



**USO DE REDES DE IMPEDÂNCIA NON-FOSTER PARA ANTENAS  
ELETRICAMENTE PEQUENAS**

**ANNA CAROLINE SOARES LOPES**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**NON-FOSTER MATCHING IMPEDANCES FOR ELECTRICALLY  
SMALL ANTENNAS**

**USO DE REDES DE IMPEDÂNCIA NON-FOSTER PARA ANTENAS  
ELETRICAMENTE PEQUENAS**

**ANNA CAROLINE SOARES LOPES**

**ORIENTADOR: PROF. LEONARDO RODRIGUES ARAÚJO XAVIER DE  
MENEZES**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO EM  
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PUBLICAÇÃO: ENE.TD-001/11  
BRASÍLIA/DF: OUTUBRO - 2021**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**USO DE REDES DE IMPEDÂNCIA NON-FOSTER PARA ANTENAS  
ELETRICAMENTE PEQUENAS**

**ANNA CAROLINE SOARES LOPES**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE BACHARELADO.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Leonardo Rodrigues Araújo Xavier de Menezes – ENE/Universidade de Brasília  
Orientador**

---

**Prof. João Paulo Leite – ENE/Universidade de Brasília  
Membro Interno**

---

**Prof. Franklin – ENE/Universidade de Brasília  
Membro Interno**

**BRASÍLIA, 06 DE OUTUBRO DE 2021.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

LOPES, ANNA CAROLINE

Uso de redes de impedância Non-Foster para Antenas Eletricamente Pequenas [Distrito Federal] 2021.

xiv, 53p., 210 x 297 mm (ENE/FT/UnB, Bacharelado, Engenharia Elétrica, 2021).

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Elétrica

1. Antenas

2. Não-Foster

3. Topologia ativa

4.

I. ENE/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LOPES, A. C. (2021). Uso de redes de impedância Non-Foster para Antenas Eletricamente Pequenas . Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica, Publicação ENE.TD-001/11, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 53p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Anna Caroline Soares Lopes

TÍTULO: Uso de redes de impedância Non-Foster para Antenas Eletricamente Pequenas .

GRAU: Bacharelado ANO: 2021

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta trabalho de conclusão de curso e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa trabalho de conclusão de curso pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Anna Caroline Soares Lopes

Departamento de Engenharia Elétrica (ENE) - FT

Universidade de Brasília (UnB)

Campus Darcy Ribeiro

CEP 70919-970 - Brasília - DF - Brasil

*"Que lindas flores tivemos esse ano.  
Olhe! Só falta aquela.  
Mas eu sei que quando desabrochar,  
ela será a mais bela de todas."  
(MULAN, 1998)*

## ACKNOWLEDGMENTS

*Sempre tive como máxima ao longo da minha graduação que ninguém forma sozinho. Então hoje gostaria de agradecer a cada um que direta ou indiretamente esteve segurando a minha mão enquanto eu escrevia cada linha deste projeto.*

*Agradeço primeiramente a Deus e à minha família: meus pais Vilson e Ivanildes e meu irmão Thales. Sem os quais eu nunca teria chegado até aqui. Meus pais sempre fizeram questão de colocar a minha educação e a do meu irmão como prioridade e por isso serei imensamente grata.*

*Ao meu orientador professor Leonardo R.A.X de Menezes, por ter empenhado este papel com imensa paciência e dedicação apesar de todas as dificuldades.*

*Aos meus familiares, que sempre mostraram apoio mesmo de tão longe. Aos meus avôs e avós Ingraça, Antônio, Iracy e em memória de meu avô José Soares, que sempre teve muito amor e orgulho por todos os seus netos. Aos meus tios (Joel, Jair, Janes, Valmir, Valber e em memória do meu tio José) e tias (Wanira e Vilma), primos e primas que diversas vezes vieram de tão longe dar assistência e que se preocuparam comigo em todos os momentos fazendo o possível para que eu estivesse bem. Principalmente à minha tia Ireny que foi tão assídua neste papel. Também agradeço às minhas tias Maria Vani, Suely, Helen Raquel, Ivonete, Iracy, Ireny e Izaíra que sempre tem uma palavra de sabedoria ou uma piada pra contar, tornando meus dias mais leves e cheios de amor. Em especial agradeço às minhas primas mais próximas, as quais elevo ao status de verdadeiras irmãs pra mim: Valentine, Ana Luísa, Mireille e Lilia.*

*Aos meus amigos, que por diversas vezes foram ponto de apoio imprescindível quando meus familiares não se puderam fazer presente, e que compartilharam de tantos momentos de estudo e de descontração, mas, principalmente, tiraram tempo para me ouvir e me ajudar.*

*Agradeço especialmente os amigos de Brasília que a Engenharia elétrica e a UnB me trouxeram: Hanna Rezende, Anna Carolline, Raphael Braccialli, Daniel Costa, Bruno da Costa, Giovanna Ramos, Ryanny Costa, Marília Caetano, Arthur Sandoval, Igor Girão, Pedro Tavares, André Sol e Caio Martins*

*Aos amigos do Centro Acadêmico, obrigada pela oportunidade de participar deste projeto para tornar o nosso curso melhor.*

*Aos amigos que não estão tão próximos assim, mas derrubam barreiras físicas se fazendo presentes todos os dias: Ellen Cristina, Jessica Pereira, Alessandra Mendes, Valerrilson e aos meus amigos do grupo de leitura (Amanda, Flávia, Felipe, Júlia, Luana e Max)*

*Agradeço, de modo geral, a qualquer um que recebeu mensagens desesperadas ou do tipo "esse parágrafo está bom?" e não desistiu de mim.*

*Por último, mas não menos importante, agradeço aos meus companheirinhos peduludos Evaristo e Bandolim, que de fato ficaram todos os dias e noite no meu pé oferecendo carinho e amor.*

## **RESUMO**

**Título:** Uso de redes de impedância Non-Foster para Antenas Eletricamente Pequenas

**Autor:** Anna Caroline Soares Lopes

**Orientador:** Prof. Leonardo Rodrigues Araújo Xavier de Menezes

**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

**Brasília, 06 de outubro de 2021**

O estudo de Antenas Eletricamente pequenas se faz muito útil no contexto atual em que a mobilidade tecnológica só tende a crescer, e, portanto, se beneficiaria bastante de antenas de tamanho mais portátil (menores). No entanto, a fabricação de Antenas eletricamente pequenas é um dos problemas mais desafiadores no estudo de telecomunicações, visto que são possuem alta reatância de entrada, o que as torna ineficientes, pois a maior parte da energia dissipada se armazena no campo próximo da antena. Para tanto, esse trabalho se utiliza de um recurso há muito tempo estudado mas com pouca aplicação nesta área: Topologias Non-Foster. Esses tipos de circuito possuem comportamento ativo, de modo a cancelarem boa parte da reatância de entrada da antena.

O presente trabalho propõe o desenvolvimento e análise de modelos de topologias ativas, que, em casamento com as antenas as tornem mais eficientes e utilizáveis.

**Palavras-chave:** Antenas, Não-Foster, Topologia ativa, .



# SUMÁRIO

---

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS DO TRABALHO.....	1
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	2
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>3</b>
2.1	PANORAMA GERAL .....	3
2.2	ANTENAS ELETRICAMENTE PEQUENAS.....	3
2.2.1	DEFINIÇÃO .....	3
2.2.2	REGIÕES DE CAMPO .....	4
2.2.3	LIMITAÇÕES FUNDAMENTAIS DE ESAS.....	7
2.2.4	ANTENAS DE WHEELER E DE CHU .....	8
2.2.4.1	ESAS DE WHEELER .....	8
2.2.4.2	ESAS DE CHU .....	11
2.3	LIMITAÇÕES DO CASAMENTO DE IMPEDÂNCIA EM BANDA LARGA.....	13
2.4	TOPOLOGIAS ATIVAS E PASSIVAS .....	16
2.4.1	IMPEDÂNCIAS FOSTER .....	17
2.4.2	IMPEDÂNCIAS NON-FOSTER .....	19
2.5	REALIZAÇÃO DE TOPOLOGIAS ATIVAS .....	20
2.5.1	CONVERSORES DE IMPEDÂNCIA NEGATIVA.....	21
2.5.1.1	NICs - CONVERSORES DE CORRENTE .....	24
2.5.1.2	NICs - CONVERSORES DE TENSÃO .....	27
2.5.2	INVERSORES DE IMPEDÂNCIA NEGATIVA .....	29
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>33</b>
3.1	INTRODUÇÃO .....	33
3.2	AMBIENTE LT SPICE.....	33
3.3	METODOLOGIA PROPOSTA .....	34
3.4	APLICAÇÃO DE TOPOLOGIA NON-FOSTER A ESA .....	36
3.4.1	CIRCUITO EQUIVALENTE DA ANTENA .....	36
3.4.1.1	CIRCUITO EQUIVALENTE COM TRÊS COMPONENTES .....	36
3.4.1.2	CIRCUITO EQUIVALENTE COM QUATRO COMPONENTES.....	37
3.4.2	ESCOLHA DA TOPOLOGIA NON-FOSTER - NIC .....	39

<i>SUMÁRIO</i>	ix
3.5 MODELAGEM DO CIRCUITO .....	41
<b>4 DISCUSSÃO E RESULTADOS .....</b>	<b>44</b>
4.1 RESULTADOS .....	44
4.2 DISCUSSÃO .....	46
<b>5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>47</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>47</b>
<b>A ANEXO - DEFINIÇÕES .....</b>	<b>52</b>
A.1 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO .....	52

## LISTA DE FIGURAS

---

2.1	Antena do tipo dipolo curto circunscrita por uma esfera hipotética de raio $a$ ...	4
2.2	Regiões de campo para ESAs .....	7
2.3	Antenas eletricamente pequenas representadas por um capacitor e um indutor .	9
2.4	Circuitos equivalentes para as ESAs (elétricas e magnéticas) .....	9
2.5	Circuito equivalente para uma antena com modo de propagação $TM_{10}$ .....	12
2.6	Circuito de casamento de impedância para um circuito RC paralelo .....	14
2.7	Circuito de casamento de impedância para um circuito RC série.....	15
2.8	Coeficiente de reflexão em função de um $\Delta\omega$ .....	16
2.9	Reatância da rede de uma antena eletricamente pequena com circuito de casamento de impedância Foster vs Non-Foster .....	18
2.10	Reatância ou Susceptância de um elemento Foster ao longo da frequência.....	19
2.11	Coeficiente de reflexão de um capacitor e de um indutor Non-Foster com o aumento da frequência .....	20
2.12	Circuito do tipo Quadripolo.....	21
2.13	Representação de um circuito com NIC ideal .....	22
2.14	Circuito de um NIC representado por um quadripolo com parâmetros híbridos $h$ e impedância passiva $Z_L$ na porta de saída.....	23
2.15	Representação simples de um transistor BJT .....	26
2.16	Acoplamento do tipo <i>par de Darlington</i> - PNP .....	26
2.17	INIC: Conversor de corrente de Larky .....	27
2.18	VNIC - Conversor de tensão de Linvill .....	29
2.19	Representação de um circuito com um NIV ideal .....	29
2.20	Circuito de um NIV representado por um quadripolo com parâmetros $z$ e impedância passiva $Z_L$ na porta de saída .....	30
2.21	Capacitor negativo construído com um NIV ideal.....	32
3.1	Fluxograma sintetizando a metodologia proposta .....	35
3.2	Circuito equivalente com três componentes.....	36
3.3	Circuito equivalente com quatro componentes .....	37
3.4	Curva da impedância das antenas para frequência entre 10MHz e 100MHz.....	39
3.5	NIC desenvolvido por Linvill com BJTs ideais .....	40
3.6	BJT - Aproximação para pequenos sinais .....	41

3.7	Esquemático circuito a ser montado com impedância Non-Foster (capacitor negativo) .....	42
3.8	Circuito simulado Antena eletricamente pequena conectada em série com capacitor negativo .....	43
4.1	Diagrama de BODE do circuito simulado Antena eletricamente pequena conectada em série com capacitor negativo .....	45
A.1	Diagrama de radiação para a antena dipolo ideal .....	53

## LISTA DE TABELAS

---

3.1	Impedâncias típicas de antenas.....	38
3.2	Valores de comprimento de onda( $\lambda$ ), numero de onda ( $k$ ) e produto $ka$ .....	39

## LISTA DE ACRÔNIMOS E ABREVIACÕES

---

- BJT** Transistor de Junção Bipolar. 25, 28, 39, 40
- ESAs** Antenas Eletricamente Pequenas. x, 1–3, 5–8, 12, 13, 16, 33, 34, 36, 41, 47
- HEMT** Transistor de Alta Mobilidade Eletrônica. 31
- INIC** NIC Inversor de corrente. 25
- NIC** Conversor de Impedância Negativa. 20–22, 24–29, 33, 34, 39–41, 44, 46
- NIV** Inversor de Impedância Negativa. 20, 22, 29–31
- RPF** Fator de Potência de Radiação. 10, 11
- SPICE** Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis. 33
- UnB** Universidade de Brasília. 33
- VNIC** NIC Inversor de tensão. 27, 28

## LISTA DE SÍMBOLOS

---

$\Delta z$	Comprimento de um dipolo ideal	[m]
$\Gamma$	Coeficiente de reflexão	
$\eta$	Impedância intrínseca = $\sqrt{\mu/\varepsilon}$	[ $\Omega$ ]
$\mu$	Permeabilidade	[H m <sup>-1</sup> ]
$\omega$	Frequência angular = $2\pi f$	[rad m <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon_0$	Permissividade no espaço livre	[F m <sup>-1</sup> ]
$\varepsilon$	Permissividade	[F m <sup>-1</sup> ]
$\lambda$	Comprimento de onda no espaço livre	[m]
$\pi$	Relação entre o perímetro e o diâmetro de uma circunferência	
<b>A</b>	Area da base do cilindro	[m <sup>2</sup> ]
<b>A</b>	Potencial vetorial	[V s m <sup>-1</sup> ]
<b>a</b>	Raio da esfera de radiano	[m]
<b>b</b>	Altura do cilindro	[m]
<b>C</b>	Capacitância	[F]
<b>f</b>	Frequência	[Hz]
<b>H</b>	Vetor campo magnético	[A m <sup>-1</sup> ]
<b>I</b>	Corrente elétrica	[A]
<b>j</b>	Unidade imaginária = $\sqrt{-1}$	
<b>k</b>	Número de onda no espaço livre	[rad m <sup>-1</sup> ]
<b>L</b>	Indutância	[H]
<b>n</b>	Número de voltas do solenoide	
<b>R</b>	Resistência	[ $\Omega$ ]
<b>r</b>	Raio no sistema de coordenadas esféricas	[m]
$G_e$	Condutância	[S]
$R_d$	Distância entre dois pontos no espaço tridimensional	[m]
$R_m$	Resistência	[ $\Omega$ ]
$Z_0$	Impedância de onda no espaço livre	[ $\Omega$ ]
$k_a$	Fator relacionado à forma do capacitor	
$k_b$	Fator relacionado à forma do indutor	

# 1 INTRODUÇÃO

---

*Nesse capítulo será introduzido o contexto e problemáticas que motivam a realização deste trabalho. Além disso esclarece os objetivos e, por fim, apresenta a organização deste trabalho*

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Por mais que a mobilidade tecnológica seja alvo de interesse, e até necessidade em diversos contextos, nem sempre o advento das comunicações sem fio tem a mesma facilidade em acompanhar. As limitações de Antenas Eletricamente Pequenas (ESAs) por vezes tornam difícil que as mesmas tenham curva de crescimento comparável ao de outras tecnologias com ascensão mais rápida, tais como microeletrônica por exemplo.

Assim, se faz importante o interesse por produzir antenas de dimensões menores que possam acompanhar outras tecnologias móveis idealmente sem sacrificar características essenciais para seu bom funcionamento, tais como largura de banda e eficiência de radiação.

## 1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS DO TRABALHO

Existe uma ampla variedade de aplicações vantajosas para Antenas Eletricamente Pequenas, porém a dificuldade em sua realização nem sempre permite que sejam tão eficientes quanto se deseja em todas essas áreas. Esse é um dos problemas mais desafiadores desse campo de estudo, visto que, como pontuado em [1], a baixa resistência e alta reatância de entrada dessas antenas são sérias desvantagens, que as tornam bastante ineficientes.

Dado o recorte dessa problemática, a solução proposta tem grande relação com o uso de topologias ativas, também referidas como circuitos chamados Non-Foster os quais serão aprofundados mais adiante na seção 2.4 e possuem propriedades bastante desejáveis para solucionar o problema pontuado. Esse estudo se beneficia de uma das principais característica de topologias ativas, como mencionado em [2], que é a rotação anti-horária na carta de Smith com o aumento da frequência, em outros termos, cancela a reatância de entrada da rede em uma certa frequência de interesse, componente que, como supracitado, frequentemente torna ESAs ineficazes.



Portanto, este trabalho tem como objetivo utilizar circuitos Non-Foster no estudo de Antenas Eletricamente Pequenas a fim de torná-las mais eficazes em uma ampla faixa de frequência de interesse.

### **1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho é constituído por 5 capítulos dispostos de modo a facilitar a compreensão deste estudo. Se inicia no capítulo 2 onde a contextualização teórica deste estudo é abordada, com a finalidade de detalhar os aspectos que compõem a problemática e abordar conceitos teóricos que embasarão as escolhas feitas no desenvolvimento.

O capítulo 3 apresenta a metodologia empregada neste estudo juntamente com materiais usados para desenvolvê-la. Em seguida os resultados deste estudo e discussão dos mesmos são apresentados no capítulo 4.

Por fim, o capítulo 5 resume brevemente os objetivos atingidos ao longo deste estudo e apresenta possíveis melhorias que poderão ser desenvolvidas em trabalhos futuros.

# 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

*Esse capítulo visa por apresentar o contexto da construção e uso de Antenas Eletricamente Pequenas. Bem como suas limitações fundamentais, que serão elencadas nesse capítulo e debatidas mais aprofundadamente no próximo. Também serão pontuadas topologias ativas e passivas de circuitos equivalentes, que farão grande papel no escopo deste trabalho*

## 2.1 PANORAMA GERAL

Foi pontuado na introdução a importância do estudo de Antenas Eletricamente Pequenas dada a demanda bastante relacionada à mobilidade tecnológica. Porém, a grande problemática que dificulta o uso deste tipo de antena está intrinsecamente relacionada com as suas limitações físicas. Esses aspectos serão pormenorizados nos tópicos a seguir, a fim de embasar e contextualizar melhor este projeto.

## 2.2 ANTENAS ELETRICAMENTE PEQUENAS

### 2.2.1 Definição

Dentre diversos estudos ao longo das últimas décadas, a definição mais referenciada, e, até hoje mais aceita foi introduzida por Wheeler em [3].

De acordo com os estudos de Wheeler [3] podemos especificar as dimensões de uma antena com o emprego do valor de duas constantes,  $k$  e  $a$  e o produto entre elas. O valor de  $k$  indica o número de onda no espaço livre, ou constante de fase ( $\frac{2\pi}{\lambda}$ ), e  $a$  representa o menor raio que encerra uma região denominada *esfera de radiano*, que, de acordo com [1] é o interior de uma esfera hipotética que delimita uma região de campo próximo reativo, na qual a potência reativa domina.

Além da definição nomeada, algumas das principais características de Antenas Eletricamente Pequenas referidas em [1] são: estrutura simples, diagrama de radiação omnidirecional<sup>1</sup>, baixa resistência de entrada e alta reatância.

Pode se tomar como exemplo uma antena do tipo dipolo curto (uma das antenas mais

---

<sup>1</sup>A definição de diagrama de radiação omnidirecional está no anexo A

simples devido a sua fácil construção), que circunscrita por uma esfera hipotética de raio  $a$  (*esfera de radiano*), como na figura 2.1, terá como maior dimensão possível o valor  $2a$ .

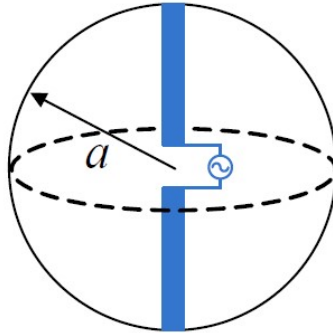


Figura 2.1 – Antena do tipo dipolo curto circunscrita por uma esfera hipotética de raio  $a$

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Utilizando o conceito mencionado anteriormente e a dimensão máxima dessa antena, deve-se ter que:

$$2a < \frac{\lambda}{2\pi} \quad (2.1)$$

Substituindo pelo valor de  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ :

$$\frac{2\pi}{\lambda}a = ka < \frac{1}{2} \quad (2.2)$$

Portanto, de acordo com esse exemplo citado em [2], para que uma antena do tipo dipolo curto seja considerada eletricamente pequena o valor de  $ka$  deve ser menor que 0.5.

Ademais, segundo [1], essa antena dipolo curto tem o *diagrama de radiação*<sup>2</sup> bastante semelhante ao do *dipolo ideal*, termo que será bastante usado ao longo desse estudo com objetivo de descrever uma corrente de amplitude uniforme e eletricamente pequena.

## 2.2.2 Regiões de campo

É ainda importante detalhar os conceitos de região de campo próximo reativo, campo próximo radiante e campo distante a fim de se entender melhor as questões que permeiam as

<sup>2</sup>A definição de diagrama de radiação se encontra no anexo A

limitações fundamentais de ESAs, que serão abordadas na seção 2.2.3. Para tal, serão usadas as definições vistas em [1] e [4].

Na seção 2.2.1 foi aludido o conceito de *esfera de radiano*, e mencionado que dentro dessa região a densidade de potência reativa domina. Isso se deve ao fato de que, de acordo com [1], para o *dipolo ideal*, a distância na qual a máxima potência radiada é igual a máxima potência reativa é  $r = a = \frac{\lambda}{2\pi}$ . Em vista disso, esse exato valor divide duas regiões de campo próximo: campo próximo reativo e campo próximo radiante. Ainda, a maiores distâncias, isto é,  $r \gg \frac{\lambda}{2\pi}$ , temos a chamada região de campo distante onde toda potência é a radiada.

Complementando essa definição, sabe-se de [4] e [1] que na região de campo próximo radiante a distribuição angular de energia radiada depende diretamente da distância até a antena, enquanto que na região de campo distante a distribuição de energia radiada (*diagrama de radiação*) independe da distância até a antena.

Na região de campo próximo reativo de ESAs consta predominância de campos reativos. Esse resultado pode ser observado tomando como referência o *dipolo ideal*, ou seja, uma corrente de amplitude constante  $I$  e eletricamente pequena onde  $\Delta z \ll \lambda$ , seja  $\Delta z$  um elemento de corrente ao longo do eixo  $z$ . É possível calcular os campos elétrico e magnético originados por ele, substituindo a integral de volume desse elemento na equação de campo magnético 2.6, que advém da Lei de Gauss Magnética (Equações de Maxwell), como feito em [1].

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.3)$$

A integral de volume do *dipolo ideal* se reduz a uma integral de linha, devido às suas dimensões, que é dada por:

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{z}} \mu I \int_{-\frac{\Delta z}{2}}^{\frac{\Delta z}{2}} \frac{e^{-jkR_d}}{4\pi R_d} dz' \quad (2.4)$$

Onde  $R_d$  indica a distância entre dois pontos no espaço tridimensional (sendo um deles o elemento de corrente  $\Delta z$  e o outro um ponto de teste  $P$ ) e  $r$  o raio no sistema de coordenadas esféricas. Para o *dipolo ideal* as seguintes aproximações podem ser aplicadas:  $\Delta z \ll 1$  e  $R_d \approx r$ . Então, resolvendo a integral tem-se:

$$\mathbf{A} = \frac{\mu I e^{-jkr}}{4\pi r} \Delta z \hat{\mathbf{z}} \quad (2.5)$$

O campo magnético é obtido de 2.3 e pode ser desenvolvido até o resultado mostrado na

equação 2.6, como em [1].

$$\mathbf{H} = \frac{I\Delta z}{4\pi} jk \left( 1 + \frac{1}{jkr} \right) \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \hat{\phi} \quad (2.6)$$

Do mesmo modo, é realizável desenvolver o cálculo do campo elétrico para o *dipolo ideal* a partir da Lei de Ampère (Equações de Maxwell), como em feito em [1], até a seguinte equação:

$$\mathbf{E} = \frac{I\Delta z}{4\pi} j\omega\mu \left[ 1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2} \right] \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \theta \hat{\theta} + \frac{I\Delta z}{2\pi} \eta \left[ \frac{1}{r} - j\frac{1}{kr^2} \right] \frac{e^{-jkr}}{r} \cos \theta \hat{\mathbf{r}} \quad (2.7)$$

A partir dos resultados encontrados em 2.6 e 2.7 é interessante observar que a expressão do campo elétrico tem componente transversal ( $\theta$ ) imaginária na região de campo próximo ao *dipolo ideal*. A relevância dessa informação se dá pelo fato de que densidade de potência imaginária no campo próximo se manifesta por meio de uma componente reativa na impedância de entrada da antena, que, como mencionado em 2.1, é grande determinante da ineficiência de Antenas Eletricamente Pequenas e será tratado pelo uso de topologias ativas mais à frente.

A delimitação das regiões de campo próximo e campo distante para Antenas Eletricamente Pequenas pode ser melhor visualizada na imagem abaixo:

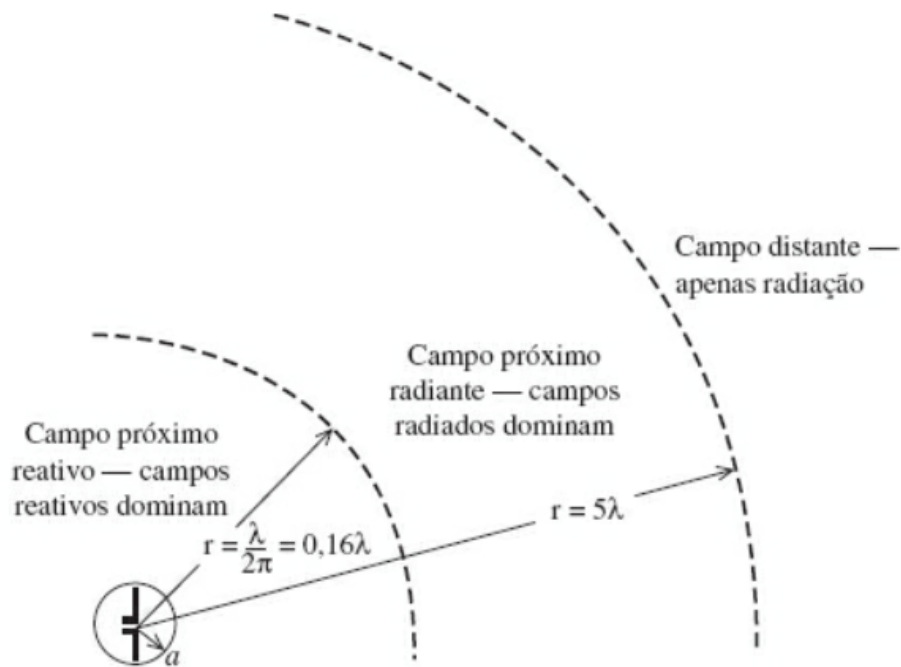


Figura 2.2 – Regiões de campo para ESAs

Fonte: [1] STUTZMAN, W. L.; THIELE, G. A *Antenna theory and design*.

### 2.2.3 Limitações fundamentais de ESAs

Uma das limitações fundamentais de ESAs vem do fato de que, de acordo com [4] a componente reativa decai com a distancia da antena. Porém, para as dimensões de Antenas Eletricamente Pequenas essa componente é bastante predominante, como relatado na seção 2.2.2, e, portanto, não pode ser desprezada. Visto que diferentemente dos demais tipos de antena a maior parte da potência de entrada (energia reativa) é armazenada na região de campo próximo, o que faz com que as mesmas sejam tidas, até então, como ineficientes, pois pouca parte dessa potência chega às regiões de campo distante onde teria maior alcance.

Apesar do conceito de  $Q_{rad}$  ser complexo e alvo de bastante estudo ao longo das últimas décadas ele geralmente pode ser dito como fator de qualidade de radiação da antena, pode ser inferido pelo quociente entre a potência armazenada no campo próximo reativo e a potência radiada. Portanto, é possível concluir que o  $Q_{rad}$  de Antenas Eletricamente Pequenas é bastante alto, e a tentativa de diminuir esse valor será parte da solução proposta no escopo desse projeto. Inclusive, vários estudos sobre as limitações fundamentais de ESAs (como

por exemplo em [3], [5], [6] e [7]) tem foco principal nas limitações inferiores desse valor em função do tamanho da antena. Alguns dos principais estudos envolvendo o fator  $Q_{rad}$  serão inspecionados na próxima seção (2.2.4).

## 2.2.4 Antenas de Wheeler e de Chu

### 2.2.4.1 ESAs de Wheeler

Algumas das limitações fundamentais de ESAs foram estudadas primeiramente por Wheeler em [3]. Esse trabalho propõe que essas restrições podem ser simbolizadas por fórmulas simples. Além disso, essencialmente um capacitor pode agir como um dipolo elétrico e um indutor como um dipolo magnético, e as limitações serão as mesmas desde que ambos ocupem o mesmo volume. Ou seja, ESAs podem essencialmente se comportar como uma capacitância ou uma indutância sem perdas onde, segundo [2] a potência dissipada (perda) corresponde à potência radiada.

Para tanto, Wheeler opta por usar o formato cilíndrico para representar as duas ESAs. Esse formato foi escolhido porque é a única forma que pode ser ocupada tanto por um capacitor quanto para um indutor, como pode ser observado na figura 2.3 que ilustra uma antena elétrica representada por um capacitor e uma antena magnética representada por um indutor senoidal. Essas antenas podem ainda ser modeladas por um circuito elétrico com um capacitor em shunt com uma condutância, para o caso da antena elétrica, e como um indutor com uma resistência em série, para o caso da antena magnética; ambas as representações são mostradas na figura 2.4.

A capacitância ( $C$ ) e a indutância ( $L$ ) foram calculadas por Wheeler usando as fórmulas em 2.8 e 2.9. Onde,  $k_a$  e  $k_b$  são termos relacionados a forma, no caso do capacitor é o quociente entre a área efetiva e a área real, e no caso do indutor o quociente entre o comprimento efetivo e o comprimento real; os valores  $\epsilon_0$  e  $\mu_0$  indicam permissividade e permeabilidade no espaço livre, respectivamente. Por fim,  $b$  indica a altura do cilindro,  $A$  a área da base e  $n$  o número de voltas do solenoide.

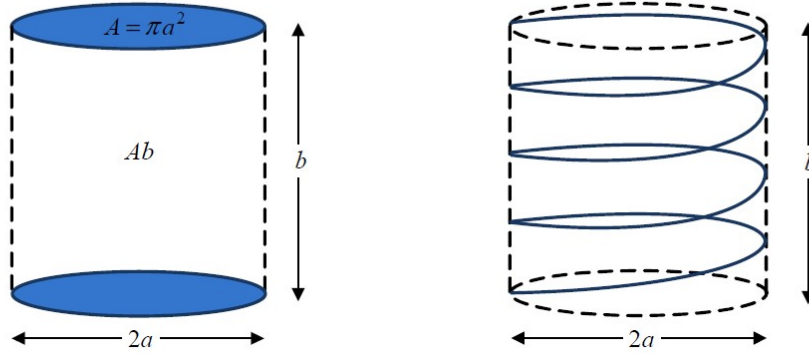


Figura 2.3 – Antenas eletricamente pequenas representadas por um capacitor e um indutor

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

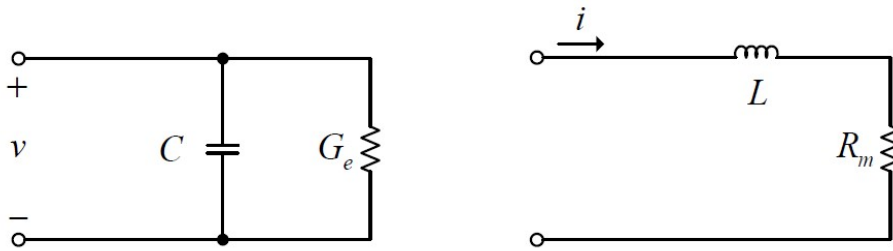


Figura 2.4 – Circuitos equivalentes para as ESAs (elétricas e magnéticas)

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

$$C = \epsilon_0 \frac{k_a A}{b} \quad (2.8)$$

$$L = \mu_0 n^2 \frac{A}{k_b b} \quad (2.9)$$

Complementarmente, a condutância em paralelo ( $G_e$ ) e a resistência em série ( $R_m$ ) serão calculadas em 2.10 por 2.11.

$$G_e = \frac{1}{6\pi Z_0} \left( \frac{k_a A}{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2} \right)^2 \quad (2.10)$$



$$R_m = 20 \left( \frac{nA}{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2} \right)^2 \quad (2.11)$$

Onde,  $Z_0 = 120\pi$  é a impedância de onda no espaço livre.

Utilizando esses resultados Wheeler escolheu por aplicá-los ao termo Fator de Potência de Radiação (RPF) ao invés de , a princípio, usar o  $Q_{rad}$ . Porém, a relação entre esses dois termos será abordada ao final dessa seção. Assim, de acordo com Wheeler o RPF ( $p_e$ ) é calculado pela equação 2.12 e o RPF ( $p_m$ ) para a antena magnética é dado pela equação 2.13. Onde  $\omega = 2\pi f$  é a frequência em radiano e  $k$  é o número de onda no espaço livre.

$$p_e = \frac{G_e}{\omega C} = \frac{1}{6\pi} \frac{k_a Ab}{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3} = \frac{1}{6\pi} k_a Ab k^3 \quad (2.12)$$

$$p_m = \frac{R_m}{\omega L} = \frac{1}{6\pi} \frac{k_b Ab}{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^3} = \frac{1}{6\pi} k_b Ab k^3 \quad (2.13)$$

A fim de adequar os cálculos ao termo mais utilizado no assunto, que é o  $Q_{rad}$ , e, portanto, mais comum, podemos chegar a uma comparação do RPF com o  $Q_{rad}$ .

Seja o fator de qualidade de radiação genericamente definido, segundo [8] e [6] como:

$$Q_{rad} = \frac{2\omega_0 \text{Max}(\tilde{W}_e \text{ ou } \tilde{W}_m)}{P_{rad}} \quad (2.14)$$

Onde  $P_{rad}$  é a potência radiada e  $\tilde{W}_e$  e  $\tilde{W}_m$  são a energia elétrica e magnética armazenadas, respectivamente, que segundo [9] são dadas por:

$$\tilde{W}_e = \frac{1}{4} C v^2 \quad (2.15)$$

$$\tilde{W}_m = \frac{1}{4} L i^2 \quad (2.16)$$

E o valor  $\omega_0$  é a frequência de ressonância, que é o valor na qual as energia elétrica e magnética armazenada nas antenas são iguais, isto é,  $\tilde{W}_e = \tilde{W}_m$ .

O  $Q_{rad}$  para a antena elétrica e para antena magnética, respectivamente, podem ser expressos, substituindo a potência radiada e as equações 2.15 e 2.16 na equação do fator de

qualidade de radiação supracitada (2.14), como a seguir:

$$Q_{rad} = \frac{2\omega_0 \tilde{W}_e}{P_{rad}} = \frac{2\omega_0 \left(\frac{1}{4} C v^2\right)}{\frac{1}{2} G_e v^2} = \frac{\omega_0 C}{G_e} \quad (2.17)$$

$$Q_{rad} = \frac{2\omega_0 \tilde{W}_m}{P_{rad}} = \frac{2\omega_0 \left(\frac{1}{4} L i^2\right)}{\frac{1}{2} R_m i^2} = \frac{\omega_0 L}{R_m} \quad (2.18)$$

Assim, ao se comparar as equações 2.17 e 2.18 com as equações para o Fator de Potência de Radiação é possível observar que o  $Q_{rad}$  é inversamente proporcional ao RPF, em ambos os casos. Como elucidado a seguir:

$$Q_{rad,eletrica} = \frac{\omega_0 C}{G_e} = \frac{1}{p_e} \quad \text{e} \quad Q_{rad,magnetica} = \frac{\omega_0 L}{R_m} = \frac{1}{p_m} \quad (2.19)$$

#### 2.2.4.2 ESAs de Chu

Os estudos de Chu [5] tiveram embasamento em modos de onda ortogonais utilizando as funções de Bessel para determinar o modelo de circuito equivalente, com componentes  $R$ ,  $L$  e  $C$ , para antenas nos modos  $TM$  e  $TE$ . Baseando-se nesse circuitos foi possível chegar a um limite inferior para o valor do  $Q_{rad}$  nesses casos.

A impedância de ondas de modo  $TM_{n0}$ , radiadas na direção  $r$  em coordenadas esféricas é dada por:

$$Z_r^{TM} = \frac{E_\theta}{H_\phi} \quad (2.20)$$

De acordo com Harrington [10] aplicando-se funções esféricas de Bessel, mostradas a seguir, em 2.20 a impedância é dada pela equação expandida mostrada em 2.22.

$$\frac{n+1}{x} f_n(x) + f'_n(x) = f_{n-1}(x) \quad \text{e} \quad f_{n-1}(x) + f_{n+1}(x) = \frac{2n+1}{x} f_n(x) \quad (2.21)$$

Portanto, expandindo-se a equação 2.20 tem-se:

$$Z_r^{TM} = \eta \frac{n}{jkr} + \frac{\eta}{\frac{2n-1}{jkr} + \frac{1}{\frac{2n-3}{jkr} + \dots + \frac{1}{\frac{3}{jkr} + \frac{1}{\frac{1}{jkr} + 1}}}} \quad (2.22)$$

Chu então usou esta equação para elaborar um modelo de circuito equivalente para antenas de modo  $TM_{n0}$ . Por exemplo, para  $n = 1$ , ou seja, a impedância de entrada para ondas de modo de propagação  $TM_{10}$  é dada por

$$Z_r^{TM_{10}} = \frac{\eta}{jkr} + \frac{\eta}{\frac{1}{jkr} + 1} \quad (2.23)$$

Por meio dessa equação o circuito equivalente dessa antena pode ser modelado como na figura 2.5, onde  $\epsilon_0$  indica a permissividade no espaço livre e  $\mu_0$  a permeabilidade.

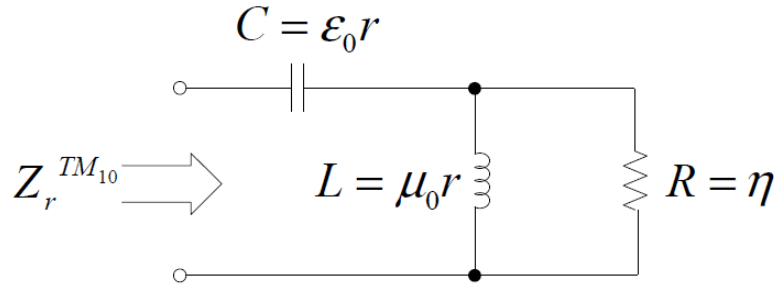


Figura 2.5 – Circuito equivalente para uma antena com modo de propagação  $TM_{10}$

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Usando a impedância da onda na equação 2.23 o mínimo  $Q_{rad}$  pode ser calculado. Segundo McLean [11] este é dado por

$$Q_{chu} = \frac{1 + 2k^2 a^2}{(ka)^3 [1 + k^2 a^2]} \quad (2.24)$$

Ao aplicar a equação 2.24 para Antenas Eletricamente Pequenas, ou seja,  $ka \ll 1$  o valor de  $Q_{chu}$  é proporcional ao inverso de  $(ka)^3$ .

Foi descoberto mais tarde por McLean [11] que a limitação inferior do valor de  $Q_{chu}$ , tanto para antenas com modo de propagação  $TM_{10}$  quanto  $TE_{10}$  é dada por

$$Q_{rad} = \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka} \quad (2.25)$$

Os estudos de Chu obtiveram a conclusão de que, segundo a equação acima, a largura de banda de Antenas Eletricamente Pequenas são intensamente afetadas pelo seu tamanho.

### 2.3 LIMITAÇÕES DO CASAMENTO DE IMPEDÂNCIA EM BANDA LARGA

Listadas as limitações fundamentais que caracterizam ESAs, é importante esclarecer nesse contexto as restrições fundamentais relacionadas a casamento de impedância envolvendo essas antenas.

Como mencionado anteriormente na seção 2.2.1 a impedância (ou admitância) de uma Antenas Eletricamente Pequenas é caracterizada por ter uma baixa resistência (parte real) e alta reatância (ou susceptância). Logo, é imprescindível adicionar uma rede de casamento de impedância externa a fim de otimizar a transferência de potência do transmissor para a antena, ou da antena para o receptor (em cada caso, transmissão ou recepção).

Para essa situação é interessante implementar um casamento de impedância em banda larga, a fim de aumentar a margem de atuação da antena. Porém, esse tipo de projeto possui um grau de complexidade e restrições que devem ser avaliadas; as mesmas foram estudadas por Bode [12] e Fano [13], que são as principais contribuições relacionadas ao tema, e serão elucidadas a seguir.

Os primeiros estudos sobre a problemática de casamento de impedância em banda larga foram realizados por Bode [12] e posteriormente complementados por Fano [13]. Bode chegou à conclusão de que o produto entre ganho e banda passante de um circuito de casamento de impedância do tipo  $RC$  paralelo para estruturas passivas (como na figura 2.6) apresenta um limite. Este é dado pela expressão 2.26, onde  $\Gamma(\omega)$  é o coeficiente de reflexão de entrada da rede e  $\omega$  a frequência.

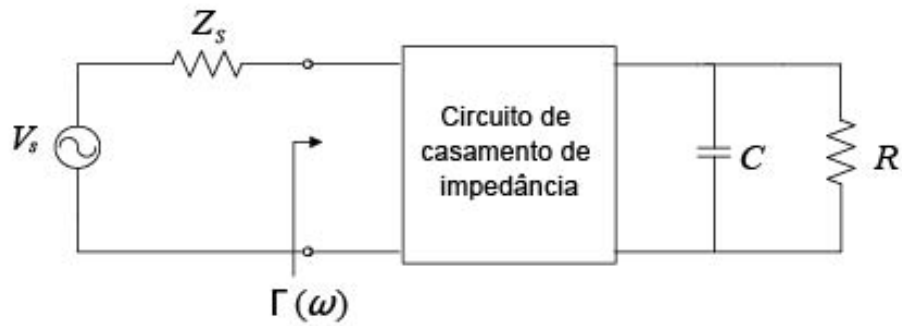


Figura 2.6 – Circuito de casamento de impedância para um circuito RC paralelo

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas* (Modificado)

$$\int_0^{\infty} \ln \frac{1}{|\Gamma(\omega)|} d\omega \leq \frac{\pi}{RC} \quad (2.26)$$

Assim, a conclusão obtida por Bode é de grande importância, pois indica que existe um limite de largura de banda no qual é possível obter um ganho especificado.

Essa ideia foi posteriormente estudada por Fano, chegando ao critério Bode-Fano, que indica que existe uma troca entre a largura de banda e o mínimo coeficiente de reflexão possível. Em outras palavras, determinado um destes parâmetros o outro é limitado.

Analisando para uma antena do tipo dipolo curto, é dito em [2] que a impedância de entrada pode ser modelada por um circuito  $RC$  série, como na figura 2.7, também com um circuito de casamento de impedância para estruturas passivas.

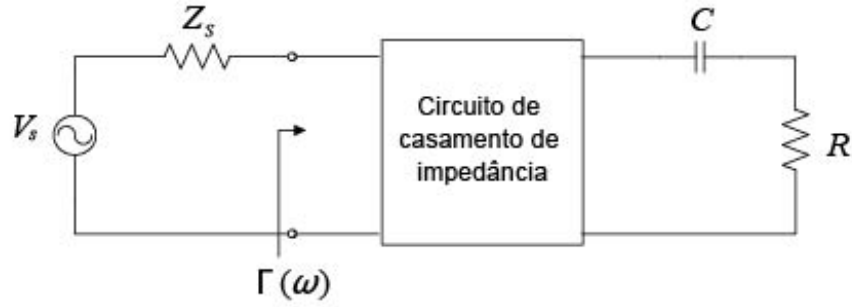


Figura 2.7 – Circuito de casamento de impedância para um circuito RC série

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas* (Modificado)

Em [14] o critério de Bode mencionado na expressão anterior é estendido para esse tipo de circuito e pode ser dado pela equação 2.27 :

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\omega^2} \ln \frac{1}{|\Gamma(\omega)|} d\omega < \pi RC \quad (2.27)$$

Assumindo então o coeficiente de reflexão um valor constante  $\Gamma_m$  ao longo de uma largura de banda compreendida entre as frequências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , como ilustrado no gráfico da figura 2.8, a mesma expressão pode ser reescrita, ainda de acordo com [14], como segue:

$$\int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{1}{\omega^2} \ln \frac{1}{|\Gamma_m|} d\omega = \Delta\omega \ln \frac{1}{|\Gamma_m|} \leq \pi\omega_0^2 RC \quad (2.28)$$

Onde o valor de  $\omega_0$  é a média geométrica dos limites inferior e superior da banda de interesse, ou seja  $\omega_0 = \sqrt{\omega_1\omega_2}$ .

Ao isolar o valor do coeficiente de reflexão da equação 2.28 tem-se o resultado segundo a equação 2.29, que indica que o coeficiente de reflexão também pode ser minimizado ao custo de uma largura de banda menor.

$$\exp\left(\frac{-\pi\omega_0^2 RC}{\Delta\omega}\right) \leq |\Gamma_m| \quad (2.29)$$

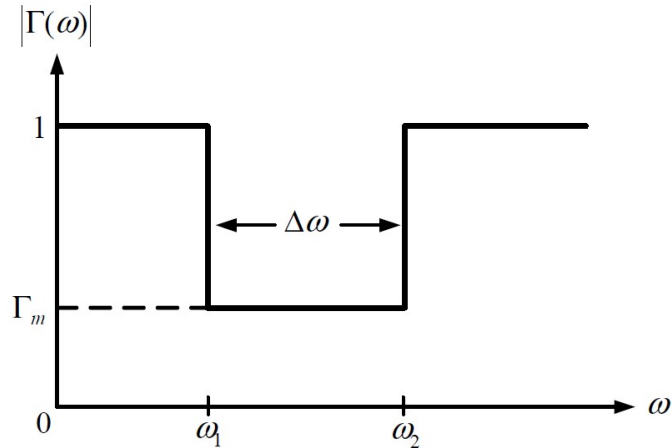


Figura 2.8 – Coeficiente de reflexão em função de um  $\Delta\omega$

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

## 2.4 TOPOLOGIAS ATIVAS E PASSIVAS

As discussões da seção anterior levam à conclusão de que não pode haver casamento de impedância entre uma antena eletricamente pequena e um circuito de casamento de impedância convencional em larguras de bandas amplas, devido a limitação de Bode-Fano discutida.

No entanto, para contornar essa situação topologias Non-Foster podem ser aplicadas, já que são topologias ativas, então, não tem a limitação de largura de banda de redes de casamento de impedância passivas, como foi visto na seção anterior. Assim, essas reatâncias Non-Foster serão incorporadas à rede de casamento de impedância das ESAs a fim de cancelar o componente reativo, que é bastante alto. Tanto esse conceito como a sua realização serão melhor esclarecidos nas próximas seções deste trabalho.

Uma rede de casamento de impedância ideal não teria perdas e proveria a conexão ideal entre transmissor e carga ao longo de qualquer valor de frequência ([15]), para tanto, é necessário que haja máxima transferência de potência entre a carga e a fonte. Essa condição só seria possível se tanto a fonte quanto a carga fossem totalmente reais, e a rede de casamento fosse um transformador ideal. Contudo, esse não é o caso de circuitos que modelam antenas, pois o componente reativo presente neles varia com a frequência. Portanto, conclui-se que não é possível atingir um casamento de impedância ideal com Antenas Eletricamente Pequenas usando redes passivas, exceto talvez em limitados valores de frequências.

Para tanto, uma grande vantagem da utilização de topologias ativas para esse casamento de impedância é ilustrada na figura 2.9. O circuito abaixo do gráfico na figura exemplifica uma antena dipolo curto (eletricamente pequena) com modo de propagação<sup>3</sup>  $TM_{10}$ . Segundo [2], para esse tipo de antena um indutor em série pode ser usado para fazer o casamento de impedância. Esta impedância convencional é dita do tipo Foster; assim, o gráfico à esquerda mostra que esse tipo de topologia passiva cancela a reatância da rede apenas para um valor específico de frequência, em contraposição ao gráfico à direita em que se é utilizada uma impedância do tipo Non-Foster, representado na figura pelo Capacitor negativo, que cancela a reatância da rede para uma margem de valores de frequência maior.

Ainda pela carta de Smith tem-se que, quando uma impedância ideal do tipo Non-Foster é aplicada, o coeficiente de reflexão da antena se move no sentido anti horário ao passo que a frequência aumenta.

Como dito anteriormente, o casamento de impedância ideal ocorre quando há máxima transferência de potência, o que acontece quando a impedância da fonte é igual ao conjugado da impedância da carga, em outras palavras, reatâncias de fonte e carga devem ser simétricas. É uma condição desejada para projetos de transmissão e recepção, já que uma transferência de potência ineficiente pra uma antena reduz a potência irradiada e, conseqüentemente, o alcance dessa antena. Porém, essa condição exata não pode ser idealmente realizada entre uma topologia do tipo Non-Foster e uma antena eletricamente pequena. Ainda assim, há muitas vantagens nesse casamento como as já mencionadas, além disso o ganho e a eficiência da antena podem aumentar bastante usando essa topologia.

## 2.4.1 Impedâncias Foster

O estudo sobre o entendimento de topologias do tipo Foster e Non-Foster começa em revisar o que são de fato impedâncias Foster. De modo essencial, de acordo com o Teorema de Reatância de Foster [16], impedâncias que obedecem a ele são ditas impedâncias do tipo Foster. São estes, resumidamente, circuitos que podem ser realizados na forma  $jLp + (jCp)^{-1}$  ou na forma  $[jLp + (jCp)^{-1}]^{-1}$  ao longo de frequências  $p/2\pi$ . Em outras palavras, determinadas combinações em série e paralelo de elementos passivos, Capacitores e Indutores.

Ainda de acordo com o Teorema de Foster, como concluído por [2], a frequência deriva tanto da reatância quanto da susceptância e estão relacionadas com a energia armazenada do circuito, e, portanto, são ambas positivas. Em outros termos, essas curvas (da reatância e da

---

<sup>3</sup>O modo de propagação  $TM$  remete a Transversal Magnético e significa que o campo magnético  $\mathbf{H}$  é perpendicular à direção de propagação adotada



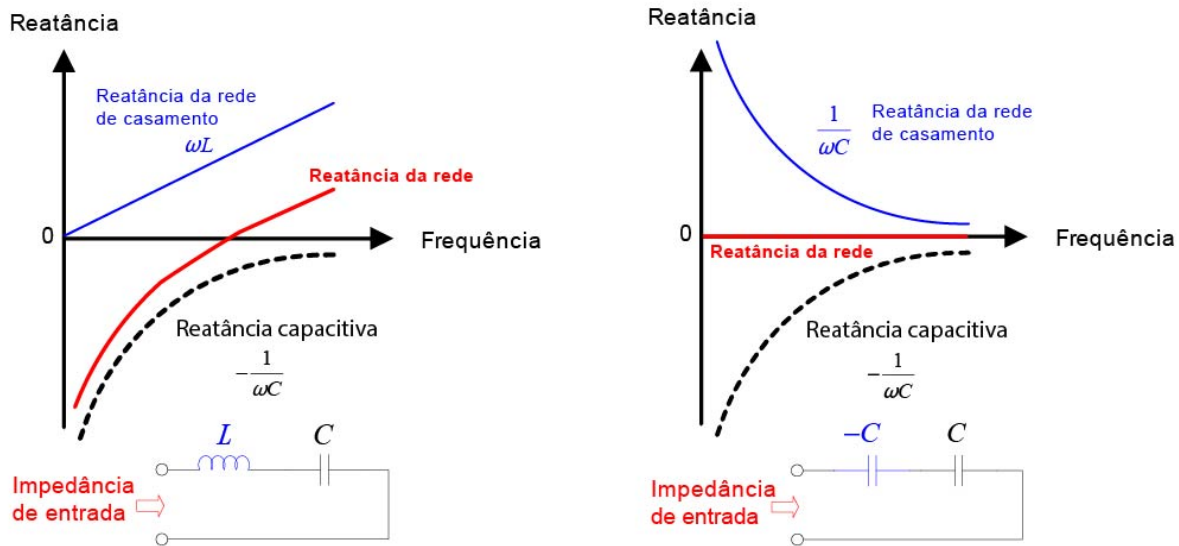


Figura 2.9 – Reatância da rede de uma antena eletricamente pequena com circuito de casamento de impedância Foster vs Non-Foster

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas* (Modificado)

susceptância, versus a frequência) devem ser sempre positivas; como elucidado na equação (2.30)

$$\frac{\partial X(\omega)}{\partial \omega} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial B(\omega)}{\partial \omega} > 0 \quad (2.30)$$

Ademais, uma outra consequência desse teorema é que os zeros e os polos da reatância ou da susceptância devem se alternar com o aumento da frequência; assim como ilustrado na figura 2.10. Em outras palavras, após passar por um polo a função terá curva negativa, assim, deve impreterivelmente passar pelo zero antes de chegar ao próximo polo.

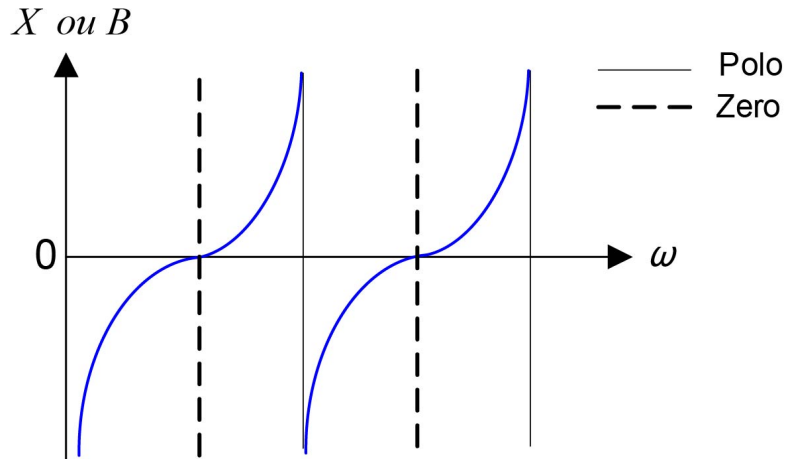


Figura 2.10 – Reatância ou Susceptância de um elemento Foster ao longo da frequência

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas* (Modificado)

Dessa definição pode-se concluir também que em razão de ambas as derivadas parciais serem sempre positivas, o coeficiente de reflexão de impedâncias do tipo Foster segue o sentido de rotação horário na carta de Smith à medida que a frequência aumenta.

## 2.4.2 Impedâncias Non-Foster

Esclarecidas as condições que estabelecem um circuito do tipo Foster, pode-se então prosseguir para a conclusão de que impedâncias do tipo Non-Foster tem características totalmente opostas. Isto é, impedâncias Non-Foster são aquelas que descumprem o Teorema de reatância de Foster.

Exemplos de impedâncias desse tipo a ser citados são capacitores ou indutores negativos. Além disso, também são especificados pela curva negativa de reatância ou susceptância com o aumento da frequência, e pela rotação anti-horária na carta de Smith (também à medida que a frequência aumenta).

Essa última característica é mostrada na figura 2.11, que exemplifica a variação do coeficiente de reflexão com o aumento da frequência na carta de Smith de um capacitor negativo, à esquerda, e o coeficiente de reflexão de um indutor negativo à direita.

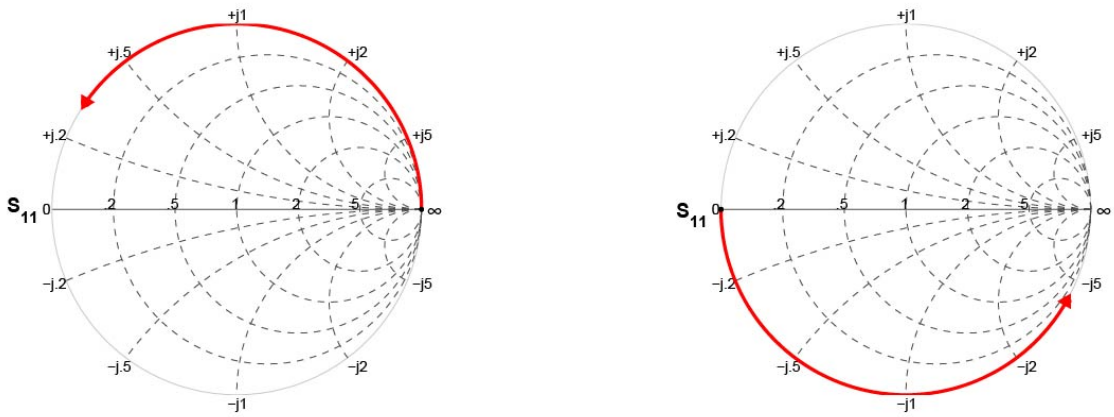


Figura 2.11 – Coeficiente de reflexão de um capacitor e de um indutor Non-Foster com o aumento da frequência

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Lembrando que, seja uma impedância representada pelo quociente de dois polinômios em função de  $s$ , do tipo  $Z(s) = \frac{N(s)}{D(s)}$ , tal que  $s = \sigma + j\omega$ , a impedância de um Capacitor negativo e de um Indutor negativo, respectivamente, serão do tipo mostrado na 2.31. Assumindo-se  $C > 0$  e  $L > 0$ .

$$Z(s) = \frac{-1}{sC} \quad \text{e} \quad Z(s) = -sL \quad (2.31)$$

## 2.5 REALIZAÇÃO DE TOPOLOGIAS ATIVAS

As implementações de elementos do tipo Non-Foster devem ser componentes ativos no sistema, no sentido de produzir energia ao invés de consumir, a fim de fazer com que a derivada da frequência mencionada na 2.30 seja negativa, portanto são referidas como topologias ativas de circuito. Essas topologias ativas serão revisadas nas seções 2.5.1 e 2.5.2 a seguir; são essas Conversor de Impedância Negativa (NIC) e Inversor de Impedância Negativa (NIV).

### 2.5.1 Conversores de Impedância Negativa

O Conversor de Impedância Negativa pode ser usado para que o circuito tenha comportamento do tipo Non-Foster. Segundo [17] e [18], um NIC ideal pode ser definido por um quadripolo (como exemplificado na figura 2.12) onde a impedância (ou admitância) em um terminal é o negativo da impedância (ou admitância) no outro terminal. Além disso, usualmente a impedância ou a admitância no terminal de entrada é escalonada por uma constante.

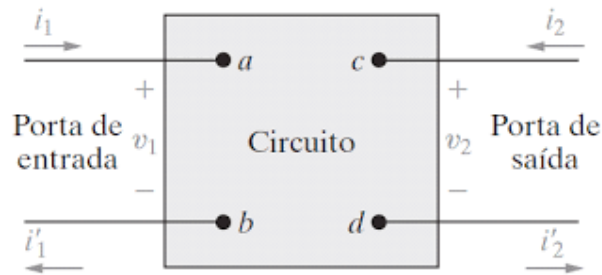


Figura 2.12 – Circuito do tipo Quadripolo

Fonte: Site do departamento de Engenharia elétrica da UFMG <<http://www.cpdee.ufmg.br>>

De acordo com Merrill [17], e mencionado também em [15], o uso de NIC se originou em 1920 com a finalidade de diminuir a perda resistiva em circuitos. Em 1951 foi então realizado por Merrill um conversor de impedância negativa com o propósito de desenvolver um novo tipo de repetidor para telefone e aumentar o ganho nas linhas telefônicas. Os trabalhos de Merrill [17] foram posteriormente incrementados por Linvill [18], que apresentou o primeiro NIC composto por transistores e também introduziu dois tipos de NIC por inversão de tensão. No entanto, mesmo que essas topologias estejam sendo estudadas e desenvolvidas há várias décadas, ainda é de bastante complexidade realizar uma impedância Non-Foster estável para antenas em um amplo espectro de frequência.

A representação de um Conversor de Impedância Negativa ideal pode ser visualizada na figura 2.13. Onde os valores  $Z_{in}$  e  $Z_L$  correspondem à impedância de entrada e da carga, respectivamente. A impedância de entrada é ainda escalonada por uma constante  $K$ , que é chamada de coeficiente de conversão de impedância do NIC.

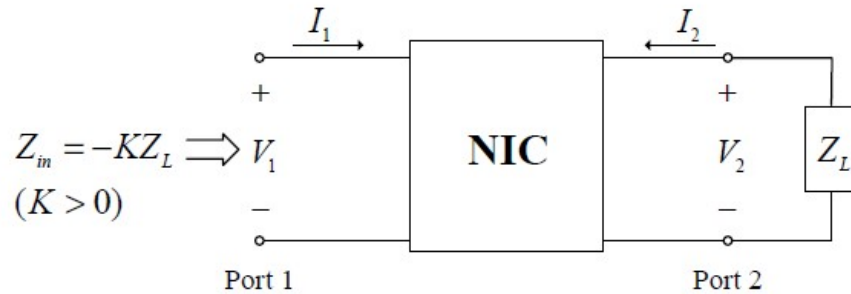


Figura 2.13 – Representação de um circuito com NIC ideal

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Relações de quadripolos serão usadas aqui para caracterizar topologias do tipo Inversor de Impedância Negativa e Conversor de Impedância Negativa. No caso dessa última topologia, o quadripolo de parâmetros híbridos  $h$  é o que melhor representa o funcionamento do NIC ideal, portanto essas mesmas equações serão usadas. Elas podem ser encontradas na maioria dos livros básicos para estudo de circuitos elétricos, neste trabalho foi usado [19].

A denominação de que os parâmetros são híbridos se deve ao fato de que indicam valores de unidades diferentes, como é possível observar na figura 2.14 os valores  $h_{11}$  e  $h_{22}$  indicam a impedância de entrada do circuito aberto e a admitância de saída do circuito aberto, respectivamente. E os valores  $h_{12}$  e  $h_{21}$  representam ganho de tensão inverso e o ganho de corrente do circuito.

O esquema a seguir demonstra, de acordo com [20], um circuito equivalente de um quadripolo com parâmetros híbridos  $h$ , com uma carga arbitrária  $Z_L$ , essencialmente passiva, na porta de saída:

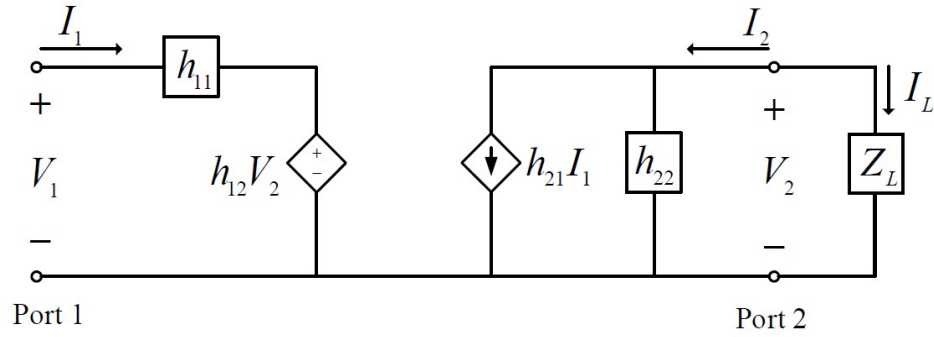


Figura 2.14 – Circuito de um NIC representado por um quadripolo com parâmetros híbridos  $h$  e impedância passiva  $Z_L$  na porta de saída

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Nesse tipo de quadripolo a tensão de entrada e a corrente de saída do circuito podem ser expressadas em função da corrente de entrada e da tensão de saída. Assim consta na equação matricial subsequente:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Os valores dos parâmetros híbridos podem ser obtidos a partir da equação matricial colocando-se a entrada em aberto,  $I_1 = 0$ , para encontrar os valores de  $h_{12}$  e  $h_{22}$ . E depois a saída em curto circuito,  $V_2 = 0$  a fim de encontrar os valores  $h_{11}$  e  $h_{21}$ . Assim tem-se os valores dos parâmetros híbridos  $h$  :

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} \quad h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0} \quad (2.33)$$

Para estabelecer uma relação entre a impedância de entrada  $Z_{in}$  e a carga  $Z_L$  na porta de saída observa-se a equação matricial 2.32. Escrevendo-a na forma de sistema:

$$V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \quad (2.34a)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \quad (2.34b)$$

Observando que  $Z_L = -\frac{V_2}{I_2}$ , portanto  $V_2 = -Z_L I_2$ , e substituindo na equação 2.34a

$$V_1 = h_{11} I_1 - h_{12} Z_L I_2$$

e também na equação 2.34b

$$\begin{aligned} I_2 &= h_{21} I_1 + h_{22} (-Z_L I_2) \\ 0 &= h_{21} I_1 - Z_L I_2 h_{22} - I_2 \\ 0 &= h_{21} I_1 - (1 + Z_L h_{22}) I_2 \end{aligned}$$

Teremos o sistema 2.35, que pode ser resolvido para  $I_1$  isolando-se  $I_2$  na segunda equação e substituindo na primeira para obter a razão  $\frac{V_1}{I_1}$ , que corresponde ao valor da impedância de entrada  $Z_{in}$ .

$$V_1 = h_{11} I_1 - h_{12} Z_L I_2 \quad (2.35a)$$

$$0 = h_{21} I_1 - (1 + Z_L h_{22}) I_2 \quad (2.35b)$$

Assim, seja a carga passiva  $Z_L$ , a impedância  $Z_{in}$  na porta de entrada é dada por:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = h_{11} - \frac{h_{12} h_{21} Z_L}{h_{22} Z_L + 1} \quad (2.36)$$

Para que o NIC seja ideal é desejado que  $Z_{in} = -K Z_L$ , portanto, ao observar o resultado anterior 2.36, deve-se ter as seguintes condições:  $h_{11} = h_{22} = 0$  e  $h_{12} h_{21} = K$ . Pela segunda condição conclui-se que  $h_{12}$  e  $h_{21}$  podem ser tanto positivos quanto negativos, o que, de acordo com Perry [21], levará a dois tipos diferentes de Conversor de Impedância Negativa: Conversores de corrente e Conversores de tensão, que serão pormenorizados a seguir.

#### 2.5.1.1 NICs - Conversores de corrente

Como estabelecido por Perry [21], o princípio de funcionamento desse tipo de Conversor de Impedância Negativa é inverter a corrente da carga sem alterar a polaridade das tensões de entrada e saída. Para tanto deve-se ter os valores de  $h_{12}$  e  $h_{21}$  positivos.

Logo, admitindo as seguintes condições  $h_{12} = h_{21} = 1$  (apenas para simplificação) e

$h_{11} = h_{22} = 0$ , da equação 2.32 conclui-se que:

$$V_1 = V_2 \quad \text{e} \quad I_1 = I_2 \quad (2.37)$$

De acordo com Larky [22] essas condições são necessárias e suficientes para que se tenha um NIC ideal. Contudo, em um circuito prático pode ser que os valores de  $h_{11}$  e  $h_{22}$  não sejam zero, nesse caso haverá o que pode-se chamar de *impedâncias e/ou admitâncias parasitas*, nesses casos é necessário procurar meios para neutralizar esses efeitos. Em alguns casos, as próprias propriedades do NIC podem servir para fazer essa compensação.

Conforme as relações expressas em 2.37, a relação entre a corrente na porta de entrada e a corrente na carga é dada por:

$$I_1 = -I_L \quad (2.38)$$

Tem-se então, a impedância de entrada como:

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{-I_L} = \frac{I_L Z_L}{-I_L} = -Z_L \quad (2.39)$$

Dessa forma, em um circuito NIC Inversor de corrente ideal (aqui será chamado de INIC) a matriz de parâmetros híbridos  $h$  é, então, dada por:

$$h = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Para que topologias do tipo NIC sejam estáveis o estudo realizado por Larky em [22] parte da representação de um transistor BJT por meio de um circuito linear simples, tal como o modelo da figura 2.15.



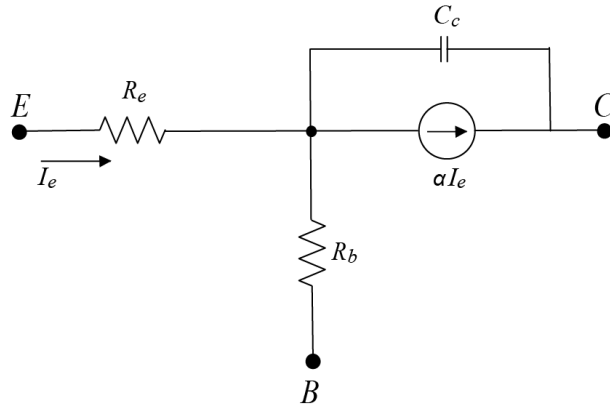


Figura 2.15 – Representação simples de um transistor BJT

Ainda para esse estudo é importante que os transistores usados em circuitos NIC tenham  $\alpha$  próximo de 1 ou que sejam bastante estáveis. Ambas condições se concretizam ao se trocar um transistor simples por um acoplamento do tipo *par de Darlington* mostrado na figura 2.16. De acordo com [22], nessa configuração pode-se considerar o par como formando um transistor de  $\alpha$  efetivo dado por:

$$\alpha_{efetivo} = \alpha_{T1} + \alpha_{T2} - \alpha_{T1} \alpha_{T2} \quad (2.41)$$

Assim sendo, dois transistores com  $\alpha = 0,98$  formam um par de Darlington com  $\alpha_{efetivo}$  igual a 0,9996.

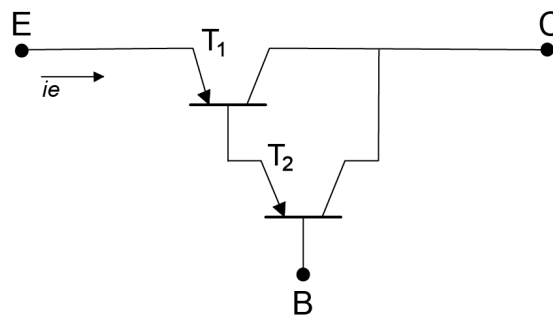


Figura 2.16 – Acoplamento do tipo *par de Darlington* - PNP

Essa configuração de transistores é usada para montar um Conversor de Impedância Negativa de Larky exemplificado na figura 2.17. Nesse circuito, foi demonstrado que para uma carga  $Z_L$  no terminal de saída a impedância de entrada obtida é, aproximadamente,  $Z_{in} = -\frac{R_1}{R_2} Z_L$ . A mesma razão  $\frac{R_1}{R_2}$  controla o ganho inverso de corrente, dado por  $\frac{I_1}{I_2}$ .

Larky também desenvolveu e analisou outros modelos de NIC estáveis em altas frequências [22]. As considerações finais obtidas (e demonstradas) por ele acerca da estabilidade desses circuitos são que: serão estáveis quando o terminal de saída (porta 2) estiver em circuito aberto (incluindo o exemplo da figura 2.17) ou quando ambos os terminais estiverem em curto-circuito, mas serão instáveis quando o terminal de entrada estiver em circuito aberto e o terminal de saída em curto-circuito.

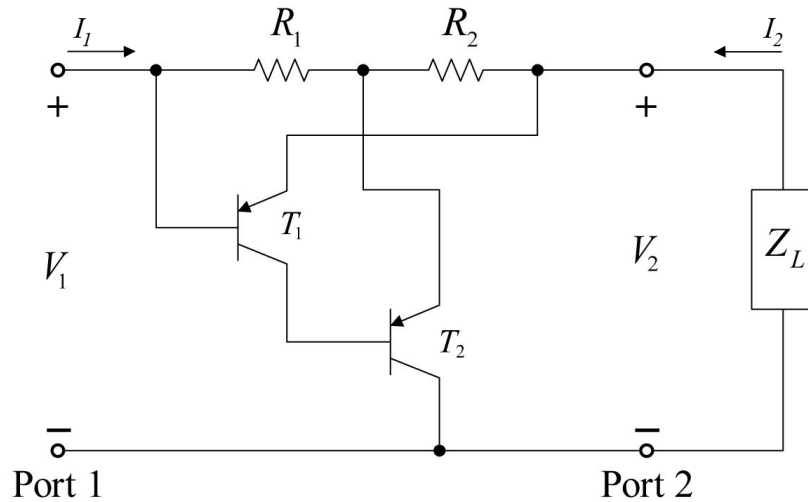


Figura 2.17 – INIC: Conversor de corrente de Larky

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas* (Modificado)

### 2.5.1.2 NICs - Conversores de tensão

Analogamente à seção anterior, o NIC Inversor de tensão (VNIC) será ideal quando se tiver  $h_{12}$  e  $h_{21}$  negativos. Este conversor deve, desejavelmente, inverter a tensão mantendo o sentido das correntes do circuito inalteradas.

Logo, admitindo que  $h_{12} = h_{21} = -1$ , da equação 2.32 tem-se que:

$$V_1 = -V_2 \quad \text{e} \quad I_1 = -I_2 \quad (2.42)$$

Portanto, a relação na porta de entrada é

$$V_{in} = V_1 = -V_2 = -I_L Z_L \quad \text{e} \quad I_1 = I_L \quad (2.43)$$

E a impedância de entrada é dada por

$$Z_{in} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{-I_L Z_L}{I_L} = -Z_L \quad (2.44)$$

Do mesmo modo, para um VNIC ideal a matriz de parâmetros  $h$  é dada por:

$$h = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Como exemplo de um NIC Inversor de tensão a figura 2.18 mostra uma topologia desenvolvida por Linvill [18], onde a impedância de entrada é idealmente  $Z_{in} = -\frac{R_2}{R_1} Z_L$ .

Linvill desenvolveu duas topologias principais de NIC Inversor de tensão utilizando transistores do tipo Transistor de Junção Bipolar, conversores balanceados e não balanceados. Além disso estudou a estabilidade desses conversores em circuito aberto e em curto-circuito.

Em adição a variedade de aplicações das topologias estudadas, Linvill também chegou a importantes conclusões no tocante à estabilidade dessas topologias de conversores transistorizados (em ambos os casos). Em suma, o conversor que puder atender aos critérios de estabilidade tanto em circuito aberto quanto em curto-circuito será estável para qualquer carga real aplicada. Ademais, como pontuado em [23], ao se empregar topologias de Conversor de Impedância Negativa em circuitos, os conversores estáveis em circuito aberto devem compor o circuito introduzidos somente em série, e os conversores estáveis em curto-circuito deverão ser conectados apenas em paralelo.

Foi verificado por Linvill [18] que para que esses critérios de estabilidade fossem devidamente aplicados o conversor em circuito aberto deverá ter a impedância de entrada conectada ao emissor do BJT e o valor de  $\alpha$  menor que um. No caso do conversor em curto-circuito o coletor do BJT é o que deve estar conectado à entrada, também com  $|\alpha| \leq 1$ .

O circuito VNIC na figura 2.18 exemplifica um conversor não balanceado estável em circuito aberto, que é um modelo mais recorrente para aplicações em antenas.

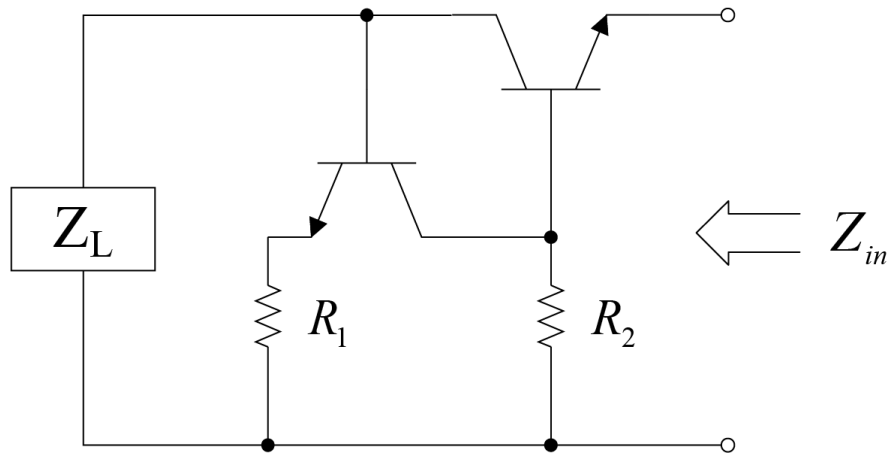


Figura 2.18 – VNIC - Conversor de tensão de Linvill

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas* (Modificado)

### 2.5.2 Inversores de Impedância Negativa

A outra topologia ativa que será alvo de interesse desse trabalho são os Inversor de Impedância Negativa (NIV).

Sabe-se, segundo estudos de Lundry [24], Bogert [25] e Su [26], que o NIV ideal é definido como um tipo específico de circuito ativo que, dado uma carga arbitrária  $Z_L$  na porta de saída, a impedância de entrada  $Z_{in}$  é negativa e inversamente proporcional a ela com um ganho  $K$  (idealmente positivo), analogamente ao NIC. Em outras palavras, transforma a impedância de entrada na admitância negativa da carga,  $Z_{in} = -KY_L$ , onde  $Y_L = \frac{1}{Z_L}$ , como representado na figura 2.19 a seguir.

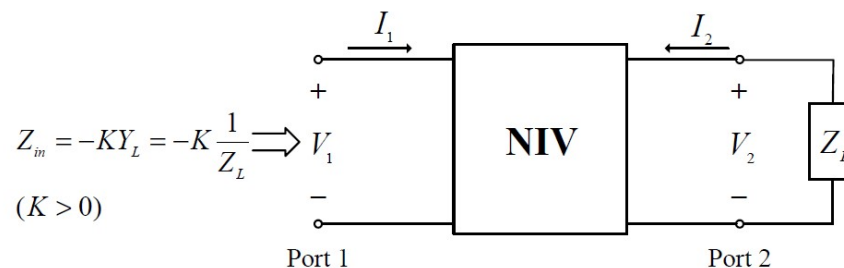


Figura 2.19 – Representação de um circuito com um NIV ideal

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Similarmente ao NIC, o Inversor de Impedância Negativa também pode ser representado por relações de quadripolos, nesse caso com parâmetros de impedância  $z$  onde as tensões de entrada e saída serão dadas em função das correntes. Na figura 2.20 encontra-se um circuito de NIV ideal, e as relações que o regem são dadas pela equação matricial 2.46 que seguem:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Os parâmetros da matriz impedância  $z$  podem ser encontrados colocando-se a entrada e a saída em aberto alternadamente ( $I_1 = 0$  e  $I_2 = 0$ ). Por isso são chamados de parâmetros de impedância de circuito aberto. Assim, tem-se:

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} \quad z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} \quad (2.47)$$

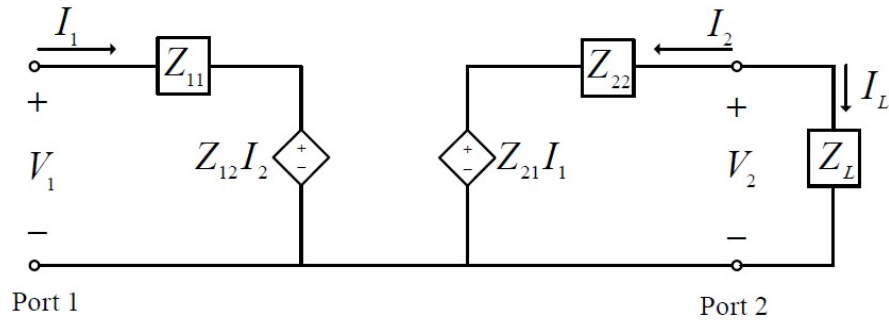


Figura 2.20 – Circuito de um NIV representado por um quadripolo com parâmetros  $z$  e impedância passiva  $Z_L$  na porta de saída

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

Analogamente ao desenvolvimento da seção anterior, escrevendo a equação matricial como um sistema:

$$V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \quad (2.48a)$$

$$V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \quad (2.48b)$$

E observando que  $Z_L = -\frac{V_2}{I_2}$ , portanto  $V_2 = -Z_L I_2$  e substituindo na equação 2.48b

teremos

$$I_2 = -\frac{z_{21} I_1}{Z_L + z_{22}}$$

Portanto, a impedância de entrada poderá ser escrita em termos do parâmetro  $z$  como:

$$Z_{in} = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{Z_L + z_{22}} \quad (2.49)$$

Da equação 2.49 é possível concluir que o NIV ideal, como apresentado na figura 2.19, deve ter  $z_{11} = z_{22} = 0$  e  $z_{12}z_{21} = K$ , em que  $K$  deve ser positivo. Similarmente ao NIC, é necessário que  $z_{12}$  e  $z_{21}$  apresentem, ambos, valores positivos ou negativos, mas para o NIV isso não gera dois tipos de inversores diferentes, visto que as propriedades são diferentes dependendo da carga passiva na porta de saída e do sinal de  $z_{12}$  e  $z_{21}$ .

A imagem 2.21 exemplifica um NIV funcionando como capacitor negativo, onde o indutor  $L$  representa a carga. Este foi usado por Kolev, Delacressonnière e Gautier [27] e também por Kaya e Yuksel [28].

Um modelo de circuito equivalente desse Transistor de Alta Mobilidade Eletrônica (HEMT) pode ser usado para calcular a impedância  $Z_{in}$ , como em [27] e [28], que resulta em (aproximadamente):

$$Z_{in} = -\frac{1}{g_m^2 R_{ds}} - j\omega \frac{C_{gs}}{g_m^2} - \frac{1}{j\omega L g_m^2} \quad (2.50)$$

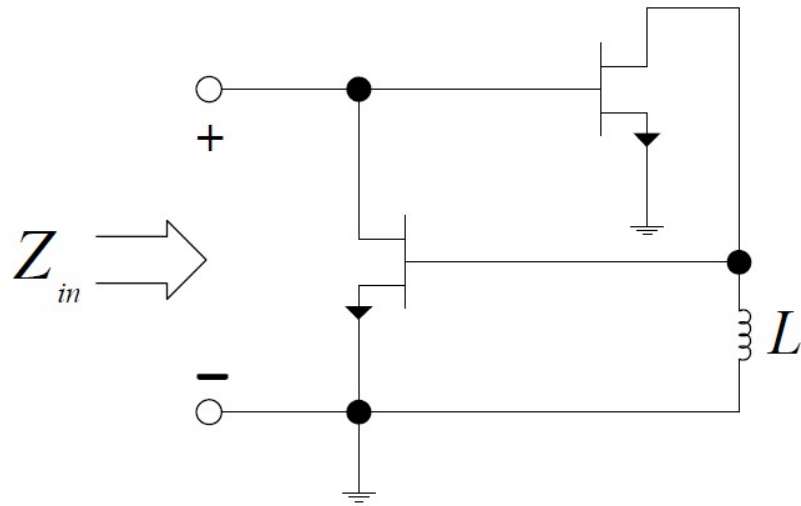


Figura 2.21 – Capacitor negativo construído com um NIV ideal

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

# 3 METODOLOGIA

---

*Nessa seção serão apresentados o procedimento proposto para atingir os objetivos, os materiais utilizado no trabalho, os parâmetros aplicados na simulação e os critérios de análise de dados.*

## 3.1 INTRODUÇÃO

No capítulo 2 foi apresentado que é bastante vantajoso aplicar um circuito de topologia Non-Foster a um casamento de impedância com Antenas Eletricamente Pequenas (ESAs). Neste capítulo será introduzida a metodologia usada para se desenvolver um circuito de topologia ativa, vistos na seção 2.5, que possa casar corretamente com a ESAs, aqui simulada por meio de circuitos equivalentes como os introduzidos na seção 2.2.

Neste trabalho optou-se por usar o software LT Spice para as construções dos circuitos de topologia ativa bem como os das Antenas Eletricamente Pequenas. Além disso análise de resultados e de estabilidade serão executadas com o emprego desse programa.

A metodologia se inicia com a escolha do circuito equivalente usado para modelar a ESA, onde três representações distintas foram estudadas. A partir disso então foi escolhido o circuito do tipo Conversor de Impedância Negativa e a carga ( $Z_L$ ) implementada. Como apresentado na figura 2.13. Por fim, testes de estabilidade foram feitos até que se chegasse ao comportamento de circuito desejado: estável numa faixa de frequências de interesse.

## 3.2 AMBIENTE LT SPICE

LTspice XVII é um software SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*) fabricado pela empresa *Analog Devices*. Este programa é amplamente utilizado para simulação e análise de circuitos analógicos contendo os mais variados componentes; incluindo todos os necessários para a realização deste trabalho. Uma vez montado o circuito com o uso da interface gráfica é possível ainda analisar seu comportamento ao longo da frequência e do tempo. Ademais, esse software é de grande familiaridade nas disciplinas do curso de Engenharia Elétrica da Universidade de Brasília e pode ser baixado gratuitamente no próprio site da empresa<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup><<https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html>>



### 3.3 METODOLOGIA PROPOSTA

A primeira parte do passo a passo deste estudo é a modelagem do circuito equivalente da Antena Eletricamente Pequena por meio de circuitos como os vistos na seção 2.2. Nessa primeira etapa foram calculados os valores dos componentes desse circuito de forma a se adequar à representação e às limitações de ESAs. Para cada circuito os valores de impedância de entrada típicos dessas antenas foram relacionados para comparação, e plotados na carta de Smith. Dessa forma foi possível observar a curva de impedância, e seu comportamento com o aumento da frequência, para todos os modelos propostos. Esse recurso gráfico foi usado posteriormente para comparação após a conexão da antena com o circuito de topologia ativa.

Após a apresentação de dois tipos de circuitos equivalentes um destes foi escolhido a fim de realizar o casamento de impedância com um circuito do tipo Conversor de Impedância Negativa, em que a carga a ser conectada será determinada logo a seguir.

Com o esquemático completo pré-definido a próxima etapa do estudo consiste em investigar a estabilidade do circuito montado usando, essencialmente, o diagrama de BODE gerado a partir da simulação no software LTspice. A partir dessa análise foram feitas a fim de realizar melhorias no circuito, repetindo essa etapa do processo até se chegar a um circuito estável na faixa de frequências de interesse.

Por fim, volta-se à primeira etapa repetindo os procedimentos para o outro modelo de circuito equivalente de ESA.

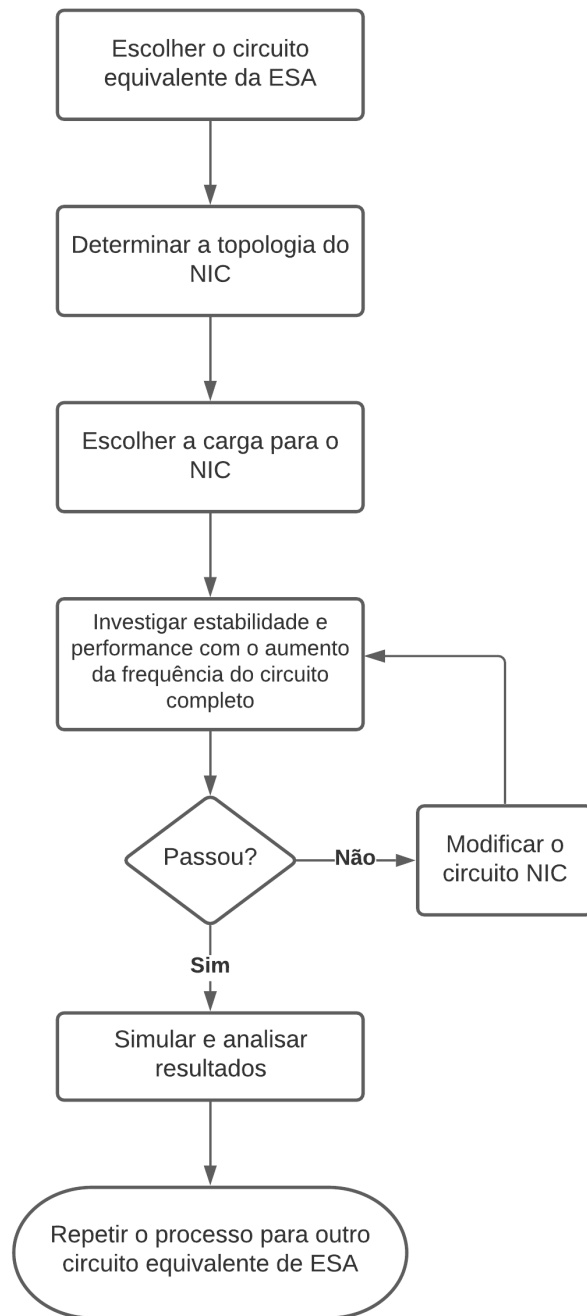


Figura 3.1 – Fluxograma sintetizando a metodologia proposta

## 3.4 APLICAÇÃO DE TOPOLOGIA NON-FOSTER A ESA

### 3.4.1 Circuito equivalente da Antena

Como mencionado na seção 2.2 o modelo mais simples para Antenas Eletricamente Pequenas consiste em uma resistência em paralelo com um capacitor, como no esquema da figura 2.4. Porém, para este estudo não foi utilizado o referido circuito, pois, de acordo com [29] essa simplificação acarreta em duas desvantagens principais: a primeira é que o modelo se torna pouco acurado quando opera próximo à frequência de ressonância, e a segunda é que o valor da resistência deve ser alterado para diferentes valores de frequência.

Todavia, o estudo de Chu [5] propõe circuitos equivalentes baseado nos modos de propagação ortogonais. Conforme mencionado anteriormente, para estes modelos são usados componentes  $R$ ,  $L$  e  $C$ , que podem se expandir indefinidamente de acordo com a equação 2.22. Para este estudo foram analisados os circuitos equivalentes correspondentes às duas primeiras ordens da topologia proposta por Chu, isto é, os esquemáticos formados por três e quatro componentes, ilustrados nas figuras 3.2 e 3.3 respectivamente.

#### 3.4.1.1 Circuito equivalente com três componentes

O primeiro circuito equivalente da antena dipolo que foi utilizado é mostrado na figura 3.2. É o modelo mais simples proposto por Chu [5] desconsiderando-se componentes que poderiam estar presentes em modelos de ordens maiores (como pontuado na equação 2.22). Os valores de  $R_{11}$ ,  $L_{11}$  e  $C_{11}$  estão fortemente conectados às dimensões da antena do tipo dipolo que se pretende modelar, mas não dependem diretamente da frequência de operação.

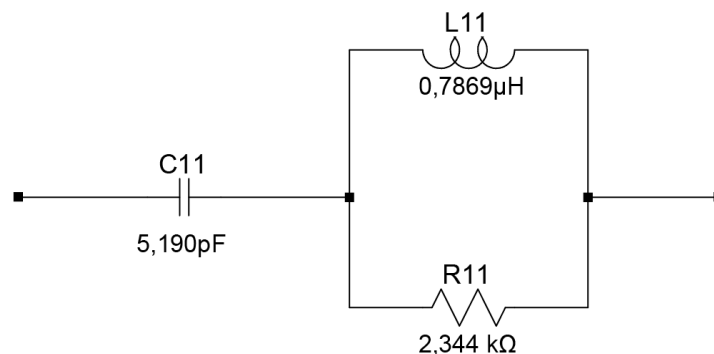


Figura 3.2 – Circuito equivalente com três componentes

Lembrando que a impedância de entrada de uma antena é dada por  $Z_A = R_A + jX_A$  [1], de acordo com proposto por Tang [29] o valor de  $C_{11}$  pode ser calculado usando

$$C_{11} = \frac{|X_A|}{2\pi f} \quad (3.1)$$

Mas neste caso, segundo Schelkunoff [30] (pág 306), pode-se também relacionar o valor de  $C_{11}$  com a metade do comprimento da antena dipolo ( $h = l/2 = 0,9m$ ) e com o raio ( $a = 0,00264m$ ). Assim:

$$C_{11} = \frac{27,82 \times 10^{-12}h}{\ln(2h/a) - 1,693} = 5,190 \text{ pF} \quad (3.2)$$

Os demais valores, indutância  $L_{11}$  e resistência  $R_{11}$ , foram estimados na frequência de ressonância ( $\omega_0$ ), momento em que a reatância da antena é zero e, portanto, a resistência de radiação é  $R_{a0}$ . Deste modo,

$$L_{11} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{11}} + C_{11} R_{a0}^2 = 0,7869 \text{ } \mu\text{H} \quad (3.3)$$

$$R_{11} = \frac{L_{11}}{C_{11} R_{a0}} = 2,344 \text{ k}\Omega \quad (3.4)$$

#### 3.4.1.2 Circuito equivalente com quatro componentes

Assim como no circuito anterior, termos de ordem superior serão suprimidos dessa análise por Streable e Pearson [31]. Este se diferencia apenas em uma resistência a mais em série com o capacitor, mostrado na figura 3.3.

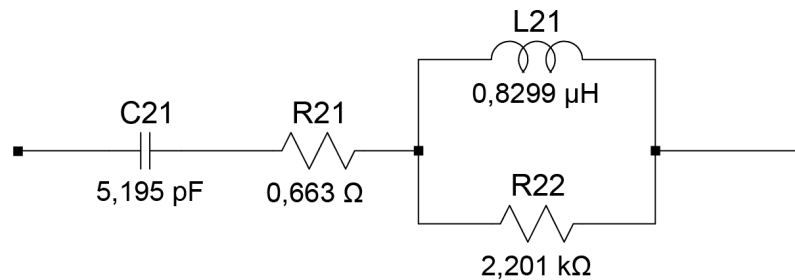


Figura 3.3 – Circuito equivalente com quatro componentes

Os valores dos componentes são dados por [31]:

$$R_{21} = 0,663 \Omega \quad (3.5)$$

$$R_{22} = 2200,6 \Omega \quad (3.6)$$

$$C_{21} = \frac{0,00272 l}{\pi c} F \quad (3.7)$$

$$L_{21} = \frac{434,55 l}{\pi c} H \quad (3.8)$$

Onde  $c = 3 \times 10^8 (m/s)$  e  $l$ , assim como no tópico anterior, corresponde ao comprimento total do dipolo (m). É importante pontuar que o valor de  $C_{21}$  só é válido para a mesma relação  $h/a = 341$ .

Por fim, a seguir são apresentadas duas tabelas: a primeira (3.1) com valores de impedâncias típicas para os circuitos equivalentes retratados em diferentes frequências, e a segunda (3.2) compõe os valores de comprimento de onda, número de onda e produto  $ka$  para os mesmos pontos, pois, por definição devemos ter  $ka < 0,5$  para que a antena seja Eletricamente pequena.

Tabela 3.1 – Impedâncias típicas de antenas

Impedâncias típicas de entrada de Antenas para os circuitos equivalentes			
$\frac{2h}{\lambda}$	Frequência (MHz)	Impedância de entrada $Z_A = R_A - jX_A (\Omega)$	
		Circuito com três componentes	Circuito com quatro componentes
0,1250	20,830	4,52 - j 1369	6,02 - j 1361
0,2500	41,670	17,96 - j 532	21,94 - j 519
0,3750	62,500	40,04 - j 187	47,96 - j 171
0,5000	83,330	70,25 + j 31,69	83,36 + j 51,23

Tomando os valores de impedância na tabela 3.1 um esboço do comportamento dessas cargas com o aumento da frequência em forma gráfica pode ser traçado com o auxílio da carta de Smith. Essas curvas são apresentadas na figura 3.4, onde o gráfico da esquerda corresponde às impedâncias do circuito com três componentes. Para tanto, assume-se a impedância característica da linha de transmissão  $Z_0 = 50\Omega$ .

Tabela 3.2 – Valores de comprimento de onda( $\lambda$ ), numero de onda ( $k$ ) e produto  $ka$

$\frac{2h}{\lambda}$	$\lambda$ (m)	Número de onda ( $k$ )	Produto $ka$
0,1250	14,4000	0,4363323130	1,13E-03
0,2500	7,2000	0,8726646260	2,27E-03
0,3750	4,8000	1,3089969390	3,40E-03
0,5000	3,6000	1,7453292520	4,54E-03

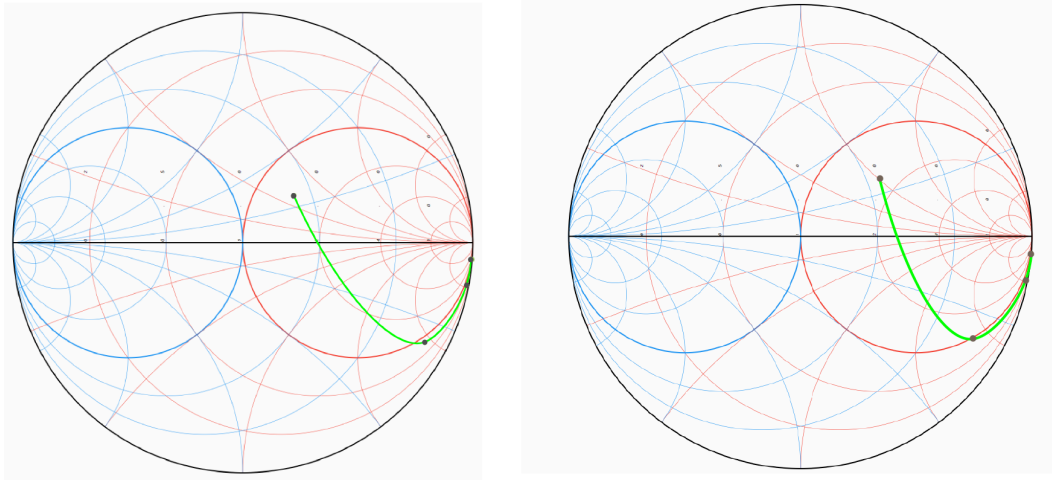


Figura 3.4 – Curva da impedância das antenas para frequência entre 10MHz e 100MHz

Fonte: Gráficos de Smith plotados com o uso do site <<https://smithchart.net/>>

### 3.4.2 Escolha da topologia Non-Foster - NIC

Após estudados os circuitos das antenas equivalentes o próximo passo apresentado pela metodologia é determinar a topologia do NIC a ser utilizado. Dentre os exemplos pontuados na seção 2.5.1 o modelo desenvolvido por Linvill [18] de um NIC estável em circuito aberto projetado com transistores BJT, como apresentado na figura 3.5, foi o exemplo usado nesta etapa para desenvolver o Conversor de Impedância Negativa.

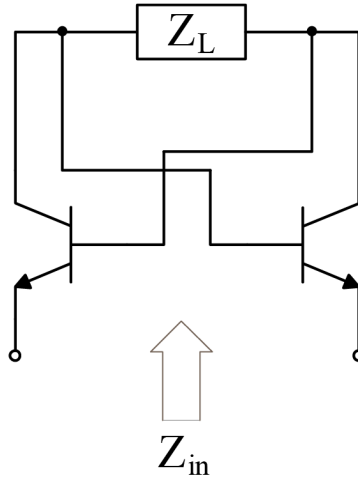


Figura 3.5 – NIC desenvolvido por Linvill com BJTs ideais

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

A escolha desse modelo de Conversor de Impedância Negativa é melhor justificada ao se substituir os transistores BJT usados pelo modelo de circuito para pequenos sinais, como representado na figura 3.6. Deste modo, a impedância de entrada  $Z_{in}$  nesse circuito será dada pela equação 3.9 como segue [2], onde  $S = j\omega$ .

$$Z_{in} = -Z_L + \frac{2(Z_\pi + Z_L)}{Z_\pi g_m + 1} = Z_L - \frac{2r_\pi(Z_L g_m - 1)}{C_\pi r_\pi S + r_\pi g_m + 1} \quad (3.9)$$

Ademais, para baixas frequências tem-se que  $r_\pi \gg 1$  e  $g_m \gg C_\pi S$ , então o resultado encontrado em 3.9 pode ser aproximado para

$$Z_{in} \approx -Z_L + \frac{2}{g_m} \quad (3.10)$$

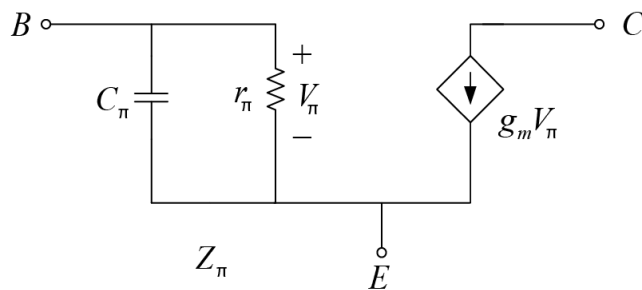


Figura 3.6 – BJT - Aproximação para pequenos sinais

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

O valor encontrado em 3.10 se assemelha a um NIC ideal com coeficiente de conversão unitário, a presença do termo  $2/g_m$  pode ser considerado um elemento parasita relacionada a transistores não ideais.

De acordo com os estudos de Harris [32] e Sussman-Fort [23] um capacitor negativo conectado a uma ESA é bastante capaz de reduzir a reatância da rede para baixas frequências. Uma combinação mais ideal seria composta também de um indutor negativo conectado em paralelo. Porém essa combinação é consideravelmente mais difícil de construir, ao passo que foi provado que apenas o capacitor negativo é bastante eficiente para reduzir a reatância de ESAs.

### 3.5 MODELAGEM DO CIRCUITO

Passa-se então para a parte final deste desenvolvimento que consiste em compilar os circuitos pontuados anteriormente a fim de criar uma impedância Non-Foster (capacitor negativo) que efetue o casamento de impedância com um dos modelos de antenas supracitados.

Para tanto, a antena será conectada em série com a capacitância negativa. O circuito a ser modelado, representado na figura 3.7 se baseia no exemplo estudado por Linvill [18], com pequenas modificações (impedâncias em paralelo) a fim de melhorar a estabilidade do circuito tanto em baixas frequências quanto em altas.



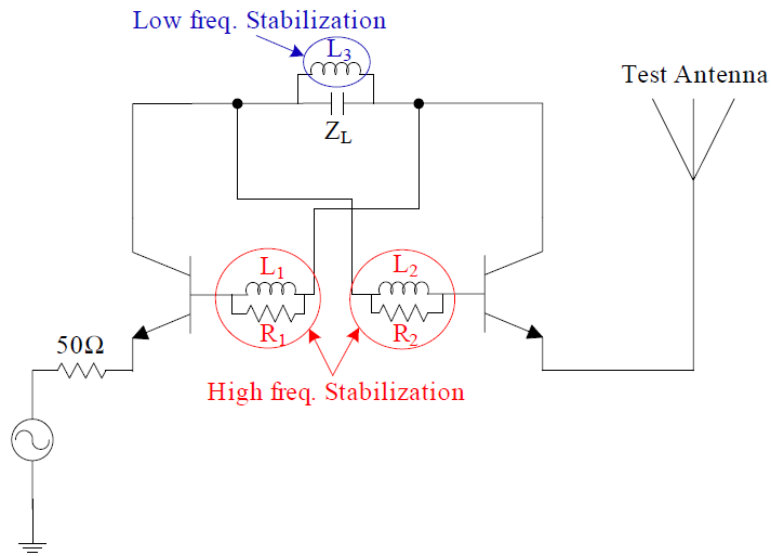


Figura 3.7 – Esquemático circuito a ser montado com impedância Non-Foster (capacitor negativo)

Fonte: [2] SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*

O modelo de circuito testado encontra-se na figura 3.8. A análise de resposta desse circuito será abordada no próximo capítulo.

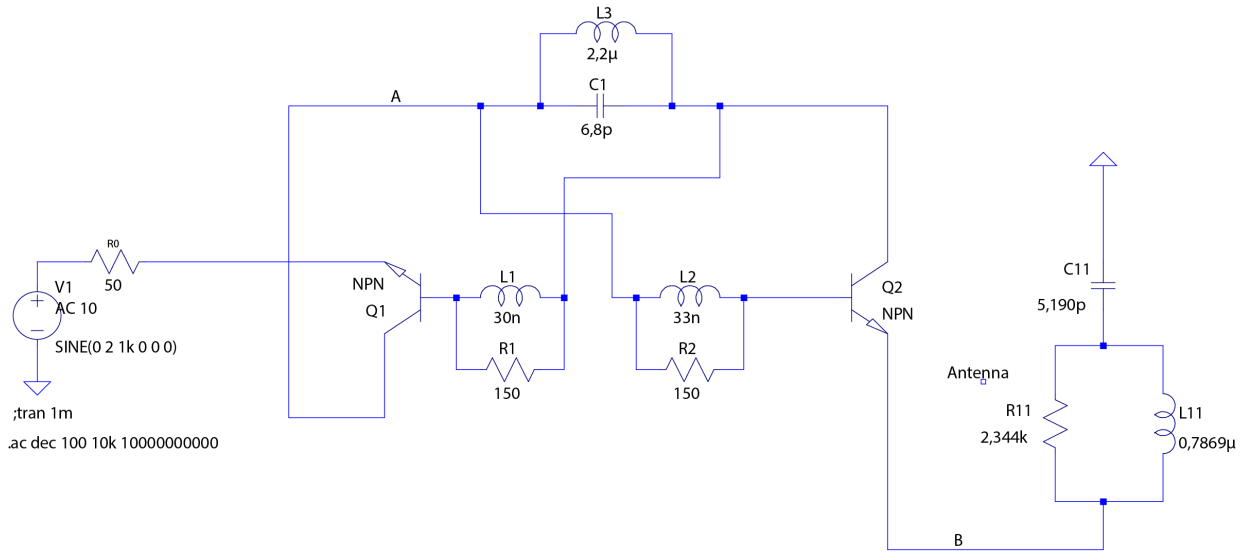


Figura 3.8 – Circuito simulado Antena eletricamente pequena conectada em série com capacitor negativo

# 4 DISCUSSÃO E RESULTADOS

---

*O objetivo deste capítulo é pontuar os resultados relevantes deste estudo e examiná-los criticamente alinhando-os com as propostas iniciais do projeto.*

## 4.1 RESULTADOS

Ao final do capítulo anterior foi apresentado um esquemático de um circuito NIC conectado em série com um circuito equivalente de uma antena eletricamente pequena desenvolvido por Chu [5]. O diagrama de BODE plotado para esse circuito encontra-se na figura 4.1.

A análise deste gráfico sugere que o circuito funciona de forma estável a partir de 100kHz, mas para frequências mais altas apresenta um salto indesejável, como pode ser verificado no gráfico em azul. A faixa de frequência na qual o circuito performa corretamente é, então, aceitável com relação à observação deste diagrama.

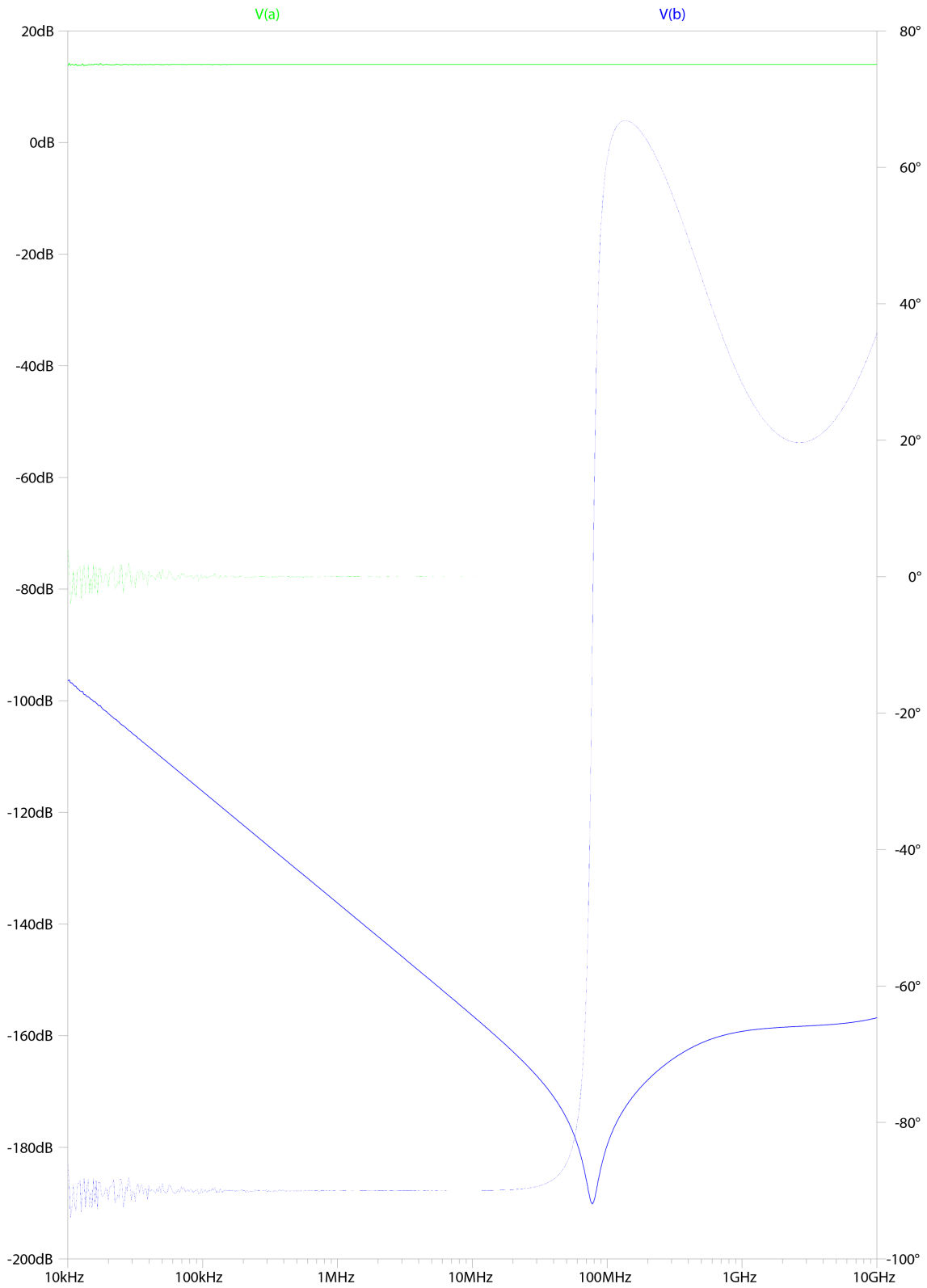


Figura 4.1 – Diagrama de BODE do circuito simulado Antena eletricamente pequena conectada em série com capacitor negativo

## 4.2 DISCUSSÃO

O modelo inicial de NIC proposto para este trabalho, figura 3.5 apresentava bastante instabilidade. Ponto que foi definitivamente amenizado no circuito apresentado por meio dos componentes em paralelo acrescentado.

Ademais, ainda há bastante margem para a continuação destes estudos, visto que essa proposta ainda não resolveu os problemas de estabilidade do circuito para uma faixa de frequências mais ampla. O estudo de [2] sugere um circuito NIC um pouco mais complexo, mas, da mesma forma, mais estável. Objetivo este que foi atingido com o uso de mais capacitores em paralelo no circuito; portanto, uma promissora sugestão para continuação deste trabalho.

O uso do circuito equivalente que representa a Antena eletricamente pequena desenvolvido por Chu foi imprescindível para este estudo, visto que não gerou grandes conflitos que influenciassem a estabilidade do circuito estudado e, ainda, complementou bem a necessidade de se testar antenas físicas.

Seria ainda desejável testar o modelo NIC proposto juntamente com outros circuitos equivalentes de antenas, até adiante dos pontuados neste estudo. Pois é possível que produzam menos instabilidade ou, complementarmente, que se adaptem melhor a alguns tipos de circuito NIC.

# 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

---

*Nessa seção serão discutidos os resultados da seção anterior de acordo com as propostas iniciais deste trabalho. Também serão apresentadas possíveis sugestões de melhorias a serem implementadas. E ainda outros elementos a serem analisados e testados com a intenção de continuar e abranger este estudo.*

O estudo aqui realizado sobre utilização de circuitos non-foster teve por objetivo desenvolver modelos de casamento de impedância com Antenas Eletricamente Pequenas a fim de melhorar sua eficiência e diminuir suas perdas.

De acordo com o capítulo anterior o objetivo foi atingido para uma combinação dos modelos de circuito possíveis, os apresentados e discutidos no capítulo 4. Os modelos propostos tiveram resultados bastante aceitáveis, sobretudo depois de sofrerem pequenas alterações até se chegar ao circuito testado.

Para tanto, algumas sugestões para trabalhos futuros cabem aqui. São essas:

- Adicionar componentes ao circuito NIC, a fim de torná-lo estável também em baixas frequências;
- Testar o modelo do item anterior também com outros modelos de circuitos equivalentes de antenas eletricamente pequenas;
- Usar de outros recursos gráficos e de análise a fim de se ter mais confirmações sobre a utilização deste circuito.

Essas propostas de melhorias visam tornar o uso de circuitos Non-Foster aplicados a Antenas Eletricamente Pequenas mais eficientes e completos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- 1 STUTZMAN, W. L.; THIELE, G. A. *Antenna theory and design*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012.
- 2 SONG, K. S. *Non-Foster impedance matching and loading networks for electrically small antennas*. Tese (Doutorado) — The Ohio State University, 2011.
- 3 WHEELER, H. A. Fundamental limitations of small antennas. *Proceedings of the IRE*, IEEE, v. 35, n. 12, p. 1479–1484, 1947.
- 4 VOLAKIS, J. L. *Antenna engineering handbook*. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2007.
- 5 CHU, L. J. Physical limitations of omni-directional antennas. *Journal of applied physics*, American Institute of Physics, v. 19, n. 12, p. 1163–1175, 1948.
- 6 GEYI, W. A method for the evaluation of small antenna  $q$ . *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 51, n. 8, p. 2124–2129, 2003.
- 7 GEYI, W. Physical limitations of antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 51, n. 8, p. 2116–2123, 2003.
- 8 DERAT, B. et al. Discussion on the definition of the antenna radiation  $q$ . In: IEEE. *11th International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics [ANTEM 2005]*. [S.l.], 2005. p. 1–4.
- 9 VOLAKIS, J.; CHEN, C.-C.; FUJIMOTO, K. *Small antennas: miniaturization techniques & applications*. [S.l.]: McGraw Hill Professional, 2009.
- 10 HARRINGTON, R. F. et al. *Time-harmonic electromagnetic fields*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 1961. v. 224.
- 11 MCLEAN, J. S. A re-examination of the fundamental limits on the radiation  $q$  of electrically small antennas. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, IEEE, v. 44, n. 5, p. 672, 1996.
- 12 BODE, H. W. et al. *Network analysis and feedback amplifier design*. van Nostrand, 1945.
- 13 FANO, R. M. Theoretical limitations on the broadband matching of arbitrary impedances. *Journal of the Franklin Institute*, Elsevier, v. 249, n. 1, p. 57–83, 1950.
- 14 POZAR, D. M. *Microwave engineering*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- 15 ABERLE, J. T.; LOEPSINGER-ROMAK, R. Antennas with non-foster matching networks. *Synthesis Lectures on Antennas*, Morgan & Claypool Publishers, v. 2, n. 1, p. 1–53, 2007.

- 16 FOSTER, R. M. A reactance theorem. *Bell System technical journal*, Wiley Online Library, v. 3, n. 2, p. 259–267, 1924.
- 17 JR, J. M. Theory of the negative impedance converter. *Bell System Technical Journal*, Wiley Online Library, v. 30, n. 1, p. 88–109, 1951.
- 18 LINVILL, J. G. Transistor negative-impedance converters. *Proceedings of the IRE*, IEEE, v. 41, n. 6, p. 725–729, 1953.
- 19 IRWIN, J. D. *Análise de circuitos em engenharia*. [S.l.]: Pearson Education do Brasil, 2010.
- 20 CHEN, W.-k.; CHOMA, J. *Feedback Networks: Theory And Circuit Applications*. [S.l.]: World Scientific Publishing Company, 2007. v. 5.
- 21 PERRY, A. K. *Broadband antenna systems realized from active circuit conjugate impedance matching*. [S.l.], 1973.
- 22 LARKY, A. Negative-impedance converters. *IRE Transactions on Circuit Theory*, IEEE, v. 4, n. 3, p. 124–131, 1957.
- 23 SUSSMAN-FORT, S. E.; RUDISH, R. M. Non-foster impedance matching of electrically-small antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 57, n. 8, p. 2230–2241, 2009.
- 24 LUNDY, W. Negative impedance circuits—some basic relations and limitations. *IRE Transactions on Circuit Theory*, IEEE, v. 4, n. 3, p. 132–139, 1957.
- 25 BOGERT, B. Some gyrator and impedance inverter circuits. *Proceedings of the IRE*, IEEE, v. 43, n. 7, p. 793–796, 1955.
- 26 SU, K. A method for realizing the negative-impedance inverter. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, IEEE, v. 2, n. 1, p. 22–25, 1967.
- 27 KOLEV, S.; DELACRESSONNIERE, B.; GAUTIER, J.-L. Using a negative capacitance to increase the tuning range of a varactor diode in mmic technology. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, IEEE, v. 49, n. 12, p. 2425–2430, 2001.
- 28 KAYA, A.; YUKSEL, E. Y. Investigation of a compensated rectangular microstrip antenna with negative capacitor and negative inductor for bandwidth enhancement. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, IEEE, v. 55, n. 5, p. 1275–1282, 2007.
- 29 TANG, T. G.; TIENG, Q. M.; GUNN, M. W. Equivalent circuit of a dipole antenna using frequency-independent lumped elements. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 41, n. 1, p. 100–103, 1993.
- 30 SCHELKUNOFF, S. A.; FRIIS, H. T.; TWERSKY, V. Antennas: Theory and practice. *Physics Today*, v. 6, n. 10, p. 16, 1953.



31 STREABLE, G.; PEARSON, L. A numerical study on realizable broad-band and equivalent admittances for dipole and loop antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 29, n. 5, p. 707–717, 1981.

32 HARRIS, A. D.; MYERS, G. A. *An investigation of broadband miniature antennas*. [S.l.], 1968.

# APÊNDICE

# A ANEXO - DEFINIÇÕES

---

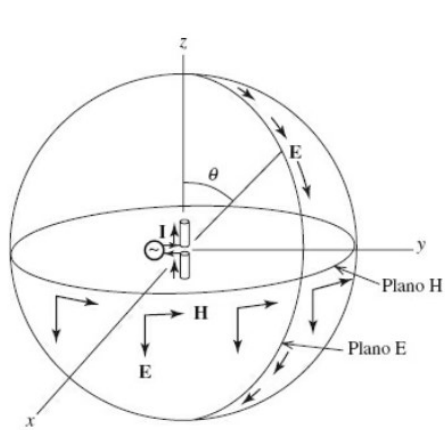
## A.1 DIAGRAMA DE RADIAÇÃO

Um diagrama de radiação, ou diagrama da antena, é definido em [1] como uma representação em um gráfico tridimensional de suas propriedades e o máximo de radiação. Isto significa que quando a antena está transmitindo este fornece a variação com o ângulo em torno da antena, e quando está recebendo o diagrama determina como ela responde a uma onda incidente de dada direção segundo o valor do diagrama naquela direção.

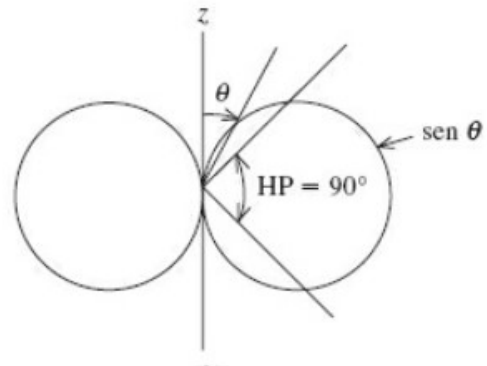
O diagrama de radiação de cada antena pode ser calculado ou medido, e ainda em [1] é feito o cálculo do diagrama de radiação para uma antena dipolo ideal, essa representação é mostrada na figura A.1.

Pode-se observar nesta também o diagrama de plano E, que é um diagrama tomado em um plano que contenha o eixo  $z$  e contém o vetor elétrico, e o diagrama de plano H, que é um diagrama tomado em um plano perpendicular a um plano E e que contém o vetor de campo magnético.

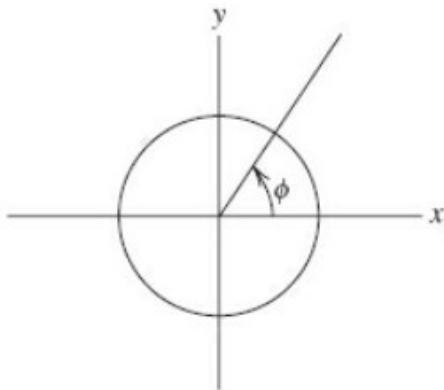
Observa-se que esse digrama é uniforme no plano  $x$ - $y$ , que é uma característica bastante desejável em algumas situações, tais como aplicações terrestres onde o plano omnidirecional é paralelo ao solo.



(a) Componentes de campo



(b) Diagrama de radiação no plano E



(c) Diagrama de radiação no plano H



(d) Diagrama de radiação tridimensional

Figura A.1 – Diagrama de radiação para a antena dipolo ideal

Fonte: [1] Stutzman, Warren L.; Thiele, Gary A.. Teoria e Projeto de Antenas - Vol. 1