, através da figura 3.3, que os principais tipos de polarização analisados são os de polarização interfacial, nas faixas de 22 MHz e 100 MHz, e de orientação molecular, nas faixas de 350 MHz e 1000 MHz. Como existem diferentes frequências de análise, também existem diferentes valores de  $\delta$ , que é a profundidade de propagação da onda, que pode ser visualizada na figura 3.4.

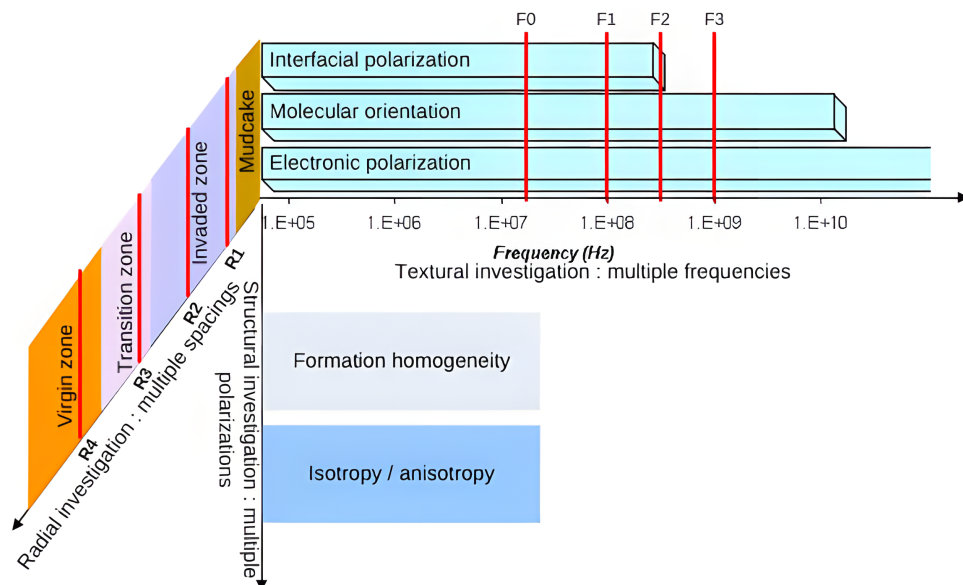


Figura 3.4 – Efeitos da polarização por frequência e por profundidade de propagação (HIZEM et al., 2008).

Na figura 3.4, é possível notar que em cada frequência de análise, diferentes regiões e diferentes tipos de polarização são analisados, com as ondas de menores frequências analisando regiões mais próximas do buraco de perfuração e as ondas de maiores frequências analisando as regiões mais distantes (e com menor impacto da perfuração nas rochas). Com essas análises, é possível se chegar no índice de refração complexo da rocha.

O índice de refração complexo, representado por  $\epsilon^*$ , desempenha um papel fundamental na caracterização das propriedades eletromagnéticas dos materiais. Ele é expresso como um número complexo com duas componentes: a parte real  $\epsilon_r$  e a parte imaginária  $\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0}$ . Nesta equação,  $\sigma$  representa a condutividade elétrica,  $\omega$  é a frequência angular da onda

eletromagnética que passa pelo material e  $\epsilon_0$  denota a permissividade elétrica do vácuo. A parte real,  $\epsilon_r$ , determina o índice refrativo relativo de um meio, enquanto a parte imaginária descreve as propriedades de absorção do material. Isso é descrito na equação:

$$\epsilon^* = \epsilon_r + j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \quad (3.7)$$

Além disso, o índice complexo de refração apresenta dispersão, que se refere à dependência com a frequência da onda eletromagnética ao interagir com o material. Esse fenômeno de dispersão influencia o comportamento da onda ao interagir com os materiais, resultando em uma diferença de fase (produzida pela parte real) e atenuação (produzida pela parte imaginária) dessa ao propagar pelo material.

Para se medir o índice complexo de refração, a constante dielétrica efetiva do material, utiliza-se ferramentas de propagação de ondas eletromagnéticas específicas, cuja frequência da onda é maior ou igual a 10MHz. Essas ferramentas funcionam através da propagação de ondas eletromagnéticas polarizadas nas paredes dos poços de perfuração, realizando medidas *in loco* da mudança de fase e da atenuação da onda nos receptores. Esse equipamento pode ser visualizado na figura 3.5, no qual é possível visualizar as antenas transmissoras (T) e receptoras (R).

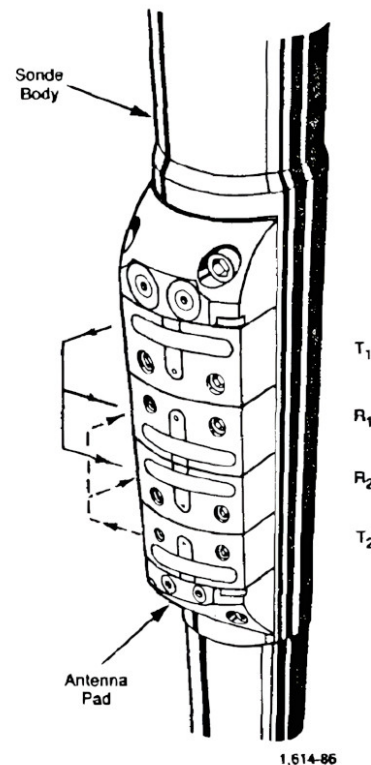


Figura 3.5 – Ilustração da Ferramenta de Propagação Eletromagnética (JONES; BELFORTE, 1990).

A EPT contém um conjunto de transmissores (T na figura 3.5) e de receptores (R na figura 3.5). Nos receptores, as ondas propagadas são medidas em diversas frequências,



normalmente quatro frequências na região de 10 MHz, 100 MHz, 350 MHz e 1 GHz, as quais são analisadas em relação às ondas incidentes/transmitidas. O posicionamento da ferramenta em relação ao buraco de perfuração pode ser visualizado na figura 3.6.

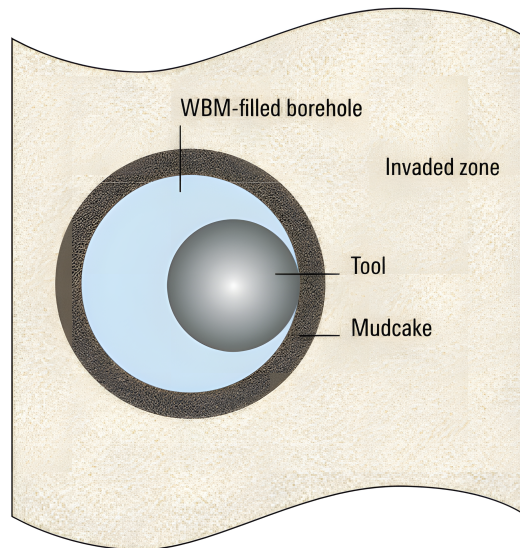


Figura 3.6 – Ilustração da Ferramenta de Propagação Eletromagnética na posição de análise (HIZEM et al., 2008).

Na figura 3.6, é visualizada o buraco de perfuração, com a ferramenta apontada e encostada contra a rocha, para a emissão das ondas polarizadas. Também é possível notar o efeito da ferramenta no ambiente, com a formação do *mudcake*, que é a lama produzida a partir da perfuração, e a zona invadida, que é a zona afetada pela perfuração, como também pode ser visualizada na figura 3.4.

Com a emissão das ondas polarizadas, é possível analisar a resposta nos diversos sensores da EPT, verificando a diferença entre as respostas dos receptores. Essa diferença entre onda emitida e onda recebida pode ser visualizada na figura 3.7.

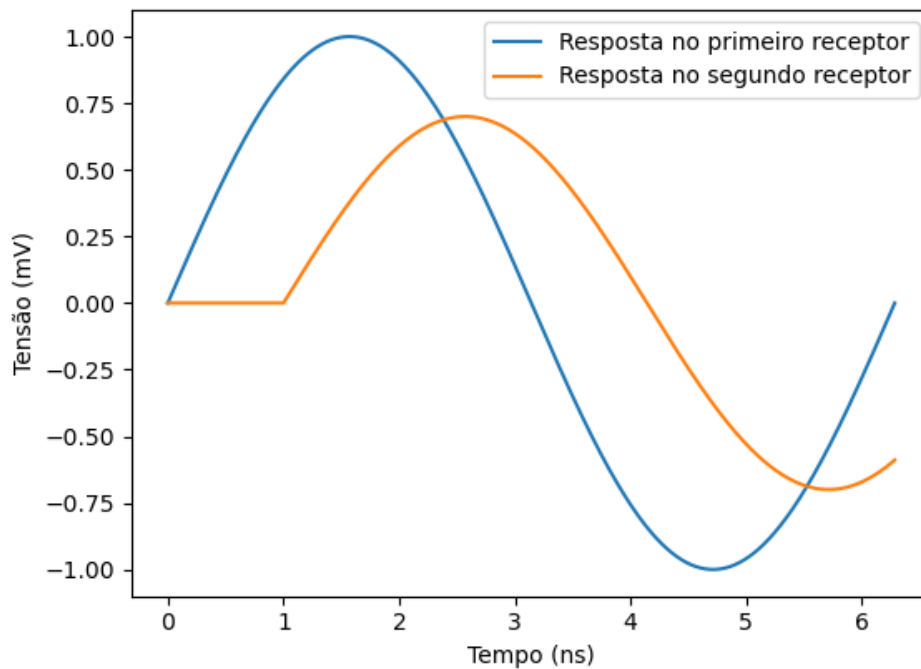


Figura 3.7 – Ilustração esquemática mostrando os sinais detectados em dois receptores, mostrando a diferença de fase e amplitude. Adaptada de Jones e Belfort (1990)

Na figura 3.7, é possível verificar a diferença de fase entre as respostas dos receptores, atrelada à permissividade relativa da rocha, e a diferença de amplitude das ondas, que está associada à condutividade da rocha. Com esses valores de diferença de fase (em radianos por metro) e de atenuação de onda (em decibéis por metro) podem então ser transformados nos valores da constante dielétrica, pela equação (HIZEM et al., 2008):

$$AT + jPS = -jk\delta - 3\ln\left(\frac{r - \delta/2}{r + \delta/2}\right) + \ln\left(\frac{1 - jk(r - \delta/2)}{1 - jk(r + \delta/2)}\right) \quad (3.8)$$

Nessa equação, é possível notar que atenuação da onda ( $AT$ ) e diferença de fase ( $PS$ ) são relacionadas à constante de propagação complexa ( $k$ ), à distância entre os sensores ( $r$ ) e à penetração da onda ( $\delta$ ). Como essa equação não existe uma inversão analítica para  $k$ , essa inversão ocorre numericamente (HIZEM et al., 2008).

Assim, com  $k$ , é possível chegar aos valores do índice de refração complexo, que a partir deste é possível se chegar em diversas propriedades do reservatório utilizando os métodos dielétricos, como o CRIM, o SMD, e o Bimodal, entre outros.

Esses modelos partem dos valores de constante dielétrica dos componentes da rocha, sendo estes componentes a matriz, a água, que se aloja nos poros da matriz, e os hidrocarbonetos, que também se alojam nos poros da matriz. Matrizes comuns, em rochas, são o arenito, calcário, folhelho, entre outras. Os componentes da rocha podem ser visualizados na figura 3.8.

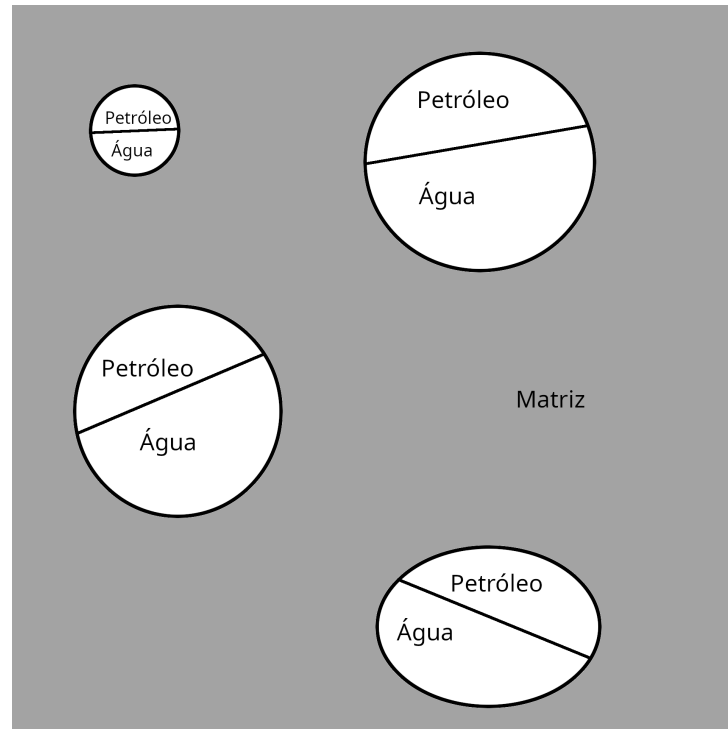


Figura 3.8 – Ilustração de uma rocha, que tem uma matriz com poros contendo água e petróleo.

### 3.2.1 Modelos Utilizados

Os modelos dielétricos mais utilizados são o Método do Índice Complexo de Refração (CRIM) (LEÃO, 2015), o método de Stroud, Milton e De (SMD) (STROUD; MILTON; DE, 1986) e o modelo Bimodal (FENG; SEN, 1985), sendo esses baseados em modelos teóricos diferentes.

#### 3.2.1.1 CRIM

O CRIM se baseia na média ponderada entre as constantes de propagação ( $\gamma$ ) dos componentes da rocha, que é proporcional à raiz quadrada da constante dielétrica ( $\epsilon$ ) (BIRCHAK et al., 1974).

Em uma rocha com fração volumétrica de poros  $\phi$ , com um líquido, que ocupa esses poros, composto por uma fração  $S_w$  de água e uma fração  $(1 - S_w)$  de hidrocarbonetos, a constante dielétrica final ( $\epsilon$ ) pode ser descrita então pela constante dielétrica complexa da água ( $\epsilon_w$ ), pela parte real da constante dielétrica da matriz ( $\epsilon'_m$ ) e pela parte real da constante dielétrica do hidrocarboneto ( $\epsilon'_h$ ), conforme a seguinte equação (LEÃO, 2015):

$$\sqrt{\epsilon} = \phi S_w \sqrt{\epsilon_w} + (1 - \phi) \sqrt{\epsilon'_m} + \phi(1 - S_w) \sqrt{\epsilon'_h} \quad (3.9)$$

O CRIM, por ser um modelo simplificado, não leva em conta a geometria dos poros, descrevendo melhor a resposta em altas frequências (valores acima de 500 MHz).

Generalizando o CRIM em relação à geometria do ambiente, pode-se utilizar o fator de cementação ( $m$ ) das equações de Archie (que descreve a geometria do meio), que é relacionado ao inverso de  $\alpha$ . Realizando isso, a equação para o modelo CRIM generalizado fica:

$$\epsilon^\alpha = \phi S_w \epsilon_w^\alpha + (1 - \phi) \epsilon_m'^\alpha + \phi(1 - S_w) \epsilon_h'^\alpha \quad (3.10)$$

### 3.2.1.2 SMD

Para o SMD, parte-se da polarização de uma região, para se descrever a constante dielétrica efetiva do meio (STROUD; MILTON; DE, 1986). Com isso, é realizada a representação espectral do meio, o que faz surgir o termo  $(\phi S_w)^m$ , que é a fração de água na rocha elevada ao fator de cementação, o termo  $h(s)$ , que é o fator geométrico do meio obtido através da representação espectral, e  $\epsilon_r'$ , que representa a mistura entre a constante dielétrica da rocha e do hidrocarboneto. A equação final do SMD pode ser visualizada na equação (STROUD; MILTON; DE, 1986):

$$\epsilon = (\phi S_w)^m \epsilon_w + (1 - (\phi S_w)^m) \epsilon_r' - \epsilon_r' h(s) \quad (3.11)$$

### 3.2.1.3 Bimodal

Para o modelo Bimodal, os formatos dos poros são utilizados na teoria do meio efetivo, de Bruggeman (FENG; SEN, 1985). Os formatos utilizados são esferas e elipsóides, que contêm um fator de polarização relacionado à concentração dos formatos (FENG; SEN, 1985). Com a concentração dos formatos ( $p$ ) e do fator de despolarização ( $\delta$ ), é possível calcular os valores  $p_1$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ ,  $A$  e  $B$  da equação que descreve o modelo Bimodal. Essa equação é (HASLUND, 1996):

$$\frac{\epsilon^{p_1} (\epsilon + A \epsilon_m)^{p_3} (\epsilon + B \epsilon_m)^{p_4}}{\epsilon - \epsilon_m} = \frac{1}{S_w \phi} \left( \frac{\epsilon_w^{p_1} (\epsilon_w + A \epsilon_m)^{p_3} (\epsilon_w + B \epsilon_m)^{p_4}}{\epsilon_w - \epsilon_m} \right) \quad (3.12)$$

Com essa equação, não é possível isolar a constante dielétrica efetiva do meio ( $\epsilon$ ), para isso é preciso executar uma inversão numérica. Para se chegar nessas equações, o seguinte desenvolvimento matemático foi utilizado.

## 3.2.2 CRIM

Uma das leis de mistura mais utilizadas, o CRIM foi inicialmente desenvolvido por Lichtenecker, que estudou na década de 1920, o efeito de uma mistura homogênea de dois materiais no índice complexo de refração. Essa lei de mistura tem uma base semi-empírica,

porém, pode-se deduzir suas equações presumindo algumas propriedades do compósito (BIRCHAK et al., 1974).

A partir das equações de Maxwell, pode-se chegar à equação do campo elétrico em um material:

$$E_{(z,t)} = E_0 e^{-az} e^{j(-bz+\omega t)} \quad (3.13)$$

Utilizando somente a parte espacial, a equação pode ser descrita pela média da constante de propagação efetiva  $\gamma$  ( $c^2$ ):

$$E_{(z)} = E_0 e^{-\bar{\gamma}z} = E_0 e^{-\frac{1}{z} \int_0^z \gamma(z') dz'/z} \quad (3.14)$$

Presumindo uma mistura homogênea de dois materiais no ambiente e a onda tendo um comprimento de onda maior do que as partículas (BIRCHAK et al., 1974), pode-se caracterizar a integral como uma média ponderada das constantes de propagação:

$$\bar{\gamma} = \gamma_1 f_1 + \gamma_2 f_2 \quad (3.15)$$

Nessa equação,  $f$  representa a fração volumétrica do respectivo material, assim  $f_1 + f_2 = 1$ . Considerando que  $f$  depende diretamente da porosidade ( $\phi$ ) da rocha, a equação pode ser descrita como:

$$\bar{\gamma} = \phi \gamma_1 + (1 - \phi) \gamma_2 \quad (3.16)$$

Pelas propriedades da equação do campo elétrico nesse material, é possível descrever  $\gamma^2$  como:

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) = -\omega^2\mu\epsilon + j\omega\mu\sigma \quad (3.17)$$

Utilizando o valor de  $\epsilon$ :

$$\epsilon^* = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}\right) \quad (3.18)$$

É possível descrever  $\gamma$  em relação à equação anterior, ficando:

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon^*} \quad (3.19)$$

Substituindo na equação de  $\bar{\gamma}$  em relação à porosidade da rocha, é possível chegar em:

$$\sqrt{\epsilon^*} = \phi\sqrt{\epsilon_1^*} + (1 - \phi)\sqrt{\epsilon_2^*} \quad (3.20)$$

Porém, como as matrizes normalmente tem uma baixa condutividade, por consequência uma baixa atenuação de onda, pode-se utilizar somente a parte real de  $\gamma$  da matriz, também considerando que o segundo material seja a água,  $\bar{\gamma}$  fica:

$$\bar{\gamma} = \phi\gamma_w^* + (1 - \phi)\gamma_m \quad (3.21)$$

Nisso, se chega na equação geral do CRIM:

$$\sqrt{\epsilon^*} = \phi\sqrt{\epsilon_w^*} + (1 - \phi)\sqrt{\epsilon_m'} \quad (3.22)$$

Para um ambiente com três materiais, por exemplo, por uma matriz, hidrocarbonetos (que também tem baixa atenuação de onda) e água, cuja saturação é  $S_w$ , é possível chegar na equação final (BIRCHAK et al., 1974):

$$\sqrt{\epsilon^*} = \phi S_w \sqrt{\epsilon_w^*} + (1 - \phi) \sqrt{\epsilon_m'} + \phi(1 - S_w) \sqrt{\epsilon_h'} \quad (3.23)$$

A partir da generalização do CRIM por Rother em 1974, chegou-se em uma equação com o inverso do índice de cementação ( $\alpha = 1/m$ ), a equação tem forma (LEÃO, 2015):

$$\epsilon^{*\alpha} = \phi S_w \epsilon_w^{*\alpha} + (1 - \phi) \epsilon_m'^{\alpha} + \phi(1 - S_w) \epsilon_h'^{\alpha} \quad (3.24)$$

Essas equações, principalmente a equação do CRIM, são descritas amplamente na literatura como confiáveis em faixas de frequência próximas a 1 GHz, sendo pouco precisas nas regiões de 10 MHz a 350 MHz (GKORTSAS et al., 2018).

### 3.2.3 SMD

Para a verificação dos valores de saturação e salinidade da água do reservatório, o método SMD se baseia na análise espectral, na qual para a mistura entre a matriz e um eletrólito, pode-se verificar o efeito no índice de refração complexo (STROUD; MILTON; DE, 1986).

Verificando a constante dielétrica efetiva do material pela polarização do material (DONG; KARTTUNEN; YU, 2005):

$$\epsilon = \frac{1}{V} \int \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{E_0^2} dV \quad (3.25)$$

Nessa equação  $E_0$  é o campo elétrico aplicado,  $\vec{E}$  é o campo elétrico local e  $\vec{D}$  é o deslocamento elétrico local. Colocando um potencial  $\Phi$ , a equação fica:

$$\epsilon = \frac{1}{V} \int (-\nabla\Phi) \cdot \vec{D} dV \quad (3.26)$$

Utilizando as simplificações de Bergman (DONG; KARTTUNEN; YU, 2005), de parâmetro de característica  $s$ :

$$s = \frac{1}{1 - \frac{\epsilon_w}{\epsilon_r}} \Rightarrow f(s) = 1 - \frac{\epsilon}{\epsilon_r} \quad (3.27)$$

É possível realizar a representação espectral da constante dielétrica.

Utilizando a constante dielétrica ( $\epsilon$ ) dentro de cada componente com função de característica  $\eta(r)$ :

$$\epsilon = \epsilon_2 \left(1 - \frac{\eta(r)}{s}\right) \quad (3.28)$$

É possível transformar a integral, utilizando  $\nabla \cdot \vec{D} = 0$ , na seguinte integral:

$$\epsilon = -\frac{1}{V} \int (\nabla\Phi) \epsilon_2 \left(1 - \frac{\eta(r)}{s}\right) dV \quad (3.29)$$

Que pode ser expandida em:

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_2} = 1 + \frac{\Phi_0 \cdot \Phi}{sV} \quad (3.30)$$

$$f(s) = -\frac{\Phi_0 \cdot \Phi}{sV} \quad (3.31)$$

Expandindo o campo  $\Phi$  em autofunções  $f(s)$  fica:

$$f(s) = \sum_{n=0} \frac{B_n}{s_n - s} \quad (3.32)$$

Para se verificar essa equação, pode-se iniciar pelo termo  $n = 0$  que, por consequência, faz com que  $s_n = 0$ , assim  $s$  sai da equação. A partir disso, pode-se descrever  $B_0 = A$ , fazendo com que surja a equação:

$$f(s) = \frac{A}{s} + \sum_{n=1} \frac{B_n}{s_n - s} \quad (3.33)$$

A partir da forma da somatória  $\sum_{n=1} \frac{B_n}{s_n - s}$ , é possível verificar que esta tem uma forma integral conhecida, que transforma a equação 3.33 na equação:

$$f(s) = \frac{A}{s} - \int_0^1 \frac{g(s')}{s - s'} ds' \quad (3.34)$$

Analisando para baixas frequências, a parte imaginária da equação se torna dominante, fazendo com que a integral seja próxima de 0. Com isso, pode-se descrever a equação, utilizando os valores de  $s$ ,  $f(s)$  e pelas equações de Archie, como:

$$f(s) = \frac{A}{s} \Rightarrow A = sf(s) = \Phi^m S_w^n = (\Phi S_w)^{m'} = \Phi_w^{m'} \quad (3.35)$$

Isso faz com que o valor de  $A$  seja de  $(\Phi S_w)^{m'}$ , que é definido como  $\Phi_w^{m'}$ .

Com a lei de mistura proposta por Stroud, Milton e De (1986):

$$g(s') = C(s')^{-b}(1 - s')^e \quad (3.36)$$

é possível verificar que a parte de cima da integral fica:

$$\int_0^1 (s')^{-b}(1 - s')^e ds' = \int_0^1 (s')^{\alpha-1}(1 - s')^{\beta-1} ds' \quad (3.37)$$

$$\int_0^1 (s')^{\alpha-1}(1 - s')^{\beta-1} ds' = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha + \beta)} \quad (3.38)$$

Assim, com essa lei de mistura, Stroud (1986) demonstra que:

$$C = \frac{\Gamma(2 - b + e)}{\Gamma(1 - b)\Gamma(1 - e)} (\Phi_w - A) \quad (3.39)$$

$$b = 1 - \frac{\Phi_w(1 - \Phi_w)}{2\Phi_w - A(3 - \Phi_w)} \quad (3.40)$$

$$e = \frac{\Phi_w(\Phi_w - A)}{2\Phi_w - A(3 - \Phi_w)} \quad (3.41)$$

Resolvendo a integral: (STROUD; MILTON; DE, 1986)

$$h(s) = \int_0^1 \frac{g(s')}{s - s'} ds' \quad (3.42)$$

$$h(s) = \frac{e}{b}(1 - A)_2F_1(1, b - e, 1 + b; s) - \frac{C\pi(1 - s)^e}{(-s^b)\text{sen}(b\pi)} \quad (3.43)$$



Nessa equação,  ${}_2F_1$  é a função hipergeométrica.

Também pode-se resolver  $h(s)$  utilizando programas de álgebra computacional, como o *SymPy*, o que torna a integral em:

$$h(s) = \frac{C}{s} \Gamma(1-b) \Gamma(e+1) {}_2F_1(1, 1-b, 2+e-b; 1/s) \quad (3.44)$$

Substituindo os valores de  $f(s)$  e  $s$ , é possível chegar na equação final do SMD (STROUD; MILTON; DE, 1986):

$$\epsilon = ((S_w \Phi)^m \epsilon_w) + (1 - (S_w \Phi)^m) \epsilon_r - \epsilon_r h(s) \quad (3.45)$$

Assim,  $A$  é a fração corrigida de líquidos dentro dos poros  $((S_w \Phi)^m)$ , enquanto que  $h(s)$  e  $m$  descrevem a curvatura e a dispersão das permissividades relativas e condutividades, presentes na constante dielétrica  $\epsilon$ .

Para descobrir  $\epsilon_r$  (o índice de refração da mistura entre rocha e hidrocarboneto), pode-se utilizar uma aproximação entre o hidrocarboneto e a matriz. Utilizando o CRIM, é possível utilizar a equação 3.22 e a equação 3.23 para se chegar na relação:

$$(1 - (S_w \Phi)) \sqrt{\epsilon_r} = (1 - S_w) \Phi \sqrt{\epsilon_h} + (1 - \Phi) \sqrt{\epsilon_m} \quad (3.46)$$

Essa equação fornece o valor para o índice de refração da mistura entre rocha e hidrocarboneto:

$$\sqrt{\epsilon_r} = \frac{(1 - S_w) \Phi \sqrt{\epsilon_h} + (1 - \Phi) \sqrt{\epsilon_m}}{1 - (S_w \Phi)} \quad (3.47)$$

### 3.2.4 Bimodal

O modelo Bimodal tem como base outra teoria, sendo esta a teoria do meio efetivo, criada por Bruggeman, que tem como base a equação (FENG; SEN, 1985):

$$0 = \sum_i f_i \frac{\epsilon - \epsilon_i}{2\epsilon - \epsilon_i} \quad (3.48)$$

Nessa equação,  $f_i$  é a fração de volume ocupado pelo material  $\epsilon_i$ , sendo  $\epsilon$  o índice complexo de refração efetivo.

E utilizando dois formatos geométricos, esferas e esferóides, e o fator de despolarização dos esferóides  $L_{i\alpha}$  pode-se transcrever a equação como:

$$0 = \frac{1}{3} \sum_i f_i \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\epsilon - \epsilon_i}{L_{i\alpha}\epsilon + (1 - L_{i\alpha})\epsilon_i} \quad (3.49)$$

Como a constante dielétrica da matriz, do hidrocarboneto e da água são constantes, a única maneira de se alterar a constante dielétrica efetiva é pelas variações de  $f_i$ . Verificando por baixas variações de  $\epsilon$ , é possível chegar em:

$$\frac{d\epsilon}{\epsilon} = \frac{1}{3} \sum_i \frac{df_i \times (\epsilon_i - \epsilon)}{f_a + f_h + f_m} \times \frac{(1 + 3L_i)\epsilon_i + (5 - 3L_i)\epsilon}{(L_i\epsilon_i + (1 - L_i)\epsilon)((1 - L_i)\epsilon_i + (1 + L_i)\epsilon)} \quad (3.50)$$

Resolvendo essa equação diferencial, utilizando a linguagem Mathematica, Haslund (1996) chega na equação:

$$S_w \phi = \left(\frac{\epsilon_w}{\epsilon}\right)^{p_1} \left(\frac{\epsilon - \epsilon_m}{\epsilon_w - \epsilon_m}\right) \left(\frac{\epsilon_w + A\epsilon_m}{\epsilon + A\epsilon_m}\right)^{p_3} \left(\frac{\epsilon_w + B\epsilon_m}{\epsilon + B\epsilon_m}\right)^{p_4} \quad (3.51)$$

Na qual,  $p_1$ ,  $p_3$ ,  $p_4$ , A e B são constantes obtidas através do valor de despolarização  $\delta$  e da concentração de poros elipsoidais p (HASLUND, 1996).

Não existindo uma solução analítica para  $\epsilon$ , pode-se alterar a equação, sendo possível isolar a parte contendo  $\epsilon$  da parte de  $\epsilon_w$ :

$$\frac{\epsilon^{p_1} (\epsilon + A\epsilon_m)^{p_3} (\epsilon + B\epsilon_m)^{p_4}}{\epsilon - \epsilon_m} = \frac{1}{S_w \phi} \frac{\epsilon_w^{p_1} (\epsilon_w + A\epsilon_m)^{p_3} (\epsilon_w + B\epsilon_m)^{p_4}}{\epsilon_w - \epsilon_m} \quad (3.52)$$

A qual pode ser invertida numericamente de uma maneira mais estável, para se obter  $\epsilon$ .

### 3.2.5 Índice Complexo de Refração da Água

Para a utilização dessas equações, é necessário ter conhecimento do índice complexo de refração da água nas condições de salinidade e temperatura de coleta.

A partir da verificação experimental e teórica da permissividade elétrica e condutividade da água em diversas temperaturas, pressões e íons, pôde-se chegar nas equações empíricas (HELGESON; KIRKHAM; FLOWERS, 1981):

$$\epsilon'_w(T) = 94,88 - 0,2317T + 0,000217T^2 \quad (3.53)$$

$$\epsilon'_w(S, T) = \left( \frac{1}{\epsilon'_w(T)} + \frac{2,4372S}{58,443(1000 - S)} \right)^{-1} \quad (3.54)$$

$$\sigma_w(S, T) = \frac{T + 7}{82} \left( 0,0123 + \frac{3647,5}{(1000S)^{0,955}} \right)^{-1} \quad (3.55)$$

Essas equações demonstram a curva de permissividade relativa e condutividade da água em relação à temperatura  $T$  (em Fahrenheit) e à salinidade  $S$  (em g/L). Ao colocar esses valores no índice complexo de refração, é possível se obter  $\epsilon_w$ .

## 4 Metodologia

Para validar os métodos propostos, foi desenvolvido um módulo na linguagem de programação Python, que inclui os 3 modelos dielétricos escolhidos para esse trabalho. Esses modelos recebem como entrada a temperatura (em °C), a frequência de amostragem, a constante dielétrica da matriz, a porosidade, a saturação de água, a salinidade da água e o índice de cementação. Como saída, eles fornecem o índice de refração relativo efetivo e a condutividade efetiva para a frequência de amostragem específica.

Nos modelos dielétricos, existem parâmetros independentes, como temperatura, frequência, constante dielétrica da matriz e porosidade, e parâmetros ajustáveis, como saturação de água, salinidade da água e índice de cementação. Utilizando os valores independentes e o índice de refração complexo, é possível realizar a inversão dos parâmetros ajustáveis. Esse processo é realizado utilizando a função *curve\_fit*, do módulo *scipy.optimize*, da linguagem de programação Python.

Os valores ajustáveis ser retirados através do ajuste da função, utilizando os valores de entrada como a temperatura, frequência, porosidade e a permissividade relativa da matriz e utilizando os valores de saída, que são a permissividade relativa modelada e a condutividade modelada da rocha.

Além disso, o ajuste também é realizado internamente no módulo do Modelo Bimodal, no qual o valor da parte da constante dielétrica da água será calculado e utilizado na inversão da constante dielétrica efetiva. Dessa forma, a constante dielétrica efetiva será extraída pelo Modelo Bimodal através da inversão numérica da equação 3.52. Os códigos podem ser visualizados no apêndice A e na figura 4.9, que contém o fluxograma para a geração dos dados utilizando os modelos estudados.

Na figura 4.9, é demonstrado que as funções de aplicação dos modelos recebem os parâmetros independentes e os parâmetros ajustáveis, gerando, por meio do modelo utilizado, a permissividade modelada e a condutividade modelada efetiva.

Com esses módulos, foi criada uma função para cada modelo, que retorna os valores da constante dielétrica para as frequências analisadas pela técnica de EPT. Considerando que o CRIM é recomendado apenas para frequências próximas a 1 GHz e é um modelo mais simples, que não leva em conta a estrutura dos poros, ele será utilizado como um modelo auxiliar em todas as funções. Ele retornará o valor da constante dielétrica para a maior frequência, servindo como referência. Isso se mostra importante, pois o CRIM pode ser utilizado como um guia para os outros modelos (TATHED; HAN; MISRA, 2018). Essas funções completas podem ser visualizadas no apêndice B.

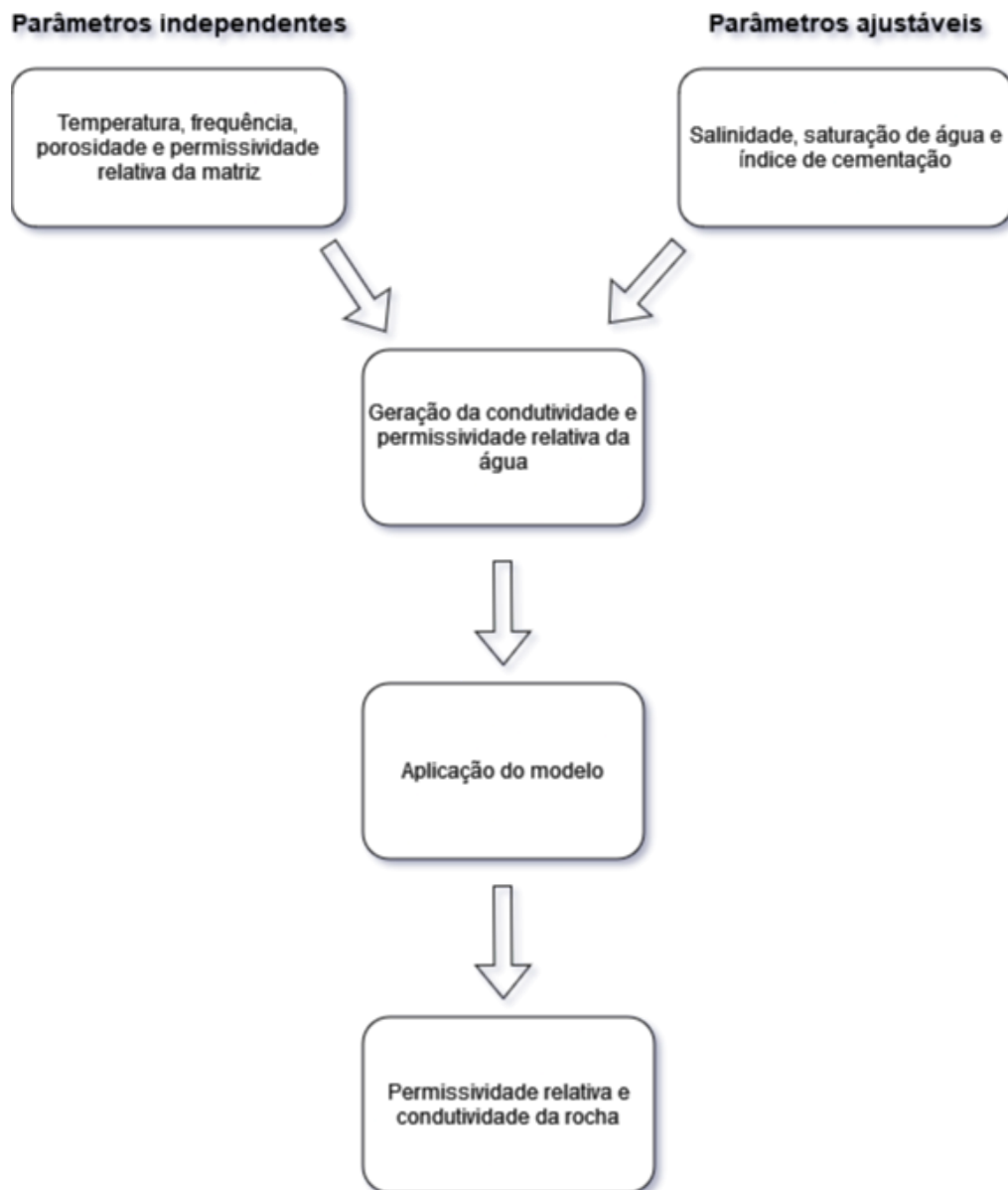


Figura 4.9 – Fluxograma dos programas dos modelos dielétricos.

Para a retirada dos valores ajustáveis (saturação de água, salinidade da água e índice de cementação), foi criada uma função para cada modelo, que utiliza os valores independentes presentes nos modelos e os valores emitidos pela EPT, que são as permissividades relativas efetivas por frequência e condutividades efetivas por frequência. Com esses valores, foi possível utilizar a função *curve\_fit* para a retirada dos valores ajustáveis. Isso se encontra na figura 4.10, que contém o fluxograma do programa de inversão dos modelos.

Com isso, cada modelo foi testado em relação aos resultados já publicados na literatura. Para verificar o CRIM, os dados gerados para o CRIM do artigo *Hydrocarbon saturation in shale oil reservoirs by inversion of dielectric dispersion logs* (ZHAO et al., 2020) foram utilizados, para o modelo SMD, os dados do artigo *Analytical model for the dielectric response of brine-saturated rocks* (STROUD; MILTON; DE, 1986) foram utilizados e para o modelo

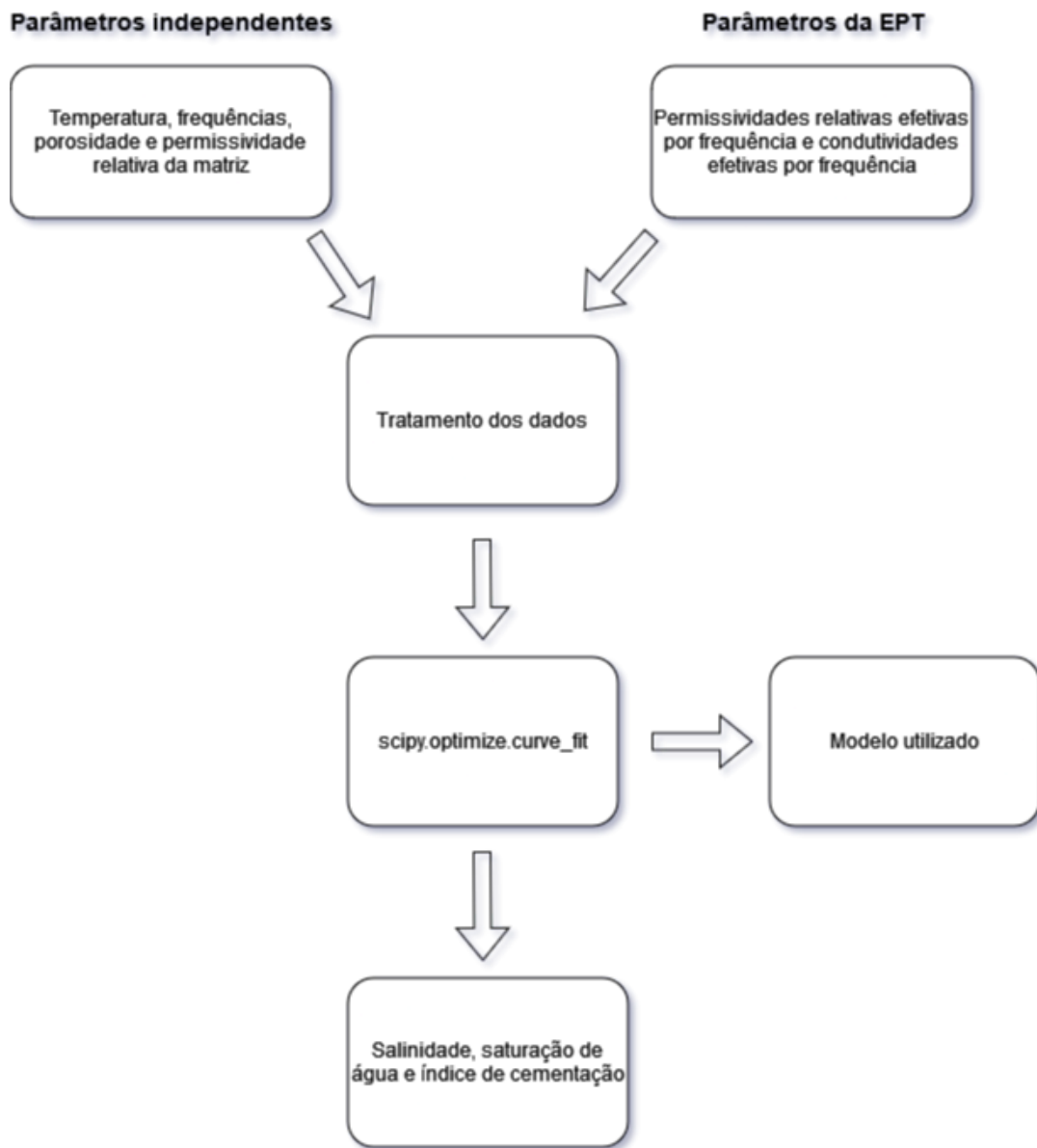


Figura 4.10 – Fluxograma da inversão dos modelos dielétricos.

Bimodal, os dados do artigo *Geometrical models for the high-frequency dielectric properties of brine saturated sandstones* (TYČ et al., 1988) foram utilizados.

Com a criação dos modelos, foram extraídos os dados presentes em (CHO et al., 2022), que contém os dados de condutividade em diversas frequências, as permissividades relativas em diversas frequências, porosidades das rochas e litologias das rochas analisadas. Neste artigo, também existem os valores de saturação de água analisados pelo método LR e pela análise laboratorial das rochas, sendo a análise laboratorial das rochas o resultado tido como mais exato. Com isso, pôde-se verificar se os métodos entregam resultados próximos aos resultados encontrados pela análise laboratorial, também como verificar se o resultado se encontra próximo aos resultados encontrados por outros métodos dielétricos.

Para a realização dessa análise, as funções de inversão, presentes no Apêndice B e no

fluxograma da figura 4.10, foram aplicadas aos dados extraídos, de permissividades relativas e condutividades em diversas frequências, porosidade e litologias. Para a análise da litologia, foram utilizados os valores de proporção para cada material constituinte da rocha, para a realização do modelo CRIM entre as partes constituintes, para a geração da permissividade relativa da matriz. Utilizando esses valores, a salinidade, a saturação de água e o índice de saturação foram extraídos.

Assim, esses dados foram utilizados para a análise de saturação de água, utilizando o modelo Bimodal e o modelo SMD, para uma comparação com o modelo LR utilizado por Cho *et al.* (2022) e com as análises laboratoriais.

## 5 Resultados e Discussão

Para verificar a validade dos métodos, as funções para os três modelos descritos no capítulo de revisão bibliográfico foram utilizadas, em forma de *scripts*, para uma comparação com os dados da literatura.

### 5.1 SMD

Para verificar o modelo SMD, diversas partes foram analisadas, como a parte interna da integral  $h(s)$ , dos dados gerados de permissividade elétrica relativa e de condutividade.

Para se verificar a integral  $h(s)$ ,  $g(s')$  foi checada para a porosidade de 15% e para diversos valores do índice de cementação, para realizar uma comparação com os resultados de Stroud (1986). Isso pode ser verificado na figura 5.11.

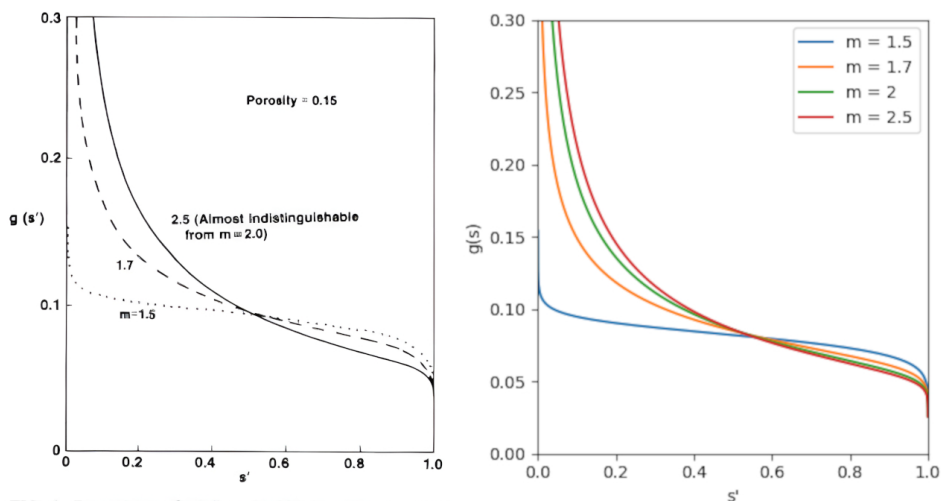


FIG. 4. Dependence of  $g(s')$  on Archie's exponent  $m$ . Note that the dielectric enhancement at low frequencies is greater for larger  $m$ .

Figura 5.11 – Valores de  $g(s')$  para cada  $s'$ , na esquerda os resultados de Stroud (1986), na direita os resultados obtidos neste trabalho.

Na figura 5.11, foi possível notar uma conformidade dos valores internos de  $h(s)$ , um dos principais fatores da equação. Com isso, pôde-se checar os valores gerados pelo modelo. Como a parte  $h(s)$ , do modelo SMD, descreve a curvatura e dispersão da permissividade elétrica e condutividade, é possível visualizar que quanto maior o valor de  $m$ , maior o valor de  $g(s')$  e maior o valor de dispersão de  $h(s)$ .

Assim, foram checadas a condutividade e a permissividade relativa, produzidas por Stroud (1986), com valor de  $m$  obtido por inversão. Com isso, duas rochas foram verificadas, calcário e arenito, que estão nas figuras 5.12 e 5.13 respectivamente. Nessas figuras, a saturação de água foi de 100 % e temperatura de 75 °F.



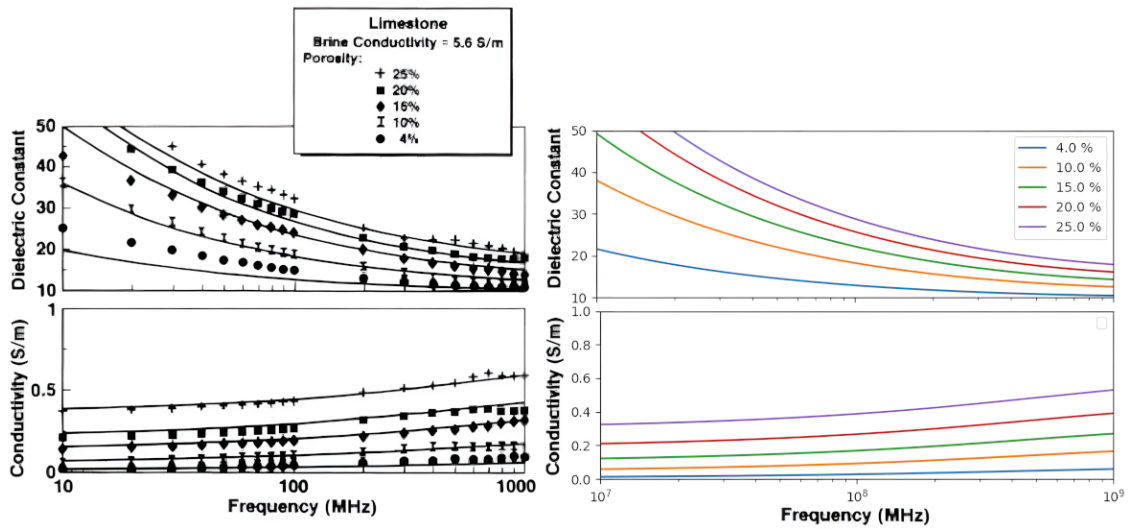


Figura 5.12 – Valores de  $\epsilon_r$  e da condutividade para o calcário, na esquerda estão os resultados de Stroud (1986), na direita os resultados calculados.

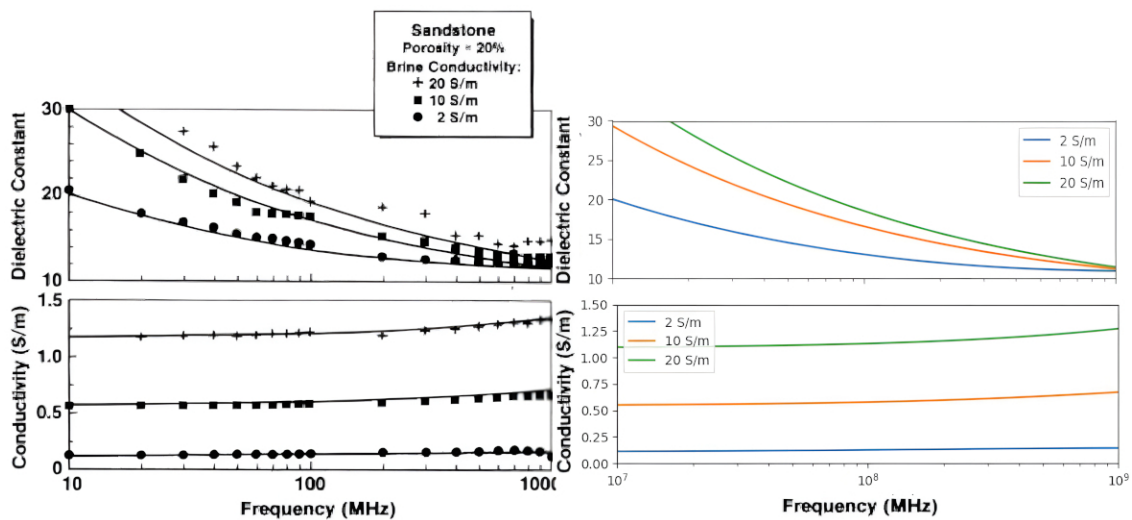


Figura 5.13 – Valores de  $\epsilon_r$  e da condutividade para o arenito, na esquerda estão os resultados de Stroud (1986), na direita os resultados calculados.

Nas figuras 5.12 e 5.13, são demonstrados os valores gerados, de permissividade elétrica relativa e condutividade em relação à frequência a partir do modelo SMD, para as duas rochas analisadas. Na figura 5.12, é possível notar que quanto maior a porosidade, maior a dispersão e maior o ganho das permissividades elétricas em baixa frequência, enquanto que há um aumento da dispersão e um maior ganho em relação às condutividades em alta frequência. Isso demonstra que os efeitos da água tendem a dominar, quanto maior a porosidade.

Na figura 5.13, é possível notar que quanto maior a condutividade da água presente nos poros, maior a dispersão das permissividades elétricas, porém há um menor ganho das condutividades em alta frequência, havendo majoritariamente somente uma adição de condutividade em todas as frequências. Para o menor valor de salinidade, é possível

visualizar que quase não existe dispersão para a condutividade, por não haver condutividade suficiente para vencer os efeitos de superfície dos poros.

Isso se dá pelo efeito da porosidade no termo  $h(s)$ , enquanto não há uma presença majoritária da condutividade da água neste termo do SMD.

Com essas figuras, pôde-se verificar que os dados calculados neste relatório estão visualmente próximos aos resultados encontrados na literatura, demonstrando uma validade interna dos resultados produzidos pelo código desenvolvido no presente trabalho.

## 5.2 Bimodal

Para verificar o modelo Bimodal, foi necessário verificar os dados produzidos por Tyč (1988). Tyč (1988) traz dados de 4 rochas, e compara os resultados do modelo Bimodal com os dados do modelo de deposição de grãos, um outro modelo baseado na teoria do meio efetivo. O modelo de deposição de grãos não será analisado nesta monografia.

Para a validação do modelo, foram comparadas duas rochas, o arenito de Brown e o arenito de Coconino, ambos com permissividade elétrica relativa de 4,65. Para o arenito de Brown, a rocha é descrita com uma porosidade de 10 %, resistividade da água de  $0,91 \Omega m$  e saturação de 100 %. Para o arenito de Coconino, a rocha é descrita com uma resistividade de  $1 \Omega m$ , porosidade de 14 % e saturação de água de 100 %. Para produzir os dados, foi necessário inverter a temperatura a partir dos dados (TYČ et al., 1988).

Essas comparações se encontram nas figuras 5.14 e 5.15.

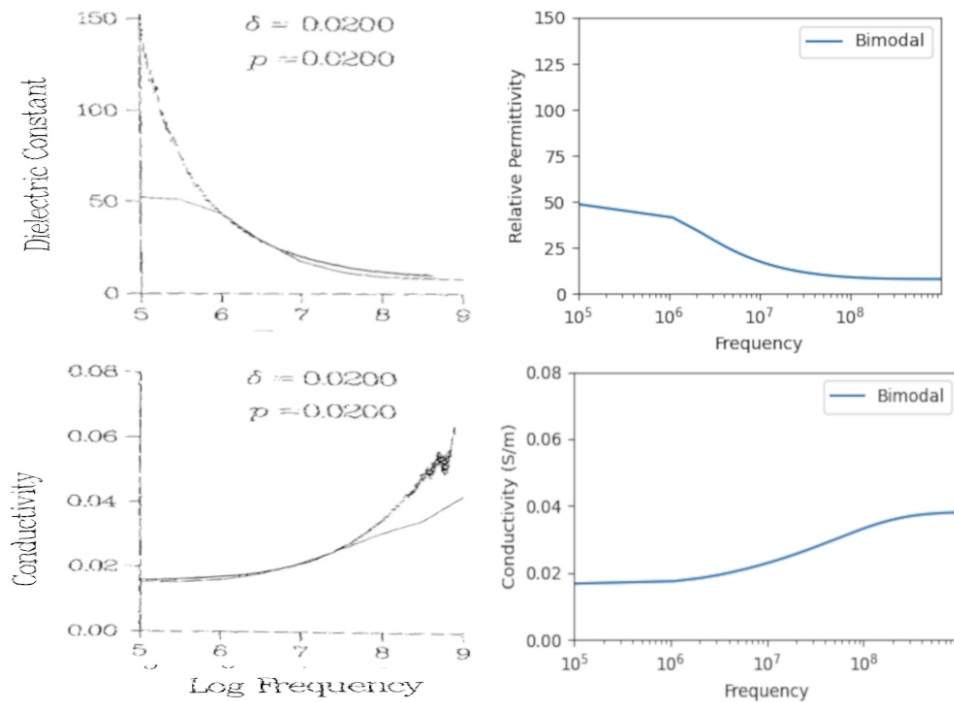


Figura 5.14 – Valores de  $\epsilon_r$  e da condutividade para o arenito de Brown, na esquerda estão os resultados de Tyč (1988), na direita os resultados calculados.

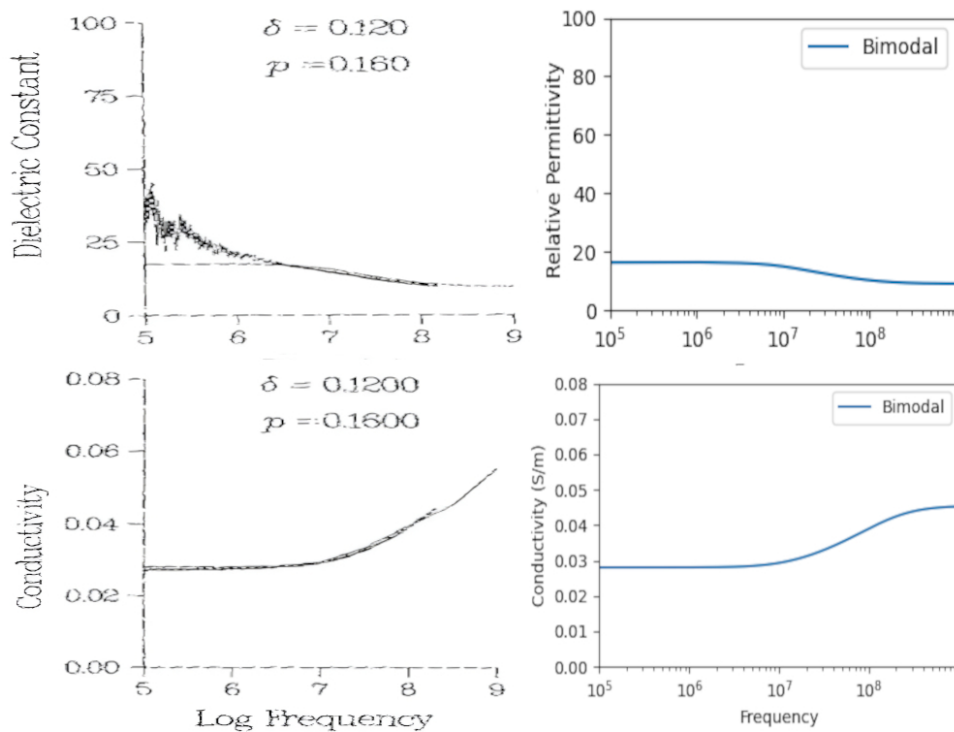


Figura 5.15 – Valores de  $\epsilon_r$  e da condutividade para o arenito de Coconino, na esquerda estão os resultados de Tyč (1988), na direita os resultados calculados.

Nas figuras 5.14 e 5.15, são demonstrados os valores gerados, de permissividade elétrica relativa e condutividade em relação à frequência a partir do modelo Bimodal, para

as duas rochas analisadas. Nessas rochas, foi possível notar que mesmo havendo uma porosidade maior no arenito de Coconino, presente na figura 5.15, os valores de  $\delta$  e  $p$ , relacionados a  $m$ , afetaram a permissividade relativa das rochas, havendo valores maiores no arenito de Brown, presente na figura 5.14, enquanto que houve, no arenito de Coconino, maiores valores de condutividade, com um maior ganho nas frequências acima de 10 MHz, enquanto que o ganho de condutividade ocorreu na faixa acima de 1 MHz para arenito de Brown.

Pôde-se notar, também, baixos valores de condutividade, próximos a  $0,04 S/m$ , demonstrando uma baixa salinidade da água presente nas rochas.

Nessas comparações, pode-se notar um ótimo acordo com os resultados de Tyč (1988), demonstrando uma validade dos dados e uma concordância com a literatura.

### 5.3 Inversão conjunta

Para se verificar os modelos conjuntos, com o CRIM gerando o dado de maior frequência e o método especificado para os valores de médias frequências, foram utilizados os dados de Zhao *et al* (2020), que realizou a criação de dados sintéticos a partir do modelo de *shaly sandstones* (SHSD) para médias frequências e o CRIM para o dado de maior frequência. O SHSD é uma modificação do SMD, que utiliza a interação entre o folhelho e a água dos poros, este método não será analisado, porém os dados do artigo serão.

Utilizando os dados de Zhao *et al* (2020), de uma temperatura de  $170^{\circ}F$ , porosidade de 10%, saturação de água de 70 %, salinidade de 20 ‰, permissividade elétrica relativa da matriz de 5,5, permissividade elétrica relativa do hidrocarboneto de 2,2 e índice de cementação de 3,2, foi possível gerar os dados do SMD, que foram utilizados para inversão conjunta pelo modelo Bimodal, CRIM generalizado (LR) e pelo SMD, para validação da inversão.

Os dados gerados pelo SMD e os dados gerados através da inversão do modelo Bimodal e CRIM generalizado se encontram na figura 5.16, que contém os dados obtidos por Zhao *et al* (2020) e os dados gerados neste relatório.

Nessa figura, pode-se notar uma concordância entre os dados do SMD e do CRIM, e os dados de Zhao *et al* (2020), com grandes ganhos de permissividade elétrica em baixas frequências e um grande ganho de condutividade para altas frequências, o que se deve ao alto valor de  $m$ , de 3,2. Também pôde-se notar que os valores calculados, a partir da inversão pelos outros métodos, devolveram valores próximos aos valores do SMD. Os valores invertidos por cada método se encontram na tabela 5.2.

Nessa tabela, é possível notar que os valores de salinidade e de saturação de água obtiveram valores próximos aos valores originais, somente existindo uma diferença no índice de cementação, no qual o modelo SMD obteve um valor de 3,2, enquanto que o modelo

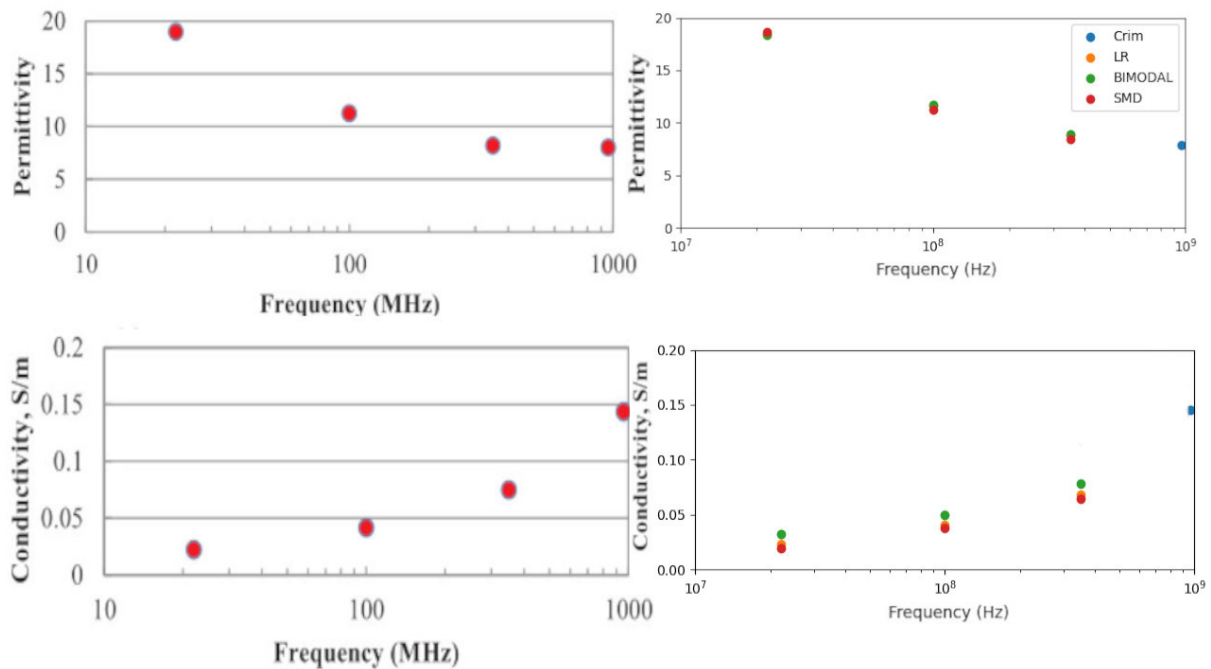


Figura 5.16 – Dados gerados por Zhao *et al* (2020), na esquerda, e valores calculados, na direita.

Tabela 5.2 – Resultados da inversão

Modelo	Salinidade (‰)	Saturação de Água	Índice de Cementação
Original	20	0,7	3,2
SMD	$20 \pm 2 \times 10^{-13}$	$0,7 \pm 2 \times 10^{-15}$	$3,2 \pm 4 \times 10^{-14}$
LR	$20 \pm 1$	$0,71 \pm 0,01$	$2,67 \pm 0,06$
Bimodal	$20 \pm 1$	$0,71 \pm 0,01$	$2,17 \pm 0,02$

LR obteve um valor de  $(2,67 \pm 0,06)$  e o modelo Bimodal obteve um valor de  $(2,17 \pm 0,02)$ , demonstrando que a dispersão é afetada de maneira diferente por  $m$ , em cada modelo. Isso demonstra um resultado promissor para a capacidade de inversão dos algoritmos, pois ainda podem ser melhorados pela mudança do cálculo do erro no algoritmo de otimização e da procura de melhores algoritmos de otimização.

## 5.4 Análise dos Resultados da EPT

Utilizando os resultados extraídos a partir de Cho *et al.* (2022), foi possível realizar uma análise dos modelos, comparando a inversão da saturação de água das rochas com os dados apresentados no referido artigo.

Os dados extraídos do artigo podem ser visualizados nas Figuras 5.17, 5.18, 5.19 e 5.20, que apresentam as permissividades relativas e condutividades obtidas através da EPT, as porosidades das rochas e as permissividades relativas das matrizes.

As permissividades relativas das matrizes foram obtidas pela litografia das rochas, que apresentou a fração volumétrica de cada material constituinte da matriz. À partir dessas

frações volumétricas, foi possível utilizar o CRIM (média ponderada da raiz quadrada das constantes dielétricas) entre as partes constituintes, para a produção das permissividades relativas das matrizes.

Os dados estão em relação à profundidade relativa, devido ao fato de a análise do artigo estar utilizando uma profundidade total de 13 metros, enquanto que o recorte feito para a presente análise foi de aproximadamente 1 metro.

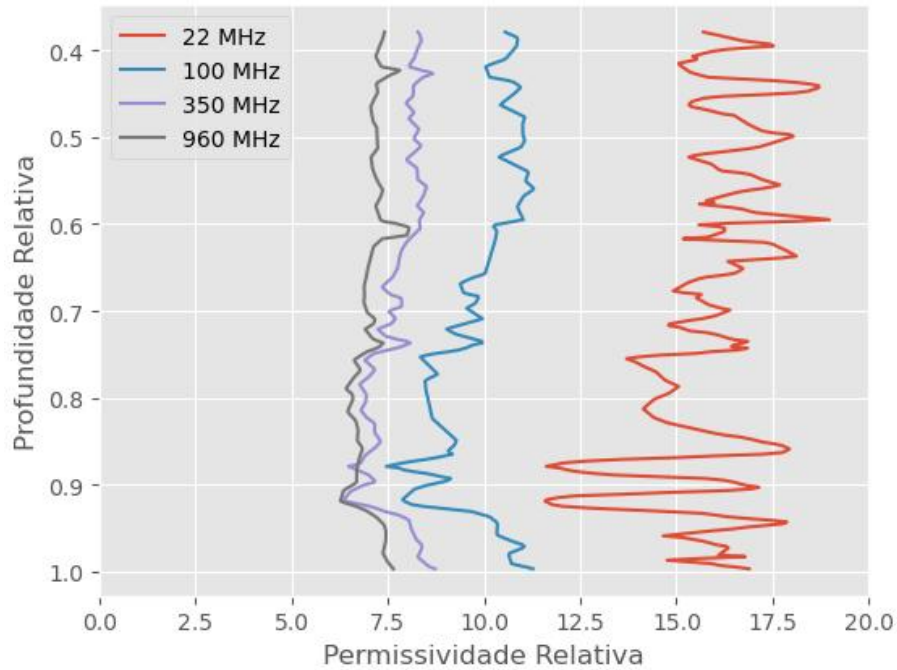


Figura 5.17 – Permissividade Relativa em Relação à Profundidade da Análise (CHO et al., 2022).

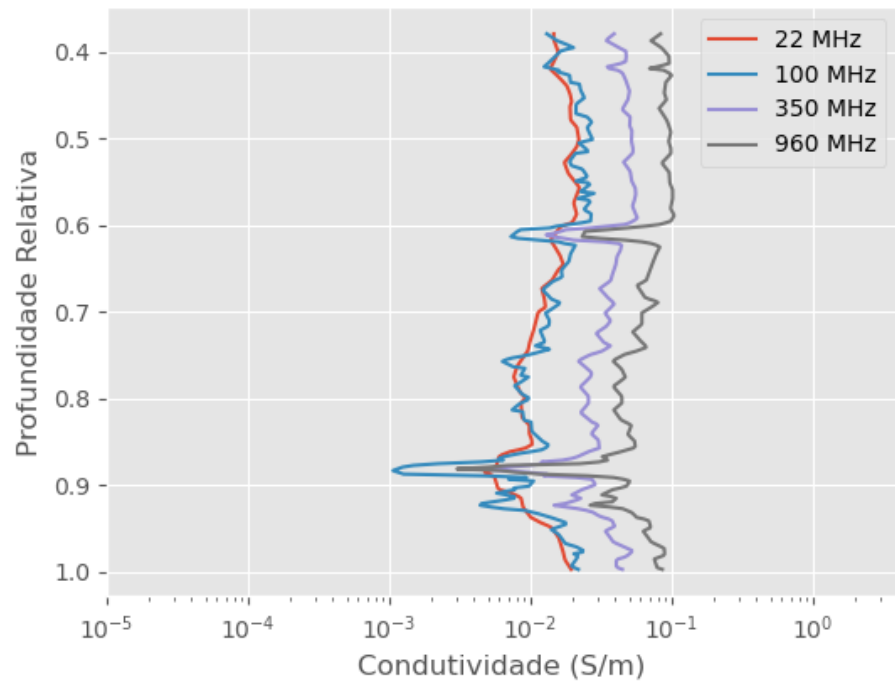


Figura 5.18 – Condutividade em Relação à Profundidade da Análise (CHO et al., 2022).

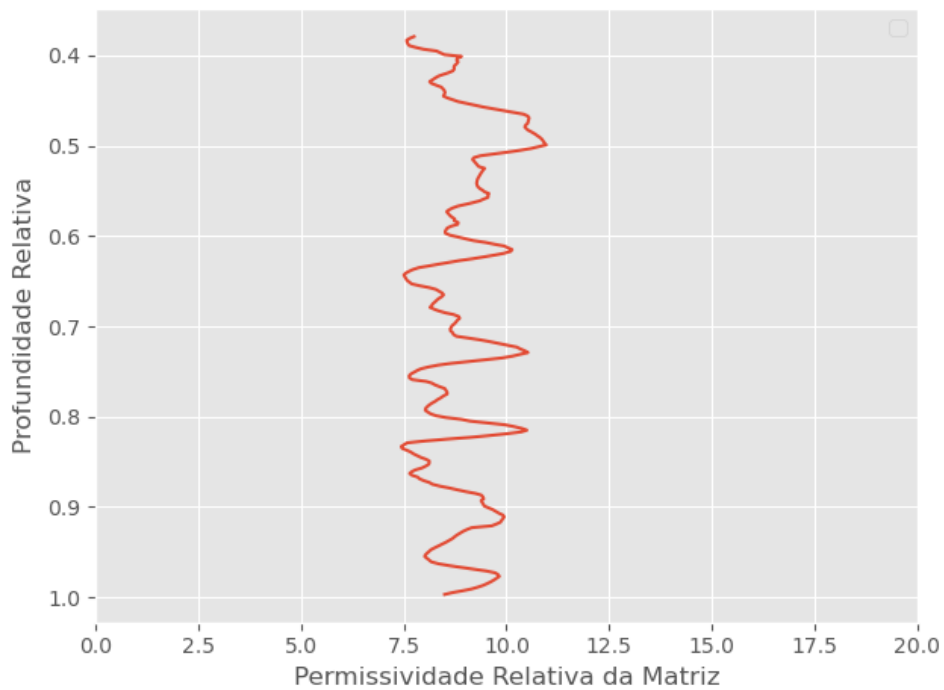


Figura 5.19 – Permissividade Relativa da Matriz em Relação à Profundidade da Análise (CHO et al., 2022).

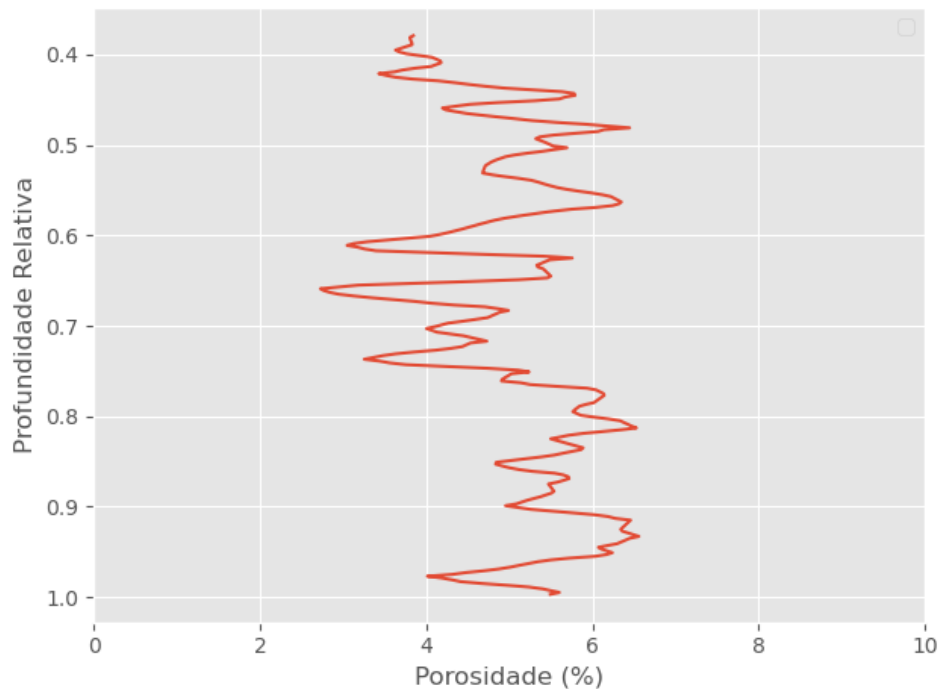


Figura 5.20 – Porosidade em Relação à Profundidade da Análise (CHO *et al.*, 2022).

Para as permissividades relativas em relação da frequência, presentes na figura 5.17, apresentam variações em relação à frequência, com os valores de 22 MHz sendo cerca de 2,5 vezes maiores que os valores de 960 MHz. Já para a condutividade, nota-se que os valores ficaram relativamente constantes ao longo de todo o trecho analisado, com os valores de 960 MHz sendo cerca de 10 vezes maiores que os valores de 22 MHz. Observa-se, também, que as condutividades exibem alguns vales, nas regiões de profundidade relativa de 0,6 e 0,9, indicando regiões com baixa salinidade ou concentração de água, o que pode ser melhor analisado pelos métodos dielétricos.

Esses dados revelam que as rochas apresentam porosidades próximas a 5% e permissividades relativas das matrizes próximas a 9.

Esses dados foram utilizados com o ajuste da porosidade, permissividade relativa da matriz e frequências de análise em relação à permissividade relativa por frequência e à condutividade por frequência. Isso ocorreu em cada ponto de profundidade relativa, obtendo-se a salinidade, saturação de água e índice de cementação.

Com base nesses dados, foi possível extrair a saturação de água das rochas utilizando os modelos Bimodal e SMD (pelo programa apresentado no fluxograma da figura 4.10, comparando-os com a saturação de água calculada pelo modelo LR de Cho *et al.* (2022) e as análises laboratoriais. Para a comparação, somente a saturação de água foi utilizada.

Esses resultados estão apresentados na Figura 5.21, que ilustra as saturações de água calculadas pelos modelos Bimodal e SMD, a saturação de água obtida pelo modelo LR, e as



análises laboratoriais.

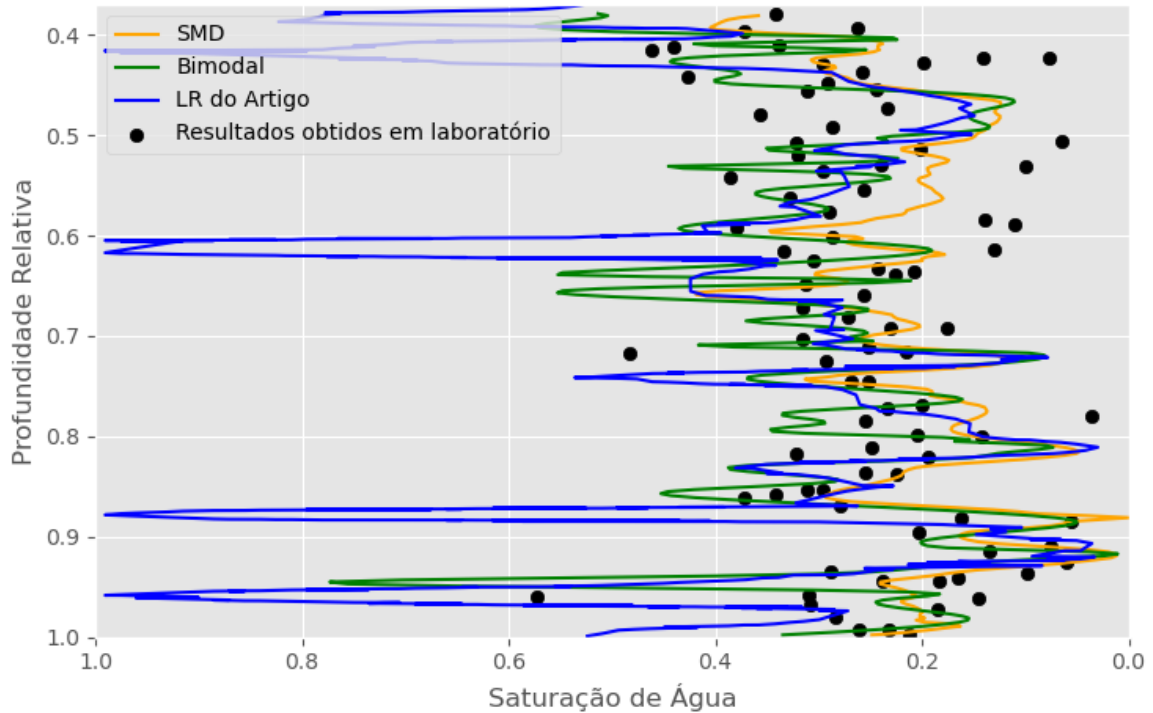


Figura 5.21 – Saturação de Água em Relação à Profundidade da Análise.

Na figura 5.21, observa-se que os resultados de saturação de água estão relativamente próximos aos resultados obtidos em plugues de rochas em escala de laboratório, nas faixa de 0,4 a 0,2 de saturação de água, enquanto o modelo LR, calculado por Cho *et al.* (2022), apresenta algumas discrepâncias muito grandes, com valores chegando a 1 em diversos pontos. Isso também é evidenciado pelo erro médio relativo em relação à análise laboratorial, que alcança 42,4% para o modelo SMD, 76,9% para o modelo Bimodal e 101% para o modelo LR do artigo.

Excluindo o modelo LR, a Figura 5.22 foi gerada, contendo as análises em relação à análise laboratorial.

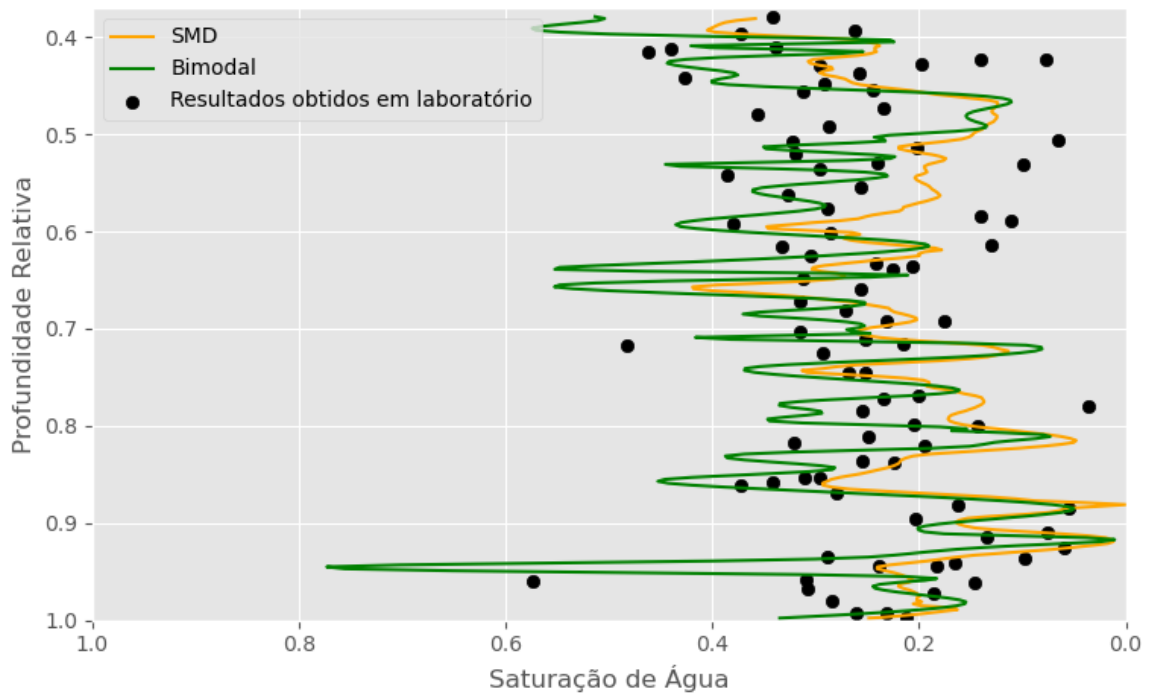


Figura 5.22 – Saturação de Água Encontrada e Análise Laboratorial em Relação à Profundidade da Análise.

Na figura 5.22, verifica-se que a maioria dos dados de saturação de água se concentra na região entre 0,4 e 0,2, de saturação de água, onde ambos os modelos apresentam resultados próximos aos esperados. Em regiões de menor saturação de água, nos resultados obtidos em laboratório, os resultados tendem a divergir, principalmente em locais com grandes intervalos entre os pontos da análise laboratorial. Essa divergência pode ser atribuída à resolução dos dados obtidos pela EPT, que fornece resultados próximos à média na região de análise.

Também pôde-se notar que o vale presente na figura 5.18, na profundidade relativa de 0,9, apresentou baixas saturações de água na figura 5.22, enquanto que o vale na profundidade relativa de 0,6 não apresentou baixa saturação de água, o que pode diferenciar os modelos dielétricos dos modelos puramente condutivos.

Dessa forma, os resultados encontram-se dentro das expectativas, destacando o modelo SMD como o mais próximo dos resultados esperados, seguido pelo modelo SMD e, por último, o modelo LR, que se mostrou menos estável, ao obter valores muito distantes do esperado.

## 6 Conclusão

Com os avanços no campo da petrofísica, especialmente nos métodos dielétricos, o estudo sobre como o petróleo é descoberto e caracterizado se torna cada vez mais importante, fornecendo informações valiosas sobre a composição, saturação e propriedades dos fluidos nos reservatórios. Aproveitando a resposta das rochas e fluidos à propagação de ondas eletromagnéticas polarizadas, os métodos dielétricos se demonstram potencialmente superiores aos métodos tradicionais condutivos.

A aplicação dos métodos dielétricos tem se mostrado vantajosa, principalmente na avaliação dos níveis de saturação de água, que é crucial para a caracterização do reservatório. Ao aproveitar a disparidade nas propriedades dielétricas da água e dos hidrocarbonetos, esses métodos permitem uma determinação precisa dos níveis de saturação de água, mesmo em condições desafiadoras, como águas de baixa salinidade ou salinidade desconhecida.

No contexto brasileiro, a pesquisa e o desenvolvimento de métodos dielétricos são de grande relevância, pois reduzem a dependência externa e impulsionam o conhecimento e a expertise nacional na área. A capacidade de adaptar e aprimorar continuamente essas ferramentas de acordo com as características dos reservatórios brasileiros seria um avanço significativo para a indústria de petróleo.

Para validar os métodos propostos, foi desenvolvido um módulo em Python, que inclui modelos dielétricos e permite a inversão de parâmetros ajustáveis, como a saturação de água, a salinidade da água e o índice de cementação. Essa abordagem permite uma análise precisa dos dados obtidos por meio de ferramentas e técnicas de propagação eletromagnética. Os modelos foram testados e comparados com resultados publicados na literatura.

Nos resultados preliminares, comparados com a literatura, pôde-se encontrar uma concordância com os dados estabelecidos. Essa concordância ocorreu em todos os modelos analisados, CRIM (na figura 5.16), SMD (nas figuras 5.12 e 5.13) e Bimodal (nas figuras 5.14 e 5.15), tanto para a geração da permissividade elétrica relativa e da condutividade a partir de uma mistura, quanto para a inversão dos dados obtidos por Zhao *et al* (2020). Isso demonstra uma validação interna dos resultados com dados sintéticos.

A comparação entre os modelos Bimodal, SMD e LR, este último produzido por Cho *et al.* (2022), revelou nuances significativas nas estimativas de saturação de água. Os dados extraídos, especialmente aqueles relacionados à permissividade relativa, condutividade e porosidade, contribuíram para uma compreensão mais profunda das propriedades das rochas. Notavelmente, a proximidade dos resultados dos modelos Bimodal e SMD com as análises laboratoriais sugere a eficácia desses métodos na determinação da saturação de água. No entanto, a disparidade observada no modelo LR ressalta a importância de considerar

cuidadosamente a escolha do modelo em estudos petrofísicos.

Em suma, os métodos dielétricos representam uma abordagem promissora na petrofísica, podendo oferecer uma visão mais abrangente e precisa das propriedades físicas dos reservatórios de petróleo. O desenvolvimento e a aplicação desses métodos no contexto brasileiro têm o potencial de impulsionar a indústria de petróleo nacional e melhorar a eficiência da exploração de petróleo no país.

## Referências

- BIRCHAK, J. R.; GARDNER, C. G.; HIPPI, J. E.; VICTOR, J. M. High dielectric constant microwave probes for sensing soil moisture. **Proc. IEEE Inst. Electr. Electron. Eng.**, Institute of Electrical e Electronics Engineers (IEEE), v. 62, n. 1, p. 93–98, 1974. Citado nas pp. 18, 20, 21.
- CHO, Y.; DOLAN, S. S.; SAXENA, N.; DAS, V. Estimation of Water Saturation in Shale Formation Using In Situ Multifrequency Dielectric Permittivity. Edição: Mehdi Ostadhassan. **Geofluids**, Hindawi Limited, v. 2022, p. 1–16, mar. 2022. ISSN 1468-8115. DOI: 10.1155/2022/9491979. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2022/9491979>>. Citado nas pp. 29, 37–39.
- DONG, L.; KARTTUNEN, M.; YU, K. W. Spectral representation of the effective dielectric constant of graded composites. **Physical Review E**, American Physical Society (APS), v. 72, n. 1, jul. 2005. DOI: 10.1103/physreve.72.016613. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103%2Fphysreve.72.016613>>. Citado nas pp. 21, 22.
- DOVETON, J. H. **Principles of mathematical petrophysics**. New York, NY: Oxford University Press, dez. 2014. (International Association for Mathematical Geology Studies in Mathematical Geology). Citado nas pp. 6, 7, 11, 12.
- FENG, S.; SEN, P. N. Geometrical model of conductive and dielectric properties of partially saturated rocks. en. **J. Appl. Phys.**, AIP Publishing, v. 58, n. 8, p. 3236–3243, out. 1985. Citado nas pp. 6, 7, 18, 19, 24.
- GKORTSAS, V.-M.; VENKATARAMANAN, L.; FELLAH, K.; RAMSDELL, D.; HOU, C.-Y.; SELEZNEV, N. Comparison of different dielectric models to calculate water saturation and estimate textural parameters in partially saturated cores. en. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 83, n. 5, e303–e318, set. 2018. Citado nas pp. 6, 7, 21.
- HASLUND, E. Dielectric dispersion of salt-water—saturated porous glass containing thin glass plates. en. **Geophysics**, Society of Exploration Geophysicists, v. 61, n. 3, p. 722–734, mai. 1996. Citado nas pp. 19, 25.
- HELGESON, H. C.; KIRKHAM, D. H.; FLOWERS, G. C. Theoretical prediction of the thermodynamic behavior of aqueous electrolytes by high pressures and temperatures; IV, Calculation of activity coefficients, osmotic coefficients, and apparent molal and standard and relative partial molal properties to 600 degrees C and 5kb. en. **Am. J. Sci.**, American Journal of Science (AJS), v. 281, n. 10, p. 1249–1516, dez. 1981. Citado na p. 25.

- HERLINGER, R. Dielectric logging: Principles, applications, and examples from the Brazilian oilfields. In: DAY 3 Thu, October 31, 2019. Rio de Janeiro, Brazil: OTC, out. 2019. Citado na p. 9.
- HIZEM, M.; BUDAN, H.; DEVILLÉ, B.; FAIVRE, O.; MOSSÉ, L.; SIMON, M. Dielectric Dispersion: A New Wireline Petrophysical Measurement. In: ALL Days. Denver, Colorado, USA: SPE, set. 2008. Citado nas pp. 13, 14, 16, 17.
- JONES, R. N.; BELFORTE, A. S. Applications of the Electromagnetic Propagation Tool During Exploration of Block 16, Oriente Basin, Ecuador. In: All Days. (SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference). SPE-21095-MS. DOI: 10.2118/21095-MS. eprint: <https://onepetro.org/SPELACP/proceedings-pdf/90LAPEC/All-90LAPEC/SPE-21095-MS/2008994/spe-21095-ms.pdf>. Citado na p. 15.
- LEÃO, T. P. Evaluation of lichtenecker's mixing model for predicting effective permittivity of soils at 50 MHz. **Trans. ASABE**, American Society of Agricultural e Biological Engineers (ASABE), p. 83–91, fev. 2015. Citado nas pp. 6, 18, 21.
- SCHLUMBERGER. **Schlumberger Log Interpretation Principles and Applications**. 7. ed.: Schlumberger, 1991. Citado nas pp. 7, 8.
- STROUD, D.; MILTON, G. W.; DE, B. R. Analytical model for the dielectric response of brine-saturated rocks. en. **Phys. Rev. B Condens. Matter**, American Physical Society (APS), v. 34, n. 8, p. 5145–5153, out. 1986. Citado nas pp. 6, 18, 19, 21, 23, 24, 28.
- TATHED, P.; HAN, Y.; MISRA, S. Hydrocarbon saturation in Bakken Petroleum System based on joint inversion of resistivity and dielectric dispersion logs. **Fuel**, v. 233, p. 45–55, 2018. ISSN 0016-2361. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2018.06.019>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016236118310391>>. Citado na p. 27.
- TYČ, S.; SCHWARTZ, L. M.; SEN, P. N.; WONG, P.-z. Geometrical models for the high-frequency dielectric properties of brine saturated sandstones. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 64, n. 5, p. 2575–2582, set. 1988. DOI: 10.1063/1.341645. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.341645>>. Citado nas pp. 29, 33.
- YANG, S. **Fundamentals of petrophysics**. 1. ed. Berlin, Germany: Springer, nov. 2016. (Springer Mineralogy). Citado na p. 6.
- ZHAO, P.; FU, J.; SHI, Y.; LI, G.; OSTADHASSAN, M.; LUO, M.; MAO, Z. Hydrocarbon saturation in shale oil reservoirs by inversion of dielectric dispersion logs. **Fuel**, v. 266, p. 116934, 2020. ISSN 0016-2361. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2019.116934>. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0016236119323270>>. Citado na p. 28.

# Apêndices

## Apêndice A – Código dos Modelos

Seguindo a metodologia, pôde-se criar as funções dos modelos. Para o CRIM, o código a seguir constrói, segundo o método proposto, os resultados de permissividade elétrica relativa e condutividade:

```

1 def crim(
    vals: tuple[float], salinity: float, w_saturation: float, porosity:
        float
3 ) -> tuple[float]:
    temp = vals[0]
5    freq = vals[1]
    e_matrix = vals[2]
7
    temp = utils.c_to_f(temp)
9
    w_real, w_complex = utils.water_complex_permittivity(temp, salinity)
11    w_perm: complex = np.sqrt(
        complex(w_real, w_complex / (2 * np.pi * freq * utils.e_0))
13    )
15
    matrix_perm = complex(np.sqrt(e_matrix), 0)
    petroleum_perm = complex(np.sqrt(utils.e_petroleum), 0)
17
    sqrt_final_perm = (
19        ((1 - porosity) * matrix_perm)
        + ((w_saturation * porosity) * w_perm)
21        + ((1 - w_saturation) * porosity * petroleum_perm)
    )
23
    final_perm: complex = np.power(sqrt_final_perm, 2)
25    return final_perm.real, final_perm.imag * (2 * np.pi * freq * utils.e_0)

```

Para a geração dos resultados pelo modelo LR, foi criada a seguinte função:

```

1 def lr(
    vals: tuple[float],
3    salinity: float,
    w_saturation: float,
5    alpha: float,
    porosity: float,
7 ) -> tuple[float]:
    temp = vals[0]

```



```

9     freq = vals[1]
    e_matrix = vals[2]
11
    temp = utils.c_to_f(temp)
13
    w_real, w_complex = utils.water_complex_permittivity(temp, salinity)
15     w_perm: complex = np.power(
        complex(w_real, w_complex / (2 * np.pi * freq * utils.e_0)), alpha
17     )
19
    matrix_perm = np.power(complex(e_matrix, 0), alpha)
    petroleum_perm = np.power(complex(utils.e_petroleum, 0), alpha)
21
    sqrt_final_perm = (
23         ((1 - porosity) * matrix_perm)
        + ((w_saturation * porosity) * w_perm)
25         + ((1 - w_saturation) * porosity * petroleum_perm)
    )
27
    final_perm: complex = np.power(sqrt_final_perm, 1 / alpha)
29     return final_perm.real, final_perm.imag * (2 * np.pi * freq * utils.e_0)

```

Para o SMD, foi criada a seguinte função:

```

1     def smd(
        vals: tuple[float], salinity: float, w_saturation: float, porosity:
            float, mn: float
3     ) -> tuple[float]:
        temp_f = vals[0]
5         freq = vals[1]
        e_matrix = vals[2]
7
        phi = w_saturation * porosity
9         A: float = (phi) ** mn
        temp = utils.c_to_f(temp_f)
11
        w_real, conductivity = utils.water_complex_permittivity(temp, salinity)
13     w_perm: complex = utils.water_complex(w_real, conductivity, freq)
15
        matrix_perm = utils.matrix_permittivity(
            e_matrix, utils.e_petroleum, porosity, w_saturation
17     )
19
        s = np.power(1 - (w_permi/m_permi), -1)
        e, b, c = c_e_b_gamma(phi, A)
21     h_s = c*gamma(1-b)*gamma(e+1)*hyp2f1(1, 1-b, 2+e-b, 1/s)/s

```

```

23 final_perm = (A*w_perm) + ((1 - A)*matrix_perm) - (h_s*matrix_perm)

return final_perm.real, final_perm.imag*(2*np.pi*freq*utils.e_0)

```

Enquanto que para o modelo Bimodal, foi criada a seguinte função para inversão:

```

def inversion_part_bimodal(vals, real, imag):
2   p1, p3, p4, A, B, e_m = vals
   e_f = complex(real, imag)
4
   first = ((e_f) ** p1) / (e_f - e_m)
6   second = ((e_f + (A * e_m)) ** p3) * (((e_f + (B * e_m))) ** p4)

8   result: complex = first * second
return result.real, result.imag

```

Utilizando esta função de inversão, foi possível gerar o seguinte código para o modelo Bimodal:

```

1 def bimodal(
   vals: tuple[float],
3   salinity: float,
   w_saturation: float,
5   porosity: float,
   p: float,
7   delta: float,
) -> tuple[float]:
9   temp_f = vals[0]
   freq = vals[1]
11  e_matrix = vals[2]

13  phi = w_saturation * porosity
   temp = utils.c_to_f(temp_f)
15

   w_real, conductivity = utils.water_complex_permittivity(temp, salinity)
17  w_perm: complex = utils.water_complex(w_real, conductivity, freq)
   e_w = w_perm
19

   en = utils.e_petroleum
21  e_m = e_matrix
   e_m = utils.matrix_permittivity(e_m, en, porosity, w_saturation)
23

25  p1 = (3 * delta * (1 - delta)) / (
       ((4 - (3 * delta)) * p) + (9 * delta * (1 - delta) * (1 - p))

```

```

)
27 H1 = (
    np.sqrt(9 - (8 * p))
29     * ((2 - (3 * delta)) ** 2)
    * p
31     * (4 - ((2 - 3 * delta) ** 2) * (1 - p))
)
33 H2 = ((2 - 3 * delta) ** 2) * p * (4 * p + 9 * (delta**2) * (1 - p))
H3 = (
35     2
    * np.sqrt(9 - 8 * p)
37     * (4 - 3 * delta - ((2 - 3 * delta) ** 2) * (1 - p))
    * (4 + 6 * delta - ((2 - 3 * delta) ** 2) * (1 - p))
39 )
H4 = 10 - 3 * delta + 2 * ((2 - 3 * delta) ** 2) * (1 - p)
41 H5 = 3 * np.sqrt(9 - 8 * p) * (2 - 3 * delta)
H6 = 4 * (2 + 3 * delta) - 2 * ((2 - 3 * delta) ** 2) * (1 - p)
43
p3 = (H1 + H2) / H3
45 p4 = (H1 - H2) / H3
A = (H4 + H5) / H6
47 B = (H4 - H5) / H6

49 first = ((e_w) ** p1) / ((e_w - e_m) * phi)
second = ((e_w + (A * e_m)) ** p3) * (((e_w + (B * e_m))) ** p4)
51
t: complex = first * second
53
result, pcov = curve_fit(
55     inversion_part_bimodal,
    [p1, p3, p4, A, B, e_m],
57     [t.real, t.imag],
    bounds=[[1e-9, 1e-9], [e_w.real, e_w.imag]],
59     method="dogbox",
    p0=[(e_w.real + e_m.real) / 2, e_w.imag / 2],
61 )
final_perm = complex(result[0], result[1])
63
return final_perm.real, final_perm.imag * (2 * np.pi * freq * utils.e_0)

```

## Apêndice B – Código das Inversões

Para a geração completa dos dados, pôde-se criar o seguinte código para o modelo SMD:

```

def smd_inversion(
2     vals: list[float], salinity: float, w_saturation: float, mn: float
) -> list[float]:
4     temp, e_matrix, porosity = vals[:3]
     freqs = vals[3:]
6
     output = []
8
     for i, freq in enumerate(freqs[:-1]):
10         results = smd([temp, freq, e_matrix], salinity, w_saturation,
                porosity, mn)
                output.append(results[0])
12         output.append(results[1])
14
     results = lr([temp, freqs[-1], e_matrix], salinity, w_saturation, 1 / mn
                , porosity)
     output.append(results[0])
16     output.append(results[1])
18
     return output

```

As outras funções, para a geração conjunta dos resultados dos modelos, têm o mesmo formato.

Além disso, foi desenvolvida uma função que realizará a inversão dos modelos, para determinar a saturação de água, salinidade da água e índice de cementação. A função de inversão para o modelo SMD pode ser vista no código a seguir:

```

def get_smd_values_w_porosity(
2     temp: float,
     freqs: float,
4     permittivitties: float,
     conductivitties: float,
6     porosity: float,
     e_matrix: float,
8 ):
     results: dict[str, list[float]] = {}
10

```

```
outputs = []
12
13 for i in range(len(freqs)):
14     outputs.append(permittivitties[i])
15     outputs.append(conductivitties[i])
16
17 uncertainties = np.zeros(len(outputs))
18 for i in range(len(outputs)):
19     if i < len(outputs) - 2:
20         multi = 1
21     else:
22         multi = 0.5
23     if i % 2 == 0:
24         uncertainties[i] = 1 * multi
25     else:
26         uncertainties[i] = 0.5 * multi
27
28 p0s = [35 / 2, 0.5, 2]
29
30 vals_input = np.zeros([3 + len(freqs)])
31 vals_input[:3] = [temp, e_matrix, porosity]
32 vals_input[3:] = freqs
33
34 results_matrix, err = curve_fit(
35     smd_inversion,
36     vals_input,
37     outputs,
38     bounds=[[1e-8, 1e-8, 1.2], [150, 1, 5]],
39     p0=p0s,
40     method="dogbox",
41     sigma=uncertainties,
42 )
43
44 results = [results_matrix, np.sqrt(np.diag(err))]
45
46 return results
```