



Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA
Engenharia Aeroespacial

Simulação da mecânica do voo e sistema de controle de quadrirotos com geometrias não convencionais

Autor: Felipe Kataoka Ishikawa
Orientador: Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Brasília, DF
2021



Felipe Kataoka Ishikawa

Simulação da mecânica do voo e sistema de controle de quadrirotos com geometrias não convencionais

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Brasília, DF

2021

Felipe Kataoka Ishikawa

Simulação da mecânica do voo e sistema de controle de quadricópteros com geometrias não convencionais/ Felipe Kataoka Ishikawa. – Brasília, DF, 2021-
140 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB
Faculdade UnB Gama - FGA , 2021.

1. Mecânica do Voo de Quadricópteros. 2. Projeto de Sistemas de Controle.
I. Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez Cordeiro. II. Universidade de Brasília. III.
Faculdade UnB Gama. IV. Simulação da mecânica do voo e sistema de controle
de quadricópteros com geometrias não convencionais

CDU 02:141:005.6

Felipe Kataoka Ishikawa

Simulação da mecânica do voo e sistema de controle de quadrirotores com geometrias não convencionais

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 21 de maio de 2021:

**Prof. Dr. Thiago Felipe Kurudez
Cordeiro**
Orientador
UnB/FGA

Prof. Dr. Leandro Ribeiro Lustosa
Convidado 1
ISAE-SUPAERO

Prof. Dr. William Reis Silva
Convidado 2
UnB/FGA

Brasília, DF
2021

Agradecimentos

Gostaria de deixar aqui meus sinceros agradecimentos, a todos que me apoiaram durante esse percurso da graduação em Engenharia Aeroespacial.

Agradeço primeiramente a minha família, pelos quais sem o apoio incondicional não seria possível a realização do minha vontade de cursar Engenharia Aeroespacial na Universidade de Brasília. Agradeço a todos os amigos que fiz nessa jornada, pelos incentivos, apoio, por tornar esse caminho mais divertido, com eles pode vivenciar novas experiências e construir projetos juntos.

Agradeço também a todo o corpo docente da FGA que me trouxeram não só conhecimentos, como lições de vida. Um agradecimento especial aos professores da Aeroespacial, e a meu orientador, professor Thiago Felipe Kurudez Cordeiro, que me apoiou a trabalhar com este tema e me ajudou bastante durante todas etapas.

Para a UnB, meu muito obrigado! Desde toda a estrutura fornecida, aos funcionários que garantem todo o funcionamento dessa instituição e as oportunidades que foram geradas por conta de estudar nessa universidade. Posso dizer que amadureci bastante e os responsáveis por alavancarem esse processo, estão aqui citados brevemente nesse agradecimento.

*"A ciência é, portanto, uma perversão de si mesma, a menos
que tenha como fim último, melhorar a humanidade".*

(Nikola Tesla)

Resumo

O objetivo deste trabalho é fornecer uma plataforma para simulação e controle de quadrirotores baseado em um modelo matemático que leva em consideração: As inclinações dos motores em relação ao eixo de referência; Posição dos motores em relação ao centro de gravidade (CG); e Modelização dos efeitos do vento e como este influencia na geração de forças em momentos de cada uma das hélices. Analisou-se o problema para os 6 graus de liberdade de movimento, no qual foi desenvolvido um simulador para a validação do mesmo utilizando a combinação dos cálculos de movimento de corpo rígido e matriz de rotação do NED (*North-East-Down*) para o referencial do corpo. O simulador elaborado foi feito em MATLAB/Simulink de forma que pode ser ajustada para diferentes configurações de quadrirotores, conhecendo os parâmetros do mesmo. O sistema de controle desenvolvido foi utilizando o método em cascata com controladores de posição e atitude do tipo PID (proporcional integral derivativo). Os controladores projetados mostraram resultados satisfatórios para diferentes configurações, sendo testado para 3 casos: Motores Inclinados; Modificação da distância rotor-centro de gravidade; e sob Perturbação do vento. Para cada caso estudado, foram testadas 4 entradas, relativas as posições e ângulo de arfagem/*yaw*.

Palavras-chaves: Mecânica do Voo. Sistemas de Controle. Quadrirotores. Controlador PID.

Abstract

The goal of this work is to provide a platform for simulation and control of quadrotor based on a mathematical model adapted for: tilted motors (tilt about a reference axis); Different position of the motors about the center of gravity (CG); and Modelling the effects of wind that will generate additional forces and moments on each propeller. We analyzed the problem for the 6 degrees of freedom, with a simulator developed to validate the rigid body motion equations and rotational matrix of the NED reference frame (*North-East-Down*) for the body reference frame. The elaborated simulator was developed in MATLAB/Simulink so that it can be adjusted to different configurations of quadrotors, knowing the parameters of the same. The developed control system uses the cascade method with PID (Proportional–integral–derivative) controllers for position and attitude. The designed controllers showed effective results for different configurations, tested for the three cases: Tilted Motors; Modification of the rotor-center of gravity distance; and under Wind Disturbance. For each case, four entries were tested, relative to the positions and angle of yaw.

Key-words:Flight Mechanics; Control Systems; Quadrotors; PID Controller

Lista de ilustrações

Figura 1 – Exemplo de um quadricóptero, drone Anafi da empresa Parrot (PARROT, 2021).	31
Figura 2 – Esquemático dos componentes de um quadricóptero (BANGURA, 2017).	32
Figura 3 – Arquitetura do GNC (ROUSSEAU, 2019).	32
Figura 4 – Quadricópteros com diferentes configurações.	33
Figura 5 – Sistema de referência NED (EMMENDOERFER et al., 2008).	38
Figura 6 – Sistema de referência do corpo para um quadricóptero.	39
Figura 7 – Sistema de referência do corpo com x alinhado com o motor 1 e y alinhado com o motor 2.	39
Figura 8 – Sistema de referência do corpo com x apontando para frente e y para direita (ROUSSEAU, 2019).	40
Figura 9 – Sistema de referência dos rotores.	42
Figura 10 – Vista 2D e 3D de uma hélice girando com vento incidente e um ângulo β /AOA (GILL; D'ANDREA, 2019).	42
Figura 11 – Forças e momentos gerados pelo sistema propulsivo de um quadricóptero.	44
Figura 12 – Diagrama de corpo livre de um quadricóptero. Adaptado de Tomić (2018).	45
Figura 13 – Bancada experimental de um motor em teste estático (BANGURA; MAHONY, 2012).	51
Figura 14 – Exemplo de resultados do motor em teste estático (BANGURA; MAHONY, 2012).	51
Figura 15 – Bancada experimental de um motor em túnel de vento (GILL; D'ANDREA, 2019).	52
Figura 16 – <i>Blade Element model</i> /Elemento de pá - Vista global da pá (Esquerda), Vista ao longo do eixo da pá com o diagrama de forças e velocidades (Direita) (AULD; SRINIVAS, 2006).	53
Figura 17 – Exemplo de superfície utilizando o método de Krigagem para predição em função de duas entradas (LOPHAVEN; NIELSEN; SONDERGAARD, 2002).	54
Figura 18 – Exemplo de uma resposta ao degrau para um rotor (com um motor BLDC) e modelo (BOUABDALLAH, 2007).	55
Figura 19 – Soma das forças (sustentação e arrasto) e dos momentos gerados pela hélice (ROUSSEAU, 2019).	56
Figura 20 – Diferença de sustentação e arrasto entre cada pá de uma hélice (ROUSSEAU, 2019).	57
Figura 21 – Fenômeno do <i>Blade Flapping</i> (ROUSSEAU, 2019).	57
Figura 22 – Quadricóptero sob o efeito do <i>Vortex Ring State</i> (PLANNING, 2020).	58

Figura 23 – Mudança dos vórtices devido ao efeito Solo em Quadrirotores (EM-RAN; NAJJARAN, 2018).	59
Figura 24 – Estabilidade estática (RODRIGUES, 2010).	61
Figura 25 – Diagrama de blocos de uma planta e um controlador PID (OGATA, 2010).	68
Figura 26 – Estratégia de controle em cascata aplicada ao quadrirotor (LIMA, 2015).	69
Figura 27 – Controlador de Altitude implementado no Simulink.	70
Figura 28 – Controlador de Atitude implementado no Simulink.	71
Figura 29 – Controlador de Posição implementado no Simulink.	72
Figura 30 – Entradas em comando X, Y, Z e ψ estudadas.	74
Figura 31 – Estrutura global do simulador para o caso dos motores desalinhados.	77
Figura 32 – Esquemático das configurações com os motores inclinados.	77
Figura 33 – Geometria do Quadrirotor para o caso CG.	79
Figura 34 – Estrutura global do simulador com perturbação do vento.	80
Figura 35 – Subsistema do Vento com a implementação em forma de vetor.	80
Figura 36 – Empuxo em função do ângulo de ataque (AOA) para $\omega = 8000$ RPM.	81
Figura 37 – Força H em função do ângulo de ataque (AOA) para $\omega = 8000$ RPM.	82
Figura 38 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.	83
Figura 39 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.	84
Figura 40 – Posições - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.	85
Figura 41 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.	85
Figura 42 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.	86
Figura 43 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.	87
Figura 44 – Posições - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.	87
Figura 45 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.	88
Figura 46 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.	88
Figura 47 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.	89
Figura 48 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.	90
Figura 49 – Posições - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.	90
Figura 50 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.	91
Figura 51 – Acelerações - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.	91
Figura 52 – Ângulos - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.	92
Figura 53 – Omegas dos motores - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.	93
Figura 54 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.	93
Figura 55 – Posições - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.	94

Figura 56 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.	94
Figura 57 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.	95
Figura 58 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.	96
Figura 59 – Posições - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.	96
Figura 60 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.	97
Figura 61 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.	97
Figura 62 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.	98
Figura 63 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.	98
Figura 64 – Posições - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.	99
Figura 65 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.	99
Figura 66 – Ângulos - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.	100
Figura 67 – Omegas dos motores - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.	100
Figura 68 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	101
Figura 69 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	102
Figura 70 – Posições - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	102
Figura 71 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	103
Figura 72 – <i>Velocidades Airspeed</i> - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	103
Figura 73 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	104
Figura 74 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.	105
Figura 75 – Estrutura do bloco da mecânica do voo do drone implementado no Simulink.	121
Figura 76 – Estrutura do bloco do movimento translacional implementado no Simulink.	121
Figura 77 – Estrutura do bloco do movimento rotacional implementado no Simulink.	122
Figura 78 – Estrutura do bloco de conversão de entradas U em rotações motores implementado no Simulink.	122
Figura 79 – Estrutura do bloco da dinâmica do motor implementado no Simulink.	123
Figura 80 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.	125
Figura 81 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.	126
Figura 82 – Posições - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.	126
Figura 83 – Velocidades - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.	127
Figura 84 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.	127
Figura 85 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.	128
Figura 86 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.	128
Figura 87 – Acelerações - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.	129
Figura 88 – Posições - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.	129
Figura 89 – Velocidades - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.	130
Figura 90 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.	130
Figura 91 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.	131

Figura 92 – Posições - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.	131
Figura 93 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.	132
Figura 94 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento. . .	132
Figura 95 – <i>Velocidades Airspeed</i> - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento. .	133
Figura 96 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento. .	133
Figura 97 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.	134
Figura 98 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.	134
Figura 99 – Posições - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.	135
Figura 100 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.	135
Figura 101 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento. . .	136
Figura 102 – <i>Velocidades Airspeed</i> - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento. .	136
Figura 103 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento. .	137
Figura 104 – Ângulos - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.	137
Figura 105 – Posições - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.	138
Figura 106 – Acelerações - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.	138
Figura 107 – Velocidades - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.	139
Figura 108 – <i>Velocidades Airspeed</i> - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.	139
Figura 109 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento. .	140
Figura 110 – Omegas dos motores - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.	140

Lista de tabelas

Tabela 1 – Plano de testes para o caso dos motores inclinados	75
Tabela 2 – Plano de testes para o caso com Perturbação do Vento	76
Tabela 3 – Ganhos utilizados nos controladores PID.	79
Tabela 4 – Parâmetros e constantes do Quadrirotor para o caso dos Motores Inclinados	115
Tabela 5 – Parâmetros e constantes do Quadrirotor para o caso da mudança do CG	115

Lista de abreviaturas e siglas

AOA	Ângulo de ataque
BEMT	<i>Blade Element Moment Theory</i>
BLDC	<i>Brushless Direct Current</i>
CCW	<i>Counterclockwise</i> (Sentido Anti-horário)
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica dos Fluidos Computacional)
CG	Centro de gravidade
CM	Centro de massa
CW	<i>Clockwise</i> (Sentido Horário)
DOF	<i>Degrees Of Freedom</i> (Graus de Liberdade)
ESC	<i>Electronic Speed Control</i>
FOM	<i>Figure Of Merit</i>
GNC	<i>Guidance-Navigation-Control</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IMU	<i>Inertial mass unit</i>
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
NED	<i>North-East-Down</i>
PD	Proporcional-derivativo
PID	Proporcional-integral-derivativo
PWM	Pulse Width Modulation
RPM	Rotações Por Minuto
SCF	<i>Spatial Correlation Function</i>
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UnB	Universidade de Brasília

VANT Veículo Aéreo não Tripulado

VRS *Vortex Ring State*

WGS *World Geodetic System*

Lista de símbolos

\mathbf{a}_{NED}	Vetor aceleração no referencial NED
$\mathbf{A}\mathbf{r}_{prop_i \rightarrow body}$	Matriz de torques gerados pelas forças do rotor e as distâncias rotor-CG
\mathbf{f}	Forças geradas pelo sistema propulsivo no referencial corpo
\mathbf{f}_e	Forças externas no referencial corpo
\mathbf{f}_j	Forças externas no referencial corpo
f_j	Funções de regressão
$\mathbf{f}_{NED}^{drone\ body}$	Forças aerodinâmicas geradas pelo corpo do drone
\mathbf{f}_x	Componente X de \mathbf{f}
\mathbf{f}_y	Componente Y de \mathbf{f}
\mathbf{f}_z	Componente Z de \mathbf{f}
F_H	Força horizontal gerada pelo rotor
F_i^H	Força horizontal gerada pelo rotor $n^\circ i$
$\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^H$	Vetor unitário da força H do rotor $n^\circ i$ no referencial NED
F_S	Força lateral gerada pelo rotor
F_i^S	Força lateral gerada pelo rotor $n^\circ i$
$\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^S$	Vetor unitário da força S do rotor $n^\circ i$ no referencial NED
F_T	Força empuxo gerada pelo rotor
F_i^T	Força empuxo gerada pelo rotor $n^\circ i$
g	Aceleração da gravidade
\mathbf{g}	Função de comando do drone
I_{xx}	Momento de inércia em torno de x
I_{yy}	Momento de inércia em torno de y
I_{zz}	Momento de inércia em torno de z

J_r	Momento de inércia do rotor
\mathbf{J}	Matriz de momentos de inércia
k_d	Ganho derivativo do controlador PID
k_i	Ganho integral do controlador PID
k_p	Ganho proporcional do controlador PID
m	Massa do drone
$\mathbf{m}_{NED}^{drone\ body}$	Momentos aerodinâmicos gerados pelo corpo do drone
\mathbf{M}_i	Momentos gerados pelo rotor $n^\circ i$ no referencial rotor $n^\circ i$
M_i^x	Componente X de \mathbf{M}_i no referencial corpo
M_i^y	Componente Y de \mathbf{M}_i no referencial corpo
M_i^z	Componente Z de \mathbf{M}_i no referencial corpo
M_P	Momento de arfagem gerado pelo rotor
M_Q	Torque gerado pelo rotor (Eixo Z)
M_R	Momento de rolamento gerado pelo rotor
\mathbf{O}_{NED}	Origem do referencial NED
\mathbf{O}_{body}	Origem do referencial corpo/ <i>body</i>
p	Velocidade angular no eixo X no referencial corpo
q	Velocidade angular no eixo Y no referencial corpo
r	Velocidade angular no eixo Z no referencial corpo
\mathbf{r}_{NED}	Vetor posição no referencial NED
\mathbf{R}	Função de correlação espacial
$\mathbf{R}_{body \rightarrow NED}$	Matriz de rotação do sistema corpo para o NED
$\mathbf{R}_{prop_i \rightarrow NED}$	Matriz de rotação do referencial rotor $n^\circ i$ para o corpo
\mathbf{T}_i	Forças geradas pelo rotor $n^\circ i$ no referencial rotor $n^\circ i$
T_i^x	Componente X de \mathbf{T}_i no referencial corpo
T_i^y	Componente Y de \mathbf{T}_i no referencial corpo

T_i^z	Componente Z de \mathbf{T}_i no referencial corpo
$\hat{\mathbf{T}}_{NED}^i$	Vetor unitário do empuxo do rotor $n^\circ i$ no referencial NED
u	Velocidade linear no eixo X no referencial corpo
v	Velocidade linear no eixo Y no referencial corpo
\mathbf{V}_{air}	Vetor velocidade <i>airspeed</i> no referencial NED
\mathbf{V}_{NED}	Vetor velocidade no referencial NED
\mathbf{V}_W	Vetor velocidade do vento no referencial NED
w	Velocidade linear no eixo Z no referencial corpo
\mathbf{X}	Vetor de entradas (método de krigagem)
\ddot{x}	Aceleração linear no eixo X no referencial NED
\ddot{x}_d	Aceleração linear no eixo X no referencial NED desejada
\dot{x}_d	Velocidade linear no eixo X no referencial NED desejada
x_d	Posição X no referencial NED desejada
x_i	Coordenada X do rotor $n^\circ i$ no referencial corpo
X_{body}	Eixo X do referencial corpo
X_{NED}	Eixo X do referencial NED
$\hat{\mathbf{y}}$	Valor predito
\ddot{y}	Aceleração linear no eixo Y no referencial NED
\ddot{y}_d	Aceleração linear no eixo Y no referencial NED desejada
\dot{y}_d	Velocidade linear no eixo Y no referencial NED desejada
y_d	Posição Y no referencial NED desejada
y_i	Coordenada Y do rotor $n^\circ i$ no referencial corpo
Y_{body}	Eixo Y do referencial corpo
Y_{NED}	Eixo Y do referencial NED
$Z(\mathbf{X})$	Modelo de um processo
\ddot{z}	Aceleração linear no eixo Z no referencial NED

\dot{z}_d	Velocidade linear no eixo Z no referencial NED desejada
z_d	Posição Z no referencial NED desejada
z_i	Coordenada Z do rotor $n^\circ i$ no referencial corpo
Z_{body}	Eixo Y do referencial corpo
Z_{NED}	Eixo Z do referencial NED

Letras gregas

α_i	Ângulo de rotação do rotor $n^\circ i$ em Z
β_i	Ângulo de rotação do rotor $n^\circ i$ em Y
β_j	Parâmetros de regressão
δ	Sentido de rotação das hélices
δ_i	Sentido de rotação da hélice $n^\circ i$
θ	Ângulo de arfagem
θ_d	Ângulo de arfagem desejado
$\dot{\theta}$	Velocidade angular de arfagem
$\dot{\theta}_d$	Velocidade angular de arfagem desejada
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular de arfagem
λ	Preditor linear não enviesado
ξ	Parâmetro da função gaussiana
ρ	Densidade média do ar atmosférico
σ	Variância
τ	Momentos gerados pelo sistema propulsivo no referencial corpo
τ_e	Momentos externos no referencial corpo
τ_x	Componente X de τ
τ_y	Componente Y de τ
τ_z	Componente Z de τ

ϕ	Ângulo de rolamento
ϕ_d	Ângulo de rolamento desejado
$\dot{\phi}$	Velocidade angular de rolamento
$\dot{\phi}_d$	Velocidade angular de rolamento desejada
$\ddot{\phi}$	Aceleração angular de rolamento
ψ	Ângulo de guinada
ψ_d	Ângulo de guinada desejado
$\dot{\psi}$	Velocidade angular de guinada
$\dot{\psi}_d$	Velocidade angular de guinada desejada
$\ddot{\psi}$	Aceleração angular de guinada
Ω_i	Velocidade de rotação do rotor $n^{\circ}i$
Ω_r	Velocidade de rotação relativa dos rotores
ω	Velocidade Angular do corpo no referencial NED

Controle

A	Matriz do sistema
B	Matriz de entradas
C	Matriz de saídas
D	Matriz de realimentação
U_1	Entrada em altitude
U_2	Entrada em rolamento
U_3	Entrada em arfagem
U_4	Entrada em guinada
$\mathbf{f}(\cdot, \cdot)$	Função do sistema não linear
$\mathbf{h}(\cdot)$	Função de saídas.
$u(t)$	Função degrau unitário

u	Vetor de entradas
x	Vetor de estados
<i>t</i>	Tempo
<i>t₀</i>	Tempo inicial
$\dot{\mathbf{x}}$	Derivada do vetor de estados em relação ao tempo
y	Vetor de saídas

Sumário

1	INTRODUÇÃO	31
1.1	Problemática	31
1.2	Motivação	32
1.3	Pergunta de pesquisa	34
1.4	Objetivos	34
1.4.1	Geral	34
1.4.2	Específicos	34
1.5	Abordagem Metodológica	35
1.6	Marco Teórico	35
2	MECÂNICA DO VOO DE QUADRIROTORES	37
2.1	Sistemas de referência	37
2.1.1	Referencial <i>North-East-Down</i> - NED	37
2.1.2	Sistema de referência do corpo	38
2.1.3	Sistema de referência do rotor	40
2.2	Transformação de Coordenadas	40
2.2.1	Ângulos de Euler	40
2.2.2	Transformação do referencial corpo para NED	41
2.2.3	Transformação do referencial rotor para corpo	41
2.2.4	Transformação do referencial rotor para NED	42
2.3	Modelo Dinâmico de um quadrirotor	43
2.3.1	Modelo para um quadrirotor incluindo a inclinação dos motores	45
2.3.1.1	Equações do Movimento Translacional	46
2.3.1.2	Equações do Movimento Rotacional	47
2.4	Modelo do Sistema Propulsivo	47
2.4.1	Modelo Estático	47
2.4.2	Modelo em função de <i>airspeed</i> e do ângulo de ataque (AOA)	48
2.4.3	Medição experimental para identificação de uma hélice	50
2.4.3.1	Teste estático	50
2.4.3.2	Teste em túnel de vento	51
2.4.4	Métodos Numéricos - <i>Blade Element Momentum Theory</i> (BEMT)	52
2.4.5	Método de Krigagem	53
2.5	Modelo do Motor	54
2.6	Fenômenos adicionais	55
2.7	Trabalhos Correlatos	59

3	TÉCNICAS DE CONTROLE APLICADO	61
3.1	Estabilidade	61
3.1.1	Estabilidade estática	61
3.1.2	Estabilidade dinâmica	61
3.2	Modelo em Espaço de Estados	62
3.3	Conversão das entradas/comandos do usuário para as rotações mo-	
	tores	63
3.3.1	Modelo com o sistema propulsivo mais preciso/com influência do vento	67
3.4	Controlador PID	68
3.4.1	Alocação de polos	68
3.4.2	Controlador em Cascata	69
3.5	Controlador de Altitude	70
3.6	Controlador de Atitude	70
3.7	Controlador de Posição	71
4	IMPLEMENTAÇÃO DA PLANTA E DO CONTROLADOR NO SI-	
	MULADOR	73
4.1	Procedimentos de projeto	73
4.2	Entradas em comando X, Y, Z e ψ	73
4.3	Organização do plano de testes	74
4.3.1	Configurações dos motores inclinados	74
4.3.2	Configurações de Vento trabalhadas	75
4.4	Simulação com os Motores Inclinados/Desalinhados	76
4.4.1	Esquemático do simulador	76
4.4.2	Inicialização	78
4.5	Simulação para o caso de um drone não simétrico	79
4.6	Simulação com Perturbação do Vento	80
4.6.1	Adicionando o vetor Vento ao simulador	80
4.6.2	Modelo do sistema propulsivo utilizando o método de krigagem	81
4.6.3	Inicialização	82
5	RESULTADOS E ANÁLISES	83
5.1	Simulação com os Motores Inclinados/Desalinhados	83
5.1.1	Comando em Altitude	83
5.1.2	Comando de Posição - Eixo X	86
5.1.3	Comando de Posição - Eixo Y	89
5.1.4	Comando de direção yaw	91
5.2	Simulação com mudança da distância entre os motores e o Centro	
	de Gravidade	93
5.2.1	Comando em Altitude	93

5.2.2	Comando de Posição - Eixo X	95
5.2.3	Comando de Posição - Eixo Y	97
5.2.4	Comando de direção yaw	99
5.3	Simulação com Perturbação do Vento	101
5.3.1	Comando em Altitude	101
6	CONCLUSÃO	107
6.1	Trabalhos Futuros	108
	REFERÊNCIAS	109
	APÊNDICES	113
	APÊNDICE A – PARÂMETROS DO QUADRIROTOR	115
	APÊNDICE B – CÓDIGO EM MATLAB	117
B.1	Código do modelo utilizando a krigagem	117
	APÊNDICE C – PLANTAS DO SIMULADOR NO SIMULINK	121
	APÊNDICE D – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES	125
D.1	Simulação com os Motores Inclinados/Desalinhados	125
D.1.1	Comando em Altitude	125
D.1.2	Comando de Posição - Eixo Y	126
D.1.3	Comando de direção yaw	126
D.2	Simulação com mudança da distância entre os motores e o Centro de Gravidade	127
D.2.1	Comando em Altitude	127
D.2.2	Comando de Posição - Eixo Y	128
D.2.3	Comando de direção yaw	129
D.3	Simulação com Perturbação do Vento	130
D.3.1	Comando de Posição - Eixo X	130
D.3.2	Comando de Posição - Eixo Y	134
D.3.3	Comando de direção yaw	137

1 Introdução

1.1 Problemática

Um quadrirotor é um veículo aéreo não tripulado (VANT) com um sistema de quatro rotores que geram empuxo, através de um ajuste da velocidade de rotação de cada rotor é possível realizar movimento de translação e rotação em torno dos eixos. Os quadrirotos possuem dois rotores que giram no sentido horário e dois rotores que giram no sentido anti-horário, essa configuração permite um equilíbrio do torque gerado. Com um design simples e com a dinâmica relativamente simples, eles se tornaram uma das plataformas mais utilizadas para a pesquisa em robótica aérea, bem como a utilização comercial (MAHONY; KUMAR; CORKE, 2012). Eles têm sido usados em diversas áreas de pesquisa, incluindo imageamento aéreo, teoria do controle de voo, navegação e desenvolvimento de sistemas em tempo real. A Figura 1 mostra um exemplo de quadrirotor comercial da empresa Parrot.



Figura 1 – Exemplo de um quadrirotor, drone Anafi da empresa Parrot (PARROT, 2021).

Os quadrirotos possuem uma placa controladora de voo que faz parte do sistema de aviônica, quatro controladores eletrônicos de velocidade (ESCs – Electronic Speed Control) que regulam o empuxo produzido por cada um dos quatro motores. Além da aviônica, os quadrirotos também possuem uma estrutura, um conjunto de quatro motores-hélices, um sistema transmissor/receptor e sensores adicionais tais como: sistema de posicionamento global (GPS) e sistema de visão/câmera (BANGURA, 2017). Os diferentes componentes de um quadrirotor são mostrados na Figura 2.

A maioria dos quadrirotos comerciais têm por objetivo a realização de fotografias aéreas, sendo usados para realização de inspeções elétricas e de construções civis, agricultura de precisão, mas também amadores e jornalistas. No entanto, a grande parte dos drones comerciais possuem um sistema fechado, bem como uma extração dos dados da aviônica fechada. Portanto, muitos grupos e instituições de pesquisa construíram seus próprios quadrirotos para estudar e atender a propósitos específicos (LIM et al., 2012).

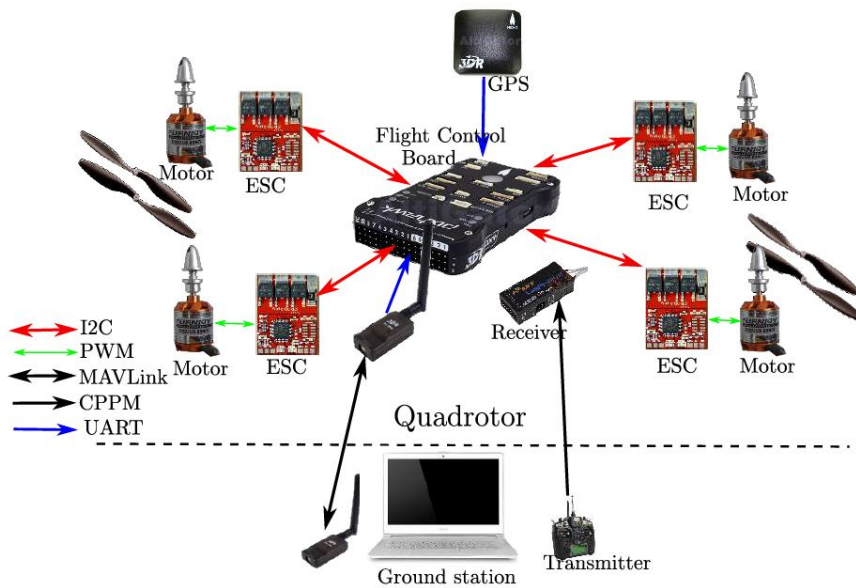


Figura 2 – Esquemático dos componentes de um quadrirotor (BANGURA, 2017).

1.2 Motivação

Os drones mais recentes, tanto comerciais e de pesquisa, possuem inúmeras funções diferentes, tais como voo autônomo e evitamento de obstáculos. Para executar tais funções, são necessários desenvolvimentos em diversos campos de pesquisa, tais como: Ciência da computação; Eletrônica; Mecânica; Visão computacional; Aprendizado de máquina; e Controle. No caso do controle de um drone, grande parte dos aspectos são relevantes, desde a modelagem e identificação até à estimação de estado e a concepção do controlador (ROUSSEAU, 2019).

Estes aspectos são geralmente agrupados em 3 categorias no contexto da robótica, constituindo os principais blocos do que é geralmente referido como GNC (*Guidance-Navigation-Control*/Guiamento-Navegação e Controle). Estes blocos são apresentados na Figura 3.

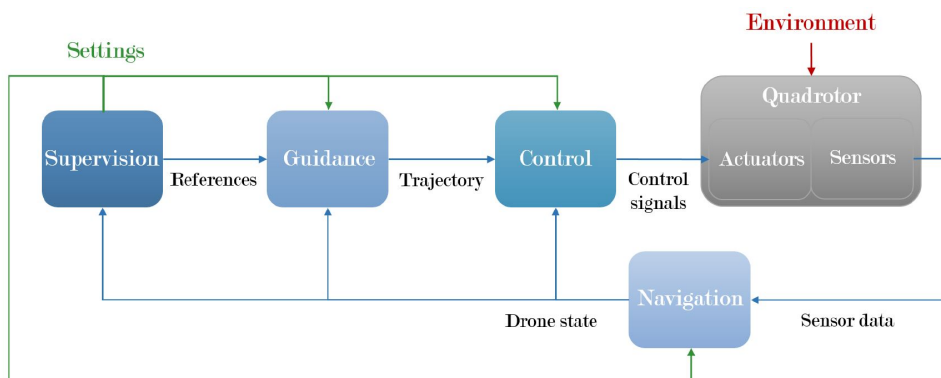


Figura 3 – Arquitetura do GNC (ROUSSEAU, 2019).

Em poucas palavras, [Putarov](#) descreve cada um dos blocos como:

- **Guiamento:** é o processo de decidir como guiar o veículo até seu destino. O guiamento deve assegurar que a trajetória percorrida será mantida apesar das mudanças no veículo e no ambiente.
- **Navegação:** é o processo de determinar a posição, velocidade e atitude do veículo no espaço. É gerenciado pelo sistema INS (*Inertial Navigation System/Sistema de navegação Inercial*), que é uma composição de acelerômetros e girômetros e sendo utilizado o sensor IMU (*Inertial Measurement Unit/Unidade de Medida Inercial*).
- **Controle:** é o processo de implementar os comandos de guiagem para atingir mudança da rotação dos motores ou mudanças nas acelerações. Responsável por gerar os sinais de controle para os atuadores. Também denominado piloto automático: mantém a atitude e altitude do veículo comandada pela guiagem.

Em projetos mais recentes de multirotores, os rotores possuem uma inclinação a fim de obter mais autoridade de controle de guinada (*yaw*) ([TOMIĆ, 2018](#)). A inclinação dos rotores fornece efeitos giroscópios necessários para proporcionar controle e ação rápidos, mostrando bastante eficaz para manobras combinadas, fornecendo uma melhor manobrabilidade em relação a configuração padrão ([JUNAID et al., 2018](#)).



(a) Drone Aimdroix que possui a inclinação do braço ajustável ([LIANG, 2017](#)).



(b) Quadrirotor V-Tail ([BELLOCCHIO et al., 2016](#))

Figura 4 – Quadrirotores com diferentes configurações.

O presente trabalho insere-se na implementação do modelo matemático em uma simulação dinâmica, e o desenvolvimento do sistema de controle para um projeto de um drone quadrirotor, sendo modelizado diferentes configurações de parâmetros relativos a geometria, a dinâmica do drone e os efeitos de perturbação do vento. O modelo de simulação fornecerá resultados para determinar se drone trabalhado é estável tanto estaticamente,

como dinamicamente durante o voo, dada diferentes comandos de entradas em posição e atitude.

1.3 Pergunta de pesquisa

Um modelo matemático de um quadrirotor que leva em consideração a inclinação e posição dos motores pode gerar resultados relevantes? Um modelo mais preciso do sistema propulsivo pode representar um ganho significativo para a dinâmica do voo de um quadrirotor e seus controladores?

1.4 Objetivos

Como objetivos estabelecidos para esse trabalho, dividiu-se em objetivos geral e específicos como mostrado abaixo.

1.4.1 Geral

- Desenvolver um simulador que utiliza um modelo matemático de quadrirotores que leva em consideração: as inclinações dos motores em relação ao eixo de referência; -osição dos motores em relação ao centro de gravidade (CG); e Modelização dos efeitos do vento e como este influencia na geração de forças em momentos de cada uma das hélices.

1.4.2 Específicos

- Implementar o modelo matemático da dinâmica do voo de um quadrirotor com 6 graus de liberdade no Simulink;
- Desenvolver um sistema de conversão das entradas/comandos do usuário para as rotações motores adaptado as inclinações dos motores, tendo como entradas altitude e atitude;
- Detalhar um modelo matemático com o sistema propulsivo mais preciso, este será em função das: -velocidade relativa/*airspeed*, -Ângulo de ataque entre a hélice e o vento; -e velocidade de rotação do motor. O modelo será criado utilizando como referência dados experimentais de uma hélice em túnel de vento, em que foram testados diferentes combinações de V_{air} , AoA, ω . (base de dados disponível em ([GILL; D'ANDREA, 2019](#))).

- Projetar um controlador de atitude, altitude e posição, utilizando técnicas de controle implementadas sobre a dinâmica do quadrirotor, de forma a otimizar o voo e compensar os movimentos nos eixos x e y .

1.5 Abordagem Metodológica

A metodologia deste trabalho consistirá inicialmente em realizar uma revisão de bibliográfica sobre: a mecânica do voo de quadrirotores; a modelização do sistema propulsivo; conceitos de aerodinâmica; sistemas de referências; e representação em espaço de estados.

Uma segunda parte da revisão bibliográfica será dedicada para o controle de quadrirotores, visando o sistema de conversões de entradas e os controladores PID (proporcional integral derivativo) utilizados. Em seguida, objetivo foi implementar o sistema de equações no *MATLAB*, de forma que possíveis modificações dos parâmetros e constantes do drone pudessem ser realizadas facilmente. As simulações serão implementadas no *MATLAB* versão R2021a, utilizando a ferramenta Simulink.

Em um primeiro momento, a ideia será validar o sistema de equações para uma dada combinação de entrada, em seguida analisar as respostas em malha fechada para diferentes entradas de altitude posição e yaw. Para o simulador foram analisadas 3 configurações diferentes: a) Análise da influência da inclinação dos motores em relação ao eixo de referência; b) Análise da influência da distância do motor-centro de gravidade; c) Análise da influência do vento, em específico com a geração de forças e momentos adicionais ao sistema propulsivo.

1.6 Marco Teórico

No Capítulo 2, será feita uma revisão bibliográfica dos principais conceitos da mecânica do voo de quadrirotores, onde serão expostos conceitos de aerodinâmica e as equações da dinâmica do movimento de um drone. Para as equações, serão apresentados diferentes efeitos aerodinâmicos sob um drone durante voo, em especial para a dinâmica dos rotores sobre a influência do vento.

O Capítulo 3, será feita uma revisão sobre técnicas de sistemas de controle, focando no desenvolvimento de controladores de atitude, altitude e posição. A etapa de conversão das entradas/comandos do usuário para as rotações motores será apresentada com detalhes, tendo o foco neste trabalho para um sistema adaptado as possíveis inclinações dos motores.

No Capítulo 4, discutirá a implementação da modelagem matemática da planta e dos controladores trabalhados, bem como suas considerações para a construção. O foco

será na implementação dos três casos, motores inclinados e influência do vento, estudadas neste trabalho.

No Capítulo 5 serão apresentados os principais resultados alcançados no desenvolvimento, bem como as análises e discussões dos resultados comparando com a literatura.

Para finalizar o Capítulo 6 apresentará as conclusões e sugestões de trabalhos futuros. Os apêndices apresentarão os códigos, esquemáticos, modelos desenvolvidos em *MATLAB* e os demais resultados não apresentados no texto principal.

2 Mecânica do Voo de Quadrirotores

Com os objetivos estabelecidos na seção 1.4, as equações da dinâmica do movimento de um quadrirotor, descritas neste capítulo, serão apresentadas para o caso com motores desalinhados e posição genérica entre os motores e centro de gravidade (CG).

Após detalhar a dinâmica do quadrirotor, os diferentes modelos de sistema propulsivo serão apresentados e discutidos em conjunto com a dinâmica dos motores. O capítulo apresentará ao final os fenômenos que podem ser adicionados ao modelo da dinâmica do drone, com o objetivo de descrever um modelo mais preciso.

2.1 Sistemas de referência

Uma descrição dos sistemas de referências é necessária para a modelagem matemática de um quadrirotor, neste trabalho serão utilizados o sistema de referência: NED (*North-East-Down*); Corpo; e Rotor. Uma breve descrição e a definição de cada um destes sistemas de referências são mostrados nas subseções abaixo.

2.1.1 Referencial *North-East-Down* - NED

O sistema de referência local *North-East-Down* (NED) local é utilizada com frequência no contexto de mecânica do voo de aeronaves, este sistema também é conhecido como sistema de referência de navegação ou da superfície da Terra (CAI; CHEN; LEE, 2011). O referencial NED é baseado no modelo *World Geodetic System* - WGS 84, sua origem e eixos são definidos como (Figura 5):

- A origem (definida como \mathbf{O}_{NED}) é arbitrariamente fixada a um ponto na superfície da Terra.
- O eixo X (definido como X_{NED}) aponta para o norte elipsoide (norte geodésico).
- O eixo Y (definido como Y_{NED}) aponta para o leste elipsoide (leste geodésico).
- O eixo Z (definido como Z_{NED}) aponta para baixo ao longo do elipsoide normal.

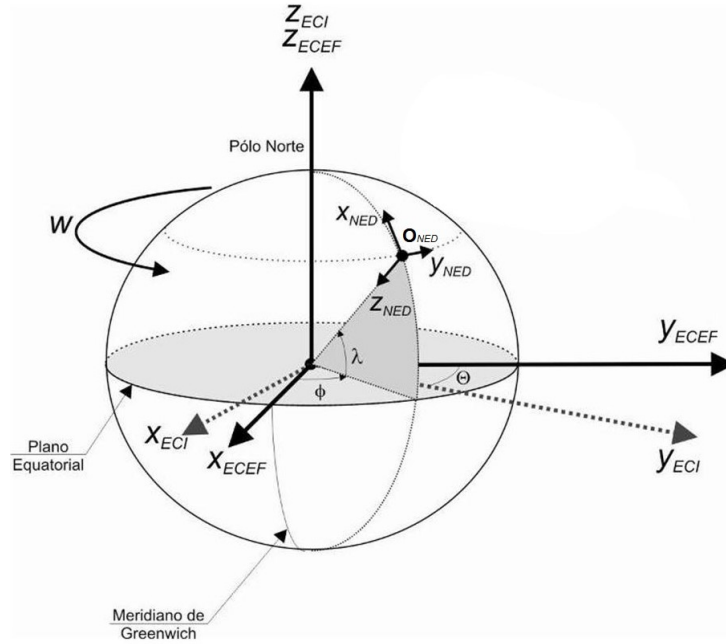


Figura 5 – Sistema de referência NED (EMMENDOERFER et al., 2008).

Neste trabalho o sistema de coordenadas NED é considerado como sendo inercial, e o vetor de posições \mathbf{r}_{NED} , o vetor de velocidade \mathbf{V}_{NED} , e o vetor de acelerações \mathbf{a}_{NED} , neste referencial, serão definidos e utilizados da seguinte forma:

$$\mathbf{r}_{NED} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{V}_{NED} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}, \quad \mathbf{a}_{NED} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

2.1.2 Sistema de referência do corpo

O sistema de referência do corpo, que acompanha o movimento do corpo, é definida no corpo do quadrirotor. Os vetores expressados no referencial corpo serão apresentados com o subscrito *body*. A sua origem e eixos são definidos como (Figura 6):

- A origem (definido como \mathbf{O}_{body}) situa-se no CG do quadrirotor.
- O eixo X (definido como X_{body}) aponta para a frente, situado no plano simétrico do quadrirotor.
- O eixo Y (definido como Y_{body}) aponta para o lado direito do quadrirotor.
- O eixo Z (definido como Z_{body}) aponta para baixo cumprindo a regra da mão direita.

Na grande parte da literatura da modelagem matemática e controle de quadrirotos, o referencial corpo é definido diferentemente do apresentado neste trabalho. Na

literatura, os eixos X e Y do referencial corpo apontam na direção das hélices, o eixo X apontando na direção da hélice 1 e o eixo Y na direção do motor 2.

Esta configuração possui como vantagens uma modelagem da dinâmica do movimento mais simplificada, além de uma matriz de controle simplificada para os movimentos de rolamento e arfagem. Um exemplo do sistema de referência do corpo que apontam na direção das hélices é mostrado na Figura 7.

Neste TCC optou-se pelo referencial corpo definido com o eixo X sendo a frente do quadricóptero (entre os motores) e o eixo Y sendo o lado direito, como mostrado na Figura 8.

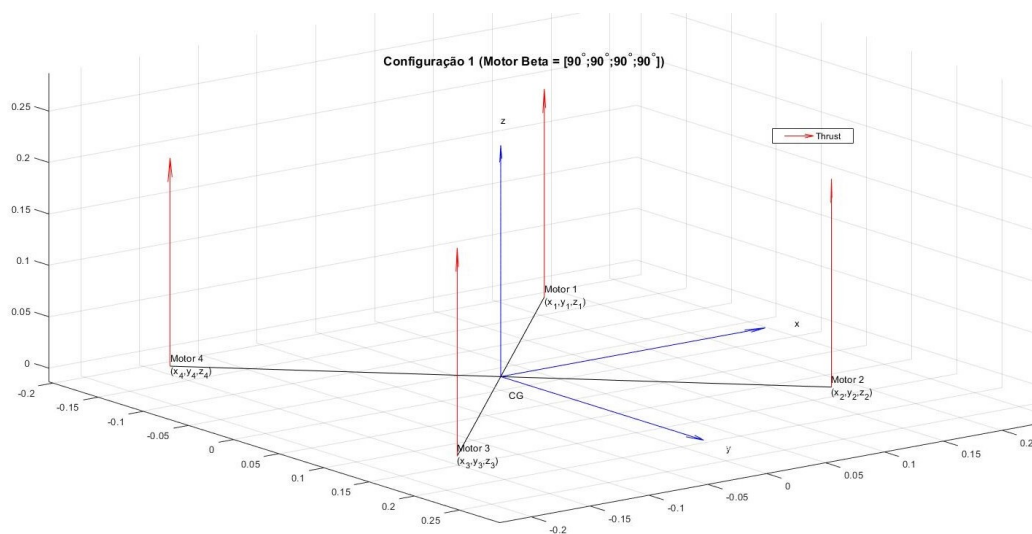


Figura 6 – Sistema de referência do corpo para um quadricóptero.

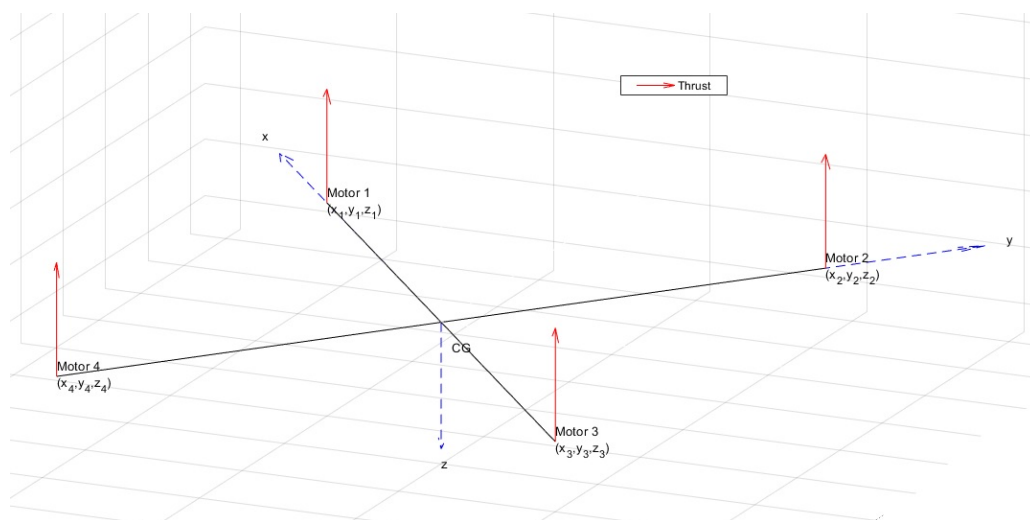


Figura 7 – Sistema de referência do corpo com x alinhado com o motor 1 e y alinhado com o motor 2.

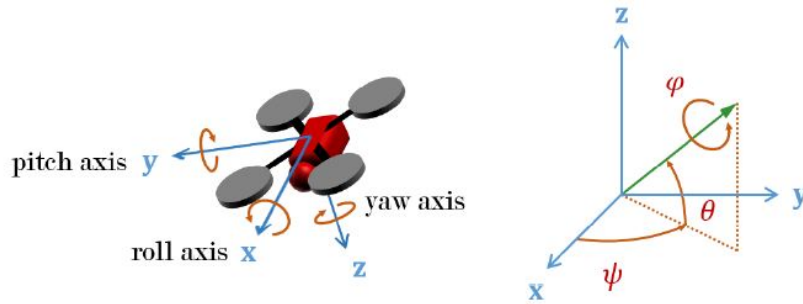


Figura 8 – Sistema de referência do corpo com x apontando para frente e y para direita (ROUSSEAU, 2019).

2.1.3 Sistema de referência do rotor

O sistema de referência do rotor é centrado (origem) no centro de gravidade do rotor, inicialmente somente o eixo Z será definido, sendo este axial ao eixo de rotação do rotor. A seção 2.2.4 detalhará a relação do vento incidente com a direção dos eixos X e Y do referencial rotor.

2.2 Transformação de Coordenadas

2.2.1 Ângulos de Euler

A orientação de um sistema de coordenadas cartesianas em relação a outro pode ser descrita por três rotações sucessivas de Euler (STEVENS; LEWIS; JOHNSON, 2015). Para aplicações aeroespaciais, as rotações de Euler são feitas em cada um dos três eixos cartesianos consecutivamente, seguindo com a regra da direita (CAI; CHEN; LEE, 2011). As rotações são feitas utilizando os chamados ângulos de Euler que são uma forma de descrever a orientação de um corpo rígido.

Os ângulos de Euler com as devidas rotações podem realizar a transformação de um referencial para um outro referencial. A transformação do referencial NED para o corpo é feita com uma rotação ZYX (ou chamada 3-2-1). Estes três ângulos de Euler também são conhecidos como os ângulos de rolamento, arfagem e guinada (*roll*, *pitch* e *yaw*). Cai, Chen e Lee os definem como:

- Ângulo de guinada (definido como ψ) é o ângulo entre o eixo X_{NED} e o vetor projetado do eixo X_{body} no plano XY do referencial NED. A rotação é feita em torno do eixo Z_{NED} fixo.
- Ângulo de arfagem (definido como θ) é o ângulo entre o eixo X após a rotação e o eixo X_{body} . A rotação é feita em torno do eixo Y do referencial intermediário

(após a rotação de guinada). Ao final da rotação de arfagem o eixo X do referencial intermediário será coincidente com o eixo X do referencial corpo.

- Ângulo de rolamento (definido como ϕ) é o ângulo entre o eixo Y do referencial intermediário (rotacionado duas vezes) e o eixo Y do referencial corpo. A rotação é feita em torno do eixo X do referencial intermediário. Levando finalmente a transformação do referencial NED ao referencial corpo.

2.2.2 Transformação do referencial corpo para NED

Como apresentado acima, a matriz de rotação do referencial NED para corpo é construída efetuando a rotação ZYX (3-2-1), já para a matriz de rotação do referencial corpo para NED será a matriz inversa (ou transposta, para o caso das matrizes de rotação), sendo definida como:

$$\mathbf{R}_{body \rightarrow NED} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.2.3 Transformação do referencial rotor para corpo

A transformação do referencial motor $n^{\circ}i$ para o referencial *body* é feita utilizando as rotações de Euler, com o objetivo de obter uma matriz de rotação do tipo ZY (3-1):

$$\mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} = \begin{bmatrix} \sin \beta_i \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & \cos \beta_i \cos \alpha_i \\ \sin \beta_i \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & \cos \beta_i \sin \alpha_i \\ -\cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

onde α_i é o ângulo de rotação em Z do rotor $n^{\circ}i$ e β_i é o ângulo de rotação em Y (após rotação em Z) do rotor $n^{\circ}i$. A Figura 9 mostra graficamente os ângulos α_i e β_i . É importante ressaltar que α e β neste trabalho não são os ângulos de ataque e derrapagem (notação comumente utilizada em mecânica do voo de aeronaves).

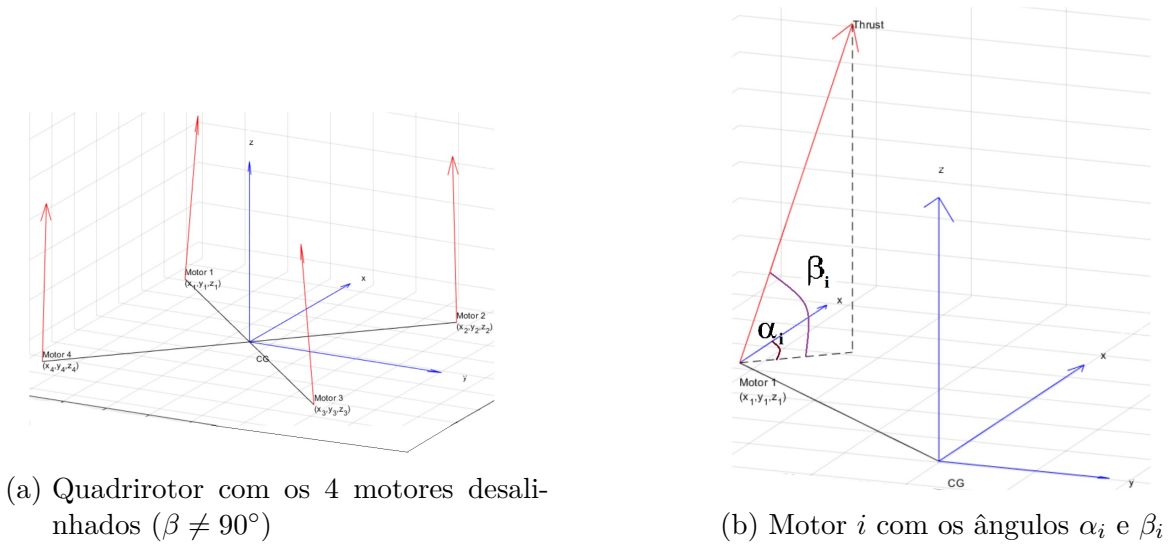


Figura 9 – Sistema de referência dos rotores.

2.2.4 Transformação do referencial rotor para NED

Os eixos do rotor no referencial NED sofrerão uma influência da posição do drone em relação a velocidade *airspeed*. A velocidade *airspeed* é definida como sendo a diferença entre a velocidade do corpo e a velocidade do vento, ambas no mesmo referencial. A equação é dada por:

$$\mathbf{V}_{air} = \mathbf{V}_{NED} - \mathbf{V}_W \quad (2.4)$$

A Figura 10 mostra uma hélice girando no sentido anti-horário (CCW - *Counter-Clockwise*) com uma velocidade de rotação Ω , com um vento incidente de velocidade V formando um ângulo β (neste trabalho o ângulo de ataque será descrito como: AOA, β será um dos ângulos de inclinação dos motores) com o plano normal do rotor.

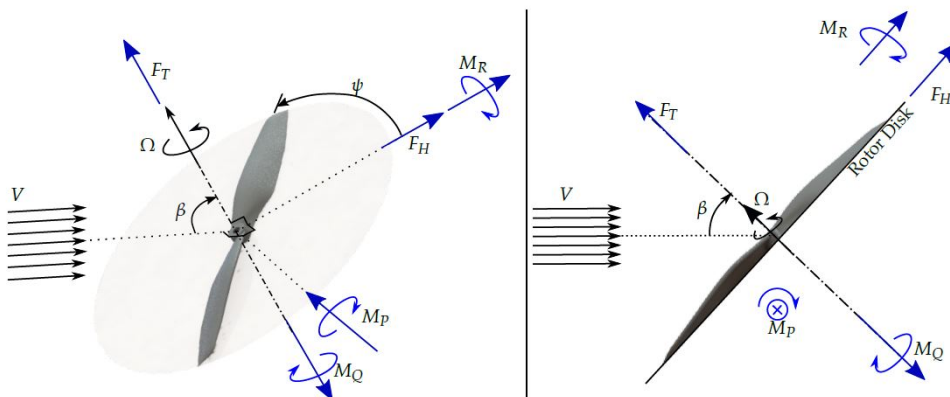


Figura 10 – Vista 2D e 3D de uma hélice girando com vento incidente e um ângulo β /AOA (GILL; D'ANDREA, 2019).

Nota-se na Figura 10 que a direção da velocidade *airspeed* é perpendicular à direção do momento de arfagem, M_p , que é perpendicular à direção da força H, F_H (e do momento de rolamento M_R), que é perpendicular à direção do empuxo F_T (e do torque do rotor M_Q). As forças atuam no centro do disco do rotor. Para uma hélice no sentido horário, as direções do torque do rotor positivo assumido e os momentos de rolamento e arfagem são invertidos (GILL; D'ANDREA, 2019).

O ponto a ser destacado é o fato da perpendicularidade entre os três eixos das forças/momentos do rotor, além disso a direção é dada pela perpendicularidade entre as direções do empuxo e da velocidade *airspeed*. É importante ressaltar a utilização de vetores unitários para a descrição dos eixos do rotor. As equações abaixo descrevem como é gerada a matriz de rotação do referencial rotor para NED:

$$\mathbf{e}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.5)$$

$$\hat{\mathbf{T}}_{NED}^i = \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} \mathbf{R}_{prop,i \rightarrow body} \mathbf{e}_3 \quad (2.6)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^S = \frac{\hat{\mathbf{T}}_{NED}^i \times \hat{\mathbf{V}}_{air}}{\|\hat{\mathbf{T}}_{NED}^i \times \hat{\mathbf{V}}_{air}\|} \quad (2.7)$$

$$\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^H = \frac{\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^S \times \hat{\mathbf{T}}_{NED}^i}{\|\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^S \times \hat{\mathbf{T}}_{NED}^i\|} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{R}_{prop_i \rightarrow NED} = \left[\hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^H, \hat{\mathbf{F}}_{i,NED}^S, \hat{\mathbf{T}}_{NED}^i \right] \quad (2.9)$$

2.3 Modelo Dinâmico de um quadrirotor

O modelo da dinâmica do movimento do quadrirotor deste trabalho será construído inicialmente com algumas hipóteses:

- **Terra plana:** A rotação e a curvatura da Terra são negligenciadas, dado que o quadrirotor voa não mais que alguns quilômetros e com uma curta duração. Além disso, considera-se que o drone não voa a grandes altitudes, portanto a aceleração da gravidade será considerada constante em qualquer ponto do espaço trabalhado.
- **Sólidos indeformáveis:** Assume-se que cada componente do quadrirotor é idealmente rígido. Isto significa que as coordenadas de um vetor que liga dois pontos de um mesmo sólido são: invariantes em qualquer base ligada a este sólido (ROUSSEAU, 2019).

- **Propriedades físicas e geométricas do quadrirotor constantes:** A massa e os momentos de inércia são considerados constantes durante o voo. O centro geométrico/centroide e o centro de gravidade (CG) estão na mesma posição do quadrirotor. As hélices 1 e 3 giram no sentido anti-horário (CCW) e as hélices 2 e 4 giram no sentido horário (CW), como mostrado na Figura 11.

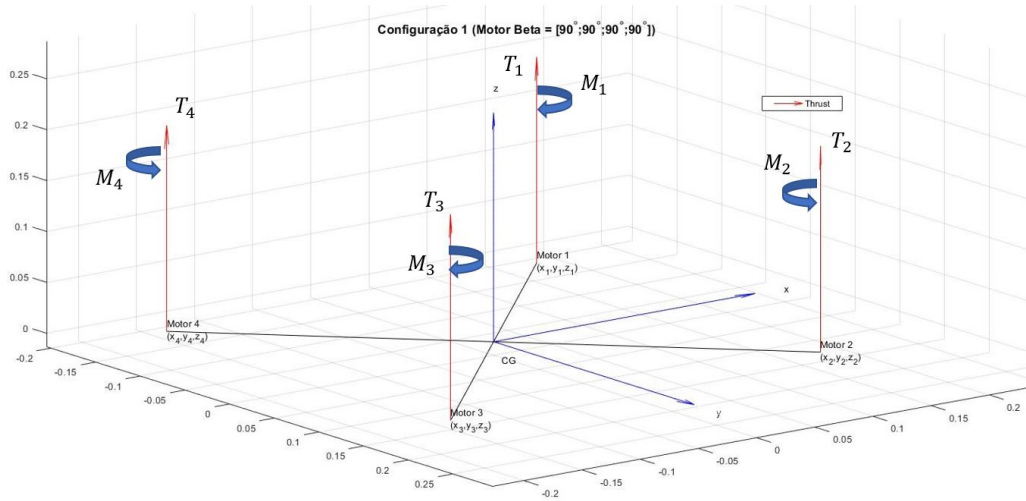


Figura 11 – Forças e momentos gerados pelo sistema propulsivo de um quadrirotor.

Neste trabalho não será apresentada a derivação completa das equações utilizando o formalismo de Euler-Lagrange, a derivação pode ser encontrada em (BOUABDALLAH, 2007). Tomić (2018) define as equações de movimento em relação ao centro de gravidade da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 m\ddot{\mathbf{r}} &= mg \mathbf{e}_3 + \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} (\mathbf{f} + \mathbf{f}_e) \\
 \mathcal{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \mathcal{S}(\mathcal{J}\boldsymbol{\omega})\boldsymbol{\omega} + \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} (\boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_e) \\
 \dot{\mathbf{R}}_{body \rightarrow NED} &= \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} \mathcal{S}(\boldsymbol{\omega})
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

onde m é massa do drone, $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ é a posição no referencial NED , \mathbf{R} é a matriz de rotação do referencial $body$ para o NED , \mathcal{J} é matriz de momentos de inércia, $\mathcal{S}(\cdot)$ é operação de matriz antissimétrica ($A^T = -A$), g é a aceleração da gravidade, $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular do corpo, \mathbf{f} e $\boldsymbol{\tau}$ são as forças e os momentos do sistema propulsivo no referencial corpo, \mathbf{f}_e e $\boldsymbol{\tau}_e$ são as forças e os momentos externos no referencial corpo e \mathbf{e}_3 é vetor unitário no eixo z (equação 2.5). A Figura 12 mostra o diagrama de corpo livre de um quadrirotor.

Tomić et al. (2020) define as forças e momentos externos (\mathbf{f}_e e $\boldsymbol{\tau}_e$) como sendo a soma das forças e momentos: aerodinâmicos (arrasto, sustentação e momentos adicionais

gerados pelo corpo do drone e hélices); de Interações físicas (colisões e contatos); e de Falhas (*Fault Detection*).

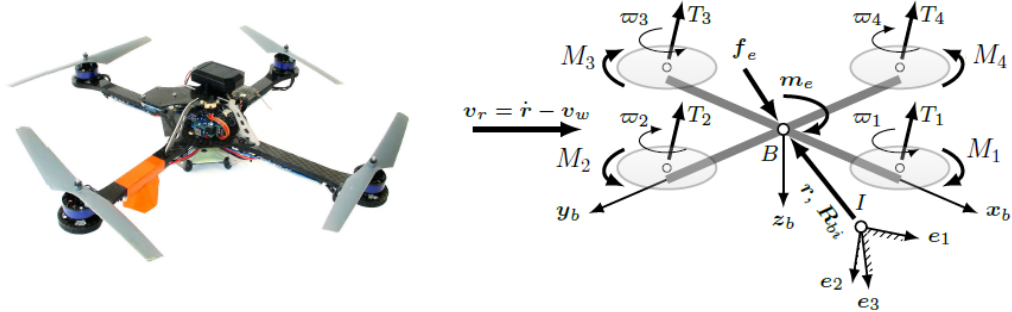


Figura 12 – Diagrama de corpo livre de um quadricóptero. Adaptado de Tomić (2018).

2.3.1 Modelo para um quadricóptero incluindo a inclinação dos motores

O modelo dinâmico de um quadricóptero incluindo a inclinação dos motores é baseado na equação 2.10, primeiramente será detalhado as forças e momentos do sistema propulsivo de forma geral. Considerando que:

- x_i , y_i e z_i as coordenadas cartesianas do motor $n^{\circ}i$ no referencial *body*;
- α_i e β_i os ângulos referentes a orientação do eixo de rotação do motor $n^{\circ}i$. Os ângulos α_i são os ângulos em torno do eixo vertical em relação a direção x e orientados seguindo o sentido do eixo Z (ambos no referencial *body*).
- m a massa do drone e \mathcal{J} a matriz de momentos de inércia;
- \mathbf{T}_i e \mathbf{M}_i as forças e os momentos gerados pelo motor $n^{\circ}i$ (no referencial motor $n^{\circ}i$);
- T_i^x , T_i^y e T_i^z são as componentes de \mathbf{T}_i no referencial *body*;
- M_i^x , M_i^y e M_i^z são as componentes de \mathbf{M}_i no referencial *body*.
- F_i^H , F_i^S e F_i^Y são as componentes de \mathbf{T}_i no referencial *rotor*.
- M_i^R , M_i^P e M_i^Q são as componentes de \mathbf{M}_i no referencial *rotor*.

$$\begin{bmatrix} T_i^x \\ T_i^y \\ T_i^z \end{bmatrix}_{body} = \mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} \mathbf{T}_i = \mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} \begin{bmatrix} F_i^H \\ F_i^S \\ F_i^T \end{bmatrix}_{prop_i} \quad (2.11)$$

$$\begin{cases} T_i^x = \sin \beta_i \cos \alpha_i F_i^H - \sin \alpha_i F_i^S + \cos \beta_i \cos \alpha_i F_i^T \\ T_i^y = \sin \beta_i \sin \alpha_i F_i^H - \cos \alpha_i F_i^S + \cos \beta_i \sin \alpha_i F_i^T \\ T_i^z = -\cos \beta_i F_i^H + \sin \beta_i F_i^T \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\begin{cases} T_x = \sum_{i=1}^4 T_i^x \\ T_y = \sum_{i=1}^4 T_i^y \\ T_z = \sum_{i=1}^4 T_i^z \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} M_i^x \\ M_i^y \\ M_i^z \end{bmatrix}_{body} = \mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} \mathbf{M}_i = \mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} \begin{bmatrix} M_i^R \\ M_i^P \\ M_i^Q \end{bmatrix}_{prop_i} \quad (2.14)$$

$$\begin{cases} M_i^x = \sin \beta_i \cos \alpha_i M_i^R - \sin \alpha_i M_i^P + \cos \beta_i \cos \alpha_i M_i^Q \\ M_i^y = \sin \beta_i \sin \alpha_i M_i^R - \cos \alpha_i M_i^P + \cos \beta_i \sin \alpha_i M_i^Q \\ M_i^z = -\cos \beta_i M_i^R + \sin \beta_i M_i^Q \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\begin{cases} M_x = \sum_{i=1}^4 M_i^x \\ M_y = \sum_{i=1}^4 M_i^y \\ M_z = \sum_{i=1}^4 M_i^z \end{cases} \quad (2.16)$$

2.3.1.1 Equações do Movimento Translacional

As equações do movimento translacional do quadritotor são derivadas da segunda lei de Newton no referencial NED:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}_{body} \quad (2.17)$$

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix}_{NED} = \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} \mathbf{f}_{3 \times 1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}_{NED} \quad (2.18)$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = \cos \theta \cos \psi T_x + (-\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) T_y + (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) T_z \\ m\ddot{y} = \cos \theta \sin \psi T_x + (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) T_y + (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) T_z \\ m\ddot{z} = -mg - \sin \theta T_x + \sin \phi \cos \theta T_y + \cos \phi \cos \theta T_z \end{cases} \quad (2.19)$$

2.3.1.2 Equações do Movimento Rotacional

As equações do movimento rotacional do quadritotor no referencial NED são derivadas do método de Newton-Euler para o movimento rotacional:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}_{body} + \sum_{i=1}^4 \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} T_i^x \\ T_i^y \\ T_i^z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x + \sum_{i=1}^4 (y_i T_i^z - z_i T_i^y) \\ M_y + \sum_{i=1}^4 (z_i T_i^x - x_i T_i^z) \\ M_z + \sum_{i=1}^4 (x_i T_i^y - y_i T_i^x) \end{bmatrix}_{body} \quad (2.20)$$

$$\mathcal{J}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

$$\mathcal{J}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \mathcal{J}_{3 \times 3} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_r \Omega_r \end{bmatrix} + \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} \boldsymbol{\tau}_{3 \times 1} \quad (2.22)$$

onde Ω_r ($\Omega_r = -\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4$) é a velocidade de rotação relativa dos rotores.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{xx} \ddot{\phi} = \dot{\theta} \dot{\psi} (I_{yy} - I_{zz}) + J_r \dot{\theta} \Omega_r + \cos \theta \cos \psi \boldsymbol{\tau}_x + (-\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) \boldsymbol{\tau}_y \\ \quad + (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) \boldsymbol{\tau}_z \\ I_{yy} \ddot{\theta} = \dot{\phi} \dot{\psi} (I_{zz} - I_{xx}) - J_r \dot{\phi} \Omega_r + \cos \theta \sin \psi \boldsymbol{\tau}_x + (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) \boldsymbol{\tau}_y \\ \quad + (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) \boldsymbol{\tau}_z \\ I_{zz} \ddot{\psi} = \dot{\theta} \dot{\phi} (I_{xx} - I_{yy}) - \sin \theta \boldsymbol{\tau}_x + \sin \phi \cos \theta \boldsymbol{\tau}_y + \cos \phi \cos \theta \boldsymbol{\tau}_z \end{array} \right. \quad (2.23)$$

onde $\boldsymbol{\tau}_x$, $\boldsymbol{\tau}_y$ e $\boldsymbol{\tau}_z$ são as componentes de $\boldsymbol{\tau}$ no referencial *body*.

2.4 Modelo do Sistema Propulsivo

2.4.1 Modelo Estático

Considerando o modelo do empuxo e do momento gerados pelos motores proporcional o quadrado da velocidade de rotação dos motores, tem-se:

$$T_i = K_{F,i} \Omega_i^2 \quad (2.24)$$

$$M_i = K_{M,i} \Omega_i^2 \quad (2.25)$$

Considerando um motor inclinado genérico, é possível transformar o empuxo e momento gerados no referencial rotor para o referencial corpo utilizando $\mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body}$.

É importante ressaltar que o modelo estático do sistema propulsivo utilizado considera apenas uma força e um momento gerados por cada rotor.

$$\mathbf{T}_{i,body} = \mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} \begin{bmatrix} 0 & 0 & T_i \end{bmatrix}^T \quad (2.26)$$

$$\mathbf{M}_{i,body} = \mathbf{R}_{prop_i \rightarrow body} \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_i \end{bmatrix}^T \quad (2.27)$$

Em seguida decompondo em cada um dos eixos, tem-se:

$$\begin{cases} T_x = \sum_{i=1}^4 \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} \Omega_i^2 \\ T_y = \sum_{i=1}^4 \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} \Omega_i^2 \\ T_z = \sum_{i=1}^4 \sin \beta_i K_{F,i} \Omega_i^2 \end{cases} \quad (2.28)$$

$$\begin{cases} M_x = \sum_{i=1}^4 \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{M,i} \Omega_i^2 \\ M_y = \sum_{i=1}^4 \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{M,i} \Omega_i^2 \\ M_z = \sum_{i=1}^4 \sin \beta_i K_{M,i} \Omega_i^2 \end{cases} \quad (2.29)$$

Logo, as forças e os momentos gerado pelo sistema propulsivo utilizando o modelo estático são:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix}_{body} \quad (2.30)$$

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_i M_x + \sum_{i=1}^4 (y_i T_i \sin \beta_i - z_i T_i \cos \beta_i \sin \alpha_i) \\ \boldsymbol{\delta}_i M_y + \sum_{i=1}^4 (z_i T_i \cos \beta_i \cos \alpha_i - x_i T_i \sin \beta_i) \\ \boldsymbol{\delta}_i M_z + \sum_{i=1}^4 (x_i T_i \cos \beta_i \sin \alpha_i - y_i T_i \cos \beta_i \cos \alpha_i) \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

onde $\boldsymbol{\delta} = [-1; 1; -1; 1]$ representa o sentido de rotação dos motores (horário e anti-horário).

2.4.2 Modelo em função de *airspeed* e do ângulo de ataque (AOA)

Considerando o modelo do sistema propulsivo em função da velocidade *airspeed*, do ângulo de ataque e da velocidade de rotação dos motores.

Forças e momentos do sistema propulsivo (no referencial motor):

$$\mathbf{f}_{prop,i} = \begin{bmatrix} F_{H,i} (V_{air}, AoA_i, \Omega_i) \\ F_{S,i} (V_{air}, AoA_i, \Omega_i) \\ T_i (V_{air}, AoA_i, \Omega_i) \end{bmatrix}_{rotor_i} \quad (2.32)$$

$$\mathbf{m}_{prop,i} = \begin{bmatrix} M_{R,i} (V_{air}, AoA_i, \Omega_i) \\ M_{P,i} (V_{air}, AoA_i, \Omega_i) \\ M_{Q,i} (V_{air}, AoA_i, \Omega_i) \end{bmatrix}_{rotor_i} \quad (2.33)$$

Forças e momentos do sistema propulsivo (no referencial NED):

$$\mathbf{f}_{prop,i}^{NED} = \mathbf{R}_{prop,i \rightarrow NED} \mathbf{f}_{prop,i} \quad (2.34)$$

$\delta_{prop,i}$ é a matriz dos sentidos de rotação dos motores que será diferente/oposto para os motores que giram no sentido horário e anti-horário.

$$\delta_{prop,i} = \begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & CCW\ motor \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & CW\ motor \end{cases} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{A}r_{prop_i \rightarrow body} = \begin{bmatrix} (\mathbf{r}_{k,i} \times \mathbf{R}_{prop,i \rightarrow body} \mathbf{e}_1)^T \\ (\mathbf{r}_{k,i} \times \mathbf{R}_{prop,i \rightarrow body} \mathbf{e}_2)^T \\ (\mathbf{r}_{k,i} \times \mathbf{R}_{prop,i \rightarrow body} \mathbf{e}_3)^T \end{bmatrix}^T \quad (2.36)$$

onde $\mathbf{A}r_{prop_i \rightarrow body}$ matriz de torques gerados pelas forças do rotor e as distâncias rotor-CG, e $\mathbf{r}_{k,i}$ é a posição do rotor $n^\circ i$ em relação ao centro de gravidade no referencial corpo.

$$\boldsymbol{\tau}_{prop,i}^{NED} = \mathbf{R}_{prop,i \rightarrow NED} \delta_{prop,i} \mathbf{m}_{prop,i} + \mathbf{R}_{body \rightarrow NED} \mathbf{A}r_{prop_i \rightarrow body} \mathbf{f}_{prop,i} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{f}_{prop}^{NED} = \sum_{i=1}^N \mathbf{f}_{prop,i}^{NED} \quad (2.38)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{prop}^{NED} = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\tau}_{prop,i}^{NED} \quad (2.39)$$

Forças e momentos aerodinâmicos do corpo do drone (no referencial NED):

$$\mathbf{f}_{\text{drone body}}^{NED} = \mathbf{R}_{\text{body} \rightarrow \text{NED}} \begin{bmatrix} F_x(V_{air}, AoA) \\ F_y(V_{air}, AoA) \\ F_z(V_{air}, AoA) \end{bmatrix}_{\text{body}} \quad (2.40)$$

$$\mathbf{m}_{\text{drone body}}^{NED} = \mathbf{R}_{\text{body} \rightarrow \text{NED}} \begin{bmatrix} M_x(V_{air}, AoA) \\ M_y(V_{air}, AoA) \\ M_z(V_{air}, AoA) \end{bmatrix}_{\text{body}} \quad (2.41)$$

Acelerações Lineares:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = f_{prop,x}^{NED} + f_{\text{drone body},x}^{NED} \\ m\ddot{y} = f_{prop,y}^{NED} + f_{\text{drone body},y}^{NED} \\ m\ddot{z} = g + f_{prop,z}^{NED} + f_{\text{drone body},z}^{NED} \end{cases} \quad (2.42)$$

Acelerações Angulares:

$$\begin{cases} I_{xx} \ddot{\phi} = \tau_{prop,x}^{NED} + m_{\text{drone body},x}^{NED} - J_r \dot{\theta} \Omega_r + I_{yy} \dot{\psi} \dot{\theta} - I_{zz} \dot{\theta} \dot{\psi} \\ I_{yy} \ddot{\theta} = \tau_{prop,y}^{NED} + m_{\text{drone body},y}^{NED} + J_r \dot{\phi} \Omega_r + I_{zz} \dot{\phi} \dot{\psi} - I_{xx} \dot{\psi} \dot{\phi} \\ I_{zz} \ddot{\psi} = \tau_{prop,z}^{NED} + m_{\text{drone body},z}^{NED} + I_{xx} \dot{\theta} \dot{\phi} - I_{yy} \dot{\phi} \dot{\theta} \end{cases} \quad (2.43)$$

2.4.3 Medição experimental para identificação de uma hélice

2.4.3.1 Teste estático

Para determinar os parâmetros do motor, os coeficientes de empuxo e de torque, uma série de testes são feitos em uma bancada de teste para motor estático. (HOFFMANN et al., 2007) detalha os equipamentos e procedimentos para a realização deste teste. A Figura 13 mostra um exemplo de instalação experimental, esta foi desenvolvida no trabalho com identificação de parâmetros de Bangura e Mahony (2012). Além dos coeficientes de empuxo e torque que são utilizados no modelo estático do sistema propulsivo (equações 2.24 e 2.25), a potência mecânica gerada e a potência elétrica são analisadas a fim de identificar o consumo do motor em estudo.

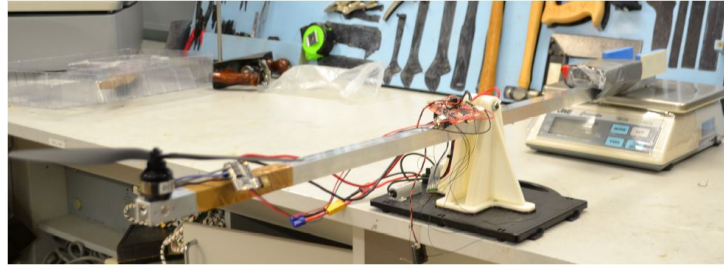


Figura 13 – Bancada experimental de um motor em teste estático (BANGURA; MAHONY, 2012).

A Figura 14 mostra um exemplo de resultado encontrado em um teste de motor estático, sendo (a) o empuxo em função da velocidade de rotação e (b) uma relação entre o empuxo e o torque gerados. Em (a) observa-se a relação do empuxo proporcional ao quadrado da velocidade de rotação, gerando, portanto, uma curva quadrática.

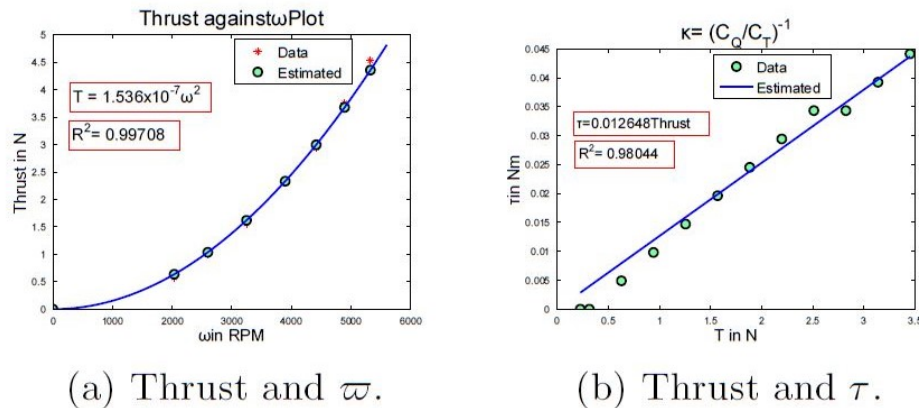


Figura 14 – Exemplo de resultados do motor em teste estático (BANGURA; MAHONY, 2012).

2.4.3.2 Teste em túnel de vento

Na prática, as hélices geram forças e momentos nos 3 eixos, como mostrado na seção 2.4.2. Além disso, a performance da hélice depende velocidade de rotação da hélice, do vento incidente sob a hélice, do ângulo de ataque entre a hélice e o vento incidente e outros fatores e fenômenos que serão explicados na seção 2.6.

Muitos trabalhos da literatura colocam as forças dos momentos das hélices em função das 3 variáveis citadas acima, é mostrado que a construção de um modelo aerodinâmico das hélices pode ser feita utilizando testes experimentais de hélices em túnel de vento. Trabalhos como (GILL; D'ANDREA, 2019) e (THEYS et al., 2016) detalham a bancada e os procedimentos experimentais para este tipo de teste. GILL; D'ANDREA utilizaram uma bancada em túnel de vento composto por: -rotor com uma célula de carga capaz de medir os 6 graus de liberdade; -e uma placa com servomotor que gira em torno do eixo vertical para testar vários diferentes ângulos de ataque (AOA) (Figura 15).

Neste trabalho, o modelo da hélice com influência do vento será criado utilizando a base de dados obtidos no trabalho de [Gill e D'andrea \(2019\)](#).

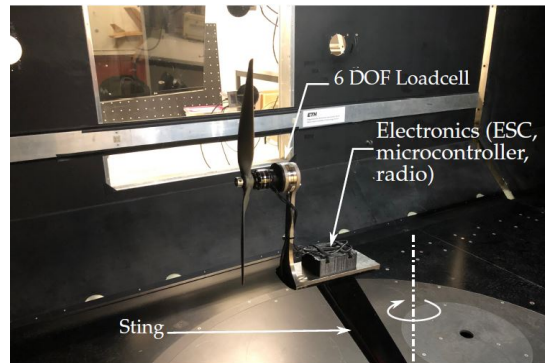


Figura 15 – Bancada experimental de um motor em túnel de vento ([GILL; D'ANDREA, 2019](#)).

2.4.4 Métodos Numéricos - *Blade Element Momentum Theory* (BEMT)

Em livros de aerodinâmica de helicópteros, como ([SEDDON; NEWMAN, 2011](#)) e ([LEISHMAN, 2006](#)), o método chamado de *Blade Element Momentum Theory* é apresentado como um método/teoria de prever e analisar o desempenho de uma hélice. A BEMT consiste em uma combinação da teoria do elemento de pá (*Blade Element Theory*) e a teoria do momento.

Neste método, a hélice é dividida em um número de seções independentes ao longo do comprimento. Cada seção possui um perfil aerodinâmico que gera sustentação, arrasto que são decompostos em empuxo e geração de torque ([AULD; SRINIVAS, 2006](#)). Além do balanço de forças, o balanço de momento axial e angular são aplicados. Isto produz um conjunto de equações que podem ser resolvidas por iteração para cada seção de pá. Os valores de empuxo e torque gerados por cada seção podem ser somados para gerar as resultantes, e então sendo utilizados para prever o desempenho geral da hélice.

Para exemplificação, uma pá de hélice pode ser subdividida em um número discreto de seções, como mostrado na Figura 16. Observa-se igualmente as forças resultantes e vetores de velocidade para um perfil.

A BEMT é uma teoria feita para o cálculo bidimensional, possibilitando, portanto, calcular as forças e momentos nos eixos vertical e horizontal da hélice para uma dada combinação de velocidade de rotação (Ω), velocidade relativa e um ângulo de ataque. [Gill e D'andrea \(2019\)](#) mostram em resultados experimentais que a força lateral, não calculada pela BEMT, é negligenciada pois é cerca de 100 vezes menor que a força de empuxo. Logo, para uma análise e um design preliminar de um quadrirotor, o método da BEMT pode ser utilizado caso implementado numericamente.

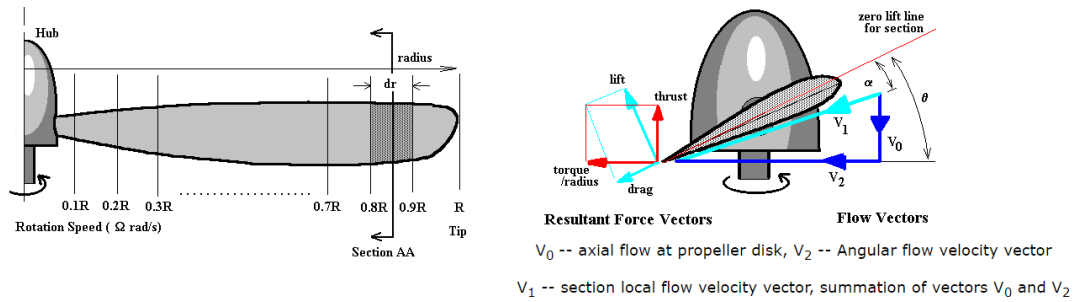


Figura 16 – *Blade Element model*/Elemento de pá - Vista global da pá (Esquerda), Vista ao longo do eixo da pá com o diagrama de forças e velocidades (Direita) (AULD; SRINIVAS, 2006).

Trabalhos como (KHAN; NAHON, 2015) e (THEYS et al., 2016) realizaram uma abordagem numérica, utilizando a BEMT, para uma hélice sob um vento oblíquo. Para a validação, os trabalhos utilizaram os testes experimentais em túnel de vento.

2.4.5 Método de Krigagem

Krigagem, também chamado de modelagem espacial, é um método de regressão que tem sido utilizado em algoritmos de otimização devido às suas vantagens na modelagem de superfícies não lineares (KLEIJNEN, 2009). Um exemplo de modelo em superfície é mostrado na Figura 17.

Martin e Simpson (2005) explica a forma matemática de um modelo de krigagem como sendo:

A forma matemática de um modelo de krigagem é dividida duas partes, a primeira parte é uma regressão linear dos dados com regressores modelando o *drift* da média do processo, também chamada de tendência, sobre o domínio. A segunda parte modela a falta sistemática de ajuste ou desvios do modelo linear, que puxa a superfície de resposta através dos dados ponderando a correlação de pontos próximos (MARTIN; SIMPSON, 2005).

O método de Krigagem foi utilizado para a criação do modelo do sistema propulsivo, modelo este em função de 3 entradas (V_{air} , AoA , Ω). Foi feito um modelo para cada componente de força e de momento, totalizando 6 modelos.

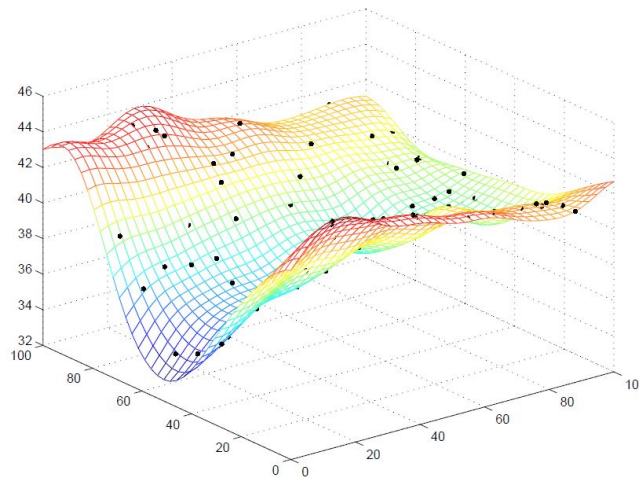


Figura 17 – Exemplo de superfície utilizando o método de Krigagem para predição em função de duas entradas (LOPHAVEN; NIELSEN; SONDERGAARD, 2002).

Utilizou-se a *toolbox* DACE (Design and Analysis of Computer Experiments), que é uma *toolbox* feita no *MATLAB* para trabalhar com aproximações de krigagem para modelos computacionais.

Para este trabalho foram utilizados: Modelo de regressão quadrática; e a Correlação Gaussiana. Os diferentes modelos de regressão e correlações disponíveis na *Toolbox* DACE podem ser encontradas em (LOPHAVEN; NIELSEN; SONDERGAARD, 2002). Para uma descrição matemática do método de krigagem, o trabalho de Martin e Simpson (2005) pode ser consultado.

2.5 Modelo do Motor

Um quadrirotor genérico possui 4 rotores, cada um sendo a combinação de um par motor e hélice. O tipo de motor mais utilizado para quadrirotores é o *Brush-Less Direct Current* (BLDC), devido às suas boas características e desempenho quando comparados com motores DC escovados/*brushed*. Além disso, os motores BLDC fornecem um *feedback* sobre a posição dos polos do motor e, portanto, a velocidade de rotação do sistema motor-rotor (BANGURA, 2017).

Na literatura de simuladores de quadrirotores, a dinâmica do rotor é geralmente identificada e validada utilizando dados experimentais do rotor estático e a *Toolbox Identification* do *MATLAB*. Um exemplo do resultado deste teste é mostrado na Figura 18.

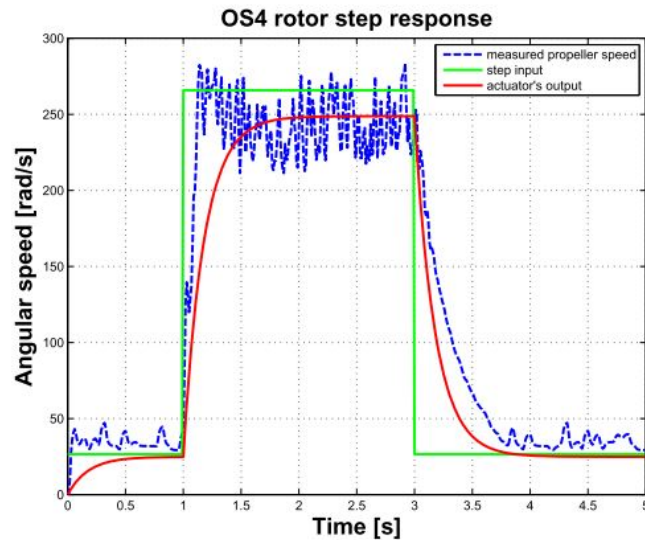


Figura 18 – Exemplo de uma resposta ao degrau para um rotor (com um motor BLDC) e modelo (BOUABDALLAH, 2007).

O objetivo é reproduzir a dinâmica entre a velocidade de rotação das hélices desejada e a velocidade verdadeira gerada. Um modelo de primeira ordem é normalmente utilizado:

$$G(s) = \frac{\text{Velocidade verdadeira do rotor}}{\text{Velocidade do rotor comandada}} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (2.44)$$

Onde τ é a constante de tempo que depende da resposta do rotor e da inércia da hélice.

2.6 Fenômenos adicionais

Na maioria das literaturas encontrada sobre drone quadrirotores, a aerodinâmica mais aprofundada dos hélices é praticamente não abordada e não descrita, dado tanto aos efeitos aerodinâmicos difíceis de serem modelados, como adicionar tais efeitos aumenta a complexidade do modelo embarcado. Dentre estes efeitos, a geração de forças e momentos em um voo induzido será implementada no modelo deste trabalho.

O objetivo desta seção é apresentar brevemente alguns dos efeitos físicos, sobretudo aerodinâmicos, que podem ser identificados no voo real de um drone. Os efeitos descritos são inspirados e são detalhados no trabalho de (ROUSSEAU, 2019), já para uma teoria detalhada de modelos de aerodinâmica de helicópteros e multicópteros, pode-se consultar: (BANGURA, 2017) e (LEISHMAN, 2006).

- **Peso dos rotores:** A ação da gravidade sobre os conjunto hélice-motor gera uma força peso no centro de gravidade dos rotores, além disso a massa desse conjunto também

gerará um momento em relação ao centro de gravidade do corpo do drone. O peso dos rotores normalmente é adicionado a massa total do drone, já os momentos gerados por essa força peso para um caso de um drone simétrico são compensadas entre cada motor.

- **Reação do ar sobre os rotores:** As hélices possuem uma grande influência dado uma velocidade do ar, em geral para uma hélice com 2 lâminas as forças geradas por cada uma das lâminas podem ser diferentes dado diferentes fatores. Alguns desses fatores são: -a inclinação das lâminas, -a densidade do ar; - velocidade do vento; - e o ângulo das hélices em relação ao vento. Na literatura de controle de quadrirotores, um modelo estático é utilizado para a força de empuxo e torque gerado pelos motores, este modelo é proporcional ao quadrado da velocidade de rotação dos rotores, como mostrado nas equações 2.24 e 2.25. A Figura 19 mostra as forças e momentos gerados pelos efeitos aerodinâmicos em cada uma das pás da hélice.

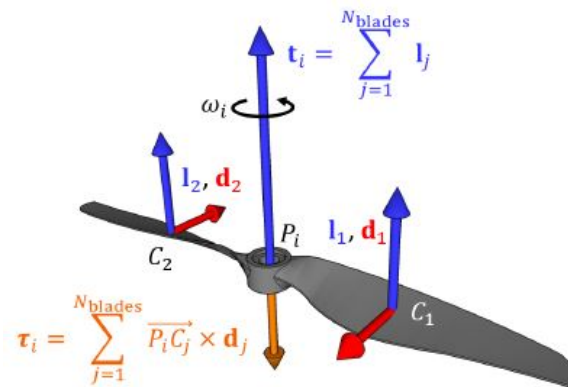


Figura 19 – Soma das forças (sustentação e arrasto) e dos momentos gerados pela hélice (ROUSSEAU, 2019).

- **Diferença de sustentação e arrasto em cada pá da hélice:** Essa diferença de sustentação e arrasto pode ser notada quando existe a presença de um vento ou uma velocidade do drone. Por exemplo, para uma velocidade lateral relativa ao drone que é não nula, a pá avançante (que se move a montante) tem uma velocidade de ar maior do que a pá recuante (que se move a jusante) (ROUSSEAU, 2019).

Isso resultará em uma sustentação e um arrasto que serão maiores na pá avançante do que na pá recuante. Como consequência, a diferença de sustentação induz a geração de um torque (mostrada na Figura 20 à esquerda), dado pelo braço de alavanca entre cada pá e o CG da hélice.

Além disso, a resultante de arrasto de cada pá também não é compensada, e a soma de cada um destes arrasto adiciona uma componente lateral para o empuxo (mostrada na Figura 20 à direita) (ROUSSEAU, 2019).

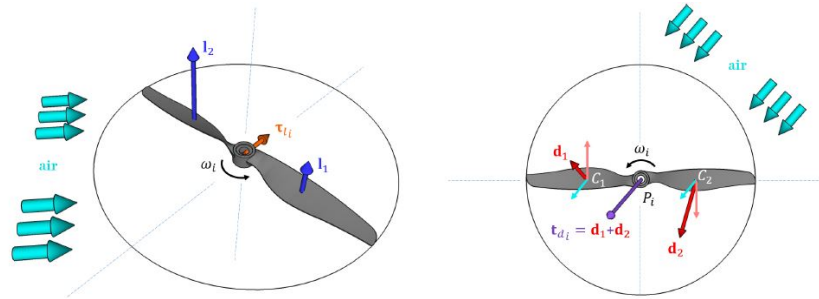


Figura 20 – Diferença de sustentação e arrasto entre cada pá de uma hélice (ROUSSEAU, 2019).

• **Batimento das Hélices/*Blade flapping***: Embora tenha sido assumido que todos os componentes do drone são rígidos (seção 2.3), na prática componentes com pequena espessura tendem a vibrar e se deformar, por exemplo as hélices se deformam devido as forças aerodinâmicas. A deformação das hélices é chamada de batimento das hélices, este fenômeno acontece em hélices submetidas a movimentos de translação (BANGURA; MAHONY, 2012). Como explicado no item anterior, durante o movimento translacional, as pás das hélices têm sustentação e arrasto diferentes. Com a diferença de sustentação, a pá avançante sofre uma maior tensão mecânica e deforma mais do que a pá recuante. Devido à alta velocidade de rotação do rotor, este sofre um torque giroscópico em resposta a tensão mecânica, que tende a inclinar o rotor para trás, mudando conseqüentemente a direção do vetor empuxo (ROUSSEAU, 2019). A Figura 21 ilustra o fenômeno de batimento das hélices, Rousseau (2019) explicita que para uma melhor ilustração do fenômeno, a deformação mostrada na figura é exagerada.

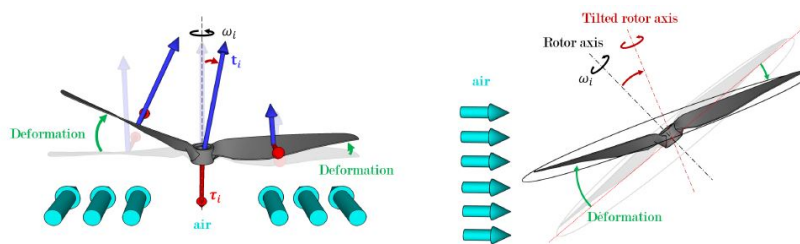


Figura 21 – Fenômeno do *Blade Flapping* (ROUSSEAU, 2019).

Trabalhos como (MAHONY; KUMAR; CORKE, 2012) e (HOFFMANN et al., 2007) abordam a temática de *Blade Flapping* e arrasto induzido gerado pelas hélices. O trabalho de (BANGURA; MAHONY, 2012) desenvolve a modelização deste fenômeno para quadrirotores, além de implementar e validar este modelo ao sistema de equações da dinâmica do voo do drone.

• **Turbulência**: O fluxo de ar perto dos rotores é turbulento e contém vórtices, que propagar-se no fluxo da hélice. Os vórtices são em parte gerados devido à diferença

de pressão entre o intradorso e o extradorso da pá (SEDDON; NEWMAN, 2011). A turbulência tem um impacto sobre o empuxo da hélice e estão ligados aos outros fenômenos, como por exemplo o *Vortex Ring State* (VRS)/estol de vórtice.

O VRS acontece geralmente em um movimento de descida brusca após estar pairando. É definido como um estado em que fluxos de ar do rotor que vem de cima (montante) e o que vem de baixo (jusante) criam vórtices secundários, para uma dada velocidade do ar, levando um fluxo que se torna instável. Este fenômeno pode diminuir consideravelmente o empuxo, a tal ponto que o drone torna-se incapaz de compensar a gravidade (SEDDON; NEWMAN, 2011). O VRS é complexo a ser modelizado, logo na literatura de turbulência de quadrirotores é proposto como identificar e evitar que o drone entre no VRS. A Figura 22 representa um exemplo de um quadrirotor sob o efeito do VRS, com a adição dos vórtices de ponta das pás.

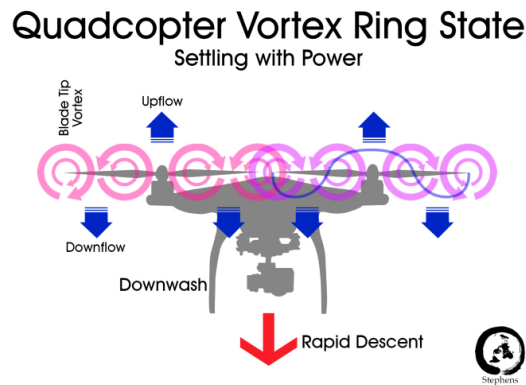


Figura 22 – Quadrirotor sob o efeito do *Vortex Ring State* (PLANNING, 2020).

- **Altitude:** Dado que a sustentação e o arrasto das pás são proporcionais à densidade do ar, o empuxo diminuirá com o aumento da altitude (diminuição da densidade). Embora um drone geralmente irá não subir alto o suficiente durante um voo para notar qualquer diferença significativa na densidade do ar, ainda assim significa que um drone se comportará de forma diferente quando decolar ao nível do mar ou a o topo de uma montanha (visto que a densidade do ar varia de acordo com altitude). Esta mudança da densidade local do ar poderia ser implementada na equação de empuxo, que seria multiplicada por uma densidade relativa (densidade do ar local/densidade do ar de referência).

- **Interação com o ambiente: Efeito Solo, etc.:** Existem diferentes tipos de interação com o ambiente que um drone pode sofrer, no entanto, nesse item será apresentado somente o chamado Efeito solo.

A velocidade induzida de um rotor, quando o drone está pairando, é consideravelmente influenciada pela proximidade do drone com o solo. Na superfície do solo, a velocidade descendente do fluxo é reduzida a zero e então o fluxo recircula na direção para cima. Isso faz uma mudança na diferença de pressão, resultando em uma velocidade

induzida menor. Na prática, o drone, quando próximo do solo, faz pequenos saltos ao invés de se manter estável. O fenômeno acontece pois o efeito solo gera uma sustentação adicional ao drone próximo ao solo. A Figura 23 ilustra o efeito Solo em quadrirotores. Na literatura existem trabalhos que lidaram com o efeito solo realizando compensações, exemplo mostrado no trabalho de (BERNARD et al., 2017).

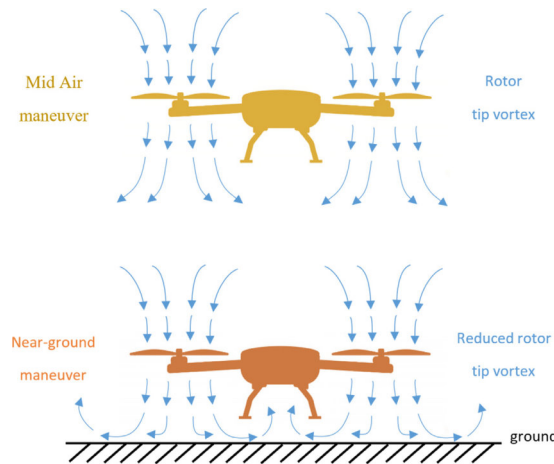


Figura 23 – Mudança dos vórtices devido ao efeito Solo em Quadrirotores (EMRAN; NAJJARAN, 2018).

2.7 Trabalhos Correlatos

Os trabalhos de (BELLOCCHIO et al., 2016), (RYLL; BÜLTHOFF; GIORDANO, 2012), (JUNAID et al., 2018), (BADR; MEHREZ; KABEEL, 2019) e (MOUTINHO; MATEOS; CUNHA, 2015) trabalharam com a modelização do sistema propulsivo com os motores inclinados, no entanto os modelos desenvolvidos são adaptados para os casos específicos de cada trabalho. Um dos objetivos desse TCC é trabalhar com um modelo genérico de motores inclinados e posições rotor-CG, focalizando igualmente na matriz de controle para este modelo.

Em (BANGURA; MAHONY, 2017) um modelo do sistema propulsivo é usado com sucesso para o projeto de controle de um quadrirotor. Os trabalhos da literatura que conseguiram implementar com sucesso alguns dos fenômenos (apresentados na seção 2.6) no modelo, através de modelos mais simples ou aproximados para construção de controle. (HUANG et al., 2009) mostra que implementação dos modelos mais completos levou a melhorias significativas nos controles de posição e de atitude.

No entanto, como comentado anteriormente, a implementação de um modelo mais preciso pode exigir grandes esforços na identificação dos numerosos parâmetros do modelo. Além disso, os modelos desenvolvidos geralmente são específicos para um determinado drone. Um ponto relevante para o caso de drones comerciais é o ciclo de vida de um drone,

que pode sofrer danos da estrutura, das hélices, componentes em geral, etc. (ROUSSEAU, 2019).

Uma alternativa abordada em algumas referências, como (TOMIĆ, 2018), é utilizar um modelo mais simplificado que é ajustado em tempo via um design adaptativo. TOMIĆ desenvolveu um sistema de identificação em tempo real, que leva em consideração igualmente, interações físicas com o ambiente e efeitos aerodinâmicos.

3 Técnicas de Controle Aplicado

3.1 Estabilidade

3.1.1 Estabilidade estática

Estabilidade é uma propriedade de um estado de equilíbrio. Para discutir a estabilidade, deve-se primeiro definir o que se entende por equilíbrio. Para um drone permanecer em equilíbrio ou *hovering*, a força resultante, bem como o momento resultante sobre o centro de gravidade devem ser ambos iguais a 0. Por outro lado, se as somas de forças e/ou momentos forem diferentes de 0, o drone estará sujeito a acelerações lineares e/ou angulares.

O conceito de estabilidade no estudo de controle é geralmente dividido em estabilidade estática e dinâmica. A estabilidade estática é a tendência inicial do veículo para retornar ao seu estado de equilíbrio após uma perturbação. A Figura 24 mostra um caso clássico para exemplificação de estabilidade estática, como mostrado em (NELSON, R. C., 1976).

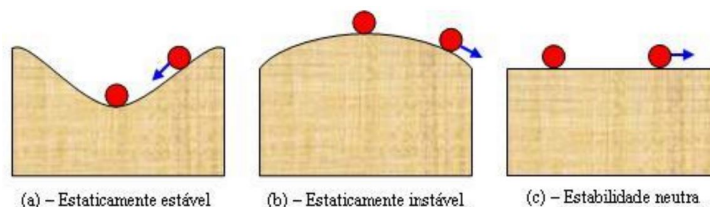


Figura 24 – Estabilidade estática (RODRIGUES, 2010).

No caso (a), pode-se perceber que após um distúrbio sofrido, a esfera tem a tendência natural de retornar a sua posição de equilíbrio, indicando claramente uma condição de estabilidade estática, para o caso (b), nota-se que após qualquer distúrbio sofrido, a esfera possui a tendência de se afastar cada vez mais de sua posição de equilíbrio, indicando assim uma condição de instabilidade estática e para o caso (c), a esfera após qualquer distúrbio sofrido atinge uma nova posição de equilíbrio e ali permanece indicando um sistema estaticamente neutro.

3.1.2 Estabilidade dinâmica

No estudo da estabilidade dinâmica, a análise é feita com a resposta no tempo do movimento do veículo depois de ser perturbado pelo seu ponto de equilíbrio. É importante notar que um veículo pode ser estaticamente estável, mas dinamicamente instável.

Estabilidade estática, portanto, não garante estabilidade dinâmica. No entanto, para que o veículo seja dinamicamente estável, ele deve ser estaticamente estável (NELSON, R. C., 1976).

3.2 Modelo em Espaço de Estados

A representação em espaço de estados é um modelo matemático de um sistema físico como um conjunto de variáveis de entrada, saída e estado relacionadas por equações diferenciais (OGATA, 2010).

O estado de um sistema dinâmico é o menor conjunto de variáveis (chamado variáveis de estado) cujo conhecendo estas variáveis em $t = t_0$, juntamente com a informação das entradas para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer momento $t \geq t_0$ (OGATA, 2010).

O estado do sistema pode ser representado como um vetor dentro desse espaço. A representação mais geral de um modelo em espaço de estados é descrita na seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x})\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estados, y é o vetor de saídas, \mathbf{u} é o vetor de controle/entradas; $\mathbf{f}(\cdot, \cdot)$ é função do sistema não linear e $\mathbf{h}(\cdot)$ é função de saídas.

Formular o modelo matemático descrito na seção 2.3 para o quadricóptero em um modelo de espaço de estado facilitará na etapa do projeto de controle.

Definindo o vetor de estados do quadricóptero como:

$$X = \left[\phi \quad \dot{\phi} \quad \theta \quad \dot{\theta} \quad \psi \quad \dot{\psi} \quad z \quad \dot{z} \quad x \quad \dot{x} \quad y \quad \dot{y} \right]^T\tag{3.2}$$

O vetor de estado define a posição do quadricóptero no espaço, os ângulos e as velocidades angulares e lineares.

Usando as equações do movimento translacional e do movimento rotacional (equações 2.19 e 2.22), o modelo matemático completo do quadricóptero pode ser escrito em uma

representação de espaço de estados da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{x}_1 = \dot{\phi} = x_2 \\
 \dot{x}_2 = \ddot{\phi} = \frac{1}{I_{xx}} (x_4 x_6 (I_{yy} - I_{zz}) - x_4 J_r \Omega_r + \cos x_3 \cos x_5 \boldsymbol{\tau}_x + (\sin x_1 \sin x_3 \cos x_5 \\
 \quad - \cos x_1 \sin x_5) \boldsymbol{\tau}_y + (\sin x_1 \sin x_5 + \cos x_1 \sin x_3 \cos x_5) \boldsymbol{\tau}_z) \\
 \dot{x}_3 = \dot{\theta} = x_4 \\
 \dot{x}_4 = \ddot{\theta} = \frac{1}{I_{yy}} (x_2 x_6 (I_{zz} - I_{xx}) + x_2 J_r \Omega_r + \cos x_3 \sin x_5 \boldsymbol{\tau}_x + (\sin x_1 \sin x_3 \sin x_5 \\
 \quad + \cos x_1 \cos x_5) \boldsymbol{\tau}_y + (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5) \boldsymbol{\tau}_z) \\
 \dot{x}_5 = \dot{\psi} = x_6 \\
 \dot{x}_6 = \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} (x_2 x_4 (I_{xx} - I_{yy}) - \sin x_3 \boldsymbol{\tau}_x + \sin x_1 \cos x_3 \boldsymbol{\tau}_y + \cos x_1 \cos x_3 \boldsymbol{\tau}_z) \\
 \dot{x}_7 = \dot{z} = x_8 \\
 \dot{x}_8 = \ddot{z} = -g + \frac{1}{m} (-\sin x_3 \mathbf{f}_x + \sin x_1 \cos x_3 \mathbf{f}_y + \cos x_1 \cos x_3 \mathbf{f}_z) \\
 \dot{x}_9 = \dot{x} = x_{10} \\
 \dot{x}_{10} = \ddot{x} = \frac{1}{m} (\cos x_3 \cos x_5 \mathbf{f}_x + (\sin x_1 \sin x_3 \cos x_5 - \cos x_1 \sin x_5) \mathbf{f}_y \\
 \quad + (\sin x_1 \sin x_5 + \cos x_1 \sin x_3 \cos x_5) \mathbf{f}_z) \\
 \dot{x}_{11} = \dot{y} = x_{12} \\
 \dot{x}_{12} = \ddot{y} = \frac{1}{m} (\cos x_3 \sin x_5 \mathbf{f}_x + (\sin x_1 \sin x_3 \sin x_5 + \cos x_1 \cos x_5) \mathbf{f}_y \\
 \quad + (\cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5) \mathbf{f}_z)
 \end{array} \right. \quad (3.3)$$

3.3 Conversão das entradas/comandos do usuário para as rotações motores

O objetivo desta etapa é detalhar o sistema de conversão entre os comandos gerados pelo controle (por exemplo: usuário com um controle) e aqueles que são enviados aos motores para a modelização da dinâmica do drone que considera as inclinações dos motores em relação o corpo do drone.

Neste trabalho, o controlador fornecerá comandos de acelerações lineares e angulares. Desta forma, o controlador será adaptado para diferentes quadrirotores com parâmetros diferentes.

A função que converte acelerações lineares e angulares em velocidades de rotação dos motores será gerada na etapa de inicialização, sabendo previamente os valores dos parâmetros geométricos e dinâmicos do quadrirotor. Considerando um caso de um modelo linear, o vetor de entradas de comandos poderia ser convertido em comando motores da

seguinte forma: $\mathbf{\Omega} = (\mathbf{BU})^{\circ\frac{1}{2}}$ (notação de Hadamard para a potência de cada um dos elementos), onde para o caso de um quadrirotor tem-se:

- Vetor de entradas: $\mathbf{U} = [U_1, U_2, U_3, U_4] \mid$ vetor 4x1 [m.s⁻², rad.s⁻², rad.s⁻², rad.s⁻²]
- Vetor velocidades de rotação dos motores: $\mathbf{\Omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4] \mid$ vetor 4x1[RPM]
- Matriz \mathbf{B} que representa a transformação das entradas \mathbf{U} (acelerações) em velocidade de rotação dos motores $\mathbf{\Omega} \mid$ Matriz 4x4 [rad.s⁻² · RPM⁻²]

Onde U_1 é os comando de altitude (aceleração no eixo z) e U_2, U_3 e U_4 são os respectivamente comandos em *roll*, *pitch* e *yaw*(Acelerações angulares nos eixos x,y e z).

A construção da matriz \mathbf{B} é feita utilizando as equações da dinâmica do drone, porém para uma parte da literatura considera-se o caso do perfeitamente simétrico nos eixos x e y (referencial *body*). Para a adaptação dessa matriz para um caso dos motores inclinados, é preciso realizar transformações nas equações apresentadas na seção 2.3. Considerando \mathbf{X} o vetor de estados reduzido do drone, tem-se que:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} u & v & w & p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (3.4)$$

Onde u, v e w são as velocidades do drone e p, q e r velocidades angulares no referencial body/corpo.

No caso de um quadrirotor, tem-se apenas 4 graus de liberdade. Como o interesse está no controle do empuxo (*Thrust*) do drone no eixo Z e dos ângulos de rolamento, arfagem e guinada (*roll*, *pitch* e *yaw*), pode-se definir um outro vetor de estado reduzido \mathbf{X}_R :

$$\mathbf{X}_R = \begin{bmatrix} w & p & q & r \end{bmatrix}^T \quad (3.5)$$

O objetivo é transformar o controlador de forma que ele possa gerar um vetor de comandos em aceleração no eixo Z e em acelerações angulares em todos os eixos, ou seja, uma forma de $\dot{\mathbf{X}}_R$

Supondo que o controlador gera de fato as referências de aceleração e de acelerações angulares $\dot{\mathbf{X}}_R$. Modelizando a dinâmica do drone como: $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{g}(\mathbf{U})$, onde \mathbf{f} é função a parte dinâmica do quadrirotor (dinâmica de rotação, arrasto, ...) e \mathbf{g} é a função de comando do drone. Considerando somente a função \mathbf{g} , as equações da dinâmica do drone fornecem diretamente uma relação entre as referências em aceleração e acelerações angulares $\dot{\mathbf{X}}_R$ e $\mathbf{\Omega}$:

$$\dot{\mathbf{X}}_R^{\text{ref}} = \mathbf{g}(\mathbf{\Omega}) \quad (3.6)$$

Em teoria, obtendo a função g , esta será capaz de transformar as referências de acelerações lineares e angulares em comandos do motor.

Uma das vantagens em gerar os comandos do tipo $\dot{\mathbf{X}}_R$ é obter um controlador que possa ser mais genérico, ou seja, um controlador que possa ser adaptado para diferentes tipos de drones. Outro ponto importante em gerar um comando $\dot{\mathbf{X}}_R$ é bastaria utilizar uma matriz/função dada pelas equações da dinâmica, sendo então possível desacoplar os diferentes comandos.

É importante ressaltar que para drones mais pesados ou grande, atingir uma dada referência de aceleração linear ou angular será mais complicado. Portanto é necessário ajustar os valores ganhos em função do tamanho/dimensões do drone.

Conhecendo os parâmetros geométricos (posição e orientação dos motores) e dinâmicos (momentos de inercia e massa) do drone, a função chamada g será construída de tal forma a obter o seguinte:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{g}^{-1}(\dot{\mathbf{X}}_R^{\text{ref}}) \quad (3.7)$$

A fim de gerar a função \mathbf{g}^{-1} , faz-se necessário a construção \mathbf{g} a partir das equações da dinâmica do drone.

Para um quadrirotor tem-se:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathcal{J}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \dot{\mathbf{X}}_{6 \times 1} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 T_i^x \\ \sum_{i=1}^4 T_i^y \\ \sum_{i=1}^4 T_i^z \\ \sum_{i=1}^4 M_i^x + y_i T_i^z - z_i T_i^y \\ \sum_{i=1}^4 M_i^y + z_i T_i^x - x_i T_i^z \\ \sum_{i=1}^4 M_i^z + x_i T_i^y - y_i T_i^x \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Onde \mathbf{f} representa a dinâmica autônoma do drone e \mathbf{I}_3 é a matriz identidade 3x3.

A equação 3.8 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} m\mathbf{I}_3 & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathcal{J}_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \dot{\mathbf{X}}_{6 \times 1} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) + \mathbf{B}_{6 \times 4} \mathbf{h}(\boldsymbol{\Omega})_{4 \times 1} \quad (3.9)$$

A função \mathbf{h} é definida da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \vdots \\ \Omega_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}(\boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \vdots \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

E os coeficientes da matriz $B_{6 \times 4}$, $\forall i \in [1 \dots 4]$:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_{1,i} = \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} \\ B_{2,i} = \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} \\ B_{3,i} = \sin \beta_i K_{F,i} \\ B_{4,i} = \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{M,i} + y_i \sin \beta_i K_{F,i} - z_i \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} \\ B_{5,i} = \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{M,i} + z_i \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} - x_i \sin \beta_i K_{F,i} \\ B_{6,i} = \sin \beta_i K_{M,i} + x_i \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} - y_i \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{F,i} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

Por instante, a prioridade será o controle do empuxo (*Thrust*) e dos ângulos de rolamento, arfagem e guinada. Logo, as duas primeiras linhas, referentes as acelerações no eixo x e y, não serão analisadas. Com essa consideração, a equação 3.9 pode ser escrita como:

$$\left[\begin{array}{cc} m & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathcal{J}_{3 \times 3} \end{array} \right]_{4 \times 4} \dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{R} \ 4 \times 1} = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{X}) + \tilde{\mathbf{B}}_{4 \times 4} \mathbf{h}(\boldsymbol{\Omega})_{4 \times 1} \quad (3.12)$$

A função $\tilde{\mathbf{f}}$ corresponde as 4 últimas linhas da função vetorial \mathbf{f} . A matriz $\tilde{\mathbf{B}}$ corresponde as 4 últimas linhas da matriz \mathbf{B} .

Finalmente, a função \mathbf{g} é definida como:

$$\mathbf{g} = \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{m} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathcal{J}_{3 \times 3}^{-1} \end{array} \right] \tilde{\mathbf{B}}_{4 \times 4} \mathbf{h}(\boldsymbol{\Omega})_{4 \times 1} \quad (3.13)$$

Logo, invertendo:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{g}^{-1} \left(\dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{R}}^{\text{ref}} \right) = \mathbf{h}^{-1} \left(\tilde{\mathbf{B}}^{-1} \left[\begin{array}{cc} m & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathcal{J}_{3 \times 3}^{-1} \end{array} \right] \dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{R}}^{\text{ref}} \right) \quad (3.14)$$

Desta forma, calculando as matrizes $\left[\begin{array}{cc} m & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathcal{J}_{3 \times 3} \end{array} \right]$ e $\tilde{\mathbf{B}}$ a partir dos parâmetros geométricos e dinâmicos do drone, então calcula-se a matriz $\tilde{\mathbf{B}}^{-1} \left[\begin{array}{cc} m & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathcal{J}_{3 \times 3} \end{array} \right]$.

Os comandos dos motores correspondem então as raízes quadradas dos elementos do vetor $\tilde{\mathbf{B}}^{-1} \left[\begin{array}{cc} m & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathcal{J}_{3 \times 3} \end{array} \right] \dot{\mathbf{X}}_{\mathbf{R}}^{\text{ref}}$

O vetor de entradas $\mathbf{U} = [U_1, U_2, U_3, U_4]$ | é definido como:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = \sum_{i=1}^4 \sin \beta_i K_{F,i} \Omega_i^2 \\ U_2 = \sum_{i=1}^4 \cos \alpha_i \cos \beta_i K_{M,i} \Omega_i^2 + (y_i \sin \beta_i - z_i \sin \alpha_i \cos \beta_i) K_{F,i} \Omega_i^2 \\ U_3 = \sum_{i=1}^4 \sin \alpha_i \cos \beta_i K_{M,i} \Omega_i^2 + (z_i \cos \alpha_i \cos \beta_i - x_i \sin \beta_i) K_{F,i} \Omega_i^2 \\ U_4 = \sum_{i=1}^4 \sin \beta_i K_{M,i} \Omega_i^2 + (x_i \sin \alpha_i \cos \beta_i - y_i \cos \alpha_i \cos \beta_i) K_{F,i} \Omega_i^2 \end{array} \right. \quad (3.15)$$

3.3.1 Modelo com o sistema propulsivo mais preciso/com influência do vento

Um sistema de conversão utilizando o sistema propulsivo que gera forças e momentos em função da velocidade *airspeed* (V_{air}), do ângulo de ataque (AOA) e da velocidade de rotação do rotor (Ω), a matriz de conversão se mostra mais complexa dado que ao invés de utilizar um modelo estático e com os parâmetros conhecidos antes do voo, faz-se necessário adaptar para que essa matriz seja em função de múltiplas variáveis (V_{air} , AOA_i , Ω_i). Haverá igualmente um trabalho para atualizar a matriz a cada iteração, a construção dessa matriz pode ser feito mas demanda um trabalho significativo em termos de descrever a função, seja ela analiticamente ou utilizando um método de krigagem.

Entradas U1, U2, U3, U4 para o sistema preciso:

$$U = [U_1 \quad U_2 \quad U_3 \quad U_4]^T \quad (3.16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = f_{prop,z}^{NED} = f(V_{air}, AoA_i, \Omega_1, \dots, \Omega_N) \\ U_2 = m_{prop,x}^{NED} = f(V_{air}, AoA_i, \Omega_1, \dots, \Omega_N) \\ U_3 = m_{prop,y}^{NED} = f(V_{air}, AoA_i, \Omega_1, \dots, \Omega_N) \\ U_4 = m_{prop,z}^{NED} = f(V_{air}, AoA_i, \Omega_1, \dots, \Omega_N) \end{array} \right. \quad (3.17)$$

Neste trabalho, a matriz de conversão apresentado na seção anterior, com os motores desalinhados, será utilizado para todos os testes realizados. Vale ressaltar que o método da construção da matriz de conversão será o mesmo, no entanto, as matrizes serão diferentes dada as respectivas mudanças dos parâmetros geométricos e físicos do quadricóptero (ângulos α e β dos motores, massa, etc.) para cada configuração diferente analisada.

3.4 Controlador PID

Um controlador é um componente projetado do sistema que modula a dinâmica de resposta intrínseca de entrada e saída do sistema. Em um controlador PID, a componente proporcional reduz ou amplifica um sinal de entrada, de forma a melhorar a maneira pela qual a realimentação irá direcionar um sistema a um valor desejado. A componente integral fortalece a correção de erros estáticos ao se mover em direção a valor desejado fixo. A componente derivativa antecipa como o valor desejado se move, fornecendo um resposta rápida do sistema a mudanças de condições (FRANK, 2018). Este controlador requer uma medição, uma realimentação do vetor de erro, e a integral de tempo e a derivada de tempo, como mostrado no diagrama de blocos da Figura 25.

Para este trabalho, foi utilizado o algoritmo do tipo paralelo,

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.18)$$

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \quad (3.19)$$

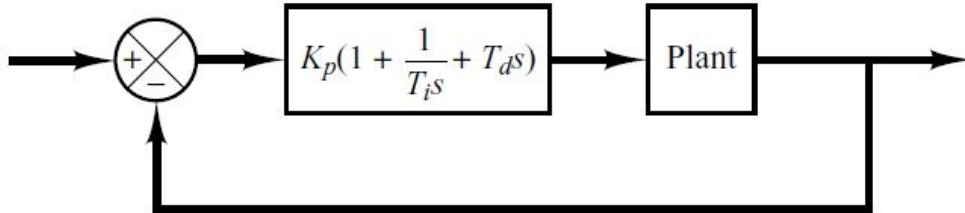


Figura 25 – Diagrama de blocos de uma planta e um controlador PID (OGATA, 2010).

O controlador PID ilustra como usar as ferramentas básicas de análise de controle e design, incluindo a análise em frequência da dinâmica do sistema. O controle PID possui, como outros controladores, a questão dos *tradeoffs* no design. Por exemplo, normalmente uma resposta mais rápida em direção valor desejado geralmente torna um sistema mais suscetível a perturbações e mais propenso a tornar-se instável (FRANK, 2018).

3.4.1 Alocação de polos

A presente técnica de projeto começa com uma determinação da malha fechada desejado com base nos critérios de respostas transiente e/ou resposta em frequência, como por exemplo o coeficiente de amortecimento e o máximo sobressinal.

Na abordagem usual de alocação de polos, para um sistema de controle de uma única entrada e uma única saída (*SISO - Single Input, Single Output*), o controlador é

projetado de tal forma que os polos dominantes da malha fechada tenha um coeficiente de amortecimento uma frequência natural não-amortecida desejados.

Primeiramente, é assumido que todas as variáveis de estado são mensuráveis e disponível para a realimentação. Ogata (2010) demonstra que se o sistema considerado é completamente estado controlável, então os pólos do sistema em malha fechada podem ser colocados em qualquer local desejado por meio de uma realimentação de estados através de uma matriz de ganho apropriada.

3.4.2 Controlador em Cascata

O quadricóptero como apresentado anteriormente é um sistema subatuado com 6 graus de liberdade e 4 variáveis de controle (sendo cada um dos 4 rotores), de tal forma que para um controle dos 6 graus de liberdade faz-se necessário a construção de um controlador capaz de relacionar os 2 graus de liberdade restantes. O controle é feito neste trabalho a um é baseado em um controlador em cascata, este método já é implementado em diversos trabalhos da literatura, tais como (LIMA, 2015), (QUAN; DAI; WANG, 2020) e (ELKHOLY, 2014).

A ideia consiste em ter um controlador externo que será responsável pelo controle de posição em X, Y e Z, em que o objetivo é calcular os ângulos rolamento e arfagem desejados (ϕ_d e θ_d), além da aceleração linear no eixo Z de acordo com as posições X, Y e Z desejadas. Com os ângulos desejados ϕ_d , θ_d e ψ_d , o controlador interno de atitude será responsável para calcular as acelerações angulares desejadas.

Em seguida com as entradas em controle de acelerações angulares e a aceleração linear no eixo Z, é feita a conversão em velocidades de rotação dos motores, obtendo-se inicialmente as velocidades desejadas. Ao final, as velocidades de rotação dos motores desejadas são transformadas em velocidade de rotações verdadeira dos motores, através da dinâmica do motor. Lima (2015) representou em um esquemático a estratégia de controle para o quadricóptero (Figura 26), neste trabalho uma estratégia similar será utilizada.

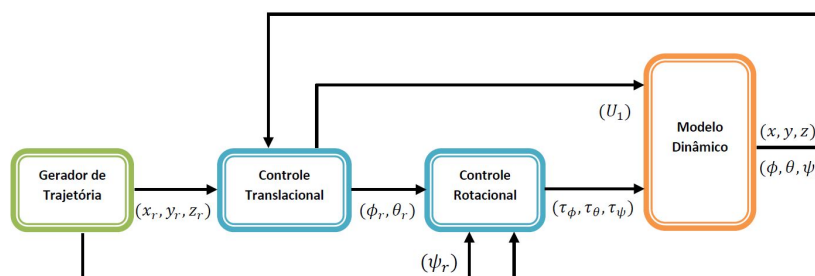


Figura 26 – Estratégia de controle em cascata aplicada ao quadricóptero (LIMA, 2015).

3.5 Controlador de Altitude

Para o controle em altitude, um controlador PID foi projetado para gerar a entrada de controle U_1 , que é responsável pela altitude do quadricóptero, como mostrado na equação 3.11. A equação do controlador PID de altitude é descrita como:

$$U_1 = k_{p,z}(z - z_d) + k_{d,z}(\dot{z} - \dot{z}_d) + k_{i,z} \int (z - z_d) dt \quad (3.20)$$

onde $k_{p,z}$, $k_{d,z}$ e $k_{i,z}$ são os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador de altitude, respectivamente, z_d é altitude desejada e \dot{z}_d é a velocidade no eixo Z desejada.

A Figura 27 mostra a implementação do controlador de altitude no Simulink.

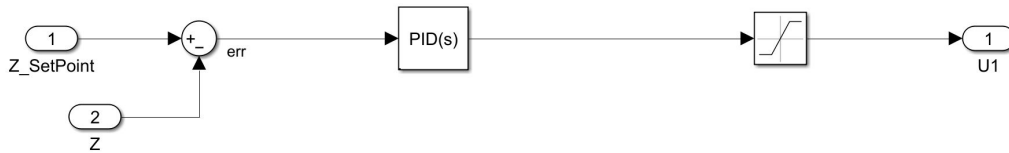


Figura 27 – Controlador de Altitude implementado no Simulink.

3.6 Controlador de Atitude

Para o controle de altitude foi desenvolvido 3 controladores PID para cada um dos ângulos: rolamento, arfagem e guinada (*roll*, *pitch* e *yaw*). A ideia como para o controlador de altitude foi gerar as entradas, mas para esse caso de controle de ângulo. As equações 3.21, 3.22 e 3.23 representam a lei de controle de *roll*, *pitch* e *yaw* respectivamente.

$$U_2 = k_{p,\phi}(\phi_d - \phi) + k_{d,\phi}(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) + k_{i,\phi} \int (\phi_d - \phi) dt \quad (3.21)$$

onde $k_{p,\phi}$, $k_{d,\phi}$ e $k_{i,\phi}$ são os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador de ϕ , respectivamente, ϕ_d é o ângulo de rolamento desejado e $\dot{\phi}_d$ é a velocidade de rotação no eixo X desejada.

$$U_3 = k_{p,\theta}(\theta_d - \theta) + k_{d,\theta}(\dot{\theta}_d - \dot{\theta}) + k_{i,\theta} \int (\theta_d - \theta) dt \quad (3.22)$$

onde $k_{p,\theta}$, $k_{d,\theta}$ e $k_{i,\theta}$ são os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador de θ , respectivamente, θ_d é o ângulo de arfagem desejado e $\dot{\theta}_d$ é a velocidade de rotação no eixo Y desejada.

$$U_4 = k_{p,\psi}(\psi_d - \psi) + k_{d,\psi}(\dot{\psi}_d - \dot{\psi}) + k_{i,\psi} \int (\psi_d - \psi) dt \quad (3.23)$$

onde $k_{p,\psi}$, $k_{d,\psi}$ e $k_{i,\psi}$ são os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador de ψ , respectivamente, ψ_d é o ângulo de guinada desejado e $\dot{\psi}_d$ é a velocidade de rotação no eixo Z desejada.

A Figura 28 mostra a implementação do controlador de atitude no Simulink.

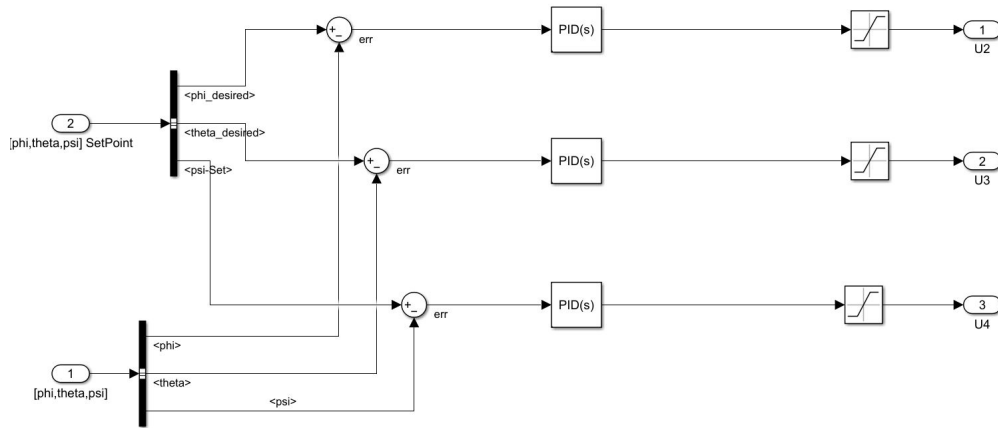


Figura 28 – Controlador de Atitude implementado no Simulink.

3.7 Controlador de Posição

Após projetar controladores de altitude e atitude do quadricóptero que sejam estáveis, um controlador de posição em X e Y foi desenvolvido. Controladores PID foram utilizados em uma malha mais externa para a posição, dado o que o objetivo foi calcular uma sub-entrada de acelerações em X e Y desejadas da seguinte forma:

$$\ddot{x}_d = k_{p,x} (x_d - x) + k_{d,x} (\dot{x}_d - \dot{x}) + k_{i,x} \int (x_d - x) dt \quad (3.24)$$

$$\ddot{y}_d = k_{p,y} (y_d - y) + k_{d,y} (\dot{y}_d - \dot{y}) + k_{i,y} \int (y_d - y) dt \quad (3.25)$$

onde $k_{p,x}$, $k_{d,x}$ e $k_{i,x}$ são os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador de posição X, respectivamente, $k_{p,y}$, $k_{d,y}$ e $k_{i,y}$ são os ganhos proporcional, derivativo e integral do controlador de posição Y, respectivamente, \ddot{x}_d é a aceleração em X desejada e \ddot{y}_d é a aceleração em Y desejada.

Como mostrado na equação do movimento translacional nos eixos x e y, as acelerações desejadas quando passadas ao referencial NED podem ser escritas em função das forças do sistema propulsivo, dos ângulos ϕ , θ e ψ . Portanto, sabendo os valores das forças e o ângulo ψ é possível escrever essas equações em função dos ângulos θ e ϕ desejados (θ_d e ϕ_d). Em seguida, faz-se necessário a resolução do sistema de equações não lineares, que calculará θ_d e ϕ_d e estes serão utilizados no controlador de atitude.

Com as duas primeiras linhas da equação 2.18, tem-se:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = T_x \cos \theta_d \cos \psi + T_y (-\cos \phi_d \sin \psi + \sin \phi_d \sin \theta_d \cos \psi) \\ \quad + T_z (\sin \phi_d \sin \psi + \cos \phi_d \sin \theta_d \cos \psi) \end{cases} \quad (3.26)$$

$$\begin{cases} m\ddot{y} = T_x * \cos \theta_d \sin \psi + T_y * (\cos \phi_d \cos \psi + \sin \phi_d \sin \theta_d \sin \psi) \\ \quad + T_z * (\sin \phi_d \sin \psi + \cos \phi_d \sin \theta_d \sin \psi) \end{cases} \quad (3.27)$$

A resolução do sistema de equações não lineares foi feita utilizando a função *fminsearch* do *MATLAB* (MATHWORKS, 2021), esta função de otimização permite de encontrar o mínimo de uma função de múltiplas variáveis. A ideia é criar uma função custo que representa a soma das equações do sistema, podendo então ser minimizada. A função custo utilizada é descrita como:

$$J(\phi_d, \theta_d) = (\ddot{x}(\phi_d, \theta_d) - \ddot{x}_d)^2 + (\ddot{y}(\phi_d, \theta_d) - \ddot{y}_d)^2 \quad (3.28)$$

Este trabalho não irá focar na resolução do sistema de equações lineares, porém é relevante destacar que outros métodos numéricos poderiam ser utilizados, bem como uma possível resolução analítica. A resolução analítica da solução de equações como 3.26 e 3.27, em que se busca valores de entradas que fornecem uma resposta desejada é chamada em controle de inversão não linear (SLOTINE; LI, 1991).

A Figura 29 mostra a implementação do controlador de posições no Simulink.

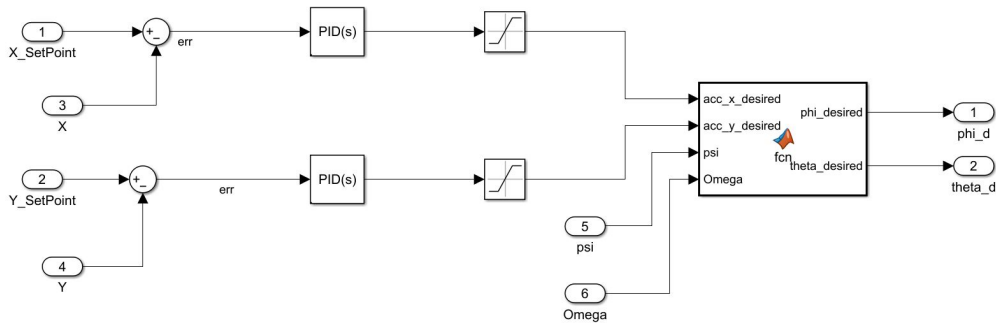


Figura 29 – Controlador de Posição implementado no Simulink.

4 Implementação da planta e do controlador no simulador

4.1 Procedimentos de projeto

A simulação de voo de quadricópteros é parte do processo geral de um projeto de drones e é complexa, demorado e de natureza iterativa. O processo envolve várias etapas técnicas e requer o uso de software com recursos de modelagem e simulação, como *MATLAB* / Simulink. É pertinente destacar os principais passos do projeto de controle relacionados simulação da seguinte forma:

- I. Definindo Massa e Geometria;
- II. Determinação dos coeficientes aerodinâmicas;
- III. Definição das entradas a serem analisadas;
- IV. Implementando a Simulação de Voo/Implementado as equações da dinâmica do voo;
- V. Controladores de Atitude e Posição.

Para executar o modelo de simulação, um script em *MATLAB* é executado para inicializar os parâmetros de já conhecidos: -constantes universais; -dados da geometria; -e das constantes aerodinâmicas. Após esta etapa, define-se as entradas a serem analisadas e o vetor de estados a ser extraído.

4.2 Entradas em comando X, Y, Z e ψ

As entradas em posição são do tipo degrau com um valor de 5 metros para a posição Z e 4 metros para as posições X e Y. Para a entrada em yaw, utilizou-se uma entrada do tipo pulso com uma amplitude de $\pi/12$ radianos ($= 15^\circ$). A Figura 30 mostra essas entradas implementadas no Simulink.

O objetivo será analisar a resposta do sistema para cada uma dessas entradas com a implementação dos controladores PID (apresentados na seção 3.4) para diferentes configurações. A análise será feita para cada um dos comandos separadamente, ou seja, ao analisar uma resposta a um certo comando os demais são definidos para serem iguais a zero.

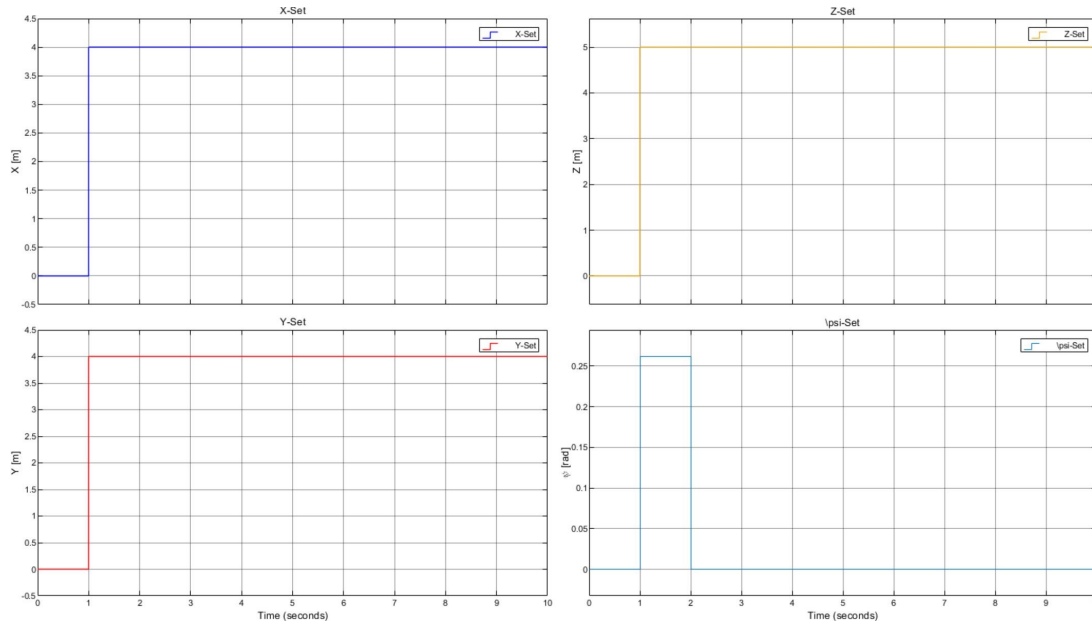


Figura 30 – Entradas em comando X, Y, Z e ψ estudadas.

4.3 Organização do plano de testes

Após a definição das entradas a serem estudadas, um plano de testes foi elaborado para cada um dos casos analisados deste trabalho. As subseções abaixo detalharam como foram os testes realizados bem como cada configuração a ser trabalhada.

Para a simplificação, os 3 casos estudados serão nomeados como: Motores inclinados; CG; Vento.

4.3.1 Configurações dos motores inclinados

Com o sistema de equações adaptados para a inclinação dos motores, as configurações a serem estudadas foram baseadas em drones observados na literatura. Para cada configuração as 4 entradas foram simuladas. Foram feitas 4 configurações sendo elas:

- **Configuração 1:** Sem inclinação dos motores;
- **Configuração 2:** Inclinação dos motores 1 e 2 (motores da frente do quadrirotor);
- **Configuração 3:** Inclinação dos motores 3 e 4 (motores de trás do quadrirotor);
- **Configuração 4:** Inclinação dos 4 motores.

O total de testes a serem feitos é igual a: 16 testes para o caso dos motores inclinados, sendo avaliado as 4 configurações e as 4 entradas, como mostrado na tabela 1.

Tabela 1 – Plano de testes para o caso dos motores inclinados

N°	Resposta ao comando				Inclinação dos motores			
	Comando em Z	Comando em roll	Comando em pitch	Comando em yaw	Config. 1	Config. 2	Config. 3	Config. 4
1	x	-	-	-	x	-	-	-
2	x	-	-	-	-	x	-	-
3	x	-	-	-	-	-	x	-
4	x	-	-	-	-	-	-	x
5	-	x	-	-	x	-	-	-
6	-	x	-	-	-	x	-	-
7	-	x	-	-	-	-	x	-
8	-	x	-	-	-	-	-	x
9	-	-	x	-	x	-	-	-
10	-	-	x	-	-	x	-	-
11	-	-	x	-	-	-	x	-
12	-	-	x	-	-	-	-	x
13	-	-	-	x	x	-	-	-
14	-	-	-	x	-	x	-	-
15	-	-	-	x	-	-	x	-
16	-	-	-	x	-	-	-	x

4.3.2 Configurações de Vento trabalhadas

As configurações de vento estudadas foram denominadas de 1 à 8, sendo analisados um vento combinado nos três eixos e um vento puramente nos eixos x, y e z, cada configuração é definida como:

- **Configuração 1:** Vento = $[0;0;0]$
- **Configuração 2:** Vento em x = $\text{Wind_mag}*[1;0;0]$
- **Configuração 3:** Vento em -x = $\text{Wind_mag}[-1;0;0]$
- **Configuração 4:** Vento em y = $\text{Wind_mag}*[0;1;0]$
- **Configuração 5:** Vento em -y = $\text{Wind_mag}*[0;-1;0]$
- **Configuração 6:** Vento em z = $\text{Wind_mag}*[0;0;1]$
- **Configuração 7:** Vento em -z = $\text{Wind_mag}*[0;0;-1]$
- **Configuração 8:** Vento combinado = $\text{Wind_mag}[\text{dir_x},\text{dir_y},\text{dir_z}]$

O total de testes a serem feitos é igual a: 32 testes para o caso do vento, sendo avaliado as 8 configurações e as 4 entradas, como mostrado na tabela 2.

Tabela 2 – Plano de testes para o caso com Perturbação do Vento

Nº	Resposta ao comando				Condição do Vento							
	Comando em Z	Comando em roll	Comando em pitch	Comando em yaw	Config. 1	Config. 2	Config. 3	Config. 4	Config. 5	Config. 6	Config. 7	Config. 8
1	x	-	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-
2	x	-	-	-	-	x	-	-	-	-	-	-
3	x	-	-	-	-	-	x	-	-	-	-	-
4	x	-	-	-	-	-	-	x	-	-	-	-
5	x	-	-	-	-	-	-	-	x	-	-	-
6	x	-	-	-	-	-	-	-	-	x	-	-
7	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	x	-
8	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	x
9	-	x	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-
10	-	x	-	-	-	x	-	-	-	-	-	-
11	-	x	-	-	-	-	x	-	-	-	-	-
12	-	x	-	-	-	-	-	x	-	-	-	-
13	-	x	-	-	-	-	-	-	x	-	-	-
14	-	x	-	-	-	-	-	-	-	x	-	-
15	-	x	-	-	-	-	-	-	-	-	x	-
16	-	x	-	-	-	-	-	-	-	-	-	x
17	-	-	x	-	x	-	-	-	-	-	-	-
18	-	-	x	-	-	x	-	-	-	-	-	-
19	-	-	x	-	-	-	x	-	-	-	-	-
20	-	-	x	-	-	-	-	x	-	-	-	-
21	-	-	x	-	-	-	-	-	x	-	-	-
22	-	-	x	-	-	-	-	-	-	x	-	-
23	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-	x	-
24	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-	-	x
25	-	-	-	x	x	-	-	-	-	-	-	-
26	-	-	-	x	-	x	-	-	-	-	-	-
27	-	-	-	x	-	-	x	-	-	-	-	-
28	-	-	-	x	-	-	-	x	-	-	-	-
29	-	-	-	x	-	-	-	-	x	-	-	-
30	-	-	-	x	-	-	-	-	-	x	-	-
31	-	-	-	x	-	-	-	-	-	-	x	-
32	-	-	-	x	-	-	-	-	-	-	-	x

4.4 Simulação com os Motores Inclinados/Desalinhados

4.4.1 Esquemático do simulador

A Figura 31 mostra a estrutura global do simulador implementado no Simulink, os subsistemas desse simulador são: Dinâmica do Voo do Drone; Conversão de entradas (\mathbf{U} em Ω); PID Altitude/Z; PID Ângulos; PID Posição; e Entradas.

O subsistema da dinâmica do voo foi dividido, como apresentado na seção 2.3, em movimento de translação e rotação. Dentro deste subsistema, incluiu-se o sistema de conversão de entradas em acelerações para a velocidades de rotação dos motores. O cálculo foi em termos das acelerações lineares e angulares, sendo em seguida duas vezes integradas para a obtenção das velocidades lineares/angulares e posições/ângulos, respectivamente.

Os controladores PID de altitude, de ângulo e posição foram construídos como apresentado na seção 3.4. As entradas, como apresentado anteriormente, foram do tipo degrau para as posições e do tipo pulso para o ângulo de guinada.

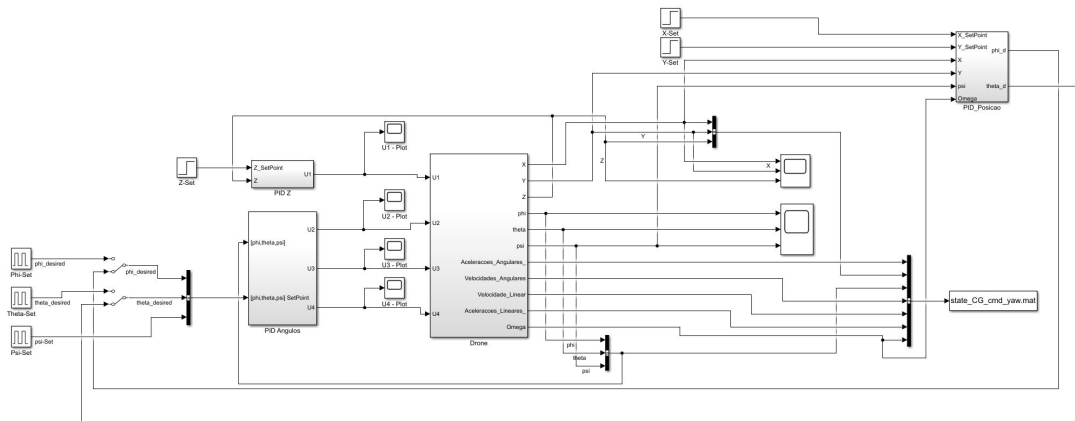


Figura 31 – Estrutura global do simulador para o caso dos motores desalinhados.

A Figura 32 mostra as configurações estudadas para o caso dos motores inclinados, os ângulos utilizados podem ser encontrados no apêndice A. Em termos das forças e momentos, somente a componente axial ao rotor foi utilizada (empuxo e momento do rotor) para este caso, sendo calculada utilizando a constante de empuxo, a constante de momento e a velocidade de rotação ao quadrado (equações 2.24 e 2.25). Lembrando que haverá uma mudança na direção de empuxo/momento de acordo com a variação do ângulo β .

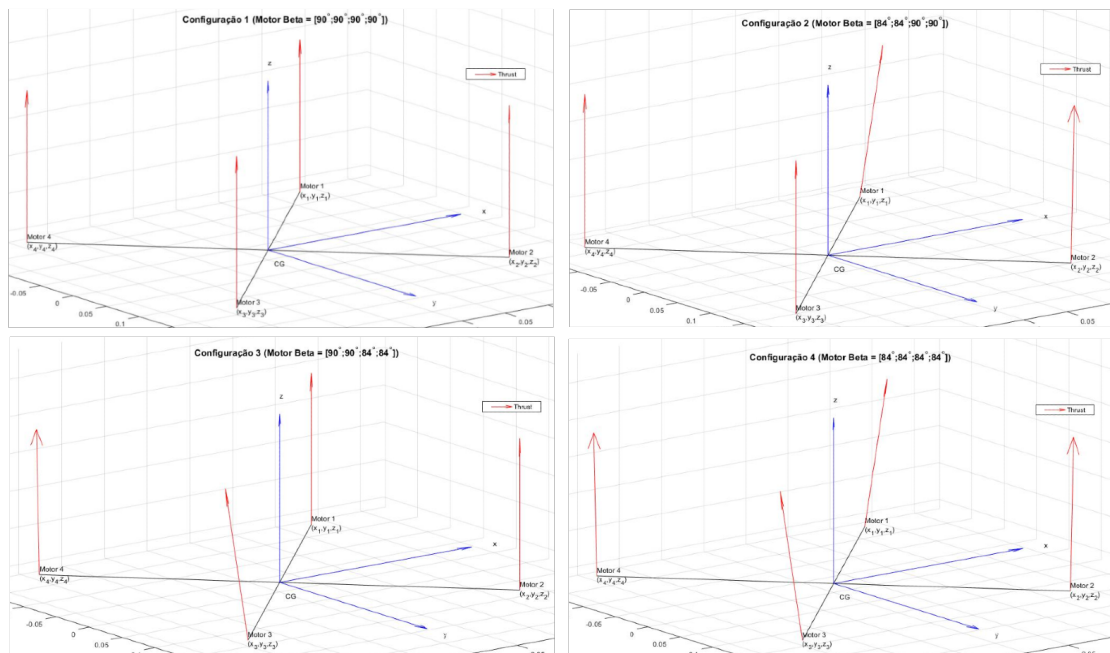


Figura 32 – Esquemático das configurações com os motores inclinados.

Os vetores em vermelho representam as forças de empuxo (*Thrust*) de cada motor, é possível observar que mudando o ângulo β , os vetores se decompõem nos outros eixos além do eixo z. Para o caso dos motores não inclinados, as forças de empuxo dos motores

possuem uma direção somente em z. Impondo um ângulo de 84° , ou seja, uma inclinação de 6° , os vetores unitários de empuxo são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T}_{vec\ unit\ prop,1}^{body} = \mathbf{R}_{prop,1 \rightarrow body}(45^\circ, 84^\circ) \mathbf{e}_3 = [0,0739 \quad 0,0739 \quad 0,9945]^T \\ \mathbf{T}_{vec\ unit\ prop,2}^{body} = \mathbf{R}_{prop,2 \rightarrow body}(-45^\circ, 84^\circ) \mathbf{e}_3 = [0,0739 \quad -0,0739 \quad 0,9945]^T \\ \mathbf{T}_{vec\ unit\ prop,3}^{body} = \mathbf{R}_{prop,3 \rightarrow body}(-135^\circ, 84^\circ) \mathbf{e}_3 = [-0,0739 \quad -0,0739 \quad 0,9945]^T \\ \mathbf{T}_{vec\ unit\ prop,4}^{body} = \mathbf{R}_{prop,4 \rightarrow body}(135^\circ, 84^\circ) \mathbf{e}_3 = [-0,0739 \quad 0,0739 \quad 0,9945]^T \end{array} \right. \quad (4.1)$$

4.4.2 Inicialização

A inicialização da simulação do drone foi feita utilizando o ponto de *hover* como referência portanto desejou assim uma aceleração nos eixos XY igual a zero e no eixo z uma aceleração que equilibre aceleração da gravidade. Para o movimento rotacional, no modo pairando/*hovering* as acelerações angulares desejadas também são iguais a zero. As entradas na forma de controle são, portanto:

$$\mathbf{U}_{init} = [g \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (4.2)$$

Para a configuração 1, com os motores não inclinados, os ângulos de inicialização ϕ , θ e ψ são iguais a zero tendo em vista que o drone não está se movendo. Para a configuração 2 e 3, um ângulo θ diferente de zero foi necessário para que o drone se equilibrasse mantendo ambas as forças e momentos iguais a zero. Este resultado é coerente tendo em vista que a componente em x com os motores inclinados faz com que o drone avance nesta mesma direção como observado nos vetores $\mathbf{T}_{vec\ unit\ prop,1}^{body}$ e $\mathbf{T}_{vec\ unit\ prop,2}^{body}$ (equação 4.1), já a componente y é compensada entre esses 2 motores inclinados em modo pairando/*hovering*.

O modelo do motor, como mostrado na equação 4.3, para este trabalho foi utilizado foi com uma constante tempo de 20 ms, gerando:

$$G(s) = \frac{1}{0.02s + 1} \quad (4.3)$$

Os ganhos dos controladores PID foram projetados utilizando a alocação de polos, a ideia foi projetar ganhos diferentes para a malha externa (posições) e a malha interna (ângulos). Os ganhos foram ajustados de forma a que a constante de tempo da malha externa fosse menor que a constante da malha interna, além disso buscou polos reais ou com um coeficiente de amortecimento próximo de 1. A tabela 3 mostra os ganhos utilizados nos controladores PID para os 3 casos estudados.

Tabela 3 – Ganhos utilizados nos controladores PID.

Controlador	k_p	k_d	k_i
Posição em X	9	6.5	0
Posição em Y	9	6.5	0
Altitude	12	8	0
Roll	25	9	0
Pitch	25	9	0
Yaw	120	0,35	0

4.5 Simulação para o caso de um drone não simétrico

O objetivo deste estudo caso foi identificar a impacto da mudança na posição dos motores em relação ao centro de gravidade. Esta configuração se mostra utilizada no caso de drones comerciais de filmagens (em geral), em que uma câmera é posicionada na parte frontal, já na parte traseira, uma bateria e componentes eletrônicos que possuem em geral uma maior massa.

A configuração estudada consistiu em mudar a distância motor CG dos motores 3 e 4 (motores traseiros) e os ângulos α dos motores, diminuiu-se a distância para realizar uma configuração com a câmera na parte frontal do drone. Os ângulos α utilizados na configuração dos motores inclinados foram: $\alpha = [45^\circ; -45^\circ; -135^\circ; 135^\circ;]$, já para a configuração do drone não simétrico utilizou-se: $\alpha_{CG} = [30^\circ; -30^\circ; -150^\circ; 150^\circ;]$.

Somente uma configuração foi estudada para este caso, os parâmetros geométricos e físicos são apresentados no apêndice B. A estrutura global do simulador foi a mesma utilizada no caso dos motores inclinados, mudando a geometria utilizada, como mostrado na Figura 33.

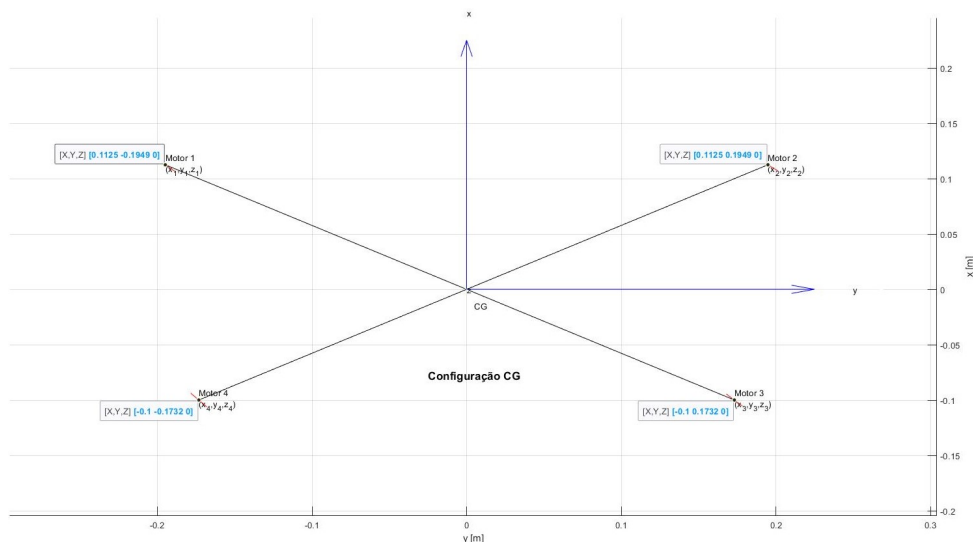


Figura 33 – Geometria do Quadricóptero para o caso CG.

4.6 Simulação com Perturbação do Vento

A Figura 34 mostra a estrutura global do simulador com a perturbação do vento, a estrutura é a mesma utilizada para o caso dos motores inclinados adicionando o vetor vento que irá gerar uma velocidade *airspeed*. Em combinação com o a velocidade *airspeed*, será possível calcular os ângulos de ataque com os motores e juntamente com a velocidade de rotação dos motores, calcula-se as forças e os momentos para cada combinação. O modelo do sistema propulsivo utilizando o método de krigagem foi implementado nas equações da dinâmica do drone.

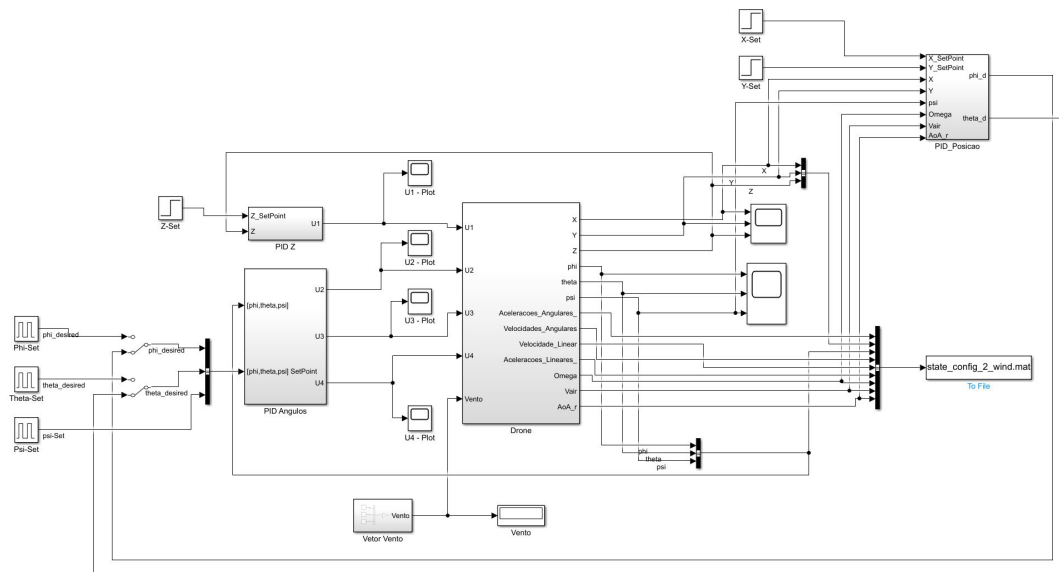


Figura 34 – Estrutura global do simulador com perturbação do vento.

4.6.1 Adicionando o vetor Vento ao simulador

O vetor vento foi adicionado como um subsistema em que é possível mudar a direção (como vetor unitário) e a magnitude, a Figura 35 mostra como esse foi implementado no Simulink. Para as 8 configurações do caso do Vento estudadas, mudou-se a direção analisando os eixos x, y e z separadamente e em seguida um vento combinado como mostrado na tabela 2. Essa estrutura permitiu uma fácil modificação via código de pré-lançamento da simulação, código este feito no *MATLAB*.

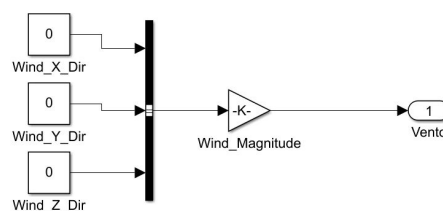


Figura 35 – Subsistema do Vento com a implementação em forma de vetor.

4.6.2 Modelo do sistema propulsivo utilizando o método de krigagem

Para a criação do modelo utilizou-se o script que utiliza um método de krigagem, o código em *MATLAB* é apresentado no Apêndice B. Como explicado na seção 2.4.5 (método de krigagem), o modelo de regressão utilizado foi de segunda ordem e uma correlação gaussiana. Enfatiza-se que neste trabalho, o modelo de hélice trabalhado foi feito com o método de krigagem, utilizando a base de dados de Gill e D'Andrea (GILL; D'ANDREA, 2019).

Alguns resultados deste modelo podem ser encontrados nos gráficos das figuras 36 e 37, estes mostram as forças geradas pela hélice em função do ângulo de ataque (AOA) para diferentes velocidades *airspeed* e para uma mesma velocidade de rotação RPM/ Ω .

Na Figura 36, pode-se observar que o empuxo para ângulos menores que 90° diminui com o aumento da velocidade *airspeed*. Já para os ângulos maiores que 90° , ou seja, um vento que é na mesma direção do sentido de rotação das hélices (do empuxo), o empuxo aumenta com o aumento da velocidade *airspeed*.

Na Figura 37 a força horizontal chamada de força h é possível notar que com o aumento da velocidade *airspeed* há um momento da magnitude desta força, este fenômeno acontece dado a geração de arrasto nas hélices. observa-se igualmente que em magnitude o ponto máximo é em 90° , apresentando um perfil simétrico a partir deste ponto. Este resultado é coerente com a literatura em estudo de aerodinâmica de hélices para helicópteros, como mostrado em (SEDDON; NEWMAN, 2011).

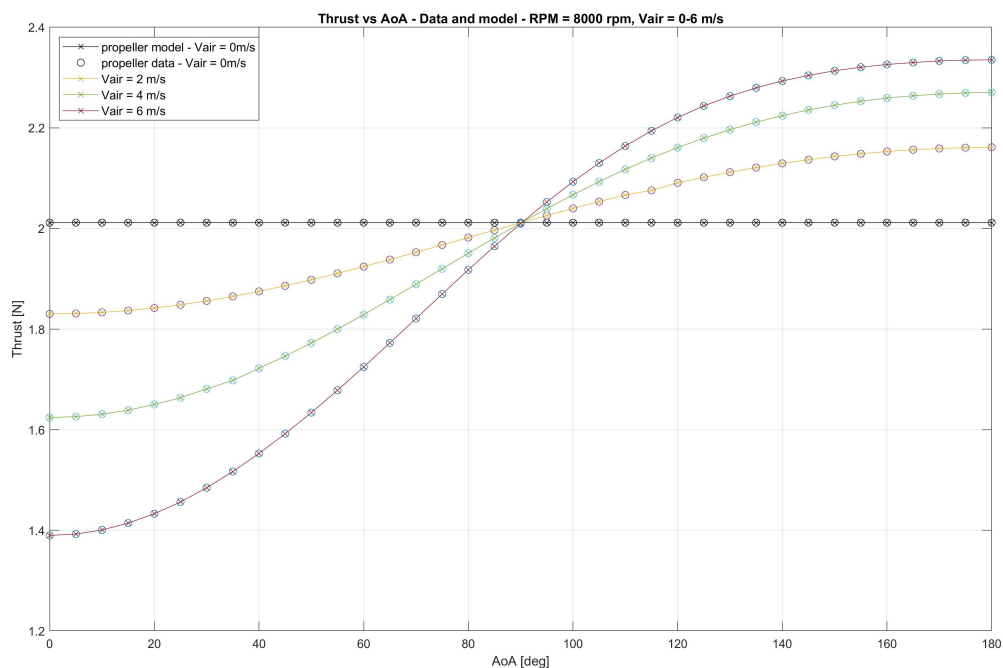


Figura 36 – Empuxo em função do ângulo de ataque (AOA) para $\omega = 8000$ RPM.

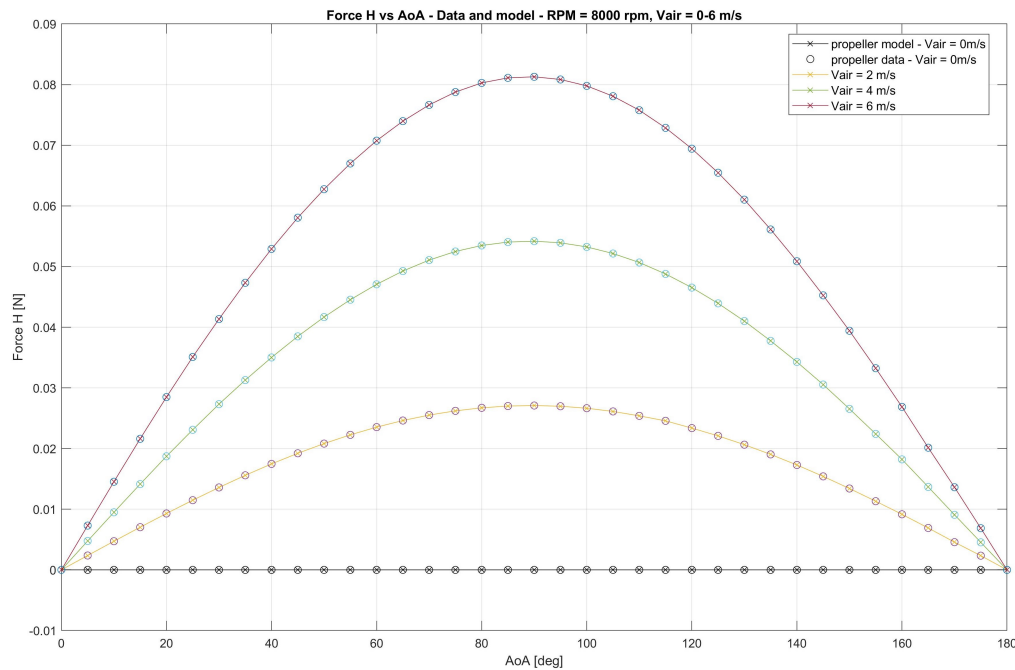


Figura 37 – Força H em função do ângulo de ataque (AOA) para $\omega = 8000$ RPM.

4.6.3 Inicialização

A inicialização como feito para o caso dos motores inclinados foi feita por utilizando o ponto de *hover* com acelerações e acelerações angulares iguais a zero (com aceleração no eixo z equilibrando a gravidade). A simulação com o vento será feita utilizando apenas a configuração 1 dos motores inclinados (sem inclinação), no entanto, similar aos ângulos de inclinação dos motores, a presença do vento faz com que o drone possua um ângulo de inclinação para manter as posições, as velocidades e acelerações iguais a zero.

A magnitude do vento para este trabalho foi definida como sendo igual a 2 m/s, a direções foi definida para cada configuração em específico como mostrado na tabela 2.

Para um vento puramente no eixo x observa-se uma inclinação do ângulo θ , já para um vento puramente no eixo y observa-se na inclinação do ângulo ϕ . Para o vento puramente no eixo z será possível observar uma mudança na velocidade de rotação dos motores (com relação ao caso sem vento), que serão maiores para um vento na direção contrária da rotação dos motores e menores com o vento na mesma direção. Com um vento combinado observa-se uma combinação dos ângulos ϕ e θ , além de uma mudança na velocidade de rotação dos motores.

5 Resultados e Análises

Este capítulo apresenta os resultados obtidos das simulações do quadricóptero trabalhado para os três casos estudados. Os três casos foram divididos em seções, com o objetivo final de analisar o vetor de estados de cada teste e verificar e validar o sistema de controle projetado.

5.1 Simulação com os Motores Inclinados/Desalinhados

5.1.1 Comando em Altitude

Na etapa de inicialização, notou-se que as configurações 2 e 3 dos motores inclinados (motores da frente e motores de trás inclinados) compensam o efeito da inclinação dos motores com uma inclinação do quadricóptero. O ângulo impactado com esta configuração é o ângulo de arfagem θ , que é inicialmente diferente de zero, como observado na Figura 39.

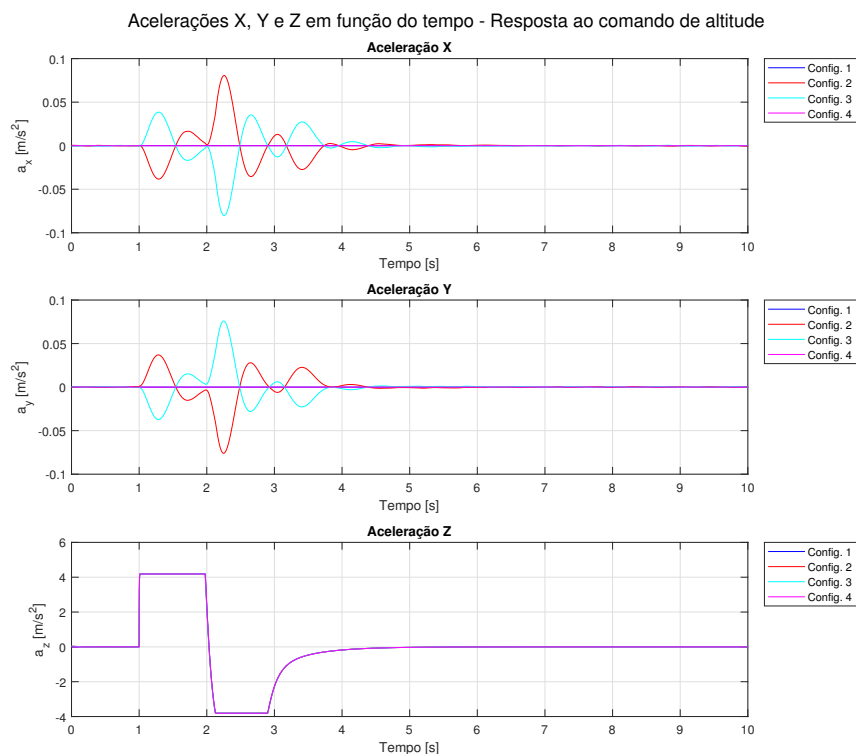


Figura 38 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.

Observa-se na Figura 38 que ao realizar o comando de altitude, as configurações 1 e 4 não apresentam acelerações nos eixos X e Y, somente no eixo Z. No entanto, as configurações 2 e 3 devido as inclinações dos motores tiveram acelerações nesses nos dois

eixos, ambos apresentaram ângulo de arfagem, sendo relevante notar que as configurações possuem um comportamento simétrico.

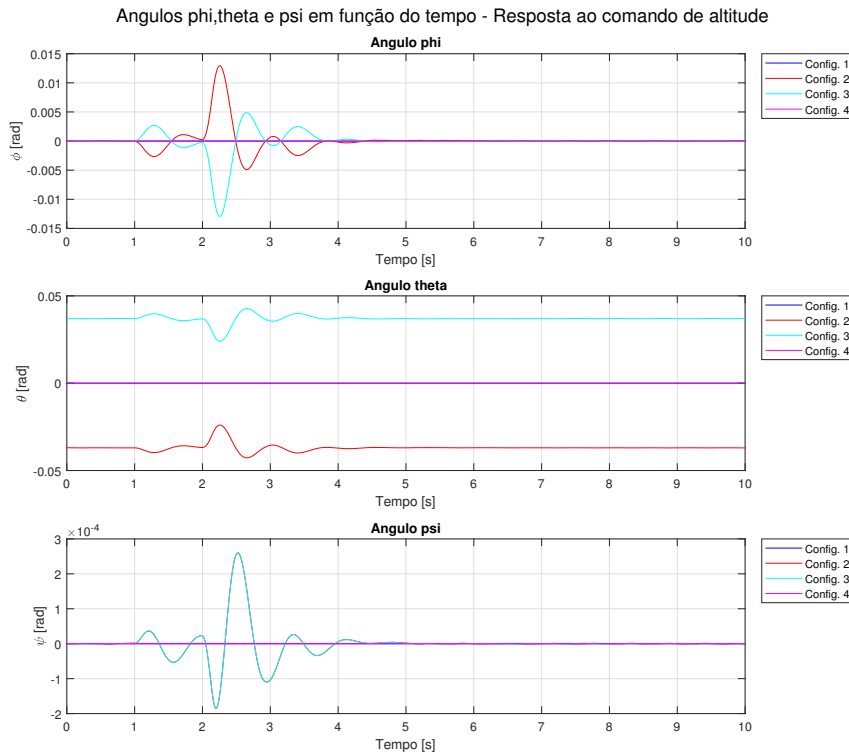


Figura 39 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.

Na Figura 39 o ângulo de rolamento possui um pico que em seguida é compensado pelo controlador de posição, retornando ao ângulo desejado nulo. O maior impacto da mudança da inclinação dos motores, para as configurações estudadas, é relativo ao eixo X visto que com a configuração componente do empuxo na direção Y é compensada com a inclinação dos motores, enquanto que a componente X é não nula.

Dado à aceleração sofrida pelas configurações 2 e 3 nos eixos X e Y, houve um movimento de posição em X e Y. O movimento inicial é então compensado com o controlador de posição, retornarem à posição desejada (0,0) como observado na Figura 40. A resposta obtida é parecida para as 4 configurações. É importante ressaltar que foi utilizado os mesmos ganhos dos controladores PID para as 4 configurações, mostrando logo que os mesmos podem ser utilizados para uma mudança dos ângulos dos motores.

Na Figura 41 é possível observar que existe uma pequena diferença da velocidade de rotação entre os motores das configurações 2 e 3. No entanto, dado que a variação do ângulo foi relativamente pequena, a diferença da velocidade de rotação não é tão relevante. Para comparação, o caso do quadricóptero pairando/*hover*, a rotação dos motores 1,2,3 e 4 (configuração 2) são: $\mathbf{\Omega}_{config.2,hover} = [335,85 \ 335,85 \ 336,12 \ 336,12]^T rad/s$ e um ângulo θ inicial de: $\theta_{init} = -0,0370 rad (\simeq -2,12^\circ)$.

Com uma variação de 20° nos motores 1 e 2, as velocidades de rotação para o

quadrirotor pairando são: $\Omega_{config.2',hover} = [344,04 \ 344,04 \ 337,60 \ 337,60]^T rad/s$ e um ângulo θ inicial de: $\theta_{init} = -0,1264rad (\simeq -7,24^\circ)$, cerca de 3,5 vezes maior que com uma variação de 6° .

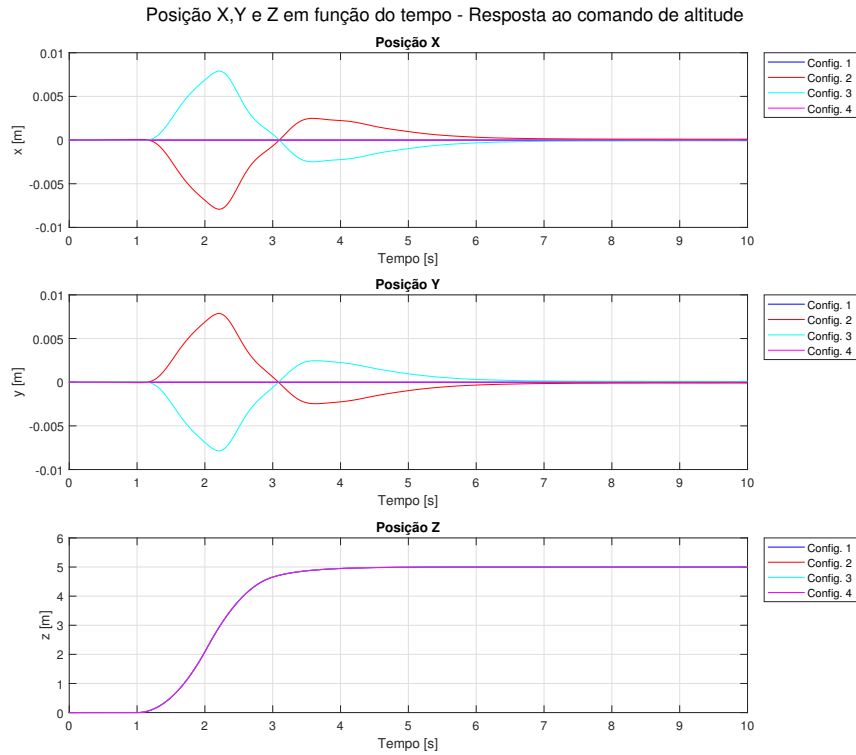


Figura 40 – Posições - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.

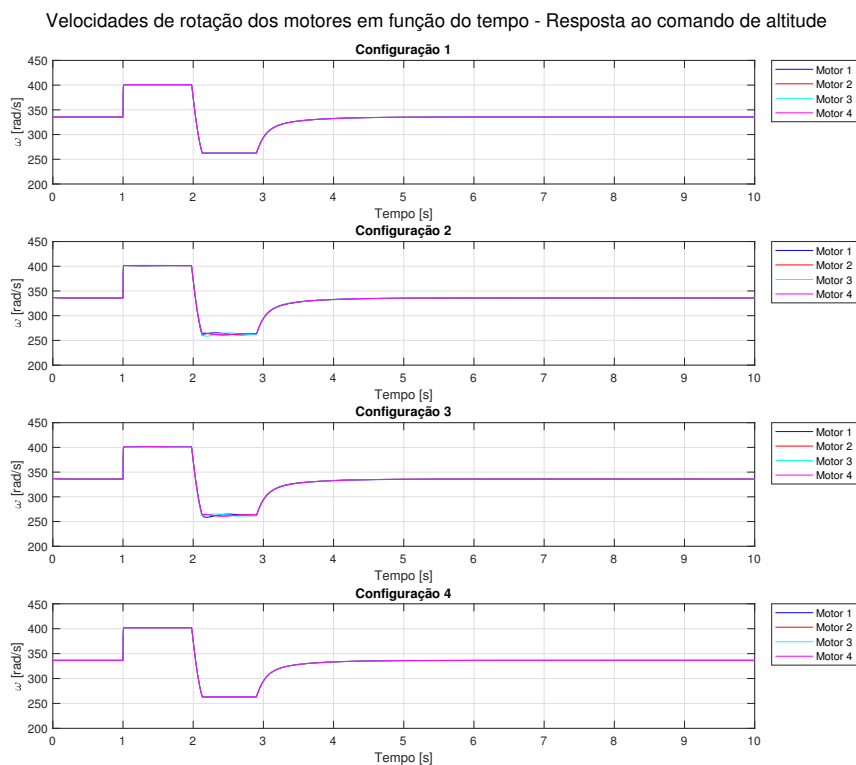


Figura 41 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.

5.1.2 Comando de Posição - Eixo X

Na Figura 42 é possível observar ou uma aceleração no eixo x, dado a entrada degrau em posição x, em seguida uma compensação até se estabilizar com aceleração nula. É possível notar que houve também um deslocamento no eixo z, este resultado acontece devido à inclinação do motor para avançar e ao mesmo tempo compensar a aceleração da gravidade que é decomposta. O fenômeno é observado para as 4 configurações.

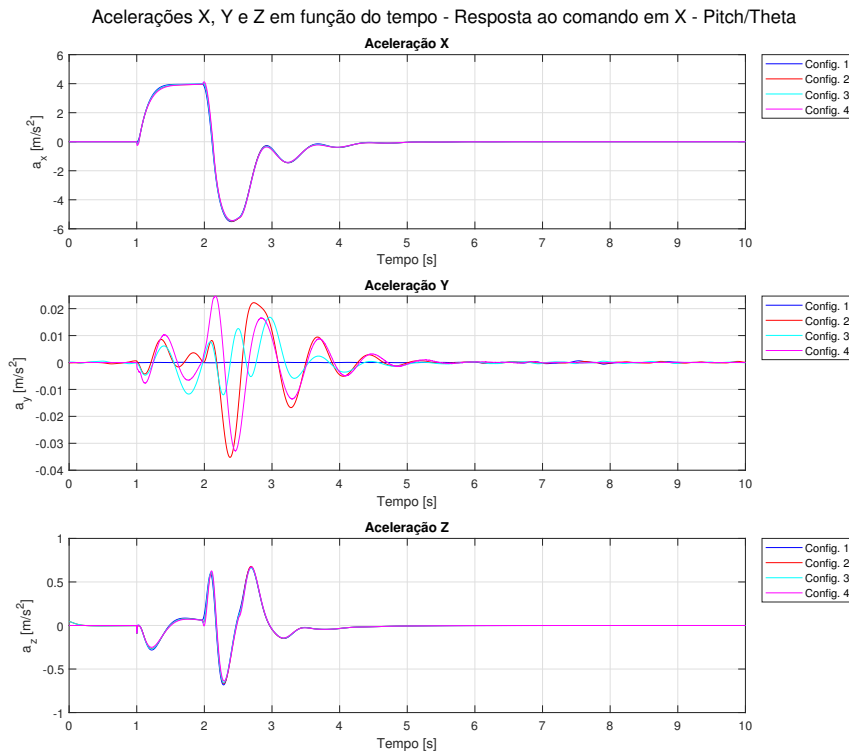


Figura 42 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.

A Figura 43 mostra os ângulos para uma entrada em x, as configurações 2 e 3 possuem um ângulo θ inicial, em seguida apresentam o mesmo comportamento com a entrada degrau em x, havendo uma estabilização para retornar aos ângulos iniciais.

A posição em X (Figura 44) foi atingida após cerca de 4 segundos dado uma entrada no tempo um segundo é possível observar um deslocamento no eixo x, como esperado pelas acelerações geradas.

Em termos de velocidade, a Figura 45 mostra que a velocidade em X atingida foi de quase 4 m/s, essa velocidade não se mostrou diferente para as 4 configurações. A componente das forças variando o ângulo dos motores em 6° não afetou consideravelmente uma resposta mais rápida em velocidade.

Para um movimento de avançar no eixo x, espera-se que velocidade de rotação dos motores 3 e 4 sejam superiores as velocidades de rotação dos motores 1 e 2. É possível observar na Figura 46 que os motores 3 e 4 inicialmente possuem uma velocidade de

rotação maior, como esperado, que são em seguida equilibradas retornando ao ponto de *hover*.

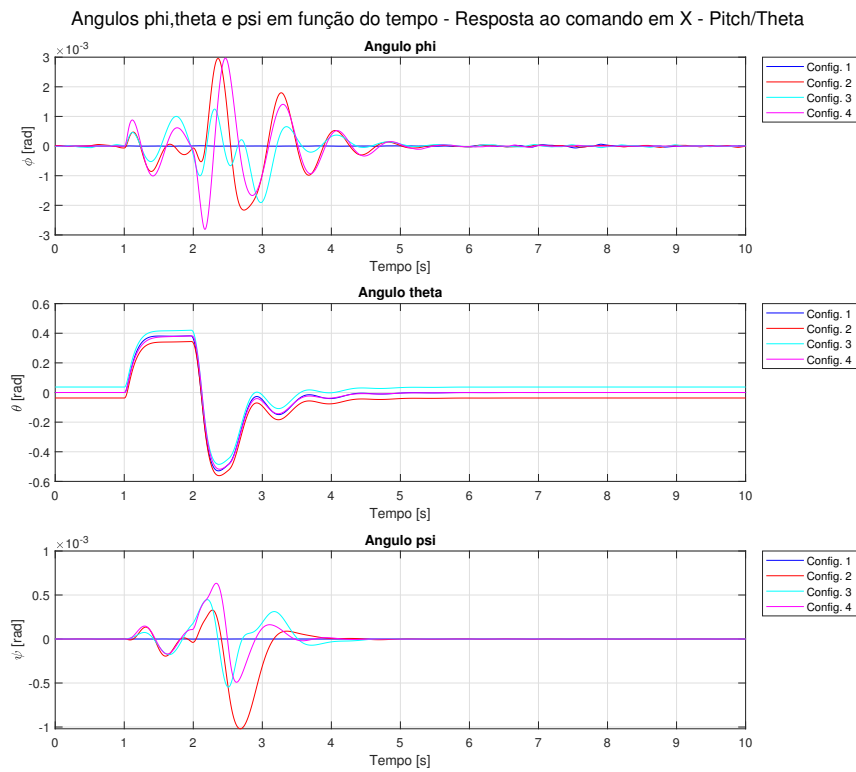


Figura 43 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.

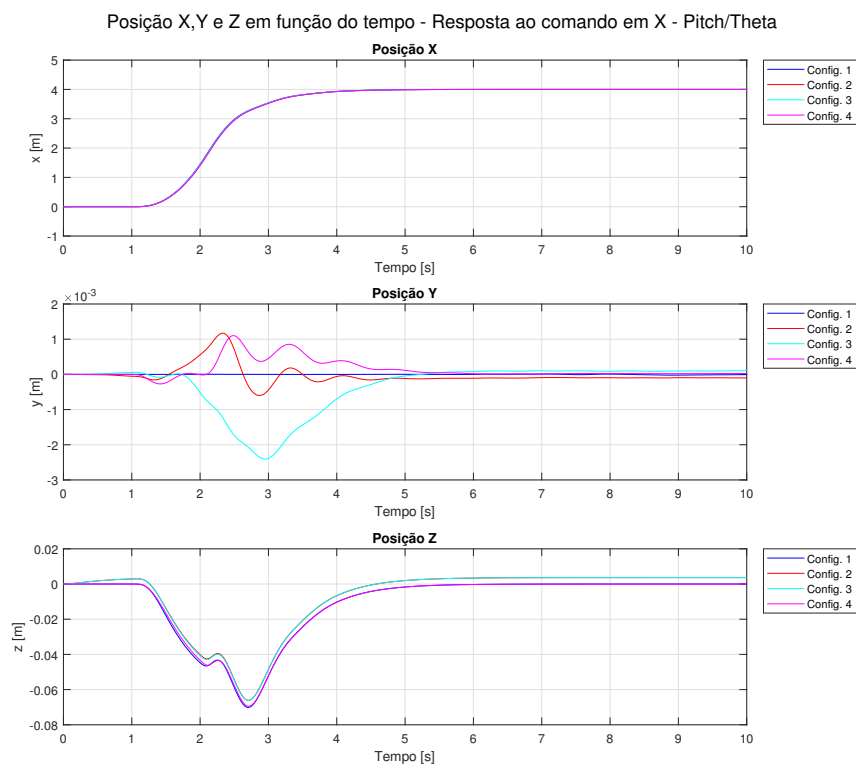


Figura 44 – Posições - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.

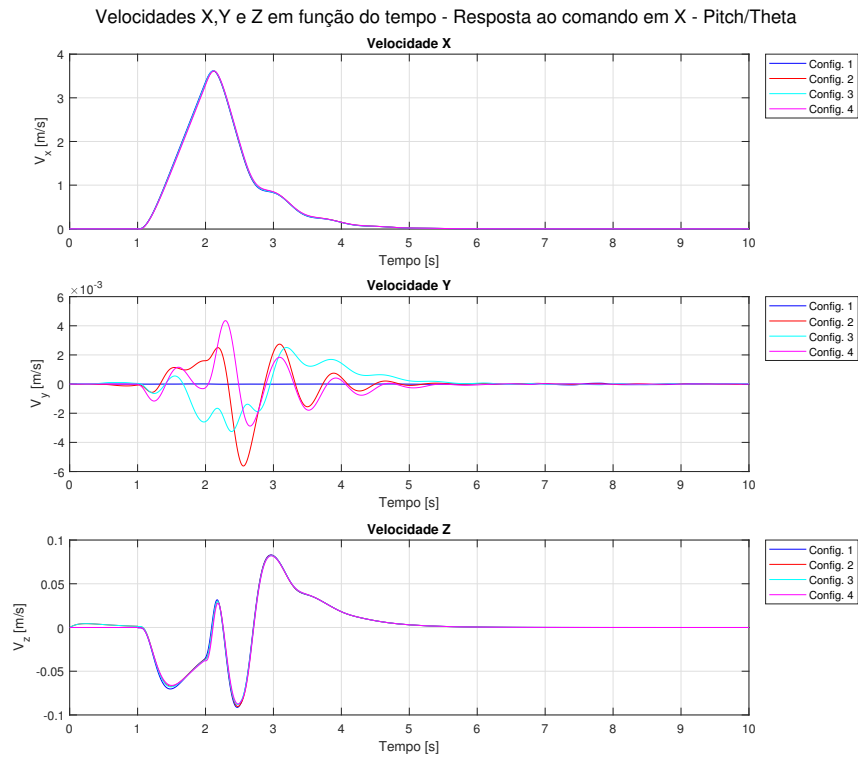


Figura 45 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.

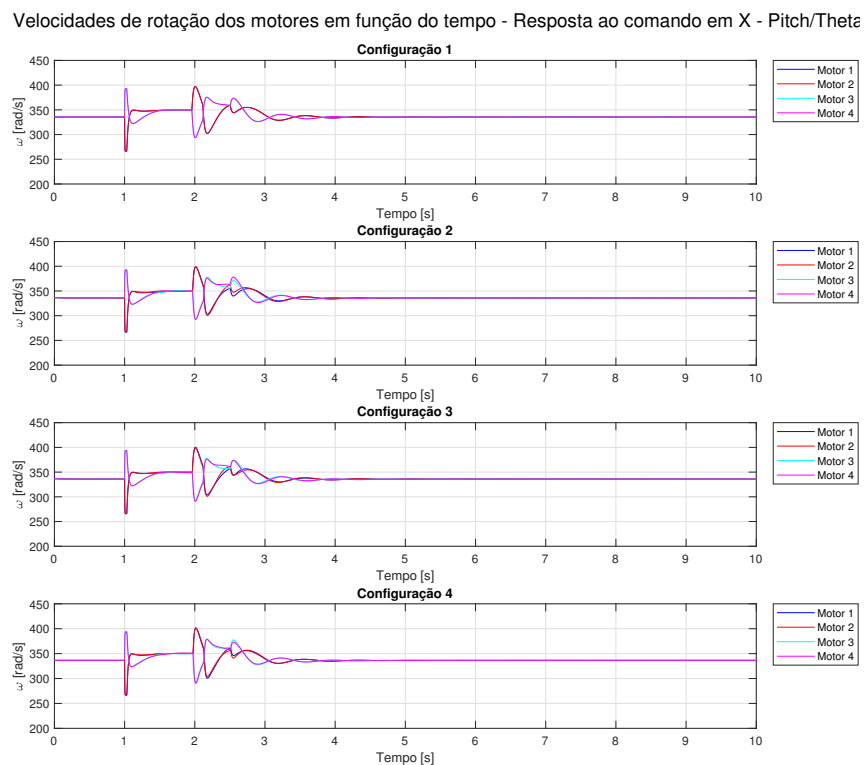


Figura 46 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em X - Motores Inclinados.

5.1.3 Comando de Posição - Eixo Y

Para o movimento de translação em y, uma aceleração linear no eixo y é esperada, como observado na Figura 47. A resposta obtida no eixo z foi parecida com a obtida para a entrada em posição X, nota-se que houve igualmente uma movimentação no eixo X para entrada degrau de posição em Y.

O ângulo solicitado para movimento no eixo Y é o ângulo de rolamento ϕ , a Figura 48 mostra que o drone se inclina com um ϕ negativo, justamente no sentido de avançar na direção Y, em seguida o movimento para frear o quadrirotor, até atingir o ponto estável dos ângulos.

Observa-se na Figura 49 uma resposta parecida com a entrada em posição X. A posição Y de 4 m é alcançada em torno de 4 segundos, para os eixos X e Z houve um deslocamento devido a entrada em Y, mas em seguida retornam ao ponto zero.

A Figura 50 mostra que existe uma diferença entre as velocidades de rotação dos motores para a realização do movimento em Y. A velocidade de rotação dos motores 1 e 4 são maiores do que as dos motores 2 e 3. Para as configurações 2 e 3, nota-se o mesmo comportamento, no entanto com uma velocidade diferente entre os motores 1 e 4, e entre os motores 2 e 3, esse resultado se mostra devido à inclinação dos motores.

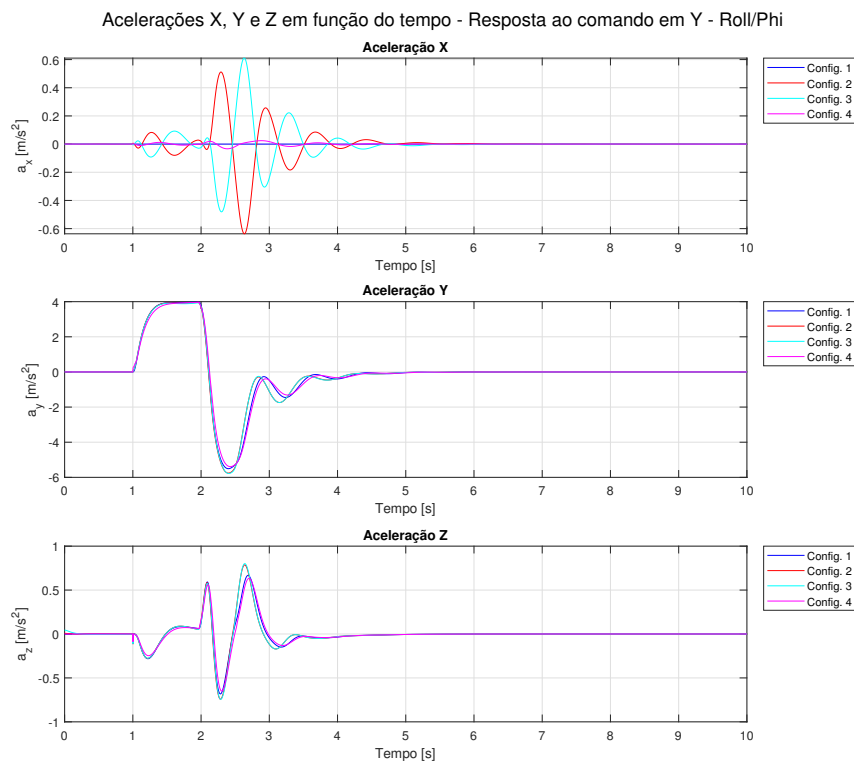


Figura 47 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.

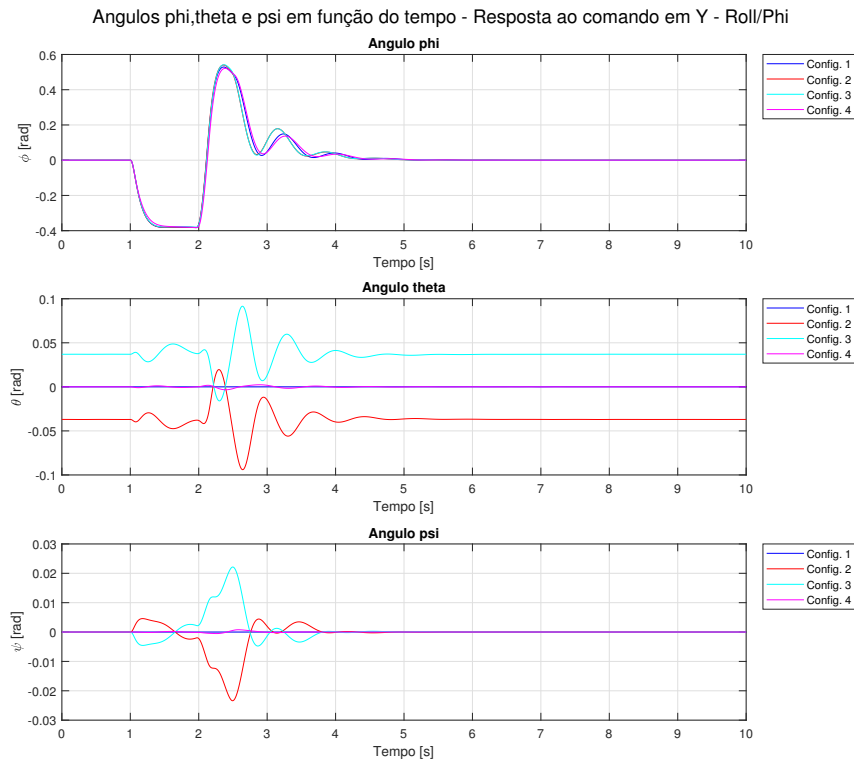


Figura 48 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.

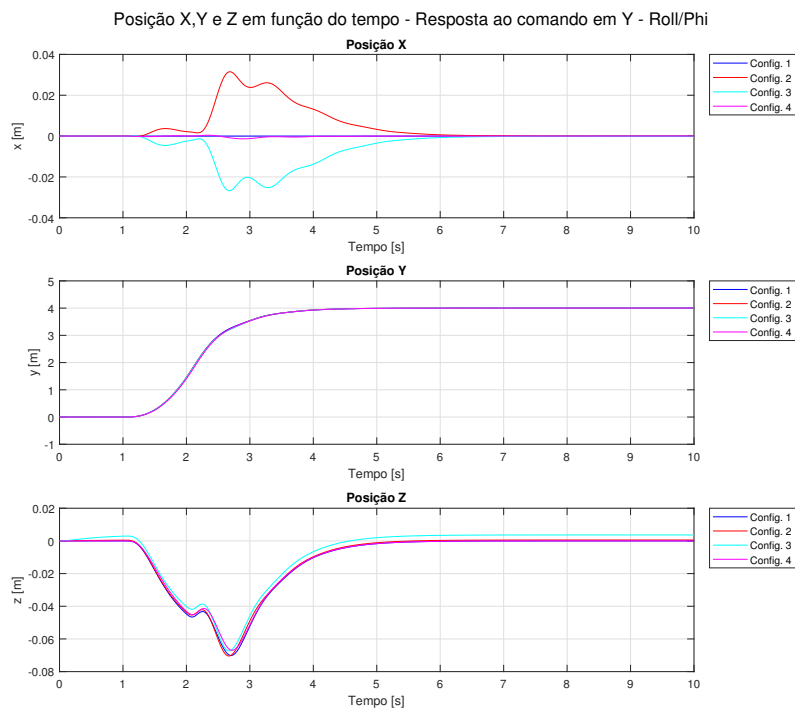


Figura 49 – Posições - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.

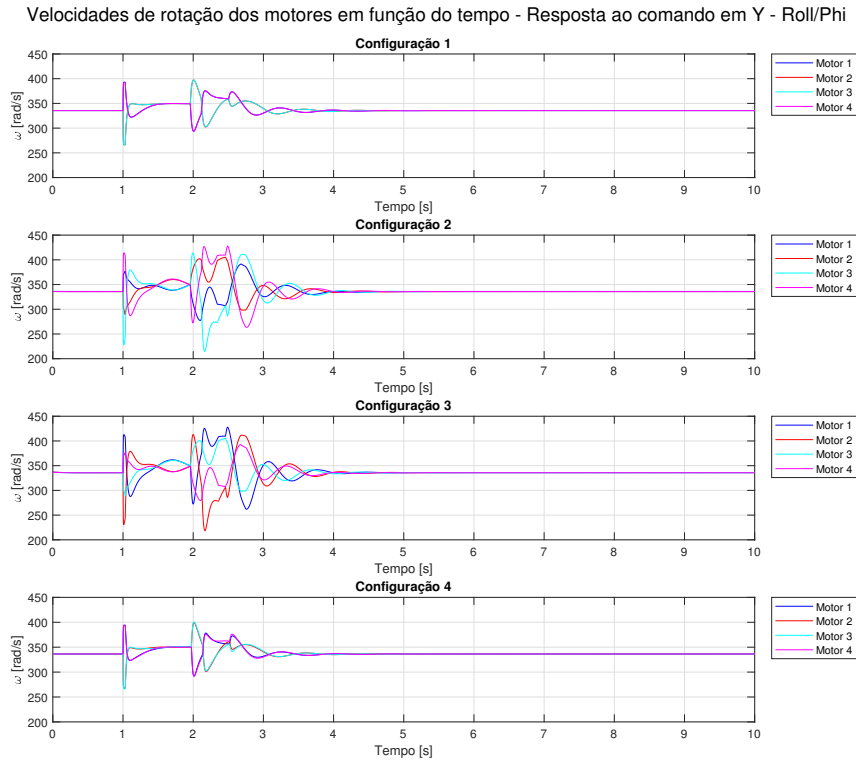


Figura 50 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.

5.1.4 Comando de direção yaw

A Figura 51 mostra aceleração dado o movimento de yaw, ao realizar o movimento de rotação as configurações 2 e 3 apresentaram acelerações lineares tanto nos eixos X e Y.

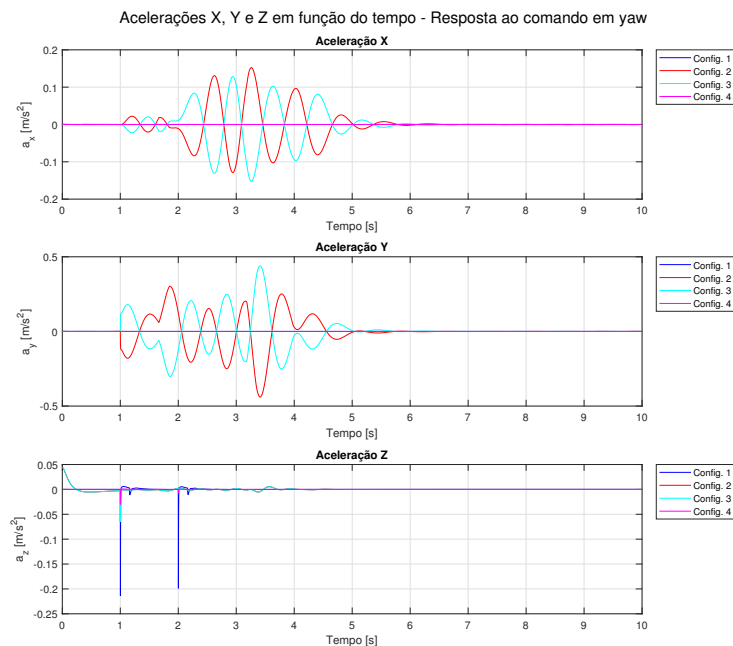


Figura 51 – Acelerações - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.

Os ângulos dados a resposta em Yaw são mostrados na Figura 52. Igualmente para a resposta às outras entradas, as configurações 2 e 3 apresentaram um ângulo θ inicial diferente de zero. Os ângulos de guinada alcançado pelas 4 configurações foram diferentes, a configuração 1 apresentou uma resposta mais rápida comparada as outras configurações.

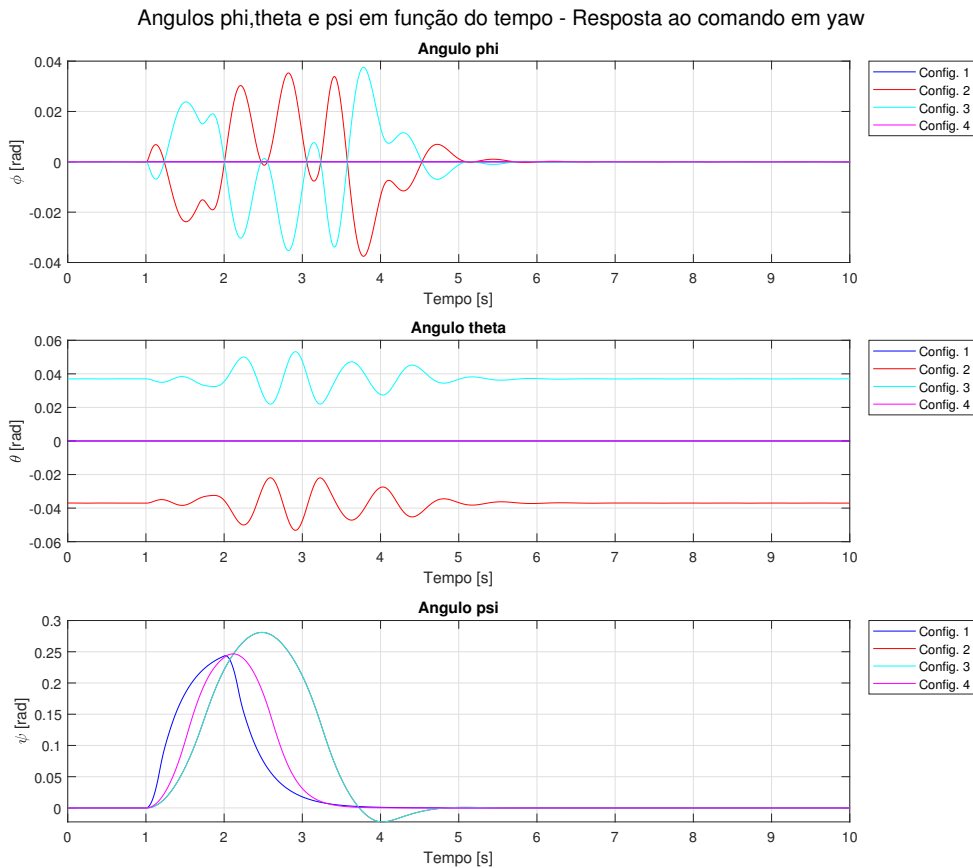


Figura 52 – Ângulos - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.

Na Figura 53 observa-se que há uma diferença da velocidade de rotação entre os motores. A fim do quadricóptero realizar a rotação no eixo Z no sentido horário, os motores que giram no sentido horário devem ter uma velocidade de rotação maior que os motores que giram no sentido anti-horário. Já para uma a rotação no eixo Z no sentido anti-horário, o contrário. É importante remarcar que para realizar a mesma manobra de rotação, a configuração 4 apresentou uma menor velocidade de rotação dos motores quando comparado as outras configurações. Logo, com uma velocidade de rotação menor, utiliza-se uma corrente mais fraca a ser fornecida aos motores, portanto de certa forma um consumo menor da bateria.

Os demais gráficos dos estados para a simulação do caso dos motores inclinados podem ser encontrados nos apêndices D.1.1, D.1.2 e D.1.3.

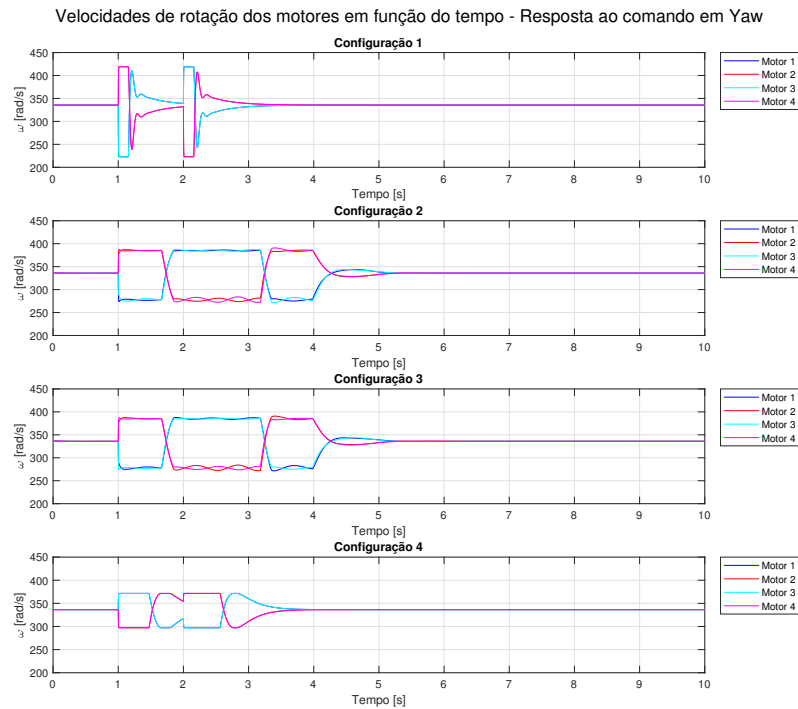


Figura 53 – Omegas dos motores - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.

5.2 Simulação com mudança da distância entre os motores e o Centro de Gravidade

5.2.1 Comando em Altitude

É possível validar na Figura 54 que a aceleração no eixo z apresentou um comportamento simétrico para atingir a posição Z desejada, aumentando a velocidade e em seguida a diminuindo.

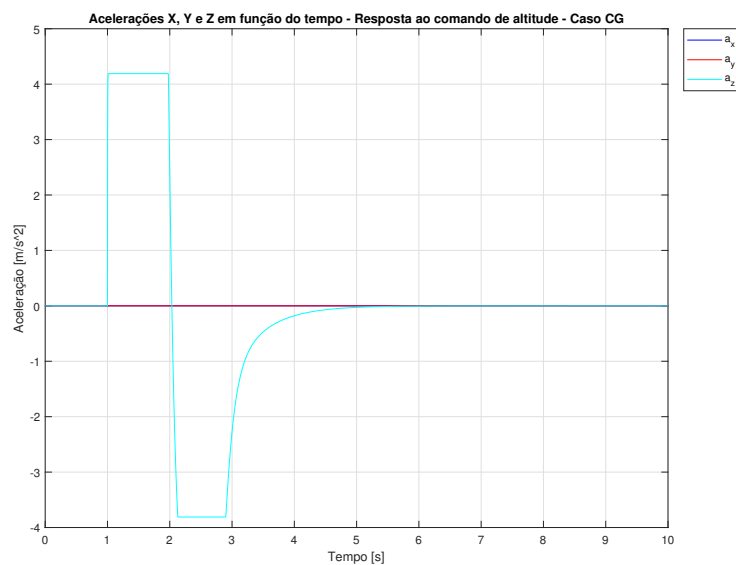


Figura 54 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.

Na Figura 55 a posição Z desejada de 5 m que é atingida após 3 segundos da entrada degrau, a configuração utilizada não possuir os motores inclinados não se observou uma variação das posições X e Y.

A Figura 56 mostra o impacto da mudança da distância rotor-CG, para compensar a menor distância dos motores 3 e 4 em relação ao CG, estes giram como a velocidade de rotação maior que os motores 1 e 2, com objetivo de gerar um equilíbrio dos momentos. Para o caso estudado, observou-se uma diferença da velocidade de rotação dos motores 1/2 e 3/4 em torno de 20 rad/s ($\simeq 191$ RPM).

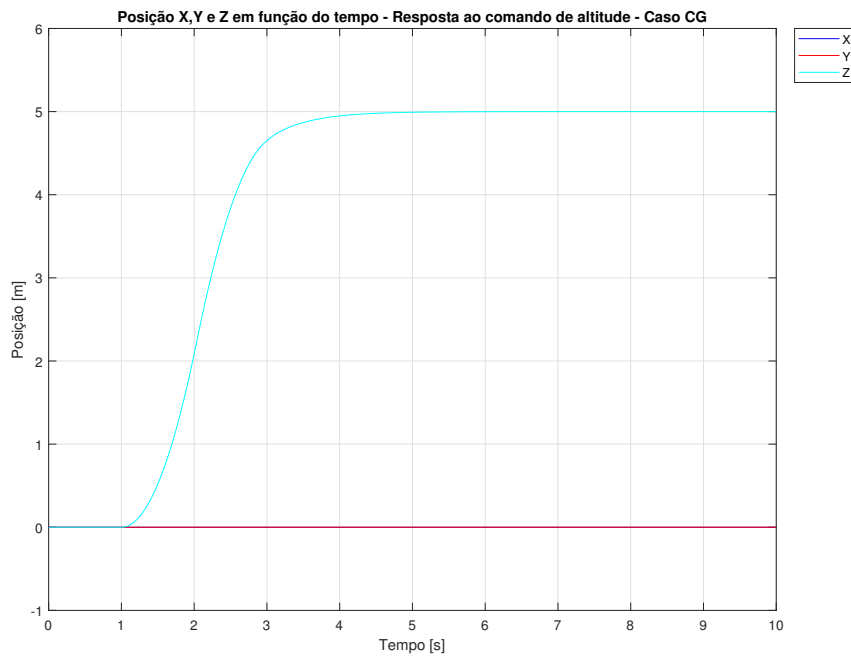


Figura 55 – Posições - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.

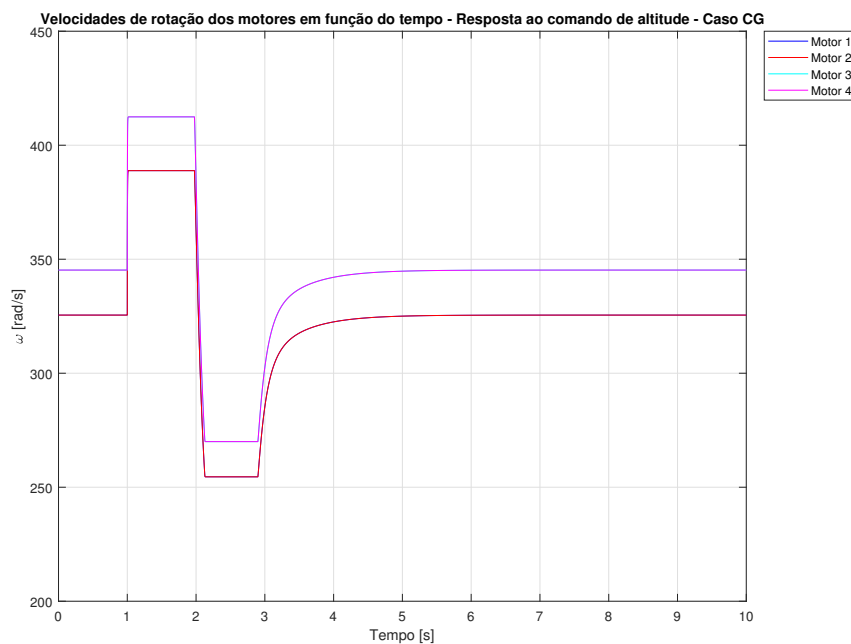


Figura 56 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.

5.2.2 Comando de Posição - Eixo X

Em termos das acelerações lineares, aceleração linear em X atingiu 4 m/s^2 sendo estabilizada, retornando a uma aceleração zero com o drone pairando na posição X desejada (Figura 57). Observa-se igualmente uma alteração na aceleração no eixo Z dado a movimentação e inclinação do quadricóptero. O resultado obtido é bastante similar as configurações dos motores inclinados, mostrando, portanto, que variando os parâmetros do drone e mudando a matriz de conversão para um mesmo controlador PID, obteve-se resultados satisfatórios com os mesmos ganhos.

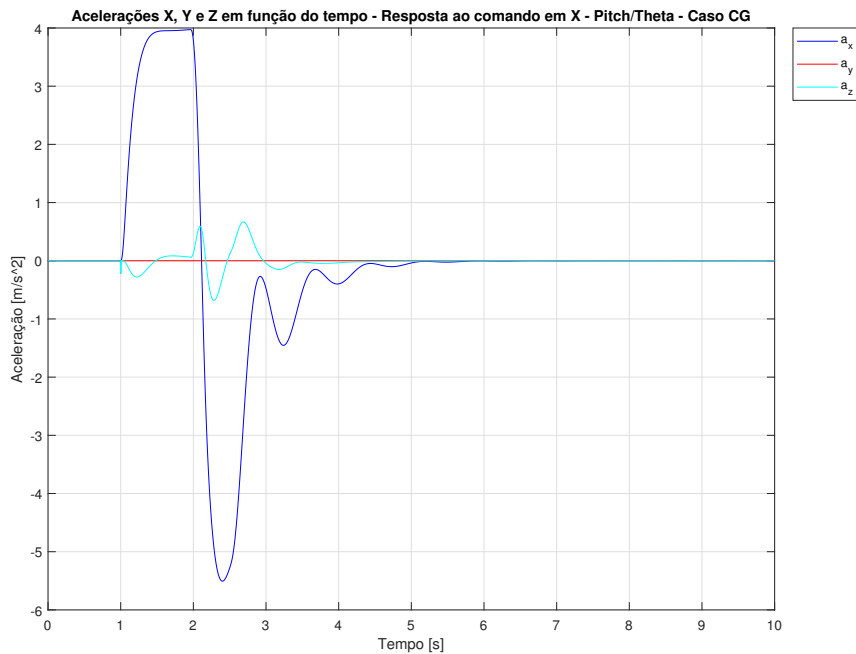


Figura 57 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.

A Figura 58 mostra, como esperado, um ângulo θ movimentação no eixo x, o ângulo máximo atingido foi de aproximadamente 30° , sendo um valor coerente com uma movimentação do drone.

A Figura 59 mostra que a posição em X desejada foi alcançada cerca de 3 segundos após o comando, a resposta obtida não apresentou sobressinal. Observa-se uma alteração na posição no eixo Z, mas este retorna ao ponto desejado 0, apresentando um erro estático nulo.

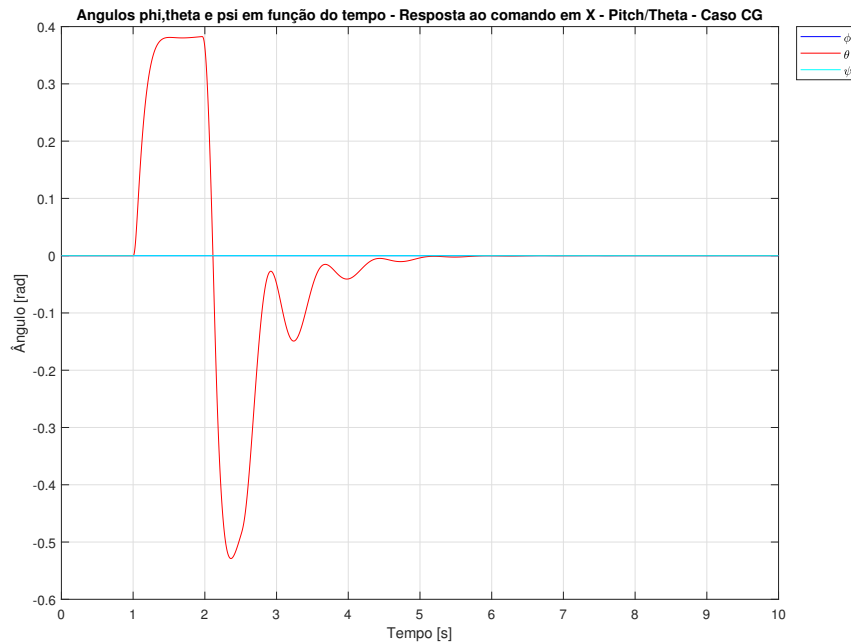


Figura 58 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.

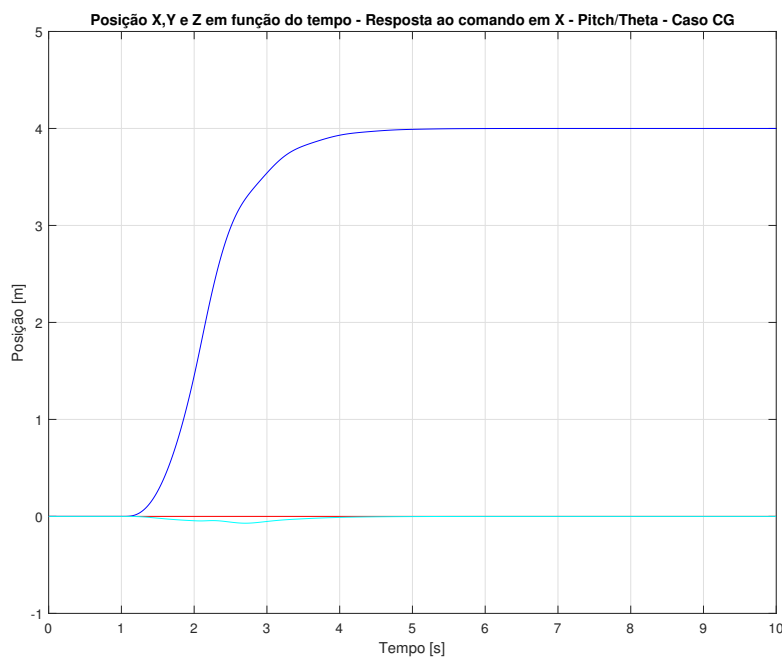


Figura 59 – Posições - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.

O gráfico de velocidade (Figura 60) apresenta um resultado similar a configurações dos motores inclinados, conclui-se que a mudança da distância rotor-CG, para a configuração utilizada, não apresentou impacto para a resposta em velocidade.

As velocidades de rotação dos motores (Figura 61), para este caso, nota-se uma diferença entre a velocidade de rotação dos motores 3 e 4 que giram mais rápido que os motores 1 e 2. Durante o movimento em X, observa-se uma mudança significativa na velocidade de rotação entre os motores, chegando à uma diferença de cerca de 200 rad/s.

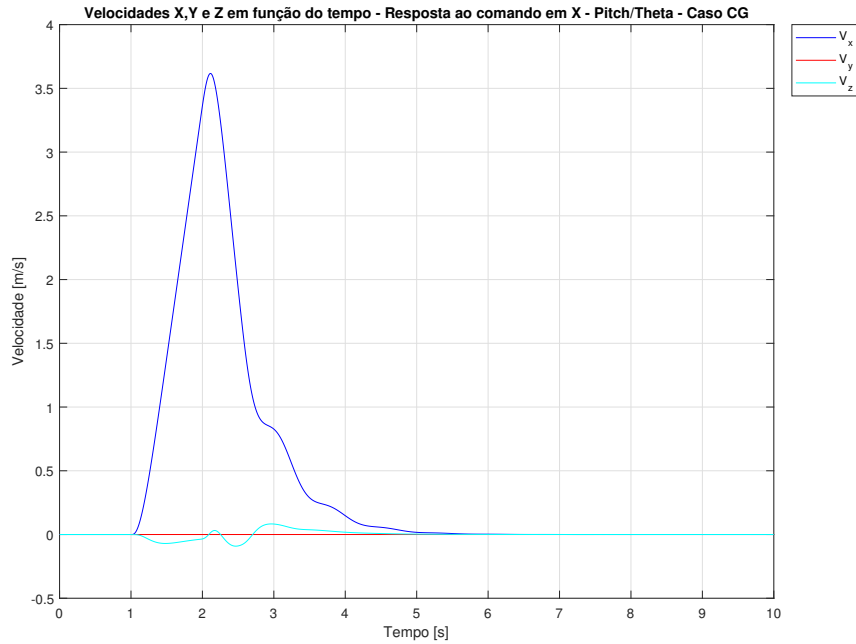


Figura 60 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.

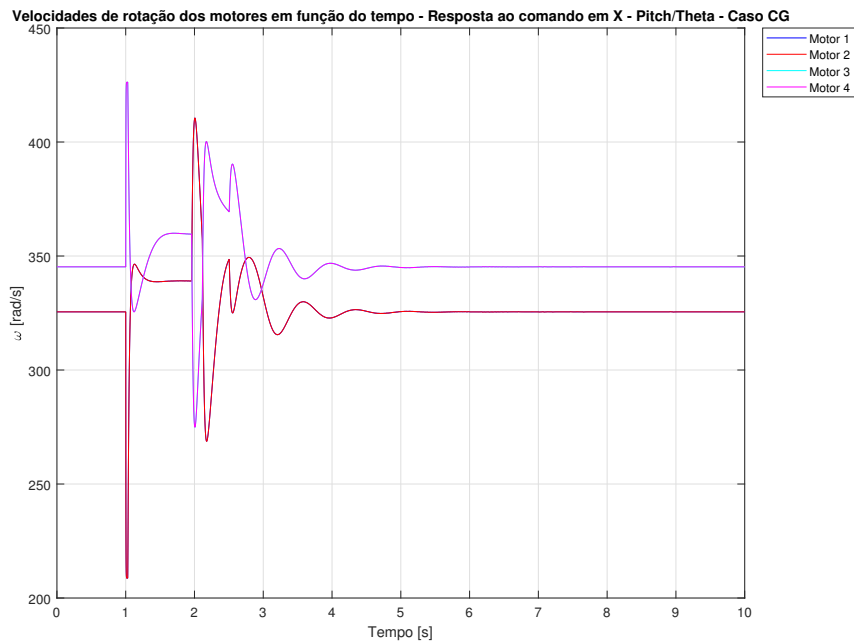


Figura 61 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em X - Caso CG.

5.2.3 Comando de Posição - Eixo Y

Para o controle em posição Y, os resultados obtidos foram bastante similares com o controle em posição X, obtendo diferentemente acelerações nos eixos Y e uma variação no ângulo ϕ . Observou-se um comportamento similar da resposta tanto dinamicamente quanto estaticamente, apresentando igualmente um erro estático nulo. Porém como observado no comando em X, não houve uma mudança significativa do tempo de resposta com a mudança da distância motor-CG para o caso estudado.

Quanto as velocidades de rotação dos motores obtidas dado ao movimento em Y, houve um aumento da velocidade dos motores 1 e 3 em uma diminuição da velocidade dos motores 2 e 4 observando-se um mesmo comportamento, porém como a diferença de magnitude.

As figuras 62, 63, 64 e 65 representam as acelerações no referencial NED, os ângulos, as posições e as velocidades de rotação dos motores, respectivamente, em resposta ao comando em posição Y.

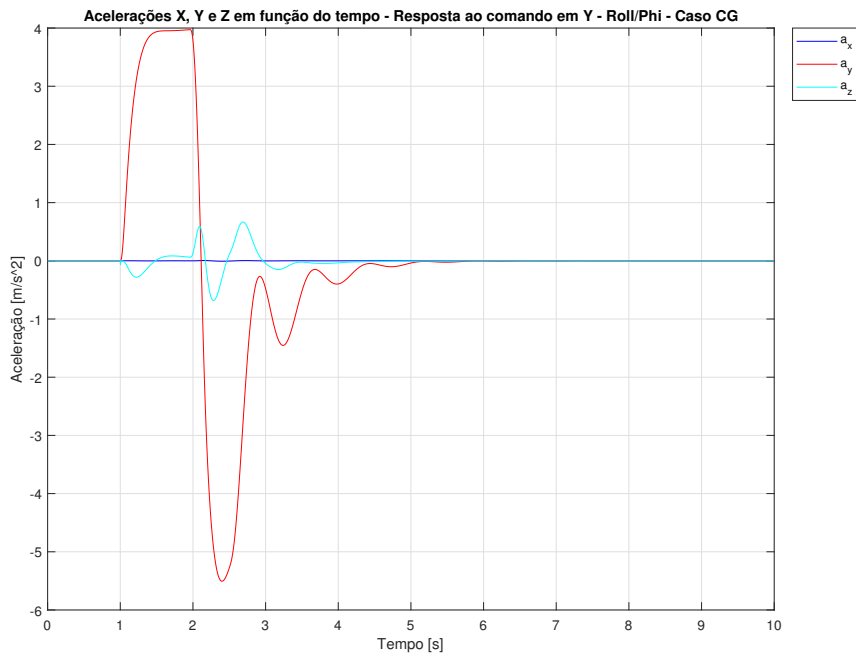


Figura 62 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.

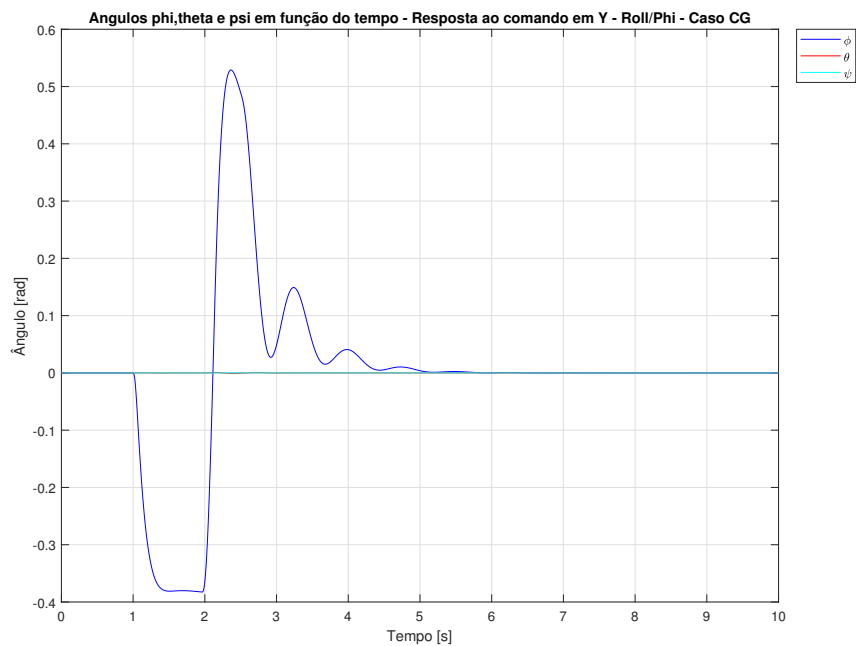


Figura 63 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.

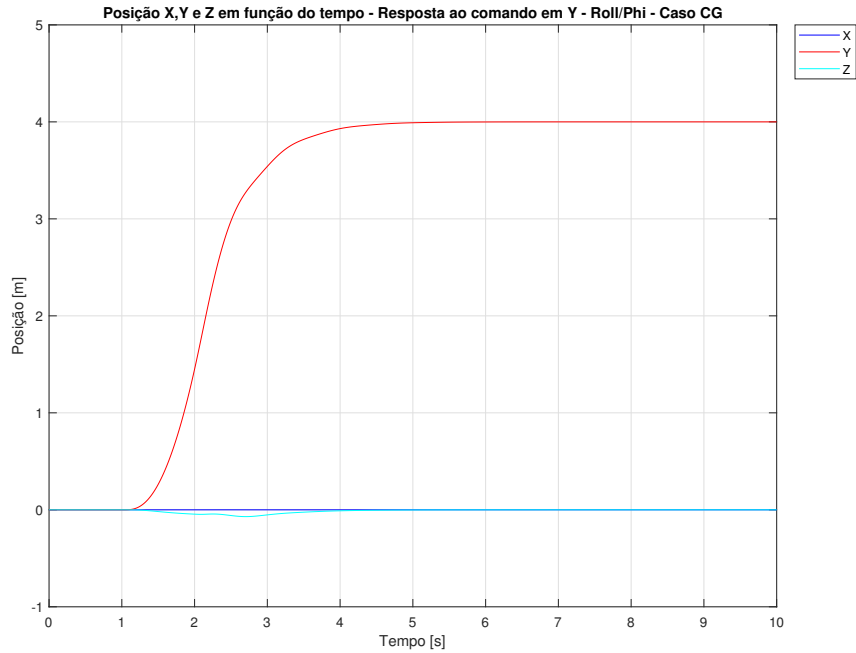


Figura 64 – Posições - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.

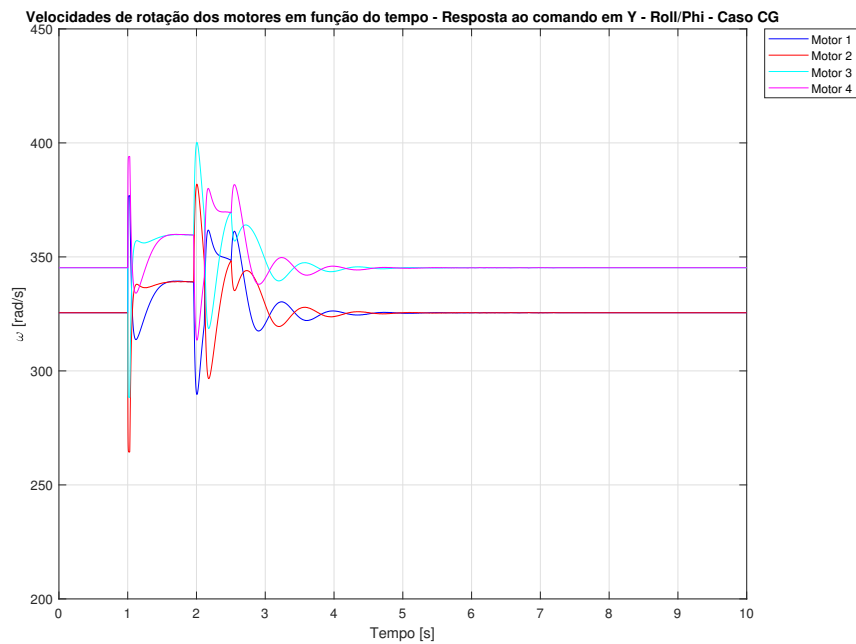


Figura 65 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.

5.2.4 Comando de direção yaw

Para o comando em yaw, nota-se igualmente resultados similares ao caso dos motores inclinados observando, no entanto, a diferença da magnitude da velocidade de rotação dos motores sendo uma velocidade de rotação maior dos motores 2 e 4. Em seguida para retornar ao ponto desejado igual a zero, uma velocidade de rotação maior dos motores 1 e 3, girando justamente no sentido contrário para compensar a rotação.

As figuras 66 e 67 mostrar os ângulos e a velocidade de rotação dos motores respectivamente em resposta ao comando em yaw.

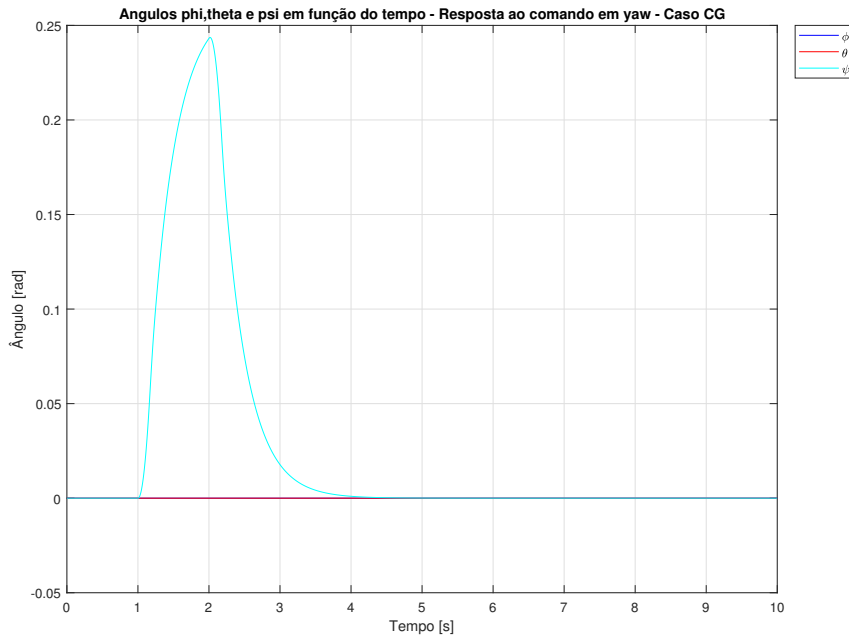


Figura 66 – Ângulos - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.

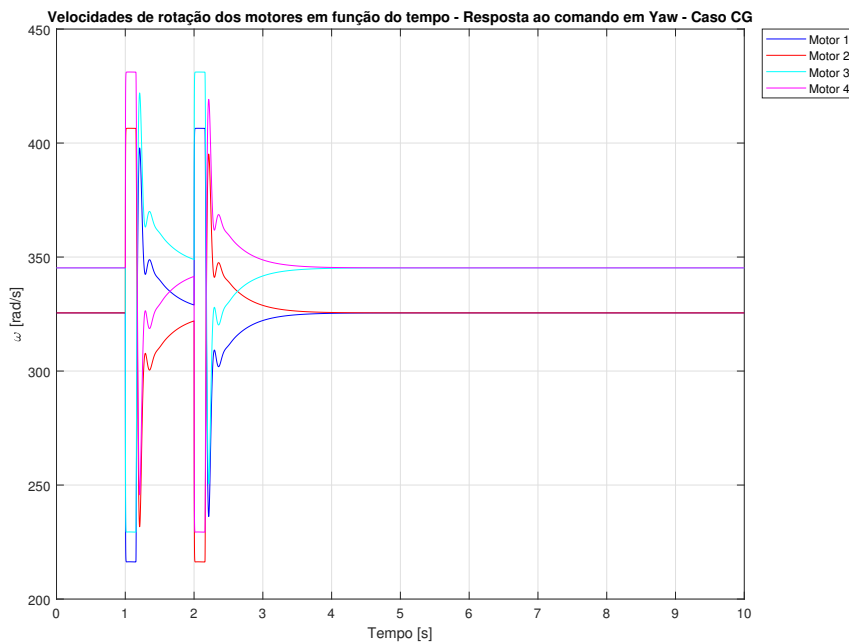


Figura 67 – Omegas dos motores - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.

Os demais gráficos dos estados para a simulação do caso do centro de gravidade podem ser encontrados nos apêndices D.2.1, D.2.2 e D.2.3.

5.3 Simulação com Perturbação do Vento

5.3.1 Comando em Altitude

A comparação dos resultados com a perturbação do vento será analisada com relação as respostas para a configuração 1 (Sem vento). Como inicialização para o caso do vento, os ângulos foram inicializados como sendo zero, no entanto, similar ao caso dos motores inclinados, para compensar o vento o quadricóptero apresentou inclinações para permanecer pairando com a perturbação. Logo, o quadricóptero apresenta acelerações dependendo do vento ao qual está submetido, como observado na Figura 68. Para o vento puramente no eixo X, observa-se uma aceleração no eixo X, para o vento puramente no eixo Y observa se uma aceleração no eixo Y.

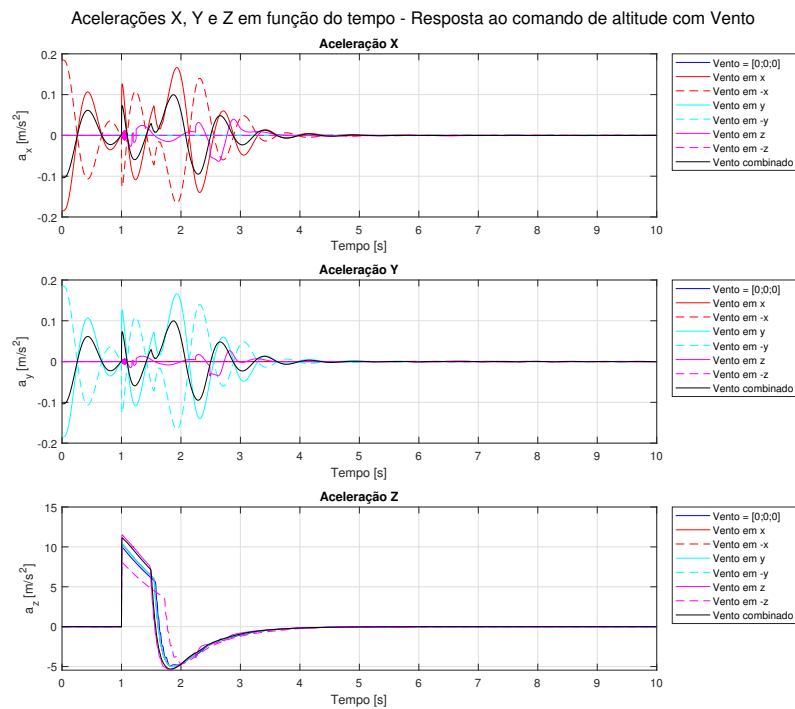


Figura 68 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

Os ângulos obtidos como para as acelerações variam dependendo da direção do vento, para o vento em X observa-se um ângulo θ , já para o vento em Y, um ângulo ϕ . Com o vento em Z não houve variação dos ângulos ϕ e θ , como mostrado na Figura 69.

Dado o fato de os ângulos iniciais serem diferentes dos ângulos de estabilidade, observou-se acelerações diferentes de zero e, portanto, velocidades (Figura 71) e posições também não nulas ao início da simulação. No entanto, é possível remarcar que o drone se movimentou nas posições X e Y e apresentam um erro estático não nulo. O erro estático pode ser lidado um ganho integral para os controladores PID, porém neste trabalho não foi realizado o ajuste deste ganho. Logo o quadricóptero moveu-se 2 cm nas posições X e Y para um comando em altitude (Figura 70). Nota-se um comportamento simétrico entre

os ventos X e $-X$, e Y e $-Y$. Observa-se um tempo de resposta diferente para a posição Z , havendo uma resposta mais rápida para o vento puramente no eixo Z em uma resposta mais devagar para um vento em $-Z$.

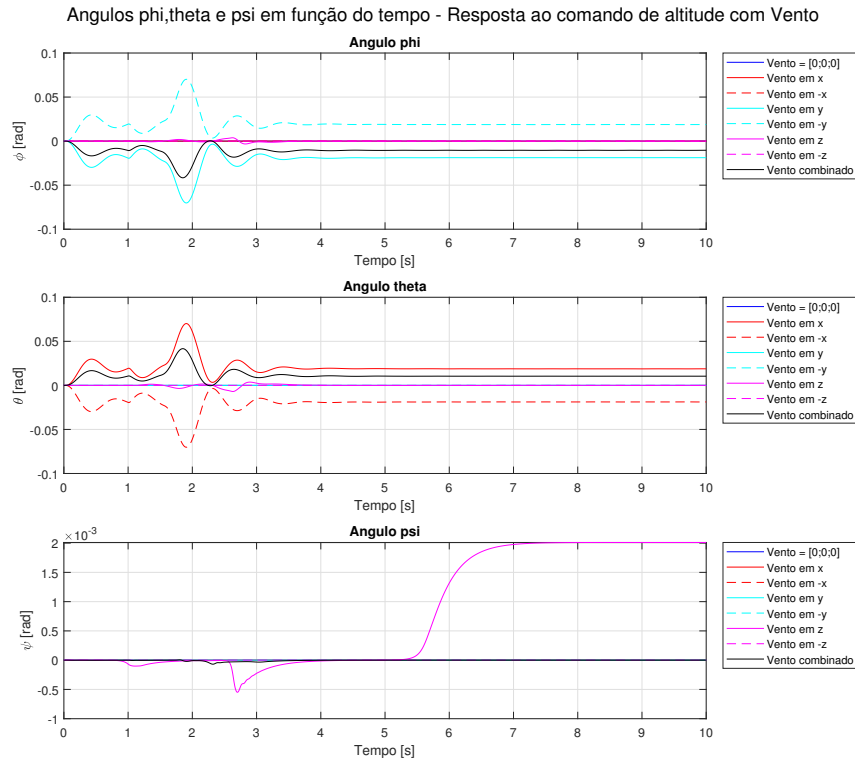


Figura 69 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

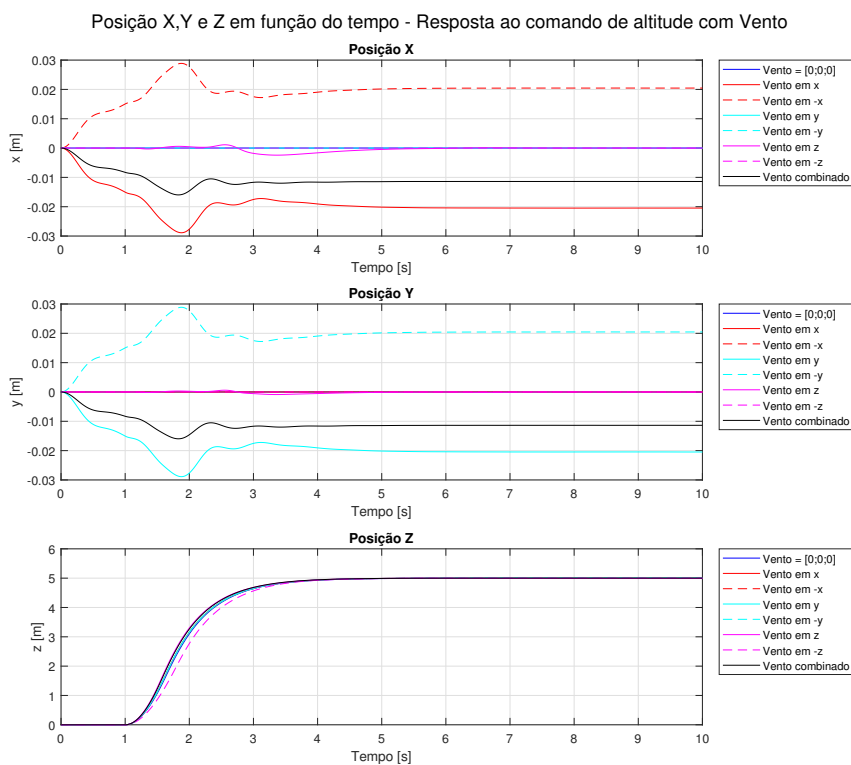


Figura 70 – Posições - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

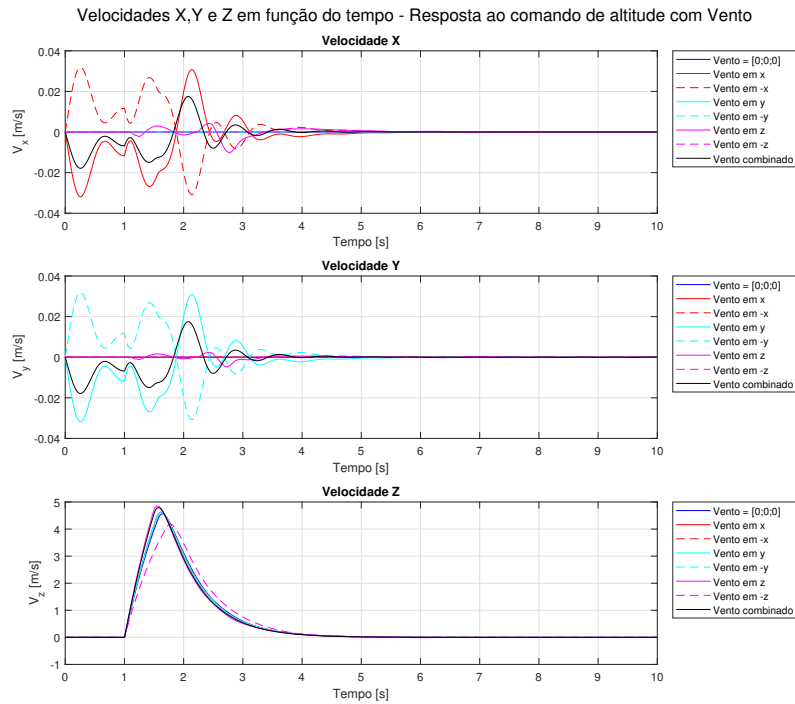


Figura 71 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

Como a velocidade *airspeed* (Figura 72) é dada pela diferença da velocidade do drone e a velocidade do vento, observa-se as respectivas magnitude e direções para cada um dos casos. Ressaltando a velocidade *airspeed* no eixo Z, que apresentou tanto no tempo de resposta diferente quanto uma magnitude diferente para cada uma das configurações.

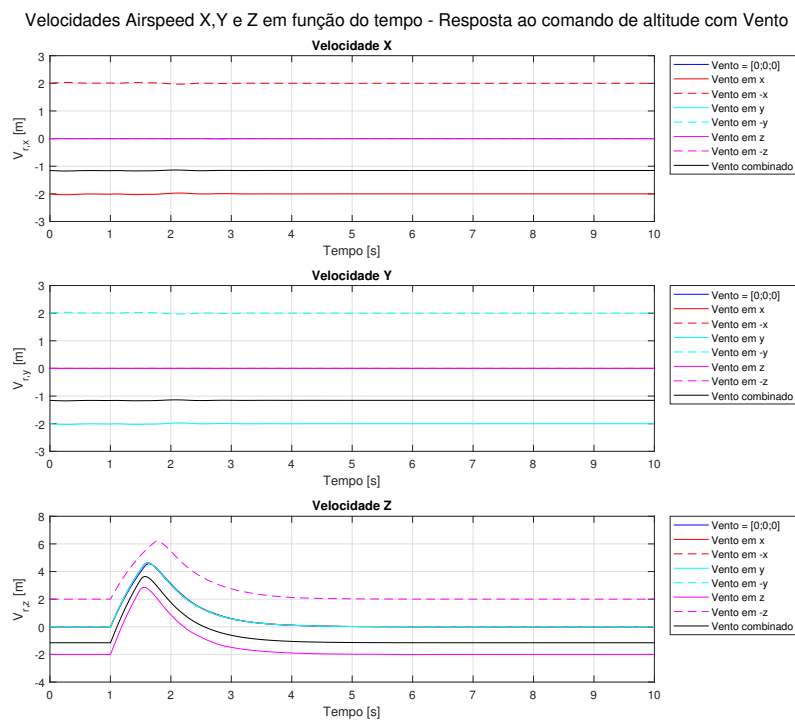


Figura 72 – Velocidades Airspeed - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

O ângulo de ataque é definido entre o vetor *airspeed* e o vetor de empuxo de cada rotor, para um caso sem vento e com o drone sem inclinação, o ângulo de ataque é igual a 0° , já para uma velocidade *airspeed* em X, -X, Y e -Y o ângulo de ataque é igual a 90° . Para uma velocidade *airspeed* em Z, o ângulo de ataque será de 180° , já para uma velocidade *airspeed* em -Z, o ângulo de ataque será de 0° . A Figura 73 mostra os ângulos de ataque para cada configuração de vento diferente, os ângulos de ataques influenciam na geração das forças e momentos do sistema propulsivo.

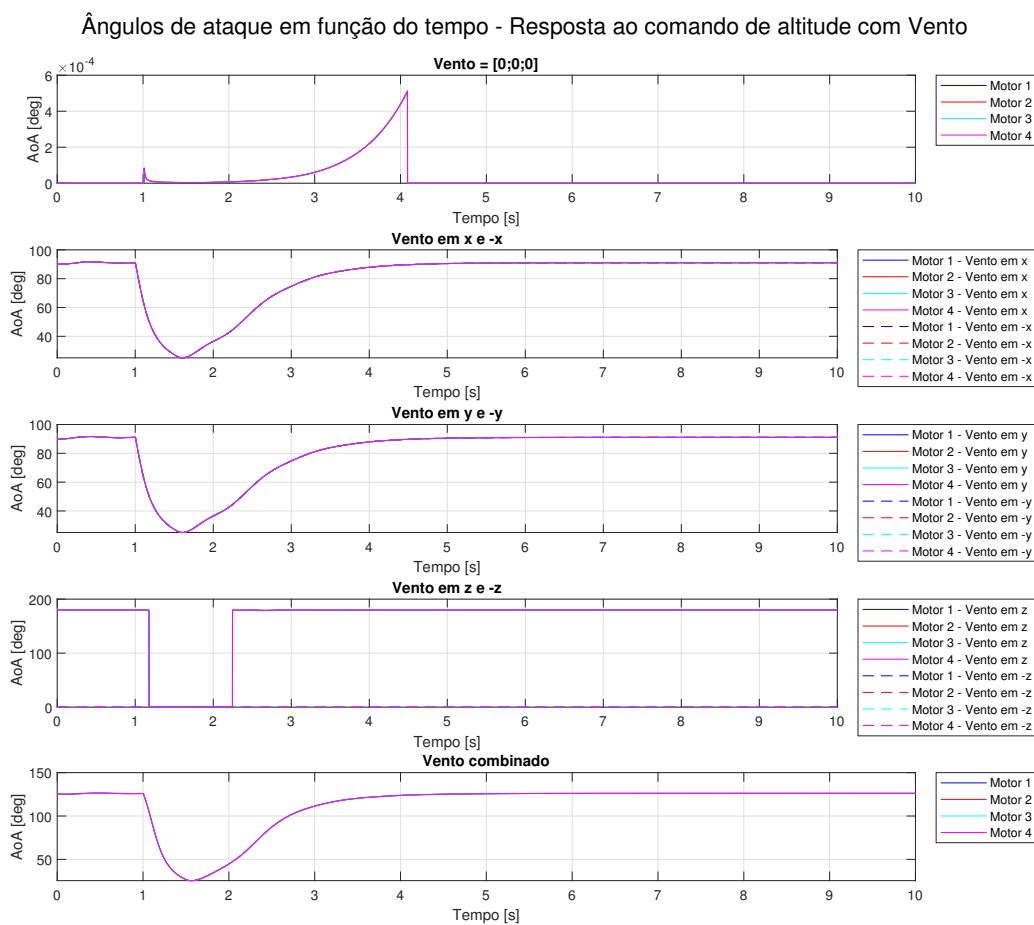


Figura 73 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

Na Figura 74, é possível observar para o vento em Z e em -Z, existe uma diferença significativa na velocidade de rotação dos motores. O resultado é coerente com o modelo obtido na Figura 36, em que para os ângulos de ataque maiores que 90° , ou seja, um vento que é na mesma direção do sentido de rotação das hélices (do empuxo), o empuxo aumenta com o aumento da velocidade *airspeed*.

Velocidades de rotação dos motores em função do tempo - Resposta ao comando de altitude com Vento

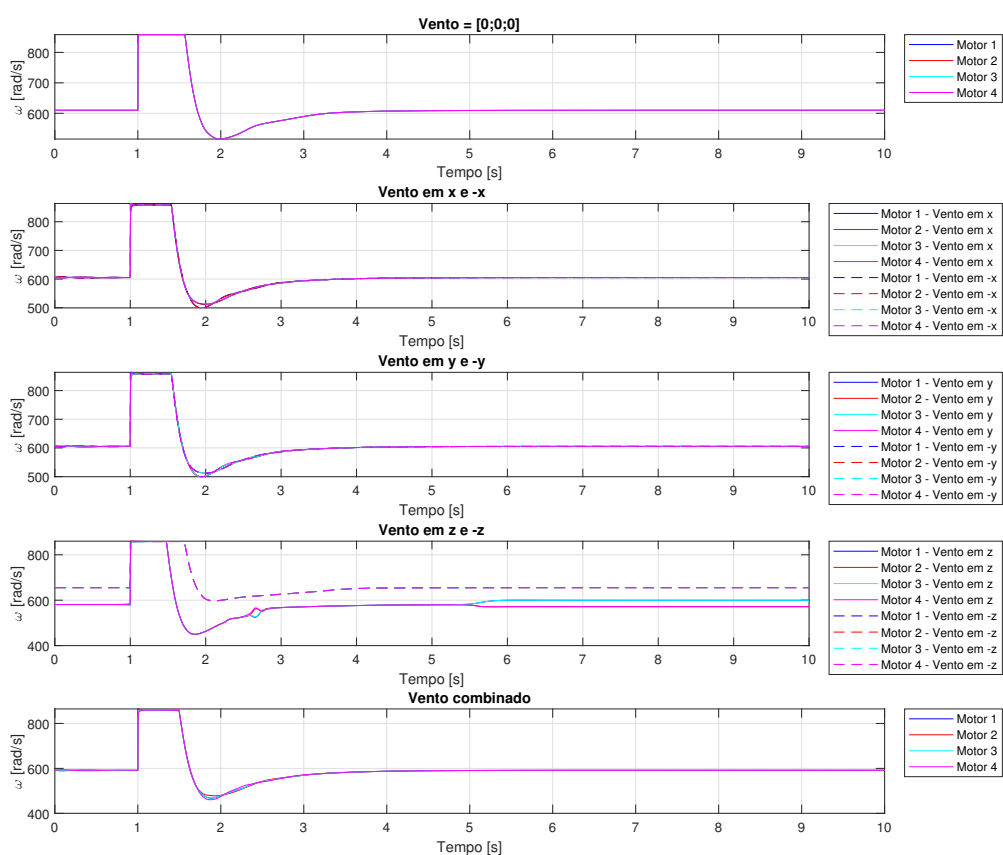


Figura 74 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Z - Caso Vento.

Os demais gráficos dos estados para a simulação do caso do vento, comando em posição X e Y e ângulo yaw, podem ser encontrados nos apêndices [D.3.1](#), [D.3.2](#) e [D.3.3](#).

6 Conclusão

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um simulador que utiliza um modelo matemático de quadrirotos que leva em consideração diferentes configurações de geometria. Durante o trabalho, foi detalhado a construção do sistema de conversão das entradas/comandos do usuário para as rotações motores adaptado as inclinações dos motores.

O modelo matemático foi desenvolvido com o intuito de incluir efeitos aerodinâmicos e a dinâmica do rotor. Uma simulação completa foi então implementada no MATLAB/Simulink com base no modelo matemático derivado do quadrirotor. O ambiente de simulação foi utilizado para avaliar os controladores projetados e comparar a dinâmica e o desempenho para diferentes tipos de condições de entrada. Os controladores PID em cascata propostos apresentaram resultados satisfatórios na estabilização das posições e dos ângulos em simulação.

O modelo em krigagem do sistema propulsivo, com as forças e momentos em função de 3 variáveis (V_{air} , AOA, Ω) apresentou resultados coerentes com a literatura. O modelo em krigagem permite que pontos experimentais sejam interpolados, o que permite obter as forças e momentos para quaisquer valores das variáveis de entrada. Ao serem implementados no simulador mostraram resultados coerentes com a perturbação do vento dado efetuando uma resposta diferente para cada uma das entradas e configurações de vento.

Os resultados obtidos para o caso dos motores inclinados mostraram que o quadrirotor compensa o efeito da inclinação dos motores alterando os próprios ângulos de atitude (rolamento, arfagem e guinada). O drone se inclina de forma a compensar e permanecer pairando, portanto, mantendo acelerações, velocidades e posições nulas. Observou-se a configuração com os 4 motores inclinados, para o controle do ângulo yaw, forneceu uma resposta com velocidades de rotação dos motores menores quando comparado ao caso dos motores não inclinados. Essa redução das velocidades permite um ganho no controle deste ângulo, além de uma corrente mais fraca a ser fornecida aos motores, portanto um consumo menor da bateria.

Analisando o caso CG, as respostas obtidas para as 4 entradas foram bastante similares ao caso dos motores não inclinados, a diferença observada foi a velocidade de rotação dos rotores da frente entre os rotores de trás. Esse resultado mostra uma boa adaptação do modelo matemático trabalhado quanto a mudança da distância rotor-CG.

Como complemento, os controladores PID projetados para o caso dos motores inclinados mostraram resultados similares para o caso CG, utilizando os mesmos ganhos.

Nota-se igualmente que a matriz de conversão das entradas em velocidade de rotação foi adaptada para a mudança dos parâmetros. Conclui-se que o sistema de controle projetado, que inclui a inversão não linear via otimização, permitiu que o quadricóptero obtivesse um desempenho similar independentemente dos ângulos de inclinação dos motores e da distância rotor-CG.

6.1 Trabalhos Futuros

Algumas ideias para continuação do trabalho exposto na temática deste TCC são:

- **Forças e momentos aerodinâmicos:** Adicionar a aerodinâmica do corpo do drone no simulador (descritas nas equações 2.40 e 2.41, porém não implementadas neste trabalho), a fim de simular um modelo mais preciso.
- **Controladores:** Estudar e projetar outros tipos para controladores de posição, altitude e altitudes. Exemplos: - Controlador Adaptativo *Backstepping*; - e Controlador por modos deslizantes/*Sliding Mode*. Livros como (SLOTINE; LI, 1991) apresentam uma teoria destes métodos de controle. Resolução analítica para a inversão não linear do sistema utilizado neste trabalho.
- **Aplicação experimental dos controladores:** Validação experimental do modelo e dos ganhos do PID em um quadricóptero utilizando uma placa controlador, como por exemplo a PixHawk.
- **Modelo propulsivo em aplicação experimental:** Implementação do modelo propulsivo em plataforma experimental, porém com a condição de ter uma forma de medir e/ou estimar o vento nos 3 eixos, em especial o eixo vertical.

Referências

- AULD, D.; SRINIVAS, K. *Analysis of Propellers - Blade Element Theory*. 2006. Disponível em: <http://www-mdp.eng.cam.ac.uk/web/library/enginfo/aerothermal_dvd_only/aero/propeller/prop1.html>. Citado 3 vezes nas páginas 13, 52 e 53.
- BADR, S.; MEHREZ, O.; KABEEL, A. E. A design modification for a quadrotor UAV: modeling, control and implementation. *Advanced Robotics*, v. 33, n. 1, p. 13–32, 2019. ISSN 15685535. Citado na página 59.
- BANGURA, M. Aerodynamics and Control of Quadrotors. n. February, p. 1–163, 2017. Citado 5 vezes nas páginas 13, 31, 32, 54 e 55.
- BANGURA, M.; MAHONY, R. Nonlinear dynamic modeling for high performance control of a quadrotor. *Australasian Conference on Robotics and Automation, ACRA*, p. 3–5, 2012. ISSN 14482053. Citado 4 vezes nas páginas 13, 50, 51 e 57.
- BANGURA, M.; MAHONY, R. Thrust Control for Multirotor Aerial Vehicles. *IEEE Transactions on Robotics*, v. 33, n. 2, p. 390–405, 2017. ISSN 15523098. Citado na página 59.
- BELLOCCHIO, E. et al. Modelling and simulation of a quadrotor in V-tail configuration. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, v. 26, n. 2, p. 158–170, 2016. ISSN 17466180. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 59.
- BERNARD, D. D. C. et al. A dynamic analysis of ground effect for a quadrotor platform. *IFAC-PapersOnLine*, Elsevier B.V., v. 50, n. 1, p. 10311–10316, 2017. ISSN 24058963. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2017.08.1500>>. Citado na página 59.
- BOUABDALLAH, S. P. T. design and control of quadrotors with application to autonomous flying Samir BOUABDALLAH THÈSE N O 3727 (2007). v. 3727, 2007. ISSN 0921-0296. Disponível em: <https://infoscience.epfl.ch/record/95939/files/EPFL_TH3727.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 13, 44 e 55.
- CAI, G.; CHEN, B. M.; LEE, T. H. *Unmanned Rotorcraft Systems*. 1. ed. London: Springer London, 2011. 270 p. (Advances in Industrial Control). ISSN 1430-9491. ISBN 978-0-85729-634-4. Disponível em: <<http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Advances+in+Industrial+Control#0http://link.springer.com/10.1007/978-0-85729-635-1>>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 40.
- ELKHOLY, H. t. M. Dynamic Modeling and Control of a Quadrotor Using Linear and Nonlinear Approaches. 2014. Citado na página 69.
- EMMENDOERFER, G. et al. PIG Inercial Brasileiro. 2008. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 38.
- EMRAN, B. J.; NAJJARAN, H. A review of quadrotor: An underactuated mechanical system. *Annual Reviews in Control*, Elsevier Ltd, v. 46, n. February, p. 165–180, 2018. ISSN 13675788. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.arcontrol.2018.10.009>>. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 59.

- FRANK, S. A. *Control Theory Tutorial*. 1. ed. Cham: Springer International Publishing, 2018. (SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology). ISBN 978-3-319-91706-1. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-91707-8>>. Citado na página 68.
- GILL, R.; D'ANDREA, R. Computationally efficient force and moment models for propellers in uav forward flight applications. *Drones*, v. 3, n. 4, p. 1–47, 2019. ISSN 2504446X. Citado 7 vezes nas páginas 13, 34, 42, 43, 51, 52 e 81.
- HOFFMANN, G. M. et al. Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment. *Collection of Technical Papers - AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference 2007*, v. 2, n. May, p. 1670–1689, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 57.
- HUANG, H. et al. Aerodynamics and control of autonomous quadrotor helicopters in aggressive maneuvering. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, n. May 2014, p. 3277–3282, 2009. ISSN 10504729. Citado na página 59.
- JUNAID, A. B. et al. Design and implementation of a dual-axis tilting quadcopter. *Robotics*, v. 7, n. 4, p. 1–20, 2018. ISSN 22186581. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 59.
- KHAN, W.; NAHON, M. A propeller model for general forward flight conditions. *International Journal of Intelligent Unmanned Systems*, v. 3, n. 2-3, p. 72–92, 2015. ISSN 20496435. Citado na página 53.
- KLEIJNEN, J. P. Kriging metamodeling in simulation: A review. *European Journal of Operational Research*, v. 192, n. 3, p. 707–716, 2009. ISSN 03772217. Citado na página 53.
- LEISHMAN, J. G. *Principles of Helicopter Aerodynamics*. [S.l.: s.n.], 2006. ISBN 0521660602. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 55.
- LIANG, O. *Review: Aimdroix XRay Tilt-Rotor FPV Quadcopter - Oscar Liang*. 2017. Disponível em: <<https://oscarliang.com/aimdroix-xray-tilt-rotor-fpv-quad/>>. Citado na página 33.
- LIM, B. H. et al. Open-Source Projects on Unmanned Aerial Vehicles. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, n. SEPTEMBER 2012, p. 33–45, 2012. Citado na página 31.
- LIMA, G. V. Modelagem Dinâmica e controle para navegação de um veículo aéreo não tripulado do tipo quadricóptero. p. 128, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 69.
- LOPHAVEN, S.; NIELSEN, H.; SØNDERGAARD, J. Aspects of the matlab toolbox DACE. *Technical report*, n. IMM-REP-2002-13, 2002. Nenhuma citação no texto.
- LOPHAVEN, S. N.; NIELSEN, H. B.; SONDERGAARD, J. DACE - A Matlab Kriging Toolbox. 2002. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 54.
- MAHONY, R.; KUMAR, V.; CORKE, P. Multirotor aerial vehicles: Modeling, estimation, and control of quadrotor. *IEEE Robotics and Automation Magazine*, IEEE, v. 19, n. 3, p. 20–32, 2012. ISSN 10709932. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 57.
- MARTIN, J. D.; SIMPSON, T. W. Use of kriging models to approximate deterministic computer models. *AIAA Journal*, v. 43, n. 4, p. 853–863, 2005. ISSN 00011452. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.

- MATHWORKS. *Find minimum of unconstrained multivariable function using derivative-free method - MATLAB fminsearch - MathWorks*. 2021. Disponível em: <<https://mathworks.com/help/matlab/ref/fminsearch.html>>. Citado na página 72.
- MOUTINHO, A.; MATEOS, E.; CUNHA, F. The tilt-quadrotor: Concept, modeling and identification. *Proceedings - 2015 IEEE International Conference on Autonomous Robot Systems and Competitions, ICARSC 2015*, IEEE, v. 1, p. 156–161, 2015. Citado na página 59.
- NELSON, R. C. *Flight Stability and Automatic Control*. [S.l.: s.n.], 1976. ISBN 0070462739. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 62.
- OGATA, K. *Modern Control Engineering*. [S.l.: s.n.], 2010. v. 93. 63–63 p. ISSN 0022-0434. ISBN 9780136156734. Citado 4 vezes nas páginas 14, 62, 68 e 69.
- PARROT. *Parrot ANAFI - The compact and resistant drone with a 4K HDR camera*. 2021. Disponível em: <<https://www.parrot.com/us/drones/anafi>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 31.
- PLANNING, A. *Unmanned Aircraft Systems & Advanced Air Mobility - Aviation Planning*. 2020. Disponível em: <<https://aviationplanning.design.blog/unmanned-aircraft-systems/>>. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 58.
- PUTAROV, F. Guiagem, Navegação e Controle de Veículos de Vól Lançadores Software de Voo. 2012. Citado na página 33.
- QUAN, Q.; DAI, X.; WANG, S. *Multicopter Design and Control Practice*. Singapore: Springer Singapore, 2020. ISBN 978-981-15-3137-8. Disponível em: <<https://link.springer.com/10.1007/978-981-15-3138-5>>. Citado na página 69.
- RODRIGUES, L. E. M. J. Modelo Teórico para Determinação dos Critérios de Estabilidade Longitudinal estática. *Revista Eletrônica AeroDesign Magazine*, v. 2, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 61.
- ROUSSEAU, G. Optimal trajectory planning and predictive control for cinematographic flight plans with quadrotors. 2019. Disponível em: <<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02402461>>. Citado 8 vezes nas páginas 13, 32, 40, 43, 55, 56, 57 e 60.
- RYLL, M.; BÜLTHOFF, H. H.; GIORDANO, P. R. Modeling and control of a quadrotor UAV with tilting propellers. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, p. 4606–4613, 2012. ISSN 10504729. Citado na página 59.
- SEDDON, J.; NEWMAN, S. *Basic Helicopter Aerodynamics*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2011. 113–138 p. ISBN 9781119994114. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/9781119994114>>. Citado 3 vezes nas páginas 52, 58 e 81.
- SLOTINE, J.-J.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey, USA: Prentice-Hall, Inc, 1991. ISBN 0130408905. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 108.
- STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. *Aircraft Control and Simulation: Dynamics, Controls Design, and Autonomous Systems*. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, Inc, 2015. 749 p. ISBN 9781119174882. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/9781119174882>>. Citado na página 40.

THEYS, B. et al. Experimental and numerical study of micro-aerial-vehicle propeller performance in oblique flow. *Journal of Aircraft*, v. 54, n. 3, p. 1076–1084, 2016. ISSN 15333868. Citado 2 vezes nas páginas 51 e 53.

TOMIĆ, T. Model-Based Control of Flying Robots for Robust Interaction under Wind Influence. n. August, p. 156, 2018. Disponível em: <<https://www.repo.uni-hannover.de/handle/123456789/4021>>. Citado 5 vezes nas páginas 13, 33, 44, 45 e 60.

TOMIĆ, T. et al. Simultaneous contact and aerodynamic force estimation (s-CAFE) for aerial robots. *The International Journal of Robotics Research*, v. 39, n. 6, p. 688–728, may 2020. ISSN 0278-3649. Disponível em: <<http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0278364920904788>>. Citado na página 44.

Apêndices

APÊNDICE A – Parâmetros do Quadrirotor

Este capítulo do apêndice contém os parâmetros utilizados nas simulações deste trabalho. Os parâmetros adotados foram baseados de um dos drones da Equipe de Robótica Aérea (EDRA).

Tabela 4 – Parâmetros e constantes do Quadrirotor para o caso dos Motores Inclinados

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
I_{xx}	Momento de Inércia do corpo no eixo x	4.86E-03	kg.m ²
I_{yy}	Momento de Inércia do corpo no eixo y	4.86E-03	kg.m ²
I_{zz}	Momento de Inércia do corpo no eixo z	8.80E-03	kg.m ²
L	Braço de momento (motores)	0.225	m
J_r	Inércia do Rotor	3.36E-05	kg.m ²
m	Massa do quadrirotor	0.42	kg
K_f	Constante de força aerodinâmica	9.15E-06	N.s ²
K_M	Constante de momento aerodinâmico	1.40E-07	N.m.s ²
$r_{k,1}$	Posição do motor 1 (referencial body)	[0.1591 -0.1591 0]	m
$r_{k,2}$	Posição do motor 2 (referencial body)	[0.1591 0.1591 0]	m
$r_{k,3}$	Posição do motor 3 (referencial body)	[-0.1591 0.1591 0]	m
$r_{k,4}$	Posição do motor 4 (referencial body)	[-0.1591 -0.1591 0]	m
α	Ângulo α dos motores	[45,-45, -135, 135]	deg
β_1	Ângulo β dos motores Config. 1	[90, 90, 90, 90]	deg
β_2	Ângulo β dos motores Config. 2	[84, 84, 90, 90]	deg
β_3	Ângulo β dos motores Config. 3	[90, 90, 84, 84]	deg
β_4	Ângulo β dos motores Config. 4	[84, 84, 84, 84]	deg

Tabela 5 – Parâmetros e constantes do Quadrirotor para o caso da mudança do CG

Parâmetro	Descrição	Valor	Unidade
$r_{k,1}$	Posição do motor 1 (referencial body)	[0.1125 -0.1949 0]	m
$r_{k,2}$	Posição do motor 2 (referencial body)	[0.1125 0.1949 0]	m
$r_{k,3}$	Posição do motor 3 (referencial body)	[-0.1000 0.1732 0]	m
$r_{k,4}$	Posição do motor 4 (referencial body)	[-0.1000 -0.1732 0]	m
α	Ângulo α dos motores Config CG	[30,-30, -150, 150]	deg
β	Ângulo β dos motores	[90, 90, 90, 90]	deg

Matriz U para Omega para a configuração 1 dos motores inclinados:

$$\begin{bmatrix} 1.1476 & -0.0834 & -0.0834 & 1.5730 \\ 1.1476 & 0.0834 & -0.0834 & -1.5730 \\ 1.1476 & 0.0834 & 0.0834 & 1.5730 \\ 1.1476 & -0.0834 & 0.0834 & -1.5730 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Matriz U para Omega para a configuração 2 dos motores inclinados:

$$\begin{bmatrix} 1.1562 & -0.0475 & -0.0840 & 0.8950 \\ 1.1516 & 0.0471 & -0.0837 & -0.8887 \\ 1.1417 & 0.1199 & 0.0838 & 0.8838 \\ 1.1534 & -0.1196 & 0.0830 & -0.8901 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Matriz U para Omega para a configuração 3 dos motores inclinados:

$$\begin{bmatrix} 1.1417 & -0.1199 & -0.0838 & 0.8838 \\ 1.1534 & 0.1196 & -0.0830 & -0.8901 \\ 1.1562 & 0.0475 & 0.0840 & 0.8950 \\ 1.1516 & -0.0471 & 0.0837 & -0.8887 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Matriz U para Omega para a configuração 4 dos motores inclinados:

$$\begin{bmatrix} 1.1539 & -0.0845 & -0.0845 & 0.6210 \\ 1.1539 & 0.0833 & -0.0833 & -0.6210 \\ 1.1539 & 0.0845 & 0.0845 & 0.6210 \\ 1.1539 & -0.0833 & 0.0833 & -0.6210 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Matriz U para Omega para o caso da mudança do Centro de Gravidade (CG):

$$\begin{bmatrix} 1.0801 & -0.0721 & -0.1249 & 1.4802 \\ 1.0801 & 0.0721 & -0.1249 & -1.4802 \\ 1.2151 & 0.0721 & 0.1249 & 1.6657 \\ 1.2151 & -0.0721 & 0.1249 & -1.6657 \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

APÊNDICE B – Código em MATLAB

B.1 Código do modelo utilizando a krigagem

Segue abaixo o código utilizado para criar o modelo do sistema propulsivo em krigagem:

```

%% Initialization
clc; clear all; close all;
set(0,'DefaultFigureWindowStyle','docked');
%% Load a propeller database *.csv

fprintf('Choose a propeller data *.csv file\n');
[file,path] = uigetfile({'*.csv'},'File Selector');

propeller_csv = importdata(file);
propeller_data_init = propeller_csv.data_fields;
propeller_name = propeller_csv.header_info{1};
propeller_name = propeller_name(~isspace(propeller_name));

%% "Filtering" the propeller data
len_prop_data = length(propeller_data_init.V_ms);
n=1;

for i=1:len_prop_data
    if(i~=1)
        if(abs(propeller_data_init.Omega_radps(i-1) - propeller_data_init.Omega_radps(i))> 10)

            propeller_data.V_ms(n) = propeller_data_init.V_ms(i);
            propeller_data.beta_deg(n) = propeller_data_init.beta_deg(i);
            propeller_data.Omega_radps(n) = propeller_data_init.Omega_radps(i);
            propeller_data.F_T_N(n) = propeller_data_init.F_T_N(i);
            propeller_data.F_H_N(n) = propeller_data_init.F_H_N(i);
            propeller_data.F_S_N(n) = propeller_data_init.F_S_N(i);
            propeller_data.M_P_Nm(n) = propeller_data_init.M_P_Nm(i);
            propeller_data.M_Q_Nm(n) = propeller_data_init.M_Q_Nm(i);
            propeller_data.M_R_Nm(n) = propeller_data_init.M_R_Nm(i);
            n = n + 1;
        end
    else
        propeller_data.V_ms(n) = propeller_data_init.V_ms(i);
        propeller_data.beta_deg(n) = propeller_data_init.beta_deg(i);
        propeller_data.Omega_radps(n) = propeller_data_init.Omega_radps(i);
        propeller_data.F_T_N(n) = propeller_data_init.F_T_N(i);
        propeller_data.F_H_N(n) = propeller_data_init.F_H_N(i);
        propeller_data.F_S_N(n) = propeller_data_init.F_S_N(i);
        propeller_data.M_P_Nm(n) = propeller_data_init.M_P_Nm(i);
        propeller_data.M_Q_Nm(n) = propeller_data_init.M_Q_Nm(i);
        propeller_data.M_R_Nm(n) = propeller_data_init.M_R_Nm(i);
        n = n + 1;
    end
end
end

```

```

propeller_data.V_ms      = propeller_data.V_ms(:);
propeller_data.beta_deg  = propeller_data.beta_deg(:);
propeller_data.Omega_radps = propeller_data.Omega_radps(:);
propeller_data.F_T_N     = propeller_data.F_T_N(:);
propeller_data.F_H_N     = propeller_data.F_H_N(:);
propeller_data.F_S_N     = propeller_data.F_S_N(:);
propeller_data.M_P_Nm    = propeller_data.M_P_Nm(:);
propeller_data.M_Q_Nm    = propeller_data.M_Q_Nm(:);
propeller_data.M_R_Nm    = propeller_data.M_R_Nm(:);

%% Model Kriging Thrust(Vair,AoA,RPM), Force H, Moments,Mechanical power

theta = [15 15 15];

lob = [1e-3 1e-3 1e-3];

upb = [1000 1000 1000];

% nn = find(~(propeller_data.Thrust_total < -0.6 | propeller_data.Thrust_total > 3));
propeller_data.Omega_RPM = propeller_data.Omega_radps*60/(2*pi);

S = [propeller_data.V_ms propeller_data.beta_deg propeller_data.Omega_RPM];

Y_T      = propeller_data.F_T_N;
Y_H      = propeller_data.F_H_N;
Y_S      = propeller_data.F_S_N;
Y_m_roll = propeller_data.M_R_Nm;
Y_m_pitch = propeller_data.M_P_Nm;
Y_m_yaw  = propeller_data.M_Q_Nm;

clear propeller_csv propeller_data propeller_data_init
%

[model_Force_T, perf_T]      = dacefit(S, Y_T, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);
[model_Force_H, perf_H]     = dacefit(S, Y_H, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);
[model_Force_S, perf_S]     = dacefit(S, Y_S, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);
[model_m_roll, perf_m_roll] = dacefit(S, Y_m_roll, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);
[model_m_pitch, perf_m_pitch] = dacefit(S, Y_m_pitch, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);
[model_m_yaw, perf_m_yaw]   = dacefit(S, Y_m_yaw, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);

% [model_power_meca, perf_power_meca] = dacefit(S, Y_P, @regpoly2, @corr Gauss, theta, lob, upb);

%% Save models
variables = {'model_Force_T', 'model_Force_H', 'model_Force_S', ...
            'model_m_roll', 'model_m_pitch', 'model_m_yaw'};
message = sprintf('\nDo you want to keep propeller model name same as: %s?(y/n) \n', propeller_name);
resp = input(message, 's');

if(resp == 'y' || resp == 'Y')

```



```
save(sprintf('%s_model.mat',propeller_name),variables{:});

else
message = '\nWrite a file name for the propeller data model (without .mat): \n\n';

name = input(message,'s');
fprintf('\n');

save(sprintf('%s.mat',name),variables{:});
end
```


APÊNDICE C – Plantas do Simulador no Simulink

Segue abaixo o detalhamento das plantas feitas no Simulink para o projeto do simulador. As plantas aqui detalhadas são: Mecânica do voo do drone; Movimento translacional; Movimento rotacional; Conversão das entradas U em rotações motores; e Dinâmica do Motor.

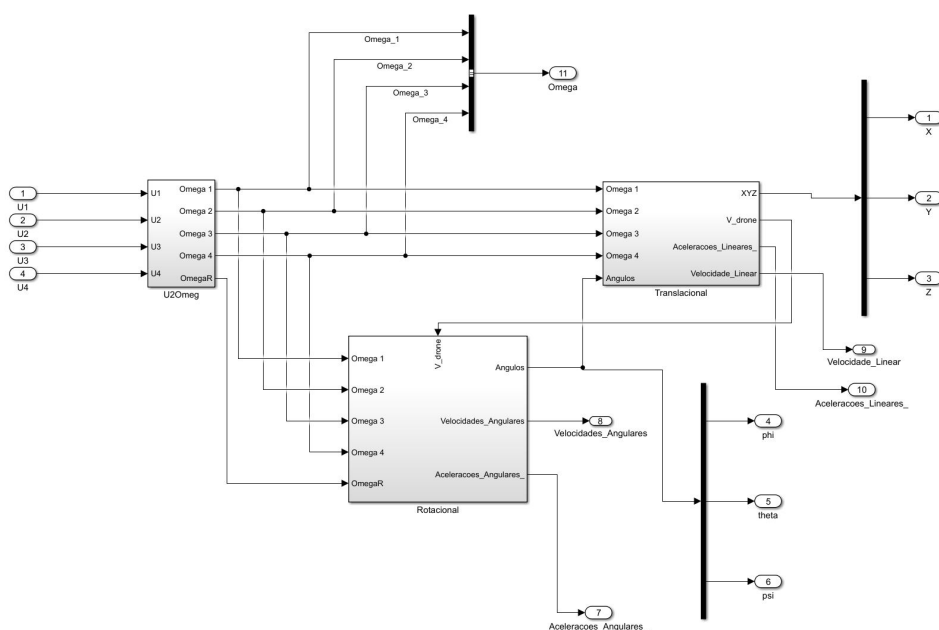


Figura 75 – Estrutura do bloco da mecânica do voo do drone implementado no Simulink.

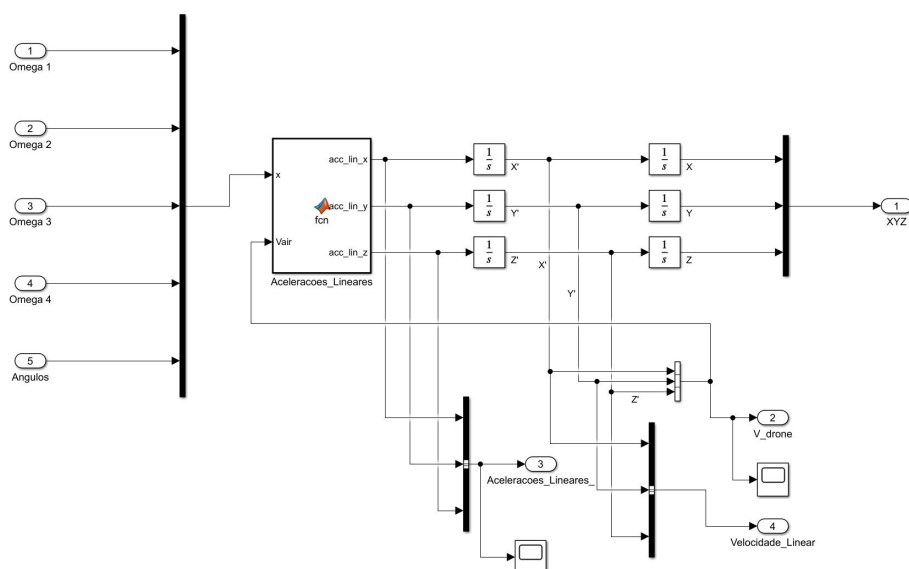


Figura 76 – Estrutura do bloco do movimento translacional implementado no Simulink.

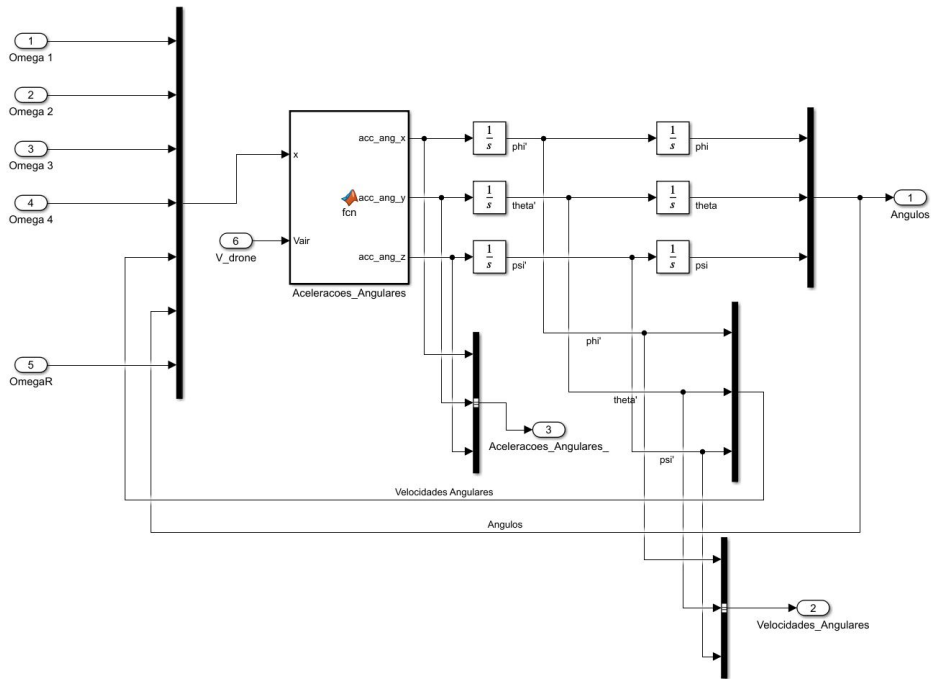


Figura 77 – Estrutura do bloco do movimento rotacional implementado no Simulink.

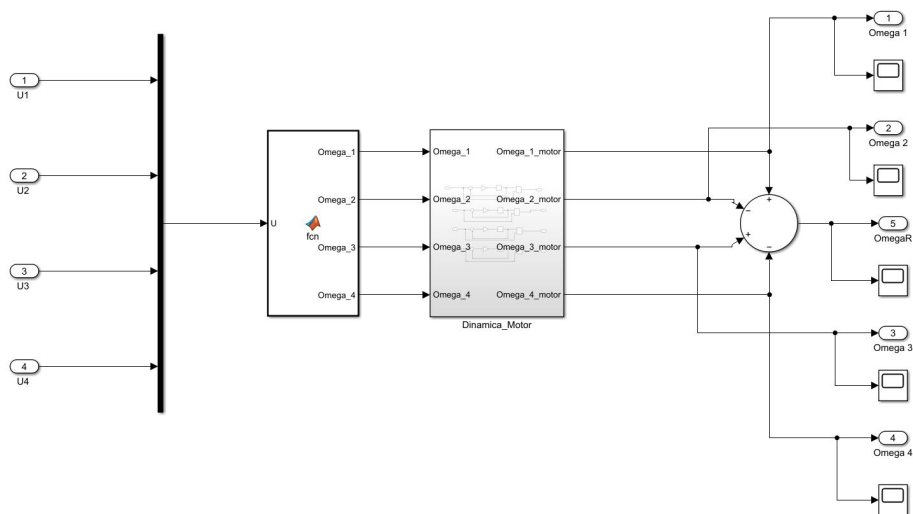


Figura 78 – Estrutura do bloco de conversão de entradas U em rotações motores implementado no Simulink.

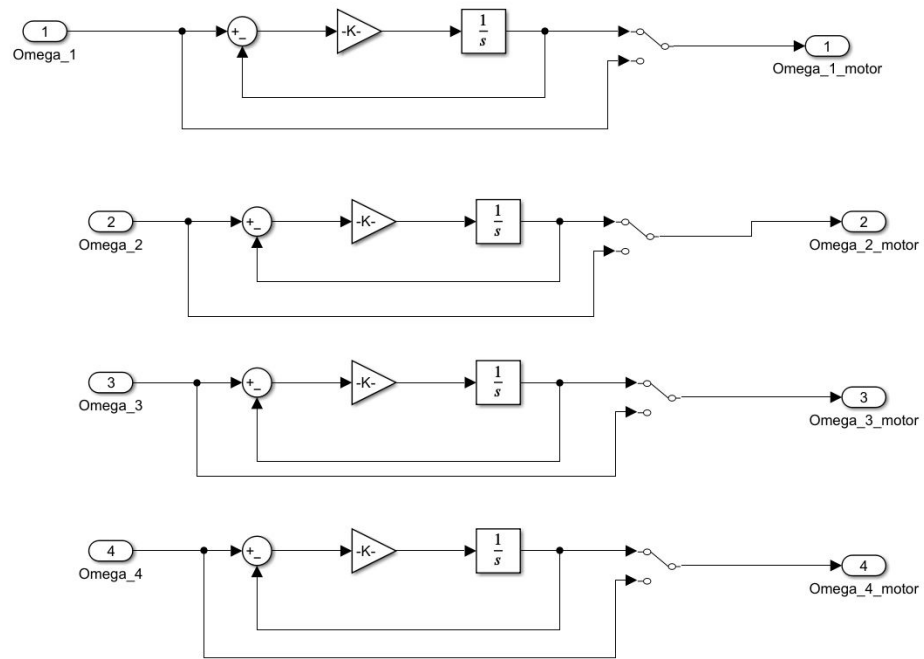


Figura 79 – Estrutura do bloco da dinâmica do motor implementado no Simulink.

APÊNDICE D – Resultados das simulações

D.1 Simulação com os Motores Inclinados/Desalinhados

D.1.1 Comando em Altitude

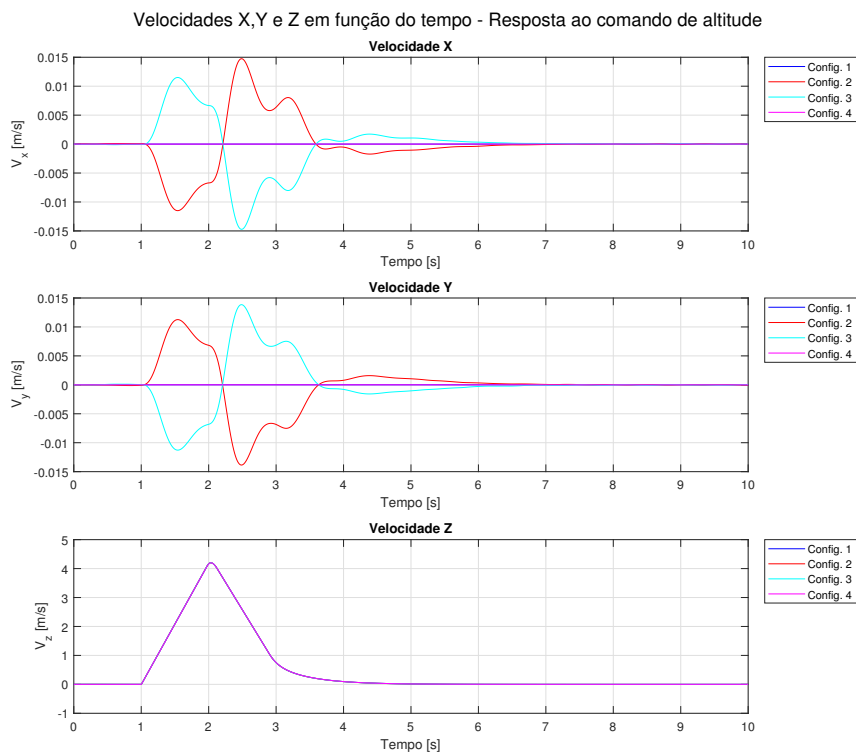


Figura 80 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Z - Motores Inclinados.

D.1.2 Comando de Posição - Eixo Y

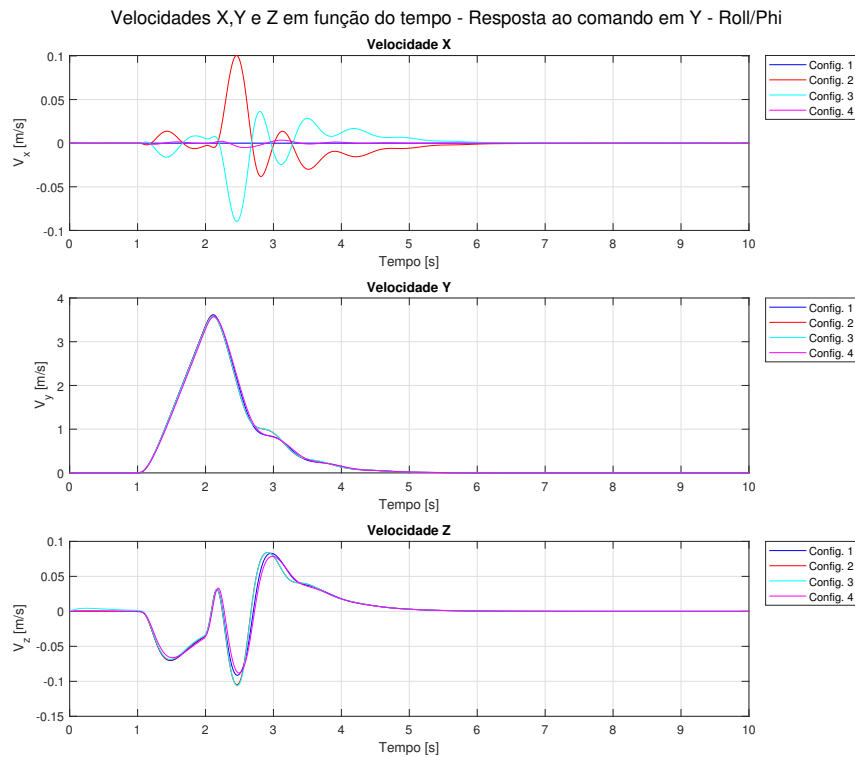


Figura 81 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Y - Motores Inclinados.

D.1.3 Comando de direção yaw

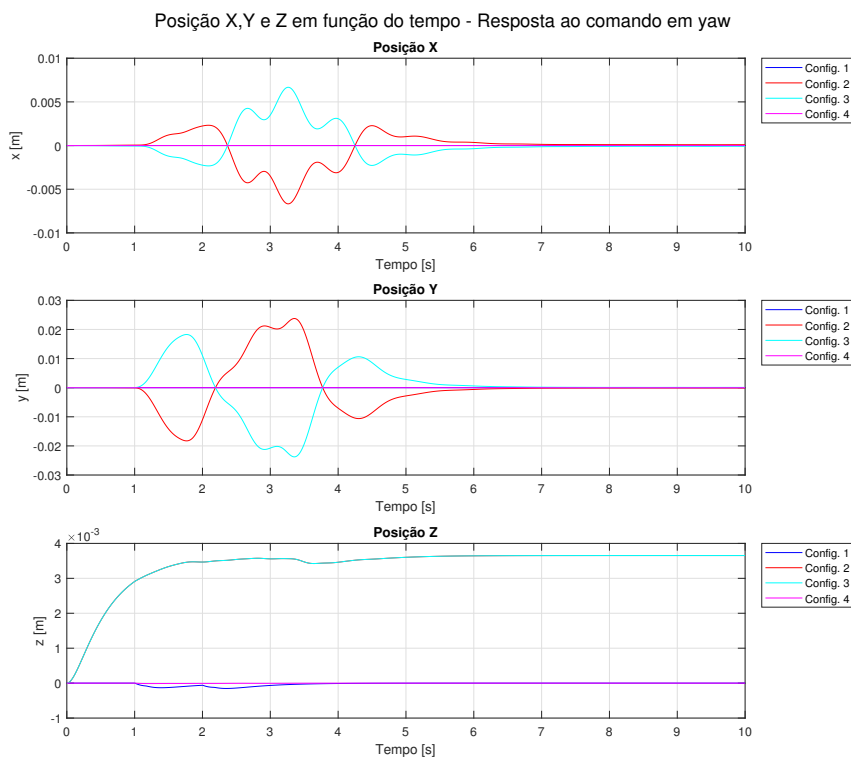


Figura 82 – Posições - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.

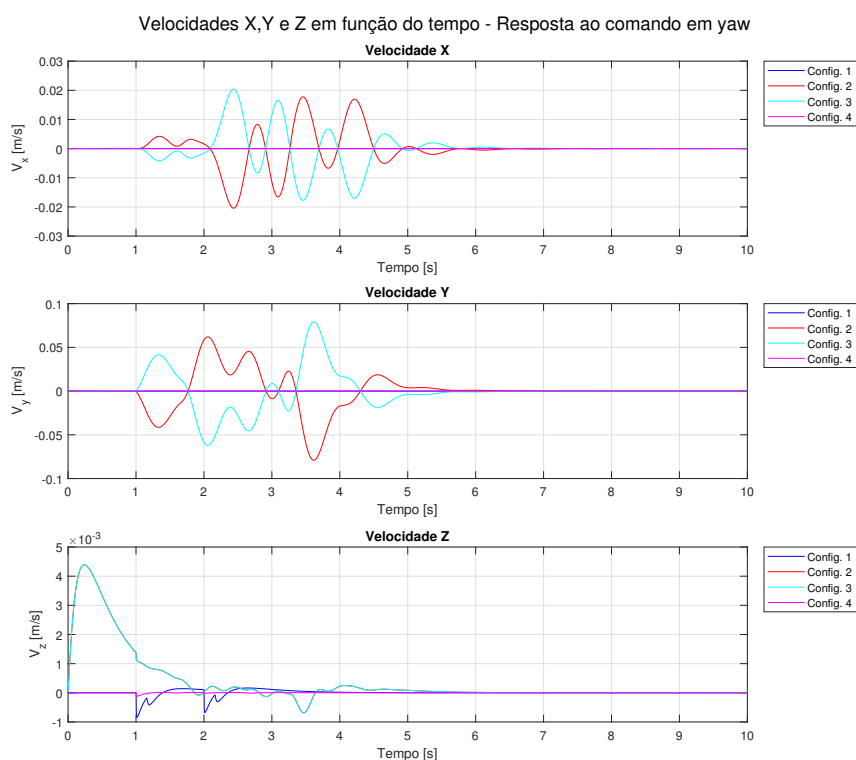


Figura 83 – Velocidades - Resposta a entrada pulso em Yaw - Motores Inclinados.

D.2 Simulação com mudança da distância entre os motores e o Centro de Gravidade

D.2.1 Comando em Altitude

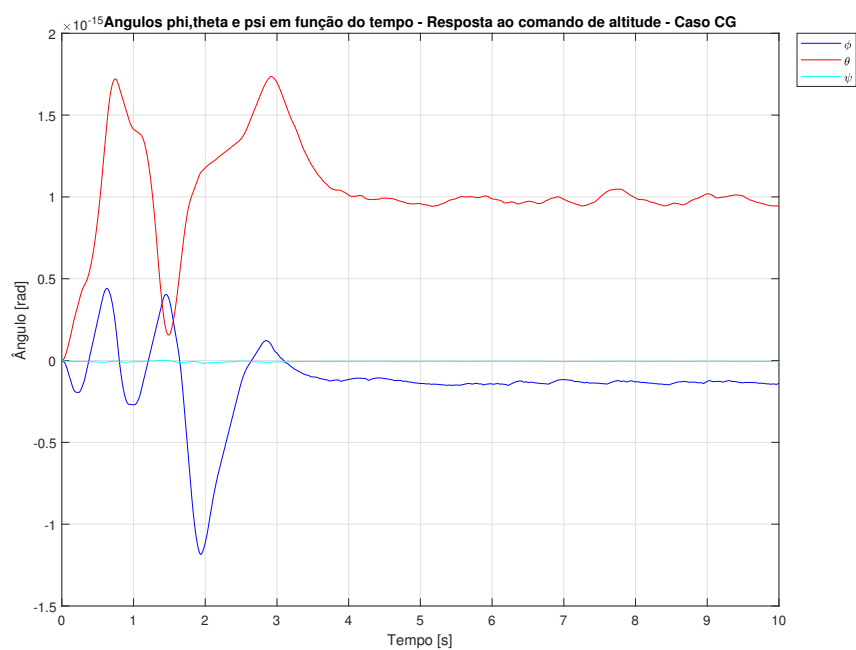


Figura 84 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.

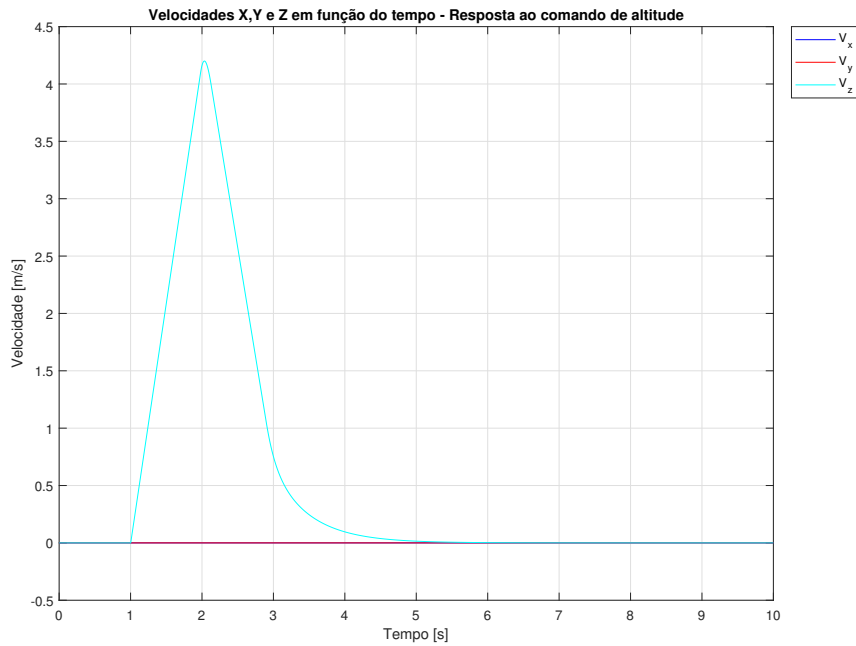


Figura 85 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Z - Caso CG.

D.2.2 Comando de Posição - Eixo Y

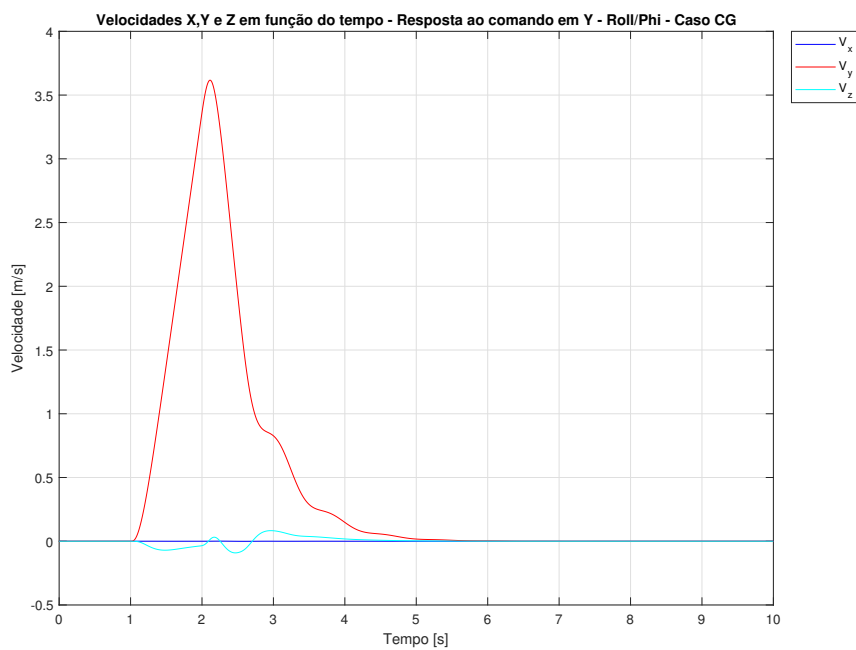


Figura 86 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Y - Caso CG.

D.2.3 Comando de direção yaw

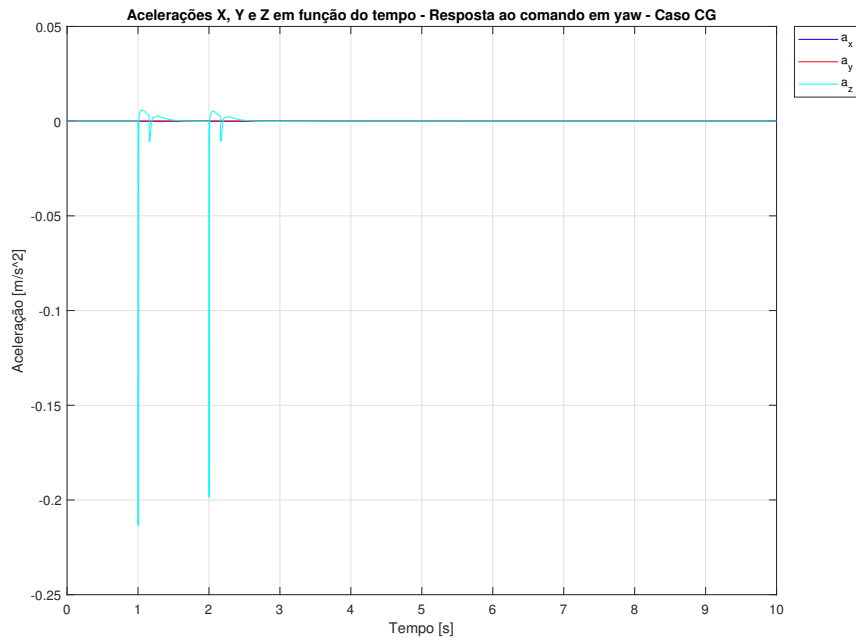


Figura 87 – Acelerações - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.

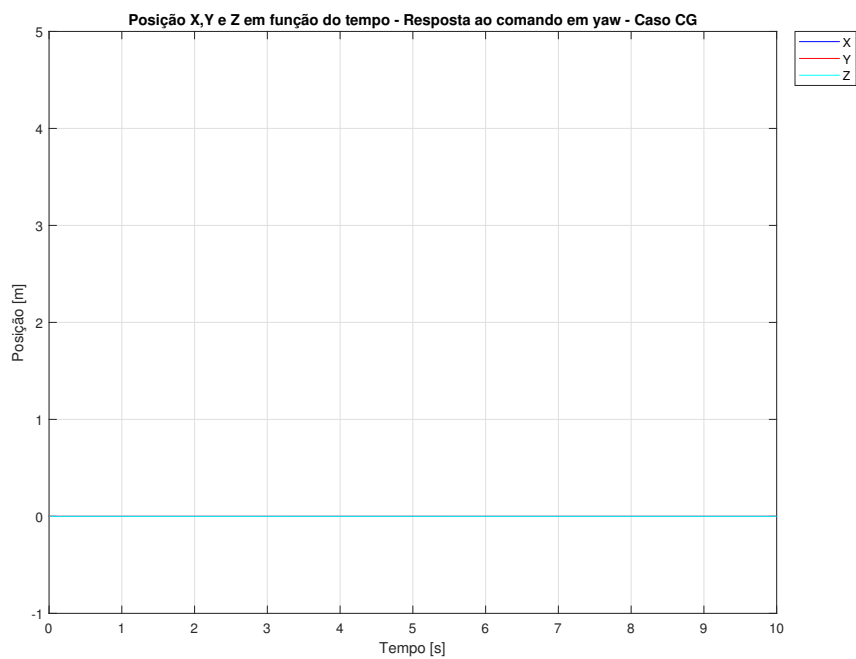


Figura 88 – Posições - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.

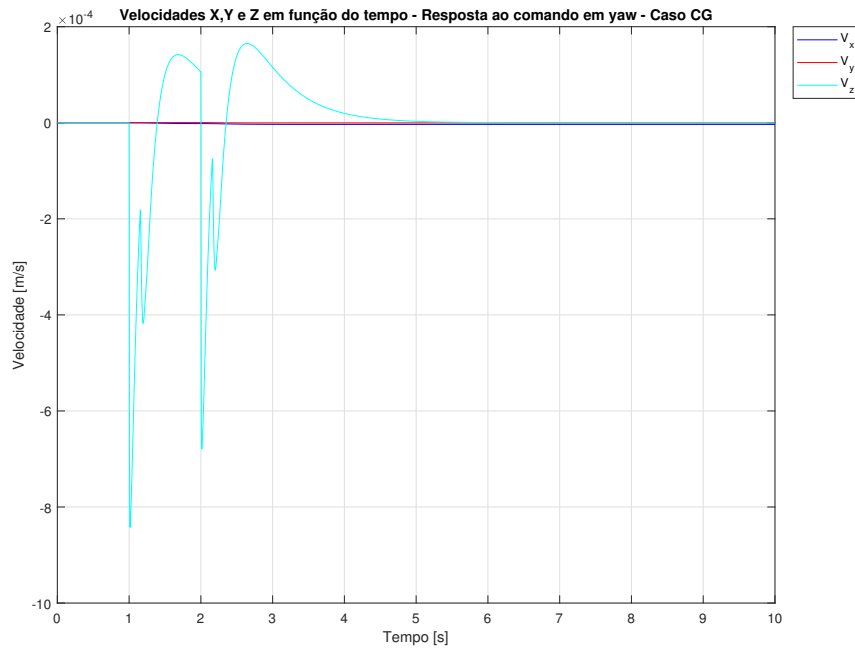


Figura 89 – Velocidades - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.

D.3 Simulação com Perturbação do Vento

D.3.1 Comando de Posição - Eixo X

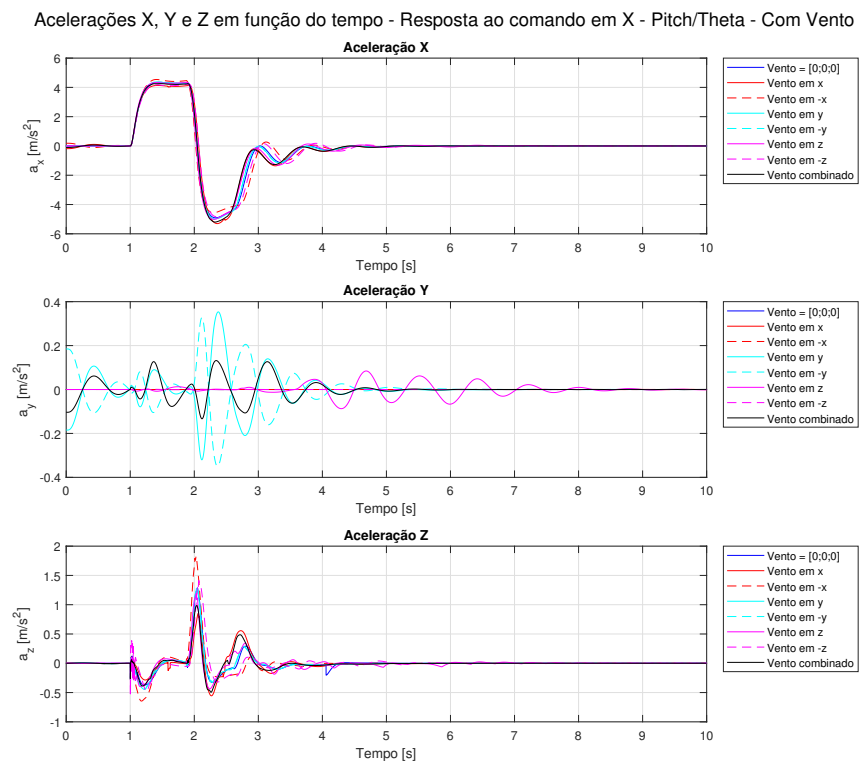


Figura 90 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

Ângulos phi, theta e psi em função do tempo - Resposta ao comando em X - Pitch/Theta - Com Vento

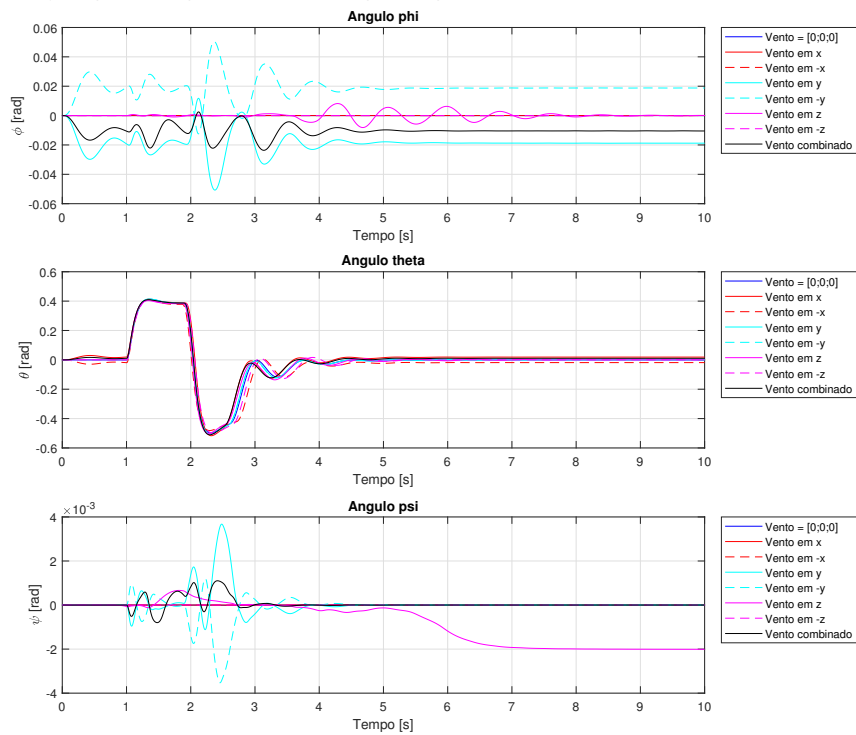


Figura 91 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

Posição X,Y e Z em função do tempo - Resposta ao comando em X - Pitch/Theta - Com Vento

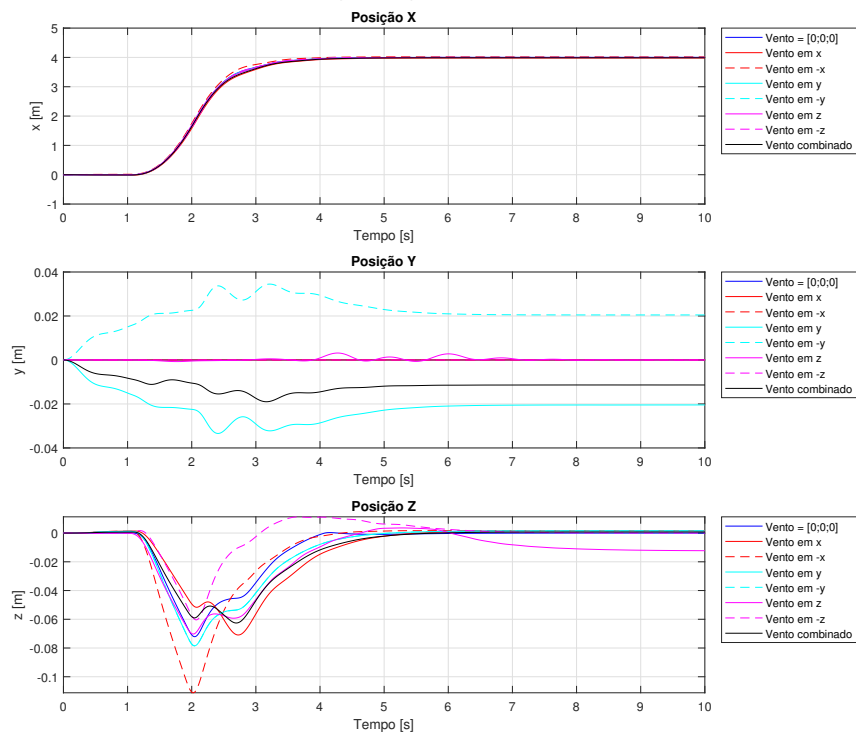


Figura 92 – Posições - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

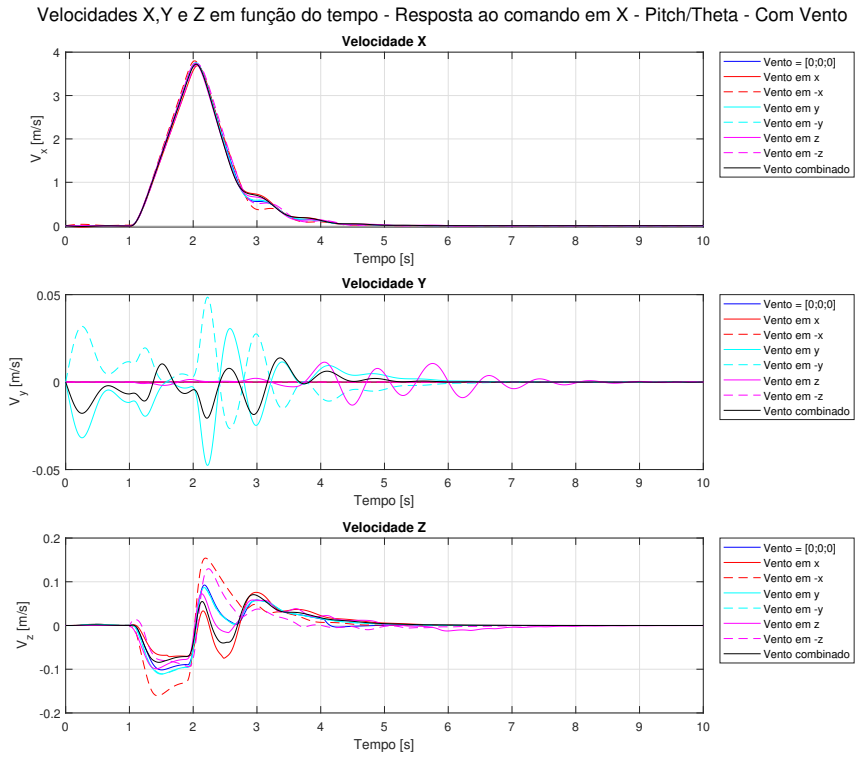


Figura 93 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

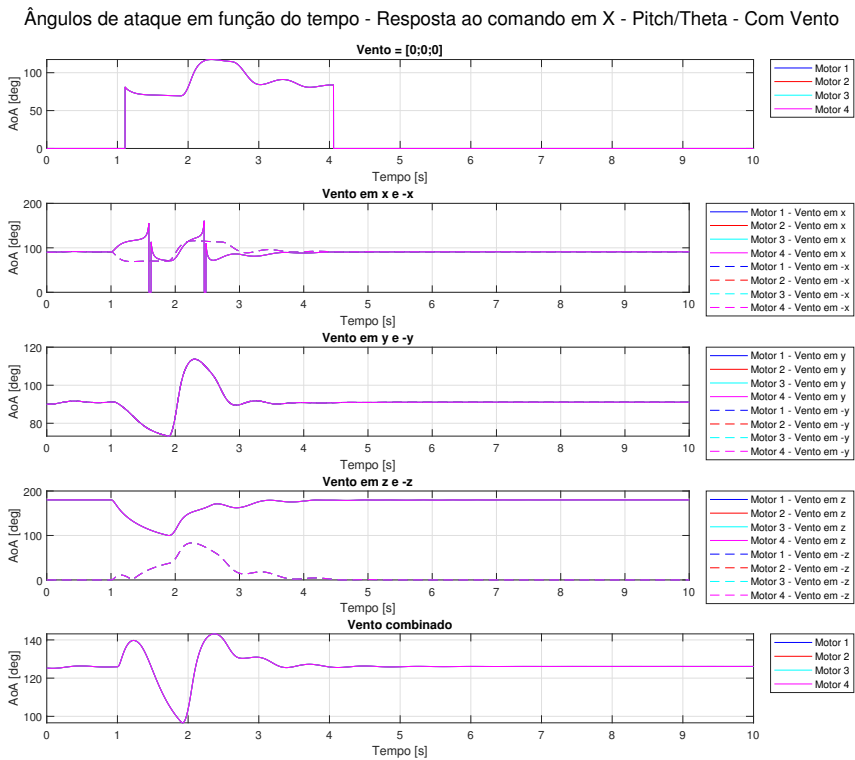


Figura 94 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

Velocidades Airspeed X,Y e Z em função do tempo - Resposta ao comando em X - Pitch/Theta - Com Vento

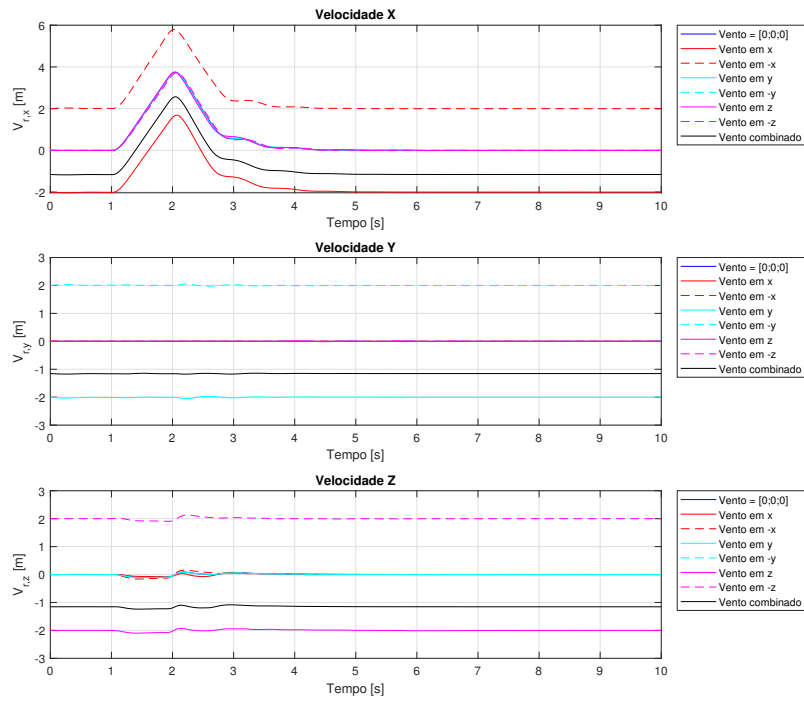


Figura 95 – Velocidades Airspeed - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

Velocidades de rotação dos motores em função do tempo - Resposta ao comando em X - Pitch/Theta - Com Vento

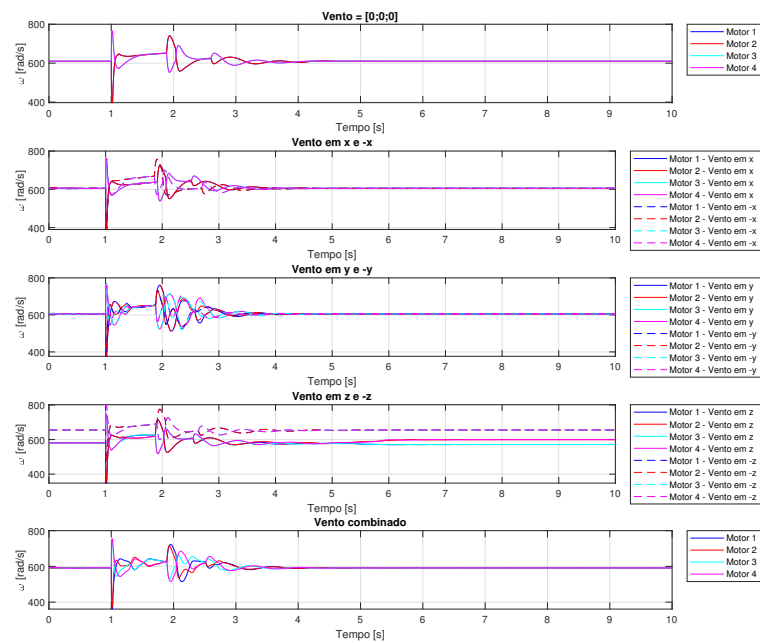


Figura 96 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em X - Caso Vento.

D.3.2 Comando de Posição - Eixo Y

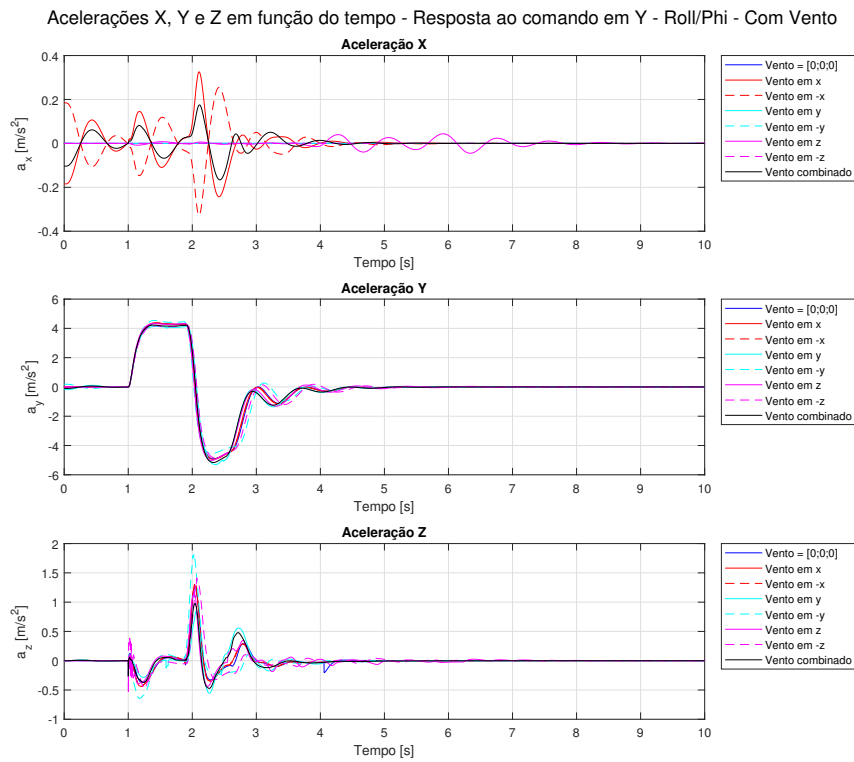


Figura 97 – Acelerações - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

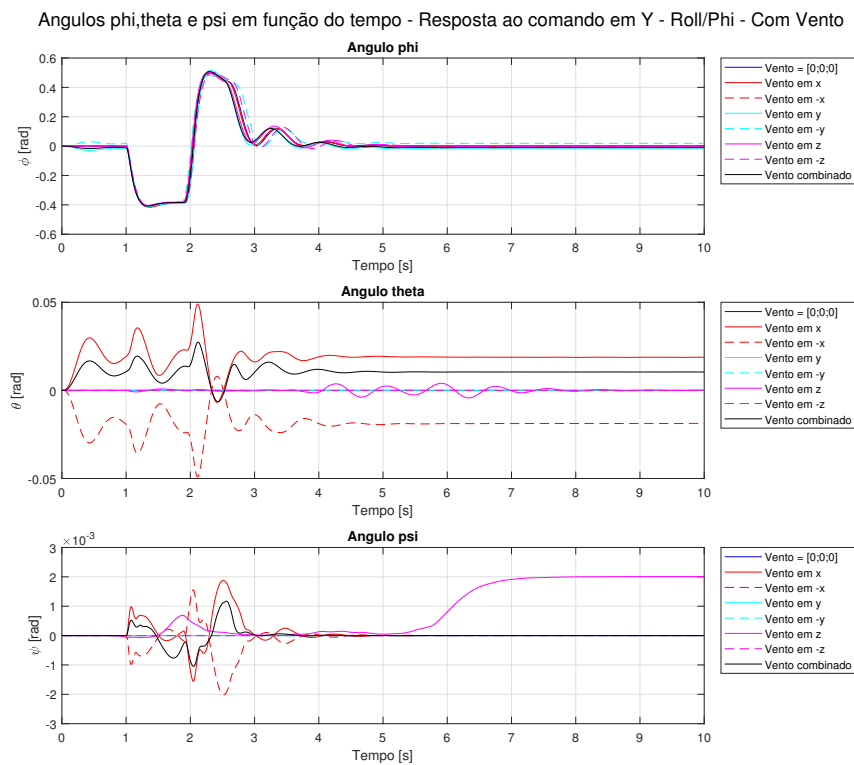


Figura 98 – Ângulos - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

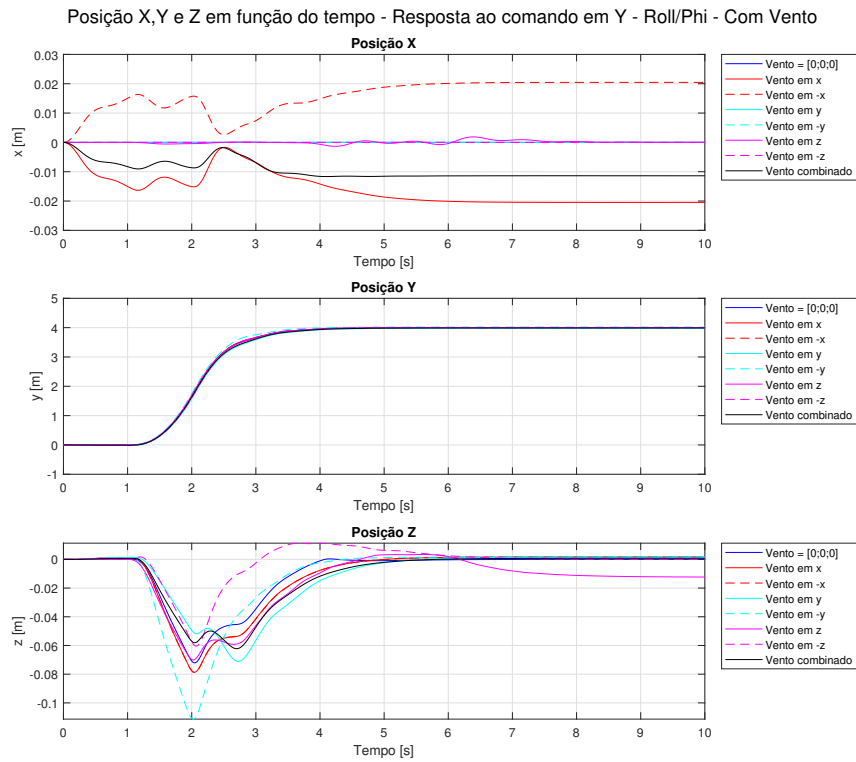


Figura 99 – Posições - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

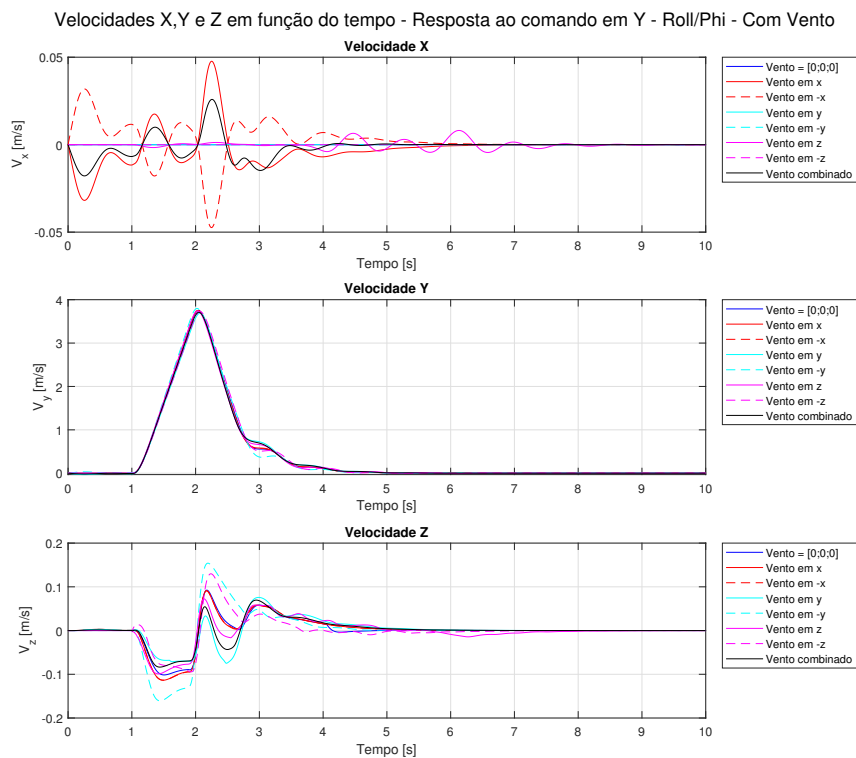


Figura 100 – Velocidades - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

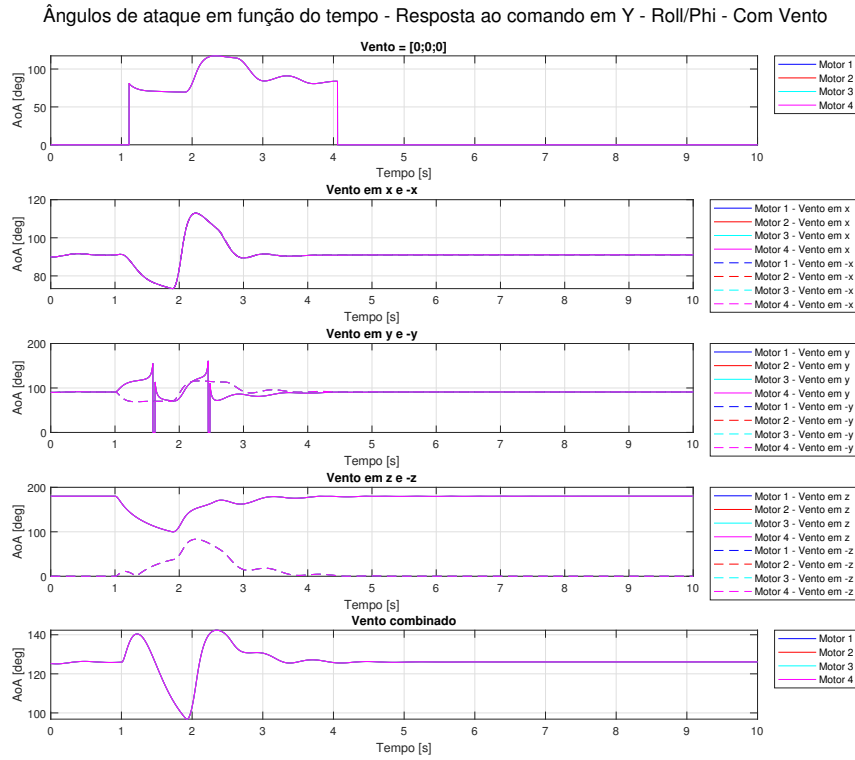


Figura 101 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

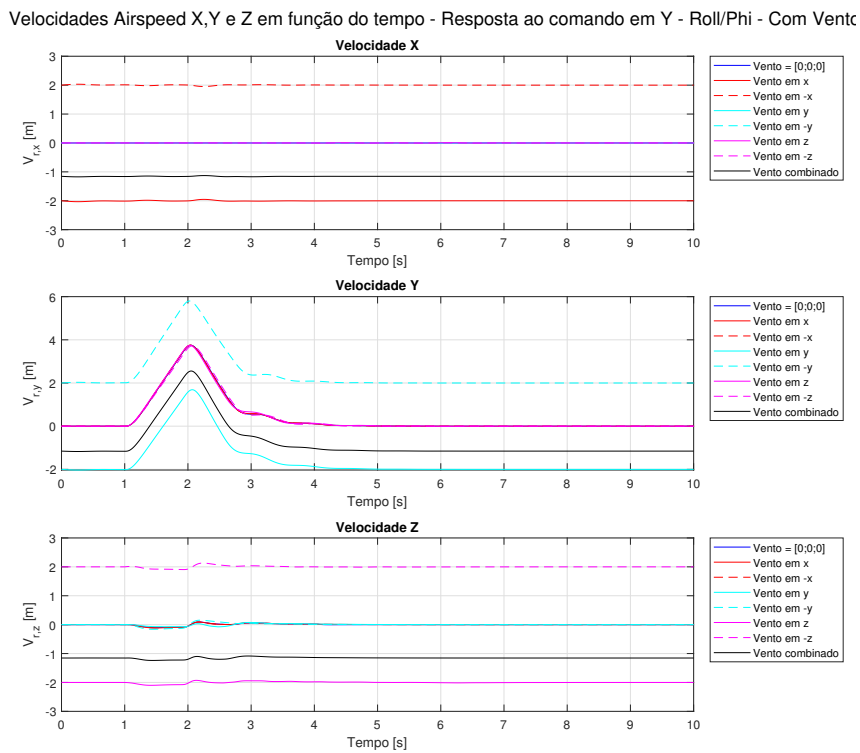


Figura 102 – Velocidades Airspeed - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

Velocidades de rotação dos motores em função do tempo - Resposta ao comando em Y - Roll/Phi - Com Vento

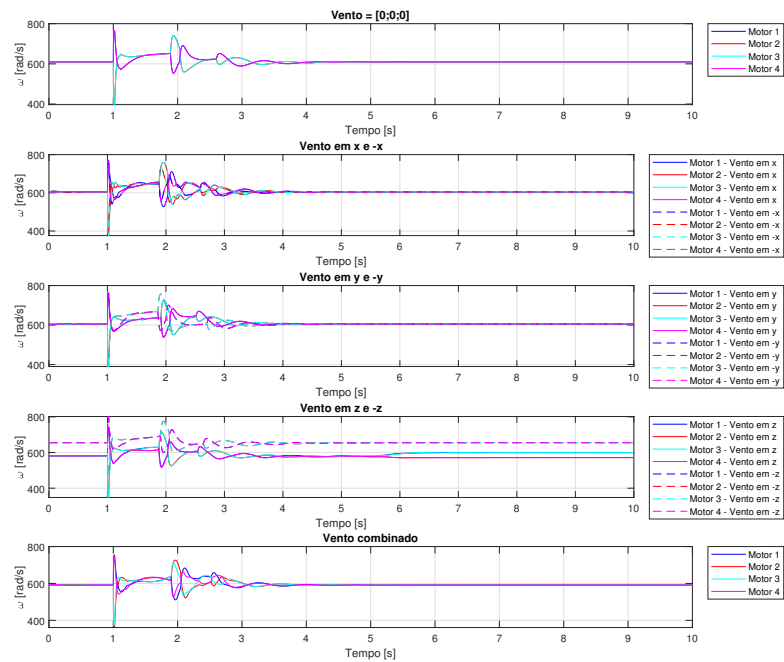


Figura 103 – Omegas dos motores - Resposta a entrada degrau em Y - Caso Vento.

D.3.3 Comando de direção yaw

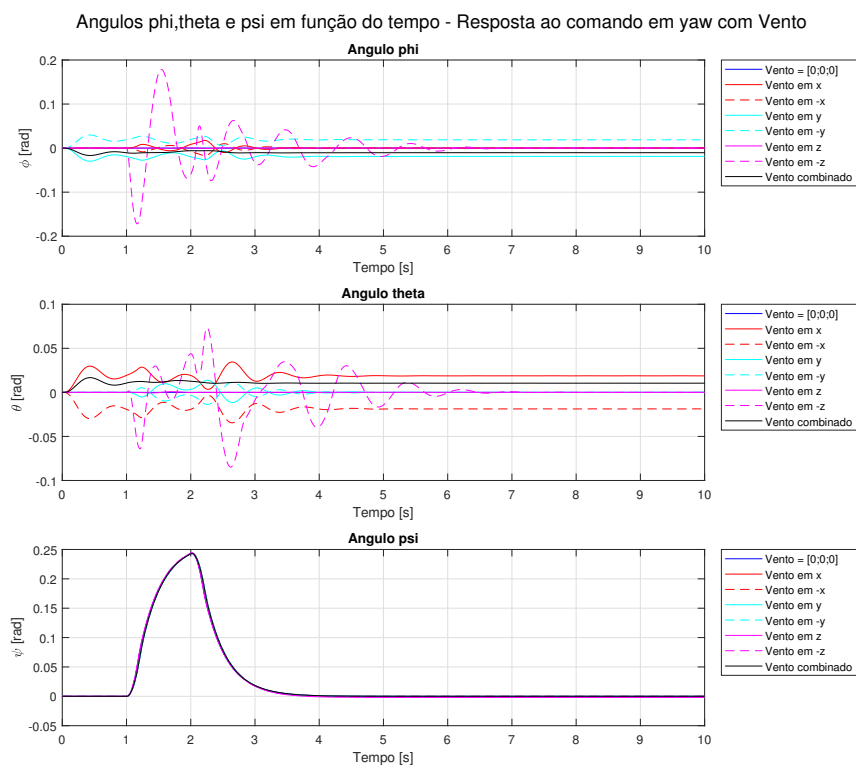


Figura 104 – Ângulos - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.

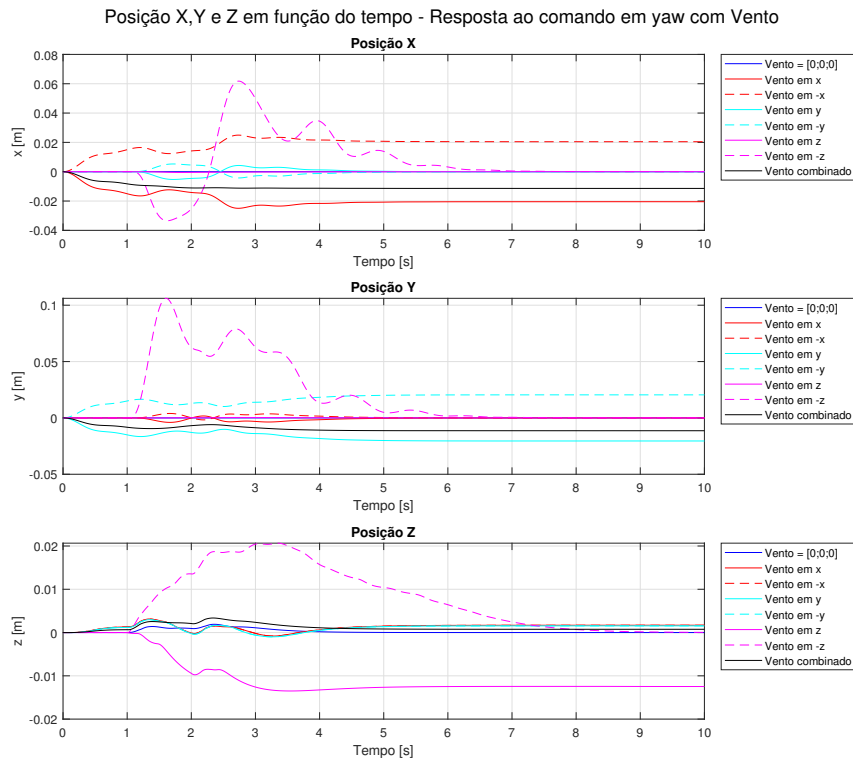


Figura 105 – Posições - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso CG.

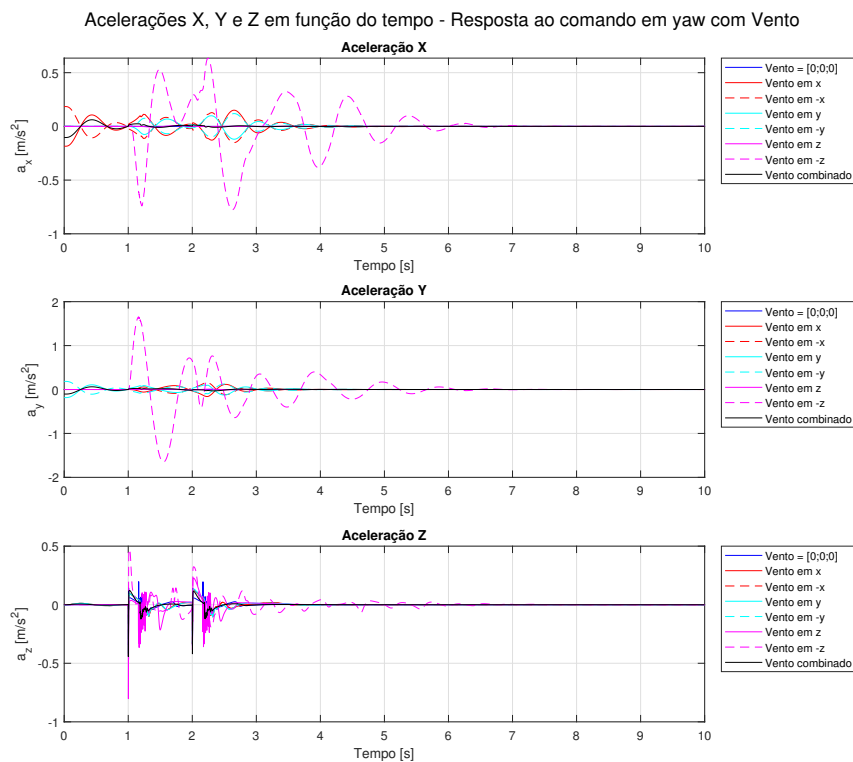


Figura 106 – Acelerações - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.

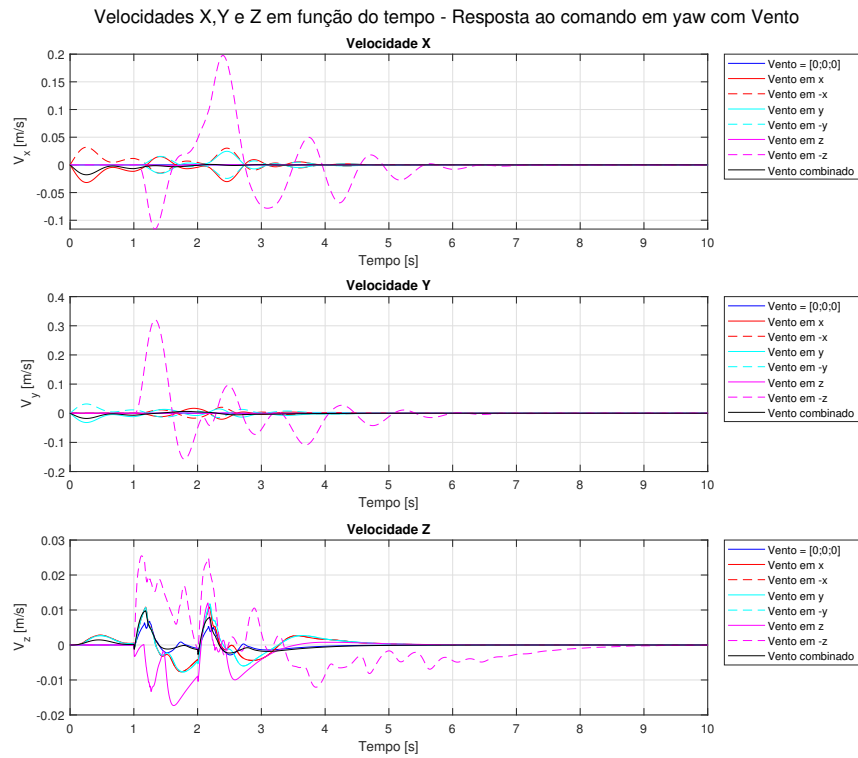


Figura 107 – Velocidades - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.

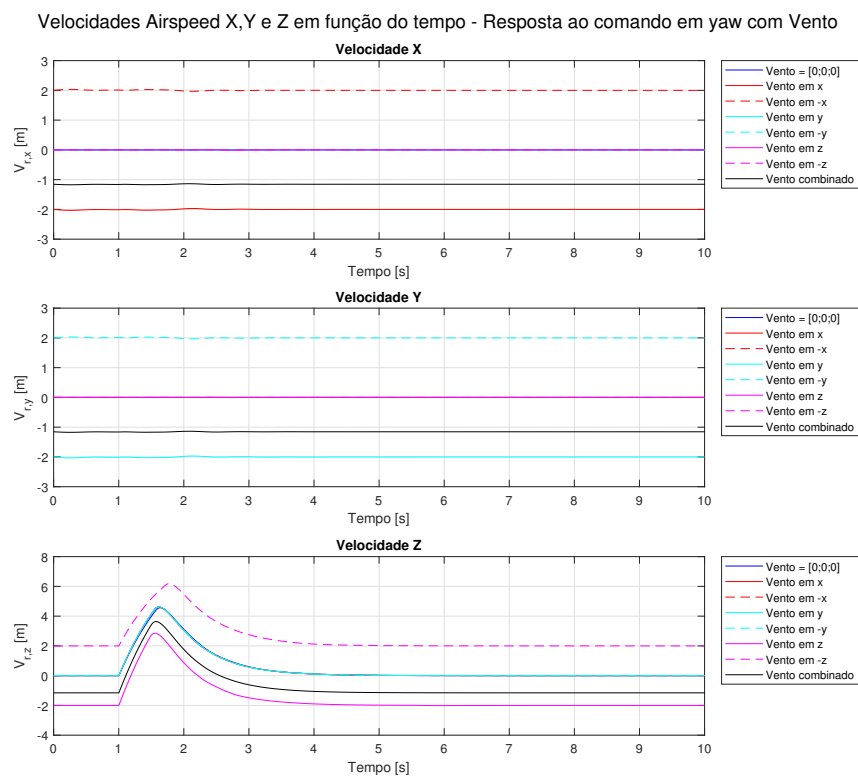


Figura 108 – Velocidades Airspeed - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.

Ângulos de ataque em função do tempo - Resposta ao comando em Y - Resposta ao comando em yaw com Vento

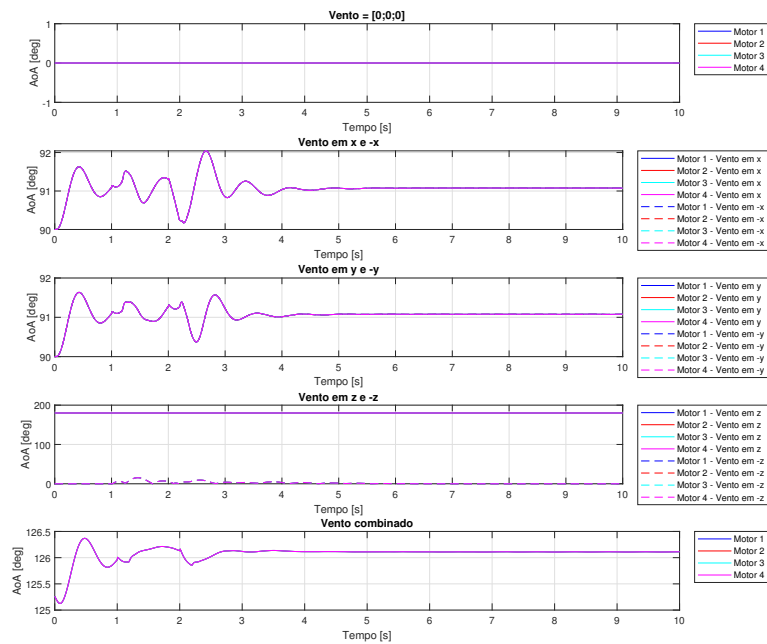


Figura 109 – Ângulos de ataque - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.

Velocidades de rotação dos motores em função do tempo - Resposta ao comando em yaw com Vento

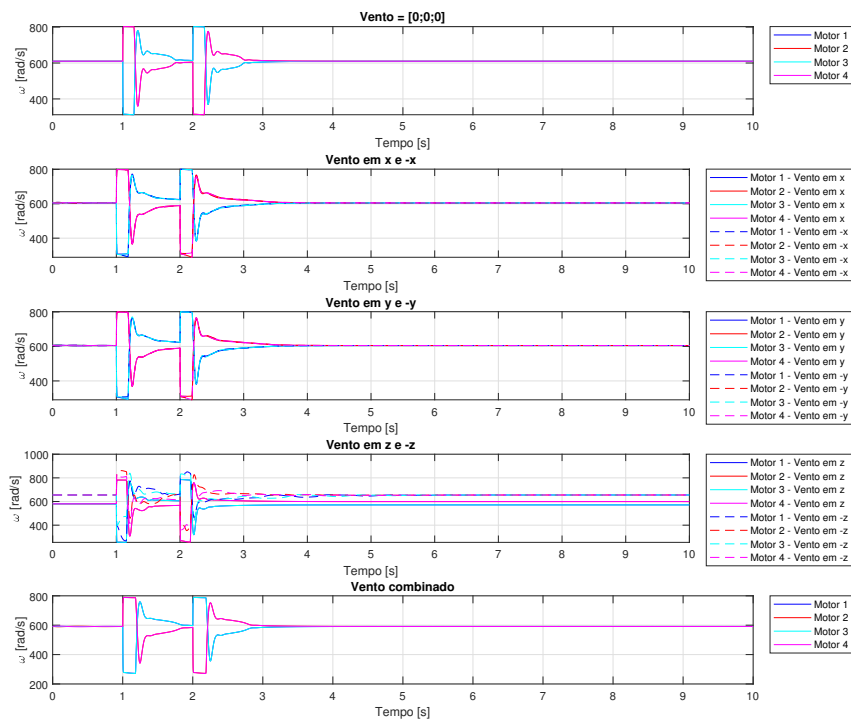


Figura 110 – Omegas dos motores - Resposta a entrada pulso em Yaw - Caso Vento.