



Universidade de Brasília

Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão Pública – FACE

Departamento de Economia

Pedro Ulisses Pimenta

Estudo dos Incentivos à Decisão Individual de Poupança no Contexto
de Incerteza Previdenciária

Brasília, DF

2020

Pedro Ulisses Pimenta

Estudo dos Incentivos à Decisão Individual de Poupança no Contexto
de Incerteza Previdenciária

Monografia apresentada ao Departamento de Economia da Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas da Universidade de Brasília como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Ciências Econômicas.

Professor Orientador: Leandro Gonçalves do Nascimento

Brasília, DF

2020

Pedro Ulisses Pimenta

Estudo dos Incentivos à Decisão Individual de Poupança no Contexto
de Incerteza Previdenciária

Banca Examinadora

Professor Leandro Gonçalves do Nascimento

Orientador

Professor Maurício Soares Bugarin

Membro

Brasília, DF

2020

Resumo

Este trabalho contribui com o estudo da decisão individual de poupança, por meio da teoria dos jogos, em um contexto de reforma previdenciária. Quando um indivíduo representativo e o governo interagem, são reveladas suas escolhas de consumir/poupar e de proposta de reforma, respectivamente. O modelo construído nesta monografia mostra explicitamente que a incerteza, assim como a redução da renda de aposentadoria por meio da decisão de reforma do governo, aumenta o valor da poupança. Para tanto, é apresentada uma grande revisão de literatura sobre os principais estudos e metodologias aplicadas acerca da decisão de poupar durante a história, desde Keynes e Modigliani até sua compreensão nos dias atuais, revelando diversas abordagens possíveis ao tema. O estudo da formação da poupança, por meio dos incentivos, se revela importante nos modelos de crescimento clássicos da economia, e dessa forma, motivam um olhar cuidadoso por parte de governos e formuladores de políticas econômicas sobre a decisão de poupar dos indivíduos. Além disso, a presente monografia explora a evolução da poupança no Brasil, desde os anos 50 até os dias atuais, e a relaciona com o contexto de cada época e com as ideias do modelo principal deste trabalho.

Palavras-chave: Poupança. Teoria do Ciclo de Vida. Reforma da Previdência. Teoria dos Jogos. Incentivos. Modelos de Crescimento.

Abstract

This work contributes to the study of the individual savings decision, through game theory, in a context of social security reform. When a representative individual and the government interact, their choices of consuming / saving and proposed reform are revealed, respectively. The model built in this monograph explicitly shows that uncertainty, as well as the reduction in retirement income through the government's reform decision, increases the value of savings. To this end, a major literature review is presented on the main studies and applied methodologies about the savings decision during history, from Keynes and Modigliani to its understanding today, revealing several possible approaches to the theme. The study of the formation of savings, through incentives, proves to be important in the classic growth models of the economy, and in this way, motivate a careful look on the part of governments and policy makers about the decision to save individuals. In addition, this monograph explores the evolution of savings in Brazil, from the 1950s to the present day, and relates it to the context of each era and to the ideas of the main model of this work.

Keywords: Savings. Life Cycle Theory. Social Security Reform. Game Theory. Incentives. Growth Models.

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 - Renda, Consumo, Poupança e Riqueza como Função da Idade.....	11
GRÁFICO 2 - Efeito da Seguridade Social na Poupança.....	14
GRÁFICO 3 - A Incerteza sobre a Poupança.....	17
GRÁFICO 4 - Estado Estacionário no Modelo de Solow.....	22
GRÁFICO 5 - Poupança Bruta sobre o PIB (1975 - 2017)	25
GRÁFICO 6 - Crescimento do PIB (1961 - 1995)	25
GRÁFICO 7 - Poupança Externa, do Governo e do Setor Privado (1947-1999)	26
GRÁFICO 8 - Consumo das Famílias sobre o PIB (1975 - 2017)	28
GRÁFICO 9 - Taxa de Poupança Privada, Doméstica e do Governo (1970 - 1994)	29
GRÁFICO 10 - Poupança, em R\$ 1.000.000,00, das Famílias e Governo (2000 - 2016).....	30
GRÁFICO 11 - Poupança das Famílias, em % da Renda Disponível (2000 - 2016).....	31
GRÁFICO 12 - Taxa Média de Poupança por Faixa de Renda Disponível.....	31
GRÁFICO 13 - População que Realiza Poupança para Velhice.....	32

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - Composição da Poupança a Preços Correntes (1981 - 1997)	28
FIGURA 2 - Árvore do Modelo de Modigliani	36
FIGURA 3 - Árvore do Modelo com Incerteza.....	40
FIGURA 4 - Forma Extensiva do Jogo.....	44

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
2. O ESTUDO DA FORMAÇÃO DA POUPANÇA	10
2.1. A Teoria do Ciclo de Vida.....	10
2.2. Efeitos da Seguridade Social Sobre a Poupança.....	13
2.3. A Poupança por Precaução.....	16
2.4. Outros Fatores de Incentivo à Poupança.....	19
3. IMPORTÂNCIA DA POUPANÇA PARA O CRESCIMENTO	20
4. A POUPANÇA BRASILEIRA	25
5. MODELAGEM	33
5.1. Modelo Simples.....	36
5.2. Modelo com Incerteza.....	39
5.3. Modelo do Jogo Sequencial.....	42
6. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA	52
7. CONCLUSÃO	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

1. INTRODUÇÃO

Segundo os dados do Banco Mundial, a poupança doméstica no Brasil para o ano de 2019 foi de 14% do PIB. Comparado aos países vizinhos da América do Sul e de países asiáticos que se desenvolveram recentemente e considerando a dificuldade de crescimento brasileiro já há muito tempo, existe a compreensão de necessidade da elevação dessa poupança. Isso por que existe uma literatura consolidada - desde Houthakker (1961) e Modigliani (1970) até Edwards (1995), Deaton (1994) e estudos mais recentes - que apresentam evidências empíricas de uma correlação positiva entre poupança e crescimento.

O problema está na compreensão de cada um sobre a relação de causalidade entre essas duas variáveis, já que, em um primeiro momento, essa correlação pode ser analisada via modelos de crescimento tradicional (no estilo de Solow) no qual um aumento na poupança resulta em um crescimento, pelo menos temporariamente, mais alto. No entanto, pesquisas empíricas sugerem que essa relação assume uma direção contrária, de crescimento para a poupança, como evidenciam Carrol e Weil (2000) para o caso das economias do Leste Asiático, que apresentavam altas taxas de crescimento muito antes de terem poupanças muito elevadas.

De qualquer modo, a poupança doméstica brasileira é considerada baixa (Samuel Pessoa, 2014). A poupança doméstica “ s_D ” de um país é composta pela poupança do governo “ s_G ” mais a poupança privada das famílias “ s_P ” ($s_D = s_G + s_P$). Este trabalho tratará especificamente da poupança privada das famílias que, por sua vez, é o que sobra da renda disponível dos indivíduos “ y_D ” depois do consumo “ C ”, ou seja, $s_P = y_D - C$, dado que a renda disponível é a renda do trabalho “ y ” menos os impostos “ T ”, $y_D = y - T$.

Existem duas leituras principais sobre a formação desta poupança (s_P) e de como ela pode ser impactada: a visão Pós-Keynesiana, no qual ela é resultado do crescimento e do ciclo econômica, ou seja, se deve ao manejo da política macroeconômica pois quando há um aumento no investimento planejado das empresas, ocorre um crescimento no nível de emprego e renda de modo que, a poupança agregada aumentará de maneira residual (Keynes, 1936). Nesse caso, portanto, não seria necessário um olhar especial apenas para a geração de poupança, já que ela é consequência, e se ajusta, ao processo de investimento e crescimento.

A segunda leitura sobre a poupança privada é a clássica, no qual a sua geração se dá via incentivos microeconômicos. Isso quer dizer que o indivíduo representativo toma sua decisão de poupar dado sua utilidade que, por sua vez, pode ser função de renda, de incertezas, de

parâmetros de preferências, ou seja, aspectos institucionais, culturais, econômicas, jurídicas, etc. determinam o nível de poupança de cada economia. Desse modo, é possível estimular a geração de poupança por meio de alterações no estado de bem-estar social, como em regras previdenciárias, por exemplo.

É nesse sentido que se desenvolveu uma grande literatura a partir do século XX, principalmente a partir da Teoria do Ciclo de Vida de Modigliani (1963), onde se modela o indivíduo que acumula poupança durante a idade ativa de trabalho para gastar na aposentadoria. A partir desse entendimento, Feldstein (1974) estuda de que forma a seguridade social afeta a poupança privada, fornecendo uma base importante para diversos estudos teóricos e empíricos futuros desse tema. Samuel Pessoa, por exemplo, apresentou um estudo, em 2018, que relaciona os gastos com a previdência no Brasil e a poupança privada, sugerindo uma “taxa de substituição” entre as duas variáveis. A incerteza também tem papel importante na decisão de poupança do indivíduo, e nesse sentido, surge o conceito de “poupança por precaução”, uma forma do indivíduo se proteger de choques abruptos de renda e consumo futuro.

Tendo em vista esse cenário de estudo da poupança privada pelo lado dos incentivos, este trabalho apresenta o modelo de um jogo na forma extensiva que adapta a teoria do ciclo de vida de Modigliani e, relaciona seus dois jogadores, trabalhador e governo, para o cenário de reforma na previdência e a incerteza quanto a renda de aposentadoria. Ou seja, aplica-se ao estudo os conceitos de Feldstein e de “precautionary saving”, respectivamente.

O objetivo é saber quanto o indivíduo poupará, quanto a sua poupança altera dada a possibilidade de reforma apresentado pelo governo e, também, qual será a poupança do indivíduo após haver de fato uma reforma. O governo, por sua vez, sabendo que deverá prover a renda do indivíduo na aposentadoria, terá que se decidir sobre a nova renda da previdência dado o cenário fiscal e político que uma reforma previdenciária causa.

Além da Introdução, esta monografia se divide nos capítulos 2, que explica a evolução dos principais estudos da formação da poupança, 3, que mostra os modelos de crescimento clássicos, revelando a importância da poupança, 4, um breve estudo da poupança doméstica no Brasil e 5, a modelagem do problema. O capítulo 6 apresenta uma sugestão de estudo futuro para a poupança e o capítulo 7 conclui.

2. O ESTUDO DA FORMAÇÃO DA POUPANÇA

A poupança, como variável, em um primeiro momento nos estudos econômicos, surge como uma derivação da renda dos indivíduos, por meio de Keynes, em 1936. Para ele, a poupança (nacional e individual), como um resquício depois do ciclo de produção/ geração de renda, obedeceria a “Lei Psicológica Fundamental”, ou seja, indivíduos com maiores rendas tenderiam a poupar mais, visto que o consumo cairia marginalmente com o aumento da renda.

Modigliani critica esta visão quando percebe que o autor não parte de uma análise racional dos indivíduos, claro que, dado o conceito de incerteza e entesouramento de Keynes, já difere desde o começo a análise de cada um, mas a explicação dada para a decisão de poupar especificamente ainda não foi satisfatória.

Nesse meio tempo, é introduzido por Friedman a Hipótese da Renda Permanente (1957) como determinante do nível de poupança e consumo, no qual o indivíduo calcula o seu consumo não só pela sua renda atual, mas também pela renda média que ele espera receber no futuro, e essa renda seria a sua “renda permanente”. A renda total do indivíduo será composta por essa renda permanente mais uma renda transitória, descrita como parte da renda afetada por fatores acidentais ou ocasionais (Friedman, 1957). Assim como o consumo, que terá uma parte permanente e outra transitória, e que como é determinado por considerações de longo prazo, qualquer variação na renda transitórias “levam principalmente a adições aos ativos ou ao uso de saldos acumulados anteriormente, em vez de às correspondentes mudanças no consumo”, tendo a poupança uma função fundamental nesse equilíbrio.

2.1. A Teoria do Ciclo de Vida

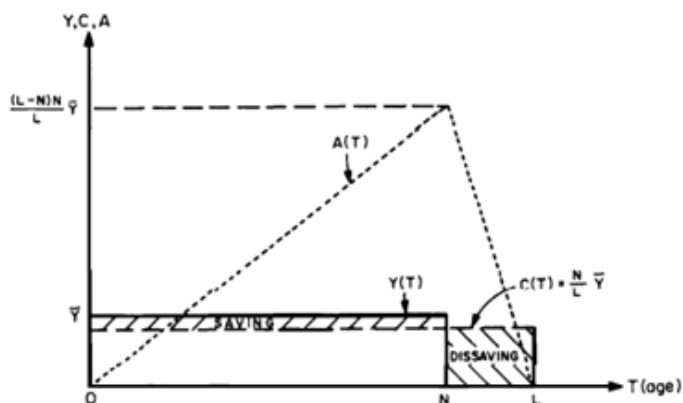
Há um divisor de águas feito por Modigliani, quando a formação de poupança passou a ser analisada como escolhas individuais intertemporais visto as expectativas de ganhos durante a vida. A sua Teoria do Ciclo de Vida (Modigliani, 1963) parte do pressuposto de que o agente, que quer manter um nível estável de consumo durante a vida, precisa poupar no seu período produtivo de ganhos de renda para utilizá-lo no período de inatividade.

“Nosso propósito era mostrar que todas as regularidades empíricas bem estabelecidas poderiam ser explicadas em termos de consumidores racionais maximizando a utilidade, alocando otimamente seus recursos ao consumo ao longo de sua vida” (Modigliani, 1985). O autor traz uma implicação importante: aquilo que o indivíduo gasta para consumir hoje depende

não só da sua renda atual corrente acumulada, mas de toda a sua renda do trabalho de sua vida trazida a valor presente.

O modelo mais básico, então, da Teoria do Ciclo de Vida é representado pelo seguinte gráfico:

Gráfico 1: Renda, Consumo, Poupança e Riqueza como Função da Idade



Fonte: “Life cycle, individual thrift and the wealth of nations. ”, (Modigliani, 1986).

No qual, o indivíduo terá renda constante (\bar{Y}) até o momento da aposentadoria (N), que é conhecido pelo agente, assim como é conhecido o momento da morte. A linha tracejada $A(T)$ é o acúmulo de riqueza durante a vida e o seu gasto, tem esse formato proposto originalmente por Harrod (1948), conhecido como “poupança de corcunda”, já que é acumulada no período ativo e gastada na aposentadoria. Percebe-se então, que, os indivíduos poupam durante a idade ativa para manter um nível constante de consumo ao longo da vida.

A partir deste modelo, houve, posteriormente, a inclusão de algumas alterações, como a incerteza do momento da morte do indivíduo, que possibilitaria a formação de herança involuntária para agentes mais novos.

Mas ainda assim, com esse modelo mais básico, foi possível, pelo autor e outros estudiosos, tirar conclusões fortes quanto ao nível de poupança de uma economia, que seria determinado pela sua estrutura demográfica, pois os jovens têm maior propensão a poupar do que os idosos. Assim, em um sistema previdenciário de repartição, numa economia que está envelhecendo, haverá cada vez mais incidência tributária sobre os mais jovens e, portanto, sobrarão menos recursos para estes pouparem, havendo redução da poupança interna (Oliveira et al, IPEA/1998).

Uma análise interessante desse modelo para o comportamento da taxa de poupança das famílias brasileiras foi realizada por Marcos Silveira e Ajax Moreira (2014) para o IPEA, em que é testada a validade da hipótese de suavização de consumo intertemporal, conclusão mais importante do modelo do ciclo de vida, por meio do acesso ao mercado de crédito. Um indivíduo que não consegue tomar empréstimos na juventude para financiar o nível de consumo ótimo e fica restrito à sua renda corrente, naturalmente aloca seus recursos intertemporais de forma ineficiente. Isso porque, subjacente à hipótese do ciclo de vida, o sujeito maximiza sua utilidade intertemporal, que no fundo, depende da taxa de juros e do parâmetro de desconto intertemporal para determinar o consumo ótimo.

Buscando explicar como o consumo, a renda e a poupança evoluem ao longo das idades da vida em diferentes níveis de renda, os autores utilizam a base de dados da Pesquisa de Orçamentos Familiares (POF) de 2008/2009 produzida pelo IBGE, em que o foco é a estrutura das despesas familiares. Agora, basta verificar se esses dados são consistentes com a hipótese de suavização intertemporal para os indivíduos brasileiros, de acordo com uma regressão entre renda e consumo como uma função da variável explicativa de idade, ou seja, como se dá a dinâmica entre renda e consumo de acordo com a idade do indivíduo.

Em um primeiro momento, o estudo mostra que o comportamento do consumo no Brasil não é claramente compatível com a hipótese de suavização do ciclo de vida. E isso é explicado por causa da restrição ao crédito por boa parte da população brasileira, já que existe evidência empírica que explica que quanto menor escolaridade, maior a dificuldade de acesso ao crédito, logo menor a capacidade de suavização do consumo. Mas mesmo assim, foi encontrado que, para todos os níveis de renda para o Brasil, o comportamento das famílias vai de encontro ao exemplo clássico da teoria do ciclo de vida, isso porque os jovens não tomam emprestado, mesmo quando podem, para consumir acima do nível corrente de renda para maximizar a utilidade intertemporal, mesmo com expectativas de ganhos maiores futuros. Agora, para a poupança, percebe-se que ela é significativamente positiva para os jovens e que vai aumentando com a idade, dando um salto na velhice. A mais razoável explicação para esse movimento é uma formação de poupança precaucionária (o que será analisado em breve) e/ou o desejo de deixar herança para os filhos. Foi verificado, além disso, que quanto maior a escolaridade, ou seja, maior a renda esperada ou permanente, maior a tendência de crescimento da poupança com a idade.

2.2. Efeitos da Seguridade Social sobre a Poupança

A importância e os efeitos da previdência social na poupança ainda não haviam sido incorporados aos modelos de Renda Permanente de Friedman e da Teoria do Ciclo de Vida de Modigliani, como analisa Martin Feldstein em 1974, que a via como um fator de importância fundamental.

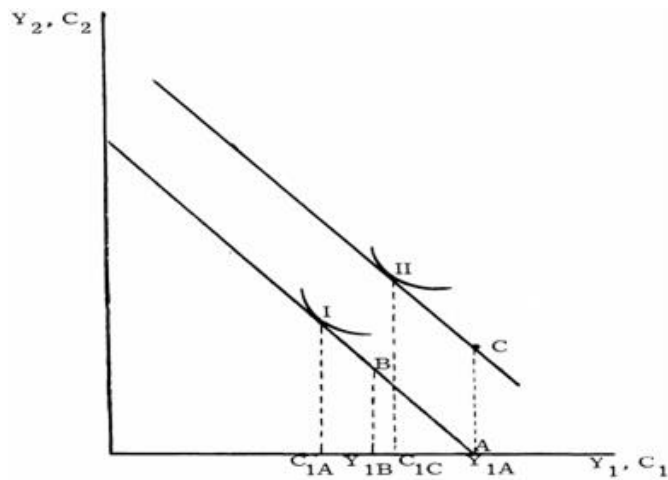
Indicando estudos que mostram que “os indivíduos são vistos como não-planificadores míopes que poupam de uma maneira aleatória ou não o fazem”, como verificam Meyers, 1965; Pechman et al., 1968 e Schulz, 1974, esse fracasso dos indivíduos em fornecer renda para o período futuro é um argumento a favor da seguridade social como influenciador da poupança (Feldstein, 1979).

Feldstein, portanto, estende o Modelo do Ciclo de Vida tornando a aposentadoria endógena, no sentido de que os trabalhadores que recebem a seguridade social têm incentivos de se aposentarem mais cedo. Além disso, o autor compara ganhos dos trabalhadores trabalhando após a idade de aposentadoria, e isso faz sentido, já que, como explica Orellana et al (2018) para o Brasil, como não há idade mínima para o trabalhador se aposentar, “de acordo com Brugiavini & Peracchi (2005), isso resulta em aposentadorias precoces com baixos valores. Desse modo, os aposentados podem continuar trabalhando para manter um padrão de vida (...)” (Orellana et al., 2018)

As pensões, para Feldstein, podem ter dois efeitos na poupança; primeiro, reduz a poupança individual quando a seguridade atua na renda dos indivíduos, seja como imposto, ou seja como substituto de benefícios esperados por poupança pessoal e, segundo, um efeito direto no tempo de trabalho do indivíduo: as pensões podem aumentar a poupança quando antecipa a chegada da aposentadoria nos contemplados do sistema, aumentando o tempo de vida que os indivíduos terão para consumir após a idade ativa, tendo que poupar mais para “distribuir” tais ativos acumulados. O efeito líquido, então, para o autor é a combinação dessas duas forças.

Esse efeito é ilustrado na figura 2 abaixo

Gráfico 2: Efeito da Seguridade Social na Poupança



Fonte: “Social security, induced retirement, and aggregate capital accumulation. ”, (Feldstein, 1974).

O eixo horizontal representa a renda e o consumo no período ativo do indivíduo, enquanto o eixo vertical é o consumo e renda após a aposentadoria.

Suponha um indivíduo que, na ausência de previdência social, escolhe se aposentar. Neste caso, seus ganhos estarão no ponto A, ou seja, Y_{1A} no primeiro período, mas zero no segundo. Agora, quando este trabalhador escolhe poupar para ter uma renda e consumir na idade inativa, terá que escolher um par de níveis de consumo denotada por uma linha orçamentária e escolherá o ponto I. Desta forma, no período ativo ele consumirá C_{1A} e poupará $Y_{1A} - C_{1A}$.

Agora, imagina-se que o indivíduo está em um contexto de seguridade social, e, portanto, haverá um imposto para este fim, o que reduzirá diretamente sua renda, de Y_{1A} para Y_{1B} . O ponto B passa a ser o inicial (já que a renda no gráfico é endógena e o deslocamento, então, é pela curva), mas ainda assim o consumidor mantém seu nível de consumo em C_{1A} , já que a sua restrição orçamentária não se alterou, de modo que poupará $Y_{1B} - C_{1A}$, ou seja, menos do que antes.

Essa redução na poupança pode ser contrastada quando o indivíduo resolve se aposentar mais tarde, numa idade maior do que antes, no contexto sem seguridade social. O ponto C indica o seu ganho inicial, $Y_{1C} = Y_{1A}$, no entanto, ele terá uma renda positiva no segundo período em comparação a idade em que ele teria se aposentado antes, pois no período 2 ele ainda estaria trabalhando e, o novo par de consumo é denotado pelo ponto II. Neste caso, ele poupará $Y_{1A} - C_{1C}$. Mas agora com um contexto de seguridade social, ele seria induzido a se aposentar antes e

estaria no mesmo caso já dito, no ponto B, e pouparia $Y_{1B} - C_{1A}$. A poupança então, pode aumentar na introdução de uma previdência social na medida em que $Y_{1B} - C_{1A}$ for maior que $Y_{1A} - C_{1C}$.

Estudos empíricos feitos pelo próprio Feldstein, no mesmo trabalho, aprimorando o modelo de Modigliani confirmou a prevalência do efeito de substituição de riqueza em detrimento do efeito antecipador da aposentadoria, de modo a reduzir a poupança.

Entretanto, a possibilidade de comportamento irracional por parte de alguns indivíduos, a aposentadoria antecipada, as mudanças nas transferências entre as gerações, o papel das pensões privadas não financiadas e as características especiais da riqueza da seguridade social (déficit, por exemplo) podem fazer com que uma previdência social não cause uma equivalente queda na poupança/ riqueza privada, de modo que somente pela análise de dados sobre poupança e riqueza privadas é possível avaliar o efeito real da previdência social (Feldstein, 1979).

Como pontua Oliveira et al (IPEA/1998), um maior estado de seguridade social poderia fazer com que indivíduos se tornem imprudentes quanto ao futuro, consumindo e se endividando excessivamente hoje, já que haveria garantia de bem-estar social no futuro.

O efeito dual da seguridade sobre o nível de poupança, explicado por Feldstein, foi testado por Alicia Munnell (1974), no qual a autora toma a base da poupança como função da renda e riqueza esperada, de Ando-Modigliani, e soma a isso a seguridade social (SS) e a taxa de aposentadoria sobre aposentadoria mais riqueza gerada pelo trabalho ($R/(R+W)$)

$$S = f\left(Y, W_{t-1}, SS, \frac{R}{R+W}\right),$$

onde $\frac{R}{R+W} = f(URB, RU, SS, SSET, CR)$, onde URB é a força de trabalho nas áreas urbanas, RU é a taxa de desemprego, $SSET$ é a porcentagem da população sob o efeito da seguridade e CR é a porcentagem da população afetada pela aposentadoria compulsória.

Percebe-se que aqui a seguridade afeta a poupança diretamente, SS , e indiretamente via $\frac{R}{R+W}$. A autora faz os testes empíricos para os anos de 1900 até 1971 para os EUA e “tenta fornecer uma explicação dentro da estrutura do ciclo de vida para a taxa de poupança agregada constante nos últimos 35 anos, em vista do crescimento significativo no programa de previdência social” (Munnell, 1974).

Os resultados encontrados realmente dão suporte ao efeito dual, a seguridade social aumenta a poupança via aumento dos anos aposentados e diminui a poupança via substituição de riqueza futura.

2.3. A Poupança por Precaução

Sebastian Edwards (1995) verifica empiricamente o efeito negativo da seguridade social administrada pelo governo na poupança e vai além: percebe que as poupanças públicas tendem a ser menores nos países com maior instabilidade política, ou seja, com um futuro mais incerto. Na literatura econômica, o conceito de “Precautionary Saving” (uma poupança preventiva) discutido e reconhecido desde Keynes (1930), vai ao encontro à essa perspectiva, no qual os indivíduos deixam de consumir hoje e poupam como uma forma de se protegerem de choques abruptos de renda e consumo futuro, como por exemplo, a perda do emprego de uma forma inesperada. Desse modo, todo clima instável econômico e político também leva à um comportamento individual de desconfiança do futuro, gerando fenômeno de elevação da poupança privada daquela sociedade.

O modelo de explicação básica de Precautionary Saving pode ser aquele revisado por Carroll e Kimball (2001) que segue abaixo, num modelo de dois períodos onde se encontra um consumidor com riqueza inicial w_t e uma renda futura incerta \tilde{y}_{t+1} (o “~” descreve a incerteza de y). Este indivíduo deverá resolver o seguinte problema de otimização sem restrições

$$\max u(c_t) + E_t[V_{t+1}(w_t - c_t + \tilde{y}_{t+1})].$$

O indivíduo quer maximizar a sua utilidade atual, que depende do consumo atual, $u(c_t)$ mais a esperança E_t de sua função utilidade futura V_{t+1} , que será aquilo que sobrou de hoje “ $w_t - c_t$ ” mais a renda futura, que será incerta, \tilde{y}_{t+1} .

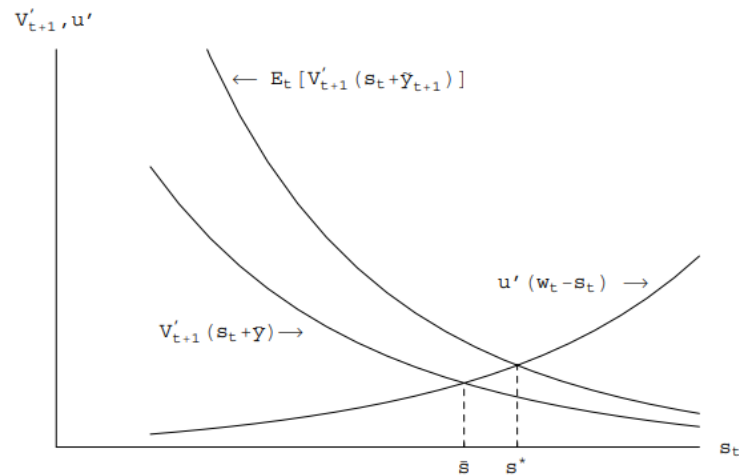
Sabendo que a poupança é a riqueza que se tem menos o consumo ($s_t = w_t - c_t$), o problema, em termos de poupança, será

$$\max u(w_t - s_t) + E_t[V_{t+1}(s_t + \tilde{y}_{t+1})].$$

E a conseqüente condição de primeira ordem é $u'(w_t - s_t) = E_t[V'_{t+1}(s_t + \tilde{y}_{t+1})]$

Graficamente a resolução do problema, a se encontrar um nível de poupança ótimo, será

Gráfico 3: A Incerteza sobre a Poupança



Fonte: “Liquidity Constraints and Precautionary Saving. ”, (Carrol e Kimball, 2001).

No eixo vertical estão as utilidades presente e futura e no eixo horizontal está o nível de poupança. $V'_{t+1}(s_t + \hat{y})$ representa a curva quando não haverá incerteza quanto ao futuro e ela é inclinada negativamente em função de s_t porque quanto mais o consumidor economiza no período t , mais está disponível para consumo no período $t + 1$ e, portanto, menor é a utilidade marginal dos gastos em $t + 1$. A curva $u'(w_t - s_t)$ representa a utilidade marginal de hoje. A poupança escolhida neste caso, lembrando, num contexto sem incerteza, será a igualdade dessas curvas, representada por \bar{s} e, assim, o indivíduo suavizará ao máximo suas utilidades.

Agora, em um contexto de incerteza, a utilidade marginal do primeiro período deverá se igualar à expectativa de utilidade do futuro, e esta curva será $E_t[V'_{t+1}(s_t + \tilde{y}_{t+1})]$, definida como uma combinação de todos os resultados possíveis de renda que o agente terá no futuro, probabilizáveis, e estará acima da anterior. A nova poupança será então s^* , de modo que $s^* - \bar{s}$ é a poupança gerada pela incerteza, a “Precautionary Saving”.

Este modelo teórico se assemelha ao de Friedman (1954), quando se considera que, em um caso de seguridade social alta, as incertezas futuras seriam reduzidas, assim, a renda variável de Friedman teria menos impacto na renda total, e consequentemente, menor a poupança necessária para cobrir o consumo médio.

O crescimento da poupança chinesa, nos anos 90, se deve ao fator da transição da economia centralizadora para a de mercado, no qual foi acompanhada pela transformação da rede de segurança social e pelo consequente aumento dessa poupança preventiva, como explica Longmei Zhang et al em 2018. Nas áreas urbanas, as reformas estatais geraram demissões em

massa e queda nos benefícios sociais e segurança no emprego, levando a poupança à mais de 25% da renda disponível do país.

Agora, de que forma se pode estimar o quanto da poupança doméstica de um país é devido à precaução?

Choi et al (2016) comparou as duas maiores economias do mundo, China e Estados Unidos, para suas taxas de poupança bem distintas: as famílias chinesas poupam uma parte maior da renda, de 1989 a 2009, uma média de um pouco mais de 20 por cento da renda disponível, do que as famílias norte americanas, que para o mesmo período teve uma média por volta de 4 por cento. A decisão de poupança doméstica foi modelada com base no modelo de Zin (1989) e Weil (1989) para a utilidade não esperada de preferências domésticas, no qual, é possível decompor a poupança devido à precaução e à não precaução. O modelo de utilidade da família que vive infinitamente é

$$V_{i,t} = \left\{ C_{i,t}^{1-\frac{1}{\sigma}} + e^{-\delta} [E_t(V_{i,t+1})]^{1-\frac{1}{\sigma}} \right\}^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (1)$$

Onde $C_{i,t}$ é o consumo da família, e E_t é a esperança, no caso, para o consumo futuro. Todo esse modelo é calibrado por parâmetros, que dão características a cada economia estudada. δ é a taxa de desconto subjetiva e σ e γ são os parâmetros de preferência, onde σ é a elasticidade intertemporal de substituição e γ é o coeficiente de aversão ao risco relativo. As famílias não podem pedir emprestado e enfrenta a seguinte restrição orçamentária

$$A_{i,t+1} = (A_{i,t} + Y_{i,t} - C_{i,t})e^r \quad (2)$$

O A são os ativos, Y é a renda e C o consumo, r é a taxa de juros.

O problema então da família é maximizar (1) sujeito a (2). Os autores fizeram simulações para estimar os parâmetros com base nos dados de poupança que já existem na literatura. Buscando caracterizar a poupança de cada país, os autores simularam a evolução da poupança para vinte mil famílias americanas e chinesas que começam com renda zero e aumentam com o tempo seus índices de riqueza, onde a poupança seria a renda total menos o consumo agregado. O resultado da simulação, quando se coloca a aversão ao risco igual a zero, mostra que, quase toda a poupança doméstica dos EUA é motivada pela precaução, assim como na China, a poupança gerada por motivos que não seja a prevenção também é apenas uma pequena parte da poupança total, menos de 20%.

Ainda assim, a literatura empírica sobre os determinantes da poupança privada continua amplamente inconclusiva. A estimativa dos coeficientes citados (δ , σ e γ) são muito dispersos entre os estudos e as conclusões não raro são contraditórias. Hernando et al (2018) fornecem uma revisão dos principais determinantes estudados na literatura que ainda, de alguma forma, afetam a poupança privada.

2.4. Outros Fatores de Incentivo À Poupança

Além dos fatores já visto aqui, Hernando et al. (2018) elenca algumas outras variáveis importantes que contribuem para a geração de poupança na economia, como segue. Primeiro, existe a **taxa de juros**, já que se assume uma elasticidade positiva entre essas variáveis. Logo, o tamanho do impacto vai depender do efeito renda e substituição associados a elas, sendo, portanto, ambíguos, e além disso, os estudos empíricos mostram variações de resultados nos efeitos.

Outro fator destacado, no estudo, é **riqueza acumulada**, no qual, por uma análise inicial observando modelos macro que indica uma elasticidade intertemporal de consumo como função crescente da renda, um aumento na renda elevaria a poupança. No entanto, pode existir o fator precaução, onde uma redução na renda também elevaria a poupança, visto a proteção objetivada, de modo que o resultado do efeito da riqueza acumulada na poupança será ambíguo, variando de contexto de economia para economia.

A **demografia** também é interessante de ser analisada, visto que se verifica diversos efeitos na poupança. Primeiro que, com uma população cada vez mais longeva, o aumento de uma “taxa de dependência” das gerações mais novas com os mais velhos fará com que o consumo destes aumente, reduzindo a poupança. Além disso, o aumento na urbanização pode reduzir a poupança por precaução, visto maiores canais de comunicação e informações mais claras quanto ao futuro, e também por aumentar a possibilidade de consumo. Agora, o aumento na expectativa de vida faz com que a poupança cresça também, vide um maior período inativo e assim maior a necessidade de poupar para suavizar o consumo.

É possível, então, ter alguma noção de como o comportamento individual de poupar pode ser afetada por diversos componentes externos, de modo que, para cada estudo empírico, a seleção das variáveis escolhidas implica no o resultado final. Esse é um fator importante que explica a diversidade de conclusões nesse tema.

3. IMPORTÂNCIA DA POUPANÇA PARA O CESCIMENTO

“Um pressuposto razoável de todas as teorias de desenvolvimento é o de que, dado um determinado nível de progresso técnico e a forma de alocação dos recursos disponíveis, o crescimento econômico será tanto maior quanto maior for a taxa de poupança e investimento.” (Bresser, 2007). Bresser se refere aos modelos neoclássicos de crescimento, inicialmente proposto por Harrod-Domar na década de 40, e posteriormente expandido por Solow, Samuelson, Modigliani, Homer e Lucas.

O modelo inicial que se segue, de Harrod-Domar, pode ser explicado brevemente por Simonsen (1991) em que o único fator limitante do crescimento do PIB, Y , é o estoque de capital K , ou seja,

$$Y = f(K)$$

$$Y = v^{-1}K, \quad (1)$$

onde “ v ” é uma constante que revela a relação capital-produto.

Agora, supondo que o crescimento do capital (\dot{K}) é o investimento I , e o investimento é igual a poupança, tem que

$$S = I = \dot{K} = sY, \quad (2)$$

dado que a poupança é uma proporção da renda ($S = sY$), em que “ s ” é a propensão marginal a poupar.

Desse modo, fazendo a taxa de crescimento do produto Y , n_Y , dado por $\frac{\dot{Y}}{Y}$, é encontrado

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = n_Y = \frac{s}{v}. \quad (3)$$

Portanto, em (3), se tem que o crescimento do produto depende diretamente da taxa de poupança s .

O que Solow faz com esse modelo é colocar o produto, mais realista, como função não só do estoque de capital K , mas também da força de trabalho L , por meio da Cobb-Douglas,

$$Y = f(K, L)$$

$$Y = c K^\alpha L^{1-\alpha}.$$

Onde c e α (esta última fornece a proporção do trabalho e capital na renda) são constantes positivas.

Ao inserir logaritmos e derivar com relação ao tempo, a taxa de crescimento do produto será

$$n_Y = \alpha n_K + (1 - \alpha)n_L. \quad (4)$$

Como

$$n_K = \frac{\dot{K}}{K} \quad (5)$$

e

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K} = sY, \quad (6)$$

tem-se que

$$n_K = \frac{\dot{K}}{K} = s \frac{Y}{K}. \quad (7)$$

E fazendo

$$n_L = \frac{\dot{L}}{L} = g, \quad (8)$$

chega-se a

$$n_Y = \alpha s \frac{Y}{K} + (1 - \alpha)g. \quad (9)$$

Dado que a taxa de crescimento da relação produto/capital é “ $n_{Y/K} = n_Y - n_K$ ”, seu valor será, então

$$n_{Y/K} = (1 - \alpha) \left(g - s \frac{Y}{K} \right). \quad (10)$$

Por essa última equação, no limite, quando a taxa de crescimento do produto sobre o estoque de capital tende a zero, $\frac{Y}{K}$ converge para $\frac{g}{s}$ e, portanto, colocando esse resultado em (9), tem que n_Y converge para g .

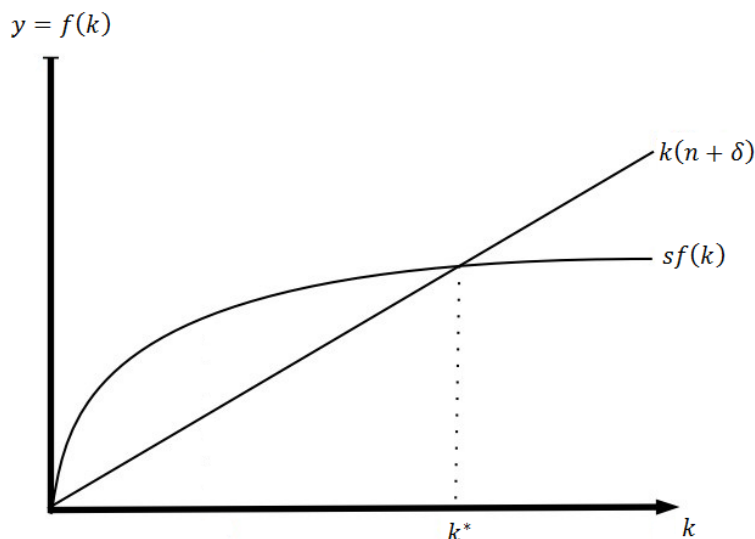
Percebe-se então que, a taxa de crescimento do produto, no longo prazo, depende apenas da taxa de crescimento da força de trabalho g , e não da poupança, como era imaginado por Harrod-Domar.

A poupança, no modelo de Solow, será importante apenas temporariamente, quando a poupança determina o capital no estado estacionário, de modo que, um aumento da poupança faz crescer a economia até alcançar um novo estado estacionário, como se percebe na equação de Solow e o seu respectivo gráfico

$$\dot{k} = sf(k) - k(n + \delta). \quad (11)$$

\dot{k} é o crescimento do estoque de capital per capita, enquanto s é a poupança, n é o crescimento populacional e δ é a depreciação do estoque de capital.

Gráfico 4: Estado Estacionário no Modelo de Solow



O gráfico mostra que quanto maior a taxa de poupança s maior será o produto per capita no estado estacionário, pois um aumento na poupança possibilita um aumento na formação bruta de capital, dada a igualdade entre poupança e investimento. Isto sugere que uma maneira de tornar o país mais rico seria implementar políticas e reformas estruturais que aumentem a taxa de poupança.

Microeconomicamente, como visto no modelo do ciclo-de-vido, aumentar a taxa de poupança indefinidamente visando o aumento do produto não é racional, já que não haveria suavização do consumo (poupar/investir significa abdicar do consumo presente). Nesse caso, existe a “regra de ouro” no modelo de Solow, que indica qual a taxa de poupança ótima que

maximiza o bem-estar em equilíbrio, de modo que não há ganho de utilidade em trocar utilidade presente por futuro.

Simonsen pontua que, por mais de vinte anos, “a teoria do crescimento econômico andou engasgada com essa conclusão do modelo de Solow: a taxa de crescimento a longo prazo do produto independeria da taxa de poupança. ”

Nesse contexto surge a controvérsia Cambridge-Cambridge, um debate entre ortodoxos e heterodoxos que, no que tange a importância da poupança, se resumia em saber se essa relação entre capital/produto se ajustava para a taxa de poupança, como afirmava Solow, ou se era a taxa de poupança que se ajustava a essa relação capital/produto, afirmativa essa sustentada por Kaldor e Pasinetti (Simonsen, 1991).

Todavia, essa controvérsia, assume uma conclusão tida como indigesta para Simonsen: “desde que seja possível o crescimento com plena ocupação de ambos os fatores, a taxa de crescimento do produto converge para a taxa de crescimento g da força de trabalho, independentemente da taxa de poupança.”

E quando há essa conversão para g , a conclusão que se tira é que haverá estagnação da produtividade média do trabalho a longo prazo. O caminho mais natural que se tomou à época, é buscar uma função de produção agregada que houvesse progresso tecnológico exógeno.

A função de produção se deslocava no tempo t ,

$$Y = F(K, L, t)$$

De modo que a taxa de crescimento tecnológico “ J ” é

$$J = \frac{1}{Y} \frac{\partial Y}{\partial t},$$

com a ideia de que o progresso tecnológico poderia fazer o produto crescer espontaneamente a uma taxa J , sem que a poupança ou a força de trabalho se alterasse. Essa ideia foi sustentada por trabalhos empíricos, que percebem que o resíduo J era determinante para a taxa de crescimento da produtividade média do trabalho, que antes tendia para a estagnação.

Esse era um problema “resolvido”, mas graças ao progresso tecnológico, que nada tinha a ver com poupança, e que, de acordo com Simonsen (1991), “caía do céu”.

Posteriormente, muito por Robert Lucas Jr. (1988), houve a análise de como a formação de capital humano poderia afetar a taxa de crescimento de longo prazo da economia via progresso tecnológico, por meio do aumento da produtividade do trabalho. A poupança, neste caso, desempenha o papel de custeio para formação de recursos humanos ou como parte a ser destinado para a acumulação de capital físico.

Quando o capital humano e capital físico são responsáveis pelo crescimento, há a necessidade de coordená-las, de modo a maximizar a utilidade descontada dos consumos futuros do trabalhador com uma taxa de desconto intertemporal, isso porque, quando se destina poupança para a formação de estoque capital humano por trabalhador existe uma perda de consumo.

A conclusão que se tem quando isso é feito é que, quanto menor a taxa de desconto, maior é o limite de estoque de capital humano e, portanto, maior a taxa de limite do crescimento do produto, de forma que, para isso acontecer, exigiria um aumento na taxa de poupança.

Simonsen (1991) percebe que esse tipo de análise tenta resgatar a poupança como sendo importante para o crescimento, visto que, países que na época detinham altas taxas de crescimentos, como Japão e Coréia do Sul, eram os que apresentavam maiores taxas de poupança. Hoje, a China também toma o mesmo caminho que, de acordo com dados do Banco Mundial, apresentou para os anos de 2016 a 2018 uma poupança bruta por volta de 45% do PIB.

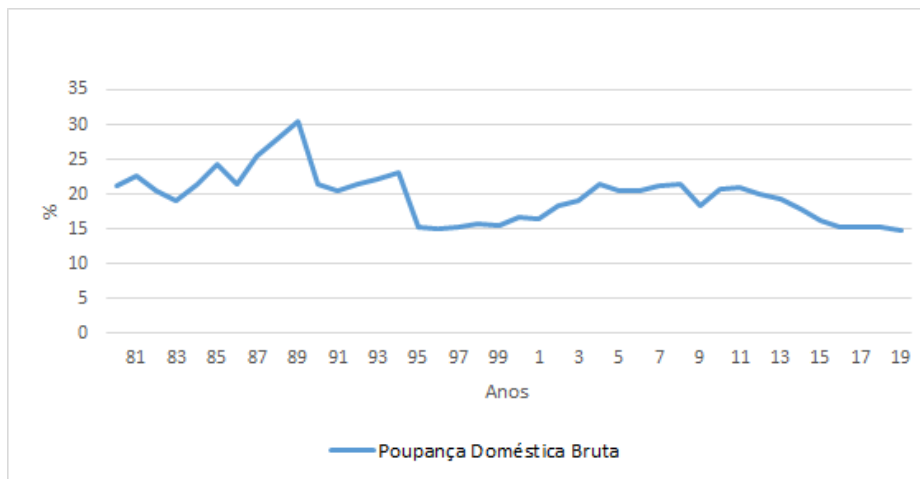
O primeiro modelo apresentado, de Harrod-Domar, parece fazer muito sentido quando acontece na prática tal crescimento sustentado pela poupança, do modo que, modelos seguintes visam a importância desta para o investimento em recursos humanos e físicos para determinar o progresso tecnológico.

É bom lembrar que a poupança aqui aparece sempre no sentido de causador do investimento, em sequência: uma redução no consumo gera automaticamente um aumento na poupança e que por sua vez acarreta um aumento no investimento. Mas há quem enxerga a poupança somente como consequência do crescimento. Este ponto é tratado por Keynes (1936), na sua crítica à Lei de Say na Teoria Geral, onde uma elevação do investimento acarreta um aumento na poupança e que, em condições de pleno emprego, exigiria uma redução no consumo, de modo que não seria necessário políticas econômicas focadas no incentivo da poupança. Essa é a visão, hoje, pós-keynesiana da poupança resultado da demanda agregada.

Este lado não será tratado neste trabalho, que será focado apenas na visão neoclássica de crescimento, no qual, a poupança, como visto, assume papel intuitivo de financiador do investimento e, leva a crer, que é importante entender de que forma ela pode ser tratada, especialmente em economias que apresentam dificuldades no crescimento.

4. A POUPANÇA BRASILEIRA

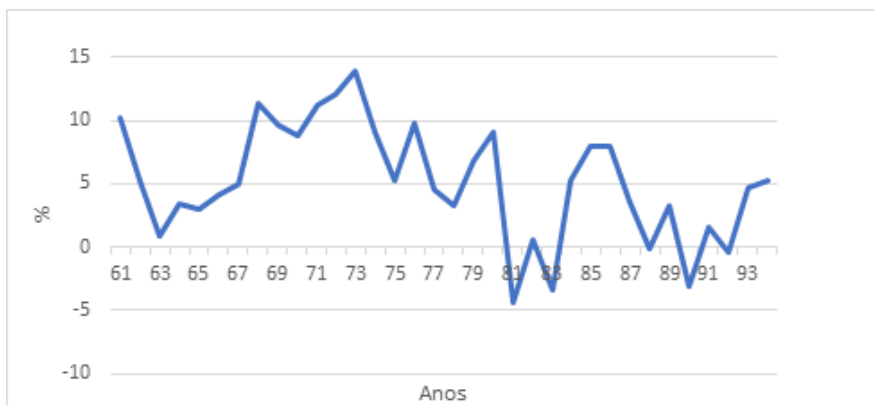
Gráfico 5: Poupança Doméstica Bruta sobre o PIB (1975 - 2017)



Fonte: Banco Mundial. Elaboração Própria

Após os anos conhecidos como Milagre Econômico, de 1969 a 1974, a economia brasileira apresentou índices de crescimento predominantemente baixos a partir dos anos 1981 até o começo de 1990, como é possível ver nos dados abaixo do Banco Mundial, uma média de 1,6% ao ano, época conhecida como década perdida. Também é caracterizada por uma inflação crescente, baixa taxas de investimento, além de poupança externa e do governo baixas.

Gráfico 6: Crescimento do PIB (1961 - 1995)

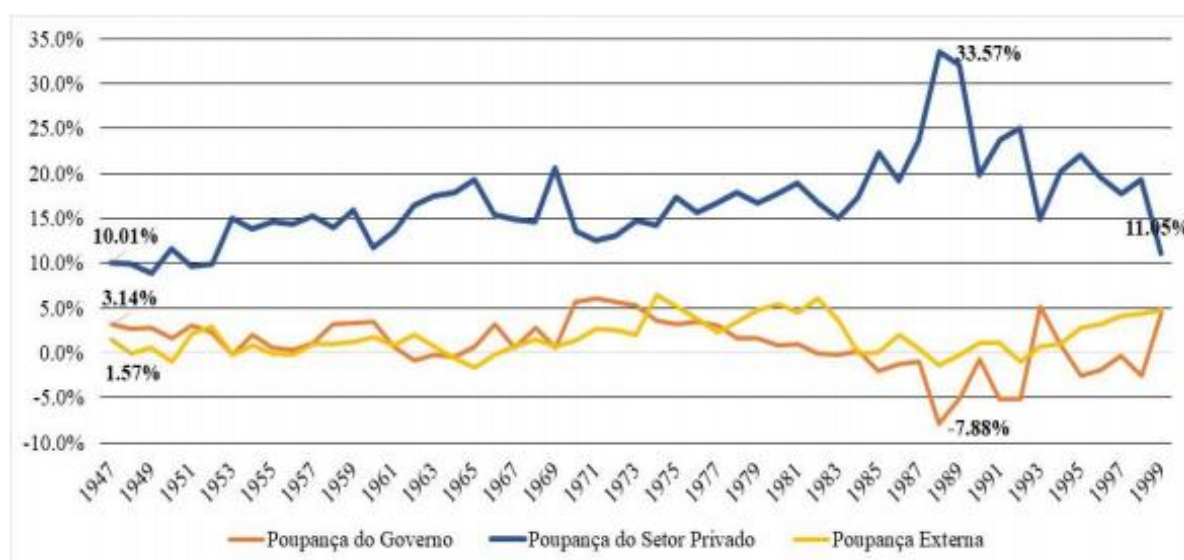


Fonte: Banco Mundial. Elaboração Própria

Simonsen (1991) lembra que a queda nas taxas das duas poupanças - a externa, motivada com a crise da dívida, as moratórias e a instabilidade macroeconômica, e a do governo que devido muito pela a queda na carga tributária se torna constantemente negativa - eram avaliados correntemente como motivo pelo declínio do crescimento. Fato esse que o autor prefere atribuir aos investimentos, que se tornam, devido a desorganização econômica, caras e pouco produtivas.

As poupanças do governo e externa, em contraste como a do setor privado, mostradas no gráfico 6 abaixo fornecido por Afonso et al (2018), estão em declínio em toda a década de 80.

Gráfico 7: Poupança Externa, do Governo e do Setor Privado (1947-1999)



Fonte: IBGE, Contas Nacionais. Elaboração: Afonso, Abreu e Hecksher

No artigo, Simonsen conclui que, mesmo com a recuperação das poupanças governamental e externa, o seu efeito no crescimento será inútil sem uma contrapartida nos esforços para recuperar a relação capital/produto.

Sabendo que a poupança privada nessa época contrasta com a poupança do governo, de tal forma que a poupança doméstica tem comportamento crescente, Reis et al (1998) cita a poupança por precaução como uma explicação para aumentos substanciais das taxas de poupança privada. Os agentes da economia, ao se depararem com um ambiente

macroeconômico instável, dado principalmente pela alta da inflação, os motivariam a elevar seus estoques ótimos de riqueza em detrimento do consumo corrente.

Para isso, existiria a necessidade de se verificar uma relação direta entre o nível de inflação e a incerteza associada a ela. Issler (1991), utilizando de dados dos FMI dos anos de 1971 a 1985, mostra uma relação positiva entre essas variáveis para a economia brasileira, que mesmo com o recurso da indexação muito utilizado, sua eficácia para controlar o nível de incerteza é cada vez menor.

A intuição postulada por Reis et al (1998) seria que, com o aumento da incerteza face a inflação eminente, um aumento desta levaria a um aumento da poupança por precaução dos agentes privados da economia. Com o objetivo de analisar empiricamente se há esse tipo de poupança no Brasil, os autores tomaram dados de séries temporais agregados de 1975 a 1994, com base no modelo teórico de um consumidor representativo que escolhe o quanto consumir e poupar hoje com base na maximização de uma função de bem-estar, sendo o estoque de riqueza a sua restrição.

Esse modelo utilizado pelos autores, seguindo Hall (1978) e Hansen e Singleton (1983), foi adaptado de modo a incluir uma parcela significativa da população brasileira, cerca de 80%, que não conseguem estimar o consumo hoje baseado na renda futura, e sim consumir somente na renda corrente, face a alta restrição ao crédito existente.

Nessa estimativa, os autores encontram que, em um contexto de incerteza, a taxa de crescimento esperada do consumo é de 1,6% ao ano menor do que quando se elimina tal incerteza, validando a ideia de poupança preventiva. Percebe-se, então, que o contexto de instabilidade gerada se deve ao fato de uma inflação crescente na época, possibilitando estabelecer uma relação entre esta variável e poupança por precaução.

Sendo assim, essa relação poderia ser capaz de explicar os movimentos contrários das poupanças, que, enquanto a do governo e externa eram muito baixas na década perdida, a privada tinha comportamento ascendente nesse período. É possível ter noção desse fenômeno pelos dados mostrados abaixo, fornecidos por Ana Além e Fabio Giambiagi (1997) no artigo sobre poupança privada no Brasil.

Figura 1: Composição da Poupança a Preços Correntes (1981 - 1997)

Períodos	(Em % do PIB)				
	Poupança Doméstica			Poupança Externa	Total
	Governo ^a	Privada ^b	Total		
1981/85	-2,2	19,0	16,8	2,8	19,6
1986/90	0,3	21,4	21,7	0,4	22,1
1991/95	1,8	17,0	18,8	0,3	19,1
1996 ^c	-1,0	16,3	15,3	3,2	18,5
1997 ^c	-0,2	15,8	15,6	4,2	19,8

^aA poupança do governo (União, estados e municípios) foi considerada igual à diferença entre o investimento do governo nas suas três esferas, excluindo as empresas estatais, e as necessidades de financiamento das três esferas de governo - no conceito operacional -, também excluindo as empresas estatais.

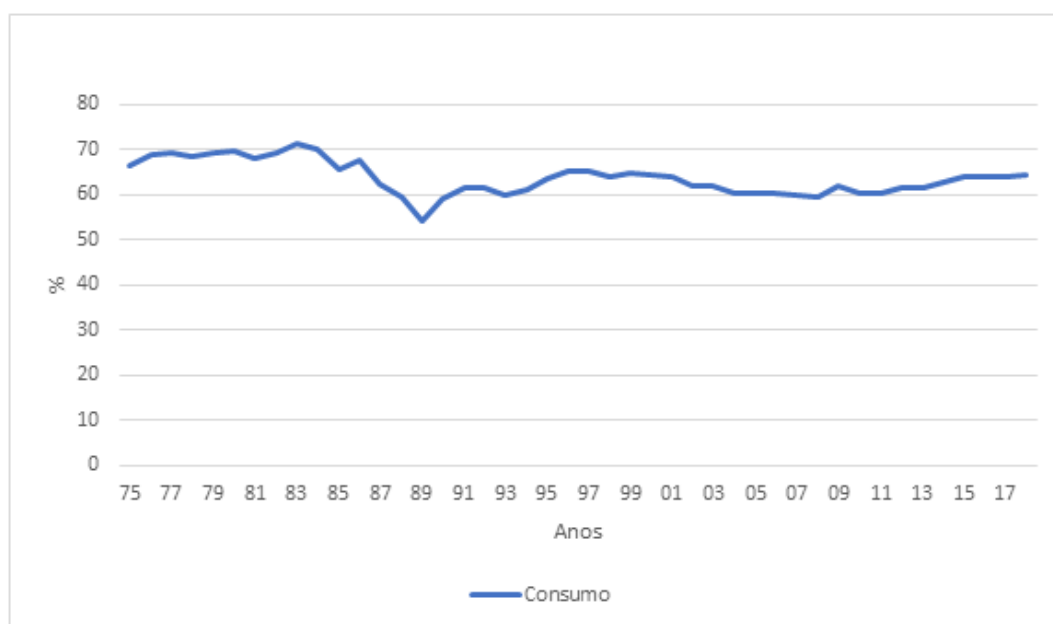
^bA poupança privada foi obtida residualmente.

^cPara 1996/97, previsão dos autores, com base na evolução do PIB e dos demais componentes da demanda.

Fonte: BC e IBGE. Elaboração: Ana Além e Fabio Giambiagi (1997)

Além disso, o consumo das famílias, como visto no gráfico abaixo, tem um comportamento bem descendente, devido à instabilidade econômica e política, determinando um período marcado pela incerteza logo após a década do Milagre.

Gráfico 8: Consumo da Famílias sobre o PIB (1975 - 2017)



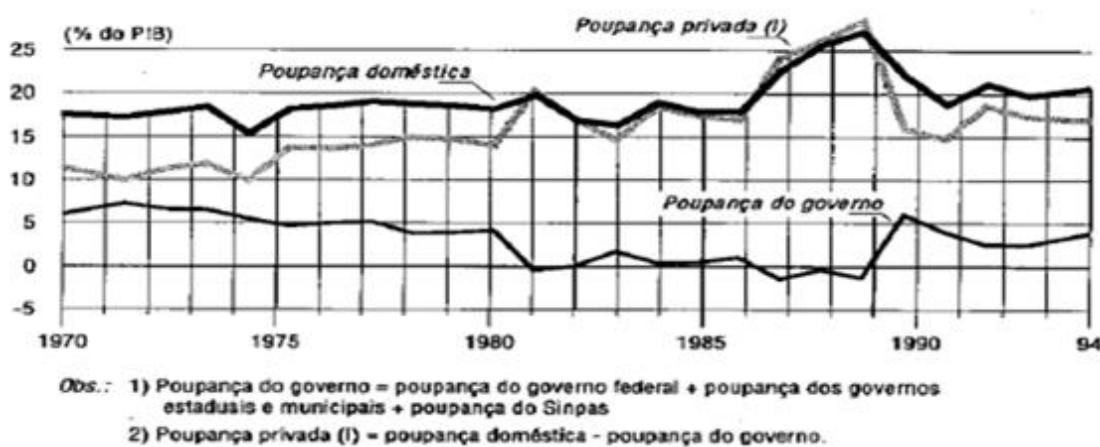
Fonte: Banco Mundial. Elaboração Própria

A queda no consumo, neste período, tem mais uma explicação (além da incerteza causada pela inflação) também relacionado a inflação: o “imposto inflacionário” incide sobre indivíduos de rendas mais baixas, que, como mostrado por Reis (1998), são restritos a utilizarem somente a renda atual, sem condições de se protegerem via crédito.

Esse período de transição da década de 80 para a de 90 é marcado por programas de estabilização inflacionária fracassados, muito porque não havia ajuste fiscal envolvido. Os Planos Cruzado (1986), Bresser (1987), Verão (1989), por causarem altas flutuações nos preços e gerarem expectativas cada vez mais negativas, além de mudança presidencial eminente, contribui pela alta da poupança neste período, visto abaixo no ano de 1989.

A queda subsequente pode ser explicada devido ao plano Collor em 1990, onde há congelamento dos ativos financeiros sobre taxas de poupança pública e privada. Nesse período, verifica-se um aumento na taxa de poupança do governo em 8% e uma queda na poupança privada de 13 pontos, mostrado por Reis (1998) no gráfico abaixo, montado pelo autor.

Gráfico 9: Taxa de Poupança Privada, Doméstica e do Governo (1970 - 1994)



Elaboração: Reis (1998)

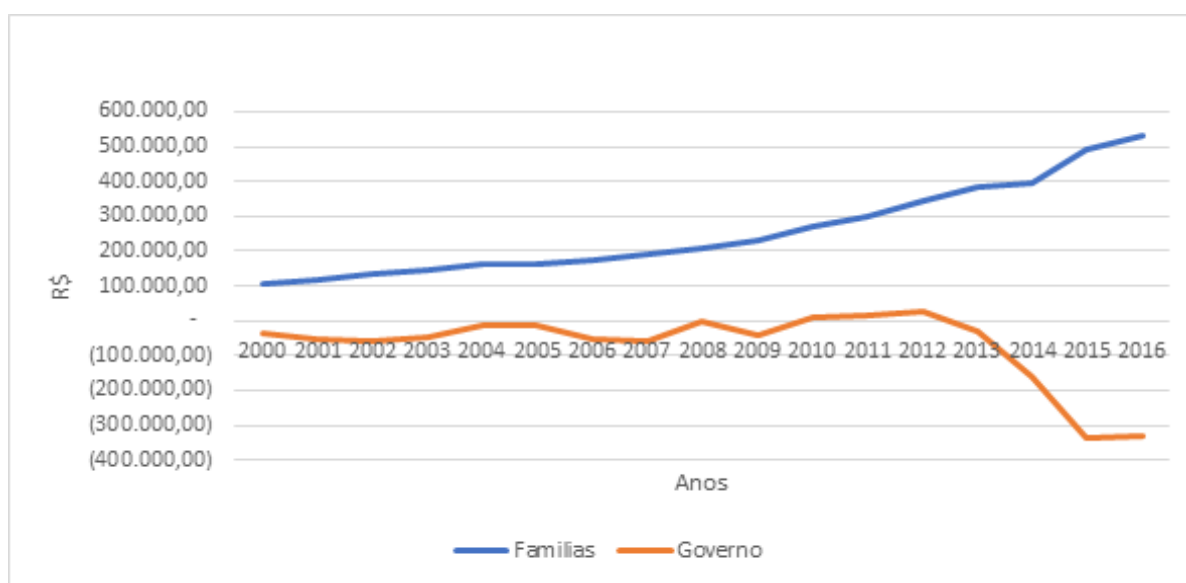
Após o plano Real, o consumo expande e se mantém estabilizado, por causa da redução inflacionária, mesmo ainda sob incerteza do sucesso do plano. Assim como a poupança doméstica, que vai reduzindo até a virada do milênio, quando o restante do governo FHC é marcado por crises externas e consequentes medidas de controle econômico são tomados, principalmente por meio de reformas estruturais, como privatizações e reforma na previdência.

Nesse período, medidas mais rígidas de controle fiscal, metas de inflação estão em pauta e, como resultado para um governo mais responsável fiscalmente, percebe-se, a partir dos anos

2000, uma contração no consumo das famílias. Indo em direção contrária, a poupança doméstica cresce, muito por causa da própria poupança do governo, mas também com a poupança privada tomando corpo, que se eleva constantemente, chegando a ser por volta de 19% do PIB em 2004, ainda mais depois da reforma da previdência do governo Lula que, a princípio, se revela ser um período de continuidade do viés do governo anterior.

No espaço de tempo de 2008 para 2009 percebe-se, pelos dados dos gráficos 5 e 8, um pico no consumo, assim como uma queda abrupta na poupança bruta, de 19% para 16% do PIB. Esse fato pode ser explicado pelas medidas anticíclicas tomadas pelo governo para lidar com a crise internacional de 2008, via estímulo do consumo e gasto, que já revela qual seria todo o viés do governo petista dali em diante. O gasto na poupança do governo, apresentado no gráfico 10 abaixo, revela bem esse caminho.

Gráfico 10: Poupança, em R\$ 1.000.000,00, das Famílias e Governo (2000 - 2016)



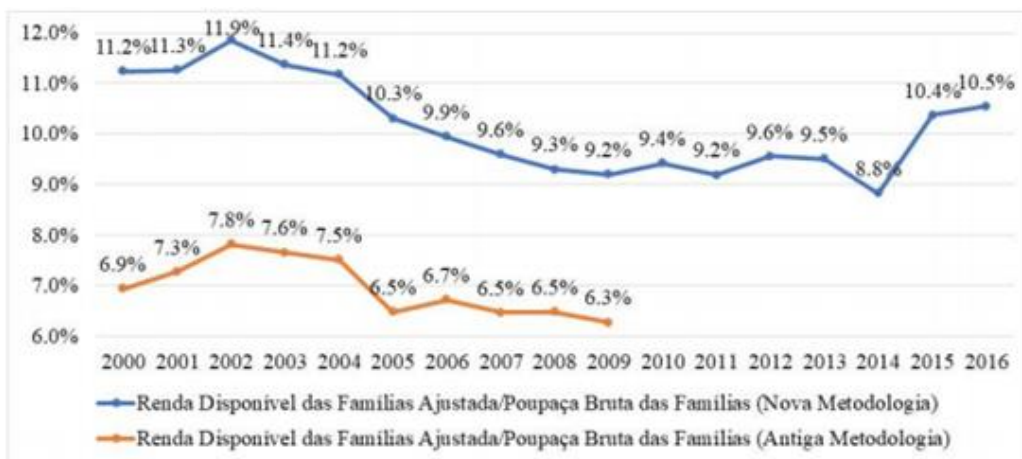
Fonte: Contas Nacionais, IBGE. Elaboração Própria

O consumo, até o ano de 2016, sempre está crescendo e a poupança doméstica, depois do ano de 2012, cai consideravelmente, muito em função da poupança governamental, que atinge valores negativos altos, apesar da poupança das famílias estar em ascensão, dado a instabilidade política da época, partir dos anos 2013 e 2014, que, como visto anteriormente, pode ter afetado essa variável via incerteza futura.

Ainda assim, hoje, a taxa de poupança doméstica brasileira é mais baixa que a de grupos de países mais ricos e do que a média dos países latino-americanos (Afonso e Abreu, 2019).

Os autores citados também apresentam a poupança das famílias, em porcentagem da renda disponível, para os anos de 2000 a 2016, no gráfico 11.

Gráfico 11: Poupança das Famílias, em % da Renda Disponível (2000 - 2016)

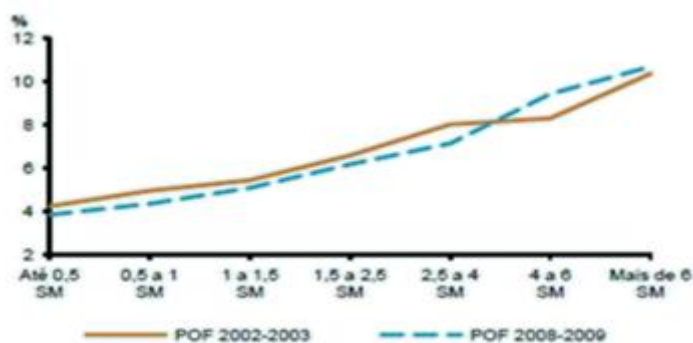


Fonte: IBGE/CEI, IBGE. Elaboração: Afonso e Abreu (2019)

Os autores destacam que a mudança metodológica no Sistema de Contas Nacionais para o cálculo dessa poupança, o que dificulta e torna inconclusivo a comparação com outros países.

Outro dado importante para a análise das características brasileiras é o nível de poupança de acordo com a renda disponível das famílias. O seguinte gráfico mostra que as famílias mais ricas poupam um percentual maior de suas rendas disponíveis, de modo que, quem ganha por volta de um salário mínimo poupa 5% de sua renda e que tem ganhos maiores de seis salários tendem a poupar acima de 10% de sua renda disponível. Este gráfico, fornecido novamente por Afonso e Abreu (2019) apresenta um corte das famílias para os anos de 2002/2003 e outro para 2008/2009, com dados do Banco Central.

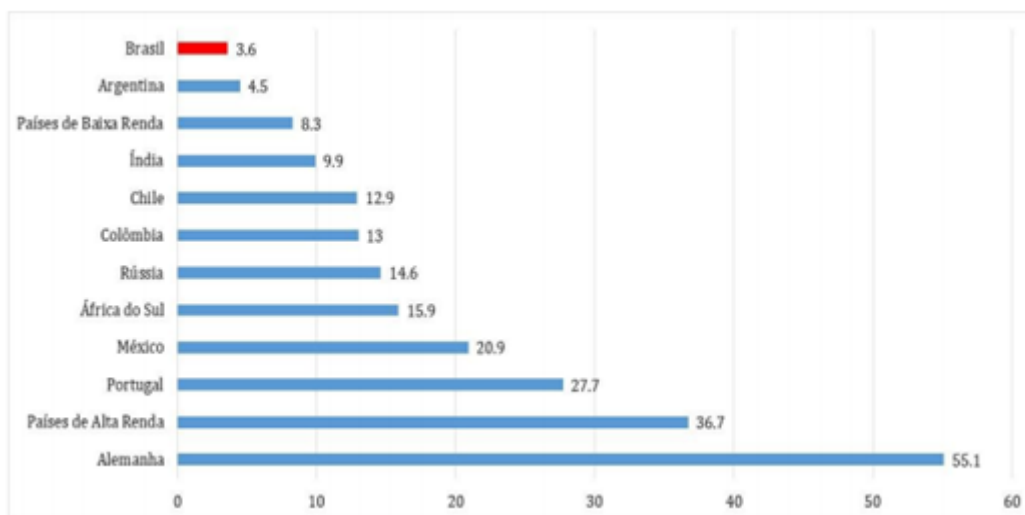
Gráfico 12: Taxa Média de Poupança por Faixa de Renda Disponível Familiar Per Capita



Fonte: Banco Central. Elaboração: Afonso e Abreu (2019)

O seguinte gráfico, com dados do Banco Mundial, é bem importante para o tema central desta monografia. Ele apresenta a porcentagem das famílias brasileiras que mantêm uma poupança para a aposentadoria e compara com outros países.

Gráfico 13: População que Realiza Poupança para Velhice (Em % População Maior de 15 Anos)



Fonte: Banco Mundial. Elaboração: Afonso e Abreu (2019)

O Brasil se destaca por estar entre os países que menos poupam para a velhice, apenas 3,6% da população acima dos 15 anos o fazem. É intuitivo a relação a se fazer entre os dados desse gráfico e as regras previdenciárias de cada país. O próximo capítulo desta monografia tratará da modelagem das escolhas individuais de poupar e sua relação com a seguridade social vigente.

Os autores concluem que o país carece de políticas públicas e reformas estruturais que criem um ambiente propício a poupança doméstica de longo prazo, consolidando o bem-estar social e retomando caminhos para o desenvolvimento econômico. Adiar o enfrentamento dos problemas da previdência no Brasil tende a custar caro (Afonso e Abreu, 2019).

5. MODELAGEM

O modelo apresentado tem o objetivo de analisar o impacto das mudanças nas regras da aposentadoria, em particular, na renda futura esperada e no tempo de trabalho, sobre a decisão de poupança de um indivíduo. Para isso, o ponto de partida é a teoria da escolha do consumidor de Modigliani (1954) que relaciona o consumo corrente, e conseqüentemente a poupança, com os fatores de renda atual e esperada, ativos acumulados e herdados e idade do indivíduo no momento de decisão.

A partir das funções que relacionam tais variáveis, importantes para a decisão de consumir e poupar durante os momentos da vida, é possível construir um jogo sequencial simples, em que o indivíduo representativo, que trabalha e se aposenta, interage com as regras definidas por quem tem poder sobre a remuneração e tempo de trabalho.

É preciso, então, definir como o indivíduo calcula suas decisões nesse contexto. Para Modigliani, sua utilidade é uma função dos consumos (c) em cada ano da vida restante e dos ativos (a) deixados para a próxima geração

$$U = U(c_t, c_{t+1}, \dots, c_L, a_{L+1}). \quad (1. a)$$

L é toda a vida útil do indivíduo, ou seja, o período em que trabalha mais todo o período aposentado. Essa utilidade será naturalmente maximizada sujeita a restrição orçamentária, abaixo, em que todos os ganhos durante a vida têm que ser iguais aos gastos

$$a_t + \sum_{\tau=1}^N \frac{y_{\tau}}{(1+r)^{\tau+1-t}} = \frac{a_{L+1}}{(1+r)^{L+1-t}} + \sum_{\tau=t}^L \frac{c_{\tau}}{(1+r)^{\tau+1-t}}. \quad (1. b)$$

O subscrito “ τ ” é o ponto no futuro para o qual o indivíduo está planejando sua utilidade no período corrente “ t ”, ou seja, para a “ y_{τ} ” renda esperada e o seu correspondente consumo “ c_{τ} ”. N são os anos ativos de trabalho do indivíduo, isto é, os anos de ganhos de renda. Essa equação é calibrada pela taxa de juros “ r ”, e, além disso, supõe-se que o nível de preços não se altera com o tempo. a_t são os ativos que o indivíduo acumulou até o ano atual “ t ” mais o que herdou da geração passada.

Os ativos aqui, segundo o autor, podem ser entendidos relevantemente como patrimônio líquido, na forma principalmente de bens duráveis, que são acumulados em grande parte logo no começo da vida ativa de uma família quando, por exemplo, são comprados eletrodomésticos.

Supondo que não há ativos herdados e também não existe interesse do indivíduo em deixar legados, ou seja, $a_1 = 0$ e $a_{L+1} = 0$, segue que o consumo no ano τ em (1. b) pode ser expresso como uma função da renda e dos ativos acumulados. \bar{c}_τ é, portanto, a notação para o consumo planejado em um ponto futuro τ e é escrito como uma função da renda y_τ e ativos herdados a_t

$$\bar{c}_\tau = f\left(a_t + \sum_{\tau=1}^N \frac{y_\tau}{(1+r)^{\tau+1-t}}\right).$$

Supondo-se também que a taxa de juros seja zero, $r = 0$, a função pode ser escrita como

$$\bar{c}_\tau = f\left(a_t + \sum_{\tau=1}^N y_\tau\right).$$

Eliminando τ , para que todos os cálculos de consumo seja feito com base nos anos atuais t , é inserido o conceito de renda média esperada, y_{e_t} , no ano atual, como se segue:

$$\sum_{\tau=1}^N y_\tau = y_t + \sum_{\tau=t+1}^N y_\tau.$$

Fazendo

$$y_{e_t} = \left(\sum_{\tau=t+1}^N y_\tau\right)/(N-t)$$

Ou seja, y_{e_t} é a renda acumulada no futuro dividido pelo restante de tempo que o indivíduo tem de ganhos. Portanto,

$$\sum_{\tau=1}^N y_\tau = y_t + (N-t)y_{e_t}.$$

Logo, o consumo planejado é uma função da renda atual, da renda média esperada sobre o período de ganhos e dos ativos acumulados.

$$\bar{c}_\tau = f(a_t + y_t + (N-t)y_{e_t})$$

O indivíduo representativo consome uma parte uniforme da renda durante os anos de vida, de modo que o consumo pode ser escrito como

$$\bar{c}_t = \frac{1}{L_t} (a_t + y_t + (N - t)y_{e_t}).$$

L_t é a vida útil restante na idade t do indivíduo, $L_t = L + 1 - t$.

O cálculo do consumo, portanto, para Modigliani, em qualquer período t assume a seguinte forma:

$$c_t = c_t(y_t, y_{e_t}, a) = \frac{1}{L_t} y_t + \frac{N - t}{L_t} y_{e_t} + \frac{1}{L_t} a. \quad (2)$$

Em que c é uma função linear da renda corrente, da renda esperada hoje e dos ativos. O subscrito “ t ” de todas as variáveis foram retirado como uma forma de simplificação de notação, visto que todas elas estão no período atual.

A poupança exercida no tempo t , por sua vez, visto que, por definição é $s_t = y_t - c_t$, será

$$s_t = \frac{L - t}{L_t} y_t - \frac{N - t}{L_t} y_{e_t} - \frac{1}{L_t} a.$$

Dada a suposição de que não há ativos herdados “ a ” entre as gerações, por uma questão de simplificação, a poupança é dada por

$$s_t = \frac{L - t}{L_t} y_t - \frac{N - t}{L_t} y_{e_t}. \quad (3)$$

Como é percebido na equação acima, a poupança aumenta com a renda atual, mas, quanto maior a renda esperada, ou seja, quanto melhor as previsões de renda do futuro, menos propenso a poupar o cidadão estará. Além disso, é possível perceber que quanto maior o tempo de trabalho “ N ”, menor a poupança será. Nesse caso, a poupança pode ser vista como uma segurança para o período aposentado do trabalho e sem ganhos de salários, logo, quanto menor esse período, menor a necessidade de poupar.

Os modelos apresentados a seguir, para a decisão de consumir e poupar, que terão como base o Ciclo de Vida de Modigliani, não incluirão nenhuma restrição de empréstimos entre os períodos da vida dos indivíduos. Isso permitirá conclusões mais generalizadas e intuitivas, já que, na presença de restrição de liquidez, a decisão de consumo varia de acordo com a relação entre taxa de juros, renda e Desconto Intertemporal de cada indivíduo (Deaton, 1989), mesmo

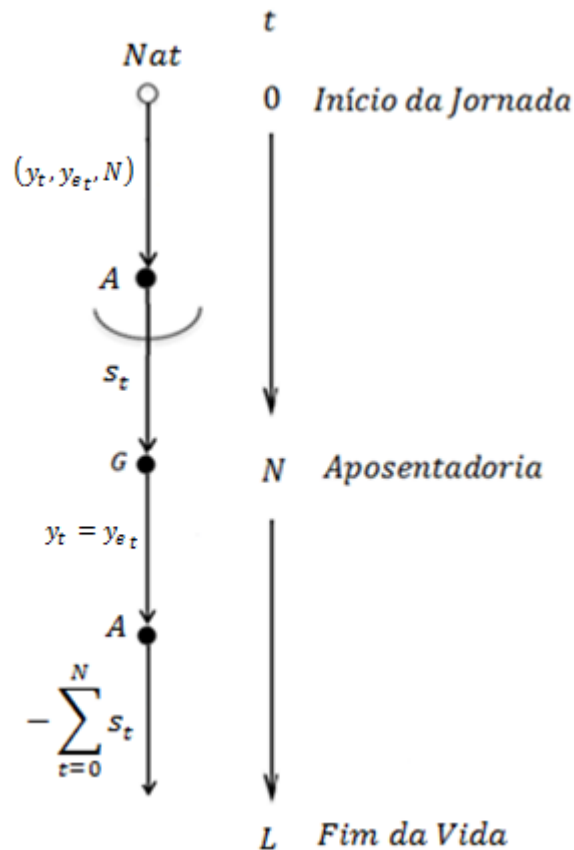
que restrições de endividamentos pareçam ser uma característica da realidade, tanto nos países pobres quanto nos ricos.

5.1. Modelo Simples

É possível agora, com essas informações, determinar, por meio de uma “árvore”, a sequência de decisões do indivíduo durante sua vida e como ela é afetada quando as variáveis de renda e tempo de trabalho mudam e, ainda mais, quando há certeza ou incerteza sobre a renda futura dada uma possibilidade de reforma da previdência.

Para iniciar o entendimento, é mostrado, na figura 2, o modelo de decisões sua forma inicial mais simples, no qual o indivíduo trabalha, poupa e aposenta no tempo N .

Figura 2: Árvore do Modelo de Modigliani



Este é o modelo naturalmente extraído das decisões do consumidor de Modigliani aqui apresentado, amparado no ciclo de vida do indivíduo. Primeiro, as “regras do jogo”, ou seja, informações do trabalho, estão definidas antes do indivíduo começar a sua jornada de trabalho

por meio da natureza “ Nat ”. Portanto, é apresentado para o indivíduo sua renda atual, a aposentadoria (na forma da renda esperada futura “ y_{e_t} ”) e o tempo de trabalho “ N ”.

O trabalhador “ A ”, quando entra no mercado de trabalho, possui todas essas informações em mãos e, com isso, decide o valor da sua poupança de acordo com a equação (3).

$$s_t = \frac{L - t}{L_t} y_t - \frac{N - t}{L_t} y_{e_t}$$

Quando chega o período “ N ” da aposentadoria, o governo “ G ” será responsável por pagar a renda “ y_{e_t} ” para o agente. É importante notar que, neste primeiro momento, o governo fornece a renda de aposentadoria dado as regras de previdência já vigente, portanto, não toma decisão alguma. Desse modo, ainda não há um “jogo” acontecendo neste modelo.

Quando chega o período da aposentadoria, aquela renda esperada no passado “ y_{e_t} ” se torna a renda atual do indivíduo (renda essa bancada pelo governo), e a decisão do indivíduo será de consumir essa renda mais a poupança que acumulou durante o período ativo:

$$c_t = y_{e_t} + s .$$

O movimento da poupança, portanto, do momento N até L , será:

$$- \sum_{t=0}^N s_t .$$

Caso se assuma que o indivíduo utilize sua poupança de maneira uniforme durante todo o período vivo após a aposentadoria, como na teoria do ciclo de vida na seção 2.1, tem-se que para cada período t a poupança seria

$$- \frac{\sum_{t=0}^N s_t}{L - N} .$$

Mas é difícil imaginar que uma pessoa tome essa decisão uniforme de poupar durante o trabalho e “despoupar” após a idade ativa de forma clara e absoluta, pois, para isso, ela precisaria saber a idade L em que morre. Assim como, por isso, é difícil imaginar como seria a forma de gastar o que foi poupado para cada período t de vida. Portanto, qualquer valor não gasto, ou também, qualquer legado e ativo herdado, será devido ao não conhecimento de L .

EXEMPLO 1

Para este caso simples apresentado, é possível supor um indivíduo representativo que vive por apenas dois períodos, ou seja, $N = 1$ e $L = 2$, e que não há ativos legados a . No primeiro momento, ele trabalha e acumula poupança, já no segundo, está aposentado e gasta aquilo que poupou.

Supõe-se que suas preferências intertemporais são descritas na seguinte utilidade

$$U(C_1, C_2) = u(C_1) + u(C_2). \quad (4)$$

Supondo que a função utilidade $u(C_t) = \ln C_t$, para $t = 1, 2$,

$$U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \ln C_2. \quad (5)$$

Ao montar o problema de otimização convencional, há duas restrições, uma para cada período

$$y_1 = C_1 + s \quad (6)$$

$$C_2 = y_2 + s. \quad (7)$$

A renda no primeiro período, em (6), é dividida entre consumo e poupança realizada, e esta, por sua vez, será usado para o consumo na segunda metade da vida junto com a renda do segundo período. Caso a pessoa não tenha renda de aposentadoria nesta etapa, y_2 será zero.

A regra ótima de poupança s^* pode ser encontrada maximizando (5) sujeito a (6) e (7). A Condição de Primeira Ordem, quando substituí os respectivos consumos na função objetivo e deriva com relação a s , será

$$\frac{\partial}{\partial s} \ln(y_1 - s) + \ln(y_2 + s) = 0.$$

A regra de poupança ótima é, então,

$$s^* = \frac{y_1 - y_2}{2}.$$

Percebe que a poupança ideal para este caso será o mesmo da regra de poupança de Modigliani apresentado para dois períodos (y_2 seria y^e), lembrando que neste exemplo se ignora os ativos legados.

Agora, será analisado qual seria a regra ideal se houvesse rendimentos de juros sobre a poupança realizada no primeiro período. Nesse caso, a restrição (7) será da seguinte forma:

$$C_2 = y_2 + s(1 + r). \quad (8)$$

Onde $0 < r < 1$ é a taxa de juros exercida sobre a poupança.

Quando maximiza (5) sujeita a (6) e (8), a nova regra de poupança é

$$s^* = \frac{y_1(1 + r) - y_2}{2(1 + r)}.$$

Supõe-se agora que existe um fator de Desconto Intertemporal β , onde $0 \leq \beta \leq 1$, na utilidade do indivíduo, ou seja, uma utilidade mais realista, da seguinte forma:

$$U(C_1, C_2) = \ln C_1 + \beta \ln C_2.$$

A poupança ótima neste caso é, dado as restrições (6) e (8)

$$s^* = \frac{y_1\beta(1 + r) - y_2}{(1 + \beta)(1 + r)}.$$

Por meio desse exemplo simples, é possível tirar uma conclusão importante para as decisões individuais de poupar: quando o agente tem uma expectativa de renda futura igual a sua renda atual, não haverá incentivo para poupar visando a suavização do consumo. Talvez por isso, imagina-se mais plausível as preferências pelo financiamento de casas, carros, etc. ao invés de se realizar poupança para isso.

No último período de vida, a decisão do indivíduo, no que tange a poupança, será de gastá-la, de modo que será

$$-s.$$

5.2. Modelo com Incerteza

De acordo com o modelo 1, as informações relevantes para a tomada de decisão são sempre conhecidas. Portanto, uma extensão natural do jogo é analisar como o indivíduo reagirá diante da incerteza acerca da renda futura e tempo de trabalho, algo mais próximo da realidade, ainda mais em tempos de “ameaças” de reforma previdenciária.

Supondo que o trabalhador inicie sua jornada sob a incerteza de uma redução na renda futura, a equação (3) pode ser escrita da seguinte forma:

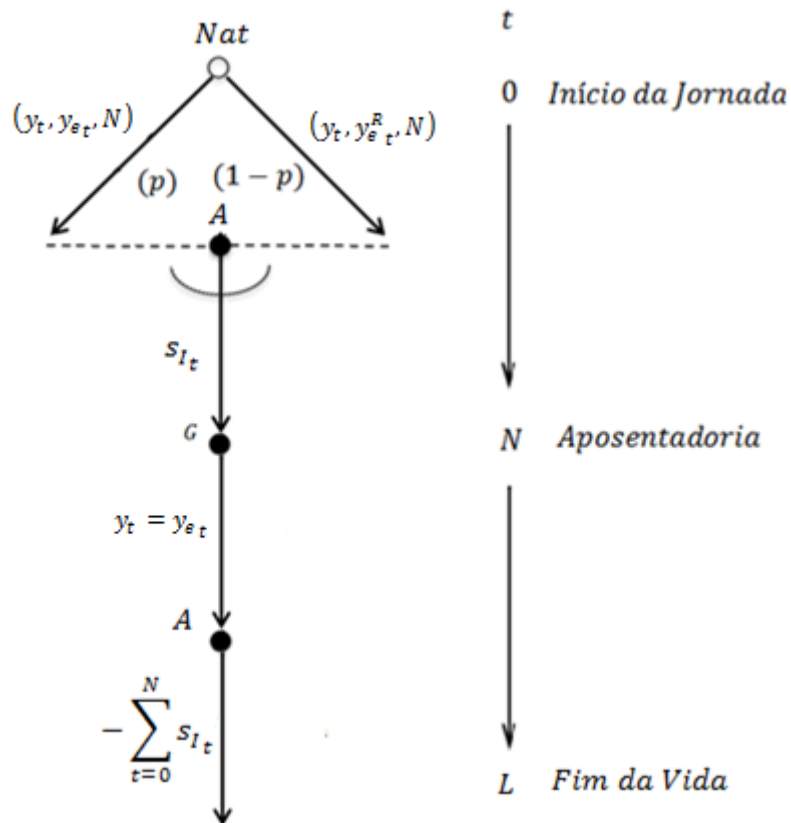
$$s_{I_t} = \frac{L-t}{L_t} y_t - \frac{N-t}{L_t} [p y_{e_t} + (1-p) y_{e_t}^R]. \quad (9)$$

$y_{e_t}^R$ é a nova renda de aposentadoria do indivíduo dado uma reforma previdenciária.

Em que $0 < p < 1$, ou seja, o agente admite uma probabilidade de reforma que reduz a renda esperada para $y_{e_t}^R$, ou seja, p é a probabilidade de não haver reforma, e $1 - p$ é a probabilidade de haver. O resultado será s_{I_t} : a poupança feita em t dada a incerteza.

A nova decisão do agente se desenha como descrito na Figura 3 abaixo.

Figura 3: Árvore do Modelo com Incerteza



Dado que $y_{e_t}^R < y_{e_t}$, a poupança realizada em um contexto de incerteza é maior do que a poupança feita quando as informações são claras ($s_{I_t} > s_t$). Esse excesso seria como uma poupança por precaução, como visto na secção 2.3 anterior. Neste modelo, o agente inicia sua jornada de trabalho sabendo que, durante o período ativo, pode ou não haver uma reforma previdenciária que reduza sua renda futura. Quando o trabalhador se aposenta e não houve

reforma durante sua jornada de trabalho, percebe que a poupança que exerceu foi maior do que deveria, já que não houve redução alguma da renda futura que receberia durante o período de trabalho. A incerteza, portanto, neste caso descrito, gera ineficiência na quantidade poupada dos indivíduos.

O agente, após o momento N , gastará toda a poupança acumulada no período de trabalho, assim como no modelo simples em 5.1, de modo que a decisão de poupança será

$$- \sum_{t=0}^N s_{I_t}.$$

EXEMPLO 2

Como mostrado, a incerteza acerca da renda da aposentadoria tem um papel importante para a decisão de poupança dos indivíduos. Considerando um indivíduo que vive por dois períodos, nesse contexto, sua utilidade é escrita da seguinte forma:

$$U(C_1, C_2, C_2^R) = u(C_1) + pu(C_2) + (1 - p)u(C_2^R).$$

Em que $p \in [0,1]$ e o desconto intertemporal $\beta = 1$. Nesse caso, quando ocorre uma reforma, o consumo no período 2, C_2^R , reduz.

Quando supõe-se que $u(C_t) = \ln C_t$, e que não há ganhos e perdas com taxa de juros, o problema do consumidor será

$$\max U(C_1, C_2, C_2^R) = \ln C_1 + p \ln C_2 + (1 - p) \ln C_2^R$$

s. a.

$$C_1 + s = y_1$$

$$C_2 = y_2 + s$$

$$C_2^R = y_2^R + s.$$

Em que y_2^R é a renda no período 2 dado uma reforma da aposentadoria, ou seja, $y_2^R < y_2$.

A poupança ótima, nesse caso de incerteza, será, portanto,

$$s_I = \frac{p - p^2}{1 + p - p^2} \left(y - \frac{y_2}{p} - \frac{y_2^R}{1 - p} \right).$$

É possível, também, que a utilidade do indivíduo assuma uma forma quadrática, sendo $u(C_t) = -(C_t - \gamma)^2$, onde $\gamma > 0$ é um parâmetro de saciedade de consumo, que revela o valor do nível de consumo em que o agente estará totalmente satisfeito. Quando o consumidor não consegue atingir esse valor, por causa de sua renda, a função será sempre crescente. Essa utilidade foi retirada do livro “Recursive Macroeconomic Theory” (Ljungqvist e Sargent, 2012).

Nesse caso, o problema do consumidor se torna

$$\max U(C_1, C_2, C_2^R) = -(C_1 - \gamma)^2 - p(C_2 - \gamma)^2 - (1 - p)(C_2^R - \gamma)^2$$

s. a.

$$C_1 + s = y_1$$

$$C_2 = y_2 + s$$

$$C_2^R = y_2^R + s.$$

E a poupança que o agente fará, no período em que trabalha, será

$$s_I = \frac{y - py_e - (1 - p)y_e^R}{2}.$$

No período seguinte, quando esse indivíduo para de trabalhar, a poupança que foi feita durante sua idade ativa será gasta para o consumo, de modo que a decisão será

$$-s_I.$$

5.3. Modelo do Jogo Sequencial

Agora, visto que a poupança exercida dado a certeza de uma reforma previdenciária no futuro s_R seria maior do que a poupança em um cenário de incerteza s_I ou sem reforma s , ou seja, $s_R > s_I > s$, como mostra a equação (9), esse seria um fator positivo para a implementação de uma reforma, já que a poupança é importante para o crescimento da economia, pela ótica neoclássica.

É possível agora, portanto, determinar, a partir de um jogo sequencial, como a decisão do indivíduo é afetada quando de fato acontece uma redução na sua renda de aposentadoria.

Aqui, os jogadores serão dois: o indivíduo, que trabalha, e o governo que, direta ou indiretamente, decide sua renda futura de aposentadoria. A decisão do indivíduo será relacionada a sua poupança, ou seja, o quanto poupar na idade ativa e o quanto gastar de sua poupança quando parar de trabalhar. A decisão do governo é de determinar a renda de aposentadoria, por meio de uma reforma previdenciária. Os *payoffs* do jogo serão as utilidades de cada jogador e por meio delas os players irão calcular suas decisões.

A pergunta que naturalmente surge é, quais são os pontos que o governo tem que relevar para se decidir sobre uma reforma? Para isso, é preciso conhecer sua utilidade e, mais precisamente, saber de quais parâmetros ela é função, além da poupança - vista na seção 3 como importante para o crescimento, logo, importante para o governo.

Antes de tudo, um dos principais motivos para o governo cogitar a reforma previdenciária, aqui especificamente em reduzir o valor da aposentadoria e aumentar o tempo de trabalho, é melhorar a sua situação fiscal, dado que o governo fornece para o indivíduo sua renda de aposentadoria, ou seja, a previdência seria um custo “ C ” que deve ser reduzido. De imediato, já é possível perceber que sua implementação já traz custos políticos “ P ”, visto que a reforma age diretamente no bem estar dos cidadãos por meio do consumo, que é reduzido, implicando na redução da utilidade do indivíduo, como visto em (1. a).

Portanto,

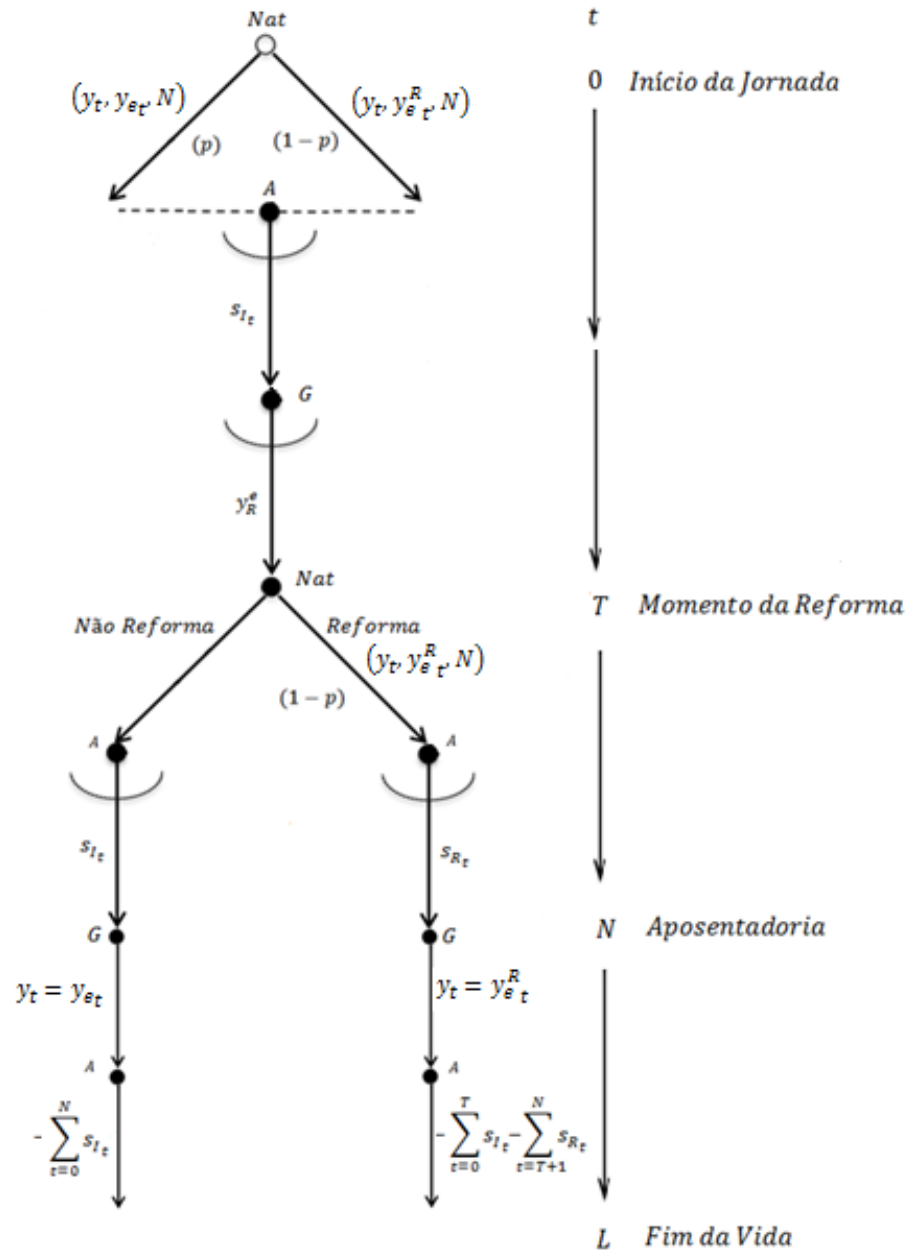
$$U_G = f(C, s, P).$$

A implementação da reforma seria positiva pela redução do custo C e aumento de s , fomentando crescimento, no entanto, a reforma aumenta o outro custo P .

O governo, portanto, deve maximizar U_G encontrando o valor correto da renda futura “ y_R^e ”, por meio de uma reforma, para que o aumento de s e a redução de “ C ” ocorra até certo ponto para que “ P ” não seja muito alto.

O jogo sequencial, quando de fato acontece a reforma, é descrito na figura 4 abaixo.

Figura 4: Forma Extensiva do Jogo



O início do jogo é similar ao mostrado anteriormente, ou seja, o indivíduo começa sua jornada de trabalho sob incerteza da renda que receberá na aposentadoria, e poupará “ s_t ” por cada “ t ” período de vida, calculado da mesma forma que no jogo 2 anterior.

$$s_{I_t} = \frac{L-t}{L_t} y_t - \frac{N-t}{L_t} [p y_{e_t} + (1-p) y_{e_t}^R]$$

Durante essa jornada, o governo será responsável por propor uma reforma previdenciária, reduzindo a renda de aposentadoria para “ $y_{e_t}^R$ ”. Essa reforma poderá ou não ser aprovada, dependendo do cenário legislativo, judiciário, político de cada economia, representado no modelo do jogo por “ Nat ”. Seria como o sucesso ou fracasso da decisão do governo. Caso aconteça de fato a reforma, o indivíduo, ao saber da reforma, eleva sua poupança de “ s_{I_t} ” para “ s_{R_t} ”, que é dado por

$$s_{R_t} = \frac{L-t}{L_t} y_t - \frac{N-t}{L_t} y_{e_t}^R .$$

Quando não há reforma, o agente continuará poupando a mesma quantidade de antes, “ s_{I_t} ”, já que a incerteza continuará existindo, pois a qualquer momento, na “cabeça” do indivíduo, uma reforma poderá chegar, e a sequência do jogo será semelhante ao da seção 5.2.

No momento da aposentadoria, a renda do agente passa a ser aquela firmada pela regra da previdência existente. Neste novo modelo, quando não acontece reforma durante período ativo do indivíduo, o governo proverá a ele “ y_{e_t} ”, e, quando acontece, o governo ficará responsável por pagar “ $y_{e_t}^R$ ”.

A decisão do agente durante o período de inatividade, após o momento N , será consumir sua renda atual, que é provida pelo governo, mais a poupança que acumulou durante seu período ativo de ganhos.

Aqui, neste modelo, é desconsiderado a possibilidade de deixar herança, de modo que, todas as ações do agente serão baseadas em sua utilidade que é função apenas de seu consumo. O objetivo do agente, após se aposentar, será consumir sua renda da previdência mais o que poupou na idade ativa:

$$C = y_t + s .$$

Portanto, neste período, o indivíduo tomará a decisão de gastar toda a sua poupança acumulada, ou seja, caso não aconteça a reforma, sua decisão será

$$- \sum_{t=0}^N s_{I_t} .$$

Que é a soma poupança feita desde o começo da jornada de trabalho até a aposentadoria “ N ”, poupança esta permeado de incerteza quanto a possibilidade de uma reforma.

Quando acontece a reforma previdenciária durante a jornada de trabalho do indivíduo, sua decisão de poupança após se aposentar será

$$-\sum_{t=0}^T s_{I_t} - \sum_{t=T+1}^N s_{R_t}.$$

Ou seja, ele irá gastar toda a poupança exercida durante o período ativo, que corresponde a poupança acumulada antes da reforma, “ s_I ”, mais a poupança que se faz após a reforma, “ s_R ”.

EXEMPLO 3

Para a utilidade do governo, U_G , supõe-se que seja composta por custo político (P) e déficit previdenciário (D):

$$U_G = f(P, D).$$

O “custo político”, neste caso, será dado pela utilidade do consumidor no ponto onde ela se resolve, ou seja, para o exemplo, não será bem um “custo”, mas sim, um benefício, pois o governo se importa com o bem-estar da sua população, de modo que, quanto mais satisfeito o agente estiver, mais também o governo estará, já que podemos pensar que ele está preocupado com sua reputação. Para o custo fiscal, avaliado aqui no déficit da previdência, será dado o gasto com a renda futura que o governo terá, supondo que a renda da aposentadoria é bancada pelo governo. Portanto, o ideal, na visão do governo, é ele reduzir esse custo ou até mesmo não ter esse tipo de gasto.

A utilidade do governo pode ser escrita da seguinte forma, onde $P = V(y, y_e, y_e^R)$ e $D = py_e + (1 - p)y_e^R$,

$$U_G = \alpha V(y, y_e, y_e^R) - (1 - \alpha)[py_e + (1 - p)y_e^R]. \quad (10)$$

$V(y, y_e, y_e^R)$ é a solução de $U(C_1, C_2, C_2^R)$, ou seja, $V(y, y_e, y_e^R) = u(C_1) + pu(C_2) + (1 - p)u(C_2^R)$ no ponto onde C_1 , C_2 e C_2^R resolvem o problema do consumidor para um indivíduo que vive por dois períodos, ou seja, o caso do exemplo do capítulo 5.2.

O parâmetro “ α ” reflete que a utilidade do governo é uma combinação entre benefício político, dado por $V(y, y_e, y_e^R)$, e o gasto com a renda futura dos indivíduos, que, ainda para o governo, é dado por uma probabilidade “ p ” de não acontecer a reforma e “ $1 - p$ ” de acontecer, pois aqui o governo estaria sujeito à aprovação ou não de sua proposta (y_e^R).

O governo tem por objetivo descobrir o valor de “ y_e^R ” e, portanto, se fará ou não reforma e qual o novo valor da renda da aposentadoria dos indivíduos, dado o cenário de probabilidades “ p ”.

Para descobrir qual a nova renda que o governo deverá propor, maximiza-se a utilidade acima com respeito a y_e^R ,

$$\frac{\partial U_G}{\partial y_e^R} = \frac{\partial}{\partial y_e^R} \alpha [u(C_1) + pu(C_2) + (1-p)u(C_2^R)] - (1-\alpha)[py_e + (1-p)y_e^R].$$

É preciso descobrir, antes, a decisão de consumo do indivíduo em cada período, C_1 , C_2 e C_2^R . Para isso, como visto no exemplo 2, quando

$$U(C_1, C_2, C_2^R) = u(C_1) + pu(C_2) + (1-p)u(C_2^R),$$

dado a seguinte função utilidade quadrática,

$$u(C_t) = -(C_t - \gamma)^2,$$

se faz:

$$\max U(C_1, C_2, C_2^R) = -(C_1 - \gamma)^2 - p(C_2 - \gamma)^2 - (1-p)(C_2^R - \gamma)^2$$

s. a.

$$C_1 + s = y_1$$

$$C_2 = y_e + s$$

$$C_2^R = y_e^R + s.$$

Dada a Condição de Primeira Ordem, os seguintes consumos serão

$$C_1 = \frac{1}{2}y + \frac{p}{2}y_e + \frac{1-p}{2}y_e^R$$

$$C_2 = \frac{1}{2}y + \frac{2-p}{2}y_e - \frac{1-p}{2}y_e^R$$

$$C_2^R = \frac{1}{2}y - \frac{p}{2}y_e + \frac{1+p}{2}y_e^R.$$

Visto que $u(C_t) = -(C_t - \gamma)^2$,

$$u(C_1) = -\left[\frac{1}{2}y + \frac{p}{2}y_e + \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma\right]^2$$

$$u(C_2) = - \left[\frac{1}{2}y + \frac{2-p}{2}y_e - \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2$$

$$u(C_2^R) = - \left[\frac{1}{2}y - \frac{p}{2}y_e + \frac{1+p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2.$$

A equação (10) fica

$$U_G = \alpha \left\{ - \left[\frac{1}{2}y + \frac{p}{2}y_e + \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 - p \left[\frac{1}{2}y + \frac{2-p}{2}y_e - \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right. \\ \left. - (1-p) \left[\frac{1}{2}y - \frac{p}{2}y_e + \frac{1+p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right\} - (1-\alpha)[py_e + (1-p)y_e^R].$$

Dessa forma, é possível encontrar o valor ótimo de y_e^R :

$$\frac{\partial U_G}{\partial y_e^R} = \frac{\partial}{\partial y_e^R} \alpha \left\{ - \left[\frac{1}{2}y + \frac{p}{2}y_e + \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 - p \left[\frac{1}{2}y + \frac{2-p}{2}y_e - \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right. \\ \left. - (1-p) \left[\frac{1}{2}y - \frac{p}{2}y_e + \frac{1+p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right\} - (1-\alpha)[py_e + (1-p)y_e^R].$$

Primeiro, por uma questão de simplificação, deriva-se $V(y, y_e, y_e^R)$ com respeito a y_e^R

$$\frac{\partial}{\partial y_e^R} V(y, y_e, y_e^R) \\ = \frac{\partial}{\partial y_e^R} \left\{ - \left[\frac{1}{2}y + \frac{p}{2}y_e + \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right. \\ \left. - p \left[\frac{1}{2}y + \frac{2-p}{2}y_e - \frac{1-p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right. \\ \left. - (1-p) \left[\frac{1}{2}y - \frac{p}{2}y_e + \frac{1+p}{2}y_e^R - \gamma \right]^2 \right\},$$

$$\frac{\partial}{\partial y_e^R} V(y, y_e, y_e^R) \\ = y \left[- \frac{(1-p)}{2} + \frac{p(1-p)}{2} - \frac{(1-p^2)}{2} \right] \\ + y_e \left[- \frac{p(1-p)}{2} + \frac{p(1-p)(2-p)}{2} + \frac{p(1-p^2)}{2} \right] \\ - y_e^R \left[\frac{(1-p)(1-p)}{2} + \frac{p(1-p)(1-p)}{2} + \frac{(1+p)(1-p^2)}{2} \right] \\ + \gamma [2(1-p+p^2)].$$

Simplificando,

$$\frac{\partial}{\partial y_e^R} V(y, y_e, y_e^R) = -(1-p)y + p(1-p)y_e - (1-p^2)y_e^R + 2(1-p)\gamma.$$

Agora, fica mais fácil derivar U_G :

$$\frac{\partial U_G}{\partial y_e^R} = \frac{\partial}{\partial y_e^R} \alpha[V(y, y_e, y_e^R)] - (1-\alpha)[py_e + (1-p)y_e^R]$$

A Condição de Primeira Ordem é

$$\frac{\partial U_G}{\partial y_e^R} = \alpha[-(1-p)y + p(1-p)y_e - (1-p^2)y_e^R + 2(1-p)\gamma] - (1-\alpha)(1-p) = 0.$$

E a nova renda da previdência proposta pelo governo será:

$$y_e^R = \frac{-y + py_e + 2\gamma}{(1+p)} - \frac{(1-\alpha)}{\alpha(1+p)}.$$

Essa renda reflete a proposta do governo no momento T do jogo, na figura 4 (página 43). É importante notar que, quando $y_e^R = y_e$, não haveria necessidade de reforma da previdência e, qualquer outro valor diferente desse, seria necessário mudar a regra. Considerando que y_e não é maior que y , a nova renda proposta pelo governo não será negativa apenas se $\gamma \geq \frac{y - py_e + \frac{1-\alpha}{\alpha}}{2}$, ou seja, se o nível de saciedade de consumo “ γ ” compensar a diferença entre a renda atual do indivíduo e sua renda de aposentadoria.

O Benefício Marginal de uma renda de aposentadoria “ y_e^R ” adicional para a utilidade linear do governo, considerando pesos iguais “ α ” para benefício e custo, será

$$BM = -(1-p)y + p(1-p)y_e - (1-p^2)y_e^R + 2(1-p)\gamma.$$

Supondo que $\gamma = \frac{y - py_e + \frac{1-\alpha}{\alpha}}{2}$, ou seja, que o nível de saciedade será o mínimo para o governo oferecer zero de renda previdenciária, o benefício marginal será

$$BM = -(1-p^2)y_e^R + \frac{(1-p)(1-\alpha)}{\alpha}.$$

Já o Custo Marginal será

$$CM = (1-p) \geq 0.$$

Que será positivo, ou seja, o governo terá perda caso aumente a nova renda proposta.

A conclusão do Benefício Marginal não é tão clara quanto a do custo (e tão clara quanto a do BM e CM da utilidade do governo quadrática, como veremos a seguir), de modo que, talvez, seja possível decompor a sua expressão em vários efeitos sobre a decisão do indivíduo.

De acordo com o valor da equação “ $y_e^R = \frac{-y+py_e+2\gamma}{(1+p)} - \frac{(1-\alpha)}{\alpha(1+p)}$ ”, a nova renda proposta pelo governo tenderá a ser negativa, ou, caso não seja possível negativar, seria zero, a depender do valor de “ γ ”. Mas por que os governos não propõem renda zero, já que essa seria sua melhor decisão?

Na verdade, é possível pensar que, quando um governo propõe uma mudança na previdência de repartição para capitalização, ele estará propondo zerar seu custo de renda previdenciária. Isso porque, apesar do sistema de repartição prever impostos para o custeio dos aposentados, o governo é responsável por seus pagamentos e, conseqüentemente, seus possíveis déficits, ainda mais quando, para o caso do Brasil, por exemplo, há envelhecimento populacional. Quando o sistema previdenciário é de capitalização, instituições privadas desempenham essa função e o governo, passado o custo de transição, não teria mais que arcar com a aposentadoria individual.

A utilidade do governo, U_G , que pondera o bem estar do agente V e o custo da aposentadoria, também pode assumir uma forma quadrática para o custo, de modo que

$$U_G = \alpha V(y, y_e, y_e^R) - (1 - \alpha) [py_e^2 + (1 - p)y_e^{R2}].$$

Nesse caso, a renda proposta pelo governo será:

$$y_e^R = \frac{-y + py_e + 2\gamma}{\left[\frac{2(1-\alpha)}{\alpha} + (1+p)\right]}.$$

Para que a nova renda proposta não seja negativa, é necessário que o ponto de saciedade de consumo individual seja $\gamma \geq \frac{y-py_e}{2}$.

O benefício marginal do governo, quando $\gamma = \frac{y-py_e}{2}$, é: $BM = -(1-p^2)y_e^R \leq 0$, enquanto o seu Custo Marginal, quando há adição de uma renda y_e^R , é $CM = 2(1-p)y_e^R \geq 0$. Nesse caso, o Benefício e Custo Marginais são mais claros e revelam bem a importância da redução da renda previdenciária para o governo.

Após a decisão do governo (quando de fato acontece a reforma), o agente irá poupar “ s_R ” desse momento até se aposentar, já que terá certeza de que sua renda no futuro será reduzida, pois, de fato, houve a reforma.

A poupança exercida, a partir da reforma já estabelecida, pode ser calculada como

$$\max U(C_1, C_2) = u(C_1) + u(C_2^R)$$

s. a.

$$y = c + s$$

$$C_2^R = y_e^R + s.$$

Nesse caso, $u(C_1)$ corresponde a utilidade do indivíduo no período em que trabalha, após a reforma sair e $u(C_2^R)$ é sua utilidade já aposentado, com o consumo menor, dada a aplicação da nova regra previdenciária. As restrições, assim como o problema como um todo, possuem as mesmas interpretações do exemplo mais simples do capítulo 5.1 já apresentado.

Pensando em $u(C) = -(C - \gamma)^2$, ou em $u(C) = \ln C$, a poupança que o indivíduo fará, a partir da reforma até o último ano de trabalho, ou seja, de T até N , será

$$s_R = \frac{y - y_e^R}{2}.$$

Percebe-se, por essa equação, que s_R será maior que s_I , ou seja, o indivíduo aumentará sua poupança, na medida em que sua nova renda de aposentadoria “ y_e^R ” for menor que a antiga renda esperada “ $py_e + (1 - p)y_e^R$ ”, já que, antes da reforma ele poupava

$$s_I = \frac{y - py_e - (1 - p)y_e^R}{2},$$

como foi mostrado no Exemplo 2 (pp. 42), na situação de incerteza.

A partir do momento “ N ” da aposentadoria, o governo deverá arcar com a renda do cidadão de acordo com aquilo firmado na regra previdenciária vigente, de modo que, a renda do indivíduo será igual a “ y_e^R ” no caso de ter acontecido reforma durante o jogo, e “ y_e ” caso não aconteça nada durante a jornada.

A decisão do indivíduo, após esse momento, no que tange a sua poupança, será “ $-s_I$ ” quando não acontece a reforma, e “ $-s_I - s_R$ ” quando há reforma durante o período ativo de trabalho.

6. PROGRAMAÇÃO DINÂMICA

O modelo apresentado neste trabalho se assemelha à estrutura de Programação Dinâmica, creditado amplamente a Richard Bellman (1956), especialmente porque é preciso, aqui, que o indivíduo encontre a poupança a ser feita em cada período para que maximize sua utilidade total. Este capítulo mostra apenas um possível caminho de estudo do tema por esse método.

A técnica da Programação Dinâmica é importante na área econômica para modelar problemas que envolvam tomadas de decisões ao longo do tempo, especificamente quando as variáveis que o indivíduo tem em mãos para se decidir, as chamadas Variáveis de Estado, evoluem ao longo do tempo e estão em constantes mudanças, dependendo de cada escolha feita no período anterior.

A programação dinâmica é, portanto, a estruturação dos problemas de otimização em múltiplos estágios que são resolvidos sequencialmente, um de cada vez, de maneira recursiva. É usada para encontrar regras ótimas de decisão de “jogos contra a natureza”, além de possibilitar formulação e resolução de problemas envolvendo tomadas de decisões sob incerteza. Sua modelagem aqui será baseada na explicação de John Rust (2006), Marcos Lemos (1991) e Beckmann (1968), todas provenientes de Bellman, para um horizonte finito.

Um tomador de decisão que está no estado $x_t \in X$ onde $t = 1, 2, \dots, N$, executa uma ação a_t que determina seu payoff, avaliado aqui como sua utilidade atual $u_t(x_t, a_t)$, e também a variável de estado do próximo período x_{t+1} por meio de uma função de transformação $f_t(x_t, a_t) = x_{t+1}$.

Já no período seguinte, em x_{t+1} , um indivíduo deve tomar uma nova decisão, a_{t+1} , que determinará sua utilidade $u_{t+1}(x_{t+1}, a_{t+1})$ e afetará o estado do período seguinte x_{t+2} , e assim sucessivamente até o tempo N . O objetivo é maximizar a soma de todas as utilidades geradas ao longo dos N estágios

$$\max_{a_t} \sum_{t=0}^{N-1} u_t(x_t, a_t) + u_N(x_N) \quad (1)$$

sujeito a

$$x_{t+1} = f_t(x_t, a_t) \quad (2)$$

O problema é condicionado por (2), ou seja, as transições de x_t para x_{t+1} deve ser viável.

Segundo o princípio de Ótimo de Bellman, supondo escolhas ótimas $(a_1^*, a_2^*, \dots, a_{N-1}^*)$ para o problema acima, um subproblema, onde se parte do período i , no estado x_i , em que é preciso otimizar $\sum_{t=i}^{N-1} u_t(x_t, a_t) + u_N(x_N)$, e terá como resultado $(a_i^*, a_{i+1}^*, \dots, a_{N-1}^*)$ também será ótimo. Ou seja, o valor ótimo de (1) pode ser obtido de maneira recursiva.

Sendo $V(x_t)$ o valor do payoff total, ou seja,

$$V(x_t) = \max_{a_t} \sum_{t=0}^{N-1} u_t(x_t, a_t) + u_N(x_N) \quad (3)$$

E sabendo que da possibilidade da recursão mostrada, a equação (3) pode ser reescrita como

$$V(x_t) = \max_{a_t} \left[u_t(x_t, a_t) + \sum_{t=0}^N u_{t+1}(x_{t+1}, a_{t+1}) \right] \quad (4)$$

O que leva a crer que no último estado, como não haverá mais ações,

$$V(x_N) = u_N(x_N)$$

Percebe-se que a equação (4) assume a seguinte forma

$$V(x_t) = \max_{a_t} [u_t(x_t, a_t) + V_{t+1}(x_{t+1})] \quad (5)$$

Ou também

$$V_T(x_t) = \max_{a_t} \{u_t(x_t, a_t) + V_{t+1}[f_t(x_t, a_t)]\}$$

A equação (5) é a Equação de Bellman e nela se percebe claramente o problema inicial em que é preciso encontrar um valor de “ a_t ” que maximize a utilidade atual e que maximize as utilidades futuras já que, por sua vez, são afetadas por essa escolha.

Graficamente, quando todas as ações e estados são discretos, isso representa uma árvore onde no primeiro estágio são possíveis várias alternativas de decisões que, no segundo estágio, dão origem a mais alternativas até que, em um problema com um número finito de

possibilidades, cada ramo seja finalizado. Cada nó corresponde a um estado do problema e o seu ramo representa uma transição, que é uma decisão para ser tomada. Para cada estágio e decisão está associada a utilidade resultante e, ao final da sequência de ramificações, está a utilidade ou payoff total, isto é, a soma das utilidades individuais. A sequência de decisões será ideal se a utilidade resultante total for máxima, como visto na equação (5).

O Princípio Ótimo de Bellman é equivalente ao conceito de Equilíbrio Perfeito em Subjogos na teoria dos jogos, pois, quando se encontra uma estratégia de decisão ótima para todo um período de $t, t + 1, \dots, N$, qualquer corte temporal nesse espaço de tempo também será de escolhas ótimas.

A decisão a ser tomada no presente trabalho é a poupança, que se revela ser uma decisão sequencial no tempo para um horizonte finito, enquanto o estado de cada decisão será, como visto no modelo de Modigliani, a renda atual, renda esperada no futuro e período ativo restante. Como a utilidade do indivíduo é uma função fundamentalmente do consumo, a poupança é importante para determinar o consumo futuro.

7. CONCLUSÃO

Este trabalho mostrou a importância de um estudo focado para geração de poupança privada, dado dos modelos neoclássicos de crescimento, desde Harrod-Domar e depois expandido por Solow, Samuelson, Modigliani e Lucas, principalmente quando a poupança financia o investimento em recursos humanos e físicos para determinar o progresso tecnológico. Sendo assim, situa o leitor que poupança aqui é tratada pela ótica neoclássica, e não no contexto pós-keynesiano, no qual a poupança é apenas consequência do crescimento. Portanto, em um primeiro momento, conclui-se que o manejo da política econômica deve se preocupar na geração de poupança, ainda mais em economias que apresentam dificuldade de desenvolvimento sustentado, como é mostrado o caso do Brasil no capítulo 4.

A partir daí, apresenta-se as principais linhas de estudo da formação poupança para a história econômica. Modigliani nos apresenta a Teoria do Ciclo de Vida, que, para um indivíduo representativo que busca suavizar o consumo, poupa durante a idade ativa para gastar na aposentadoria. A intuição nos diz que quanto maior um Estado de bem-estar social, menor o incentivo a poupança. Feldstein modela e existência da seguridade social e analisa teórica e empiricamente esse efeito, revelando um impacto dual entre a variação desses fatores. Ainda sobre os estudos na área, surge uma teoria relativamente nova de “Precautionary Saving” que revela o impacto da incerteza sobre a decisão individual de poupar.

Este trabalho contribuiu, por meio de um modelo da teoria dos jogos, para exemplificar o efeito da seguridade social na poupança - tema importante tão tratado por Feldstein, visto na seção 2.2 - em um modelo *à la* Modigliani de Ciclo de Vida. No modelo aqui tratado, ainda, se inseriu o conceito de poupança por precaução, via as probabilidades “*p*” de aprovação de mudança na regra vigente. Identificou-se aqui, qual a reação do governo quando este tem a possibilidade de alteração regra da previdência e qual será sua proposta nesse contexto.

Nesse caminho, ficou claro o desincentivo individual a poupar quando o trabalhador sabe que vai ganhar uma renda de aposentadoria igual a sua renda atual. Agora, a existência da incerteza quanto à possibilidade de uma reforma previdenciária gera ineficiência na poupança, pois o agente, nesse contexto, poupará mais do que deveria, e irá perceber isso no momento de se aposentar.

Quando o governo, no modelo deste trabalho, tem o poder de alteração da regra previdenciária, já que é ele, teoricamente, que provê a renda do indivíduo aposentado, tenderá

a reduzir bruscamente essa renda. Isso porque sua situação fiscal pesará bastante na sua escolha em comparação ao bem-estar social gerada na utilidade do indivíduo.

Por meio de sua utilidade e sabendo das escolhas de consumo e poupança do indivíduo no jogo, o governo calculará a nova renda proposta, baseado na probabilidade da reforma acontecer ou não. Percebe-se, portanto, que, considerando que “ p ” seja as diversas forças políticas existentes, sejam elas partindo da população, legislativo e judiciário, o modelo capta sua força na decisão final do governo quanto a sua proposta de renovação previdenciária, como se percebe nas experiências particulares de economias que já passaram por este processo.

Este trabalho, ainda, propôs um estudo mais profundo sobre a geração de consumo e poupança, por meio de um modelo de programação dinâmica, mostrando que as variáveis importantes para a modificação dessas variáveis se encaixam nos moldes do modelo proposto por Bellman.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFONSO, J., ABREU, T., HECKSHER, M. A Baixa e Decrescente Poupança Brasileira. *Economic Analysis of Law Review*, V. 10, no 1, p. 220-250, Jan-Abr, 2019.

ALÉM, A., GIAMBIAGI, F. Aumento do investimento: o desafio de elevar a poupança privada no Brasil. *Textos para Discussão 60*, BNDES. Rio de Janeiro, dez. 1997.

BECKMANN, M. *Dynamic Programming of Economic Decisions*. New York: Springer, 1968.

CARROLL, C., KIMBALL, M., Liquidity Constraints and Precautionary Saving. *National Bureau of Economic Research, Working Paper 8496*, JEL No. C6, D91, E21, oct. 2001.

CARROL, C., OVERLAND, J., WEIL, D. Saving and Growth with Habit Formation. *American Economic Review*, June 2000.

CHOI, H., LUGAUER, S., MARK, N. Precautionary Saving of Chinese and U.S. Households. *NBER Working Paper No. 20527*. Sep, 2014.

DEATON, A. Saving and Liquidity Constraints. *National Bureau of Economic Research. Working Paper No. 3196*. Dec, 1989.

EDWARDS, S. Why are savings rates so different across countries? An international comparative analysis. Apr. 1995 (*NBER Working Paper, 5.097*).

FELDSTEIN, M. Social security, induced retirement, and aggregate capital accumulation. *The Journal of Political Economy*, Vol. 82, No. 5. (Sep. - Oct., 1974), pp. 905-926.

FELDSTEIN, M. The effect of social security on saving. *National Bureau of Economic Research, Working Paper No. 334*, Apr. 1979.

FELDSTEIN, M. Social security and savings: new time series evidence. *National Tax Journal*, v. XLIX, June 1996.

FRIEDMAN, M. *The Permanent Income Hypothesis. A Theory of the Consumption Function*, Princeton University Press, 0-691-04182-2 (p. 20 - 37), 1957.

HERNANDO, I. et al. Private Saving. *New Cross-Country Evidence Based on Bayesian Techniques*. Documentos de Trabajo N. ° 1802, Banco de España. 2018.

- ISSLER, J. Inflation level and uncertainty: evidence using Brazilian data. *Revista Brasileira de Economia*, 45 (3): 473-82, Rio de Janeiro, jul./set.1991.
- KEYNES, J. M. A teoria geral do emprego, do juro e da moeda. São Paulo: Abril Cultural, 1983, pp. 333 (Série Os Economistas).
- LEMOS, M. Tópicos em Programação Dinâmica. 1991. 97f. Dissertação de Mestrado - Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 1991.
- LJUNGQVIST, L., SARGENT, T. Recursive Macroeconomic Theory. 3rd ed. London: The MIT Press, 2012.
- LUCAS, R. On The Mechanics Of Economics Development. *Journal of Monetary Economics*. Feb, 1988.
- MARIGER, R. A Life-Cycle Consumption Model with Liquidity Constraints: Theory and Empirical Results. *Econometrica*, Vol. 55, No. 3, pp. 533-557. May, 1987.
- MODIGLIANI, F. Life cycle, individual thrift and the wealth of nations. *The American Economic Review*, Vol. 76, No. 3, Jun., 1986, pp. 297-313.
- MODIGLIANI, F. The Collected Papers of Franco Modigliani. MIT Press Books, The MIT Press, edition 1, volume 6, number 0262134543, Sep. 2005.
- MUNNEL, Alicia H. The impact of social security on personal savings. *National Tax Journal*, Vol.4, No. 4, pp. 553-567, dec. 1974.
- OLIVEIRA, F., BELTRÃO, K., DAVID, A. Previdência, poupança e crescimento econômico: interações e perspectivas. IPEA, Rio de Janeiro, nov. 1998.
- ORELLANA, V., RAMALHO, H., BALBINOTTO, G. Oferta de Trabalho e Salário do Idoso no Brasil. *Economia Aplicada*, 22(1), pp. 37-62, 2018.
- PRASSAD, E., RAJAN, R., SUBRAMANIAN, A. Foreign Capital and Economic Growth. NBER Working Paper No. 13619, nov. 2007.
- REIS, E. et al. Renda Permanente e Poupança Precaucional: evidências empíricas para o Brasil no passado recente. *Pesquisa e Planejamento Econômico*, vol. 28 N° 2, p.233-272. Rio de Janeiro, ago. 1998.

RUST, J. Dynamic Programming. Entry for consideration by the New Palgrave Dictionary of Economics. University of Maryland, 2006.

SIMONSEN, M. H. Poupança e crescimento econômico. Rio de Janeiro: FGV/1991, 39 p. (Série Ensaio Econômicos, 178), 1991.

SILVEIRA, M., MOREIRA, A. Taxa de poupança e consumo no ciclo de vida das famílias brasileiras: evidência microeconômica. IPEA, Texto para Discussão 1997. Brasília, ago. 2018.

ZHANG, L. et al. China's High Savings: Drivers, Prospects, and Policies. International Monetary Fund, WP/18/277, 11 dec. 2018.