



**PROJETO DE GRADUAÇÃO**

**ANÁLISE E ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO EM  
CABOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO**

Por,  
**João Paulo de Moura Silva**

Brasília, 02 de maio de 2022

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE E ATENUAÇÃO DE VIBRAÇÃO EM  
CABOS DE LINHA DE TRANSMISSÃO**

POR,  
**João Paulo de Moura Silva**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro Mecânico.

**Banca Examinadora**

Prof. Dr. Marcela Rodrigues Machado, UnB/ ENM  
(Orientador)

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Adriano Todorovic Fabro, UnB/ ENM

\_\_\_\_\_

Prof. Dr. Taygoara Felamingo de Oliveira, UnB/ ENM

\_\_\_\_\_

Brasília, 02 de maio de 2022

## **Agradecimentos**

*Agradeço imensamente a Deus por ter me presenteado com o dom da vida. Ele que esteve sempre comigo, esperou e confiou em mim e me fez nunca desistir. Toda conquista é graça.*

*Aos meus pais, Luciana e Valdinei, pelo amor, carinho, apoio e valores recebidos em todos os momentos da minha vida. Reconheço seus esforços e dedicação empenhados para que este momento tão importante se realizasse. Ao meu irmão, Lucas, por me ensinar a ser, cada vez mais, responsável e tolerante. Sou bastante grato à minha família, pois, sem ela, não seria quem sou hoje.*

*À minha orientadora, Dr. Marcela, pelas valiosas horas dedicadas à minha orientação com paciência, confiança e compreensão. Sempre auxiliando e incentivando em minhas dificuldades.*

*Aos meus amigos que me acompanharam ao longo desta graduação, Lucas Almansa, Vitor Azevedo, Bruno Felipe, Letícia Oliveira e Matheus Nantes, compartilhando alegrias, tristezas e aprendizados de forma leve e altruísta. Sem eles para me apoiar, essa história seria mais árdua e pesada.*

*A todos os professores que me ajudaram durante minha vida acadêmica, nos ensinamentos fundamental, médio e superior. Sou grato pelos valores e aprendizados que adquiri em todos esses anos e os levarei por toda a minha vida.*

*À Comunidade Católica da UnB por ser um lugar de refúgio e paz para mim. Este grupo que participei com alegria foi responsável, em grande parte, pelo meu crescimento espiritual e pessoal. Durante meus estudos na UnB, sempre proporcionou contato com Deus e amigos, por meio das missas durante os horários de almoço no anfiteatro 6 do ICC Sul.*

*Por fim, obrigado a todos que contribuíram de alguma maneira para este trabalho.*

*João Paulo de Moura Silva*

A vibração gerada pela excitação dos ventos sobre os cabos usados nas linhas de transmissão aéreas (LTA) é uma das principais causas de rupturas e danos estruturais. Durante a vibração, o material do condutor não resiste aos sucessivos ciclos de deformação, acontecendo a falha da estrutura através do processo de fadiga do material. Este trabalho realiza a análise do comportamento dinâmico do condutor a partir da modelagem numérica de um protótipo. Foi realizada análise modal e harmônica a fim de obter as frequências de ressonância e compreender a dinâmica da estrutura na faixa de frequência até 3,5 Hz. A solução por métodos de elementos finitos (MEF) obtida por meio do software ANSYS Mechanical APDL foi comparada à solução analítica do cabo para a validação dos resultados e da modelagem realizada. Absorvedores Dinâmicos de Vibração (ADV), tipo Stockbridge, foram implementados no condutor como solução para diminuir as amplitudes de vibração. Para reproduzir a dinâmica do Stockbridge, foram modeladas duas vigas em balanço com massas pontuais nas extremidades livres e fixadas ao cabo. Foram obtidos comportamentos similares ao Stockbridge real. Foi observada redução significativa da amplitude de vibração do cabo com ADV acoplado. O posicionamento do ADV foi investigado tomando diversas simulações com diferentes localizações de acoplamento. O desempenho foi avaliado de acordo com a largura de banda de atenuação apresentado na FRF do cabo. Por fim, conjunto de ADVs foi implementado à estrutura do condutor a fim de se obter uma maior largura de banda.

**Palavras-chaves:** Absorvedor Dinâmico de Vibrações, cabos de linhas de transmissão, Stockbridge, Método de Elementos Finitos, análise dinâmica;

---

## ABSTRACT

The vibration generated by the excitation of the winds in the cables used in overhead transmission lines is one of the main causes of ruptures and structural damage. During vibration, the conductive material does not resist successive deformation cycles and the structure fails due to the fatigue process. This work brings the analysis of the dynamic behavior of the cable from the finite element modeling of a prototype. Modal and harmonic analysis was performed to obtain the resonant frequencies and understand the structure dynamics in the frequency range up to 3.5 Hz. The finite element method (FEM) solution obtained in the ANSYS Mechanical APDL software was compared with the cable analytical solution to validate the veracity of the results and the modeling performed. Dynamic Vibration Absorbers – DVA, Stockbridge type, were implemented in the conductor as a solution to reduce vibration amplitudes. To reproduce the Stockbridge dynamics, two cantilever beams were modeled with point masses at the free ends and connected to the cable at the opposite end. Despite simplifying assumptions, behavior similar to the real Stockbridge was obtained. A significant reduction in the vibration amplitude of the cable with coupled DVA was observed. The positioning of the DVA was investigated by doing several simulations with different coupling locations. The performance was evaluated according to the attenuation bandwidth presented in the FRF of the cable. Finally, a set of DVA's was implemented in the conductor structure to obtain a higher bandwidth.

**Keywords:** Dynamic Vibration Absorber, transmission lines cables, Stockbridge damper Finite Element Method, dynamic analysis.

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1 CONTEXUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO .....	1
1.2 OBJETIVOS.....	3
1.3 METODOLOGIA .....	4
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO .....	4
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>5</b>
2.1 CONCEITOS TEÓRICOS ESPECÍFICOS .....	5
2.1.1 VIBRAÇÕES E MODELAGEM.....	5
2.1.2 SISTEMAS CONTÍNUOS E DISCRETOS.....	5
2.1.3 RESSONÂNCIA.....	6
2.1.4 ANÁLISE MODAL E HARMÔNICA .....	6
2.2 CONCEITOS ESPECÍFICOS RELACIONADOS AO PROBLEMA DE ESTUDO....	7
2.2.1 CABOS CONDUTORES .....	8
2.2.2 VENTOS.....	10
2.2.3 AMORTECEDOR STOCKBRIGDE .....	13
2.3 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS .....	16
2.3.1 ANSYS MECHANICAL APDL .....	17
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>19</b>
3.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA DO CABO.....	19
3.1.1 EQUAÇÃO DO EQUILÍBRIO DO CABO .....	19
3.1.2 ANÁLISE MODAL DO CABO.....	20
3.2 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA .....	22
3.3 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO .....	24
<b>4 RESULTADOS</b> .....	<b>28</b>
4.1 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO .....	28
4.2 ASPECTOS GERAIS DA MODELAGEM .....	28
4.3 VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO .....	29
4.4 DINÂMICA DO ABSORVEDOR .....	33
4.5 DINÂMICA DO CABO COM O ABSORVEDOR ACOPLADO.....	36
4.6 O EFEITO DA POSIÇÃO DE FIXAÇÃO DO ABSORVEDOR.....	39
4.6 CABO COM MAIS DE UM ABSORVEDORES ACOPLADOS.....	44
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>52</b>
5.1 CONCLUSÃO .....	52
5.2 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS.....	53
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>54</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>57</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Mapa do sistema de transmissão elétrica no Brasil .....	1
Figura 2. Evolução das linhas de transmissão do SIN em km.....	2
Figura 3. Cabo Grosbeak .....	8
Figura 4. Vão de um cabo de transmissão.....	9
Figura 5. Mapa da velocidade média anual dos ventos no Brasil.....	11
Figura 6. Amortecedor Stockbridge .....	14
Figura 7. Viga delgada flexionada: (a) Cargas Externas, (b) Diagrama de corpo Livre ..	19
Figura 8. Representação da estrutura principal com ADV .....	25
Figura 9. Comparação de FRF do sistema antes e depois do acoplamento do ADV.....	27
Figura 10. Esquema do cabo representado por viga bi apoiada sob força axial.....	28
Figura 11. Comparação visual dos modos de vibrar obtidos por MEF e método analítico: (a) 0,345 Hz; (b) 0,691 Hz; (c) 1,039 Hz; (d) 1,390 Hz. ....	30
Figura 12. Comparação visual dos modos de vibrar obtidos por MEF e método analítico: (a) 1,746 Hz; (b) 2,107 Hz; (c) 2,475 Hz; (d) 2,850 Hz. ....	31
Figura 13. Comparação visual do nono modo de vibrar obtidos por MEF e método analítico: 3,233 Hz.....	32
Figura 14. Esquema ilustrativo dos locais de aquisição da resposta no cabo. ....	32
Figura 15. Comparação por meio da FRF da Solução MEF e analítica adquirido no local: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	33
Figura 16. Comparação da geometria do modelo adotado e real: (a) representação do modelo de ADV adotado; (b) Stockbridge real .....	34
Figura 17. Quatro primeiros modos de vibrar do amortecedor Stockbridge: (a) 1,39 Hz; (b) 2,49 Hz; (c) 98,47 Hz; (d) 153,14 Hz. ....	35
Figura 18. Primeiros quatro modos de vibração do protótipo de absorvedor .....	35
Figura 19. Esquema do local de fixação do ADV no cabo. ....	36
Figura 20. FRFs comparativas cabo com e sem absorvedor, com respostas adquiridas nos locais: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	37
Figura 21. Modos de vibrar do cabo com ADV acoplado: (a) 1,191 Hz; (b) 1,547 Hz. ....	38
Figura 22. Modos de vibrar do cabo com ADV acoplado: (a) 2,241 Hz; (b) 2,700 Hz. ....	38
Figura 23. Representação dos locais e nomeações das posições do absorvedor no cabo.	39
Figura 24. Desempenho obtido pelo ADV de acordo com a posição de fixação. ....	40
Figura 25. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K3, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	41
Figura 26. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K10, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	42
Figura 27. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K9, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	43
Figura 28. Desempenho obtido pela adição conjunta de ADVs .....	45
Figura 29. FRFs do cabo com 2 ADVs acoplados, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	46
Figura 30. FRFs do cabo com 3 ADVs acoplados, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.....	47
Figura 31. FRFs do cabo com 4 ADVs acoplados, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.....	48
Figura 32. FRFs do cabo com 5 ADVs acoplados com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	49

Figura 33. FRFs do cabo com 10 ADVs acoplados com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	50
Figura 34. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K1, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	57
Figura 35. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K2, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	57
Figura 36. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K4, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	58
Figura 37. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K5, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	58
Figura 38. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K6, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	59
Figura 39. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K8, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	59
Figura 40. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K11, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	60
Figura 41. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K13, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	60
Figura 42. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K15, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	61
Figura 43. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K16, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	61
Figura 44. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K17, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	62
Figura 45. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K18, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	62
Figura 46. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K19, com respostas adquiridas nos pontos: 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m. ....	63



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Especificações do Cabo ACC Grosbeak .....	8
Tabela 2. Características dos tipos de vibrações causadas pelos ventos .....	12
Tabela 3. Quantidade de amortecedores de vibrações no condutor por vão .....	16
Tabela 4. Propriedades e dimensões adotadas no condutor .....	29
Tabela 5. Informações adotadas na simulação e modelagem do condutor isolado. ....	29
Tabela 6. Frequências de ressonância obtidas pelo método analítico e MEF. ....	30
Tabela 7. Propriedades e dimensões adotadas no amortecedor Stockbridge. ....	34
Tabela 8. Informações adotadas na simulação e modelagem do ADV.....	34
Tabela 9. Frequências de ressonância do amortecedor Stockbridge. ....	34
Tabela 10. Frequências de ressonância do cabo com e sem ADV.....	36
Tabela 11. Distância dos locais de posicionamento dos ADVs. ....	39
Tabela 12. Valores RMS de acordo com cada posição de ADV adotada.....	44
Tabela 13. Posições de fixação de conjunto de ADVs adotas nas simulações. ....	44
Tabela 14. Análise da eficiência alcançada pelo adição conjunta de ADVs.....	51
Tabela 15. Valores RMS de acordo com a quantidade de ADVs acoplada. ....	51

## LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACSR	<i>Aluminum Conductor Steel Reinforced</i>
ADV	Absorvedor Dinâmico de Vibrações
Al	Alumínio
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
CA	Cabos de Alumínio
CAA	Cabos de Alumínio com alma de Aço
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FRF	Função Resposta em Frequência
GITT	Generalized Integral Transform Technique
LT	Linha de Transmissão
LTA	Linha de Transmissão Aérea
MEF	Método de Elementos Finitos
NBR	Norma Brasileira
RMS	<i>Root Mean Square</i>
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
SIN	Sistema Interligado Nacional

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Latinos

A	Área da secção transversal	[m <sup>2</sup> ]
T	Carga axial	[N]
l	Comprimento da viga	
L	Comprimento do cabo	[m]
{ $\ddot{x}$ }	Coordenada para aceleração	
{ $x$ }	Coordenada para deslocamento	
{ $\dot{x}$ }	Coordenada para velocidade	
{ $q$ }	Coordenada normal	
d( $\cdot$ )	Derivada	
w	Deslocamento vertical	
D	Diâmetro da secção transversal circular	[mm]
V	Força cisalhante	
F	Força de excitação	[N]
$f(\cdot)$	Função arbitrária	
m	Massa	[kg]
[M]	Matriz de massa	
[K]	Matriz de rigidez	
[Z( $\omega$ )]	Matriz de rigidez dinâmica	
[ $diag(\cdot)$ ]	Matriz diagonal	
W <sub>n</sub>	Modo de vibração da n-ésima frequência natural	
G( $\omega$ )	Módulo da função resposta em frequência	
E	Módulo de Elasticidade (ou módulo de Young) do material do condutor	[N/m <sup>2</sup> ]
M	Momento fletor	
I	Momento de inércia da seção transversal	[m <sup>4</sup> ]
T	Período	
s	Raízes da equação	
f	Razão de frequência de secundário e sistema primário	
g	Razão de frequência de excitação e do sistema primário	
k	Rigidez	
t	Tempo	

## Símbolos Gregos

$\nu$	Coefficiente de Poisson	
$\phi$	Componente da matriz modal normalizada pela matriz de massa	
$\beta_n$	Constante da função característica	
$\pi$	Constante matemática	
$\rho$	Densidade	[kg/m <sup>3</sup> ]

$\partial(\cdot)$	Derivada parcial	
$\theta$	Deslocamento angular	
$\omega$	Frequência	[Hz]
$\omega_n$	Frequência natural	[Hz]
$[\Phi]$	Matriz modal	
$\mu$	Razão de massas do sistema secundário e primário	
$\{\Phi\}$	Vetor modal	

### Subscritos

j	Componente de coluna da matriz
i	Componente de linha da matriz
n	n-ésimo termo
p	Sistema primário
s	Sistema secundário

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E MOTIVAÇÃO

Em 2020, o Brasil foi o oitavo maior gerador de energia elétrica do mundo com o valor de 621.219 GWh (EPE, 2021a). Desse total, 63,8% foi exclusivamente desempenhado por usinas hidrelétricas, sendo grande parte consumida no próprio território brasileiro.

Contudo, a grande utilização de hidrelétricas na geração de energia elétrica traz consequências negativas para o país. Para Fuchs (1977), uma das desvantagens é a necessidade de instalação em regiões com altos potenciais hídricos situados geralmente longe de centros urbanos e consumidores.

Desse modo, uma solução bastante usada para diminuir a dificuldade relacionada ao transporte de energia é a instalação de linhas de transmissão (LTs). As LTs são os componentes do sistema elétrico que permite que o fluxo de potência flua de um local a outro remotamente, necessitando da utilização de condutores sustentados por torres de transmissão (ANEEL).

Para Fu e Li (2016) as LTs são consideradas as mais usadas formas de transmissão de energia no mundo, adotados principalmente devido a necessidade de transmitir energia através de grandes obstáculos e por longas distâncias. A EPE (2021a) registrou a existência de 147.692 km de linhas de transmissão do Sistema Interligado Nacional (SIN) em 2020, sendo considerada apenas a rede básica.

A figura 1 ilustra o mapa do sistema de transmissão no Brasil, revelando as redes em atividade no ano de 2019 e em processo de construção.

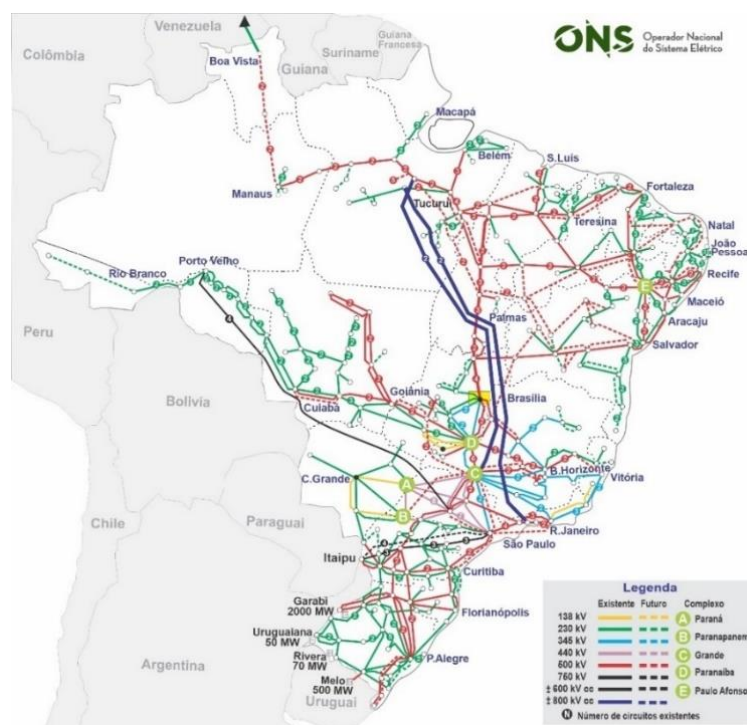


Figura 1. Mapa do sistema de transmissão elétrica no Brasil (Fonte: ONS, 2019).

No período de 2017 a 2026, o valor acumulado do investimento total em LTs é cerca de R\$ 78 bilhões, considerando apenas as obras já licitadas em operação no referido período decenal (EPE, 2017). Devido a esse grande orçamento, Dias, Neto e Tonetti (2018) afirmam que o dimensionamento e desenvolvimento de tecnologias para conservar a vida útil de condutores devem ser incentivados e aperfeiçoados.

A figura 2 registra o crescimento verificado e previsto do sistema de transmissão brasileira no período de 2001 até 2023. Tendo como referência o ano de 2019, é previsto o aumento de 26.401 km nas linhas de transmissão até 2023, alcançando o total de 174.093 km.

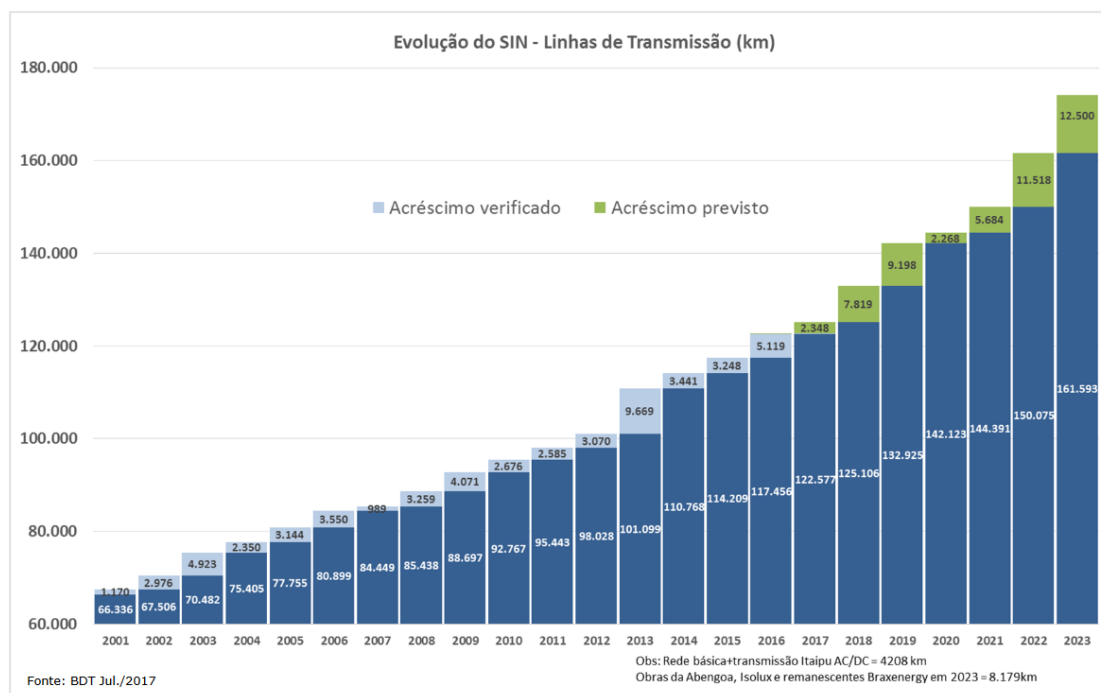


Figura 2. Evolução das linhas de transmissão do SIN em km (Fonte: ONS, 2017).

Segundo Fonseca et al. (2009), o cabo é o componente mais importante no transporte de energia elétrica exigindo um cuidadoso trabalho de manutenção preditiva e preventiva para que evite o comprometimento de fornecimento de energia elétrica aos diversos segmentos de clientes. Caso a interrupção de fornecimento ocorra, a concessionária estará sujeita ao pagamento de multas devido a indisponibilidade de provimento da instalação.

Danos em cabos acontecem de diversas maneiras sendo a falha por fadiga uma das mais comuns. De acordo com Fadel (2010), as falhas por trincas nos condutores são decorrentes do movimento cíclico provocado pela vibração eólica. Segundo a autora essas falhas são caracterizadas pelo crescimento de trincas nos fios do cabo, que surgem como resultado por meio de abrasão e do carregamento cíclico do condutor. Sílvia (2006) cita que quando a frequência de excitação se

aproxima da frequência de ressonância, as flexões nas regiões fixas do condutor aumentam causando esforços alternados provocando a ruptura dos fios, componente integrante do condutor.

Li et al. (2018) abordam que a propagação das falhas nas linhas de transmissão aéreas (LTAs), conhecida como efeito cascata, é um fator agravante aos problemas causados nas redes de transmissão. Isso acontece devido à dependência que esses componentes tem entre si na malha. Portanto, a falha acometida em uma região do cabo ou sistema da LT tende a se propagar e afetar todo o conjunto através das suas ligações.

Por fim, o desenvolvimento de técnicas que diminuam os danos estruturais causados em cabos é importante para evitar interrupções nas transmissões de energia. Tais ocorrências podem trazer consequências negativas, como falta de energia para os consumidores finais, desperdícios de alimentos, multas para a empresas de transmissão, acidentes, custos com manutenções e reposições, mortes, entre outras.

De acordo com Silva (2016), a queda de cabos pode comprometer a saúde de seres vivos, através de queimaduras internas, choques elétricos, paradas cardíacas e respiratória, e até morte imediata, caso o animal ou pessoa seja atingido diretamente. Azevedo e Cescon (2002) investigaram uma falha do condutor ocorrida ao longo da travessia do Rio Paraná. De acordo com os autores, em decorrência desse acontecimento, o fornecimento de energia foi interrompido nos estados da região sul do país.

## **1.2 OBJETIVOS**

Este trabalho tem por objetivo principal o projeto e a implementação de um Absorvedor Dinâmico de Vibrações (ADV) para cabos em LT. O atenuador será concebido para absorver a energia de vibrações eólicas em duas frequências de ressonância do condutor.

Os objetivos específicos são apresentados a seguir:

- Realizar análises modal e harmônica do cabo de transmissão utilizando método de elementos finitos no software ANSYS.
- Modelar e simular numericamente o ADV a fim de obter características capazes de coincidir duas das frequências de ressonância do cabo já analisado.
- Realizar a simulação numérica no software ANSYS do cabo com o ADV acoplado para analisar o comportamento dinâmico do conjunto.
- Averiguar o desempenho do ADV tomando diferentes posições de fixação no cabo e os efeitos causados pela implementação de um conjunto de ADVs.

### **1.3 METODOLOGIA**

Inicialmente, é realizada uma breve exposição da estrutura e das influências presentes no condutor, como o tipo de amortecedor utilizado e a excitação causada pelos ventos. Em seguida é apresentado o Método de Elementos Finitos (MEF) utilizado na obtenção dos resultados.

O cabo é modelado a partir de uma viga sob ação de força axial cuja a equação movimento é uma EDP (Equação Diferencial Parcial). Contudo, esse sistema contínuo é discretizado em várias EDOs (Equações Diferenciais Ordinárias) e representando-se o condutor apoiado nas duas extremidades, sob regime de pré tensão. São tomadas as frequências de ressonância e os modos vibracionais da estrutura e realizada análise harmônica. O resultado obtido por MEF é comparado com a solução analítica. A comparação é realizada para validar os resultados obtidos pelo método numérico para dar prosseguimento a simulação adicionando o ADV ao sistema.

O ADV é modelado utilizando duas vigas em balanço, com massas pontuais nas extremidades livres. Os parâmetros do absorvedor são definidos para que as frequências de ressonância coincidisse com duas das frequências de ressonância do condutor.

Após modelado os dois componentes, o ADV é acoplado ao cabo para que sejam observados seus efeitos. Para verificar o desempenho do dispositivo em diversas circunstâncias, o ADV é fixado em diferentes localidades e de forma conjunta. A avaliação do desempenho é tomada segundo o tamanho da largura de banda de atenuação alcançada pelo ADV e pelo valor RMS da FRF obtida.

### **1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho é dividido em 5 capítulos. No primeiro capítulo são tratadas as considerações gerais e iniciais. É realizada a contextualização do tema e abordados os objetivos e a metodologia.

No segundo capítulo é realizada a revisão bibliográfica apresentando conclusões e resultados de trabalhos publicados. No final do capítulo o Método de Elementos Finitos é exposto e discutido.

No capítulo três é exibida a fundamentação teórica. Inicialmente, é realizada a análise modal do cabo, desenvolvida a sua equação do movimento e das suas frequências naturais. Depois, é tratada a Função Resposta em Frequência e a dinâmica dos ADVs.

O capítulo quatro corresponde à apresentação e discussão dos resultados obtidos. Nesse capítulo são feitas as modelagens numéricas e validações do cabo e do ADV. Após a modelagem do sistema, os resultados são apresentados e discutidos. Foram realizadas comparações antes e depois do acoplamento do ADV, variando seu posicionamento e fixando-os em conjunto ao longo do cabo.

No capítulo cinco são tratadas as considerações finais. É feita conclusão do projeto e apresentadas as propostas para trabalhos futuros.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 CONCEITOS TEÓRICOS ESPECÍFICOS

Nesta seção 2.1 são tratados conceitos teóricos utilizados na análise de vibrações para a melhor compreensão do tema. Com base em livros e publicações, são apresentados os conceitos de vibrações mecânicas e a técnica de modelagem utilizada na obtenção de solução. São expostos exemplos, características e diferenças de sistemas contínuos e discretos. O fenômeno de ressonância é explicado tendo como referência a definição de frequência natural e de ressonância. Por fim, as análises modal e harmônica são explanadas.

#### 2.1.1 VIBRAÇÕES E MODELAGEM

Segundo Rao (2007), todo movimento repetitivo é chamado de vibração. Esse fenômeno é baseado na alternância de energia potencial e energia cinética. Assim, esse sistema deve ter componentes de armazenamento dessas energias, que são elementos de rigidez e elementos de inércia, respectivamente.

Modelagens de sistemas mecânicos são bastante utilizadas na resolução de problemas dinâmicos. De acordo com Savi e Paula (2017), modelagem é a descrição do comportamento físico feita a partir de hipóteses simplificadoras da realidade, permitindo o equacionamento matemático do problema e a formulação de equações governantes do fenômeno físico. Os autores também descrevem três propriedades principais capazes de representar a dinâmica de um sistema discreto: propriedades responsáveis pelas forças de restituição do sistema (elemento de rigidez), propriedades responsáveis pela dissipação de energia (elemento dissipador) e propriedades responsáveis pela inércia do sistema (elemento inercial).

#### 2.1.2 SISTEMAS CONTÍNUOS E DISCRETOS

Sistemas reais, como cabos e vigas, são considerados sistemas contínuos pois apresentam infinitos elementos pontuais de massa distribuídos de forma contínua (RAO, 2018). Em seu trabalho, Gasparetto (2019) expõe que devida à continuidade do sistema, são necessárias infinitas coordenadas para descrever o deslocamento de cada parte do corpo deformável, assumindo-se, então, infinitos graus de liberdade. O autor continua ao afirmar que, matematicamente, funções de posição e tempo são necessárias para descrever o movimento de um sistema contínuo, resultando-se, portanto, em Equações Diferenciais Parciais (EDPs), cuja complexidade torna o problema com solução analítica bastante difícil. Quando associadas às geometrias simples como hastes, vigas ou cascas, as EDPs podem ser solucionadas analiticamente. Rao (2018) também explica que um sistema contínuo possui quantidades infinitas de frequências naturais e infinitos modos normais de vibração e para encontrá-los é necessário aplicar condições de contorno.

Sistemas com números finitos de graus de liberdade são chamados de sistemas discretos. Os modelos discretos consideram que as propriedades do corpo são concentradas em elementos discretos (SAVI e PAULA, 2017). Nesses sistemas, a massa e a elasticidade são assumidas apenas em pontos específicos do sistema de forma que o comportamento dinâmico seja representado por EDOs, Equações Diferenciais Ordinárias (RAO, 2018). Desse modo, os modelos de sistemas discretos possuem números finitos de frequências naturais e modos de vibração.

Um sistema contínuo pode ser tratado como discreto se for possível concentrar a massa da estrutura em uma quantidade finita de pontos, conectados entre si por elementos elásticos (GASPARETTO, 2019). Contudo, Rao (2018) alerta que a escolha entre a implementação de modelos discretos ou contínuos deve ser feita com cuidado, considerando fatores como o propósito e a influência da análise no projeto.

### **2.1.3 RESSONÂNCIA**

A ressonância é normalmente definida como o fenômeno no qual um sistema submetido a uma excitação harmônica possui picos de oscilações. Em um sistema linear, a ressonância ocorre quando a frequência de excitação é igual à uma das frequências de ressonância do sistema (SAVI e PAULA, 2017).

Para sistemas sem dissipações, a frequência de ressonância é igual a frequência natural. Contudo, Young e Freedman (2008) afirmam que sistemas reais sempre possuem dissipação de energia. Essa dissipação, chamada de amortecimento, provoca a diminuição da amplitude de vibração. Segundo Rao (2018), a frequência natural, em sistemas não dissipativos, é a frequência que um determinado sistema oscila, após uma perturbação inicial, enquanto é deixado vibrar por conta própria sem forças externas.

Os modos de vibração são comportamentos que determinado sistema possui enquanto vibra, sendo cada modo relacionado à sua frequência de ressonância. Portanto, para cada frequência de ressonância existe um modo de vibração específico, ou um perfil de vibração (NÓBREGA e HANAI, 2005).

Meirovitch (2001) afirma que a frequência de ressonância e os modos de vibrar são características do sistema de tal maneira que são consequências das propriedades e circunstâncias do sistema.

### **2.1.4 ANÁLISE MODAL E HARMÔNICA**

Análise modal é o processo constituído de técnicas teóricas e experimentais que possibilitam a construção de um modelo matemático representativo do comportamento dinâmico do sistema em estudo, a fim de determinar os seus parâmetros modais: as frequências naturais, os modos de vibração e os fatores de amortecimento modal (NÓBREGA e HANAI, 2005). Os autores ainda afirmam que os parâmetros modais são frequentemente determinados por métodos, como o Método de Elementos Finitos, por exemplo. Há situação que não existe modelo matemático, nesse caso é necessário buscar soluções alternativas, como por exemplo, abordagens experimentais.

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico é caracterizado não apenas pelas propriedades do sistema, mas também pela excitação que é aplicada. A análise da resposta harmônica é uma técnica usada para determinar o comportamento dinâmico de uma estrutura sob ação de excitações que atuam harmonicamente com o tempo. Segundo Meirovitch (2001), as excitações que se repetem constantemente obedecendo o mesmo intervalo de tempo são ditas periódicas. As excitações harmônicas são excitações periódicas que podem ser descritas por comportamentos senoidais. Para estudar a resposta do sistema submetido a uma força de acordo com a frequência é utilizado a análise harmônica. Através desta análise é possível conhecer a conduta do sistema nas frequências de ressonâncias (SAVI e PAULA, 2017).

Na análise harmônica, um método bastante utilizado é o cálculo da Função Resposta em Frequência (FRF). Nóbrega e Hanai (2005), definem a FRF como um conjunto de números complexos associados, cada um deles, a uma frequência de excitação. O resultado é um gráfico que relaciona a resposta do sistema (saída) por cada unidade de excitação (entrada), tornando possível deduzir os valores das frequências de ressonância a partir dos picos presentes na curva. Assim, a FRF permite analisar vibrações no domínio da frequência, sendo o diagrama de Bode a forma mais comum de representação que descreve o módulo e a fase com amplitude em dB (SILVA 2009).

Por fim, o gráfico FRF fornece a compreensão do comportamento do sistema, examinando como a amplitude da resposta do sistema varia de acordo com a frequência de excitação (MEIROVITCH, 2001). Deste modo, é possível saber em qual frequência de excitação a amplitude (deslocamento) da vibração e deflexão causada será maior em determinada região da estrutura.

## **2.2 CONCEITOS ESPECÍFICOS RELACIONADOS AO PROBLEMA DE ESTUDO**

Nesta seção 2.2 são expostos conceitos e publicações específicos do tema exposto. É apresentado informações gerais sobre os cabos condutores tratando da sua composição, comportamento, esforços e categorias. É detalhado o condutor Grosbeak e justificada a aplicação da sua pré tensão como forma de diminuir a flecha causada pelo aspecto de catenária.

Em seguida são tratadas informações relacionadas aos ventos. É definido o conceito de vento e explicada a sua formação. As suas influências e interações com os cabos são expostas em seguida. O mapa ilustrando a velocidade média anual dos ventos no território brasileiro utilizado na análise também é mostrado. Por fim, é abordado os três principais tipos de vibrações causadas pelos ventos: Vibrações Eólicas, Galloping e Oscilações Induzidas por Esteiras.

No final desta seção é apresentado o conceito de atenuador de vibrações, sua aplicação e o seu funcionamento. O amortecedor Stockbridge utilizado em cabos é caracterizado e descrito. Por fim, trabalhos desenvolvidos sobre a sua modelagem e seu dimensionamento também são exibidos.

## 2.2.1 CABOS CONDUTORES

Cabos condutores são estruturas utilizadas na transmissão de energia elétrica constituídas principalmente por encordoamento de fios metálicos. Sobre um fio de secção transversal circular são enrolados outros fios envolvendo-o em forma de espiral, formando uma, duas ou mais camadas. O sentido de enrolamento de cada uma das camadas é sempre oposto ao da camada anterior. A camada mais externa é torcida para a direita. Os fios que compõem um cabo podem ser todos de um mesmo diâmetro, caso mais comum, ou podem possuir diâmetros diferentes (LABEGALINI et al., 1981).

No Brasil, diferentes tipos de cabos podem ser utilizados nas linhas de transmissão de energia aérea, por exemplo cabos de alumínio (CA), cabos de alumínio com alma de aço (CAA), cabos de ligas de alumínio e cabos especiais. As normas técnicas brasileiras definem todas essas classificações e auxiliam no dimensionamento, identificação, manuseio e aplicações dessas estruturas.

Para este trabalho, será utilizado como referência cabos Grosbeak, sendo compostos de alumínio com alma de aço CAA (ou ACSR). A norma NBR-7270 (2009) detalha as especificações de cabos do tipo CAA para linhas aéreas. As informações do cabo citado são encontradas na tabela 1.

Tabela 1. Especificações do Cabo ACC Grosbeak (NBR-7270, 2009).

Código Internacional	Seção Nominal (Al / Aço)	Número de fios x Diâmetro	Diâmetro Nominal do Cabo	Massa Nominal Total
Grosbeak	321,84 mm <sup>2</sup> / 52,49 mm <sup>2</sup>	Al: 26 x 3,97 mm Aço: 7 x 3,09 mm	25,15 mm	1301,7 kg/km

A figura 3 mostra a imagem representativa das secções transversais do cabo de código Grosbeak, detalhando a quantidade de fios, material e alma.



Figura 3. Cabo Grosbeak (Fonte: CME).

Os cabos utilizados nas linhas de transmissão de energia são estruturas flexíveis. Deste modo, quando apoiado nas torres de transmissão, o condutor assume naturalmente a forma de catenária, sendo causada pela interação da força gravitacional com o seu próprio peso. Com o objetivo principal de diminuir a aparência de catenária e a flecha resultante, os condutores são submetidos a forças axiais. Essas cargas são definidas de acordo com o modelo do cabo e permite a instalação do condutor em estruturas mais baixas e mais espaçadas (LABEGALINI et al., 1981).

A figura 4 ilustra a flecha como resultado da forma de catenária que o cabo apresenta. O vão é definido como a distância entre as duas torres.

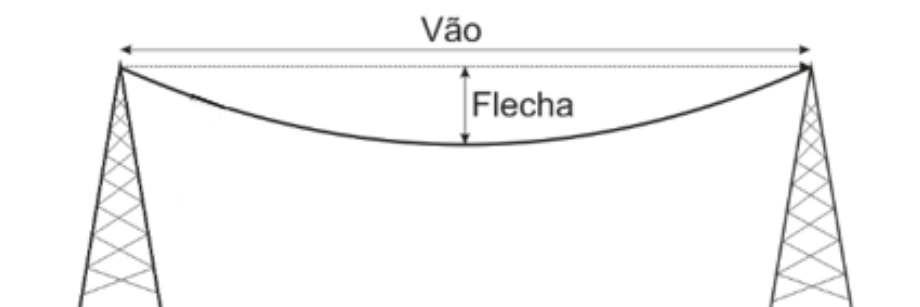


Figura 4. Vão de um cabo de transmissão (Fonte: Adaptado de CONEM, 2012).

Li et al. (2018) defenderam que o sistema de transmissão deve ser confiável e resistente a vibrações induzidas pelos ventos, varrições de temperaturas, cargas estáticas, corrosão e fadiga dos fios.

Contudo, assim como toda estrutura utilizada na engenharia, os cabos condutores e a armação que os sustentam estão sujeitos a falhas decorrentes das características e das intensidades das solicitações a que são submetidas. Segundo Machado et al. (2020), a excitação causada pelos ventos é a maior causa de vibração nos cabos condutores.

Desse modo, a fim de compreender o comportamento dinâmico dos condutores e aperfeiçoar a sua resistência em relação a essas falhas, diversos estudos relacionados à pré carga e à modelagem são apresentados de forma a contribuir para a diminuição da vibração dos cabos.

Sobre as vibrações nos condutores e aplicação da pré carga, Labegalini et al. (1981) afirmaram que quanto maior for a tração nos condutores, maiores serão os problemas decorrentes das vibrações. Isso ocorre porque a própria força axial atuante no cabo já o deforma. Portanto, os ventos atmosféricos que incidem sobre a superfície dos condutores exercem uma diferença de pressão, que provoca o aumento da tração axial.

Assim, devido a esse favorecimento que a aplicação da carga axial provoca nas vibrações em cabos de linhas de transmissão, a pré carga é bastante estudada por vários pesquisadores. Dutkiewicz e Machado (2019), por exemplo, citaram que uma das consequências do aumento da força de tensão no

condutor é a diminuição da quantidade dos picos de ressonância. Isso ocorre porque a rigidez do condutor aumenta conforme o aumento da tensão axial, elevando os valores de frequências de ressonâncias do cabo. A quantidade de picos de ressonância também aumenta de acordo com a diminuição da área da seção circular do cabo. Esse aumento ocorre devido à diminuição da rigidez do cabo desde que mantida a pré tensão constante.

Hernández, Castello e Matt (2018) afirmaram que a escolha dos esforços axiais deve ser tomada de forma criteriosa, pois podem comprometer a integridade do condutor e diminuir sua vida útil. Para chegar à essa conclusão, os autores desenvolveram modelos baseados em cabos trançados e compararam os resultados obtidos numericamente com os resultados experimentais.

Kim e Park (2007) apresentaram, em seu trabalho, uma nova abordagem para estimar as forças de tração do cabo partir das frequências medidas. Os autores concluíram que a rigidez à flexão estimada foi quase proporcional à carga de tração do cabo.

Os condutores também são estruturas demasiadamente complexas de se analisar porque são compostos de vários fios metálicos que devem ter seus efeitos considerados. Contudo, pode-se adotar escolhas que tornam a sua análise mais prática sem torná-la incorreta. Entre essas escolhas, a modelagem do cabo como elemento de viga submetido a carga axial é bastante praticada.

Machado et al. (2020) revelaram modelos e simulações de cabos representado por elemento de viga. Isto porque, é mostrado que a equação governante de vibrações não amortecidas em cabos é equivalente em vigas de Euler-Bernoulli submetido a forças axiais. Barry, Long e Oguamanam (2017) defenderam e utilizaram desta mesma representação de viga Euler-Bernoulli em suas pesquisas relacionadas a cabos de transmissão acoplados com absorvedores. No trabalho de Castello e Matt (2011) o condutor foi também modelado a partir de uma viga Euler-Bernoulli homogênea com rigidez equivalente à flexão constante e submetida à uma carga de tração constante. Após comparações com dados experimentais, os autores conseguiram construir um modelo computacional para o cabo trançado, implementando-se a dissipação de energia devido ao amortecimento aerodinâmico e estrutural próprio.

Matt e Castello (2007) revelaram técnicas para estimar parâmetros de rigidez à flexão em um modelo de condutor de linha de transmissão como vigas homogêneas Euler-Bernoulli, submetidas a pequenos deslocamentos. O problema foi solucionado analiticamente por meio da técnica GITT, e numericamente por Métodos de Elementos Finitos.

### **2.2.2 VENTOS**

Devida à exposição das linhas de transmissão aérea, diversas condições ambientais são atuantes nessas estruturas como ventos, tempestades, chuvas, neves, granizos, entre outras. De forma geral, todos esses fatores ambientais podem comprometer e danificar a estrutura dos condutores. Os ventos são considerados um grave problema para a segurança e confiabilidade das linhas de transmissão. Eles

agem nos condutores de modo a provocar oscilações, que, senão amortecidas, poderão chegar a valores críticos, danificando a estrutura dos condutores.

Pode-se definir o vento como a movimentação de ar sobre a superfície terrestre proveniente das diferenças de pressão atmosférica entre duas regiões. As diferenças de pressão têm origem térmica, diretamente relacionada à radiação solar e aos processos de aquecimento das massas de ar (CARVALHO, 2015). A ação do vento, quando em contato com um corpo, gera forças aerodinâmicas, que representam a soma do campo de pressão que atua no corpo e as forças de atrito. A diferença de pressão a jusante e montante do cabo causa pressão e força de arrasto, movimentando assim a estrutura (FERNANDES, 2020).

A norma brasileira NBR-5422 (1985), instrui projetos de referentes a linhas de transmissão, citando as cargas do próprio peso, pressão do vento horizontal e os esforços de tração. Para projetos dos cabos, é necessário o conhecimento da velocidade nominal dos ventos, que pode ser obtida, tendo como base o período de 50 anos, a altura de 10 metros em relação ao solo, a duração constante do período de 10 minutos e o tipo de rugosidade do solo, seguindo as instruções da norma. Contudo, pela figura 5, é possível obter a velocidade média anual dos ventos na altura de 30 metros em todo o território brasileiro. De acordo com a figura a velocidade dos ventos predominante no Brasil é igual ou abaixo de 5 m/s.

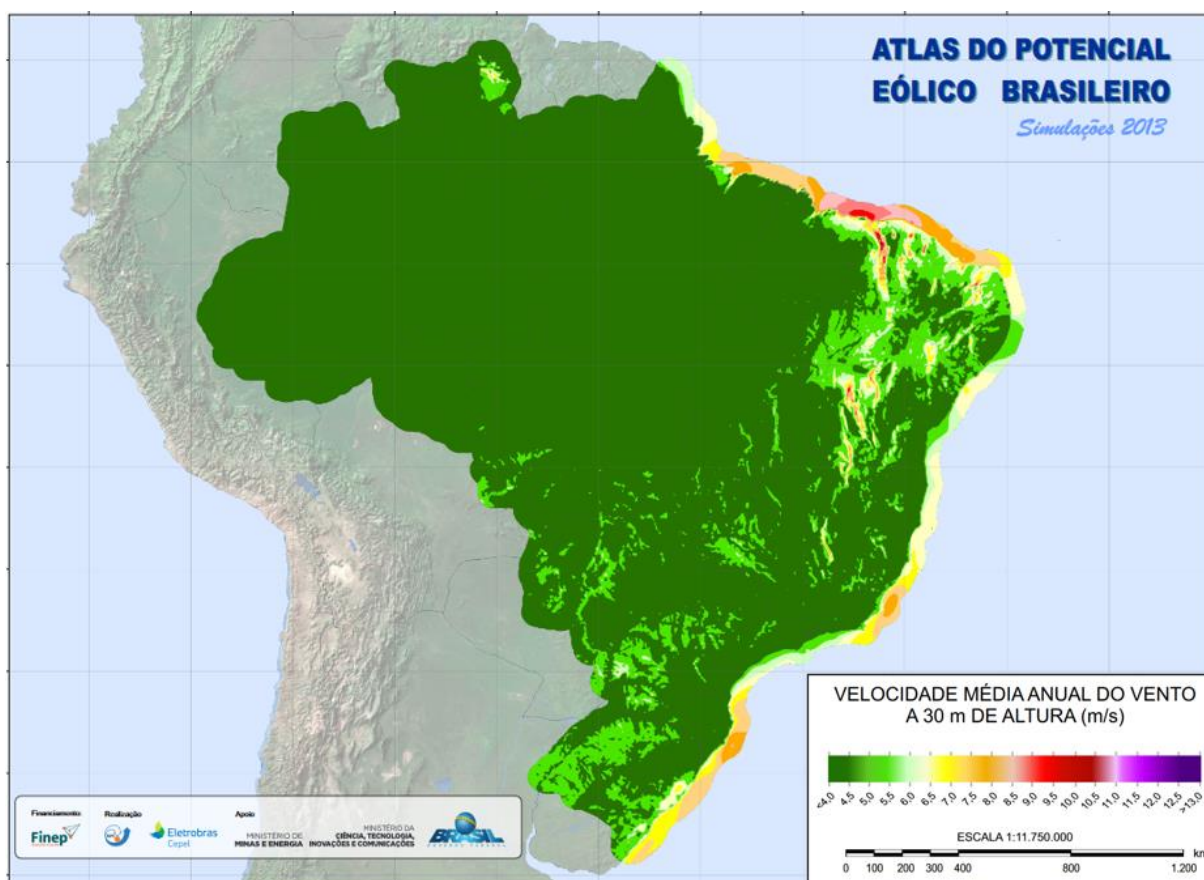


Figura 5. Mapa da velocidade média anual dos ventos no Brasil (Fonte: ELETROBRAS, 2021).

De acordo com Fernandes (2020), as velocidades e direções dos fluxos de vento e chuvas mudam com o tempo e o espaço. Krée e Soize (1986) também declararam que os fluxos de vento variam de acordo o tempo. Portanto, a interação do vento sobre o cabo de transmissão é imprevisível diante de tantos fatores influenciáveis. Carvalho (2015) afirmou que abaixo da altura gradiente (altura medida a partir da superfície da Terra no qual o vento atinge a velocidade tangente às curvas isóbaras) a velocidade dos ventos é influenciada por diversos fatores. Entre eles estão a topografia do terreno, a forma, as dimensões, a distribuição dos obstáculos naturais e a variação vertical da temperatura. O autor também concluiu que a velocidade dos ventos varia conforme a altura. Assim, junto à superfície a velocidade é zero, mas conforme é elevando a altura, os ventos atingem velocidades cada vez maiores, até a altura gradiente máxima.

Machado et al. (2020) caracterizaram três tipos principais de vibrações causadas pelos ventos: Oscilações por Esteiras de Vórtices, Vibrações Eólicas e Galloping. O Galloping ocorre na frequência de 0,1 a 2 Hz, com amplitude de 0,1 a 1 do diâmetro do condutor. Esteiras de Vórtices induzem vibrações nas frequências de 0,15 a 10 Hz, com amplitude de 0,5 a 80 vezes o diâmetro do condutor. E por fim, Vibrações Eólicas provocam frequências de 3 a 150 Hz, com amplitudes menores que o diâmetro do condutor.

Souza (1996) apresentaram em seu trabalho o resumo contendo as principais informações dos três tipos de excitações causadas pelos ventos em cabos de transmissão. Por meio da tabela 2 essas informações são reproduzidas.

Tabela 2. Características dos tipos de vibrações causadas pelos ventos (SOUZA, 1996).

	<b>Vibração Eólica</b>	<b>Galope do Condutor</b>	<b>Oscilações Induzidas por Esteiras</b>
<b>Tipo de Cabo afetado</b>	Todos	Todos	Limitado para linhas com condutores agrupados
<b>Faixa de Frequência (Hz)</b>	3 a 150	0,008 a 3	0,15 a 10
<b>Faixa de Amplitude (diâmetro do condutor como referencial)</b>	0,01 a 1	5 a 300	Modo de corpo rígido: 0,5 a 0,8 Modo de sub vão: 0,5 a 20
<b>Característica do vento</b>	Laminar	Laminar	Laminar
<b>Velocidade do vento (m/s)</b>	1 a 7	7 a 18	4 a 18
<b>Superfície do Condutor</b>	Desencapado / uniformemente congelado	Congelado assimetricamente	Desencapado / Seco
<b>Tempo estimado para o desenvolvimento de falhas</b>	3 meses a 20 anos	1 a 48 horas	4 a 18 horas
<b>Causa direta do dano</b>	Fadiga do material devido ao carregamento cíclico	Cargas dinâmicas altas	Colisão dos condutores e desgaste físico acelerado



De acordo com Prasad, Singh e Agarwal (2009) Vibrações Eólicas são as mais comuns de ocorrer. São provocados pelo desprendimento alternado de Vórtices de Kármán sob o fluxo laminar de vento, na região superior e inferior do condutor. Os vórtices ocorrem em grandes vãos e com ventos de baixa intensidade. Segundo Labegalni, (1981) a velocidade varia de 2 a 35km/h e pode ser localizado em terrenos planos ou pouco ondulados, sendo comum durante o período da manhã ou do anoitecer. Segundo Carvalho (2015), durante as Vibrações Eólicas, os Vórtices de Von Kármán dão origem às forças periódicas, transversais em relação a direção do vento médio. O autor também citou que o dano mais comum é o rompimento dos fios que compõem o condutor, por fadiga do material. Sendo que é causado pelos esforços dinâmicos resultantes do dobramento alternado desses fios nas regiões de fixação, local sujeito aos efeitos de flexão.

Vibrações de baixa frequências e grandes amplitudes são chamadas de Galloping. Esse efeito provoca a movimentação do ponto de suspensão no sentido longitudinal dos condutores. A amplitude das oscilações pode chegar valores bastante altos de acordo com a distância entre as torres. (LABEGALINI et al., 1981). Prasad, Singh e Agarwal (2009) citaram que o revestimento de gelo cria bordas e superfícies irregulares, que perturbam o fluxo de ar, que se rompe nessa região para induzir uma auto excitação. As condições propícias ao Galloping são regiões de baixa pressão, com temperatura entre 0 a -5°C aliada a ventos fortes.

Carvalho (2015) mencionou que as Oscilações por Esteiras ocorrem em linhas constituídas por grupos de condutores submetido a ventos fortes e moderados. O autor afirmou que as esteiras produzidas pelo primeiro condutor localizadas a barlavento podem provocar forças variáveis e complexas no segundo condutor localizado a sota-vento do primeiro. O condutor a sota-vento pode adquirir um movimento oscilatório caracterizado por uma órbita elíptica irregular e de amplitudes elevadas, levando até mesmo ao contato entre os condutores. As oscilações de rotação ocorrem em linhas situadas em zonas onde o ar é rarefeito, formados por ventos de grandes velocidades. Quando a rarefação do ar equivale ao peso do condutor, os esforços atuantes perdem a componente vertical, ocorrendo em rotações de acordo com a variação do vento. É tão prejudicial quanto o Galloping porque também pode danificar os suportes do cabo devido à formação de “curtos-circuitos” causado pela colisão de condutores. (LABEGALINI et al., 1981).

Neste trabalho, foi considerado apenas as vibrações eólicas uma vez que a sua ocorrência é maior no território brasileiro, caracterizado por ventos de baixas velocidades e altas temperaturas desfavorecendo no congelamento dos cabos.

### **2.2.3 AMORTECEDOR STOCKBRIGDE**

De acordo com Marques (2000), há inúmeras técnicas de atenuação de vibração em sistemas mecânicos. Uma delas é baseada na introdução de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs), cuja a invenção é devida a Frahm (1911). ADV é um dispositivo de controle de vibrações passivo clássico, com parâmetros concentrados de massa, rigidez e possivelmente amortecimento que, uma

vez conectados a um determinado sistema excitado por uma força harmônica externa, é capaz de absorver a energia vibratória no ponto de conexão e promover a redução dos níveis de vibração do sistema principal (OLIVEIRA, 2011). Em resumo, o ADV transfere para si parte da energia do sistema principal, diminuindo a energia de vibração, e promovendo o trabalho nas condições estipuladas (RAO, 2018).

Os ADVs são comumente usados em máquinas de operação contínua, pois o ressonador é sintonizado apenas em uma determinada frequência, e só é eficaz na estreita faixa projetada. Mecanismos de controle, de modo geral, também são usados para a intervenção em um sistema dinâmico, forçando a responder de forma desejada. Esse controlador pode intervir ativamente ou passivamente, dependendo da finalidade de que foi projetado. A grande diferença entre essas duas características, deve-se a utilização de energia. Uma vez que controladores passivos não inserem energia no sistema, e controladores ativos inserem. (SAVI e PAULA, 2017).

Amortecedores Stockbridge são os absorvedores dinâmicos passivos mais acoplados nos condutores de linhas de transmissão, sendo utilizados para diminuir as amplitudes de vibrações induzidas pelos ventos, e conseqüentemente, minimizar a suscetibilidade a danos por fadiga (PINTO, ARAÚJO e MATT, 2009). Barbieri e Barbieri (2012) descreveram o amortecedor Stockbridge como dois pesos presos nas extremidades de cabos trançados, que são conhecidos por cabos mensageiros. A figura 6 apresenta os principais componentes de um absorvedor modelo Stockbridge.

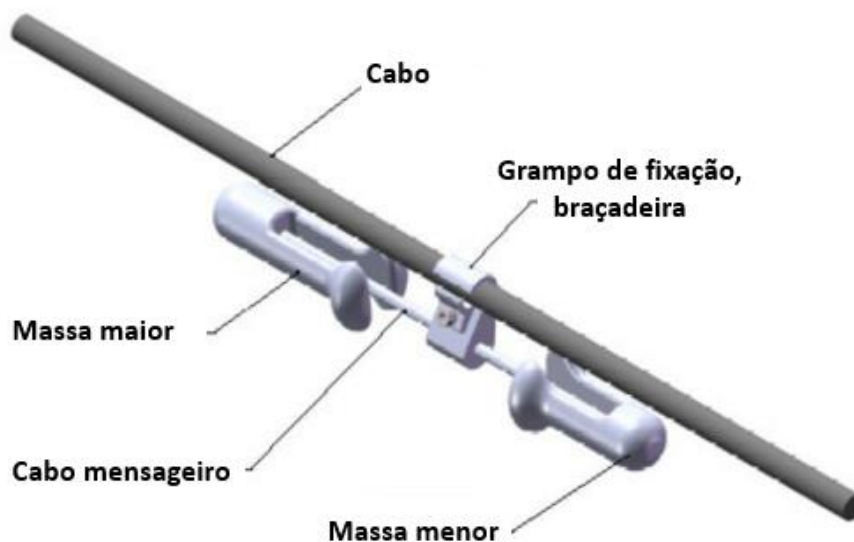


Figura 6. Amortecedor Stockbridge (Adaptado de PINTO, ARAÚJO e MATT, 2009).

Vecchiarelli, Currie e Havard (1999) recomendaram evitar a fixação do amortecedor em região de nó (local da estrutura vibrante que não há movimento), para todas as frequências projetadas de vibração eólica. Os autores justificaram ao afirmar que o grampo do amortecedor deve transmitir uma

quantidade de movimento considerável para o amortecedor dissipar a energia. De acordo com Labegalini et al. (1992), o melhor posicionamento do ADV é localizado na região de maior amplitude de vibração e mais próximo da torre de suspensão. Contudo, a fixação do absorvedor no cabo provoca alteração das frequências naturais do cabo, antes isolado, fazendo com que a posição recomendada se altere.

A eficácia dos amortecedores Stockbridge depende da sua posição no condutor, de suas características gerais e das características do condutor (BARRY, LONG e OGUAMANAM, 2017). Para chegar a essa conclusão, os autores modelaram simplificada o absorvedor para linha de transmissão. Os autores descreveram o absorvedor Stockbridge utilizando duas vigas Euler-Bernoulli em balanço, independentemente, com massas pontuais e conectadas ao condutor através de um elemento link rígido. Dessa forma o ADV foi reduzido a um sistema equivalente de massa-mola-massa e amortecimento viscoso. O modelo proposto foi eficaz para prever a resposta do condutor e as frequências naturais do sistema combinado. A redução da amplitude de vibração foi observada de acordo com o aumento da frequência de excitação.

A dissipação de energia no amortecedor é devido ao atrito entre os fios resultante da flexão do cabo mensageiro. Ao contrário da maioria dos cabos composto por fios, os cabos mensageiros não estão sujeitos a cargas axiais, portanto representam um comportamento de flexão diferente dos cabos tracionados (SAUTER e HAGEDORN, 2022). Com o objetivo de simular a ação do amortecedor, os autores utilizaram em seus trabalhos um único elemento Jenkins para modelar o cabo mensageiro de um absorvedor Stockbridge.

Na maioria desses dispositivos, o cabo mensageiro é composto de seis a dezoito fios de enrolados helicoidalmente em torno de um fio reto central, normalmente feitos de aço galvanizado (PINTO, ARAÚJO e MATT, 2009). Os autores apresentaram uma investigação analítica, numérica e experimental do comportamento dinâmico do protótipo do amortecedor Stockbridge. Para isso, foi utilizado uma viga em balanço com uma massa na extremidade e com engaste na outra. As simulações numéricas realizadas foram obtidas pelo software de elementos finitos ANSYS. Observaram os modos de vibrar da estrutura, as frequências naturais, a transmissibilidade e as medições obtidas em testes de laboratório e concluíram que os dados analíticos e numéricos reproduziram qualitativamente o comportamento dinâmico do protótipo verificado experimentalmente.

Foti e Martinelli (2018) desenvolveram um modelo mecânico simples e preciso de um amortecedor Stockbridge para utilizar em análises de estruturas submetidas a vibrações. O modelo desenvolvido foi baseado na descrição do tipo viga do cabo mensageiro e no comportamento de flexão cíclica não linear inelástica da seção transversal. O comportamento apresentou-se muito favorável com os resultados experimentais disponíveis na literatura utilizada.

Canales et al. (2008) afirmaram que a atenuação da vibração é influenciada principalmente pela massa do peso do amortecedor, de acordo com a relação do crescimento contínuo. Contudo, a taxa de

crescimento da atenuação diminui à medida que a massa aumenta. Os autores estudaram maneiras de otimizar os parâmetros de amortecedores Stockbridge seguindo duas metodologias: diminuir a amplitude de vibração o máximo possível e diminuir os custos com materiais. Entre as conclusões, foi afirmado que comprimento do cabo mensageiro é a segunda variável mais importante que influencia a atenuação e que o Método de Elementos Finitos, utilizado nas análises, é uma ferramenta bastante eficiente na otimização de amortecedores.

O trabalho de Maia (2018) investigou o desempenho do posicionamento de um ADV sob o critério baseado na energia total de vibração do cabo, dando suporte para a redução de amplitudes de vibração em linhas de transmissão existentes. Após a modelagem e simulação do cabo utilizando Elementos Finitos, foi adicionado o ADV. O autor concluiu que o posicionamento do ADV se mostrou de acordo com o esperado pela norma apresentada para todas as frequências obtidas.

A TR05-09-1E (2016) é uma norma sueca que descreve informações a serem obedecidas sobre a utilização de amortecedores em cabos de alumínio com alma de aço em linhas de transmissão aérea. A norma define a quantidade e a posição de instalação, os programas de testes de absorvedores, os requisitos e as definições dos ADVs. A tabela 3 foi retirada da referida norma e indica a quantidade de amortecedores por vão. É possível notar que a quantidade máxima recomendada é de quatro amortecedores por vão para as condições mais adversas.

Tabela 3. Quantidade de amortecedores de vibrações no condutor por vão (TR05-09-1E, 2016).

Terreno	Vegetação	Comprimento do vão (m)			
		< 150	150 ≤ 350	350 ≤ 550	> 550
Montanhoso ou vales paralelos com a linha	Qualquer tipo de vegetação desde florestas densas à terrenos planos sem obstáculos	0	1	2	2
Plano ou vales perpendiculares à linha		1	1	2	4
Lagos ou cursos de água		1	2	2	4

## 2.3 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Segundo Savi e Paula (2017), o Método de Elemento Finitos é definido como um procedimento numérico utilizado na obtenção de soluções de problemas físicos governados por uma equação diferencial ou um teorema energético. Por meio de combinações de variados conceitos matemáticos, o método produz um sistema de equações lineares ou não lineares.

O método é utilizado como alternativa para problemas cujas soluções analíticas são impossíveis de serem obtidas. Essa técnica utiliza a discretização da estrutura contínua e, portanto, substitui as Equações Diferenciais Parciais (EDPs) do sistema contínuo por um conjunto de Equações Diferenciais

Ordinárias (EDOs). De acordo com Rao (2018), a substituição das EDPs por EDOs faz com que a solução obtida não seja exata, e sim uma aproximação.

O MEF não é indicado para a análise dinâmica de cabo isolado pois a solução da equação do movimento já é conhecida. Contudo, para a estrutura do cabo com o ADV acoplado o método é recomendado devido às alterações de geometrias e de materiais devido ao acoplamento.

Em Savi e Paula (2017) procedido do MEF é descrito simplificadamente por meio de cinco passos:

- 1) Discretização do domínio em subdomínios, chamado elementos, conectados por nós.
- 2) Definição da função de aproximação em cada elemento por polinómios, a partir de valores nodais.
- 3) Montagem do sistema de equações utilizando equações governantes contínuas para se chegar à uma equação discreta que governa o problema.
- 4) Resolução do sistema de equações cujas soluções fornecem valores nodais
- 5) Avaliação das variáveis secundárias, interpretação de resultados e outros possíveis interesses relacionadas as derivadas da função contínua.

Segundo Gasparetto (2019), a resolução de equações diferenciais ocorre por meio de aproximações do formato da estrutura sólida reduzida por um número finito de segmentos geométricos menores para os quais as funções analíticas podem ser resolvidas. Assim, o comportamento da estrutura é dado por meio pelas soluções individuais em cada um dos segmentos chamados elementos. O nó é definido como o elo de conexão entre elementos e possui uma quantidade específica de graus de liberdade conforme o problema. A função de forma é usada para interpolar os resultados obtidos entre cada nó, geralmente apresenta-se formato polinomial, de grau variado de acordo com a utilidade do problema.

Machado et al. (2020), citaram a utilização de ferramentas eficazes e práticas para modelar condutores sendo a técnica mais comum o Método de Elementos Finitos (MEF). Através do trabalho chegou-se à conclusão de que para grandes quantidades de elementos, os resultados do MEF atingem uma excelente aproximação da solução analítica, concluindo que o método MEF apresenta bons resultados, com uma pequena diferença nas ressonâncias devido ao aumento da carga de tração.

### **2.3.1 ANSYS MECHANICAL APDL**

O software ANSYS Mechanical APDL é um programa comercial criado para realizar análise estruturais por meio do método de elementos finitos. O processo de simulação contém as etapas de pré-processamento, processamento e pós-processamento.

Na etapa de pré-processamento, que abrange a elaboração do modelo, a definição dos tipos de elementos a serem utilizados, a seleção da malha, atribuição das propriedades do material e a inserção das condições de contorno.

O BEAM188 e MASS21 são os elementos utilizados na modelagem numérica. O elemento de viga BEAM188 foi adotado no modelo do cabo devido a sua finalidade e recomendação: o BEAM188 é adequado para analisar estruturas de vigas delgadas e moderadamente grossas. É adequado para aplicações lineares, grandes rotações e/ou não lineares de grande deformação (ANSYS, 2021a). O elemento MASS21 foi escolhido para representar a massa de um absorvedor. O componente replica o centro de gravidade do peso do ADV Stockbridge real.

O processamento contém a operação de obtenção da solução. Nessa etapa o MEF é utilizado no modelo produzido. A matriz de rigidez é montada, os graus de liberdade são calculados e resolvido o problema de extração de autovalor e autovetor.

O método de extração de autovalor e autovetor do modelo estudado foi o Block Lanczos. A decisão seguiu conforme a sua aplicação, destinada a determinar poucos modos de grandes modelos. É recomendado em situações que o modelo sólido tem baixa qualidade de formação. (ANSYS, 2021b). O método trata-se de uma adaptação do algoritmo de Lanczos, através de um bloco de vetores sendo utilizados para grandes problemas simétricos de autovalores. (ANSYS, 2021b).

Por fim, na etapa de pós-processamento ocorre a investigação dos resultados obtidos. As informações podem ser apresentadas por meio de imagens, gráficos, vídeos, matrizes e vetores, a depender dos objetivos do usuário. Nessa etapa é possível averiguar se a modelagem e solução obtida pelo programa condiz com a realidade.

# 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

## 3.1 SOLUÇÃO ANALÍTICA DO CABO

As equações de movimento de vários sistemas contínuos, incluindo a vibração transversal do cabo, são obtidas considerando o diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimalmente pequeno do sistema particular e aplicando a segunda lei do movimento de Newton (RAO, 2018).

### 3.1.1 EQUAÇÃO DO EQUILÍBRIO DO CABO

A fim de estabelecer o equilíbrio da viga, foi considerado o elemento infinitesimal com todas as forças atuantes. A figura 7 apresenta uma viga flexural delgada sob carga de tração e um elemento infinitesimal típico. Em Rao (2018), é apresentada a solução analítica do cabo pré tensionado considerando o equilíbrio para um elemento infinitesimal de viga delgada na direção  $x$ .

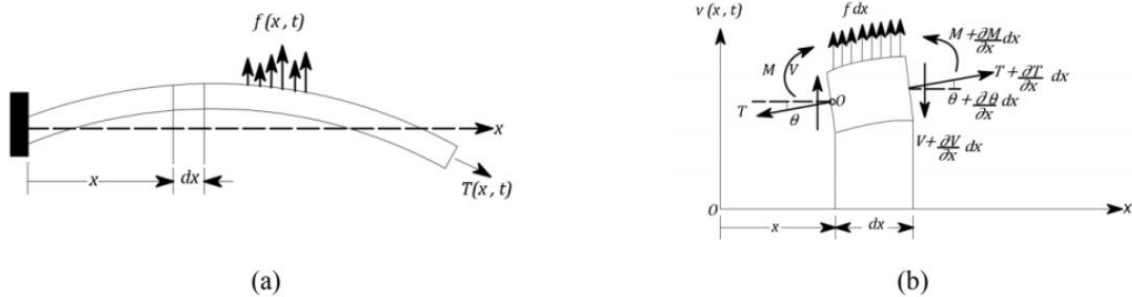


Figura 7. Viga delgada flexionada: (a) Cargas Externas, (b) Diagrama de corpo Livre (Rao, 2018).

Considerando as cargas externas por unidade de comprimento  $f(x,t)$ , o momento fletor,  $M(x,t)$ , a força de cisalhamento  $V(x,t)$  e a carga axial  $T(x,t)$ , todos representados função da posição  $x$  e tempo  $t$ .

No elemento infinitesimal, a força de inércia é descrita com

$$\rho A dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  a densidade da massa,  $A$  a área de secção transversal da viga,  $w$  o deslocamento vertical. Realizando a somatória das forças atuantes no elemento, tem-se o equilíbrio

$$-(V + dV) + f dx + V + (T + dT) \sin(\theta + d\theta) - T \sin \theta = \rho A dx \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

onde  $\theta$  o deslocamento angular. O somatório de momento em relação ao ponto  $O$  da figura 7 será

$$(M + dM) - (V + dV) dx + f dx \frac{dx}{2} - M = 0 \quad (3.3)$$

onde

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x} dx \quad e \quad dM = \frac{\partial M}{\partial x} dx \quad (3.4)$$

sabendo que para pequenas deflexões, pode-se tomar

$$\sin(\theta + d\theta) \cong \theta + d\theta = \theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \quad (3.5)$$

Assim, somando as equações 3.1, 3.2 e 3.3, é possível obter uma única equação diferencial para o movimento,

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = f \quad (3.6)$$

para vibrações livre, pode-se omitir função  $f$  na equação 3.6, tal que

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3.7)$$

onde  $E$  o módulo de Young do material e  $I$  o momento de inércia.

### 3.1.2 ANÁLISE MODAL DO CABO

Os modos de vibração do cabo e suas frequências naturais são obtidos a partir da determinação da equação característica. Segundo Rao (2018), o método de obtenção da equação característica do cabo seguiu da equação do movimento do elemento estrutural apresentado, em 3.7.

Para este caso em estudo, torna-se necessário utilizar o método de separação de variáveis onde,  $W$  dependente de  $x$  e  $\eta$  dependente de  $t$ ,

$$w(x, t) = W(x)\eta(t) \quad (3.8)$$

assumindo a solução  $\eta(t)$  como,

$$\eta(t) = (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \quad (3.9)$$

substituindo a equação 3.9 em 3.8

$$w(x, t) = W(x)(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \quad (3.10)$$

substituindo a equação 3.10 na equação 3.7, tem-se

$$EI \frac{d^4 W}{dx^4} - T \frac{d^2 W}{dx^2} - \rho A \omega^2 W = 0 \quad (3.11)$$

assumindo a solução  $W(x)$  como,

$$W(x) = C e^{sx} \quad (3.12)$$

na equação 3.11, a equação auxiliar pode ser obtida, da forma

$$s^4 - \frac{T}{EI} s^2 - \frac{\rho A \omega^2}{EI} = 0 \quad (3.13)$$

por fim, as raízes da equação 3.13 são



$$s_1^2, s_2^2 = \frac{T}{2EI} \pm \left( \frac{T^2}{4E^2I^2} + \frac{\rho A \omega^2}{EI} \right)^{1/2} \quad (3.14)$$

A solução também pode ser expressa como:

$$W(x) = C_1 \cosh(s_1 x) + C_2 \sinh(s_1 x) + C_3 \cos(s_2 x) + C_4 \sin(s_2 x) \quad (3.15)$$

de modo que as constantes  $C_1, C_2, C_3,$  e  $C_4$  são determinadas de acordo com as condições de contorno.

As frequências naturais da viga podem ser encontradas a partir da equação 3.15. Para uma viga bi apoiada, tem-se as seguintes condições de contorno

$$W(0) = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2 W}{dx^2}(0) = 0 \quad (3.17)$$

$$W(l) = 0 \quad (3.18)$$

$$\frac{d^2 W}{dx^2}(l) = 0 \quad (3.19)$$

Para satisfazer as condições de contorno 3.16 e 3.17, é necessário que as constantes  $C_1$  e  $C_3$  na equação 3.15 sejam iguais a zero. Portanto, a equação 3.15 torna-se

$$W(x) = C_2 \sinh(s_1 x) + C_4 \sin(s_2 x) \quad (3.20)$$

Aplicando as condições de contorno 3.18 e 3.19 na equação 3.20, chega-se,

$$\sinh(s_1 l) \sin(s_2 l) = 0 \quad (3.21)$$

Uma vez que  $\sinh(s_1 l) > 0$  para quaisquer valores de  $s_1 l \neq 0$ . Assim, as únicas raízes para a equação 3.21 são:

$$s_2 l = n\pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.22)$$

onde  $l$  o comprimento do cabo.

Portanto, aplicando 3.20 na equação 3.12 encontra-se as frequências naturais para o cabo bi apoiado:

$$\omega_n = \frac{\pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \left( n^4 + \frac{n^2 T l^2}{\pi^2 EI} \right)^{1/2} \quad (3.23)$$

onde  $\omega_n$  é a frequência natural correspondente ao n-ésimo modo de vibrar.

A equação da deflexão, que representa para os modos de vibrar de uma viga bi apoiada pode ser obtida através da equação 3.20. Isolando termo  $\sin(s_2 l)$  na equação 3.21, chega-se

$$\sin(s_2 l) = 0 \quad (3.24)$$

Do mesmo modo que a equação 3.24, a equação da frequência para o  $n$ -ésimo modo de vibrar é dado por

$$\sin(\beta_n l) = 0 \quad (3.25)$$

onde a constante  $\beta_n$  pode ser descrito como

$$\beta_n = \frac{n\pi}{l} \quad (3.26)$$

Aplicando a equação 3.25 tem-se:

$$W_n(x) = C_n[\sin(\beta_n x)] \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.27)$$

onde  $W_n$  é o modo de vibração correspondente a  $n$ -ésima frequência natural.

### 3.2 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

O desenvolvimento algébrico da Função Resposta em Frequência apresentada seguiu os trabalhos de Rao (2018), Meirovitch (2001), He e Fu (2001). Como exemplo, foi considerado o modelo de um sistema discreto com  $n$  graus de liberdade.

Inicialmente, para obter a solução da equação do movimento do sistema, foi necessário transformar as  $n$  acopladas Equações Diferenciais Ordinárias governantes em  $n$  desacopladas de segunda ordem, utilizando as coordenadas normais. Portanto, a solução é obtida por meio da análise de  $n$  sistemas de 1 grau de liberdade.

A equação do movimento de um sistema não amortecido e com forçamento harmônico constante e fase zero é dado por:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (3.28)$$

onde  $M$  e  $K$  matrizes de massa e rigidez, respectivamente,  $\ddot{x}$  e  $x$  vetores de aceleração e deslocamento, respectivamente e  $F$  o forçamento harmônico.

Adotando a transformação de coordenadas como,

$$\{x\} = [\Phi]\{q\} \quad (3.29)$$

onde o vetor  $q$  as coordenadas normais do sistema e  $\Phi$  matriz modal. Assim, substituindo a equação 3.29 na equação 3.28,

$$[M][\Phi]\{\ddot{q}\} + [K][\Phi]\{q\} = \{F(t)\} \quad (3.30)$$

A normalização do sistema em relação à matriz de massa  $M$  ocorre multiplicando a equação 3.30  $[\Phi]^T$ . Sabe-se que  $\{\Phi\}^T [M] \{\Phi\} = 1$  e  $\{\Phi\}^T [K] \{\Phi\} = [diag(\omega^2)]$ , portanto

$$\{\ddot{q}\} + [diag(\omega^2)]\{q\} = [\Phi]^T \{F(t)\} \quad (3.31)$$

Tomando a equação 3.28, onde  $F(t)$  um vetor  $n \times 1$  de  $n$  excitações externas atuando sobre o sistema, formulado da seguinte maneira,

$$\{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \sin(\omega t) = \{F\} \sin(\omega t) \quad (3.32)$$

o sistema oscila harmonicamente na frequência de excitação, assumindo a solução para o deslocamento e aceleração dada por,

$$\{x(t)\} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \sin(\omega t) = \{X\} \sin(\omega t) \quad (3.33)$$

$$\{\ddot{x}(t)\} = -\omega^2 \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{Bmatrix} \sin(\omega t) = -\omega^2 \{X\} \sin(\omega t) \quad (3.34)$$

Substituindo as equações 3.32, 3.33 e 3.34 na equação 3.31, tem-se

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\} = \{F\} \quad (3.35)$$

onde o termo  $([K] - \omega^2 [M])$  na equação 3.35 representa a matriz de rigidez dinâmica, comumente representado por  $[Z(\omega)]$ ,

$$[Z(\omega)]\{X\} = \{F\} \quad (3.36)$$

Se a matriz de rigidez dinâmica for não-singular, com as frequências de excitação diferentes das frequências naturais do sistema, a amplitude de vibração pode ser obtida por,

$$\{X\} = \frac{\{F\}}{[Z(\omega)]} \quad (3.37)$$

O inverso de  $[Z(\omega)]$  é definido matriz de receptância  $[\alpha(\omega)]$ , que contém as Funções Resposta em Frequência do sistema.

$$\{X\} = [\alpha(\omega)]\{F\} \quad (3.38)$$

A receptância é uma matriz simétrica e manifesta a reciprocidade devido à linearidade de resposta vibracional do sistema com múltiplos graus de liberdade.

O significado de uma FRF é tomado a partir da equação 3.38. É possível obter a amplitude de resposta do sistema na coordenada  $i$  da seguinte forma,

$$X_i = \alpha(\omega)_{i1}F_1 + \alpha(\omega)_{i2}F_2 + \alpha(\omega)_{i3}F_3 + \dots + \alpha(\omega)_{in}F_n \quad (3.39)$$

Assumindo somente uma força de excitação no sistema, atuante na coordenada  $j$ , tem-se

$$\alpha(\omega)_{ij} = \frac{X_i}{F_j} \quad (3.40)$$

de modo que  $F_j$  não pode ser zero.

A equação 3.40 apresenta que  $ij$ -ésimo termo da matriz de receptância é a função de resposta em frequência, quando sistema possui a aplicação de força na coordenada  $j$  e apresenta resposta na coordenada  $i$ .

Manipulando-se matematicamente e tomando a definição de receptância apresentado anteriormente, tem-se

$$[\alpha(\omega)] = \frac{1}{[K] - \omega^2[M]} \quad (3.41)$$

Aplicando a normalização  $[\Phi]^T$ . Sabendo que  $\{\Phi\}^T[M]\{\Phi\} = 1$  e  $\{\Phi\}^T[K]\{\Phi\} = [diag(\omega^2)]$ , e substituindo na equação 3.41, tem-se

$$[\alpha(\omega)] = \frac{1}{\frac{[diag(\omega^2)]}{[\Phi][\Phi]^T} - \frac{\omega^2}{[\Phi][\Phi]^T}} \quad (3.42)$$

rearranjando os termos, obtém-se a equação 3.43 utilizando a matriz modal normalizada pela massa.

$$[\alpha(\omega)] = [\Phi][diag(\omega_i^2 - \omega^2)]^{-1}[\Phi]^T, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.43)$$

onde  $i$  representa as frequências dos modos naturais do sistema. Tomando para a análise apenas termo isolado da matriz  $[\alpha(\omega)]$ ,

$$[\alpha_{jk}(\omega)] = \frac{\phi_{j1}\phi_{k1}}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\phi_{j2}\phi_{k2}}{\omega_2^2 - \omega^2} + \dots + \frac{\phi_{jn}\phi_{kn}}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (3.44)$$

onde  $\phi$  o componente da matriz modal normalizada pela matriz de massa.

### 3.3 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO

A classe de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações não amortecidos é considerada a mais simples. Segundo Catozo (2018), os ADV atuam, quando sintonizados em determinada frequência, retirando energia do sistema primário. Apesar do cabo (sistema primário) ser contínuo possuindo infinitas quantidades de frequências de ressonância, o ADV (sistema secundário) é projetado de modo que apenas uma de suas frequências de ressonância seja igual à frequência do sistema primário.

Em Rao (2018), a teoria do funcionamento do ADV é apresentada tendo sistema primário (estrutura que se deseja atenuar a vibração) e sistema secundário (ADV) ambos possuindo apenas um grau de liberdade. A figura 8 ilustra o ADV, índice  $s$ , acoplado à estrutura principal, índice  $p$ :

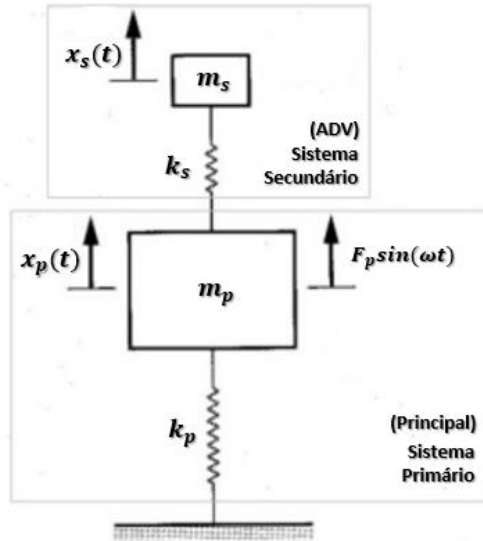


Figura 8. Representação da estrutura principal com ADV (Fonte: Adaptado de MEIROVITCH, 1975).

As equações do movimento para o sistema em conjunto são,

$$m_p \ddot{x}_p + k_p x_p + k_s(x_p - x_s) = F_p \sin(\omega t) \quad (3.45)$$

$$m_s \ddot{x}_s + k_s(x_s - x_p) = 0 \quad (3.46)$$

onde  $m_p$  massa do sistema primário,  $m_s$  massa do sistema secundário,  $\ddot{x}_p$  vetor de aceleração do sistema primário,  $x_p$  vetor de deslocamento do sistema primário,  $\ddot{x}_s$  vetor de aceleração do sistema secundário,  $x_s$  vetor de deslocamento do sistema secundário,  $k_p$  rigidez do sistema primário,  $k_s$  rigidez do sistema secundário e  $F_p \sin(\omega t)$  o forçamento harmônico atuante no sistema primário.

A solução harmônica é assumida como,

$$x_n(t) = X_n \sin(\omega t), \quad n = p, s \quad (3.47)$$

onde  $X_p$  e  $X_s$  representam a amplitude da massa da estrutura primária e secundária, respectivamente.

Substituindo a equação 3.47 nas equações 3.45 e 3.46. tem-se

$$-m_p X_p \omega^2 \sin(\omega t) + (k_p + k_s) X_p \sin(\omega t) - k_s X_s \sin(\omega t) = F_p \sin(\omega t) \quad (3.48)$$

$$-m_s X_s \omega^2 \sin(\omega t) + k_s (X_s - X_p) \sin(\omega t) = 0 \quad (3.49)$$

dividido as equações 3.48 e 3.49 pelo termo em comum  $\sin(\omega t)$ , obtem-se

$$-m_p X_p \omega^2 + (k_p + k_s) X_p - k_s X_s = F_p \quad (3.50)$$

$$-m_s X_s \omega^2 + k_s (X_s - X_p) = 0 \quad (3.51)$$

Resolvendo para  $X_p$  e  $X_s$ , tem-se:

$$X_p = \frac{(k_s - m_s \omega^2) F_p}{(k_p + k_s - m_p \omega^2)(k_s - m_s \omega^2) - k_s^2} \quad (3.52)$$

$$X_s = \frac{k_s F_p}{(k_p + k_s - m_p \omega^2)(k_s - m_s \omega^2) - k_s^2} \quad (3.53)$$

Agora, são inseridas as definições de frequência natural para dois sistemas,

$$\text{Frequência natural do sistema primário isolado: } \omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} \quad (3.54)$$

$$\text{Frequência natural do sistema secundário isolado: } \omega_s = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (3.55)$$

Assim, aplicando as definições 3.54 e 3.55 nas equações 3.52 e 3.53

$$\frac{X_p}{\frac{F_p}{k_p}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_s}{k_p} - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right] - \frac{k_s}{k_p}} \quad (3.56)$$

$$\frac{X_s}{\frac{F_p}{k_p}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_s}{k_p} - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2\right] - \frac{k_s}{k_p}} \quad (3.57)$$

Na equação 3.57, para que a amplitude de vibração do sistema primário seja zero, o termo  $\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^2$  deverá ser igual a um. Portanto, quando a frequência de excitação da força no sistema for igual a frequência natural do ADV,  $\omega = \omega_s$ , ocorre a atenuação do absorvedor.

Aplicando  $\omega = \omega_s$  na equação 3.57,

$$X_s = -\frac{F_p}{k_s} \quad (3.58)$$

Assumindo que o sistema primário oscile próximo da frequência de ressonância, o ADV é comumente projetado para agir nessa situação de modo a evitar o fenômeno de ressonância do sistema principal. Dessa forma, as frequências ressonância do sistema primário e secundário deverão ser iguais,

$$\omega_p = \omega_s = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}} = \sqrt{\frac{k_s}{m_s}} \quad (3.59)$$

Utiliza-se  $\mu = \frac{m_s}{m_p}$ , razão de massas do sistema secundário e primário para comparar o tamanho do ADV em relação à estrutura principal e as razões de frequências  $g = \frac{\omega}{\omega_p}$  e  $f = \frac{\omega_s}{\omega_p}$ . Substituindo os termos apresentados na equação 3.53 e normalizando-a chega-se,

$$|G(\omega)| = \left| \frac{X_p}{F_p} \right| = \left[ \frac{(g^2 - f^2)^2}{[\mu g^2 f^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.60)$$

onde  $|G(\omega)|$  módulo da função de resposta em frequência, FRF.

A análise harmônica, por meio da FRF possibilita o reconhecimento dos efeitos do amortecedor em um sistema. O pico representado na frequência de ressonância desaparece, e surgem dois picos menos no lugar, tendo ou não um vale entre eles. A figura 9, ilustra o fenômeno de absorção causado pelo ressonador através do gráfico FRF.

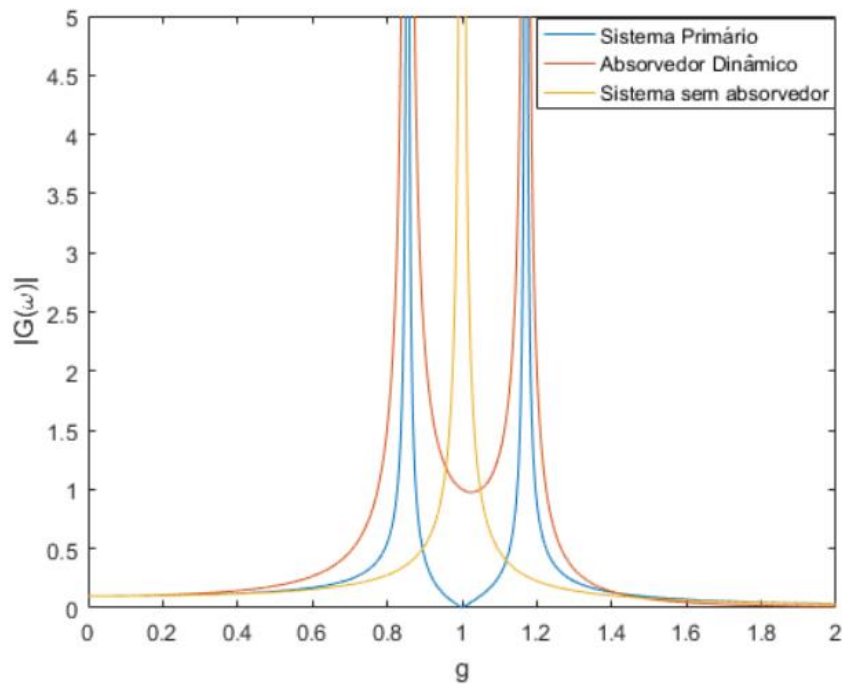


Figura 9. Comparação de FRF do sistema antes e depois do acoplamento do ADV (MAIA, 2018).

Sobre a figura 9, Maia (2018) explica que a curva em amarelo representa o fenômeno de ressonância que ocorre quando a frequência de excitação é igual à frequência de ressonância do sistema sem ADV. A curva em azul refere-se aos efeitos de atenuação causados pelo ADV no sistema primário. E a curva em vermelho representa um sistema com ADV projetado para atuar fora da frequência de ressonância. Os picos da figura representam as frequências de ressonância do determinado sistema. Conforme a frequência de forçamento se aproxima da frequência de ressonância, a amplitude de resposta do sistema aumenta de extensão.

Para o método de atenuação apresentado que compreende na adição do ADV ao sistema principal, é inserido no sistema principal um novo grau de liberdade. Assim, um sistema que possuía apenas um grau de liberdade e um pico de ressonância na FRF, passa a ter dois graus de liberdade e dois picos de ressonância com a adição do absorvedor.

# 4 RESULTADOS

## 4.1 DESCRIÇÃO DO PROCEDIMENTO

O procedimento da obtenção dos resultados consiste em 4 etapas principais: validação do cabo e absorvedor separadamente, implementação do absorvedor no cabo, sucessivas alterações de posição do ADV e a fixação de um conjunto de ADVs ao longo do cabo.

A validação da modelagem numérica do cabo ocorreu por meio da comparação da solução obtida pelo software ANSYS com a solução analítica apresentada na seção 3.1. Foram utilizados na comparação as frequências de ressonância, os modos de vibrar e as funções resposta em frequência.

Após a validação do cabo, o modelo de absorvedor foi desenvolvido através do software ANSYS para corresponder a uma das frequências de ressonância do cabo. Para a legitimar esse componente foram examinados os seus modos de vibrar tendo como referência um modelo apresentado e revisado por artigo citado.

A simulação do cabo com o ADV implementado foi submetido às análises para reconhecer os possíveis efeitos do absorvedor no cabo. Foi examinado as frequências de ressonância, os modos de vibrar nas frequências de amortecimento e as FRFs do conjunto unido.

No curso dos testes, foi realizado diversas simulações variando da posição do ADV ao longo da extensão do cabo. Esse conjunto de simulações possibilitou encontrar a melhor localização do absorvedor para que seus efeitos sejam mais bem utilizados. O método de comparação da performance realizou-se por meio da investigação da extensão das faixas frequência de atuação do absorvedor e por meio dos valores RMS calculados a partir das FRF obtidas.

A simulação com de um conjunto de ADVs adicionados ao cabo foi implementado para observar um esperado aumento da extensão da faixa de frequência de ação do absorvedor. Foram realizadas várias simulações: com 2, 3, 4, 5 e 10 ADVs. Por fim, foram calculados o desempenho de cada caso.

## 4.2 ASPECTOS GERAIS DA MODELAGEM

A modelagem do condutor aéreo foi definida usando condições de contorno bi apoiada, submetida a tensão axial. Foi adotado o caso bidimensional, com o propósito de apenas considerar uma análise inicial prévia. A figura 10 apresenta a ilustração esquemática do modelo adotado.

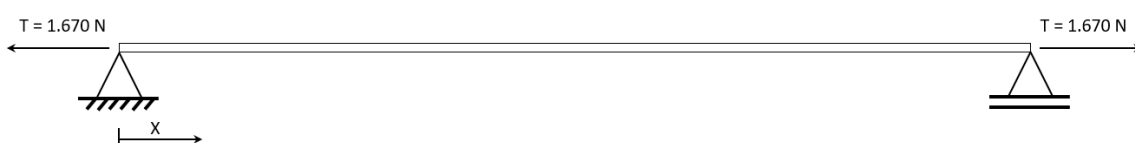


Figura 10. Esquema do cabo representado por viga bi apoiada sob força axial.



Com o objetivo de facilitar a modelagem, foi definida a utilização de material homogêneo no modelo do cabo. As propriedades adotadas seguiram os valores definidos em Machado et al. (2020) que foram baseadas no tipo Grosbeak (aço e alumínio) definido pela norma NBR7270. A tabela 4 apresenta as propriedades adotadas.

Tabela 4. Propriedades e dimensões adotadas no condutor (Machado et al. 2020).

<b>Propriedades adotadas no modelo do cabo</b>	<b>Valores ou nomenclatura</b>
Tipo condutor selecionado	Grosbeak - ACSR
Diâmetro da seção transversal (D)	25,15 mm
Área da seção transversal (A)	$4,968 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
Comprimento total do vão (L)	51,950 m
Densidade do material do condutor ( $\rho$ )	$2,622 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Constante de Poisson do material do condutor ( $\nu$ )	0,3
Módulo de elasticidade do material do condutor (E)	$2,464 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
Momento de inércia (I)	$1,964 \times 10^{-8} \text{ m}^4$
Pré tensão (T)	1.670 N
Força de excitação (F)	1 N
Massa do cabo (m)	67,6232 kg

No modelo do cabo, as escolhas utilizadas no processo da simulação no software ANSYS são apresentados na tabela 5.

Tabela 5. Informações adotadas na simulação e modelagem do condutor isolado.

<b>Parâmetros adotados na modelagem</b>	<b>Valores ou nomes</b>
Quantidade de elementos	2.000
Tipo de elemento	BEAM188
Intervalo de frequência analisado ( $\omega$ )	0 a 3.5 Hz
Método de extração de modos	Block Lanczos

### 4.3 VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO

A validação ocorreu por meio de comparações realizadas entre o resultado obtido no método analítico e do método de elementos finitos realizado no Software ANSYS Mechanical APDL. Nos dois casos foram utilizados os mesmos parâmetros, e mesmas condições.

A obtenção da solução analítica e a visualização gráfica dos resultados foram utilizados a linguagem Python, bem como os pacotes Pyplot e NumPy.

O erro percentual de convergência das frequências de ressonância obtidas pelos dois métodos foi calculado conforme a equação 4.1:

$$\text{Erro Percentual} = \frac{\omega_{\text{MEF}} - \omega_{\text{ANA}}}{\omega_{\text{ANA}}} \times 100\% \quad (4.1)$$

onde  $\omega_{\text{MEF}}$  é a frequência obtida na solução MEF e  $\omega_{\text{ANA}}$  é a obtida na solução analítica.

A tabela 6 apresenta os valores das nove primeiras frequências, calculadas analiticamente através da equação 3.23 e numericamente através do programa ANSYS. Por meio da tabela, notou-se que há concordância entre valores de frequências de ressonância. O maior erro percentual registrado mostrou-se igual a 0,06%, mostrando uma excelente aproximação.

Tabela 6. Frequências de ressonância obtidas pelo método analítico e MEF.

Frequências de Ressonância	Solução Analítica	Solução MEF	Erro Percentual
$\omega_1$	0,3447 Hz	0,3449 Hz	0,06%
$\omega_2$	0,6907 Hz	0,6909 Hz	0,03%
$\omega_3$	1,0387 Hz	1,0391 Hz	0,04%
$\omega_4$	1,3901 Hz	1,3906 Hz	0,04%
$\omega_5$	1,7457 Hz	1,7463 Hz	0,03%
$\omega_6$	2,1067 Hz	2,1074 Hz	0,03%
$\omega_7$	2,4741 Hz	2,4749 Hz	0,03%
$\omega_8$	2,8488 Hz	2,8497 Hz	0,03%
$\omega_9$	3,2318 Hz	3,2328 Hz	0,03%

A aparência dos modos de vibração foi considerada para a validação. Isso porque a finalidade principal do ADV é diminuir a amplitude de vibração na frequência referente ao modo. Portanto foi registrado o comportamento antes e depois da fixação do amortecedor no cabo, para ser comparado e tomado os seus possíveis efeitos. A figura 11 mostra os quatro primeiros modos vibracionais do cabo.

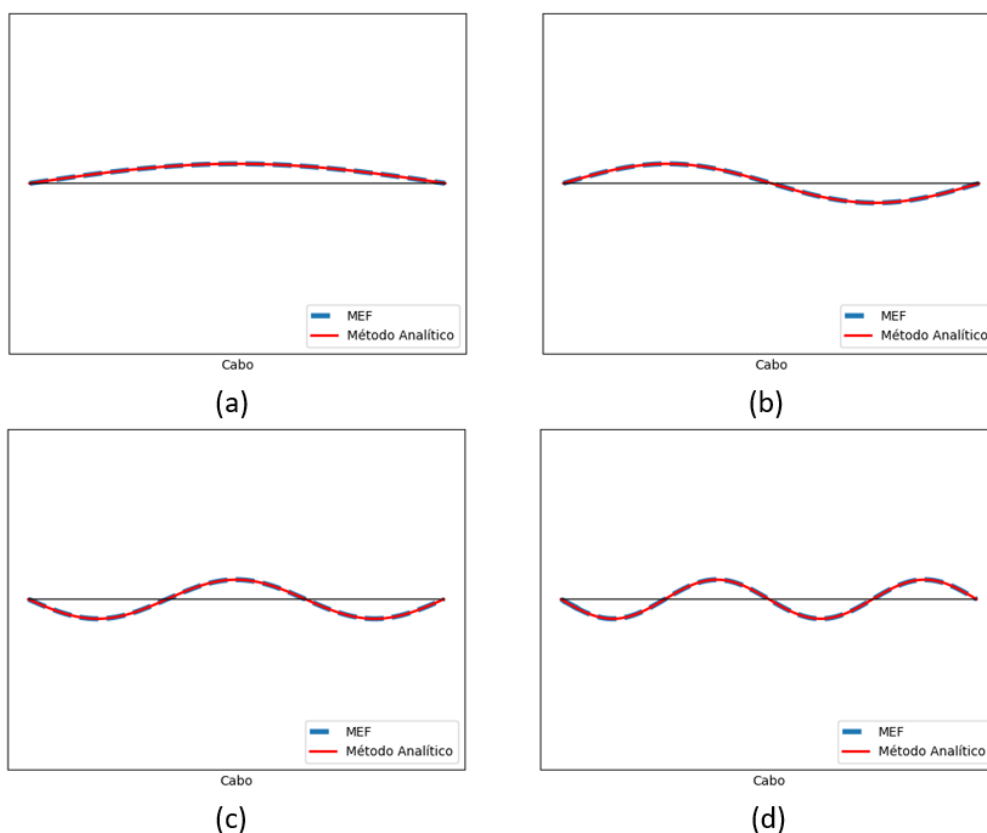


Figura 11. Comparação visual dos modos de vibrar obtidos por MEF e método analítico: (a) 0,345 Hz; (b) 0,691 Hz; (c) 1,039 Hz; (d) 1,390 Hz.

Analisando a figura 11, as frequências dos primeiros quatro modos são relacionadas respectivamente: 0,34 Hz, 0,69 Hz, 1,03 Hz e 1,39 Hz. Nos casos, as condições de contorno, biapoiada, foram todas obedecidas. As duas soluções exibem modos similares, mostrando a acurácia do MEF utilizado. O primeiro modo de vibrar apresenta amplitude máxima na metade do comprimento de cabo e dois nós nas extremidades do cabo, enquanto que o segundo modo apresenta dois locais de amplitude máxima ( $\frac{1}{4}$  e  $\frac{3}{4}$  do comprimento do cabo) e três nós. O terceiro e quarto modos apresentam, respectivamente, três e quatro locais de amplitude máxima e quatro e cinco nós.

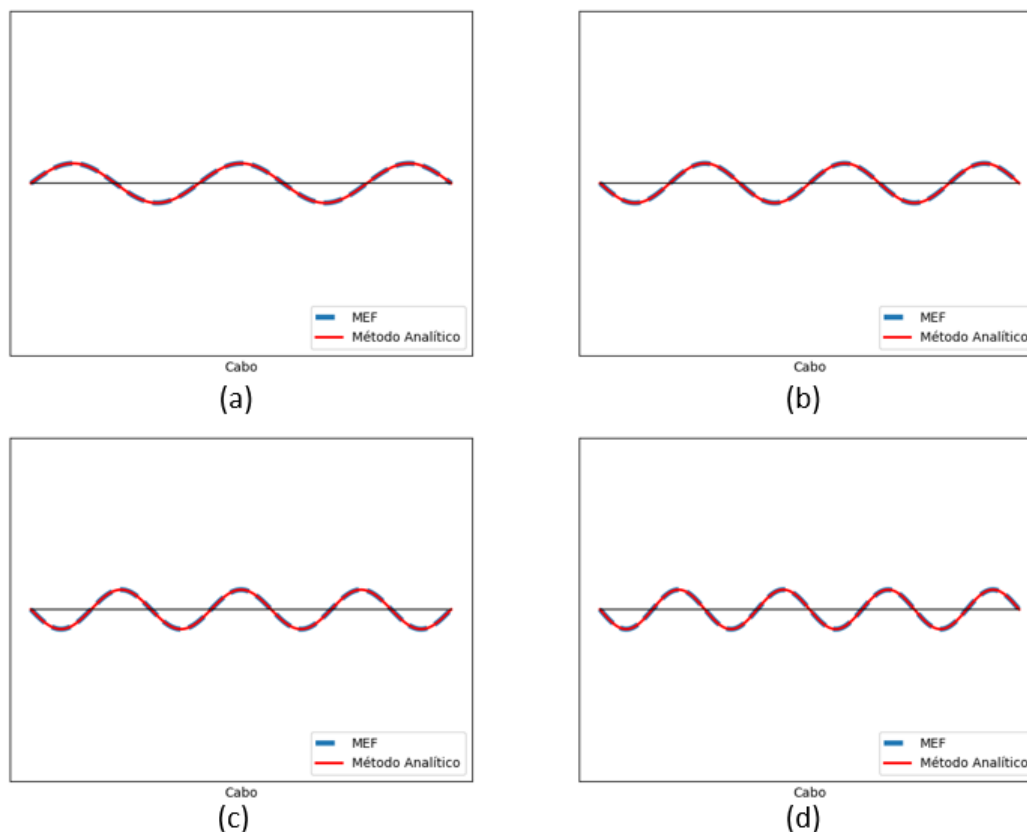


Figura 12. Comparação visual dos modos de vibrar obtidos por MEF e método analítico: (a) 1,746 Hz; (b) 2,107 Hz; (c) 2,475 Hz; (d) 2,850 Hz.

A figura 12 expõe o quinto, sexto, sétimo e oitavo modos de vibrar referentes às frequências de 1,74 Hz, 2,10 Hz, 2,47 Hz e 2,84 Hz respectivamente. Os modos obtidos por MEF e analítico exibem comportamentos idênticos. Os dois extremos do cabo não apresentam movimentações cumprindo a condição de contorno imposta ao problema. O quinto modo é caracterizado por apresentar cinco locais de amplitude máxima e seis nós. O sexto modo é definido por possuir seis locais de deslocamento vertical máximo e sete nós, incluído os extremos que são apoiados. O sétimo e oitavo modos apresentam sete e oito locais de deslocamento máximo, respectivamente. Na figura 12 (c-d) é possível visualizar oito e nove nós respectivamente.

Por fim, o nono modo analisado faz referência à frequência de 3,23 Hz. Comparado às demais formas de vibrar mostradas anteriormente, esse modo é caracterizado por possuir a maior quantidade

de energia. Isso porque o seu comportamento dinâmico expõe maiores quantidades de ciclos e menores comprimentos de ondas relacionados por um valor maior de frequência de ressonância. Através da figura 13, é possível visualizar as nove localidades de amplitudes máximas 10 nós.

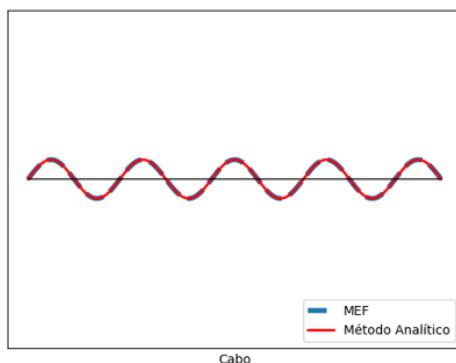


Figura 13. Comparação visual do nono modo de vibrar obtidos por MEF e método analítico: 3,233 Hz.

A validação do modelo numérico também ocorreu através da análise harmônica, por meio da comparação da FRF obtida pelos dois métodos apresentados, numérico e analítico. A força vertical unitária, utilizada na excitação da estrutura, atua a 49,3525 metros da extremidade do cabo considerada a origem. Quatro locais de aquisição da resposta foram escolhidos, situados à 10,39 m, 25,975 m, 33,7675 m e 49,3525 metros da mesma extremidade do cabo considerada a força. A figura 14 ilustra a localização dos pontos de aquisição de resposta e de excitação.

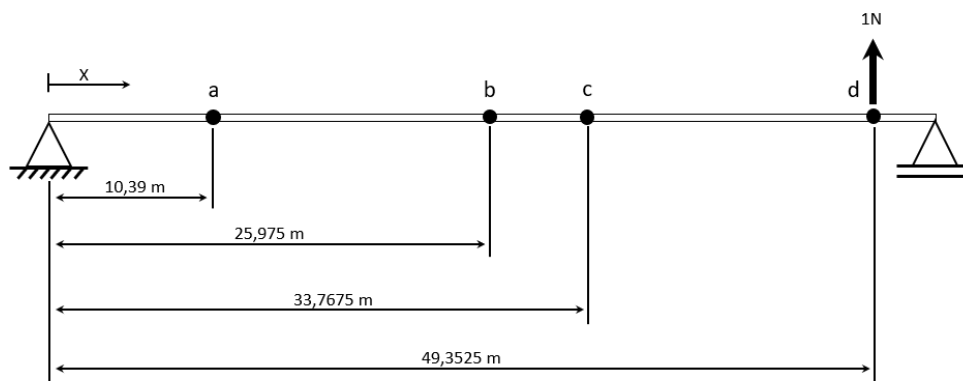


Figura 14. Esquema ilustrativo dos locais de aquisição da resposta no cabo.

A necessidade de apresentar quatro FRFs (cada uma sobre um ponto de aquisição diferente) deu-se pela conveniência de observar a dinâmica do conjunto em diferentes pontos ao longo do cabo, obter mudanças de comportamentos pontuais, facilitar a visualização, realizar comparações e buscar possíveis efeitos adversos causados pela implementação do absorvedor. Os pontos de análise da resposta foram escolhidos com o objetivo de evitar que sejam igualmente espaçadas entre si. As FRFs foram tomadas de acordo com a amplitude apresentada pelo cabo nos quatro pontos pré-determinados para a investigação de resposta. Para todos os gráficos FRF, a faixa de frequência considerada está no

intervalo de 0 até 3,5 Hertz. A figura 15 compara as FRFs adquiridas por meio do método analítico e MEF.

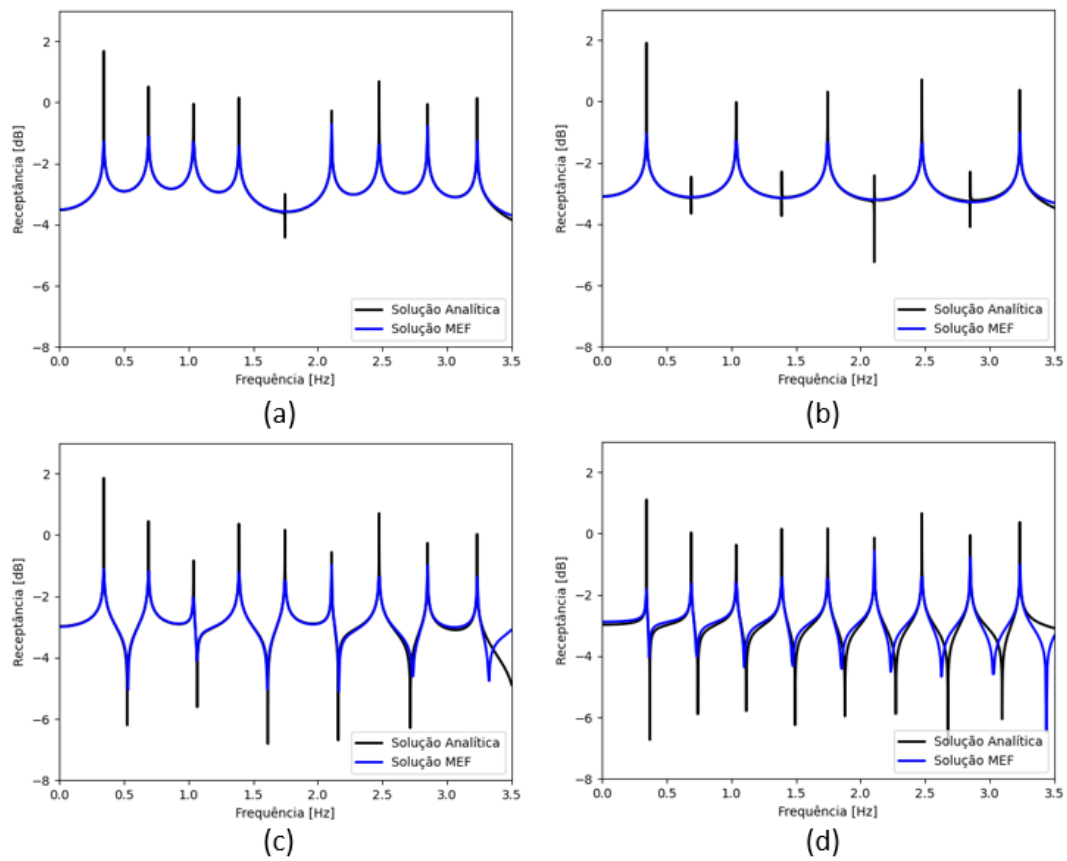


Figura 15. Comparação por meio da FRF da Solução MEF e analítica adquirido no local:  
(a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

Em todas as FRFs, figura 15 (a-d), os métodos utilizados expõem aparências semelhantes, com as mesmas quantidades de picos e vales, possuindo as localidades coincidentes. Nota-se que os nove picos de ressonâncias não são visíveis em todas as FRFs, esse evento torna evidente a decisão dos quatro locais de aquisição de resposta. As frequências de ressonância que não houveram picos acentuados, nas figuras 15 (a) e 4.6 (b), são justificados pela quantidade baixa energia no modo referente, adquiridas nos referidos pontos.

#### 4.4 DINÂMICA DO ABSORVEDOR

O amortecedor Stockbridge foi modelado com base na simplificação geométrica do modelo real. A figura 16 compara visualmente as duas geometrias e apresenta as dimensões do modelo adotado. A modelagem do absorvedor foi pensada para ter os três componentes essenciais presentes em um dispositivo real: “grampo de fixação” que atua como fixador do dispositivo no cabo (I), um componente associado à massa que oscila durante a vibração (III) e um cabo mensageiro que representa o integrante ligando a massa na braçadeira (II).

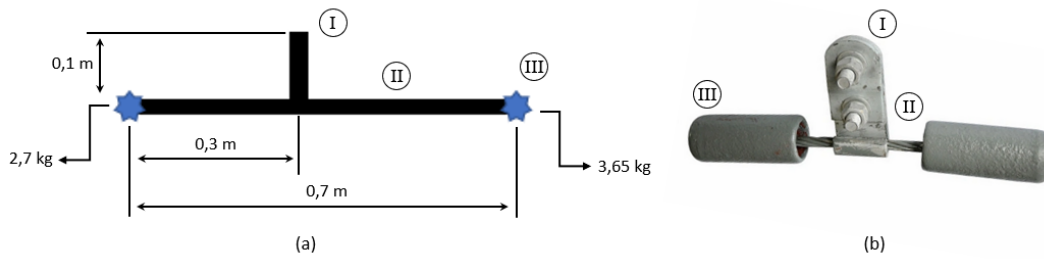


Figura 16. Comparação da geometria do modelo adotado e real:  
 (a) representação do modelo de ADV adotado; (b) Stockbridge real (Fonte: VIC).

As propriedades do material e as dimensões adotadas na modelagem são apresentadas na tabela 7.

Tabela 7. Propriedades e dimensões adotadas no amortecedor Stockbridge.

Parâmetros e dimensões adotados no ADV	Valores
Diâmetro da seção transversal dos componentes I e II (D)	4,192 mm
Densidade do material dos componentes I e II ( $\rho$ )	$2,622 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
Constante de Poisson dos componentes I e II ( $\nu$ )	0,3
Módulo de elasticidade do componente I (E)	$2,464 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
Módulo de elasticidade do componente II (E)	$1 \times 10^{16} \text{ N/m}^2$
Massas pontuais fixadas nos extremos do componente II (m)	2,7 kg e 3,65 kg
Massa total do ADV (m)	6,4657 kg
Coefficiente de amortecimento adotado na estrutura	nulo

As escolhas assumidas na simulação do modelo do absorvedor são enunciadas na tabela 8.

Tabela 8. Informações adotadas na simulação e modelagem do ADV.

Parâmetros adotados na modelagem e simulação	Valores
Quantidade de elementos nos componentes I, II e III, respectivamente	100, 200 e 2
Tipo de elemento usado no componente I e II	BEAM188
Tipo de elemento usado no componente III	MASS21
Intervalo de frequência analisado ( $\omega$ )	0 a 153,14 Hz
Método de extração de modos	Block Lanczos

Todo o absorvedor foi definido para coincidir duas de suas frequências de ressonância com as frequências do cabo isoladamente. Uma vez igualadas as frequências, o ressonador atua diminuindo a amplitude de vibração do cabo na faixa de frequência projetada.

A tabela 9 apresenta as quatro primeiras frequências de ressonância do absorvedor não acoplado. As frequências de operação do ADV são 1,39 Hz e 2,47 Hz, correspondentes ao quarto e sétimo modo.

Tabela 9. Frequências de ressonância do amortecedor Stockbridge.

Frequências Naturais	Absorvedor Somente (MEF)
$\omega_1$	1,39 Hz
$\omega_2$	2,49 Hz
$\omega_3$	98,47 Hz
$\omega_4$	153,14 Hz

A figura 17 ilustra os quatro primeiros modos de vibrar do absorvedor livre. A massa de 3,65 oscila durante o primeiro modo, enquanto que na segunda forma de vibrar é a massa de 2,7 kg que movimenta. O terceiro e quarto modos, apesar de não estar contido no intervalo de estudo do cabo (0 a 3,5 Hz), foram colocados para garantir a validação do seu comportamento. Até a frequência de 153,14 Hz, o componente de fixação do absorvedor (grampo de fixação) permanece imóvel para não intervir na dinâmica de vibração das massas. Em seguida, a figura 18 é citada a fim de comparações com a figura 17.

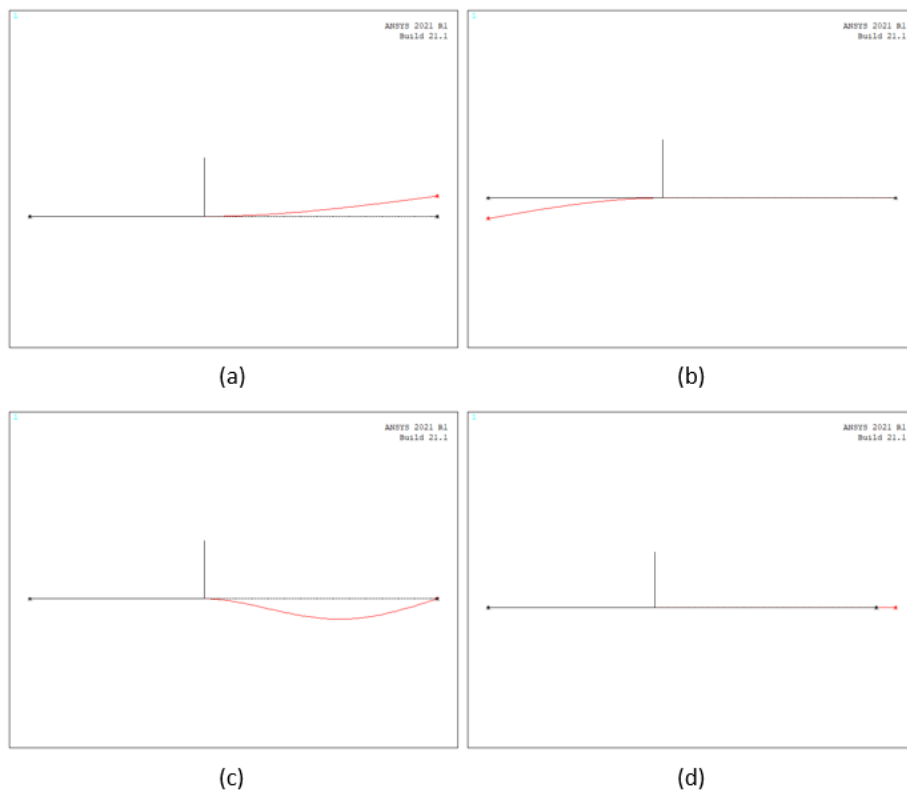


Figura 17. Quatro primeiros modos de vibrar do amortecedor Stockbridge:  
 (a) 1,39 Hz; (b) 2,49 Hz; (c) 98,47 Hz; (d) 153,14 Hz.

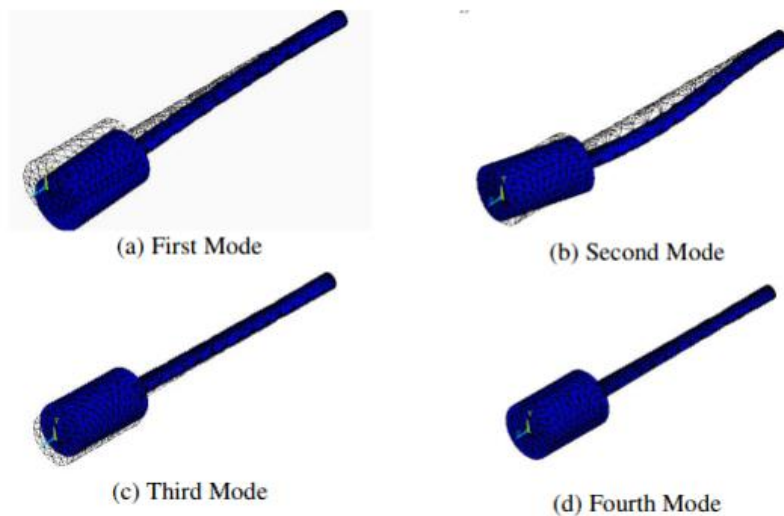


Figura 18. Primeiros quatro modos de vibração do protótipo de absorvedor.  
 (PINTO; ARAUJO e MATT, 2009).

Por meio da figura 18, o trabalho de Pinto, Araújo e Matt (2009) foi usado como parâmetro visual na comparação do absorvedor modelado. Apesar do modelo adotado pelos autores ser tridimensional e possuir apenas uma massa vibrante, é possível utilizá-lo como referência na validação dos modos de vibração do ressonador. Assim, observa-se que os dois ADVs comparados possuem modos de vibração similares, sendo o conjunto “massa-cabo mensageiro” com dois modos de flexão, e um modo de compressão.

#### 4.5 DINÂMICA DO CABO COM O ABSORVEDOR ACOPLADO

Como na figura 19, o local do absorvedor fixado no cabo dista a 18,1825 metros da origem. A decisão foi tomada de modo que houvesse maior faixa de frequência de atuação do absorvedor. Localidade essa que possui grandes amplitudes no quarto e sétimo modo de vibrar.

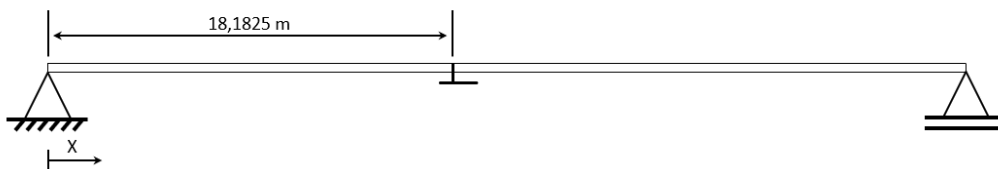


Figura 19. Esquema do local de fixação do ADV no cabo.

A tabela 10 exibe as frequências de ressonância do cabo com e sem absorvedor. A mudança das frequências registradas ocorre devido à adição de massa e rigidez ao sistema provocando alterações nos valores de frequência natural e, por conseguinte, de ressonância. A existência de duas formas de vibrar exclusivos do absorvedor, registrados na tabela 10, deve-se à frequência de atuação projetada no ressonador. Nessa faixa de projeto, o ressonador absorve a energia do sistema para oscilar. A massa do cabo livre é 67,62 kg. A massa total do absorvedor é 6,47 kg, equivalente a 9,57 % do cabo.

Tabela 10. Frequências de ressonância do cabo com e sem ADV.

Modos de vibrar	Cabo com absorvedor	Cabo sem absorvedor
Primeiro	0,319 Hz	0,345 Hz
Segundo	0,650 Hz	0,691 Hz
Terceiro	1,031 Hz	1,039 Hz
Quarto	1,191 Hz	1,391 Hz
Específico do absorvedor	1,547 Hz	-
Quinto	1,721 Hz	1,746 Hz
Sexto	2,109 Hz	2,107 Hz
Sétimo	2,241 Hz	2,475 Hz
Específico do absorvedor	2,700 Hz	-
Oitavo	3,001 Hz	2,850 Hz
Nono	3,264 Hz	3,233 Hz



A figura 20 expõe FRFs antes e depois do da fixação do absorvedor. As regiões sombreadas destacam as faixas de frequência de atuação do ressonador, cada faixa faz referência a uma massa oscilante do conjunto modelado.

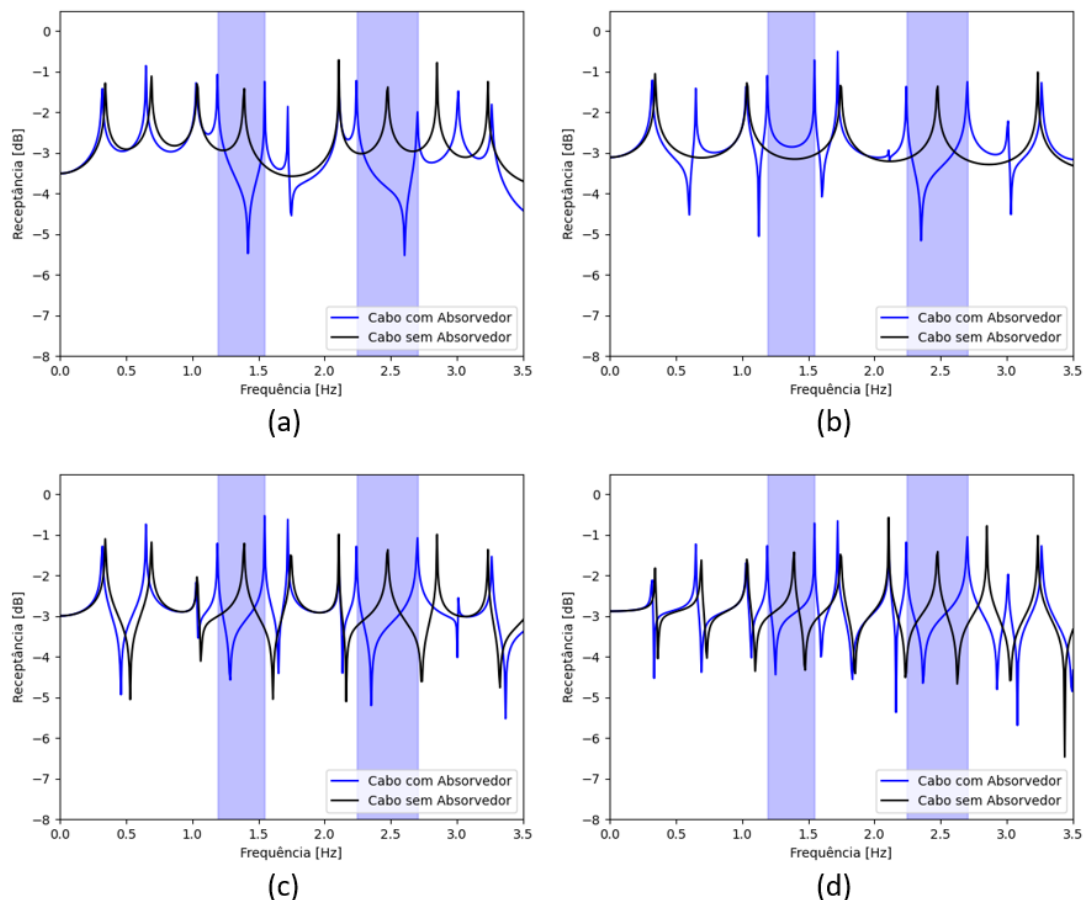


Figura 20. FRFs comparativas cabo com e sem absorvedor, com respostas adquiridas nos locais: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

Através das FRFs da figura 20, é possível perceber que o absorvedor não age nas primeiras frequências, isso ocorre porque essa região não coincide com o projetado no absorvedor. À medida que a frequência se aproxima de 1,39 e 2,49 Hertz, o ressonador intervém no sistema diminuindo a amplitude. Observando apenas a figura 20 (b), a primeira faixa de frequência de atenuação não garante a efetividade do absorvedor, necessitando conferir outro local de resposta. No terceiro, sexto e nono modo, o ADV está localizado próximo ao ponto de nó, assim, o sistema não apresenta o efeito do absorvedor dessa forma a curva se mostra similar nessas frequências correspondentes.

De modo geral, a implementação do absorvedor foi satisfatória devido à grande faixa de atenuação obtida e pela aparência similar resultados, revelando concordância entre as simulações. Em todos os casos os picos coincidiram com a frequência de ressonância. A primeira região de frequência de atenuação corresponde a faixa de 0,3562 Hz, e a segunda abrange a banda de 0,4587 Hz. A soma das duas bandas, região total de atenuação, compreende a 0,8149 Hz.

A figura 21 mostra as formas de vibrar do conjunto cabo e absorvedor acoplados no primeiro intervalo de frequência projetado. Em 21 (a) é registrado em 1,191 Hz, frequência que inicia a primeira região sombreada na figura 20. Na figura 21 (b) é definido em 1,547 Hz, frequência que indica o término da primeira região sombreada na figura 20. Pelas figuras 21 (a-b) e 17 (a) nota-se que a massa do cabo mensageiro da direita oscila com maior intensidade.

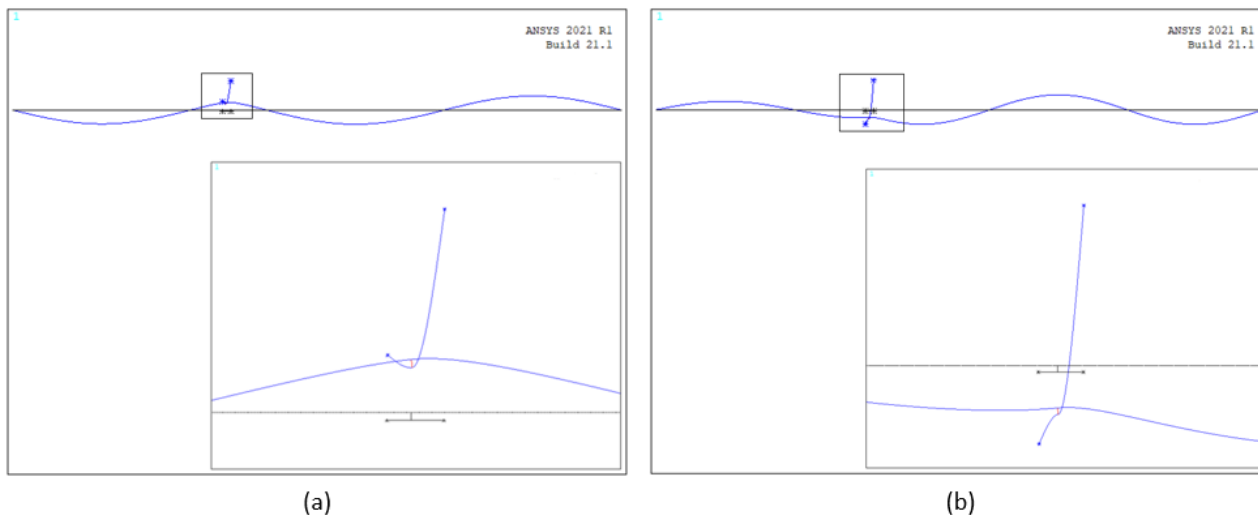


Figura 21. Modos de vibrar do cabo com ADV acoplado: (a) 1,191 Hz; (b) 1,547 Hz.

No segundo intervalo de atenuação projetado, os modos de vibrar do cabo com ressonador acoplado são apresentados na figura 22. A figura 22 (a-b) apresentam a frequência referente ao início e fim da região de amortecimento, segunda região sombreada na figura. Percebe-se que, nessa faixa de frequência, a massa do cabo mensageiro da esquerda oscila como na figura 17 (b). Na figura 22 (b), a região esquerda do cabo tem sua amplitude reduzida consideravelmente. Esse fato evidencia a ação do ADV. Para ampliar a região de atuação ao longo do cabo, torna-se necessário adicionar mais dispositivos ressonadores.

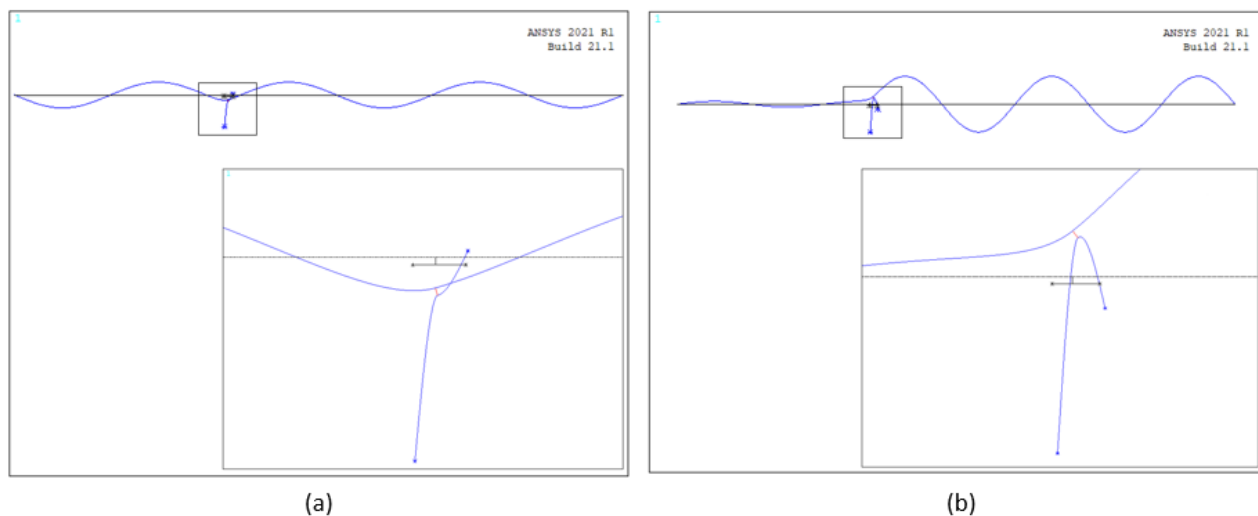


Figura 22. Modos de vibrar do cabo com ADV acoplado: (a) 2,241 Hz; (b) 2,700 Hz.

## 4.6 O EFEITO DA POSIÇÃO DE FIXAÇÃO DO ABSORVEDOR

A investigação do efeito do posicionamento do ADV no cabo ocorreu através de sucessivas simulações alternando o local de fixação do ressonador. Foram realizadas 19 simulações com diferentes localizações do absorvedor.

O modelo do Absorvedor Dinâmico de Vibração utilizado nas simulações foi mesmo desenvolvido na seção 4.4, para que não haja interferência na comparação causadas por diferentes ADVs.

A figura 23 representa e nomeia esquematicamente os locais de fixação em cada simulação. Cada ponto vermelho simboliza uma posição diferente adotada para o absorvedor em uma simulação.

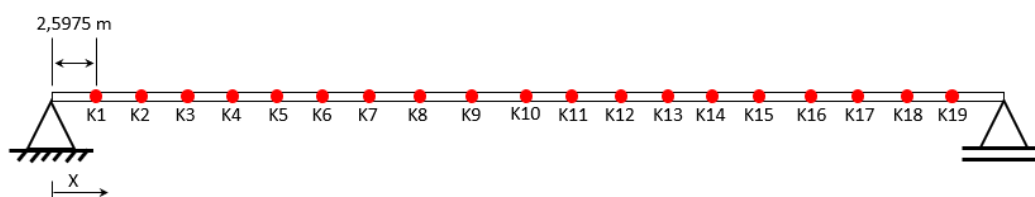


Figura 23. Representação dos locais e nomenclatura das posições do absorvedor no cabo.

A disposição foi escolhida de modo que a distância entre os locais de acoplamento variasse 2,5975 metros a partir da extremidade de origem. A distância adotada possibilita a inserção do dispositivo nas mais diversas circunstâncias, como em pontos de nós, local de excitação, regiões de altas e baixas deflexões, etc. A tabela 11 determina todas as distâncias entre os locais de acoplamento em relação à extremidade considerada origem. A posição do ADV K7 já foi citada e analisada na seção 4.5.

Tabela 11. Distância dos locais de posicionamento dos ADVs.

Pontos de acoplamento do ADV	Distância do absorvedor à extremidade de origem
K1	2,5975 m
K2	5,1950 m
K3	7,7925 m
K4	10,3900 m
K5	12,9875 m
K6	15,5850 m
K7	18,1825 m
K8	20,7800 m
K9	23,3775 m
K10	25,9750 m
K11	28,5725 m
K12	31,1700 m
K13	33,7675 m
K14	36,3650 m
K15	38,9625 m
K16	41,5600 m
K17	44,1575 m
K18	46,7550 m
K19	49,3525 m

O tamanho da largura de banda de atenuação foi método utilizado para obter a performance dos absorvedores. Compreende-se no intervalo de frequência de dois picos situados entre cada frequência de projeto: 1,391 Hz e 2,475 Hz. A largura de banda de atenuação é a região de frequência em que o ADV age de modo a diminuir a excitação da estrutura principal, tratando-se, portanto, de comparação quantitativa.

Assim, foi obtido a primeira largura de banda que contém a primeira frequência de projeto, 1,391 Hz e a segunda largura de banda que abrange a frequência de projeto de 2,475 Hz. Uma vez que o absorvedor Stockbridge é dimensionado para atenuar duas frequências, foi tomado também as somas das primeiras e segundas bandas a fim de obter o efeito total de atenuação do ADV.

A figura 24 mostra graficamente a influência da posição de fixação do ADV por meio de comparações entre bandas de frequências.

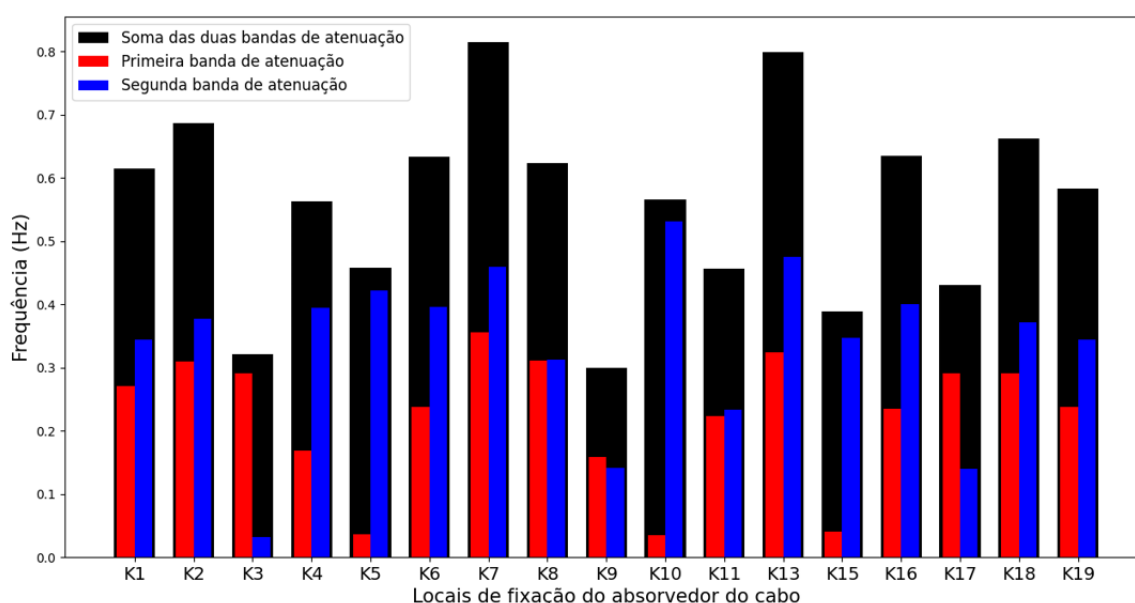


Figura 24. Desempenho obtido pelo ADV de acordo com a posição de fixação.

O absorvedor localizado no ponto K7 atingiu o melhor resultado na primeira banda de atenuação (em vermelho), contendo a faixa de 0,3562 Hz. O local K10 foi a melhor posição obtida do absorvedor para atuar na segunda faixa de frequência (em azul), com faixa de ação de 0,5313 Hz. Tomando performance conjunta das duas bandas (em preto), o absorvedor com a localização de fixação K7 apresentou a maior soma das larguras de frequência de atuação, 0,8149 Hz. Os locais de fixação K3 e K10 obtiveram piores rendimentos referentes a primeira e segunda banda de atenuação, com faixas de frequência de 0,034 Hz e 0,0316 Hz, respectivamente.

Através da figura 24, é possível perceber relações entre os maiores comprimentos atenuação com a posição do ADV. Sobre a primeira banda de atenuação, os pontos de fixação do absorvedor K5, K10 e

K15 obtiveram os piores rendimentos e os pontos K2, K7, K13, K18 alcançaram os melhores resultados.

Dentre as simulações realizadas, os casos nas posições K3, K10 e K9 foram destacados para serem apresentados e discutidos. A escolha foi determinada com base no tamanho obtido das bandas de atenuação. O local de fixação K3 apresentou a menor banda para a segunda frequência de projeto, o local K9 apresentou a menor soma de bandas de atenuação alcançada e o ponto K10 determinou a menor faixa de frequência de atenuação para a primeira banda de projeto.

As FRFs do cabo com absorvedor situado no local K3 (7,7925 metros) são apresentadas na figura 25. Nessa posição, o ADV obteve a performance compreendida na faixa de 0,2902 Hz para a primeira frequência de atuação. Na segunda frequência de projeto, o ressonador atenuou a largura de banda de 0,0316 Hz, e a soma das duas faixas de ação do absorvedor equivale a 0,3218 Hz. Esse local de fixação favoreceu apenas a primeira frequência de projeto de absorvedor. Para segunda frequência, houve a piora resultado porque a existência do absorvedor elevou ainda mais o pico referente a frequência de ressonância do sétimo modo de vibrar do cabo. A explicação dessa posição de acoplamento apresentar uma longa e curta banda de atenuação, respectivamente, é devida ao ponto de fixação K3 conter local de amplitude alta para o quarto modo e de nó para o sétimo modo.

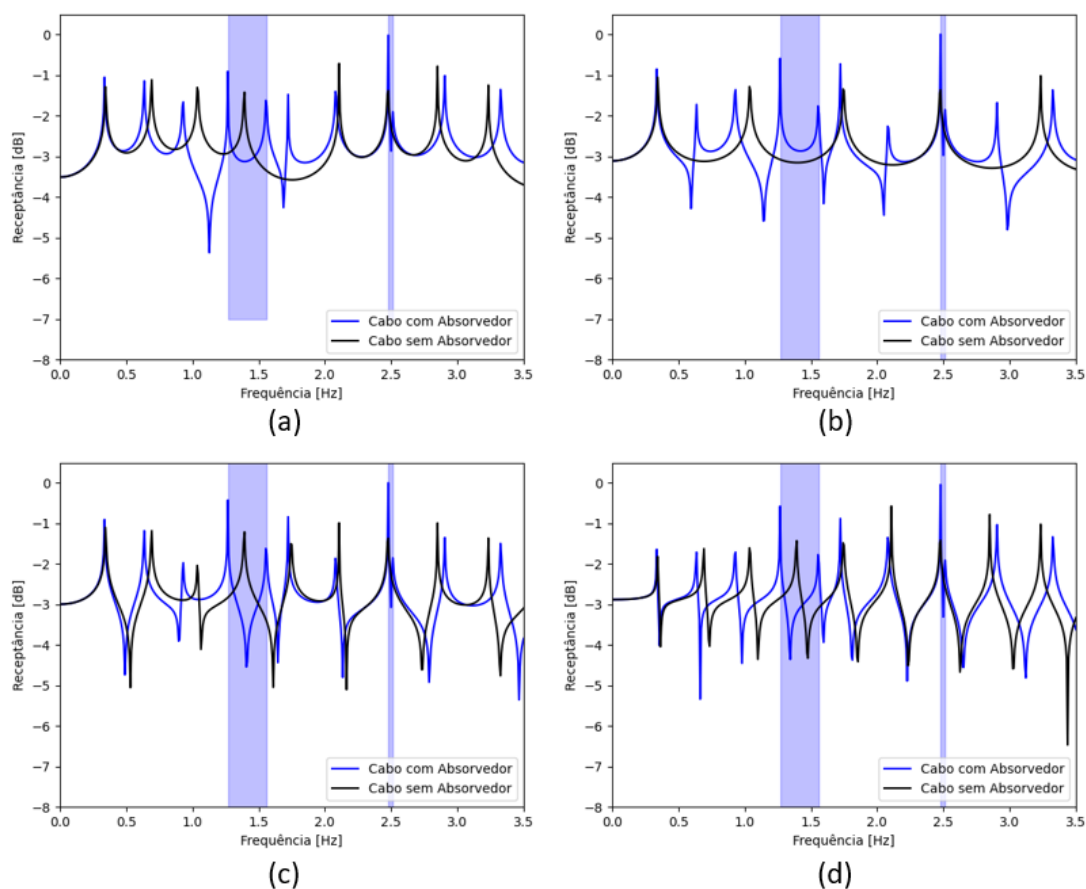


Figura 25. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K3, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

A figura 26 mostra o conjunto de FRFs do cabo com o ADV acoplado na posição K10. Nessa disposição as faixas da primeira e segunda região de atenuação são 0,034 e 0,5313 Hertz. A soma das faixas equivale a 0,5653 Hz. Considerando apenas o tamanho da margem de desempenho da segunda região de ação do dispositivo, o ponto K10 mostrou-se a melhor localização de fixação, dentre as 19 simulações realizadas. O local K10 está situado no ponto de nó para o quarto modo e na região de amplitude máxima para a sétima forma de vibrar. Essa circunstância fundamenta nitidamente o baixo e alto rendimento causado pelo local do dispositivo na primeira e segunda banda de atenuação.

Em frequências situadas fora da região sombreada, na figura 26, alguns picos de frequência de ressonância, sobretudo em 2,10 Hz em (d), é notado aumento de tamanho após a adição do ADV. Esse acontecimento é esperado pois, em frequências fora da área de projeto, a presença do atenuador pode provocar o aumento de amplitude de vibração do cabo, e possivelmente prejudicando toda a estrutura do cabo.

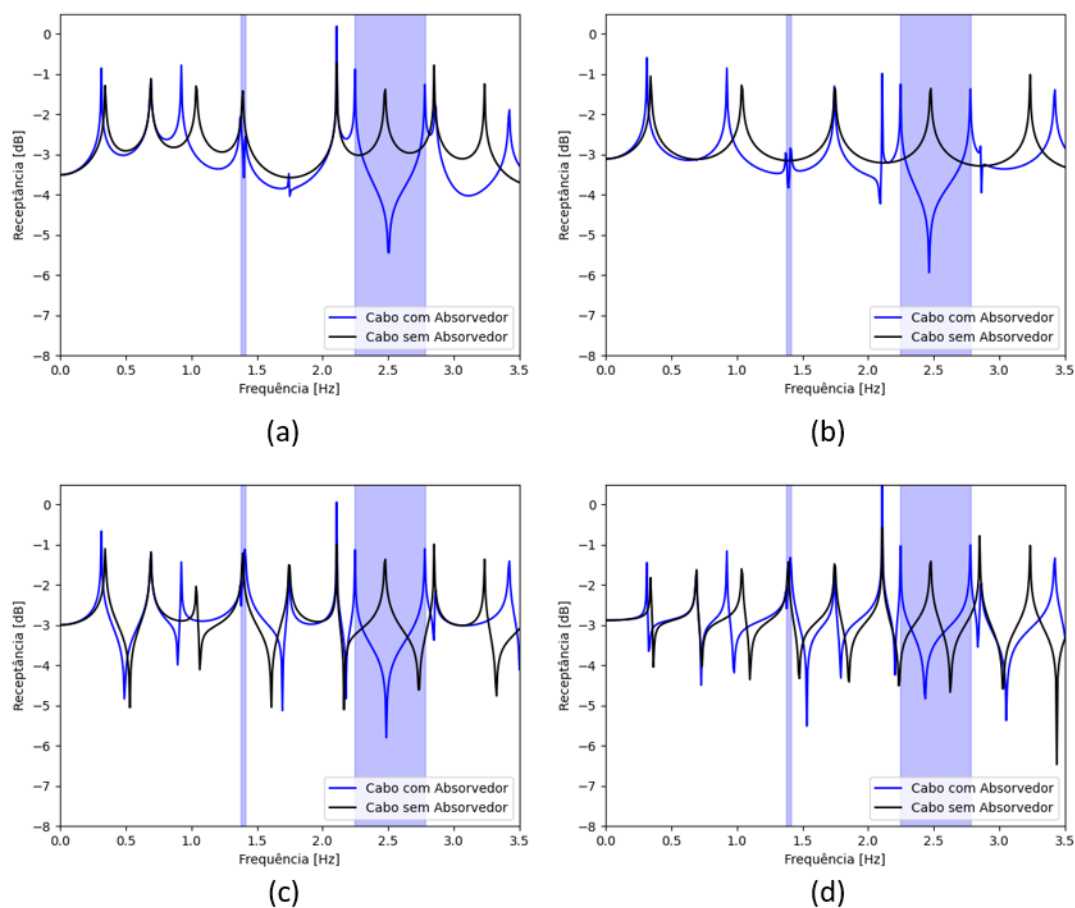


Figura 26. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K10, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

As funções resposta em frequência presentes na figura 27 mostram a comparação antes e depois do dispositivo acoplado no local K9. Dentre as 19 simulações, esse é considerado o pior local para o ADV, tomando a soma das duas regiões sombreadas, que é 0,3 Hz. A primeira região tem a extensão de 0,1582 Hz e a segunda 0,1418 Hz. Apesar dessa localização pertencer a nenhum ponto de nó, a

região do ADV é tida como ineficiente, considerando os dois modos de projeto. Essa afirmação é justificada pelos locais não se situarem em regiões de grandes amplitudes.

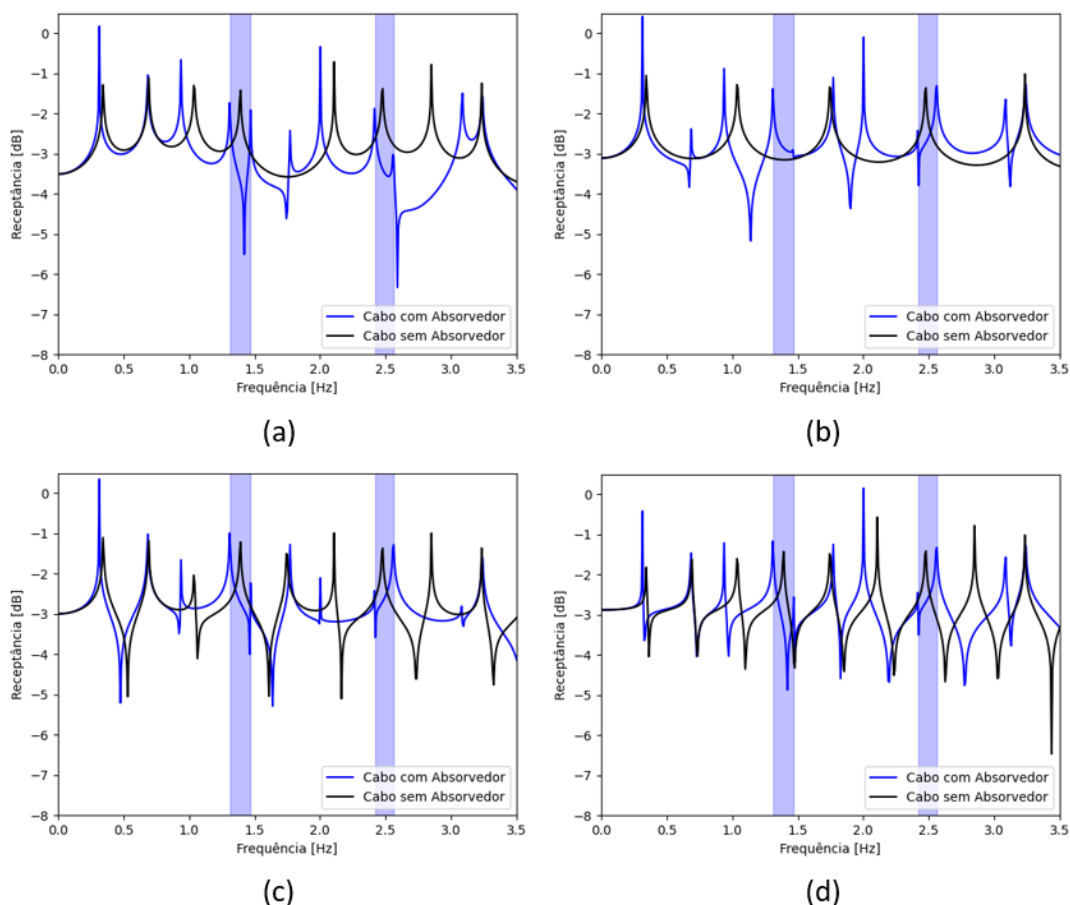


Figura 27. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K9, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

Pela figura 27 (b-c), a implementação do ADV elevou ainda mais o primeiro pico de ressonância, responsável pelo primeiro modo de vibrar do cabo. Em (b) não é claramente visível o segundo pico ressonância limitante da primeira região sombreada, portanto é necessário verificar outro local de aquisição da resposta para a FRF. Em (a), o pico de ressonância da FRF do cabo sem o ressonador, referente ao quinto modo (em 1,72 Hz), não é visível, contudo, implementação do dispositivo de atenuação torna-o aparente.

O valor RMS (Root Mean Square) foi utilizado no procedimento comparativo entre o cabo com e sem o ADV acoplado. Segundo Marinone e Moya (2014), o valor RMS é uma técnica útil capaz de avaliar a energia total da função e em um determinado intervalo de frequência. Esse valor é utilizado comparado FRFs distintas de outras situações. O valor é capaz de estimar uma medida simples de energia de vibração obtendo um parâmetro qualitativo. O valor RMS foi calculado conforme a equação 4.2.

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2} \quad (4.2)$$

onde  $T$  o período e  $x$  o deslocamento vertical.

Por meio do valor RMS é possível concluir se o Absorvedor Dinâmico de Vibrações diminuiu a amplitude de resposta da estrutura.

A tabela 12, apresenta os valores RMS calculados com base na FRF com resposta adquirida a 49,3525 m da origem, de todas as 19 simulações.

Tabela 12. Valores RMS de acordo com cada posição de ADV adotada.

<b>Valor RMS</b>	<b>Cabo com ADV acoplado em:</b>
0,006376	K19 (44,1575 m)
0,01093	K8 (20,7800 m)
0,01425	K5 (12,9875 m)
0,01514	K7 (18,1825 m)
<b>0,01556</b>	<b>Cabo sem ADV</b>
0,01892	K1 (2,5975 m)
0,02554	K15 (33,7675 m)
0,03684	K16 (36,3650 m)
0,03744	K2 (5,1950 m)
0,03797	K4 (10,3900 m)
0,04316	K3 (7,7925 m)
0,06613	K9 (23,3775 m)
0,07676	K6 (15,5850 m)
0,13384	K10 (25,9750 m)
0,18235	K13 (31,1700 m)
0,31897	K18 (41,5600 m)
2,01246	K17 (38,9625 m)
8,64768	K11 (28,5725 m)

As simulações do cabo com ADV acoplado em K5, K7, K8, e K19 possuíram valores RMS inferiores ao do cabo sem o absorvedor. Portanto, para esses casos a implementação do ressonador produziu efeito de atenuação, diminuindo globalmente as amplitudes de vibração.

#### 4.6 CABO COM MAIS DE UM ABSORVEDORES ACOPLADOS

Para observar o efeito causado pela adição de conjuntos de absorvedores no cabo, foram realizadas 5 simulações, cada um contendo 2 ADVs, 3 ADVs, 4ADV, 5 ADVs e 10 ADVs, respectivamente.

Tomando a figura 23 como referência, os locais de fixação dos ADVs são apresentados na tabela 13. As posições foram determinadas de modo que fossem distribuídos ao longo do cabo.

Tabela 13. Posições de fixação de conjunto de ADVs adotadas nas simulações.

<b>Simulação</b>	<b>Posições dos absorvedores adotados em cada simulação</b>
Cabo com 2 ADVs	K7 e K13
Cabo com 3 ADVs	K5, K10 e K15
Cabo com 4 ADVs	K4, K8, K12 e K16
Cabo com 5 ADVs	K1, K5, K7, K13 e K17
Cabo com 10 ADVs	K1, K3, K5, K7, K9, K11, K13, K15, K17 e K19



A figura 28 apresenta a comparação das bandas de atenuação para as cinco simulações. No gráfico, foram inseridos dados do cabo obtidos com apenas um ADV para observar possíveis melhorias decorridas da adição de absorvedores em relação ao caso com apenas um. O local de acoplagem K7 foi utilizado nas comparações por apresentar os melhores desempenhos.

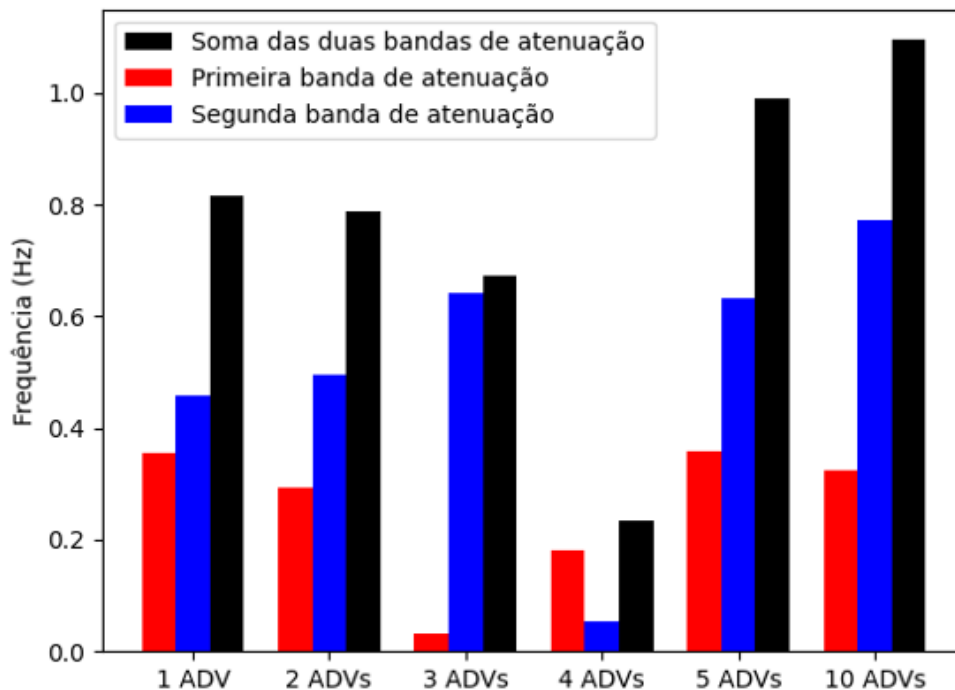


Figura 28. Desempenho obtido pela adição conjunta de ADVs

A figura 28 possibilita concluir que a quantidade de absorvedores não garante a boa atenuação. Simulações do cabo com 3 e 4 absorvedores obtiveram menores valores na primeira banda de atenuação que os demais. Dentre os seis casos analisados, o cabo com 4 ADVs alcançou os piores resultados. Sobre a primeira banda de frequência de atenuação, não houve crescimento considerável da largura. Para a segunda faixa de frequência de ação, a adição de 3, 5 e 10 absorvedores contribuiu para o aumento da extensão.

A figura 29 apresenta o comportamento dinâmico do cabo com 2 absorvedores. De acordo com a figura 24, os locais dos ADVs utilizados nessa simulação, K7 e K13, são excelentes para a atenuação do quarto e sétimo modo. A fixação em duas posições favoráveis contribuiu com o aumento da faixa de atuação do ressonador comparada ao caso com apenas 1 ADV. A primeira banda de atenuação corresponde a faixa de 0,2924 Hz e a segunda 0,4956 Hz.

Na figura 29 (b), percebe-se que os 4 primeiros picos em preto coincidem com os picos em azul, isso demonstra que para esses modos a presença do ressonador não provoca atenuação. Assim, embora tenha uma grande faixa de atenuação, essa disposição de absorvedores é ineficaz porque as frequências

de ressonância do cabo com e sem absorvedor são próximas, como é visto em (b-d), para a frequência de 2,4749 Hz.

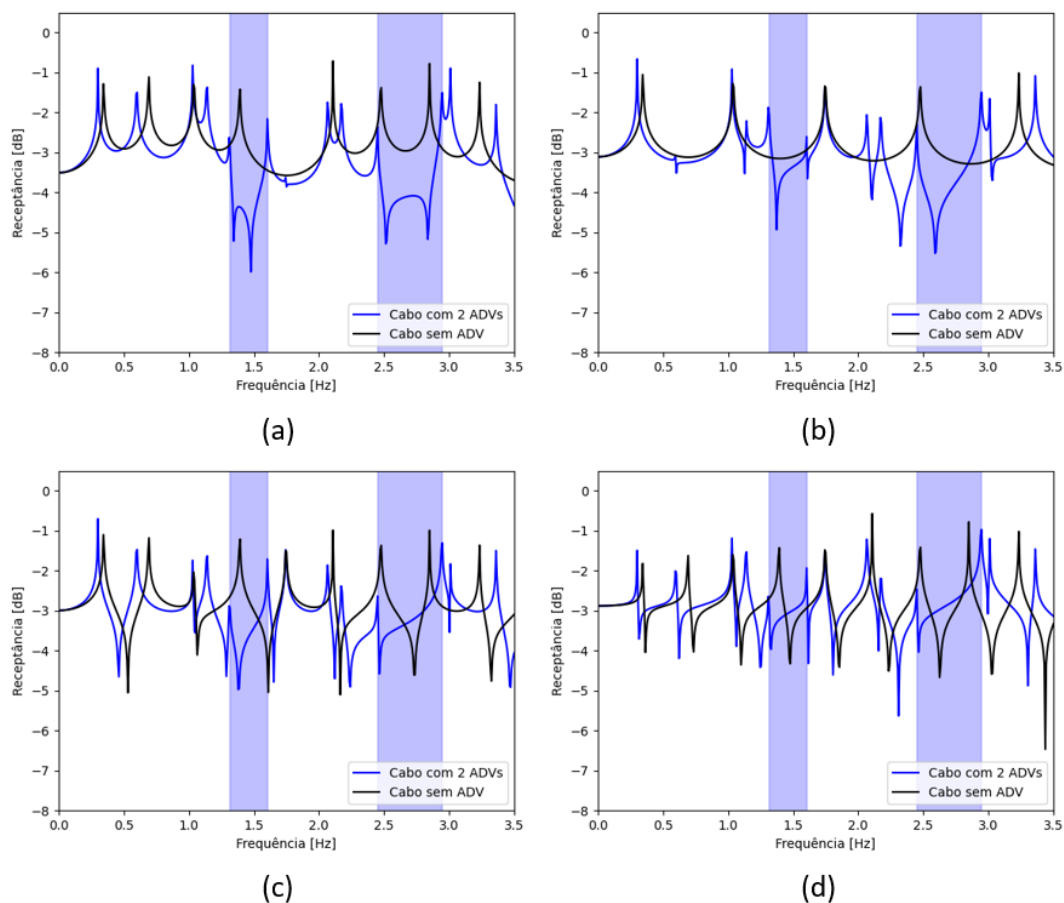


Figura 29. FRFs do cabo com 2 ADVs acoplados, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

A figura 30 mostra as FRFs para o cabo com 3 ressonadores. De acordo com a figura 24 os pontos K5, K10, K15 utilizados na simulação são locais de nós para o quarto modo de vibrar, por isso não recomendáveis para a fixação dos ADVs. Na figura 30 (a) é possível visualizar a coincidência das frequências de ressonância em 1,3906 Hz nas duas curvas representadas pela figura, portanto não há atenuação essa frequência. Os ADVs foram eficazes para a segunda banda de atenuação, em (a) e (d) é visto que a região de atenuação abrange dois picos de ressonância do cabo isolado. A largura da segunda banda é de 0,6415 Hz.

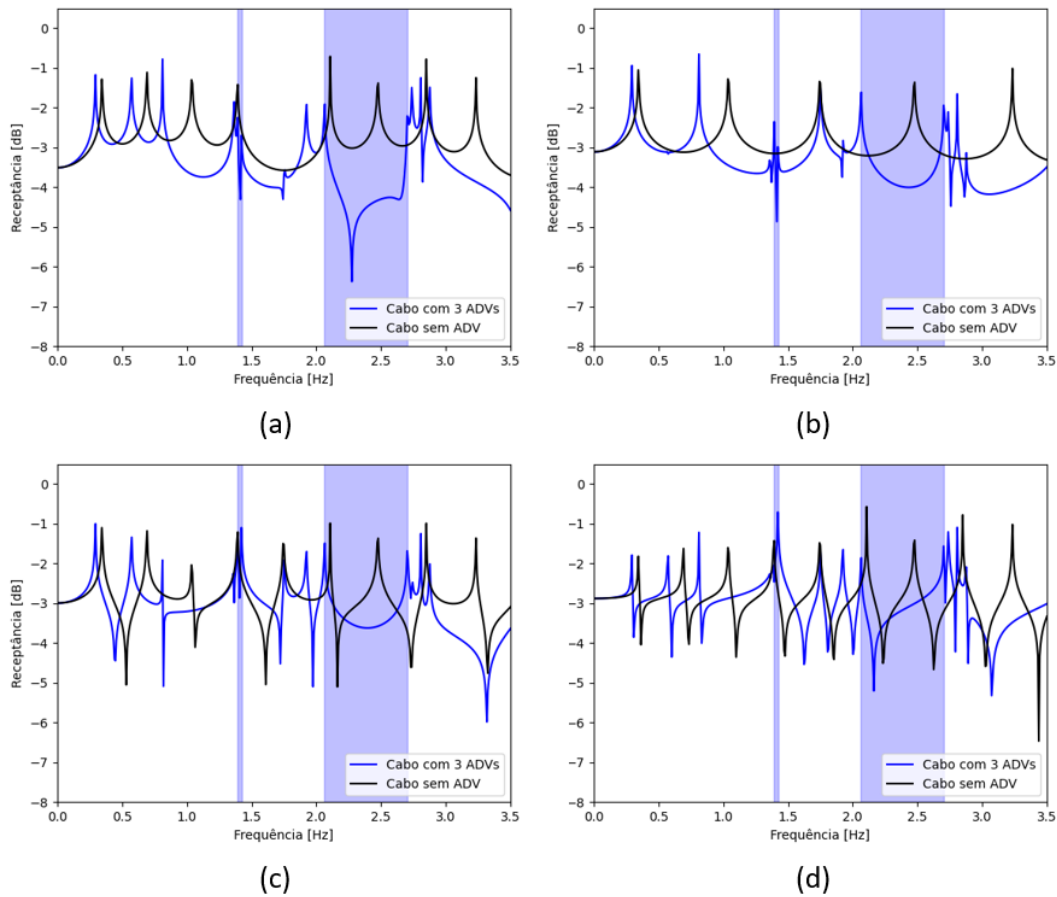


Figura 30. FRFs do cabo com 3 ADVs acoplados, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m

A simulação do cabo com 4 absorvedores atingiu os piores resultados referentes à extensão da largura de banda de atenuação. Na figura 31 (b), a primeira região sombreada referente a primeira banda de atuação do absorvedor tem a extensão de 0,1813 Hz. Em (c) a atenuação do quarto modo é bastante evidente de modo que a curva em azul está toda abaixo da curva em preto, no intervalo de atuação do ressonador. Para a segunda frequência de projeto, não houve efeito dos ADVs sobre a estrutura principal pois o ressonador não deslocou o pico de ressonância do cabo situado da frequência de 2,475 Hz, como é visto em (b).

É nítido que a adição de vários absorvedores deixa o gráfico FRF bastante poluído, devido à adição de 2 picos para ressonador. Na figura 31 (c) há uma maior concentração de frequências de ressonância no intervalo de 0 até 1,5 Hz. A existência de várias inúmeras frequências de ressonância é um fator prejudicial a estrutura de modo que eleva as chances de ocorrer o fenômeno de ressonância, neste intervalo.

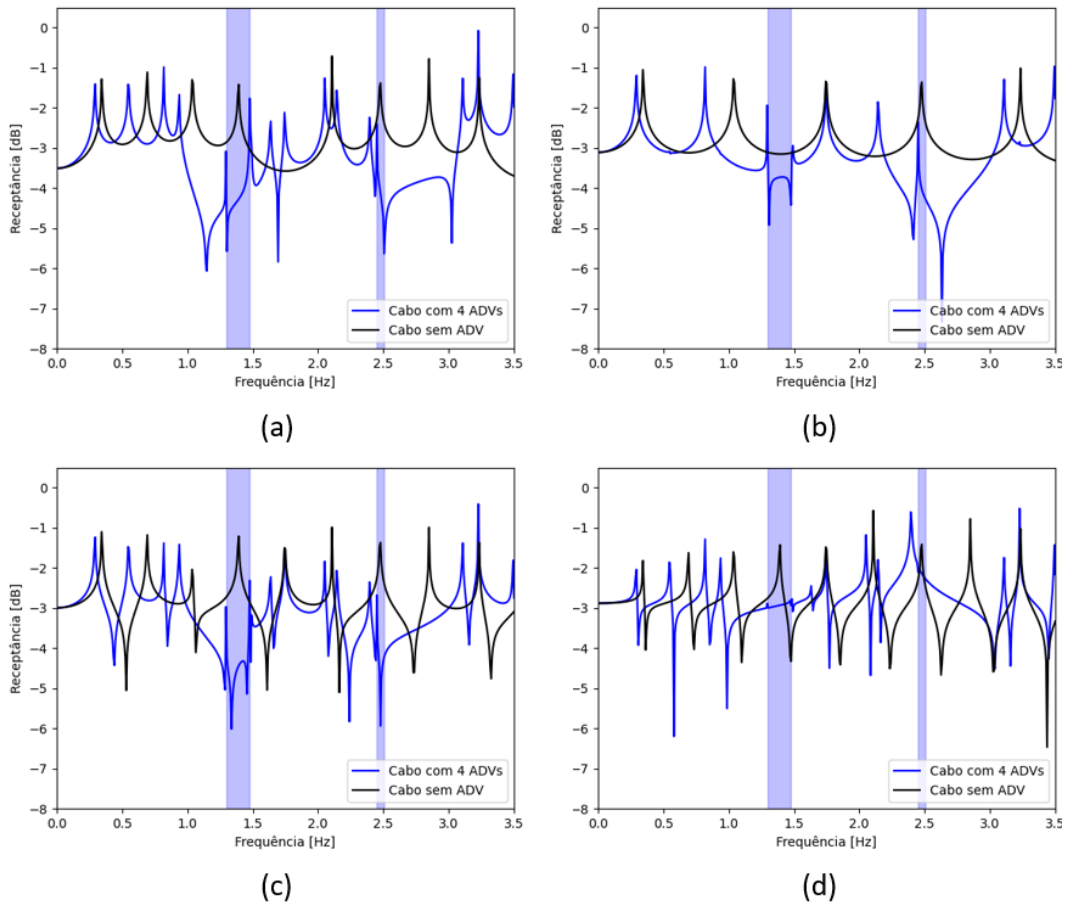


Figura 31. FRFs do cabo com 4 ADVs acoplados, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m

A figura 32 mostra as FRFs do cabo com cinco absorvedores acoplados. É possível perceber um aumento consideravelmente de picos nos gráficos apresentados. Isso ocorre porque a presença de mais ressonadores aumenta a quantidade de picos, visto que cada um dos cinco absorvedores acrescenta duas frequências de ressonância à estrutura conjunta final. Em (a) alguns picos são imperceptíveis visualmente, e, para notá-los, é necessárias outras FRFs como em (b). Em (d) todos os picos de ressonâncias são acentuados, isso ocorre porque o local de aquisição da resposta e de realização do forçamento são os mesmos. Contudo essa ocorrência torna a FRF com informações excessivas para ser visualmente compreendida.

A primeira banda de frequência compreende a largura de 0,3577 Hz e a segunda tem a largura de 0,6317 Hz. O efeito total dos cinco absorvedores, que corresponde a soma da largura das duas bandas, é de 0,9887 Hz. Apesar de apresentar uma extensa faixa de atuação, a frequência de ressonância do cabo isolado, 1,39 Hz, é bastante próxima da frequência do cabo com o ADV, 1,47 Hz. Portanto o método de cálculo da largura de banda de atenuação utilizado na obtenção do desempenho do ADV é falho em determinados casos específicos, onde a frequência de ressonância é próxima da frequência criada pela atenuação no cabo.

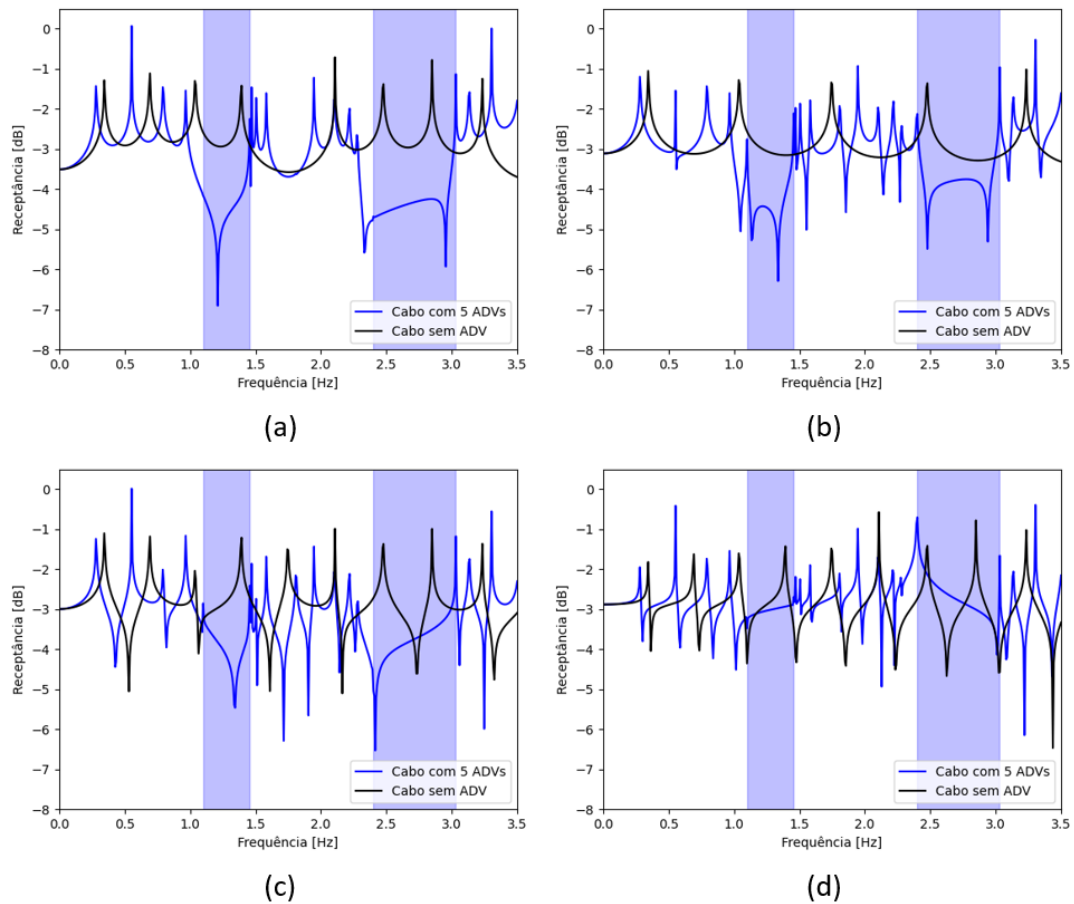


Figura 32. FRFs do cabo com 5 ADVs acoplados com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

O efeito de 10 absorvedores no cabo é representado por meio de FRFs, na figura 33. A primeira região sombreada relacionado à primeira região de frequência de atuação ressonador tem o comprimento de 0,3233 Hz. O maior intervalo de ação dos ADVs, retratado pela segunda zona sombreada, tem largura de 0,7721 Hz. A soma das larguras é de 1,0951 Hz. Na figura 33 (a), é possível perceber a diminuição da curva que a FRF assume na região sombreada após o acoplamento do dispositivo, isso significa uma maior redução da amplitude e maior qualidade de atenuação no local de aquisição da resposta observado.

A faixa de atenuação causado pelo conjunto de ressonadores, na figura 33 (c), apresenta-se tão grande que é possível atingir três modos de vibrar, compreendidos em 2,10 Hz, 2,47 Hz e 2,85 Hz. A quantidade de picos de ressonância também é observada, de modo que foram contabilizadas 29 frequências de ressonância nesse intervalo de 0 a 3.5 Hz.

Apesar do caso citado possuir excelente largura de banda de atenuação e boa redução da amplitude, a adição de absorvedores é bastante perigosa ao sistema. A principal causa dessa adversidade está relacionada ao contexto que os absorvedores estão inseridos. Ao contrário de máquinas que operam continuamente em uma determinada frequência, as excitações originadas pelos ventos são aleatórias de modo que nem sempre ocorrerão na mesma frequência. Portanto, a existência

de inúmeras frequências de ressonância no cabo proporciona uma desvantagem causada pelo método de atenuação de modo que, caso a frequência excitação se altere para fora da região de atenuação, a ressonância terá maiores chances de ocorrer.

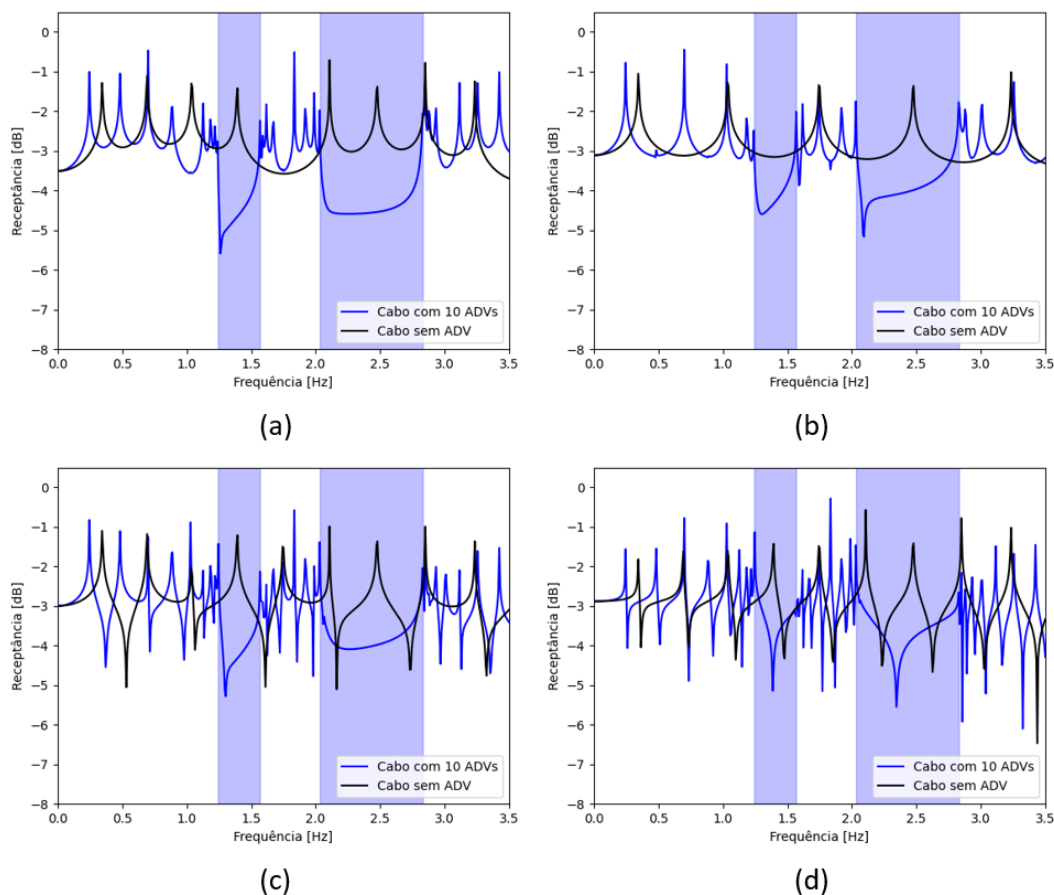


Figura 33. FRFs do cabo com 10 ADVs acoplados com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

A adição de 5 e 10 absorvedores não aumentou significativamente a largura da primeira banda de atenuação. Para a segunda faixa de frequência, a elevação da quantidade de absorvedores contribuiu enormemente para com o aumento da largura de banda. A causa desse fenômeno deve-se à maioria dos pontos de fixação dos ressonadores estarem favorecendo apenas a segunda região, na simulação com 5 e 10 ADVs.

A tabela 14 expõe a análise simplificada da eficiência alcançada através do acoplamento de um ou mais ADVs no cabo de transmissão. A eficiência foi obtida utilizando a soma das larguras de bandas de atenuação e as massas adicionadas no cabo por meio dos absorvedores.

A maior taxa de eficiência alcançada foi por meio da utilização de apenas um ressonador, com largura de banda de 0,126 Hz/kg adicionado. Apesar de quase dobrar a massa do condutor (aumento de 95,6% da massa do cabo), a aplicação de 10 ressonadores foi válida pois foi alcançada a maior faixa de frequência de ação dos atenuadores: 1,0954 Hz.

Tabela 14. Análise da eficiência alcançada de acordo com a adição conjunta de ADVs

Quantidade de ADVs	Incremento total de massa no cabo	Incremento de massa (em relação ao cabo)	Soma das duas bandas de atenuação	Banda atenuada por massa incrementada
1 ADV (em K7)	6,4657 kg	9,56 %	0,8149 Hz	0,126 Hz/kg
2 ADVs	12,9314 Kg	19,12 %	0,788 Hz	0,061 Hz/kg
3 ADVs	19,3971 Kg	28,68 %	0,6718 Hz	0,0346 Hz/kg
4 ADVs	25,8628 Kg	38,24 %	0,2335 Hz	0,009 Hz/kg
5 ADVs	32,3285 kg	47,81 %	0,9894 Hz	0,031 Hz/kg
10 ADVs	64,657 kg	95,61 %	1,0954 Hz	0,017 Hz/kg

Tabela 15 revela os valores RMS calculados tendo como referência as FRF do cabo, com a aquisição da resposta na mesma localização da aplicação da excitação.

Tabela 15. Valores RMS de acordo com a quantidade de ADVs acoplada.

Valor RMS calculado	Cabo com ADV acoplado em:
0,00914	Cabo com 2 ADVs
0,01075	Cabo com 3 ADVs
<b>0,01514</b>	<b>Cabo com 1 ADV em K7</b>
<b>0,01556</b>	<b>Cabo sem ADV</b>
0,01973	Cabo com 4 ADVs
0,02554	Cabo com 10 ADVs
0,02821	Cabo com 5 ADVs

Por meio da tabela 15, o condutor com 1, 2 e 3 ADVs atingiu valores de RMS inferiores que do cabo isolado. Assim, considerando os fatores apresentados, o cabo com apenas 1 ADV localizado na posição K7 mostrou a melhor performance, apresentando a diminuição do valor RMS, maiores bandas de atenuação aliado com o menor incremento de massa pelo ADV.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

## 5.1 CONCLUSÃO

Este trabalho teve por finalidade analisar o comportamento vibracional de cabos de linhas de transmissão e propor um Absorvedor Dinâmico de Vibrações capaz de agir sobre a estrutura de modo a evitar o fenômeno de ressonância.

Primeiramente, foram apresentados os conceitos técnicos e específicos relacionados ao estudo de vibrações e abordado o problema das excessivas oscilações causadas pela excitação dos ventos. Após apresentado o problema, foi proposta a solução utilizando ADVs que agem absorvendo a energia do condutor, diminuindo sua amplitude de vibração. Por fim, foi descrito o Método de Elementos Finitos utilizado na obtenção dos resultados.

As características do cabo seguiram os parâmetros descritos por Machado et al (2020). O modelo numericamente construído foi validado com base na solução analítica obtida através da equação do movimento da viga. A validação ocorreu por meio das comparações de frequências de ressonâncias, modos de vibrar e gráficos FRFs. Os resultados visuais e numéricos obtidos alcançaram excelentes conformidades.

O tipo de absorvedor adotado foi o modelo Stockbridge. A modelagem do atenuador seguiu o trabalho apresentado por Pinto, Araújo e Matt (2009), adotando uma viga em balanço com massa na extremidade livre. O ADV foi determinado de modo que atenuasse as frequências de ressonância 1,391 Hz e 2,475 Hz, relacionadas ao quarto e sétimo modo de vibrar do cabo isolado, respectivamente.

A primeira análise comparativa averiguou o desempenho do ADV de acordo com a posição. Foram realizadas simulações utilizando 19 disposições diferentes de absorvedores. Através da figura 24, chegou-se à conclusão de que a melhor localização de acoplamento está a 18,1825 metros da extremidade do cabo, posição K7. Esse local favoreceu a atenuação das duas frequências de projeto, de modo que foi alcançado a extensão de 0,356 Hz na primeira e 0,459 Hz na segunda banda de atenuação. O valor RMS obtida nessa posição apresentou queda quando comparada ao cabo isolado.

O desempenho alcançado pela fixação de vários ressonadores também foi analisado. Foram realizadas simulações contendo 2, 3, 4, 5, e 10 absorvedores distribuídos ao longo do cabo. O condutor com 5 e 10 ADVs fixados atingiu os melhores resultados, contudo a quantidade de massa adicionada, equivalendo respectivamente a 47,81% e 95,61% da massa do cabo, é um fator desfavorável que limita sua aplicação. A fixação de apenas um absorvedor possibilitou a menor adição de massa, cerca de 9,56% da massa do cabo, e uma das maiores larguras de banda de atenuação verificadas conjuntamente, com a extensão de 0,8149 Hz.



Por fim, diante dos dados apresentados foi possível afirmar que a posição de fixação do absorvedor é o fator que mais contribui para a sua performance. A inclusão de conjuntos de absorvedores também intensifica a diminuição e aumenta a largura de banda de atenuação, contudo devem todos os ADVs estar localizados em posições que o há favorecimento da ação dos atenuadores.

## 5.2 PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir do trabalho realizado, sugere-se possíveis continuações acerca do tema desenvolvido:

- Pesquisar e comparar diferentes métodos utilizados na quantificação dos efeitos de absorção do ADV, através de análise de FRFs: muitos dos procedimentos utilizados no cálculo da performance são limitados de modo que em certas circunstâncias não determinam corretamente a atenuação obtida.
- Realização de ensaios experimentais a fim de obter o comportamento dinâmico real do cabo com amortecedor Stockbridge acoplado: dados experimentais obtidos podem proporcionar melhores validações pois apresentam fatores importante que muitas vezes são desprezados ou considerados equivocadamente no processo de modelagem.
- Análise da atenuação do Stockbridge considerando as dissipações causadas pela estrutura e pela resistência aerodinâmica: a perda de energia por dissipação é um dos principais fatores que contribuem para a performance do dispositivo de modo que o atrito causado pelo movimento dos fios do cabo mensageiro deve ser utilizado na análise.
- Estudo e aplicação de procedimentos capazes de comparar o desempenho obtido pela adição conjunta de absorvedores fixados ao longo do cabo: o estudo é necessário para obter a quantidade máxima possível de Stockbridges considerando o incremento de massa e a melhoria da atenuação.
- Otimização de Stockbridges, por meio de reduções de massa e comprimento e utilização de materiais alternativos, sem diminuir a performance do dispositivo: devido à grande extensão das linhas de transmissão no Brasil, a necessidade de aperfeiçoamento dos parâmetros adotados em ADV's torna-se um fator indicado que contribui economicamente no seu emprego.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT, NBR-5422. **Projeto de linhas aéreas de transmissão de energia elétrica.** 1985.
- ABNT, NBR-7270. **Cabos de alumínio nus com alma de aço zincado para linhas aéreas – Especificações.** 2009.
- ANEEL. **Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL.** Disponível em: <https://www.gov.br/aneel/pt-br>. Acesso em: 19 abr. 2022.
- ANSYS. **Element Reference.** [S. l.: s. n.], 2021a.
- ANSYS. **Structural Analysis Guide.** [S. l.: s. n.], 2021b.
- AZEVEDO, C. R. F.; CESCO, T. Failure analysis of aluminum cable steel reinforced (ACSR) conductor of the transmission line crossing the Parana River. **Engineering Failure Analysis**, [s. l.], v. 9, p. 645-664, 2002.
- BARBIERI, N.; BARBIERI, R. Dynamic Analysis of Stockbridge Damper. **Hindawi Publishing Corporation, Advances in Acoustics and Vibration**, [s. l.], p. 1-8, 12 jul. 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2012/659398>. Acesso em: 16 abr. 2022.
- BARRY, O.; LONG, R.; OGUAMANAM, D. C. D. Simplified Vibration Model and analysis of a single-conductor transmission line with dampers. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Journal of Mechanical Engineering Science**, [S. l.], v. 231, n. 22, p. 4150-4162, 1 nov. 2017.
- CANALES, C. N.; LÓPEZ, A. L.; VENEGAS, J. C.; GARCÍA, J. R.; CORTÉS, A. A. Optimal Design of Stockbridge Dampers. **Ingeniería Mecánica. Tecnología y Desarrollo**. México, v. 2, n. 6, p. 193-199, 10 jan. 2008.
- CARVALHO, H. **AVALIAÇÃO DOS EFEITOS DE VENTO EM LINHAS DE TRANSMISSÃO.** 2015. 166 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte - MG, 2015.
- CASTELLO, D. A.; MATT, C. F. T. A Validation Metrics Based Model Calibration Applied on Stranded Cables. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, [S. l.], v. 33, n. 4, p. 417-427, 2011.
- CATOZO, Bruno Cintra. **Projeto e implementação de um absorvedor dinâmico de vibrações para assento de ônibus rodoviário.** 2018. 84 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Automotiva) - Universidade de Brasília, Brasília - DF, 2018.
- CME. **ACSS, Aluminum Conductor, Steel Supported.** 2014. Disponível em: <http://www.cmewire.com/catalog/sec03-bac/bac-11-acss.php>.
- CONEM, **Instalação do SLiM.** 2012. Disponível em: <https://www.abcm.org.br/anais/conem/2012/PDF/CONEM2012-1036.pdf>.
- DIAS, D. dos S.; NETO, R. de A. P.; TONETTI, M. ANÁLISE DA VIDA ÚTIL DE CABOS CONDUTORES DE ENERGIA ELÉTRICA EM LINHAS DE TRANSMISSÃO AÉREAS. **Revista Técnico-Científica do CREA-PR**, [s. l.], ed. 13, p. 1-19, setembro de 2018.
- DUTKIEWICZ, M.; MACHADO, M. R. Spectral approach in vibrations of overhead transmission lines. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, [S. l.], v. 471, p. 052029, 23 fev. 2019.
- ELETROBRAS. **Velocidade média anual para a altura de 30 metros.** 2021. Disponível em: <http://novoatlas.cepel.br/wp-content/uploads/2017/03/1.MapasTematicos-Velocidade30m.pdf>.
- EPE (Empresa de Pesquisa Energética), **Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2021: Ano base 2020**, 2021. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes>. Acesso em: 19 abr. 2022.
- EPE (Empresa de Pesquisa Energética), **Plano Decenal de Expansão de Energia 2026**. 2017. Disponível em: <https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes>. Acesso em: 19 abr. 2022.
- FADEL, A. A. **AVALIAÇÃO DO EFEITO DE TRACIONAMENTO EM ELEVADOS NÍVEIS DE EDS SOBRE A RESISTÊNCIA EM FADIGA DO CONDUTOR IBIS (CAA 397,5 MCM).** 2010. 205 p. Dissertação (Doutorado em Ciências Mecânicas) - Universidade de Brasília, Brasília - DF, 2010.
- FERNANDES, Y. M. S. **MODELAGEM DINÂMICA DE LINHA DE TRANSMISSÃO AÉREA UTILIZANDO MÉTODO DO ELEMENTO ESPECTRAL.** 2020. 76 f. Dissertação (Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia) - Universidade de Brasília, Brasília - DF, 2020.
- FONSECA, B. Q. de A. et al. **AVALIAÇÃO DA VIDA ÚTIL DE CABOS CONDUTORES ATRAVÉS DA COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA ANÁLISE QUÍMICA, METALOGRAFIA E ENSAIOS MECÂNICOS REALIZAD. XX SNTPEE SEMINÁRIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**, Recife - PE, p. 1-8, novembro de 2009.
- FOTI, F.; MARTINELLI, L. Hysteretic Behavior of Stockbridge Dampers: Modelling and Parameter Identification. **Hindawi, Mathematical Problems in Engineering**, [s. l.], v. 2018, n. 8925121, p. 17, 20 maio 2018.
- FU, X.; LI, H. N. Dynamic analysis of transmission tower-line system subjected to wind and rain loads. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Elsevier**, [s. l.], v. 157, p. 95-103, 2016.

- FUCHS, R. D. **TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA: LINHAS AÉREAS**. Rio de Janeiro - RJ: LTC /EFEI, 1977. v. 1.
- GASPARETTO, V. E. L. **Análise dinâmica estrutural de asa de aeronave protótipo para competição SAE Brasil Aerodesign**. 2019. 98 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Universidade de Brasília, Brasília - DF, 2019.
- HE, J.; FU, Z. F. **Modal Analysis**. [S. l.]: Butterworth-Heinemann, 2001. 305 p. ISBN 978-0-7506-5079-3.
- HERNÁNDEZ, W. P.; CASTELLO, D. A.; MATT, C. F. T. On the model building for transmission line cables: a Bayesian approach. **Inverse Problems in Science and Engineering**, [s. l.], v. 26, ed. 12, p. 1784-1812, 12 fev. 2018.
- KIM, B. H.; PARK, T. Estimation of cable tension force using the frequency-based system identification method. **Journal of Sound and Vibration**, [s. l.], v. 304, p. 660–676, 2007.
- KRÉE, P.; SOIZE, C. **Mathematics of random phenomena: random vibrations of mechanical structures**. 1986..
- LABEGALINI, P. R.; LABEGALINI, J. A.; FUCHS, R. D.; ALMEIDA, M. T. de. **PROJETOS MECÂNICOS DAS LINHAS AÉREAS DE TRANSMISSÃO**. 2. ed. [S. l.]: Editora Edgard Blucher LTDA., 1992. 548 p. ISBN 978-8521201878.
- LI, X. et al. Probabilistic capacity assessment of single circuit transmission tower-line system subjected to strong winds. **Engineering Structures**. v. 175, p. 517–530, 2018. ISSN 18737323.
- MACHADO, M. R. et al. Numerical analysis of wave propagation and vibration of overhead transmission cable. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 18–27, 2020. Disponível em: <https://periodicos.unb.br/index.php/ripe/article/view/33396>.
- MAIA, R. S. **Análise do posicionamento de um absorvedor dinâmico de vibrações em linhas de transmissão de energia elétrica**. 2018. 76 f., il. Dissertação (Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia) -Universidade de Brasília, Brasília, 2018.
- MARINONE, T.; MOYA, A. Comparison of FRF Correlation Techniques. **Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series**, [s. l.], v. 3, p. 299-309, 2014.
- MARQUES, R. F. A. **Estudo Teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações Ativos e Adaptativos**. 2000. 120 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Mecânicas) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG, 2000.
- MATT, C. F.; CASTELLO, D. A. On the Numerical Identification of the Bending Stiffness and the Damping of Transmission Line Conductors. **XII International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics**, [s. l.], 2007.
- MEIROVITCH, L. **Fundamentals of Vibrations**. [S. l.]: McGraw-Hil, 2001. ISBN 0-07-041345-2.
- MEIROVITCH, L. **Elements of Vibration Analysis**. 2nd edition. ed. [S.l.: s.n.], 1975.
- NÓBREGA, P. G. B.; HANAI, J. B. A Análise Modal na Avaliação de Estruturas de Concreto Pré-moldado. **1 Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos - SP, 2005.
- OLIVEIRA, H. de S. **ANÁLISE DINÂMICO DE UM STOCKBRIDGE PSEUDOELÁSTICO**. 201. 74 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Universidade de Brasília, [S. l.], 2011.
- ONS. **Mapa do sistema de transmissão elétrica brasileira**. 2019. Disponível em: <http://www.ons.org.br/> Acesso em: 19 abr. 2022.
- ONS. **Evolução das linhas de transmissão do SIN em km**. 2017. Disponível em: <http://www.ons.org.br/> Acesso em: 19 abr. 2022.
- PINTO, T. de F.; ARAUJO, A. C.; MATT, C. F. T. ANALYTICAL, NUMERICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE DYNAMIC BEHAVIOR OF A PROTOTYPE FOR A STOCKBRIDGE DAMPER. **20th International Congress of Mechanical Engineering**, Gramado - RS, 2009.
- PRASAD, D.; SINGH, S. K.; AGARWAL, G. Design and Testing of Stockbridge Vibration Dampers. **Electrical India**, [s. l.], v. 49, p. 88-92, 2009.
- RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 6. ed. [S. l.]: Pearson, 2018. 1291 p. ISBN 1-292-17860-4.
- RAO, S. S. **Vibration of Continuous Systems**. Hoboken, New Jersey: JOHN WILEY & SONS, INC., 2007. ISBN 978-0-471-77171-5.
- SAUTER, D.; HAGEDORN, P. On the hysteresis of wire cables in Stockbridge dampers. **International Journal of Non-Linear Mechanics**, [S. l.], v. 37, p. 1453 – 1459, 2002.
- SAVI, M. A.; PAULA, A. S. de. **Vibrações Mecânicas**. [S. l.]: LTC, 2017. ISBN 978-8-521-62715-9.
- SILVA, M. D. P. da. **PREVENÇÃO DE ACIDENTES NAS INSTALAÇÕES ELÉTRICAS**. 2016. 105 p. Dissertação (Bacharelado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro/ Escola Politécnica, Rio de Janeiro - RJ, 2016.
- SILVA, S. da. **Apostila de Vibrações Mecânicas**. Foz do Iguaçu - PR: [s. n.], 2009. 151 p.
- SOUZA, A. L. **The Behavior of Transmission Lines Under High Winds**. 1996. 218 p. Thesis (PhD) - The University of Western Ontario, [S. l.], 1996.
- SWEDISH NATIONAL GRID. TR05-09-1E: **Overhead transmission lines vibration dampers**. [S.l.], 2016.

- VECCHIARELLI, J.; CURRIE, I. G.; HAVARD, D. G. COMPUTATIONAL ANALYSIS OF AEOLIAN CONDUCTOR VIBRATION WITH A STOCKBRIDGE-TYPE DAMPER. **Journal of Fluids and Structures**, [s. l.], v. 14, p. 489-509, 2000.
- VIC. FD FG DAMPERS. Disponível em: <http://www.victoryele.com/product/details/116.html>.
- YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **FÍSICA II - TERMODINÂMICA E ONDAS**. 12. ed. São Paulo - SP: Pearson Education do Brasil, 2008.
- WU, J. S.; CHEN, D. W.; CHOU, H. M. ON THE EIGENVALUES OF A UNIFORM CANTILEVER BEAM CARRYING ANY NUMBER OF SPRING DAMPER MASS SYSTEMS. **INTERNATIONAL JOURNAL FOR NUMERICAL METHODS IN ENGINEERING**, [S. l.], v. 45, p. 1277-1295, 1999.

## ANEXO A: FRFs utilizadas na comparação não citadas no texto.

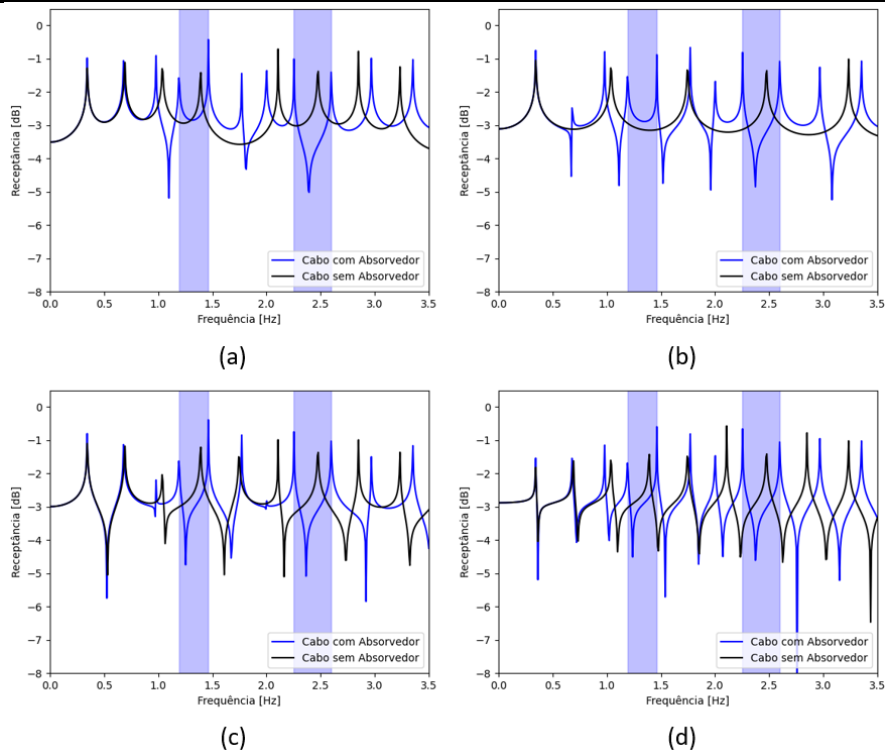


Figura 34. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K1, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

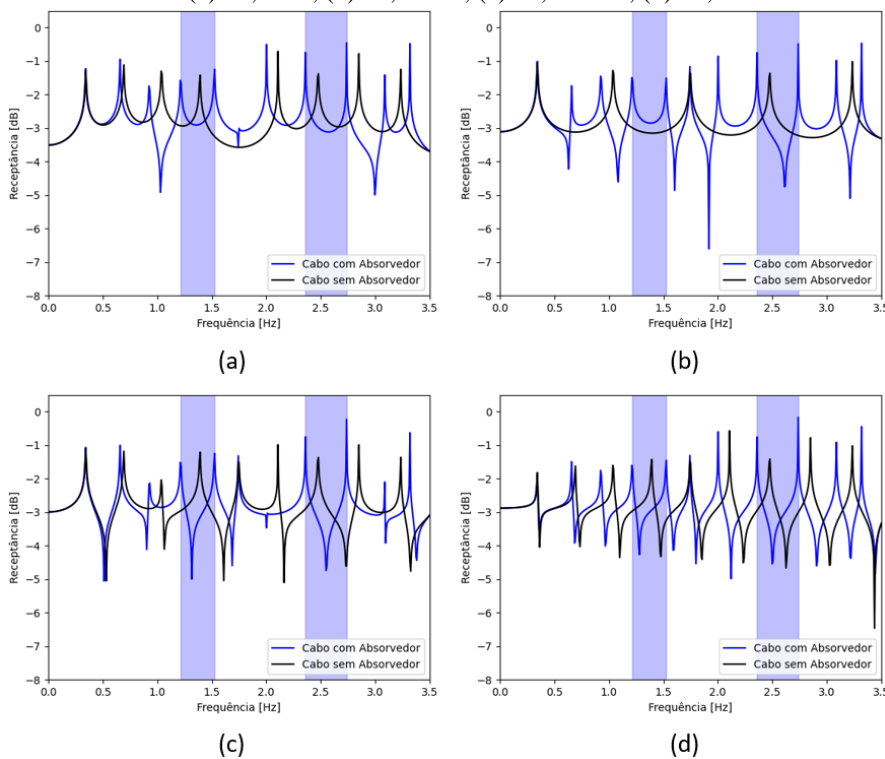


Figura 35. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K2, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

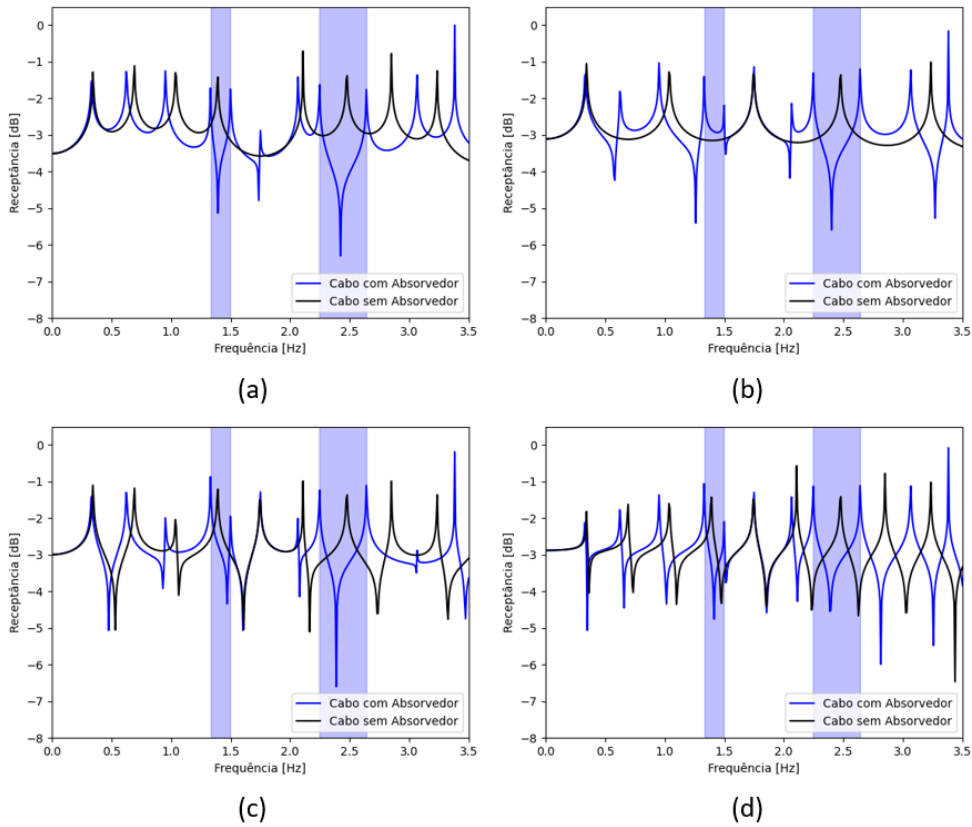


Figura 36. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K4, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

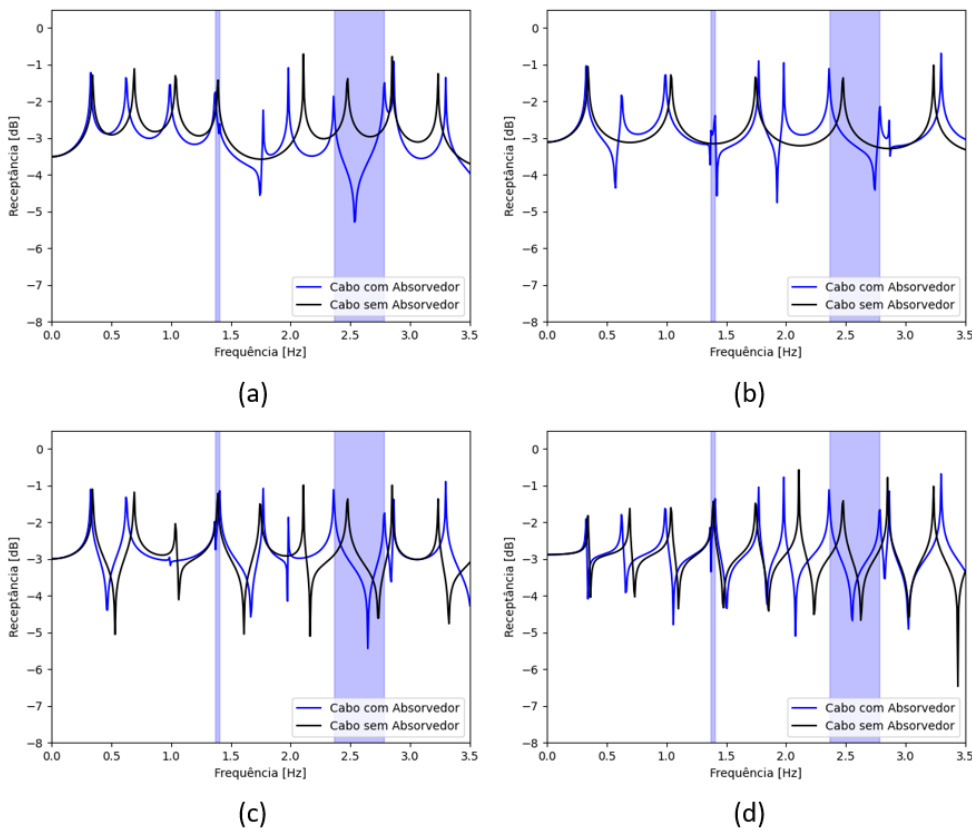


Figura 37. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K5, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

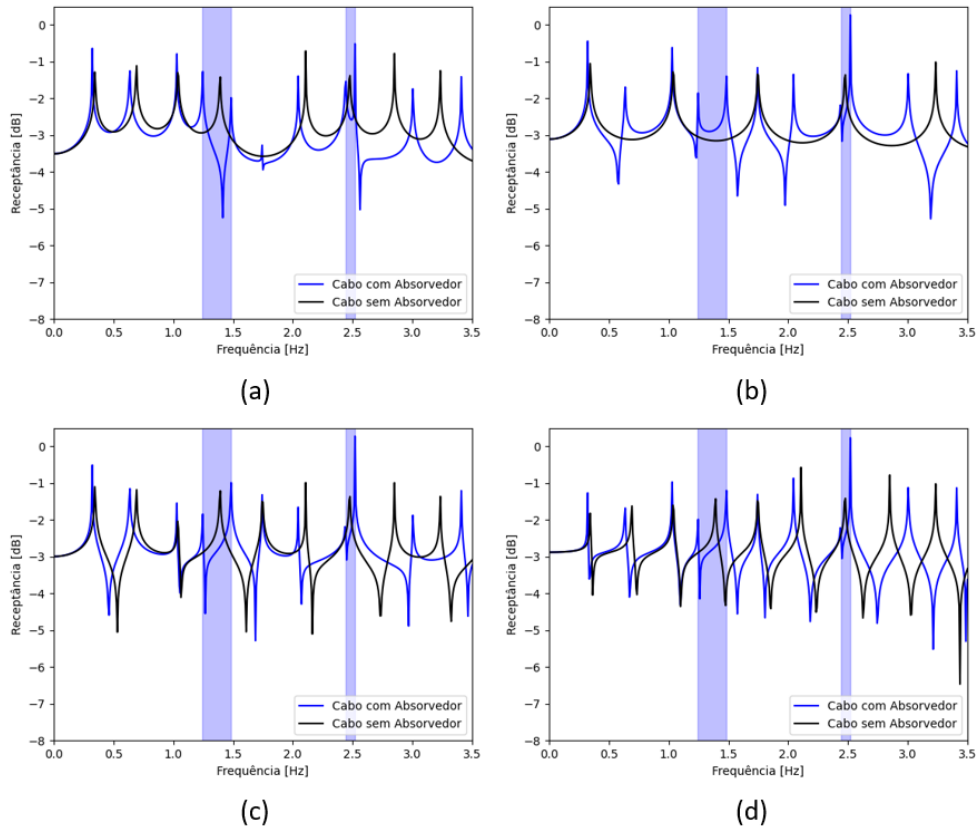


Figura 38. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K6, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

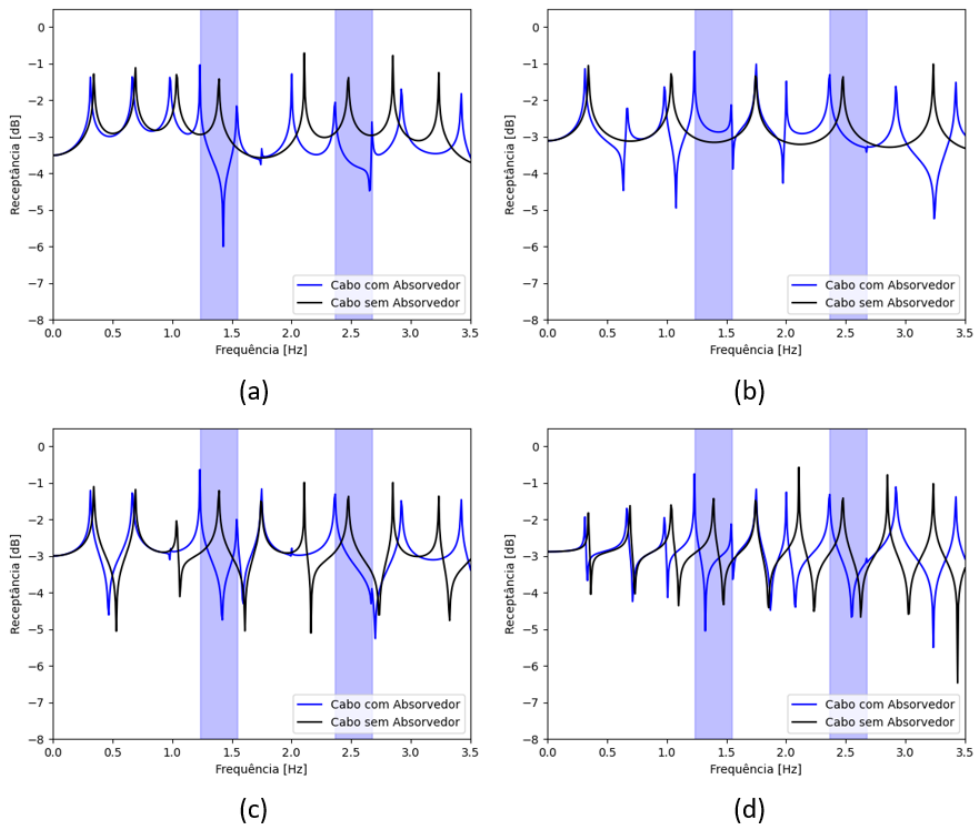


Figura 39. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K8, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

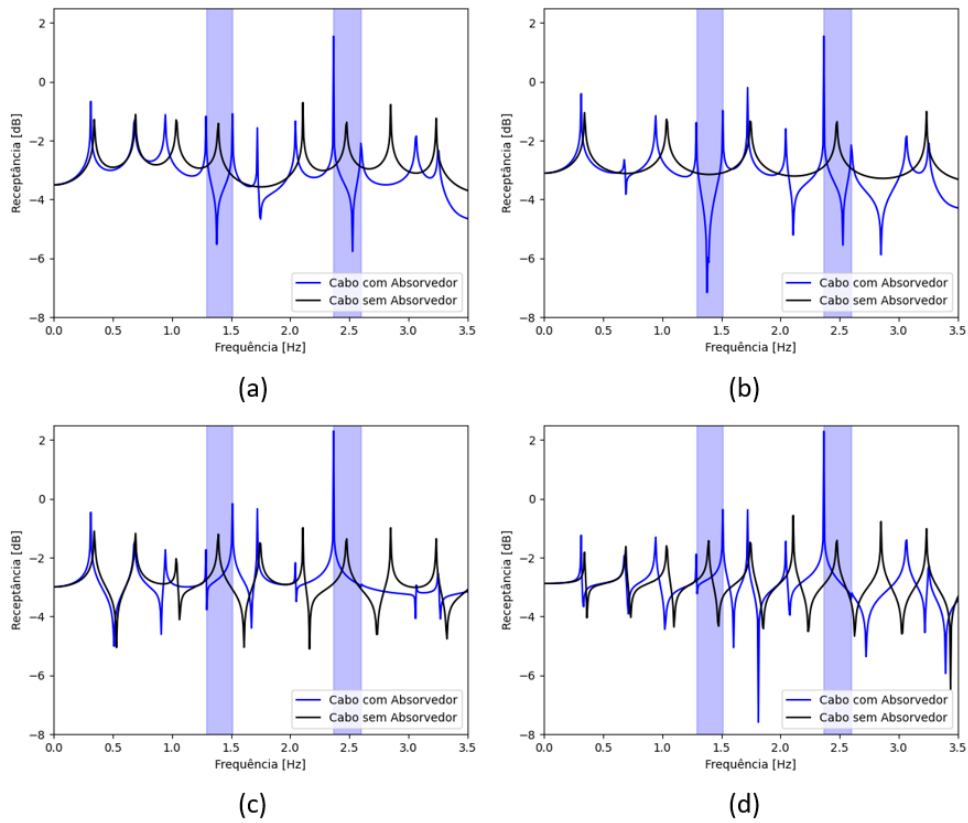


Figura 40. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K11, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

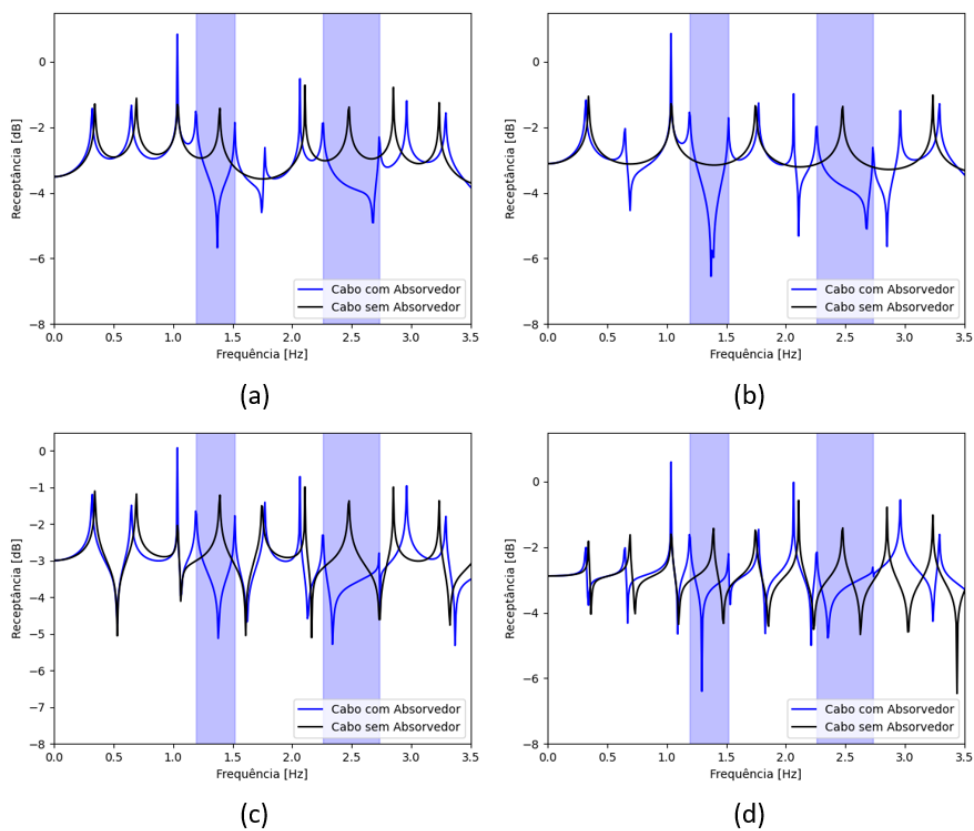


Figura 41. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K13, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.



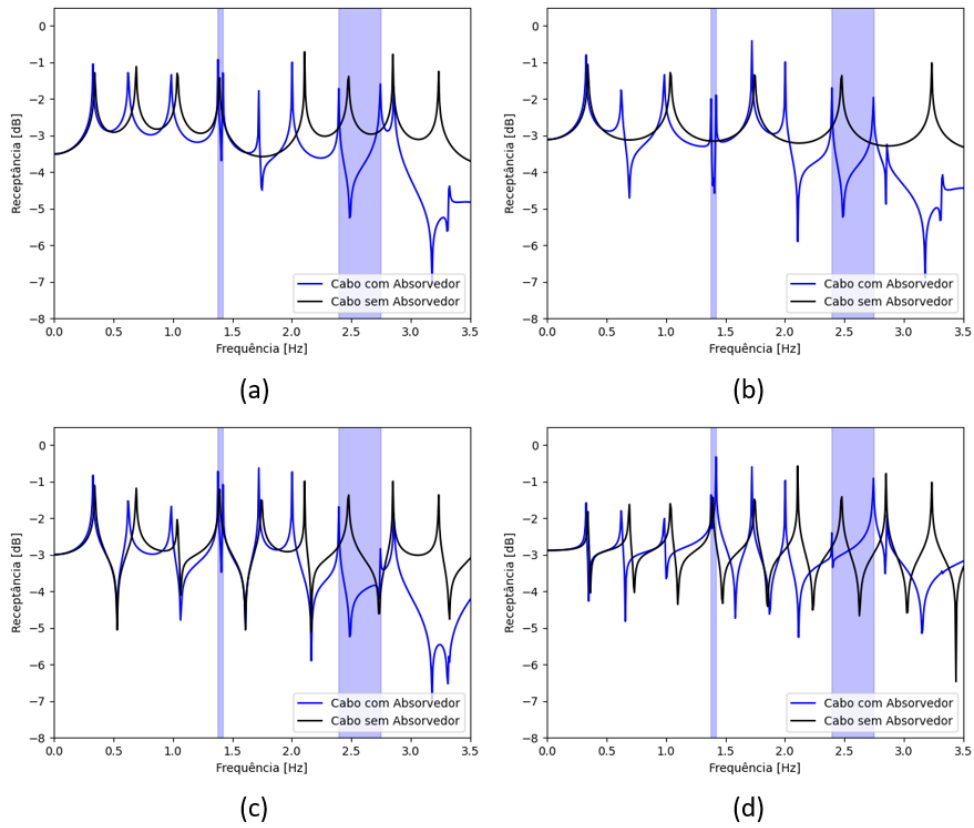


Figura 42. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K15, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

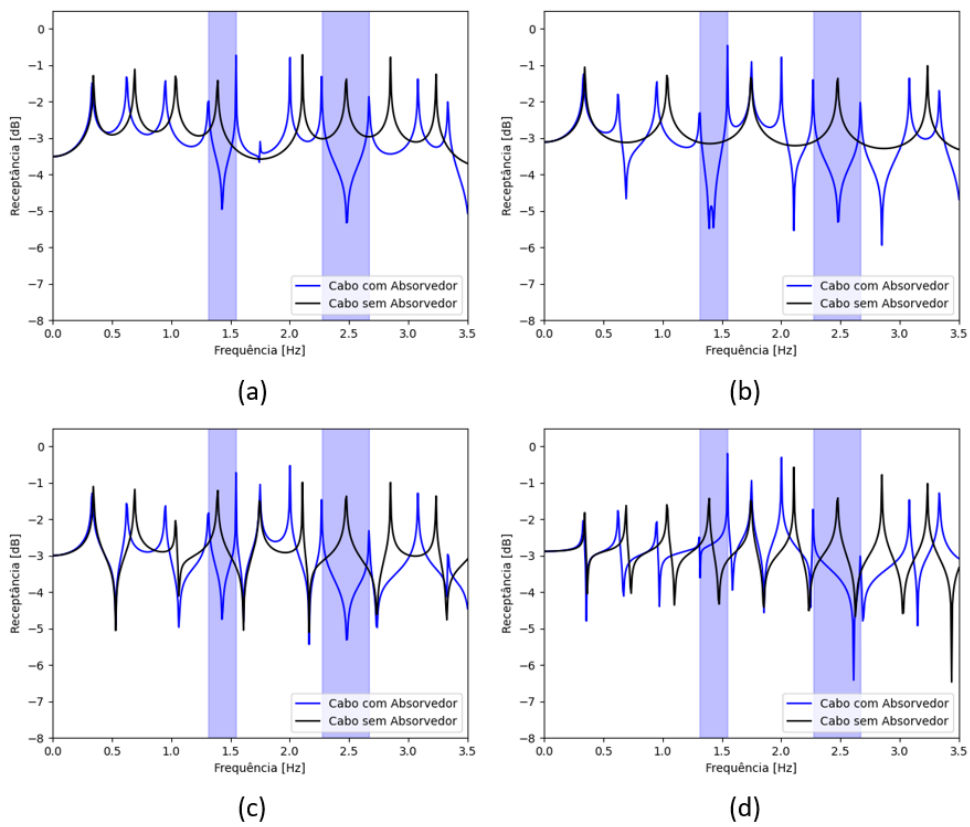


Figura 43. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K16, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

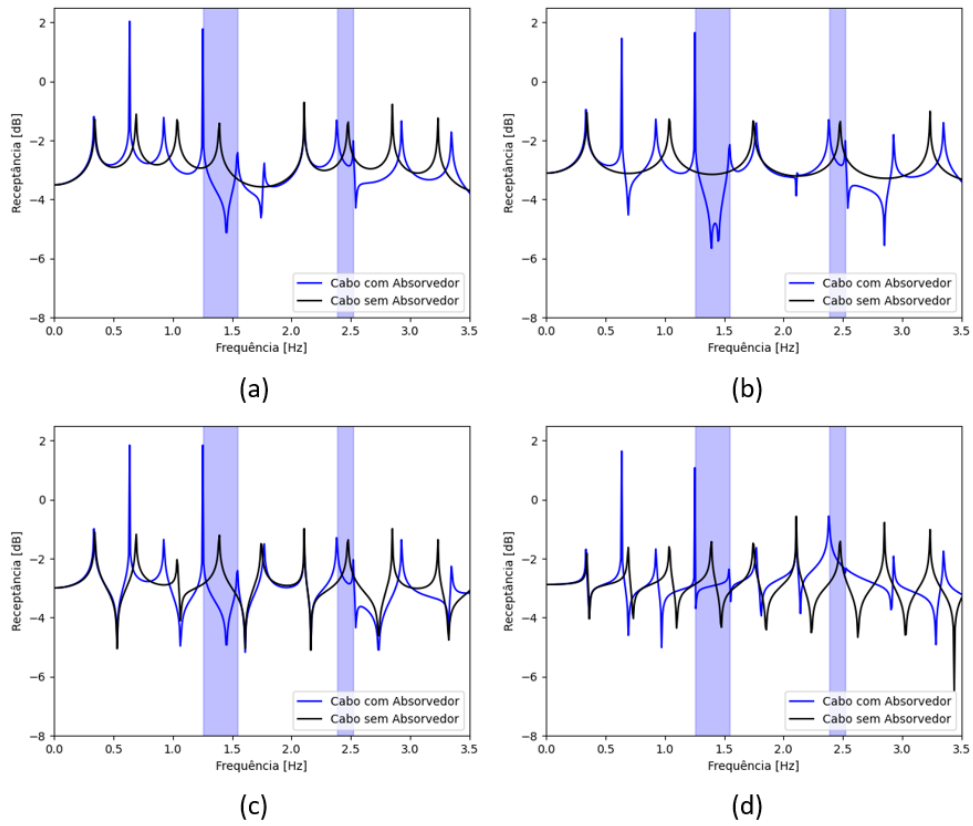


Figura 44. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K17, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

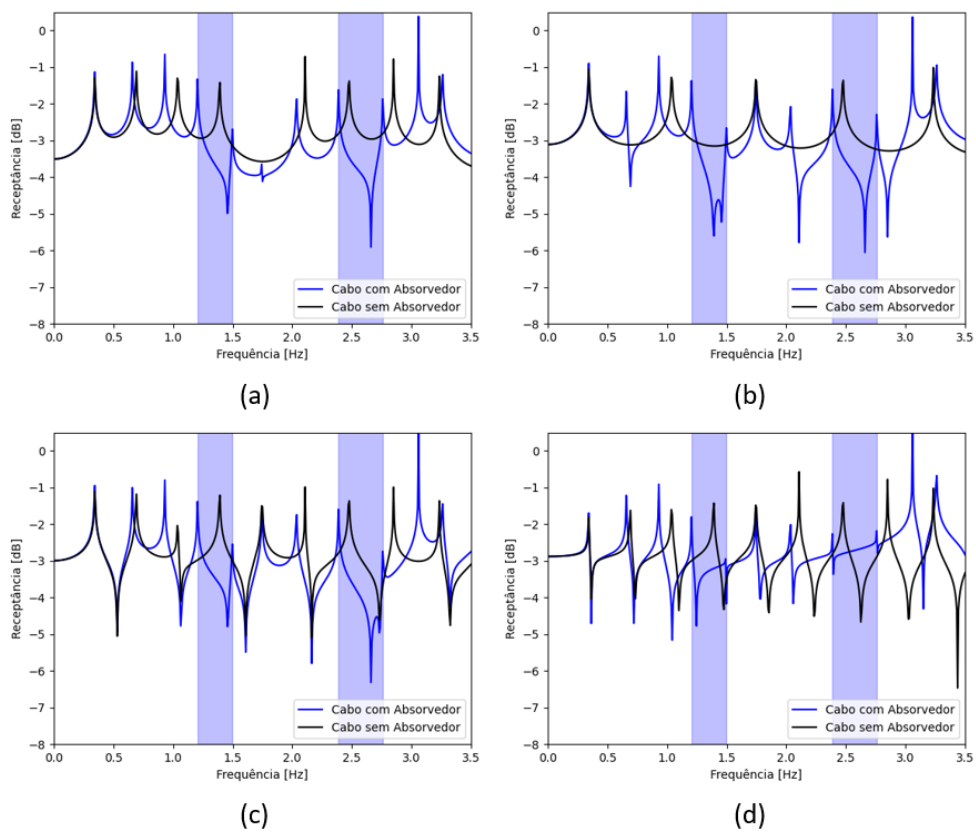


Figura 45. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K18, com respostas adquiridas nos pontos: (a) 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

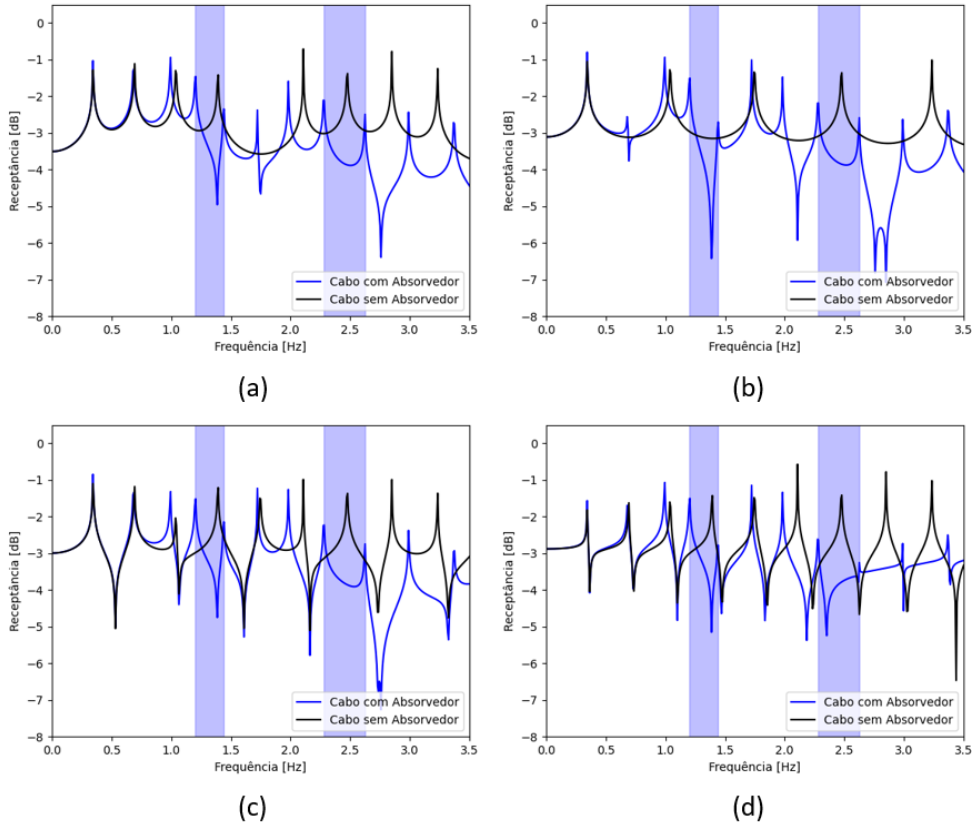


Figura 46. FRFs do cabo com ADV acoplado no ponto K19, com respostas adquiridas nos pontos: 10,39 m; (b) 25,975 m; (c) 33,7675 m; (d) 49,3525 m.

## ANEXO B: Código em linguagem Python utilizada na obtenção da solução analítica do cabo.

```
#####  
#Módulos  
  
import matplotlib.pyplot as plt  
import numpy as np  
pi = np.pi  
  
#####  
#Armazena os Dados txt  
x1, y1 = [], []  
  
for linha in open('M1-FRF (K21-N1802).txt', 'r'):  
    dados = [float(s) for s in linha.split()]  
    x1.append(dados[0])  
    y1.append(dados[1])  
  
#####  
# Parâmetros e Especificações do Cabo  
  
# Módulo de Elasticidade (N/m2)  
E = 2.464469827*(10**10)  
  
# Densidade (kg/m3)  
rho = 2622.279086  
  
# Comprimento do Cabo (m)  
L = 51.95  
  
# Módulo de Elasticidade (N/m2)  
E = 2.464469827*(10**10)  
  
# Momento de Inércia (m4)  
I = 1.963911242*(10**-8)  
  
# Raio (m)  
r = 0.012575  
  
# Área a Seção Transversal (m2)  
a = pi*(r**2)  
  
# Tensão  
T = 1670  
  
# Amplitude (m)  
Cx = 0.171977  
  
# Massa Distribuídas ao longo do Cabo  
m = rho * a  
  
#####  
# Definições da Malha  
  
# Vetor das 9 primeiras Frequência Naturais  
n = np.linspace(9, 1, 9)  
  
# Vetor da estrutura da Viga  
x = np.linspace(0, L, 5195)  
  
#####  
# Cálculo da Frequência Natural e Modos de Vibrar  
  
wn = np.zeros((len(n), 1))  
phi = np.zeros((len(x), len(n)))  
beta = np.zeros((len(n), 1))  
for ii in range(len(n)):  
    for jj in range(len(x)):  
        wn[ii] = ((pi/L)**2) * (np.sqrt((E*I)/(rho*a))) * (np.sqrt((n[ii]**4) + \
```

```

        (((n[ii]**2)*T*(L**2)) / ((pi**2)*(E*I))))
        beta[ii] = n[ii]*pi/L
        phi_x[jj,ii] = Cx * np.sin(beta[ii] * x[jj])
omega_H = omega / (2*pi)
print(omega_H)
print(omega)

#####
# Aplicar as Propriedades de Ortogonalidade

# Matriz Modal
Mj = phi_x.transpose()* m @ phi_x

# Calcular a Matriz Modal Normalizada pela massa
Phi = (phi_x @ np.diag(1.0/np.sqrt(np.diag(Mj)))) .transpose()

#FRF via Sintese Modal
Freq = np.linspace(0, 3.5, 10000, endpoint=True)

# Transformar a frequencia para Rad/s
omega_f = Freq * 2 * pi

#Forçamento Modal
F = -1
q = Phi.transpose() * F

#Número de Modos
Nmodos = len(n)
recep = np.zeros((Nmodos, len(omega_f)))
alpha = np.zeros((1, len(omega_f)))

xr=int(np.around(len(x)*(19/20)))
xe=int(np.round(len(x)*(19/20)))

# Rotina
for nn in range(len(n)):
    for ii in range(len(omega_f)):
        recep[nn,ii] = Phi[nn,xr] * Phi[nn,xe] / (omega[nn]**2 - omega_f[ii]**2) #excitando e
        medindo mesmo ponto
    alpha = alpha + recep[nn,:]

#####
#Plot results
fig, ax = plt.subplots()
plt.plot(Freq, np.log10(np.abs(100*alpha.transpose())),'k', label='Solução Analítica',
        linewidth = 2)
plt.plot(x1, np.log10(y1), 'b', label='Solução MEF', linewidth = 2)
plt.ylabel('Receptância [dB]')
plt.xlabel('Frequência [Hz]')
plt.xlim([0, 3.5])
plt.ylim([-8, 3])
leg = ax.legend(loc=4)
plt.show()
#####

```

ANEXO C: Código em linguagem ANSYS utilizada na aplicação da pré carga no modelo do cabo.

---

```
! MÓDULO SOLUTION APDL
! ANTYPE da SOLUÇÃO ESTÁTICA
/SOLU
ANTYPE,0
!* FORÇA 1670 N NO KEYPOINT 2 (PRÉ CARGA)
FK,2,FX,1670
!* CONDIÇÃO DE CONTORNO NO KEYPOINT 1 E 2
DK,1,,0,,0,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,,
DK,2,,0,,0,,UY,UZ,ROTX,ROTY,,
!* CONDIÇÃO DE CONTORNO NA LINHA (ZERA A ROTAÇÃO EM X, Y E DESLOCAMENTO Z)
D,ALL,UZ,0,,,,ROTX,ROTY,,
!* ATIVA EFEITOS DE PRÉ TENSÃO
PSTRES,ON
!* RODA A SOLUÇÃO ESTÁTICA
/STATUS,SOLU
SOLVE
!*FINALIZA A FASE DE SOLUÇÃO
FINISH
!*MÓDULO POST1 da SOLUÇÃO ESTÁTICA
/POST1
! MOSTRA OS EFEITOS DE DESLOCAMENTO CAUSADO PELA PRÉ TENSÃO
PRNSOL,U,COMP

! MÓDULO SOLUTION APDL
! ANTYPE da SOLUÇÃO MODAL
/SOLU
ANTYPE,2
!* DEFINE OS PARAMETROS DA ANALISE MODAL (MÉTODO BLOCKLACZOS, 20
!* MÉTODO BLOCKLACZOS, 20 PRIMEIRAS FREQUENCIAS DE RESSONANCIA
MODOPT,LANB,20
MXPAND,20,, ,0
PSTRES,1
!* RODA A SOLUÇÃO DA ANALISE MODAL
/STATUS,SOLU
SOLVE
!* FINALIZA A PARTE DA SOLUÇÃO
FINISH

!* INICIA A FASE DE POS PROCESSAMENTO
/POST1
!* LISTA AS FREQUENCIAS DE RESSONANCIA
SET,LIST
!* MOSTRA A PRIMEIRA FORMA MODAL
SET,FIRST
PLDISP
!* FINALIZA
FINISH
```