Universidade de Brasília

Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade

Departamento de Administração

CAROLINA COSTA OLIVEIRA MEDEIROS DOS SANTOS

MÉTODO DE FRACTAIS EM FINANÇAS: uma aplicação ao IBOVESPA

Brasília – DF

2011

CAROLINA COSTA OLIVEIRA MEDEIROS DOS SANTOS

MÉTODO DE FRACTAIS EM FINANÇAS: uma aplicação ao IBOVESPA

Monografia apresentada ao Departamento de Administração como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Administração.

Professor Orientador: Mestre Pedro Henrique Melo Albuquerque

Brasília – DF

2011

Santos, Carolina Costa Oliveira Medeiros dos.
Método de Fractais em Finanças: uma aplicação ao IBOVESPA / Carolina Costa Oliveira Medeiros dos Santos. – Brasília, 2011.
63 f. : il.

Monografia (bacharelado) – Universidade de Brasília, Departamento de Administração, 2011.
Orientador: Mestre Pedro Henrique Melo Albuquerque, Departamento de Administração.

1. Mercado de Capitais. 2. Econofísica. 3. Fractais. 4. IBOVESPA I. Título.

CAROLINA COSTA OLIVEIRA MEDEIROS DOS SANTOS

MÉTODO DE FRACTAIS EM FINANÇAS: uma aplicação ao IBOVESPA

A Comissão Examinadora, abaixo identificada, aprova o Trabalho de Conclusão do Curso de Administração da Universidade de Brasília da aluna

Carolina Costa Oliveira Medeiros dos Santos

Me Pedro Henrique Melo Albuquerque
Professor-Orientador

PhD, Ivan Ricardo Gartner
Professor-Examinador

Dr, José Carneiro da Cunha Oliveira Neto
Professor-Examinador

Brasília, 23 de novembro de 2011

Aos meus pais por abrirem mão da sua juventude, e manterem a constante disposição para cuidar da minha educação e do meu bem estar. Aos meus avós por me ensinarem o que há de mais nobre: ser persistente, ter paciência, ser humilde e a ter gratidão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor orientador Mestre Pedro Henrique pela constante ajuda durante o trabalho, e por sua dedicação na passagem do conhecimento. Aos professores que deixaram boas lembranças tanto na vida acadêmica quanto na escola, por terem se esforçado em manter meu interesse nos estudos com aulas de qualidade. Aos meus irmãos Mariana e Guilherme por me ensinarem coisas novas todos os dias e torná-los sempre especiais. Aos meus familiares que contribuíram com meu desenvolvimento e me deram suporte. Aos amigos próximos e distantes por me ajudarem em todos os momentos, não importando hora ou ocasião. Muito obrigada à todos!

"O importante é não parar de questionar.
A curiosidade tem sua própria razão de existir. "
(Albert Einstein)

RESUMO

Os mercados de capitais se comportam de acordo com as informações que os investidores têm acesso e, para esses, o principal objetivo de acompanhar o comportamento dos valores das ações é o aumento do retorno do montante investido levando em consideração o período de retorno. O mercado de capitais tem como objetivo equilibrar os recursos, destinando o estoque de capital da economia para setores deficitários, e com o aumento da quantidade de transações nas últimas décadas houve também a necessidade de análises mais amplas, diversificadas e críticas sobre a série de preços das ações e dos índices a fim de diminuir os riscos do impacto de novas crises financeiras. A utilização de conceitos da econofísica traz novas ferramentas ao campo da economia para analisar pontos de equilíbrio em ambientes complexos. Os padrões de estudo de métodos econômicos levam em consideração agentes homogêneos e o equilíbrio, enquanto muitos dos fenômenos no mercado financeiro dependem fundamentalmente de agentes heterogêneos e de situações distantes do equilíbrio. A Teoria de Mercado Fractal traz a abordagem de que as crises fazem parte do sistema financeiro, e que é importante considerar a existência de ciclos com o auxílio das ferramentas de análise como o Coeficiente de Hurst. A série de retornos do IBOVESPA se comporta como um sistema dinâmico caótico não determinístico com um atrator estranho onde os pontos são correlacionados como descrito pelas características do *black noise*. O trabalho contribui com o entendimento do comportamento do IBOVESPA para análises de tendência para criação de cenários, e apesar de não ter sido identificado um comportamento determinístico, a existência de um atrator leva a considerar que em períodos seguintes pode haver um crescimento da pontuação em torno dele levando em consideração a possível ocorrência de movimentos oscilatórios bruscos característicos de crises. Para pesquisas futuras sugere-se a análise por um período maior para avaliar se o atrator encontrado se manteve.

Palavras-chave: Mercado de Capitais. Econofísica.Fractais. IBOVESPA.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1- Tipos de Fractais.....31

Figura 2 - Cálculo da Dimensão 32

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Frequência de pontuação de 1968 a 1998 47

Gráfico 2 - Frequência de pontuação de 1999 a 2011 47

Gráfico 3 - Curvas de dimensão de correlação em 10 dimensões (log log) 48

Gráfico 4 - Série aleatória comparativa com a série de retornos do IBOVESPA 49

Gráfico 5 - Distribuição da série aleatória comparativa com a série do IBOVESPA..49

Gráfico 6 - Dimensão de imersão e de correlação da série aleatória comparativa com a série do IBOVESPA 50

Gráfico 7 - Expoentes de escala dos retornos aleatórios comparativos com os do IBOVESPA no período 51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores de dimensão de imersão e de correlação 49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BM&F - Bolsa de Mercadorias e Futuros

BOVESPA - Bolsa de Valores de São Paulo

BM&FBOVESPA – integração da Bolsa de Mercadorias e Futuros com a Bolsa de Valores de São Paulo

BVRJ - Bolsa de Valores do Rio de Janeiro

CAPM - *Capital Asset Pricing Model*

CVM - Comissão de Valores Mobiliários

DFA - *Detrended Fluctuation Analysis*

GTS - *Global Trading System*

HEM - Hipótese de Eficiência de Mercado

IBOVESPA – Índice da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo

R/S - *Rescaled Range*

SISBEX - Sistema de Negociação Eletrônica

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14

1.1 Contextualização 15

1.2 Formulação do problema 16

1.3 Objetivo Geral 16

1.4 Objetivos Específicos 16

1.5 Justificativa 17

2 REFERENCIAL TEÓRICO 20

2.1 Mercados de Capitais 20

2.1.1 Definição de Mercados de Capitais 20

2.1.2 Definição do Mercado de Ações 21

2.1.3 BM&FBOVESPA 22

2.1.3.1 IBOVESPA 23

2.1.3.1.1 Definição do IBOVESPA 23

2.1.3.1.2 Metodologia de Cálculo 24

2.1.3.1.3 Apuração 25

2.2 Econofísica 26

2.2.1 Definição de Econofísica 26

2.2.2 Modelos de Econofísica 27

2.2.2.1 Minority Games 27

2.2.2.1.1 Conceito de Minority Games 27

2.2.2.1.2 Aplicação de Minority Games 28

2.2.2.2 Self Organized Criticality (SOC) 28

2.2.2.2.1 Conceito de Self Organized Criticality 28

2.2.2.2.2 Aplicação Self Organized Criticality 29

2.2.2.3 Fractais 30

2.2.2.3.1 Conceito de Fractais 30

2.2.2.3.2 Determinismo e Aleatoriedade 30

2.2.2.3.3 Propriedades 30

2.2.2.3.4 Falha da Hipótese Gaussiana.....32
2.2.2.3.5 Crítica à Hipótese da Eficiência de Mercado (HEM).....33
2.2.2.3.6 Hipótese de Mercado Fractal.....35
2.2.2.3.6.1 Conceito da Hipótese de Mercado Fractal 35
2.2.2.3.6.2 Proposta da Hipótese de Mercado Fractal 36
3 MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA 37
3.1 Tipo e descrição geral da pesquisa.....37
3.2 Caracterização da Organização.....37
3.3 População e amostra 39
3.4 Caracterização dos instrumentos de pesquisa 39
3.4.1 Análise R/S – Rescaled Range Analysis.....39
3.4.2 Coeficiente de Hurst.....40
3.4.3 Ruídos.....42
3.5 Procedimentos de coleta e de análise de dados.....44
3.5.1 Dimensão de Correlação (corrDim).....44
3.5.2 *Detrended Fluctuation Analysis* - DFA 45
3.5.3 Coeficiente de Hurst pelo Método R/S (RoverS).....46
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO 47
5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES 53
REFERÊNCIAS.....55
ANEXOS 62
Anexo A – Programação em R Project.....62
Anexo B – Dados de Saída do Programa 63

1 INTRODUÇÃO

A globalização das economias trouxe às organizações a ampliação das opções de captação e investimentos de recursos financeiros e também expansão para mercados não delimitados por barreiras geográficas. O mercado de capitais está mais acessível às empresas a partir da utilização da tecnologia da informação e da transmissão de dados com o consequente aumento do fluxo de entradas e saídas de recursos, exigindo atenção em tempo real dos investidores que desejam conseguir bons resultados. Com essas mudanças, os administradores financeiros passaram a interagir a um número crescente de informações exigindo um maior conhecimento da operação dos mercados financeiros e das formas de precificação para aumento dos resultados de forma sustentável.

O crescimento de uma organização envolve a busca pela administração eficiente dos recursos e tem como alternativa a negociação de ativos nas bolsas de todo o mundo com a emissão de ações, que são um “valor mobiliário, emitido pelas companhias, representativo de parcela de capital (...) e negociável em mercados organizados” segundo definição da BM&FBOVESPA (2011a).

> A regra primária do mercado de capitais é a alocação da propriedade do estoque de capital da economia. Em termos gerais, o ideal é um mercado com preços que forneçam sinais precisos para alocação de recursos: isto é, um mercado em que as empresas conseguem tomar decisões de produção-investimento.” (FAMA, 1970, p. 383, tradução nossa)

Segundo Ross (2000, p. 43), o administrador financeiro de uma sociedade por ações toma decisões em nome dos acionistas das empresas, e age de acordo com os melhores interesses dos acionistas ao tomarem decisões que aumentem o valor da ação.

A importância do crescimento da negociação de ações leva ao aumento dos riscos e dos desequilíbrios em função dos preços dos ativos negociados não serem formados pelo valor real em si, mas sim por possíveis parcelas de especulação e arbitragem, o que impacta na análise do preço das ações. Para o administrador financeiro é primordial que haja um reconhecimento da composição dos valores para identificar o que pode gerar o impacto na variação do preço e assim diversificar sua carteira de modo a minimizar dependência da carteira em ações que possuem grande parcela de especulação.

Desde 1963, Mandelbrot chamou a atenção da busca pela expansão da análise dos mercados de capitais aplicando a geometria fractal e a teoria do caos para a economia, e posteriormente para as finanças, tornando os fractais um assunto constante na literatura. Segundo Mandelbrot (2011) a beleza da geometria fractal é que torna possível um modelo geral suficiente para reproduzir os padrões que caracterizam a teoria dos mercados plácidos assim como as condições de negociações tumultuadas dos recentes anos.

Neste trabalho será proposta uma forma de análise utilizando a teoria dos fractais aplicada ao ambiente da BM&FBOVESPA, especificamente aos dados do IBOVESPA.

1.1 Contextualização

Os mercados de capitais estão cada vez mais interligados e com informações compartilhadas em tempo real, gerando impactos de grande magnitude em relação ao alcance e ao montante negociado, independentemente da proximidade geográfica ou relação direta dos produtos. Com o avanço da tecnologia, os analistas têm cada vez mais recursos para acompanhar as tendências dos preços das ações e evolução dos índices, no entanto os modelos financeiros clássicos usados para previsão não têm sido eficientes para os casos de "bolhas", como o caso da crise do *subprime* em 2008 nos Estados Unidos e repercutindo na economia mundial.

A geometria fractal permite a existência de um modelo que consiga reproduzir tanto os mercados mais equilibrados quanto aqueles que possuem variações drásticas. Os preços não oscilam de forma contínua, e sim em todas direções em várias escalas de tempo, e os fractais criam os mesmos padrões de variação que governam os mercados atuais (MANDELBROT, 2011).

Um modelo fractal pode ser construído a partir de dados do mercado, mas não levam especificamente a um preço de fechamento diário a partir de dados passados. As novas técnicas de análise auxiliam na criação de cenários sem desconsiderar a volatilidade do mercado que varia ao longo do tempo, e assim os analistas podem verificar os reais motivos de altas e baixas de preços questionando sua veracidade, comparando o valor verificado com a expectativa a partir do método fractal.

1.2 Formulação do problema

A partir do presente estudo, busca-se responder à seguinte pergunta:
Com a aplicação da teoria dos fractais é possível determinar se o IBOVESPA possui um comportamento determinístico, tornando possível a estimativa da tendência do valor de fechamento diário ao longo do período pesquisado?

1.3 Objetivo Geral

Demonstrar o resultado decorrente da aplicação do modelo de fractais na análise da tendência dos preços de fechamento do IBOVESPA para o período de 1999 a 2011.

1.4 Objetivos Específicos

Para o cumprimento do objetivo geral, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

1) Descrever os conceitos e a dinâmica do Mercado de Capitais;
2) Apresentar o histórico e a atuação da BM&FBOVESPA;
3) Descrever o conceito e o cálculo do IBOVESPA;
4) Conceituar Econofísica e seus principais modelos aplicados ao mercado de ações (Minority Games, Self Organized Criticality e Fractais);
5) Aplicar e avaliar o método da Hipótese de Mercado Fractal utilizando os dados do IBOVESPA.

1.5 Justificativa

Com o crescimento da quantidade de informações geradas a partir das transações ocorridas nos mercados secundários (bolsas de valores e mercados de balcão) os analistas precisam verificar continuamente o comportamento dos preços e índices com o intuito de prever o comportamento das mudanças ocorridas no mercado. A importância da análise está vinculada à definição a seguir:

> Mercados financeiros podem ser considerados como sistemas não equilibrados porque são guiados por transações resultantes de informações fundamentais sobre firmas e negócios. São sistemas complexos porque o mercado também responde a si próprio, muitas vezes de uma forma altamente não-linear, e iria continuar a fazê-lo (pelo menos por algum tempo) na ausência de novas informações (BLACKLEDGE, 2010, p. 13, tradução nossa).

Como o principal objetivo da administração financeira é maximizar o preço das ações da empresa, conhecer o mercado é importante para qualquer pessoa envolvida na administração de uma empresa. (BRINGHAM, 1999, p. 125). Prever a volatilidade, o chamado desvio padrão dos retornos, do preço de um ativo de modo preciso é a chave para um bom sistema de gerenciamento de risco por demonstrar o seu comportamento ao longo de um período (ZIEGELMANN E PEREIRA, 1997, p. 353).

Em adição, a curva de preço no mercado de capitais não é bem descrita pela hipótese Gaussiana e pela teoria do *random walk*, sendo a teoria de fractais uma alternativa à hipótese da eficiência de mercado, que propõe também uma reformulação do CAPM (PETERS, 1994, tradução nossa). A análise fractal permite distinguir o comportamento determinístico linear do comportamento estocástico não-linear completamente imprevisível, ou caótico-probabilístico (MULLIGAN, 2003, tradução nossa).

A aplicação da geometria de fractais e a teoria do caos para a economia têm sua origem com Mandelbrot (1963) para os preços especulativos. Além dele, a análise por fractais foi aplicada às ações pelos seguintes autores: Greene e Fieltz (1977) utilizaram a técnica para detecção de dependência de longo prazo a partir da análise R/S (rescaled range), tratada posteriormente neste trabalho, em contraste com a teoria Gaussiana. Lo (1991) aplica a teoria da análise R/S (rescaled range) a amostras diárias e mensais de ações indexadas por vários períodos e afirma que

não há evidência de dependência no longo prazo, e em testes com modelos estocásticos de curto prazo há uma dependência verificada que captura o comportamento dos retornos das ações. Barkoulas & Baum(1996) verificaram os retornos das ações a partir dos índices setoriais, e verificaram que não foram detectados comportamentos fractais nos índices, mas sim em séries de preços de algumas firmas. Peters (1996) escreveu o livro de aplicação da teoria do caos em finanças com ferramentas analíticas avançadas como a dinâmica não linear, fractais, análise R/S (rescaled range). Koppl, Ahmed, Rosser, e White (1997) realizaram o estudo das bolhas especulativas analisando o comportamento dos fundos aplicando R/S (rescaled range). Kraemer e Runde (1997) realizaram testes com o teste de caos de Brock-Dechert-Scheinkmann (BDS) para avaliar o padrão dos retornos das ações. Barkoulas e Tavlos (1998) verificaram a existência de estruturas não lineares nos retornos da bolsa de Atenas (Grécia) utilizando os conceitos de entropia de Kolmogorov evidenciando o processo de geração de dados de forma determinística não linear. E, por fim, Koppl e Nardone (2001) que aplicaram a teoria da distribuição angular dos pontos em um importante episódio monetário Russo.

O Método de Fractais deve ser tratado como ferramenta alternativa à análise gráfica (ou técnica) do mercado, apresentando a idéia de coexistência da aleatoriedade e do determinismo como base de um sistema estável, e auxiliar na previsão de sinais que podem indicar uma ruptura deste equilíbrio.

Segundo Mandelbrot (2011), as fórmulas de redução do risco que fundamentam a teoria de portfólio possuem as premissas de que os preços são estatisticamente independentes, ou seja, que o preço atual não influencia o preço do dia seguinte proibindo assim a análise futura do mercado com base nas tendências verificadas. Outra premissa é que as mudanças de preços seguem a curva de distribuição normal. O mercado segue um movimento constante de “sobe e desce” dos preços, mas que não garante que sejam uniformes e constantes, como pode ser percebido em momentos de crise financeira. Os grandes saltos de preços têm sido mais comuns com a turbulência do mercado, ao contrário do que propõe a teoria de portfólio em relação à distribuição normal dos preços. A teoria dos fractais não possui o propósito de fazer previsão do futuro certo, mas cria um cenário mais realista dos riscos de mercado.

É necessário salientar o crescimento das transações na BM&FBOVESPA em função do crescimento do país após a crise 2008 com cenário positivo frente ao cenário internacional.

Tendo em vista o caráter inovador e o recente desenvolvimento do tema, este trabalho tem como principal interesse contribuir com as futuras pesquisas acadêmicas para o fortalecimento dos estudos em Finanças do Departamento de Administração. Como interesse do pesquisador, há o conhecimento para o desenvolvimento acadêmico e pessoal.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo serão apresentados os principais conceitos de Mercado de Capitais e Econofísica para embasar o desenvolvimento da pesquisa e dar suporte para interpretação dos resultados obtidos na análise proposta.

2.1 Mercados de Capitais

2.1.1 Definição de Mercados de Capitais

Os Mercados de Capitais são um sistema de distribuição de valores mobiliários que visam proporcionar liquidez aos títulos de emissão de empresas e viabilizar seu processo de capitalização (BMF&BOVESPA, 2011b). Fazem parte dos Mercados Financeiros que lidam com dívidas de longo prazo (de um ano ou mais) e ações de sociedades anônimas.

Os Mercados de Capitais fazem parte dos Mercados Secundários onde os papéis existentes (não resgatados) são comercializados entre investidores, e a sociedade anônima cujos títulos são negociados não está envolvida nas transações do mercado secundário (BRIGHAM, 1999, p. 117).

No mercado de capitais, os principais títulos negociados possuem representatividade no capital de empresas, conhecidos por ações, ou de empréstimos tomados, via mercado por empresas, os chamados debêntures conversíveis em ações, bônus de subscrição e *commercial papers*, que permitem a circulação de capital para custear o desenvolvimento econômico (BMF&BOVESPA, 2011b).

Os títulos são negociados em Bolsas de Valores que são organizações formais com localização física tangível onde se realizam pregões com papéis específicos (BRIGHAM, 1999, p. 125) cujo objetivo é facilitar a comunicação entre vendedores e compradores. No Brasil, as Resoluções 2.690, de 28/01/2000, e a 2.709, de 30/03/2000, ambas do Banco Central, disciplinaram a nova constituição, a organização e o funcionamento das bolsas de valores (FORTUNA, 2010). Única

bolsa de valores, mercadorias e futuros em operação no Brasil, a BM&FBOVESPA ainda exerce o papel de fomentar o mercado de capitais brasileiro (BM&F BOVESPA, 2011c), e terá seu histórico e atuação apresentados em capítulo posterior. Nesse trabalho será abordado o Mercado de Ações, que é considerado o mais ativo e importante para os administradores financeiros. (BRIGHAM, 1999, p. 125).

2.1.2 Definição do Mercado de Ações

A sustentabilidade econômica está vinculada ao bom fluxo de capitais nos mercados financeiros como um todo:

> Uma economia saudável depende de transferências eficientes de fundos, das pessoas que são poupadoras líquidas para as empresas e indivíduos que precisam de capital. Sem transferências eficientes, a economia simplesmente não poderia funcionar. A eficiência econômica é simplesmente impossível sem um bom sistema de alocação de capitais dentro da economia. (BRIGHAM, 1999, p. 116).

Para garantir a eficiência da movimentação dos recursos e o desenvolvimento das empresas e, consequentemente da economia, é necessário haver um equilíbrio entre o retorno esperado entre as expectativas dos agentes econômicos em relação às perspectivas do país e aos destinos das empresas que negociam seus papéis.

O preço da ação em bolsa é o fruto das condições do mercado (oferta e demanda) que refletem as condições estruturais e comportamentais da economia do país, da empresa e do seu setor econômico (FORTUNA, 2010, p. 582). Quando há um preço justo (valor fundamental) de mercado determinado pelo exercício natural da oferta e da demanda então o título pode ser vendido ou comprado, e isso determina sua liquidez.

As tendências dos preços das ações são acompanhadas por todos aqueles que podem sofrer algum impacto com as oscilações, e atualmente duas escolas teóricas dão base para a análise do comportamento dos preços. São elas, segundo Fortuna (2010, p. 582):

> 1) Escola Gráfica ou Técnica: possui como base os volumes e os preços comercializados em pregões anteriores. Defende que os gráficos refletem todas as informações necessárias de uma ação, e o preço naquele momento

é o que o mercado está disposto a pagar. É fundamental para escolher o momento certo para comprar ou vender ação (*market timing*).

2) Escola Fundamentalista: possui como base os resultados do setor e específicos de cada empresa, dentro do contexto da economia nacional e internacional. É fundamental para a escolha da empresa cuja ação será adquirida e qual será vendida (*stock picking*).

As transações ocorriam no chamado pregão, que atualmente é eletrônico, onde se reuniam os operadores da bolsa de valores para executar as ordens de compra e venda, indicadas pelos investidores às suas respectivas corretoras de ações (FORTUNA, 2010, p. 584). Atualmente, com as inovações tecnológicas, não ocorrem mais os pregões em local físico, substituídos pelas transações eletrônicas e a criação do *home broker* (negociação via internet).

As corretoras são instituições financeiras credenciadas pelo Banco Central do Brasil, pela CVM e pela Bolsa, com habilitação para negociar valores mobiliários em pregão. Elas são intermediárias que executam as ordens e operações próprias e de clientes.

Com o aumento da transparência do acesso às negociações na bolsa, os preços das transações estão disponíveis a todos que negociam resultando em um aumento da liquidez dos papéis e da quantidade de participantes.

2.1.3 BM&FBOVESPA

A BM&FBOVESPA é uma companhia de capital brasileiro formada, em 2008, a partir da integração das operações da Bolsa de Valores de São Paulo e da Bolsa de Mercadorias & Futuros.

2.1.3.1 IBOVESPA

Segundo Fortuna (2010, p.622) o Índice Bovespa (IBOVESPA) é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro, por retratar o comportamento dos principais papéis negociados na BM&FBOVESPA, além de manter sua série histórica desde 02/01/1968 garantindo um amplo período de comparabilidade para análise.

Além disso, segundo Leite e Sanvicente (1994), o IBOVESPA, além de funcionar como referência para se avaliar o desempenho das ações ou carteiras de investimentos no Brasil, é também uma referência para análise macroeconômica, por refletir o desempenho geral da economia; um padrão de risco, que reflete as tensões do mercado acionário; e um indicador antecipado da atividade econômica nacional.

2.1.3.1.1 Definição do IBOVESPA

Segundo a BM&FBOVESPA (2011e, p. 3), o IBOVESPA é o valor atual, em moeda corrente, de uma carteira teórica de ações constituída em 02/01/1968 (valor-base: 100 pontos), a partir de uma aplicação hipotética, onde se supõe não ter sido efetuado nenhum investimento adicional desde então, considerando-se somente os ajustes efetuados em decorrência da distribuição de proventos pelas empresas emissoras (tais como reinversão de dividendos recebidos e do valor apurado com a venda de direitos de subscrição, e manutenção em carteira das ações recebidas em bonificação). Dessa forma, o índice reflete não apenas as variações dos preços das ações, mas também o impacto da distribuição dos proventos, sendo considerado um indicador que avalia o retorno total de suas ações componentes.

A finalidade básica do IBOVESPA é a de servir como indicador médio do comportamento do mercado. Para tanto, sua composição procura aproximar-se o máximo possível da real configuração das negociações à vista (lote-padrão) na BM&FBOVESPA (FORTUNA apud BM&FBOVESPA, 2011e, p. 3).

2.1.3.1.2 Metodologia de Cálculo

As ações integrantes da carteira teórica do Índice Bovespa respondem por mais de 80% do número de negócios e do volume financeiro verificados no mercado à vista (lote-padrão) da BOVESPA (BM&FBOVESPA, 2011e, p. 4), e que obedecem aos seguintes critérios:

a) Estar incluída em uma relação de ações cujos índices de negociabilidade somados representem 80% do valor acumulado de todos os índices individuais;
b) Apresentar participação, em termos de volume, superior a 0,1% do total;
c) Ter sido negociada em mais de 80% do total de pregões do período.

O índice é calculado em tempo real considerando os preços das últimas transações efetuadas no mercado à vista (lote-padrão), que é aquele mercado onde as operações de compra e venda são liquidadas imediatamente, com ações componentes de sua carteira. Sua divulgação é feita pela rede de difusão da BM&FBOVESPA, e também retransmitida por uma série de "*vendors*", sendo possível, dessa forma, acompanhar *online* seu comportamento em qualquer parte do Brasil ou do mundo (BM&FBOVESPA, 2011e, p. 4).

A participação de cada ação na carteira tem relação direta com a representatividade desse título no mercado à vista, em termos de número de negócios e volume financeiro, ajustada ao tamanho da amostra. Uma ação selecionada para compor a carteira só deixará de participar quando não conseguir atender a pelo menos dois critérios de inclusão. Essa representatividade é obtida pelo índice de negociabilidade da ação, calculado pela seguinte fórmula:

$$IN = \sqrt{\frac{n_i}{N} * \frac{v_i}{V}} \quad (1)$$

Onde:

IN = índice de negociabilidade

n_i = número de negócios (transações) com a ação “i” no mercado à vista (lote-padrão)

N = número total de negócios (transações) no mercado à vista da BOVESPA (lote-padrão)

v_i = volume financeiro gerado pelos negócios com a ação "i" no mercado à vista (lote-padrão)
V = volume financeiro total do mercado à vista da BOVESPA (lote-padrão)

A BM&FBOVESPA calcula o índice de negociabilidade para cada uma das ações nela negociadas nos últimos doze meses. Esses índices são colocados em uma tabela em ordem decrescente, e uma coluna apresenta a soma de tais índices à medida que se percorre a tabela do maior para o menor. Calcula-se então a participação de cada índice de negociabilidade individual em relação à soma total, listando-se as ações até que o montante de suas participações atinja 80% (BM&FBOVESPA, 2011e, p. 6).
Neste cálculo não são considerados os negócios diretos, que são operações realizadas no pregão de bolsa ou na negociação eletrônica, na qual a sociedade corretora atua como compradora e vendedora, representando clientes diferentes (BM&FBOVESPA, 2011a).
A partir da seleção das ações com maior relevância quanto à quantidade negociada, e volume financeiro de acordo com o critério do Índice de Negociabilidade, obtem-se o valor do IBOVESPA.

2.1.3.1.3 Apuração

Segundo a BM&FBOVESPA (2011e, p. 5), o IBOVESPA é o somatório dos pesos (quantidade teórica da ação multiplicada pelo último preço da mesma) das ações integrantes de sua carteira teórica. Assim sendo, pode ser apurado, a qualquer momento, por meio da seguinte fórmula:

$$Ibovespa_t = \sum_{i=1}^{n} P_{i,t} * Q_{i,t} \tag{2}$$

Onde:
$Ibovespa_t$ = índice Bovespa no instante “t”
i = ação da carteira
n = número total de ações componentes da carteira teórica

P = último preço da ação “i” no instante t
Q = quantidade teórica da ação “i” na carteira no instante t.

Para que a representatividade do IBOVESPA mantenha-se ao longo do tempo, sua carteira é reavaliada ao final de cada quadrimestre, utilizando-se os procedimentos e critérios descritos. Nas reavaliações, identificam-se as alterações na participação relativa de cada ação no índice, bem como sua permanência ou exclusão, e a inclusão de novos papéis. A carteira teórica do IBOVESPA tem vigência de quatro meses, vigorando para os períodos de janeiro a abril, maio a agosto e setembro a dezembro.

2.2 Econofísica

2.2.1 Definição de Econofísica

Segundo Mantegna (2000) a econofísica é um campo multidisciplinar que descreve as atividades dos físicos que estão trabalhando em problemas econômicos para testar uma variedade de novas abordagens conceituais decorrentes das ciências físicas. Também incluem incertezas ou processos dinâmicos estocásticos e não-lineares.

A econofísica busca por regularidades estatísticas em sistemas reais, onde não são necessárias interpretações baseadas em modelos econômicos e que servem como ponto para desenvolver ou tornar falsos os modelos econômicos e sistemas sociais (MANTEGNA E KERTÉSZ, 2011).

A partir de 1990 as conexões entre os estudos físicos e econômicos aumentaram gradualmente, onde os físicos começaram a analisar os dados financeiros de maneira sistemática. O número de cientistas relacionados à pesquisa nesta área mostra um movimento contínuo demonstrando que não é algo passageiro, mas sim a criação de uma nova disciplina, a econofísica (MANTEGNA E KERTÉSZ, 2011). O primeiro trabalho que fez analogia entre as leis estatísticas na física e nas ciências sociais foi escrito por Majorana (1942) que mostrou a importância de aplicar os princípios da estatística e da mecânica quântica recém descobertos ao determinismo

dos processos elementares na natureza, resultando assim em uma identidade entre as ciências sociais e físicas.

2.2.2 Modelos de Econofísica

2.2.2.1 Minority Games

2.2.2.1.1 Conceito de Minority Games

O estudo de Minority Games (MG) teve como princípio no modelo de "*El Farol Bar*" de Arthur (1994) que mostrou que os humanos analisam e reconhecem muito bem os padrões de comportamento, simplificando problemas e usando-os para construir modelos internos temporários, ou hipóteses para lidar com eles.

O pensamento do modelo de Arthur tem como base o estudo de como vários indivíduos podem alcançar uma solução coletiva para um problema a partir da adaptação da expectativa de cada um sobre o futuro e o equilíbrio pode ser atingido a partir de pensamento indutivo.

De acordo com Moro (2004), o problema do *"El Farol Bar"* envolve a escolha de um local para sair que ofereça entretenimento, considerando que o espaço é limitado e que será melhor se o local não estiver muito cheio. As pessoas não sabem ao certo se o local estará vazio ou cheio, mas criarão suas expectativas sobre o padrão das visitas anteriores que podem gerar várias análises diferentes da quantidade de frequentadores. As expectativas podem diferir: se todos acreditarem que a maioria irá ao lugar, então ninguém vai. A cada semana, cada pessoa aumenta a quantidade de informações para suas análises de "premonição" apoiando ou não suas expectativas e alterando seus padrões pré-definidos.

2.2.2.1.2 Aplicação de Minority Games

A utilização do modelo do *Minority Games* tem como pressuposto considerar que o comportamento das pessoas é induzido pelas experiências que elas tiveram anteriormente e mudam as decisões diante do que imaginam que os outros investidores farão. Com base nas expectativas os investidores agem, o que se torna um precedente que influencia o comportamento de futuros investidores, que cria um ciclo de informações.

Aplicando estes modelos ao mercado, os agentes podem comprar ou não uma ação considerando que se todos usarem da mesma estratégia, então todos irão perder. De alguma forma a regra da minoria força o agente a escolher uma estratégia que o faça ser diferente no contexto.

Ao considerar m o número de grupos vencedores (neste caso, aqueles que foram a minoria no último evento), então 2^m é o número de dimensões no espaço onde se encontram as estratégias possíveis de serem utilizadas no momento atual, sendo 2^m o número de estratégias totalmente diferentes em um universo de 2^{2^m} estratégias possíveis. Sendo N o número de investidores, se eles tendem a agir de maneiras diferentes então todos podem agir por estratégias diferentes se 2^m > N. Se N ≥ 2^m então os agentes começarão a agir de maneira similar e então irão convergir para a melhor estratégia e esta ficará “lotada”, como no caso do *“El Farol bar”* já que reagirão da mesma forma para as mesmas informações obtidas (Moro, 2004).

2.2.2.2 Self Organized Criticality (SOC)

2.2.2.2.1 Conceito de Self Organized Criticality

Os sistemas complexos possuem diversos elementos que interagem e que possuem comportamentos isolados aleatórios e imprevisíveis, mas que podem exibir um comportamento dinâmico similar que podem ser descritos estatisticamente. Os sistemas dinâmicos com vários graus de liberdade podem evoluir para um estado de auto-organização (*self-organized*), com um comportamento espacial e temporal de

escala. Esta escala espacial leva a uma estrutura fractal auto-similar (BAK, TANG e WISENFELD, 1988). Como auto-organização os autores definem como um sistema que evolui naturalmente para um estado sem especificação detalhada da condição inicial.

O principal exemplo remete à pilha de areia. Ao depositar areia em um local, os grãos vão se movimentando e o tamanho da encosta formada cresce e chega a um ponto crítico chamado de “ângulo de repouso” (BAK, TANG e WEINSENFELD, 1988) onde qualquer quantidade de areia acrescentada irá escorregar. Se iniciarmos a colocação da areia em uma pilha íngreme pré existente então ela irá cair antes de chegar ao estado crítico, a qual é menos estável a perturbações piores. Quando o ponto crítico é atingido, o sistema permanece daquela forma.

2.2.2.2.2 Aplicação Self Organized Criticality

Os estudos sobre SOC aplicado à finanças ainda são pouco desenvolvidos e existem artigos com conclusões parciais sobre o assunto demonstrando ser um campo a ser explorado em novas pesquisas.

Com a aplicação do SOC no mercado de ações seria possível determinar algumas restrições e fronteiras do sistema dinâmico, além de buscar entender os ciclos de negócios. Os estudos sobre o SOC remetem às manchas solares, plasmas do espaço e terremotos no contexto da astrofísica e geofísica. Nas ciências biológicas o SOC está relacionado a biodiversidade, evolução e extinção. Alguns trabalhos foram realizados no campo das ciências sociais sobre congestionamentos, guerras e mercados de capitais (BARTOLOZZI, LEINWEBER e THOMAS, 2005, tradução nossa).

2.2.2.3 Fractais

2.2.2.3.1 Conceito de Fractais

Os fractais são objetos geométricos construídos pela repetição de padrões em escalas cada vez menores (SCHMIDT, 2005). Segundo Mandelbrot (2011), os fractais são formas geométricas que podem ser separadas em partes, cada uma sendo a versão reduzida em escala do todo.

2.2.2.3.2 Determinismo e Aleatoriedade

O conceito de fractal remete ao entendimento de determinismo e aleatoriedade. Na visão determinística todos os eventos foram traçados desde o momento da existência e seu movimento seguinte é previsível, sendo considerado como a lei natural das coisas. A visão aleatória defende que os acontecimentos não derivam de qualquer estrutura ou ordem ao longo do tempo e criam o que chamamos de inovação e variedade (PETERS, 1994).

Na teoria fractal, a aleatoriedade e o determinismo, o caos e a ordem coexistem (PETERS, 1994). Nos gráficos de fractais é possível analisar como há essa coexistência: há uma aleatoriedade local, mas um determinismo global que cria uma estrutura estável. Aplicando ao mercado podemos verificar que a informação é considerada como a inovação, o que vai mudar o comportamento dos investidores. O determinismo neste caso é como os mercados vão analisar a informação.

2.2.2.3.3 Propriedades

Segundo Peters (1994) os fractais possuem certas características que determinam sua existência que são:

a) Auto-similaridade: as partes são relacionadas com o todo de alguma forma. Em escalas maiores onde graficamente há um comportamento aleatório, e em outra escala é possível identificar um padrão.

b) Escala-invariante: não há uma escala característica a partir da qual derivam as seguintes. Os demais “ramos” podem ser originados a qualquer momento no fractal.

Usando como exemplo a figura abaixo, um fractal determinístico é aquele que possui uma similaridade geométrica, um padrão de repetição a cada escala (figura “a”). Um fractal aleatório, também conhecido pela denominação *self-affine*, é formado seguindo um padrão estocástico nas escalas em ambos os eixos, e este que será estudado na aplicação do método ao mercado de ações (figura “b”).

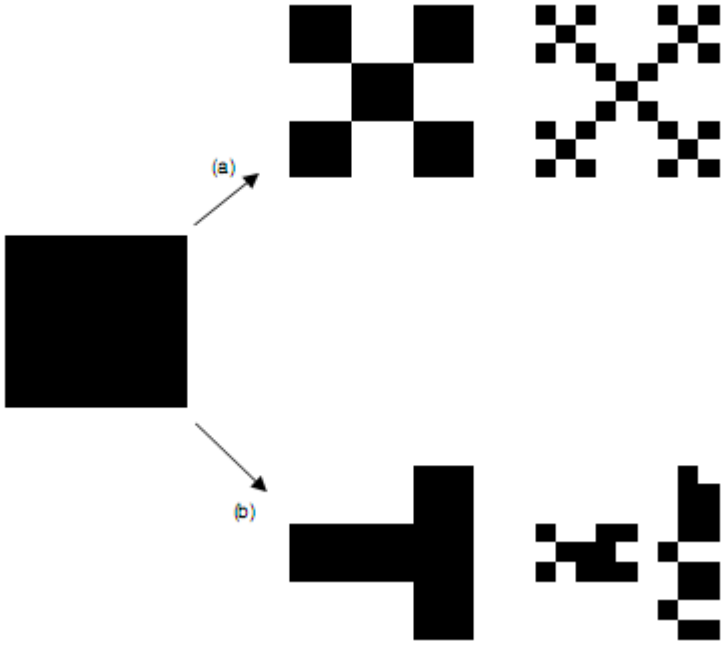

Figura 1- Tipos de Fractais
Fonte: Schmidt, 2005

O que ambos possuem em comum é a dimensão (SCHMIDT, 2005), que descreve numericamente como os objetos estão distribuídos em um espaço, e também quão oscilatória é uma série no tempo.

A dimensão fractal é importante por reconhecer que um processo pode ser algo entre determinístico e aleatório. A dimensão pode ser calculada a partir da seguinte fórmula segundo Schmidt (2005):

$$D = \lim_{L \to \infty} \left[\frac{\ln N(L)}{\ln(L)} \right] \tag{3}$$

Onde:

L = unidade de medida fixa ao estabelecer o tamanho do objeto a ser utilizado para cobrir o gráfico.

N(L) = número de objetos com L unidades de medida.

Utilizando como exemplo a Ilustração 1 é possível verificar que L é a medida do comprimento do lado de um dos quadrados gerados a partir do primeiro, e que a razão proposta identifica como está distribuída a nova forma em relação ao plano anterior.

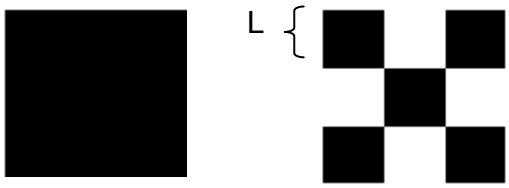

Figura 2 - Cálculo da Dimensão
Fonte: Schmidt, 2005

Neste caso, consideramos N(L) = 5 e, considerando o comprimento L, a figura original tem L = 3 de medida de lado. Calculando a dimensão:

$$D = \lim_{L \to \infty} \left[\frac{\ln N(L)}{\ln(L)}\right] \rightarrow D = \lim_{L \to \infty} \left[\frac{\ln 5}{\ln 3}\right] \rightarrow D = 1{,}465$$

Para realizar cálculos será utilizada a metodologia *R/S,* ou *Rescaled Range Analysis,* que distingue os fractais dos outros tipos de séries utilizando o Coeficiente de Hurst, que faz a ligação da dimensão fractal com o comportamento de uma série. A relação do coeficiente com a dimensão fractal é explicada, segundo Schmidt (2005), pela equação.

$$D = 2 - H \tag{4}$$

Onde:

D = dimensão fractal

H = coeficiente de Hurst

2.2.2.3.4 Falha da Hipótese Gaussiana

Nas teorias atuais de mercado, a Teoria Moderna de Portfólio e as demais, que envolvem o estudo da especulação não diferenciam o investidor de curto e o de longo prazo, pois consideram o mercado eficiente, onde o preço reflete todas as

informações disponíveis sobre aquele ativo. Se os retornos são distribuídos segundo o modelo de passeio aleatório (browniano), então os retornos são, em média, os mesmos independentemente do horizonte de tempo dos investidores.

Bachelier (1900) desenvolveu o modelo pioneiro do processo estocástico no qual as variações nos preços de um ativo eram variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com variância finita. De acordo com o Teorema do Limite Central, essas variações poderiam ser descritas por uma distribuição normal (RIBEIRO e LEAL, 2002).

2.2.2.3.5 Crítica à Hipótese da Eficiência de Mercado (HEM)

As origens da hipótese de eficiência de mercado (HEM) podem ser traçadas a partir de George Gibson que afirmou que as trocas de conhecimento público em um mercado aberto adquirem valores de acordo com o julgamento da melhor inteligência que lhes dizem respeito (GIBSON, 1889 apud SEWELL, 2011,p. 2, tradução nossa). Bachelier (1900) desenvolveu a matemática e a estatística do movimento browniano e a aplicação à especulação (COURTALT *et al.*, 2000). Taussig (1921) propôs o questionamento da real influência da relação entre a oferta e a demanda na determinação do preço fundamental de um ativo. Cowles (1933) analisou a performance de profissionais de investimento e concluiu que o os previsores do mercado não conseguem realmente prevê-lo. A intensificação dos estudos sobre o mercado eficiente veio no trabalho de Fama (1965) concluindo que o mercado segue o *random walk,* entretanto, Samuelson (1965) criou o primeiro argumento econômico formal de mercado eficiente. Outros autores contribuíram para os estudos dos mercados eficientes, e mais atualmente houve a discussão englobando a crise financeira de 2008, como foi proposto por Ball (2009) em seu trabalho "*The global financial crisis and the efficient market hypothesis*".

A premissa da teoria da Eficiência de Mercado é a de que todos os mercados financeiros são eficientes por refletir instantaneamente no preço dos ativos todas as informações novas que são relevantes (SCHMIDT, 2005). A hipótese propõe o caminho para avaliar a eficiência do mercado, considerando que em um mercado eficiente um investidor não consegue obter retornos maiores utilizando análise técnica ou fundamentalista já que todas as informações estão disponíveis. De

acordo com essa teoria, a frequência das mudanças de preço deveriam ser bem representadas pela distribuição normal (PETERS, 1994).

Duas noções são importantes para a definição da HEM segundo Schmidt (2005). A primeira é referente ao *random walk* ou passeio aleatório, que diz que os preços do mercado são aleatórios se suas variações são independentes e aleatórias. A segunda é referente à racionalidade do investidor, que incorpora as informações nos preços justos.

Segundo Fama (p. 387, 1970, tradução nossa) as condições para a eficiência do mercado de capitais são:

a) Não há custo de transação dos títulos em negociação;

b) Todas as informações estão disponíveis sem custo para todos os participantes do mercado;

c) Todos concordam sobre as implicações das informações atuais para o preço atual e distribuições de preços futuros de cada título.

Neste mercado, o preço dos títulos obviamente reflete todas as informações disponíveis. No entanto, o próprio Fama (1970) considera que essas premissas não refletem o mercado na prática e analisou a partir de vários níveis de eficiência em função da informação disponível.

O primeiro foi o nível de eficiência na forma fraca, que remete às informações disponíveis sobre os preços (ou retornos) passados. Quando a hipótese de eficiência foi suportada neste nível, passou-se ao nível de eficiência semi-forte onde foi verificada a velocidade do ajuste do preço a partir da divulgação de informações públicas. Por fim, a forma forte onde a preocupação é se algum investidor, ou grupo (como exemplo, a gerência de fundos mútuos) possui acesso restrito a informações relevantes para a formação de preços recentes.

Uma das críticas a HEM é a manutenção do conceito de preços justos e investidores racionais em momentos de bolhas e crises financeiras. A HEM não faz qualquer menção à liquidez do mercado, afirmando apenas que os preços são sempre justos, independentemente de haver liquidez ou não. Segundo Peters (1994):

> Um mercado estável não é o mesmo que um mercado eficiente, como definido no HME. Um mercado estável é um mercado com liquidez. Se o mercado tiver liquidez, então o preço pode ser considerado como próximo ao “justo”. Entretanto, mercados nem sempre possuem liquidez. Quando há uma falta de liquidez, os investidores participantes estão dispostos a assumir qualquer preço que puderem, justo ou não. (p. 42, Tradução nossa)

É importante considerar que há diferença de horizontes de investimentos e que os investidores reagem de maneiras diferentes às informações ao considerar em que momentos elas impactarão nos preços das suas ações.

Segundo Peters (1994), a fonte da liquidez do mercado é a diferença entre os horizontes de investimento, dos conjuntos de informações e, consequentemente, do conceito de preço justo. É importante ressaltar que:

> A HME não leva em consideração a história, uma vez que, em um mercado eficiente, toda a informação já está descontada nos preços correntes dos ativos.[...] O modelo de mercado eficiente reduz o agente [homo sapiens] ao homo economicus: decisor racional que busca defender seus interesses, utilizando-se de sua capacidade ilimitada de cálculo e de plena informação. Esta hipótese pressupõe que todos têm a mesma capacidade matemática e o mesmo acesso a notícias. (GLEISER, 2002 apud HAYASHI, p. 7, 2002).

Quando o mercado está estável, o HEM e o CAPM funcionam bem por serem modelos de equilíbrio, e os novos modelos devem estar preparados para explicar as os acontecimentos fora da expectativa de equilíbrio (PETERS, p.44, 1994, tradução nossa).

2.2.2.3.6 Hipótese de Mercado Fractal

2.2.2.3.6.1 Conceito da Hipótese de Mercado Fractal

A Hipótese de Mercado Fractal nasce como uma alternativa à hipótese de eficiência de mercado descrita anteriormente, e dá uma base matemática para a análise de fractais ao verificar a estrutura semelhante em diversas escalas. Leva em consideração o impacto da liquidez e do horizonte de tempo do investimento no comportamento do investidor (PETERS, 1994).

Um mercado estável se mantém com investidores de vários horizontes de investimento. As perdas daqueles que negociam em curto prazo são sobrepostas por investidores de longo prazo que têm interesse em manter suas perspectivas futuras e não consideram as perdas de curtíssimo prazo como algo fora do normal.

2.2.2.3.6.2 Proposta da Hipótese de Mercado Fractal

Na Hipótese de Mercado Fractal o mercado se estabiliza sozinho quando há investidores com horizontes temporais diferentes, e por conta disso a teoria afirma que todos os investidores compartilham do mesmo risco quando é ajustado pela escala do tempo. O risco compartilhado explica porque a frequência de distribuição dos retornos parece a mesma quando os horizontes de investimento são diferentes (PETERS, 1994).

Remetendo ao conceito de fractal, o investidor de curto prazo possui uma parcela maior de aleatoriedade por trabalhar em intervalos menores para análise das informações disponíveis. Considerando o intervalo de tempo utilizado para a tomada de decisão, os ganhos e perdas serão considerados materiais mesmo que numericamente sejam inexpressivos, vide o intervalo da oscilação dos preços esperado pelo investidor de curto prazo. Em escalas maiores de tempo, onde estão os investidores de longo prazo, tem-se uma característica mais determinística, não sendo drasticamente impactados com oscilações isoladas, mas sim pelo resultado das oscilações diárias ajustadas para o seu tempo de retorno esperado. Os fractais seguem a aleatoriedade local e o determinismo global sendo, no caso do mercado, a escala determinada pelo tempo.

A principal consideração da Hipótese de Mercado Fractal é que:

> (…) a informação é avaliada de acordo com o horizonte de investimento do investidor. Por conta da diferença de horizontes de investimento o valor da informação é diferenciado, e a difusão da informação também será desigual. (...) os preços não irão refletir todas as informações disponíveis, mas somente a informação importante para aquele horizonte de investimento. (PETERS, p. 49, 1994, tradução nossa)

As formas de análise do ambiente também são diferenciadas de acordo com a perspectiva do investimento. Investidores de longo prazo estão mais preocupados com fatores econômicos e resultados das empresas. Investidores de curto prazo fazem análises técnicas, de tendência e de liquidez das ações.

Em momentos de crise os investidores de longo prazo começam a participar das transações de curto prazo, aumentando a necessidade de liquidez do mercado e quebrando o equilíbrio.

3 MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA

3.1 Tipo e descrição geral da pesquisa

Para verificar se o IBOVESPA segue um comportamento determinístico com será feita uma pesquisa exploratória utilizando a teoria dos fractais e considerando como população o valor diário da pontuação de fechamento do IBOVESPA 1° de janeiro de 1999 a 7 de novembro de 2011, obtidos na base de dados do site da própria BM&FBOVESPA.

Os dados foram analisados de acordo com os conceitos de Dimensão de Correlação, Análise de Flutuação Não-Direcionada e, por fim, a Análise R/S (Rescaled Range Analysis) para obtenção do Coeficiente de Hurst. A partir dos resultados espera-se determinar se os valores de retorno da pontuação de fechamento do IBOVESPA seguem um comportamento determinístico.

3.2 Caracterização da Organização

A BM&FBOVESPA é uma companhia de capital aberto formada pela integração, em 2008, das operações da Bovespa e da Bolsa de Mercadorias & Futuros. Sediada em São Paulo e possui escritórios no Rio de Janeiro, nos Estados Unidos, na China e no Reino Unido. Atualmente é a única bolsa em operação no Brasil, líder na América Latina e uma das maiores do mundo em valor de mercado.

A BM&FBOVESPA tem como objetivo atuar:

> Como principal instituição brasileira de intermediação para operações do mercado de capitais, a companhia desenvolve, implanta e provê sistemas para a negociação de ações, derivativos de ações, títulos de renda fixa, títulos públicos federais, derivativos financeiros, moedas à vista e *commodities* agropecuárias. Tendo em vista sua área de atuação, a BM&FBOVESPA está sujeita à regulação e à supervisão da Comissão de Valores Mobiliários e do Banco Central do Brasil. (BM&FBOVESPA, 2011c)

Desde 1972 a BM&FBOVESPA possui um pregão automatizado com a disseminação da informação em tempo real. Em 1990 inicia as operações no Sistema de Negociação Eletrônica juntamente com o pregão de viva voz, e neste

mesmo ano faz convênio com a Bolsa de Valores do Rio de Janeiro (BVRJ) que devido à evolução do mercado acionário a partir de 2000, transferiu a negociação de ações no País para a Bolsa de Valores de São Paulo. Em 2002, a Bolsa de Mercadorias & Futuros adquiriu os títulos patrimoniais da BVRJ, passando a deter os direitos de administração e operacionalização do sistema de negociação de Títulos Públicos, o Sisbex.

Em 1997 houve a implantação da Mega Bolsa da Bovespa para aumentar a capacidade de processamento de informação, e em 1999 houve o lançamento do *home broker* onde o investidor poderia transmitir a ordem de compra pelo sistema da Mega Bolsa aumentando a independência e o fluxo de informações. No ano 2000 houve a implantação do GTS (*Global Trading System*) para a negociação de derivativos. Em 2004 ocorreu o lançamento do *Web Trading*, sistema de negociação de minicontratos derivativos via internet da *Clearing* de ativos da BM&F e do Banco BM&F. Em 2005 houve o encerramento dos pregões em 2009 foram encerradas as operações de derivativos de viva voz, dando início às negociações unicamente via sistemas eletrônicos.Em 2006 ocorreu a implantação de uma nova estrutura de tecnologia da informação que reduziu os custos de cada manutenção e o aumento do número de transações no mercado de capitais.

Finalmente, em 2008 ocorreu a integração da Bovespa Holding S.A. e a BM&F S.A. e a criação da BM&FBOVESPA S.A. e desde 20/08/2008 possui ações listadas com o código BVMF3 que integra o IBOVESPA, índice que reúne as ações mais líquidas do Brasil e que será abordado em tópico posterior.

De acordo com o Relatório Anual de 2010 (BM&FBOVESPA, 2011d, p. 55), a BM&FBOVESPA possui uma média diária de negociação de R$ 6,5 bilhões em 2010 com um aumento de 22,7% em relação a 2009 e o valor médio por negócio ao longo dos últimos anos caiu de R$ 27,8 mil em 2006 para R$ 15,9 mil em 2009 e R$ 15,1 mil em 2010. De acordo com o relatório, essa queda deve-se, principalmente, ao crescimento da participação do grupo de pessoa física, e também ao aumento da sofisticação de alguns investidores, fato que foi possibilitado pela eletronificação do processo de negociação e pelo acesso a esse sistema. (BM&FBOVESPA, 2011d, p. 55)

3.3 População e amostra

Serão utilizados como dados para análise os valores de fechamento do IBOVESPA obtidos no site da BM&FBOVESPA do intervalo de 1° de janeiro de 1999 a 7 de novembro de 2011.

No ano de 1999 teve início o serviço de *home broker* com a disseminação da informação em tempo real, onde os valores negociados estavam disponíveis para todos os investidores que poderiam transmitir a ordem de compra pelo sistema da Mega Bolsa aumentando a independência do investidor e, consequentemente, o fluxo de informações. Com as ações negociadas em tempo real os investidores possuem um maior número de dados exigindo uma ampla análise. Antes, em dados divulgados diariamente, havia apenas este horizonte de análise, e com informação em tempo real há a possibilidade de criar intervalos de dias, horas ou minutos. Por haver uma reação mais dinâmica dos investidores a partir da implementação do *home broker* a análise a partir do método fractal será feita a partir de 1999.

Partindo dessa especificação da amostra, serão utilizados os valores de retorno dos preços de fechamento diários para análise e construção de gráficos do comportamento do IBOVESPA.

3.4 Caracterização dos instrumentos de pesquisa

3.4.1 Análise R/S – Rescaled Range Analysis

Mandelbrot (1971) foi o primeiro a considerar que há uma dependência estatística persistente dos retornos dos ativos, porém o procedimento estatístico desta forma de análise originou-se no campo da hidrologia com os estudos de Hurst (1951) que analisou os registros sobre o transbordamento do Rio Nilo e a partir disso verificou que ocorriam em ciclos, mas não periódicos. A partir do estudo deste fenômeno Hurst criou sua própria metodologia, e o principal atributo foi poder identificar ciclos não periódicos em dados distribuídos por um período. Segundo Rosenman (1986) o fenômeno estatístico de ciclos não periódicos constitui a chamada dependência

persistente, ou “memória”. A medida estatística da dependência persistente é chamada de Coeficiente de Hurst que reflete a relação entre a amplitude ou *Range* (R) de valores de uma amostra em um determinado período de uma série histórica, ajustados de acordo com os desvios-padrão (S) desta amostra.
O ajuste da série proposto por Hurst (1951) a partir do *Rescaled Range* foi tido como base para os estudos do conceito de *Renormalization Group,* formalmente conceituado por Wilson (1971) e utilizado na mecânica estatística. De acordo com Plascak e Grandi (1999) o *Renormalization Group* estabelece uma relação de recursão transformando o espaço mantendo a física subjacente inalterada, e a partir dessa invariância de escala contínua estabelece-se uma dimensão fracionária atribuída ao fractal em contraste com a dimensão inteira do espaço euclidiano.

Tal conceito se refere a um aparato matemático que permite comparar valores de escalas diferentes nos sistemas que parecem ser os mesmos em todas as escalas, o que é uma característica dos fractais não determinísticos (*self-affine)*, considerando que a dimensão pode ter valores não inteiros.

3.4.2 Coeficiente de Hurst

Harold Edwin Hurst (1900 – 1978) foi um hidrologista responsável por construir barragens, e no projeto da barragem do Rio Nilo, Hurst buscou estimar a capacidade do reservatório considerando que o movimento de entrada e saída de água é influenciado por fatores exógenos como chuvas e cheias dos rios adjacentes. Após analisar 847 anos de registros das características do rio, Hurst passou a perceber que os movimentos não eram totalmente aleatórios, sendo similares em ciclos não periódicos. Durante o desenvolvimento da metodologia, Hurst foi alertado por Einstein em 1908, que o movimento conhecido por Browniano, era então considerado o primeiro modelo de processo aleatório. Einstein descobriu que a distância que uma partícula aleatória cobre aumenta com a raiz quadrada do tempo usado para medir a distância. Em finanças esta fórmula é utilizada para tornar temporal a volatilidade ou os desvios-padrão.

Tal propriedade é descrita pela fórmula:

$$R = T^{0,5} \rightarrow R = \sqrt{T} \tag{5}$$

Onde:

R = distância medida

T = tempo medido

O desvio padrão de um período é resultante da multiplicação dos desvios padrões dos retornos mensais pela raiz do período analisado (se for um semestre, então para o cálculo utiliza-se a raiz de 6 meses). Com isso considera-se que o desvio padrão aumenta de acordo com o tempo (PETERS, 1994, p.55, tradução nossa).

Adaptando para os mercados, tem-se a série de dados x_i (com $i = 1,2, \dots, n$) . Fazendo o ajuste de acordo com a média tem-se que $y_i = x_i - \bar{x}$ ($\bar{x}$ sendo a média da série).

$$R_n = \max(Y) - \min(Y) \tag{6}$$

O intervalo ou amplitude (R) é a diferença entre o valor máximo e mínimo dos valores da série. Este procedimento segue o cálculo do intervalo, que é definido pela fórmula entre o máximo e o mínimo, e o desvio padrão de cada sub-período.

A partir disso calcula-se as somas parciais da série:

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} (y_i) \ com \ 1 \leq k < n \tag{7}$$

O *rescaled range* é igual a:

$$(R/S)_n = \frac{\max(S_k) - \min(S_k)}{\sigma_n}, com \ 1 \leq k < n \tag{8}$$

Adaptando esta fórmula para as séries que não necessariamente obedecem ao efeito Browniano, e levando em conta que os sistemas não são independentes, Hurst chegou à seguinte equação:

$$(R/S)_n = c * n^h \tag{9}$$

Sendo:

n = número de amostras

c = constante

h = coeficiente de Hurst

Aplicando o logaritmo na equação anterior, obtemos a seguinte equação:

$$\log(R/S)_n = \log c + H * \log n \tag{10}$$

O valor esperado para o Coeficiente de Hurst pode ser calculado a partir da seguinte fórmula proposta por Anis e Lloyd (1976):

$$E(R/S)_n = \left(\frac{n-0{,}5}{n}\right) * (n * \frac{\pi}{2})^{-0{,}5} * \sum_{r=1}^{n-1} \sqrt{(n-r)/r} \tag{11}$$

Onde:

n = número de observações

De acordo com Peters (1994) ao utilizar a metodologia de cálculo R/S é possível verificar onde há mudança nas características estatísticas do mercado.

3.4.3 Ruídos

O mercado é um sistema dinâmico que muda seu comportamento ao longo do tempo e possui erros inerentes chamados ruídos, e no caos este sistema dinâmico está sujeito ao comportamento com erros, amplificação de eventos e descontinuidades (PETERS, 1994, p. 239). Na precificação de ações o ruído pode ser o aumento da incerteza de que uma informação nova pode impactar no preço considerado justo ou se realmente o aumento foi incorporado ao preço (equivalente ao conceito de especulação). De acordo com Peters (1994) a medida do erro é o problema mais comum nos dados econômicos, e um exemplo é que não é possível reconhecer uma recessão no momento em que ela ocorre, mas sim alguns meses ou anos depois. Além dos preços das ações, os indicadores econômicos voláteis podem ser fonte de ruídos.

Os ruídos são caracterizados pelos espectros de potência que são calculados de acordo com a transformação de Fourier que desenvolveu em 1800 a chamada análise espectral. A transformação de Fourier traduz a série temporal em uma função definida por sua frequência e dessa forma elas podem ser representadas pela soma curva dos senos (ou cossenos) de frequências diferentes e de duração

infinita (PETERS, 1994, p. 170). O fator de escala ou expoente espectral é conhecido pela variável "b" e pode variar de 0 a 4.

Se 0 < b < 2 então haverá o ruído rosa *(pink noise)* e com b > 2 há o ruído preto (*black noise)*. Com b = 2 há o ruído branco *(white noise)*.

A equação que relaciona os ruídos fractais foi proposta por Mandelbrot e Van Ness (1968) e o coeficiente de Hurst é a seguinte :

$$b = 2 * H + 1 \tag{12}$$

Onde:

b = expoente espectral

H = coeficiente de Hurst

Segundo Peters (1994), trabalhando com a Hipótese de Mercado Fractal é possível que cada horizonte de investimento possua seu próprio sistema dinâmico e por conta do problema de dependência das condições iniciais, os ruídos do sistema aumentam o problema da previsão, exigindo que os testes sejam adaptados para minimizar os efeitos.

De acordo com os valores encontrados para o Coeficiente de Hurst há a classificação da série em um tipo de ruído, e cada tipo possui suas próprias características que auxiliam na análise do comportamento da série.

O ruído rosa é característico quando 0 ≤ H < 0,5 e está relacionado à antipersistência. Um sistema ser antipersistente significa que cobre uma área menor do que um passeio aleatório, ou seja, tem mais variações do que um processo aleatório.

O ruído preto é característico quando 0,5 < H ≤ 1, e está relacionado à séries temporais persistentes que possuem efeitos de memória de longo prazo, ou seja, os acontecimentos futuros são impactados por ações no presente. Em sistemas caóticos significa que há interferência das condições iniciais independentemente da escala de tempo que está sendo analisada, o que é uma característica dos fractais (PETERS, 1994, p. 61).

3.5 Procedimentos de coleta e de análise de dados

Os dados foram obtidos no site da BM&FBOVESPA em planilha histórica e organizados em dados diários a partir da data inicial de registro do valor do índice de acordo com a determinação do período da amostra.

Os resultados foram analisados com o auxílio do programa R Project para estatística, que é um software livre para cálculos e construção de gráficos. O R Project permite uma grande variedade estatística (modelagem linear e não-linear, testes clássicos em estatística, análise de séries temporais, classificação e agrupamento) além de técnicas de gráfico. (R PROJECT, 2011). Além disso, o R Project possui pacotes para aprimorar a pesquisa em eixos específicos, e neste trabalho foi utilizado o "Pacote Fractal" (FRACTAL PACKAGES, 2011). Dentro deste pacote há fórmulas específicas para o trabalho com fractais, onde foram selecionadas algumas que se mostraram relevantes para os objetivos propostos, apresentadas a seguir.

3.5.1 Dimensão de Correlação (corrDim)

Segundo Grassberger e Procaccia (1983), o expoente de correlação permite distinguir entre o caos determinístico e um ruído aleatório, além de ser estritamente relacionado à dimensão fractal.

De acordo com Grassberger e Procaccia (1983), a dimensão de correlação é uma medida da densidade (ou dispersão) do atrator dentro de um espaço de fases. Sistemas que apresentam comportamento estável, periódico ou caótico possuem atratores característicos. Assim, para reconstruir o atrator, é necessário arbitrar-se a dimensão do espaço de fases, dimensão esta conhecida como dimensão de imersão (*embedding dimension*). (GANDUR, 2001, p. 69)

A partir da dimensão de correlação é possível determinar se o sistema é caótico ou randômico:

> A sensibilidade crítica às condições iniciais é a característica fundamental que diferencia os sistemas complexos caótico determinísticos dos sistemas que apresentam respostas randômicas ou estocásticas. Para estes sistemas (randômicos ou estocásticos), a mesma condição inicial pode conduzi-los a estados bastante distintos em pequenos intervalos de tempo, o que não ocorre nos sistemas caótico determinísticos. Quando se mede um sinal temporal discreto, sempre se deseja encontrar as equações que governam a dinâmica deste sistema. Se este sinal for caótico, deseja-se determinar se o sistema é caótico determinístico ou randômico. No caso de um sistema caótico determinístico, espera-se poder descrever a sua dinâmica por meio de um conjunto finito de equações diferenciais. Sendo o sistema randômico, este não seria descrito por um conjunto de equações diferenciais (devido ao seu elevado grau de liberdade), mas sim por funções de probabilidade.(GANDUR, 2001, p. 68)

Ainda de acordo com Gandur (2001), nos sistemas randômicos a dimensão de correlação cresce indefinidamente a cada dimensão de imersão, mas em um sistema caótico, a dimensão de correlação atinge um valor constante. A dimensão de correlação fornece uma estimativa do número de equações diferenciais necessárias para descrever a dinâmica global do sistema.

Nas instruções da função afirma-se que a estimativa dimensão de correlação deve ser sempre interpretada também como uma estatística sumária subjetiva, mesmo quando a série original seja representativa em relação a resposta verdadeiramente livre de ruído caótico.

3.5.2 *Detrended Fluctuation Analysis* - DFA

A análise de flutuação estima o valor do expoente de escala permitindo caracterizar a dependência de longa memória em séries fractais estocásticas e foi proposto inicialmente por Peng *et al.* (1994) enquanto verificava a série de nucleotídeos e aprimorado na detecção de correlação de um grande intervalo de sequências de DNA (Peng *et al.*, 1995).

O método DFA possui a vantagem de detectar correlações além de permitir a detecção de erros em correlações que aparentemente são de longa data. A principal diferença para o método R/S é que a DFA enfoca nas oscilações em torno de uma tendência, ao invés de um intervalo como é no R/S (KRISTOUFEK, 2009).

3.5.3 Coeficiente de Hurst pelo Método R/S (RoverS)

O coeficiente de Hurst é calculado a partir da segmentação da série em "m" grupos seguindo o cálculo proposto no referencial teórico. A estatística R/S neste cálculo é utilizada para estimar o coeficiente a partir do aumento do número de grupos em que a série será dividida e a repetição dos cálculos para identificar se a série possui ciclos periódicos ou não periódicos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A presente trabalho foi realizado a partir da análise dos valores de retorno do IBOVESPA de 1° de janeiro de 1999 a 7 de novembro de 2011, retirando-se os valores negativos e iguais a zero, resultando em uma amostra de 3.182 valores.

Em 1999 foi criado o sistema *home broker* para transações via internet de compra e venda de ações pelos investidores e consequentemente houve um aumento do montante negociado. Este aumento da quantidade e do montante das transações é percebido na ocorrência de pontuações acima de 14.000 pontos máximos dos anos de 1968 a 1998, que são anteriores à amostra utilizada na pesquisa.

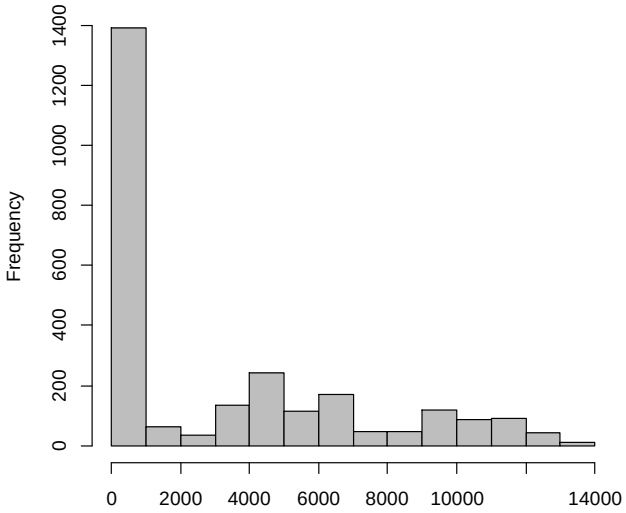

Gráfico 1 - Frequência de pontuação de 1968 a 1998
Fonte: Construída pela autora a partir dos dados da BM&FBOVESPA

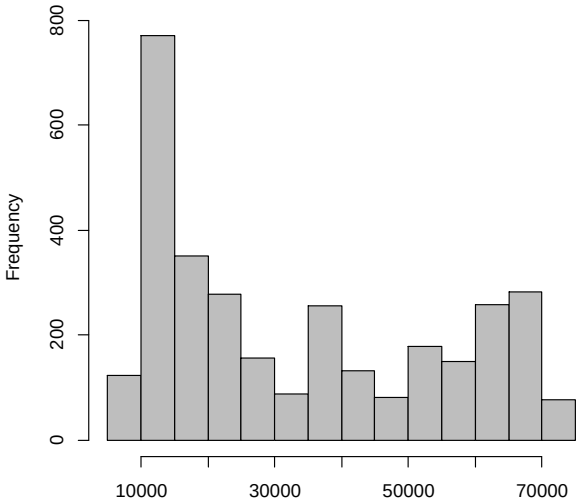

Gráfico 2 - Frequência de pontuação de 1999 a 2011
Fonte: Construída pela autora a partir dos dados da BM&FBOVESPA

É possível verificar que houve um aumento da pontuação média em função do desenvolvimento econômico, entrada de capital estrangeiro e aumento das transações via *home broker*. Segundo Tabajara e Higuchi (2008, p. 2), no cenário macroeconômico, a mudança de maior impacto foi a introdução do Plano Real em 1994, que favoreceu o controle da inflação. O Plano Real ofereceu ao país maior estabilidade à política monetária e, como conseqüência, houve um crescimento dos investimentos internacionais no mercado acionário brasileiro.

Mas para analisar se o comportamento do índice ao longo do período de 1999 a 2011 segue um padrão caótico (determinístico ou randômico) ou um padrão estocástico, aplicou-se a programação de Coeficiente de Correlação (corrDim).

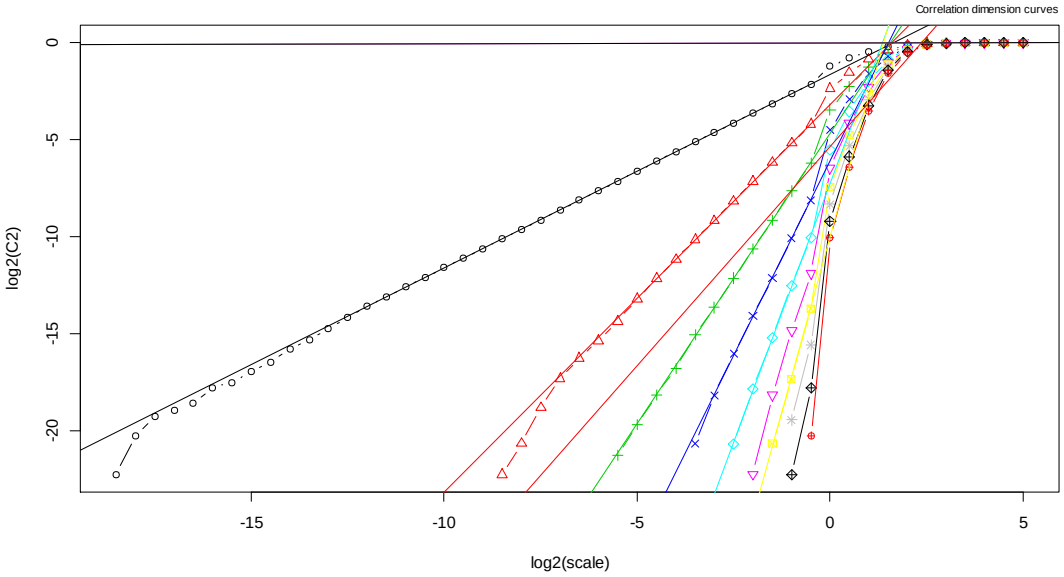

Gráfico 3 - Curvas de dimensão de correlação em 10 dimensões (log log)
Fonte: Construído pela autora utilizando o R

A partir da análise dos valores obtidos na regressão da série realizada no R Project, é possível determinar que a dimensão de correlação apresenta valores que levam a considerar a existência de um atrator em torno da dimensão de correlação no valor de 0,004, mostrando que os retornos do IBOVESPA seguem o chamado atrator estranho que, segundo Gandur (2001), é encontrado em sistemas dinâmicos caóticos e apresenta auto-similaridade de escala (ou caráter fractal), e uma dimensão fractal associada.

Tabela 1 - Valores de dimensão de imersão e de correlação

Dimensão de Imersão	Dimensão de Correlação
1	0,996
2	1,999
3	2,992
4	4,010
5	5,343
6	0,005
7	7,219
8	0,005
9	0,005
10	2,260
11	0,004
12	0,004
13	0,004
14	0,004

Para confirmar visualmente a existência do atrator estranho na série dos valores de retorno do IBOVESPA foram construídos gráficos comparativos com uma simulação caótica aleatória.

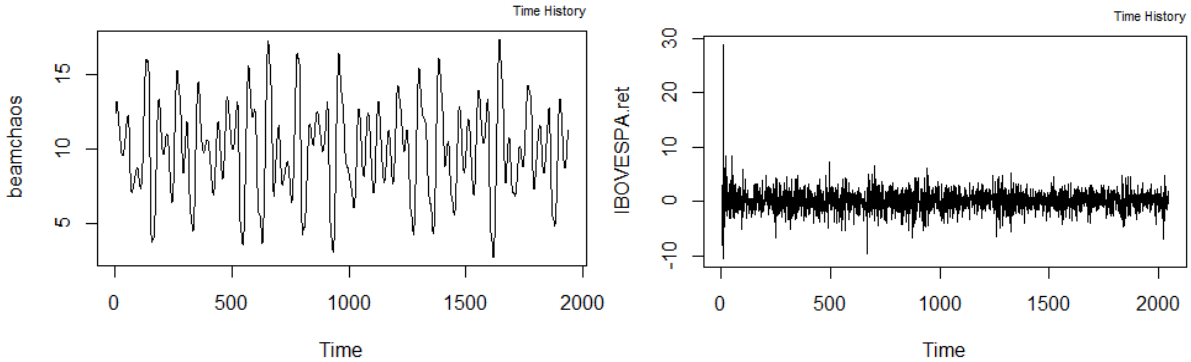

Gráfico 4 - Série aleatória comparativa com a série de retornos do IBOVESPA
Fonte: Construído pela autora utilizando o R Project

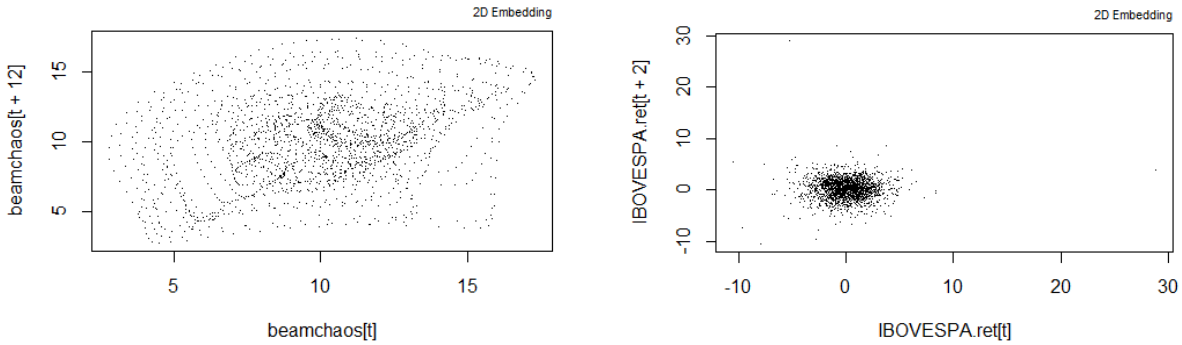

Gráfico 5 - Distribuição da série aleatória comparativa com a série do IBOVESPA
Fonte: Construído pela autora utilizando o R Project

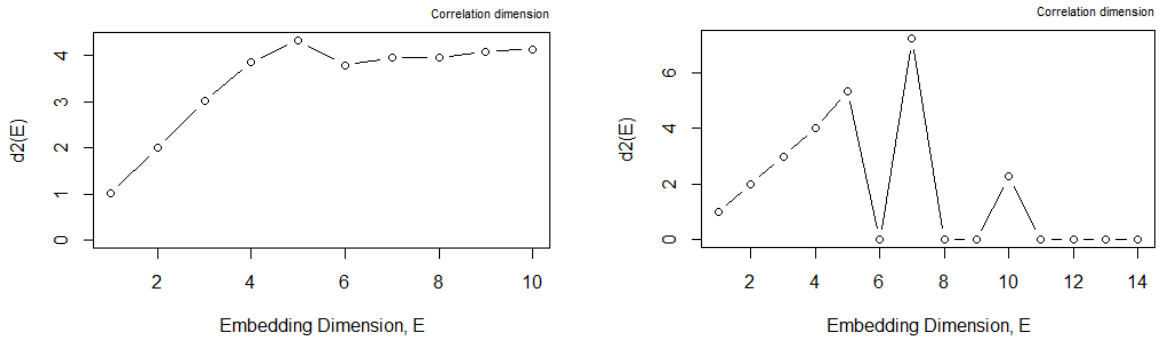

Gráfico 6 - Dimensão de imersão e de correlação da série aleatória comparativa com a série do IBOVESPA
Fonte: Construído pela autora utilizando o R Project

A série de números aleatórios preenche uniformemente o espaço em qualquer dimensão e assim ao medir a dimensão será encontrada a do próprio espaço. Em séries caóticas, que é o caso da série do IBOVESPA, os pontos tendem a seguir para um atrator que é o ponto onde os valores oscilam em uma órbita. Dessa forma, em séries caóticas são descritas apenas a partir de funções de probabilidade, e não de um conjunto de equações diferenciais. Este último caso traria a possibilidade de elaboração de uma fórmula de previsão dos valores dos pontos.

Para verificar se os retornos do IBOVESPA seguem uma tendência utiliza-se a análise de flutuação não-direcionada (DFA). Com ela estima-se o valor do expoente de escala para verificar a existência da dependência de longa memória, considerando o erro de correlação (RMSE).

Segundo PENG *et al* (1995), quando os dados não são relacionados entre si (*white noise*), o coeficiente corresponde a um passeio aleatório (*random walk*) onde H = 0,5. Quanto maior o valor de H, similar ao coeficiente de Hurst, menos oscilatória é a série. A partir da série de retornos do IBOVESPA foi obtido o expoente de escala **H = 0,033**, que indica que os maiores e os menores valores da série temporal parecem alternar com mais frequência do que uma série *random walk*, evidenciando que os pontos não seguem um padrão em torno de uma tendência (não há correlação).

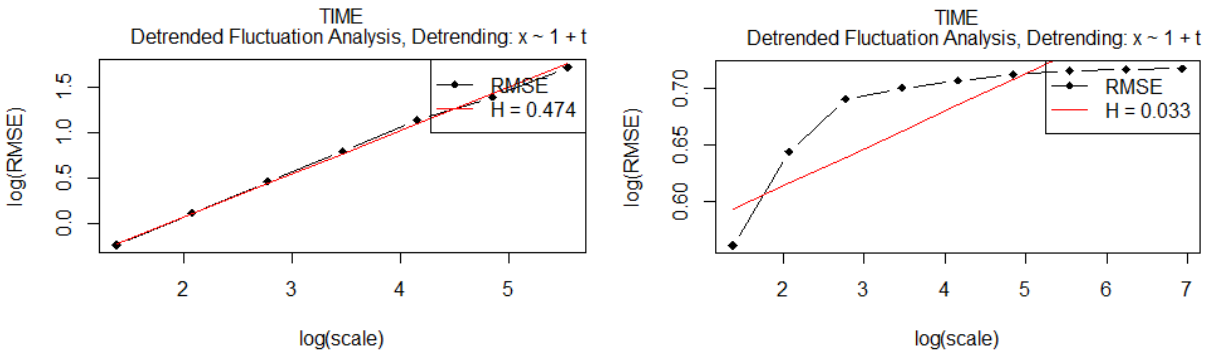

Gráfico 7 - Expoentes de escala dos retornos aleatórios comparativos com os do IBOVESPA
Fonte: Construído pela autora utilizando o R

Tal resultado mostra que não há um padrão determinístico dos retornos do IBOVESPA, sendo o coeficiente H menor que 0,5 demonstra um comportamento oscilatório. Segundo Willmott e Matsuura (2005) a curva RMSE (*root-mean-square error*) é construída a partir do erro total obtido pela soma dos erros individuais, isto é, cada erro influencia o total na proporção do seu quadrado, ao invés da sua magnitude. A RMSE é composta pela distribuição das magnitudes dos erros e com a raiz quadrada do número de erros, assim como com a média da magnitude dos erros. No caso do IBOVESPA (gráfico da direita) há um aumento do RMSE que não acompanha o crescimento da linha de tendência do expoente de escala, o que determina que os pontos se comportam de forma caótica sem seguir um padrão ou correlação, mesmo que aleatório.

Com o cálculo do Coeficiente de Hurst pelo método R/S sobre a série de retornos do IBOVESPA foi possível verificar que o encontrado foi de **H = 0,641**. Segundo a teoria do caos este valor está dentro do intervalo em que pode ser considerado um ruído preto (*black noise)*, característico de séries de longa data e periódicas como mudanças de preços de ações no mercado (Peters, 1994).

É interessante verificar que um *black noise* traz a característica de possuir "catástrofes", reflexo da descontinuidade abrupta das subidas e descidas gráficas, que é um movimento chamado de *Noah effect* por Mandelbrot (1972). Peters (1994) mostra que mesmo havendo um efeito de longa memória é importante salientar que ao se derivar o processo de *black noise* chega-se ao *pink noise*, mostrando que os retornos obedecem ao primeiro, mas a sua "aceleração", ou volatilidade, deveria seguir o segundo. Peters (1994) faz uma comparação pertinente dizendo que água

em movimento é turbulenta e a turbulência medida não é o fluido em si, mas a velocidade dele. Aplicando ao mercado, a turbulência não é o preço (neste caso o retorno) em si, mas a velocidade das mudanças e não as mudanças por elas mesmas. Aplicando ao IBOVESPA, a série segue o comportamento do ruído preto mas as oscilações são descritas pelo ruído rosa, que é confirmado pelo coeficiente de escala na análise DFA.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O mercado de capitais tem grande importância na economia por ter como objetivo equilibrar os recursos destinando o estoque de capital da economia para setores deficitários. Com a evolução tecnológica o fluxo de transações aumentou significativamente trazendo a necessidade de análises mais amplas, diversificadas e críticas sobre a série de preços das ações e dos índices, esses últimos responsáveis por refletir a situação de uma cesta das ações mais relevantes em fluxo e montante. As principais crises financeiras têm tido suas raízes no mercado de capitais, o que traz a necessidade de analisar características do mercado e julgar seu comportamento de forma com o auxílio de novas técnicas.

A econofísica traz abordagens utilizadas por físicos para o estudo econômico, trazendo uma nova visão aos problemas de séries temporais e a teoria de fractais traz como princípio inicial verificar padrões na natureza em situações imprevisíveis a primeira vista assim como o comportamento dos mercados, auxiliando na criação de cenários em curvas que também não possuem a características de previsibilidade.

A aplicação da teoria de fractais, pertencente ao campo da econofísica, ao conjunto de dados de retorno do IBOVESPA de 1999 a 2011 mostrou que a BM&FBOVESPA aumento seu fluxo de transações em relação aos anos anteriores e seu comportamento foi estudado a partir da aplicação dos conceitos de Coeficiente de Correlação, Análise de Flutuação Não-Direcionada e a análise R/S.

Os principais resultados obtidos foram que o IBOVESPA se comporta como um sistema dinâmico caótico não determinístico, ou seja, não é uma série aleatória e pode ser descrito por funções de probabilidade. Por ser um sistema caótico seu gráfico possui um atrator estranho (ponto de orbitação da curva) e possui uma dimensão fractal associada. A partir da análise DFA verificou-se que a série é antipersistente, se comportando mais alternada que uma série que o *random walk* confirmado a partir do cálculo do expoente de escala chegando ao valor de **H=0,033** evidenciando que os pontos não seguem um padrão em torno de um ponto de tendência apesar de possuir um atrator para a curva. Para verificar o comportamento determinístico ou aleatório foi calculado o coeficiente de Hurst a partir da análise R/S onde foi obtido o valor de **H = 0,641** que corresponde ao comportamento de séries periódicas de longa data onde as informações atuais são influenciadas de forma

"leve" por dados anteriores, comportamento esperado para o preço de ações no mercado, e também considerando que há as chamadas "catástrofes" que são quedas e altas abruptas, chamado de *Noah Effect* por Mandelbrot (1972).

A partir destas análises pode-se concluir que, considerando os resultados obtidos com as ferramentas do método de fractais, o IBOVESPA não segue um comportamento determinístico, mas é importante ressaltar que há um ponto de atração da curva por ser um sistema dinâmico caótico e que os pontos são correlacionados como descrito pelas características do *black noise*.

O entendimento mais relevante da pesquisa foi a descoberta de um atrator estranho, que mostra que mesmo não tendo sido identificado um comportamento determinístico na série de retornos do IBOVESPA, possui um ponto de atratividade da curva, e que em períodos seguintes pode haver um crescimento da pontuação que pode ser em torno do atrator encontrado, sem deixar de considerar a possível ocorrência de movimentos abruptos característicos dos ruídos pretos (*black noises*).

O trabalho contribui com o entendimento do comportamento do IBOVESPA para análises de tendência com a criação de cenários e para pesquisas futuras sugere-se a análise por um período maior para avaliar se o atrator se mantém ou se é característica vinculada ao tamanho da amostra.

REFERÊNCIAS

ANIS, A. A. e LLOYD, E. H. **The expected value of the adjusted rescaled hurst range of independent normal summands.** *Biometrika 63,* 1976.

ARTHUR, W. B. **Inductive Reasoning and Bounded Rationality**, *American Economic Review (Papers and Proceedings),* n° 84, p. 406–411, 1994.

BACHELIER, L. **Théorie de la spéculation.** *Annales scientifiques de l'É.N.S. 3e série*, tome 17, p. 21-86, 1900.

BAK, P.; TANG, C.; WEINSENFELD, K.. **Self organized criticality.** *Physical Review A.* vol 38, n. 1, p. 364 – 374, Jul. 1988.

BALL, R., **The global financial crisis and the efficient market hypothesis:** What have we learned?, *Journal of Applied Corporate Finance,* vol. 21, n. 4, p. 8–16, 2009.

BARKOULAS, J. T. e BAUM C.F. **Long-term dependence in stock returns.** *Economic Letters,* n° 53, p. 253 – 259, 1996.

BARKOULAS, J. T. e T AVLOS, N. **Chaos in a emerging capital market?** The case of Athens Stock Exchange. Applied Financial Economics. n° 8, p. 231 – 243, 1998.

BARTOLOZZI M., LEINWEBER D. B. e THOMAS, A.W. **Self-Organized Criticality and Stock Market Dynamics**: an empirical study*. Physica A*, vol. 350, n. 2-4, p. 451-465, 2005.

BLACKLEDGE, J. **The Fractal Market Hypothesis**: Applications to Financial Forecasting. *Centre for Advanced Studies, Warsaw University of Technology* , vol: 978-83-61993-01-83, p. 1 - 105, 2010.

BM&FBOVESPA. **Investidor Dicionário de Finanças**. Disponível em < http://www.enfin.com.br/bolsa/main.php>. Acesso em 10/09/2011(a).

_____. **Introdução ao Mercado de Capitais**. Disponível em <http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/a-bmfbovespa/download/merccap.pdf>. Acesso em 22/09/2011(b).

_____. **Sobre a Bolsa**. Disponível em < http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/intros/intro-sobre-a-bolsa.aspx?idioma=pt-br> Acesso em 22/09/2011(c).

_____. **Relatório Anual 2010**. Disponível em < http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/a-bmfbovespa/download/BMFVOVESPA-Relatorio-Anual-2010.pdf>. Acesso em 22/09/2011 (d)

_____. **Ibovespa**. Disponível em < http://www.bmfbovespa.com.br/Indices/download/IBovespa.pdf>. Acesso em 22/09/2011(e)

BRIGHAM, E. e HOUSTON, J. F. **Fundamentos da moderna administração financeira**. Tradução de Mª Imilda da Costa e Silva. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

COURTALT, J.; KABANOV, Y.; BRU, B.; CRÉPEL, P.; LEBON, I.; LE MARCHAND, A. **Louis Bachelier on the Centenary of Théorie de la Spéculation.** *Mathematical Finance*, vol. 10, n. 3, p. 341-353, 2000.

COWLES III, A. **Can stock market forecasters forecast?**, *Econometrica*, vol. 1, n. 3, p. 309–324, 1933.

DAMODARAN, A. **Finanças Corporativas:** teoria e prática. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

FAMA, E. F. **The behavior of stock-market prices**, *Journal of Business*, vol. 38, n. 1, p. 34–105, 1965.

_____. **Efficient Capital Markets**: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, vol. 25, n. 2, p. 383 – 417, mai. 1970.

FORTUNA, E. **Mercado financeiro:** produtos e serviços. 17ª ed. rev. e atual. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2010.

FRACTAL PACKAGES. **Fractal Time Series Modeling and Analysis.** Disponível em: < http://cran.r-project.org/web/packages/fractal/index.html >. Acesso em: 18/11/2011.

GANDUR, M. **Comportamento dinâmico e complexo em despelamento de fitas adesivas.** 2001. Tese (Doutorado em Química). Universidade Estadual de Campinas. 2001.

GIBSON, G. **The Stock Markets of London, Paris and New York**. *G.P. Putnam's Sons*, New York, 1889.

GRASSBERGER, P. e PROCACCIA, I. **Measuring the strangeness of strange attractors.** *Physica D: Nonlinear Phenomena,* vol. 9, n. 1-2, p. 189-208, 1983.

GREENE, M. T. e FIELTZ, B.D. **Long-term dependence in common stock returns**. *Journal of Financial Economics*, vol. 5, p. 339 – 349, 1977.

HAYASHI, A. D. **Aplicação dos fractais ao mercado de capitais utilizando-se as Elliott Waves.** Dissertação de Mestrado, Porto Alegre, 2002.

HURST, H. **Long-term Storage Capacity of Reservoirs.** *Trans. of American Society of Civil Engineers*, v. 116, p. 770-808, 1951.

KING, M. A. e WADHWANI, S. **Transmission of Volatility between Stock Markets**. *The Review of Financial Studies*, vol. 3, n. 1, p. 5 - 33, 1990.

KOPPL, R.; AHMED, E; ROSSER, J. B.; WHITE, M. V. **Complex bubble persistence in closed-end country funds.** *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol. 32, n° 1, p. 19 – 37, 1997.

KOPPL, R. e NARDONE, C. **The angular distribution of asset returns in delay space**, *Discrete Dynamics in Nature and Society*. vol. 6, p, 101 – 120, 2001.

KRAEMMER, W. ; RUNDE, R. **Chaos and the compass rose**. *Economics Letters,* vol. 54, p. 113 – 118, 1997.

KRISTOUFEK, L. **R/S analysis and DFA:** finite sample properties and confidence intervals. *Munich Personal RePEc Archive*, 2009.

LEITE, H.P.; SANVICENTE, A.Z. **Índice Bovespa:** um padrão para os Investimentos. São Paulo: Atlas, 1994.

LO, A. W. **Long-term memory in stock market prices**. *Econometrica*, vol. 59, n° 3, p. 1279 – 1313, 1991.

MAJORANA, E. **Il valore delle leggi statistiche nella física e nelle scienze social!.** *Scientia*, vol. 36, p. 58-66, 1942.

MANDELBROT, B.B. **New methods in statistical economics**. *Journal of Political Economy*, n° 71, vol. 5, p. 421 – 440, 1963.

_____. **When can price be arbitraged efficiently?** A limit to the validity of the random walk and martingale models. *Review of Economics and Statistics*, vol. 53, p. 225 – 236, 1971.

_____. **The Fractal Geometry of Nature**. *Freeman*, 1983.

_____. **How Fractals Can Explain What's Wrong with Wall Street.** Disponível em <http://www.scientificamerican.com/article.cfm?id=multifractals-explain-wall-street >. Acesso em 11/10/2011.

MANDELBROT, B.B.; VAN NESS,J. W. **Fractional Brownian Motions, Fractal Noises, and Applications.** *SIAM Review,* vol. 10, 1968.

MANTEGNA, R. N. e KERTÉSZ, J. **Focus on statistical physics modeling in economics and finance**. *New Journal of Physics*, vol. 13, p. 2 – 6, 2011.

MANTEGNA, R. N. e STANLEY, H. E., **An introduction to econophysics**: correlations and complexity in finance. *Cambridge University Press*, 2000.

MORO, E. **The Minority Game**: an introductory guide. *Nova Science Publishers*. New York, 2004.

MULLIGAN, R. F. **Fractal analysis of highly volatile markets**: an application to technology equities. *The Quaterly Review of Economics and Finance*. Vol. 44, p. 155 – 179, 2003.

PENG, C., BULDYREV, S., HAVLIN, S., SIMONS, M., STANLEY, H. e GOLDBERGER, A.: **Mosaic organization of DNA nucleotides**, *Physical Review E*, Vol. 49, No. 2, 1994.

PENG C., HAVLIN S, STANLEY H., GOLDBERGER A., **Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series**, *Chaos*, n. 5, p. 82–87, 1995.

PETERS, E. E., **Fractal market analysis**: applying chaos theory to investment and economics. New York: Wiley, 1994

_____, **Chaos and order in the capital markets**: a new view of cycles, prices, and market volatility. 2ª ed. New York: Wiley 1996.

PINHEIRO, J. L. **Tendência nos Mercados Financeiros**. *Revista IBEF – Série Especial*, mar. 2002.

PLASCAK, J. A.; FIGUEIREDO, W. e GRANDI, B. C. S. **Phenomenological renormalization group methods.** *Brazilian Journal of Physics,* v.29, n.3, São Paulo, 1999.

R PROJECT. **Introduction to R.** Disponível em: < http://www.r-project.org/ >. Acesso em 18/11/2011.

RIBEIRO, T. S. e LEAL, R. P. C. **Estrutura fractal em mercados emergentes**. *Revista de Administração Contemporânea*, v. 6, n. 3, p. 97 – 108, Set./Dez., 2002.

ROSENMAN, R. E., KAEN, F. R. **Predictable behavior in financial markets**: some evidence in support of Heiner's Hypothesis. *The American Economic Review*, v. 76, n. 1, p. 212 – 220, Mar. 1986.

ROSS, S. A.; WESTERFIELD, R. W. e JORDAN, D. Bradford. **Princípios de administração financeira**.Tradução: Andrea Maria Accioly Fonseca Minardi; *Revisão técnica Antonio Zoratto Sanvicente*. 2ª ed. São Paulo: Atlas,2000.

SAMUELSON, P. A., **Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly**, *Industrial Management Review,* vol. 6, n.2, p. 41–49, 1965.

SCHMIDT, A. B., **Quantitative finance for physicists**: an introduction. *Academic Press*, 2005.

SEWELL, M. **History of the Efficient Market Hypothesis**. *Research Note UCL*. 2011.

PIMENTA JUNIOR, T.; HIGUCHI, R. H. **Variáveis macroeconômicas e o IBOVESPA:** um estudo da relação de causalidade. *Revista Eletrônica de Administração,* vol. 14, n.2, mai-jun de 2008.

TAUSSIG, F. W. **Is market price determinate?**, *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 35, n.3, p. 394–411, 1921

WILLMOTT,C. e MATSUURA, K. **Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance.** *Climate Research,* vol. 30, p. 79-82, 2005.

WILSON, K. G. **Renormalization group and critical phenomena.** I. Renormalization Group and the Kadanoff Scaling Picture. *Physical Review B 4,* p. 3174 - 3183, 1971.

ZIEGELMANN, F. A. e PEREIRA, P. L. V. **Modelos de Volatilidade Estocástica com Deformação Temporal**: Um Estudo Empírico para o Índice Ibovespa. *Política e Planejamento Econômico*, v.27, n.2, p.353-376, ago. 1997.

ANEXOS

Anexo A – Programação em R Project

```
install.packages("fractal")
## Brazil (SP2)

library(fractal)

ibov.df<-read.csv("C:/users/carolina/desktop/ibov.csv")
hist(ibov.df[,"PX_LAST"])

IBOVESPA.ret<-diff(log(ibov.df[,"PX_LAST"]))*100
IBOVESPA.ret[is.na(IBOVESPA.ret)]=0
IBOVESPA.ret[is.inf(IBOVESPA.ret)]=0

help(corrDim)
correlacao <- corrDim(IBOVESPA.ret,dimension=14)
print(correlacao )
plot(correlacao, fit=TRUE, legend=FALSE)
eda.plot(correlacao)

## Construcao dos graficos de exemplo aleatorio
print(beam.d2)
eda.plot(beam.d2)

help(DFA)
DFA.walk <- DFA(IBOVESPA.ret)
print(DFA.walk)
plot(DFA.walk)
eda.plot(DFA.walk)

## Construcao dos graficos de exemplo aleatorio
DFA.walk <- DFA(rnorm(1024), detrend="poly1", sum.order=1)
print(DFA.walk)
eda.plot(DFA.walk)

help(RoverS )
RoverS(IBOVESPA.ret)
```

Anexo B – Dados de Saída do Programa

CorrDim:
Correlation dimension for IBOVESPA.ret

Embedding points : 3155
Embedding dimension(s) : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
Time lag : 2
Oribital lag : 0
Distance metric : L-Inf
Invariant estimate(s) : 0.996 1.999 2.992 4.01 5.343 0.005 7.219 0.005 0.005 2.26 0.004 0.004 0.004 0.004

DFA.walk:
Detrended fluctuation analysis for IBOVESPA.ret

H estimate : 0.03278058
Domain : Time
Statistic : RMSE
Length of series : 3181
Block detrending model : x ~ 1 + t
Block overlap fraction : 0
Scale ratio : 2

Scale 4.0000 8.0000 16.0000 32.0000 64.0000 128.0000 256.0000 512.0000
RMSE 1.7537 1.9044 1.9941 2.0134 2.0266 2.0373 2.0441 2.0466

Scale 1024.0000
RMSE 2.0485

RoverS:
RoverS(IBOVESPA.ret)
X
0.641032