



Universidade de Brasília
Departamento de Estatística

Estudo do desempenho preditivo de modelos estatísticos para o consumo de energia

Vítor de Sousa Barros

Relatório final apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

Brasília
2022

Vítor de Sousa Barros

Estudo do desempenho preditivo de modelos estatísticos para o consumo de energia

Orientador: José Augusto Fiorucci

Relatório final apresentado para o Departamento de Estatística da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Bacharel em Estatística.

**Brasília
2022**

Resumo

Este trabalho consiste na análise do desempenho preditivo e previsão de modelos estatísticos. Os dados são referentes ao consumo diário de energia de residências de Londres nos anos 2012 e 2013. A avaliação do desempenho dos modelos é feita via janela deslizante considerando horizontes de 7 e 30 dias. São utilizados os modelos SARIMA, BATS, Regressão Harmônica e TBATS. Devido a alta frequência e sazonalidade múltipla dos dados, os modelos TBATS e Regressão harmônica tiveram os melhores resultados, já que utilizam as séries de Fourier para modelar a componente sazonal.

Palavras-chaves: Desempenho preditivo, Smart Meter, Consumo de Energia, Previsão, Múltiplas sazonalidades.

Sumário

1 Introdução	5
2 Metodologia	7
2.1 Série Temporal	7
2.2 Decomposição de uma série temporal	7
2.3 Modelos Estatísticos	8
2.3.1 Modelo SARIMA	8
2.3.2 Modelo BATS	8
2.3.3 Modelo TBATS	9
2.3.4 Modelo de Regressão Dinâmica Harmônica	10
2.4 Testes estatísticos	12
2.4.1 Teste KPSS	12
2.4.2 Teste de Ljung-Box	12
2.5 Comparação da capacidade preditiva dos modelos	12
2.5.1 Janela Deslizante	12
2.5.2 Erro absoluto médio (MAE)	13
3 Resultados	14
3.1 Base de dados.	14
3.2 Decomposição.	15
3.3 Ajuste dos modelos.	16
3.4 Análise de resíduos.	16
3.5 Análise do desempenho preditivo.	18
3.6 Previsão	22
4 Conclusão	25
Referências	26

1 Introdução

Desde a revolução industrial, o mundo passa por grandes inovações tecnológicas que transformam a sociedade. Novos equipamentos eletrônicos surgem e o consumo de energia por residência cresce com o passar dos anos. Entretanto, a gestão dessa energia é mais complexa do que parece. É necessário ter eficiência, sustentabilidade, preservação do meio ambiente, e o mais importante, atender a demanda. A energia precisa ser entregue ao consumidor de uma forma constante e ininterrupta, sendo que não é possível armazenar grandes quantidades de energia. Portanto, existe a necessidade de uma transformação no sistema elétrico atual em que a comunicação entre residência e distribuidora de energia seja a mais eficiente possível.

Tendo isso em mente, o sistema elétrico vem se desenvolvendo juntamente com sua infraestrutura de medições. Uma inovação que está sendo aplicada nesse quesito são os *smart meters*, que são medidores inteligentes que recebem, automaticamente, informações em tempo real sobre o consumo de eletricidade de cada residência. Alonso, Nogales e Ruiz (2020) afirma que os *smart meters* podem ajudar a entender melhor quais são os principais fatores que podem conduzir o consumo de eletricidade, e também, ser usados para melhorar a eficiência do sistema elétrico.

O investimento para a implementação dos *smart meters* não ocorre apenas para evitar a elevação excessiva do consumo de energia, esses medidores também previnem interrupções de energia, furtos e proporcionam um maior controle da qualidade da energia fornecida. Com eles, também é possível saber quais equipamentos estão consumindo mais energia, quais são os horários de maior consumo, entre outras informações. Além disso, o mercado possui grande interesse em obter esses dados. Tanto varejistas, operadores de mercado, consumidores, etc. Dessa forma, com o intuito de melhorar a eficiência da sua rede de eletricidade, o Reino Unido aderiu a essa medida.

Com a ampla utilização dos *smart meters* e a massiva quantidade de dados gerados por eles, surge a possibilidade de ajustar modelos estatísticos de previsão para a demanda de energia. Nugaliyadde, Somaratne e Wong (2019) afirmam que o consumo de eletricidade é um atributo dependente do tempo e que existem abordagens que utilizam séries temporais para construir o modelo de previsão do consumo de energia elétrica. Shah e Lisi (2020) também afirmam que possuir modelos estatísticos para a previsão da demanda do consumo de energia é crucial para um bom planejamento e operações dos sistemas elétricos.

A base de dados que será utilizada foi obtida pela plataforma Kaggle e consiste em 5560 séries temporais de residências em Londres medidas de meia e meia hora nos anos 2012 e 2013. Como se trata de uma grande quantidade de dados, o custo computacional seria gigantesco para um computador tradicional, dessa forma, os dados foram agregados em uma única série temporal com frequência diária. Como a série do consumo de energia das residências possui uma frequência diária, é natural que ela possua múltiplas sazonalidades, o que pode ser um problema para os modelos clássicos.

O primeiro modelo a ser ajustado será o SARIMA. Esse modelo não é o mais adequado, mas será incluso pelo fato dele ser o mais tradicional e servir como forma de comparação. O próximo modelo será o BATS, que utiliza a transformação de Box Cox para lidar com uma possível variância que muda com o tempo, e o ajuste de um modelo ARMA para a auto correlação que sobra nos resíduos. Uma outra abordagem possível para ajustar modelos com múltiplas sazonalidades é o TBATS proposto por Livera, Hyndman e Snyder (2011). O modelo TBATS é uma generalização do modelo BATS, a diferença é que os modelos TBATS utilizam regressores trigonométricos para ajustar as múltiplas sazonalidades. Um outro modelo que lida muito bem com múltiplas sazonalidades é o de Regressão Harmônica. Proposto por Young, Pedregal e Tych (1999), esse modelo também utiliza séries de Fourier para ajustar sazonalidades múltiplas e ciclos não inteiros.

Como é de grande interesse ter conhecimento da quantidade de energia que uma residência precisaria em um dia, o objetivo deste trabalho é avaliar empiricamente, via janela deslizante, o desempenho preditivo dos modelos BATS, TBATS, SARIMA e Regressão Harmônica para a série do consumo diário de energia em Londres, analisar como os mesmos lidam com uma série que possui múltiplas sazonalidades, e escolher qual é o mais adequado para os dados em questão. Na sessão dois será apresentado a metodologia utilizada neste trabalho, na sessão três, os resultados obtidos, e na sessão quatro, uma conclusão a respeito dos resultados do trabalho.

2 Metodologia

2.1 Série Temporal

Série temporal pode ser definida uma coleção de observações ou variáveis aleatórias medidas de forma sequencial ao longo de algum período de tempo. O que diferencia uma série temporal de uma coleção de observações comum, é que existe uma dependência com o tempo, ou seja, as observações vizinhas são dependentes e o objetivo é estudar essa dependência. As séries temporais estão presentes nos mais diversos setores, como por exemplo, preços diários de ações, produção industrial, número mensal de casos de dengue, temperatura diária, consumo de energia por residência, etc.

2.2 Decomposição de uma série temporal

As principais características de uma série temporal é que ela pode ser descrita por três componentes: tendência, sazonalidade e ruído. A tendência descreve o comportamento de crescimento ou decrescimento geral dos dados. Uma série com tendência positiva diz que os dados estão crescendo com o passar do tempo, já uma série com tendência negativa diz que os dados estão decrescendo com o passar do tempo. A sazonalidade representa um comportamento de oscilação padrão que a série possui com o passar do tempo. O ruído representa o comportamento aleatório, ou seja, a parte que a tendência e a sazonalidade não conseguiram explicar. A decomposição de uma série temporal é dada pela separação desses três componentes. O objetivo de realizar uma decomposição é a busca por uma melhor compreensão da série, o que facilita na escolha do melhor modelo para previsão.

Na Figura 1 é utilizado como exemplo uma série que descreve o número de passageiros em voos nos Estados Unidos entre os anos de 1949 e 1960. A decomposição traz a interpretação de que a série possui uma tendência crescente com poucas oscilações, uma sazonalidade anual bem definida com oscilações que aumentam de amplitude com o passar do tempo e resíduos com média zero e com variabilidade que muda com o tempo.

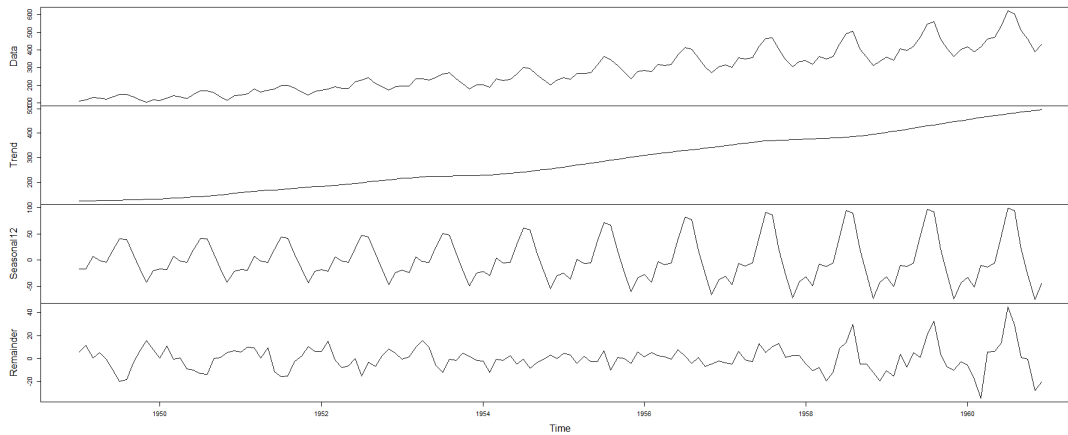


Figura 1: Decomposição da série temporal

2.3 Modelos Estatísticos

2.3.1 Modelo SARIMA

Um dos modelos mais populares e o primeiro a ser considerado neste trabalho é o SARIMA. A sigla SARIMA é referente a modelos AutoRegressivos Integrados de Médias Móveis com Sazonalidade. São modelos bastante úteis para gerar previsão de séries temporais quando, em geral, não estão disponíveis variáveis preditoras. A classe de modelos ARIMA exploram a autocorrelação entre os valores da série em instantes sucessivos. O modelo SARIMA contém uma parte não sazonal com parâmetros (p, d, q) e uma sazonal com parâmetros (P, D, Q) e é definido como:

$$\Phi_P(B^s) \Phi_p(B) \nabla_s^D \nabla^d x_t = \Theta_Q(B^s) \Theta_q(B) \varepsilon_t$$

2.3.2 Modelo BATS

Em muitas situações os modelos clássicos não serão capazes de captar toda a autocorrelação da série, deixando informação nos resíduos. Para lidar com esse problema, Livera, Hyndman e Snyder (2011) apresentaram o modelo BATS. Este modelo é dito avançado pelo fato de ser uma composição de várias metodologias. A letra "B" da sigla é referente a transformação Box-Cox para estabilizar uma possível variância que muda com o passar do tempo, a letra "A" é referente a um modelo ARMA que é ajustado para lidar com a autocorrelação que sobrou nos resíduos. Já as letras "T" e "S" são referentes à tendência e sazonalidade múltipla que são ajustados via alisamento exponencial. O

modelo BATS é descrito pelas seguintes equações:

Seja ω o parâmetro da transformação de Box-Cox, $\gamma_1, \dots, \gamma_M$ os parâmetros de alisamento sazonal e m_1, m_2, \dots, m_M os tamanhos dos respectivos M ciclos sazonais, Φ o parâmetro de damped e ϕ o coeficiente autoregressivo. O modelo BATS é descrito pelo seguinte conjunto de equações dinâmicas:

$$\begin{aligned}
 & y_t = \text{série original no tempo } t \\
 & y_t^{(\omega)} = \begin{cases} (y_t^\omega - 1)/\omega & \text{se } \omega \neq 0 \\ \log y_t & \text{se } \omega = 0 \end{cases} \quad (\text{Transformação de Box-Cox}) \\
 & y_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \Phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^M s_{t-m_i}^{(i)} + e_t \quad (\text{HW+Damped}) \\
 & \ell_t = \ell_{t-1} + \Phi b_{t-1} + \alpha e_t \\
 & b_t = \Phi b_{t-1} + \beta e_t \\
 & s_t^{(i)} = s_{t-m_i}^{(i)} + \gamma_i e_t \\
 & e_t = \sum_{i=1}^p \phi_i e_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (\text{ARMA})
 \end{aligned}$$

2.3.3 Modelo TBATS

Séries temporais de alta frequência possuem a característica de possuir múltiplas sazonalidades ou ciclos não inteiros (sazonalidades complexas). Como a série escolhida para o estudo possui frequência diária, é provável que ela possua sazonalidade semanal, mensal e anual. Para os modelos tradicionais como SARIMA, ETS e também o modelo BATS, possuir mais de uma sazonalidade pode ser um problema na hora do ajuste do modelo, já que esses modelos não levam em consideração sazonalidades complexas. Li-vera et al. (2010) provaram que o modelo BATS pode melhorar o desempenho preditivo comparado com os modelos simples de espaço de estados mas não possui um desempenho preditivo bom para esse cenário.

Similar ao modelo BATS, o modelo TBATS também utiliza a transformação Box-Cox para lidar com variância que muda com o passar do tempo, ajuste de um modelo ARMA para a autocorrelação que sobrou nos resíduos, e ajuste da tendência e sazonalidade via alisamento exponencial. A diferença é a utilização de séries harmônicas (Séries de Fourier) para explicar a sazonalidade, permitindo o ajuste de múltiplas sazonalidades e ciclos não inteiros, o que não era viável no modelo BATS.

Apresentado em Livera, Hyndman e Snyder (2011), o modelo TBATS é descrito pelas seguintes equações:

y_t = série original no tempo t

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} (y_t^\omega - 1)/\omega & \text{se } \omega \neq 0 \\ \log y_t & \text{se } \omega = 0 \end{cases} \quad (\text{Transformação de Box-Cox})$$

$$y_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \Phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^M s_{t-m_i}^{(i)} + e_t \quad (\text{HW+Damped})$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \Phi b_{t-1} + \alpha e_t$$

$$b_t = \Phi b_{t-1} + \beta e_t$$

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)} \quad (\text{Fourier})$$

$$s_{j,t}^{(i)} = s_{j,t-1}^{(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + \gamma_1^{(i)} e_t$$

$$s_{j,t}^{*(i)} = -s_{j,t-1}^{(i)} \sin \lambda_j^{(i)} + s_{j,t-1}^{*(i)} \cos \lambda_j^{(i)} + \gamma_2^{(i)} e_t$$

$$e_t = \sum_{i=1}^p \phi_i e_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (\text{ARMA})$$

em que ω é o parâmetro da transformação de Box-Cox, $\gamma_1^{(i)}$ e $\gamma_2^{(i)}$ são parâmetros de alisamento, $\lambda_j^{(i)} = 2\pi j/m_i$ e m_1, m_2, \dots, m_M são os tamanhos dos ciclos sazonais. O número de funções harmônicas requeridas para cada componente é denotado por k_i , que foram escolhidos pela minimização do critério AIC. ϕ é o parâmetro autoregressivo e ϕ o de médias móveis.

2.3.4 Modelo de Regressão Dinâmica Harmônica

Em muitos cenários tem-se o interesse de incluir variáveis exógenas na modelagem de séries temporais. A questão é que, quando ajustado um modelo de regressão linear em uma série temporal, a suposição de que os erros são independente e identicamente distribuídos é violado pelo fato de sobrar autocorrelação nos resíduos. Essa quebra de suposição acarreta em uma série de problemas. A estimativa dos coeficientes da regressão linear não será a mais adequada, já que a modelagem ignorou informações presentes nos

dados. A suposição de que função de verossimilhança é conhecida também não é mais válida, pois os erros não são independentes, o que compromete os testes de significância e os critérios de parcimônia.

Para lidar com essas questões utiliza-se o modelo de regressão dinâmica. De acordo com o que foi apresentado em Young, Pedregal e Tych (1999), o modelo segue as seguintes equações:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \cdots + \beta_k x_{k,t} + \eta_t$$

$$\eta_t = \phi_1 \eta_{t-1} + \cdots + \phi_p \eta_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

em que

y_t é a variável resposta (ou dependente)

$\mathbf{x}_t = (\mathbf{x}_{1,t}, \dots, \mathbf{x}_{k,t})$ é o vetor de variáveis exógenas

$\{\eta_t\}$ é um processo ARMA(p,q)

$\{\varepsilon_t\}$ é um processo i.i.d com média zero e variância constante

$\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k)' \in \mathbb{R}^{k+1}$ é o vetor dos parâmetros regressores

$(\phi_1, \dots, \phi_p)'$ é o vetor dos parâmetros autoregressores

$(\theta_1, \dots, \theta_q)'$ é o vetor dos parâmetros de médias móveis

Estimação por EMQ minimizando os resíduos.

A construção dos modelos da classe SARIMA foi desenhados pensando em dados com frequência mensal, trimestral e anual, não foi pensado para dados com múltiplas sazonalidades ou de sazonalidade complexa. Isso pode ser um problema, pois a série em estudo possui essas características. Para lidar com essa questão, foi apresentado o modelo de regressão dinâmica harmônica, que segue a mesma estrutura que o modelo de regressão dinâmica. A diferença é que no lugar das variáveis exógenas. É utilizado séries de Fourier para modelar as múltiplas sazonalidades e ciclos não inteiros.

2.4 Testes estatísticos

2.4.1 Teste KPSS

Proposto por Kwiatkowski et al. (1992), o teste de KPSS é um teste que verifica se a série de resíduos do modelo é estacionária ou não. Esse teste possui as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{A série é estacionária;} \\ H_1 : & \text{A série não é estacionária.} \end{cases}$$

2.4.2 Teste de Ljung-Box

Avaliar um gráfico ACF é uma forma de analisar se existe autocorrelação nos resíduos, mas é interessante testar todas as autocorrelações de uma forma conjunta ao invés de considerar cada uma separadamente. Apresentado por Ljung e Box (1978), o teste de Ljung-Box tem como objetivo verificar se os resíduos do modelo são independentes entre si. Esse teste possui as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0 : & \text{Os resíduos são independentes;} \\ H_1 : & \text{Os resíduos não são independentes.} \end{cases}$$

2.5 Comparação da capacidade preditiva dos modelos

2.5.1 Janela Deslizante

Quando ajustamos um modelo para alguma série temporal, é comum que o modelo seja adequado para aquele conjunto de dados em específico, mas não necessariamente o modelo seja adequado para outras séries. Para lidar com essa questão, utiliza-se a avaliação por janela deslizante. Como apresentado pela figura 2, o conjunto de dados é separado em duas partes: treinamento e teste. O modelo é ajustado com os dados de treinamento e é feita uma previsão com um horizonte específico. A qualidade de previsão é avaliada nos dados de teste. A cada passo, a base de treinamento cresce em uma observação. Esse processo é repetido até não sobrar dados de teste.

De uma forma similar à Taylor (2010) o método de janela deslizante será utilizado

	1	2	3	...												n
Passo 1:								1	2	3	...	h				
Passo 2:									1	2	3	...	h			
Passo 3:										1	2	3	...	h		
...											1	2	3	...	h	
...												1	2	3	...	
...													1	2	3	
...														1	2	
...															1	

Treino	Validação
--------	-----------

Figura 2: Representação visual da avaliação por janela deslizante

no R, com o comando `tsCV()`, para comparar, em diferentes horizontes de previsão, o erro absoluto médio.

2.5.2 Erro absoluto médio (MAE)

A métrica que será utilizada para avaliar as previsões será a *Mean Absolute Error*, que é dada por:

$$\text{MAE} = \frac{1}{h} \cdot \sum_{t=1}^h |y_t - \hat{y}_t|$$

em que:

- h : horizonte de previsão;
- y_t : consumo de energia no dia t ;
- \hat{y}_t : previsão do consumo de energia no dia t .

Uma desvantagem que a métrica MAE possui é o fato dela não funcionar bem quando se compara a previsão entre duas séries com escalas bem diferentes. Como este trabalho aborda apenas uma série, isso não será um problema.

3 Resultados

Todas as análises, limpeza e tratamento de dados foram desempenhadas utilizando o software R. Para a limpeza, tratamento dos dados e visualização foram utilizados os pacotes tidyverse, lubridate, data.table, zoo e xts. Já a análise de dados foi feita pelos pacotes forecast e tseries.

3.1 Base de dados

A série temporal utilizada neste trabalho é referente ao consumo de energia diário de residências em Londres nos anos de 2012 e 2013. Os dados foram obtidos pela plataforma Kaggle, onde encontramos 5560 séries temporais. Considerando que 5560 séries temporais é um número elevado, a aplicação individual de modelos tradicionais se torna uma tarefa de alto custo computacional. A solução encontrada foi agregar todas essas séries temporais em uma só, somando o consumo de energia, como apresentado na Figura 3.

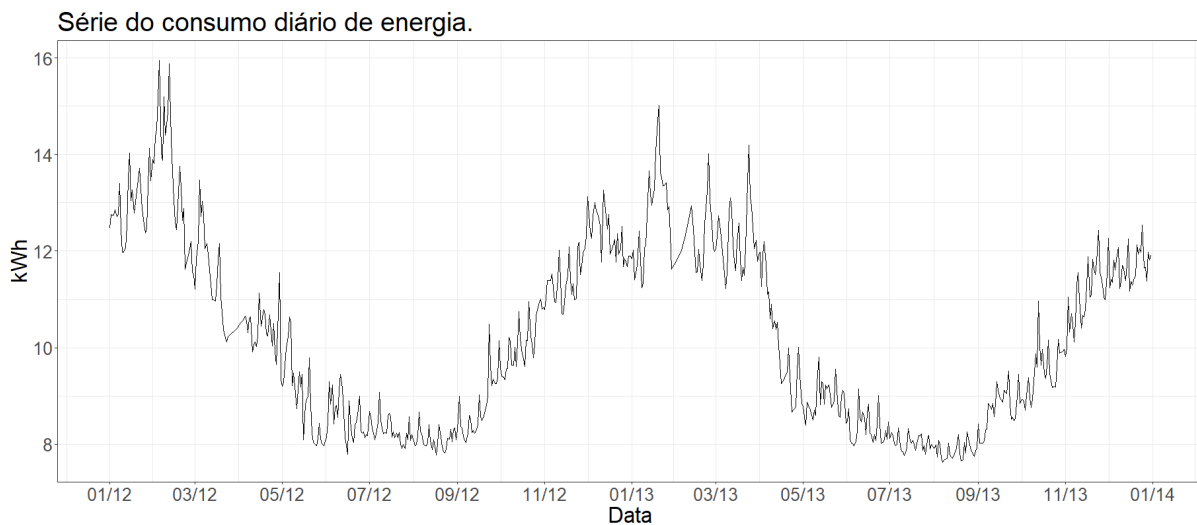


Figura 3: Gráfico da série temporal diária.

O incentivo do governo de Londres começou no ano de 2012, fazendo com que os moradores de Londres fossem aderindo ao uso dos *Smart meters* com o passar do tempo. Dessa forma, o número de residências não é constante em todo o período da série. Como apresentado na Figura 4, o número de smart meters cresceu consideravelmente no ano de 2012 e se mantém na casa dos 5000 no ano de 2013. Isso acaba levando a uma falsa interpretação de que o consumo de energia cresce com o passar do tempo. Para resolver essa questão, a série será referente ao consumo de energia dividido pelo número de smart

meters instalados naquela data.

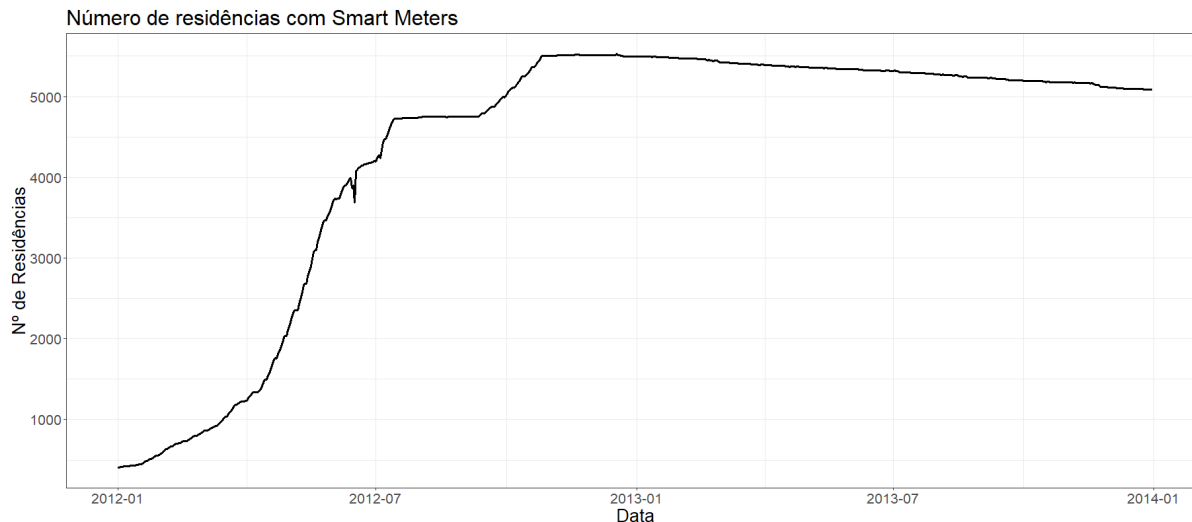


Figura 4: Número de residências por período de tempo

3.2 Decomposição

Na Figura 5, referente à decomposição da série em estudo, feita via decomposição MSTL, observa-se que os componentes de sazonalidade estão bem definidos. A tendência aparenta possuir uma queda, mas quando se repara na escala da figura, isso não será um problema, se este gráfico estivesse na mesma escala dos dados, a tendência seria uma linha quase horizontal, indicando praticamente ausência de crescimento ou decréscimo. Já as sazonalidades semanais e mensais possuem um comportamento característico que se repete. Apenas a amplitude da sazonalidade anual se apresenta bem significativa.

Quando observa-se os ciclos semanais e mensais, é possível perceber que ocorre uma mudança na amplitude da sazonalidade, principalmente no ciclo mensal. Para os modelos de Regressão Harmônica e TBATS isso não será um problema, pois esses modelos utilizam a transformação de Box-Cox para estabilizar a sazonalidade ao longo do tempo.

Como 2012 foi ano bissexto, não é possível definir para os dois anos que um ciclo anual possui 365, e nem que todos os meses possuem 30 dias. A solução encontrada foi utilizar ciclos com sazonalidades complexas. O ciclo anual foi definido de 365.25, e o ciclo mensal, 30.44, que é a divisão do ciclo anual definido pelo número de meses. Novamente, os modelos de Regressão Harmônica e TBATS possuem vantagem devido a modelagem da sazonalidade ser feita utilizando séries de Fourier, o que modela sazonalidades de ciclos não inteiros. Já os modelos que não utilizam com essa abordagem, precisam trabalhar com o ciclo sazonal aproximado.

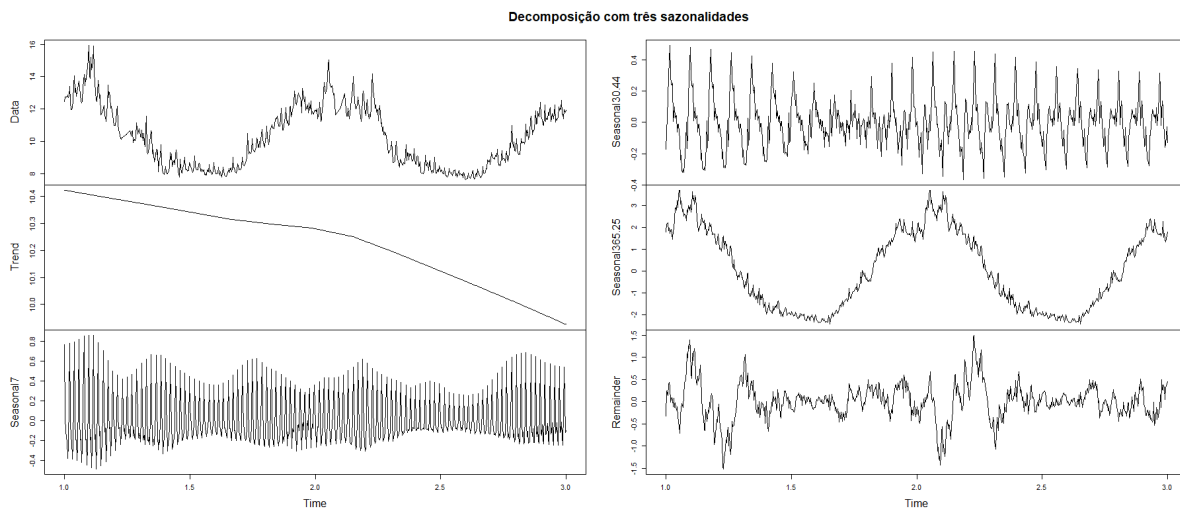


Figura 5: Decomposição MSTL da série temporal

3.3 Ajuste dos modelos

O primeiro modelo ajustado foi o SARIMA. O ajuste da função `auto.arima()`, que usa o critério AIC para encontrar os melhores coeficientes, foi encontrado um modelo $ARIMA(4,0,0)$ com média zero e transformação Box Cox de -0.9 , uma transformação próxima da inversa. Já o ajuste do modelo de Regressão Harmônica também utilizando `auto.arima` considerando séries de Fourier no argumento `xreg`. O modelo ajustado foi o $ARIMA(2,0,1)$ também com transformação Box Cox de -0.9 .

Já o modelo BATS, foi utilizado a função `bats` do pacote `forecast`, considerou uma transformação Box Cox de 0.003 , aproximadamente uma transformação logarítmica. Para os termos de erro foi considerado um modelo $ARMA(5,0)$, um parâmetro de `damped` de 0.98 não apresentando muita influência. Para a sazonalidade foi considerado apenas os ciclos 7 e 30 . Como as séries de Fourier não fazem parte da composição desse modelo, ele não funciona bem para sazonalidades múltiplas e nem complexas. Já utilizando modelo TBATS foi encontrado um melhor ajuste, já que foi possível ajustar os três ciclos sazonais complexos, via transformação próxima da logarítmica, nenhum termo ARMA para os erros e uma transformação de `damped` próxima da 1 .

3.4 Análise de resíduos

Nas Figuras 6 e 7 encontram-se os gráficos de resíduos, ACF e QQ-norm dos modelos. Os quatro gráficos de resíduos ficaram parecidos, indicando que eles se mantiveram estacionários com a média em torno de zero e com variabilidade relativamente constante

no tempo. Para =certificar que os resíduos se mantiveram estacionários, foi utilizado o teste de KPSS e nenhum rejeitou a hipótese nula de estacionariedade.

Fica evidente ao observar os gráficos ACF que sobrou autocorrelação nos resíduos dos modelos SARIMA e BATS, principalmente nos lags sazonais do modelo SARIMA, o que indica que o modelo não conseguiu captar toda a sazonalidade da série. Já nos modelos TBATS e de Regressão Harmônica, os modelos conseguiram captar toda a estrutura de autocorrelação que existia na série, o que reafirma a hipótese de que esses são os modelos mais adequados.

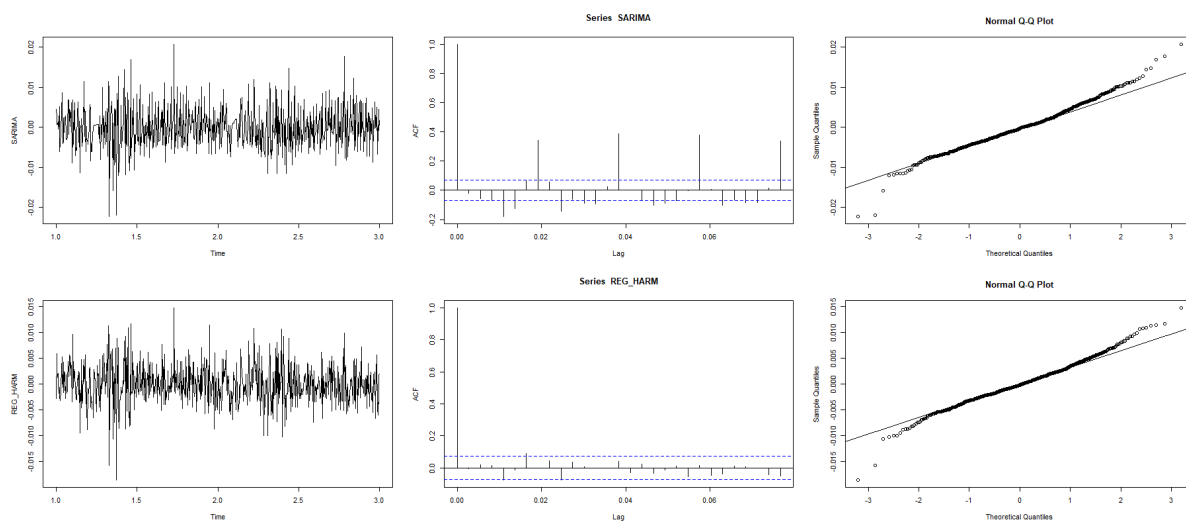


Figura 6: Análise de resíduos do modelo SARIMA acima e Regressão Harmônica abaixo.

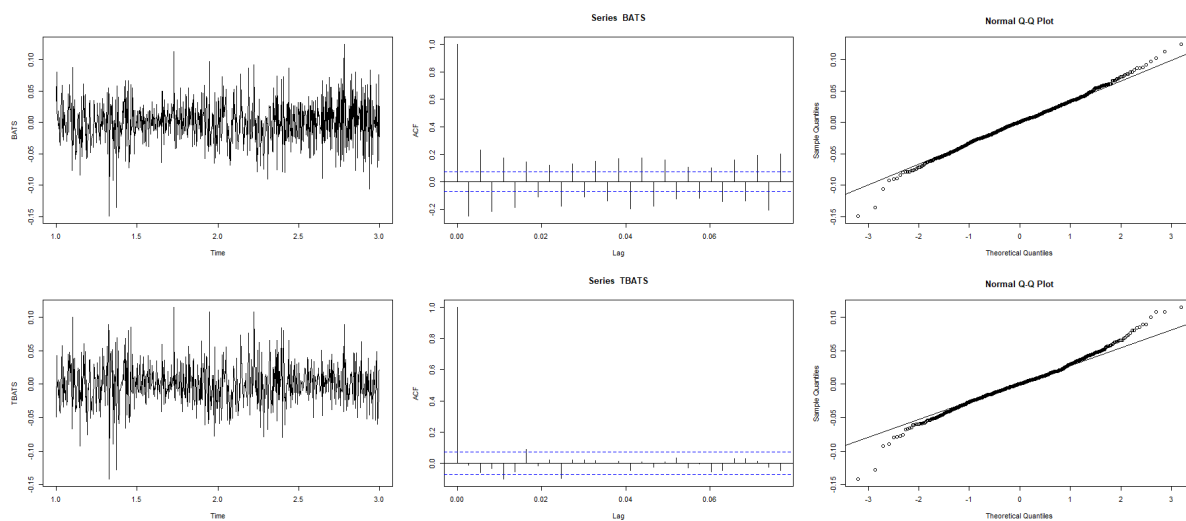


Figura 7: Análise de resíduos do modelos BATS acima e TBATS abaixo

3.5 Análise do desempenho preditivo

Para identificar qual dos modelos possui o melhor desempenho preditivo foi utilizado a metodologia de janela deslizante considerando a métrica MAE como critério para cada horizonte de previsão. Essa métrica pode possuir algumas desvantagens, como por exemplo, não performar bem quando se compara duas séries com escalas diferentes. Como os modelos foram aplicados na mesma série, isso não será um problema. Dessa forma, a métrica MAE é adequada.

Na Figura 8 é apresentada a comparação considerando até o sétimo horizonte de previsão. Fica evidente que os modelos que possuíram o melhor desempenho preditivo para os sete horizontes de previsão foram as metodologias TBATS e Regressão Harmônica, o que já era esperado, sendo que ambos tiveram um desempenho similar. O modelo SARIMA foi o que teve o pior desempenho em todos os horizontes de previsão. Já o modelo BATS foi melhor que o SARIMA, mas não conseguiu desempenhar bem como os modelos que consideram as séries de Fourier. Agora observando a Figura 9 que apresenta a comparação do desempenho preditivo até 30 dias de horizonte de previsão, a ideia de que as metodologias TBATS e Regressão Harmônica são os mais adequados é reforçada. Também é perceptível que o modelo SARIMA apresenta saltos a cada 7 dias, o que evidencia uma falha de captar a sazonalidade semanal.

Com o objetivo de verificar se a sazonalidade mensal é significativa ou não, a análise do desempenho preditivo foi refeita considerando apenas a sazonalidade semanal e mensal. Na Figura 10 conseguimos perceber que o comportamento das metodologias SARIMA e Regressão Harmônica não apresentaram grandes mudanças. Já na metodologia BATS, o desempenho preditivo começa um pouco melhor, no primeiro horizonte de previsão possuiu um erro absoluto médio próximo das metodologias TBATS e Regressão Harmônica, mas com o crescimento do horizonte, o seu desempenho se distancia desses dois modelos. Outra mudança aparece com o modelo TBATS, que apresentou um desempenho pior em relação a metodologia que considera duas sazonalidades.

Já na Figura 11, temos o desempenho preditivo considerando até um horizonte de 30 dias na metodologia com duas sazonalidades. Não houve grandes diferenças na interpretação, só fortifica a ideia de que o modelo de Regressão Harmônica é o que erra menos nesse caso.

Levando em consideração os resultados apresentados pelos gráficos, percebe-se que o modelo com o melhor desempenho para a metodologia com duas sazonalidades foi o de Regressão Harmônica, e para a metodologia com três sazonalidades foi o TBATS

com uma sutil vantagem em relação ao modelo de Regressão Harmônica. Para verificar se a metodologia com três sazonalidades apresenta um melhor desempenho em relação a metodologia com duas sazonalidades, temos as Figuras 12 e 13 com os desempenhos preditivos das duas metodologias com seus melhores modelos. Os dois modelos apresentaram resultados próximos, mas o TBATS com três sazonalidades é o modelo que apresentou o melhor desempenho preditivo e consequentemente o mais adequado para previsão dessa série em estudo.

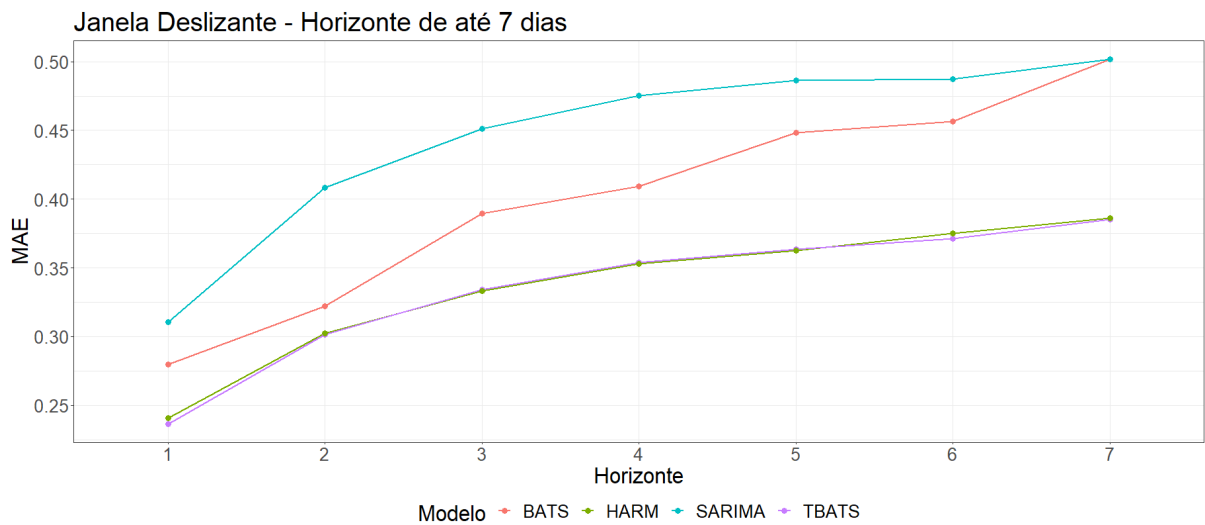


Figura 8: Erro absoluto médio até o sétimo horizonte de previsão

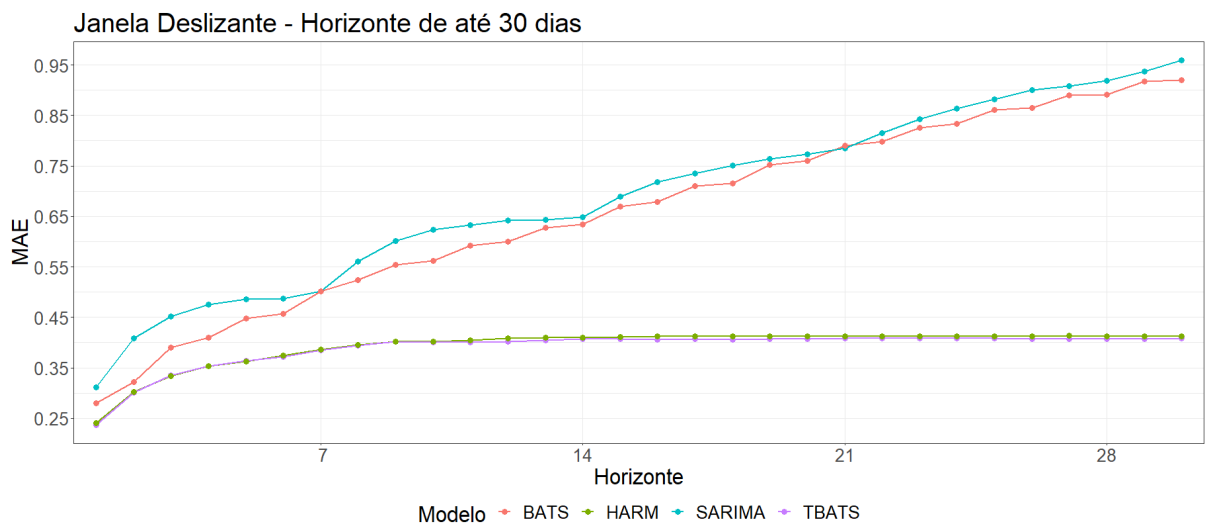


Figura 9: Erro absoluto médio até o sétimo horizonte de previsão

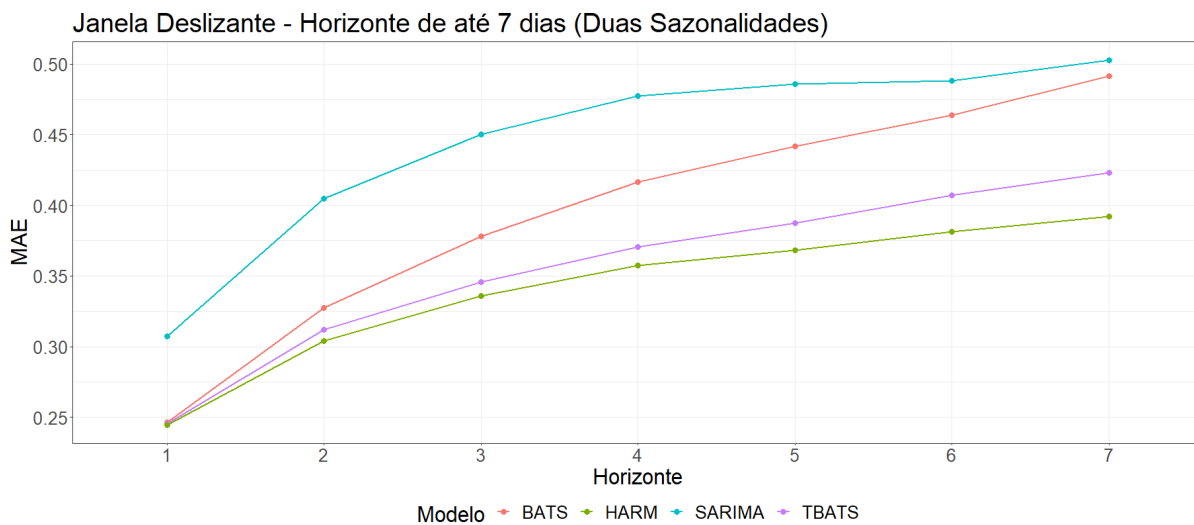


Figura 10: Erro absoluto médio até o sétimo horizonte de previsão

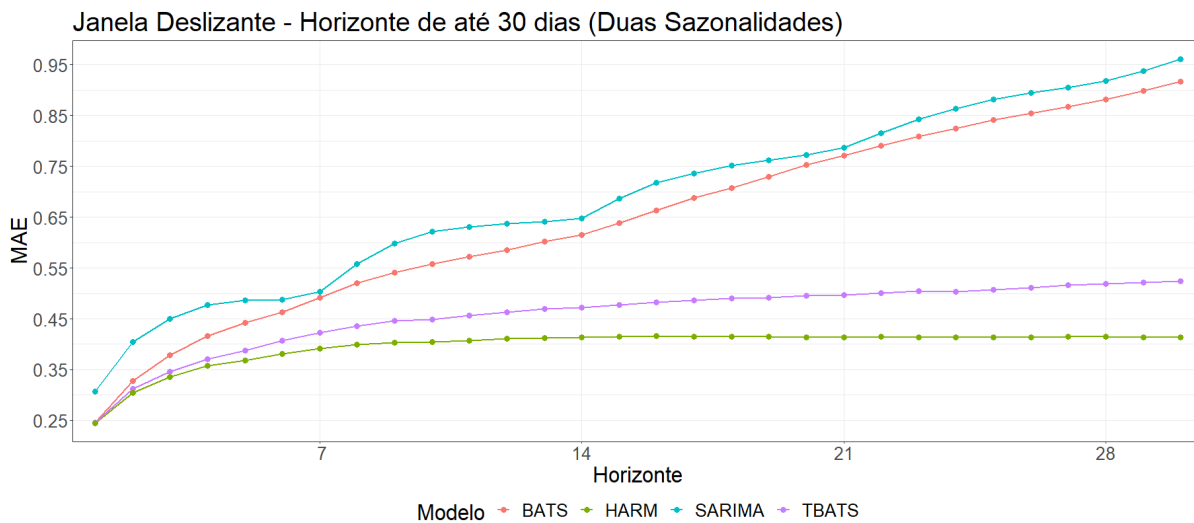


Figura 11: Erro absoluto médio até o sétimo horizonte de previsão

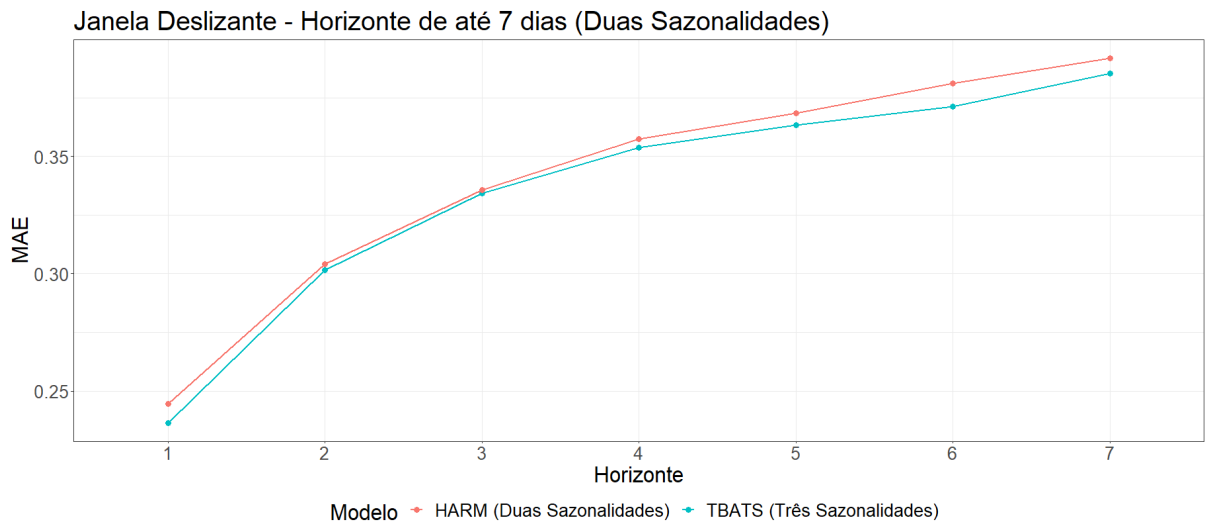


Figura 12: Erro absoluto médio até o sétimo horizonte de previsão

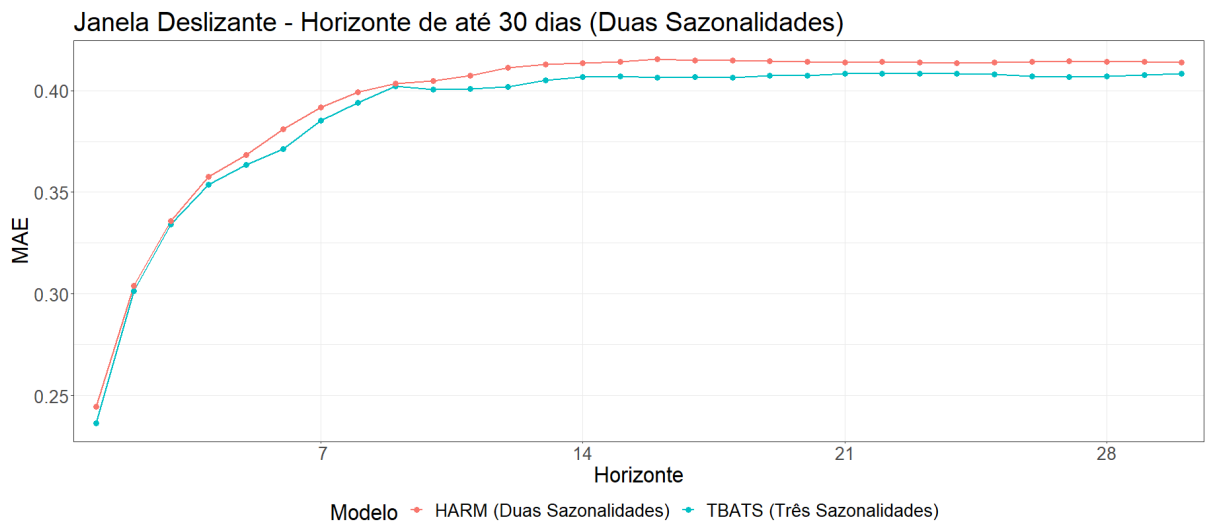


Figura 13: Erro absoluto médio até o sétimo horizonte de previsão

3.6 Previsão

A seguir apresentamos a previsão dos modelos considerados neste estudo. Observando primeiramente a Figura 14 que representa a previsão da série utilizando o modelo SARIMA, fica evidente que possui a pior performance, já que o modelo não conseguiu captar nenhuma sazonalidade. Já o modelo BATS, que tem sua previsão representada pela Figura 15, aparenta ter captado algum padrão sazonal, mas fica claro que não foi a sazonalidade anual, fazendo com que o modelo tenha um péssimo desempenho. Já as metodologias de Regressão Harmônica e TBATS, representadas pelas Figuras 16 e 17 respectivamente, conseguiram captar o ciclo anual. Os dois modelos performaram bem e aparentam ser adequados, mas como foi visto nas análises por janela deslizante, o modelo TBATS com três sazonalidades é o mais adequado para prever o consumo diário das residências de Londres.

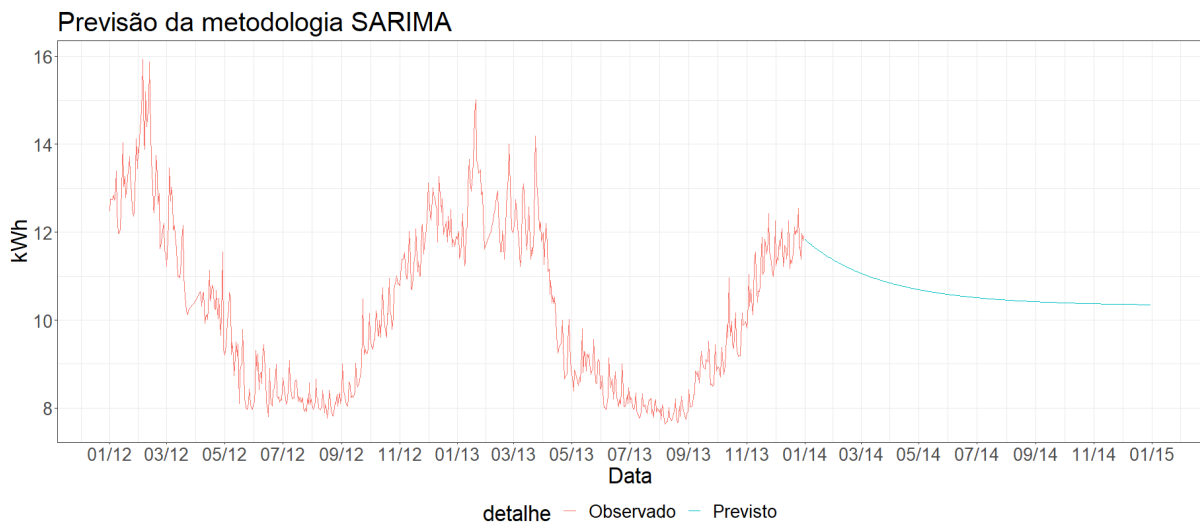


Figura 14: Previsão do modelo SARIMA considerando três sazonalidades.

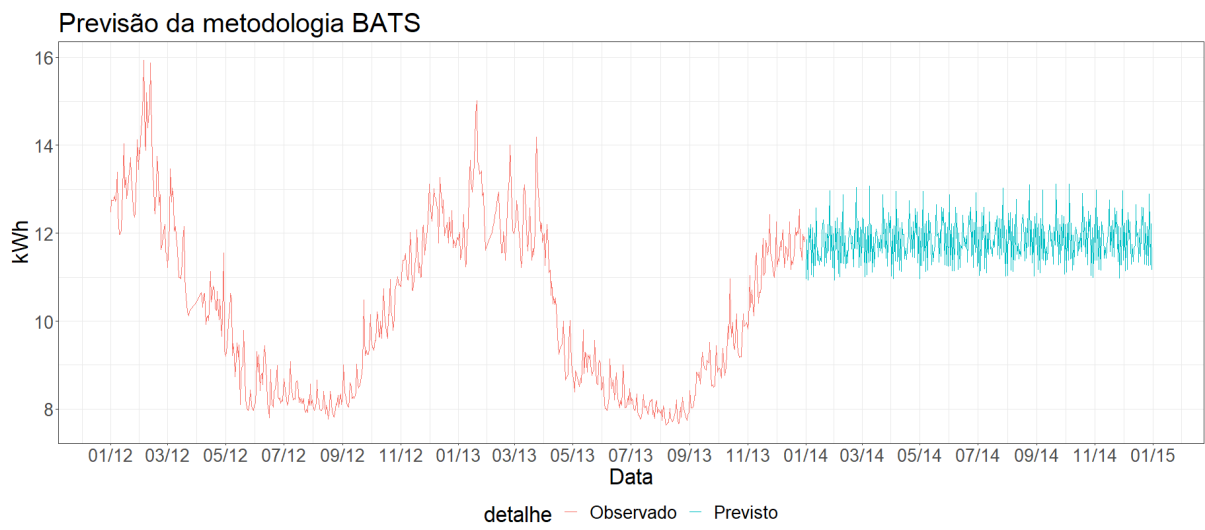


Figura 15: Previsão do modelo BATS considerando três sazonalidades.

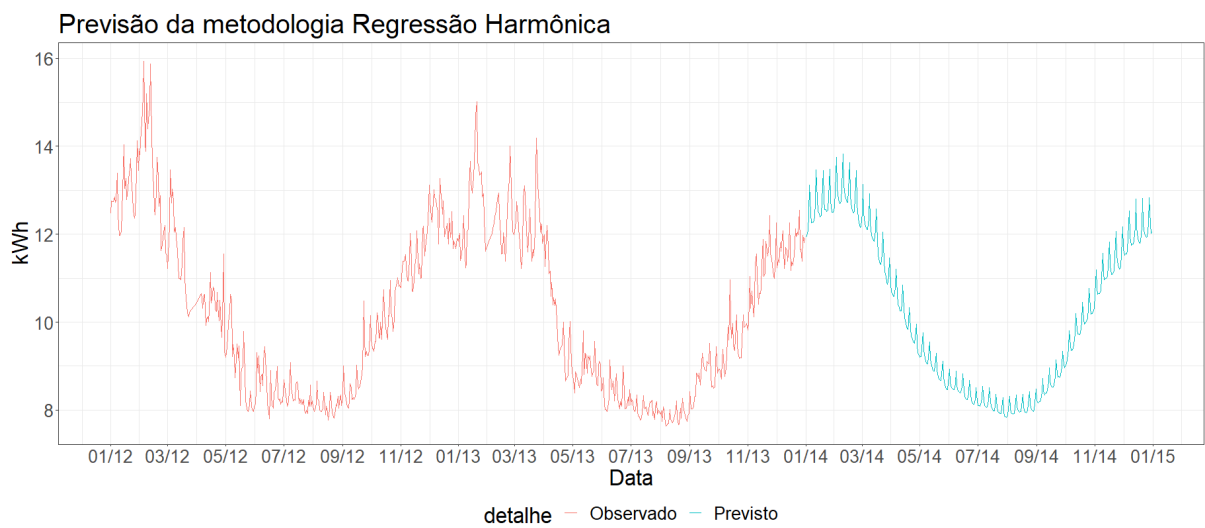


Figura 16: Previsão do modelo de Regressão Harmônica considerando três sazonalidades.

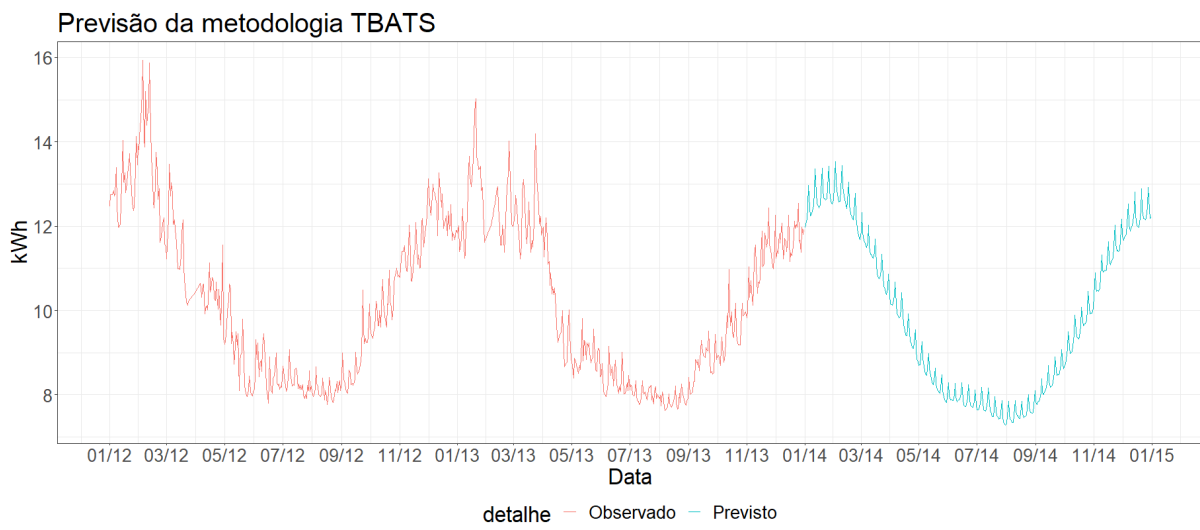


Figura 17: Previsão do modelo TBATS considerando três sazonalidades.

4 Conclusão

Neste estudo foram abordados os modelos SARIMA, Regressão Harmônica, BATS e TBATS com o intuito de avaliar os seus desempenhos preditivos para a série de consumo diário de energia nas residências de Londres. Como a série é composta de observações com frequência diária, foi identificado que ela possui mais de um comportamento sazonal, sendo eles referentes aos ciclos semanais, mensais e anuais. Esses padrões de comportamento foram ajustados nos modelos citados e o desempenho dos mesmos foram avaliados utilizando o procedimento de janela deslizante.

Como foi apresentado na revisão de literatura, os modelos que utilizam as séries de Fourier para lidar com a sazonalidade lidam melhor com séries que apresentam múltiplos ciclos sazonais e sazonalidade complexa, que é o caso da série do consumo de energia em estudo. O modelo SARIMA que foi ajustado via a função `auto.arima` não conseguiu captar nenhuma sazonalidade apresentada na série, sendo assim o modelo com a pior performance. O modelo BATS teve um desempenho um pouco melhor que o SARIMA, mas não conseguiu captar a sazonalidade anual. Já os modelos TBATS e Regressão Harmônica, pelo fato de utilizarem as séries de Fourier, conseguiram captar todos os ciclos sazonais e tiveram as melhores performances. Já os modelos de Regressão Harmônica e TBATS tiveram um desempenho melhor considerando mais ciclos sazonais. O ajuste feito considerando apenas a sazonalidade semanal e anual performou bem, mas o ajuste considerando as três sazonalidades obteve um desempenho superior. Dessa forma, o modelo TBATS, considerando ciclos sazonais referentes ao dia, mês e ano, é o mais adequado para prever o consumo de energia nas residências de Londres.

Por fim, sugere-se para novos estudos que considere também utilizar variáveis explicativas, como foi feito em estudos anteriores utilizando essa base de dados, já que o consumo de energia nas residências de Londres pode ser afetado pelo clima, e também variáveis relacionadas a eventos que não possuam uma data definida no calendário. Também seria interessante buscar metodologias modernas de machine learning para lidar múltiplas sazonalidades e ciclos não inteiros.

Referências

ALONSO, A. M.; NOGALES, F. J.; RUIZ, C. A single scalable lstm model for short-term forecasting of massive electricity time series. *Energies*, MDPI, v. 13, n. 20, p. 5328, 2020.

KWIATKOWSKI, D. et al. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? *Journal of econometrics*, Elsevier, v. 54, n. 1-3, p. 159–178, 1992.

LIVERA, A. M. D.; HYNDMAN, R. J.; SNYDER, R. D. Forecasting time series with complex seasonal patterns using exponential smoothing. *Journal of the American statistical association*, Taylor & Francis, v. 106, n. 496, p. 1513–1527, 2011.

LIVERA, A. M. D. et al. Automatic forecasting with a modified exponential smoothing state space framework. *Monash Econometrics and Business Statistics Working Papers*, Monash University, Department of Econometrics and Business Statistics, v. 10, n. 10, p. 6, 2010.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, Oxford University Press, v. 65, n. 2, p. 297–303, 1978.

NUGALIYADDE, A.; SOMARATNE, U.; WONG, K. W. Predicting electricity consumption using deep recurrent neural networks. *arXiv preprint arXiv:1909.08182*, 2019.

SHAH, I.; LISI, F. Forecasting of electricity price through a functional prediction of sale and purchase curves. *Journal of Forecasting*, Wiley Online Library, v. 39, n. 2, p. 242–259, 2020.

YOUNG, P. C.; PEDREGAL, D. J.; TYCH, W. Dynamic harmonic regression. *Journal of forecasting*, Wiley Online Library, v. 18, n. 6, p. 369–394, 1999.