



Universidade de Brasília  
Departamento de Estatística

Análise da tramitação de proposições na Câmara dos Deputados

Anna Eloyr Silveira Vilasboas

Projeto apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

Brasília  
2022

**Anna Eloyr Silveira Vilasboas**

**Análise da tramitação de proposições na Câmara dos Deputados**

Orientador(a): Dr. Lucas Moreira

Projeto apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília**  
**2022**

## Agradecimento

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por me ajudar a ultrapassar todos os obstáculos encontrados ao longo do curso. Gostaria de expressar a minha gratidão ao meu orientador de pesquisa, Lucas Moreira, por me dar a oportunidade de fazer esse trabalho e fornecer orientação ao longo deste processo.

Sou extremamente grata aos meus pais, Cláudia e Edson, por seu amor, orações, carinho e sacrifícios durante toda minha vida. Também agradeço grandemente o meu namorado, Lucas Santana, por seu amor, compreensão, orações e apoio contínuo para concluir este trabalho de pesquisa.

Por fim, sou grata a todas as pessoas que me apoiaram direta ou indiretamente, principalmente, aos meus colegas de curso.

## Resumo

A recente sistematização e modernização dos sistemas de apoio ao processo legislativo do Congresso Nacional permitiu que diversos conjuntos de dados legislativos gerados pelas atividades parlamentares fossem disponibilizados à sociedade. Diante disso, o presente trabalho buscou analisar o desempenho da Câmara dos Deputados na votação de proposições entre 2011-2021 através da Teoria das Filas. Foram coletadas as séries históricas para três tipos de variáveis Medidas Provisórias (MPV), PL (Projeto de Lei) e PDL (Projeto de Decreto Legislativo) através dos dados abertos da Câmara dos Deputados. Ao analisar os resultados encontrados, observa-se que os prazos médios de espera na fila são bastante elevados para todos os tipos de proposição estudados, principalmente, para os Projetos de Lei, cujo tempo de espera pode chegar a 48 anos. Portanto, nota-se que as filas de proposições que aguardam votação na Câmara dos Deputados estão sobrecarregadas para todos os tipos de matérias estudadas.

**Palavras-chave:** Poder Legislativo. Teoria das Filas. Processos Markovianos. Análise de Desempenho.

## Abstract

The recent systematization and modernization of the support systems for the legislative process of the National Congress has made it possible for various sets of legislative data generated by parliamentary activities to be made available to society. Therefore, the present work sought to analyze the performance of the Chamber of Deputies in the voting of propositions between 2011-2021 through the Queuing Theory. Historical series were collected for three types of variables Provisional Measures (MPV), Project of Law(PL) and Project of Legislative Decree (PDL) through the open data of the Chamber of Deputies. Average waiting times in the queue are quite high for all types of proposition studied, especially for Law Projects, whose waiting time can reach 48 years. Therefore, it is noted that the queues of propositions awaiting voting in the Chamber of Deputies are overloaded for all types of subjects studied.

**Keywords:** Legislative Process. Queuing Theory. Markovian Process. Performance Analysis.

## Lista de Figuras

1	Processo de nascimento e morte . . . . .	17
2	Estrutura do Sistema de Filas . . . . .	24
3	Diagrama da taxa de transição para fila $M/M/1$ . . . . .	29
4	Processo de Nascimento e Morte para $M/M/c$ . . . . .	32
5	Quantidade de proposições apresentadas em 2011-2021. . . . .	45
6	Total de proposições apresentadas entre Legislaturas. . . . .	46
7	Quantidade de proposições em tramitação na 56 <sup>o</sup> Legislatura por ano de apresentação. . . . .	46
8	Quantidade de proposições votadas em cada Legislatura por tipo de proposição. . . . .	47

# Sumário

<b>1 Introdução</b> . . . . .	9
<b>2 Fundamentação Teórica</b> . . . . .	11
2.1 Processos Estocásticos e Cadeias de Markov . . . . .	11
2.1.1 Processos Markovianos . . . . .	12
2.1.2 Cadeia de Markov de tempo contínuo . . . . .	13
2.2 Processo de Nascimento e Morte . . . . .	16
2.3 Processo de Poisson e Distribuição Exponencial . . . . .	19
2.4 Processos de Filas . . . . .	23
2.4.1 Características estruturais dos elementos de fila . . . . .	24
2.4.2 Modelos de Chegadas e de Atendimento . . . . .	24
2.4.3 Disciplina das Filas . . . . .	25
2.4.4 Notação de um Sistema com Fila . . . . .	26
2.4.5 Medidas de Desempenho . . . . .	26
2.5 Fórmulas de Little . . . . .	27
2.6 Modelos de Filas Básicos . . . . .	29
2.6.1 Modelo $M/M/1$ . . . . .	29
2.6.2 Modelo $M/M/c$ . . . . .	32
<b>3 Processo Legislativo Federal</b> . . . . .	35
3.1 Tipos de Proposição . . . . .	35
3.2 Distribuição das Proposições . . . . .	36
3.3 Apensação. . . . .	37
3.4 Regime de Tramitação . . . . .	38
3.5 Tramitação . . . . .	39
3.5.1 Comissão . . . . .	39
3.5.2 Plenário . . . . .	40
3.6 Arquivamento. . . . .	40
<b>4 Metodologia</b> . . . . .	42
4.1 Coleta de dados. . . . .	42
4.2 Análise descritiva dos dados . . . . .	42

---

4.3 Teoria da Fila . . . . .	43
<b>5 Resultados . . . . .</b>	<b>44</b>
5.1 Quantidade de proposições apresentadas e encerradas em 2011-2021 . .	44
5.2 Análise da Fila . . . . .	47
5.3 Teste de Aderência . . . . .	48
5.4 Estimador de Máxima Verossimilhança de $\lambda$ e de $\mu$ para o Modelo de Poisson . . . . .	49
5.5 Discussão dos Resultados para o Modelo $M/M/c$ . . . . .	52
<b>6 Conclusão . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>Referências . . . . .</b>	<b>55</b>
<b>7 Anexos . . . . .</b>	<b>57</b>
7.1 Script . . . . .	57

# 1 Introdução

O respeito às leis, seja por parte da população ou pelo próprio poder público, é fundamental para a garantia do Estado de Direito e de uma sociedade democrática. No Brasil, para que determinada norma passe a integrar a legislação, é necessário passar por um longo período de tramitação no Congresso Nacional, formado pela Câmara dos Deputados e pelo Senado Federal.

O processo legislativo é o conjunto de atos realizados pelos órgãos do Poder Legislativo, de acordo com regras previamente fixadas, para elaborar normas jurídicas, tais como emendas à Constituição, leis complementares, leis ordinárias e outros tipos normativos dispostos no art. 59<sup>o</sup> da Constituição Federal. Esse procedimento tem início na Câmara dos Deputados, com exceção daqueles apresentados pelos senadores, que começam a tramitar no Senado Federal. Quando a matéria chega a uma das Casas Legislativas, uma equipe inicia as formalidades técnicas de seu recebimento e apresentação e, em seguida, ele é encaminhado às comissões com competência regimental para examinar a proposição, conforme a sua temática (ALMEIDA, 2015).

Nesse cenário de regras regimentais, de acordo com Oliveira (2019), ainda são raras as pesquisas que produzem artefatos de sistemas de informação capazes de auxiliar o acompanhamento e a análise do processo legislativo no Brasil. Por isso, a maioria dos grupos, que acompanham o trabalho na Câmara e no Senado, ainda depende de métodos subjetivos e manuais para analisar cenários ou para desenhar um prognóstico sobre possibilidade de tramitação de projetos. Entretanto, um processo subjetivo aumenta os custos e compromete a análise, visto que depende da qualidade da pessoa responsável por produzir prognósticos.

Contudo, a recente sistematização e modernização dos sistemas de apoio ao processo legislativo do Congresso Nacional juntamente com a formulação de políticas de promoção de transparência governamental, permitiu que diversos conjuntos de dados legislativos gerados pelas atividades parlamentares fossem disponibilizados à sociedade (POSSAMAI, 2016).

Portanto, ao considerar a importância do processo legislativo e o desafio de analisar subjetivamente uma grande quantidade de informações e peculiaridades regimentais, o presente trabalho busca analisar a tramitação de proposições na Câmara dos Deputados entre 2011-2021 através da Teoria das Filas.

Segundo Fogliatti e Mattos (2007), essa teoria consiste na modelagem analítica de processos ou sistemas que resultam em espera e tem como objetivo determinar e avaliar medidas de desempenho, que expressam a produtividade e operacionalidade desses métodos. O estudo dessas quantidades é importante na tomada de decisão

quanto à modificação ou manutenção da operação do sistema no seu estado atual. Também facilita o dimensionamento racional da infraestrutura, de recursos humanos e financeiros, de equipamentos e instalações, visando um melhor desempenho no geral. Dessa forma, os conceitos e a teoria básica de filas são fundamentais para a gerência e a administração de sistemas produtivos.

Assim, para melhor compreensão dessa teoria, o trabalho dispõe, em seu escopo, da definição de alguns conceitos de processos estocásticos e de probabilidade, que são necessários para o entendimento do sistema. Também descreve algumas características e condições para a formação de filas, considerando votações de proposições na Câmara dos Deputados no período entre 2011 e 2021.

## 2 Fundamentação Teórica

Este capítulo consiste em revisar alguns tópicos da Teoria das Filas. Primeiramente, serão apresentados os principais conceitos relacionados a Processos Estocásticos, Cadeias de Markov e Processos de Poisson, que são tópicos fundamentais para a compreensão da Teoria das Filas. Em seguida serão apresentados, de modo sucinto, algumas definições e resultados relacionados a esse assunto.

### 2.1 Processos Estocásticos e Cadeias de Markov

Segundo Ross (2014), um processo estocástico  $\{X(t) : t \in T\}$  é uma coleção de variáveis aleatórias, isto é, para cada  $t \in T$ ,  $X(t)$  é uma variável aleatória, onde  $T$  é chamado conjunto de índices. O conjunto de todos os valores que as variáveis  $X(t)$  podem assumir é denominado espaço de estados  $S$ .

Frequentemente, o índice  $t$  é interpretado como tempo  $t$ , e por isso, em geral,  $X(t)$  é vista como o estado do processo no tempo  $t$ . Assim, de uma maneira alternativa, pode-se definir um processo estocástico como uma família de variáveis aleatórias que descreve a evolução de algum processo físico através do tempo (MENDONÇA, 2014).

Dependendo da natureza da faixa de tempo, o processo é classificado como um processo de parâmetro contínuo ou de parâmetro discreto:

- Se  $T$  é uma sequência contável, por exemplo,  $T = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  ou  $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ , então o processo estocástico  $\{X(t), t \in T\}$  é dito ser um processo de parâmetro discreto definido no conjunto de índices de  $T$ .
- Se  $T$  é um intervalo ou uma combinação de intervalos algébricos, por exemplo,  $T = \{t : -\infty < t < +\infty\}$  ou  $T = \{t : 0 < t < +\infty\}$ , então o processo estocástico  $\{X(t), t \in T\}$  é chamado de processo de parâmetro contínuo definido no conjunto de índices de  $T$ .

Um aspecto importante que deve ser considerado é a estrutura de dependência associada à sequência de variáveis aleatórias. Em Estatística, um caso a se destacar é aquele em que as variáveis são independentes. Neste caso, o processo de inferência sobre os parâmetros envolvidos no modelo fica mais simples, uma vez que a distribuição conjunta das variáveis pode ser escrita como o produto das distribuições unidimensionais. Quando não se observa independência, busca-se descobrir o alcance e a forma de dependência. Um caso de dependência particularmente importante no estado de processos estocásticos é a dependência de Markov (MENDONÇA, 2014).

### 2.1.1 Processos Markovianos

Com base em Shortle et al. (2018), um processo estocástico de parâmetro discreto  $X(t)$ ,  $t = 0, 1, 2, \dots$  ou um processo estocástico de parâmetro contínuo  $X(t)$ ,  $t > 0$  é considerado um processo Markoviano se, para qualquer conjunto de  $n$  pontos no tempo  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$  no conjunto de índices ou no intervalo de tempo do processo, a distribuição condicional de  $X(t_n)$ , dado que os valores de  $X(t_1), X(t_2), X(t_3), \dots, X(t_{n-1})$ , depende apenas da valor imediatamente anterior,  $X(t_{n-1})$ . Mais precisamente, para qualquer número real  $x_1, x_2, \dots, x_n \in S$ :

$$\begin{aligned} \Pr \{X(t_n) \leq x_n \mid X(t_1) = x_1, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}\} \\ = \Pr \{X(t_n) \leq x_n \mid X(t_{n-1}) = x_{n-1}\}. \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

Portanto, a condição presente do processo, o futuro é independente do passado, e o processo é, então, considerado "sem memória".

Os processos Markovianos são classificados de acordo com:

1. a natureza do conjunto de índices do processo (se o parâmetro é discreto ou contínuo), e
2. a natureza do espaço de estado do processo (se o parâmetro é discreto ou contínuo).

Um número real  $x$  é dito ser um estado do processo estocástico  $X(t)$ ,  $t \in T$  se existe um ponto no tempo  $t$  em  $T$ , onde  $\Pr\{x-h < X(t) < x+h\}$  é positivo para qualquer  $h > 0$ . O conjunto de possíveis estados constitui o espaço de estados do processo. Se o conjunto de estados é discreto, o processo Markoviano é, geralmente, chamado de cadeia de Markov.

A cadeia de Markov é finita se o conjunto de estados é finito; caso contrário, é uma cadeia infinita. Uma vez que o processo com parâmetro discreto é observado em um número contável de pontos do tempo, as sucessivas observações serão denotadas por  $X_0, X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$  onde  $X_n$  é uma variável aleatória, cujos valores representam os estados do sistema no  $n$ th ponto de tempo. Uma sequência arbitrária de variáveis aleatórias  $X_n$  é então uma cadeia de Markov se cada variável aleatória  $X_n$  é discreta e, para cada inteiro  $m > 2$  e qualquer conjunto de  $m$  pontos  $n_1 < n_2 < \dots < n_m$ , a distribuição condicional de  $X_{n_m}$ , dados os valores  $X_{n_1}, X_{n_2}, \dots, X_{n_{m-1}}$ , depende apenas de  $X_{n_{m-1}}$ , o valor imediatamente anterior. Ou seja,

$$\begin{aligned} \Pr \{X_{n_m} = x_{n_m} \mid X_{n_1} = x_{n_1}, \dots, X_{n_{m-1}} = x_{n_{m-1}}\} \\ = \Pr \{X_{n_m} = x_{n_m} \mid X_{n_{m-1}} = x_{n_{m-1}}\}. \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Quando um processo de Markov possui uma espaço de estados contínuos e

um espaço de parâmetros discretos, esse é denominado de processo de Markov de parâmetro discreto. Se os dois conjuntos, de estado e de parâmetro, são contínuos, tem-se um processo markoviano de parâmetro contínuo.

### 2.1.2 Cadeia de Markov de tempo contínuo

Agora, analisando mais detalhadamente a cadeia de Markov a parâmetro contínuo com espaço de estado discreto,  $(X(t), t \in T)$  para  $T = \{t : 0 \leq t < \infty\}$ . Ao considerar qualquer tempo  $s > t > u \geq 0$  e estados  $i$  e  $j$ ; então:

$$p_{ij}(u, s) = \sum_r p_{ir}(u, t) p_{rj}(t, s), \quad (2.1.3)$$

onde  $p_{ij}(u, s)$  é a probabilidade da mudança do estado  $i$  para o  $j$  no período que inicia no tempo  $u$  e acaba no tempo  $s$ , e o somatório abarca todos os estados da cadeia. Esse resultado indica que a cadeia pode alcançar o estado  $j$  no tempo  $s$  se estiver no estado  $i$  no tempo  $u$  e parar no momento  $t$  em qualquer outro estado possível  $r$ . Essa é a equação Chapman-Kolmogorov para processos contínuos. Em notação matricial, 2.1.3 se torna

$$\mathbf{P}(u, s) = \mathbf{P}(u, t)\mathbf{P}(t, s).$$

Para  $u = 0$  e  $s = t + \Delta t$  em 2.1.3 encontra-se

$$p_{ij}(0, t + \Delta t) = \sum_r p_{ir}(0, t) p_{rj}(t, t + \Delta t).$$

Definindo  $p_i(0)$  como a probabilidade da cadeia começar no estado  $i$  no tempo 0 e  $p_j(t)$  como a probabilidade da cadeia no estado  $j$  no tempo  $t$  independentemente do estado inicial, multiplica-se a equação acima por  $p_i(0)$  e soma-se em todos os estados  $i$  para obter

$$\sum_i p_i(0) p_{ij}(0, t + \Delta t) = \sum_r \sum_i p_{ir}(0, t) p_i(0) p_{rj}(t, t + \Delta t),$$

ou

$$p_j(t + \Delta t) = \sum_r p_r(t) p_{rj}(t, t + \Delta t). \quad (2.1.4)$$

Existe uma teoria adicional que transforma uma das equações da Cadeia de Markov em duas equações diferenciais, que são chamadas de *forward* e *backward*. Se a probabilidade de transição  $p(u, s)$  da cadeia possui propriedades adicionais que garantem a existências das funções contínuas  $q_i(t)$  e  $q_{ij}(t)$ , que são chamadas de taxa

de transição do estado  $i$  para o  $j$ , de tal forma que:

$$\begin{aligned} \Pr\{\text{uma mudança de estado em } (t, t + \Delta t)\} &= 1 - p_{ii}(t, t + \Delta t) \\ &= q_i(t)\Delta t + o(\Delta t) \end{aligned} \quad (2.1.5)$$

$$p_{ij}(t, t + \Delta t) = q_{ij}(t)\Delta t + o(\Delta t) \quad (2.1.6)$$

então, considerando algumas condições de regularidade, 2.1.3 conduz a

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{ij}(u_1 t) = -q_j(t)p_{ij}(u, t) + \sum_{\gamma \neq j} p_{i\gamma}(u_1 t) q_{\gamma j}(t) \quad (2.1.7)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial u} p_{ij}(u, t) = q_i(u)p_{ij}(u, t) - \sum_{r \neq i} q_{ir}(u)p_{rj}(u, t). \quad (2.1.8)$$

Essas duas equações diferenciais são conhecidas, respectivamente, como equações de Kolmorov para frente (*forward*) e para trás (*backward*).

Em 2.1.8, fazendo  $u = 0$ , e assumindo um processo homogêneo, então  $q_i(t) = q_i$  e  $q_{ij}(t) = q_{ij}$  para todo  $t$ . Assim, obtém-se

$$\frac{dp_{ij}(0, t)}{dt} = -q_j p_{ij}(0, t) + \sum_{r \neq j} p_{ir}(0, t) q_{rj}.$$

Multiplicando os dois lados da equação acima por  $p_i(0)$  e somando em somando para todos  $i$

$$\frac{dp_j(t)}{dt} = -q_j p_j(t) + \sum_{r \neq j} p_r(t) q_{rj}.$$

Na notação matricial, essa equação pode ser escrita como

$$\mathbf{p}'(t) = \mathbf{p}(t)\mathbf{Q}, \quad (2.1.9)$$

onde  $\mathbf{p}(t)$  é o vetor  $(p_0(t), p_1(t), p_2(t), \dots)$ ,  $\mathbf{p}'(t)$  é o vetor de derivadas, e

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -q_0 & q_{01} & q_{02} & q_{00} & \cdots \\ q_{10} & -q_1 & q_{12} & q_{13} & \cdots \\ q_{20} & q_{21} & -q_2 & q_{22} & \cdots \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdots & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \\ \cdots & \cdots & \cdot & \cdots & \end{pmatrix}.$$

Note que de 2.1.6, tem-se  $q_i = \sum_{j \neq i} q_{ij}$ , pois

$$\sum_j p_{ij}(t, t + \Delta t) = 1,$$

implica em

$$1 - q_i \Delta t + o(\Delta t) + \sum_{j \neq i} [\sigma_{ij} \Delta t + o(\Delta t)] = 1,$$

onde  $o(\Delta t)$  representa o termo  $\Pr\{n - j \text{ chegadas em } t \text{ e } j \text{ em } \Delta t; 2 \leq j \leq n\}$ . Ou

$$-q_i \Delta t + o(\Delta t) = - \sum_{j \neq i} [q_{ij} \Delta t + o(\Delta t)],$$

assim  $q_i = \sum_{j \neq i} q_{ij}$ .

A matriz  $Q$  pode também ser vista como

$$Q = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t, t + \Delta t) - I}{\Delta t},$$

onde

$$P(t, t + \Delta t) = \{p_{ij}(t, t + \Delta t)\}.$$

Assim,  $Q$  também é chamada de matriz de intensidade (ou gerador infinitesimal) da cadeia de Markov de parâmetro contínuo.

Segundo Shortle et al. (2018), uma vez que o espaço de estados de qualquer fila é composto por inteiros não negativos (representando o número de clientes presentes) como será visto na seção 2.4, uma grande porcentagem de problemas de fila pode ser classificada como cadeias de Markov de parâmetros contínuos (tempo). Muitos desses modelos têm a propriedade adicional de nascimento-morte que será visto na seção 2.2 com mais detalhes, em que a mudança em um intervalo de tempo infinitesimal nunca pode ser diferente de  $-1, 0$ , ou  $+1$ , e que

$$\Pr\{\text{nascimento } n \rightarrow n + 1 \text{ in } (t_1 t + \Delta t)\} = \lambda_n \Delta t + o(\Delta t) \quad (n \geq 0),$$

$$\Pr\{\text{morte } n \rightarrow n - 1 \text{ in } \{t_1 t + \Delta t\}\} = \mu_n \Delta t + o(\Delta t) \quad (n \geq 1).$$

Consequentemente,

$$\Pr\{\text{sem mudança em } (t, l + \Delta t)\} = 1 - (\lambda_n + \mu_n) \Delta t + o(\Delta t)$$

e

$$\begin{aligned} q_{n,n+1} &= \lambda_n, \\ q_{n,n-1} &= \mu_n \quad (\mu_n \neq 0), \\ q_{rj} &= 0 \quad (\text{caso contrário}), \\ q_n &= \lambda_n + \mu_n \quad (q_0 = \lambda_0). \end{aligned}$$

sendo possível obter as equações de Kolmogorov.

Substituindo por  $q_i$  e  $q_{ij}$ , a matriz  $Q$  é

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda_0 & \lambda_0 & 0 & 0 & \cdots \\ \mu_1 & -(\lambda_1 + \mu_1) & \lambda_1 & 0 & \cdots \\ 0 & \mu_2 & -(\lambda_2 + \mu_2) & \lambda_2 & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdots \end{pmatrix},$$

e usando a equação para frente de Kolmogorov 2.1.9, é obtido um conjunto de equações diferenciais para o processo de nascimento e morte, a saber,

$$\begin{aligned} \frac{dp_j(t)}{dt} &= -(\lambda_j + \mu_j)p_j(t) + \lambda_{j-1}p_{j-1}(t) + \mu_{j+1}p_{j+1}(t) \quad (j \geq 1) \\ \frac{dp_0(t)}{dt} &= -\lambda_0p_0(t) + \mu_1p_1(t). \end{aligned}$$

Note que, fazendo  $\mu = 0$  e  $\lambda_i = \lambda$  para todo  $i$  são obtidas as equações de Poisson que serão vistas na seção 2.3. O processo de Poisson é chamado de nascimento puro.

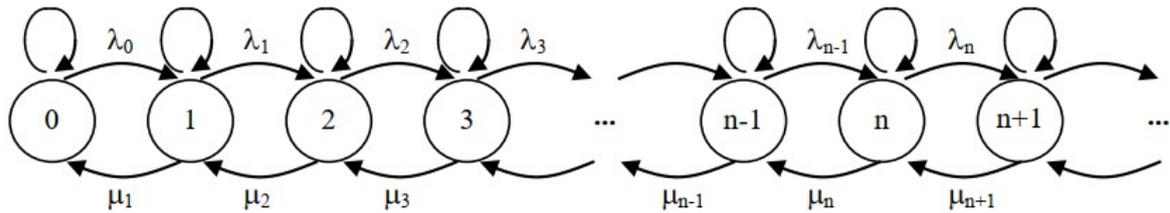
## 2.2 Processo de Nascimento e Morte

Segundo Fogliatti e Mattos (2007), a maior parte dos modelos elementares de filas de espera, que serão vistos mais detalhadamente na seção 2.4, baseia-se no Processo de Nascimento e Morte, que é um tipo específico da cadeia de Markov de tempo contínuo. Esse consiste em um conjunto de estados  $0, 1, 2, \dots$ , tipicamente, denotado de população de algum sistema.

Transições de estado ocorrem como mudanças de unidade para cima ou para baixo a partir de um estado corrente. Mais especificamente, quando o sistema está em um estado  $n \geq 0$ , o tempo até a próxima chegada (ou "nascimento") é uma variável aleatória com distribuição exponencial com taxa  $\lambda_n$ . Em uma chegada, o sistema altera de um estado  $n$  para outro  $n + 1$ . Quando o sistema está no estado  $n \geq 1$ , o tempo até a próxima saída (ou "morte") é uma variável aleatória também

com distribuição exponencial com taxa  $\mu_n$ . Já em uma saída, o sistema movimentado do estado  $n$  para  $n - 1$ . Em outras palavras, as únicas transições permitidas, em uma unidade de tempo, a partir de um determinado estado  $n$  são para seus vizinhos imediatos  $n - 1$  ou  $n + 1$  conforme a Figura 1.

Figura 1: Processo de nascimento e morte



Fonte: Filho (2005).

Na Teoria de Filas, os estados denotam o número de consumidores em um sistema. "Nascimentos" correspondem aos consumidores que chegam, e "mortes" aos clientes que saem. Por exemplo, a fila  $M/M/1$ , que será discutido na seção 2.6.1, é um processo de nascimento-morte com  $\lambda_n = \lambda$  e  $\mu_n = \mu$ .

Agora, será aplicada a cadeia de Markov de tempo contínuo para analisar o processo de nascimento-morte. Sabendo que a solução estacionária para esse tipo de cadeia pode ser obtida da seguinte forma:

$$\mathbf{0} = \mathbf{pQ}, \quad (2.2.1)$$

onde  $\mathbf{Q}$  é a matriz de intensidade como definida em 2.1.9.

Sendo  $p_n$  a fração do tempo que o sistema está no estado  $n$ . A solução para  $p_n$  existe e pode ser determinado a partir de  $\mathbf{0} = \mathbf{pQ}$ , sujeito a condições sobre  $\lambda_n$  e  $\mu_n$ . Para o processo de nascimento-morte, a equação matriz-vetor  $\mathbf{0} = \mathbf{pQ}$  pode ser escrita como

$$\begin{aligned} 0 &= -(\lambda_n + \mu_n) p_n + \lambda_{n-1} p_{n-1} + \mu_{n+1} p_{n+1} \quad (n \geq 1) \\ 0 &= -\lambda_0 p_0 + \mu_1 p_1 \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

ou

$$\begin{aligned} (\lambda_n + \mu_n) p_n &= \lambda_{n-1} p_{n-1} + \mu_{n+1} p_{n+1} \quad (n \geq 1) \\ \lambda_0 p_0 &= \mu_1 p_1. \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Essas equações também podem ser obtidas usando o conceito de Lei de Conservação do Fluxo, o qual, através da representação de transições de estados, determina equações de balanceamento que comprova que o fluxo de entrada em um estado é igual ao de saída. Assim, o lado esquerdo de 2.2.3 é a taxa de transição

de saída do estado  $n$ , e o lado direito de 2.2.3 é a de entrada. Então, 2.2.3 é simplesmente um balanço da taxa de transição de entrada e saída de  $n$ .

Quando o sistema está no estado  $n$ , a taxa média de chegada ("nascimento") é  $\lambda_n$  chegadas por unidade de tempo. Como o sistema está no estado  $n$  em uma fração  $p_n$  do tempo,  $\lambda_n p_n$  é a taxa de transição de  $n$  para  $n + 1$ . Do mesmo modo, a taxa média de saídas (ou "mortes") é  $\mu_n$  saídas por unidade do tempo. Então,  $\mu_n p_n$  é a taxa de transição de  $n$  para  $n - 1$ . Vale ressaltar que a saída do estado  $n$  pode ocorrer de duas formas, para cima ou para baixo. Dessa forma,  $(\lambda_n + \mu_n)p_n$  é a taxa de transição de saída do estado  $n$ .

Similarmente, as transições de entrada podem acontecer a partir do estado anterior ( $n - 1$ ) ou do posterior ( $n + 1$ ). Portanto, a taxa de transição de entrada no estado  $n$  é  $\lambda_{n-1}p_{n-1} + \mu_{n+1}p_{n+1}$ . Então, 2.2.3 balanceia as taxas de transição de entrada e de saída o estado  $n \geq 1$ .

A segunda equação  $\lambda_0 p_0 = \mu_1 p_1$  representa a conservação do fluxo no estado 0. Esse estado é ligeiramente diferente dos outros, pois não ocorrem saídas, ou seja, não há saídas de 0 para  $-1$ . Ademais, nenhuma entrada que resulte no estado 0 pode acontecer no sistema, isto é, não há transições de  $-1$  para 0.

Agora, para encontrar a solução para 2.2.3, primeiro as equações devem ser reescritas como

$$\begin{aligned} p_{n+1} &= \frac{\lambda_n + \mu_n}{\mu_{n+1}} p_n - \frac{\lambda_{n-1}}{\mu_{n+1}} p_{n-1} \quad (n \geq 1), \\ p_1 &= \frac{\lambda_0}{\mu_1} p_0. \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

Segue-se que

$$\begin{aligned} p_2 &= \frac{\lambda_1 + \mu_1}{\mu_2} p_1 - \frac{\lambda_0}{\mu_2} p_0 = \frac{\lambda_1 + \mu_1}{\mu_2} \frac{\lambda_0}{\mu_1} p_0 - \frac{\lambda_0}{\mu_2} p_0 \\ &= \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_2 \mu_1} p_0. \end{aligned}$$

Similarmente,

$$\begin{aligned} p_3 &= \frac{\lambda_2 + \mu_2}{\mu_3} p_2 - \frac{\lambda_1}{\mu_3} p_1 = \frac{\lambda_2 + \mu_2}{\mu_3} \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_2 \mu_1} p_0 - \frac{\lambda_1 \lambda_0}{\mu_3 \mu_1} p_0 \\ &= \frac{\lambda_2 \lambda_1 \lambda_0}{\mu_3 \mu_2 \mu_1} p_0. \end{aligned}$$

Diante desse padrão, pode-se concluir que

$$\begin{aligned} p_n &= \frac{\lambda_{n-1}\lambda_{n-2}\cdots\lambda_0}{\mu_n\mu_{n-1}\cdots\mu_1} p_0 \quad (n \geq 1) \\ &= p_0 \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i}. \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

Para verificar que essa é a fórmula correta para todo  $n \geq 0$ , aplica-se o método de indução matemática em 2.2.5. Primeiro, 2.2.5 é correta para  $n = 0$ , pois  $\prod_{i=1}^n(\cdot)$  é considerado 1 quando  $n = 0$ . Também foi demonstrado que 2.2.5 é correto para  $n = 1, 2$ , e 3. Assim, se 2.2.5 é correto para  $n = k \geq 0$ , será adequado para  $n = k + 1$ . Começando por 2.2.4

$$\begin{aligned} p_{k+1} &= \frac{\lambda_k + \mu_k}{\mu_{k+1}} p_k - \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_{k+1}} p_{k-1} \\ &= \frac{\lambda_k + \mu_k}{\mu_{k+1}} p_0 \prod_{i=1}^k \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} - \frac{\lambda_{k-1}}{\mu_{k+1}} p_0 \prod_{i=1}^{k-1} \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} \\ &= \frac{p_0 \lambda_k}{\mu_{k+1}} \prod_{i=1}^k \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} + \frac{p_0 \mu_k}{\mu_{k+1}} \prod_{i=1}^k \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} - \frac{p_0 \mu_k}{\mu_{k+1}} \prod_{i=1}^k \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} \\ &= p_0 \prod_{i=1}^{k+1} \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i}. \end{aligned}$$

A segunda igualdade segue da hipótese de indução, finalizando a prova. Como as probabilidades precisam somar 1, obtém-se

$$p_0 = \left( 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i} \right)^{-1}. \quad (2.2.6)$$

A partir de 2.2.6, é possível perceber que a condição necessária e suficiente para a existência de uma solução em estado estacionário é a convergência da série infinita

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^n \frac{\lambda_{i-1}}{\mu_i}.$$

Assim, 2.2.5 e 2.2.6 são extremamente úteis para entender a variedade de modelos de fila.

## 2.3 Processo de Poisson e Distribuição Exponencial

O modelo estocástico de filas mais comum assume que o tempo entre chegadas e o de serviço obedecem uma distribuição exponencial ou, equivalentemente, a taxa de chegada e de serviço seguem uma distribuição de Poisson.

Considerando um processo de contagem de chegadas  $N(t)$ ,  $t \geq 0$ , onde  $N(t)$  denota o número total de chegadas no tempo  $t$ , com  $N(0) = 0$ . Além disso, o processo satisfaz as seguintes hipóteses:

1. A probabilidade que ocorra uma chegada entre os tempos  $t$  e  $t + \Delta t$  é igual a  $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$ , onde  $\lambda$  é uma constante independente de  $N(t)$ ,  $\Delta t$  é um elemento incremental, e  $o(\Delta t)$  denota a quantidade que se torna insignificante quando  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ .
2.  $\Pr\{\text{mais do que uma chegada entre } t \text{ e } t + \Delta t\} = o(\Delta t)$ .
3. O número de chegadas em intervalos não sobrepostos é estatisticamente independente, ou seja, o processo possui incrementos independentes.

Para encontrar  $p_n(t)$ , a probabilidade de  $n$  chegadas no intervalo de tempo de tamanho  $t$ ,  $n$  é um inteiro  $\geq 0$ , é necessário desenvolver equações diferenciais para o processo de chegadas. Para  $n \geq 1$ , obtém-se

$$\begin{aligned} p_n(t + \Delta t) = & \Pr\{n \text{ chegadas em } t \text{ e nenhuma em } \Delta t\} \\ & + \Pr\{n - 1 \text{ chegadas em } t \text{ e uma em } \Delta t\} \\ & + \Pr\{n - 2 \text{ chegadas em } t \text{ e duas em } \Delta t\} + \dots \\ & + \Pr\{\text{nenhuma chegada em } t \text{ e } n \text{ em } \Delta t\}. \end{aligned} \quad (2.3.1)$$

Usando as hipóteses 1), 2) e 3), 2.3.1 torna-se

$$p_n(t + \Delta t) = p_n(t)[1 - \lambda \Delta t - o(\Delta t)] + p_{n-1}(t)[\lambda \Delta t + o(\Delta t)] + o(\Delta t). \quad (2.3.2)$$

Para o caso  $n = 0$ , tem-se

$$p_0(t + \Delta t) = p_0(t)[1 - \lambda \Delta t - o(\Delta t)]. \quad (2.3.3)$$

Reescrevendo 2.3.2 e 2.3.3, e combinando todos os termos  $o(\Delta t)$ , obtém-se

$$p_0(t + \Delta t) - p_0(t) = -\lambda \Delta t p_0(t) + o(\Delta t) \quad (2.3.4)$$

e

$$p_n(t + \Delta t) - p_n(t) = -\lambda \Delta t p_n(t) + \lambda \Delta t p_{n-1}(t) + o(\Delta t) \quad (n \geq 1). \quad (2.3.5)$$

Dividindo 2.3.4 e 2.3.5 por  $\Delta t$ , e tomando o limite como  $\Delta t \rightarrow 0$ , as equações

diferenciais são obtidas

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{p_0(t + \Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda p_0(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \right]$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{p_n(t + \Delta t) - p_n(t)}{\Delta t} = -\lambda p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) + \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} \right] \quad (n \geq 1),$$

que se reduzem a

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) \quad (2.3.6)$$

e

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = -\lambda p_n(t) + \lambda p_{n-1}(t) \quad (n \geq 1). \quad (2.3.7)$$

formando um conjunto infinito de equações diferenciais lineares e de primeira ordem. Equação 2.3.6 possui a solução geral  $p_0(t) = Ce^{-\lambda t}$ , onde a constante  $C$  é igual a 1, pois  $p_0(0) = 1$ . A seguir, sendo  $n = 1$  em 2.3.7, encontra-se que

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = -\lambda p_1(t) + \lambda p_0(t)$$

ou

$$\frac{dp_1(t)}{dt} + \lambda p_1(t) = \lambda p_0(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

A solução para essa equação é

$$p_1(t) = Ce^{-\lambda t} + \lambda t e^{-\lambda t}.$$

Usando a condição de fronteira  $p_n(0) = 0$  para todo  $n > 0$  e  $C = 0$ , tem-se

$$p_1(t) = \lambda t e^{-\lambda t}.$$

Concomitantemente, para  $n = 2, 3, \dots$  em 2.3.7, encontra-se que

$$p_2(t) = \frac{(\lambda t)^2}{2} e^{-\lambda t}, \quad p_3(t) = \frac{(\lambda t)^3}{3!} e^{-\lambda t}, \quad \dots \quad (2.3.8)$$

De 2.3.8, conjectura-se que a fórmula geral seja

$$p_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}. \quad (2.3.9)$$

que é fórmula para a probabilidade da distribuição Poisson com média  $\lambda t$ .

O processo de Poisson possui propriedades adicionais interessantes. Uma das mais importantes é que o número de ocorrências em intervalos com mesma largura são identicamente distribuídos (incrementos estacionários). Em particular, para  $t > s$ , a diferença  $N(t) - N(s)$  é identicamente distribuída a  $N(t+h) - N(s+h)$ ,

com função de probabilidade

$$p_n(t-s) = \frac{[\lambda(t-s)]^n}{n!} e^{-\lambda(t-s)}.$$

Como o Poisson possui incrementos independentes (hipótese 3), então não há perda de generalidade se  $N(s)$  e  $N(s+h)$  são consideradas iguais a 0. Então, se a derivação de Poisson é realizada para ambos  $N(t)$  e  $N(t+h)$  sob as condições 1), 2) e 3), os resultados da fórmula anterior valem para cada um.

Agora, será demonstrado que, se o processo de chegadas é Poisson, uma variável aleatória associada e definida como o tempo entre as sucessivas chegadas segue uma distribuição exponencial.

Sendo  $T$  a variável aleatória que representa o tempo entre as sucessivas chegadas; então

$$\Pr\{T \geq t\} = \Pr\{\text{nenhuma chegada no tempo } t\} = p_0(t) = e^{-\lambda t}.$$

Então, função de distribuição acumulada  $T$  pode ser escrita como

$$A(t) = \Pr\{T \leq t\} = 1 - e^{-\lambda t},$$

com a função de densidade

$$a(t) = \frac{dA(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Então,  $T$  possui distribuição exponencial com média  $1/\lambda$ , onde a média do tempo entre chegadas é  $1/\lambda$  se a taxa média de chegadas é  $\lambda$ . Também pode ser demonstrado que, se os tempos entre chegadas são independentes e possuem distribuição exponencial, então a taxa de chegadas segue uma distribuição de Poisson.

Para começar a provar essa afirmação, a função da distribuição acumulada do processo de contagem de chegadas,  $\Pr\{N(t) \leq n\}$ , será denotada por  $P_n(t)$ . Então, segue-se que

$$\begin{aligned} p_n(t) &= \Pr\{N(t) = n\} \\ &= P_n(t) - P_{n-1}(t). \end{aligned}$$

Porém,

$$P_n(t) = \Pr\{(\text{soma de } n+1 \text{ tempo interchegadas}) > t\}.$$

Entretanto, a soma das variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição exponencial possui distribuição Erlang, que é um tipo

especial de distribuição gamma. Consequentemente

$$P_n(t) = \int_t^\infty \frac{\lambda(\lambda x)^n}{n!} e^{-\lambda x} dx. \quad (2.3.10)$$

A transformação das variáveis  $u = x - t$  fornece

$$\begin{aligned} P_n(t) &= \int_0^\infty \frac{\lambda^{n+1}(u+t)^n}{n!} e^{-\lambda t} e^{-\lambda u} du \\ &= \int_0^\infty \frac{\lambda^{n+1} e^{-\lambda t} e^{-\lambda u}}{n!} \sum_{i=0}^n u^{n-i} t^i \frac{n!}{(n-i)!i!} du, \end{aligned}$$

a partir do teorema binomial. O somatória e a integral podem ser trocados para dar

$$P_n(t) = \sum_{i=0}^n \frac{\lambda^{n+1} e^{-\lambda t} t^i}{(n-i)!i!} \int_0^\infty e^{-\lambda u^{n-i}} du.$$

Porém, a integral da equação acima é essencialmente a da função gamma e igual a  $(n-i)!/\lambda^{n-i+1}$ . Então

$$P_n(t) = \sum_{i=0}^n \frac{(\lambda t)^i e^{-\lambda t}}{i!}$$

que é a função acumulada do processo de Poisson.

## 2.4 Processos de Filas

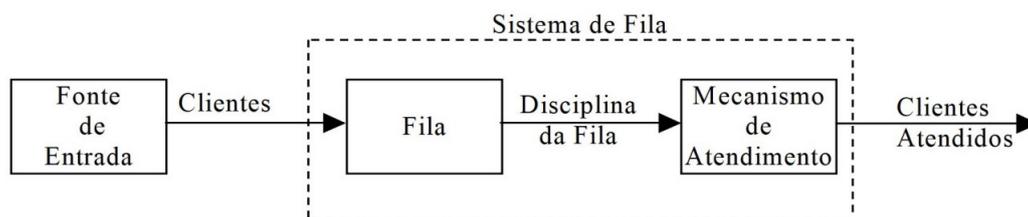
A teoria das filas de espera é um método estatístico que permite estimar as demoras que ocorrem quando um serviço tem de ser proporcionado a clientes cuja chegada se dê ao acaso, como, por exemplo, fregueses que esperem para ser atendidos numa loja e automóveis que se congestionem num posto de pedágio (TORRES, 1966).

Em aplicações, o estudo dos modelos de filas tem como objetivo a melhoria de desempenho do sistema, entendida, entre outros aspectos, como melhor utilização dos recursos de serviço disponíveis, menor tempo de espera e mais rapidez no atendimento. O pioneiro neste estudo foi Erlang (1909) que, no começo do século, como engenheiro da companhia dinamarquesa de telefones, estudou o problema de congestionamento das linhas. A Telefonia permaneceu a principal aplicação de teoria das filas até por volta de 1950. A partir daí, um grande número de áreas tem utilizado essa ferramenta e a vasta literatura é o melhor indicador dessa expansão (FILHO, 2005).

### 2.4.1 Características estruturais dos elementos de fila

De acordo com Moreira (2010), as filas são estruturadas conforme a Figura 2, em quatro partes principais: i) a fonte de clientes; ii) a chegada de clientes; iii) o processo de seleção; iv) e o posto de atendimento. Os clientes são indivíduos de uma população que chegam ao local da prestação do serviço de acordo com determinado comportamento estatístico, para serem atendidos de acordo com um critério de seleção preestabelecido e serão atendidos de acordo com características próprias.

Figura 2: Estrutura do Sistema de Filas



Fonte: Moreira (2010).

### 2.4.2 Modelos de Chegadas e de Atendimento

A Teoria das Filas é uma formulação matemática para a otimização de sistemas de filas em que, normalmente, interagem dois processos aleatórios. O primeiro é a chegada de clientes e o segundo de serviço, onde existem prioridades definidas para a prestação do serviço.

Segundo Moreira (2010), o processo de chegadas dos usuários é especificado pelo comportamento do fluxo de chegadas dos mesmos ao sistema. Se forem conhecidos o número de chegadas e os instantes de tempo em que elas acontecem, esse processo é denominado determinístico; caso contrário, tem-se um comportamento aleatório constituindo um processo estocástico caracterizado por uma distribuição de probabilidade. Para essa distribuição, é necessária a especificação de um parâmetro denominado taxa de chegadas, que representa o número médio de usuários que chegam ao sistema por unidade de tempo.

A suposição mais comum é de que as chegadas formam um processo de renovação, isto é, os intervalos entre chegadas são independentes e identicamente distribuídos. Em geral, é também assumida a independência em relação ao serviço, mas é possível aplicar um processo de renovação para as chegadas, condicionado à situação do serviço. O processo de Poisson é um processo de renovação com distribuição exponencial e é um dos mais utilizados para modelar as chegadas. Além de descrever, com boa aproximação, diversas situações práticas, os processos de Pois-

son incorporam facilidades no tratamento matemático proporcionadas pela “falta de memória” da distribuição exponencial. As distribuições de Erlang e hiperexponencial são também bastante utilizadas. Modelos mais complicados envolveriam possíveis dependências entre as chegadas como, por exemplo, a situação onde uma chegada de certo tipo aumentaria ou diminuiria a chance de ocorrência de outro tipo de chegada (FILHO, 2005).

Da mesma forma que o processo de chegada é possível considerar o tempo de serviço como sendo determinístico ou aleatório. A distribuição do tempo de serviço pode depender do estado do sistema ou, até mesmo do tipo de usuário a ser servido. Porém a hipótese mais simples é a de independência, isto é, o serviço é um processo de renovação. Dentre as distribuições mais usadas destacam-se a exponencial, Erlang e hiperexponencial. O número de servidores disponíveis para o atendimento a uma mesma fila também deve ser especificado (FILHO, 2005).

Além disso, os modelos de atendimento podem apresentar diversas configurações: canal único, canal múltiplo, atendimento único, atendimento múltiplo. O canal único se configura por ter apenas uma instalação de atendimento, podendo ter um ou mais postos de atendimento, porém em série. O canal múltiplo apresenta mais de um canal de atendimento em paralelo, atuando de forma independente. O atendimento múltiplo é realizado por mais de uma instalação de atendimento em série, dependente uma da outra. Já o atendimento único consiste na realização do atendimento feita integralmente em um posto, independente de qualquer outro posto (MOREIRA, 2010).

Os canais heterogêneos modelam canais múltiplos com diferentes distribuições de tempo de atendimento. Porém por mais que este tipo de abordagem consiga modelar casos reais com menor distorção da realidade que o canal único, este tema não é amplamente abordado na literatura de Teoria das Filas. Estes modelos são matematicamente complexos na medida em que há mais canais de atendimentos e suas características se distanciam da abordagem clássica de canal único (MOREIRA, 2010).

### 2.4.3 Disciplina das Filas

Segundo Mendonça (2014) disciplina de atendimento consiste na maneira pela qual os usuários que estão na fila são selecionados para serem atendidos. Os tipos de disciplinas de atendimento mais utilizados são:

- FIFO (first in - first out): os usuários são atendidos na ordem das chegadas. Essa disciplina de atendimento é a mais comumente adotada.
- LIFO (last in - first out): o primeiro usuário a ser atendido é o que chegou por

último.

- PRI (priority service): o atendimento aos usuários segue uma ou mais prioridades preestabelecidas pela gerência do sistema.
- SIRO (service in random order): o atendimento aos usuários segue uma ordem aleatória.

Vale salientar que há outros tipos de disciplinas de atendimento, inclusive considerando aspectos como atendimento prioritário e desistências. No entanto, como este é apenas um estudo introdutório, tais modelos não foram vistos.

#### 2.4.4 Notação de um Sistema com Fila

A notação utilizada neste trabalho para descrever um sistema com fila foi proposta por Kendall (1953). Considera-se a forma  $A/B/C/D/E$ , onde  $A$  e  $B$  denotam, respectivamente, as distribuições dos tempos entre chegadas sucessivas e de atendimento,  $C$  e  $D$  denotam o número de postos de atendimento em paralelo e a capacidade física do sistema, respectivamente, e  $E$ , uma das siglas que representam as disciplinas de atendimento.

Como exemplos de escolhas para  $A$  e  $B$ , podem-se citar:

- $D$  : distribuição determinística ou degenerada; e para comportamento aleatório;
- $M$  : distribuição exponencial (Memoryless ou Markoviana);
- $E_k$  : distribuição Erlang do tipo  $k$ ;
- $G$  : distribuição geral (não especificada).

Para simplificar a notação, as letras  $D$  e  $E$  são omitidas. Quando tais parâmetros não aparecem, considera-se que o sistema tenha capacidade infinita e disciplina de atendimento  $FIFO$ . Como a distribuição de Poisson inclui as propriedades do processo Markoviano, a notação usada para  $A$  e  $B$  é  $M$  nesses casos.

#### 2.4.5 Medidas de Desempenho

Segundo Fogliatti e Mattos (2007), a utilização da Teoria de Filas permite avaliar a eficiência de um sistema por meio da análise de suas características utilizando medidas de operacionalidade/desempenho. Esses atributos, na maioria das vezes, mudam ao longo do tempo, sendo então representadas por variáveis aleatórias, cujos valores esperados podem ser utilizados como medidas de desempenho do sistema no regime estacionário.

Dentre essas medidas, podem-se citar, considerando modelos mais gerais,  $G/G/1$  e  $G/G/c$ :

- Taxa de chegada ( $\lambda$ ): número médio de clientes que chegam por unidade de tempo. Quando a taxa de chegadas depende do número de clientes  $n$  denotamos por ( $\lambda_n$ );
- Taxa de atendimento ( $\mu$ ): número médio de clientes que cada servidor atende por unidade de tempo. Quando a taxa de serviço depende do número de clientes, denotamos por ( $\mu_n$ );
- Taxa de utilização do servidor ( $\rho$ ): é uma medida de congestionamento do servidor;
- $c$ : número de servidores (canais de serviço paralelo) no sistema de fila;
- $P(0)$ : probabilidade de que o sistema esteja ocioso;
- $P(n)$ : probabilidade de que haja  $n$  clientes esperando ou sendo atendidos no sistema;
- $L_q$ : número médio de clientes na fila;
- $L$ : número médio de clientes no sistema;
- $W_q$ : tempo médio de clientes em espera na fila;
- $W$ : tempo médio de clientes em espera no sistema.

Quando  $\lambda_n$  for uma constante para todo  $n$ , esta será denotada por  $\lambda$ . No momento em que a taxa média de serviço por servidor ocupado for uma constante para todo  $n \geq 1$ , esta constante será denotada por  $\mu$  (neste caso,  $\mu_n = c\mu$ , quando  $n \geq c$ , de modo que todos os  $c$  servidores estarão ocupados). Nestas circunstâncias,  $\frac{1}{\lambda}$  e  $\frac{1}{\mu}$  são o tempo entre chegadas esperado e o tempo entre serviços esperado, respectivamente.

Também  $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$  é o fator de utilização da instalação de serviço, isto é, a fração de tempo esperada em que os servidores estão ocupados, porque  $\frac{\lambda}{c\mu}$  representa a fração da capacidade do serviço do sistema ( $c\mu$ ) que está sendo utilizada em média pelos clientes que chegam ( $\lambda$ ).

## 2.5 Fórmulas de Little

Uma das partes mais importantes na resolução de modelos de fila de espera segundo Shortle et al. (2018) é encontrar a probabilidade de distribuição para

o número total de clientes do sistema no momento  $t$ ,  $(N(t))$ , que é composto por aqueles que aguardam na fila  $(N_q(t))$  e aqueles que estão sendo atendidos  $(N_s(t))$ . Sendo  $p_n(t) = \Pr\{N(t) = n\}$ , e  $p(n) = \Pr\{N = n\}$  no estado estacionário. Considerando os modelos mais gerais  $G/G/1$  e  $G/G/c$ , para filas com  $c$  servidores em estado estacionário, duas medidas de interesse são o valor média de clientes no sistema

$$L = E[N] = \sum_{n=0}^{\infty} np_n$$

e a quantidade esperada na fila,

$$L_q = E[N_q] = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n - c)p_n.$$

Conforme Filho (2005), as relações mais importantes na Teoria das Filas foram desenvolvidas por Little (1961), o qual associa número médio de usuários ( $L$  ou  $L_q$ ) com o tempo médio de espera ( $W$  ou  $W_q$ ).

Sendo  $T_q$  o tempo que um cliente passa esperando na fila para ser atendido, e  $T$  o tempo total que ele fica no sistema ( $T = T_q + S$ , onde  $S$  é o tempo gasto durante o atendimento de um usuário, e  $T, T_q$ , e  $S$  são variáveis aleatórias), tem-se que  $W_q = E[T_q]$  e  $W = E[T]$ .

Assim, as fórmulas de Little são

$$L = \lambda W \tag{2.5.1}$$

e

$$L_q = \lambda W_q. \tag{2.5.2}$$

As provas são indutivas e a utilidade deste conjunto de relações reside no fato de que o conhecimento de uma das medidas de desempenho implica que as outras também sejam encontradas (MENDONÇA, 2014).

Salienta-se que, segundo Ross (2014), muitos parâmetros quantitativos, como tempo médio esperado no sistema ( $W$ ) e comprimento médio da fila ( $L_q$ ), não dependem da disciplina da fila. Assim, a maioria dos modelos não leva em consideração essa disciplina de enfileiramento ou assume que a fila assume ordenação FIFO. De fato, o único parâmetro que depende da disciplina de filas é a variância (ou desvio padrão) do tempo de espera.

## 2.6 Modelos de Filas Básicos

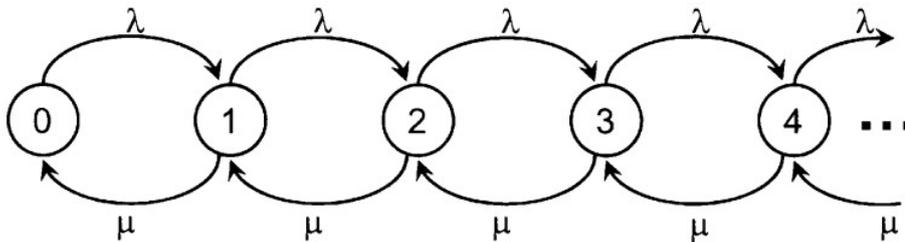
### 2.6.1 Modelo $M/M/1$

Nessa seção, será considerada a fila com único servidor,  $M/M/1$ , em estado estacionário. Assume-se que os tempos interchegadas e de serviço seguem uma distribuição exponencial com função de densidade dadas por

$$\begin{aligned}\alpha(t) &= \lambda e^{-\lambda t} \\ b(t) &= \mu e^{-\mu t}.\end{aligned}\tag{2.6.1}$$

Sendo  $n$  o número de clientes no sistema, chegadas podem ser consideradas como "nascimentos" no sistema, e saídas como "mortes". A taxa de chegada,  $\lambda$ , e a de serviço,  $\mu$ , são fixas, independentemente, da quantidade de ambas no sistema. Assim, a fila  $M/M/1$  é um processo nascimento-morte com  $\lambda_n = \lambda$ , para  $n \geq 0$ , e  $\mu_n = \mu$ , para  $n \geq 1$ , como pode ser visto na Figura 3.

Figura 3: Diagrama da taxa de transição para fila  $M/M/1$



Fonte:

Shortle et al. (2018).

As equações de conservação de fluxo 2.2.3 para esse sistema são

$$\begin{aligned}(\lambda + \mu)p_n &= \mu p_{n+1} + \lambda p_{n-1} \quad (n \geq 1) \\ \lambda p_0 &= \mu p_1.\end{aligned}\tag{2.6.2}$$

Alternativamente, podem ser escritas como

$$\begin{aligned}p_{n+1} &= \frac{\lambda + \mu}{\mu} p_n - \frac{\lambda}{\mu} p_{n-1} \quad (n \geq 1) \\ p_1 &= \frac{\lambda}{\mu} p_0.\end{aligned}\tag{2.6.3}$$

Agora, as equações de conservação, 2.6.2 e 2.6.3, serão utilizadas iterativamente para obter a sequência de probabilidade de estados  $p_1, p_2, p_3, \dots$ , cada uma em termos de  $p_0$ . Ao ter informações suficientes sobre a forma dessas probabilidades de

estado, é feita uma suposição sobre a fórmula geral para todos os estados  $n$ . Então, é verificado se a conjectura levantada está correta, usando indução matemática.

De fato, esse método foi utilizado na seção 2.2 ao verificar que 2.2.5 é uma fórmula apropriada para probabilidade no estado estacionário  $p_n$  para qualquer processo de nascimento-morte com taxa de chegadas  $\lambda_n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$  e de saídas  $\mu_n$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Como o sistema  $M/M/1$  é um processo de nascimento e morte com taxa de nascimento e de morte constantes, é possível aplicar diretamente 2.2.5, com  $\lambda_n = \lambda$  e  $\mu_n = \mu$  para todo  $n$ . Segue-se que

$$p_n = p_0 \prod_{i=1}^n \left( \frac{\lambda}{\mu} \right) = p_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n, \quad (n \geq 1).$$

Para encontrar  $p_0$ , utiliza-se o fato das probabilidades  $p_n$  precisarem somar 1:

$$1 = \sum_{n=0}^{\infty} p_n = \sum_{n=0}^{\infty} p_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^n = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n.$$

No último passo, foi usado a definição apresentada na subseção 2.4.5, em que  $\rho = \lambda/\mu$  para uma fila de servidor único, sendo  $\rho$  o fator de utilização da instalação de serviço. Então,

$$p_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n}.$$

Sabendo que  $\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n$  é uma série geométrica que converge se, e apenas se,  $\rho < 1$ , obtém-se

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n = \frac{1}{1 - \rho} \quad (\rho < 1)$$

o que implica em

$$p_0 = 1 - \rho, \quad (\rho = \lambda/\mu < 1). \quad (2.6.4)$$

Esse resultado é coerente com o geral encontrado para  $p_0$  na subseção 2.4.5 para todas as filas  $G/G/1$ . Em suma, a solução completa em estado estacionário para os sistema  $M/M/1$  é uma função de probabilidade geométrica

$$p_n = (1 - \rho)\rho^n, \quad (\rho = \lambda/\mu < 1). \quad (2.6.5)$$

Vale ressaltar que a existência do solução em estado estacionário depende da condição de  $\rho < 1$ , ou, equivalentemente,  $\lambda < \mu$ . Se  $\lambda > \mu$ , a taxa média de chegadas é maior do que a de saída. Dessa forma, o servidor terá uma fila cada vez mais longa. Em outras palavras, o tamanho do sistema aumenta sem limite ao longo do tempo.

A distribuição de probabilidade em estado estacionário permite calcular as

medidas de desempenho para o sistema. Sendo  $N$  a variável aleatória que representa o número de usuários no sistema em estado estacionário, e  $L$  o seu valor esperado, pode-se escrever que

$$\begin{aligned} L = E[N] &= \sum_{n=0}^{\infty} np_n \\ &= (1 - \rho) \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^n. \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

Considerando o somatório

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} n\rho^n &= \rho + 2\rho^2 + 3\rho^3 + \dots \\ &= \rho (1 + 2\rho + 3\rho^2 + \dots) \\ &= \rho \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n-1}. \end{aligned}$$

Observa-se que  $\sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n-1}$  é simplesmente uma derivação de  $\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n$  com respeito a  $\rho$ , uma vez que as operações de soma e diferenciação podem ser intercambiáveis, sendo as funções suficientemente bem comportadas. Como  $\rho < 1$ ,

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho^n = \frac{1}{1 - \rho}$$

consequentemente

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} n\rho^{n-1} &= \frac{d[1/(1 - \rho)]}{d\rho} \\ &= \frac{1}{(1 - \rho)^2}. \end{aligned}$$

Portanto, o número esperado no estado estacionário para o sistema é

$$L = \frac{\rho(1 - \rho)}{(1 - \rho)^2}$$

ou simplesmente

$$L = \frac{\rho}{1 - \rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}. \quad (2.6.7)$$

Se a variável aleatória quantidade na fila no estado estacionário é denotada por  $N_q$  e seu valor esperado é dado por  $L_0$ , têm-se

$$\begin{aligned} L_q &= \sum_{n=1}^{\infty} (n - 1)p_n = \sum_{n=1}^{\infty} np_n - \sum_{n=1}^{\infty} p_n \\ &= L - (1 - p_0) = \frac{\rho}{1 - \rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1 - \rho}. \end{aligned}$$

Note que  $L_q = L - (1 - p_0)$  se mantém para todas as filas de serviço únicas, pois não foi feita suposição sobre a distribuição de chegadas e saídas. Assim, o tamanho médio da fila é

$$L_q = \frac{\rho^2}{1 - \rho} = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}. \quad (2.6.8)$$

Além disso, lembrando, da seção 2.5, que o valor esperado para o tempo de espera no sistema no estado estacionário  $W$ , e o atraso na fila  $W_q$  podem ser obtidos a partir de  $L$  e  $L_q$  por meio das fórmulas de Little,  $L = \lambda W$  and  $L_q = \lambda W_q$ . No caso da fila  $M/M/1$ , segue-se de 2.6.7 e de 2.6.8 que

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{\rho}{\lambda(1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (2.6.9)$$

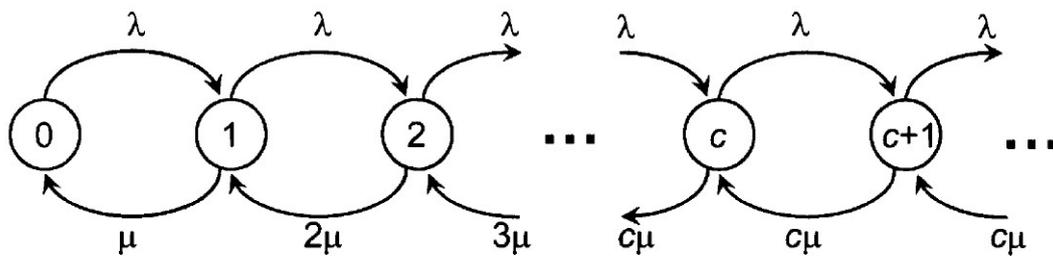
e

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)} = \frac{\rho}{\mu - \lambda}. \quad (2.6.10)$$

### 2.6.2 Modelo $M/M/c$

Considerando o modelo  $M/M/c$ , de acordo com Shortle et al. (2018), as chegadas seguem uma distribuição Poisson, com parâmetro  $\lambda$ . Além disso, o sistema possui  $c$  servidores, em que cada um possui o tempo de serviço identicamente distribuído com distribuição exponencial.

Figura 4: Processo de Nascimento e Morte para  $M/M/c$



Fonte: Shortle et al. (2018).

Assim como o sistema  $M/M/1$ , essa fila com  $c > 1$  servidores é modelada com base no processo de nascimento e morte conforme a Figura 4. A estimação da taxa de chegada ( $\lambda$ ) independe do estado do sistema, entretanto, a taxa de serviço ( $\mu$ ) obedece o número de clientes. Se existem  $c$  ou mais clientes no sistema, então todos os  $c$  servidores estarão ocupados. Como cada um deles atende os usuários com taxa  $\mu$ , assim, considerando todos que estão disponíveis no sistema, obtém-se uma taxa de serviço igual a  $c\mu$ . Quando existirem menos de  $c$  clientes no sistema,  $n < c$ , apenas  $n$  servidores estarão ocupados. Assim, a taxa de serviço será  $n\mu$ . Conseqüentemente,

$\mu_n$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, & 0 \leq n < c \\ c\mu, & n \geq c \end{cases}. \quad (2.6.11)$$

Usando a teoria desenvolvida para o processo de nascimento e morte, pode-se inserir os valores de  $\lambda_n$  e  $\mu_n$  para obter as probabilidades em estado estacionário  $p_n$

$$p_n = \begin{cases} \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} p_0 & (0 \leq n < c) \\ \frac{\lambda^n}{c^{n-c}c!\mu^n} p_0 & (n \geq c) \end{cases}. \quad (2.6.12)$$

Assim,  $p_n$  possui a forma de uma variável aleatório com distribuição de Poisson para  $0 \leq n < c$  e com distribuição geométrica para  $n \geq c$ . A fim de encontrar  $p_0$ , novamente será utilizado a condição de que as probabilidades precisam somar 1, o que resulta em

$$p_0 = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\lambda^n}{n!\mu^n} + \sum_{n=c}^{\infty} \frac{\lambda^n}{c^{n-c}c!\mu^n} \right)^{-1}.$$

Como na subseção 2.4.5, sendo  $r = \frac{\lambda}{\mu}$ , e  $\rho = \frac{r}{c} = \frac{\lambda}{c\mu}$ , obtém-se

$$p_0 = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \sum_{n=c}^{\infty} \frac{r^n}{c^{n-c}c!} \right)^{-1}$$

Agora, considerando a série infinita:

$$\begin{aligned} \sum_{n=c}^{\infty} \frac{r^n}{c^{n-c}c!} &= \frac{r^c}{c!} \sum_{n=c}^{\infty} \left(\frac{r}{c}\right)^{n-c} \\ &= \frac{r^c}{c!} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{r}{c}\right)^m \\ &= \frac{r^c}{c!} \frac{1}{1 - r/c} \quad (r/c = \rho < 1). \end{aligned}$$

Chega-se ao seguinte resultado:

$$p_0 = \left( \sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{r^c}{c!(1-\rho)} \right)^{-1}, \quad \rho < 1. \quad (2.6.13)$$

De acordo com a equação acima, a condição para existência de uma solução estacionária é  $\frac{\lambda}{c\mu} < 1$ , ou seja, a taxa média de chegada precisa ser menor do que a máxima taxa média potencial de serviço do sistema. Além disso, quando  $c = 1$ ,

a equação 2.6.13 é reduzida para a Equação 2.6.4, que é a função análoga para o sistema  $M/M/1$ .

Assim, é possível obter as estimativas de desempenho, adaptando as equações de Little para o no modelo  $M/M/c$  em função do modelo  $M/M/1$ :

- $L_q^* = \frac{(r^c \rho)}{c!(1-\rho)^2} p_0 = \frac{r^c}{c!(1-\rho)} L_q(M/M/1)$ ;
- $L^* = L_q^* + r = \frac{(r^c \rho)}{c!(1-\rho)^2} p_0 + r$ ;
- $W^* = W_q^* + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu} + \left( \frac{r^c}{c!(c\mu)(1-\rho)^2} \right) p_0$ ;
- $W_q^* = \frac{L_q}{\lambda} = \left( \frac{r^c}{c!(c\mu)(1-\rho)^2} \right) p_0$ .

### 3 Processo Legislativo Federal

O processo legislativo é o conjunto de ações que têm por objetivo a elaboração de normas legais, tais como leis e decretos legislativos. As regras gerais de elaboração legislativa encontram-se definidas na Constituição, em seu Título IV, Capítulo I - Do Poder Legislativo. Tanto o Senado Federal quanto a Câmara dos Deputados e o Congresso Nacional possuem regulamentações próprias, que definem as rotinas e os procedimentos a serem adotados da criação e apresentação das matérias, com as discussões, deliberações ou votações, até a promulgação e a publicação das normas (CÂMARA, 2022).

A Constituição Federal define, por exemplo, quem está autorizado a apresentar ao Congresso Nacional as propostas e projetos de lei; qual o quórum, ou número mínimo de parlamentares, necessário para aprovar ou rejeitar uma proposta; por qual Casa Legislativa, Câmara ou Senado, deve ser iniciada a tramitação de um projeto; qual o destino daqueles já aprovados em uma delas, entre outras (PACHECO, 2013).

Os regimentos internos das Casas Legislativas constituem a principal fonte do direito parlamentar de acordo com Silva (1984). Embora devam respeitar e incorporar as linhas mestras traçadas pela Constituição, as normas regimentais definem regras específicas de tramitação de proposições, como a composição e as competências dos órgãos internos, a forma de apresentação dos projetos e propostas de legislação, os regimes de tramitação, os debates e votações, os direitos e deveres dos parlamentares, enfim, toda a regulação minuciosa do processo legislativo, desde seu impulso inicial até os atos finais.

Tendo em vista sua complexidade, algumas regras regimentais e constitucionais aplicadas na Câmara dos Deputados, que é o foco do presente trabalho, devem ser elucidadas. Por simplificação, serão consideradas apenas proposições apresentadas por deputados federais.

#### 3.1 Tipos de Proposição

Embora o Regimento Interno considere como proposição legislativa qualquer matéria que venha a ser submetida à deliberação da Câmara dos Deputados ou do Senado Federal, como emendas, pareceres e recursos, ordinariamente, apenas duas espécies efetivamente dão início ao processo legislativo. São elas as propostas de emenda à Constituição (PEC) e os projetos, esses últimos admitindo ainda três subespécies: de lei, de decreto legislativo e de resolução. Dentre essas, o tipo mais comum é o projeto de lei, que são proposições destinadas a criar novas leis ou a alterar outras já em vigor (PACHECO; MENDES, 2019).

A PEC é uma proposição destinada a promover alterações no texto constitucional vigente. Para ser admitida a tramitar na Câmara não pode conter em suas disposições nenhuma tendência a abolir a forma federativa do Estado, o voto direto, secreto, universal e periódico, a separação dos poderes ou os direitos e garantias individuais <sup>1</sup>.

Os projetos de lei são aqueles que se destinam a regular matérias inseridas na competência legislativa da União e do Congresso Nacional, sujeitando-se, após aprovadas, a sanção ou veto do presidente da República. Esse tipo de proposição admite duas subespécies: projeto lei ordinária (PL) e projeto de lei complementar (PLP).

Uma outra categoria é o projeto de decreto legislativo (PDL), o qual é empregado geralmente para formalizar os atos de competência exclusiva do Congresso Nacional mencionados no art. 49 da Constituição Federal, como a ratificação de tratados internacionais e os atos de concessão de serviços de rádio e televisão, por exemplo. Não se sujeitam a sanção nem a veto do presidente da República.

Já os projetos de resolução (PRC) são destinadas a regular assuntos de interesse interno da Câmara dos Deputados, de caráter político, processual, legislativo ou administrativo, como é o caso, por exemplo, dos projetos que propõem alterações ao Regimento Interno.

Por outro lado, existem dispositivos extraordinários que permitem abreviar, e até contornar, o processo legislativo ordinário. A Constituição confere ao presidente da República os poderes de editar medida provisória (MPV) com força imediata de lei, por exemplo. Elas devem ser votadas em até 120 dias e têm o poder de trancar a pauta do Plenário da Câmara ou do Senado após 45 dias de sua edição (ALMEIDA, 2015).

No presente trabalho, seis tipos de proposição serão analisadas: PL, PEC, PLP, PDL, PRC e MPV.

## **3.2 Distribuição das Proposições**

Segundo Câmara (2020), o processo legislativo tem início na Câmara dos Deputados, com exceção daqueles apresentados pelos senadores, que começam a tramitar no Senado Federal. Quando o projeto chega à Casa, uma equipe dá início às formalidades técnicas de seu recebimento e apresentação e, em seguida, ele é encaminhado às comissões com competência regimental para examinar a proposição, conforme a sua temática.

As proposições devem ser apresentadas à Mesa Diretora e despachadas para:

---

<sup>1</sup>Art. 60 da CF c/c art. 201 do RICD

i) as comissões temáticas competentes, que devem se pronunciar quanto ao mérito das matérias; ii) a Comissão de Finanças e Tributação (CFT), quando envolver aspectos financeiros e orçamentários públicos, para o exame da compatibilidade ou adequação orçamentária; e iii) e a Comissão de Constituição e Justiça e de Cidadania (CCJC), obrigatoriamente, para o exame de constitucionalidade, juridicidade e técnica legislativa. A mesa também vai determinar, de acordo com o Regimento Interno, se a proposição deve ser submetida à discussão e à votação do Plenário, ou se se deve ser submetida apenas à apreciação das comissões da Casa Legislativa, sendo considerada de caráter conclusivo.

Além disso, quando uma proposição envolve matéria de competência de mais de três comissões de mérito, é constituída Comissão Especial (CESP) para analisá-la, composta por deputados que representarão as comissões temáticas, a da CFT, se for o caso, e a de CCJC.

Se a proposta for conclusiva, após aprovada pela CCJC, segue para o Senado ou para a sanção do Presidente da República se já passou pelas duas Casas legislativas. Caso contrário, a proposição segue para análise do Plenário.

As CESP's também são constituídas para dar parecer sobre proposta de emenda à Constituição (PEC), que possuem uma tramitação muito mais longa por se tratar de uma mudança na Constituição Federal. Para apresentá-la, o parlamentar precisa colher assinaturas de pelo menos um terço de seus colegas, o que equivale a, no mínimo, 171 deputados ou 27 senadores (1/3 do total).

Diferentemente da PEC, as medidas provisórias tramitam muito mais rapidamente no Parlamento, pois não passam pelo sistema de comissões permanentes, sendo submetida a uma Comissão Mista *ad hoc* para, então, ser votada em Plenário dentro de prazo constitucionalmente definido, com ou sem parecer da Comissão.

### 3.3 Apensação

A tramitação conjunta de proposições ocorre quando a Presidência, de ofício ou a requerimento de algum deputado, verifica que existem em tramitação na Câmara duas ou mais proposições da mesma espécie tratando de matéria idêntica ou correlata. Nessa hipótese, se o estágio de tramitação em que estiverem ainda permitir, será determinada sua apensação em mesmo processo (CÂMARA, 2020).

O prazo máximo para apensar duas ou mais matérias depende do tipo de tramitação aplicável. No caso de proposições sujeitas à deliberação do Plenário, a apensação pode ocorrer até a entrada de uma delas na ordem do dia; já no caso das proposições sujeitas à apreciação conclusiva das comissões, a oportunidade para se promover a tramitação em conjunto com outras fecha-se assim que for aprovado o

primeiro parecer de comissão sobre uma delas (PACHECO; MENDES, 2019).

Além disso, em regra geral, as proposições mais antigas tem precedência sobre as mais recentes, mas há uma exceção importante: se houver no processo alguma proposição originária do Senado Federal, a precedência recairá sobre ela, independentemente do fator antiguidade. Entretanto, essa precedência só tem significado mais relevante nas votações do Plenário, onde a matéria que for aprovada primeiro provocará a prejudicialidade das demais.

No âmbito das comissões, o fato de uma proposição ter ou não a precedência regimental não é tão importante porque não se votam diretamente as proposições, mas apenas pareceres sobre elas. Nesses pareceres, os relatores têm liberdade de recomendar a aprovação, dentre todas as apensadas, daquela que lhes pareça mais conveniente e adequada, não precisando respeitar a precedência regimental.

### **3.4 Regime de Tramitação**

Segundo Pacheco (2013), regime de tramitação determina a ordem de apreciação das proposições na Câmara. A tramitação pode ser ordinária, com prioridade ou de urgência.

No regime ordinário, o prazo é de 40 sessões para que cada comissão se pronuncie, configurando o processo mais lento de tramitação. Já, o regime de prioridade consiste na dispensa de exigências regimentais para que determinada proposição seja incluída na Ordem do Dia da sessão seguinte, logo após as proposições em regime de urgência. Assim, os projetos que tramitam com prioridade não possuem tanta celeridade, já que os urgentes têm preferência sobre eles. Nas comissões, as matérias recebem prazo de 10 sessões para serem apreciados.

Ademais, a proposição deve ser de iniciativa do Executivo, do Judiciário, do Ministério Público, da Mesa, de comissão permanente ou especial, do Senado ou dos cidadãos. Ainda tramitam nesse regime os projetos de lei complementar que regulamentam dispositivos constitucionais, de lei com prazo determinado, de regulamentação de eleições e de alteração do Regimento Interno.

Segundo o Regimento Interno da Câmara, o regime de urgência dispensa alguns interstícios e formalidades regimentais, agilizando a apreciação das proposições. Para tramitar neste regime, a proposição deve tratar de matéria que envolva a defesa da sociedade democrática e das liberdades fundamentais; de providência para atender a calamidade pública; de Declaração de Guerra, Estado de Defesa, Estado de Sítio ou Intervenção Federal nos estados; de acordos internacionais e fixação dos efetivos das Forças Armadas, entre outros casos.

Uma proposição também pode tramitar com urgência quando houver apre-

sentação de requerimento nesse sentido aprovado pelo Plenário. Neste caso, a matéria pode ser incluída na pauta e os pareceres pendentes das comissões de mérito serão proferidos durante a sessão (CÂMARA, 2020).

Há ainda o regime de urgência urgentíssima. Essa expressão, embora não conste do Regimento Interno, foi consagrada pelo costume da Casa e corresponde ao regime de urgência descrito nos arts 153, IV, e 155 do Regimento Interno. É, de fato, um regime excepcional de tramitação pelo qual determinada matéria pode ser incluída automaticamente na ordem do dia de uma sessão já em andamento. Decorre da aprovação, por maioria absoluta de votos, de requerimento subscrito pela maioria absoluta dos deputados, ou por líderes de partidos que representem esse número.

Vale ressaltar que as proposições em regime de urgência têm preferência sobre as que tramitam em regime de prioridade, que, por sua vez, têm preferência sobre as de tramitação ordinária e, entre essas, aquelas para as quais tenha sido concedida preferência, seguidas das que tenham pareceres favoráveis de todas as comissões a que foram distribuídas. Além disso, propostas de emenda à Constituição têm preferência sobre proposições em tramitação ordinária.

O Presidente da República possui a prerrogativa de invocar unilateralmente regime de urgência para qualquer PL de sua autoria, a qualquer tempo. Isso implica em que, se o projeto não for votado em Plenário no prazo de 45 dias, o Congresso fica impedido de deliberar sobre qualquer outro.

## **3.5 Tramitação**

### **3.5.1 Comissão**

Com base no Câmara (2020), a Câmara dos Deputados conta hoje com 20 comissões de caráter permanente, com atuação nas mais diversas áreas do conhecimento humano. Além das comissões permanentes, comissões especiais de caráter temporário podem ser constituídas para o exame de determinadas espécies de proposição, como propostas de emenda à Constituição que se sujeitam a normas especiais de tramitação. É o caso, também, de projetos de lei mais complexos, que em princípio demandariam exame de mérito por mais de três comissões permanentes: na hipótese, a Presidência deixa de remetê-los a essas Comissões e constitui, no lugar, uma só, especial e temporária, destinada a estudá-lo e a proferir-lhe o competente parecer.

No caso excepcional da MPV, segundo a Resolução do Congresso Nacional nº1 de 2002, o Presidente do Congresso Nacional, em até 48 horas após a publicação da medida, designa uma Comissão Mista formada por 12 Senadores e 12 Deputados titulares, com igual número de suplentes, responsável por analisar previamente os

pressupostos constitucionais de relevância e urgência, o mérito e a adequação financeira e orçamentária. Após a votação na comissão, a MPV segue para o Plenário da Câmara dos Deputados e do Senado Federal.

Nas comissões, quando qualquer tipo de proposição é recebida, a primeira providência tomada pelo presidente do órgão é designar um dos membros como relator da matéria, a quem incumbirá estudá-la e dar-lhe o competente parecer, a ser apreciado pelos demais membros da Comissão (CÂMARA, 2020).

O relator pode propor a aprovação total ou parcial da proposição; a rejeição; apresentação de emendas; o arquivamento; ou apresentar um projeto totalmente alternativo, um substitutivo. Nesse último caso, é preciso abrir novo prazo para emendas (CÂMARA, 2020).

### **3.5.2 Plenário**

Uma vez encerrada a fase de apreciação pelas comissões, as proposições sujeitas à deliberação do Plenário serão encaminhadas à Mesa com os respectivos pareceres, devendo aguardar sua inclusão na Ordem do Dia, ou seja, na pauta de deliberações do Plenário (PACHECO, 2013).

A apreciação de uma proposição pelo Plenário da Câmara dos Deputados constituísse das fases de discussão e votação. A primeira é a fase dos trabalhos em que a matéria é debatida pelos parlamentares inscritos na lista de oradores. A segunda fase deve ocorrer imediatamente após o encerramento da discussão, salvo se não houver quórum de presença para a votação ou se o processo for retirado de pauta para encaminhamento às comissões, no caso de recebimento de emendas.

O quórum de presença para votação é o mesmo exigido no âmbito das comissões: maioria absoluta do total de membros, ou seja, em se tratando do Plenário, constituído pelo conjunto da Casa, o equivalente hoje a no mínimo 257 deputados, que é o primeiro número inteiro superior à metade do total de 513.

## **3.6 Arquivamento**

Ao fim de cada legislatura, são arquivadas todas as proposições que ainda se encontrem em tramitação na Câmara, pendentes de apreciação de qualquer Comissão ou com parecer contrário, com exceção das que tenham tramitado pelo Senado ou que sejam originárias daquela Casa; e as de iniciativa popular, de outro Poder ou do Procurador-Geral da República. Também não se sujeitam ao arquivamento as proposições (e pensadas) com pareceres favoráveis de todas as Comissões, inclusive CFT e CCJ (CÂMARA, 2020).

Apenas os deputados que foram reeleitos podem pedir o desarquivamento dos seus projetos de lei. No caso de proposições de iniciativa coletiva, como PECs, o desarquivamento poderá ser solicitado por apenas um dos autores (CÂMARA, 2020).

## 4 Metodologia

Este trabalho dividiu-se em duas partes principais. Na primeira, foi realizado um estudo teórico do conteúdo proposto. Em um segundo, foi feita uma aplicação da Teoria das Filas em um conjunto de dados reais.

No que se refere ao estudo teórico, foi necessário executar uma revisão aprofundada dos Processos Estocásticos, com ênfase nas Cadeias de Markov com tempo contínuo e Processos de Poisson. Logo após, o foco foi direcionado para os principais conceitos e modelos básicos de filas Markovianas. Toda essa parte de fundamentação teórica foi efetuada com base nos livros de Ross (2014) e Shortle et al. (2018).

A segunda parte é referente a aplicação da Teoria das Filas e cálculo das medidas de desempenho. Antes da aplicabilidade de fato da teoria, foram realizadas a coleta de dados e uma análise descritiva das informações. Após isso, vários modelos de filas foram cogitados, mas descartados pela complexidade regimental do processo legislativo. Assim, optou-se pelo  $M/M/c/SIRO$  conforme será detalhado nas próximas seções.

### 4.1 Coleta de dados

Para analisar o desempenho da votação de proposições da Câmara dos Deputados através da Teoria das Filas, foram utilizados os dados disponíveis no sistema de provimento de dados (API) dessa Casa Legislativa referentes a esses seis tipos de matérias: PEC, MPV, PL, PLP, PDL e PRC.

De acordo com Câmara (2020), a Câmara dos Deputados (CD) exerce as atribuições previstas na Constituição Federal em períodos de tempo próprios, denominados legislaturas, as quais duram 4 anos. Para determinar o melhor período para análise dos dados, foi levado em consideração esse conceito. Assim, será considerado o período de 2011 a 2021 para a realização do estudo, o que equivale as seguintes legislaturas: 54<sup>o</sup> (2011-2014), 55<sup>o</sup> (2015-2018) e 56<sup>o</sup> (2019-2021). Vale ressaltar que o último período exige pontos de atenção durante a análise, devido à pandemia da COVID-19, que teve início em 2020, e ao intervalo mais curto de 3 anos, pois o estudo foi realizado no primeiro trimestre do último ano da 56<sup>o</sup> legislatura, sendo retirado da pesquisa.

### 4.2 Análise descritiva dos dados

Para iniciar o estudo, foi realizada uma análise descritiva das MPV, PEC, PL, PLP, PDL e PRC devido à complexidade dos dados de tramitação da Câmara

dos Deputados. Primeiramente, foram coletados dados sobre proposições apresentadas ao longo de 2011-2021 na CD para tentar dimensionar a quantidade de novas matérias que entraram nessa Casa Legislativa em cada legislatura. Além disso, um levantamento da quantidade de projetos encerrados foi feito, sendo considerados aqueles votados, arquivados, prejudicados, devolvidos ao autor e retirados pelo autor. Diante dessas informações, procurou-se entender o motivo das filas de proposições que aguardam deliberação serem tão longas na Câmara dos Deputados durante o período analisado no presente trabalho.

### 4.3 Teoria da Fila

Com base na categorização deste banco de dados e da teoria das filas, explicada no Capítulo 2, a pesquisa procurou encontrar medidas de desempenho que pudessem ajudar a avaliar a atuação dos deputados em relação a quantidade de proposições votadas ao longo das legislaturas. Para isso, foi utilizado o sistema  $M/M/c$ , o qual possui taxa média de chegada ( $\lambda_n$ ) e taxa de serviço médio ( $\mu_n$ ) com distribuição Poisson;  $c$  atendentes, que seriam as Comissões e o Plenário da Câmara dos Deputados; e a disciplina de atendimento aleatória (SIRO), pois a ordem de votação de proposições pode ser considerada dessa forma.

Nesse contexto, o presente trabalho buscou encontrar: i) taxa de chegada ( $\lambda$ ); ii) taxa de atendimento ( $\mu$ ); iii) comprimento médio da fila ( $L_Q$ ); e iv) tempo médio de espera na fila ( $W_Q$ ).

## 5 Resultados

Segundo o Regimento Interno da Câmara dos Deputados, proposição é toda matéria sujeita à deliberação da CD. Apesar dessa ampla definição, os tipos de proposição considerados principais, visto que originam as normas descritas no art. 59 da Constituição Federal, são: Propostas de Emenda à Constituição (PEC), Projetos de Lei Complementar (PLP), Projetos de Lei Ordinária (PL), Projetos de Decreto Legislativo (PDC), Projetos de Resolução (PRC) e Medidas Provisórias (MPV). Há ainda mais tipos de proposição apreciados pela Câmara, tais como: pareceres, emendas, propostas de fiscalização de controle, indicações, etc.

Para analisar o desempenho da votação de proposições da Câmara dos Deputados através da Teoria das Filas, foram utilizados os dados disponíveis no sistema de provimento de dados (API) dessa Casa Legislativa referentes a esses seis tipos de matérias, PEC, MPV, PL, PLP, PDL e PRC, no período 2011-2021.

### 5.1 Quantidade de proposições apresentadas e encerradas em 2011-2021

Os parlamentares, ao exercer seus cargos como representantes políticos, tem a obrigação de formular, apresentar, discutir e votar proposições legislativas. Esse documento trata de determinado assunto ou tema e estará sujeito a deliberação nas Casas Legislativas - Câmara dos Deputados e Senado Federal. As proposições existem e são propostas em todos os níveis do Estado, tanto no Nacional quanto no Estadual e no Municipal. É a partir da formulação de proposições legislativas que os agentes políticos instauram as leis, que vão reger a sociedade, regularizando práticas sociais, mercantis, trabalhistas, entre outros.

No âmbito nacional, de acordo com o art. 61 da Constituição Federal, um projeto de lei, por exemplo, pode ser proposto por qualquer parlamentar (deputado ou senador), de forma individual ou coletiva, por qualquer comissão da Câmara dos Deputados, do Senado Federal ou do Congresso Nacional, pelo Presidente da República, pelo Supremo Tribunal Federal, pelos Tribunais Superiores e pelo Procurador-Geral da República. A Constituição ainda prevê a iniciativa popular de leis, permitindo aos cidadãos apresentar à Câmara dos Deputados projeto de lei, desde que cumpram as exigências estabelecidas no §2º do art. 61.

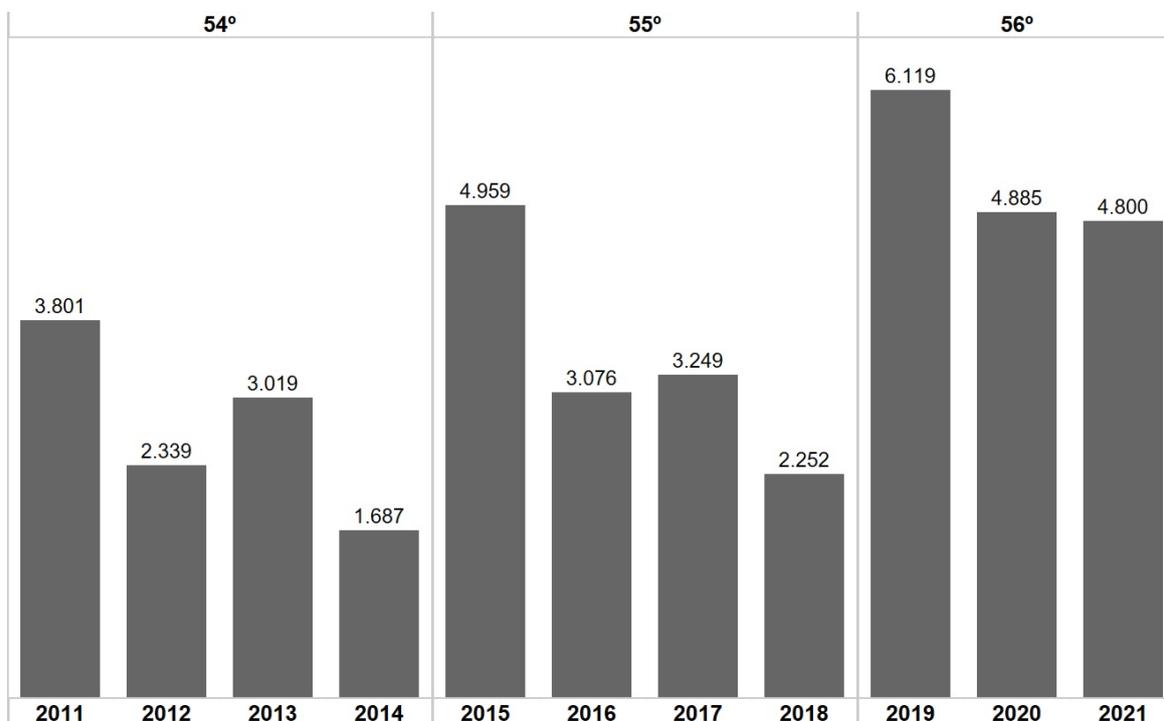
Analisando a quantidade de proposições apresentadas durante o período 2011-2021 através da Figura 5, observou-se uma média anual de 3653 proposições. É possível notar que todo o primeiro ano de cada legislatura possui uma quantidade de apresentações maior. Além disso, em 2019, aconteceu um aumento significativo

de novas matérias quando comparado com outros períodos.

Por legislatura, na Figura 6, verificou-se uma média de 2712 na 54<sup>o</sup>, de 3384 na 55<sup>o</sup> e de 5268 na 56<sup>o</sup>, o que gerou um aumento de 24,8% entre a 54<sup>o</sup> e a 55<sup>o</sup> legislaturas, e de 55,67% entre a 55<sup>o</sup> e a 56<sup>o</sup>.

Um dos principais motivos para essas altas taxas, é a falta de um limite anual de apresentação de matérias por parlamentar. Além de prejudicar o desempenho das Casas Legislativas, esse grande volume acarreta em outros problemas, como o excesso de devolução de proposições ao autor que não respeitam normas do Regimento Interno da Câmara dos Deputados e do Senado Federal<sup>2</sup> ou que não são votadas até o final da Legislatura, e abundância de tramitação conjunta entre matérias correlatas.

Figura 5: Quantidade de proposições apresentadas em 2011-2021.



Fonte: Autores (2022).

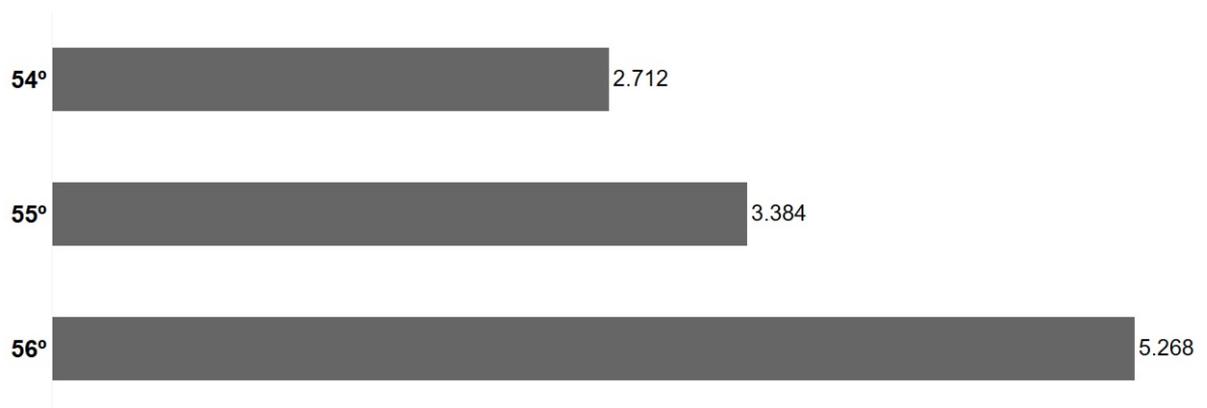
Assim, muitas proposições continuam em andamento durante muitos anos e formam uma fila de espera por deliberação na Câmara dos Deputados.

Concomitantemente, é possível perceber que o pequeno número de comissões permanentes que existe atualmente na Câmara, e à obrigatoriedade de toda matéria passar pela CCJ, para o exame de constitucionalidade, juridicidade e técnica legislativa, e pela CFT quando quando envolver aspectos financeiros e orçamentários

<sup>2</sup>O art. 137,§1º, do RICD, afirma que a Presidência da Câmara dos Deputados devolverá ao Autor qualquer proposição que: i) não estiver devidamente formalizada em termos; ii) versar sobre matéria alheia à competência da Câmara ou evidentemente inconstitucional, e iii) antirregimental.

públicos, para o exame da compatibilidade ou adequação orçamentária também colaboram para esse acúmulo de matérias, e, conseqüente, formação de de fila.

Figura 6: Total de proposições apresentadas entre Legislaturas.

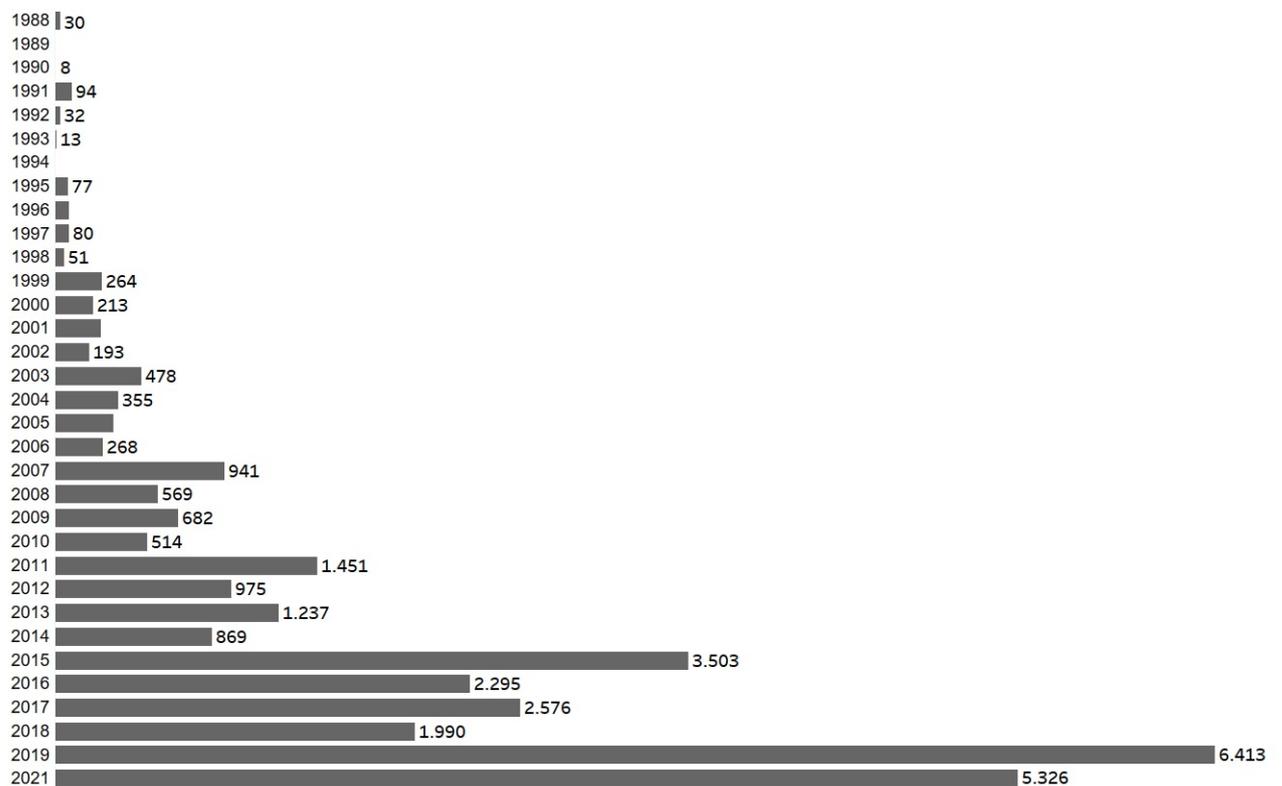


Fonte: Autores (2022).

Conforme a Figura 7, matérias apresentadas em 1988 ainda aguardam por deliberação na Legislatura atual (2019-2021).

Diante desse contexto, para melhor direcionar o modelo estudado, considerou-se todas as proposições que aguardavam deliberação em cada ano do período 2011-2021, independentemente, da data de apresentação.

Figura 7: Quantidade de proposições em tramitação na 56ª Legislatura por ano de apresentação.

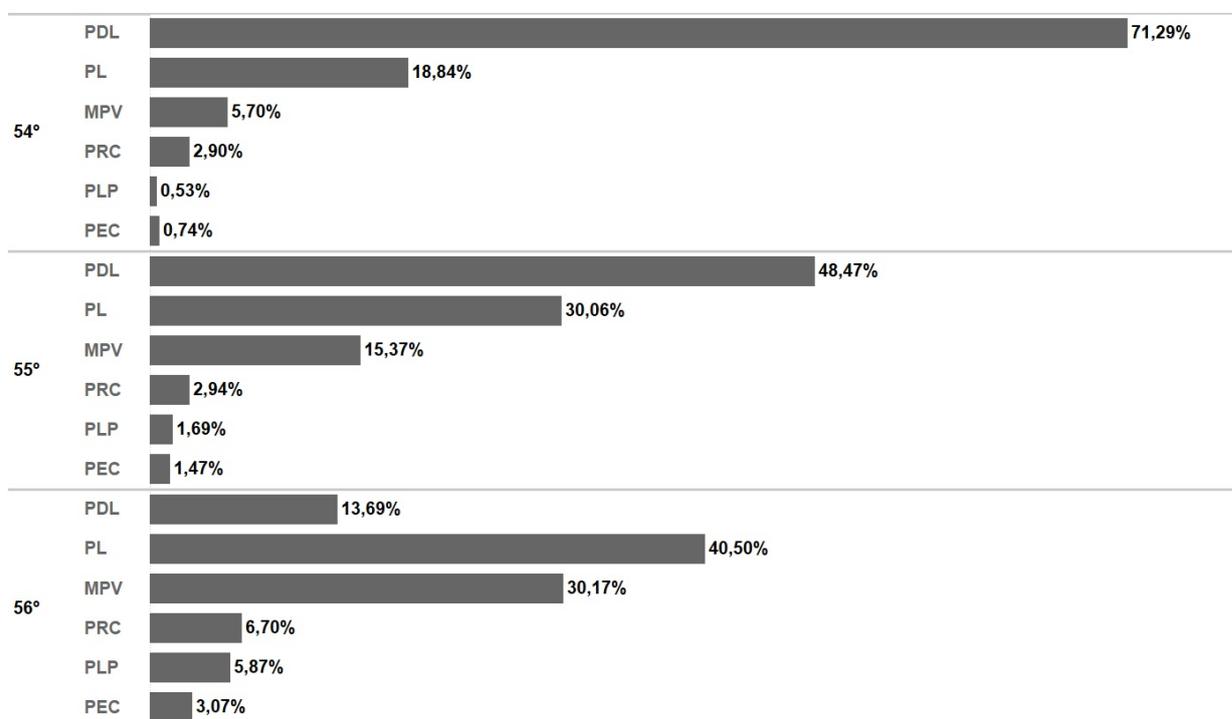


Fonte: Autores (2022).

Entretanto, durante a análise das matérias que aguardavam deliberação em cada ano, percebeu-se que, dentre os principais tipos de proposição do Poder Legislativo, três se destacam (MPV, PL, PDL) em quantidade de matérias em tramitação votadas na Câmara dos Deputados conforme a Figura 8.

Dessa forma, para aplicação da Teoria das Filas, as matérias do tipo MPV, PL e PDL que aguardaram deliberação entre 2011-2021, independente do ano de apresentação, formam a fila que será estudada. Para a construção do número de saídas do sistema, utilizou-se os relatórios legislativos divulgados mensalmente no portal da Câmara dos Deputados<sup>3</sup>. Foi encontrada a quantidade de proposições votadas em cada ano tanto no Plenário quanto nas Comissões.

Figura 8: Quantidade de proposições votadas em cada Legislatura por tipo de proposição.



Fonte: Autores (2022).

## 5.2 Análise da Fila

A partir das considerações realizadas na seção anterior, foram coletadas as séries históricas presentes nas Tabelas 1 e 2 através dos dados abertos da Câmara dos Deputados. Essas informações foram aplicadas no sistema  $M/M/c$  da Teoria das Filas, em que os atendentes seriam as Comissões e o Plenário da Câmara dos Deputados. De acordo com cada tipo de proposições, a quantidade de Comissões pode variar de acordo com o regime de tramitação. No caso de MP's, foi considerada

<sup>3</sup>Site: <https://www2.camara.leg.br/atividade-legislativa/plenario/relatorios-da-atividade-legislativa>

a Comissão Mista <sup>4</sup> e o Plenário. Assim, para Medidas Provisórias,  $c = 2$ . Já para PL e PDL, foram estipuladas duas Comissões, sendo uma de mérito e outra de admissibilidade, e o Plenário, constituindo  $c = 3$ .

Tabela 1: Série histórica da fila de proposições que aguardavam votação na Câmara dos Deputados

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>MPV</b>	59	61	65	43	61	91	77	98	82	142	102
<b>PL</b>	12322	8089	7084	6063	15478	8056	8537	8009	21703	7197	13187
<b>PDL</b>	1647	1319	1262	861	1117	692	817	760	1463	720	1782

Fonte: Autores (2022).

Vale ressaltar que uma das principais características da fila de proposições é o fato de ela não seguir a ordem de chegada FIFO, em que o primeiro a se inscrever receberá o órgão antes do segundo e assim consecutivamente. Em vez disso, os critérios obedecem a condições políticas e técnicas, tais como: tramitação em regime de urgência, interesse de parlamentares e dos Presidentes das Casas Legislativas, pressão popular, apoio do Governo Federal. Dessa forma, adotou-se que a fila segue uma disciplina aleatória (SIRO).

Tabela 2: Série histórica de votações realizadas na Câmara dos Deputados

	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
<b>MPV</b>	37	38	31	30	28	42	31	31	25	53	38
<b>PL</b>	229	358	150	170	289	234	306	281	328	81	325
<b>PDL</b>	355	343	446	182	352	90	197	146	264	22	340

Fonte: Autores (2022).

### 5.3 Teste de Aderência

Neste trabalho, o modelo de filas adotado considera que o número de clientes chegando para o atendimento, e a taxa de serviço seguem uma distribuição Poisson. Para testar a adequabilidade dos dados observados a essa distribuição de

<sup>4</sup>As Comissões Mistas de Medidas Provisórias, previstas no §9º do art. 62 da Constituição Federal, são destinadas a emitir parecer às Medidas Provisórias (MPV) adotadas pelo Presidente da República. São comissões temporárias cujo prazo de funcionamento acompanha a vigência da Medida Provisória (até 120 dias), podendo seu funcionamento se estender por mais 60 dias para edição de decreto legislativo que regule as relações jurídicas praticadas durante a vigência de MPV, caso tenha sido rejeitada ou perdido a eficácia por decurso de prazo ou, ainda, quando aprovada na forma de Projeto de Lei de Conversão. A Comissão Mista, conforme consta na Resolução nº 1 de 2002-CN, é composta por 12 Deputados Federais, 12 Senadores e igual número de suplentes.

probabilidade, o teste Qui-Quadrado de Aderência foi utilizado, cujas hipóteses são:

$H_0$  : Os dados seguem a Distribuição Poisson;

$H_1$  : Os não dados seguem a Distribuição Poisson.

Considerando  $O_i$  e  $E_i$  o número de indivíduos observados e esperados na categoria  $i$ , quando a hipótese  $H_0$  é verdadeira, a estatística de teste  $T$  têm distribuição qui-quadrado:

$$T = \frac{\sum_{i=1}^K (O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2_{(K-1)}$$

em que  $K$  representa o número de categorias.

Se o valor da estatística de teste  $T$  for maior do que um  $\chi^2_\alpha$  crítico, rejeita-se a hipótese nula. Caso contrário, aceita-se a hipótese nula a um nível de significância  $\alpha$ .

Conforme apresentado na Tabela 3 os testes constataram que, para todas os órgãos, os dados se adequam à distribuição de Poisson.

Tabela 3: Teste de aderência a Distribuição Poisson

<b>Tipo de Proposição</b>	<b>P-valor (<math>\lambda</math>)</b>	<b>P-valor (<math>\mu</math>)</b>
<b>MPV</b>	0,23	0,23
<b>PL</b>	0,23	0,30
<b>PDL</b>	0,23	0,23

Fonte: Autores (2022).

## 5.4 Estimador de Máxima Verossimilhança de $\lambda$ e de $\mu$ para o Modelo de Poisson

De acordo com Morettin e Bussab (2017), o Método da Máxima Verossimilhança consiste em obter a estimativa mais verossímil dentro de uma amostra para o parâmetro populacional desconhecido. O valor mais verossímil que o estimador pode assumir é o mesmo que maximiza a probabilidade da amostra em questão ocorrer. Dessa forma, a função de probabilidade das variáveis aleatórias que representam uma amostra é encarada como função do correspondente parâmetro populacional de modo que possa ser obtida a estimativa desse parâmetro desconhecido.

Considerando uma amostra aleatória simples  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  da distribuição de uma variável aleatória  $X$  com função de densidade  $f(x; \theta)$ , em que  $\theta$  é um escalar ou vetor, representando o parâmetro populacional desconhecido, denomina-

mos a função  $L(\theta; x)$  definida por

$$L(\theta; x) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta), \quad \theta \in \Theta \quad (5.4.1)$$

como função de verossimilhança. Essa função depende do parâmetro populacional e os valores da amostra estão fixos.  $\Theta$  é o espaço paramétrico de  $\theta$ , o conjunto de valores que o parâmetro pode assumir.

O valor que maximiza a função de verossimilhança é também o que maximiza a função obtida pelo logaritmo da função de verossimilhança, chamada função de log-verossimilhança, denotada como  $l(\theta; x)$ , uma vez que a função logaritmo é uma função monotônica. Denotamos a função de log-verossimilhança por

$$l(\theta; x) = \log L(\theta; x) = \log \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) = \sum_{i=1}^n \log f(x_i; \theta) \quad (5.4.2)$$

O estimador de máxima verossimilhança de um parâmetro  $\theta$  é o valor mais verossímil que  $\theta$  pode assumir dado o que foi observado na amostra, ou seja, é o valor que maximiza a probabilidade de ocorrer a amostra observada. Assim, o estimador de máxima verossimilhança de  $\theta$  (E.M.V.) é qualquer valor  $\hat{\theta}$  tal que  $L(\hat{\theta}; x)$  é máxima, ou seja,  $L(\hat{\theta}; x) \geq L(\theta; x)$  para todo  $\theta \in \Theta$ .

Como  $X$  segue uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda > 0$ , sua distribuição de probabilidade é

$$f(x, \lambda) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

Assim, a função de verossimilhança para uma amostra  $X_1, \dots, X_n$  é dada por

$$L(\lambda; x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \left( \frac{\lambda^{x_i} e^{-\lambda}}{x_i!} \right) = \frac{e^{-n\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!}$$

Aplicando-se o logaritmo natural da função verossimilhança, desta forma tem-se que

$$\begin{aligned} \ln L(\lambda; x) &= \ln \left[ \frac{e^{-n\lambda} \lambda^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!} \right] \\ &= \ln e^{-n\lambda} + \ln \lambda \sum_{i=1}^n x_i - \ln \prod_{i=1}^n x_i! \\ &= -n\lambda + \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - \ln \prod_{i=1}^n x_i! \end{aligned}$$

O candidato a ponto de máximo da função logaritma de verossimilhança, é

aquele cuja primeira derivada em relação a  $\lambda$  for igual a zero, ou seja,

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln L(\lambda, x)}{\partial \lambda} &= \frac{1}{\hat{\lambda}} \sum_{i=1}^n x_i - n = 0 \\ \hat{\lambda} &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \\ \hat{\lambda} &= \bar{X}.\end{aligned}$$

Para garantir que este é o EMV, deve-se ter a segunda derivada em relação a  $\lambda$  negativa o que de fato acontece, pois

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \ln L(\lambda, x)}{\partial \lambda^2} &= \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n x_i - n = 0 \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n x_i' \lambda - \sum_{i=1}^n x_i \lambda'}{\lambda^2} - n' \\ &= -\frac{1}{\lambda^2} \sum_{i=1}^n x_i < 0.\end{aligned}$$

Assim, o estimador de máxima verossimilhança de  $\lambda$  é  $\hat{\lambda} = \bar{X}$ .

Aplicando esse estimador aos dados apresentados nas Tabelas 1 e 2, obtêm-se as estimativas para os parâmetros do número de clientes chegando para o atendimento ( $\hat{\lambda}$ ), e a taxa de serviço ( $\hat{\mu}$ ) disponíveis na Tabela 4.

Tabela 4: Estimadores de Máxima Verossimilhança para  $\mu$  e  $\lambda$ .

<b>Tipo de Proposição</b>	$\hat{\mu}$	$\hat{\lambda}$
<b>MPV</b>	33,7	38
<b>PL</b>	242,2	328,7
<b>PDL</b>	238,2	251,7

Fonte: Autores (2022).

A razão  $\rho = \frac{\mu}{c*\lambda}$  manteve-se menor do que um para todos os tipos de proposição, tornando a série estável conforme a Tabela 5 . Como resultado, a série possui pelo menos uma solução estacionária para o sistema.

Tabela 5: Condição de Estacionariedade ( $\rho < 1$ ).

<b>Tipo de Proposição</b>	$\rho$
<b>MPV</b>	0,364
<b>PL</b>	0,479
<b>PDL</b>	0,328

Fonte: Autores (2022).

## 5.5 Discussão dos Resultados para o Modelo $M/M/c$

Os resultados obtidos utilizando o modelo  $M/M/c$  por tipo de proposição são apresentados na Tabela 6, sendo que, para MP, foi considerado o sistema  $M/M/2$  e, para PL e PDL, o sistema  $M/M/3$ .

Tabela 6: Estatísticas de Desempenho do Modelo  $M/M/c$

Tipo de Proposição	$\hat{L}_Q$	$\hat{\mu}$	$\hat{\lambda}$	$\hat{W}_Q$ (anos)
<b>MPV</b>	117	33,7	38	3
<b>PL</b>	16007	242,2	328,7	48,7
<b>PDL</b>	687	238,2	251,7	2,7

Fonte: Autores (2022).

Ao analisar a Tabela 6, observa-se que os prazos médios de espera na fila ( $\hat{W}_Q$ ) são bastante elevados para todos os tipos de proposição, principalmente, para os Projetos de Lei, cujo tempo de espera pode chegar a 48 anos. Como o sistema de filas é acumulativo ao longo dos anos, para que o tempo médio de espera por um tipo de proposição reduza para valores satisfatórios, a relação  $\rho = \frac{\lambda}{c*\mu}$  precisa ser suficientemente menor do que um.

Analisando os estimadores para as taxas médias de serviço ( $\hat{\mu}$ ) e de chegada ( $\hat{\lambda}$ ) de PL, MPV e de PDL, nota-se que as filas estão sobrecarregadas, pois, as taxas de entrada e saída são próximas. Logo, a longo prazo, a tendência é que a quantidade esperada de proposições na fila à espera de votação aumente ou permaneça em torno do valor observado no presente trabalho.

Os Projetos de Decreto Legislativo possuem a menor relação  $\hat{\rho} = \frac{\hat{\lambda}}{c*\hat{\mu}}$  e o menor tempo médio de espera ( $\hat{W}_Q = 2,7$ ) entre os analisados. Já as MP's possuem a menor quantidade média de matérias na fila ( $\hat{L}_Q = 117$ ).

## 6 Conclusão

A recente sistematização e modernização dos sistemas de apoio ao processo legislativo do Congresso Nacional juntamente com a formulação de diversas políticas de promoção de transparência governamental, permitiu que diversos conjuntos de dados legislativos gerados pelas atividades parlamentares fossem disponibilizados à sociedade (POSSAMAI, 2016).

Diante disso, ao considerar a importância do Processo Legislativo e o desafio de analisar subjetivamente uma grande quantidade de informações e peculiaridades regimentais, o presente trabalho buscou analisar o desempenho da Câmara dos Deputados na votação de proposições entre 2011-2021 através da Teoria das Filas.

Foram coletadas as séries históricas para três tipos de variáveis Medidas Provisórias (MPV), PL (Projeto de Lei) e PDL (Projeto de Decreto Legislativo) através dos dados abertos da Câmara dos Deputados para o período estudado. Essas informações foram aplicadas no sistema  $M/M/c$  da Teoria das Filas, em que os atendentes seriam as Comissões e o Plenário da Câmara dos Deputados. Além disso, esse sistema apresenta  $c$  servidores e possui capacidade física infinita para a fila de espera. O sistema possui taxa média de chegadas dada por  $\lambda_n$ , e taxa média de atendimento,  $\mu_n$ .

De acordo com cada tipo de proposições, a quantidade de Comissões pode variar com base no regime de tramitação. No caso de MP's, foi considerada a Comissão Mista e o Plenário. Assim, para Medidas Provisórias, tem-se dois servidores. Já para PL e PDL, foram estipuladas duas Comissões, sendo uma de mérito e outra de admissibilidade, e o Plenário, constituindo três servidores.

Ao analisar os resultados encontrados, observa-se que os prazos médios de espera na fila ( $W_Q$ ) são bastante elevados para todos os tipos de proposição, principalmente, para os Projetos de Lei, cujo tempo de espera pode chegar a 48 anos. Como o sistema de filas é acumulativo ao longo dos anos, para que o tempo médio de espera por um tipo de proposição reduza para valores satisfatórios, a relação  $\lambda/\mu$  precisa ser suficientemente menor do que um.

Portanto, nota-se que as filas de proposições que aguardam votação na Câmara dos Deputados estão sobrecarregadas para todos os tipos de matérias estudadas. Analisando os dados apresentados no presente trabalho, é possível auferir que as causas dessa superlotação são a falta de um limite anual de apresentação de matérias por parlamentar, cuja média anual pode chegar a 3653 proposições, e também o pequeno número de comissões permanentes que trata de méritos específicos na Câmara, e à obrigatoriedade de toda matéria passar pela CCJ, para o exame de constitucionalidade, juridicidade e técnica legislativa, e pela CFT quando

quando envolver aspectos financeiros e orçamentários públicos, para o exame da compatibilidade ou adequação orçamentária. Nesse contexto, um aumento da quantidade de comissões que versam sobre determinado tema poderia colaborar para a diminuição da fila de espera por votação. Por exemplo, ter outras, além da CDEICS, para discorrer sobre assuntos ligados à desenvolvimento econômico e industrial.

Outrossim, pode-se concluir, com base nesse trabalho, que a Teoria de Filas, não aplicada antes no contexto de processo legislativo, é uma importante ferramenta para avaliação do tempo médio de espera de uma proposição por votação ou do valor médio de matérias que aguardam na fila por tipo de projeto. Pois, por meio desse estudo, é possível observar o comportamento desse sistema, e propor melhorias para um bom funcionamento do mesmo.

As filas para votação necessitam de mais estudos, pois envolve a deliberação de proposições que tratam de assuntos imprescindíveis para a população, como Reforma Tributária. Tentar prever medidas de desempenho é importante, porém a conscientização da população como um todo é prioritário para cobrar celeridade de seus deputados.

Durante a execução dos estudos, foram enfrentados problemas como a falta de dados anuais consolidados de proposições que aguardam deliberação ou que saíram da Câmara. Esse dados são importantes, pois permitem que estudos analisando as filas de espera por deliberação sejam mais fidedignos à realidade.

Em trabalhos futuros, sugere-se utilizar modelos mais complexos da Teoria das Filas, considerando os diferentes tipos de regime de tramitação no sistema. Assim, poderá ser analisado se a votação de proposições que possuem regime de urgência realmente são mais céleres do que a dos outros tipos.

## Referências

- ALMEIDA, A. Processo legislativo: mudanças recentes e desafios. Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (Ipea), 2015. 9, 36
- CÂMARA, d. D. Regimento interno da câmara dos deputados. *Brasília: Câmara dos Deputados, Coordenação de Publicações*, v. 21, 2020. 36, 37, 39, 40, 41, 42
- CÂMARA, d. D. *Regime de Tramitação*. 2022. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/comunicacao/assessoria-de-imprensa/guia-para-jornalistas/regime-de-tramitacao>. 35
- ERLANG, A. K. The theory of probabilities and telephone conversations. *Nyt. Tidsskr. Mat. Ser. B*, v. 20, p. 33–39, 1909. 23
- FILHO, V. J. M. F. Processos estocásticos e teoria de filas. *Programa de Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ*, 2005. 17, 23, 25, 28
- FOGLIATTI, M. C.; MATTOS, N. M. Teoria de filas. *Rio de Janeiro: Interciência*, p. 1–290, 2007. 9, 16, 26
- KENDALL, D. G. Stochastic processes occurring in the theory of queues and their analysis by the method of the imbedded markov chain. *The Annals of Mathematical Statistics*, JSTOR, p. 338–354, 1953. 26
- LITTLE, J. D. A proof for the queuing formula:  $L = \lambda w$ . *Operations research, INFORMS*, v. 9, n. 3, p. 383–387, 1961. 28
- MENDONÇA, E. B. d. Teoria de filas markovianas e aplicações. *Orientadora: Divanilda Maia Esteves*, v. 63, 2014. 11, 25, 28
- MOREIRA, D. A. *PESQUISA OPERACIONAL-CURSO INTRODUTÓRIO*. [S.l.]: Cengage Learning Edições Ltda., 2010. 24, 25
- MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. *Estatística básica*. [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2017. 49
- OLIVEIRA, D. A. d. *Compreendendo e prevendo o processo legislativo via ciência de dados*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019. 9
- PACHECO, L. B. *Como se fazem as leis*. [S.l.]: Centro de Informação e Documentação, 2013. 35, 38, 40
- PACHECO, L. B.; MENDES, P. R. *Perguntas e respostas sobre o Regimento Interno da Câmara dos Deputados*. [S.l.]: Edições Câmara, 2019. 35, 38
- POSSAMAI, A. J. Dados abertos no governo federal brasileiro: desafios de transparência e interoperabilidade. 2016. 9, 53
- ROSS, S. M. *Introduction to probability models*. [S.l.]: Academic press, 2014. 11, 28, 42
- SHORTLE, J. F. et al. *Fundamentals of queueing theory*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2018. v. 399. 12, 15, 27, 29, 32, 42

SILVA, J. A. D. *Curso de direito constitucional positivo*. [S.l.]: Revista dos Tribunais, 1984. 35

TORRES, O. F. Elementos da teoria das filas. *Revista de Administração de Empresas*, SciELO Brasil, v. 6, n. 20, p. 111–127, 1966. 23

## 7 Anexos

### 7.1 Script

```
library(readr)
library(xtable)
library(queueing)
options(scipen=999)
library(readxl)

Base_de_Dados_Entrada <- read_excel("C:/Users/Anna Eloyr/OneDrive/
Estatística/TCC 2/Dados/Base de Dados - Entrada.xlsx")
#View(Base_de_Dados_Entrada)

Base_de_Dados_Saida <- read_excel("C:/Users/Anna Eloyr/OneDrive/
Estatística/TCC 2/Dados/Base de Dados - Saida.xlsx")
#View(Base_de_Dados_Saida)

Base_de_Dados_Entrada=Base_de_Dados_Entrada[, -1]
Base_de_Dados_Saida=Base_de_Dados_Saida[, -1]

row.names(Base_de_Dados_Entrada)=c("MPV", "PL", "PDL")
row.names(Base_de_Dados_Saida)=c("MPV", "PL", "PDL")

##### ESTIMACAO - TODA SERIE HISTORICA

fila=Base_de_Dados_Entrada[, 1:11]

fila_saida=Base_de_Dados_Saida[, 1:11]

chegadas=fila[, 2:11] - fila[, 1:10] + fila_saida[, 2:11]

R=apply(chegadas, 1, mean) #estimacao da taxa de chegada

S=apply(fila_saida[, -1], 1, mean) #estimacao da taxa de servico

Nq=apply(fila[, 1], mean); Nq
```



```
aderencia_fila(2), aderencia_fila(3)),  
P.valor_servico=c(aderencia(1),  
aderencia(2), aderencia(3))
```

```
xtable(tabela_aderencia)
```