

## **PROJETO DE GRADUAÇÃO**

# **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR GLOBAL NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL TRANSIENTE**

Por,  
**Rodrigo Cavalcanti Fabrino Gomes**

**Brasília, 06 de Julho de 2011**

**UNIVERSIDADE DE BRASILIA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

UNIVERSIDADE DE BRASILIA

## PROJETO DE GRADUAÇÃO

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR GLOBAL NA SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL TRANSIENTE

POR,

**Rodrigo Cavalcanti Fabrino Gomes**

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção  
do grau de Engenheiro Mecânico.

### Banca Examinadora

Prof. Daniel Rosa, UnB/ ENM (Orientador)

---

Prof. Emmanuel da Rocha Pacheco, UnB/ ENM

---

Prof. Cosme Roberto M. da Silva, UnB/ ENM

---

Brasília, 6 de Julho de 2011

## **Dedicatória(s)**

Dedico este trabalho a minha família,

**Luiz Carlos Fabrino Gomes,  
Ivana Cavalcanti Fabrino Gomes,  
Vinícius Cavalcanti Fabrino Gomes,**

Na qual deram todo apoio necessário  
para concretização deste.

Dedico também a minha namorada,

**Agatha Melissa Martins e Silva,**

Que teve toda paciência do  
mundo nas horas mais difíceis.

---

## **RESUMO**

O processo de solidificação e as características do material a ser solidificado interferem, diretamente, na formação da estrutura de materiais metálicos. Eles determinam as propriedades do produto final, não somente no caso dos fundidos que já apresentam uma forma definida, mas também nos produtos que serão trabalhados e/ou tratados termicamente, como no caso de fabricação de fios, chapas e forjados. Contudo, durante o processo de solidificação, a taxa de resfriamento de um molde é a variável que controla as condições de solidificação, por conseguinte, a responsável pelas propriedades finais da peça fabricada. Para este trabalho é proposto o entendimento dos fenômenos de transferência de calor e massa que ocorrem durante a solidificação unidirecional transiente de ligas metálicas e o desenvolvimento de um programa de computador que permita o cálculo do coeficiente de transferência de calor global. Desta forma, será possível predizer numericamente as taxas de resfriamento que deverão ser impostas ao processo de solidificação para que se alcance determinadas propriedades do produto final.

---

## **ABSTRACT**

The solidification process and the characteristics of the material to be solidified interfere directly in shaping the structure of metallic materials. They determine the properties of the final product, not only in the case of cast that already have a definite shape, but also in products that will be worked and / or heat treated, as in the case of manufacture of wires, plates and forgings. However, during the solidification process, the cooling rate of a mold is the variable that controls the solidification conditions, therefore, responsible for the final properties of the manufactured part. For this work it is proposed to understand the phenomena of heat transfer and mass that occur during transient directional solidification of metallic alloys and the development of a computer program which allows the calculation of the coefficient of heat transfer overall. This will make it possible to numerically predict the cooling rates to be imposed on the solidification process for achieving certain properties of the final product.

# SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>13</b>
1.1	Aspectos gerais.....	13
1.2	Objetivo .....	13
<b>2</b>	<b>revisão bibliográfica.....</b>	<b>14</b>
2.1	Princípios de transferência de calor.....	14
2.1.1	Condução térmica.....	14
2.1.2	Convecção térmica.....	18
2.1.3	Radiação térmica.....	19
2.2	Solidificação .....	20
2.3	Solidificação de metais puros .....	20
2.4	Nucleação homogênea .....	22
2.5	Nucleação heterogênea .....	24
2.6	Taxa de nucleação .....	25
2.7	Variáveis térmicas.....	27
2.7.1	Velocidade de solidificação .....	27
2.7.2	Gradiente térmico.....	28
2.7.3	Taxa de resfriamento .....	28
2.8	Mecanismos de transferência de calor na solidificação .....	29
2.9	Macroestrutura .....	31
2.9.1	Zona coquinhada .....	31
2.9.2	Zona colunar.....	31
2.9.3	Zona equiaxial central .....	32
2.9.4	Transição colunar/equiaxial .....	32
2.10	Microestruturas .....	33
2.11	Solidificação unidirecional vertical ascendente.....	34
2.12	Solidificação unidirecional vertical descendente.....	34
2.13	Solidificação unidirecional horizontal .....	35
2.14	Sodelo analítico da solidificação de metais puros e ligas eutéticas .....	36
2.14.1	Cinética da solidificação .....	39
2.14.2	Perfil térmico.....	40
2.14.3	Determinação da temperatura de equilíbrio na interface metal/molde ( $T_i$ ).....	41
2.14.4	Determinação da constante de solidificação.....	42
2.14.5	Determinação da parcela virtual de espessura do molde ( $E_o$ ) .....	43
2.14.6	Determinação da espessura virtual previamente solidificada.....	43
2.14.7	Determinação dos coeficientes de calor .....	44
2.14.8	Síntese do modelo analítico.....	44
2.14.9	Determinação da isoterma <i>líquidus</i> .....	44
3.1	Modelo numérico da solidificação de metais puros e ligas eutéticas .....	45
3.1.1	Método de elementos finitos (mef) .....	45
3.1.2	Modelo numérico da solidificação de metais puros e ligas eutéticas .....	46
3.1.3	Aspectos básicos do método .....	47
3.1.4	Tratamento de interface.....	49
3.1.5	Tratamento da liberação do calor latente .....	50
3.2	Programa desenvolvido .....	51
3.2.1	Software fonte .....	51
3.2.2	Descrição do programa desenvolvido .....	51
3.3	Materiais simulados .....	54
3.4	Condições de contorno .....	54
3.5	Características aplicadas na simulação.....	55
3.6	Parte experimental .....	55
3.7	Projeto em programa cad do dispositivo de solidificação unidirecional .....	56
3.7.1	Lingoteira .....	57
3.7.2	Molde refrigerado.....	58

3.7.3	Forno elétrico .....	59
3.8	Fabricação do dispositivo de solidificação unidirecional .....	62
3.8.1	Lingoteira .....	62
3.8.2	Molde de refrigeração .....	65
3.8.3	Forno elétrico .....	65
3.8.4	Instalação elétrica.....	68
3.8.5	Realização do experimento .....	70
3.8.6	Aquisição de dados .....	72
3.8.7	Experimentos realizados .....	72
3.9	Procedimento experimental para determinação de variáveis térmicas de solidificação .....	74
3.10	Caracterização macro e microestruturais .....	75
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussões.....</b>	<b>77</b>
4.1	Liga de al3%zn.....	77
4.1.1	Determinação do perfil térmico.....	78
4.1.2	Microestruturas da liga de al3%zn .....	78
4.1.3	Microestruturas da liga de al3%zn .....	79
4.2	Liga de al33,2%cu.....	80
4.2.1	Determinação das variáveis térmicas .....	81
<b>5</b>	<b>Conclusões e Sugestões para trabalhos futuros .....</b>	<b>86</b>
5.1	Conclusões.....	86
5.2	Sugestões para trabalhos futuros .....	86
<b>6</b>	<b>Referências .....</b>	<b>87</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Elemento infinitesimal .....	15
Figura 2.2 - Placas unidas em série .....	16
Figura 2. 2 - Placa unidas em paralelo .....	17
Figura 2.3 - Diagrama de fase .....	20
Figura 2.4 - Cúbica de face centrada, cúbica de corpo centrado e hexagonal compacta.....	22
Figura 2.5 - Partículas sólidas de formato esférico .....	23
Figura 2.6 - Partícula se solidificando.....	23
Figura 2.7 - Diagrama de energia livre versus temperatura .....	24
Figura 2.8 - Equilíbrio as tensões superficiais .....	25
Figura 2.9 - Surgimento da zona coquihada e colunar.....	26
Figura 2.10 – Velocidade de propagação da interface sólido/líquido .....	27
Figura 2.11 - Gradiente térmica.....	28
Figura 2.12 - Conjunto retangular para solidificação unidirecional .....	29
Figura 2.13 - Transferências de calor que ocorrem na solidificação .....	29
Figura 2.14 - Transferência newtoniana .....	30
Figura 2.15 - Macroestrutura de solidificação .....	31
Figura 2.16 - Transição estruturas colunares para equiaxiais.....	32
Figura 2.17 - Tipos de microestruturas .....	33
Figura 2.18 – Dispositivo de solidificação vertical ascendente utilizado por Siqueira (2002), Rocha (2003, Sá (2004), Peres (2005) e Rosa (2007). ....	34
Figura 2.19 – Dispositivo de solidificação vertical descendente utilizado por (Spinelli, 2005); 35	
(1) Aquisição via computador; (2) Material refratário isolante; (3) Resistência elétrica; (4) ...35	
Lingoteira bipartida; (5) Termopares; (6) Registrador de dados térmicos; (7) Câmara de....35	
Refrigeração; (8) Rotâmetro; (9) Metal líquido; (10) Controle de potência do forno. ....35	
Figura 2.20: Dispositivo de solidificação unidirecional horizontal utilizado por (Quaresma, ..35 1999; Goulart, 2005). ....	35
Figura 2.21 - Conjunto de solidificação.....	36
Figura 2.22 - Sistema de coordenadas no elemento de referência.....	36
Figura 2.23 - Sistema de coordenada real.....	38
Figura 2.24 - Sistema de coordenada virtual .....	38
Figura 2.25 - Gráfica para determinação da constante de solidificação.....	42
Figura 2.26- Diagrama de fase para ligas.....	45
Figura 3.1 - Elemento infinitesimal .....	47
Figura 3.2 - Malha de diferenças finitas e elemento de referência.....	47

Figura 3.3 - Elemento referência com tratamento de interface .....	49
Figura 3.4 - Diagrama de fase .....	50
Figura 3.5 – Entrada de dados do programa .....	51
Figura 3.6 – Dados de saída com o decaimento de temperatura para um exemplo .....	53
Figura 4.2 – Desenho da lingoteira em CAD .....	57
Figura 4.3 – Desenho lingoteira completa em CAD .....	57
Figura 4.4 – Desenho do “dente” em CAD.....	58
Figura 4.5 – Desenho do molde refrigerado completo em CAD.....	58
Figura 4.6 – Desenho do forno em CAD.....	59
Figura 4.7 – Desenho da estrutura do forno em CAD.....	59
Figura 4.8 – Desenho do acoplamento do porta resistência elétrica em CAD .....	60
Figura 4.9 – Desenho do forno completo em CAD .....	61
Figura 4.10 – Desenho completo do aparato experimental em CAD .....	61
Figura 4.11 – Corpo de prova padrão.....	62
Figura 4.12 – Cortes da chapa .....	63
Figura 4.13 – Usinagem e conformação da lingoteira.....	63
Figura 4.14 – Lingoteira.....	64
Figura 4.15 – Dente no molde refrigerado .....	65
Figura 4.16 – Primeira tentativa de confecção do forno.....	66
Figura 4.17 – Segunda tentativa de confecção do forno.....	66
Figura 4.18 – Fabricação do porta resistência elétrica .....	67
Figura 4.19 – Montagem da resistência elétrica no acoplamento do forno .....	67
Figura 4.20 – Forno completo.....	68
Figura 4.21 – Relé de estado sólido e controlador de temperatura.....	68
Figura 4.22 – Circuito elétrico usado no projeto .....	69
Figura 4.23 – Cadiño de carbeto de silício.....	70
Figura 4.24 – Forno elétrico tipo mufla .....	70
Figura 4.24 – Vazamento da liga na lingoteira.....	71
Figura 4.25 – Montagem do molde na lingoteira.....	71
Figura 4.26 – Aquisitor de dados.....	72
Figura 4.27 – Distâncias dos termopares .....	74
Figura 4.28 – Formas de determinação das variáveis térmicas (Rosa,2007).....	75
Figura 4.29 – Cortes aplicados no lingote .....	76
Figura 5.1 – Fluxograma experimental .....	77
Figura 5.2 – Isoterma <i>liquidus</i> do Al3%Zn .....	77
Figura 5.3 – Perfil térmico obtido experimentalmente para Al3%Zn .....	78
Figura 5.4 – Macroestrutura obtida para Al3%Zn .....	79

Figura 5.5 – Microestrutura da liga Al3%Zn no sentido longitudinal.....	80
Figura 5.6 – Microestrutura da liga Al3%Zn no sentido transversal .....	80
Figura 5.7– Isoterma <i>liquidus</i> do Al33,2%Cu.....	81
Figura 5.8 – Perfil térmico da liga Al33,2%Cu .....	82
Figura 5.9 – Confronto teórico-empírico do perfil térmico da liga Al33,2%Cu .....	82
Figura 5.10 – Gráfico posição por tempo para liga de Al33,2%Cu.....	83
Figura 5.11 – Confronto teórico-empírico da função posição pelo tempo para a liga Al33,2%Cu .....	83
Figura 5.12 – Gráfico Velocidade de solidificação por posição para liga de Al33,2%Cu .....	84
Figura 5.13 – Confronto teórico-empírico da velocidade de solidificação por posição para a liga Al33,2%Cu.....	84
Figura 5.14 – Gráfico da taxa de resfriamento para liga de Al33,2%Cu.....	85
Figura 5.15 – Confronto teórico-empírico da taxa de resfriamento a liga Al33,2%Cu .....	85

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 3.1 – Propriedades termo-físicas dos materiais simulados .....	54
Tabela 4.1 – Fluxograma do experimento .....	56
Tabela 5.1 – Ensaios Realizados .....	73
Tabela 5.2 – Erros provenientes da aferição .....	78
Tabela 5.3 – Erros provenientes da aferição .....	81

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Condução

$A$	área	$[m^2]$
$\Delta T$	Diferença de temperatura	$[Cal/s]$
$\dot{Q}$	Variação do fluxo de calor por condução	$[^\circ C]$
$\Delta x$	Comprimento ou espessura do material	$[m^2]$
$k$	Condutividade térmica	$[W/m^\circ C]$
$t$	Tempo	$[s]$
$R$	Resistência térmica	-
$R_{eq}$	Resistência térmica equivalente	-
$Q_{total}$	Somatório dos fluxos de calor por condução	$[Cal/s]$

## Símbolos Convecção

$q_c$	Fluxo de calor por convecção	$[Cal/s]$
$h_c$	Coeficiente médio de transferência de calor por convecção	$[W/m^2\circ C]$
$k_c$	Condutância térmica por convecção	$[W/m^2\circ C]$
$R_c$	Resistência térmica para convecção	-
$U$	Coeficiente global de transmissão de calor	$[W/m^2\circ C]$

## Símbolos Radiação

$q_i$	Fluxo de calor por convecção	$[Cal/s]$
$\sigma$	Constante de Boltzmann	$[W/m^2 k^4]$
$\epsilon$	Emissividade	-

## Símbolos Solidificação

$T_f$	Temperatura de fusão	$[^\circ C]$
$T_v$	Temperatura de vazamento	$[^\circ C]$
$E_s$	Energia livre do sólido	-
$E_L$	Energia livre do líquido	-
$e$	Energia interna de fase	$[J/m^3]$
$S$	Entropia	$[J/K]$
$P$	Pressão	$[Kpa]$
$V$	Volume	$[m^3]$
$H$	Entalpia	$[J]$
$\rho$	Massa específica	$[Kg/m^3]$
$L$	Calor latente	$[Cal/g]$
$\gamma_{MS}$	Tensão superficial entre molde e sólido	$[J/m^2]$
$\gamma_{ML}$	Tensão superficial entre molde e líquido	$[J/m^2]$
$\gamma_{SL}$	Tensão superficial entre sólido e líquido	$[J/m^2]$
$\theta$	Ângulo de contato entre parede e sólido	$[^\circ]$
$I_{HOMO}$	Taxa de nucleação homogênea	$[NÚCLEOS/m^2 s]$

$I_{HST}$	Taxa de nucleação heterogênea	$[NÚCLEOS/m^3s]$
$D_L$	Coeficiente de difusividade do líquido	$[m^2/s]$
$C_L$	Número de átomos no líquido	$[m^{-3}]$
$T_N$	Temperatura de nucleação	$[^\circ C]$
$a$	Distância necessária de um átomo para alcançar o núcleo sólido	$[m]$
$C_C$	Número de átomos na superfície do substrato por unidade de volume	-
$v_s$	Velocidade de solidificação	$[m/s]$
$G_{TL}$	Gradiente térmico do metal líquido	$[^\circ C/mm]$
$\dot{T}$	Taxa de resfriamento	$[^\circ C/s]$
$d_p$	Frente de expansão térmica	$[mm]$
$dT_{SL}$	Tempo transcorrido para solidificação	$[s]$
$q_N$	Fluxo de calor Newtoniano	-
$K_g$	Condutividade térmica do gás	$[W/m^\circ C]$
$T_{IS}$	Temperatura na superfície do material	$[^\circ C]$
$T_{IM}$	Temperatura na superfície do molde	$[^\circ C]$
$h_s$	Coeficiente de transferência de calor	$[W/m^2\circ C]$
$E_0$	Espessura virtual	$[mm]$
$S_0$	Camada do metal previamente solidificada	$[mm]$
$x$	Eixo x da coordenada real	$[mm]$
$x'$	Eixo x da coordenada virtual	$[mm]$
$S'$	Camada do metal previamente solidificada na coordenada virtual	$[mm]$
$T_j$	Temperatura constante na superfície do molde	$[^\circ C]$
A e B	Constantes de integração	-
$erf$	Função erro	-
$T$	Temperatura local	$[^\circ C]$
$T_m$	Temperatura no molde	$[^\circ C]$
$T_0$	Temperatura ambiente	$[^\circ C]$
$T_L$	Temperatura do metal líquido	$[^\circ C]$
$T_s$	Temperatura do metal sólido	$[^\circ C]$
$\emptyset$	Constante de solidificação	-
$a_s$	Difusividade térmica do sólido	$[m^2/s]$
$a_m$	Difusividade térmica do molde	$[m^2/s]$
$A_m$ e $B_m$	Constante de integração no perfil do molde	-

# **1. INTRODUÇÃO**

## **1.1 ASPECTOS GERAIS**

Do ponto de vista metalúrgico é importante o estudo da solidificação de metais e ligas em sistemas metal/molde, onde o molde confere forma à peça produzida e transfere calor do metal para o meio que o dissipará. A ocorrência de defeitos durante o processo de solidificação resultará em prejuízos significativos nas operações posteriores de fabricação.

A solidificação inicia-se quando o material no estado líquido atinge, durante o resfriamento, as condições termodinâmicas necessárias à transformação de fase líquida para sólida. Nessas condições, havendo um gradiente de temperatura entre o material e o meio que absorve o calor, o calor latente liberado é removido através de um ou mais mecanismos de transferência de calor.

O controle das variáveis térmicas de solidificação, para determinada composição química da liga, definirá a microestrutura final. O ponto de partida do processo de solidificação é a temperatura de início de vazamento e, subsequentemente, as formas de transporte de energia térmica a partir daquele instante. O molde além de conferir a forma à peça atua na absorção de calor proveniente do metal, garantindo a mudança de estado de agregação. Se a cinética de transferência de calor variar, as taxas de resfriamento do metal da peça variarão numa função direta. Portanto, a transferência de calor empregada na mudança de fase da massa metálica, por sua correlação imediata com variáveis térmicas do processo determinantes da estabilidade da interface sólido/líquido, condicionará a arranjo microestrutural (Garcia, 2001).

Estudos recentes têm mostrado que há variáveis significativas para o controle da solidificação, como velocidade de solidificação, gradiente térmico à frente da interface sólido/líquido, taxas de resfriamento e o grau de super-resfriamento.

## **1.2 OBJETIVO**

Considerando que solidificação é uma ciência ainda não muito explorada, torna-se fundamental entender um pouco melhor sobre as variáveis na qual este processo está sujeito. Sendo assim, este projeto foi planejado no sentido de desenvolver uma análise teórico-experimental para a qual foram estabelecidos os seguintes objetivos:

1. Revisão crítica e atualizada da literatura no que diz respeito aos métodos matemáticos para análise do processo de solidificação, às técnicas de solidificação unidirecional desenvolvidas e a estudos numéricos relacionados à solidificação unidirecional;
2. Criação de um programa que possa predizer o decaimento da temperatura em decorrência do passar do tempo;
3. Obter resultados semelhantes aos existentes na literatura.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No nosso cotidiano utilizamos diversos tipos de energia, porém uma é essencial para as nossas vidas, tanto em relação à sobrevivência como comodidade. Esta energia é o calor. Este capítulo tem como foco explanar mais como esta forma de energia está presente no nosso dia a dia e também na engenharia.

### 2.1 PRINCÍPIOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Sabe-se que o calor é transmitido de um sistema de maior temperatura para um de menor temperatura de forma espontânea. Em consequência disso, é possível prever as alterações na qual os sistemas estarão sujeitos, como: mudanças de estados, variações de temperaturas, dilatações térmicas e outros fatores que são sensíveis a mudanças de temperaturas.

A transmissão de calor pode ser explicada como uma transferência de energia. Existem formas para que esta transferência ocorra, como: condução, convecção e irradiação. No decorrer deste capítulo serão tratados cada tema de forma distinta e aprofundada.

Este processo de transferência de calor possui suas peculiaridades em relação à termodinâmica clássica, pois trabalha com sistemas na qual **não** se encontram em equilíbrio termodinâmico. Logo, as leis da termodinâmica se aplicam apenas para caracterizar o meio na qual a transferência de energia está sendo realizada. A explicação para entender o porquê este estudo não trabalha com equilíbrio térmico é apenas porque o gradiente de temperatura (diferença de temperatura) é o que motiva a realização da transferência de energia, em outras palavras, a diferença de temperatura é a força motriz da transferência de calor.

#### 2.1.1 CONDUÇÃO TÉRMICA

No processo de transmissão de calor por condução, a energia é transferida através das moléculas presentes nos materiais. A primeira molécula, mais próxima da fonte de calor, ao receber a energia na forma de calor eleva seu grau de agitação molecular, transmitindo esta agitação para as moléculas vizinhas (HALLYDAY, RESNICK e WALKER, 1996). A taxa de condução de calor em uma determinada direção é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura e ao tempo na qual esta sendo submetida ao calor. A rapidez na qual o calor se propaga depende basicamente do tipo de material, ou seja, pode ser um material que conduz bem o calor, bom condutor, ou um material que conduz mal o calor, isolante térmico. Os exemplos mais aplicados na área de engenharia que diferencia estes dois tipos de materiais são: objetos metálicos são bons condutores de calor e os cerâmicos são geralmente isolantes térmicos.

O físico francês Jean Baptiste Joseph, também conhecido como barão de Fourier, publicou, em

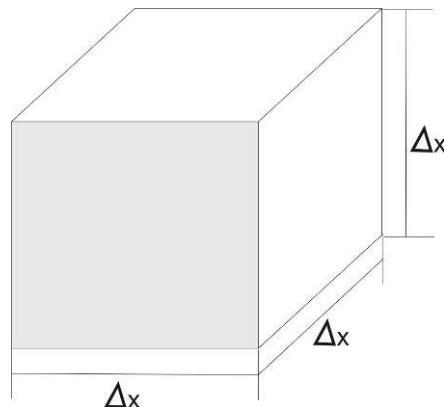
1811, um artigo onde explanava sua teoria de propagação de calor. Nesta teoria foram usadas séries trigonométricas, atualmente conhecidas como séries de Fourier. A teoria foi obtida de forma empírica, ou seja, foi estabelecida através de sucessivas experiências de condutibilidade térmica em regimes estacionários de temperaturas. O regime estacionário é estabelecido quando assumisse que as extremidades do meio onde ocorre a condução térmica são mantidas em temperatura constante (ANDRADE, E. T. et. al, 2004).

De acordo com a lei de Fourier, o fluxo de calor que passa em um material é: diretamente proporcional à diferença de temperatura ( $\Delta T$ ) e a área de secção transversal ( $A$ ), inversamente proporcional ao comprimento/espessura do material ( $\Delta x$  ou  $\Delta l$ ).

$$\dot{Q} = A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{Equação 2.1}$$

Porém existe mais uma variável que influência diretamente no fluxo de calor que é a condutividade térmica do material ( $k$ ). Este parâmetro é decorrente do material, ou seja, se o material é um bom condutor, a condutividade térmica dele é elevada e o inverso para um isolante térmico (NUSSENZVEIG, 1981). Nussenzveig diz em seu artigo basicamente que a condutividade térmica é diretamente proporcional a sua condutividade elétrica.

Ao considerar um elemento infinitesimal (Figura 2.1) e um tempo muito pequeno, a formulação de Fourier se configura de acordo com a equação 2.2.



**Figura 2.1 - Elemento infinitesimal**

$$\frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \quad \text{Equação 2.2}$$

O sinal negativo presente na equação de Fourier é em decorrência de que o calor flui de uma temperatura mais alta para uma mais baixa, ou seja, se o gradiente de temperatura é negativo o fluxo é positivo. Assim podemos exprimir a equação 2.2 na equação final 2.3.

$$\dot{Q} = kA \frac{dT}{dx} \quad \text{Equação 2.3}$$

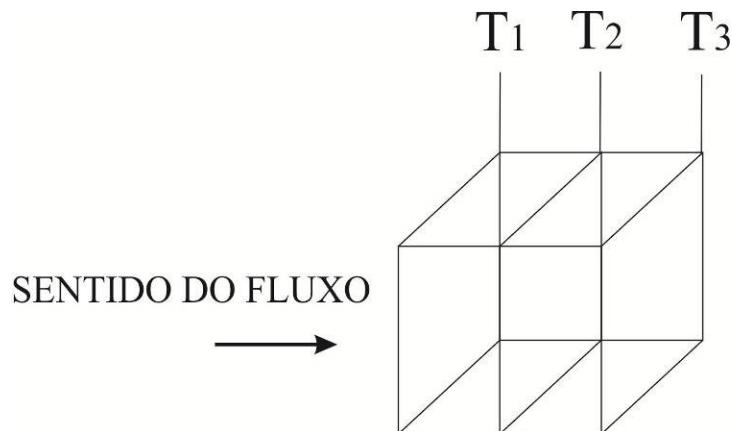
Desta equação, pode-se destacar que a diferença de temperatura é dada por:

$$\Delta T = \dot{Q} \frac{\Delta x}{kA} \quad \text{Equação 2.4}$$

Onde  $\Delta x/kA$  é a resistência térmica R.

$$R = \frac{\Delta x}{kA} \quad \text{Equação 2.5}$$

Uma explicação didática para explicar a condução térmica e suas variações é realizar uma comparação entre cada variável térmica com as variáveis elétricas. Esta abordagem facilita a explicação para modelos utilizados no nosso dia a dia, como colocar dois isolantes juntos para aumentar o conforto térmico no frio. Neste caso, as duas placas estarão em série, ou seja, suas resistências se somam exatamente igual ao caso de resistências elétricas.



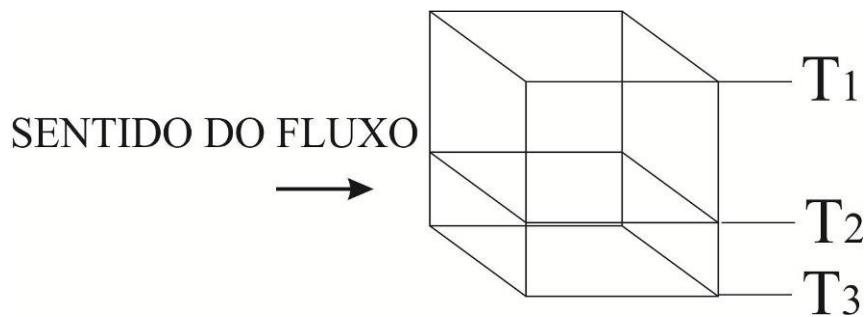
**Figura 2.3 - Placas unidas em série**

$$\Delta T_1 = T_2 - T_1 \quad \text{e} \quad \Delta T_2 = T_3 - T_2 \quad \text{Equação 2.6}$$

Sendo  $T_2 - T_1 = \dot{Q}R_1$  e  $T_3 - T_2 = \dot{Q}R_2$  de acordo com equação 2.4. Logo ao somar as duas situações obtêm:

$$\Delta T = T_1 - T_3 = (R_1 + R_2)\dot{Q} = R_{eq}\dot{Q} \quad \text{Equação 2.7}$$

Esta situação é aplicada apenas para a condição de montagem em série. O outro tipo de construção possível é a em paralelo. Nesta condição (figura 2.3), ocorre o somatório de fluxo de calor da seguinte forma:



**Figura 2. 2 - Placa unidas em paralelo**

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dots = \left(\frac{\Delta T_1}{R_1}\right) + \left(\frac{\Delta T_2}{R_2}\right) + \dots \quad \text{Equação 2.8}$$

Ou seja,

$$Q_{total} = \Delta T / R_{eq} \quad \text{Equação 2.9}$$

Sendo a resistência equivalente expressa por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad \text{Equação 2.10}$$

## 2.1.2 CONVECÇÃO TÉRMICA

“A convecção é o processo de transporte de energia pela ação combinada da condução de calor, armazenamento de energia e movimento de mistura. Tal processo é importante principalmente como mecanismo de transferência de energia entre uma superfície sólida e um líquido e/ou gás” (Kreith, F. e Bohn, MS.,2003). Quando um corpo sólido é inserido em um meio fluido na qual possui uma temperatura maior ou menor do que a dele, ocorre uma troca de calor entre o fluido e o corpo gerando assim uma diferença de densidade das camadas do fluido. Este fato acarreta a criação das correntes de convecção.

Existem formas distintas para se ocorrer uma convecção, a convecção natural e a forçada. A convecção natural ocorre quando estas correntes de convecção surgem apenas por causa das diferenças de temperatura. No caso da convecção forçada, um agente externo acelera o surgimento desta corrente de convecção (PENTEADO, 1998). Geralmente os valores de troca de calor por convecção forçada são superiores ao da natural.

O calor, por unidade de tempo, transmitido de uma superfície sólida para um fluido por convecção pode ser calculado da seguinte forma:

$$q_c = h_c A \Delta T$$

Equação 2.11

Onde,  $h_c$  é o coeficiente médio de transmissão de calor por convecção que depende da geometria, velocidade e das propriedades do fluido, geralmente medido em  $[Kcal/(h^{\circ}Cm^2)]$ . A grandeza A corresponde a área da seção transversal em  $[m^2]$  e  $\Delta T$  é a variação da temperatura entre a superfície do sólido e o fluido.

A condutância térmica por convecção ( $k_c$ ), condução térmica por meios de convecção, pode ser descrita pela equação abaixo.

$$k_c = h_c A$$

Equação 2.12

Reciprocamente, a condutância térmica é o inverso da resistência térmica (Kreith, F. e Bohn, MS.,2003).

$$R_c = \frac{1}{k_c}$$

Equação 2.13

Logo a Equação 2.11 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$q_e = \Delta T / R_e$$

Equação 2.14

Porém nas aplicações reais, os cálculos efetuados utilizam combinações de componentes como foi mostrado no tópico acima de condução térmica. Em decorrência disso, deve-se realizar um cálculo da resistência equivalente  $R_{eq} = R_e$  de acordo com a disposição da montagem dos elementos: em série ou paralelo. Este termo  $1/R_{eq}$  ou  $1/R_e$  é usualmente substituído por outro termo chamado de coeficiente global de transmissão de calor (U). Este termo U é calculado por unidade de área A obtendo-se então a Equação 2.15.

$$q = UA\Delta T$$

Equação 2.15

### 2.1.3 RADIAÇÃO TÉRMICA

“A radiação é um processo pelo qual o calor é transmitido de um corpo a alta temperatura para um de mais baixa temperatura quando tais corpos estão separados no espaço, ainda que exista vácuo entre eles” (Kreith, F. e Bohn, MS.,2003). De acordo com esta definição pode-se observar que não há necessidade de um contato físico entre os corpos para que a energia seja transmitida como nos dois outros métodos já citados acima.

A energia é transmitida na forma de quanta (porções discretamente definidas). Todos os corpos que possuem temperatura maior que do zero absoluto (zero Kelvin), possuem uma irradiação de calor na forma de quanta. Existem corpos que emitem mais ou menos energia, dependendo do material na qual é composto, variações de cores (comprimento de ondas) e outros fatores.

No ano de 1893 o físico austríaco Joseph Stefan fez uma descoberta referente a energia radiante emitida por um corpo negro. Tal energia é proporcional à quarta potência da temperatura. Posteriormente, Boltzmann estudando o mesmo segmento que Stefan, descobriu o valor de uma constante na qual relaciona o nível de energia microscópica que uma partícula possui a uma determinada temperatura. Esta constante foi denominada de constante de Boltzmann ( $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$ ).

O fluxo de calor ( $q_i$ ) nessas condições pode ser quantificado pela seguinte fórmula:

$$q_i = \epsilon\sigma\Delta T^4$$

Equação 2.16

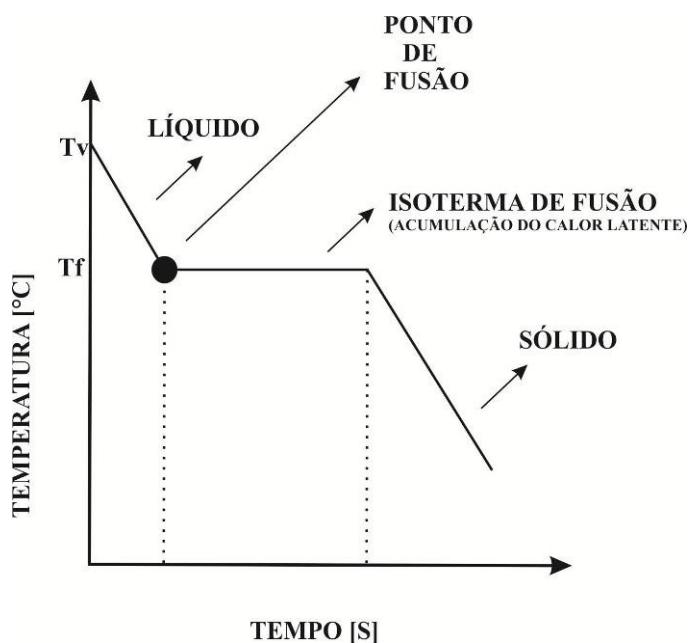
Na qual  $\epsilon$  é a emissividade do material, A a área na qual sofre a radiação e T é a temperatura absoluta.

## 2.2 SOLIDIFICAÇÃO

Segundo Garcia (Garcia,2001) a solidificação de um material é fundamentalmente um processo de transferência de calor em regime transitório ou estacionário. Para que ocorra a solidificação de um corpo é necessário que este libere determinada quantidade de calor latente ocasionando uma abrupta redução de energia, reduzindo as oscilações térmicas das moléculas, e consequentemente tornando-se sólido. Para a indústria, o entendimento aprofundado deste fenômeno é de vital importância, pois ele define a qualidade do material a serem produzidos pelas siderúrgicas e também quais são as variáveis que o regem.

## 2.3 SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS PUROS

Uma substância pura ou que esteja em seu ponto eutético, pode existir em uma condição de equilíbrio na fase líquida como na fase sólida de acordo com o gráfico hipotético abaixo.



**Figura 3.3 - Diagrama de fase**

Como mostrado no gráfico acima, existe um ponto denominado ponto de fusão onde pode coexistir material líquido com sólido em equilíbrio. Este ponto é onde ocorre a acumulação da energia de latência, ou seja, energia absorvida apenas para mudança de fase. Este tipo de energia não eleva ou diminui a temperatura do composto como pode ser visto no “ponto”. Acima deste ponto é Líquido e abaixo é sólido.

Para que ocorra a solidificação, são necessários dois passos: o primeiro passo é a nucleação que pode ser realizada de forma homogênea ou heterogênea e o segundo passo é a propagação destes núcleos (crescimento da região solidificada).

O ponto de fusão pode ser definido segundo Garcia, como uma temperatura na qual líquido e sólido possuem o mesmo nível de energia. Em decorrência disto, pode ser realizada a igualdade abaixo.

$$E_s = E_l$$

Equação 2.16

$$E = e - (T \cdot S) + (p \cdot V)$$

Equação 2.17

Onde  $e$  é a energia interna de fase ( $J/m^3$ ),  $S$  entropia do sistema,  $p$  pressão e  $V$  o volume. Como a definição de entalpia ( $H = e + p \cdot V$ ), pode-se reescrever a equação acima da seguinte forma:

$$E = H - (T \cdot S)$$

Equação 2.18

Aplicando este equação n igualdade mencionada acima, obtêm-se:

$$H_l - T_l S_l = H_s - T_s S_s$$

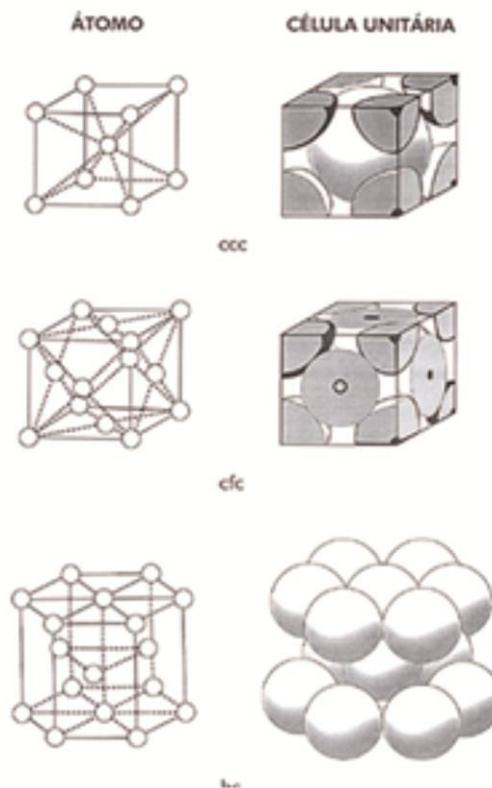
Equação 2.19

Sabendo que  $H_l - H_s = \rho \cdot L$  resulta-se em uma equação em função da variação da entropia.

$$\Delta S = \frac{L}{T_f} \rho$$

Equação 2.20

Interpretando-se esta equação, nota-se que a variação do grau de entropia (ordenamento) varia de acordo com duas variáveis, calor latente ( $L$ ) e Temperatura de fusão ( $T_f$ ). Apesar destas dependências, o termo  $\Delta S$  também varia com a forma como a estrutura cristalina é desenvolvida na solidificação, ou seja, estrutura metálica cúbica de faces centradas (CFC), cúbica de corpo centrado (CCC) e hexagonal compacta (HC) possuem ponto de fusão elevado quando comparadas com estruturas de ligação covalente. A figura abaixo mostra detalhadamente cada uma das geometrias mencionadas acima.



**Figura 2.4 - Cúbica de face centrada, cúbica de corpo centrado e hexagonal compacta**

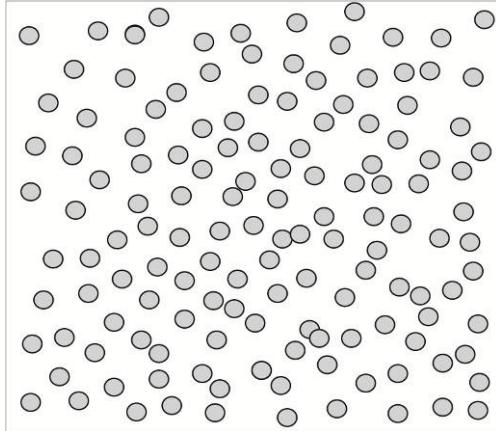
Outro fator importante é o vazamento do metal em uma situação configurada de superaquecimento. Esta situação nada mais é do que vazar o metal com uma temperatura superior à temperatura de fusão para que o mesmo consiga obter a forma do molde na qual esta sendo colocado. Esta diferença de temperatura de vazamento é expressa da seguinte forma:

$$\Delta T_v = T_v - T_f$$

Equação 2.21

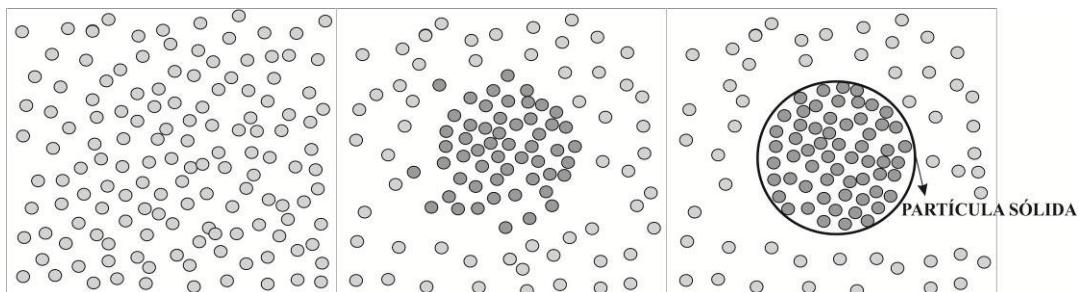
## 2.4 NUCLEAÇÃO HOMOGÊNEA

O processo de nucleação que ocorre em uma fase homogênea se dá o nome de nucleação homogênea. Nesta, a partícula pode ser nucleada em qualquer local do sistema, pois não há sítios preferenciais para a nucleação. Para entendermos melhor as reações que ocorrem entre os líquidos e sólidos, devemos admitir que se trata de uma solidificação de metais puros e que todas as suas partículas sólidas sejam em formato de esferas (Figura 2.5). Esta suposição pode ser feita, pois o formato das partículas não interfere significativamente na velocidade de nucleação.



**Figura 2.5 - Partículas sólidas de formato esférico**

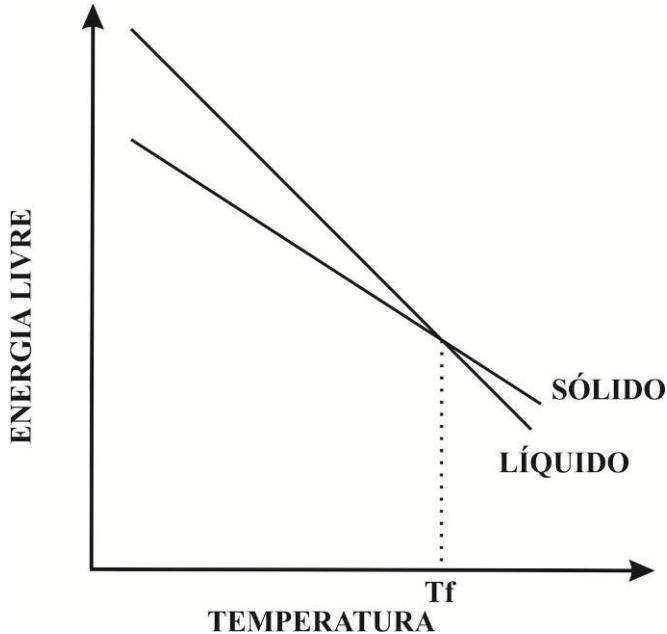
Na nucleação os átomos passam a se agregar com os átomos da vizinhança, em escala atômica. A figura abaixo demonstra a formação de um precipitado, ou seja, uma nucleação em andamento.



**Figura 2.6 - Partícula se solidificando**

O surgimento deste sólido no interior do líquido não interfere na disposição energética dos elementos do sistema metal líquido/sólido. Esta não interferência ao redor é que configura científicamente que a nucleação é homogênea (Garcia, 2001).

Em metais puros pode ocorrer o surgimento de regiões nucleadas instável mesmo antes de o metal chegar à temperatura de fusão. Existe somente um ponto na qual esta exceção pode acontecerO qual está expresso no gráfico abaixo, onde a energia livre total da parte líquida é igual à parte sólida ( $E_L = E_s$ ).



**Figura 2.7 - Diagrama de energia livre versus temperatura**

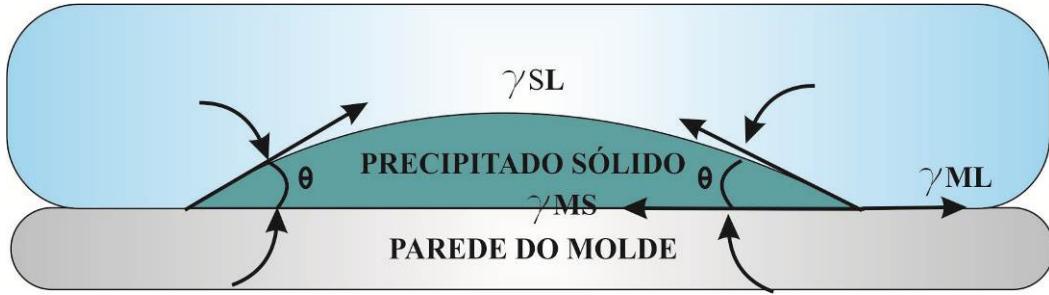
Quando a temperatura do material estiver abaixo da  $T_f$ , ocorre um decréscimo da energia livre em decorrência da transformação de uma porção do volume líquido em sólido. Com esta redução da energia livre e temperatura, acontece um maior grau de super-resfriamento (um resfriamento do corpo fora do equilíbrio termodinâmico) e com isso, surge uma força de transformação líquido/sólido que desencadeia uma alta taxa de nucleação. (Reed Hill, R. E., 1983)

## 2.5 NUCLEAÇÃO HETEROGENEA

No cotidiano da engenharia, quase todos os processos de nucleação acontecem de forma heterogênea.

Esta nucleação surge da seguinte forma: os núcleos de tamanhos críticos sofrem uma ação catalítica por parte de um agente estranho presente no corpo líquido denominado de substrato. Esta ação catalítica gera uma tendência de surgimento de núcleos em sítios favoráveis.

Uma condição essencial para que haja a nucleação heterogênea é que a superfície que será a catalisadora do processo de nucleação, deve ser “molhada” pela nova fase nucleada. Assumindo-se que existe uma partícula sólida com formato de esfera unida na parede do molde, sabendo que esta parede é “molhada” tanto por líquido quanto por sólido, temos a situação mostrada abaixo.



**Figura 2.8 - Equilíbrio as tensões superficiais**

O equilíbrio das tensões superficiais  $\gamma_{ML}$ (entre molde e líquido),  $\gamma_{MS}$ (entre molde e sólido) e  $\gamma_{SL}$ (entre sólido e líquido), pode ser demonstrado pela seguinte fórmula:

$$\gamma_{MS} = \gamma_{ML} - \gamma_{SL} \cos \theta \quad \text{Equação 2.22}$$

Infere-se que as tensões superficiais entre o molde e sólido são inferiores as do molde e líquido, pois as tensões superficiais dos líquidos são mais elevadas. Com a presença da superfície MS, subentende-se que a energia associada na área é reduzida (átomos mais quietos em decorrência da solidificação) e com isso esta redução de energia é passada para os átomos vizinhos gerando então a energia total de superfície da nucleação heterogênea. Esta variação da energia livre para o caso heterogêneo é muito menor do que a do caso homogêneo, logo a nucleação heterogênea requer menos energia do que a nucleação homogênea para acontecer. Por conta disso que ela é mais comum na natureza.

$$\Delta E_{\text{Heterogêneo}} \ll \Delta E_{\text{Homogêneo}} \quad \text{Equação 2.23}$$

## 2.6 TAXA DE NUCLEAÇÃO

A taxa de nucleação é a rapidez na qual surgem os núcleos sólidos em meio ao líquido e se propagam até o final da solidificação.

A teoria na qual Garcia embasa seus estudos nesta etapa do trabalho é a teoria de TutnBull e Fisher que pode ser escrita da seguinte forma:

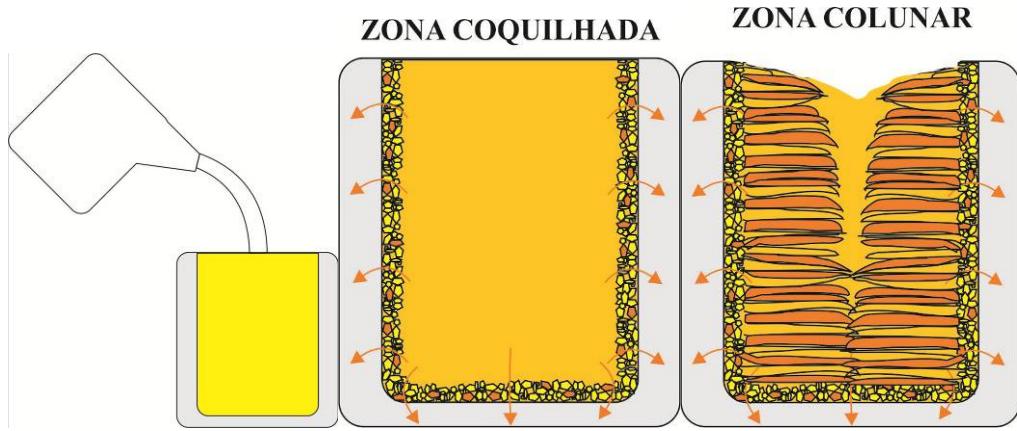


Figura 2.9 - Surgimento da zona coquihada e colunar

$$I_{\text{Homo}} = \left(\frac{D_L}{a^2}\right) \left(\frac{4\pi r_c^2}{a_2}\right) C_L \cdot \exp\left(\frac{16\pi\gamma_{SL}T_f^2}{3(\rho L)^2\Delta T r^2 k T_N}\right) \quad \text{Equação 2.24}$$

Onde:

$I_{\text{Homo}}$  = taxa de nucleação homogênea,

$a$  = Distância necessária de um átomo para alcançar o núcleo sólido, geralmente  $0,3 \cdot 10^{-9} [\text{m}]$ ,

$D_L$  = Coeficiente de difusão do líquido, geralmente  $10^{-9} [\text{m}^2/\text{s}]$ ,

$C_L$  = Número de átomos no líquido, geralmente  $10^{28} [\text{m}^{-3}]$ ,

$k$  = Constante de Boltzmann,

$T_N$  = Temperatura de nucleação.

Substituindo os valores sugeridos por Garcia, obtemos:

$$I_{\text{Homo}} = 10^{40} \cdot \exp\left(\frac{16\pi\gamma_{SL}T_f^2}{3(\rho L)^2\Delta T r^2 k T_N}\right) \quad \text{Equação 2.25}$$

No caso da nucleação heterogênea, a variável  $C_L$  é substituída por número de átomos na superfície do substrato por unidade de volume do líquido ( $C_a$ ) que geralmente é igual a  $10^{20}$ , logo:

$$I_{\text{Homo}} = 10^{30} \cdot \exp\left[\left(\frac{16\pi\gamma_{SL}T_f^2}{3(\rho L)^2\Delta T r^2 k T_N}\right) \cdot f_\theta\right] \quad \text{Equação 2.26}$$

Sabendo que o termo  $f_\theta$  é referente à angulação mostrada na figura 2.8.

## 2.7 VARIÁVEIS TÉRMICAS

Como foi mencionada no início deste capítulo, a solidificação é um processo na qual a indústria possui muito interesse. Então, devem-se saber quais são as variáveis que regem este processo, pois elas influenciam fortemente nas características do produto final fundido. Estas variáveis são:

- Velocidade de solidificação ( $V_s$ ),
- Gradiente térmico do metal líquido ( $G_{TL}$ ),
- Taxa de resfriamento ( $\dot{T}$ ).

Atualmente com o surgimento rápido dos modelos computacionais, os pesquisadores estão partindo para determinação destes coeficientes por métodos numéricos. Este método possui inúmeras complicações, pois este procedimento de solidificação tem vários fatores não lineares, em decorrência disso são necessárias diversas condições de contorno. Existem trabalhos atuais desenvolvidos por pesquisadores tais com: Garcia, A., Cheung, Noé., Ferreira, I.... , que estão em estágio avançado neste ramo de pesquisa.

### 2.7.1 VELOCIDADE DE SOLIDIFICAÇÃO

A velocidade de solidificação nada mais é do que a velocidade na qual a interface sólido/líquido se propaga no procedimento de solidificação como mostrado na figura abaixo.



Figura 2.10 – Velocidade de propagação da interface sólido/líquido

Com o decorrer da solidificação a velocidade vai sendo reduzida quando estiver se aproximando do final do molde. Isso se deve ao fato de haver um aumento da resistência térmica da camada solidificada e com isso diminuindo a transmissão de energia para o final (Da Silva 2006).

A formulação desta velocidade é a razão entre a medida deslocada na frente de expansão ( $dP$ )

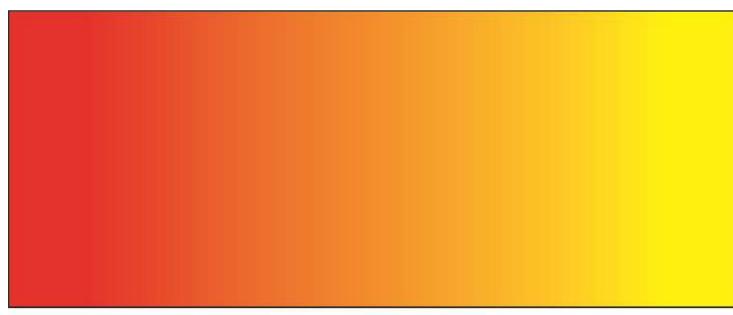
pelo tempo transcorrido ( $dT_{SL}$ ).

$$V_s = \frac{dP}{dT_{SL}}$$

Equação 2.27

## 2.7.2 GRADIENTE TÉRMICO

Esta variável é a única das três na qual o processo de solidificação não possui controle, pois ela depende da taxa de resfriamento, do material e de outros fatores. Este gradiente é a diferença da temperatura da parte sólida em relação à parte ainda no estado líquido. Segundo Garcia em um processo de solidificação unidirecional o aumento do gradiente térmico favorece o surgimento de grãos. Este gradiente, assim como a velocidade de solidificação, vai decaindo com o decorrer do processo, pois tende sempre ao equilíbrio de temperatura (homogeneização).



- TEMPERATURA > 1500°C
- TEMPERATURA < 500°C

Figura 2.11 - Gradiente térmica

A equação que norteia esta variável é:

$$G_{TL} = \frac{dT}{dP} = V_s \frac{L_p}{k}$$

Equação 2.28

## 2.7.3 TAXA DE RESFRIAMENTO

Esta variável térmica é a mais importante para a indústria metalúrgica, pois eles conseguem ter o controle da taxa de resfriamento utilizando jatos d'água nas paredes do molde. Para que este tratamento tenha efeito, as paredes têm que ser finas para que seja possível a troca de calor por condução e convecção com o meio externo. Tendo este controle, é possível estimar a velocidade de solidificação e consequentemente o gradiente térmico no metal.

Esta taxa de resfriamento é o produto da velocidade de solidificação com o gradiente local (Garcia 2001).

$$\dot{T} = G_{TL} \cdot V_s = V_s^2 \frac{L_p}{k} \quad [\text{°C/s}]$$

Equação 2.29

## 2.8 MECANISMOS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR NA SOLIDIFICAÇÃO

A partir de um molde retangular básico, (Figura 2.12) pode-se obter um elemento na qual são evidenciados claramente todos os modos de transferência de calor que estão envolvidos no processo de solidificação (Figura 2.13). No caso empregado neste trabalho a solidificação é unidirecional, possuindo uma peculiaridade: interação chapa molde e o metal sólido/líquido (transferência Newtoniana).

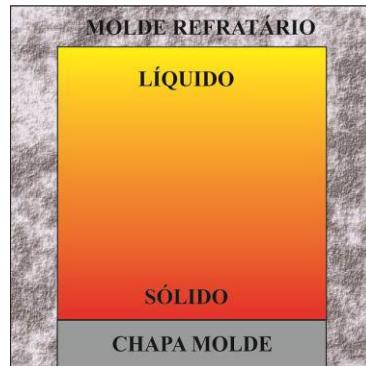


Figura 2.12 - Conjunto retangular para solidificação unidirecional

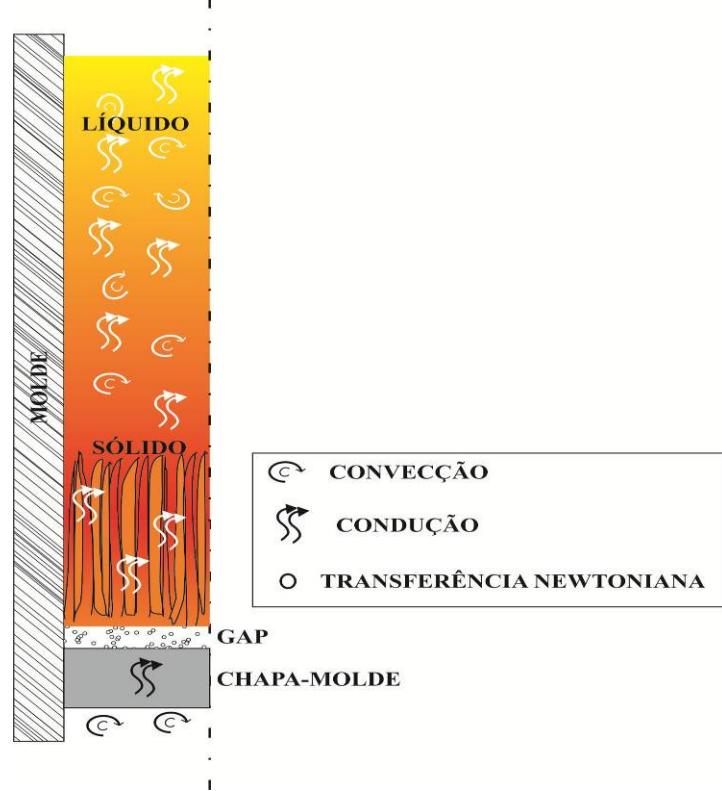
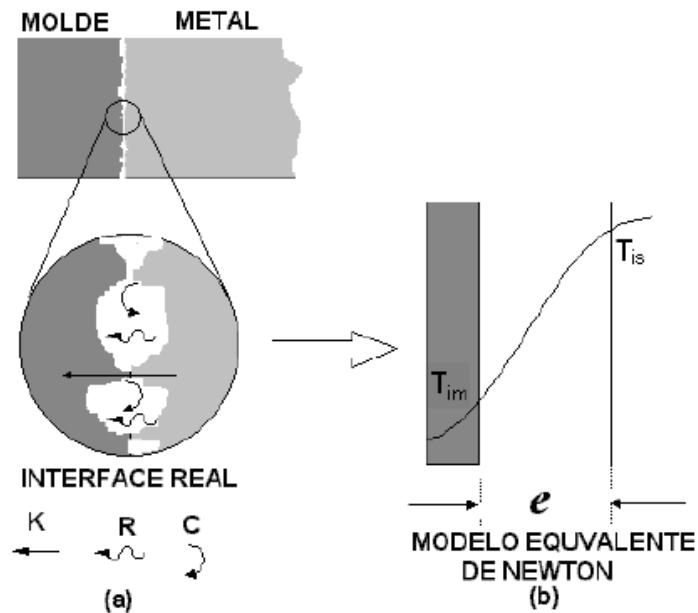


Figura 2.13 - Transferências de calor que ocorrem na solidificação

A transferência Newtoniana ocorre quando o metal ao ser vazado no molde, ele se conforma de acordo com a geometria do mesmo, porém ao entrar em contato com a chapa-molde (metal responsável pela retirada do calor do metal, gerando assim a solidificação em apenas uma direção), o metal líquido não preenche perfeitamente o espaço. Este não preenchimento cria regiões de contato direto onde acontece a condução e regiões fechadas sem contato na qual acontece à convecção natural.

Newton realizou um experimento que é utilizado como alternativa para dimensionamento do fluxo de calor para situações deste tipo. Neste experimento ele considerou que os lados de contato possuem superfícies perfeitamente lisas, porém espaçados por um valor conhecido “e” (Figura 2.14).



**Figura 2.14 - Transferência newtoniana**

O fluxo de calor ( $q_N$ ) para as condições impostas por Newton é determinado por:

$$q_N = \frac{K_g}{e} (T_{is} - T_{im}) \quad \text{Equação 2.30}$$

$K_g$ = Condutividade térmica do gás,

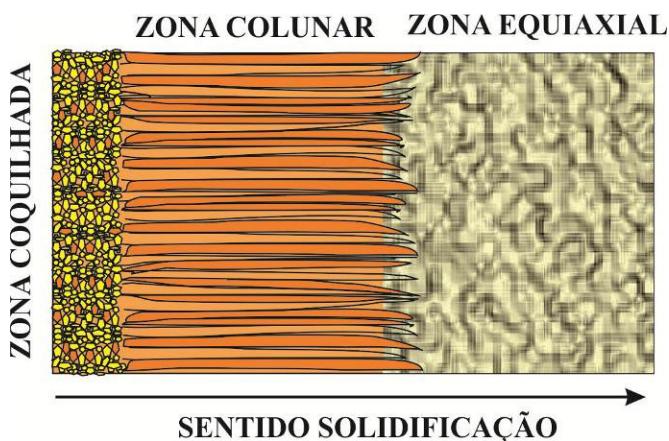
$T_{is}$ = Temperatura na superfície do material,

$T_{im}$ = Temperatura na superfície do molde,

## 2.9 MACROESTRUTURA

O processo de solidificação é constituído por etapas subsequentes a partir da formação de núcleos sólidos no material líquido, crescimento destes grãos por sítios favoráveis (nucleação heterogênea) ou crescimento livre (nucleação homogênea) na qual irão formar a macroestrutura da peça. Pode-se definir a macroestrutura de um material como sendo a distribuição, orientação, forma e dimensão dos grãos cristalinos (Richeli, L. e Garcia, A.,2008).

No panorama da macroestrutura podem-se ser identificadas três regiões distintas: Zona coquihada, colunar e equiaxial central. (Figura 2.15)



**Figura 2.15 - Macroestrutura de solidificação**

### 2.9.1 ZONA COQUILHADA

Este tipo de macroestrutura está localizada na região do contato entre o metal líquido e a chapa molde fria. Este contato provoca um decréscimo de temperatura rapidíssimo (super-resfriamento), ocasionando uma intensa nucleação dos grãos com orientações aleatórias. Em decorrência dessa solidificação rápida os grãos não possuem tempo para se desenvolver, gerando assim grãos de pequenas dimensões (Bower e Flemings, 1967).

### 2.9.2 ZONA COLUNAR

A zona colunar inicia-se a partir dos grãos já solidificados pelo super-resfriamento provocado na zona coquihada. Os grãos possuem cristais alongados e alinhados paralelamente a direção do fluxo de calor. No caso da solidificação unidirecional, esta zona é a zona na qual são realizados todos os testes, pois exclusivamente nela ocorre a unidirecionalização da solidificação (Chalmers, 1968).

### 2.9.3 ZONA EQUIAXIAL CENTRAL

Nesta zona ocorre um crescimento de grãos cristalinos sem orientações definidas e com dimensões grandes quando comparados com os da zona coquilha. Estes grãos crescem de forma irregular o que acaba atrapalhando o desenvolvimento dos cristais provenientes da zona colunar.

### 2.9.4 TRANSIÇÃO COLUNAR/EQUIAXIAL

Existem peças que são fundidas que possuem apenas uma das zonas, porém em materiais mais complexos a presença das duas maiores zonas é predominante, surgindo assim a transição colunar/equiaxial (Figura 2.16).

Na transição colunar/equiaxial os grãos provenientes da zona equiaxial crescem em uma forma de competição contra interface crescente que vem logo atrás dele (zona colunar). Caso os cristais equiaxais sejam pequenos, eles basicamente são absorvidos pelo crescimento colunar, criando as formas colunares dendríticas. Existe outra possibilidade na qual depende exclusivamente da zona super-resfriada à frente da interface colunar. Se este resfriamento for alto, ocorre uma elevação das nucleações equiaxais que geram uma resistência contra o desenvolvimento dos cristais colunares, bloqueando-os.

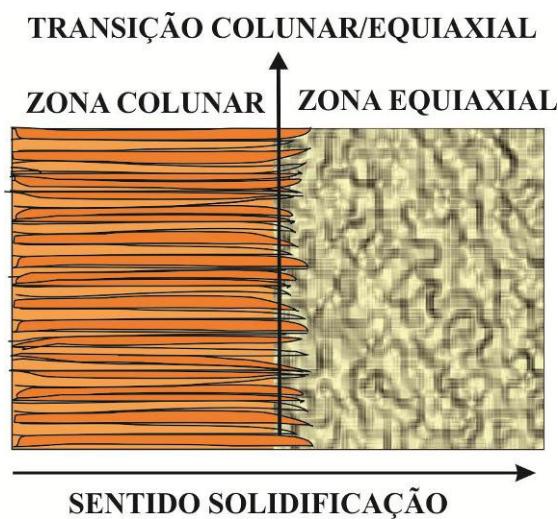


Figura 2.16 - Transição estruturas colunares para equiaxiais

Existem trabalhos de teóricos (Siqueira et al., 2002 e Canté et al., 2007) que enfatizam o aumento da área útil da zona colunar (reduzindo a equiaxial). Tais trabalhos enumeraram as teorias na seguinte ordem:

- Superaquecimento: este artifício pode ser utilizado para eliminar totalmente ou quase totalmente a zona equiaxial;
- Pré-aquecimento: o pré-aquecimento do molde provoca algo semelhante ao

superaquecimento;

- Velocidade de solidificação: quanto maior for à velocidade, mais favorável o desenvolvimento da zona colunar;
- Gradiente térmico: quando maior o gradiente térmico, mais favorável o desenvolvimento da zona colunar.

## 2.10 MICROESTRUTURAS

As microestruturas possuem variações tal como as macroestruturas, porém o que interfere o tipo de microestrutura é a forma da evolução da interface sólido/líquido. O que rege esta interface é o super-resfriamento, pois a presença dele na parte líquida provoca uma instabilidade que dá origem a diferentes morfologias que são denominadas de: planar, celular e dendrítica (Figura 2.17).

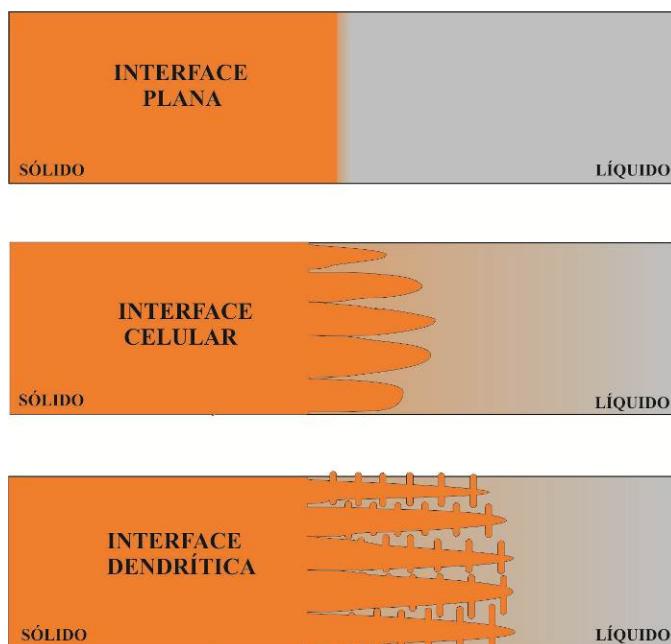


Figura 2.17 - Tipos de microestruturas

Estas estruturas surgem em ligas binárias. Quando ocorre um super-resfriamento (SR) pequeno a interface sólido/líquido desenvolve uma morfologia do tipo celular. Este tipo de morfologia surge porque o SR cria uma protuberância na frente da interface provocando com isso um caminho preferencial para o desenvolvimento da interface, formando assim este formato.

Quando ocorre um SR elevado, a forma celular é reduzida, tornando-se assim o tipo de microestrutura dendrítica. Este tipo de morfologia possui um formato característico de uma cruz de malta, pois existem os caminhos principais (primários) e os caminhos secundários que são braços perpendiculares ao caminho primário (Garcia 2001).

## 2.11 SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL VERTICAL ASCENDENTE

O modelo geométrico na qual proporciona um tipo de solidificação unidirecional vertical é o modelo mais utilizado no âmbito científico, podendo mencionar diversos trabalhos e autores. O aparato experimental deve ser montado de forma que o molde refrigerado fique localizado na parte inferior do molde, gerando com isso uma solidificação no sentido baixo para cima. Algo a ser analisado neste experimento é a ação da gravidade atuando contra a solidificação e com isso mantendo mais tempo o líquido em contato com a chapa-molde refrigerada. Como este contato é mantido permanente e estável, pode excluir a variável de convecção interna (sólido se refundir) presente no líquido o que faz com que o modelo seja simplificado (Rosa, 2007).

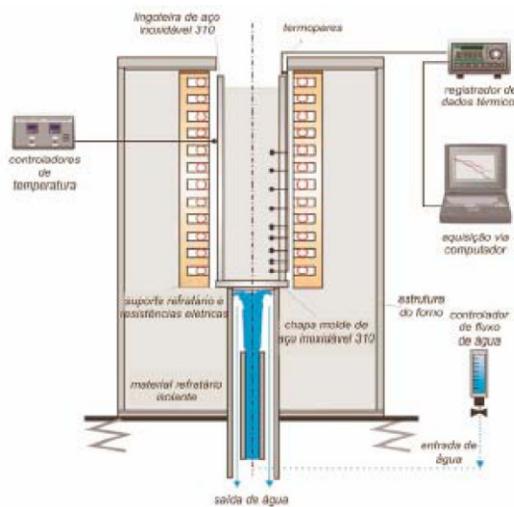
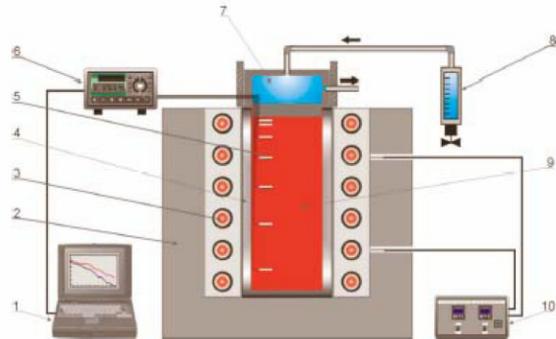


Figura 2.18 – Dispositivo de solidificação vertical ascendente utilizado por Siqueira (2002), Rocha (2003), Sá (2004), Peres (2005) e Rosa (2007).

## 2.12 SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL VERTICAL DESCENDENTE

A disposição do aparato nesta etapa é muito semelhante ao já mencionado acima, porém a grande diferença é a localização da chapa-molde refrigerada a qual fica localizada no topo do experimento. Esta mudança de localização provoca uma solidificação unidirecional no sentido cima para baixo, ou seja, à favor da gravidade. Este sentido favorável à gravidade provoca uma tendência de descolar o metal líquido da interface chapa-molde/líquido, podendo maximizar a ação da transferência Newtoniana e neste caso é necessário envolver a variável de convecção interna do material. O interessante neste experimento é basicamente a realização de uma comparação entre a solidificação vertical ascendente e descendente e analisar a interferência gerada pela presença da convecção (Rosa, 2007).

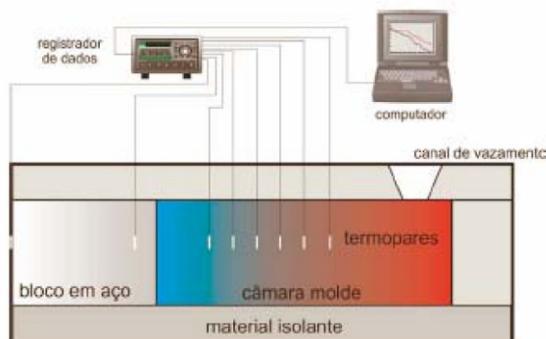


**Figura 2.19 – Dispositivo de solidificação vertical descendente utilizado por (Spinelli, 2005);**  
**(1) Aquisição via computador; (2) Material refratário isolante; (3) Resistência elétrica; (4)**  
**Lingoteira bipartida; (5) Termopares; (6) Registrador de dados térmicos; (7) Câmara de**  
**Refrigeração; (8) Rotâmetro; (9) Metal líquido; (10) Controle de potência do forno.**

## 2.13 SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL HORIZONTAL

A forma horizontal é, sem dúvida, uma configuração bastante complexa sob ponto de vista de determinação das variáveis térmicas de solidificação. Neste caso, o processo pode ser conduzido de duas maneiras distintas, isto é, a partir do vazamento de metal líquido dentro do molde isolado termicamente nas laterais: com o calor sendo retirado somente por uma das extremidades através de um bloco maciço metálico. Nesse caso, a turbulência do vazamento induz correntes de convecção forçada que levam algum tempo para se dissipar e agem com intensidades diferentes ao longo da seção do lingote. Outra maneira seria com o calor sendo extraído através de uma câmara de refrigeração. As outras paredes foram todas construídas com material isolante à base de sílica para garantir que a maior parte da carga térmica seria retirada apenas através da parede metálica.

A posição do orifício cônico na tampa superior próximo à parede oposta à parede metálica tem a finalidade de minimizar a turbulência proporcionada pelo vazamento de metal líquido, que seria maior se o fluxo do mesmo ocorresse mais próximo à parede metálica (Quaresma, 1999).

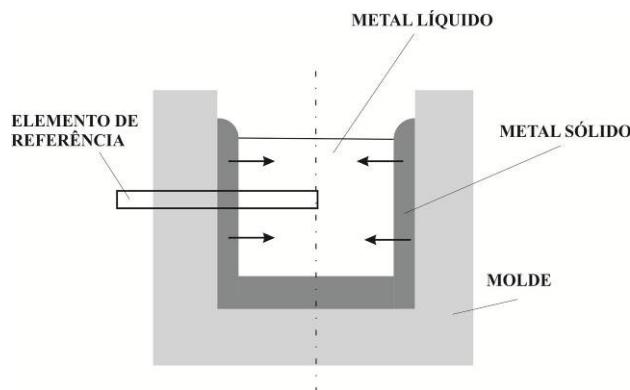


**Figura 2.20: Dispositivo de solidificação unidirecional horizontal utilizado por (Quaresma, 1999; Goulart, 2005).**

A análise da transferência de calor durante um processo de solidificação tem dois objetivos básicos: determinação da distribuição das temperaturas no sistema metal/molde e da velocidade da fronteira de solidificação (interface líquido/sólido) (Garcia, A.2001). Este método de modelagem possui uma complexidade considerável em decorrência da contínua geração do calor latente presente na interface líquido/sólido, pelo deslocamento não linear desta interface no caso de ligas binárias e pela presença da transferência Newtoniana entre a chapa-molde e o metal líquido. Neste capítulo serão apresentadas as únicas formas na qual é possível buscar soluções para o caso de solidificação unidirecional, são elas: métodos analítico, experimental e numérico.

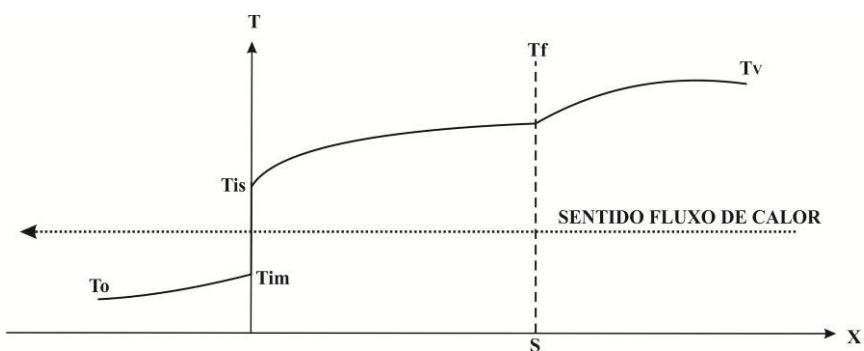
## 2.14 MODELO ANALÍTICO DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS PUROS E LIGAS EUTÉTICAS

Segundo Garcia, metais de ligas puras e misturas eutética possuem uma interface líquido/sólido muito bem definido (frente plana), pois o ponto de fusão ocorre a uma mesma temperatura. Para uma melhor explicação do problema analisado será utilizado um elemento referência (figura 2.21) na qual representa um processo de solidificação unidirecional.



**Figura 2.21 - Conjunto de solidificação**

Colocando um sistema de coordenadas característico neste elemento de referência obtém:



**Figura 2.22 - Sistema de coordenadas no elemento de referência**

Para que este sistema de coordenadas possa ser validado com o caso mais próximo do real, é necessária a elaboração de condições na qual regem a física envolvida (Garcia, 1978,1979).

- Fluxo de calor é considerado perfeitamente unidirecional;
- A resistência térmica presente na interface metal/molde é representada por um coeficiente de transferência de calor  $h_i$ ;
- Fronteira entre líquido/sólida macroscopicamente plana;
- É desprezada a convecção no metal líquido sendo considerado apenas o fluxo por condução;
- As propriedades termofísicas dos materiais são mantidas constantes.

Como se sabe da existência de uma interrupção no perfil de temperatura decorrente das condições da interface chapa-molde/sólido, é preciso admitir uma hipóteses para que se torne possível o uso da equação da condução para regimes transitórios. Esta hipótese é:

- A resistência térmica Newtoniana será equivalente a duas parcelas:
  - 1º parcela: equivalente a espessura “ $E_0$ ” adicionada ao molde;
  - 2º parcela: Decorrente da camada de metal previamente solidificada “ $S_0$ ”.

Em consequência do acréscimo das duas parcelas, o sistema de coordenadas será divido em duas situações: situação real e situação virtual. Para que seja possível trabalhar com o sistema virtual são necessárias transposições das variáveis do caso real para o virtual. Tais transposições são:

$$x' = x + S_0 \text{ para } x > 0 \quad \text{Equação 2.31}$$

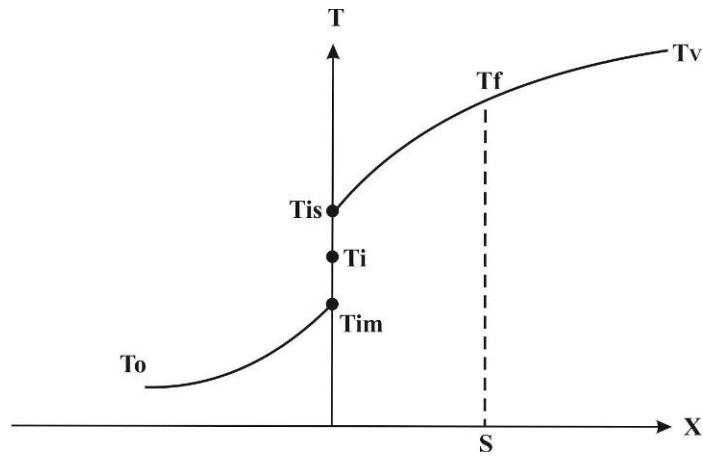
$$x' = x + E_0 \text{ para } x < 0 \quad \text{Equação 2.32}$$

$$S' = S + S_0 \quad \text{Equação 2.33}$$

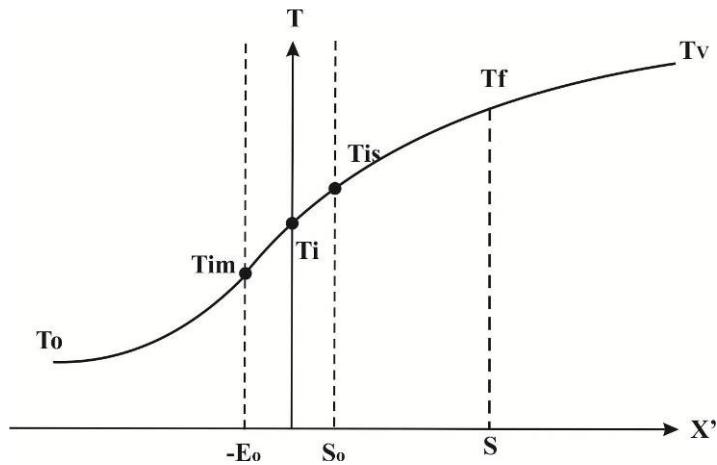
$$t' = t + t_0 \quad \text{Equação 2.34}$$

Onde  $x'$  é a distância do sistema virtual,  $S$  e  $S'$  são respectivamente as camadas solidificadas no sistema real e virtual,  $t$  e  $t'$  os tempos em cada um desses sistemas e  $t_0$  o tempo na qual ocorre a

solidificação da camada virtual  $S_v$ . No plano virtual, a seção adicionada para simular a resistência Newtoniana possui uma temperatura constante e equivalente a  $T_f$ .



**Figura 2.23 - Sistema de coordenada real**



**Figura 2.24 - Sistema de coordenada virtual**

Para o sistema virtual, o equacionamento do fluxo de calor pode ser descrito utilizando a equação básica de Fourier para regimes transitórios, obtendo-se:

$$T = A + B \operatorname{erf} \left| \frac{x'}{2\sqrt{at'}} \right| \quad \text{Equação 2.35}$$

Sendo  $\operatorname{erf}$  uma função erro descrita no Apêndice 01.

## 2.14.1 CINÉTICA DA SOLIDIFICAÇÃO

O sistema virtual demonstrado acima, está sujeito à algumas condições de contorno.

$$x' \rightarrow -\infty \Rightarrow T_m = T_o = \text{cte} \quad \text{Equação 2.36}$$

$$x' = 0 \Rightarrow T_m = T_s = T_i = \text{cte} \quad \text{Equação 2.37}$$

$$x' = s' \Rightarrow T_s = T_L = T_f = \text{cte} \quad \text{Equação 2.38}$$

$$x' \rightarrow +\infty \Rightarrow T_L = T_V = \text{cte} \quad \text{Equação 2.39}$$

Sendo m – molde; o – ambiente; s – metal sólido; L – metal líquido; f – fusão e V – vazamento.

A equação da constante de solidificação “ $\phi$ ” (constante de deslocamento da fronteira líquido/sólido) pode ser expressa pela união entre a Equação 2.38 e Equação 2.35.

$$\phi = \frac{s'}{2\sqrt{a_s t'}} \quad \text{Equação 2.40}$$

Ou

$$t' = \frac{s'^2}{4a_s \phi^2} \quad \text{Equação 2.41}$$

Onde  $a_s$  é a difusividade térmica do sólido [ $m^2/s$ ]. Utilizando a equação 2.41 no caso particular  $s' = S_o$  e  $t' = t_o$ , equação 2.33, equação 2.34 e equação 2.41 obtém-se a solução do tempo no caso real.

$$t = \frac{s'^2}{4a_s \phi^2} + \frac{S_o s}{2a_s \phi^2} \quad \text{Equação 2.42}$$

## 2.14.2 PERFIL TÉRMICO

### Molde

Utilizando a equação 2.35, o perfil térmico do molde pode ser descrito da seguinte forma:

$$T_m = A_m + B_m \operatorname{erf} \left| \frac{x'}{2\sqrt{(a_m t')}} \right| \quad \text{Equação 2.43}$$

Sendo as constantes de integração  $A_m$  e  $B_m$  determinadas pelas condições de contorno  $x' \rightarrow -\infty \rightarrow T_m = T_o = \text{cte}$  e  $x' = 0 \rightarrow T_m = T_s = T_i = \text{cte}$ . Ao manipular-las obtém-se a equação final para perfil térmico do molde.

$$T_m = T_i + (T_i - T_o) \operatorname{erf} \left( N \phi \frac{(x - E_o)}{(S - S_o)} \right) \quad \text{Equação 2.44}$$

Onde  $N = \sqrt{a_s/a_m}$ . Sendo  $a_m$  a difusividade térmica do molde.

### Metal sólido

Utilizando de forma análoga à expressa acima, porém usando as seguintes condições de contorno:  $x' \rightarrow -\infty \rightarrow T_m = T_o = \text{cte}$  e  $x' = S' \rightarrow T_s = T_L = T_f = \text{cte}$ , obtém a equação final do perfil térmico para o metal sólido.

$$T_s = T_i + \frac{(T_f - T_i)}{\operatorname{erf} \phi} \operatorname{erf} \left[ \phi \frac{x + S_o}{S + S_o} \right] \quad \text{Equação 2.45}$$

### Metal líquido

Utilizando de forma análoga à demonstrada no caso de molde, porém usando as seguintes condições de contorno:  $x' = S' \rightarrow T_s = T_L = T_f = \text{cte}$  e  $x' \rightarrow +\infty \rightarrow T_L = T_v = \text{cte}$ , obtém a equação final do perfil térmico para o metal líquido.

$$T_L = T_v - \frac{(T_v - T_f)}{1 - \operatorname{erf}(n\phi)} \left[ n \phi \frac{x + S_o}{S + S_o} \right] \quad \text{Equação 2.46}$$

Sabendo que  $n = \sqrt{\frac{a_s}{a_L}}$ , sendo  $a_L$  a difusividade térmica do metal líquido.

As equações demonstradas acima para os perfis térmicos do molde, metal sólido e metal líquido dependem de algumas variáveis importantes como:  $T_i, \phi, S_o, E_o, h_{im}, h_{le}$ . Será mostrado agora como determinar cada uma delas.

### 2.14.3 DETERMINAÇÃO DA TEMPERATURA DE EQUILÍBRIO NA INTERFACE METAL/MOLDE ( $T_i$ )

Efetuando o balanço térmico na interface metal/molde pode-se obter:

$$K_m \left( \frac{\partial T_m}{\partial x'} \right)_{x'=0} = K_s \left( \frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{x'=0} \quad \text{Equação 2.47}$$

Na qual  $K_m$  e  $K_s$  são respectivamente a condutividade térmica do molde e do metal sólido.

Derivando esta equação em relação à  $x' = 0$ , acha-se:

$$\left( \frac{\partial T_m}{\partial x'} \right)_{x'=0} = \frac{2N\phi(T_i - T_0)}{\sqrt{\pi} S'} \quad \text{Equação 2.48}$$

Derivando a equação 2.45 em relação a  $x' = 0$ , acha-se:

$$\left( \frac{\partial T_s}{\partial x'} \right)_{x'=0} = \frac{2\phi(T_f - T_i)}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\phi) S'} \quad \text{Equação 2.49}$$

Substituindo a equação 2.48 e 2.49 na equação 2.47, resulta na seguinte igualdade:

$$K_m N(T_i - T_0) = \frac{K_s(T_f - T_i)}{\operatorname{erf}(\phi)} \quad \text{Equação 2.50}$$

Os parâmetros relacionados com as propriedades termo físicas podem ser concentrados em um único termo:

$$\sqrt{\frac{K_m c_m d_m}{K_s c_s d_s}} = \frac{1}{M}$$

Equação 2.51

Manipulando este parâmetro com a igualdade apresentada acima, pode-se chegar à equação final da temperatura de equilíbrio da interface metal/molde.

$$T_i = T_o + (T_f - T_o) \frac{M}{M + \operatorname{erf}(\phi)}$$

Equação 2.52

Pode-se observar que esta temperatura de equilíbrio  $T_i$  depende da constante de solidificação ( $\phi$ ).

#### 2.14.4 DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE DE SOLIDIFICAÇÃO

A determinação desta constante se dá de forma interativa ou gráfica. Sua resolução está explicada no livro texto Solidificação do autor Garcia, A. A determinação baseia-se também no balanço térmico na fronteira sólido/líquido e possui diversas manipulações matemáticas na qual não é o objetivo deste trabalho.

A equação onde ocorre a iteração é:

$$\frac{\exp(-\phi^2)}{M + \operatorname{erf}(\phi)} - m \frac{(T_v - T_f) \exp(-n^2 \phi^2)}{(T_f - T_o)[1 - \operatorname{erf}(n\phi)]} - \sqrt{\pi} \phi \frac{L}{c_s(T_f - T_o)} = 0 \quad \text{Equação 2.53}$$

Sabendo que  $\sqrt{\frac{K_s c_s d_s}{K_L c_L d_L}} = m$ . Ou pode ser determinado de acordo com o gráfico mostrado abaixo.

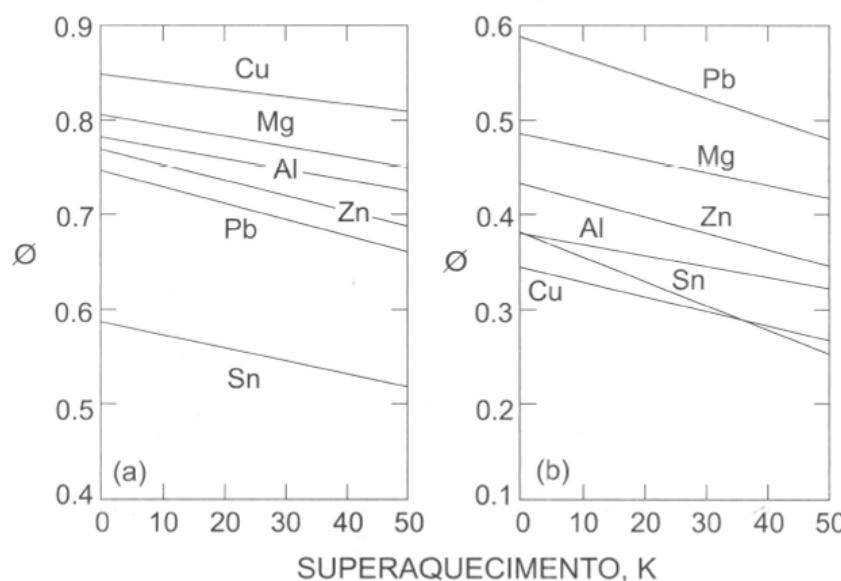


Figura 2.25 - Gráfica para determinação da constante de solidificação

## 2.14.5 DETERMINAÇÃO DA PARCELA VIRTUAL DE ESPESSURA DO MOLDE ( $E_o$ )

No sistema virtual, uma parcela da espessura newtoniana foi substituída por uma espessura adicional de molde na qual será expressa agora. Como os sistemas correspondem ao mesmo caso, podem-se igualar os comportamentos térmicos. O fluxo de calor que chega ao molde nos dois sistemas no instante inicial deve ser igual a:

$$h_{im}(T_i - T_o) = K_m \left( \frac{\partial T_m}{\partial x'} \right)_{x'=-E_o} \quad \text{Equação 2.54}$$

Onde  $h_{im}$  é a parcela do coeficiente de transferência de calor do lado do molde. Derivando a equação final do perfil térmico do molde em relação à  $x' = -E_o$ , obtém-se:

$$\left( \frac{\partial T_m}{\partial x'} \right)_{x'=-E_o} = \frac{2N\phi(T_i - T_o)}{\sqrt{\pi} \exp(N^2\phi^2 \frac{E_o^2}{S_0^2}) S_0} \quad \text{Equação 2.55}$$

Ao substituir a equação acima na equação 2.54, pode-se obter a espessura do molde virtual.

$$E_o = \frac{S_0}{N\phi} \sqrt{\ln\left(\frac{2N\phi K_m}{\sqrt{\pi} h_{im} S_0}\right)} \quad \text{Equação 2.56}$$

## 2.14.6 DETERMINAÇÃO DA ESPESSURA VIRTUAL PREVIAMENTE SOLIDIFICADA

De forma análoga ao procedimento anterior, pode-se obter a camada virtual previamente solidificada ( $S_o$ ). Igualando o fluxo de calor do sistema real com virtual, derivando a equação final do perfil térmico do metal sólido em relação à  $x' = S_o$ , pode-se obter a equação que representa a espessura ( $S_o$ ).

$$S_o = \frac{2\phi K_s}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(\phi) \exp(\phi^2) h_{is}} \quad \text{Equação 2.57}$$

## 2.14.7 DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE CALOR

Estes coeficientes de transferência de calor do sistema virtual se encontram em paralelo possuindo a seguinte relação:

$$h_{im}(T_i - T_o) = h_{is}(T_f - T_i) = h_i(T_f - T_o) \quad \text{Equação 2.58}$$

Manipulando esta igualdade obtém-se:

$$h_{im} = \left[ 1 + \frac{\operatorname{erf}(\phi)}{M} \right] h_i \quad \text{Equação 2.59}$$

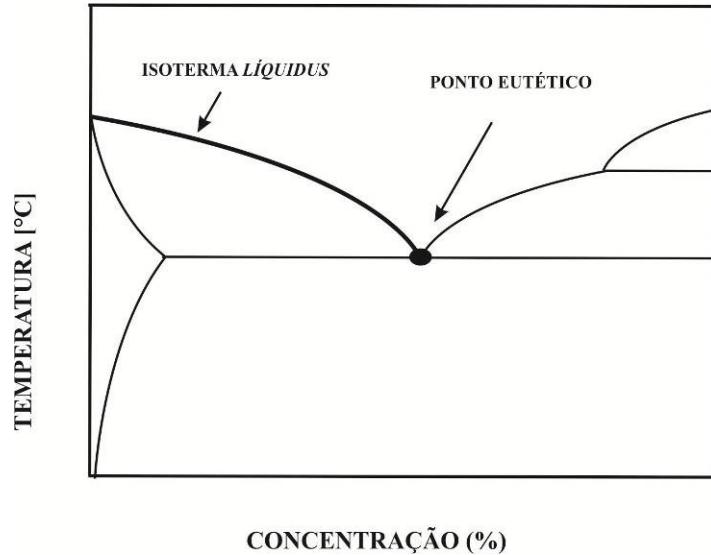
$$h_{is} = \left[ 1 + \frac{M}{\operatorname{erf}(\phi)} \right] h_i \quad \text{Equação 2.60}$$

## 2.14.8 SÍNTESE DO MODELO ANALÍTICO

Como visto acima, a determinação destas variáveis são de fundamental importância para o fechamento da quantidade de equações presentes no modelo analítico. Com estas dados calculados ( $T_i, \phi, S_o, E_o, h_{im}, h_{is}$ ), pode-se obter a temperatura, em um dado momento  $t$ , de todas as fases presentes na solidificação de ligas puras ou misturas eutéticas ou qualquer material desde que a transformação líquido/sólido ocorra à uma única temperatura.

## 2.14.9 DETERMINAÇÃO DA ISOTERMA LÍQUIDUS

Um elemento muito importante para a parte experimental é a isoterma *líquidus*. Isoterma é uma linha na qual a temperatura é constante. O caso na qual existe esta isoterma *líquidus* é o caso de presença de ligas, mais particularmente neste projeto, ligas eutéticas. É possível visualizar esta linha na figura abaixo.



**Figura 2.26- Diagrama de fase para ligas**

O ponto na qual está destacado, ponto eutético, é o ponto na qual a liga no estado 100% líquido se transforma em sólido (100%).

A forma de obtenção desta isoterma *líquidus* é puramente empírica. Utilizando as curvas de resfriamento que são dados de saída do programa presente neste projeto, podem-se traçar interseções das retas de cada temperatura *líquidus* com as curvas de resfriamento, obtendo pontos próximos. Utilizando a equação de interpolação, pode-se obter o tempo de passagem da isoterma *líquidus*.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 MODELO NUMÉRICO DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS PUROS E LIGAS EUTÉTICAS

##### 3.1.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (MEF)

Diversos tipos de problemas físicos que são encontrados nas ciências e nas engenharias podem ser descritos matematicamente na forma de equações diferenciais ordinárias (EDOs) e parciais (EDPs). O chamado Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste em diferentes métodos numéricos que aproximam a solução de problemas de valor de fronteira descritos tanto por equações diferenciais ordinárias quanto por equações diferenciais parciais através da subdivisão da geometria do problema em elementos menores, chamados elementos finitos, nos quais a aproximação da solução exata pode ser obtida por interpolação de uma solução aproximada. Atualmente o MEF encontra aplicação em praticamente todas as áreas de engenharia, como na análise de tensões e deformações, transferência de calor, mecânica dos fluidos e reologia, eletromagnetismo (Mandai, 2010).

No MEF, a solução das equações diferenciais governantes do problema físico pode ser resolvida por funções de aproximação que satisfazem condições descritas por equações integrais no domínio do

problema. Essas funções de aproximação podem ser funções polinomiais com grau razoável de ajuste em elementos discretizados a partir da geometria do problema satisfazendo as equações integrais em cada elemento discreto ou elemento finito. Destarte, no MEF ocorre um processo de discretização do domínio que resulta em soluções descritas por polinômios conhecidos por todo o domínio. No MEF duas formas de resolução de problemas descritos por EDOs e por EDPs se desenvolveram. A chamada “forma forte” consiste na resolução direta das equações que governam o problema físico e suas condições de contorno. E a “forma fraca” que evoluiu de diversos métodos numéricos aproximados que são representações integrais das equações diferenciais que governam o problema físico (Hutton, 2004).

As etapas para aplicação do Método dos Elementos Finitos são:

1. Pré Processamento:

- a. Definição do problema;
- b. Discretização do domínio em elementos finitos (criação da malha);
- c. Definição das condições iniciais e de contorno.

2. Processamento:

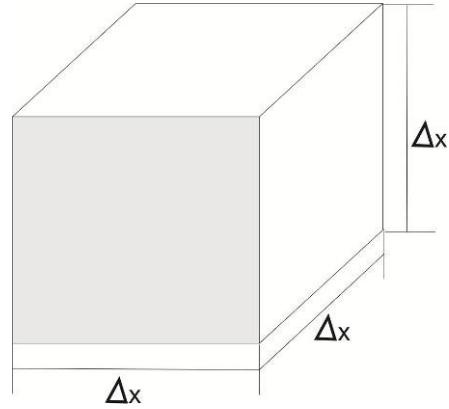
- a. Formulação do equacionamento;
- b. Escolha da função de aproximação;
- c. Solução do sistema linear ou não-linear.

3. Pós Processamento:

- a. Apresentação dos resultados e visualização gráfica;

### **3.1.2 MODELO NUMÉRICO DA SOLIDIFICAÇÃO DE METAIS PUROS E LIGAS EUTÉTICAS**

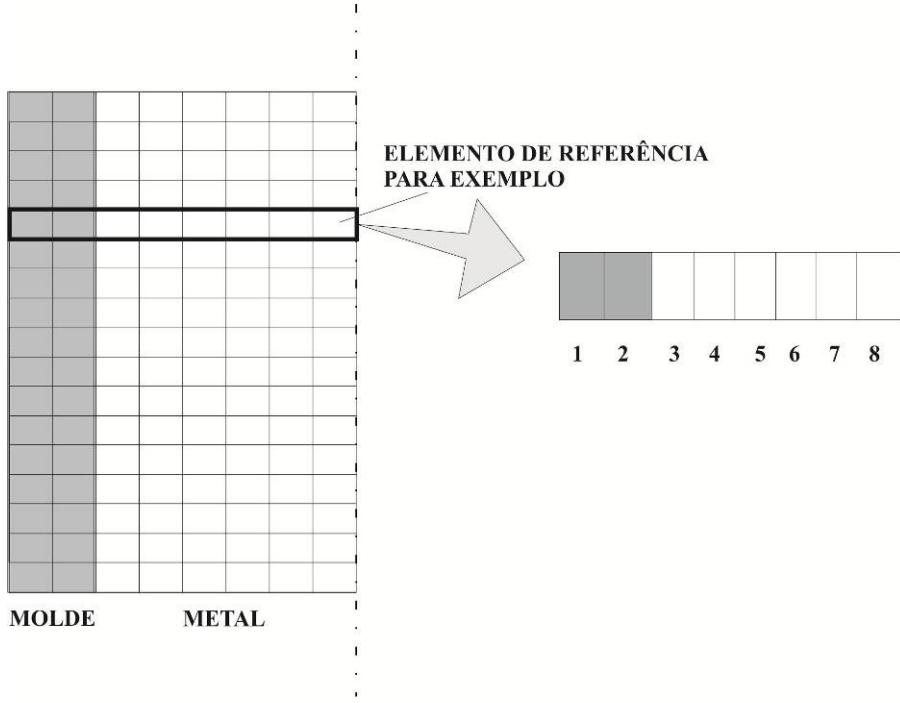
A aplicação da solução exposta acima (solução analítica) são geralmente usadas em geometrias mais simples. Porém no caso real da indústria, as geometrias são variadas e complexas, envolvendo uma liberação de calor latente em diferentes formas de evolução da fração sólida de acordo com o formato da geometria. No caso de uma liga binária, as propriedades termofísicas variam com o estado de agregação do soluto e com a temperatura. Ao unificar todas estas complicações mencionadas, subentender-se que o único método possível para solucionar o problema é o método numérico (Garcia 2001).



**Figura 3.1 - Elemento infinitesimal**

### 3.1.3 ASPECTOS BÁSICOS DO MÉTODO

Este método, como já foi mencionado acima, consiste basicamente em passar uma malha de elementos infinitesimais sobre o corpo que está sofrendo a solicitação (calor fluindo). Para um melhor entendimento pode-se considerar o sistema metal/molde mostrado abaixo.



**Figura 3.2 - Malha de diferenças finitas e elemento de referência**

Para um instante particular  $n$ , na qual as temperaturas de cada nó sejam respectivamente  $T_1^n, T_2^n, T_3^n, \dots, T_m^n$  e que após um intervalo pré-determinado de tempo  $\Delta t$ , as temperaturas dos elementos sejam:  $T_1^{n+1}, T_2^{n+1}, T_3^{n+1}, \dots, T_m^{n+1}$ . Ao realizar um balanço térmico entre o intervalo de tempo  $\Delta t$ , para o nó (elementos) dois, tem-se:

$$K_{1,2}(T_1^n - T_2^n)\Delta t + K_{3,2}(T_3^n - T_2^n)\Delta t = C_2(T_2^{n+1} - T_2^n) \quad \text{Equação 3.1}$$

Sabendo-se que  $C_2 = c.d.(\Delta x^2)$ , onde  $x$  é o tamanho de elemento infinitesimal.

Rearranjando-se a equação 3.1, obtém-se:

$$T_2^{n+1} = \frac{T_1^n + T_3^n + (M' - 2)T_2^n}{M'} \quad \text{Equação 3.2}$$

onde  $M'$  é um módulo adimensional dado por:

$$M' = \frac{1}{F_o} = \frac{(\Delta x^2)}{a \cdot \Delta t} \quad \text{Equação 3.3}$$

Onde,  $F_o$  é o número de Fourier;

Como já é sabido o valor de  $\Delta x$ , pode-se obter o valor de  $\Delta t$  da equação 3.3. Uma observação a ser analisada na equação 3.2 é que se o valor de  $M'$  for menor do que 2 os acréscimos de temperatura para cada  $\Delta t$  serão negativos. Por conta disso é necessário introduzir uma nova condição de contorno (critério de estabilidade) na qual  $M' \geq 2$ .

Generalizando a equação 3.2 para qualquer caso na ordem correta, ela pode ser reescrita da seguinte forma:

$$T_2^{n+1} = F_{1,2}T_1^n + F_{3,2}T_3^n + F_{2,2}T_2^n \quad \text{Equação 3.4}$$

Onde:

$$F_{1,2} \text{ e } F_{3,2} = \frac{1}{M'} \quad \text{Equação 3.5}$$

$$F_{2,2} = \left( \frac{M' - 2}{M'} \right) \quad \text{Equação 3.6}$$

Pode-se observar que a temperatura do termo dois depende da temperatura antiga dos termos (2-1), 2 e (2+1).

### 3.1.4 TRATAMENTO DE INTERFACE

Neste tipo de modelagem é necessário que o tratamento para contatos diferentes do líquido/sólido sejam tratados de forma especial. A representação mostrada na figura xx pode ser utilizada para os seguintes casos de contato:

- Molde em contato com o meio ambiente;
- Metal em contato com a região de separação física metal/molde (gap ou região Newtoniana);
- Molde em contato com esta mesma região de gap.



**Figura 3.3 - Elemento referência com tratamento de interface**

Realizando o balanço térmico para o ponto que se localiza na transição destas interfaces tem-se:

$$H_{a,0}(T_a - T_0)\Delta t + K(T_1^n - T_0^n)\Delta t = C_0(T_0^{n+1} - T_0^n) \quad \text{Equação 3.7}$$

Onde  $H_{a,0} = h \cdot \Delta x$ ,  $C_0 = \frac{\rho d \Delta x^2}{z}$ ,  $h$  é o coeficiente de transferência de calor da superfície ao meio ambiente e  $a$  é o ambiente.

Rearranjando a equação 3.7, obtém-se:

$$T_0^{n+1} = \left( \frac{2M'_s}{M'} \right) T_a^n + \left( \frac{2}{M'} \right) T_1^n + \left( 1 - \frac{2M'_s + 2}{M'} \right) T_0^n \quad \text{Equação 3.8}$$

Onde  $M'_s = \frac{h\Delta x}{K}$  e substituindo os termos em parênteses pelos números de Fourier a equação 3.8

pode ser reescrita de acordo com equação 3.9.

$$T_0^{n+1} = F_{a,0} T_a^n + F_{1,0} T_1^n + F_{0,0} T_0^n \quad \text{Equação 3.9}$$

Nesta equação também ocorre uma condição de estabilidade na qual o termo  $F_{0,0}$  não pode ser menor do que zero e por conta disso,  $M' \geq 2M'_s + 2$ .

### 3.1.5 TRATAMENTO DA LIBERAÇÃO DO CALOR LATENTE

A liberação de calor em metais puros e ligas eutéticas ocorrem à temperatura de fusão e deve ser levada em consideração nos cálculos do programa. Para se levar em conta esta liberação é necessário a determinação do parâmetro  $\lambda$  que é uma relação entre o calor latente e o calor específico.

$$\lambda = L/c$$

Equação 3.10

Esta variável consiste em uma variação de temperatura do material equivalente ao intervalo em que o calor latente é liberado. Em síntese, esta energia é equivalente a energia na qual o corpo deve liberar para que seja feita a mudança brusca de líquido para sólido. Basicamente é uma liberação de energia, pois o nível de energia de um sólido é muito inferior a de um líquido. O gráfico abaixo pode explicar mais facilmente este fato. Na transição entre o líquido e o sólido existe uma isotermia (linha de temperatura constante) na qual nela está ocorrendo uma absorção de energia e nos primeiros segundos da transformação da fase sólida esta energia é liberada.

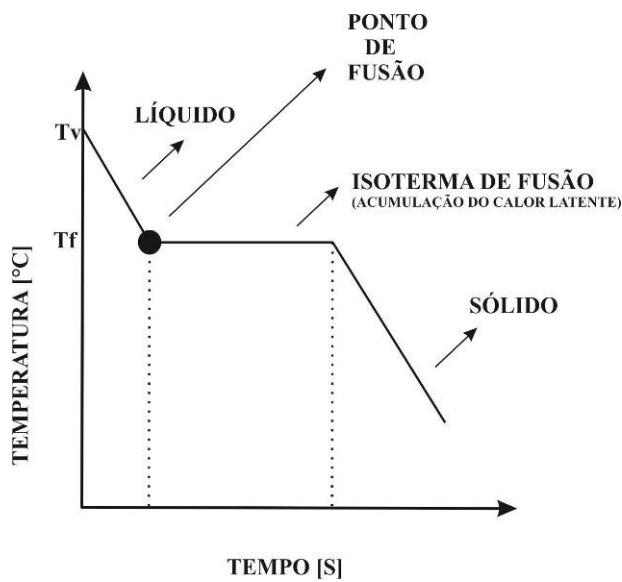


Figura 3.4 - Diagrama de fase

## 3.2 PROGRAMA DESENVOLVIDO

### 3.2.1 SOFTWARE FONTE

Foi utilizado neste trabalho um software interativo de alta performance voltado para cálculo numérico, o *MATLAB by MAtrix LABoratory*. Este software integra análise numérica, cálculo com matrizes, processamento de sinais e construção de gráficos em um ambiente de fácil uso mesclado com programação básica. A base deste programa é a existência de uma matriz na qual não requer dimensionamento, possibilitando com isso resolução de muitos problemas numéricos em apenas uma fração de tempo. A sintaxe empregada no mesmo é denominada de M-código ou simplesmente M.

### 3.2.2 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA DESENVOLVIDO

Na fase inicial do programa, é necessária a entrada de dados do metal na qual esta sendo trabalhado. O programa pergunta cada dado para o usuário de acordo com a figura abaixo.



Figura 3.5 – Entrada de dados do programa

Como mostrado acima, os dados de entrada dos materiais são respectivamente:

- Temperatura de vazamento;
- Temperatura do molde;
- Coeficiente de transferência de calor metal/molde;
- Temperatura de fusão do material;
- Calor latente do material;
- Condutividade térmica do material;
- Calor específico do material;
- Densidade do material;
- Tamanho do elemento finito;
- Condição de estabilidade;
- Quantidade de intervalos de tempo.

O cálculo realizado no início do programa é apenas para determinação do coeficiente de liberação do calor latente, ou seja, **1**. Este cálculo pode ser feito através da equação 3.10. Após saber o valor da variável de acumulação (coeficiente de liberação do calor latente), iniciam-se os cálculos das variáveis presentes nas equações 3.8 e 3.9. Essas variáveis são respectivamente  $F_{1,2}$ ,  $F_{2,2}$  e  $F_{3,2}$  e  $F_{a,0}$ ,  $F_{1,0}$  e  $F_{0,0}$ .

Após a obtenção de todos os valores das variáveis na qual compõem o sistema e tendo também os dados de entrada, iniciam-se os cálculos do processo de solidificação.

Cria-se uma matriz linha na qual serve apenas como guia, pois mostra onde se localiza a frente de solidificação. Para que seja de fácil visualização foi adotado o seguinte padrão: se sólido coluna = 1 se líquido coluna = 0.

Após a criação desta matriz, realiza-se o cálculo na primeira parte de contato entre o metal líquido e a chapa-molde refrigerada. Para fazer este cálculo é utilizada a equação 3.9 na qual relaciona a temperatura do lado de fora da chapa-molde (temperatura ambiente) com a temperatura da interface entre metal/chapa molde e a primeira temperatura do metal líquido. Nesta etapa é utilizada uma condição SE (IF), pois ela possui equações diferentes das demais presentes no decorrer da solidificação. Após realizar os cálculos da equação 3.9, o programa se pergunta se esta primeira interface se tornou sólida. Caso tenha se tornado o programa segue à diante, alterando a primeira coluna da matriz guia de 0 para 1, caso não, os cálculos são refeitos com os valores atualizados.

A próxima etapa do cálculo é efetuada no metal puro, ou seja, sem nenhuma interface especial para ser calculada. Nesta parte do processo os cálculos são mais simples, porém massivos, pois o mesmo cálculo tem que ser realizado ao longo de toda a linha ate o final do corpo. Nesta etapa os cálculos são feitos através da equação 3.8. No final de cada coluna da matriz, o código se pergunta se o corpo se solidificou naquele local, caso sim ele altera o valor 0 da matriz guia para 1.

Ao final do programa, ou seja, quando todo o corpo esteja solidificado é possível obter uma tabela com todos os decaimentos de temperaturas dos corpos (figura 3.6).

	1	2	3	4	5
1	1814	1814	1814	1814	1814
2	1.7535e+03	1814	1814	1814	1.7535e+03
3	1.3456e+03	1809	1814	1809	1.3456e+03
4	1.2616e+03	1809	1.8115e+03	1809	1.2616e+03
5	1.2448e+03	1809	1.8103e+03	1809	1.2448e+03
6	1.2414e+03	1.8030e+03	1.8096e+03	1.8030e+03	1.2414e+03
7	1.2377e+03	1.6643e+03	1809	1.6643e+03	1.2377e+03
8	1.1676e+03	1.5938e+03	1809	1.5938e+03	1.1676e+03
9	1.1184e+03	1.5411e+03	1809	1.5411e+03	1.1184e+03
10	1.0822e+03	1.5024e+03	1809	1.5024e+03	1.0822e+03
11	1.0556e+03	1.4740e+03	1.7348e+03	1.4740e+03	1.0556e+03
12	1.0360e+03	1.4346e+03	1.6044e+03	1.4346e+03	1.0360e+03
13	1.0124e+03	1.3774e+03	1.5195e+03	1.3774e+03	1.0124e+03
14	979.1299	1.3217e+03	1.4484e+03	1.3217e+03	979.1299
15	944.6091	1.2677e+03	1.3851e+03	1.2677e+03	944.6091
16	910.7315	1.2163e+03	1.3264e+03	1.2163e+03	910.7315
17	878.2318	1.1674e+03	1.2713e+03	1.1674e+03	878.2318
18	847.3021	1.1211e+03	1.2194e+03	1.1211e+03	847.3021
19	817.9568	1.0772e+03	1.1702e+03	1.0772e+03	817.9568
20	790.1472	1.0357e+03	1.1237e+03	1.0357e+03	790.1472
21	763.8046	996.2998	1.0797e+03	996.2998	763.8045
22	738.8558	959.0250	1.0380e+03	959.0250	738.8558
23	715.2287	923.7259	998.5114	923.7259	715.2287
24	692.8537	890.2980	961.1187	890.2980	692.8537
25	671.6647	858.6421	925.7083	858.6421	671.6647
26	651.5990	828.6643	892.1752	828.6643	651.5990
27	632.5969	800.2757	860.4198	800.2757	632.5969
28	614.6022	773.3920	830.3477	773.3920	614.6022
29	597.5615	747.9335	801.8699	747.9335	597.5615
30	581.4240	723.8246	774.9017	723.8246	581.4240
31	566.1421	700.9937	749.3631	700.9937	566.1421
32	551.6703	679.3732	725.1784	679.3732	551.6703
33	537.9656	658.8988	702.2758	658.8988	537.9655
34	524.9875	639.5097	680.5873	639.5097	524.9875
35	512.6974	621.1486	660.0485	621.1486	512.6974
36	501.0588	603.7608	640.5985	603.7608	501.0588
37	490.0371	587.2947	622.1796	587.2947	490.0371
38	479.5998	571.7015	604.7372	571.7015	479.5998
39	469.7157	556.9350	588.2194	556.9350	469.7157
40	460.3557	542.9513	572.5772	542.9513	460.3557

Figura 3.6 – Dados de saída com o decaimento de temperatura para um exemplo

### 3.3 MATERIAIS SIMULADOS

Foram utilizados quatro tipos de materiais (metais) para a simulação no programa desenvolvido para este projeto, são eles:

- Alumínio puro;
- Cobre puro;
- Liga eutética de alumínio – cobre (Al33,2%Cu);
- Liga eutética de estanho – chumbo (Sn – Pb).

Suas propriedades termo-físicas são respectivamente:

LIGA	T <sub>t</sub> (K)	K (W/mK)	c (J/KgK)	d (Kg/m <sup>3</sup> )	L (J/Kg)	γ (J/m <sup>2</sup> )
Al	933	$K_s = 213$	$c_s = 1181$	$d_s = 2550$	397500	$93 \cdot 10^{-3}$
Cu	1356	$K_s = 330$	$c_s = 490$	$d_s = 8382$	205000	$177 \cdot 10^{-3}$
Al 33,2%Cu	821	$K_s = 193$	$c_s = 1092$	$d_s = 2680$	381900	$169 \cdot 10^{-3}$
Sn-Pb	456	$K_s = 54,7$	$c_s = 186,2$	$d_s = 8840$	47560	-

Tabela 3.1 – Propriedades termo-físicas dos materiais simulados

### 3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

O programa em destaque foi desenvolvido para aceitar diversos dados de entrada, porém alguns destes possuem limitações. Estas limitações, também conhecidas como condições de contorno, estão presentes em:

- O dispositivo tem que ser simétrico;

- O número de elementos infinitesimais aplicados no caso tem que ser ímpar;
- A temperatura da água no molde é admitida constante à temperatura ambiente;
- Temperatura de vazamento tem que ser superior à temperatura de fusão;

### **3.5 CARACTERÍSTICAS APLICADAS NA SIMULAÇÃO**

Para realizar as simulações com os materiais mencionados no capítulo 3.3, o programa foi configurado de forma igual para todos os materiais para que seja possível a realização da comparação dos resultados. Sabendo que as distâncias dos termopares para o molde refrigerado são:

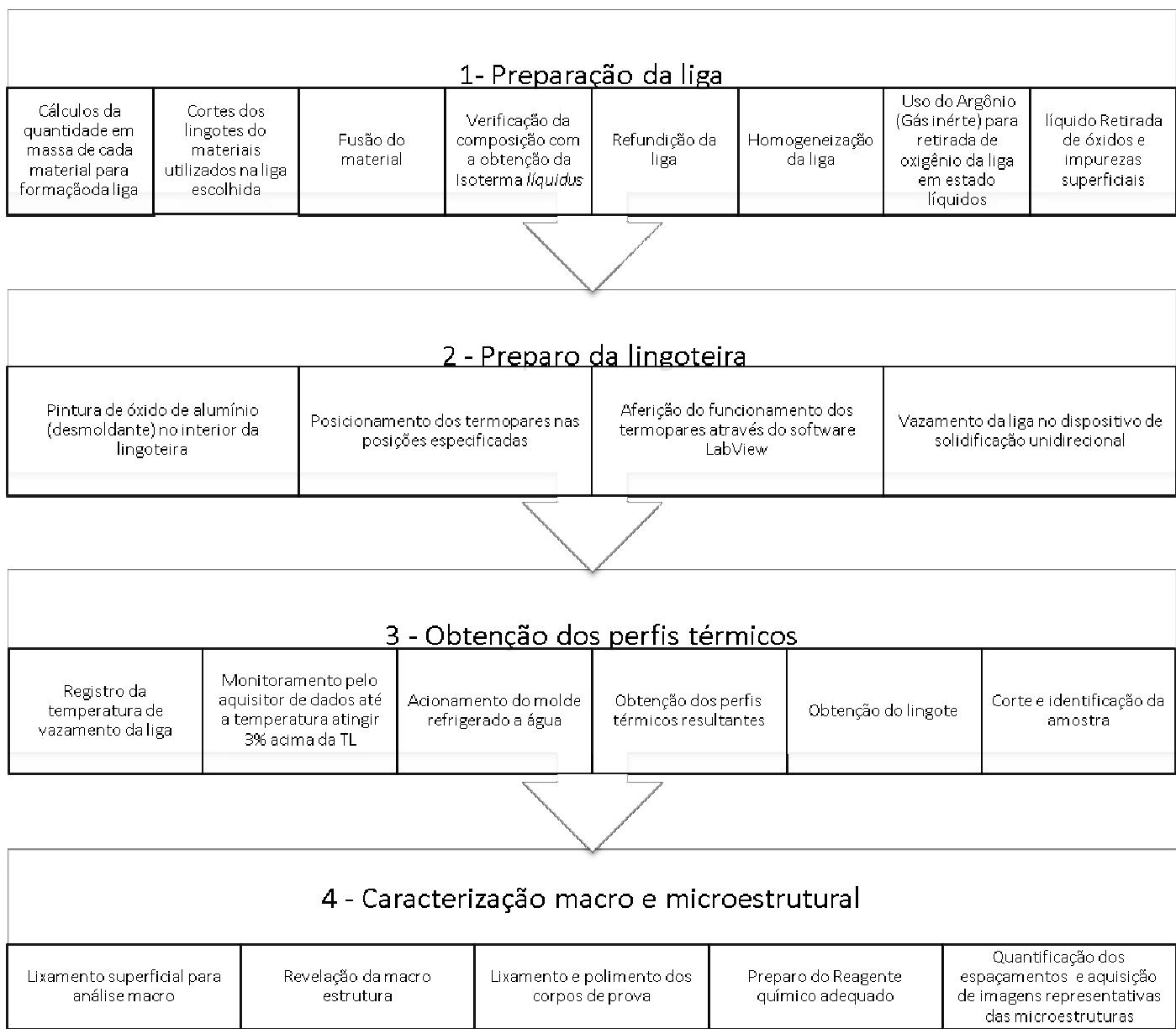
- 1 – 5 mm;
- 2 – 10 mm;
- 3 – 15 mm;
- 4 – 20 mm;
- 5 – 30 mm;
- 6 – 50 mm;

### **3.6 PARTE EXPERIMENTAL**

Este capítulo será conduzido para descrever a parte experimental contemplada neste projeto. Levando isto em conta, ele é separado em quatro grandes tópicos: a concepção e construção de dispositivo de solidificação unidirecional; formas de preparação de ligas e os equipamentos que foram necessários para tal; obtenção dos perfis de temperatura, da isoterma *liquidus* e determinação das variáveis térmicas da solidificação; caracterização e quantificação dos parâmetros macro e microestruturais.

Como todo trabalho empírico necessita de um fluxograma de etapas com uma sequência determinada, foi elaborado um fluxograma na qual o experimento passa por cada etapa até a conclusão do mesmo.

**Tabela 4.1 – Fluxograma do experimento**

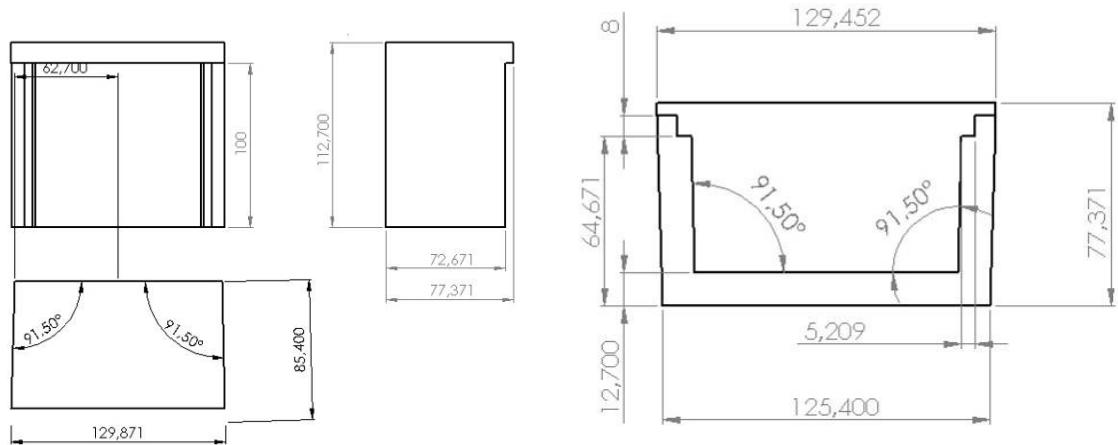


### 3.7 PROJETO EM PROGRAMA CAD DO DISPOSITIVO DE SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL

No início da concepção de um projeto experimental um passo importante é a “fabricação” em modelo CAD dos componentes na qual irão fazer parte do projeto. Para que isso fosse possível, foram criadas todas as peças com dimensões pensadas e calculadas no software *SolidWorks 2010*. Nesta parte do capítulo serão apresentados os projetos virtuais do que virá, posteriormente, a ser fabricado.

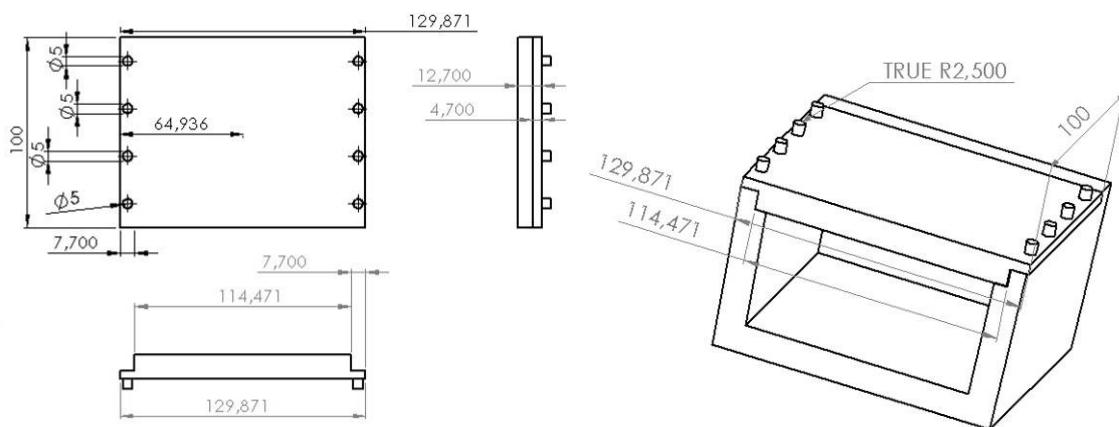
### 3.7.1 LINGOTEIRA

A lingoteira (local na qual é fabricado o lingote da liga desejada) é uma das partes mais importantes do projeto, pois ela deve conformar a liga na qual será vazada sem que haja nenhum tipo de vazamento e deve ser da fácil manuseio para a retirada do lingote solidificado. Inicialmente a lingoteira tem que possuir uma aparência de um buraco, sendo o topo móvel para retirada do corpo(lingote). Para que a retirada do corpo seja possível será necessária também à implementação de um ângulo maior do que  $1^\circ$  entre as paredes e o fundo do molde como mostrado na imagem abaixo.



**Figura 4.2 – Desenho da lingoteira em CAD**

Foram projetados dentes nas laterais com intuito de evitar vazamento de metal líquido da lingoteira. Para finalizar a lingoteira, desenhou-se a tampa na qual será presa na base através de 8 parafusos tipo Allen de 4.76mm (3/16 pol), como mostrado na figura 4.3.



**Figura 4.3 – Desenho lingoteira completa em CAD**

### 3.7.2 MOLDE REFRIGERADO

O molde refrigerado por sua vez é o local no qual ocorre a retirada de calor de dentro do lingote da uma forma unidirecional, provocando assim uma solidificação com uma direção preferencial (objetivo deste trabalho). Sua idéia é basicamente fazer um lado na qual encaixe dentro da lingoteira onde este encaixe seja feito de uma forma especial para que sua parede seja pequena, melhorando assim a sua transmissão do calor para o líquido refrigerante. O molde possui um formato de uma caixa fechada contendo apenas uma entrada e uma saída para o fluido refrigerante.

O encaixe com a lingoteira precisa possuir uma boa acuracidade, para que a superfície que entra em contato com a liga em seu estado líquido esteja uniforme e completamente submersa no metal.

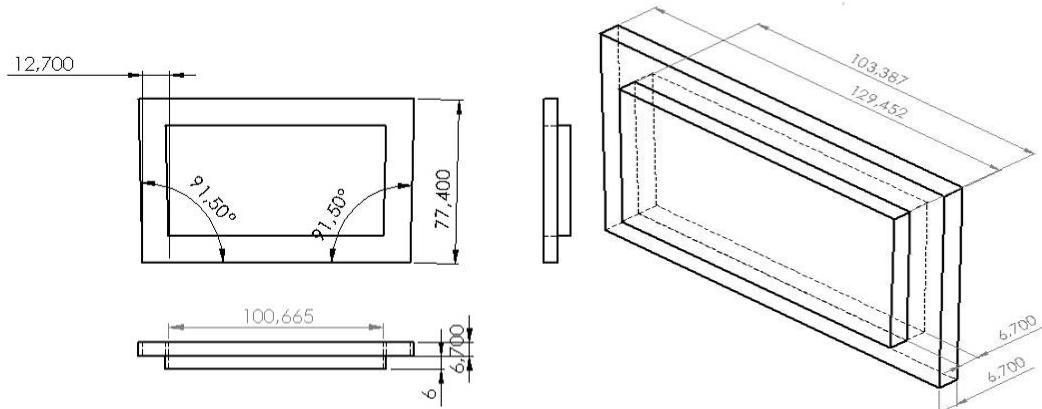


Figura 4.4 – Desenho do “dente” em CAD

Ao finalizar o molde de refrigeração com o “dente” deverá ser soldado um cano de 300 mm de comprimento dos lados e um diâmetro de 19.05mm (3/4 pol) para a circulação da água. O volume interno deste molde extrapola a quantidade necessária para retirada de calor, sendo este de aproximadamente 500 **cm<sup>3</sup>**.

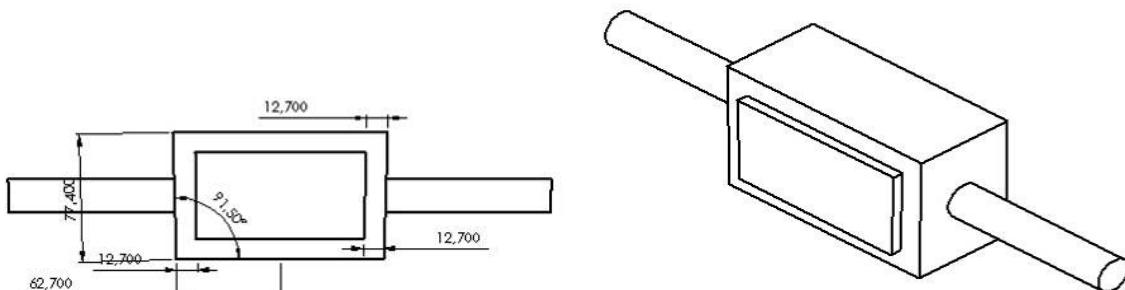
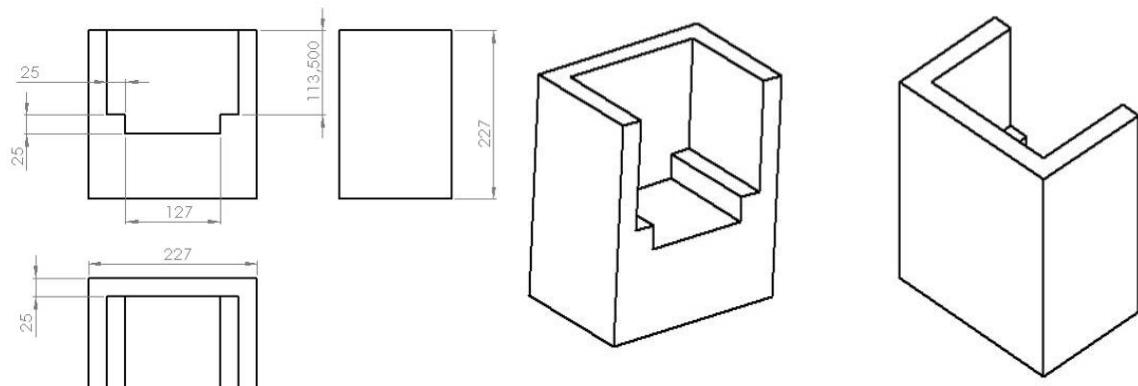


Figura 4.5 – Desenho do molde refrigerado completo em CAD

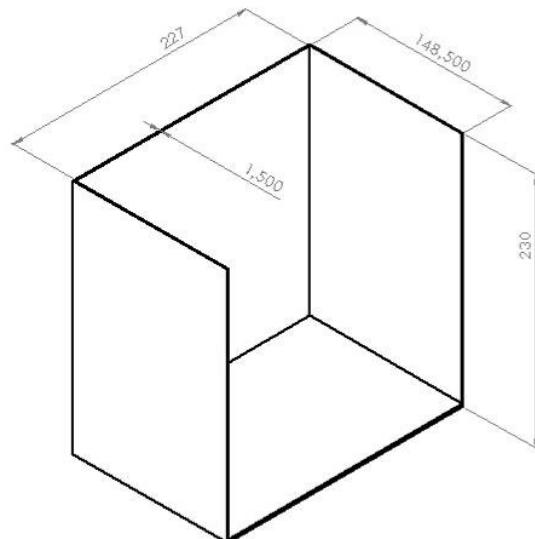
### 3.7.3 FORNO ELÉTRICO

Nesta etapa do projeto foi dimensionado o forno elétrico de acordo com a quantidade de energia necessária, comprimento e passo da resistência que será calculado em breve e a própria dimensão da lingoteira com o molde refrigerado, lembrando que o molde refrigerado deve ficar fora do forno. O forno foi dividido em 2 zonas de aquecimento na qual cada uma possui dimensões de acordo com a figura 4.6 na qual apresenta uma folga para que a lingoteira não entre em contato com a resistência elétrica.



**Figura 4.6 – Desenho do forno em CAD**

Ao redor do forno possui um tipo de estrutura para conferir maior proteção ao forno, pois cerâmicos possuem uma tenacidade à fratura muito baixa possuindo então um caráter frágil (Figura 4.7).



**Figura 4.7 – Desenho da estrutura do forno em CAD**

No interior do forno possui rasgos na qual as resistências devem passar levando em conta que elas chegam a dilatar até 10% do seu diâmetro. A quantidade de rasgos e suas dimensões são obtidas de acordo com as fórmulas para dimensionamento da resistência elétrica, são elas:

#### DADOS FIXOS FORNECIDOS PELO FABRICANTE (Kanthal, 2011)

- Fio Kanthal (Ni-Cr) de diâmetro = 1,5mm;
- Resistência do fio =  $0.617\Omega/m$ ;
- Comprimento total dos canais = 1500mm/seção;
- Potência planejada para cada zona = 2500W;
- Diâmetro de enrolamento da resistência = 8mm;
- Passo do enrolamento = 2mm;

#### CÁLCULOS:

$$\text{Número de voltas no fio: } N_{\text{voltas}} = \frac{1500}{2} = 750$$

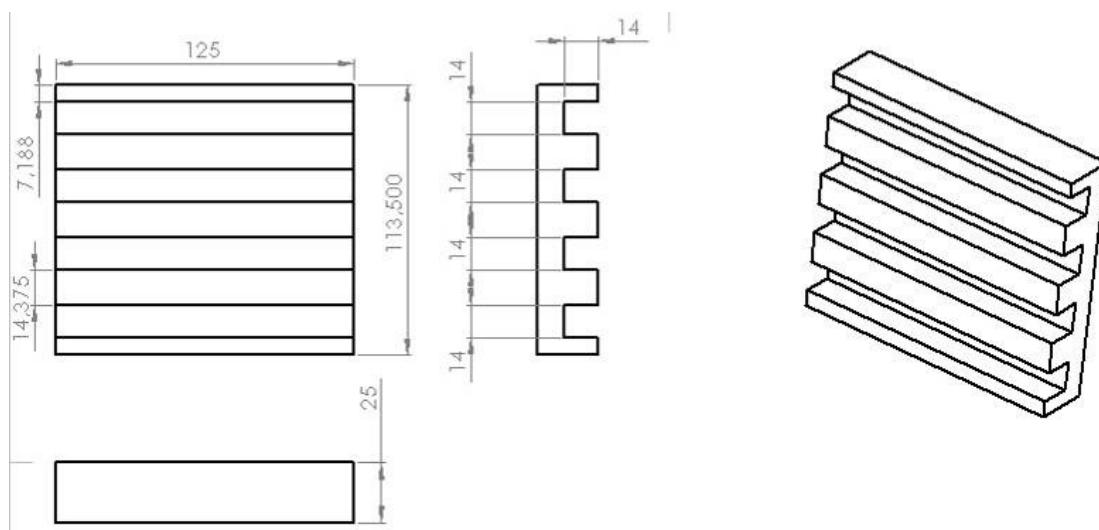
$$\text{Comprimento do fio utilizado: } c = \pi \cdot 8 \cdot 0,750 = 18,84m$$

$$\text{Resistência Total: } R_t = 18,84 \cdot 0,617 = 11,6 \Omega$$

$$\text{Potência: } P = \frac{220^2}{11,6\sqrt{2}} = 2951W$$

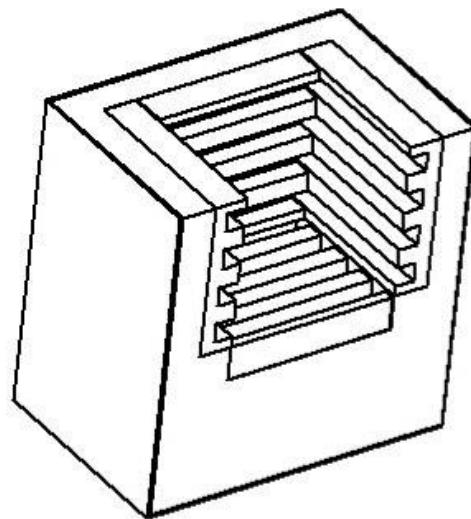
$$\text{Potência Total: } P_t = 2951 \cdot 2 = 5902W$$

Levando em conta o comprimento da resistência juntamente com seu passo e diâmetro foram necessários quatro rasgos por porta resistência.



**Figura 4.8 – Desenho do acoplamento do porta resistência elétrica em CAD**

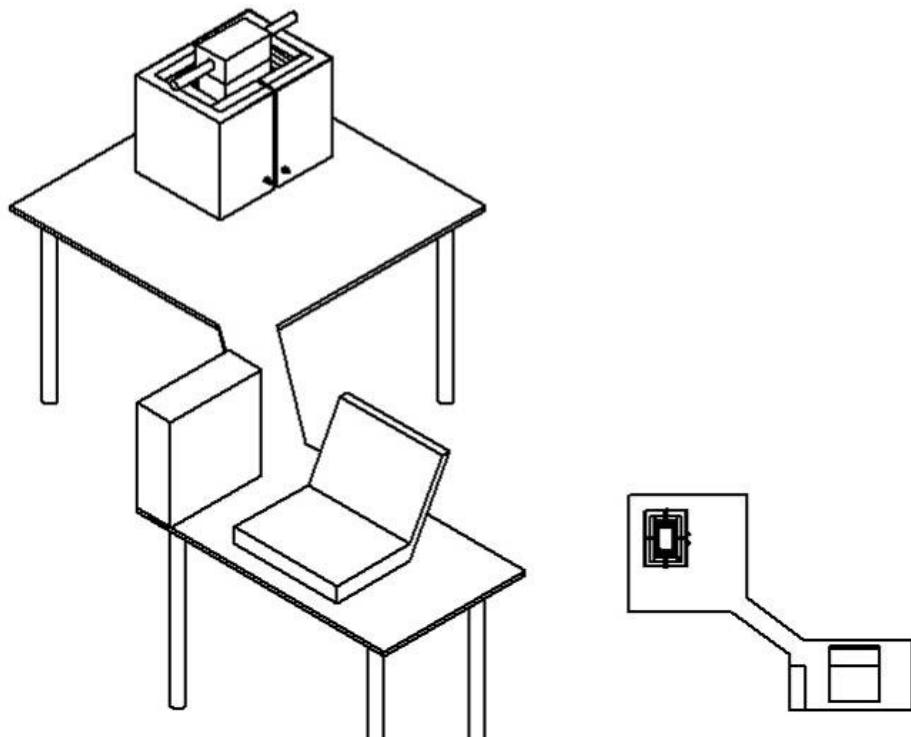
Ao encaixar as resistências no interior destes rasgos e colocando-os no interior do forno elétrico estará finalizado, como mostrado na figura 4.9.



**Figura 4.9 – Desenho do forno completo em CAD**

Além dos componentes mencionados acima, foi projetado uma bancada para o experimento. Nela a parte elétrica e o suporte para notebook ficam distante do forno para não danificar o equipamento.

Levando em conta a disposição de todos os elementos mencionados acima, o resultado do projeto é mostrado pela figura 4.10.



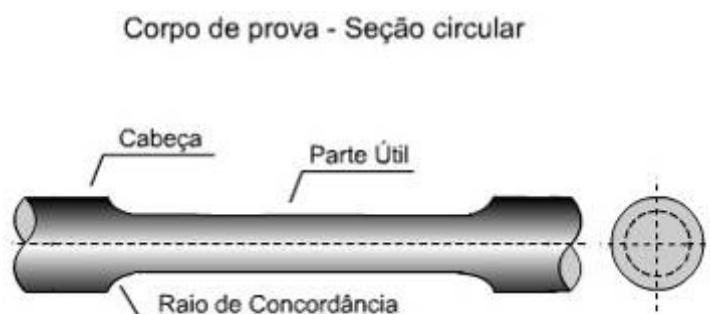
**Figura 4.10 – Desenho completo do aparato experimental em CAD**

### **3.8 FABRICAÇÃO DO DISPOSITIVO DE SOLIDIFICAÇÃO UNIDIRECIONAL**

O dispositivo de solidificação unidirecional foi desenvolvido sobre uma mesa de aço 1020 com espessura de 12.7mm (1/2 pol) na qual possui pés estabilizadores na qual tem como objetivo amenizar a interferência da vibração dos locais ao redor do dispositivo, melhorando assim a linearidade do surgimento dos grãos da liga.

#### **3.8.1 LINGOTEIRA**

Após a fabricação da mesa na qual será realizado o ensaio, iniciou-se a produção da lingoteira de aço carbono AISI 1020 nos padrões adequados para fabricação de corpos de prova segundo a norma NBR7549 MB1714 12/2001, na qual diz que corpos de alumínio ou ligas na qual o alumínio esta presente tem que possuir no mínimo um diâmetro de 10 mm e um comprimento inicial de 50 mm. Caso estas medidas não sejam possíveis, são adotadas as seguintes ponderações: o comprimento da parte útil do corpo de prova deve corresponder a cinco vezes o diâmetro da seção da parte útil.



**Figura 4.11 – Corpo de prova padrão**

Na qual parte útil é a parte na qual efetivamente é utilizada para medir o alongamento e a cabeça é apenas a extremidade, cuja função é permitir a fixação do corpo de prova na máquina de ensaio de tração.

O aço foi comprado em forma de chapa na qual foram cortadas peças do tamanho requerido, como mostrado na Figura 4.12.



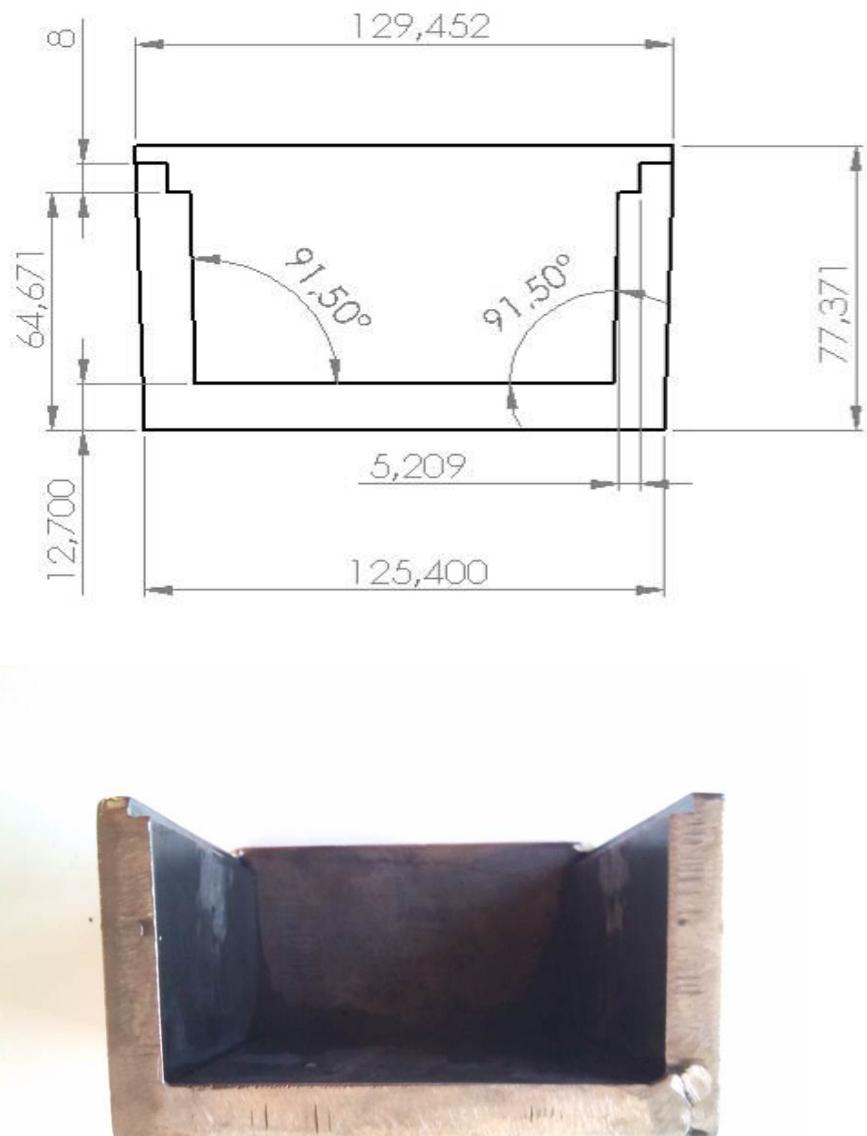
**Figura 4.12 – Cortes da chapa**

Após a chegada e corte da chapa, iniciou-se a etapa de usinagem (fresamento) das mesmas para melhorar acabamentos e deixar as medidas mais precisas. De acordo com o projeto previsto e desenhado em um programa *SolidWorks 2010*, as chapas foram soldadas como mostrado na figura 4.13



**Figura 4.13 – Usinagem e conformação da lingoteira**

Um detalhe muito importante é a angulação das paredes da lingoteira, pois elas possuem uma leve inclinação de  $1.5^\circ$  para que o lingote ao se solidificar se solte facilmente da lingoteira. (Figura 4.14)



**Figura 4.14 – Lingoteira**

Com a base da lingoteira confeccionada, a tampa foi feita sobre medida para que não ocorresse nenhum tipo de vazamento.

### **3.8.2 MOLDE DE REFRIGERAÇÃO**

Com a lingoteira confeccionada, pôde-se fabricar o molde refrigerador na qual possui uma geometria peculiar, pois possui um “dente” na qual irá ser encaixado no vão da lingoteira. A etapa da produção deste “dente” é a parte crucial da fabricação, pois possui uma geometria na qual tem que ser precisa sendo de difícil confecção, figura 4.15.



**Figura 4.15 – Dente no molde refrigerado**

A grande importância de uma boa confecção desta peça está envolvida na qualidade e na linearidade do crescimento do grão da liga durante a solidificação. Caso o “dente” esteja torto ou com imperfeições, ocorre o crescimento incorreto dos grãos ou até mesmo um contato irregular do molde refrigerado e a liga em seu estado líquido, ocasionando com isso rechuve em uma região na qual deve ser homogênea.

### **3.8.3 FORNO ELÉTRICO**

A próxima etapa do desenvolvimento do projeto foi à fabricação do forno elétrico especialmente projetado para a situação na qual a lingoteira estaria inserida no forno e o molde refrigerado não. A estrutura do forno foi feita de uma chapa de aço carbono AISI 1020 de espessura de 3mm, possuindo função apenas estrutural. O interior desta estrutura deve possuir um material refratário que resistisse a dilatação e a pouca maleabilidade da resistência elétrica.

Primeiramente a parede do forno foi fabricada com cimento refratário da marca *Reframa* misturado 15% de água inserida em um molde de madeira previamente feito de acordo com as dimensões requeridas, mostrado na figura 4.16.



**Figura 4.16 – Primeira tentativa de confecção do forno**

Esta forma de produção não atendeu os requisitos necessários, pois o cimento não atingia seu ponto de cura mesmo com uma espera de aproximadamente 5 dias. Posteriormente os porta resistência foram moldados utilizando um placa de lã de rocha impregnada com cimento a base de alumina denominado comercialmente de QF-180 ambos fabricados pela *Sulfrax*. A figura 4.18 mostra os porta resistências fabricados. Este material não apresentou boa resistência mecânica capaz de suportar os esforços do enrolamento das resistências elétricas.



**Figura 4.17 – Segunda tentativa de confecção do forno**

Em definitivo, foram usinadas placas cerâmicas fabricadas pela *Reframa* com discos de corte diamantados. Como os cortes nas cerâmicas foram feitos de forma perpendicular, surgiu à necessidade de se colocar “barras” para evitar que a resistência elétrica saísse da cavidade e entrasse em contato com a lingoteira, ocasionando um curto circuito, a figura 4.18 mostra a confecção e o formato das palcas.



**Figura 4.18 – Fabricação do porta resistência elétrica**

A conformação da resistência elétrica em um resistência circular com um passo médio de 2 mm, foi feita através de uma barra de aço com diâmetro de 8mm na qual a resistência foi enrolada utilizando um torno mecânico. Após enrolada foi inserida no interior das cavidades anteriormente produzidas de tijolos refratários como mostrado na figura 4.19.



**Figura 4.19 – Montagem da resistência elétrica no acoplamento do forno**

A figura 4.20 mostra a disposição final da montagem do porta resistência no forno.



**Figura 4.20 – Forno completo**

### **3.8.4 INSTALAÇÃO ELÉTRICA**

A instalação elétrica foi feita com muita acurácia, pois a corrente necessária para utilização do forno é elevada sendo de grande risco para saúde. Foram utilizados os seguintes componentes nesta instalação:

- Conectores cerâmicos como isoladores;
- Caixa de passagem elétrica;
- Disjuntor de 16A;
- Fusível de efeito retardado de 16A;
- Controlador de temperatura JLD 612;
- Relé de estado sólido SSR 40 (Sotek);



**Figura 4.21 – Relé de estado sólido e controlador de temperatura**

Todos estes componentes elétricos foram interligados com cabos de 10 mm na qual resiste uma corrente máxima de 50A o que é muito superior aos dispositivos de proteção utilizados de 16A.

De acordo com o manual do fabricante do controlador e do relé de estado sólido, foi montada uma forma de ligação na qual o controlador, juntamente com seu termopar de referência, controla a temperatura da resistência elétrica liberando ou não mais energia de acordo com a temperatura desejada pelo usuário. Esta forma de ligação esta demonstrada abaixo.

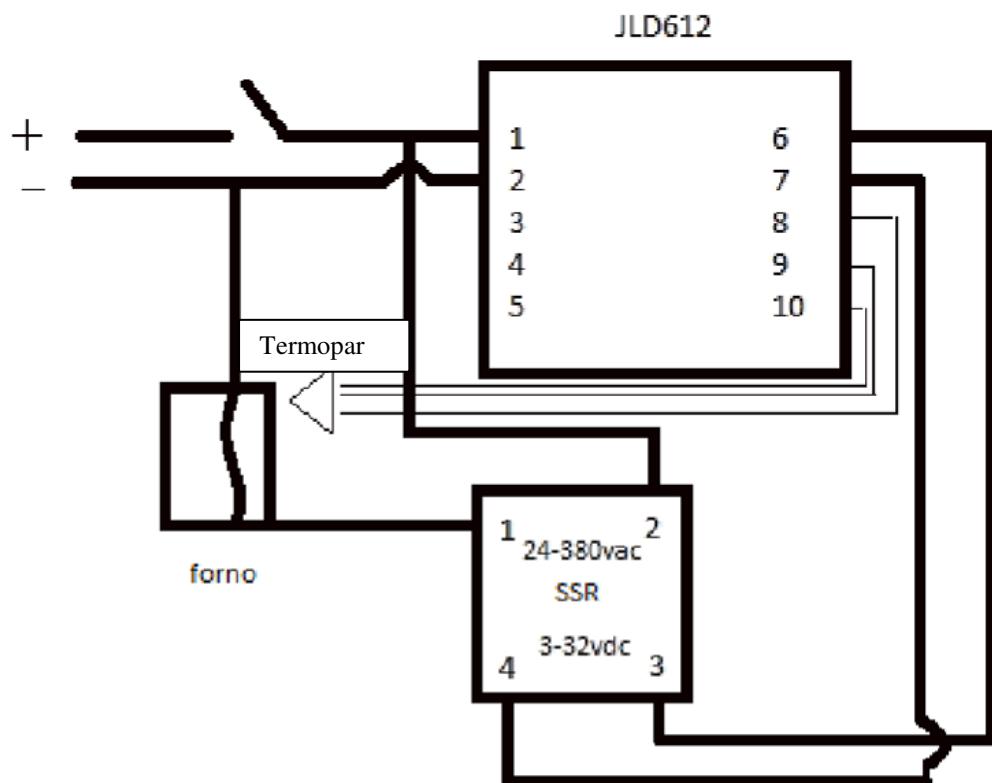


Figura 4.22 – Circuito elétrico usado no projeto

### **3.8.5 REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO**

No início do experimento foi feita uma estequiometria em massa dos metais na qual fizeram parte do ensaio. Os valores e quantidades de cada elemento usado estão mostrados na tabela 4.1. Após este cálculo, utilizou-se um cadinho de carbeto de silício fabricado pela Morganite para fundição das ligas como mostrado na figura 4.23.



**Figura 4.23 – Cadinho de carbeto de silício**

Este cadinho foi vitrificado a uma temperatura de 500°C e depois pintado no seu interior com um cimento a base de Alumina para que esta servisse de desmoldante. Para a obtenção destas temperaturas elevadas foi usado um forno tipo mufla fabricado pela Elektro como mostrado na figura 4.24.



**Figura 4.24 – Forno elétrico tipo mufla**

Foi usado após a fundição da liga um gás inerte (argônio) para eliminação de excesso de bolhas de ar de dentro da liga (desgaseificação). Com a liga fundida e homogeneizada, o material foi vertido na lingoteira de acordo com a figura 4.25.



**Figura 4.24 – Vazamento da liga na lingoteira**

Após o vazamento da liga no interior da lingoteira, foi feita a montagem do molde refrigerado sobre a lingoteira encaixando o “dente” dentro do metal ainda líquido, como mostrado na figura 4.25.



**Figura 4.25 – Montagem do molde na lingoteira**

Com o molde acoplado na lingoteira, o forno foi religado para a refusão da liga. O forno permaneceu ligado até a obtenção de uma temperatura superior a temperatura estipulada para o início

do experimento. O experimento foi iniciado quando a temperatura do termopar de referencia (5 mm) alcançou a temperatura de superaquecimento estimada (3% da  $T_L$ ).

### 3.8.6 AQUISIÇÃO DE DADOS

A aquisição de dados foi realizada através de um aquisitor Hi speed USB Carrier fabricado pela National Instruments (Figura 4.26) e termopares do tipo K. Este aquisitor de dados é interpretado por um software chamado LabView na qual registra todas as variações de temperaturas que estão ocorrendo durante o ensaio e no final nos cede os dados em formatos no qual pode-se trabalhar facilmente.



Figura 4.26 – Aquisitor de dados

### 3.8.7 EXPERIMENTOS REALIZADOS

Foram realizados quatro ensaios, dentro deles apenas um apresentou características próximas ao ideal. Estes ensaios tiveram como objetivo o comissionamento do dispositivo de solidificação unidirecional. Os principais problemas encontrados foram a perda excessiva de calor do forno para o ambiente e o não contato uniforme da interface metal/molde. A tabela 4.1 descreve os ensaios realizados na fase experimental, a liga produzida com sua estequiometria, as temperaturas líquidas aferidas experimentalmente ( $T_L$  afer) e as encontradas nos diagramas de fase ( $T_L$  diag), o percentual do superaquecimento, a temperatura de inicio do experimento e descrições em relação ao lingote produzido

**TABELA 5.1 – ENSAIOS REALIZADOS**

Ensaio	Fase exp.	Dispositivo	Liga (A+B)	Estequiometria (g)				Temperaturas (°C)				Macro	Defeitos?	Relatos
				A	B %	B	Total	TL (afe r.)	TL (diag)	Δ (%)	Ti			
1	teste	Ascendente	Al-Zn	1868,00	3	57,81	1927,00	646,9	654	3	666,3	B o a	Sim	Dente do molde não encostou no metal líquido Formação de <u>rechupe</u> Faltou material para completar a lingoteira Perde de calor excessiva pelas paredes do forno
2	teste	Ascendente	Al-Cu	1899,00	3	943,88	2843,00	543,5	548	3	559,8	r u i m	Sim	Dente do molde não encontrou completamento no metal líquido Formação de rechupe Faltou material para completar a lingoteira Problemas nos termopares 2 e 6 Oxidação da ligação elétrica
3	teste	Ascendente	Al-Cu	1899,00	3	944,21	2844,00	546,3	548	3	562,7	R u i m	Sim	Problema com termopares 1, 2 e 3 Vazamento de liga no fundo da lingoteira Fusível queimado por conta do curto provocado pelo vazamento
4	definitivo	Ascendente	Al-Cu	2122,00	3	1053,21	3176,00	546,3	548	3	562,7	R u i m	Sim	o molde não entrou em contato por completo com o metal líquido.

### 3.9 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL PARA DETERMINAÇÃO DE VARIÁVEIS TÉRMICAS DE SOLIDIFICAÇÃO

As temperaturas dentro do metal fundido foram monitoradas através do conjunto de seis termopares em disposições diferentes, localizados nas seguintes posições em relação à interface metal/câmara: 5mm, 10mm, 15mm, 20mm, 30mm e 50mm. Todos os termopares foram conectados junto ao aquisitor de dados o qual foi ligado a um computador para registro dos dados aquisitados. (Figura 4.27)

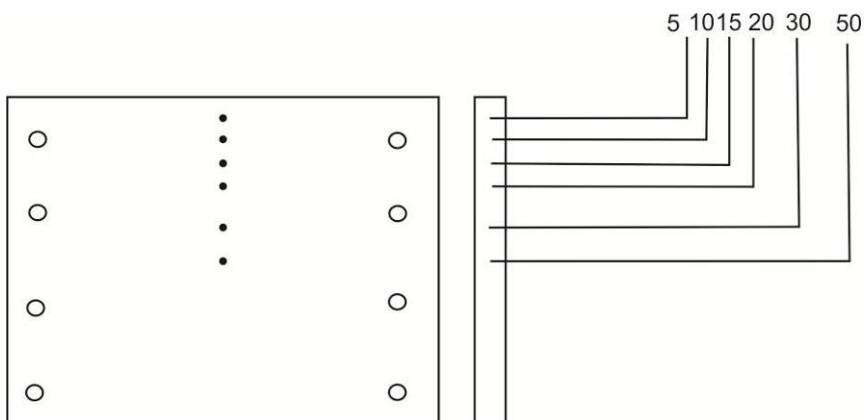


Figura 4.27 – Distâncias dos termopares

As variáveis térmicas de solidificação são determinadas após a obtenção das curvas de resfriamento no decorrer da solidificação de acordo com os seguintes procedimentos:

- As velocidades experimentais da isoterma *liquidus* ( $V_L$ ) foram determinadas para os ensaios usando uma derivação das funções de posições por tempo nas quais são obtidas a partir das interseções das retas de cada temperatura *liquidus* ( $T_L$ ) com as curvas de resfriamento em cada termopar, ou seja, a partir da  $T_L$  das ligas analisadas traça-se uma reta paralela ao eixo dos tempos indicados no gráfico que representa os perfis térmicos. Através das interseções dessa reta com os perfis térmicos se obtém o tempo correspondente. Este tempo pode ser entendido como sendo o tempo de passagem da isotema *liquidus* em cada posição do termopar.
- As taxas de resfriamento para cada posição foram determinadas a partir das interseções das retas de cada temperatura *liquidus* com as curvas de resfriamento para cada posição dos termopares, e através do resultado da leitura direta do quociente das temperaturas imediatamente antes e depois de  $T_L$  e dos tempos correspondentes, ou seja,  $T = dT/dt$

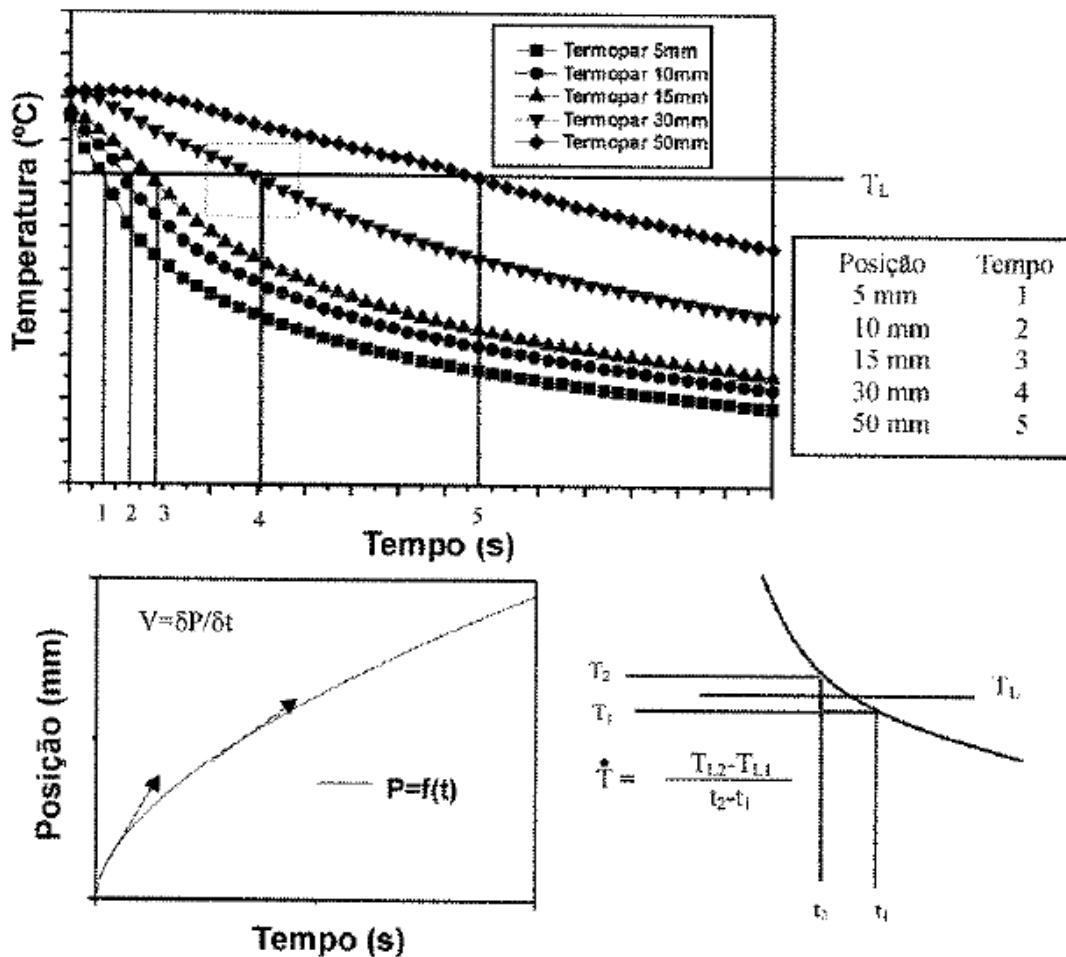
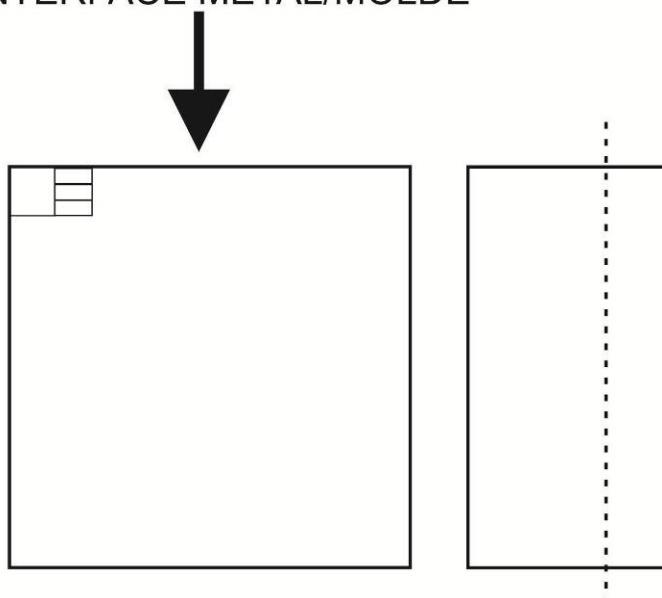


Figura 4.28 – Formas de determinação das variáveis térmicas (Rosa,2007)

### 3.10 CARACTERIZAÇÃO MACRO E MICROESTRUTURAIS

Após a obtenção das curvas e o resfriamento de todo o aparato utilizado, o lingote foi cortado no sentido longitudinal para retirada dos termopares. Uma parte dele foi cortada novamente para obtenção de pequenas amostras. As pequenas amostras e a parte do lingote mais espessa (FIGURA 4.29) foram submetidas às técnicas metalográficas para caracterizar as suas marco e microestruturas.

## INTERFACE METAL/MOLDE



**Figura 4.29 – Cortes aplicados no lingote**

Para que seja possível caracterizar a macro e microestrutura de um metal, é necessária a preparação do mesmo. Abaixo estão descritas todas as etapas deste procedimento:

- Procedimento para macroscopia
  - As amostras na qual foram realizadas macroscopia foram inicialmente lixadas por lixas de 80, 120, 180, 220, 360 e 400. Após serem lixadas foram atacadas por uma solução ácida. A solução utilizada foi uma solução na qual combina os seguintes ácidos e volumes: 1ml  $H_2O$ , 6ml  $HNO_3$ , 12HCl e 1ml HF (Poulton's).
- Procedimento para microscopia
  - As amostras na qual foram realizadas microscopia foram lixadas por lixas de 180 até 2000 e depois foram polidas com pastas abrasivas de diamante de  $6\mu m$  e  $1\mu m$ . Após serem lixadas foram atacadas por uma solução ácida. A solução ácida utilizada para revelar dendritas foi uma solução na qual combina os seguintes ácidos e volumes: 190ml  $H_2O$ , 5ml  $HNO_3$ , 3ml HCl e 2ml HF (Keller).

Os equipamentos usados para obtenção de micro e macroestruturas foram basicamente: Máquina de corte de serra (grandes cortes), máquina de corte cut-off (pequenos cortes), lixadeira rotativa, politriz rotativa e finalmente um sistema de processamento de imagem (microscópio)

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para uma melhor padronização as análises dos resultados foram feitas seguindo um planejamento como mostrado pelo fluxograma mostrado na figura 5.1.

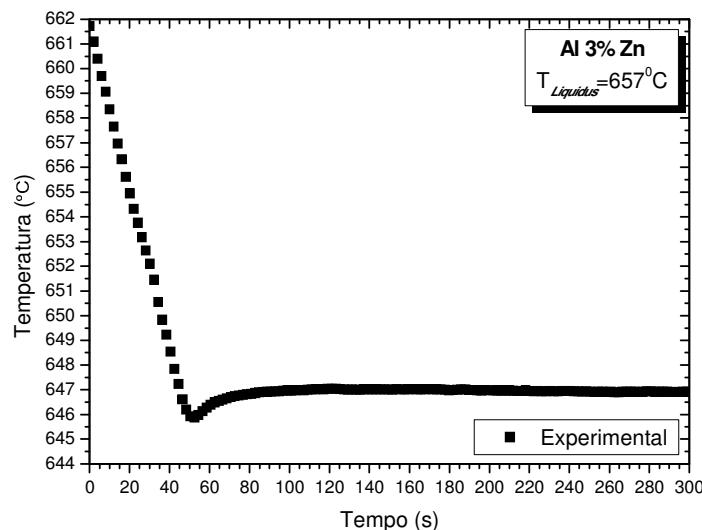


**Figura 5.1 – Fluxograma experimental**

Foram obtidos resultados neste experimento de basicamente duas ligas: Al3%Zn e Al33,2%Cu. A primeira liga (Al3%Zn) foi uma liga utilizada para comissionar o forno e verificar a validade do mesmo (direcionalidade dos grãos). Já a liga de Al33,2%Cu foi uma liga utilizada para fazer comparações com o modelo teórico.

### 4.1 LIGA DE Al3%Zn

A aferição da liga produzida foi realizada experimentalmente pelos registros térmicos da temperatura *liquidus*. As figuras 5.2 traz a curva de resfriamento natural (obtenção da isoterma *liquidus*) para a liga em questão.



**Figura 5.2 – Isoterma *liquidus* do Al3%Zn**

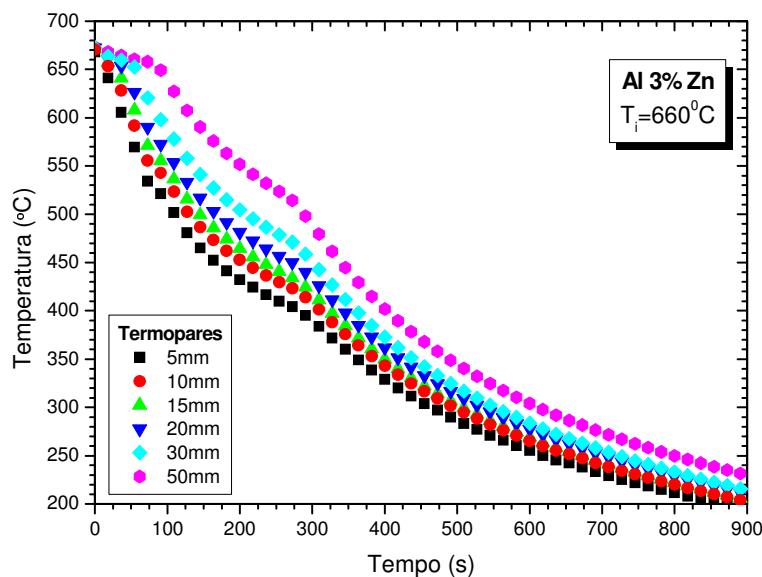
Quando comparada a temperatura de liberação de calor latente do experimento com a dos diagramas de fase da literatura, observou que existe um erro associado de aproximadamente 1,08%.

**Tabela 5.2 – Erros provenientes da aferição**

TL AFERIDA	TL DIAGRAMA	ERRO
Al3%Zn	646,9°C	654°C

#### 4.1.1 DETERMINAÇÃO DO PERFIL TÉRMICO

Para este teste realizado, foi obtido um mapeamento das temperaturas do experimento utilizando 6 posições distintas dos termopares no interior do metal líquido. Utilizando estas informações foi possível determinar experimentalmente o perfil térmico do experimento. A Figura 5.3 mostra o perfil térmico da liga Al3%Zn quando submetida a uma solidificação unidirecional descendente.



**Figura 5.3 – Perfil térmico obtido experimentalmente para Al3%Zn**

#### 4.1.2 MACROESTRUTURAS DA LIGA DE Al3%Zn

Como esta liga foi utilizada para comissionamento do forno, foram realizados estudos macro e microscópicos para evidenciar a formação da zona colunar e consequentemente surgimento de dendritas primárias e secundárias.

No estudo macroestrutural, pôde-se observar a morfologia exclusivamente colunar dos grãos na direção de extração de calor na figura 5.4. Esta formação colunar está presente no comprimento total

do lingote, porém com leves desvios. Estes desvios são provenientes de alguma trepidação durante a produção ou mesmo um encaixe impreciso do molde na lingoteira.



**Figura 5.4 – Macroestrutura obtida para Al3%Zn**

#### **4.1.3 MICROESTRUTURAS DA LIGA DE Al3%Zn**

Nas figuras abaixo serão mostradas microestruturas típicas de uma solidificação unidirecional, tanto na secção longitudinal como na transversal. A presença de dendritas nas amostras é uma outra garantia de que a solidificação foi realmente direcional. No corte longitudinal o esperado é que as dendritas se desenvolvam no sentido da solidificação e no corte transversal é esperado que elas crescem no sentido transversal, formando assim geometrias semelhantes a um X, figuras 5.5 e 5.6.



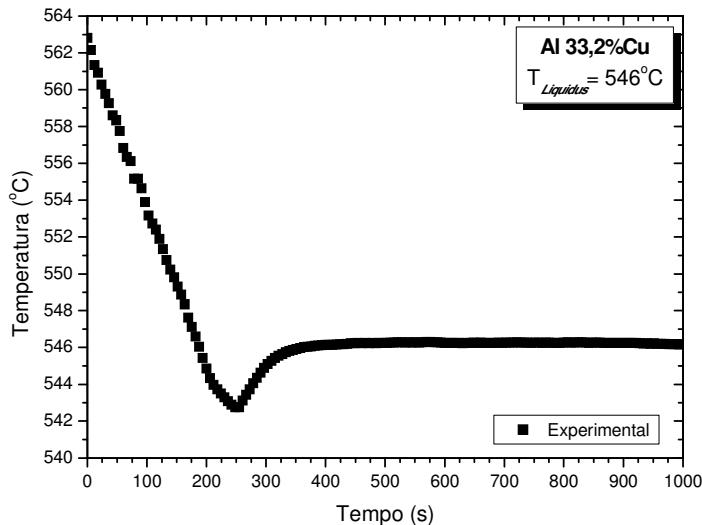
**Figura 5.5 – Microestrutura da liga Al3%Zn no sentido longitudinal**



**Figura 5.6 – Microestrutura da liga Al3%Zn no sentido transversal**

## 4.2 LIGA DE Al33,2%Cu

O mesmo procedimento de aferição da liga foi realizado para a liga de Al33,2%Cu. A figura 5.7 mostra a curva obtida através de um resfriamento natural (obtenção de isoterma *liquidus*).



**Figura 5.7– Isoterma *liquidus* do Al33,2%Cu**

Quando comparada a temperatura de liberação de calor latente do experimento com a dos diagramas de fase da literatura, observou que existe um erro associado de 0,3102%.

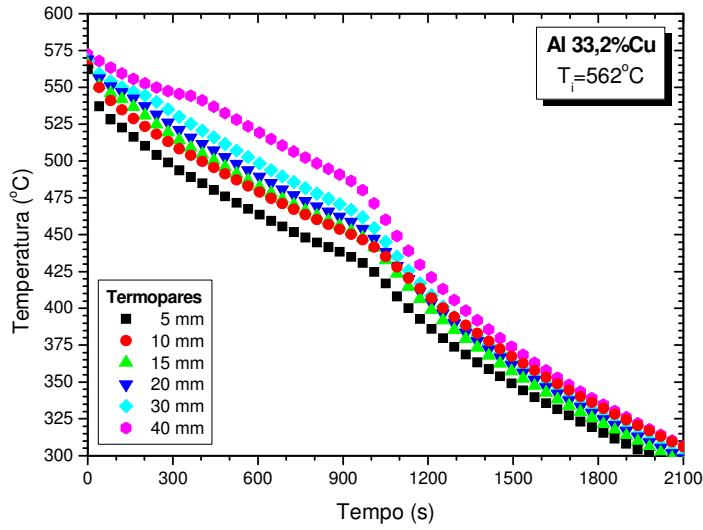
**Tabela 5.3 – Erros provenientes da aferição**

TL AFERIDA	TL DIAGRAMA	ERRO
Al3%Zn	546°C	548°C

#### 4.2.1 DETERMINAÇÃO DAS VARIÁVEIS TÉRMICAS

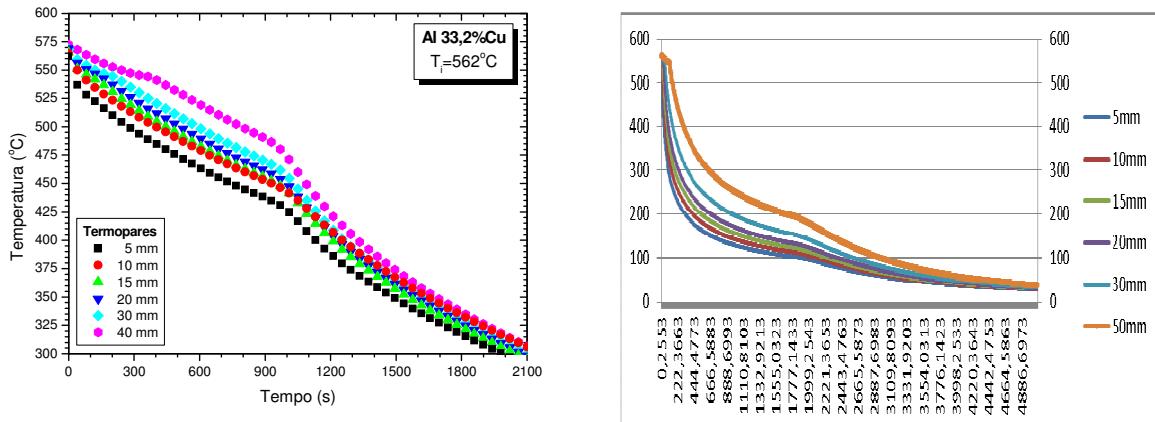
Durante o experimento foram obtidas diversas temperaturas por seis diferentes termopares posicionados corretamente no interior do metal líquido. Usando as informações obtidas por elas foi possível determinar experimentalmente o perfil térmico da solidificação da liga Al33,2%Cu, a velocidade de deslocamento da isoterma *liquidus* e as taxas de resfriamento ( $T$ ).

A figura 5.8 apresenta um perfil de solidificação da liga Al33,2%Cu para uma solidificação unidirecional descendente.



**Figura 5.8 – Perfil térmico da liga Al33,2%Cu**

Como o ensaio de Al33,2%Cu foi realizado com intuito de comparação com o modelo teórico, será mostrado abaixo um confronto entre os valores obtidos experimentalmente e os valores obtidos via modelagem matemática, como mostrado na figura 5.9.

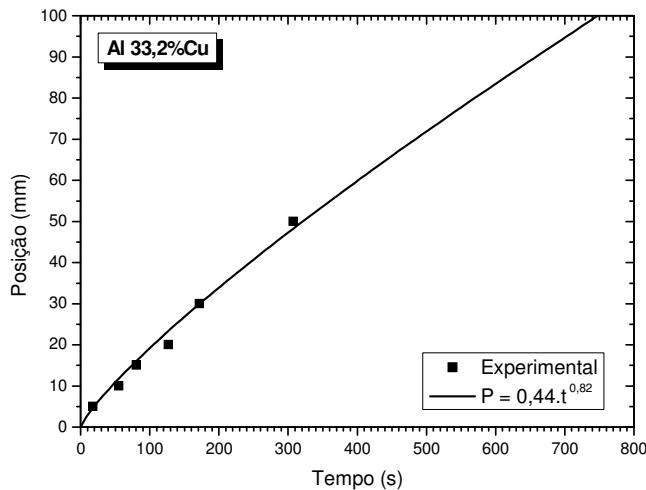


**Figura 5.9 – Confronto teórico-empírico do perfil térmico da liga Al33,2%Cu**

Observa-se que existe uma não concordância entre os valores obtidos na simulação teórica e experimental. Isso se deve ao fato de que os experimentos simulados no modelo teórico apresentam máxima retirada de calor e de forma uniforme ao contrário do experimental, a qual não possuíram um contato de forma uniforme e plana na interface metal/molde, acarretando com isso uma retirada de calor menos eficiente e não uniforme. Por este motivo, a curva do perfil térmico do modelo teórico é mais acentuada quando comparada com o modelo empírico.

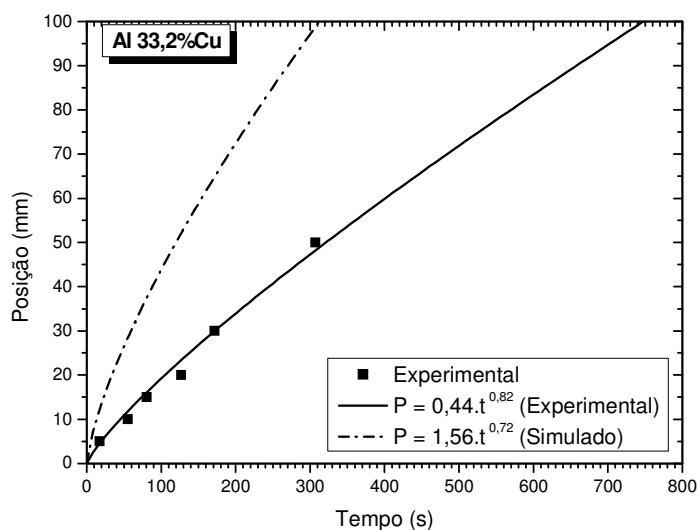
Para a determinação da posição da isoterma *liquidus* no tempo são usados os pontos de intersecção entre a  $T_L$  e as curvas experimentais de resfriamento para cada posição de termopar. A figura 5.10

mostra o gráfico de posição por tempo para a liga Al33,2%Cu quando solidificada em um dispositivo de solidificação unidirecional descendente.



**Figura 5.10 – Gráfico posição por tempo para liga de Al33,2%Cu**

A figura 5.11 mostra o confronto teórico-empírico para o gráfico de posição de isoterma liquidus.



**Figura 5.11 – Confronto teórico-empírico da função posição pelo tempo para a liga Al33,2%Cu**

Fica evidente a disparidade dos resultados adquiridos pelo modelo numérico e experimental. Como no modelo numérico a retirada de calor é mais acentuada em decorrência do contato perfeito entre a interface metal/molde, a passagem da isoterma *liquidus* será mais rápida também, tornando a linha representativa mais acentuada.

Ao obter uma equação na qual suas funções são posição pelo tempo, ao derivá-la é obtida a velocidade não uniforme na qual a isoterma *liquidus* se propaga ao longo da solidificação. A figura 5.12 mostra a evolução da velocidade de solidificação de liga Al33,2%Cu e posteriormente a figura

5.13 mostra a comparação deste resultado no modelo teórico e empírico.

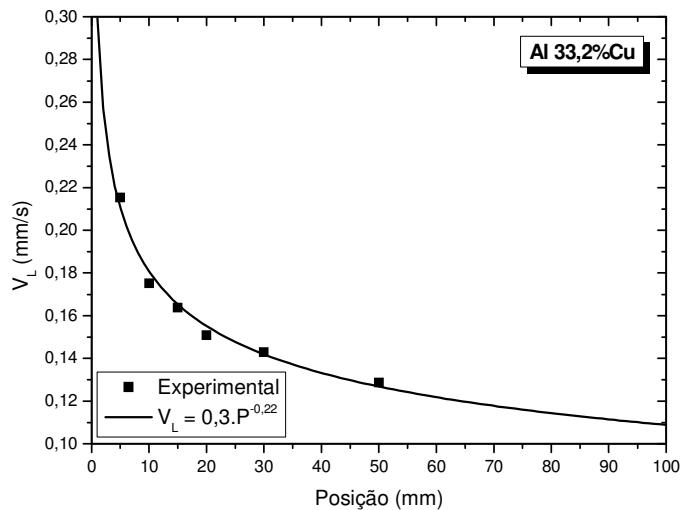


Figura 5.12 – Gráfico Velocidade de solidificação por posição para liga de Al33,2%Cu

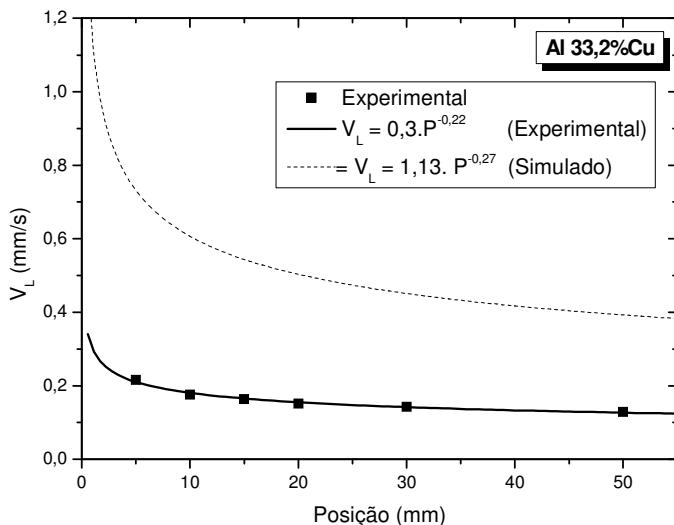
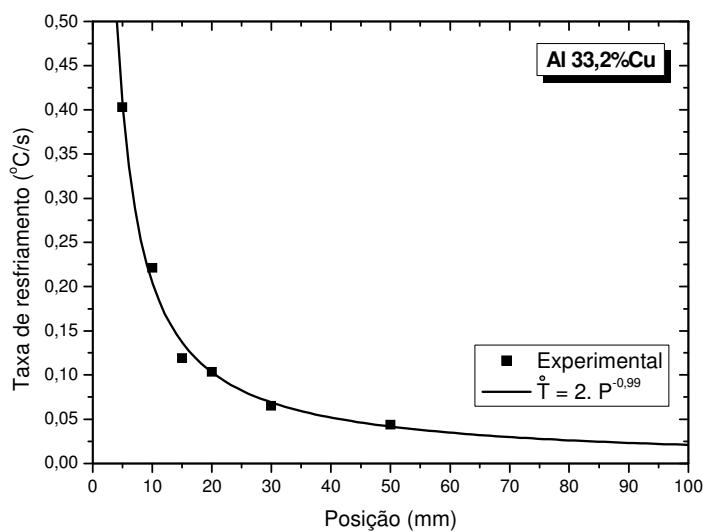


Figura 5.13 – Confronto teórico-empírico da velocidade de solidificação por posição para a liga Al33,2%Cu

Novamente é mostrada a diferença entre os dados teóricos e os empíricos. Como a velocidade de solidificação é proveniente do gráfico passado de posição pelo tempo, a explicação que explica esta diferença dos resultados é a mesma. Pode-se observar que ocorre uma diminuição da velocidade de propagação de isotermia *liquidus* para as posições mais afastadas do molde refrigerado. Isso é explicado pelo aumento crescente da resistência térmica da camada solidificada no decorrer do processo.

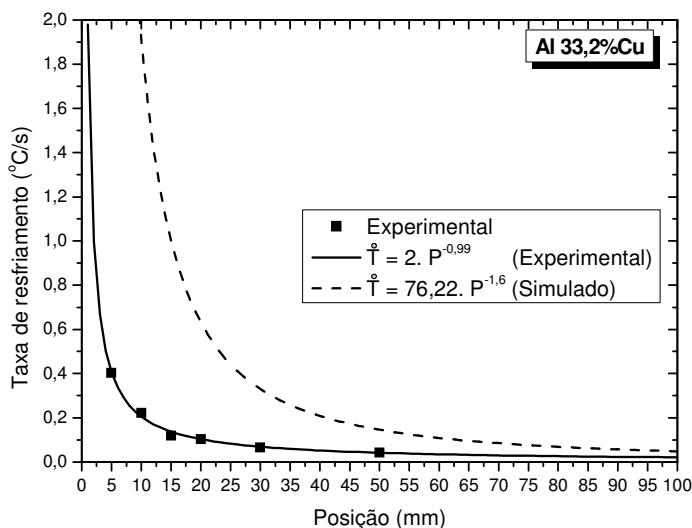
A taxa de resfriamento durante a solidificação pode ser obtida através dos dados térmicos experimentais registrados ao longo do processo pelos termopares imediatamente antes e depois da

passagem da isoterma *liquidus*. A figura 5.14 mostra esta taxa de resfriamento para a liga Al33,2%Cu em uma solidificação unidirecional descendente.



**Figura 5.14 – Gráfico da taxa de resfriamento para liga de Al33,2%Cu**

Como já era esperado os valores da taxa de resfriamento vão diminuindo para as posições mais afastadas da interface metal/molde em decorrência da inércia térmica do próprio lingote e do forno. A figura 5.15 mostra o confronto teórico-empírico para a taxa de resfriamento da liga em questão.



**Figura 5.15 – Confronto teórico-empírico da taxa de resfriamento a liga Al33,2%Cu**

Observa-se que os valores do modelo simulado são mais elevados do que os valores do modelo empírico. Isso é explicado pela retirada de calor maximizada simulada pelo programa.

## **5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **5.1 CONCLUSÕES**

Utilizando os resultados obtidos através de investigações teóricas e experimentais ao longo desse trabalho, incrementada por referências de literaturas usadas neste trabalho, pôde-se obter as seguintes conclusões:

- 1- As previsões teóricas obtidas pelo programa proposto apresentaram resultados ideais, precisando adicionar equações na qual tornem a simulação mais real, como por exemplo equações de molhabilidade.
- 2- As variáveis térmicas seguiram corretamente os padrões apresentados pela literatura, porém com valores inferiores por decorrência do problema apresentado nos quatro ensaios feitos ( contato imperfeito entre metal/molde).
- 3- O dimensionamento do forno atendeu as condições propostas de projeto, ou seja, atingiu temperaturas próximas de 850°C.
- 4- A câmara de refrigeração se mostrou eficiente para na retirada de calor, comprovado pela macroestrutura do lingote solidificado de Al3%Zn, apresentada de forma colunar com os grãos alinhados no sentido do fluxo de calor. O contato imperfeito com a superfície do lingote proporcionou baixas taxas de refrigeração e desvios de alinhamento dos grãos.
- 5- A partir dos perfis térmicos do experimento, foram calculadas as variáveis térmicas que regem o processo de solidificação ( $VL$ ,  $\dot{T}$ ). Estas variáveis se relacionam com os parâmetros microestruturais que influenciam as propriedades dos materiais.

### **5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Com as informações obtidas neste trabalho, podem ser sugeridas as seguintes abordagens para pesquisas em trabalhos futuros na área:

- 1- Estudo de equacionamento para melhor simular uma solidificação unidirecional, adicionando teorias de molhabilidade e implementando algoritmo para simulação de ligas binárias.
- 2- Ainda no modelo numérico, é necessário a implementação de um polinômio para a temperatura de início do experimento, visto que, a temperatura é variável ao longo do comprimento longitudinal do lingote solidificado
- 3- Aprimoramento do forno com aparatos mais sofisticados, como eletroválvula, divisão de

zonas de aquecimento e outros.

- 4- Dimensionamento de um projeto de circulação de água mesclado com uma torre de resfriamento de baixa vazão.
- 5- Estudos de ligas de memória de forma

## 6 REFERÊNCIAS

HALLYDAY, D.; RESNICK, R. WALKER, R. Trad. José Paulo soares de Azevedo Jearl. **Fundamentos da Física** - vol. 2. Ed LTC editora. 6<sup>a</sup> edição, 1996.

INCROPERA, F. P.; WITT, D. P.; **Fundamentals of heat and mass transfer**. New York: John Wiley & Sons, 1996.

ANDRADE, E. T.; COUTO, S. M.; QUEIROZ, D. M.; PEIXOTO, A. B.; Determinação de propriedades térmicas de grãos de milho, **Ciência e agrotecnologia**, Lavras, v. 28, n. 3, p. 488-498, maio/junho, 2004.

NUSSENZVEIG, M. H.: **Um curso de Física Básica** -vol. 2. São Paulo, Edgard Blücher Ltda, 1981.

PENTEADO, P. C. M.: **Física, Conceitos e aplicações** – vol 2. – São Paulo. Ed. Moderna, 1998. 1<sup>a</sup> edição.

GARCIA,A.:**Solidificação, Fundamentos e aplicações** – vol1 – São Paulo. Ed. Unicamp, 2001. 1<sup>a</sup> edição.

EISBERG, R. M. e LERNER, L. S., *Física Fundamentos e Aplicações*, Ed. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, SP, Vol. 2, 1<sup>a</sup> Edição, 1982.

REED HILL, R. E. **Princípios de Metalurgia Física**. 2a ed., Guanabara 2, Rio de Janeiro, 1983.

DA SILVA ,J.N.S.; DA CONCEIÇÃO MOUTINHO,D.J.; MOREIRA,A.I.L.S.;DA ROCHA,O.F.L.;**Construção e Aferição de um Dispositivo de Solidificação Unidirecional Horizontal Refrigerado à Água**; 17º CBECIMat, 5217-5228; Novembro de 2006.

CHALMERS, B.; **Principles of Solidification**, New York: John Wiley & Sons, 1964.

FLEMINGS, M. C. Solidifications Processing, McGraw-Hill, New York, 1974

SIQUEIRA,CLAUDIO A.; CEUNG, NOÉ;GARCIA,A.;**Thermal Parameters Affecting the Columnarto-Equiaxed Transition. Metallurgical and Materials Transactions A**; Volume 33, 2107-2118; July 2002.

CANTÉ,M.V.;CRUZ,K.S.;SPINELLI,J.E.; CHEUNG,N; GARCIA,A.;  
**Experimental Analysis of the Columnar-to-Equiaxed Transition in Directionally Solidified Al-Ni and Al-Sn Alloys.** Materials Letters 61, 2135–2138; 2007.

KREITH,F.;BOHN,M.S.; **Princípios da transferência de calor** – Wst publishing, new York – 2003

Ferreira, I. L.; Santos, C. A.; Voller, V. R.; Garcia, A. **Analytical, numerical and experimental analysis of inverse macrosegregation during upward unidirectional solidification of Al-Cu alloys.** Metallurgical and Materials Transactions B, v.35B, p. 285-297, 2004.

ROSA,D.M. Estruturas Celulares, Transição Celular/Dendrítica e Estruturas Dendríticas na Solidificação Unidirecional Transitória –Tese de doutorado, Unicamp – Campinas,2007

QUARESMA, J. M. V. **Correlação entre condições de solidificação, microestrutura e resistência mecânica.** Tese de Doutorado, Unicamp, Campinas, 1999.

GARCIA,A. e PRATES,M. **Metallurgical Trasactions**, v.9 B, p.449, 1978

MANDAI,J.T.; **Determinação dos Parâmetros para Crescimentos de Trincas em Ligas Metálicas: Modelagem e experimentação.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade de Brasília, 2010.

NAZARENO,J.; **Projeto, Construção e Aferição de um Dispositivo de Solidificação Unidirecional Horizontal Refrigerado à Água** – Dissertação de mestrado, UFPA – Belém, 2007

BESCOW,A.B.; **Estudo de solidificação unidirecional ascendente para obtenção de estruturas colunares grosseiras** – Dissertação de mestrado, PUCRS, Rio Grande do Sul, 2008

Gonçalves, M.M.; **Determinação do calor específico de ligas AlCu produzidas em um dispositivo de solidificação unidirecional vertical ascendente**– Dissertação de mestrado, UFPA, Belém, 2008

Sites utilizados:

[www.casaferreira.com.br](http://www.casaferreira.com.br)

[www.kanthal.com](http://www.kanthal.com)

[www.infomet.com.br](http://www.infomet.com.br)

[www.matweb.com](http://www.matweb.com)

## Anexo

## Apêndice 1

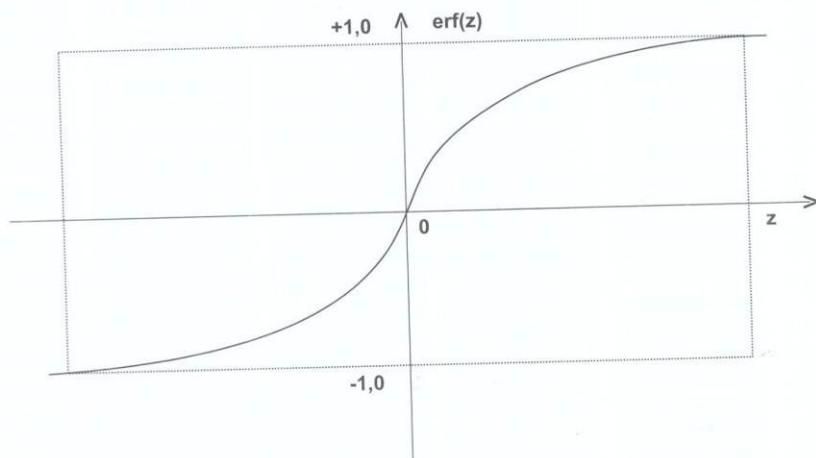
### FUNÇÃO ERRO

A soluções da maioria das equações diferenciais características de problemas de condução de calor, como as soluções apresentadas no Capítulo 5, dependem da função erro (erf) que é definida por:

$$erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u)^2 du$$

Essa integral não pode ser avaliada diretamente, mas a expansão em séries permite a obtenção de soluções aproximadas. O campo de variação dessa função, mostrado no gráfico abaixo, permite que sejam extraídas as seguintes características:

- $erf(0) = 0$
- $erf(\infty) = 1$
- $erf(-z) = -erf(z)$
- $erf(-\infty) = -1$
- Função erro complementar:  $erfc(z) = 1 - erf(z)$
- $\frac{d erf(z)}{dz} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-u^2)$     e     $\frac{d^2 erf(z)}{dz^2} = -\frac{4}{\sqrt{\pi}} u \exp(-u^2)$



**Tabela de valores da função erro**

<b>z</b>	<b>erf z</b>	<b>z</b>	<b>erf z</b>	<b>z</b>	<b>erf z</b>
0,000	0,0000000000	0,55	0,5633233593	1,11	0,8835329704
0,001	0,0011290371	0,56	0,5716157635	1,12	0,8867878544
0,01	0,0112834156	0,57	0,5798158057	1,13	0,8899706399
0,02	0,0225645747	0,58	0,5879228998	1,14	0,8930823017
0,03	0,0338412223	0,59	0,5959364964	1,15	0,8961238208
0,04	0,0451111061	0,60	0,6038560898	1,16	0,8990961689
0,05	0,0563719778	0,61	0,6116812175	1,17	0,9020003698
0,06	0,0676215944	0,62	0,6194114601	1,18	0,9048374020
0,07	0,0788577198	0,63	0,6270464410	1,19	0,9076082646
0,08	0,0900781258	0,64	0,6345858261	1,20	0,9103139600
0,09	0,1012805939	0,65	0,6420293235	1,21	0,9129554923
0,10	0,1124629160	0,66	0,6493766831	1,22	0,9155338555
0,11	0,1236228961	0,67	0,6566276961	1,23	0,9180500822
0,12	0,1347583517	0,68	0,6637821948	1,24	0,9205051654
0,13	0,1458671148	0,69	0,6708400522	1,25	0,9229001120
0,14	0,1569470331	0,70	0,6778011931	1,26	0,9252359278
0,15	0,1679959714	0,71	0,6846652640	1,27	0,9275136173
0,16	0,1790118132	0,72	0,6914328254	1,28	0,9297341827
0,17	0,1899924612	0,73	0,6981037037	1,29	0,9318986147
0,18	0,2009358390	0,74	0,7046778252	1,30	0,9340079294
0,19	0,2118398921	0,75	0,7111554298	1,31	0,9360631093
0,20	0,2227025891	0,76	0,7175365341	1,32	0,9380651434
0,21	0,2335219228	0,77	0,7238214369	1,33	0,9400150161
0,22	0,2442959114	0,78	0,7300102381	1,34	0,9419137066
0,23	0,2550225993	0,79	0,7361032401	1,35	0,9437621886
0,24	0,2657000584	0,80	0,7421007904	1,36	0,9455614301
0,25	0,2763263894	0,81	0,7480031384	1,37	0,9473123858
0,26	0,2868997232	0,82	0,7538105902	1,38	0,9490160246
0,27	0,2974182185	0,83	0,7595236253	1,39	0,9506732865
0,28	0,3078800680	0,84	0,7651425599	1,40	0,9522851117
0,29	0,3182834958	0,85	0,7706679330	1,41	0,9538524324
0,30	0,3286267594	0,86	0,7761001220	1,42	0,9553761726
0,31	0,3389081502	0,87	0,7814397247	1,43	0,9568572479
0,32	0,3491259946	0,88	0,7866872194	1,44	0,9582965650
0,33	0,3592786547	0,89	0,7918431268	1,45	0,9596950216
0,34	0,3693645289	0,90	0,7969081129	1,46	0,9610535060
0,35	0,3793820530	0,91	0,8018827433	1,47	0,9623728927
0,36	0,3893297003	0,92	0,8067676196	1,48	0,9636540591
0,37	0,3992059829	0,93	0,8115634737	1,49	0,9648978593
0,38	0,4090094518	0,94	0,8162709483	1,50	0,9661051417
0,39	0,4187386978	0,95	0,8208907176	1,51	0,9672767439
0,40	0,4283923519	0,96	0,8254235747	1,52	0,9684134932
0,41	0,4379690900	0,97	0,8298702303	1,53	0,9695162059
0,42	0,4474676183	0,98	0,8342314225	1,54	0,9705856871
0,43	0,4568866943	0,99	0,8385080008	1,55	0,9716227308
0,44	0,4662251150	1,00	0,8427007352	1,56	0,9726281199
0,45	0,4754817194	1,01	0,8468104477	1,57	0,9736026256
0,46	0,4846553895	1,02	0,8508379521	1,58	0,9745470077
0,47	0,4937450501	1,03	0,8547841561	1,59	0,9754620120
0,48	0,5027496697	1,04	0,8586498998	1,60	0,9763483800
0,49	0,5116682599	1,05	0,8624360667	1,61	0,9772068336
0,50	0,5204998760	1,06	0,8661435313	1,62	0,9780380858
0,51	0,5292436175	1,07	0,8697732502	1,63	0,9788428374
0,52	0,5378986274	1,08	0,8733261186	1,64	0,9796217775
0,53	0,5464640928	1,09	0,8768030682	1,65	0,9803755833
0,54	0,5549392451	1,10	0,8802050410	1,66	0,9811049198

<b>z</b>	<b>erf z</b>	<b>z</b>	<b>erf z</b>	<b>z</b>	<b>erf z</b>
1,67	0,9818104402	2,23	0,9983878320	2,79	0,9999204181
1,68	0,9824927858	2,24	0,9984642312	2,80	0,9999249868
1,69	0,9831525858	2,25	0,9985372833	2,81	0,9999293067
1,70	0,9837904577	2,26	0,9986071211	2,82	0,9999333904
1,71	0,9844070067	2,27	0,9986738724	2,83	0,9999372503
1,72	0,9850028266	2,28	0,9987376611	2,84	0,9999408977
1,73	0,9855784992	2,29	0,9987986064	2,85	0,9999443437
1,74	0,9861345933	2,30	0,9988568234	2,86	0,9999475988
1,75	0,9866716697	2,31	0,9989124231	2,87	0,9999506730
1,76	0,9871902739	2,32	0,9989655125	2,88	0,9999535756
1,77	0,9876909411	2,33	0,9990161950	2,89	0,9999563158
1,78	0,9881741949	2,34	0,9990645698	2,90	0,9999589021
1,79	0,9886405478	2,35	0,9991107329	2,91	0,9999613427
1,80	0,9890905008	2,36	0,9991547766	2,92	0,9999636453
1,81	0,9895245439	2,37	0,9991967898	2,93	0,9999658172
1,82	0,9899431559	2,38	0,9992368580	2,94	0,9999678656
1,83	0,9903468046	2,39	0,9992750637	2,95	0,9999697970
1,84	0,9907359471	2,40	0,9993114861	2,96	0,9999716177
1,85	0,9911110296	2,41	0,9993462016	2,97	0,9999733338
1,86	0,9914724880	2,42	0,9993792835	2,98	0,9999749509
1,87	0,9918207473	2,43	0,9994108024	2,99	0,9999764744
1,88	0,9921562225	2,44	0,9994408261	3,00	0,9999779095
1,89	0,9924793182	2,45	0,9994694199	3,01	0,9999792610
1,90	0,9927904290	2,46	0,9994966464	3,02	0,9999805336
1,91	0,9930899396	2,47	0,9995225657	3,03	0,9999817316
1,92	0,9933782249	2,48	0,9995472358	3,04	0,9999828591
1,93	0,9936556496	2,49	0,9995707121	3,05	0,9999839202
1,94	0,9939225704	2,50	0,9995930480	3,06	0,9999849184
1,95	0,9941793331	2,51	0,9996142945	3,07	0,9999858574
1,96	0,9944262750	2,52	0,9996345008	3,08	0,9999867405
1,97	0,9946637243	2,53	0,9996537140	3,09	0,9999875708
1,98	0,9948920001	2,54	0,9996719792	3,10	0,9999883513
1,99	0,9951114129	2,55	0,9996893397	3,11	0,9999890850
2,00	0,9953222648	2,56	0,9997058370	3,12	0,9999897744
2,01	0,9955248491	2,57	0,9997215109	3,13	0,9999904220
2,02	0,9957194512	2,58	0,9997363996	3,14	0,9999910304
2,03	0,9959063483	2,59	0,9997505395	3,15	0,9999916018
2,04	0,9960858093	2,60	0,9997639656	3,16	0,9999921383
2,05	0,9962580959	2,61	0,9997767114	3,17	0,9999926419
2,06	0,9964234617	2,62	0,9997888089	3,18	0,9999931146
2,07	0,9965821529	2,63	0,9998002889	3,19	0,9999935581
2,08	0,9967344086	2,64	0,9998111807	3,20	0,9999939742
2,09	0,9968804604	2,65	0,9998215122	3,21	0,9999943646
2,10	0,9970205333	2,66	0,9998313105	3,22	0,9999947306
2,11	0,9971548450	2,67	0,9998406012	3,23	0,9999950739
2,12	0,9972836067	2,68	0,9998494087	3,24	0,9999953956
2,13	0,9974070232	2,69	0,9998577566	3,25	0,9999956972
2,14	0,9975252926	2,70	0,9998656673	3,26	0,9999959798
2,15	0,9976386070	2,71	0,9998731621	3,27	0,9999962446
2,16	0,9977471522	2,72	0,9998802615	3,28	0,9999964926
2,17	0,9978511082	2,73	0,9998869850	3,29	0,9999967248
2,18	0,9979506490	2,74	0,9998933513	3,30	0,9999969423
2,19	0,9980459432	2,75	0,9998993781	3,31	0,9999971459
2,20	0,9981371536	2,76	0,9999050824	3,32	0,9999973364
2,21	0,9982244379	2,77	0,9999104803	3,33	0,9999975147
2,22	0,9983079483	2,78	0,9999155873	3,34	0,9999976815