

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**ANÁLISE DE TRANSMISSIBILIDADE DE
VIBRAÇÃO EM VEÍCULO COM FOCO EM
CONFORTO**

Por,

Maryana Oliveira Ananias

Brasília, DF, 15 de dezembro de 2020

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

ANÁLISE DE TRANSMISSIBILIDADE DE VIBRAÇÃO EM VEÍCULO COM FOCO EM CONFORTO

Por,

Maryana Oliveira Ananias

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico

Banca Examinadora

Prof. Aline Souza de Paula _____

Prof. Alberto Carlos Guimarães Castro Diniz _____

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes _____

Brasília, DF 15 de dezembro de 2020

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, à pessoa que sempre me incentivou e apoiou durante toda a minha jornada e, infelizmente, já não está mais presente nesta etapa da minha vida. À minha mãe que me ensinou a ter resiliência em minhas escolhas, me ajudou a fazer planos e me mostrou que tornar sonhos em realidade era possível. A ela sou grata pelos ensinamentos de vida, pelo exemplo de mulher guerreira e por todo o carinho e amor que tive a oportunidade de receber.

Dito isso, gostaria de mostrar minha gratidão à Universidade de Brasília, instituição acadêmica de grande prestígio que fez parte da minha formação acadêmica, profissional e pessoal. A todos que me acompanharam durante a concepção deste Projeto de Graduação, em especial à professora Aline de Paula, por ter aceitado a proposta do estudo e ter me apoiado até aqui com muita paciência e dedicação.

Agradeço também a todos os meus amigos que me apoiaram e me deram suporte em momentos que eu mais precisava.

Por fim, agradeço ainda à Equipe Piratas do Cerrado Baja SAE que me acompanhou durante toda a graduação, me proporcionando conhecimentos profissionais, crescimento pessoal e grandes amigos. Participando do projeto me descobri no mundo da engenharia e tive a certeza de que estava trilhando o caminho certo. Reconheço que participar de uma equipe de competição não é fácil, mas a cada dificuldade novos conhecimentos eram adquiridos. Tive momentos muito gratificantes e a oportunidade de trabalhar com diversas áreas de conhecimento da engenharia e com pessoas incríveis. Foi um grande prazer fazer parte dessa família!

Resumo

O trabalho teve como objetivo propor um modelo para o isolamento de de vibrações com o intuito de amenizar as vibrações que são sentidas pelo piloto de Baja SAE da Universidade de Brasília. Para o projeto do isolador foi feito o estudo das vibrações às quais estão sujeitas o piloto na atual configuração do veículo e nos dois modelos de isolamento de vibrações propostos: um com rigidez constante e outro com rigidez dinâmica. Em princípio buscou-se entender os aspectos ergonômicos associados a exposição de veículos às vibrações e apresentar os níveis aceitáveis de conforto segundo a Norma ISO 2631 (1997). Representou-se numericamente o carro a partir de dois modelos de diferentes graus de liberdade: um com 2GDL e outro com 4GDL. Apresentou-se a análise de ensaios de resposta livre com dados fornecidos pela equipe, de onde foi possível obter as frequências naturais do sistema e a caracterização de alguns parâmetros que foram usados nas análises numéricas. O projeto dos isoladores compreendeu as análises sob excitação harmônica dos modelos de 1GDL, 3GDL e 5GDL, sendo as duas últimas referentes ao acréscimo de 1GDL dos isoladores aos modelos de 2GDL e 4GDL do carro. Para cada uma delas foram analisadas as influências dos principais parâmetros que modificam o comportamento da curva de transmissibilidade visando estudar o desempenho dos isoladores quando acoplados a sistemas de múltiplos graus de liberdade. As curvas de transmissibilidade dos isoladores para os diferentes modelos foram então comparadas, constatando-se que apesar de apresentar um ótimo desempenho em isolamento de vibrações quando avaliado em um sistema de 1GDL, o SIRD não se mostrou eficaz ao ser acoplado aos sistemas de 2GDL e 4GDL do carro, não apresentando o resultado esperado de isolamento no caso particular estudado. As acelerações *r.m.s.* foram avaliadas segundo a norma ISO 2631 (1997) para o SSI, o SIRC e o SIRD, onde obteve-se uma redução das acelerações em até 65% para o SIRD e 78% para o SIRC, quando avaliados no sistema de 3GDL. Com isso, foi proposto o projeto do isolador de vibrações com rigidez constante a ser usado pela equipe Piratas do Cerrado, sendo apresentada suas características de projeto.

Palavras-chaves: Transmissibilidade. Isolamento de vibrações. Ergonomia veicular.

Abstract

The work had the objective of propose a model for the isolation of vibrations designing a vibration isolator

in order to reduce the vibrations suffered by the Baja SAE pilot from the University of Brasilia. For the design of the isolator, the study of the vibrations to which the pilot is subjected in the current configuration of the vehicle and in the two models of vibration insulation proposed: one with constant stiffness and the other with dynamic stiffness. At first the search was to understand the ergonomic aspects associated at the exposure of vehicles to vibrations, and to present the acceptable comfort levels established by the International Standard ISO 2631 (1997). The car was represented numerically from two models with different degrees of freedom: one with 2GDL and the other with 4GDL. It is presented the analysis of free response tests with data provided by the team, from where it was possible to obtain the natural frequencies of the system and the characterization of some parameters that were used in numerical analysis. The isolators design included harmonic excitation analysis of 1GDL, 3GDL and 5GDL models, the last two being the addition of 1GDL of the isolators to the car's 2GDL and 4GDL models. For each one of them the influences of the main parameters that modify the behavior of the transmissibility curve were analyzed in order to study the performance of the isolators when connected to systems with multiple degrees of freedom. The transmissibility curves of the isolators for the different models were then compared, and it was verified that despite presenting an excellent performance in vibration isolation when evaluated in a 1GDL system, the SIRD was not efficient when connected to the 2GDL and 4GDL systems of the car, not being adapted to the particular case studied. The r.m.s. accelerations are evaluated according to ISO 2631 (1997) for SSI, SIRC and SIRD, where a reduction of the accelerations of up to 78% for SIRC and 65% for SIRD was obtained, when it was evaluated in the 3GDL system. With this, it is proposed the design of the vibration isolator with constant stiffness to be used by the Piratas do Cerrado team, presenting its prototype in 3D and the design characteristics.

Key-words: Transmissibility. Vibration isolation. Vehicle ergonomics.

Lista de Figuras

Figura 1 – Protótipo desenvolvido pela equipe Piratas do Cerrado - Ano de 2019 .	2
Figura 2 – Limite de aceleração longitudinal (a_z) como função da frequência e tempo de exposição para nível reduzido de eficiência (fadiga). (International Standard ISO 2631, 1997)	7
Figura 3 – Direção de atuação das vibrações. (International Standard ISO 2631, 1997)	9
Figura 4 – Sistema 1GDL SIRC.	12
Figura 5 – Curvas de transmissibilidade para diferentes valores de rigidez K do SIRC.	13
Figura 6 – Modelo do isolador de vibrações com rigidez dinâmica/negativa; (a) sistema sem carga; (b) sistema com carga, ; (c) sistema com carga, , e força compressiva, P . (PLATUS, 1992)	14
Figura 7 – (a) Modelo da suspensão de assento veicular com estrutura de rigidez negativa; (b) Representação esquemática do sistema de isolador ilustrado.(LE; AHN, 2011)	15
Figura 8 – Modelo de rigidez dinâmica. Modificada de Bolzan (2016).	16
Figura 9 – Força restauradora molas horizontais.	17
Figura 10 – Gráfico de direção da força restauradora pelo ângulo β	18
Figura 11 – Análise de forças restauradoras das molas para diferentes valores de β : (a) $\beta > 0$. (b) $\beta = 0$. (c) $\beta < 0$	18
Figura 12 – Diagrama de Corpo Livre posição de equilíbrio.	19
Figura 13 – Diagrama de Corpo Livre início do movimento.	19
Figura 14 – Transmissibilidade do modelo SIRD para diferentes valores de L_0 com amplitude de excitação $Y = 0,025$ m.	21
Figura 15 – Transmissibilidade do modelo SIRD para diferentes valores de K_v com amplitude de excitação de $Y = 0,025$ m.	22
Figura 16 – Transmissibilidade do modelo SIRD para diferentes valores de K_h com amplitude de excitação de $Y = 0,025$ m.	23
Figura 17 – Comparação de transmissibilidade entre os sistemas de rigidez constante e dinâmica.	24

Figura 18 – Fixação do banco veículo Baja na configuração atual.	25
Figura 19 – Fixação de acelerômetros para aquisição de resposta livre do veículo Baja SAE: (a) Eixo dianteiro. (b) Eixo Traseiro.	26
Figura 20 – Média da resposta livre para ensaio no eixo dianteiro.	27
Figura 21 – Média da resposta livre para ensaio no eixo traseiro.	27
Figura 22 – Modelo representativo massa e mola 2 graus de liberdade.	31
Figura 23 – Modelo representativo massa e mola 4 graus de liberdade.	33
Figura 24 – Modelo de 3GDL - SIRD.	36
Figura 25 – Curvas de transmissibilidade para o SIRC com 3GDL e diferentes va- lores de ζ	37
Figura 26 – Curva de transmissibilidade para o SIRC com 3GDL e diferentes valores de r	38
Figura 27 – Modelo de 3GDL - SIRD.	39
Figura 28 – Curva de transmissibilidade 3GDL com SIRD para diferentes valores de L_0	40
Figura 29 – Curva de transmissibilidade 3GDL com SIRD para diferentes valores de k_h	40
Figura 30 – Modelo 5GDL - SIRC.	41
Figura 31 – Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRC para diferentes valores de ζ	43
Figura 32 – Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRC para diferentes valores de r	43
Figura 33 – Modelo 5GDL - SIRD.	44
Figura 34 – Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRD para diferentes valores de L_0	45
Figura 35 – Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRD para diferentes valores de k_h	46
Figura 36 – Curvas de transmissibilidade modelo de 1GDL - comparação entre SIRC e SIRD. $k_v = 2000$ N/m e $Y = 0,015$ m.	48
Figura 37 – Curvas de transmissibilidade modelo de 1GDL - comparação entre SIRC e SIRD. $k_v = 5780$ N/m e $Y = 0,015$ m.	49
Figura 38 – Transmissibilidade modelo de 1GDL - comparação entre SIRC e SIRD. $k_v = 12903$ N/m e $Y = 0,015$ m.	49
Figura 39 – Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{x_2}$ - $k_v = 2000$ N/m e $Y = 0,025$ m.	50
Figura 40 – Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{Y}$ - $k_v = 2000$ N/m e $Y = 0,025$ m.	50
Figura 41 – Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{x_2}$ - $k_v = 5780$ N/m e $Y = 0,025$ m.	51
Figura 42 – Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{Y}$ - $k_v = 5780$ N/m e $Y = 0,025$ m.	51

Figura 43 – Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{x_2} - k_v = 12903 \text{ N/m}$ e $Y = 0,025 \text{ m}$	52
Figura 44 – Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{Y} - k_v = 12903 \text{ N/m}$ e $Y = 0,025 \text{ m}$	52
Figura 45 – Acelerações <i>r.m.s.</i> [m/s^2] correspondentes à varredura de frequências de 0,1 a 80 hz - 3GDL - $k_v = 2000 \text{ N/m}$	54
Figura 46 – Acelerações <i>r.m.s.</i> [m/s^2] correspondentes à varredura de frequências de 0,1 a 80 hz- 3GDL - $k_v = 5780 \text{ N/m}$	54
Figura 47 – Acelerações <i>r.m.s.</i> [m/s^2] correspondentes à varredura de frequências de 0,1 a 80 hz - 3GDL - $k_v = 12903 \text{ N/m}$	55
Figura 48 – Modelo com sistema de isolamento de vibrações com rigidez constante para o isolamento de vibrações do banco do carro da equipe Piratas do Cerrado.	56
Figura 49 – Detalhe de guias para o movimento vertical do isolador de vibrações. .	57
Figura 50 – Transmissibilidade para o projeto proposto para a equipe com SIRC. .	58

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Frequências naturais de partes do corpo submetidas a vibrações no sentido vertical. (KROEMER, K.H.E.; KROEMER, H.B.; KROEMER-ELBERT, 1994)	6
Tabela 2 – Tabela de constantes modelo SIRC.	13
Tabela 3 – Tabela de constantes modelo SIRD.	20
Tabela 4 – Resultados análise de dissipação de energia.	29
Tabela 5 – Valores de Rigidez do Pneu. Modificada de Morlin (2017).	29
Tabela 6 – Tabela de constantes referentes ao carro para a análise numérica.	30
Tabela 7 – Tabela comparativa de frequência natural obtida no ensaio e no modelo numérico - 2GDL.	32
Tabela 8 – Tabela de constantes para o projeto do isolador de rigidez dinâmica.	35
Tabela 9 – Variáveis de estado para os modelos de 3GDL.	36
Tabela 10 – Variáveis de estado para os modelos de 5GDL	41
Tabela 11 – Tabela de constantes isoladores de vibração.	47
Tabela 12 – Resumo de decisões para o projeto do isolador de rigidez constante.	57

Lista de abreviaturas e siglas

GDL	Graus de Liberdade
CG	Centro de Gravidade
SSI	Sistema sem isolamento
SIRC	Sistema com isolamento de rigidez constante
SIRD	Sistema com isolamento de rigidez dinâmica

Lista de símbolos

a_z	Aceleração no eixo do pé à cabeça (vertical) principal
a_x	Aceleração no eixo das costas ao peito (longitudinal)
a_y	Aceleração no eixo do lado direito ao lado esquerdo (lateral)
$X(\omega)$	Resposta dinâmica de um sistema
$F(\omega)$	Excitação sofrida por um sistema
$H(\omega)$	Função resposta em Frequência
$\frac{x(\omega)}{F(\omega)}$	Compliância
$\frac{v(\omega)}{F(\omega)}$	Mobilidade
$\frac{[a(\omega)]}{F(\omega)}$	Acelerância
m	Massa em suspensão
k	Rigidez do sistema de isolamento de rigidez constante
c	Amortecimento do sistema de isolamento de rigidez constante
ζ	Coefficiente de amortecimento
x	Deslocamento vertical da massa
ω_b	Frequência de excitação da base
ω	Frequência natural do sistema
y	Deslocamento vertical da base
\dot{x}	Velocidade da massa
\ddot{x}	Aceleração da massa
\dot{y}	Velocidade da base
X	Amplitude de resposta da equação do movimento para o isolador de rigidez constante

Y	Amplitude de excitação da base
r	Relação entre a frequência de excitação da base e a frequência natural do sistema
K_v	Rigidez linear da mola vertical do modelo de isolador dinâmico
K_h	Rigidez linear da molas horizontais do modelo de isolador de rigidez dinâmica
a	Comprimento da barra
b	Distância da massa ao ponto de fixação da mola horizontal
L_0	Comprimento inicial das molas horizontais
δ_h	Deslocamento da guia horizontal
h_i	Distância entre as molas e a posição inicial do movimento
β	Ângulo da barra com o eixo horizontal
F_{hh}	Força restauradora da mola horizontal na direção horizontal
F_{ha}	Força restauradora da mola horizontal na direção da barra
F_{hv}	Força restauradora da mola horizontal na direção vertical
P	Peso da massa
g	Aceleração da gravidade
δ_v	Deslocamento da mola vertical devido à adição da massa ao sistema
F_{kv}	Força restauradora da mola vertical
F_{cv}	Força que o amortecedor vertical exerce sobre a massa
$T.R.$	Transmissibilidade
m_{sd}	Massa não suspensa eixo dianteiro carro baja
m_{st}	Massa não suspensa eixo traseiro carro baja
m_s	Massa não suspensa média
m_c	Massa total do carro baja sem o piloto
m_p	Massa do banco com o piloto
I	Inércia de arfagem
k_{sd}	Rigidez do eixo dianteiro

k_{st}	Rigidez do eixo traseiro
k_{pd}	Rigidez equivalente pneus dianteiros
k_{pt}	Rigidez equivalente pneus traseiros
k_p	Rigidez equivalente dos pneus
ω_d	Frequência natural do eixo dianteiro
ω_t	Frequência natural do eixo traseiro
ω_{total}	Frequência natural referente ao carro baja
LB	Largura de banda
LB_d	Largura de banda espectro de resposta livre do eixo dianteiro
LB_t	Largura de banda espectro de resposta livre do eixo traseiro
ζ_d	Coefficiente de amortecimento eixo dianteiro
ζ_t	Coefficiente de amortecimento eixo traseiro
C_{ad}	Amortecimento equivalente eixo dianteiro
C_{at}	Amortecimento equivalente eixo traseiro
C_a	Amortecimento equivalente
l_d	Distância do eixo dianteiro ao ponto de CG
l_t	Distância do eixo traseiro ao ponto de CG
ω_i	Frequência natural modelo de isolamento de rigidez constante
k_i	Rigidez modelo de isolamento de rigidez constante
C_i	Amortecimento modelo de isolamento de rigidez constante

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Projeto Baja SAE - Equipe Piratas do Cerrado	1
1.2	Motivação	2
1.3	Objetivo	2
1.4	Metodologia	3
1.5	Organização do texto	3
2	REVISÃO DE LITERATURA E CONCEITOS TEÓRICOS	5
2.1	Ergonomia e conforto humano	5
2.2	Transmissibilidade em veículos - Norma ISO 2631	6
2.2.1	Direção de medição	8
2.3	Função Resposta em Frequência (FRF)	8
2.3.1	Transformada de Fourier	10
3	ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES	11
3.1	Isolamento de vibrações	11
3.2	Rigidez constante	11
3.2.1	Influência da rigidez k para a transmissibilidade	12
3.3	Rigidez dinâmica	13
3.3.1	Modelo de rigidez dinâmica	15
3.3.1.1	Força restauradora das molas horizontais e sua influência na rigidez dinâmica	17
3.3.2	Transmissibilidade para diferentes parâmetros	20
3.4	Comparação entre rigidez constante e rigidez dinâmica	23
4	SISTEMA ESTUDADO	25
4.1	Apresentação do sistema	25
4.2	Resultados	25
4.2.1	Amortecimento da suspensão	28
4.3	Pneu	29
5	ANÁLISE NUMÉRICA	30

5.1	Caracterização do sistema	31
5.1.1	2GDL	31
5.1.2	4GDL	32
5.2	Projeto de isoladores	34
5.3	Modelo com isolamento de vibrações e excitação harmônica	35
5.3.1	Modelo de 3GDL	35
5.3.1.1	Rigidez constante	36
5.3.1.2	Rigidez dinâmica	38
5.3.2	Modelo de 5GDL	41
5.3.2.1	Rigidez constante	41
5.3.2.2	Rigidez dinâmica	43
6	ANÁLISE DE RESULTADOS E COMPARAÇÃO ENTRE MO- DELOS	47
6.1	Resultados das análises numéricas - comparação entre isoladores	47
6.2	Aceleração <i>r.m.s.</i> - avaliação segundo norma ISO 2631	53
6.3	Modelo proposto	56
7	CONCLUSÃO	59
	REFERÊNCIAS	61

1 Introdução

1.1 Projeto Baja SAE - Equipe Piratas do Cerrado

No projeto Baja SAE, os estudantes tem o objetivo de projetar e construir um protótipo fora de estrada que seja capaz de transpor obstáculos e cumprir provas propostas pelo comitê organizacional, seguindo os requisitos técnicos previstos em regulamento. Durante as competições, o protótipo é sujeito a condições extremas e é esperado um alto nível de desempenho, tanto em provas dinâmicas quanto em provas de projeto. Sendo assim, os estudantes tem a oportunidade de aplicar os conhecimentos adquiridos no curso para promover melhorias nas subáreas da equipe: freio, estrutura, suspensão e direção, ergonomia, eletrônica, trem de força e cálculos estruturais.

A equipe Piratas do Cerrado surgiu em 1997 com um grupo de 5 estudantes de Engenharia Mecânica e no primeiro ano depois de fundada já começou a participar das competições. As etapas de criação e desenvolvimento (elaboração do projeto, desenho, cálculo e construção) são feitas pelos integrantes da equipe. Concluído o protótipo, são feitos testes e simulações para a identificação de possíveis falhas e suas correções. Busca-se com isso encontrar soluções para melhorias na qualidade do projeto e desempenho do veículo, além de conseguir o destaque entre as outras equipes. Simula-se, dessa forma, uma realidade próxima àquela que os integrantes enfrentarão após a graduação.



Figura 1: Protótipo desenvolvido pela equipe Piratas do Cerrado - Ano de 2019

1.2 Motivação

O grande desconforto percebido pelo piloto após poucas horas de pilotagem - prejudicando não só o piloto mas também o desempenho da equipe nas competições - foi uma observação pertinente relacionada ao veículo desenvolvido na UnB em testes e competições dando origem a motivação para o desenvolvimento desse trabalho. Entende-se que um dos principais fatores causadores desse desconforto decorre da exposição às vibrações da pista e motor, que são transmitidas ao piloto através da gaiola, do banco e do sistema de suspensão e direção.

A qualidade na condução pode ser melhorada através do ajuste de parâmetros do veículo, como a suspensão. Porém, algumas configurações podem prejudicar o desempenho do carro, principalmente em ultrapassagem de obstáculos. Por esse motivo, torna-se de grande importância o estudo das características vibracionais do assento de forma a garantir o conforto do piloto sem prejudicar a performance do veículo.

1.3 Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo propor um modelo para o isolamento de vibrações visando a atenuação das vibrações sentidas pelo piloto, sendo realizado através das análises de desempenho das curvas de transmissibilidade para diferentes modelos de 1GDL, 3GDL e 5GDL. As acelerações *r.m.s.* obtidas dos modelos numéricos são comparadas aos níveis de vibração aceitáveis ao ser humano para assim, propor a melhor solução visando conforto ao piloto.

1.4 Metodologia

Em primeiro instante, é feita uma revisão bibliográfica dos conceitos teóricos para o entendimento da análise de vibrações e transmissibilidade, contextualizando para o conforto de veículos e norma regulamentadora. Em seguida, a transmissibilidade de um oscilador de 1GDL é avaliada numericamente. Duas configurações de isolador são estudadas, uma com rigidez constante e outra com rigidez dinâmica, sendo o desempenho das duas comparado. Também é apresentada a análise de diferentes parâmetros que influenciam no comportamento da transmissibilidade para os dois isoladores.

Os dados dos ensaios de resposta livre são analisados, de onde foi possível obter parâmetros do carro que foram utilizados nas análises numéricas. A partir dos ensaios, foram obtidas as frequências naturais do carro que serviram como base para o projeto dos isoladores. São apresentados os modelos numéricos do carro BAJA com 2GDL e 4GDL, e a partir daí são feitas as análises acrescentando os isoladores de vibrações com rigidez constante e com rigidez dinâmica. Um estudo considerando a variação de diferentes parâmetros é feito para avaliar a influência de cada um deles no desempenho dos isoladores quando acoplados a sistemas de múltiplos graus de liberdade.

Por último, os níveis de conforto são avaliados segundo a norma para os sistemas sem isolamento, com isolamento de rigidez constante e com isolamento de rigidez dinâmica quando submetidos a uma excitação harmônica. O desempenho dos isoladores é comparado para os modelos de 1GDL e 3GDL, sendo apresentada uma síntese dos resultados obtidos durante o trabalho e, finalmente, a melhor solução ao problema.

1.5 Organização do texto

Este trabalho é composto por 7 capítulos dispostos de acordo com a descrição a seguir.

O capítulo 2 contém a revisão de literatura, abordando os conceitos teóricos necessários para o estudo de ergonomia e transmissibilidade em veículos, apresentando a descrição dos elementos da norma regulamentadora para a análise de ergonomia em vibrações.

O conceito de isolamento de vibrações é abordado no capítulo 3, sendo apresentados dois modelos de isolamento: um com rigidez constante e outro com rigidez dinâmica. São estudados os parâmetros que influenciam no desempenho de cada um deles e é feita a comparação de desempenho para a transmissibilidade de vibrações.

O capítulo 4 apresenta a caracterização do sistema em estudo, sendo apresentado, primeiramente, a análise dos ensaios para identificação das frequências naturais e caracterização de parâmetros do carro a partir da resposta livre. Os dados do ensaio servem como

base para o projeto dos isoladores e os parâmetros encontrados são usados nos modelos numéricos.

Com o estudo dos dois tipos de isoladores em um sistema de 1GDL, são apresentados no capítulo 5 os modelos de 3GDL e 5GDL acrescentando esses aos sistemas discretos com parâmetros do carro da equipe. É analisado o desempenho dos dois isoladores para diferentes configurações e o comportamento dos mesmos quando acoplados a um sistema de múltiplos graus de liberdade.

Por fim, o capítulo 6 contém a síntese dos resultados obtidos nas análises numéricas para cada um dos isoladores comparando os resultados. Também compara-se as acelerações obtidas de cada sistema aos níveis de conforto aceitáveis ao ser humano. Para, então, apresentar no capítulo 7 a proposta de isolamento de vibrações que melhor se adapta ao caso em estudo.

2 Revisão de literatura e conceitos teóricos

2.1 Ergonomia e conforto humano

A palavra ergonomia, ciência da aplicação das leis naturais para projetar o trabalho, vem da junção de duas palavras gregas: "*ergon*"(trabalho) e "*nomos*"(leis). Segundo Bhise (2011) é uma ciência multidisciplinar que aborda informações sobre as pessoas (por exemplo, psicologia, antropometria, biomecânica, anatomia, fisiologia, psicofísica) para projetar sistemas e equipamentos adaptando-os às características, capacidades e limitações humanas. O objetivo é projetar equipamentos que melhor se ajustem ao ser humano aprimorando segurança (liberdade de danos, lesões e perdas), conforto, desempenho e eficiência do usuário.

Alguns dos efeitos prejudiciais ao conforto humano estão relacionados às exposições à vibração, que podem conter frequências que levam ao comportamento ressonante do corpo inteiro ou de partes do corpo. Para o caso de veículos, a vibração predominante sentida pelo motorista é a vibração de corpo inteiro que pode ser transmitida pela superfície em contato com os pés, por assentos ou por encostos (International Standard ISO 2631, 1997). Ela afeta todas as partes do corpo ao mesmo tempo e é muito comum em estradas com grandes irregularidades, como estradas *off-road*.

As vibrações sentidas podem induzir diferentes respostas fisiológicas a depender da intensidade de frequência, do tempo de exposição e da postura do ocupante. As vibrações em baixas frequências podem ser responsáveis pelas náuseas, vômitos e mal-estar. Já as vibrações com frequências mais altas podem causar patologias no nível da coluna vertebral, afecções no aparelho digestivo, perturbações da função respiratória ou até mesmo da visão. A Figura 1, apresenta as frequências de ressonância de partes do corpo e o desconforto causado quando o ser humano é sujeito a excitações nessa faixa.

Tabela 1: Frequências naturais de partes do corpo submetidas a vibrações no sentido vertical. (KROEMER, K.H.E.; KROEMER, H.B.; KROEMER-ELBERT, 1994)

Parte do corpo	Frequência de Ressonância (Hz)	Sintomas
Corpo inteiro	4 a 5, 10 a 14	Desconforto Geral
Cérebro	abaixo de 0,5 1 a 2	Enjôo Sono
Cabeça	5 a 20	Dificuldade visual Dificuldade de fala Mudança de Voz
Olhos	20 a 70	
Queixo	100 a 200	
Laringe	5 a 20	
Ombros	2 a 10	
Antebraço	16 a 30	
Mãos	4 a 5	
Tronco	3 a 7	Dores no peito Dores estomacais
Coração	4 a 6	
Caixa Torácia	60	
Estômago	3 a 6	
Abdômen	4 a 8	
Rins	10 a 18	Urina solta
Sistema Cardiovascular	2 a 20	

Depois de um tempo de pilotagem exposta à vibração de corpo inteiro a pessoa estará mais suscetível a vibrações de baixa frequência transmitidas através das nádegas e costas por meio da coluna vertebral, via o assento e o encosto do banco, de origem, principalmente, da interação entre a estrada e o veículo (GRIFFIN, 1990). Apesar de a postura sentada ser menos comprometida que a postura em pé em condições estáticas, quando submetido à longos períodos de trabalho a postura pode proporcionar maior carga à coluna vertebral. Além disso, em posições sentadas os seres humanos são mais sensíveis às vibrações de baixa frequência. (ALPHIN; SANKARANARAYANASAMY; SIVAPIRAKASAM, 2012)

2.2 Transmissibilidade em veículos - Norma ISO 2631

Para avaliar se os níveis de aceleração transmitidos ao banco são suportados pelo motorista, é usada a Norma ISO 2631 (1997). Ela tem como objetivo padronizar a avaliação e comparação de dados e ainda fornecer um guia sobre os níveis aceitáveis de exposição à vibração de corpo inteiro para as faixas de frequência entre 0,1 e 80 Hz, avaliados em 1/3 de oitava. Os valores acima de 80 hz constituem um problema especial, que dependem de fatores individuais complexos e particulares e por isso é difícil a formulação de recomendações válidas para essas frequências.

Os limites de exposição às vibrações transmitidas ao corpo humano são apresentados na norma de acordo com o tempo de exposição, avaliados de 1min a 24h, e com três critérios de preservação do conforto (nível de conforto reduzido, nível de eficiência

reduzida (fadiga) e limite de exposição). Segundo a norma, para o projeto de banco para passageiros deve ser levado em consideração o nível de conforto reduzido. Os valores de aceleração limite para esse caso são obtidos a partir dos valores correspondentes para o nível de eficiência reduzido (fadiga), multiplicando-os por 3,15 e reduzindo 10 dB (Figura 2). (International Standard ISO 2631, 1997)

No intervalo de frequência de 4 a 8 Hz o valor de tolerância à vibração atinge seu valor mínimo para todos os tempos de exposição. Isso acontece porque é esse intervalo, em particular a frequência de 5Hz, que corresponde à frequência de ressonância do corpo humano na direção vertical. (GRIFFIN, 1990)

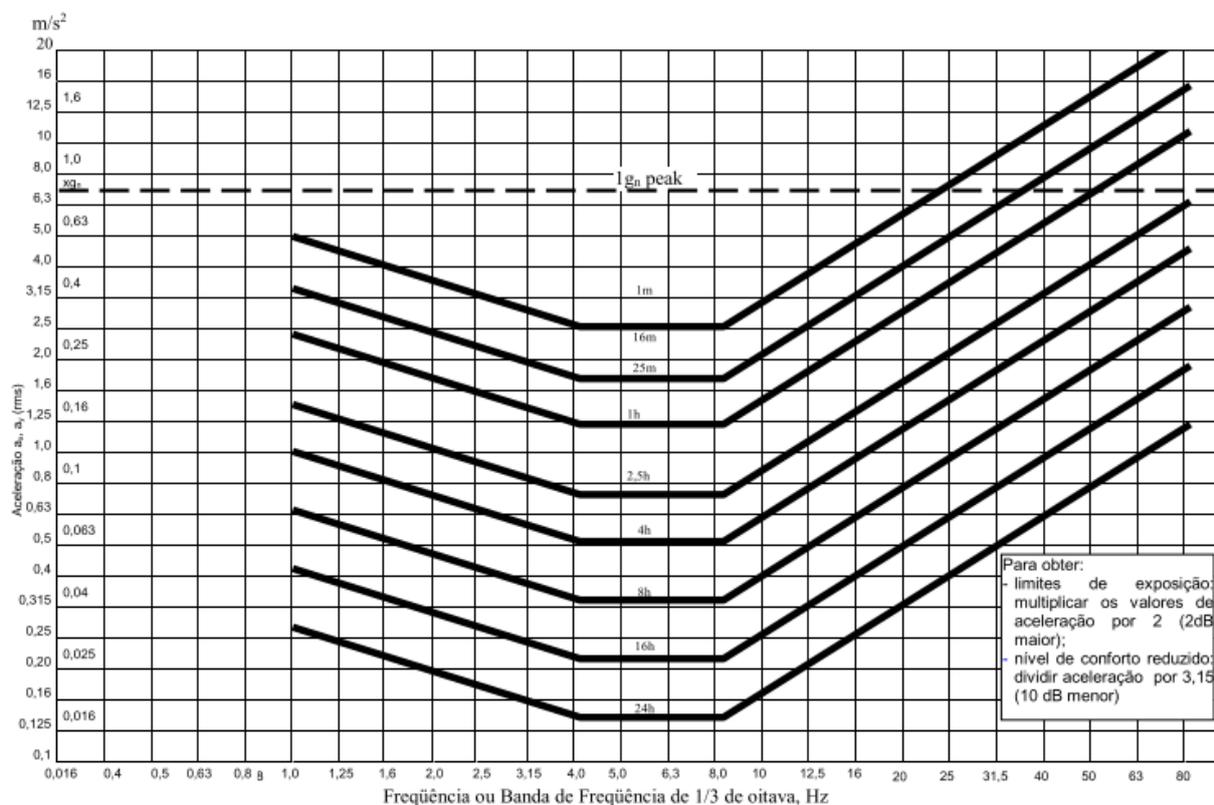


Figura 2: Limite de aceleração longitudinal (a_z) como função da frequência e tempo de exposição para nível reduzido de eficiência (fadiga). (International Standard ISO 2631, 1997)

Quando os valores máximos são medidos, estes devem ser convertidos adequadamente a valores eficazes, antes da referência aos limites dados na Norma. Os valores eficazes são importantes porque estão diretamente ligados à energia contida nas ondas, representando a potência real da vibração e seu poder destrutivo. Os limites são expressos em valores médios quadráticos (*root-mean-square - r.m.s.*) e para obtê-los deve-se usar a equação (2.1) ou o equivalente no domínio da frequência, onde a é a aceleração ponderada

em m/s^2 e T é o tempo de duração da medição da vibração em segundos.

$$a_w = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t=0}^{t=T} a^2(t) dt} \quad (2.1)$$

A transmissibilidade da magnitude de vibração desde a fixação do banco até a superfície de contato do assento com o motorista é feita a partir da amplitude efetiva da transmissibilidade - SEAT% (*seat effective amplitude transmissibility*), equação (2.2), que permite mensurar a eficiência de isolamento das vibrações pela comparação entre as medidas de vibração de dois pontos, um no assento e outro na fonte de excitação (fixação do banco).

$$SEAT\% = \frac{r.m.s_{\text{assento}}}{r.m.s_{\text{ponto de fixação do banco}}} \quad (2.2)$$

Para valores de SEAT% maiores que 100% há uma amplificação das vibrações enquanto que para valores menores que 100% há um isolamento.

2.2.1 Direção de medição

A direção de atuação da vibração pode ser vertical, longitudinal ou transversal. As vibrações transmitidas são medidas nas direções do sistema coordenado ortogonal, Figura 3, tendo sua origem na localização do coração. De acordo com esse sistema acelerações no eixo do pé (ou nádega) à cabeça (ou vertical) são designadas $\pm a_z$; aceleração no eixo das costas ao peito, $\pm a_x$ (longitudinal); e no eixo do lado direito ao lado esquerdo (lateral), $\pm a_y$. (International Standard ISO 2631, 1997)

Paddan e Griffin (2002) realizaram um estudo com 100 diferentes veículos em suas estradas características e constataram que em todos os veículos as vibrações no eixo z dominam o valor total da vibração *r.m.s.* calculada de acordo com os três eixos, tendo uma participação de 80% a 90% do valor da magnitude total. Como a Norma ISO 2631 (1997) baseia sua análise apenas no eixo mais severo, o eixo vertical será o foco de medições para o presente trabalho.

2.3 Função Resposta em Frequência (FRF)

A função resposta em frequência (FRF) ou função de transferência é a relação da resposta dinâmica de um sistema ($X(\omega)$) e da excitação aplicada ao mesmo ($F(\omega)$) em função da frequência de excitação (ω). É uma função de resposta complexa usada para a solução de problemas de múltiplos graus de liberdade e pode ser obtida de forma

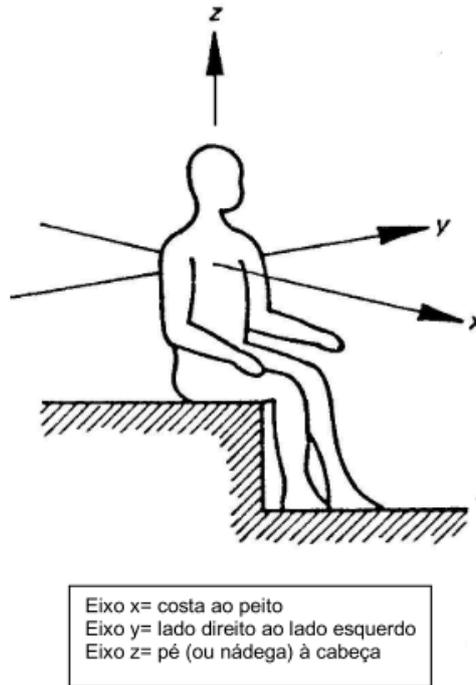


Figura 3: Direção de atuação das vibrações. (International Standard ISO 2631, 1997)

experimental através da medição dos valores de entrada e saída dos sinais, utilizando a relação da equação abaixo. (PAULA; SAVI, 2017)

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.3)$$

É uma importante ferramenta pra a identificação de parâmetros dinâmicos inerentes de cada sistema como modos de vibração, frequências naturais e amortecimento e ainda, permite detectar danos e modificações estruturais. A FRF recebe diferentes nomes de acordo com as diferentes medições de saída. Para saídas medidas em deslocamento ($x(\omega)$) a FRF recebe o nome de compliância, para saídas em velocidade ($v(\omega)$), mobilidade, e para saídas em aceleração ($a(\omega)$), acelerância. Essas FRFs são algebricamente inter-relacionadas e podem ser convertidas umas nas outras usando a relações:

$$\frac{a(\omega)}{F(\omega)} = i\omega \frac{v(\omega)}{F(\omega)} = -\omega^2 \frac{x(\omega)}{F(\omega)} \quad (2.4)$$

Os dados de medição podem ser obtidos no domínio do tempo ou no domínio da frequência, dependendo do objetivo da análise e do instrumento usado para o processamento de sinais. Para transformar um sinal no domínio do tempo para o domínio da frequência é utilizada a transformada de Fourier.

2.3.1 Transformada de Fourier

A Transformada de Fourier é uma transformada integral que permite integrar a dependência de tempo de uma função para se tornar uma função de uma variável alternativa ou parâmetro, que pode ser manipulado algebricamente. É usada para passar sinais obtidos no domínio do tempo para o domínio da frequência. A transformação faz-se necessária quando se deseja analisar o comportamento do sistema. Em uma resposta no domínio do tempo são mostradas as variações de sinal no decorrer do tempo (permitindo analisar fontes de sinais e interferências), porém, não é possível a identificação de frequências dominantes e quais delas se concentram a energia do movimento, informações importantes para o estudo dinâmico do sistema tiradas dos dados no domínio da frequência. (PAULA; SAVI, 2017)

3 Isolamento de vibrações por Rigidez constante e Rigidez dinâmica

3.1 Isolamento de vibrações

Inman (1994) define o isolamento de vibrações como a redução dos efeitos indesejáveis da vibração. Conhecendo-se a frequência mínima que se deseja isolar é possível projetar um sistema que trabalhe em isolamento a partir dessa frequência. Isso pode ser feito de diferentes formas, dentre elas estão: o uso de um material de alta rigidez (como borrachas) para mudar o amortecimento e a rigidez entre a fonte de vibração e a massa ou o uso de uma configuração de molas para diminuir ou zerar a rigidez do sistema. O primeiro método trabalha com uma rigidez do sistema constante definida pelo tipo de material do isolador, já o segundo trabalha com uma rigidez que varia com a amplitude de excitação aplicada.

3.2 Rigidez constante

O sistema de isolamento com rigidez constante (SIRC) é feito utilizando-se um material com rigidez e amortecimento selecionado para atuar em uma faixa de frequência desejada. Pode-se empregar o isolamento de duas formas diferentes: isolando a base do dispositivo ou isolando o dispositivo da base de excitação.

Para a análise do SIRC, considera-se um oscilador de 1GDL sujeito a excitação de base conforme apresentado na figura 4, onde y é o deslocamento vertical da base e x é o deslocamento vertical da massa. O conjunto mola-amortecedor representa o isolador, a massa m representa o banco com o piloto e a base de excitação, o chassi do carro.

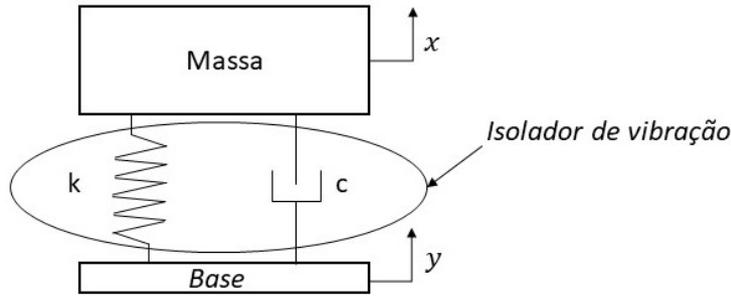


Figura 4: Sistema 1GDL SIRC.

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton para o sistema tem-se a equação (3.1) como equação do movimento para o sistema.

$$m\ddot{x} + c(\dot{x} - \dot{y}) + k(x - y) = 0 \quad (3.1)$$

onde k e c são a rigidez e a constante de amortecimento do conjunto de isolamento, respectivamente.

Segundo Piersol e Harris (1976) a transmissibilidade pode ser definida como a relação entre a amplitude de resposta de um dispositivo e a amplitude de excitação da base. Essa razão é usada para descrever quanto do movimento da base está sendo transmitido à massa. Seja a base excitada por uma excitação harmônica $y(t) = Y \cos(\omega_b t)$, onde ω_b é a frequência de excitação da base, a TR para o sistema apresentado pode ser obtida por:

$$TR = \frac{X}{Y} = \sqrt{\frac{1 + (2r\xi)^2}{(1 - r^2)^2 + (2r\xi)^2}} \quad (3.2)$$

em que X é a amplitude de resposta da solução particular da equação (3.1), ξ é a razão de amortecimento do sistema e r a razão entre a frequência de oscilação da base, ω_b , e a frequência natural do sistema, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

3.2.1 Influência da rigidez k para a transmissibilidade

Para se analisar a influência da rigidez no desempenho de isolamento do sistema, foi construída a curva de transmissibilidade a partir da integração numérica da equação (3.2), realizada com a rotina ode45 do programa *Matlab*. A ferramenta usa o método de Runge-Kutta de quarta e quinta ordem com passo variável (Dormand-Prince). Para plotar as curvas usou-se a relação entre as amplitudes de saída e entrada, correspondentes à amplitude em regime permanente e à amplitude de deslocamento Y da base, respectivamente. Os parâmetros utilizados na análise são apresentados na Tabela 2. Para a integração numérica, a equação de segunda ordem (3.1) foi reescrita como duas equações de primeira ordem, apresentadas nas equações (3.3) e (3.4), utilizando-se as variáveis de estado $y_1 = x$

e $y_2 = \dot{x}$ e sabendo-se que $y = Y \cos(\omega_b t)$, $\dot{y} = -\omega_b Y \sin(\omega_b t)$ e $\ddot{y} = -\omega_b^2 Y \cos(\omega_b t)$. O tempo de integração utilizado foi de 20s e apenas os 10s finais foram considerados como regime permanente. A faixa de frequência avaliada foi de 0,1 Hz a 80 Hz com variação de 0,1 em 0,1Hz, que consiste na faixa importante para o estudo ergonômico recomendado pela Norma ISO 2631 (1997).

Tabela 2: Tabela de constantes modelo SIRC.

Constantes [Unidade]	Valores
Massa [kg]	100
c [Ns/m]	300
k [N/m]	1000

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (3.3)$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{c}{M}y_2 + \frac{c}{M}Y\omega_b \sin(\omega_b t) - \frac{k}{M}y_1 + \frac{k}{M}Y\omega_b \cos(\omega_b t) \quad (3.4)$$

A Figura 5 apresenta o resultado da influência da rigidez na transmissibilidade. Onde é possível perceber que quanto maior a rigidez maior a amplitude da curva de transmissibilidade do sistema e menor é a zona de isolamento.

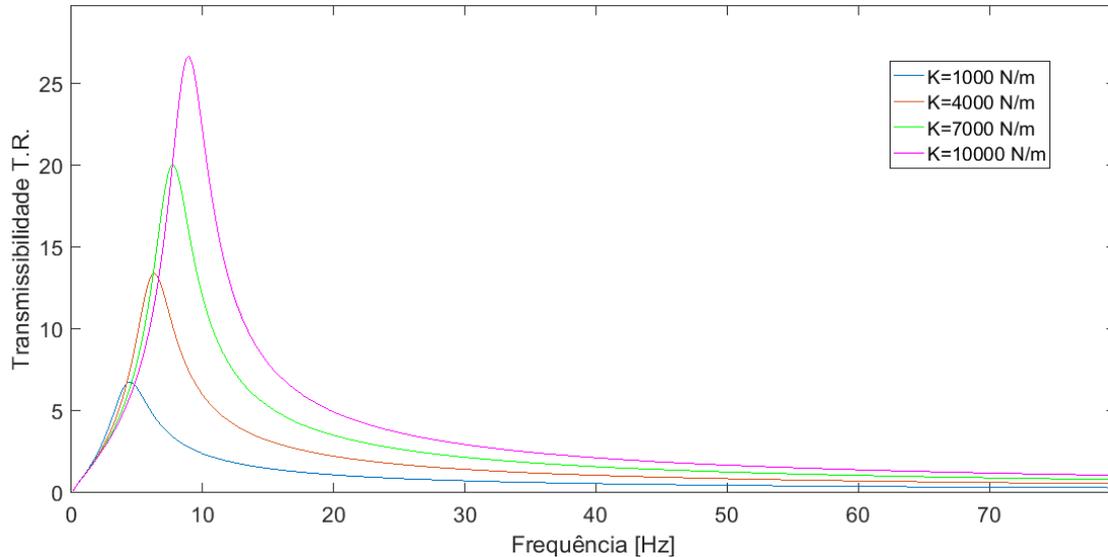


Figura 5: Curvas de transmissibilidade para diferentes valores de rigidez K do SIRC.

3.3 Rigidez dinâmica

O isolador de vibração não-linear com sistema de rigidez dinâmica (SIRD) vem sendo estudado por ser um sistema que proporciona um bom isolamento em vibrações de baixas frequências sem diminuir a carga suportada. Além disso, possui um ótimo custo

benefício e confiabilidade. Geralmente, é composto por um elemento elástico na vertical que suporta a carga, e dois elementos de rigidez que variam a direção da força restauradora de acordo com a carga suportada.

Platus (1992) apresentou alguns sistemas com o uso de uma rigidez dinâmica para diminuir ou cancelar a rigidez de uma suspensão de mola. A redução da rigidez amplia o amortecimento intrínseco do sistema, criando uma forma prática para alcançar um alto amortecimento histórico. Um dos sistemas apresentados é ilustrado na Figura 6. O modelo é um isolador de movimento vertical dinâmico que utiliza uma mola de rigidez K_s para suportar o peso da carga estática W e um sistema de rigidez dinâmica, K_N , para anular ou reduzir a rigidez equivalente do sistema, K . O sistema apresentou bons resultados para o isolamento tanto para baixas quanto para altas frequências.

Le e Ahn (2011) analisaram um modelo não linear de isolador de vibração usando rigidez dinâmica para uso em assento de veículos. O modelo apresentado, Figura 7, é composto por uma mola e um amortecedor em paralelo, dispostos na vertical, suportando a carga, e duas molas dispostas na horizontal conectadas à massa por uma barra, exercendo a função de rigidez dinâmica do sistema. As características de transmissibilidade desse sistema foram comparadas com o modelo sem sistema de isolamento de forma numérica e experimental. Os resultados mostraram que com o uso do isolador de rigidez dinâmica os valores de *r.m.s.* do deslocamento da massa foram reduzidos em até 67,2%, enquanto que para o sistema sem isolamento o valor de *r.m.s.* era ampliado 268,54%.

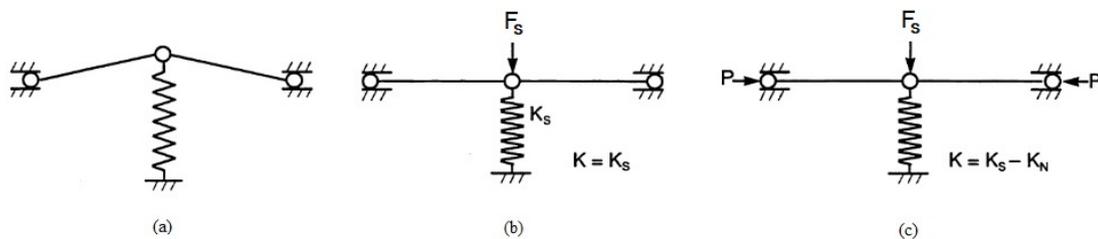


Figura 6: Modelo do isolador de vibrações com rigidez dinâmica/negativa; (a) sistema sem carga; (b) sistema com carga, ; (c) sistema com carga, , e força compressiva, P . (PLATUS, 1992)

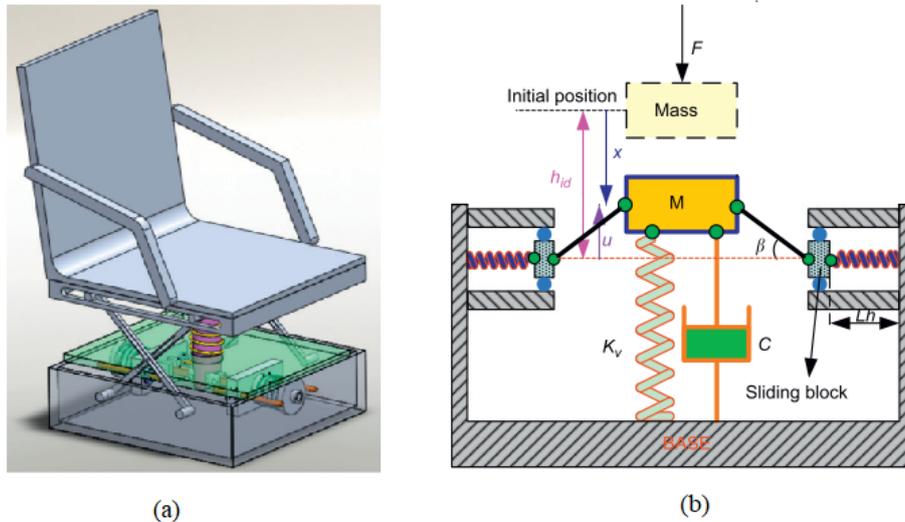


Figura 7: (a) Modelo da suspensão de assento veicular com estrutura de rigidez negativa; (b) Representação esquemática do sistema de isolador ilustrado. (LE; AHN, 2011)

Bolzan (2016) também apresenta um estudo sobre um modelo não-linear de rigidez dinâmica para o uso em sistema de isolamento de assento veicular visando conforto do condutor. O sistema seguiu o modelo de Le e Ahn (2011), porém com diferentes abordagens e parâmetros. A análise numérica desse sistema foi feita com e sem um sistema de amortecimento, tanto nas molas horizontais quanto nas verticais, e os resultados foram comparados. Para o sistema com rigidez dinâmica sem amortecimento nas molas horizontais os valores de *r.m.s.* do deslocamento transferidos ao assento nas frequências naturais de cada sistema foram reduzidos 60,7% e para o sistema com amortecimento a redução foi de 70,5%.

No presente trabalho estudou-se um modelo baseado no apresentado por Bolzan (2016) com amortecimento apenas na mola vertical, sendo apresentada, inicialmente, a análise numérica baseada nos parâmetros dados pelo autor.

3.3.1 Modelo de rigidez dinâmica

O sistema de isolamento estudado possui um conjunto mola amortecedor em paralelo disposto na vertical e duas molas lineares dispostas na horizontal. A Figura 8 mostra a posição do sistema em equilíbrio (linha tracejada) e a posição com deslocamento vertical com influência da massa (linha contínua). No ponto de equilíbrio as molas horizontais estão distendidas enquanto a mola vertical está relaxada. Com a massa fazendo parte do sistema a mola vertical estará sempre em compressão, permitindo com que as molas horizontais contribuam para a rigidez dinâmica do sistema. Assim, quando a base é excitada a resposta de vibração do conjunto dependerá da rigidez resultante do sistema de

isolamento.

Uma das extremidades da mola horizontal está fixada na estrutura enquanto a outra é fixada nas guias que se movimentam lateralmente com atrito e massa desprezíveis. As barras de comprimento a conectam a massa às guias das molas horizontais, utilizando articulações livres pra girar 360° sem atrito.

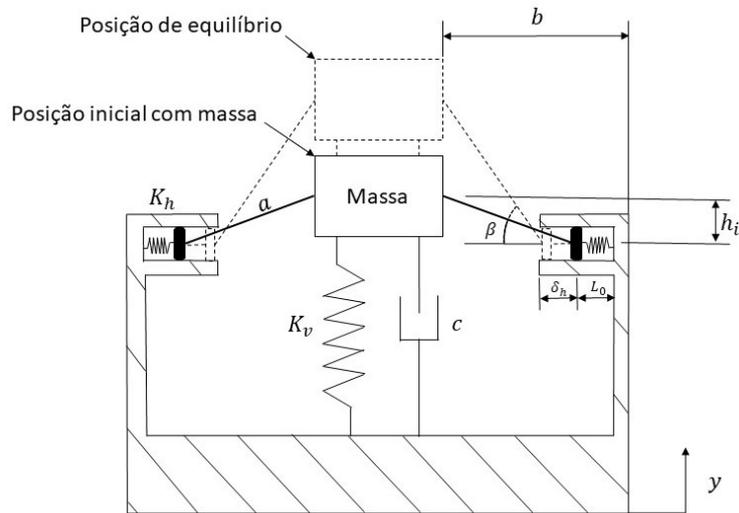


Figura 8: Modelo de rigidez dinâmica. Modificada de Bolzan (2016).

As variáveis da Figura 8 são:

- M é a massa suportada pelo sistema de isolamento sendo igual a soma da massa do piloto e a do banco;
- K_v é a rigidez linear da mola vertical [N/m];
- K_h é a rigidez linear das molas horizontais [N/m];
- a é o comprimento da barra que liga as guias horizontais à massa M [Kg];
- b é a distância da articulação entre a barra e a massa ao ponto de fixação da mola horizontal na estrutura do assento [m];
- L_0 é o comprimento inicial das molas horizontais (com carga) [m];
- $\delta_h(t)$ é o deslocamento da guia horizontal com relação à sua posição inicial em função do tempo;
- h_i é a distância entre as molas horizontais e a posição inicial do movimento (com carga) [m];
- β ($\beta(t)$) é o ângulo da barra com o eixo horizontal em função do tempo [$^\circ$];
- y ($y(t)$) é o deslocamento vertical da base representado por uma excitação harmônica $y(t) = Y \cos(\omega_b t)$;

3.3.1.1 Força restauradora das molas horizontais e sua influência na rigidez dinâmica

Quando a massa M é deslocada no sentido positivo de x , as molas horizontais ainda estão distendidas gerando forças restauradoras que agem sobre a massa. A Figura 9 mostra os detalhes geométricos junto ao diagrama de corpo livre para esse caso onde $\beta > 0$.

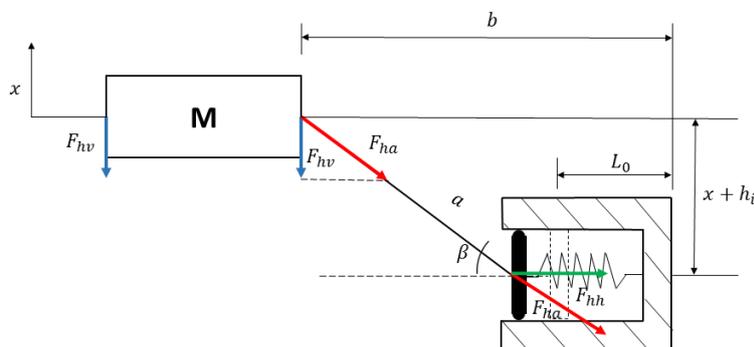


Figura 9: Força restauradora molas horizontais.

De acordo com as configurações geométricas do sistema as forças F_{hh} , F_{ha} e F_{hv} , na direção horizontal, na direção da barra e na direção vertical, respectivamente, podem ser determinadas de acordo com as equações (3.5), (3.6) e (3.7).

$$F_{hh} = k_h \delta_h = k_h (b - L_0 - a \cos(\beta)) \quad (3.5)$$

$$F_{ha} = F_{hh} \cos(\beta) \quad (3.6)$$

$$F_{hv} = F_{ha} \sin(\beta) \quad (3.7)$$

Os valores de b , a e L_0 são constantes geométricas e, baseados nos resultados dos estudos apresentados por Bolzan (2016), são adotados os valores 500 mm, 312,5 mm e 180 mm, respectivamente. Substituindo as equações (3.5) e (3.6) na equação (3.7) é possível obter a equação:

$$\frac{F_{hv}}{k_h} = (b - L_0 - a \cos(\beta)) \cos(\beta) \sin(\beta) \quad (3.8)$$

A direção da força F_{hv} agindo sobre a massa depende diretamente do valor de β , essa relação é mostrada na Figura 10. Para valores positivos do ângulo β as molas horizontais estarão tracionadas exercendo uma força na mesma direção porém com sentido contrário à força da mola vertical (Figura 11(a)), assim F_{hv} terá valor negativo. Nessa situação, a rigidez do sistema terá seu valor reduzido. Para valores negativos de β as molas horizontais também estarão tracionadas e exercendo uma força na mesma direção e

sentido da força da mola vertical (Figura 11(c)). Assim, F_{hv} terá valor positivo e, portanto, a rigidez do sistema será aumentada. Já para $\beta = 0$ as forças restauradoras das molas horizontais irão se anular, $F_{hv} = 0$, e apenas a mola vertical irá exercer força sobre a massa (Figura 11(b)). Sendo este o ponto de mudança da rigidez do sistema.

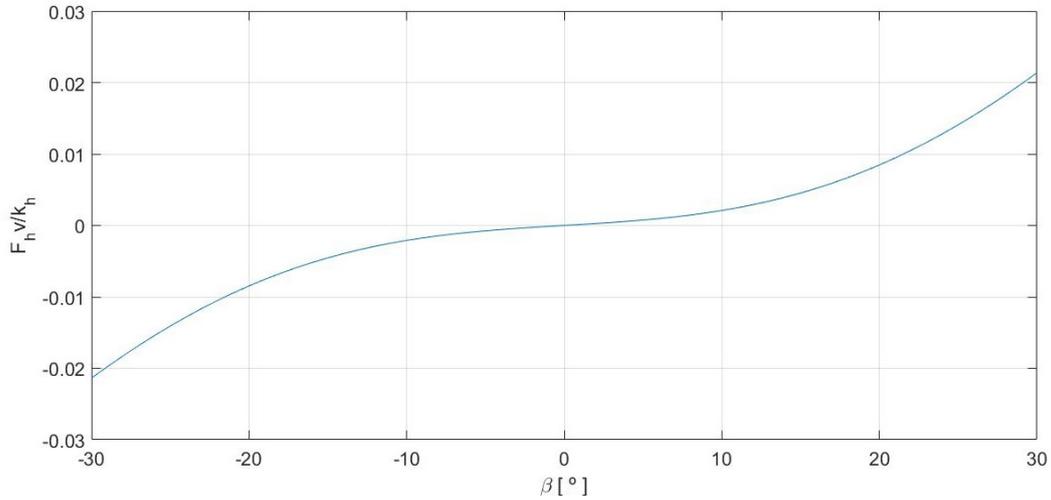


Figura 10: Gráfico de direção da força restauradora pelo ângulo β .

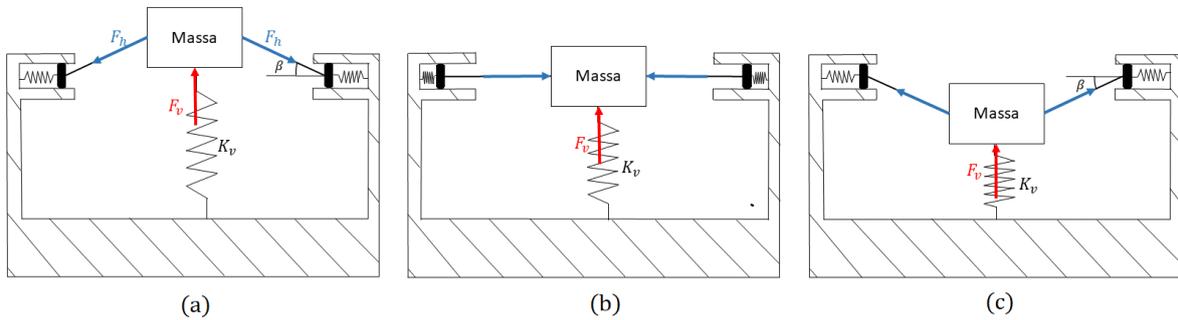


Figura 11: Análise de forças restauradoras das molas para diferentes valores de β : (a) $\beta > 0$. (b) $\beta = 0$. (c) $\beta < 0$.

O diagrama de corpo livre do sistema na posição inicial com a presença da massa é apresentado na Figura 12. Pela aplicação da 1ª lei de Newton é obtida a equação (3.9).

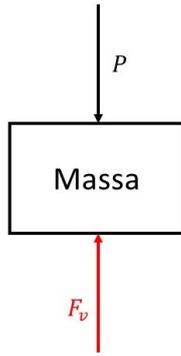


Figura 12: Diagrama de Corpo Livre posição de equilíbrio.

$$F_v - P = 0 \quad (3.9)$$

sendo $P = Mg$ e $F_v = K_v\delta_v$, onde g é a aceleração da gravidade e δ_v é o deslocamento inicial da mola vertical devido à adição da massa ao sistema, a equação (3.9) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$Mg = K_v\delta_v \quad (3.10)$$

Aplicando a 2ª Lei de Newton para a análise dinâmica do sistema com deslocamento x a partir do diagrama de corpo livre da Figura 13, logo,

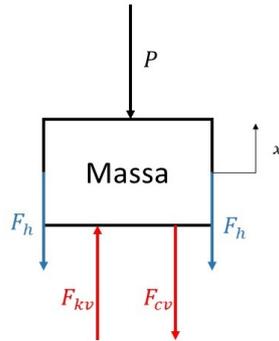


Figura 13: Diagrama de Corpo Livre início do movimento.

$$F_{kv} - F_{cv} - P - 2F_{hv} = M\ddot{x} \quad (3.11)$$

em que $F_{kv} = K_v\delta_v - K_vx$. Pela Figura 9 $\cos(\beta)$ e $\sen(\beta)$ podem ser determinados pelas equações (3.12) e (3.13), respectivamente.

$$\cos(\beta) = \frac{\sqrt{a^2 - (x + h_i)^2}}{a} \quad (3.12)$$

$$\sen(\beta) = \frac{x + h_i}{a} \quad (3.13)$$

Substituindo as equações (3.10), (3.7), F_{kv} , (3.12) e (3.13) na equação (3.11) é possível rearranjá-la da seguinte forma:

$$M\ddot{x} + c_v\dot{x} + K_v x + 2K_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (x + h_i)^2})\sqrt{a^2 - (x + h_i)^2}\frac{(x + h_i)}{a^2} = 0 \quad (3.14)$$

Sendo a base excitada por $y(t) = Y \cos(\omega_b t)$, a equação (3.14) pode ser reescrita:

$$M\ddot{x} + c_v(\dot{x} - \dot{y}) + K_v(x - y) + 2K_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (x - y + h_i)^2})\sqrt{a^2 - (x - y + h_i)^2}\frac{(x - y + h_i)}{a^2} = 0 \quad (3.15)$$

Para obter a resposta da equação do movimento (3.15) foi feita a integração numérica utilizando o integrador ode45 do software *Matlab*. O tempo de integração utilizado foi de 20s, tempo suficiente para que o sistema entrasse em regime permanente. Para a integração numérica, a equação de segunda ordem (3.15) foi reescrita como duas equações de primeira ordem, apresentadas nas equações (3.16) e (3.17), utilizando-se as variáveis de estado $y_1 = x$ e $y_2 = \dot{x}$ e sabendo-se que $y = Y \cos(\omega_b t)$, $\dot{y} = -\omega_b Y \sin(\omega_b t)$ e $\ddot{y} = -\omega_b^2 Y \cos(\omega_b t)$.

$$\dot{y}_1 = y_2 \quad (3.16)$$

$$\dot{y}_2 = -\frac{c_v}{M}y_2 + \frac{c_v}{M}\omega_b Y \sin(\omega_b t) - \frac{k_1}{M}y_1 + \frac{k_v}{M}Y \cos(\omega_b t) - 2k_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (y_1 - Y \cos(\omega_b t) + h_i)^2})(\sqrt{a^2 - (y_1 - Y \cos(\omega_b t) + h_i)^2})\frac{(y_1 - Y \cos(\omega_b t) + h_i)}{Ma^2} \quad (3.17)$$

A Tabela 3 apresenta todas as constantes utilizadas para obter a resposta dinâmica da equação (3.15). A massa M é determinada por Bolzan (2016) pela adição da massa de um motorista de 80kg à massa de um banco de 20kg e os outros parâmetros determinados de acordo com as restrições geométricas do modelo. As influências dos valores de K_h , k_v e L_0 para a resposta dinâmica e conseqüentemente, a transmissibilidade, serão analisadas na próxima seção.

Tabela 3: Tabela de constantes modelo SIRD.

Constantes [Unidade]	Valores
Massa [kg]	100
c_v [Ns/m]	300
a [m]	0,3125
h_i [m]	0,2500
b [m]	0,5000

3.3.2 Transmissibilidade para diferentes parâmetros

Para encontrar a curva de transmissibilidade foi utilizada a relação entre as amplitudes de saída e entrada, correspondentes à amplitude em regime permanente e à

amplitude de deslocamento Y da base, respectivamente. Para a construção das curvas foi utilizada a amplitude de $Y = 0,025$ m. Variou-se a frequência de excitação de 0,1 Hz a 80 Hz (com variação de 0,1 em 0,1 Hz), faixa de frequência relevante para o estudo ergonômico segundo a Norma ISO 2631 (1997). A transmissibilidade foi avaliada para diferentes valores de K_h , K_v e L_0 , de forma a analisar a influência desses parâmetros. Em todas as análises, foram utilizados os valores da Tabela 3.

- **Influência de L_0 na transmissibilidade do sistema**

Na análise de influência do comprimento inicial das molas horizontais na transmissibilidade do sistema, o valor de L_0 foi variado de 90 mm a 180 mm para cada curva da Figura 14, seguindo as restrições geométricas do modelo de Bolzan (2016).

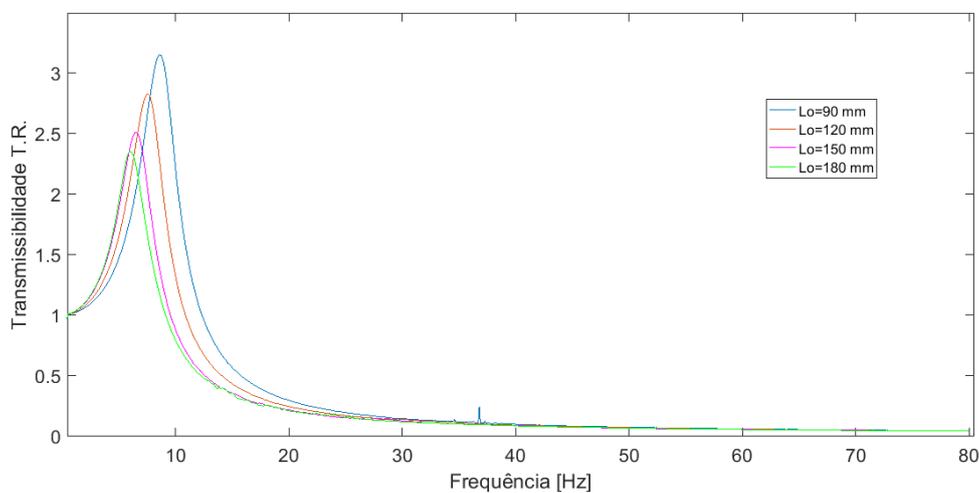


Figura 14: Transmissibilidade do modelo SIRD para diferentes valores de L_0 com amplitude de excitação $Y = 0,025$ m.

A partir dos resultados tem-se que com o aumento de L_0 a região de isolamento de vibração é expandida, sendo que a atenuação de vibração, onde TR é menor que um, se inicia em 12,1 Hz para $L_0 = 90$ mm enquanto que para $L_0 = 180$ mm esse valor é de 8,9 Hz. A mudança do parâmetro L_0 também interfere no valor de pico para a curva de transmissibilidade, sendo esse variado de 3,2 para 2,4 de acordo com o aumento de L_0 .

Com o objetivo de diminuir a transmissibilidade e trabalhar abrangendo as mais variadas faixas de frequência possíveis, principalmente em baixas frequências, para as próximas análises de influência de parâmetros será utilizado o valor de $L_0 = 180$ mm.

- **Influência de K_v na transmissibilidade do sistema**

Para a análise de influência da rigidez da mola vertical na resposta e na transmissibilidade do sistema foi utilizado o valor de $L_0 = 180$ mm e variou-se a rigidez vertical de 1000 N/m a 10000 N/m, seguindo a análise proposta por Bolzan (2016).

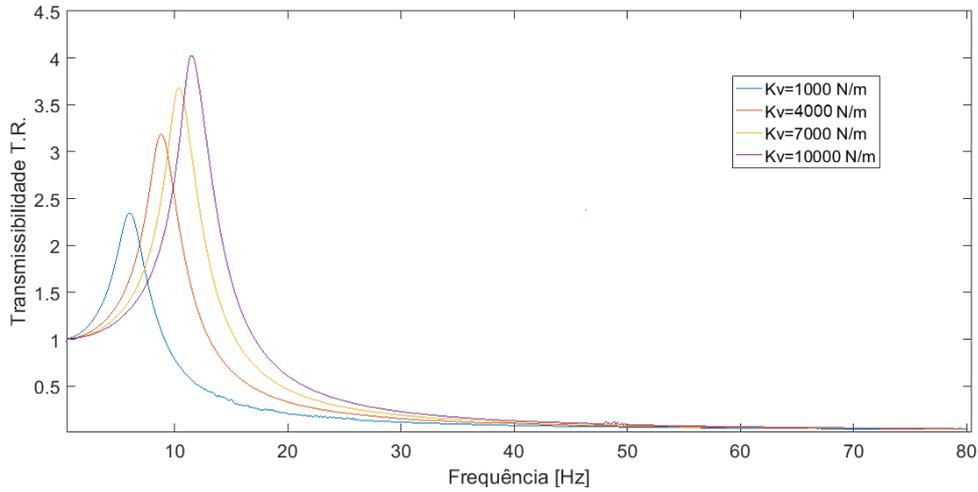


Figura 15: Transmissibilidade do modelo SIRD para diferentes valores de K_v com amplitude de excitação de $Y = 0,025$ m.

É possível perceber a partir da Figura 15 que com o aumento de K_v a região que trabalha em isolamento de vibração é expandida, seguindo o mesmo padrão da variação de L_0 , com frequência mínima para a região de isolamento de vibração saindo de 17 Hz ($k_v = 10000$ N/m) para 9,1 Hz ($k_v = 1000$ N/m). A mesma tendência de expansão de isolamento com o aumento da rigidez foi observada na análise de influência de parâmetro para o isolador com rigidez constante, Figura 5. Para a próxima análise de influência de parâmetro, foi escolhida a rigidez com melhor resposta em conjunto com L_0 , sendo esse valor $K_v = 1000$ N/m.

- **Influência de K_h na transmissibilidade do sistema**

Para a análise de influência da rigidez das molas horizontais na resposta e na transmissibilidade do sistema, utilizou-se os valores de $K_v = 1000$ N/m e $L_o = 180$ mm. K_h foi variado de 2000 N/m a 26000 N/m. A análise é apresentada na Figura 16.

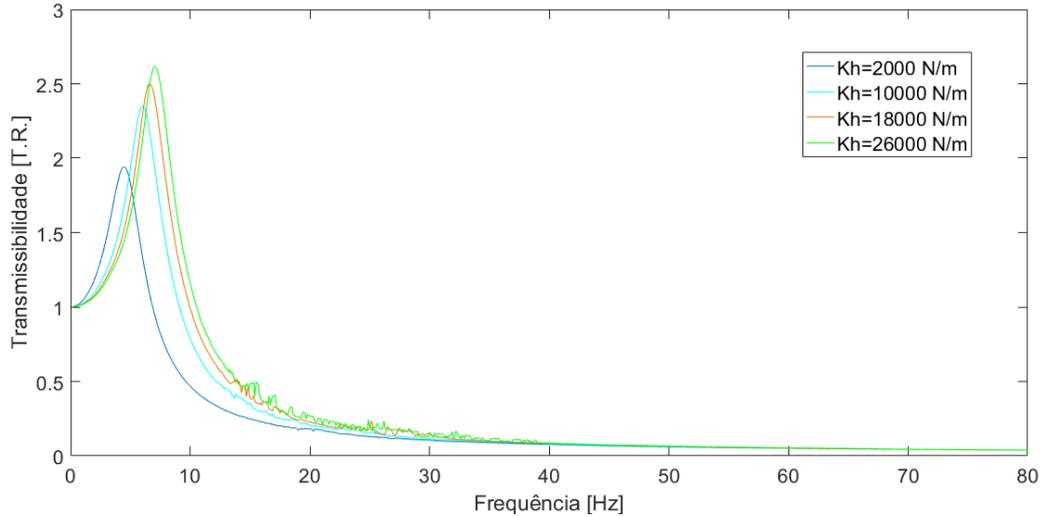


Figura 16: Transmissibilidade do modelo SIRD para diferentes valores de K_h com amplitude de excitação de $Y = 0,025$ m.

Com o aumento de K_h nota-se a expansão da região de isolamento, com uma frequência de início da região de 6,7 Hz com $K_h = 2000$ Hz para 13,1 Hz com rigidez $K_h = 26000$ N/m. Também é observada maior amplitude de movimento da massa para maiores valores de K_h .

A partir de valores de $K_h = 18000$ N/m pode-se perceber perturbações na curva de transmissibilidade no intervalo de frequências entre 12 Hz e 40 Hz. Essas perturbações podem estar associadas a algum erro numérico derivado da integração pela função *ode45* do software *Matlab*.

Na análise de influência de K_h também foi identificado, para valores de Y maiores que 0,04 m, o surgimento de picos nas curva de transmissibilidade a partir da rigidez de 18000 N/m. Além disso, a resposta de deslocamento no tempo apresentou valores muito altos, incoerentes com os valores de montagem do modelo analisado. Esse fato pode estar associado à mudança de direção da força restauradora da mola vertical, porém, fisicamente isso seria inviável uma vez que quando a massa faz parte do sistema a mola vertical sempre estará em compressão. Uma forma de resolver esse problema, seria revisar os parâmetros constantes a , h_i e b e ainda, inserir uma restrição para o deslocamento do sistema, sendo o deslocamento máximo a distância inicial entre as molas horizontais e a massa (h_i).

3.4 Comparação entre rigidez constante e rigidez dinâmica

Utilizando os parâmetros das Tabelas 3 e 2, e dos valores de $L_0 = 180$ mm, $K_v = 1000$ N/m e $K_H = 2000$ N/m, construiu-se o gráfico de transmissibilidade em função da frequência, apresentado na Figura 17, para a comparação entre os sistemas

SIRC e SIRD apresentados anteriormente. Para a construção do gráfico também foi usado a função `ode45` do software *Matlab* e a amplitude de excitação foi de $Y = 0,025$ m.

A linha tracejada representa o sistema de rigidez constante enquanto a linha contínua, o de rigidez dinâmica. É possível notar que, para uma mesma amplitude de excitação, o SIRD apresenta melhor desempenho para o isolamento de vibrações tanto em baixas quanto em altas frequências. Enquanto a área de isolamento, com $TR=1$, do SIRC se inicia em 10,8 Hz, a do SIRD se inicia em 6,8 Hz.

Além, disso, a partir da frequência de 8Hz o sistema de rigidez dinâmica apresenta uma $T.R < 0,5$, tendência que se estende para todos os valores subsequentes, sendo essa transmissibilidade alcançada pela curva de rigidez constante apenas a partir de 30 Hz.

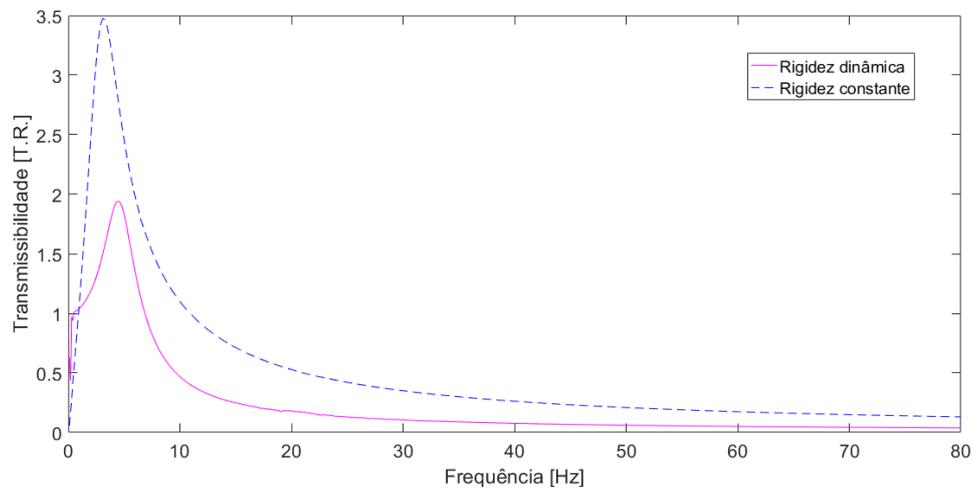


Figura 17: Comparação de transmissibilidade entre os sistemas de rigidez constante e dinâmica.

4 Sistema estudado

4.1 Apresentação do sistema

O sistema estudado é apresentado na Figura 18. Atualmente, o banco do veículo é fixado diretamente no chassi, sendo assim a transmissibilidade entre a carroceria e o assento é $TR=1$. A absorção de vibração do banco de couro é desprezada por este ser um material sem propriedades isolantes de vibração. Tanto o assento quanto o encosto do banco estão expostos à vibração da pista.



Figura 18: Fixação do banco veículo Baja na configuração atual.

4.2 Ensaio para identificação de parâmetros

Para o projeto de um isolador é importante conhecer qual a frequência mínima de trabalho em que se deseja amenizar os efeitos vibracionais. Em uma análise ergonômica essa frequência está relacionada com baixos valores, principalmente entre 4 Hz e 8 Hz, valores prejudiciais à saúde humana. Em um carro, frequências dessa magnitude são provenientes, principalmente, das excitações da pista que variam consideravelmente

dependendo do terreno e do tipo de obstáculo. Além disso, para as análises numéricas é necessária a caracterização de parâmetros do sistema como a suspensão do carro.

Sendo assim, para uma primeira análise buscou-se entender como o sistema estudado se comporta, identificando as frequências naturais do veículo e os parâmetros de rigidez e amortecimento da suspensão a serem usados nas análises numéricas. Para isso, analisou-se o ensaio feito a partir da resposta livre do carro. Os resultados desse ensaio foram fornecidos pelo Grupo de Sistemas Dinâmicos da Universidade de Brasília, relacionados a ensaios realizados na disciplina Vibrações I.

Os dados foram obtidos através da perturbação gerada por saltos de uma pessoa nas partes dianteira e traseira do carro, realizados separadamente. Foram medidas apenas as acelerações no eixo vertical. Os acelerômetros foram fixados na estrutura como indicado na Figura 19. Foram feitas 3 medições em cada eixo para garantir repetibilidade dos dados.

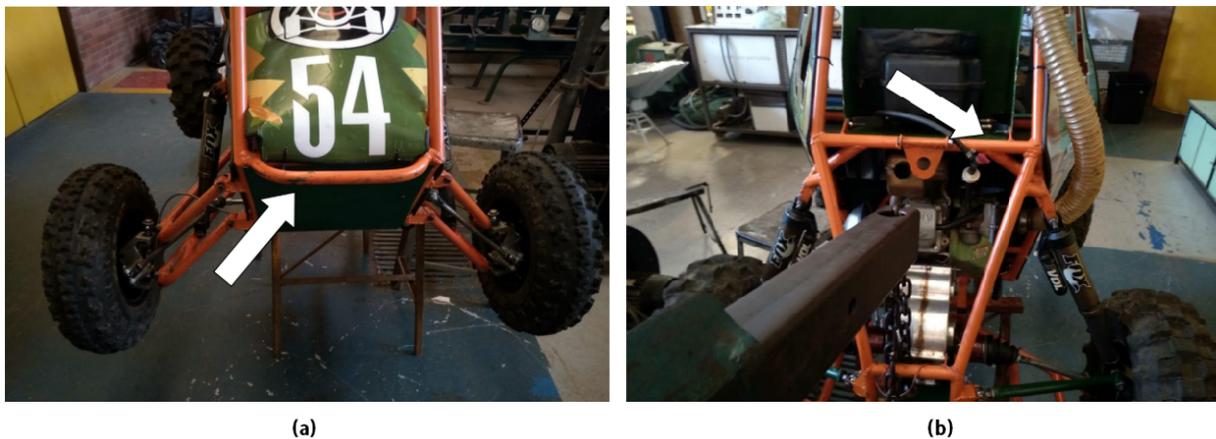


Figura 19: Fixação de acelerômetros para aquisição de resposta livre do veículo Baja SAE: (a) Eixo dianteiro. (b) Eixo Traseiro.

Os valores de pico da amplitude de aceleração obtidos são mostrados nas Figuras 20 e 21, sendo esse valor a média das 3 medições realizadas em cada eixo.

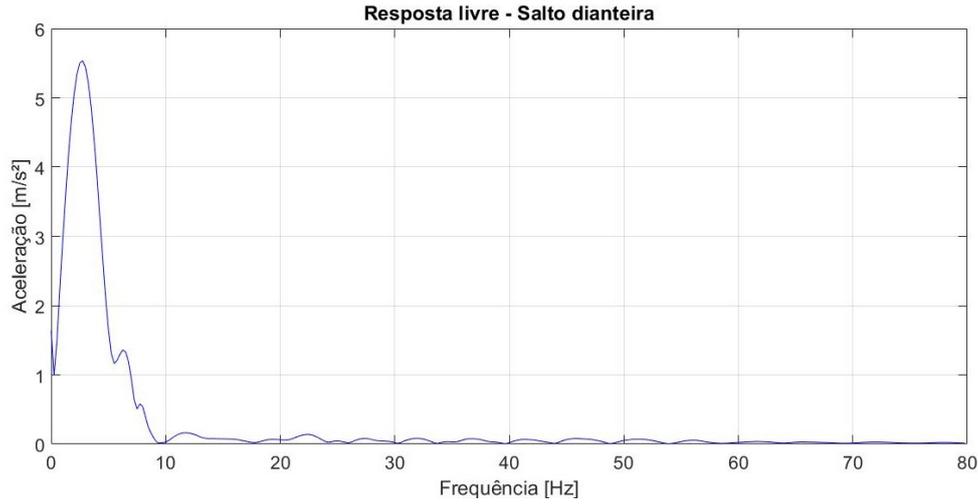


Figura 20: Média da resposta livre para ensaio no eixo dianteiro.

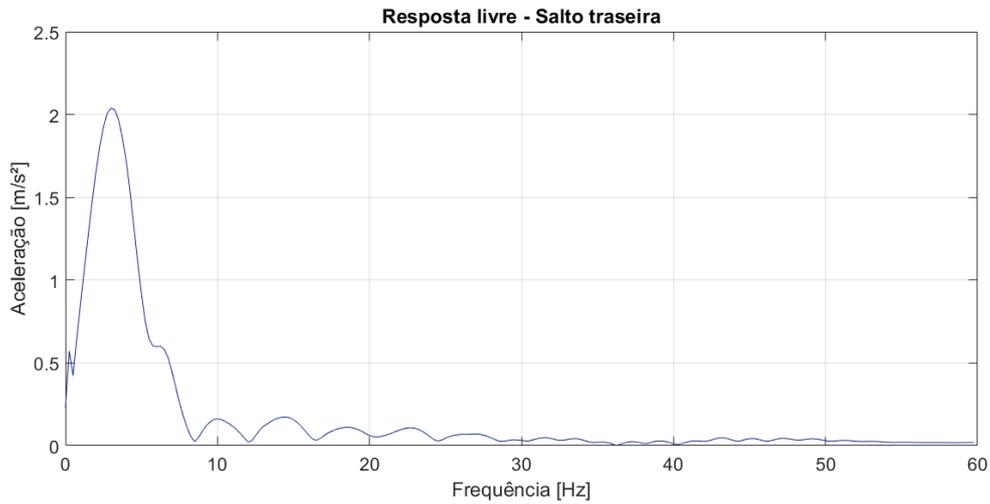


Figura 21: Média da resposta livre para ensaio no eixo traseiro.

Com os espectros de resposta obtidos no ensaio foi possível encontrar as frequências naturais $\omega_d = 5,53$ Hz do eixo dianteiro e $\omega_t = 2,038$ Hz do eixo traseiro. A partir dos valores de frequência determinou-se as rigidezes de cada eixo, k_{sd} e k_{st} , utilizando as equações 4.1 e 4.2, respectivamente. Em que, $m_{sd} = 14,29$ kg e $m_{st} = 19,05$ kg são as massas não suspensas de cada um dos eixos separadamente. Considerando apenas o deslocamento vertical do chassi (ou seja, aproximando para um modelo de 1GDL) e desprezando a dinâmica dos pneus, é possível encontrar a frequência natural do carro todo utilizando a equação 4.3, onde $m_c = 134$ kg é a massa total do veículo. O valor encontrado para a rigidez dianteira foi de 17296,09 N/m, para a rigidez traseira de 3125,61 N/m e a frequência natural foi de 1,96 Hz.

$$k_{sd} = \frac{m_{sd}\omega_d^2}{2} \quad (4.1)$$

$$k_{st} = \frac{m_{st}\omega_t^2}{2} \quad (4.2)$$

$$\omega_{total} = \sqrt{\frac{k_{sd} + k_{st}}{m_c}} \quad (4.3)$$

Para o projeto do isolador o ideal seria obter as respostas do carro enquanto em movimento, de preferência em sua estrada característica, visto que as frequências de excitação da pista são as mais críticas para o ser humano segundo a Norma ISO 2631 (1997). Porém, o ensaio não foi possível devido a falta de instrumentação.

Sendo assim, a frequência natural total do carro encontrada no ensaio é usada como base para o projeto dos isoladores, visto que esta se aproxima das baixas frequências de excitação de uma pista. Os valores de rigidez encontrados para cada um dos eixos serão usados para a caracterização do sistema através de sistemas discretos de diferentes graus de liberdade.

4.2.1 Amortecimento da suspensão

A partir dos espectros obtidos no ensaio de resposta livre, determinou-se a largura de banda (LB) de cada um dos eixos utilizando a equação 4.4, onde G_{max} corresponde ao pico de aceleração da função resposta em frequência e ξ o coeficiente de amortecimento do sistema. Considerando um amortecimento subamortecido da suspensão, a largura de banda se relaciona com o coeficiente de amortecimento pela relação apresentada na equação 4.5. Sendo assim, é possível calcular os coeficientes de amortecimento dos eixos dianteiro e traseiro e, a partir da equação 4.6, os amortecimentos. Os resultados são apresentados na Tabela 4.

$$\frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\xi} \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.4)$$

$$\xi = \frac{LB}{2} \quad (4.5)$$

$$C = 2\xi m\omega \quad (4.6)$$

Tabela 4: Resultados análise de dissipação de energia.

Eixo dianteiro	
LB_d	0,18
ξ_d	0,09
C_{ad}	89,78 Ns/m
Eixo traseiro	
LB_t	0,49
ξ_t	0,24
C_{at}	119,69 Ns/m

Os valores encontrados são referentes às pressões de 50 psi e 60 psi dos amortecedores dianteiro e traseiro, respectivamente, correspondentes à configuração utilizada no ensaio de resposta livre.

4.3 Pneu

Os pneus utilizados pela equipe são do modelo AT21x7-10, com carcaça diagonal e sem câmara, utilizados em veículos off-road. Morlin (2017) apresenta um estudo onde submete os pneus à compressão utilizando 5 mm/min como velocidade de aplicação do carregamento. Através do ensaio percebeu-se que a rigidez é diretamente proporcional ao aumento da pressão interna dos pneus e, além disso, a curva 'Força [N] X Deformação [m]' apresenta um comportamento linear sendo possível obter os dados apresentados na Tabela 5.

Tabela 5: Valores de Rigidez do Pneu. Modificada de Morlin (2017).

Pressão interna [psi]	Rigidez [N/m]
6	45780
8	71760
10	83160
13	90280
16	100650
19	109340
21	118950

Para as análises numéricas algumas hipóteses são consideradas: o pneu está sempre em contato com o solo, o amortecimento do pneu não é considerado e o contato entre pneu e pista se dá de forma pontual, desprezando assim, o efeito de escorregamento.

5 Análise numérica

As análises numéricas são feitas a partir de uma abordagem simplificada sendo apresentados os modelos discretos de 2GDL e de 4GDL para a caracterização do sistema. Ao se realizar as análises com os isoladores de vibração esses sistemas são acrescidos de 1GDL entre a carroceria e o banco do piloto. É considerado que os modelos se comportam de forma linear e as representações de 2GDL e 3GDL não consideram os movimentos de arfagem, rolagem nem guinada. Já as de 4GDL e 5GDL desconsideram os movimentos de rolagem e guinada.

As constantes utilizadas são apresentadas na Tabela 6, onde as rigidezes k_{pd} e k_{pt} são equivalentes às pressões de 10 psi dos pneus dianteiros e 13 psi dos pneus traseiros, respectivamente. As rigidezes k_{sd} e k_{st} e os amortecimentos C_{ad} e C_{at} , também referentes a cada um dos eixos do carro, foram estimados a partir da análise dos dados dos ensaios de resposta livre apresentado no capítulo 4 deste trabalho, sendo que para os modelos de 2GDL e 3GDL m_s , k_p , k_s e C_a são utilizados como valores totais equivalentes dos dois eixos.

Tabela 6: Tabela de constantes referentes ao carro para a análise numérica.

Constantes [Unidade]	Significado	Valores
m_p [Kg]	massa do piloto + banco	80
m_c [Kg]	massa do carro	134
m_{sd} [Kg]	massa não suspensa eixo dianteiro	14,29
m_{st} [Kg]	massa não suspensa eixo traseiro	19,05
m_s [Kg]	massa não suspensa média	33,34
I [Kg m^2]	Inércia de arfagem	24,188
l_d [m]	Distância do eixo dianteiro ao ponto de CG	0,8084
l_t [m]	Distância do eixo traseiro ao ponto de CG	0,5916
k_{pd} [N/m]	Rigidez equivalente pneus dianteiros	166320
k_{pt} [N/m]	Rigidez equivalente pneus traseiros	180560
k_p [N/m]	Rigidez equivalente dos pneus	346880
C_{ad} [Ns/m]	Amortecimento equivalente eixo dianteiro	89,78
C_{at} [Ns/m]	Amortecimento equivalente eixo traseiro	119,69
C_a [Ns/m]	Amortecimento equivalente	209,47
k_{sd} [N/m]	Rigidez equivalente da suspensão eixo dianteiro	17296,09
k_{st} [N/m]	Rigidez equivalente da suspensão eixo traseiro	3125,61
k_s [N/m]	Rigidez equivalente da suspensão	20421,70

5.1 Caracterização do sistema

Para a caracterização numérica do carro BAJA são apresentados dois modelos com diferentes graus de liberdade: um com 2GDL e outro com 4GDL, obtendo para cada um deles suas frequências naturais. Essas frequências são obtidas através de um problema de autovalores como o apresentado na equação 5.1, onde as matrizes simétricas de massa M e rigidez K são formadas a partir das equações de movimento de cada um dos sistemas. A solução da equação 5.1, composta por ' n ' autovalores λ^2 e ' n ' autovetores $\Psi_r (r = 1, 2, \dots, n)$, fornece as frequências naturais através da raiz quadrada dos autovalores e os modos vibracionais, pela raiz quadrada dos autovetores, sendo que ' n ' representa o número de graus de liberdade do sistema. No presente trabalho são analisadas apenas as frequências naturais.

$$(K - \lambda^2 M)\Psi = 0 \quad (5.1)$$

Para resolver os problemas de autovalores e obter as frequências naturais é utilizada a função 'eig' do software *MatLab*.

5.1.1 2GDL

O modelo discreto de 2GDL apresentado na Figura 22 consiste em duas massas, uma representando a massa suspensa do carro sem piloto (m_c) e outra a massa não suspensa (m_s), ligadas entre si por um amortecimento viscoso C_a e uma rigidez k_s que representam a suspensão do carro. As massas são conectadas à base por meio de uma rigidez k_p equivalente aos pneus. Da Figura 22, tem-se que x_1 é o deslocamento vertical da massa não suspensa, x_2 da carroceria e, \dot{x}_1 e \dot{x}_2 , suas respectivas velocidades lineares.

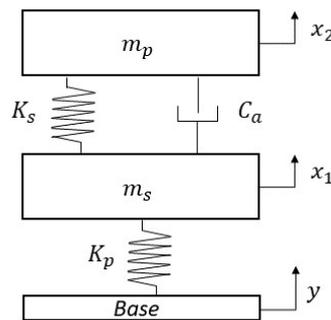


Figura 22: Modelo representativo massa e mola 2 graus de liberdade.

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton ao modelo tem-se as equações 5.2 e 5.3 como equações do movimento para a massa não suspensa e a massa da carroceria, respectivamente.

$$m_s \ddot{x}_1 - C_a(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_s(x_2 - x_1) + k_p(x_1 - y) = 0 \quad (5.2)$$

$$m_c \ddot{x}_2 + C_a(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - C_i(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_s(x_2 - x_1) - k_i(x_3 - x_2) = 0 \quad (5.3)$$

A partir das equações do movimento, têm-se as seguintes matrizes de massa e rigidez e os valores de frequência naturais, em Hz, associados aos dois graus de liberdade:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_c \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_s + k_p) & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix}$$

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 1,91 \\ 16,38 \end{bmatrix}$$

Sendo a rigidez dos pneus muito alta em relação à rigidez da suspensão, é possível comparar a frequência estimada a partir dos dados dos ensaios experimentais utilizando a equação 4.3, com a frequência natural referente ao primeiro modo vibracional obtida pelo modelo numérico. Os valores são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7: Tabela comparativa de frequência natural obtida no ensaio e no modelo numérico - 2GDL.

	Frequência total equivalente [Hz]
Ensaio de Resposta Livre	1,96
Modelo numérico	1,91
Diferença	0,03%

5.1.2 4GDL

No modelo de 4GDL o sistema de suspensão é separado entre os eixos dianteiro e traseiro. Nesta análise é adicionado o movimento de arfagem à massa suspensa (retratado pelo ângulo θ) e as excitações de base independentes de cada eixo. Da Figura 23, tem-se que x_1 é o deslocamento vertical da massa não suspensa do eixo dianteiro, x_2 da massa não suspensa do eixo traseiro, x_3 da carroceria, \dot{x}_1 , \dot{x}_2 e \dot{x}_3 , suas respectivas velocidades lineares e $\dot{\theta}$ a velocidade angular do movimento de arfagem da massa suspensa θ .

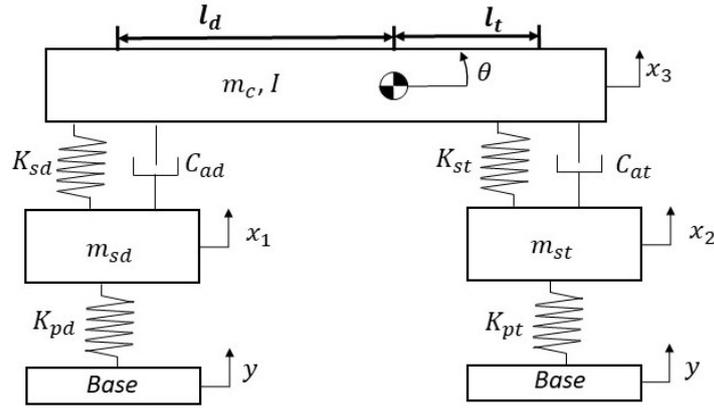


Figura 23: Modelo representativo massa e mola 4 graus de liberdade.

Para esse sistema, ao se aplicar a 2ª Lei de Newton, têm-se as equações 5.4, 5.5, 5.6 e 5.7 como equações do movimento.

$$m_{sd}\ddot{x}_1 - C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d) - k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + k_{pd}(x_1 - y) = 0 \quad (5.4)$$

$$m_{st}\ddot{x}_2 - C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t) - k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t) + k_{pt}(x_2 - y) = 0 \quad (5.5)$$

$$m_c\ddot{x}_3 + C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d) + C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t) + k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t) = 0 \quad (5.6)$$

$$I\ddot{\theta} - C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d)l_d + C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t)l_t - k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d)l_d + k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t)l_t = 0 \quad (5.7)$$

Ao obter as equações de movimento para o sistema, são apresentadas as matrizes de inércia e rigidez e as frequências naturais, em Hz, associadas a cada um dos graus de liberdade:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{sd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{st} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} (k_{sd} + k_{pd}) & 0 & -k_{sd} & k_{sd}l_d \\ 0 & (k_{st} + k_{pt}) & -k_{st} & -k_{st}l_t \\ -k_{sd} & -k_{st} & (k_{sd} + k_{st}) & (k_{st}l_t - k_{sd}l_d) \\ k_{sd}l_d & -k_{st}l_t & (k_{st}l_t - k_{sd}l_d) & (k_{sd}l_d^2 + k_{st}l_t^2) \end{bmatrix}$$

$$[\omega] = \begin{bmatrix} 1,15 \\ 3,74 \\ 15,63 \\ 18,08 \end{bmatrix}$$

5.2 Projeto de isoladores

No projeto dos isoladores é utilizada como base a frequência natural de $\omega_{total} = 1,96$ Hz, identificada no ensaio de resposta livre. Afim de se estudar o desempenho dos isoladores quando acoplados a um sistema de mais de 1GDL é feita uma análise paramétrica das curvas de transmissibilidade nos modelos de 3GDL e 5GDL.

Ao definir o coeficiente de amortecimento ζ e a transmissibilidade TR (consequentemente, a razão de frequências r a partir da relação da equação 3.2), é possível encontrar os valores de rigidez e amortecimento para o projeto do isolador de rigidez constante através das equações 5.9 e 5.10, respectivamente. Onde ω_i é a frequência natural do isolador, calculada a partir da equação 5.8 e $m_p = 80$ kg é a massa do banco com o piloto.

$$\omega_i = \frac{\omega_{total}}{r} \quad (5.8)$$

$$k_i = m_p \omega_i^2 \quad (5.9)$$

$$C_i = 2\zeta m_p \omega_i \quad (5.10)$$

Para o projeto do isolador de rigidez dinâmica, os parâmetros geométricos são adaptados ao carro da equipe Piratas do Cerrado, sendo as constantes apresentadas na Tabela 8. Segundo Bolzan (2016) para se definir os valores de h_i e de a deve-se atentar aos seguintes critérios: valores de h_i muito próximos de zero eliminam o efeito da rigidez negativa das molas horizontais; valores de h_i muito próximos de a possuem um ponto de equilíbrio instável podendo amplificar as vibrações. Na seleção desses valores constantes para as análises do presente trabalho foram utilizadas as mesmas proporções usadas no modelo apresentado pelo autor.

Tabela 8: Tabela de constantes para o projeto do isolador de rigidez dinâmica.

Constantes [Unidade]	Significado	Valores
a [m]	Comprimento da barra que liga as guias horizontais ao banco	0,25
h_i [m]	Distância entre as molas horizontais e a posição inicial do movimento	0,2
b [m]	Distância da articulação entre a barra e a massa ao ponto de fixação da mola horizontal na estrutura do assento	0,4

Os valores utilizados para o conjunto mola amortecedor vertical são os mesmo utilizados no isolador de rigidez constante a fim de comparação. Para a análise paramétrica das curvas de transmissibilidade são avaliadas as influências do comprimento inicial das molas horizontais L_0 e sua rigidez k_h .

5.3 Modelo com isolamento de vibrações e excitação harmônica

Ao apresentar os modelos de 2GDI e 4GDL do carro, são feitas as análises acrescidas de 1GDL com os isoladores de rigidez constante e de rigidez dinâmica, para então estudar as vibrações que chegam ao piloto. Os sistemas são submetidos à excitação harmônica de base $y(t) = Y \cos(\omega_b t)$, onde $y(t)$ é o deslocamento vertical da base, Y é amplitude de excitação definida como 0,025 m e ω_b é a frequência de excitação.

As respostas são obtidas pela integração numérica no tempo com um passo de 0,1 e um tempo de integração de 300 segundos, tempo suficiente para que os sistemas apresentados entrassem em regime permanente. As curvas de transmissibilidade são fornecidas a partir da relação entre as amplitudes em regime permanente do banco e da carroceria, sendo avaliadas no intervalo de frequências de 0,1 a 8 Hz. As condições iniciais são consideradas nulas para todos os casos analisados.

Para comparação de desempenho são analisados os seguintes sistemas sob excitação harmônica: sistema sem isolador (SSI), sistema com isolador de rigidez constante (SIRC) e sistema com isolador de rigidez dinâmica (SIRD).

5.3.1 Modelo de 3GDL

Para encontrar as respostas dos sistemas de 3GDL são utilizadas as variáveis de estado apresentadas na Tabela 9, onde x_1 é o deslocamento vertical da massa não suspensa, x_2 da carroceria, x_3 do banco com o piloto e \dot{x}_1 , \dot{x}_2 e \dot{x}_3 , suas respectivas velocidades lineares.

Tabela 9: Variáveis de estado para os modelos de 3GDL.

$y_1 = x_1$	$y_4 = \dot{x}_1$
$y_2 = x_2$	$y_5 = \dot{x}_2$
$y_3 = x_3$	$y_6 = \dot{x}_3$

5.3.1.1 Rigidez constante

O isolador de rigidez constante pode ser representado por um conjunto amortecedor e mola, com valores definidos seguindo as equações 5.9 e 5.10, e uma massa representada pela massa do piloto com o banco (m_p). Esse modelo é acrescido ao modelo de 2 GDL apresentado na seção 5.1.1, resultando no modelo da Figura 24.

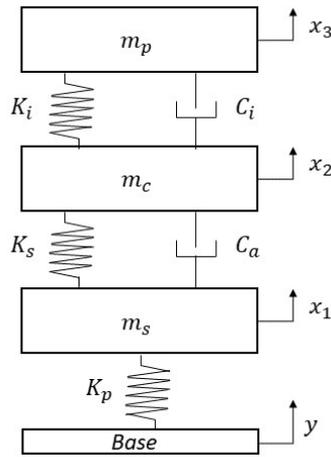


Figura 24: Modelo de 3GDL - SIRD.

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton para o sistema tem-se as equações 5.11, 5.12 e 5.13 como equações do movimento para a massa não suspensa, a massa da carroceria e a massa do piloto, respectivamente.

$$m_s \ddot{x}_1 - C_a(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_s(x_2 - x_1) + k_p(x_1 - y) = 0 \quad (5.11)$$

$$m_c \ddot{x}_2 + C_a(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - C_i(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_s(x_2 - x_1) - k_i(x_3 - x_2) = 0 \quad (5.12)$$

$$m_p \ddot{x}_3 + C_i(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_i(x_3 - x_2) = 0 \quad (5.13)$$

As equações de segunda ordem 5.11, 5.12 e 5.13, foram reescritas nas equações de primeira ordem 5.14, 5.15, 5.16, nessa ordem. As variáveis de estado utilizadas são

apresentadas na Tabela 9 e a excitação de base y foi substituída nas equações por $y = Y \cos(\omega_b t)$.

$$\dot{y}_1 = y_4, \dot{y}_4 = -\frac{C_a}{m_s} y_4 + \frac{C_a}{m_s} y_5 - \frac{k_s + k_p}{m_s} y_1 + \frac{k_s}{m_s} y_2 + \frac{k_p}{m_s} Y \cos(\omega_b t) \quad (5.14)$$

$$\dot{y}_2 = y_5, \dot{y}_5 = \frac{C_a}{m_c} y_4 - \frac{C_i + C_a}{m_c} y_5 + \frac{C_i}{m_c} y_6 + \frac{k_s}{m_c} y_1 - \frac{k_i + k_s}{m_c} y_2 + \frac{k_i}{m_c} y_3 \quad (5.15)$$

$$\dot{y}_3 = y_6, \dot{y}_6 = \frac{C_i}{m_p} y_5 - \frac{C_i}{m_p} y_6 + \frac{k_i}{m_p} y_2 - \frac{k_i}{m_p} y_3 \quad (5.16)$$

Na intenção de analisar a influência do coeficiente de amortecimento e da rigidez no desempenho dinâmico do isolador no sistema de 3GDL, variou-se os valores de ζ e de r (já que esse determina o valor da frequência natural do isolador e a partir dele é calculada a rigidez) e, para cada um deles é apresentada uma curva de transmissibilidade, Figuras 25 e 26. Para a variação de ζ utilizou-se uma razão de frequências igual a 1 e para a variação de r , o coeficiente de amortecimento de 0,1.

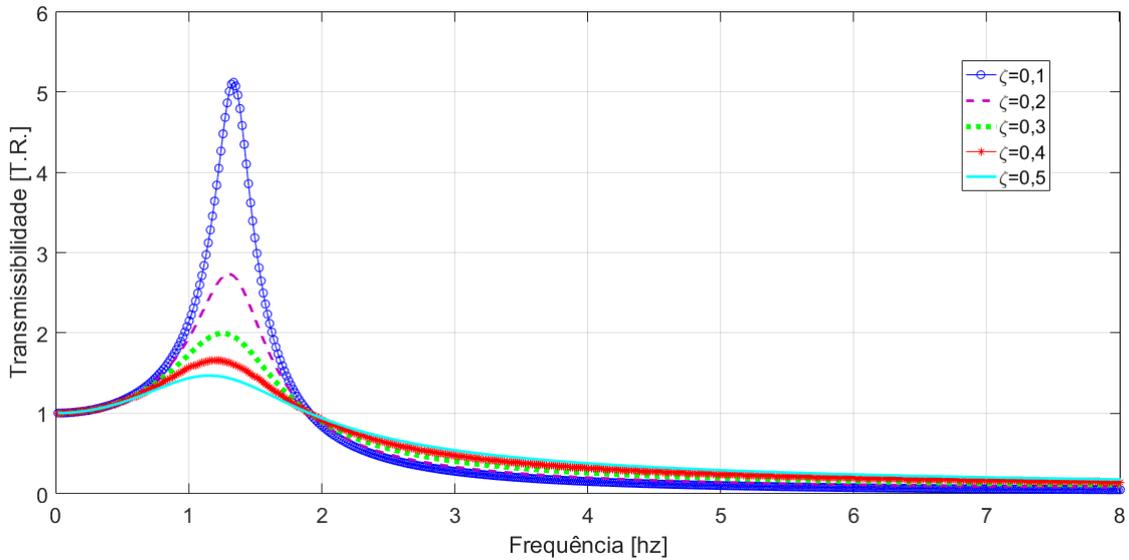


Figura 25: Curvas de transmissibilidade para o SIRC com 3GDL e diferentes valores de ζ .

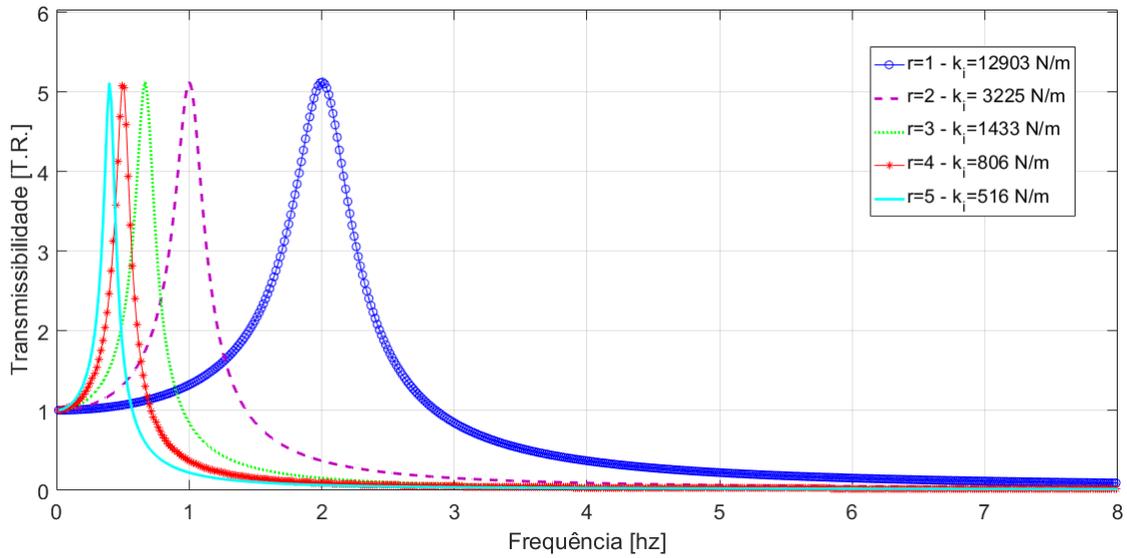


Figura 26: Curva de transmissibilidade para o SIRC com 3GDL e diferentes valores de r .

Da Figura 25 percebe-se que ao aumentar os valores de ζ a amplitude da curva de transmissibilidade diminui, enquanto as zonas de isolamento permanecem bem próximas para os diferentes valores de coeficiente de amortecimento. Já para a razão de frequências r , quanto maior o seu valor (e, conseqüentemente, menor o valor de ki) maior é a zona de isolamento de vibrações. Comportamento também observado na avaliação do isolador com 1 GDL, apresentado no capítulo 3 deste trabalho (Figura 5), diferenciando-se deste pela amplitude da curva de transmissibilidade que, nesse caso, não é alterada com a variação da rigidez.

5.3.1.2 Rigidez dinâmica

Considerando o modelo de 2GDL do carro, foi adicionado ao conjunto o isolador de rigidez dinâmica resultando no modelo apresentado na Figura 27, com duas molas horizontais e um conjunto mola amortecedor disposto na vertical.

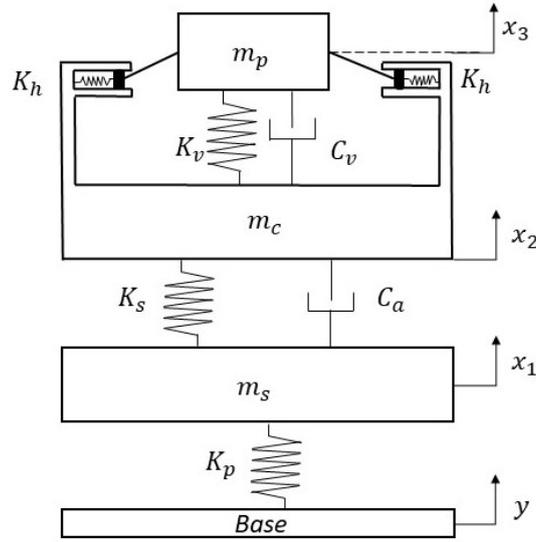


Figura 27: Modelo de 3GDL - SIRD.

Ao aplicar a 2ª Lei de Newton para o sistema obteve-se as equações 5.17, 5.18 e 5.19, como equações do movimento para a massa não suspensa, a massa da carroceria e a massa do piloto, respectivamente.

$$m_s \ddot{x}_1 - C_a(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_s(x_2 - x_1) + k_p(x_1 - y) = 0 \quad (5.17)$$

$$m_c \ddot{x}_2 + C_a(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - C_v(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k_s(x_2 - x_1) - k_v(x_3 - x_2) = 0 \quad (5.18)$$

$$m_p \ddot{x}_3 + c_v(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + K_v(x_3 - x_2) + 2K_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (x_3 - x_2 + h_i)^2}) \sqrt{a^2 - (x_3 - x_2 + h_i)^2} \frac{(x_3 - x_2 + h_i)}{a^2} = 0 \quad (5.19)$$

As equações de segunda ordem 5.17, 5.18 e 5.19 foram reescritas nas equações de primeira ordem 5.20, 5.21 e 5.22, respectivamente, sendo as variáveis de estado apresentadas na Tabela 9.

$$\dot{y}_1 = y_4, \quad \dot{y}_4 = -\frac{C_a}{m_s} y_4 + \frac{C_a}{m_s} y_5 - \frac{k_s + k_p}{m_s} y_1 + \frac{k_s}{m_s} y_2 + \frac{k_p}{m_s} Y \cos(\omega_b t) \quad (5.20)$$

$$\dot{y}_2 = y_5, \quad \dot{y}_5 = \frac{C_a}{m_c} y_4 - \frac{C_v + C_a}{m_c} y_5 + \frac{C_v}{m_c} y_6 + \frac{k_s}{m_c} y_1 - \frac{k_v + k_s}{m_c} y_2 + \frac{k_v}{m_c} y_3 \quad (5.21)$$

$$\dot{y}_3 = y_6, \quad \dot{y}_6 = \frac{C_v}{m_p} y_5 - \frac{C_v}{m_p} y_6 + \frac{k_v}{m_p} y_2 - \frac{k_v}{m_p} y_3 - 2K_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (y_3 - y_2 + h_i)^2}) \sqrt{a^2 - (y_3 - y_2 + h_i)^2} \frac{(y_3 - y_2 + h_i)}{a^2} \quad (5.22)$$

Para o SIRD variou-se os valores de L_0 e de K_h para estudar sua influência no desempenho do isolador no sistema com 3GDL. A cada valor foi plotada uma curva de transmissibilidade avaliada nas frequências de excitação de 0,1 a 8 hz, apresentadas nas Figuras 28 e 29. Para plotar as curvas variando os valores de L_0 foi utilizado $k_h = 2k_i$, correspondente a 25806 N/m, enquanto que para a variação de k_h o valor de L_0 foi de 0,13 m.

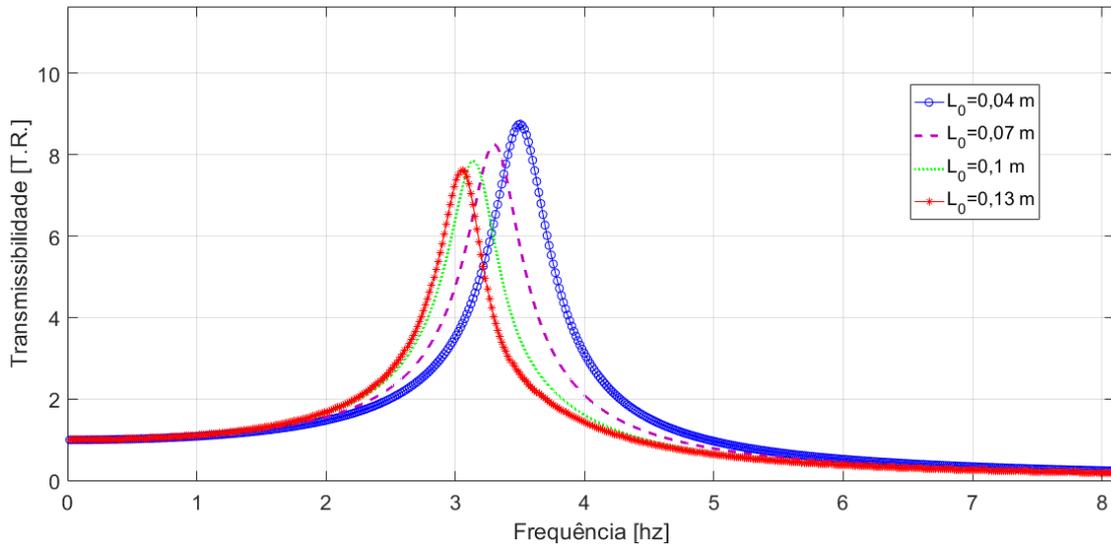


Figura 28: Curva de transmissibilidade 3GDL com SIRD para diferentes valores de L_0 .

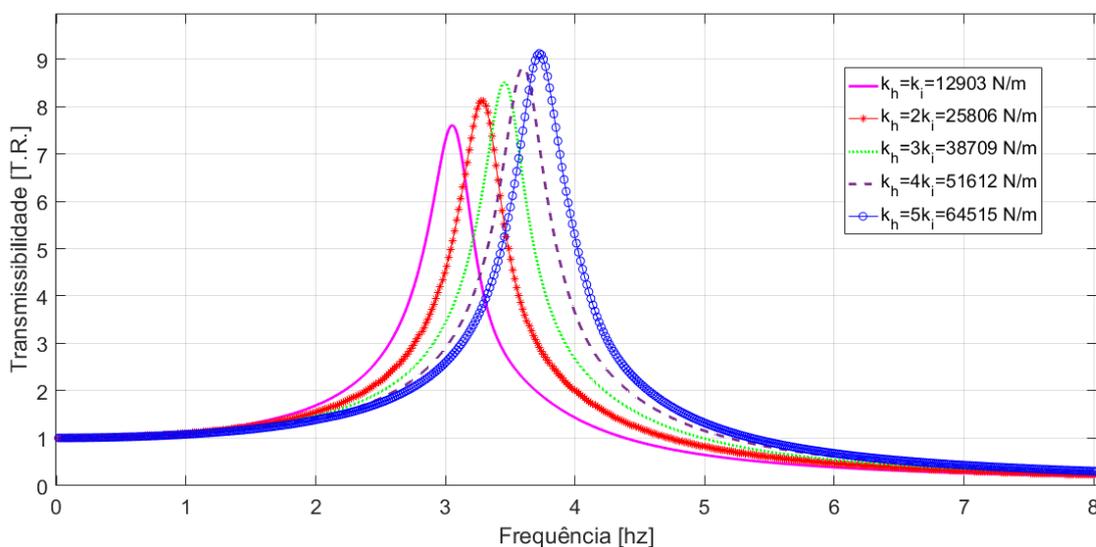


Figura 29: Curva de transmissibilidade 3GDL com SIRD para diferentes valores de k_h .

Na Figura 28 nota-se que com o aumento dos valores de L_0 o pico de transmissibilidade decai de 8,8 para 7,8 e a região que trabalha em isolamento é expandida, tendo início em 4,3 Hz para $L_0 = 0,13$ m e em 5 Hz para $L_0 = 0,04$ m. Já na Figura 29, ao se aumentar os valores de k_h é possível perceber a atenuação da zona de isolamento e um aumento do pico de TR (saindo de 7,6 em $k_h = k_i$ para 9,2 em $k_h = 5k_i$). Ambos os

comportamentos também foram percebidos nas análises de influência de parâmetros do modelo de 1GDL para o SIRD apresentadas nas Figuras 14 e 16, respectivamente.

5.3.2 Modelo de 5GDL

Para se encontrar as respostas dos sistemas de 5GDL são utilizadas as variáveis de estado apresentadas na Tabela 10, onde x_1 é o deslocamento vertical da massa não suspensa do eixo dianteiro, x_2 da massa não suspensa do eixo traseiro, x_3 da carroceria, x_4 do banco com o piloto e $\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3$ e \dot{x}_4 , suas respectivas velocidades lineares. θ corresponde ao movimento de arfagem da carroceria em relação ao centro de gravidade e $\dot{\theta}$ à sua velocidade angular.

Tabela 10: Variáveis de estado para os modelos de 5GDL

$y_1 = x_1$	$y_6 = \dot{x}_1$
$y_2 = x_2$	$y_7 = \dot{x}_2$
$y_3 = x_3$	$y_8 = \dot{x}_3$
$y_4 = x_4$	$y_9 = \dot{x}_4$
$y_5 = \theta$	$y_{10} = \dot{\theta}$

5.3.2.1 Rigidez constante

Para a análise do carro com o isolador de rigidez constante e o estudo independente dos eixos dianteiro e traseiro, inclui-se ao modelo de 4GDL (apresentado na seção 5.1.1) o modelo discreto do isolador, resultando no sistema de 5GDL ilustrado na figura 30. Para simplificação da análise considera-se que o banco do piloto está localizado exatamente no centro de gravidade do veículo, não contribuindo assim, para o movimento de arfagem.

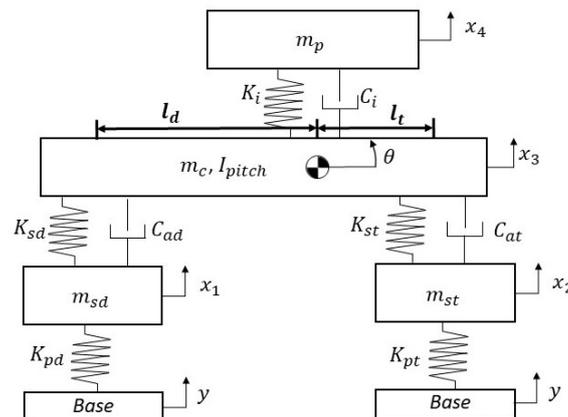


Figura 30: Modelo 5GDL - SIRC.

Para esse sistema, ao se aplicar a 2ª Lei de Newton são fornecidas as equações 5.23, 5.24, 5.25, 5.26 e 5.27 como equações do movimento relacionadas a cada um dos

graus de liberdade.

$$m_{sd}\ddot{x}_1 - C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d) - k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + k_{pd}(x_1 - y) = 0 \quad (5.23)$$

$$m_{st}\ddot{x}_2 - C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t) - k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t) + k_{pt}(x_2 - y) = 0 \quad (5.24)$$

$$m_c\ddot{x}_3 - C_i(x_4 - x_3) + C_{ad}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + C_{at}(x_3 - x_2 - \theta l_t) - k_i(x_4 - x_3) + k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t) = 0 \quad (5.25)$$

$$m_p\ddot{x}_4 + C_i(x_4 - x_3) + k_i(x_4 - x_3) = 0 \quad (5.26)$$

$$I\ddot{\theta} - C_{ad}(x_3 - x_1 - \theta l_d)l_d + C_{at}(x_3 - x_2 - \theta l_t)l_t - k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d)l_d + k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t)l_t = 0 \quad (5.27)$$

As equações de segunda ordem 5.23, 5.24, 5.25, 5.26 e 5.27 são reescritas nas equações de primeira ordem 5.28, 5.29, 5.30, 5.31 e 5.32, respectivamente, utilizando as variáveis de estado apresentadas na Tabela 10.

$$\dot{y}_1 = y_6, \dot{y}_6 = \frac{C_{ad}}{m_{sd}}(y_8 - y_6 - y_{10}l_d) + \frac{k_{sd}}{m_{sd}}(y_3 - y_1 - y_5l_d) - \frac{k_{pd}}{m_{sd}}(y_1 - Y \cos(\omega_b t)) \quad (5.28)$$

$$\dot{y}_2 = y_7, \dot{y}_7 = \frac{C_{at}}{m_{st}}(y_8 - y_7 - y_{10}l_t) + \frac{k_{st}}{m_{st}}(y_3 - y_2 - y_5l_t) - \frac{k_{pt}}{m_{st}}(y_2 - Y \cos(\omega_b t)) = 0 \quad (5.29)$$

$$\dot{y}_3 = y_8, \dot{y}_8 = \frac{C_i}{m_c}(y_9 - y_8) - \frac{C_{ad}}{m_c}(y_8 - y_6 - y_{10}l_d) - \frac{C_{at}}{m_c}(y_8 - y_7 - y_{10}l_t) + \frac{k_i}{m_c}(y_4 - y_3) - \frac{k_{sd}}{m_c}(y_3 - y_1 - y_5l_d) - \frac{k_{st}}{m_c}(y_3 - y_2 - y_5l_t) \quad (5.30)$$

$$\dot{y}_4 = y_9, \dot{y}_9 = -\frac{C_i}{m_p}(y_9 - y_8) - \frac{k_i}{m_p}(y_4 - y_3) \quad (5.31)$$

$$\dot{y}_5 = y_{10}, \dot{y}_{10} = \frac{C_{ad}}{I}(y_8 - y_6 - y_{10}l_d)l_d - \frac{C_{at}}{I}(y_8 - y_7 - y_{10}l_t)l_t + \frac{k_{sd}}{I}(y_3 - y_1 - y_5l_d)l_d - \frac{k_{st}}{I}(y_3 - y_2 - y_5l_t)l_t \quad (5.32)$$

Para o sistema de 5GDL com SIRC também são apresentadas as curvas de transmissibilidade a cada valor de ζ e de r , Figuras 31 e 32, verificando assim a influência de tais parâmetros para o desempenho do isolador nesse modelo.

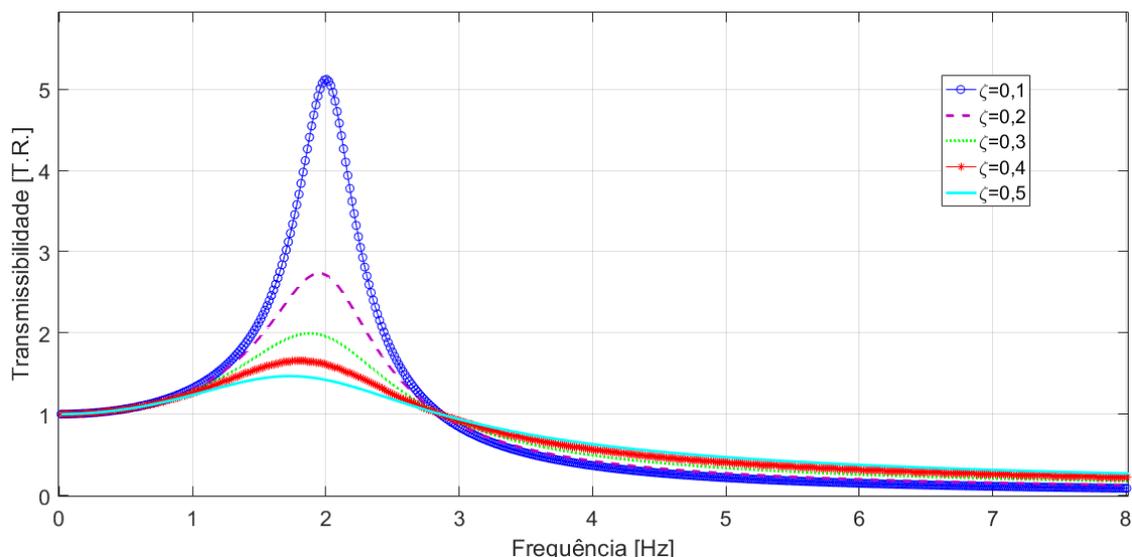


Figura 31: Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRC para diferentes valores de ζ .

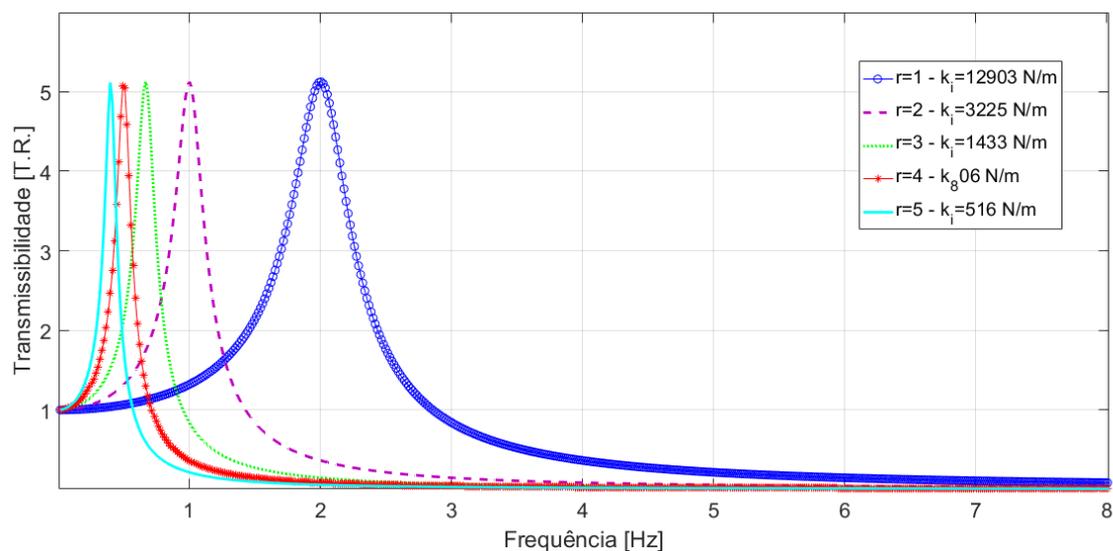


Figura 32: Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRC para diferentes valores de r .

Com o aumento de ζ nota-se o mesmo comportamento das curvas analisadas no modelo de 3GDL, com diferença no início da zona de isolamento de vibrações que passa de 1,9 Hz do modelo de 3GDL (Figura 25) para 2,9 Hz do modelo de 5GDL (Figura 31). Com a variação da razão de frequências r , esse sistema, além de se comportar de forma semelhante, também tem picos de transmissibilidade e regiões de isolamento de vibrações muito próximos ao sistema de 3GDL para cada um dos valores de r .

5.3.2.2 Rigidez dinâmica

O modelo SIRD apresentado na seção 5.3.1 é acrescido agora ao modelo de 4GDL, resultando no sistema ilustrado na Figura 33. Para esta análise também considera-se que

o banco está localizado na linha vertical do centro de gravidade, permitindo com que apenas os eixos dianteiro e traseiro exerçam influência sobre o movimento de arfagem do veículo.

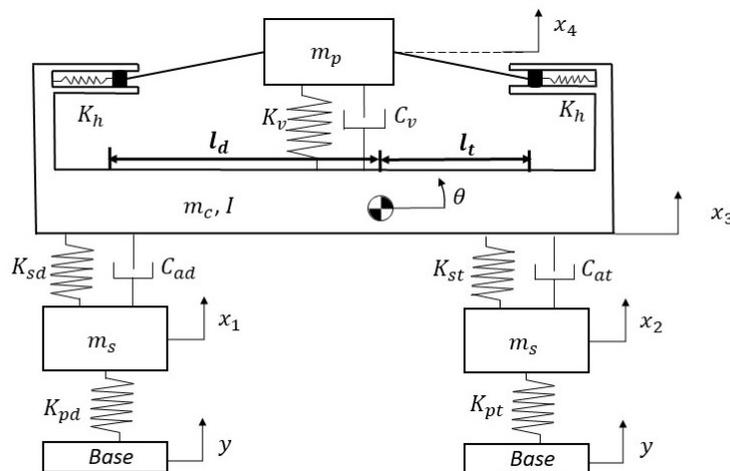


Figura 33: Modelo 5GDL - SIRD.

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton para o sistema tem-se as equações 5.33, 5.34, 5.35, 5.36 e 5.37 como equações do movimento para a massa não suspensa do eixo dianteiro, a massa não suspensa do eixo traseiro, a massa da carroceria, a massa do piloto e a inércia do conjunto, respectivamente.

$$m_{sd}\ddot{x}_1 - C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d) - k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + k_{pd}(x_1 - y) = 0 \quad (5.33)$$

$$m_{st}\ddot{x}_2 - C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t) - k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t) + k_{pt}(x_2 - y) = 0 \quad (5.34)$$

$$m_c\ddot{x}_3 - C_v(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d) + C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t) - k_v(x_4 - x_3) + k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d) + k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t) = 0 \quad (5.35)$$

$$m_p\ddot{x}_4 + C_v(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + k_h(x_4 - x_3) + 2K_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (x_4 - x_3 + h_i)^2})\sqrt{a^2 - (x_4 - x_3 + h_i)^2} \frac{(x_4 - x_3 + h_i)}{a^2} = 0 \quad (5.36)$$

$$I\ddot{\theta} - C_{ad}(\dot{x}_3 - \dot{x}_1 - \dot{\theta}l_d)l_d + C_{at}(\dot{x}_3 - \dot{x}_2 - \dot{\theta}l_t)l_t - k_{sd}(x_3 - x_1 - \theta l_d)l_d + k_{st}(x_3 - x_2 - \theta l_t)l_t = 0 \quad (5.37)$$

Para esse sistema, as equações de segunda ordem 5.33, 5.34, 5.35, 5.36 e 5.37 podem ser reescritas nas equações de primeira ordem 5.38, 5.39, 5.40, 5.41 e 5.42, nesta ordem, utilizando as variáveis de estado da Tabela 10.

$$\dot{y}_1 = y_6, \quad \dot{y}_6 = \frac{C_{ad}}{m_{sd}}(y_8 - y_6 - y_{10}l_d) + \frac{k_{sd}}{m_{sd}}(y_3 - y_1 - y_5l_d) - \frac{k_{pd}}{m_{sd}}(y_1 - Y \cos(\omega_b t)) \quad (5.38)$$

$$\dot{y}_2 = y_7, \dot{y}_7 = \frac{C_{at}}{m_{st}}(y_8 - y_7 - y_{10}l_t) + \frac{k_{st}}{m_{st}}(y_3 - y_2 - y_5l_t) - \frac{k_{pt}}{m_{st}}(y_2 - Y \cos(\omega_b t)) = 0 \quad (5.39)$$

$$\dot{y}_3 = y_8, \dot{y}_8 = \frac{C_V}{m_c}(y_9 - y_8) - \frac{C_{ad}}{m_c}(y_8 - y_6 - y_{10}l_d) - \frac{C_{at}}{m_c}(y_8 - y_7 - y_{10}l_t) + \frac{k_V}{m_c}(y_4 - y_3) - \frac{k_{sd}}{m_c}(y_3 - y_1 - y_5l_d) - \frac{k_{st}}{m_c}(y_3 - y_2 - y_5l_t) \quad (5.40)$$

$$\dot{y}_4 = y_9, \dot{y}_9 = -\frac{C_v}{m_p}(y_9 - y_8) - \frac{k_v}{m_p}(y_4 - y_3) - k_h(y_4 - y_3) + 2K_h(b - L_0 - \sqrt{a^2 - (y_4 - y_3 + h_i)^2})\sqrt{a^2 - (y_4 - y_3 + h_i)^2} \frac{(y_4 - y_3 + h_i)}{a^2} \quad (5.41)$$

$$\dot{y}_5 = y_{10}, \dot{y}_{10} = \frac{C_{ad}}{I}(y_8 - y_6 - y_{10}l_d)l_d - \frac{C_{at}}{I}(y_8 - y_7 - y_{10}l_t)l_t + \frac{k_{sd}}{I}(y_3 - y_1 - y_5l_d)l_d - \frac{k_{st}}{I}(y_3 - y_2 - y_5l_t)l_t \quad (5.42)$$

Ao se obter a resposta para o sistema são plotadas as curvas de transmissibilidade para cada um dos valores de L_0 e k_h , avaliando o desempenho do isolador quando acoplado a um sistema com 4GDL. As curvas obtidas através das frequências de excitação de 0,1 a 8 Hz, são apresentadas nas Figuras 34 e 35.

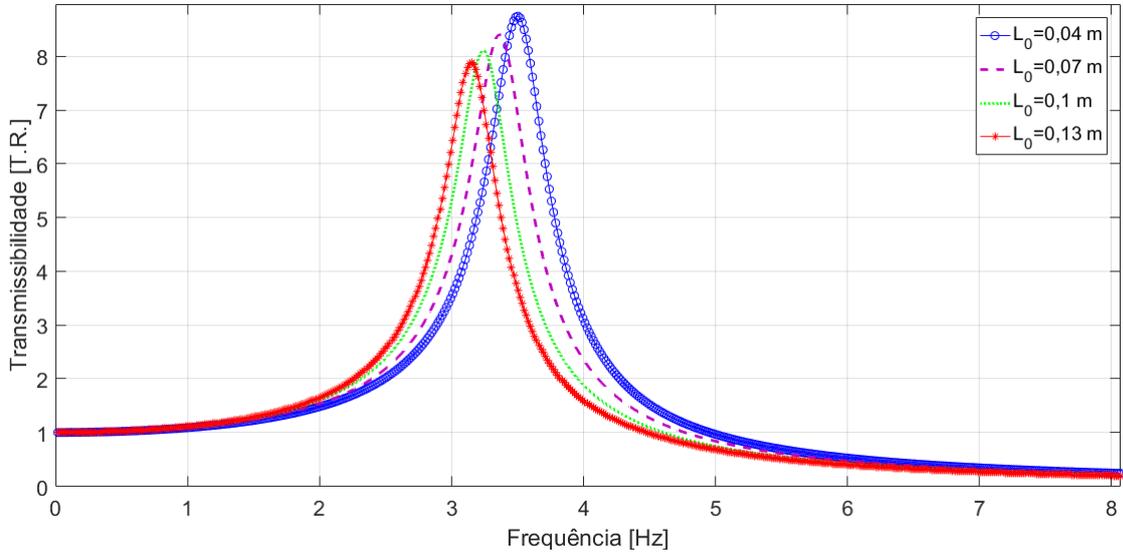


Figura 34: Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRD para diferentes valores de L_0 .

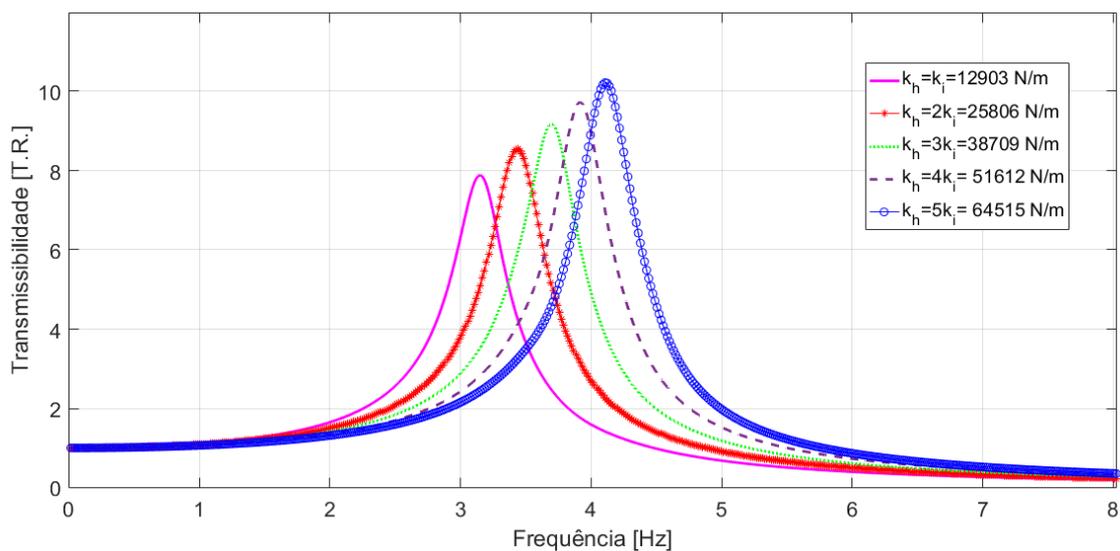


Figura 35: Curva de transmissibilidade 5GDL com SIRD para diferentes valores de k_h .

Nota-se nesse sistema, tanto para a variação de L_0 quanto para a de k_h , os mesmos padrões observados nas análise de influência desses parâmetros no modelo de 3GDL. Ao se aumentar o valores de L_0 percebe-se diminuição dos picos das curvas de transmissibilidade, saindo de 8,8 com $L_0 = 0,04$ m para 7,9 com $L_0 = 0,13$ m, e uma redução na zona de isolamento de vibrações com início em 5 Hz ($L_0 = 0,04$ m) e 4,5 Hz ($L_0 = 0,13$ m). Com a variação de k_h os valores de frequência correspondentes ao início da região de atenuação de vibrações são 4,5 para $k_h = k_i$ e 5,7 para $k_h = 5k_i$. Também observa-se variação do pico da curva de transmissibilidade, sendo esse amplificado de 7,9 para 10 com o aumento de k_h .

6 Análise de resultados e comparação entre modelos

Ao se avaliar as influências de cada um dos parâmetros, tanto para o SIRC quanto para o SIRD, nos modelos de 3GDL e 5GDL, selecionou-se valores constantes para comparação de desempenho dos dois isoladores. As constantes são apresentadas na Tabela 11 e são utilizadas para plotar as curvas analisadas neste capítulo. Os parâmetros geométricos do SIRD são os mesmos apresentados na Tabela 8. Devido a semelhança de resultados entre os modelos de 3GDL e 5GDL observados no capítulo 5, as análises de múltiplos graus de liberdade feitas neste capítulo são apresentadas apenas para o modelo de 3GDL, diminuindo o tempo de simulação para o estudo de dados.

Tabela 11: Tabela de constantes isoladores de vibração.

	Constantes [Unidade]	Significado	Valores
	m_p [kg]	Massa do banco com o piloto	80 kg
SIRC	ζ	Coefficiente de amortecimento	0,1
	r	Razão de frequências	1
	C_i [Ns/m]	Amortecimento	203
SIRD	L_0 [m]	Comprimento inicial das molas horizontais	0,13
	k_h [N/m]	Rigidez das molas horizontais	$2k_v$
	C_v [Ns/m]	Amortecimento da mola vertical	203

6.1 Resultados das análises numéricas - comparação entre isoladores

Para a seleção do isolador para o caso em estudo são apresentadas as comparações das curvas de transmissibilidade avaliando o desempenho dos isoladores SIRC e SIRD, nas análises com diferentes graus de liberdade. As curvas de transmissibilidade do modelo de 1GDL são obtidas através da razão entre as amplitudes em regime permanente da massa e de deslocamento Y da base. Já para as transmissibilidades do modelo de 3GDL são comparados duas transmissibilidades: uma referente à relação entre as amplitudes de deslocamento em regime permanente do banco com a carroceria ($\frac{x_3}{x_2}$) e outra, entre o banco e a amplitude de deslocamento Y da base ($\frac{x_3}{Y}$).

É estudada também, para os modelos de 1GDL e 3GDL, a influência da rigidez vertical, sendo o desempenho dos dois isoladores comparados a cada valor de rigidez. São avaliadas as rigidezes de 12903 N/m, 5780 N/m e 2000 N/m referentes as frequências de base para o projeto dos isoladores de 1,96 Hz, 1,35 Hz e 0,8 Hz, nessa ordem. Tanto o SIRC quanto o SIRD possuem as mesmas rigidezes em cada uma das curvas a fim de comparação.

Para o modelo de 1GDL com os valores referentes a equipe Piratas do Cerrado, os resultados da análise são apresentados nas Figuras 36, 37 e 38.

Ao utilizar a amplitude de $Y = 0,025$ m, usada nas simulações anteriores, para esse caso resultou-se em respostas elevadas que necessitavam de um passo de integração muito pequeno. Como as amplitudes de excitação não comprometem a comparação entre os isoladores, nessas análises utilizou-se a amplitude de $Y = 0,015$ m.

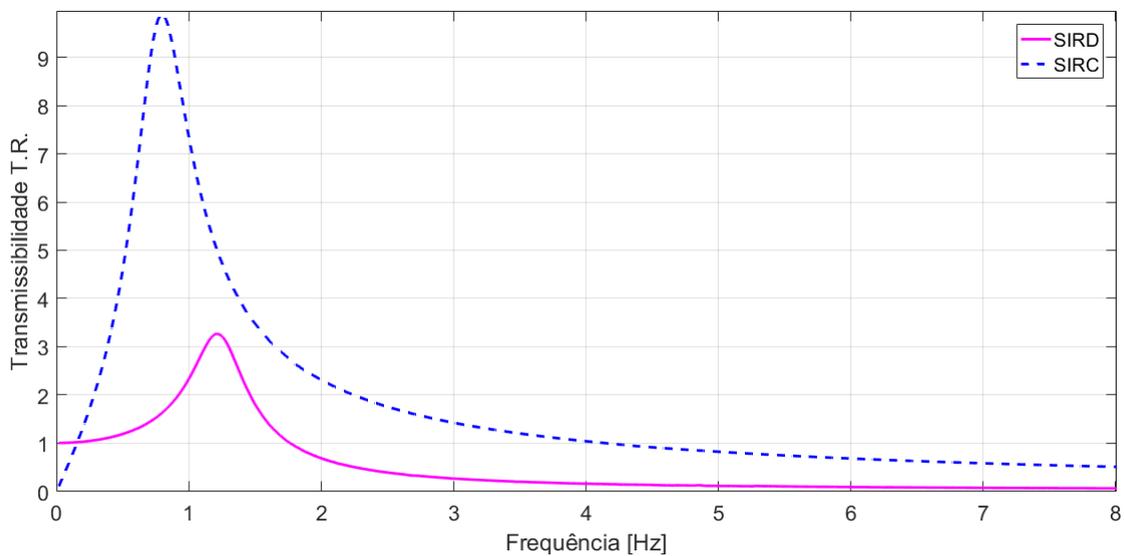


Figura 36: Curvas de transmissibilidade modelo de 1GDL - comparação entre SIRC e SIRD. $k_v = 2000$ N/m e $Y = 0,015$ m.

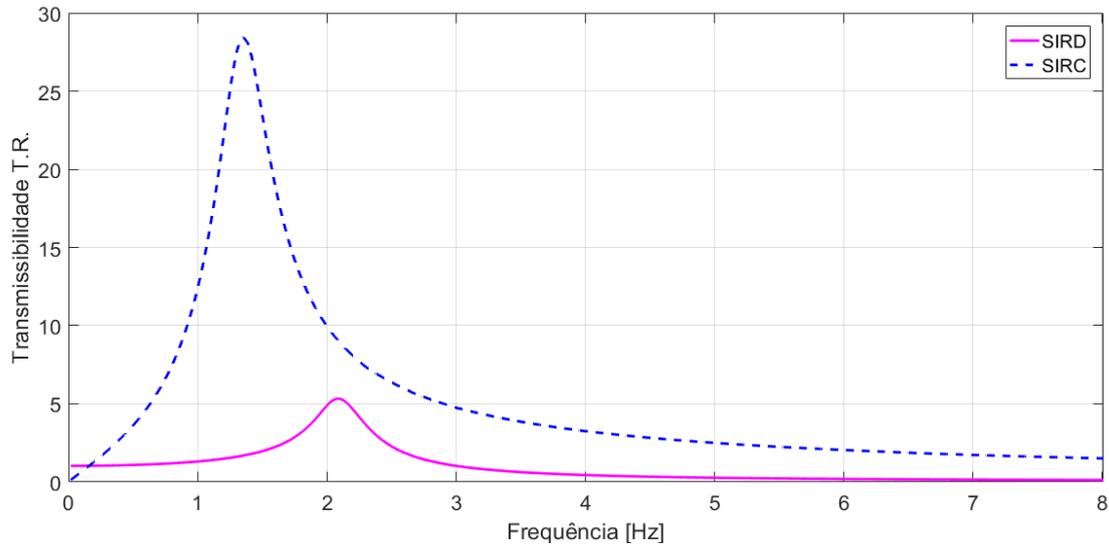


Figura 37: Curvas de transmissibilidade modelo de 1GDL - comparação entre SIRC e SIRD. $k_v = 5780 \text{ N/m}$ e $Y = 0,015 \text{ m}$.

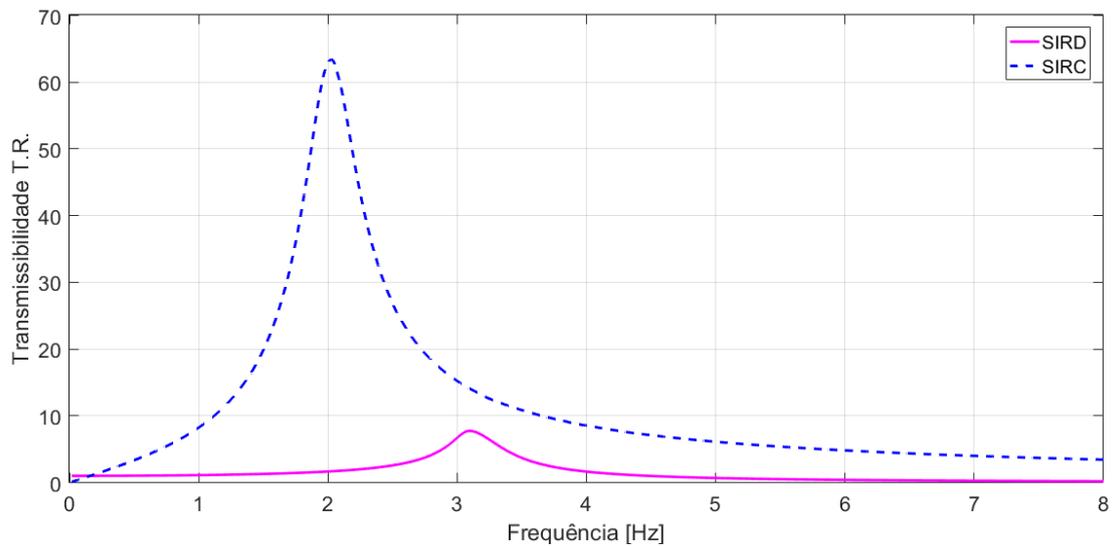


Figura 38: Transmissibilidade modelo de 1GDL - comparação entre SIRC e SIRD. $k_v = 12903 \text{ N/m}$ e $Y = 0,015 \text{ m}$.

Comparando as Figuras 36, 37 e 38 associadas aos diferentes valores de rigidez para o sistema de 1GDL nota-se que para ambos os isoladores a rigidez de 2000 N/m foi a que apresentou os melhores resultados. Ao se analisar as curvas, nota-se com a redução da rigidez de 12903 N/m para a de 2000 N/m , uma redução nas amplitudes de deslocamento da massa de 85% para o SIRD e de aproximadamente 62% para o SIRC. Confrontando os dois isoladores percebe-se que o SIRD apresenta desempenho em isolamento de vibrações muito superior ao SIRC para todos os valores de rigidez e em todo o intervalo de frequências analisado.

Para o modelo de 3GDL são obtidas as curvas de transmissibilidade com uma amplitude de excitação de $Y = 0,025 \text{ m}$. As Figuras 39 e 40 apresentam os resultados

para o valor de rigidez de 2000 N/m com os deslocamentos $\frac{x_3}{x_2}$ e $\frac{x_3}{Y}$, respectivamente.

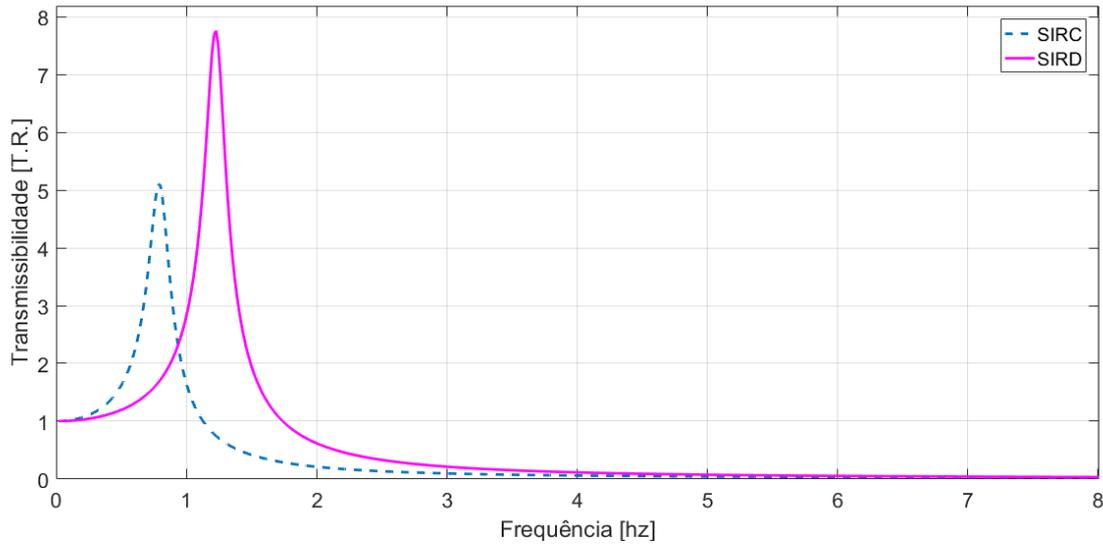


Figura 39: Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{x_2} - k_v = 2000$ N/m e $Y = 0,025$ m.

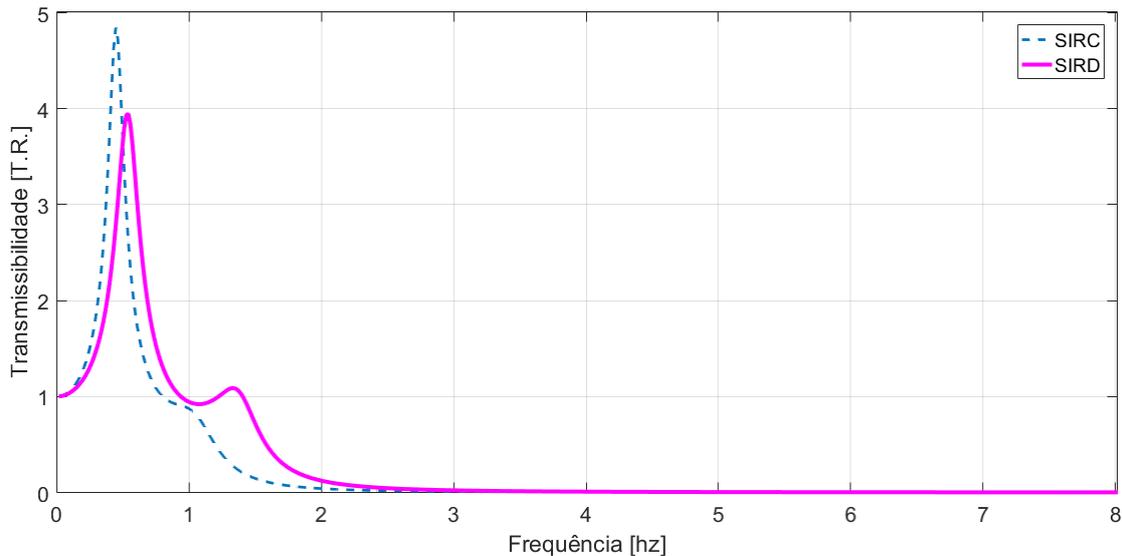


Figura 40: Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{Y} - k_v = 2000$ N/m e $Y = 0,025$ m.

Da Figura 39 percebe-se que o SIRC, além de ter menor amplitude de deslocamento da massa, possui também maior região de isolamento de vibrações, tendo início em 1,1 Hz para esse sistema e em 1,8 Hz para o SIRD.

Para as curvas de transmissibilidade referentes as amplitudes de deslocamento entre o piloto e a base de excitação, Figura 40, é possível perceber dois picos de transmissibilidade. Embora apresente uma menor transmissibilidade no primeiro pico da curva em relação ao SIRC, o SIRD tem os dois picos em amplificação de vibrações, sendo o

primeiro correspondente a $TR=3,9$ e o segundo a $TR=1,1$. Já no SIRC apesar apresentar maior deslocamento da massa, com $TR=4,9$, tem sua região de isolamento de vibrações iniciando em 0,8 Hz enquanto para o SIRD alcança esse ponto apenas após o segundo pico, aproximadamente $TR=1,5$ Hz.

As Figuras 41 e 42 apresentam os resultados para o valor de rigidez de 5780 N/m.

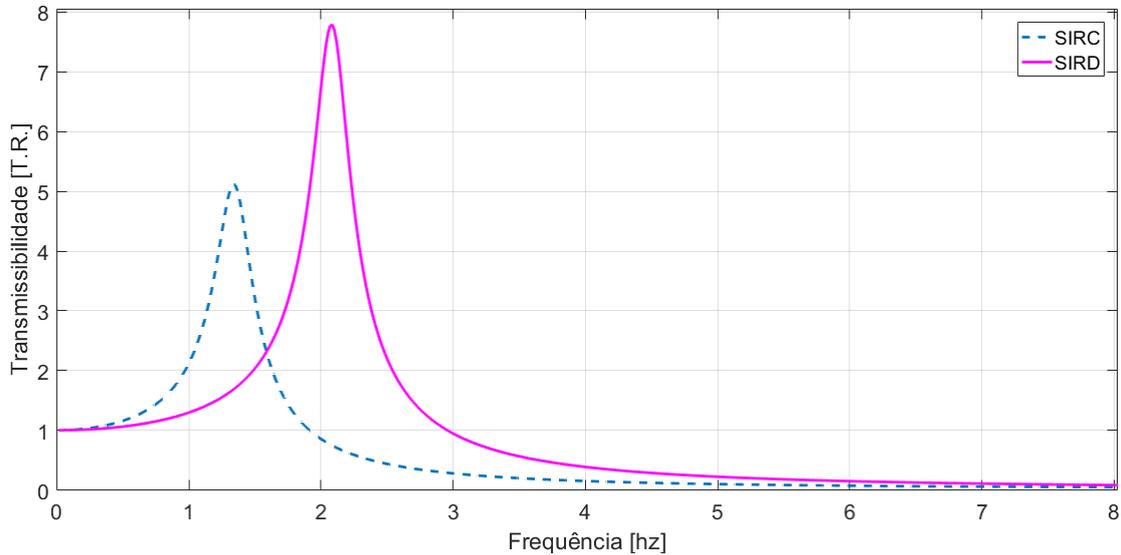


Figura 41: Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{x_2} - k_v = 5780$ N/m e $Y = 0,025$ m.

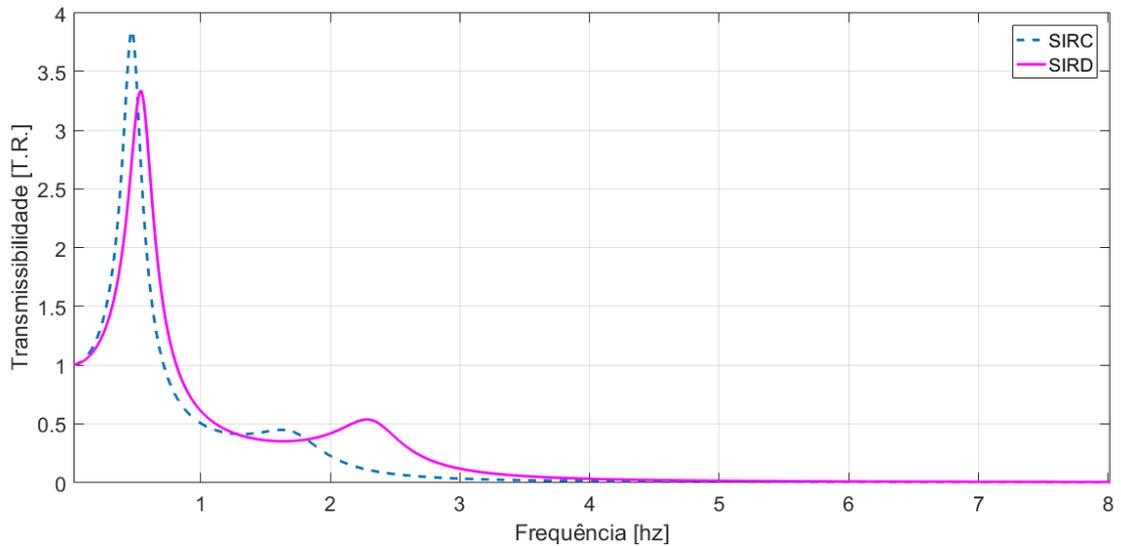


Figura 42: Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{Y} - k_v = 5780$ N/m e $Y = 0,025$ m.

Comparando as Figuras 39 e 41 percebe-se uma semelhança entre os picos de transmissibilidade para os dois valores de rigidez ao passo que há uma redução na região de isolamento de vibrações. Para a rigidez de 2000 N/m os isoladores SIRD e SIRC

apresentam essa região iniciando em 1,8 Hz e 1,1 Hz, nessa ordem, enquanto que para a rigidez de 5780 N/m esses valores passam a ser 3 Hz e 2 Hz.

Das Figuras 40 e 42 nota-se que ao aumentar a rigidez vertical para 5780 N/m os dois isoladores apresentam apenas um pico em amplificação de vibrações, sendo que nesse pico para o SIRC TR=3,8 e para o SIRD TR=3,3.

Por fim, são apresentas nas Figuras 43 e 44 as curvas de transmissibilidade para a rigidez de 12903 N/m, rigidez referente a frequência de base de projeto de 1,96 Hz.

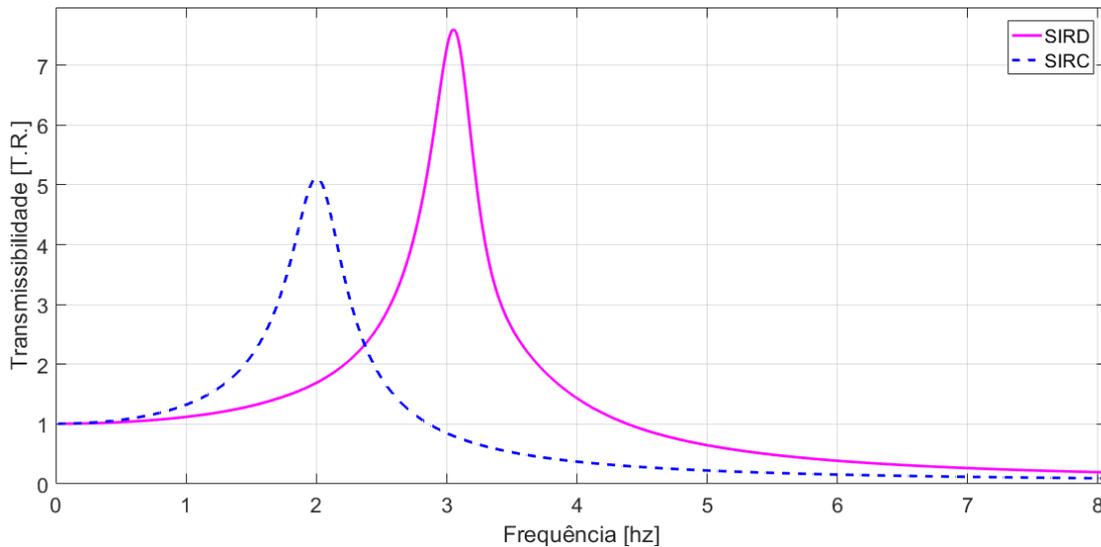


Figura 43: Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{x_2} - k_v = 12903$ N/m e $Y = 0,025$ m.

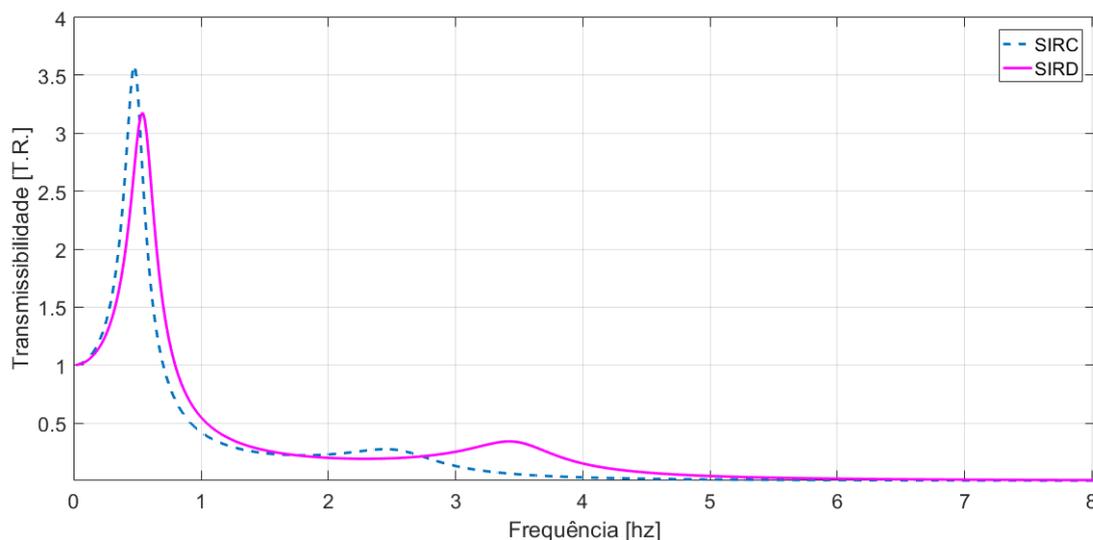


Figura 44: Transmissibilidade modelo de 3GDL - comparação entre SIRC e SIRD. Deslocamento $\frac{x_3}{Y} - k_v = 12903$ N/m e $Y = 0,025$ m.

Da Figura 43 tem-se maior área de isolamento de vibrações para o SIRC com ponto de TR=1 em 2,8 Hz enquanto o SIRD inicia o isolamento em apenas 4,4 Hz. Além disso,

enquanto o SIRC tem um pico de transmissibilidade em 5 o SIRD ultrapassa 7,5.

Para o gráfico de amplitude de deslocamento $\frac{x_3}{Y}$ apresentado na Figura 44, assim como observado na Figura 42 com rigidez de 5780 N/m, o SIRD apresenta menor pico de transmissibilidade em relação ao SIRC e regiões de isolamento de vibrações bem próximas.

Comparando os 3 gráficos de amplitude de deslocamento $\frac{x_3}{x_2}$ para os diferentes valores de rigidez no modelo de 3GDL, percebe-se que com o aumento da rigidez há uma diminuição dos picos de transmissibilidade para os dois isoladores, saindo de 3,9 ($k_v=2000$ N/m) para 3,1 ($k_v=12903$ N/m) para o caso do SIRD; e de 4,9 ($k_v=2000$ N/m) para 3,5 ($k_v=12903$ N/m) para o caso do SIRC.

Analisando a influência da rigidez para os dois modelos de diferentes graus de liberdade, constata-se que apesar do modelo de 1GDL apresentar melhores resultados com a redução dos valores de rigidez, para o modelo de 3GDL o resultado é inverso.

Ao comparar os dois diferentes modelos verifica-se que em um sistema simples com 1GDL o SIRD se mostrou a melhor solução para o problema em questão apresentando desempenho muito superior ao SIRC para todas as diferentes rigidezes. Porém, quando acoplado ao modelo com mais graus de liberdade do veículo, onde há mudança do comportamento dinâmico desse sistema, esse isolador não tem bons resultados.

6.2 Aceleração *r.m.s.* - avaliação segundo norma ISO 2631

Feita a análise das curvas de transmissibilidade, são comparadas as acelerações *r.m.s.* em regime permanente dos espectros obtidos a partir da excitação harmônica do sistema de 3GDL, sendo esse mais próximo ao modelo real que o sistema de 1GDL. É feita a varredura de frequências de excitação entre 0,1 e 80 Hz para os sistemas SSI, SIRC e SIRD. Também são avaliadas as acelerações para diferentes rigidezes verticais com o intuito de se escolher a que apresenta o melhor desempenho para o projeto de isolador.

Os valores são calculados segundo a Norma ISO 2631 (1997) para o nível de eficiência reduzido, caso aplicado ao conforto de bancos de automóveis. São avaliados em um intervalo de frequência de 1/3 de oitava de 1 a 8 Hz, intervalo que oferece maiores riscos ao ser humano. O tempo de exposição do estudo é de 4 a 8 h, de acordo com a duração da competição Baja SAE e testes de desempenho do carro realizados pela Equipe Piratas do Cerrado.

Para esse tempo de exposição e o intervalo de frequências avaliado, os limites de aceleração segundo a norma são representados nos gráficos 45, 46 e 47 pelas linhas verde e amarelo. Sendo a linha verde o limite para acelerações suportáveis e a amarela, para acelerações pouco confortáveis, onde os valores de aceleração acima desse último são avaliados como não aceitáveis. São comparados os sistemas SSI, SIRC e SIRD para as 3 diferentes rigidezes.

Com o intuito de analisar o desempenho dos isoladores em uma situação crítica de desconforto, as acelerações são obtidas através da excitação do sistema com um amplitude de $Y = 0,8$ m.

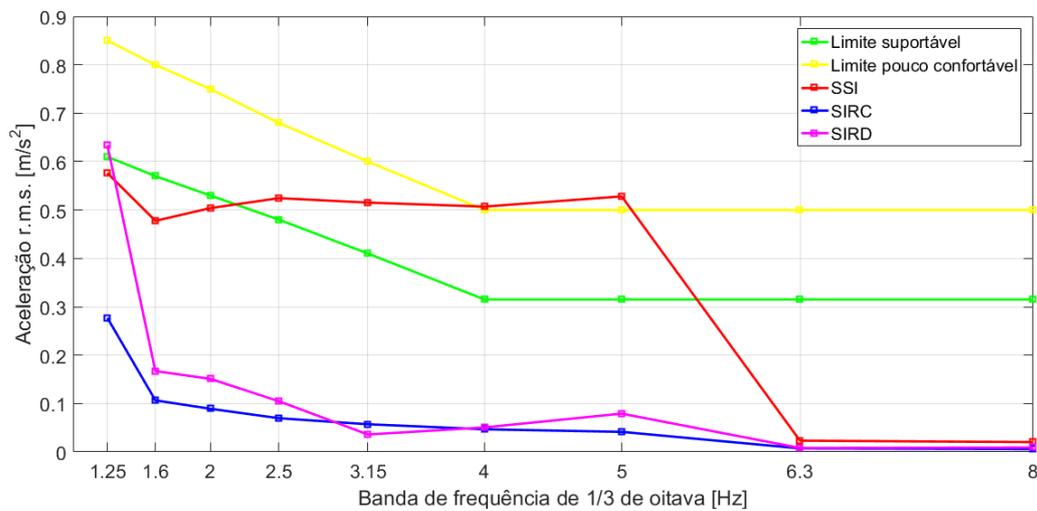


Figura 45: Acelerações *r.m.s.* [m/s^2] correspondentes à varredura de frequências de 0,1 a 80 hz - 3GDL - $k_v = 2000$ N/m

Para o valor de rigidez de 2000 N/m são apresentadas as acelerações na Figura 45. O sistema SSI a partir da banda de frequência de 1/3 de oitava de 2,5 Hz, apresenta valores de aceleração acima do limite de acelerações suportáveis, sendo que entre as bandas de 4 e 5 Hz esses valores chegam a ultrapassar o limite de pouco confortáveis, classificados como não suportáveis. Nesse caso é possível perceber que em relação ao SSI, os dois isoladores apresentaram diminuição significativa nos valores de aceleração, com exceção do SIRD avaliado na frequência de 1/3 de oitava de 1,25 Hz. Ambos não apresentam acelerações avaliadas como não aceitável. Para essa rigidez de trabalho o SIRD apresenta média na redução de aproximadamente 65% enquanto que para o SIRC esse valor é de 78%.

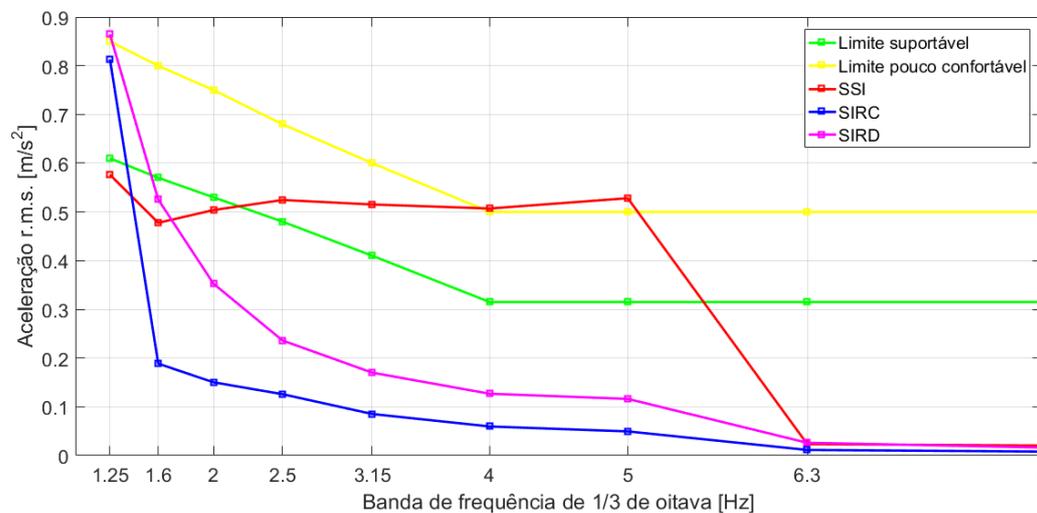


Figura 46: Acelerações *r.m.s.* [m/s^2] correspondentes à varredura de frequências de 0,1 a 80 hz- 3GDL - $k_v = 5780$ N/m

Com a rigidez de 5780 N/m são avaliadas as acelerações apresentadas na Figura 46. O SIRC, apesar de apresentar um ponto de amplificação da aceleração na banda de frequência de 1/3 de oitava de 1,25 Hz, nos valores subsequentes tem uma diminuição com média de 60% em relação ao SSI e não apresenta nenhuma aceleração avaliada como não aceitável. Para o SIRD a amplificação das acelerações acontecem nas bandas de 1.25 e 1.6 Hz, sendo a primeira avaliada como não aceitável. Para todos os outros valores de frequência é observada uma redução com média de 44%, avaliadas no nível de conforto.

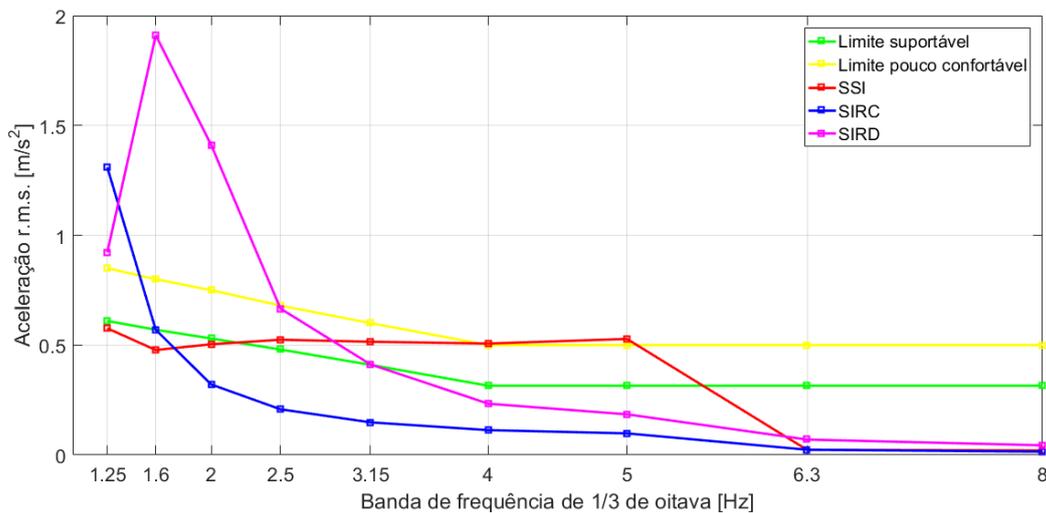


Figura 47: Acelerações *r.m.s.* [m/s^2] correspondentes à varredura de frequências de 0,1 a 80 hz - 3GDL - $k_v = 12903$ N/m

Para o caso apresentado na Figura 47, com a rigidez de 12903 N/m, tanto o SIRC quanto o SIRD apresentam valores de aceleração avaliados como não aceitáveis e ainda maiores que o SSI. Enquanto o SIRD tem amplificação das acelerações entre as frequências de 1,25 a 2,5 Hz e para o SIRC essa amplificação acontece nas frequências de 1,25 e 1,6 Hz.

Nas três análises, assim como nas curvas de transmissibilidade apresentadas na seção 6.2, o sistema SIRC apresenta os melhores resultados quanto a atenuação das vibrações para o caso em estudo. Apesar de apresentarem valores de aceleração *r.m.s.* altos para as frequências entre 1,25 e 2,5 Hz, na faixa de frequência mais crítica ao ser humano, de 4 a 8 Hz, os dois isoladores apresentaram redução significativa em relação ao SSI, com acelerações avaliadas na faixa de suportáveis para as diferentes rigidezes. Comparando os valores de rigidez das molas verticais, a rigidez que apresentou melhor desempenho foi a de 2000 N/m.

É importante destacar que esses valores são obtidos através de uma varredura de frequências em excitação harmônica, situação essa que não acontece durante o uso do carro. Sendo assim, para outras excitações o comportamento do sistema pode apresentar diferentes resultados.

6.3 Modelo proposto

Tendo apresentado melhores resultados para o isolamento de vibrações em análises mais fieis à realidade do caso em estudo, o modelo de isolamento de vibrações com rigidez constante é proposto para o uso no carro da equipe Piratas do Cerrado. No modelo atual de fixação do banco, tanto o encosto quanto o banco estão fixos à carroceria. No modelo proposto, ambos devem estar em isolamento. Além disso, pensando em atender ao conforto de diferentes percentis, propõe-se uma regulagem da angulação do encosto. Na adaptação da configuração atual do veículo ao isolador é feita uma estrutura para acoplamento do sistema, sendo o modelo apresentado na Figura 48.



Figura 48: Modelo com sistema de isolamento de vibrações com rigidez constante para o isolamento de vibrações do banco do carro da equipe Piratas do Cerrado.

A estrutura deve manter ainda o movimento vertical do banco para que a mola do isolador possa trabalhar e assim isolar as vibrações que chegam ao piloto. Esse movimento é garantido pelas guias indicadas na Figura 49.



Figura 49: Detalhe de guias para o movimento vertical do isolador de vibrações.

Levando em consideração as análises de influências do coeficiente de amortecimento ζ realizadas no capítulo 5 deste trabalho, onde verificou-se que ao aumentar os valores de ζ a zona de isolamento não se alterava, e os picos de transmissibilidade eram reduzidos, e buscando atender a diferentes percentis, foi selecionado um maior valor para o coeficiente de amortecimento obtendo deslocamentos mais baixos. Para a determinação da rigidez vertical, levou-se em consideração as análises realizadas nas seções 6.1 e 6.2 para o modelo de 3GDL, de onde conclui-se que ao diminuir os valores de rigidez tem-se um melhor desempenho, sendo a rigidez de 2000 N/m a que apresentou as maiores reduções de acelerações em comparação com o SSI. Sendo assim, a Tabela 12 contém o resumo das decisões tomadas para o projeto do isolador.

Tabela 12: Resumo de decisões para o projeto do isolador de rigidez constante.

Constantes [Unidade]	Significado	Valores
ζ	Coefficiente de amortecimento	0,5
ω_b [Hz]	Frequência base para o projeto do isolador	0,8
m [kg]	Massa base para projeto do isolador	80
k_i [N/m]	Rigidez isolador SIRC	2000
C_i [Ns/m]	Amortecimento isolador SIRC	400

Com esses valores, são apresentadas na Figura 50 as curvas de transmissibilidade do sistema avaliadas no intervalo de frequências de 0,1 a 8 Hz com amplitude de excitação de 0,025 m. As curvas são obtidas a partir das relações de amplitude dos deslocamentos em regime permanente do banco com a carroceria (linha tracejada) e do banco com a

excitação de base (linha contínua). Devido a semelhança de resultado entre os modelos de 3GDL e 5GDL, é apresentada nessa seção apenas a curva de TR para o modelo de 3GDL.

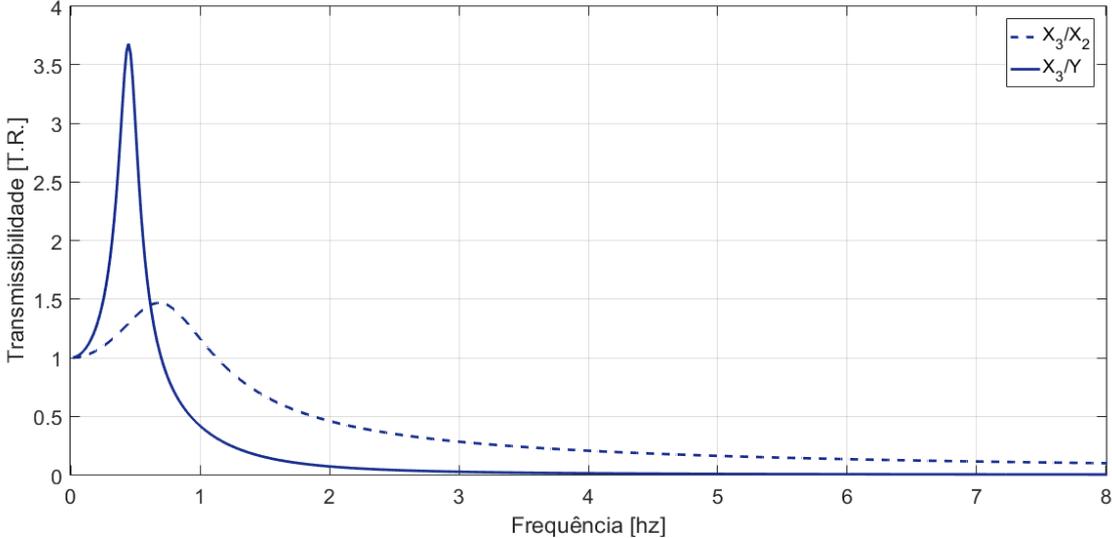


Figura 50: Transmissibilidade para o projeto proposto para a equipe com SIRC.

7 Conclusões

Tendo em vista o grande desconforto sentido pelo piloto da equipe Piratas do Cerrado nas competições buscou-se nesse trabalho estudar as vibrações que estão sujeitas o piloto na atual configuração do veículo e ainda propor um modelo para a atenuação das vibrações no banco. Para isso, foram apresentados os modelos de 2GDL e de 4GDL para a representação do veículo e com base nesse modelo, são apresentadas as análises com os isoladores de vibrações propostos. Para o projeto dos isoladores foram feitas as análises e comparações dos modelos de 1GDL, 3GDL e 5GDL, sendo os dois últimos referentes ao acréscimo de 1GDL dos isoladores nos sistemas de 2GDL e 4GDL do carro. Os resultados de cada uma das análises são confrontados, assim como o desempenho dos isoladores com rigidez constante e com rigidez dinâmica.

Ao analisar os modelos de 3GDL e 5GDL nota-se uma semelhança nos resultados de desempenho dos isoladores nas diferentes curvas de transmissibilidade apresentadas no capítulo 5. Com isso, conclui-se que o modelo de 3GDL é o suficiente para representar o sistema, sendo necessário o uso do modelo de 5GDL apenas em casos onde as excitações dos eixos dianteiro e traseiro são distintas.

Tendo como base as análises numéricas da transmissibilidade dos modelos de rigidezes dinâmica e constante, verificou-se que o primeiro, ao ser analisado em um sistema com 1GDL, como proposto pela literatura, apresenta um desempenho em isolamento de vibrações superior ao segundo. Porém, quando acoplado ao sistema com múltiplos graus de liberdade do caso em estudo não se obteve o mesmo resultado. Devido as restrições físicas do carro da equipe Piratas do Cerrado os parâmetros geométricos do modelo de isolamento de rigidez dinâmica não puderam sofrer muitas alterações. Levando em consideração que esse fator é diferencial para o desempenho do isolador em questão, acredita-se que uma análise para outros casos possa ser válida.

A partir dos valores de acelerações *r.m.s.* avaliados nas frequências críticas ao ser humano para os sistemas SSI, SIRC e SIRD conclui-se que os isoladores de vibrações atendem as expectativas, diminuindo as acelerações que chegam ao piloto em até 78% para o SIRC e 65% para o SIRD, valores referentes ao intervalo de banda de frequência de 1/3 de oitava entre 1 e 8 hz.

Devido ao melhor desempenho nas análises de múltiplos graus de liberdade apresentadas e ainda levando em consideração a facilidade de fabricação deste isolador, o SIRC

é proposto para o uso pela Equipe Piratas do Cerrado. Utilizando como base a frequência $\omega_b = 0,8$ Hz e a massa do piloto de $m_p = 80$ kg propõe-se para o projeto do isolador o valor de rigidez de 2000 N/m e de amortecimento de 400 Ns/m.

Para estudos futuros na equipe de Baja recomenda-se medir as acelerações do carro enquanto em movimento, comparando-as com os resultados numéricos e, assim, chegar a um modelo mais fiel a realidade. Para as análises numéricas recomenda-se também o estudo de um modelo que considere os movimentos de guinada, arfagem e rolagem levando em consideração o perfil de pista característico de um Baja onde muitos obstáculos excitam as rodas separadamente. Por fim, é também de grande importância o estudo dos parâmetros da suspensão como rigidez da suspensão, amortecimento e rigidez dos pneus, em conjunto com os sistemas de isolamento de vibrações em busca de soluções mais eficientes para a equipe.

Para estudos futuros do isolador de rigidez dinâmica recomenda-se a análise de desempenho do isolador sem as restrições geométricas e ainda, para diferentes amplitudes de excitação.

Referências

- ALPHIN, M. S.; SANKARANARAYANASAMY, K.; SIVAPIRAKASAM, S. P. Segmental vibration transmissibility of seated occupant from lumped parameter models. *JVC/Journal of Vibration and Control*, v. 18, n. 11, p. 1683–1689, 2012. Citado na página 6.
- BHISE, V. D. *Ergonomics in the Automotive Design Process*. [S.l.]: CRC Press, 2011. Citado na página 5.
- BOLZAN, H. *Dinâmica de um sistema usando estrutura de rigidez negativa para suspensão de assentos de veículos*. 11–40 p. Tese (Pós-graduação em Engenharia Mecânica) — Universidade Estadual Paulista, 2016. Citado 7 vezes nas páginas v, 15, 16, 17, 20, 21 e 34.
- GRIFFIN, M. J. Handbook of human vibration. In: . [S.l.]: London: Academic Press Limited, 1990. p. 988. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 7.
- INMAN, J. D. *Engineering Vibration*. Englewood Cliffs, New Jersey: [s.n.], 1994. Citado na página 11.
- International Standard ISO 2631. *Guide for evaluation of human exposure to whole-body vibration*. [S.l.], 1997. 2–7 p. Citado 11 vezes nas páginas iii, iv, v, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 21 e 53.
- KROEMER, K.H.E.; KROEMER, H.B.; KROEMER-ELBERT, K. Ergonomics – how to design for ease and efficiency. In: . [S.l.]: Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1994. p. 766. Citado 2 vezes nas páginas viii e 6.
- LE, T. D.; AHN, K. K. A vibration isolation system in low frequency excitation region using negative stiffness structure for vehicle seat. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 330, n. 26, p. 6311–6335, 2011. Citado 3 vezes nas páginas v, 14 e 15.
- MORLIN, F. 44–47 p. Graduação em Engenharia Mecânica — Universidade Tecnológica do Paraná, title = Análise da dinâmica de um veículo fora de estrada, 2017. Citado 2 vezes nas páginas viii e 29.
- PADDAN, G. S.; GRIFFIN, M. J. Evaluation of whole-body vibration in vehicles. *Journal of Sound and Vibration*, v. 253, n. 1, p. 195–213, 2002. Citado na página 8.
- PAULA, A.; SAVI, M. *Vibrações Mecânicas*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 2017. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 10.
- PIERSOL, A. G.; HARRIS, C. M. *Shock and Vibration Handbook*. [S.l.]: cGraw Hill Higher Education, 1976. Citado na página 12.

PLATUS, D. L. Negative-stiffness-mechanism vibration isolation systems. *Vibration Control in Microelectronics, Optics, and Metrology*, v. 1619, n. February 1992, p. 44–54, 1992. Citado 2 vezes nas páginas v e 14.