

PROJETO DE GRADUAÇÃO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS EFEITOS NÃO LINEARES NO CONTROLE ATIVO DE RUÍDO EM DUTOS

Por,

Guilherme Mendes Santana

Brasília, 16 de dezembro de 2020

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DOS EFEITOS NÃO LINEARES NO CONTROLE ATIVO DE RUÍDO EM DUTOS

Por,

Guilherme Mendes Santana

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico

Banca Examinadora

Prof. Roberto F. B. Miserda, UnB/ENM (orientador) _____

Prof. Adriano Todorovic Fabro, UnB/ENM (coorientador) _____

Prof. Bráulio Gutierrez Pimenta, UnB/ENM _____

Dra. Ana Luisa Pereira Maldonado, Arup Group Limited _____

Brasília 16 de dezembro de 2020

Resumo

Turbofans com alta razão de bypass são os principais motores utilizados em aeronaves modernas, e são responsáveis por uma parcela significativa do ruído gerado pelas aeronaves. Em geral, o ruído de banda larga emitido pelo fan é atribuído aos efeitos turbulentos das camadas limite e das esteiras de vorticidade. No entanto, resultados de trabalhos realizados no Laboratório de Aeroacústica Computacional da Universidade de Brasília indicam que há pelo menos uma parcela do ruído de banda larga que não é relacionada aos efeitos de camada limite. Desta forma, o objetivo deste trabalho é investigar se os efeitos não lineares, associados às grandes oscilações de pressão, fazem com que o ruído resultante da interação entre ondas sonoras de grande intensidade adquira uma componente de banda larga. Neste trabalho, três tipos de interação entre ondas sonoras foram estudados. Inicialmente foram feitas simulações de ondas estacionárias que se formam dentro de um ressonador unidimensional. Em seguida foram feitas simulações de controle ativo de ruído através da interação de duas ondas estacionárias e, por fim, foram feitas simulações da interação de ondas sonoras emitidas continuamente dentro de um duto unidimensional fechado. Para as simulações, foi utilizado um método de discretização em volumes finitos com uma metodologia de fronteira imersa móvel para resolver as equações de Euler para um escoamento compressível, em que os fluxos são calculados com um esquema de interpolação de quarta ordem e a integração temporal é feita com um método de Runge-Kutta de terceira ordem. Para simular adequadamente a geração de ondas sonoras através do movimento de um pistão, foi necessário adaptar o método de fronteira imersa utilizado, para que o deslocamento da fronteira influencie o escoamento em todos os passos de tempo, e não apenas quando a fronteira se desloca de um volume de controle para outro. Os resultados mostraram que, apesar dos efeitos não lineares, o ruído resultante da interação entre as ondas sonoras permanece tonal para frequências na banda de audição humana.

Palavras-chaves: Dinâmica dos fluidos computacional. Aeroacústica computacional. Acústica não linear. Controle ativo de ruído.

Abstract

High bypass ratio turbofans are the most used propulsion system in modern aircraft and are responsible for a significant part of the aircraft noise. The broadband noise is usually associated with the turbulent effects of the boundary layers and vorticity wakes. However, the results of research from the Computational Aeroacoustics Laboratory in the University of Brasilia show that there is at least a part of the broadband noise that cannot be explained by the boundary layer effects. Thus, the objective of this work is to investigate if the nonlinear effects associated with the large pressure fluctuations cause the appearance of a broadband component in the noise that results from the interaction of finite-amplitude sound waves. This work is composed of three parts, which consist of different types of interactions between sound waves. The first part consists of the simulation of sound waves that interact inside an acoustic resonator and form a standing wave. The second consists of the simulation of the noise cancelation due to the interaction of two standing waves with opposing phases. The third part consists of the simulation of the continuous emission of sound waves into the resonator. These simulations use a moving-body immersed boundary method to solve the time-dependent, compressible, one-dimensional Euler equations. The domain discretization uses a finite volumes method, with fluxes calculated with fourth-order precision in space, and the time marching process consists of a third-order Runge-Kutta scheme. To properly simulate the waves generated by an oscillating piston, it was necessary to implement a change in the immersed boundary method to capture the movement of the boundary inside the control volumes. The results showed that there is no change from tonal to broadband noise due to the nonlinear effects for frequencies within the human hearing range.

Key-words: Computational fluid dynamics. Computational aeroacoustics. Nonlinear acoustics. Active sound control.

Lista de Figuras

Figura 1 – Deformação da onda para diferentes distâncias da fonte, retirada de Enflo e Hedberg (2002)	10
Figura 2 – Campo de velocidades dentro do ressonador para diferentes instantes de tempo, retirada de Enflo e Hedberg (2002)	11
Figura 3 – Velocidade em função do tempo em diferentes posições dentro do ressonador, retirada de Enflo e Hedberg (2002)	12
Figura 4 – Volumes de controle (a): tridimensional; (b): bidimensional; (c): unidimensional	16
Figura 5 – Volume de controle V_i com os vetores normais $\mathbf{S}_{i+\frac{1}{2}}$ e $\mathbf{S}_{i-\frac{1}{2}}$ em preto e volumes de controle adjacentes, V_{i+1} e V_{i-1} , em linha pontilhada e cinza	17
Figura 6 – Volumes para o cálculo das derivadas. O volume V_p ao redor da superfície $S_{i+\frac{1}{2}}$ é representado pelas linhas tracejadas.	21
Figura 7 – Malha cartesiana regular com o volume de isolamento (cinza), o volume de fronteira (azul), a parede com o vetor normal (vermelho) e os volumes internos ao ressonador, V_{i+1} até V_{i+4}	24
Figura 8 – Movimento da fronteira dentro do volume de controle ao longo do tempo.	25
Figura 9 – Malha cartesiana regular com o volume de isolamento (cinza), o volume de fronteira (azul), a parede com o vetor normal (vermelho), o volume externo ao ressonador, V_{i-2} , e os volumes internos ao ressonador, V_{i+1} até V_{i+6}	26
Figura 10 – Configuração do domínio computacional	29
Figura 11 – Posição das sondas	30
Figura 12 – Distribuição de pressão no tubo de choque 12a: antes da reflexão da onda de choque; 12b: depois da reflexão da onda de choque	34
Figura 13 – Reflexão de uma onda sonora em uma parede posicionada em $x = 2.0$	36
Figura 14 – Onda N com diferentes valores de dissipação. A região da figura 15 está circulada.	38
Figura 15 – Aproximação da região do salto de pressão da onda N com diferentes valores de dissipação.	38

Figura 16 – Nível de pressão sonora (SPL) em função da amplitude do movimento da fronteira	40
Figura 17 – Formato da onda para $t = 0,01$ s	40
Figura 18 – Formato da onda para $t = 0,05$ s	41
Figura 19 – Formato da onda para $t = 0,15$ s	41
Figura 20 – Nível de pressão sonora (SPL) em função da amplitude do movimento da fronteira	42
Figura 21 – Pressão em função do tempo para diferentes distâncias da parede	43
Figura 22 – Pressão em função do tempo para diferentes amplitudes da parede	44
Figura 23 – Distribuição de pressão em diferentes passos de tempo (n) durante o período em que a onda estacionária ainda não se estabeleceu.	45
Figura 24 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.005$ s e $t = 0.01$ s	46
Figura 25 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0,2$ s e $t = 0.205$ s.	46
Figura 26 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.8$ s e $t = 0.805$ s	47
Figura 27 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 1	48
Figura 28 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 2	49
Figura 29 – Distribuição de pressão em diferentes instantes de tempo t durante um período τ_0 da onda estacionária.	50
Figura 30 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.005$ s e $t = 0.01$ s.	51
Figura 31 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.06$ s e $t = 0.065$ s.	52
Figura 32 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.2$ s e $t = 0.205$ s.	52
Figura 33 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.8$ s e $t = 0.805$ s.	53
Figura 34 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 1	54
Figura 35 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 1	55
Figura 36 – Distribuição de pressão, $t = t_0$	56
Figura 37 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	56
Figura 38 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	57
Figura 39 – Distribuição de velocidade, $t = t_0$	57
Figura 40 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	58
Figura 41 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	58
Figura 42 – Distribuição de pressão, $t = t_0$	59
Figura 43 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	60
Figura 44 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	60
Figura 45 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$	61
Figura 46 – Distribuição de velocidade, $t = t_0$	61
Figura 47 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	62
Figura 48 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	62
Figura 49 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$	63

Figura 50 – Distribuição de pressão, $t = t_0$	64
Figura 51 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	64
Figura 52 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	65
Figura 53 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$	65
Figura 54 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$	66
Figura 55 – Distribuição de pressão, $t = t_0$	66
Figura 56 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	67
Figura 57 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	67
Figura 58 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$	68
Figura 59 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$	68
Figura 60 – Distribuição de pressão, $t = t_0$	69
Figura 61 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	70
Figura 62 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	70
Figura 63 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$	71
Figura 64 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$	71
Figura 65 – Distribuição de velocidade, $t = t_0$	72
Figura 66 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$	72
Figura 67 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$	73
Figura 68 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$	73
Figura 69 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$	74
Figura 70 – Nível de Pressão sonora (SPL) em função da amplitude	75
Figura 71 – Evolução do campo de pressão ao longo do tempo até o cancelamento, amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ m	76
Figura 72 – Pressão em função do tempo, amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ m	76
Figura 73 – Transformada de Fourier do sinal de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-8}$ m	77
Figura 74 – Diagrama de Fases, Amplitude $1,0 \times 10^{-8}$ m	78
Figura 75 – Diagrama de Poincaré, Amplitude $1,0 \times 10^{-8}$ m	78
Figura 76 – Evolução do campo de pressão ao longo do tempo até o cancelamento, amplitude de $1,0 \times 10^{-4}$ m	79
Figura 77 – Pressão em função do tempo, amplitude de $1,0 \times 10^{-4}$ m	79
Figura 78 – Transformada de Fourier do sinal de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m	80
Figura 79 – Diagrama de Fases, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m	81
Figura 80 – Diagrama de Poincaré, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m	81
Figura 81 – Transformada de Fourier do sinal de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m	82
Figura 82 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	83
Figura 83 – Transformada de Fourier do sinal de pressão	84
Figura 84 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	85
Figura 85 – Transformada de Fourier do sinal de pressão	86
Figura 86 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	87
Figura 87 – Transformada de Fourier do sinal de pressão	88
Figura 88 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	89

Figura 89 – Transformada de Fourier do sinal de pressão	90
Figura 90 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	91
Figura 91 – Transformada de Fourier do sinal de pressão	92
Figura 92 – Transformada de Fourier do sinal de pressão	93
Figura 93 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	95
Figura 94 – Transformada de Fourier do sinal da pressão	96
Figura 95 – Envelope de oscilação de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-3}$ m	97
Figura 96 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	98
Figura 97 – Transformada de Fourier do sinal da pressão	99
Figura 98 – Pressão em função do tempo, Amplitude $1,0 \times 10^{-3}$ m	100
Figura 99 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes	101
Figura 100 – Transformada de Fourier do sinal da pressão	102

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Comparação entre os resultados analíticos e os resultados numéricos . . .	35
Tabela 2 – Coeficientes de Dissipação	39

Lista de abreviaturas e siglas

caalab Laboratório de Aeroacústica Computacional

VAT *Virtual Aeroacoustic Tunnel*

VC Volume de controle

SC Superfície de controle

Lista de símbolos

a	Velocidade de propagação do som
b	Parâmetro que reúne os efeitos dissipativos
c_p	Calor específico a pressão constante
c_v	Calor específico a volume constante
d	Operador de dissipação artificial em uma face do volume de controle
\mathcal{D}	Soma dos operadores de dissipação artificial atuando em um volume de controle
e	Energia interna por unidade de massa
e_T	Energia total por unidade de massa
\mathbf{E}	Vetor de fluxo na direção x
\mathbf{f}	Pseudo força
f	Frequência
F	Vetor de fluxo
\mathbf{i}	Vetor unitário normal na direção x
$K^{(n)}$	Constante de calibração da dissipação artificial
L	Comprimento característico
M	número de Mach
\mathbf{n}	Vetor unitário na direção normal
p	Pressão
q_s	Vazão volumétrica
ρ	Massa específica
R	Constante do gás

R	Vetor de pseudo força e pseudo aceleração
S	Vetor de superfície
<i>S</i>	Módulo do vetor de superfície
<i>SPL</i>	Nível de pressão sonora
<i>T</i>	Temperatura
<i>t</i>	tempo
<i>u</i>	Velocidade na direção <i>x</i>
U	Vetor de variáveis conservativas
V	Vetor velocidade
<i>V</i>	Volume
<i>x</i>	Coordenada especial

Símbolos gregos

δ	Distância entre o ponto de fronteira e a superfície $S_{i-\frac{1}{2}}$
Δt	Passo de tempo
$\epsilon^{(n)}$	Coefficiente de dissipação artificial de ordem <i>n</i>
κ	Condutividade térmica
Ψ	Sensor de dissipação
γ	Razão entre os calores específicos
Π	Tensor de fluxo
Φ	Potencial de velocidade
μ	Viscosidade dinâmica
η	Viscosidade cinemática
ζ	Viscosidade expansional
τ	Tensor de tensões viscosas
τ	Período da onda estacionária
λ	Comprimento de onda
ω	Frequência angular

Subscritos e sobrescritos

n	Direção normal, Passo de tempo
b	Valor da propriedade na fronteira
∞	Propriedade dimensional do escoamento de referência
$*$	Propriedade dimensional, Propriedade interpolada dentro do volume de controle
$'$	Flutuação da propriedade
0	Propriedade do fluido não perturbado

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Organização do Relatório	2
2	FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA	3
2.1	Velocidade do Som	3
2.2	Nível de Pressão Sonora	4
2.3	Acústica Linear	5
2.3.1	Equação da onda linear	5
2.3.2	Ondas estacionárias lineares	6
2.3.2.1	Ressonador acústico	7
2.3.3	Cancelamento	7
2.4	Acústica não Linear	8
2.4.1	Equação da onda não linear	8
2.4.1.1	Deformação das ondas sonoras	9
2.4.2	Ondas estacionárias não lineares	10
3	MÉTODO NUMÉRICO	13
3.1	Equações Governantes	13
3.2	Discretização em Volumes Finitos	16
3.3	Interpolação nas Superfícies dos Volumes de Controle	18
3.4	Dissipação Artificial	19
3.4.1	Cálculo das derivadas	20
3.5	Integração Temporal	21
3.5.1	Estabilidade do método - Número de CFL	21
3.6	Condições de Contorno	22
3.6.1	Fronteira imersa móvel	22
3.6.2	Limites do domínio	27

4	METODOLOGIA DE TRABALHO	28
4.1	Ondas Sonoras Planas	28
4.2	Ondas Estacionárias	28
4.3	Cancelamento do Ruído	30
4.4	Interação de Ondas Sonoras	31
4.5	Descrição do Movimento das Paredes	31
4.6	Parâmetros das Simulações	31
5	RESULTADOS	33
5.1	Tubo de Choque	33
5.2	Reflexão da Onda em uma Parede	36
5.3	Calibração da Dissipação Artificial	37
5.4	Ondas Planas	39
5.4.1	Imposição da velocidade da parede com uma função senoidal	39
5.4.2	Imposição da velocidade da parede com uma função senoidal ao cubo	42
5.5	Onda Estacionária Linear	44
5.6	Onda Estacionária não Linear	51
5.6.1	Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.0105$ s	55
5.6.2	Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.0505$ s	59
5.6.3	Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.0755$ s	63
5.6.4	Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.2255$ s	69
5.7	Cancelamento em um Duto com Comprimento Igual a 10 Comprimentos de Onda	74
5.7.1	Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,00001 mm	75
5.7.2	Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,1 mm	78
5.8	Cancelamento em um Duto com Comprimento Igual a 9 Comprimentos de Onda	82
5.9	Cancelamento em um Duto com Comprimento Igual a 1 Comprimento de Onda	82
5.9.1	Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,00001 mm	83
5.9.1.1	Cancelamento após a interação de 1 par de ondas estacionárias	83
5.9.1.2	Cancelamento após a interação de 100 pares de ondas estacionárias	84
5.9.2	Movimento dos pistões com amplitude igual a 1 mm	86
5.9.2.1	Cancelamento após a interação de 1 par de ondas estacionárias	86
5.9.2.2	Cancelamento após a interação de 10 pares de ondas estacionárias	88
5.9.2.3	Cancelamento após a interação de 100 pares de ondas estacionárias	90
5.10	Sobreposição de Ondas Sonoras	93
5.10.1	Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,00001 mm	94
5.10.2	Movimento dos pistões com amplitude igual a 1 mm	96
5.10.3	Cancelamento após a interação de 2500 pares de ondas estacionárias	99

	6 CONCLUSÕES	103
6.1	Trabalhos Futuros	104
	REFERÊNCIAS	106

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

Apesar de a aviação ser uma atividade econômica extremamente importante, há uma série de impactos ambientais decorrentes do aumento do tráfego de aeronaves, e a poluição sonora é um dos fatores com maior impacto sobre a saúde física e mental das pessoas que moram ou trabalham em locais próximos a aeroportos. Desta forma, as agências reguladoras de diferentes países incluem análises de ruído nos processos de certificação das aeronaves e, ao longo do tempo, o limite de ruído admissível tem sido reduzido sistematicamente. Dessa forma, há uma grande demanda no mercado aeronáutico por novas estratégias de redução do ruído das aeronaves. Para que estas estratégias sejam definidas, no entanto, é fundamental entender quais são as fontes de ruído nas aeronaves.

Os turbofans de alta razão de bypass são amplamente utilizados como propulsores das aeronaves de carga e de passageiros modernas, e o principal elemento propulsor desses turbofans é o fan, composto por um rotor e um estator e envolvidos por uma nacelle. De acordo com [Berton, Envia e Burley \(2009\)](#), o ruído gerado pelo fan será a principal fonte de ruído das aeronaves da próxima geração, denominada N+1 pela NASA, em todas as etapas do voo avaliadas durante o processo de certificação. O ruído tonal gerado pelo fan dos turbofans é geralmente atribuído aos modos cut-on de interação rotor-estator, enquanto o ruído de banda larga é atribuído aos efeitos viscosos associados à camada limite e à interação entre as esteiras de vorticidade, geradas pelas pás do rotor e as pás do estator, como afirmam [Joseph, Britchford e Loheac \(2003\)](#) e [Patel, Novak e Defoe \(2016\)](#), por exemplo.

No entanto, trabalhos realizados no Laboratório de Aeroacústica Computacional (caalab) da Universidade de Brasília, indicam que há uma parcela significativa do ruído de banda larga que não tem origem nos efeitos viscosos, já que resultados de simulações da interação rotor-estator com as equações de Euler têm ruído de banda larga. [Maldonado \(2012\)](#), por exemplo, obteve resultados para o ruído de banda larga, através de simulações sem camada limite, compatíveis com dados experimentais. A partir disso e tendo em vista que o escoamento na região próxima ao rotor e as ondas sonoras provocadas por este escoamento são fortemente não lineares, foi formulada a hipótese que a interação entre ondas sonoras não lineares pode resultar em um ruído de banda larga.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é investigar numericamente, com as equações de Euler para um escoamento compressível, a interação entre ondas sonoras unidimensionais e, mais especificamente, se os efeitos não lineares associados às grandes oscilações de pressão provocam o aparecimento de uma componente de banda larga no ruído resultante destas interações. Além das ondas não lineares, é necessário simular também a interação entre ondas sonoras lineares, para que os resultados possam ser comparados.

Um outro objetivo deste trabalho é implementar uma alteração no método de fronteira imersa móvel utilizado para aplicar as condições de contorno. Isto é necessário porque o ruído é gerado nas simulações através do movimento oscilatório de uma fronteira imersa no fluido, mas a amplitude deste movimento é pequena o suficiente para que a fronteira permaneça dentro do mesmo volume de controle durante vários passos de tempo (neste trabalho, são feitas simulações com amplitudes de oscilação entre $1,0 \times 10^{-8}$ e $1,0 \times 10^{-3}$ metros, e o tamanho do volume de controle é $\Delta x = 3,32 \cdot 10^{-4}$ metros). Como o método original utiliza apenas os valores médios dentro do volume de controle para aplicar as condições de contorno, é necessário adaptar o método para que o deslocamento influencie o escoamento em todos os passos de tempo.

1.3 Organização do Relatório

Este relatório está organizado em seis capítulos. O capítulo 1 apresenta a motivação para o trabalho, os objetivos e a descrição do relatório. O capítulo 2, traz uma introdução aos conceitos básicos de acústica, com ênfase nas diferenças entre a acústica linear e a acústica não linear. Neste capítulo também há uma explicação teórica da forma utilizada neste trabalho para obter as ondas estacionárias e o cancelamento de ruído, a partir da acústica linear.

O capítulo 3 traz uma descrição do método numérico utilizado, com uma explicação detalhada da modificação feita no método de fronteira imersa. O capítulo 4, por sua vez, apresenta a metodologia de trabalho, com uma descrição dos diferentes casos de interação entre ondas sonoras estudados, das estratégias de simulação utilizadas para cada caso, das diferentes formas de imposição do movimento das paredes e dos parâmetros utilizados nas simulações.

O capítulo 5, por sua vez, apresenta os resultados obtidos nos estudos sobre ondas sonoras e as análises feitas para verificar o método numérico utilizado e a adaptação do método de fronteira imersa. O capítulo 6 traz uma discussão sobre os resultados obtidos e propostas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS DE ACÚSTICA

Como explicam [Enflo e Hedberg \(2002\)](#), o estudo da propagação do som através de uma perspectiva da mecânica dos fluidos teve início no século XVIII, com Leonhard Euler, que utilizou a equação linear obtida por d'Alembert para vibração de cordas. A acústica linear é capaz de descrever corretamente uma quantidade enorme de fenômenos acústicos, desde que a amplitude da flutuação de pressão seja infinitesimal, isto é, pequena se comparada com a pressão do fluido em repouso.

Quando a amplitude é finita (não infinitesimal), é necessário utilizar equações não lineares para estudar a propagação do som. Os fenômenos acústicos não lineares são conhecidos desde o século XVIII, e foram estudados por diversos pesquisadores, como Lagrange (1761), Euler (1766), Poisson (1808), mas os avanços mais concretos ocorreram no século XIX, com os trabalhos de Airy (1849), Earnshaw (1858, 1860) e Riemann (1860), além dos estudos de Rankine e Hugoniot sobre ondas de choque. No século XX, mais avanços foram feitos, com a formulação e a solução das principais equações da acústica não linear, como a equação de Kuznetsov, que pode ser vista como uma generalização da equação de d'Alembert para incluir termos não lineares e dissipativos. Simplificações da equação de Kuznetsov resultam na equação de Burgers, se os termos não lineares e dissipativos forem pequenos, e na equação de Riemann, se os efeitos dissipativos forem desprezados.

2.1 Velocidade do Som

A velocidade do som é um dos principais parâmetros em um escoamento compressível, já que é a velocidade com que as perturbações, como uma onda sonora, se propagam no fluido. Como é explicado por [Liepmann e Roshko \(2009\)](#), a velocidade de propagação do som, a , depende da compressibilidade do meio, e é dada por

$$a = \left(\frac{dp}{d\rho} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.1)$$

Para determinar a velocidade do som, portanto, é necessário fazer uma hipótese a respeito do processo termodinâmico pelo qual o fluido passa durante a propagação das perturbações. Assim, será feita a hipótese de que o processo é isentrópico, válida se as flutuações induzidas pela propagação do som forem pequenas o suficiente, e o ar é considerado um gás ideal termicamente e caloricamente perfeito. Com isso, a relação entre pressão e massa específica é dada por

$$p = cte \rho^\gamma, \quad (2.2)$$

isto é, a pressão é proporcional à massa específica elevada à razão entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante $\gamma = \left(\frac{c_p}{c_v}\right)$. Isso implica que

$$a = \left(\gamma \frac{p}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.3)$$

A substituição da equação de estado para um gás ideal, $p = \rho R T$, na equação 2.3 resulta em

$$a = (\gamma R T)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.4)$$

A equação 2.4 mostra que a velocidade de propagação de perturbações infinitesimais, como ondas sonoras, em um gás ideal caloricamente perfeito depende do próprio gás, visto que γ e R são propriedades do gás, e da temperatura. Para o ar a uma temperatura de 300 K, a velocidade do som é aproximadamente 347 m/s.

2.2 Nível de Pressão Sonora

Uma forma de avaliar a intensidade do ruído em um ponto específico é através do nível de pressão sonora (em inglês, *Sound Pressure Level*), definido como

$$SPL = 20 \log \left(\frac{p'_{RMS}}{p'_{ref}} \right), \quad (2.5)$$

em que p'_{RMS} é a raiz quadrada da média do quadrado da flutuação de pressão (p'), isto é,

$$p'_{RMS} = \left[\frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0+\tau} [p'(t)]^2 dt \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.6)$$

em que t_0 é um instante de tempo inicial arbitrário e τ é um período, também arbitrário, ao longo do qual as flutuações de pressão foram medidas. Além disso, na equação 2.5, p'_{ref} é um valor de referência para a flutuação de pressão, baseado no limite inferior da capacidade auditiva humana. Para o ar, $p'_{ref} = 2,0 \cdot 10^{-5}$ Pa.

2.3 Acústica Linear

A acústica linear é o ramo da acústica que estuda os fenômenos físicos associados a ondas sonoras de amplitude baixa o suficiente para que a condição de escoamento homentrópico seja satisfeita. Um escoamento é dito homentrópico quando é isentrópico e a velocidade de propagação do som é constante. A hipótese de processo isentrópico também é utilizada para a determinação da velocidade do som mas, como mostra a equação 2.4, a velocidade de propagação do som em um gás depende da temperatura deste gás. Como a onda sonora é uma oscilação de pressão, e a pressão e a temperatura são diretamente relacionadas, por exemplo, através da equação de estado para um gás ideal, $p = \rho RT$, faz sentido que a temperatura, e conseqüentemente, a velocidade de propagação do som também variem com a passagem da onda sonora. Dessa forma, a hipótese de escoamento homentrópico, a rigor, é uma simplificação para facilitar os estudos. Apesar de ser apenas uma simplificação, a acústica linear tem diversas aplicações e é a ferramenta mais adequada para descrever o comportamento de ondas sonoras em diversas situações.

2.3.1 Equação da onda linear

A equação linear para a propagação de uma onda sonora em um fluido pode ser obtida a partir de uma linearização das equações de Euler, como é descrito por [Liepmann e Roshko \(2009\)](#). Para isso, as propriedades do fluido são escritas na forma $\rho = \rho_0 + \rho'$, $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}'$ e $p = p_0 + p'$, em que ρ_0 , \mathbf{v}_0 e p_0 são os valores médios, constantes, e ρ' , \mathbf{v}' e p' são as flutuações da massa específica, da velocidade e da pressão, respectivamente, de forma semelhante à utilizada para o estudo de turbulência. Além disso, para a propagação do som em um fluido na condição de estagnação, é possível dizer que $\mathbf{V}_0 = 0$. Para obter a equação de onda linear, também é necessário fazer a hipótese de que os termos de segunda ordem, que envolvem o produto de duas ou mais flutuações, são muito menores que os termos que envolvem apenas uma flutuação, isto é, $\rho_0 \mathbf{V}' \ll \rho' \mathbf{V}'$, por exemplo. Com esta linearização, é possível demonstrar que a equação de onda linear pode ser escrita como

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 p' = 0, \quad (2.7)$$

para a flutuação de pressão, ou como

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 \rho' = 0, \quad (2.8)$$

para a flutuação de massa específica, em que a é a velocidade de propagação do som, considerada constante e dada pela equação 2.4.

A equação da onda linear e a sua solução foram obtidas originalmente por d'Alembert, em um estudo sobre a propagação de ondas em cordas, como é explicado por [Liepmann](#)

e Roshko (2009). A solução geral para essa equação é

$$p'(x, t) = f(x - at) + g(x + at), \quad (2.9)$$

em que f e g são funções arbitrárias que representam ondas se propagando, respectivamente, no sentido positivo, com velocidade a , e no sentido negativo de x , com velocidade $-a$. As funções f e g dependem das condições iniciais e de contorno do problema.

2.3.2 Ondas estacionárias lineares

As ondas estacionárias resultam da interferência de ondas que se propagam em em direções contrárias, como é explicado por Nussenzveig (2014). Como a equação da onda (2.7) é linear e homogênea, vale o princípio da superposição, de modo que para duas ondas harmônicas p'_1 e p'_2 , que se propagam com frequência ω e comprimento de onda λ em sentidos contrários e com a mesma amplitude A , isto é,

$$p'_1 = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t\right) \quad (2.10a)$$

e

$$p'_2 = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \omega t\right), \quad (2.10b)$$

a onda sonora resultante da interação é dada por

$$p' = p'_1 + p'_2 = A \left[\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \omega t\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + \omega t\right) \right] = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t). \quad (2.11)$$

A equação 2.11 mostra que a onda sonora resultante é dada pelo produto de uma função do tempo e uma função da posição, de modo que a pressão oscila em todos os pontos do espaço com a mesma frequência e a mesma fase. A amplitude da oscilação depende da posição, mas todos os pontos atingem a flutuação de pressão máxima (em módulo) ao mesmo tempo. Dessa forma, as ondas estacionárias são os modos normais de vibração da coluna de ar em que as ondas sonoras se propagam. Os nós (ou nodos) da onda estacionária são definidos como os pontos em que a amplitude da oscilação é sempre nula, isto é, $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 0$. Os antinós (ou antinodos), de forma semelhante, são definidos como os pontos em que a amplitude da oscilação é máxima, isto é, $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 1$ ou $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = -1$. A posição dos nós e dos antinós depende do comprimento do tubo, do comprimento de onda e das condições de contorno nas extremidades dos tubos, mas a distância entre dois nós ou dois antinós consecutivos é sempre meio comprimento de onda, $\frac{\lambda}{2}$.

Neste trabalho, será estudada uma onda sonora estacionária formada em um tubo com as duas extremidades fechadas. Uma das duas extremidades oscila, para emitir uma onda sonora, e a outra reflete esta onda, de modo que no interior do tubo as ondas emitida e refletida interagem, formando uma onda estacionária. Neste caso, é necessário que o comprimento do tubo seja igual a um número inteiro de meios comprimentos de

onda, $l = N\frac{\lambda}{2}$. A condição de contorno para o fluido nas paredes é que a derivada da pressão na direção normal à parede é nula em todos os instantes de tempo, ou seja,

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = \frac{\partial \left(2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t) \right)}{\partial x} = -\frac{2A2\pi}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t) = 0 \iff \quad (2.12a)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 0. \quad (2.12b)$$

A equação 2.12b implica que há um antinó em cada extremidade da coluna de ar. Dessa forma, a posição dos nós pode ser determinada com a equação 2.11, fazendo $p'(x, t) = 0$ para $t \geq 0$, ou seja, $x = N\frac{\lambda}{4}$, em que N é um número inteiro ímpar. A posição dos antinós, por sua vez, pode ser determinada diretamente com a equação 2.12b, e é dada por $x = N\frac{\lambda}{4}$, em que N é um número inteiro par.

De forma análoga, a condição de contorno para a velocidade nas paredes é que a velocidade é nula, de modo que, para a velocidade, há um nó em cada parede. Dessa forma, as posições dos nós para a velocidade coincidem com as posições dos antinós para a pressão, e vice-versa.

2.3.2.1 Ressonador acústico

Quando a vibração de uma das paredes emite uma onda sonora dentro de um tubo fechado com comprimento igual a um número inteiro de meios comprimentos de onda, o duto pode ser considerado como um ressonador acústico que tem a frequência da onda emitida como um múltiplo de sua frequência fundamental. Para um duto de comprimento L , a frequência f do n -ésimo harmônico, ou seja, a n -ésima frequência natural do ressonador, é dada por

$$f = \frac{nv}{2L}, \quad (2.13)$$

em que v é a velocidade de propagação do som no interior do duto. Dessa forma, a onda estacionária formada pela oscilação de um pistão com frequência dada pela equação 2.13 com um n qualquer é o n -ésimo modo normal de vibração do ressonador.

2.3.3 Cancelamento

Neste trabalho, o cancelamento do ruído será obtido através da interação de duas ondas estacionárias com fases opostas. Supondo que a equação da onda linear é válida, esta interação é equivalente à superposição das ondas dadas pelas equações 2.10a e 2.10b com mais duas ondas, que também se propagam em direções contrárias, mas que tem fases opostas a p'_1 e p'_2 , dadas por

$$p'_3 = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - (\omega t + \pi)\right) \quad (2.14a)$$

e

$$p'_4 = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x + (\omega t + \pi)\right), \quad (2.14b)$$

o que resulta em

$$p'_c = p'_1 + p'_2 + p'_3 + p'_4 = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t) + 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t + \pi). \quad (2.15)$$

Como $\cos(\omega t + \pi) = -\cos(\omega t)$, a equação 2.15 resulta em

$$p'_c = 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t) - 2A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \cos(\omega t) \Rightarrow p'_c = 0. \quad (2.16)$$

Dessa forma, o ruído é totalmente cancelado através da interação entre quatro ondas sonoras, que se combinam duas a duas para formar duas ondas estacionárias em fases opostas.

2.4 Acústica não Linear

Apesar de a acústica linear ser adequada para diversos problemas, também existem várias situações em que a hipótese de que a propagação do som é isentrópica e com velocidade constante não é válida. Nestes casos, é necessário incluir na análise os efeitos não lineares, classificados por [Lighthill \(1956\)](#) em duas categorias: os efeitos de dissipação viscosa, condução de calor e outros efeitos associados ao tempo de relaxação dos graus de liberdade internos das partículas de gás; e os efeitos da amplitude finita da onda sonora. Devido à grande amplitude das oscilações de pressão, há também uma variação de temperatura e, conseqüentemente, da velocidade de propagação do som, que é maior na região de compressão e menor na região de expansão. Além disso, o campo de velocidades induzido pela passagem da onda sonora tem o mesmo sentido que a propagação da onda na região de compressão e o sentido contrário na região de expansão, de modo que este escoamento é responsável pelo transporte advectivo da onda sonora. Estes efeitos de amplitude grande provocam a deformação da onda sonora, porque os picos se propagam mais rapidamente que os vales. Neste trabalho, no entanto, os efeitos dissipativos não serão analisados.

2.4.1 Equação da onda não linear

Existem diversas formas de descrever o comportamento de ondas sonoras não lineares. Como explicam [Enflo e Hedberg \(2002\)](#), equação geral não linear para a propagação de uma onda em um fluido é a equação de Kuznetsov, dada por

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - a_0^2 \nabla^2 \Phi = \frac{\partial}{\partial t} \left[(\nabla \Phi)^2 + \frac{1}{2a_0^2} (\gamma - 1) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 + \frac{b}{\rho_0} \nabla^2 \Phi \right]. \quad (2.17)$$

Para obter a equação 2.17, é necessário fazer a hipótese de que o escoamento é irrotacional, isto é,

$$\nabla \times \mathbf{V} = \mathbf{0}, \quad (2.18)$$

de modo que o campo de velocidades pode ser escrito como o gradiente de um potencial escalar Φ ,

$$\mathbf{V} = -\nabla\Phi. \quad (2.19)$$

Na equação (2.17), portanto, Φ é o potencial de velocidade, a_0 é a velocidade de propagação do som, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ é a razão entre os calores específicos, e b é um parâmetro que reúne todos os efeitos viscosos e de condução de calor, dado por

$$b = \kappa \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) + \frac{4}{3}\eta + \zeta, \quad (2.20)$$

em que κ é a condutividade térmica, η é a viscosidade dinâmica e ζ é a viscosidade expansional.

É possível observar que o lado esquerdo da equação 2.17 é semelhante ao lado esquerdo da equação de d'Alembert, 2.7, com um termo transiente, $\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}$, e um termo de transporte advectivo, $a_0^2\nabla^2\Phi$. No lado direito da equação de Kuznetsov, no entanto, aparecem dois termos não lineares de segunda ordem, o advectivo, $(\nabla\Phi)^2$, e o transiente, $\frac{1}{2a_0^2}(\gamma - 1)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2$, que envolvem as derivadas ao quadrado, e um termo dissipativo, $\frac{b}{\rho_0}\nabla^2\Phi$.

Para o caso em que todos os termos não lineares e dissipativos do lado direito podem ser desprezados, a equação de Kuznetsov se reduz à equação de d'Alembert, 2.7, escrita para o potencial de velocidade.

2.4.1.1 Deformação das ondas sonoras

A equação de Kuznetsov e outras equações de onda não lineares para casos particulares, como a equação de Riemann, descrevem a deformação da onda sonora ao longo do tempo, e algumas são capazes até mesmo de capturar a formação das ondas de choque, de modo que é possível utilizar estas equações para calcular, por exemplo, a distância da fonte em que as ondas de choque se estabelecem. A figura 1, retirada de [Enflo e Hedberg \(2002\)](#), mostra a deformação de uma onda sonora, inicialmente dada por $V_0 = -\sin\theta$, para diferentes distâncias de propagação, até a formação de ondas de choque. Nesta figura, é possível observar que os picos se propagam mais rapidamente que os vales e, eventualmente, a onda senoidal se transforma em uma onda com formato de dente de serra.

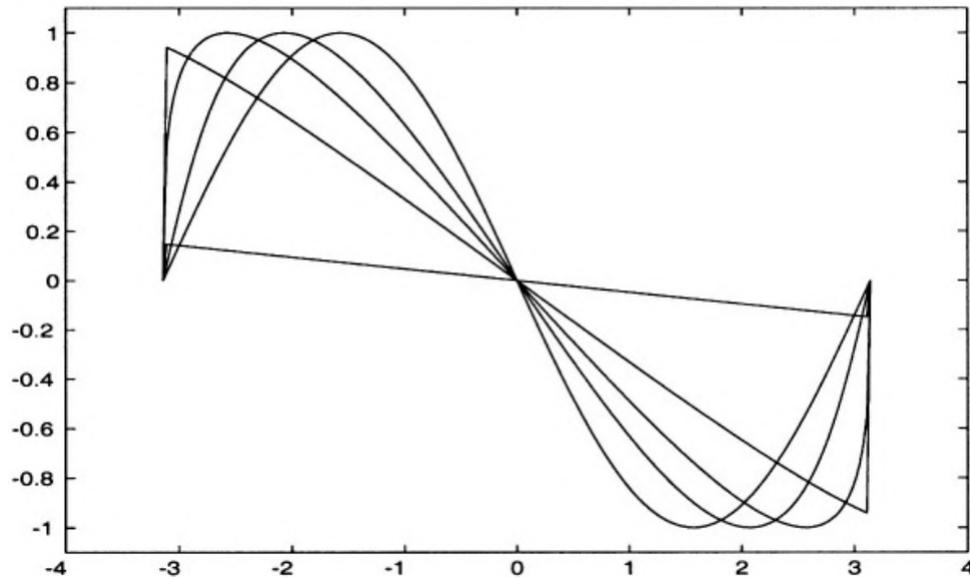


Figura 1 – Deformação da onda para diferentes distâncias da fonte, retirada de [Enflo e Hedberg \(2002\)](#)

2.4.2 Ondas estacionárias não lineares

[Enflo e Hedberg \(2002\)](#) apresentam uma solução para a onda estacionária em um meio dissipativo dentro de um ressonador acústico, provocada pela oscilação de um pistão com uma frequência igual à primeira frequência de ressonância do ressonador, a partir da equação de Kuznetsov, 2.17. Para resolver o problema, uma forma da equação de Kuznetsov é obtida para o regime permanente, em que a energia fornecida pelo pistão oscilatório é igual à energia perdida pelos efeitos não lineares e pela dissipação. A equação resultante é resolvida pelo método das perturbações.

A figura 2 mostra a amplitude da onda em função da distância do pistão, ao longo do ressonador, para diferentes instantes de tempo ao longo de um período.

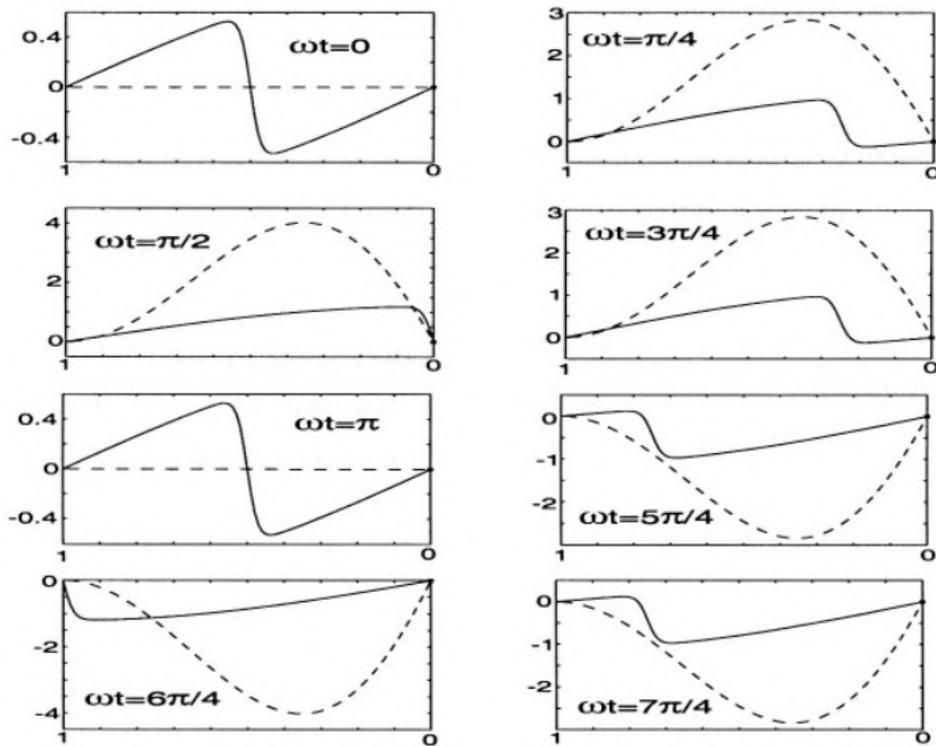


Figura 2 – Campo de velocidades dentro do ressonador para diferentes instantes de tempo, retirada de [Enflo e Hedberg \(2002\)](#)

A figura 3, por sua vez, mostra a velocidade em função do tempo em diferentes posições dentro do ressonador acústico.

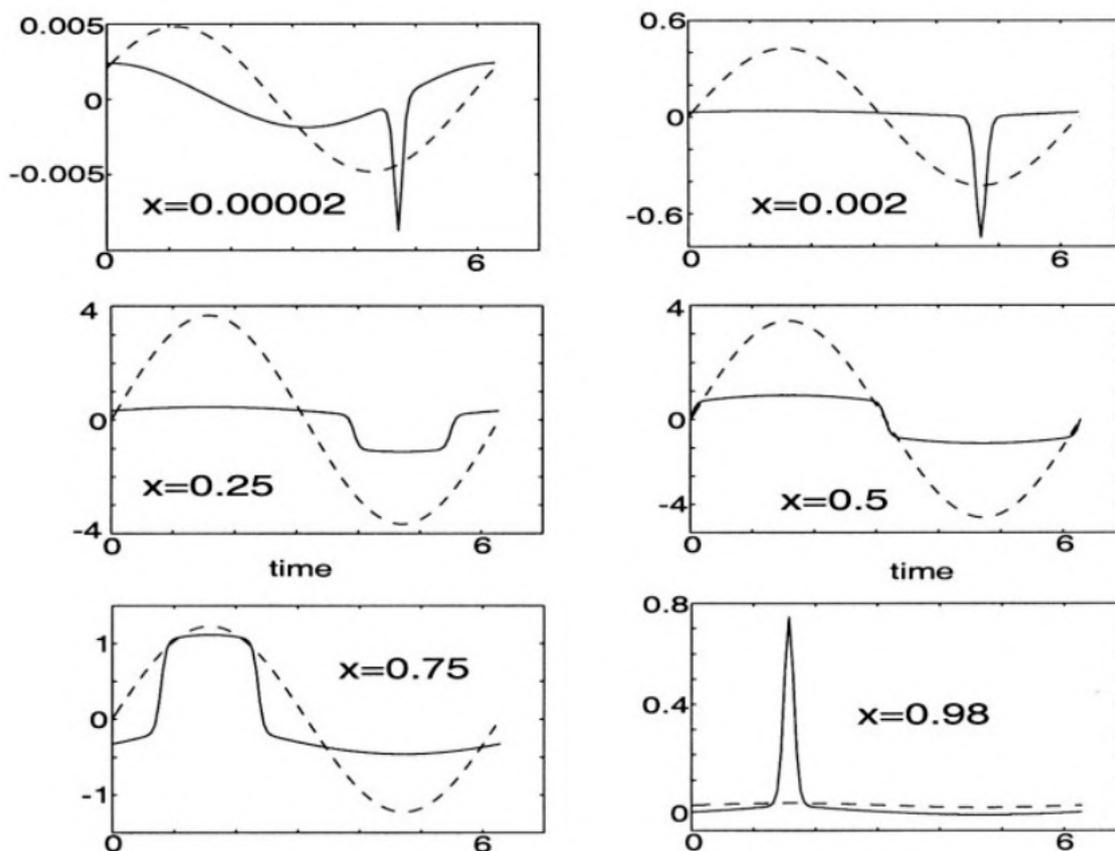


Figura 3 – Velocidade em função do tempo em diferentes posições dentro do ressonador, retirada de [Enflo e Hedberg \(2002\)](#)

Nas figuras 2 e 3, as linhas contínuas são os resultados da solução não linear e as linhas tracejadas são os resultados da solução linear correspondente.

3 MÉTODO NUMÉRICO

Neste trabalho, será utilizado um método de volumes finitos com fronteira imersa móvel desenvolvido no Laboratório de Aeroacústica Computacional (caalab) da Universidade de Brasília e implementado em linguagem Fortran no código *Virtual Aeroacoustic Tunnel*, (VAT). O método é composto por uma metodologia de fronteira imersa móvel para calcular as condições de contorno nas paredes, uma interpolação de quarta ordem para calcular as propriedades sobre as faces dos volumes e uma integração numérica explícita com um método de Runge-Kutta de terceira ordem para a marcha temporal. [Mendonça \(2004\)](#) e [Pimenta \(2016\)](#) apresentam uma descrição deste método.

3.1 Equações Governantes

Como o objetivo deste trabalho é estudar a geração e propagação de ondas sonoras não lineares no ar, é necessário definir as equações utilizadas para modelar o problema. Como foi explicado na seção [2.4.1](#), existem diversas formas de descrever a propagação de ondas sonoras não lineares, como a equação de Kuznetsov, [2.17](#). No entanto, estas equações de onda, em geral, são formas simplificadas das equações de Navier-Stokes para um escoamento compressível. Dessa forma, neste trabalho serão utilizadas as equações de Euler para um escoamento compressível unidimensional para modelar o fluido, de modo que a única hipótese simplificadora é que os termos viscosos e de condução de calor são desprezíveis. Este sistema de equações, adimensionalizado, é formado pela equação da continuidade,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u)}{\partial x} = 0, \quad (3.1)$$

em que ρ é a massa específica e u é a velocidade, pela equação da quantidade de movimento linear,

$$\frac{\partial (\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u u)}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho f_x, \quad (3.2)$$

em que p é a pressão e f_x é uma força de campo, e pela equação da energia,

$$\frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u e_t)}{\partial x} = \frac{\partial (p u)}{\partial x} + \rho u f_x, \quad (3.3)$$

em que a energia total por unidade de massa, e_t é igual à soma da energia interna por unidade de massa com a energia cinética por unidade de massa,

$$e_t = e + \frac{u^2}{2}. \quad (3.4)$$

Para completar o sistema de equações, são utilizadas as equações constitutivas para um gás ideal e caloricamente perfeito,

$$p = (\gamma - 1) \rho e \quad (3.5)$$

e

$$T = \frac{\gamma M_\infty^2 p}{\rho}, \quad (3.6)$$

em que o número de Mach de referência, M_∞ é dado por

$$M_\infty = \frac{U_\infty}{\sqrt{\gamma R T_\infty}}, \quad (3.7)$$

em que $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ é a razão entre os calores específicos a pressão constante e a volume constante.

Para facilitar a solução numérica, estas equações estão escritas na forma adimensional de acordo com a proposta apresentada por [Anderson, Tannehill e Pletcher \(1997\)](#), segundo o qual as variáveis adimensionais são escritas como

$$\begin{aligned} x &= \frac{x^*}{L} & u &= \frac{u^*}{U_\infty} & t &= \frac{t^*}{L/U_\infty} & \rho &= \frac{\rho^*}{\rho_\infty} \\ p &= \frac{p^*}{\rho_\infty U_{infly}^2} & e &= \frac{e^*}{U_{infly}^2} & T &= \frac{T^*}{T_\infty} & f &= \frac{f^*}{\rho_\infty U_{infly}^2 L} \end{aligned}$$

em que L é o comprimento de referência, U_∞ é a velocidade dimensional de referência, os demais termos com o subscrito ∞ são as propriedades dimensionais do escoamento não perturbado e os termos com sobrescrito $*$ são as variáveis dimensionais.

A variação de entropia de um gás termicamente e caloricamente perfeito é dada por

$$s - s_0 = c_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - R \ln \left(\frac{p}{p_0} \right), \quad (3.9)$$

em que s , T e p são a entropia, a temperatura e a pressão ao fim do processo termodinâmico, s_0 , T_0 e p_0 são as mesmas propriedades no início do processo, c_p é o calor específico a pressão constante e R é a constante do gás. Como apenas a variação de entropia é relevante, é possível definir que $s_0 = 0$ quando $p = p_0$ e $T = T_0$. Para escrever a equação na forma adimensional, a entropia adimensional será definida como

$$s = \frac{s^*}{c_v}, \quad (3.10)$$

em que s^* é a entropia dimensional e c_v é o calor específico a volume constante do gás. Esta escolha de adimensionalização foi feita porque não há um valor de entropia de referência disponível. Com isso, a equação da entropia na forma adimensional é

$$s = \gamma \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - (\gamma - 1) \ln \left(\frac{p}{p_0} \right). \quad (3.11)$$

A equação 3.11 foi utilizada para a análise da variação de entropia provocada pela passagem da onda sonora.

Para resolver numericamente as equações de Euler, é conveniente escrever o sistema de equações diferenciais na forma vetorial proposta por Anderson, Tannehill e Pletcher (1997),

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = \mathbf{R}, \quad (3.12)$$

em que

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho e_t \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

é o vetor das propriedades conservativas,

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u u + p \\ (\rho e_t + p) u \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

é o vetor de fluxo na direção x e

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 \\ f_x \\ f_x u \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

é o vetor de pseudo-força e pseudo-trabalho. Em geral, esse vetor é utilizado para acelerar o escoamento da condição de estagnação até a condição desejada. Como neste trabalho são estudadas ondas sonoras que se propagam no ar parado, então $\mathbf{R} = \mathbf{0}$.

O segundo termo do lado esquerdo da equação 3.12 pode ser escrito como o divergente de um tensor de segunda ordem $\mathbf{\Pi}$ dado por

$$\mathbf{\Pi} = \mathbf{E} \otimes \mathbf{i} + \mathbf{0} \otimes \mathbf{j} + \mathbf{0} \otimes \mathbf{k}, \quad (3.16)$$

em que \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} são a base do sistema de coordenadas utilizado. Com isso, o sistema de equações governantes na forma vetorial pode ser reescrito como

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{\Pi} = \mathbf{0}. \quad (3.17)$$

3.2 Discretização em Volumes Finitos

Para resolver o sistema de equações representado vetorialmente pela equação 3.17, é necessário integrá-la em um volume de controle finito V e aplicar o teorema do divergente para o segundo termo do lado esquerdo, o que resulta em

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{U} dV + \int_S (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS = \mathbf{0}. \quad (3.18)$$

Definindo a média volumétrica do vetor de propriedades conservativas, dentro do volume de controle unidimensional mostrado na figura 4, como

$$\bar{\mathbf{U}} \equiv \frac{1}{V} \int_V \mathbf{U} dV, \quad (3.19)$$

a equação 3.18 pode ser reescrita como

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{U}}}{\partial t} = -\frac{1}{V} \int_S (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{n}) dS. \quad (3.20)$$

A figura 4 mostra um volume de controle tridimensional, um volume de controle bidimensional e um volume de controle unidimensional. Essa figura mostra que, na análise unidimensional, as propriedades são calculadas por unidade de área transversal ao escoamento.

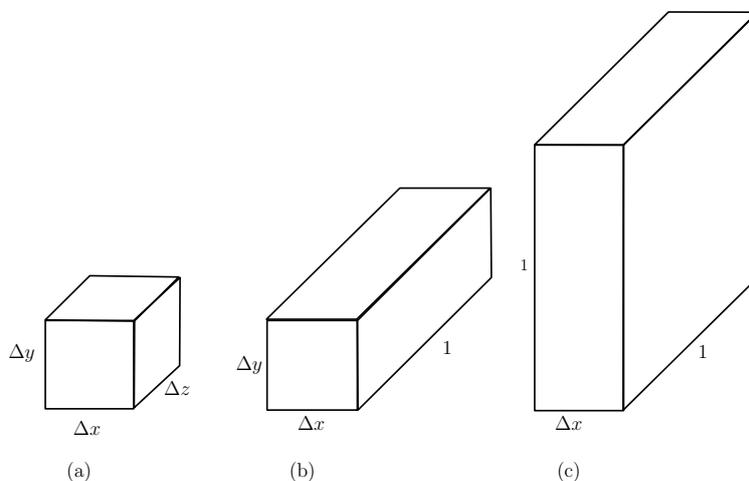


Figura 4 – Volumes de controle (a): tridimensional; (b): bidimensional; (c): unidimensional

Como o problema estudado é unidimensional, o tensor $\mathbf{\Pi}$ é constante sobre as faces do volume de controle, já que as propriedades do escoamento só variam na direção do escoamento, isto é, na direção normal às faces do volume de controle. O cálculo da integral no lado esquerdo da equação 3.20 e a discretização temporal da derivada no lado direito resultam em

$$\frac{\Delta \bar{\mathbf{U}}_i}{\Delta t} = -\frac{1}{V_i} [(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+\frac{1}{2}} - (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i-\frac{1}{2}}]. \quad (3.21)$$

Na equação 3.21, $\mathbf{S}_{i+\frac{1}{2}}$ e $\mathbf{S}_{i-\frac{1}{2}}$ são os vetores normais às superfícies do volume de controle. $\mathbf{S}_{i+\frac{1}{2}}$ corresponde à superfície entre os volumes V_i e V_{i+1} e $\mathbf{S}_{i-\frac{1}{2}}$ corresponde à superfície entre os volumes V_i e V_{i-1} , como mostra a figura 5. A aproximação da derivada pela razão entre a variação das variáveis primitivas, $\Delta\bar{\mathbf{U}}_i$, e o intervalo de tempo, Δt , é uma fonte de erro no método.

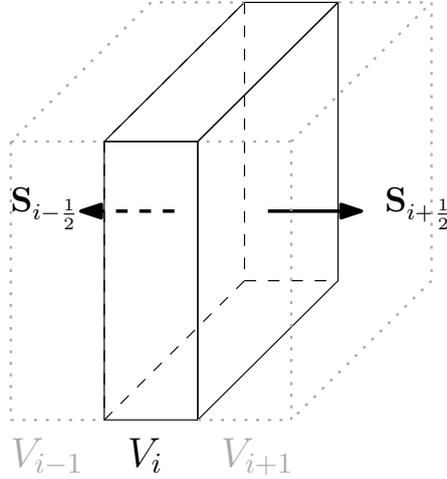


Figura 5 – Volume de controle V_i com os vetores normais $\mathbf{S}_{i+\frac{1}{2}}$ e $\mathbf{S}_{i-\frac{1}{2}}$ em preto e volumes de controle adjacentes, V_{i+1} e V_{i-1} , em linha pontilhada e cinza

A partir da equação 3.21, é possível definir o vetor \mathcal{F}_i , que representa o fluxo líquido do tensor $\mathbf{\Pi}$ através das superfícies de controle em um período de tempo Δt , como

$$\mathcal{F}_i = \frac{\Delta t}{V_i} [(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+\frac{1}{2}} - (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i-\frac{1}{2}}], \quad (3.22)$$

de modo que a equação 3.21 passa a ser

$$\Delta\bar{\mathbf{U}}_i = -\mathcal{F}_i. \quad (3.23)$$

Para calcular o vetor de fluxo \mathcal{F}_i , é necessário determinar as propriedades do escoamento sobre a superfície dos volumes de controle, já que, a princípio, só são conhecidos os valores médios das propriedades conservativas, $\bar{\mathbf{U}}_i$, e o vetor $(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+\frac{1}{2}}$, por exemplo, é dado por

$$(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_{i+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_1 \\ (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_2 \\ (\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_3 \end{bmatrix}_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.24)$$

em que a primeira componente é associada à equação da continuidade,

$$[(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_1]_{i+\frac{1}{2}} = \rho_{i+\frac{1}{2}} (q_s)_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.25)$$

a segunda é associada à equação da quantidade de movimento,

$$[(\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{S})_2]_{i+\frac{1}{2}} = (\rho u)_{i+\frac{1}{2}} (q_s)_{i+\frac{1}{2}} + p_{i+\frac{1}{2}} (S)_{i+\frac{1}{2}} \quad (3.26)$$

e a terceira é associada à equação da energia,

$$\left[(\boldsymbol{\Pi} \cdot \mathbf{S})_2 \right]_{i+\frac{1}{2}} = (\rho e_T)_{i+\frac{1}{2}} (q_s)_{i+\frac{1}{2}} + p_{i+\frac{1}{2}} (q_s)_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.27)$$

em que

$$(q_s) = u_{i+\frac{1}{2}} (S)_{i+\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

é a vazão volumétrica através da superfície S entre os volumes V_i e V_{i+1} .

3.3 Interpolação nas Superfícies dos Volumes de Controle

Como mostram as equações 3.25, 3.26, 3.27 e 3.28, é necessário determinar os valores das propriedades conservativas (ρ , ρu e ρe_T) e das propriedades primitivas (u e p) sobre as superfícies dos volumes de controle. Para isso, será utilizado o esquema de interpolação com precisão de quarta ordem proposto por Pimenta (2016), segundo o qual as propriedades primitivas sobre a superfície $(S)_{i+\frac{1}{2}}$ são dadas por

$$\rho_{i+\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i+1}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}_{i-1} + \bar{\rho}_{i+2}), \quad (3.29a)$$

$$(\rho u)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}u_i + \bar{\rho}u_{i+1}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}u_{i-1} + \bar{\rho}u_{i+2}) \quad (3.29b)$$

e

$$(\rho e_T)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}e_{Ti} + \bar{\rho}e_{Ti+1}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}e_{Ti-1} + \bar{\rho}e_{Ti+2}), \quad (3.29c)$$

e as propriedades sobre a superfície $(S)_{i-\frac{1}{2}}$ são dadas por

$$\rho_{i-\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}_i + \bar{\rho}_{i-1}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}_{i-2} + \bar{\rho}_{i+1}), \quad (3.30a)$$

$$(\rho u)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}u_i + \bar{\rho}u_{i-1}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}u_{i-2} + \bar{\rho}u_{i+1}) \quad (3.30b)$$

e

$$(\rho e_T)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\bar{\rho}e_{Ti} + \bar{\rho}e_{Ti-1}) - \frac{1}{16} (\bar{\rho}e_{Ti-2} + \bar{\rho}e_{Ti+1}). \quad (3.30c)$$

Essa interpolação, assim como a discretização temporal (equação 3.21), introduz erro no método.

Para obter as propriedades primitivas sobre as faces, primeiro é necessário obter as propriedades primitivas médias no volume de controle. Para isso, é utilizada a média de Favre, que é uma média ponderada da propriedade pela massa específica. É importante destacar que isso introduz um erro no método, assim como a interpolação e a discretização temporal. Com isso, a velocidade é dada por

$$\tilde{u}_i = \frac{\bar{\rho}u_i}{\bar{\rho}_i}, \quad (3.31a)$$

a energia total é dada por

$$\tilde{e}_{T_i} = \frac{\overline{\rho e_{T_i}}}{\bar{\rho}_i}, \quad (3.31b)$$

a energia interna é dada por

$$\tilde{e}_i = \tilde{e}_{T_i} - \frac{1}{2} (\tilde{u}_i \tilde{u}_i) \quad (3.31c)$$

e, para um gás ideal e caloricamente perfeito, a temperatura é dada por

$$\tilde{T}_i = \frac{\tilde{e}_i}{c_v} \quad (3.31d)$$

e a pressão, por

$$\tilde{p}_i = \bar{\rho}_i R \tilde{T}_i. \quad (3.31e)$$

Com isso, é possível interpolar as propriedades primitivas nas superfícies dos volumes com o mesmo esquema utilizado para as propriedades conservativas:

$$u_{i+\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\tilde{u}_i + \tilde{u}_{i+1}) - \frac{1}{16} (\tilde{u}_{i-1} + \tilde{u}_{i+2}), \quad (3.32a)$$

$$u_{i-\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\tilde{u}_i + \tilde{u}_{i-1}) - \frac{1}{16} (\tilde{u}_{i+1} + \tilde{u}_{i-2}), \quad (3.32b)$$

$$p_{i+\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\tilde{p}_i + \tilde{p}_{i+1}) - \frac{1}{16} (\tilde{p}_{i-1} + \tilde{p}_{i+2}), \quad (3.32c)$$

e

$$p_{i-\frac{1}{2}} = \frac{9}{16} (\tilde{p}_i + \tilde{p}_{i-1}) - \frac{1}{16} (\tilde{p}_{i+1} + \tilde{p}_{i-2}). \quad (3.32d)$$

3.4 Dissipação Artificial

O método descrito nas seções 3.2 e 3.3 contém aproximações necessárias para que as equações de Euler possam ser resolvidas numericamente, mas introduzem erros numéricos que devem ser controlados. Assim, para garantir a estabilidade e controlar o erro numérico, um operador de dissipação artificial, \mathcal{D}_i , descrito em Miserda, Pimenta e Rocha (2020) e baseado na proposta de Jameson, Schmidt e Turkel (1981), deve ser inserido na equação 3.23 como

$$\Delta \bar{\mathbf{U}}_i = -\mathcal{F}_i + \mathcal{D}_i. \quad (3.33)$$

\mathcal{D}_i depende da dissipação artificial calculada para cada superfície do volume e é dado por

$$\mathcal{D}_i = d_{i+\frac{1}{2}} - d_{i-\frac{1}{2}}, \quad (3.34)$$

em que, para a superfície $\mathbf{S}_{i-\frac{1}{2}}$, por exemplo,

$$d_{i+\frac{1}{2}} = \epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} [\bar{\mathbf{U}}_{i+1} - \bar{\mathbf{U}}_i] - \epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} [\bar{\mathbf{U}}_{i+2} - 3\bar{\mathbf{U}}_{i+1} + 3\bar{\mathbf{U}}_i - \bar{\mathbf{U}}_{i-1}]. \quad (3.35)$$

Na equação 3.35, $\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)}$ é o coeficiente de dissipação de quarta ordem dado por

$$\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(4)} = \max \left[0, \left(K^{(4)} - \epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} \right) \right], \quad (3.36)$$

em que $K^{(4)}$ é uma constante de calibração e $\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$ é o coeficiente de dissipação de segunda ordem, dado por

$$\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)} = \max \left[(\Psi_{div})_{i+\frac{1}{2}}, (\Psi_{prs})_{i+\frac{1}{2}}, (\Psi_{den})_{i+\frac{1}{2}} \right]. \quad (3.37)$$

Como mostra a equação 3.37, o coeficiente $\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$ é calculado como o máximo entre os valores de sensores associados ao divergente do campo de velocidades,

$$(\Psi_{div})_{i+\frac{1}{2}} = K_{div}^{(2)} \left| \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right|_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.38a)$$

ao gradiente do campo de pressão,

$$(\Psi_{prs})_{i+\frac{1}{2}} = K_{prs}^{(2)} \left| \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right|_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.38b)$$

e ao gradiente do campo de massa específica,

$$(\Psi_{den})_{i+\frac{1}{2}} = K_{den}^{(2)} \left| \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \right|_{i+\frac{1}{2}}, \quad (3.38c)$$

em que $K_{div}^{(2)}$, $K_{prs}^{(2)}$ e $K_{den}^{(2)}$ são constantes de calibração.

3.4.1 Cálculo das derivadas

Para calcular os sensores de dissipação dados pelas equações 3.38a, 3.38b e 3.38c, associados ao coeficiente de dissipação de segunda ordem $\epsilon_{i+\frac{1}{2}}^{(2)}$, é necessário calcular as derivadas espaciais das variáveis primitivas médias, $\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}}$, $\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}}$ e $\left(\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}}$ nos vértices dos volumes de controle. Para isso, será utilizado o método de quarta ordem proposto por Mendonça (2004), segundo o qual a derivada da variável média é aproximada como a média da derivada em dois volumes de controle, e calculada através dos fluxos das propriedades através das superfícies externas do conjunto de volumes de controle, isto é, para

$$\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{1}{V_p} \left[(\tilde{u}_{i+1} + \tilde{u}_{i+2}) S_{i+1+\frac{1}{2}} + (\tilde{u}_i + \tilde{u}_{i-1}) S_{i-\frac{1}{2}} \right], \quad (3.39)$$

em que V_p é a soma dos volumes de controle V_i e V_{i+1} , $S_{i+1+\frac{1}{2}}$ é a superfície entre os volumes V_{i+1} e V_{i+2} e $S_{i-\frac{1}{2}}$ é a superfície entre os volumes V_i e V_{i-1} . O cálculo das demais derivadas é análogo.

A figura 6 mostra os volumes utilizados para o cálculo das derivadas sobre a superfície $S_{i+\frac{1}{2}}$. O volume V_p é representado pelas linhas tracejadas.

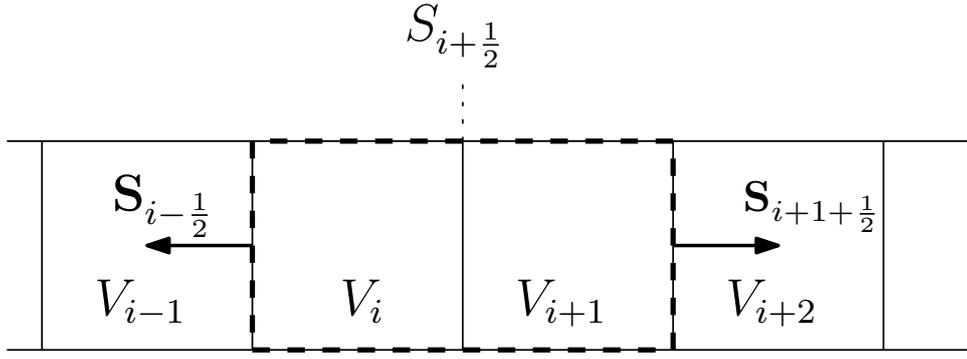


Figura 6 – Volumes para o cálculo das derivadas. O volume V_p ao redor da superfície $S_{i+\frac{1}{2}}$ é representado pelas linhas tracejadas.

3.5 Integração Temporal

Para fazer o avanço no tempo da equação 3.33 com alta ordem de precisão, é utilizado um método de Runge-Kutta de terceira ordem que consiste nos seguintes passos:

$$\bar{\mathbf{U}}_i^1 = \bar{\mathbf{U}}_i^n - (\mathcal{F}_i^n - \mathcal{D}_i^n), \quad (3.40a)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_i^2 = \frac{3}{4}\bar{\mathbf{U}}_i^n + \frac{1}{4}\bar{\mathbf{U}}_i^1 - \frac{1}{4}(\mathcal{F}_i^1 - \mathcal{D}_i^1) \quad (3.40b)$$

e

$$\bar{\mathbf{U}}_i^{n+1} = \frac{1}{3}\bar{\mathbf{U}}_i^n + \frac{2}{3}\bar{\mathbf{U}}_i^2 - \frac{2}{3}(\mathcal{F}_i^2 - \mathcal{D}_i^2), \quad (3.40c)$$

em que $\bar{\mathbf{U}}_i^n$ é o vetor de propriedades conservativas em algum passo de tempo, $\bar{\mathbf{U}}_i^{n+1}$ é o vetor das propriedades conservativas no passo de tempo seguinte, $\bar{\mathbf{U}}_i^1$ e $\bar{\mathbf{U}}_i^2$ são os vetores de propriedades conservativas nas etapas intermediárias. Além disso, \mathcal{F}_i^n e \mathcal{D}_i^n são os vetores de fluxo e de dissipação calculados a partir de $\bar{\mathbf{U}}_i^n$, \mathcal{F}_i^1 e \mathcal{D}_i^1 são calculados a partir de $\bar{\mathbf{U}}_i^1$, e \mathcal{F}_i^2 e \mathcal{D}_i^2 são calculados a partir de $\bar{\mathbf{U}}_i^2$. Esse método de Runge-Kutta significa que todas as etapas do método, descritas nas seções 3.2, 3.3 e 3.4, devem ser executadas para cada um dos três passos do método de Runge-Kutta em cada passo de tempo.

3.5.1 Estabilidade do método - Número de CFL

Em métodos numéricos com integração temporal explícita, isto é, em que as variáveis em um instante de tempo $t_0 + \Delta t$ são calculadas diretamente a partir das variáveis no instante de tempo anterior, t_0 , existe uma restrição ao tamanho do passo de tempo, como explicam Anderson, Tannehill e Pletcher (1997) e Anderson (2009). Essa restrição, denominada condição de Courant-Friedrichs-Lewy, é definida como

$$\Delta t = \frac{CFL \Delta x}{u + a_0}, \quad (3.41)$$

u é a velocidade máxima do escoamento, igual a velocidade máxima da fronteira, e a_0 é a velocidade de propagação do som no fluido não perturbado. Para que o erro numérico não cresça a cada passo de tempo, é necessário, para métodos explícitos, que $CFL \leq 1$. A partir da equação 3.41, é possível observar que a condição de CFL significa que velocidade máxima observada no escoamento (no caso específico, a velocidade de propagação do som no fluido em movimento) deve ser menor que uma certa velocidade de avanço numérica, $\Delta x/\Delta t$, de modo que todas as informações associadas ao escoamento, como o pico de uma onda sonora, por exemplo, não passem do volume V_i no passo de tempo n diretamente para o volume V_{i+2} no passo de tempo $n + 1$, sem antes passar pelo volume V_{i+1} . Uma explicação mais detalhada do significado físico da condição de CFL pode ser encontrada em Anderson (2009), em que o autor utiliza as características hiperbólicas das equações que descrevem fenômenos transientes. Neste trabalho, as simulações foram feitas com um número de CFL igual a aproximadamente 1,0.

3.6 Condições de Contorno

3.6.1 Fronteira imersa móvel

O método numérico descrito nas seções 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 é aplicado para todos os volumes de controle do domínio. Assim, é necessário, ao fim de cada um dos passos do Runge-Kutta (equações 3.40a, 3.40b e 3.40c), aplicar as condições de contorno nas paredes sólidas. Para isso, é utilizada uma metodologia de fronteira imersa móvel, descrita em Miserda, Pimenta e Rocha (2020). Com essa metodologia, as condições de contorno são aplicadas diretamente sobre os volumes de controle que contêm as paredes sólidas. A condição de contorno para velocidade é a condição de impenetrabilidade, de modo que a velocidade do fluido no volume de fronteira, \tilde{u}_i^b , deve ser igual à velocidade da fronteira, V_b , isto é,

$$\tilde{u}_i^b = V_b, \quad (3.42)$$

em que o sobrescrito b significa que a propriedade é avaliada na fronteira.

A condição de contorno para a pressão é a condição de gradiente nulo, dada por

$$\left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right)_i = 0. \quad (3.43)$$

Essa condição é uma consequência direta da equação da quantidade de movimento para um observador que se desloca com a fronteira e do fato de que a pressão estática \tilde{p} não depende do sistema de coordenadas de referência.

A condição de contorno para a temperatura é a de parede adiabática,

$$\left(\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} \right)_i = 0. \quad (3.44)$$

Essa condição significa que não há aumento de entropia do sistema devido à troca de calor entre o fluido e a parede, e implica, com base nas relações para um gás ideal e caloricamente perfeito, que os gradientes de energia interna e de massa específica também são nulos, ou seja,

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}\right)_i = 0 \quad (3.45)$$

e

$$\left(\frac{\partial \tilde{e}}{\partial x}\right)_i = 0. \quad (3.46)$$

Através do método original, utilizado por [Miserda, Pimenta e Rocha \(2020\)](#) e [Pimenta \(2016\)](#), as derivadas nas equações 3.45 e 3.46 são calculadas utilizando uma aproximação por diferenças finitas de quarta ordem de precisão espacial, proposta por [Anderson, Tannehill e Pletcher \(1997\)](#). Para a massa específica, por exemplo, a derivada é calculada como

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}\right)_i^b = \frac{1}{12\Delta x} \left[-25\bar{\rho}_i^b + 48\bar{\rho}_{i+1} - 36\bar{\rho}_{i+2} + 16\bar{\rho}_{i+3} - 3\bar{\rho}_{i+4} + \mathcal{O}(\Delta x)^4\right] \quad (3.47a)$$

se o vetor normal à parede está na direção positiva do eixo x ou

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x}\right)_i^b = \frac{1}{12\Delta x} \left[-25\bar{\rho}_i^b + 48\bar{\rho}_{i-1} - 36\bar{\rho}_{i-2} + 16\bar{\rho}_{i-3} - 3\bar{\rho}_{i-4} + \mathcal{O}(\Delta x)^4\right] \quad (3.47b)$$

se o vetor normal está na direção negativa. Nessas duas equações, o sobrescrito b indica que a variável é avaliada no volume de fronteira.

Aplicando a condição de derivada nula no lado esquerdo das equações 3.47a e 3.47b, é possível definir os operadores diferença

$$D_i^+ \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left(48\bar{\rho}_{i+1} - 36\bar{\rho}_{i+2} + 16\bar{\rho}_{i+3} - 3\bar{\rho}_{i+4}\right) \quad (3.48a)$$

e

$$D_i^- \bar{\rho} = \frac{1}{25} \left(48\bar{\rho}_{i-1} - 36\bar{\rho}_{i-2} + 16\bar{\rho}_{i-3} - 3\bar{\rho}_{i-4}\right), \quad (3.48b)$$

de modo que, se o vetor normal à parede estiver na direção positiva,

$$\bar{\rho}_i^b = D_i^+ \bar{\rho} \quad (3.49)$$

ou, se o vetor normal estiver na direção negativa,

$$\bar{\rho}_i^b = D_i^- \bar{\rho}. \quad (3.50)$$

O mesmo procedimento é aplicado para a energia interna,

$$\tilde{e}_i^b = D_i^+ \tilde{e} \quad (3.51)$$

ou, se o vetor normal estiver na direção negativa,

$$\tilde{e}_i^b = D_i^- \tilde{e}. \quad (3.52)$$

Com isso, depois de cada passo do método de Runge-Kutta, o vetor das propriedades conservativas é alterado para

$$\bar{\mathbf{U}}_i^b = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_i^b \\ \bar{\rho}_i^b \tilde{u}_i^b \\ \bar{\rho}_i^b \left(\tilde{e}_i^b + \frac{1}{2} \tilde{u}_i^b \tilde{u}_i^b \right) \end{bmatrix}. \quad (3.53)$$

Além disso, é necessário aplicar condições de contorno aos volumes de isolamento, adjacentes aos volumes de fronteira na direção oposta à do vetor normal. Assim, se o vetor normal à parede está na direção positiva, a condição é aplicada ao volume V_{i-1} como

$$\bar{\mathbf{U}}_{i-1} = \bar{\mathbf{U}}_i^b, \quad (3.54)$$

e se o vetor normal está na direção negativa do eixo x, a condição de isolamento é aplicada ao volume V_{i+1} como

$$\bar{\mathbf{U}}_{i+1} = \bar{\mathbf{U}}_i^b. \quad (3.55)$$

A figura 7 mostra a malha cartesiana regular na região em torno da parede com vetor normal na direção positiva do eixo x, com o volume de isolamento, V_{i-1} , em cinza, o volume de fronteira, V_i , em azul, a fronteira imersa com o vetor normal, em vermelho, e os volumes internos ao ressonador utilizados para o cálculo das condições de contorno.

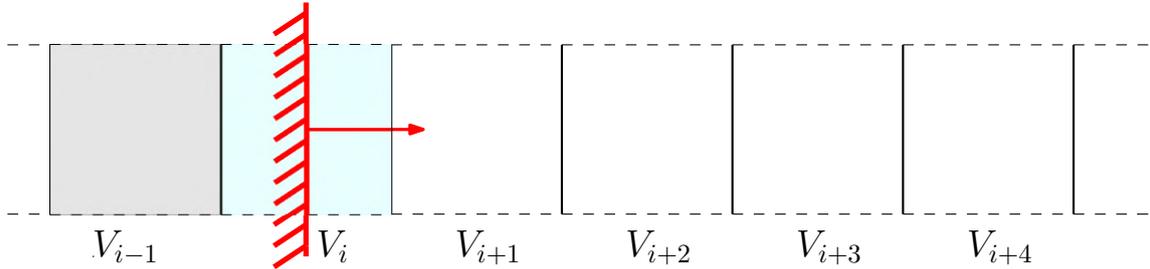


Figura 7 – Malha cartesiana regular com o volume de isolamento (cinza), o volume de fronteira (azul), a parede com o vetor normal (vermelho) e os volumes internos ao ressonador, V_{i+1} até V_{i+4} .

Uma limitação desse método de aplicar as condições de contorno é que, enquanto a fronteira se movimenta dentro do volume de controle, o movimento não interfere no cálculo, isto é, o movimento da fronteira só é "percebido" pelo escoamento quando a fronteira se desloca de um volume para o outro. Essa limitação é um problema sério para as simulações realizadas neste trabalho, já que o objetivo é gerar ondas sonoras a partir do movimento harmônico de uma parede. Mesmo para o caso não linear, que é associado ao movimento da parede com maior amplitude, igual a 10^{-4} m, a fronteira permanece dentro do mesmo volume de controle durante todo o movimento, já que a malha utilizada, com 1024 volumes por comprimento de onda, resulta em um volume com $\Delta x = 3,32 \cdot 10^{-4}$ m. A figura 8 ilustra o movimento da fronteira dentro do volume de controle ao longo do tempo.

Além disso, mesmo se a malha for refinada o suficiente, a condição de CFL, explicada na seção 3.5.1, significa que a fronteira permaneceria dentro do mesmo volume de controle por vários passos de tempo, já que o valor do passo de tempo Δt é definido pela equação 3.41.

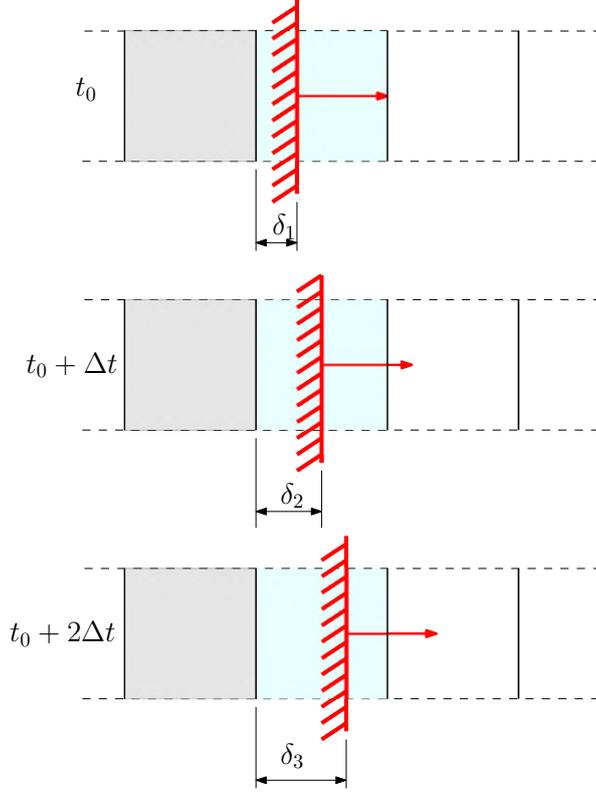


Figura 8 – Movimento da fronteira dentro do volume de controle ao longo do tempo.

Com base nestes problemas, foi implementada, neste trabalho, uma adaptação no método de fronteira imersa móvel, com o objetivo de capturar o movimento da fronteira dentro do volume de controle, através de uma interpolação linear dos valores das propriedades sobre as superfícies de cada volume de controle.

A primeira tentativa de capturar o movimento da fronteira dentro do volume de controle foi alterar os operadores diferença, definidos pelas equações 3.48a e 3.48b, para

$$D_i^{+*}\bar{\rho} = \frac{1}{25} \left(48\bar{\rho}_{i+1}^* - 36\bar{\rho}_{i+2}^* + 16\bar{\rho}_{i+3}^* - 3\bar{\rho}_{i+4}^* \right) \quad (3.56a)$$

e

$$D_i^{-*}\bar{\rho} = \frac{1}{25} \left(48\bar{\rho}_{i-1}^* - 36\bar{\rho}_{i-2}^* + 16\bar{\rho}_{i-3}^* - 3\bar{\rho}_{i-4}^* \right), \quad (3.56b)$$

em que o sobrescrito * indica que a variável foi obtida através de uma interpolação linear dentro do volume de controle. O valor de $\bar{\rho}_{i+1}^*$, por exemplo, é dado por

$$\bar{\rho}_{i+1}^* = \rho_{i+\frac{1}{2}} + \frac{\delta \left(\rho_{i+1+\frac{1}{2}} - \rho_{i+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta x}, \quad (3.57)$$

em que δ , como mostra a figura 9, é a distância da fronteira até a superfície esquerda do volume de controle ($S_{i-\frac{1}{2}}$) e $\rho_{i+\frac{1}{2}}$ e $\rho_{i+1+\frac{1}{2}}$ são os valores da massa específica interpola-

dos sobre as superfícies $S_{i+\frac{1}{2}}$ e $S_{i+1+\frac{1}{2}}$, respectivamente, com o esquema de interpolação descrito pela equação 3.29a.

A figura 9 mostra a malha cartesiana regular na região próxima à fronteira com vetor normal na direção positiva do eixo x e a nomenclatura adotada para as superfícies dos volumes de controle. Os pontos dentro de cada volume de controle em que os valores são interpolados de acordo com a equação 3.57 estão indicados na figura 9 com o símbolo \times .

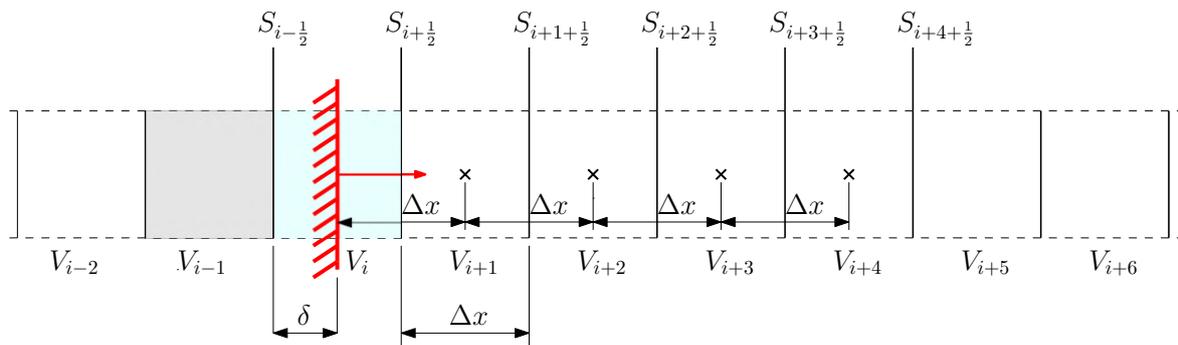


Figura 9 – Malha cartesiana regular com o volume de isolamento (cinza), o volume de fronteira (azul), a parede com o vetor normal (vermelho), o volume externo ao ressonador, V_{i-2} , e os volumes internos ao ressonador, V_{i+1} até V_{i+6} .

Com esse método novo, cada variável no volume de fronteira ($\bar{\rho}_i^b$ e \bar{e}_i^b) é calculada a partir das variáveis nos volumes V_{i-1} , V_i , V_{i+1} , V_{i+2} , V_{i+3} , V_{i+4} , V_{i+5} e V_{i+6} , se o vetor normal à parede está na direção positiva (como mostra a figura 9), ou a partir das variáveis nos volumes V_{i+1} , V_i , V_{i-1} , V_{i-2} , V_{i-3} , V_{i-4} , V_{i-5} e V_{i-6} , se o vetor normal estiver na direção negativa do eixo x. Com o método tradicional descrito anteriormente, por outro lado, as variáveis no volume de fronteira são calculadas a partir das variáveis nos volumes V_{i+1} , V_{i+2} , V_{i+3} e V_{i+4} , se o vetor normal está na direção positiva, ou a partir das variáveis nos volumes V_{i-1} , V_{i-2} , V_{i-3} e V_{i-4} , se o vetor normal estiver na direção negativa.

Um problema desse método é que o valor na da propriedade no volume de fronteira V_i depende dos valores das propriedades nos volumes de fronteira e de isolamento antes de as condições de fronteira e de isolamento serem aplicadas. O problema disso é que, ao fim de cada passo do Runge-Kutta, os valores das propriedades nos volumes de fronteira e de isolamento dependem das propriedades dos volumes fora da região estudada (volumes externos ao ressonador acústico), de modo que não têm significado físico antes de as condições de fronteira e de isolamento serem aplicadas. Dessa forma, o escoamento na região externa acaba influenciando o escoamento na região interna do domínio, e o método diverge.

Para que o escoamento externo não influencie o interno, foi feita uma alteração nesse método. Antes de fazer a interpolação sobre as superfícies dos volumes com o esquema da equação 3.29a as condições de fronteira e de isolamento foram aplicadas com o método original, descrito anteriormente. Em seguida, os valores das variáveis nos volumes

de fronteira e de isolamento foram atualizados através dos operadores diferença dados pelas equações 3.56a e 3.56b.

Dessa forma, as variáveis nos volumes de isolamento e de fronteira são calculadas a partir das variáveis nos volumes V_{i+1} , V_{i+2} , V_{i+3} , V_{i+4} , V_{i+5} e V_{i+6} , se o vetor normal à parede está na direção positiva, ou a partir das variáveis nos volumes V_{i-1} , V_{i-2} , V_{i-3} , V_{i-4} , V_{i-5} e V_{i-6} , se o vetor normal estiver na direção negativa do eixo x . Assim, o escoamento externo não influencia o escoamento dentro do ressonador acústico e o método numérico não diverge.

3.6.2 Limites do domínio

Para que as extremidades do domínio computacional não interfiram com o escoamento, o domínio é dividido em duas regiões. A região regular é a região em que o escoamento é de fato estudado. Neste trabalho, é na região regular que as ondas estacionárias se estabelecem. Além dessa, há, em cada extremidade, uma região com volumes alongados, que aumentam de tamanho com uma progressão geométrica. As funções da região de volumes alongados são dissipar as estruturas do escoamento e, por ser uma região muito grande mas com poucos volumes de controle, impedir que, durante o tempo da simulação, ondas de choque ou ondas sonoras sejam refletidas nos limites do domínio e voltem para a região regular. Ao fim da região alongada, a condição de contorno é de derivada nula, para o campo de velocidades, para a massa específica e para a energia interna.

Neste trabalho, por exemplo, as simulações foram feitas com uma região regular com 7 comprimentos característicos, e 1024 volumes de controle por comprimento característico, o que resulta em 7168 volumes, e com a região alongada em cada um dos lados composta por 256 volumes de controle, que crescem em progressão geométrica com uma razão de 1,05, o que resulta em uma região alongada de cada lado do domínio com 5190 comprimentos característicos.

4 Metodologia de Trabalho

Como foi explicado na seção 1.2, o objetivo principal deste trabalho é verificar se os efeitos não lineares presentes em ondas sonoras de amplitude grande provocam o aparecimento de ruído de banda larga a partir de um ruído tonal. Para isso, serão feitas simulações numéricas de quatro problemas diferentes. Inicialmente, serão estudadas as ondas sonoras que se propagam ao longo de um duto unidimensional aberto. Em seguida, ondas sonoras que se propagam em um duto fechado e interagem para formar ondas estacionárias. Depois disso, serão feitas simulações do cancelamento de ruído que resulta da interação entre duas ondas estacionárias com fases opostas. Por fim, serão feitas simulações da interação contínua de ondas sonoras dentro do duto. Em todos os casos estudados, a fonte do ruído será modelada como uma parede rígida com um movimento oscilatório, de forma semelhante a um pistão.

4.1 Ondas Sonoras Planas

O estudo das ondas sonoras planas permite construir uma relação entre a amplitude do movimento das paredes e as características das ondas sonoras, o que permite definir quais casos podem ser considerados lineares e quais apresentam efeitos não lineares significativos. Além disso, estas simulações permitem observar como os efeitos não lineares provocam a deformação da onda sonora durante a propagação, para diferentes distâncias da fonte de ruído. Para isso, foram feitas simulações do movimento do pistão posicionado em uma das extremidades do duto, enquanto a extremidade oposta permanecia aberta, de modo que a onda sonora emitida pela parede se propaga até sair do domínio computacional sem ser refletida.

4.2 Ondas Estacionárias

O estudo das ondas estacionárias é interessante porque é um fenômeno de interação entre ondas sonoras que apresenta tanto efeitos de interferência destrutiva, nos nós, quanto de interferência construtiva, nos antinós, e existe solução analítica tanto para o caso linear quanto para o não linear, em algumas condições específicas. Além disso, o cancelamento do

ruído será atingido através da interação entre duas ondas estacionárias com fases opostas, de modo que é importante entender o comportamento desse tipo de onda.

A figura 10 mostra a configuração do domínio computacional, utilizada tanto para as simulações das ondas estacionárias quanto do controle ativo de ruído. Para obter as ondas estacionárias, a parede do lado esquerdo se move com movimento oscilatório enquanto a parede do lado direito permanece fixa no espaço, com $v(t) = 0$. Dessa forma, a parede da esquerda comprime e expande o fluido durante o movimento, e gera uma onda de pressão que se propaga ao longo do duto com velocidade igual à velocidade do som no meio. Quando esta onda alcança a parede da direita, ela é refletida, de modo que, passam a existir, dentro do duto, duas ondas sonoras com mesma frequência e mesma amplitude que se propagam em sentidos contrários, e interagem para formar uma onda estacionária.

Para que a onda estacionária se estabeleça de forma adequada, é necessário interromper o movimento da parede no instante em que a onda refletida alcança a parede móvel. Além disso, é necessário que a distância entre as paredes seja igual a um número inteiro, n , de comprimentos de onda, λ , da onda sonora. Portanto, é possível interpretar o duto como um ressonador acústico, e a frequência de excitação deve ser igual a uma das frequências naturais do ressonador. Dessa forma, a onda estacionária é um modo normal de vibração do ar dentro do duto. Neste trabalho, a distância entre as paredes utilizada para o estudo de ondas estacionárias foi igual a cinco comprimentos de onda.

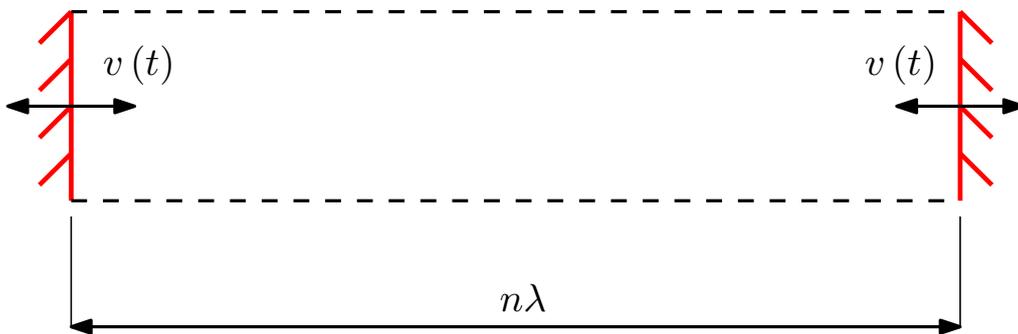


Figura 10 – Configuração do domínio computacional

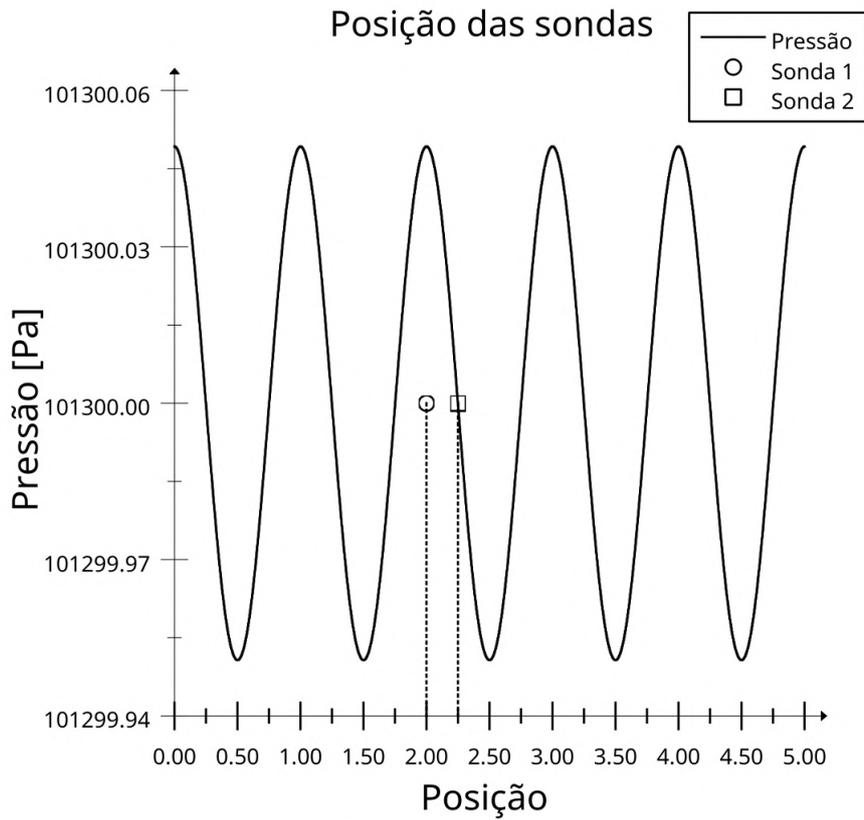


Figura 11 – Posição das sondas

A figura 11 mostra a posição das sondas utilizadas para analisar a pressão em função do tempo para as ondas estacionárias. Para os estudos de ondas planas e de cancelamento de ruído, a posição das sondas é indicada durante a apresentação dos resultados.

4.3 Cancelamento do Ruído

Para simular o controle ativo de ruído, duas paredes móveis foram posicionadas nas extremidades do domínio computacional, como mostra a figura 10. Quando as paredes oscilam, duas ondas sonoras são emitidas em direções contrárias e refletem na parede na extremidade oposta, de modo que cada uma das paredes atua simultaneamente como fonte de ruído e como obstáculo que reflete a onda. Assim, duas ondas estacionárias são formadas, com fases opostas, e se cancelam. Como o cancelamento do ruído depende da formação de ondas estacionárias, também é necessário que a distância entre as paredes seja igual a um múltiplo do comprimento de onda do ruído emitido pelas paredes. Neste trabalho, foram utilizadas diferentes distâncias entre as paredes para o estudo do cancelamento, e a influência desta distância foi analisada.

A vantagem de estudar o cancelamento de ruído é que, na ausência dos efeitos não lineares, a interação entre as ondas estacionárias deveria provocar um cancelamento perfeito do ruído, de modo que qualquer oscilação de pressão restante no duto após o cancelamento pode ser atribuída aos efeitos não lineares.

4.4 Interação de Ondas Sonoras

Nas etapas anteriores, depois da formação das ondas estacionárias e do estabelecimento do cancelamento do ruído, o movimento das paredes foi interrompido e as análises do ruído foram feitas após esta interrupção. No entanto, em situações reais, não é comum que o ruído pare de ser emitido antes da análise. Desta forma, foram feitas simulações da interação de ondas sonoras com emissão contínua de ruído durante toda a simulação. A configuração destas simulações é igual à das simulações feitas para o estudo do cancelamento, e a única diferença é que o movimento das paredes não é interrompido.

4.5 Descrição do Movimento das Paredes

Para descrever o movimento oscilatório das paredes, inicialmente foi utilizada a equação

$$v(t) = A 2\pi f \sin(2\pi ft), \quad (4.1)$$

para a velocidade, em que A é a amplitude do movimento e f é a frequência. Esta equação foi utilizada para os estudos de ondas planas e ondas estacionárias.

Com esta equação, no instante inicial da simulação e no instante em que o movimento da parede termina a velocidade da parede é nula, mas a aceleração, obtida através da derivada da equação 4.1, é diferente de zero, o que significa que o movimento da parede tem uma descontinuidade nos instantes inicial e final. Para evitar esta descontinuidade, a equação

$$v(t) = A 2\pi f \sin^3(2\pi ft), \quad (4.2)$$

foi utilizada para descrever o movimento das paredes em uma parte do estudo de ondas planas e para as simulações do cancelamento de ruído. A vantagem desta equação é que, quando a velocidade das paredes é nula, a aceleração também é, de modo que o movimento é sempre suave.

4.6 Parâmetros das Simulações

Neste trabalho, a frequência de movimento das paredes, e conseqüentemente a frequência do ruído emitido, foi 1000 Hz, por estar dentro do intervalo de frequências percebidas pela audição humana, e por permitir uma discretização temporal boa sem alto custo computacional. A discretização temporal utilizada nas simulações deste trabalho foi de mil passos de tempo por período, o que corresponde a um passo de tempo $\Delta t =$

10^{-6} segundos. A discretização espacial escolhida foi de 1024 volumes de controle por comprimento de onda. Para uma onda sonora com frequência de 1000 Hz, o comprimento de onda corresponde a aproximadamente 0,347 metros, de modo que o comprimento dos volumes de controle da região regular do domínio é $\Delta x \approx 3,38 \times 10^{-4}$ metros. Estas escolhas fizeram com que o custo computacional das análises fosse muito baixo, de modo que o computador utilizado, com um processador Intel i7® de 7ª geração, consegue calcular aproximadamente mil passos de tempo por segundo.

5 RESULTADOS

Neste trabalho, foram feitas diversas simulações com diferentes objetivos. Para verificar se o método numérico implementado, com a modificação no método da fronteira imersa, resolve as equações governantes de forma adequada, foram feitas simulações do tubo de choque, um problema clássico de escoamento compressível que possui solução analítica, e da reflexão da onda sonora em uma parede. Em seguida, foram feitas simulações para ajustar os coeficientes de dissipação artificial, para garantir o controle do erro numérico sem prejudicar os resultados.

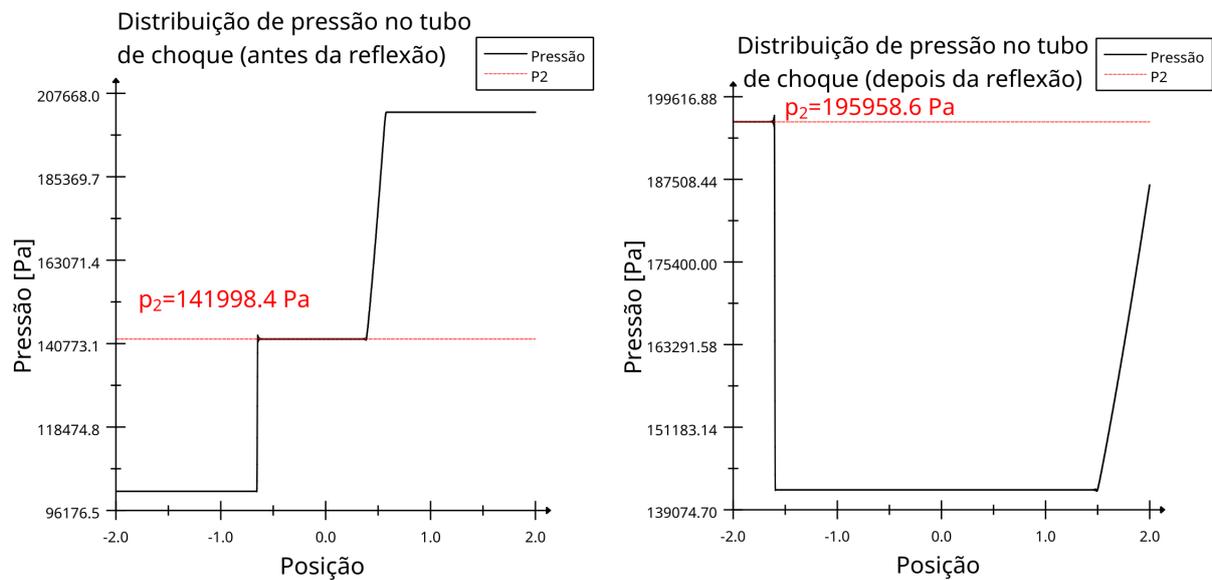
Além disso, foram feitas simulações de ondas sonoras planas, que se propagam em um duto com a extremidade oposta ao pistão aberta, com o objetivo de avaliar a relação entre a amplitude de oscilação da parede e a intensidade das ondas sonoras e também para comparar duas equações de movimento diferentes para o pistão. Em seguida, foram feitas simulações de ondas estacionárias geradas pelo movimento de um pistão com duas amplitudes diferentes, $1,0 \times 10^{-4}$ e $1,0 \times 10^{-8}$ metros, com o objetivo de avaliar como os efeitos não lineares afetam a onda estacionária, em comparação com uma onda estacionária linear. Por fim, foram feitas simulações do cancelamento resultante da interação de duas ondas estacionárias em fases opostas geradas pelo movimento de dois pistões nas extremidades de um duto, com diferentes amplitudes de oscilação e diferentes comprimentos do duto, com o objetivo de avaliar como os efeitos não lineares afetam o ruído que sobra depois do cancelamento, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência.

5.1 Tubo de Choque

O tubo de choque é um problema clássico de escoamento compressível, e é explicado em detalhes por [Liepmann e Roshko \(2009\)](#). O tubo de choque consiste em um tubo dividido em duas câmaras por uma membrana. Cada uma das câmaras é preenchida por um gás (no caso deste trabalho, ar) de modo que exista uma diferença de pressão entre as duas câmaras. Quando a membrana é rompida, uma onda de choque se propaga na câmara de baixa pressão, comprimindo o gás, e um leque de expansão se propaga na câmara de alta pressão, expandindo o gás. A grande vantagem deste problema é que existe uma solução analítica, que pode ser comparada com os resultados numéricos como

uma forma de verificação do método utilizado. Neste trabalho, a simulação foi feita com uma pressão de 101300 Pa na câmara de baixa pressão e de 202600 Pa na câmara de alta pressão. Os resultados analíticos foram obtidos através do aplicativo *Gas Dynamics Calculator*, da Laboratório de Tubo de Choque da Universidade de Wisconsin, disponível em <http://silver.neep.wisc.edu/~shock/tools/gdcalc.html>.

A figura 12a mostra a distribuição de pressão, com linha preta, dentro do tubo de choque antes de ocorrer a reflexão da onda de choque na parede localizada em $x = -2.0$ e o resultado analítico para a pressão após a onda de choque, com linha vermelha. A figura 12b, por sua vez, mostra a distribuição de pressão depois que a onda de choque refletiu na parede, e o resultado analítico para a pressão depois da reflexão do choque.



(a) Distribuição de pressão no tubo de choque, para $n = 2500$ (b) Distribuição de pressão no tubo de choque, para $n = 9500$

Figura 12 – Distribuição de pressão no tubo de choque 12a: antes da reflexão da onda de choque; 12b: depois da reflexão da onda de choque

A tabela 1 mostra a comparação entre os resultados analíticos e os numéricos, de temperatura e pressão após o choque tanto antes da reflexão do choque quanto depois, e da velocidade do escoamento induzido pela onda de choque. A comparação mostra que os resultados numéricos estão de acordo com os valores teóricos, o que significa que o método numérico foi bem implementado. Além disso, a adaptação do método da fronteira imersa, com a interpolação dentro dos volumes de controle, captura de forma adequada o fenômeno de reflexão da onda de choque.

Tabela 1 – Comparação entre os resultados analíticos e os resultados numéricos

Variável	Resultado analítico	Resultado numérico	Erro (%)
Pressão após o choque antes da reflexão [Pa]	141998.4	142001.1	0.0019
Temperatura após o choque antes da reflexão [K]	330.8	330.6	0.083
Velocidade após o choque antes da reflexão [m/s]	85.88	85.93	0.061
Pressão após o choque depois da reflexão [Pa]	195940.8	195958.6	0.009
Temperatura após o choque depois da reflexão [K]	363.23	363.06	0.047

5.2 Reflexão da Onda em uma Parede

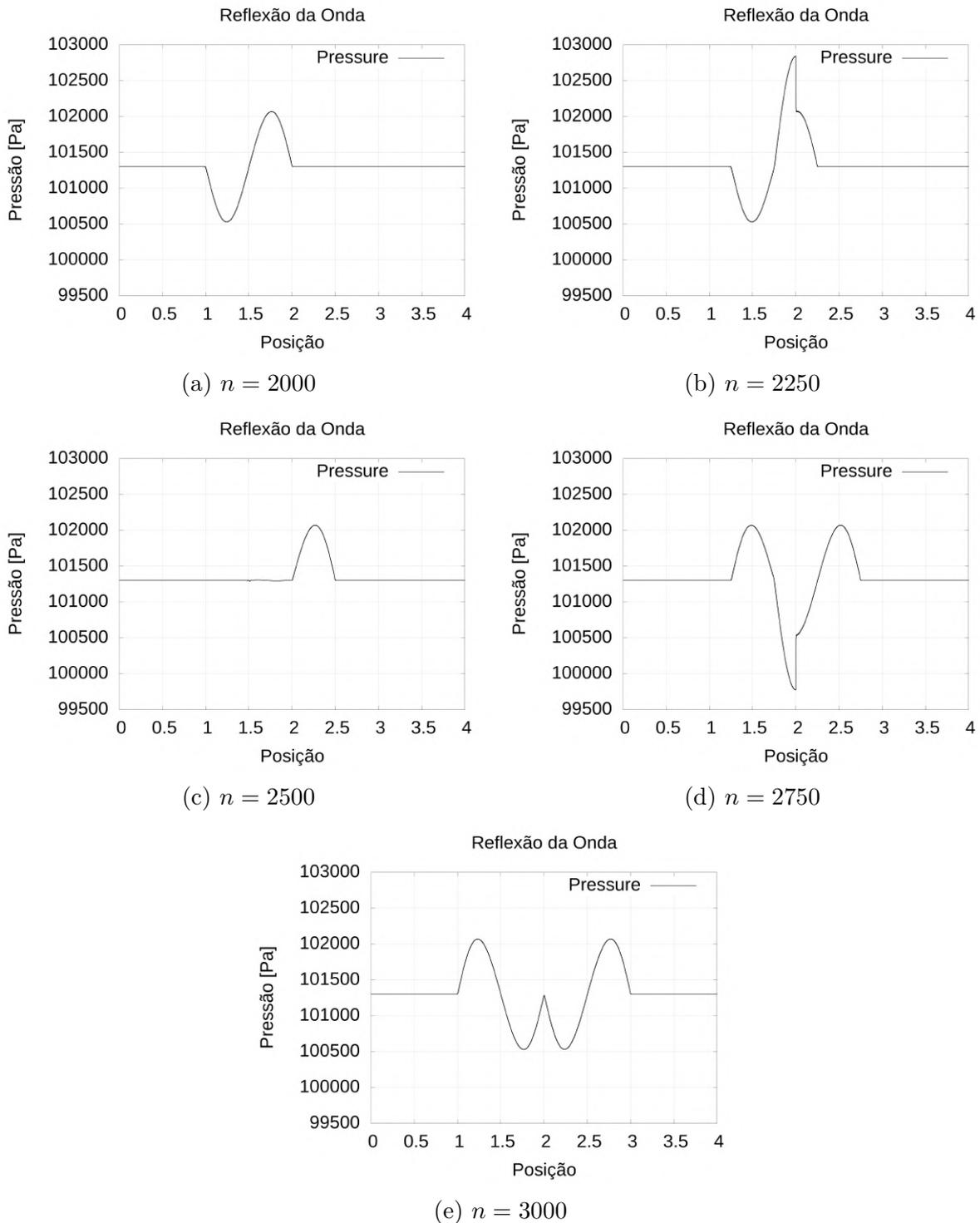


Figura 13 – Reflexão de uma onda sonora em uma parede posicionada em $x = 2.0$.

Uma outra simulação feita para verificar o método numérico, e em particular a aplicação das condições de contorno nas paredes com o método da fronteira imersa móvel adaptado, foi a da reflexão de uma onda sonora em uma parede. Para isso, um pistão, posicionado em $x = 0.0$, oscilou de modo a provocar um pulso de pressão com um período,

que se propagou e refletiu em uma parede em $x = 2.0$. A figura 13 mostra como ocorre a reflexão da onda.

No gráfico da figura 13a, a parte da frente da onda chega à parede. Um quarto de período depois, como mostra a figura 13b, o pico alcança a parede, e há uma interferência construtiva entre duas partes da onda, uma que está incidindo sobre a parede e outra que já foi refletida. Meio período após o início da reflexão, como mostra a figura 13c, o pico refletido encontra-se sobre o vale da onda, que ainda não chegou à parede, e há uma interferência destrutiva. Três quartos de período depois do início da reflexão, na figura 13d, o vale chega à parede, e há novamente uma interferência construtiva entre a parte incidente e a parte refletida da onda. Por fim, um período após o início da reflexão, como mostra o gráfico da figura 13e, a onda sonora já foi inteiramente refletida. A principal observação a ser feita com estes resultados é que a reflexão da onda não provoca nenhuma alteração na amplitude da onda. Este resultado é o esperado, já que a condição de contorno para a temperatura, $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ sobre a parede, significa que não há variação de entropia através da parede, isto é, não há perda ou ganho de calor durante a reflexão nem realização de trabalho, já que a parede é rígida.

Os gráficos da figura 13 mostram uma onda atravessando a parede. Isso ocorre devido à forma com que as condições de contorno são aplicadas, com o método da fronteira imersa. No entanto, como são utilizados os volumes de isolamento, descritos na seção 3.6.1, o escoamento depois da fronteira não interfere no escoamento na região que está sendo estudada, entre as duas fronteiras (em $x = 0.0$ e em $x = 2.0$).

5.3 Calibração da Dissipação Artificial

Como foi explicado na seção 3.4, os métodos numéricos utilizados para resolver as equações de Euler sempre exigem simplificações que introduzem erros no resultado. No caso específico do método utilizado neste trabalho, as fontes de erro são a discretização temporal, a interpolação dos valores nas superfícies dos volumes de controle e a utilização de uma média ponderada pela massa específica como o valor médio para as variáveis primitivas. Para controlar o erro numérico, é necessário introduzir uma dissipação artificial, que depende dos coeficientes $K_{div}^{(2)}$, $K_{prs}^{(2)}$, $K_{den}^{(2)}$ e $K^{(4)}$. A determinação dos coeficientes adequados é fundamental para garantir que o erro numérico não prejudique os resultados e que a própria dissipação não introduza outro erro na solução obtida.

Para determinar os coeficientes adequados, foi feita uma análise da oscilação numérica, para diferentes valores dos coeficientes de dissipação, na região do salto de pressão de uma onda N gerada pelo movimento de um pistão com a mesma amplitude e a mesma frequência que as utilizadas para gerar a onda estacionária não linear. A partir de valores de referência, os valores de dissipação foram aumentados sistematicamente, multiplicando todos os coeficientes por diferentes valores, de modo a manter constante a razão entre

quaisquer dois coeficientes. A figura 14 mostra a oscilação numérica após o primeiro choque da onda N, que se propaga na direção positiva do eixo x, para diferentes valores do fator utilizado para multiplicar os coeficientes. A figura 15 mostra a onda N, com a região mostrada na figura 14 destacada.

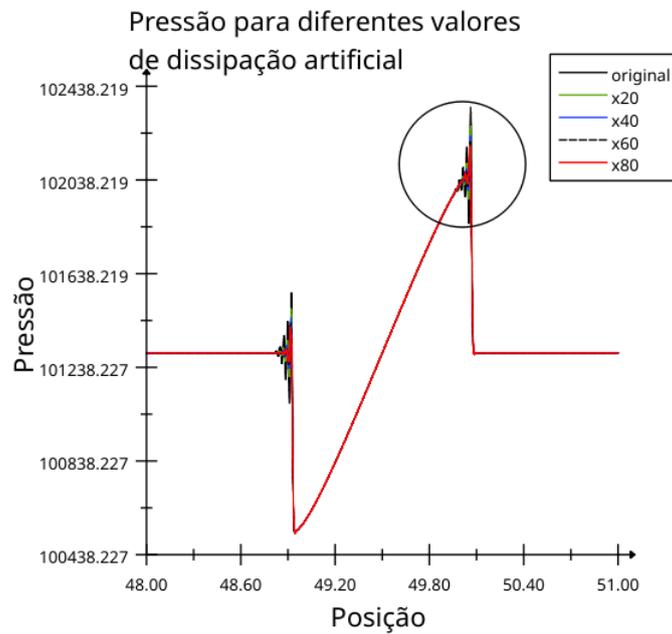


Figura 14 – Onda N com diferentes valores de dissipação. A região da figura 15 está circulada.

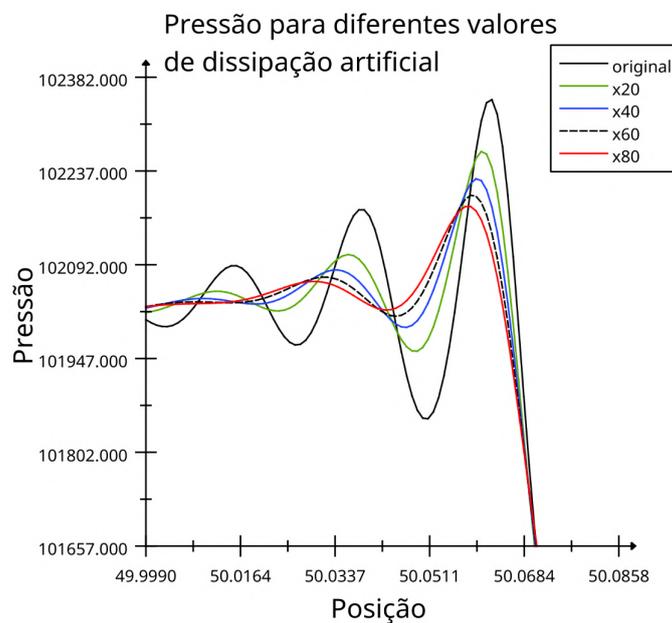


Figura 15 – Aproximação da região do salto de pressão da onda N com diferentes valores de dissipação.

Apesar de a oscilação numérica ainda estar relativamente alta com os coeficientes multiplicados por 80, os coeficientes associados a esse fator de multiplicação foram

utilizados porque, com coeficientes maiores (100 vezes os originais), o resultado já fica sobre-amortecido, isto é, o erro introduzido pela dissipação compromete o resultado.

A tabela 2 mostra os valores de referência dos coeficientes de dissipação e os valores utilizados para as simulações das ondas estacionárias neste trabalho.

Tabela 2 – Coeficientes de Dissipação

Coeficiente	Valor de referência	Valor utilizado
$K_{div}^{(2)}$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$4.0 \cdot 10^{-2}$
$K_{prs}^{(2)}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-1}$
$K_{den}^{(2)}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$4.0 \cdot 10^{-1}$
$K^{(4)}$	$5.0 \cdot 10^{-2}$	4.0

Para o estudo do cancelamento de ruído, no entanto, foram utilizados os valores de referência originais, já que a redução de amplitude das oscilações, especialmente para os casos de menor amplitude de movimento das paredes implica que não é necessário utilizar coeficientes tão grandes.

5.4 Ondas Planas

Antes das simulações das ondas estacionárias e do cancelamento do ruído, foram feitas simulações de ondas sonoras planas, formadas pela oscilação de um pistão enquanto a extremidade oposta do domínio permanece aberta, de modo que não há interferência entre diferentes ondas. O objetivo destas simulações é avaliar diferentes tipos de movimento do pistão, relacionar a amplitude das oscilações com a intensidade do ruído, através do cálculo do nível de pressão sonora de acordo com a equação 2.5, e analisar como os efeitos não lineares provocam a deformação das ondas sonoras ao longo do tempo.

Os tipos de movimento do pistão utilizados foram um movimento com velocidade descrita por uma equação trigonométrica simples,

$$v(t) = A 2\pi f \sin(2\pi ft), \quad (5.1)$$

e um movimento com velocidade descrita pelo cubo de uma função trigonométrica,

$$v(t) = A 2\pi f \sin^3(2\pi ft), \quad (5.2)$$

nas quais A é a amplitude do movimento do pistão, em metros e f é a frequência do movimento, em hertz.

5.4.1 Imposição da velocidade da parede com uma função senoidal

A primeira forma de movimento das paredes testada foi a com velocidade descrita pela equação 5.1. Está é uma forma natural de descrever o movimento já que é uma

função periódica simples. Assim, foram feitas simulações com diferentes amplitudes de movimento, e o nível de pressão sonora foi calculado para cada caso. A figura 16 mostra o gráfico no nível de pressão sonora em função da amplitude.

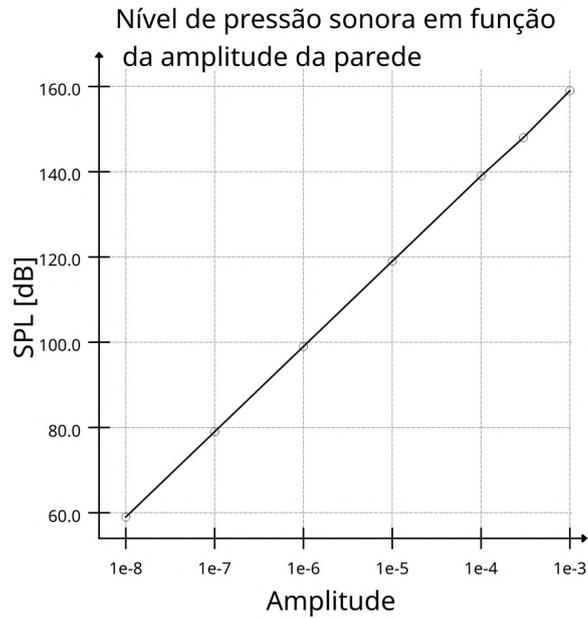


Figura 16 – Nível de pressão sonora (SPL) em função da amplitude do movimento da fronteira

Para observar como os efeitos não lineares influenciam a forma da onda sonora, foi feita uma simulação em que o pistão se movimenta, de acordo com a equação 5.1 por apenas um período, de modo que apenas um ciclo de onda é gerado e se propaga. A figura 17 mostra a forma da onda de pressão depois que a onda se propagou por um tempo igual a 10 períodos. Nesse instante, ainda não é possível observar distorção da forma da onda.

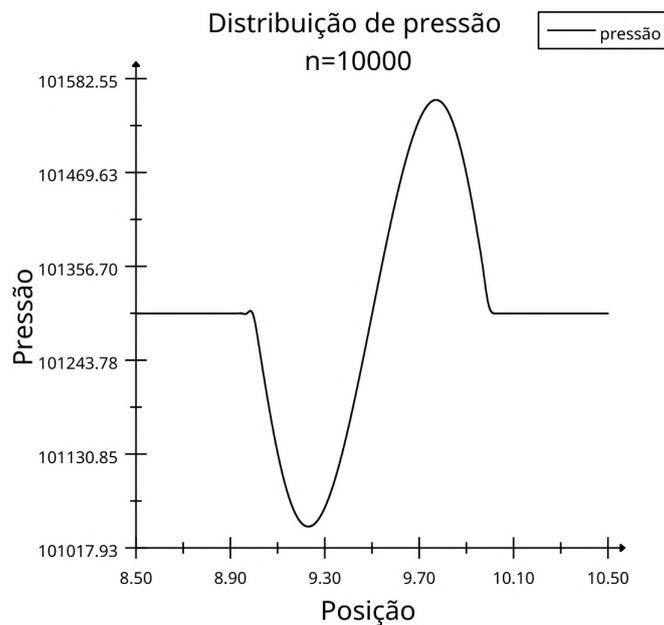


Figura 17 – Formato da onda para $t = 0,01$ s

A figura 18 mostra a forma da onda sonora que se propagou por um tempo igual a 50 períodos. Neste caso, é possível observar claramente a distorção da onda, com o pico se propagando mais rápido e o vale se propagando mais devagar que o restante da onda.

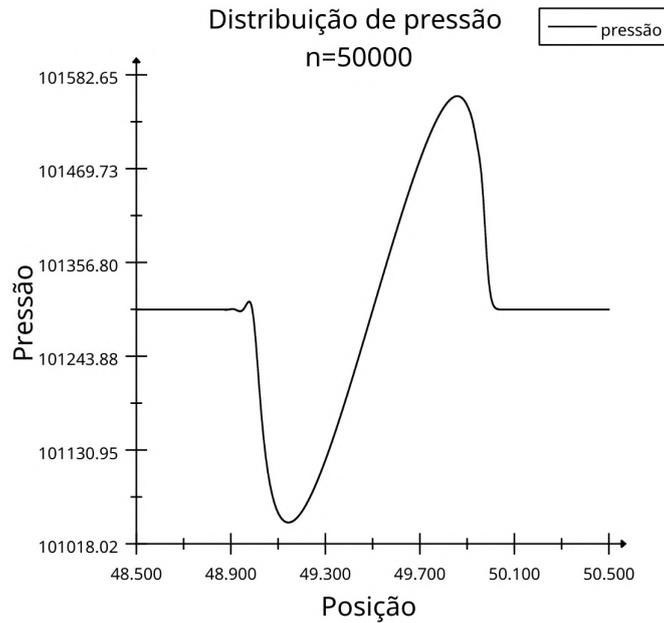


Figura 18 – Formato da onda para $t = 0,05$ s

A figura 19 mostra a forma da onda que se propagou por 150 períodos. Após esse tempo, a onda já adquiriu a forma de uma onda N, com duas ondas de choque. As ondas de choque aparecem quando o pico de pressão alcança a parte da frente e o vale é alcançado pela parte de trás da onda.

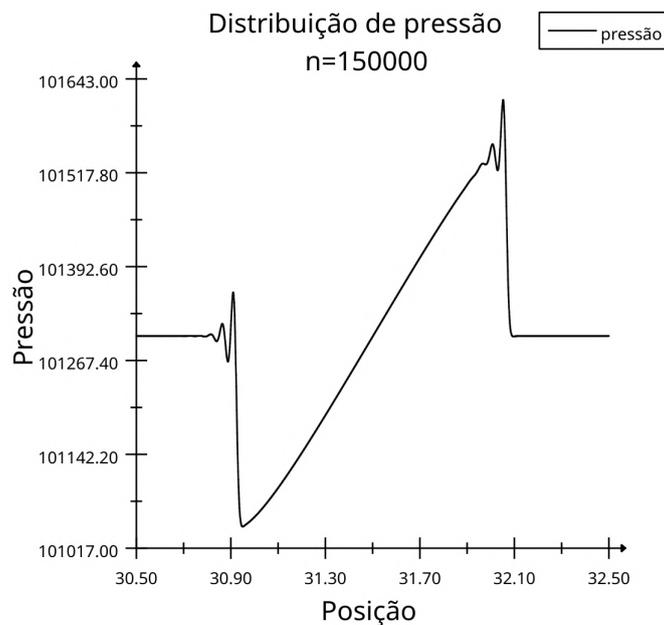


Figura 19 – Formato da onda para $t = 0,15$ s

Estas imagens mostram que os efeitos não lineares provocam a deformação da onda ao longo do tempo. Devido à diferença de velocidade entre as diferentes regiões da

onda, o pico e o vale se afastam ao longo do tempo e, quando chegam nas extremidades da onda, surgem as ondas de choque. Quanto maior for essa diferença de velocidade, mais rápida será essa deformação, mas é possível afirmar que, mesmo para ondas com amplitude pequena, que a princípio se comportam linearmente, a deformação pelos efeitos não lineares ocorrerá se houver tempo suficiente.

Estas imagens também mostram que, devido à interrupção do movimento da parede, surge uma oscilação de pressão sem significado físico, presente desde o início, na figura 17. Isso ocorre porque, com a velocidade dada por $v(t) = A 2\pi f \sin(2\pi ft)$, no passo de tempo em que o pistão para, a velocidade é nula, mas a aceleração de pistão é máxima, de modo que a descontinuidade na aceleração pode provocar um aumento local do erro numérico.

5.4.2 Imposição da velocidade da parede com uma função senoidal ao cubo

Para evitar a descontinuidade na aceleração da parede, foram feitas simulações com o movimento dos pistões dado pela equação 5.2, já que, neste caso, quando a velocidade é nula, a aceleração do pistão, dada pela derivada da velocidade, também é nula. O gráfico da figura 20 mostra a relação entre o nível de pressão sonora e a amplitude do movimento oscilatório da parede. É possível observar que a relação entre o nível de pressão sonora e a amplitude segue a mesma tendência observada no gráfico da figura 16, na seção 5.4.1, com uma mudança nos valores já esperada, já que as ondas sonoras têm formatos diferentes nos dois casos.

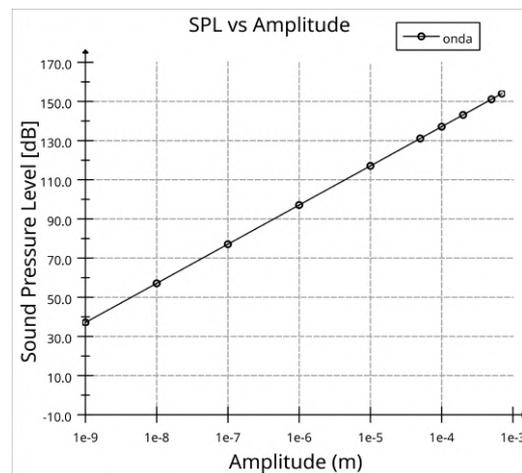


Figura 20 – Nível de pressão sonora (SPL) em função da amplitude do movimento da fronteira

Para analisar como os efeitos não lineares provocam a deformação das ondas sonoras, foram feitos os gráficos de pressão em função do tempo para diferentes posições dentro do duto, mostrados na figura 21. O gráfico da figura 21a, obtido para uma amplitude de movimento de $1,0 \times 10^{-8}$ metros, mostra que, para uma amplitude pequena, não é possível observar deformações, o que indica que os efeitos não lineares neste caso

são pequenos. O gráfico da figura 21b, por outro lado, mostra que, devido aos efeitos não lineares, o pico da onda se propaga com velocidade maior que o vale, e a onda se deforma até adquirir o formato de dente de serra.

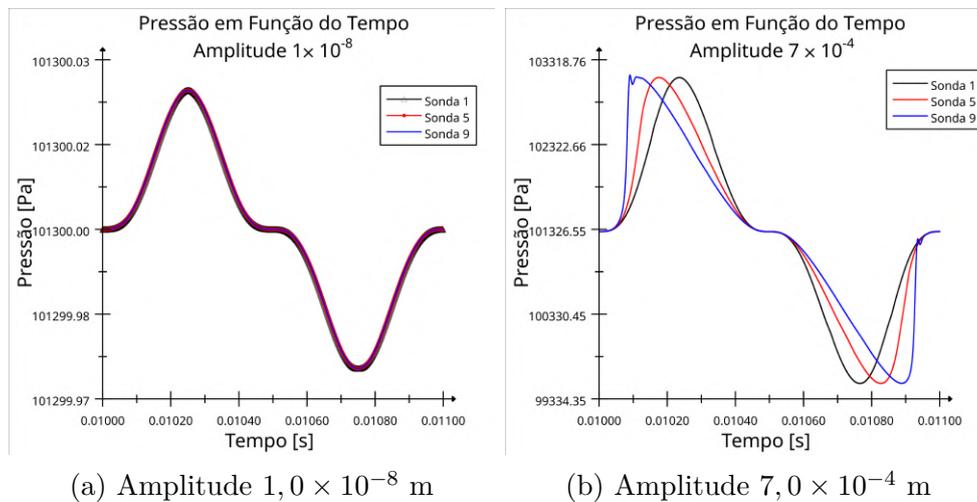


Figura 21 – Pressão em função do tempo para diferentes distâncias da parede

Estes resultados mostram que, para o movimento do pistão com velocidade $v(t) = A 2\pi f \sin^3(2\pi ft)$, não há problema com a descontinuidade observada nos resultados da seção 5.4.1. Desta forma, a velocidade dada pelo cubo da função seno foi utilizada nas simulações do cancelamento de ruído, mas a função seno foi utilizada para as ondas estacionárias.

Além disso, para avaliar se a hipótese, utilizada na acústica linear, de que a propagação do som é um fenômeno isentrópico, foram feitos gráficos da variação de entropia em função do tempo, calculada de acordo com a equação 3.11, apresentados na figura 22. O gráfico na figura 22a mostra as curvas de variação de entropia em função do tempo, em uma posição fixa a um comprimento de onda de distância do pistão. Estas curvas mostram que a variação de entropia provocada pela oscilação do pistão com amplitude de $1,0 \times 10^{-4}$ metros é muito maior que a provocada pela oscilação com $1,0 \times 10^{-8}$ metros. No entanto, é possível observar que, mesmo para o caso de menor amplitude, há um aumento da entropia ao longo do tempo, de modo que a propagação do som não é isentrópica em nenhum dos casos, mas a aproximação de isentropia pode ser razoável para amplitudes baixas. A figura 22b mostra a variação de entropia provocada pela oscilação do pistão com amplitude de $1,0 \times 10^{-4}$ metros. Neste gráfico, é possível ver que a entropia oscila com o tempo, mas o aumento de entropia é sempre maior que a redução seguinte, de modo que há um aumento do valor médio ao longo do tempo.

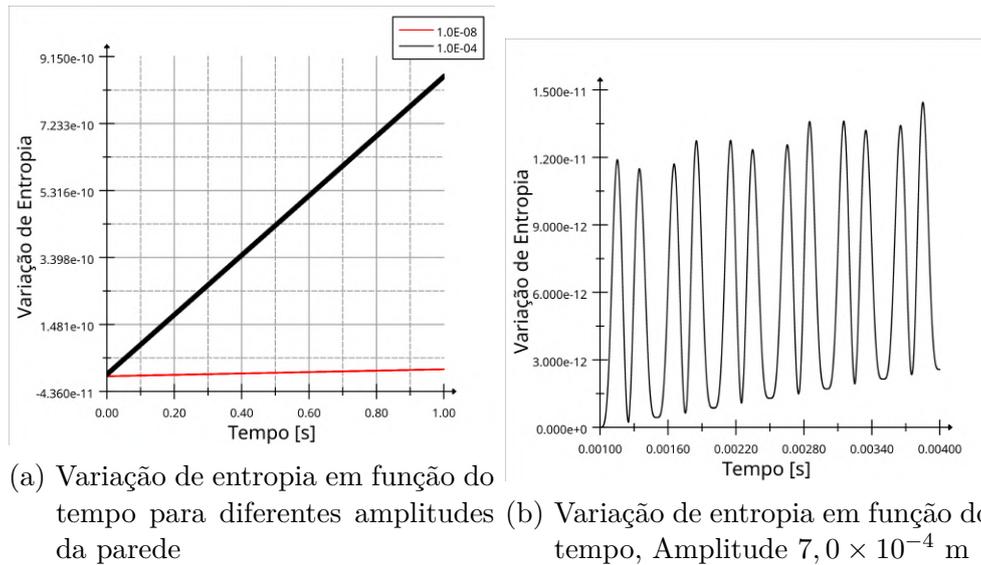


Figura 22 – Pressão em função do tempo para diferentes amplitudes da parede

5.5 Onda Estacionária Linear

A onda estacionária linear foi obtida através do movimento do pistão com uma frequência de 1000 Hz e uma amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ m. Essa amplitude é associada a um nível de pressão sonora de 60 dB, o que corresponde aproximadamente ao ruído de uma conversa normal, avaliado a uma distância de um metro.

Para gerar a onda estacionária, a parede da esquerda, posicionada em $x = 0$, oscilou por 10000 passos de tempo, o que equivale a 10 períodos da onda sonora e, em seguida, parou. A onda gerada por essa parede refletiu em uma outra parede, posicionada em $x = 5$, isto é, a 5 comprimentos de onda da parede que oscila, de modo que entre as duas paredes sempre ocorre a interação entre duas ondas sonoras se propagando em sentidos contrários. Os gráficos de distribuição de pressão da figura 23 mostram como é esse período inicial antes de a onda dentro do ressonador se tornar estacionária.

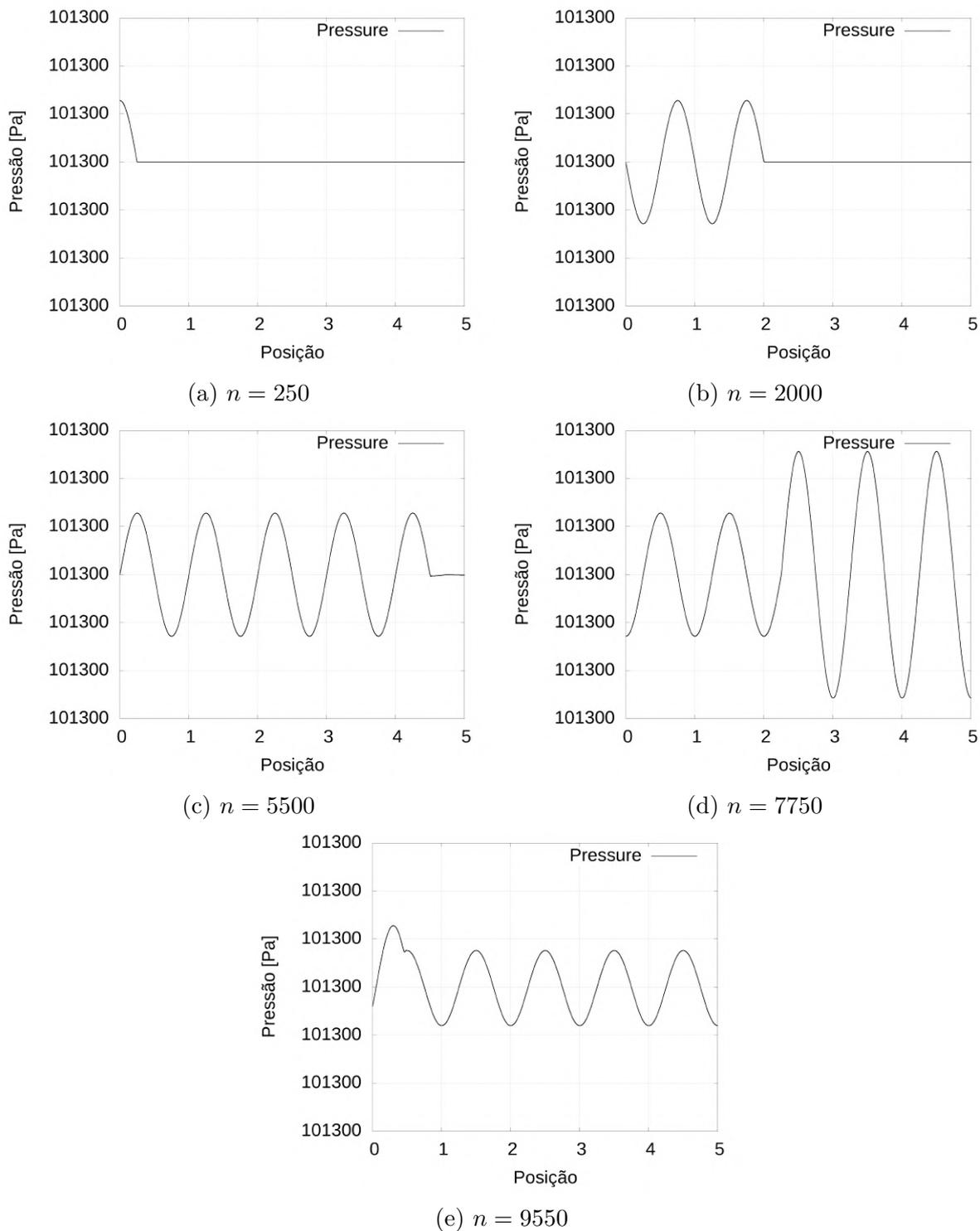


Figura 23 – Distribuição de pressão em diferentes passos de tempo (n) durante o período em que a onda estacionária ainda não se estabeleceu.

Os gráficos da figura 24 mostram o valor de pressão em função do tempo para a sonda 1 (24a) e para a sonda 2 (24b), posicionadas conforme é indicado na figura 11, entre os instantes de tempo $t = 0.005$ s e $t = 0.01$ s, o que corresponde ao início da simulação e inclui a transição da onda para a condição estacionária, com interferência destrutiva no nó, que pode ser observada no gráfico para a sonda 2, e interferência construtiva no antinó, que pode ser observada no gráfico para a sonda 1.

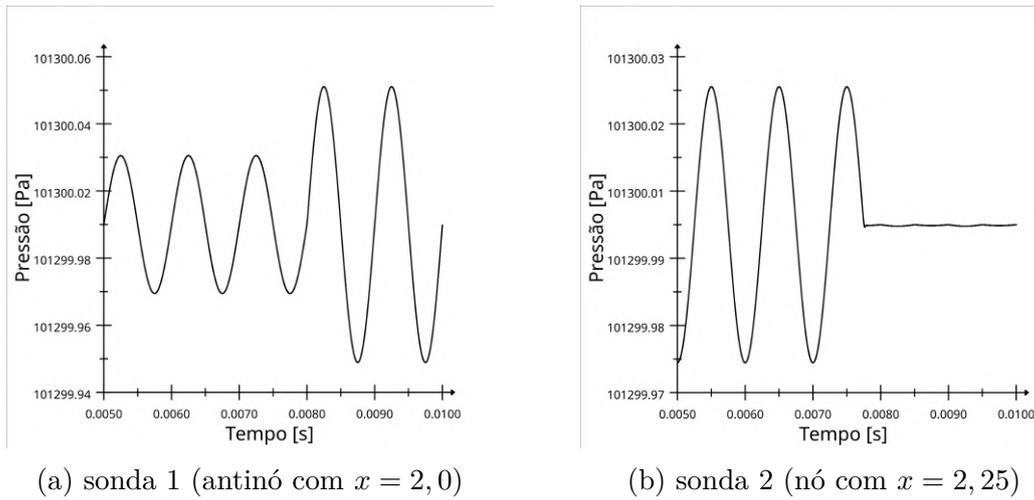


Figura 24 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.005$ s e $t = 0.01$ s

A figura 25 mostra os gráficos de pressão nas sondas 1 e 2 entre os instantes de tempo $t = 0, 2$ s e $t = 0.205$ s. A comparação destes gráficos com os apresentados na figura 24 mostra que, depois que a onda estacionária se estabeleceu, a amplitude da oscilação do antinó permanece constante ao longo do tempo, e a pressão no nó permanece praticamente constante.

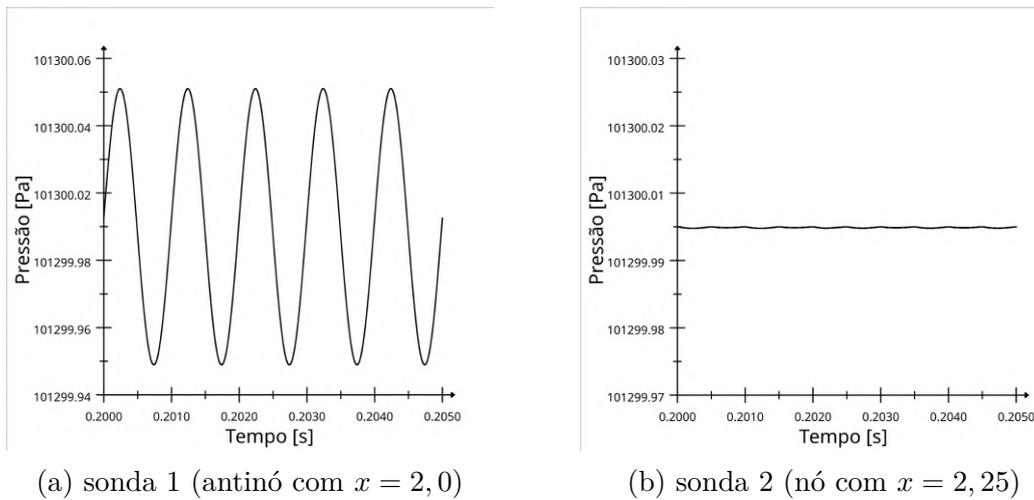
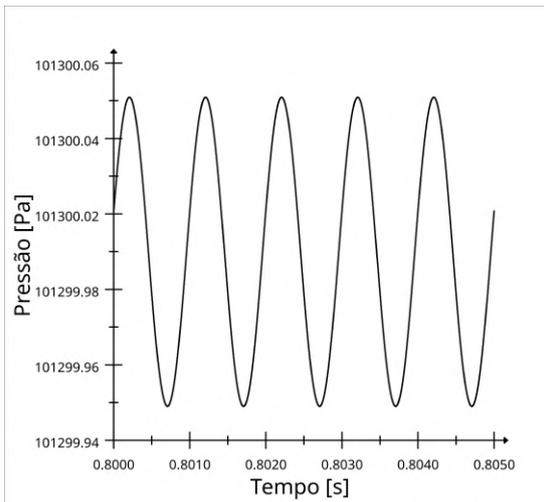
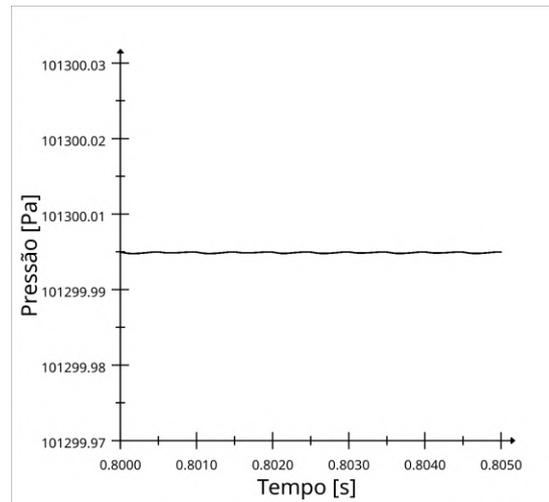


Figura 25 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0, 2$ s e $t = 0.205$ s.

A figura 26 mostra, da mesma forma, os gráficos de pressão ao longo do tempo na sonda 1 (figura 26a) e na sonda 2 (figura 26b) entre os instantes de tempo $t = 0.8$ s e $t = 0.805$ s. A comparação desses gráficos com os mostrados nas figuras 24 e 25 mostra que a amplitude da pressão no antinó ainda permanece constante, e a pressão no nó permanece constante. Com isso, é possível observar que não há efeitos dissipativos ou não lineares que provoquem uma diminuição da amplitude ao longo do tempo ou uma oscilação de pressão significativa no nó, como era esperado, já que as equações de Euler não incluem efeitos dissipativos e a amplitude de oscilação é pequena demais para que os efeitos não lineares alterem a forma da onda sonora.



(a) sonda 1 (antinó com $x = 2,0$)



(b) sonda 2 (nó com $x = 2,25$)

Figura 26 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.8$ s e $t = 0.805$ s

A figura 27 mostra os gráficos da transformada de Fourier, calculada com janela Hann, do sinal de pressão na sonda 1, posicionada no antinó da onda estacionária. Nestes gráficos, é possível observar que o ruído é puramente tonal, com picos bem definidos nos harmônicos da frequência do pistão, 1000 Hz, e nos harmônicos da frequência fundamental do ressonador, 100 Hz, dados pela equação 2.13.

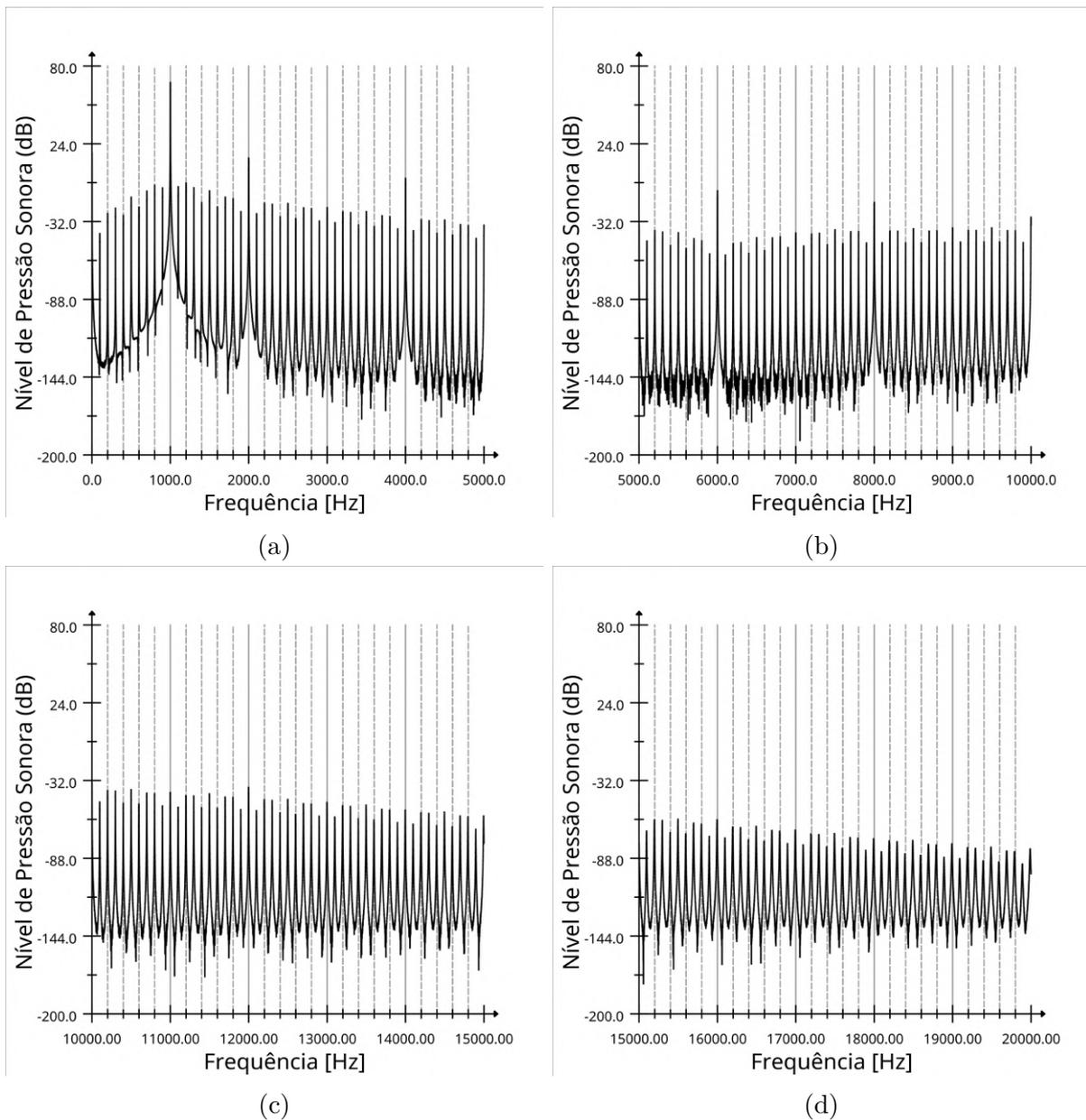


Figura 27 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 1

A figura 28 mostra os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão na sonda 2. Estes gráficos mostram que, assim como foi observado com o sinal da sonda 1, o ruído não apresenta nenhum conteúdo de banda larga, e os picos são bem definidos nas mesmas frequências dos gráficos da figura 27. No entanto, é possível observar que, quando comparados com os demais picos, os harmônicos ímpares de 1000 Hz têm amplitude significativamente menor, o que indica que, devido à interação entre as ondas sonoras, a frequência dominante na posição dos nós passa a ser 2000 Hz.

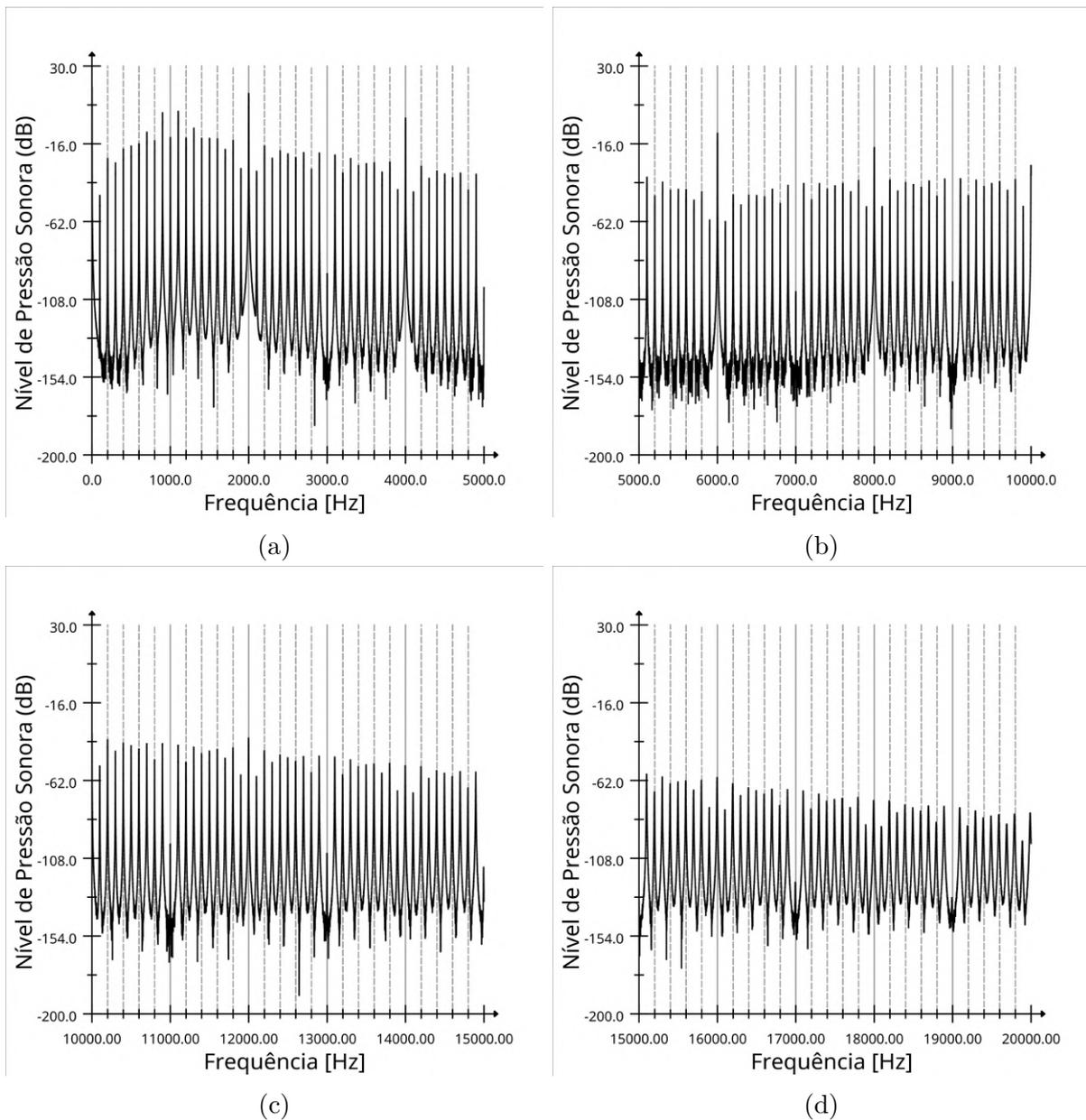
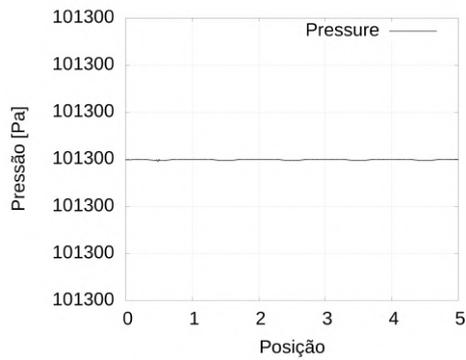
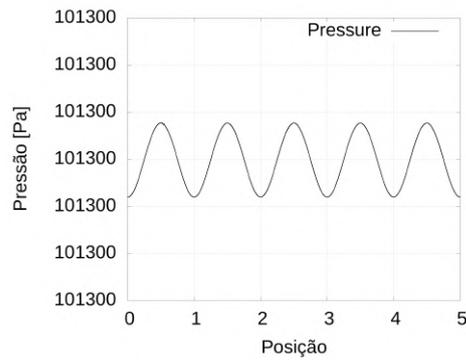


Figura 28 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 2

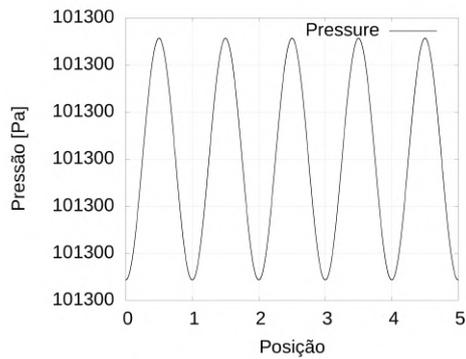
A figura 29 mostra a distribuição de pressão dentro do ressonador ao longo de um período τ_0 da onda estacionária, a partir de um instante arbitrário $t = 0$. Os gráficos permitem concluir, da mesma forma que os gráficos da pressão nas sondas, que, para uma amplitude da parede de $1,0 \times 10^{-8}$ m, a teoria de acústica linear descreve bem o fenômeno de propagação e interação entre ondas sonoras.



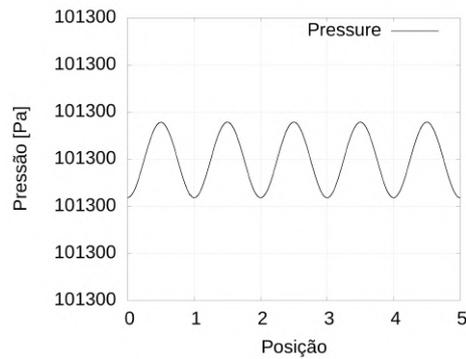
(a) $t = 0$



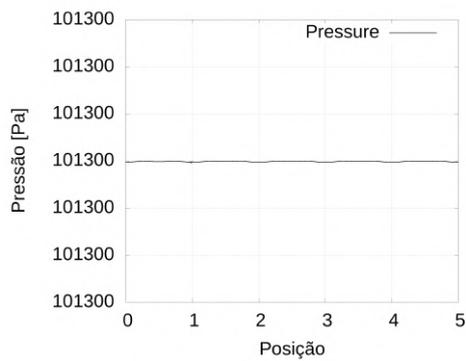
(b) $t = \frac{1}{20}\tau_0$



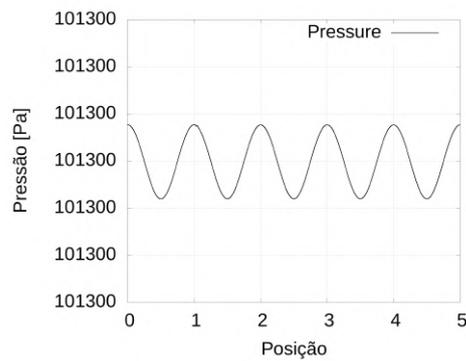
(c) $t = \frac{1}{4}\tau_0$



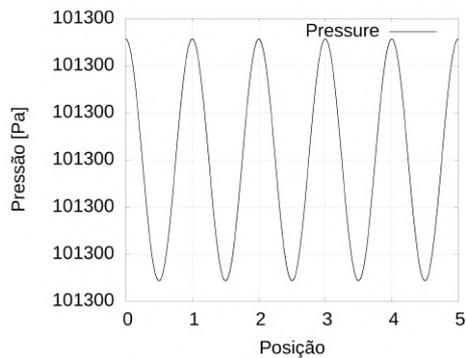
(d) $t = \frac{9}{20}\tau_0$



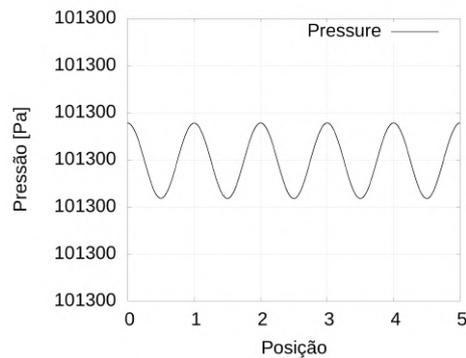
(e) $t = \frac{1}{2}\tau_0$



(f) $t = \frac{11}{20}\tau_0$



(g) $t = \frac{3}{4}\tau_0$



(h) $t = \frac{19}{20}\tau_0$

Figura 29 – Distribuição de pressão em diferentes instantes de tempo t durante um período τ_0 da onda estacionária.

5.6 Onda Estacionária não Linear

A onda estacionária não linear foi obtida da mesma forma que a onda linear, mas com uma amplitude do pistão igual a $1,0 \times 10^{-4}$ m. Essa amplitude é associada a um ruído com nível de pressão sonora de 140 dB, que corresponde aproximadamente ao ruído gerado por um avião durante a decolagem, e pode causar perda auditiva permanente mesmo para tempos de exposição curtos.

A figura 30 mostra os gráficos de pressão em função do tempo, entre os instantes $t = 0.005$ s e $t = 0.01$ s, nas sondas 1 e 2, posicionadas, conforme a figura 11, respectivamente, nos locais em que estariam o antinó e o nó no caso linear. A forma das ondas nas figuras 30a e 30b ainda é semelhante à forma da onda linear, o que indica que não houve tempo suficiente para que a diferença de velocidade de propagação entre os picos e os vales e o efeito do campo de velocidades induzido provoquem uma deformação perceptível da onda sonora. No entanto, é possível observar no gráfico de pressão na sonda 2 que há uma flutuação de pressão significativa, mas menor que a na sonda 1, o que mostra que os efeitos não lineares estão de fato presentes.

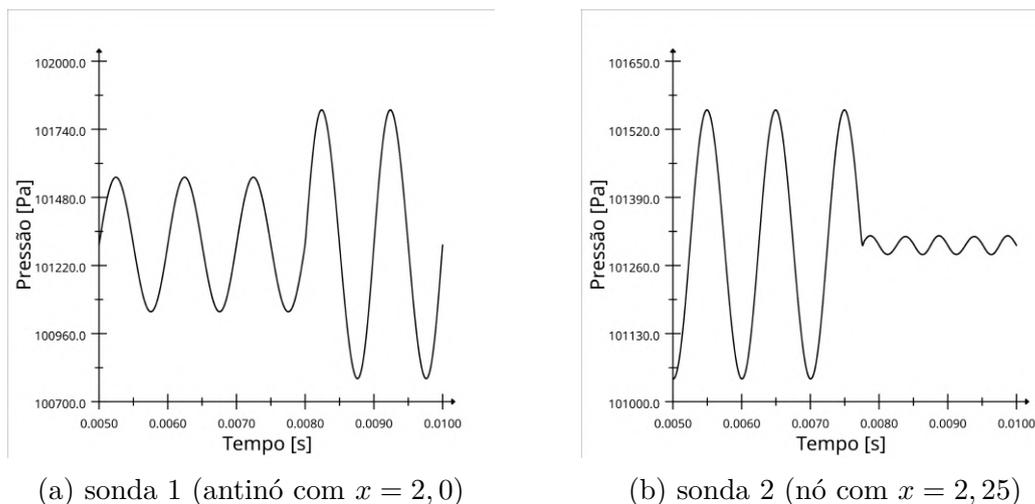
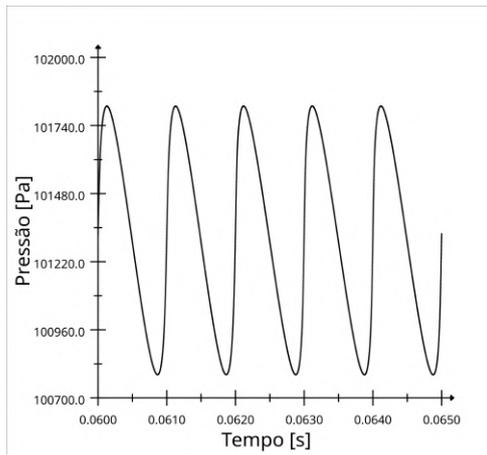
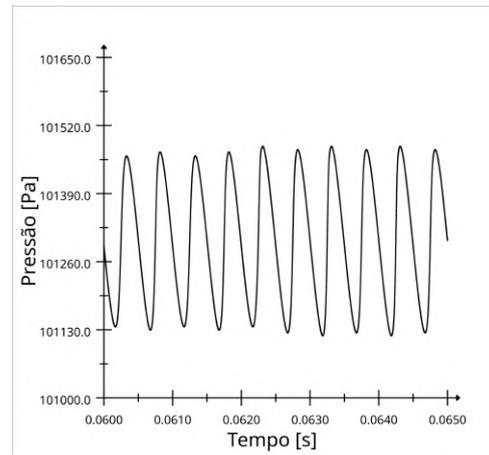


Figura 30 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.005$ s e $t = 0.01$ s.

A figura 31 mostra os gráficos de pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2 entre os instantes $t = 0.06$ s e $t = 0.065$ s. Os gráficos mostram que, para estes instantes, já houve tempo suficiente para que os efeitos não lineares provoquem uma deformação significativa da onda. É possível observar que os efeitos não lineares provocam um aumento da amplitude da oscilação de pressão no nó (figura 31b), já que a deformação das ondas faz com que a interferência completamente destrutiva, observada no caso linear, não ocorra. No entanto, a amplitude de pressão no antinó (figura 31a) não varia significativamente, quando comparada com a amplitude na figura 30a.



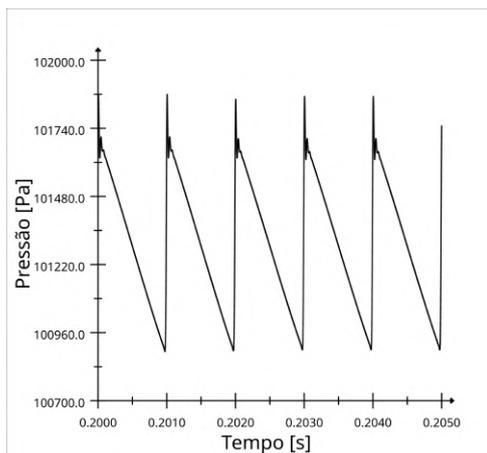
(a) sonda 1 (antinó com $x = 2, 0$)



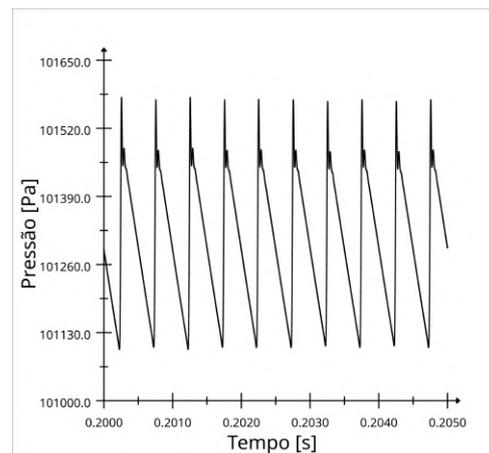
(b) sonda 2 (nó com $x = 2, 25$)

Figura 31 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.06$ s e $t = 0.065$ s.

A figura 32 mostra os gráficos de pressão em função do tempo na sonda 1 (figura 32a) e na sonda 2 (figura 32b), entre os instantes de tempo $t = 0.2$ s e $t = 0.205$ s. É possível observar, nos gráficos, que os efeitos não lineares provocaram a formação de ondas de choque. Como consequência da formação dos choques, há uma diminuição da amplitude de oscilação na sonda 1, quando comparada com a amplitude no gráfico da figura 31a (é importante desconsiderar a oscilação numérica para comparar as amplitudes). No entanto, a amplitude da oscilação na sonda 2 ainda não teve uma redução tão perceptível, quando comparada com a amplitude no gráfico da figura 31b, provavelmente devido ao fato de que, por apresentar um salto de pressão menor que o observado na posição da sonda 1, a intensidade do choque na sonda 2 é menor, o aumento de entropia é menor e há uma perda menor de energia no mesmo intervalo de tempo.



(a) sonda 1 (antinó com $x = 2, 0$)



(b) sonda 2 (nó com $x = 2, 25$)

Figura 32 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.2$ s e $t = 0.205$ s.

A figura 33a mostra o gráfico de pressão na sonda 1 e a figura 33b mostra o gráfico de pressão na sonda 2, entre os instantes de tempo $t = 0.800$ s e $t = 0.805$ s. A comparação desses gráficos com os gráficos na figura 32, entre os instantes de tempo

$t = 0.2$ s e $t = 0.205$ s, mostra que, tanto na sonda 1 quanto na sonda 2, a presença das ondas de choque provoca a diminuição da amplitude das ondas, devido às perdas associadas à irreversibilidade do choque.

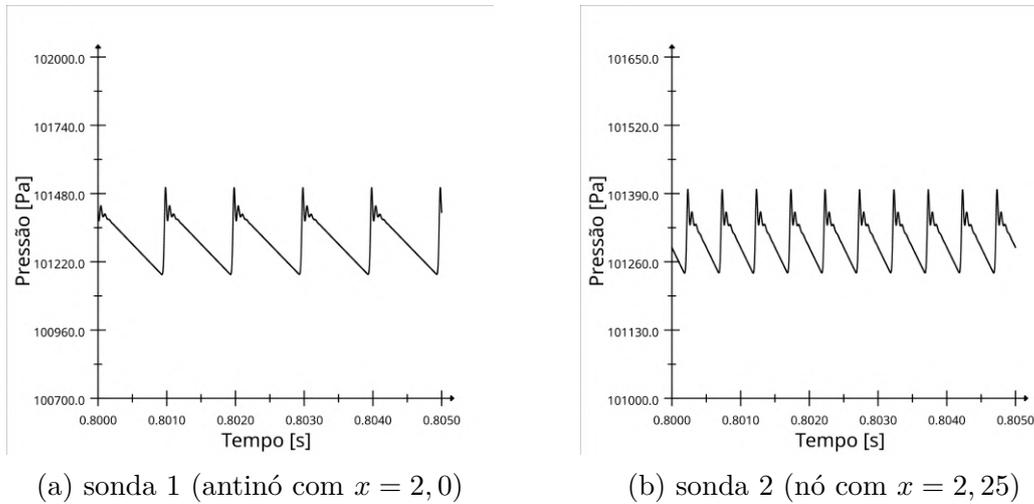


Figura 33 – Pressão em função do tempo nas sondas 1 e 2, entre $t = 0.8$ s e $t = 0.805$ s.

A figura 34 mostra os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão da sonda 1, com uma janela Hann. Nestes gráficos, assim como foi observado para a onda estacionária linear, é possível observar que o ruído é puramente tonal, com picos bem definidos nos harmônicos da frequência de oscilação do pistão. Além disso, existem picos nos harmônicos de 100 Hz, que é a frequência fundamental do duto com comprimento igual a cinco comprimentos de onda.

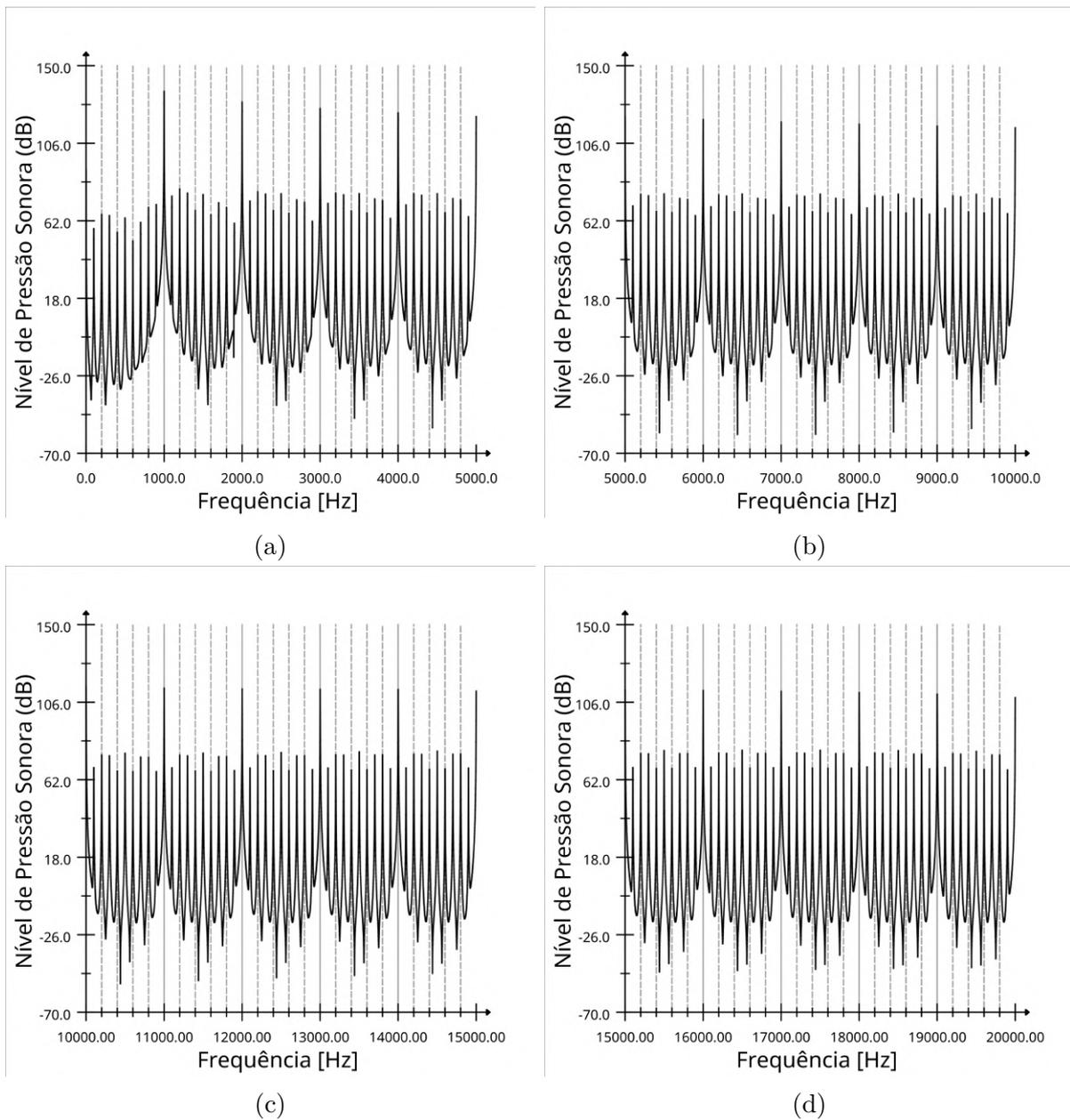


Figura 34 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 1

A figura 35 mostra os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão na sonda 2, posicionada no nó da onda estacionária. Estes gráficos mostram que, assim como na sonda 1 e para a onda estacionária linear, o sinal de pressão não apresenta conteúdo de banda larga, e é possível observar os picos nos harmônicos da frequência do pistão, 1000 Hz, e da frequência fundamental do duto, 100 Hz. Neste caso, no entanto, os harmônicos ímpares da frequência do pistão têm amplitude significativamente menor que os observados para a sonda 1, mas os harmônicos pares têm amplitude semelhante.

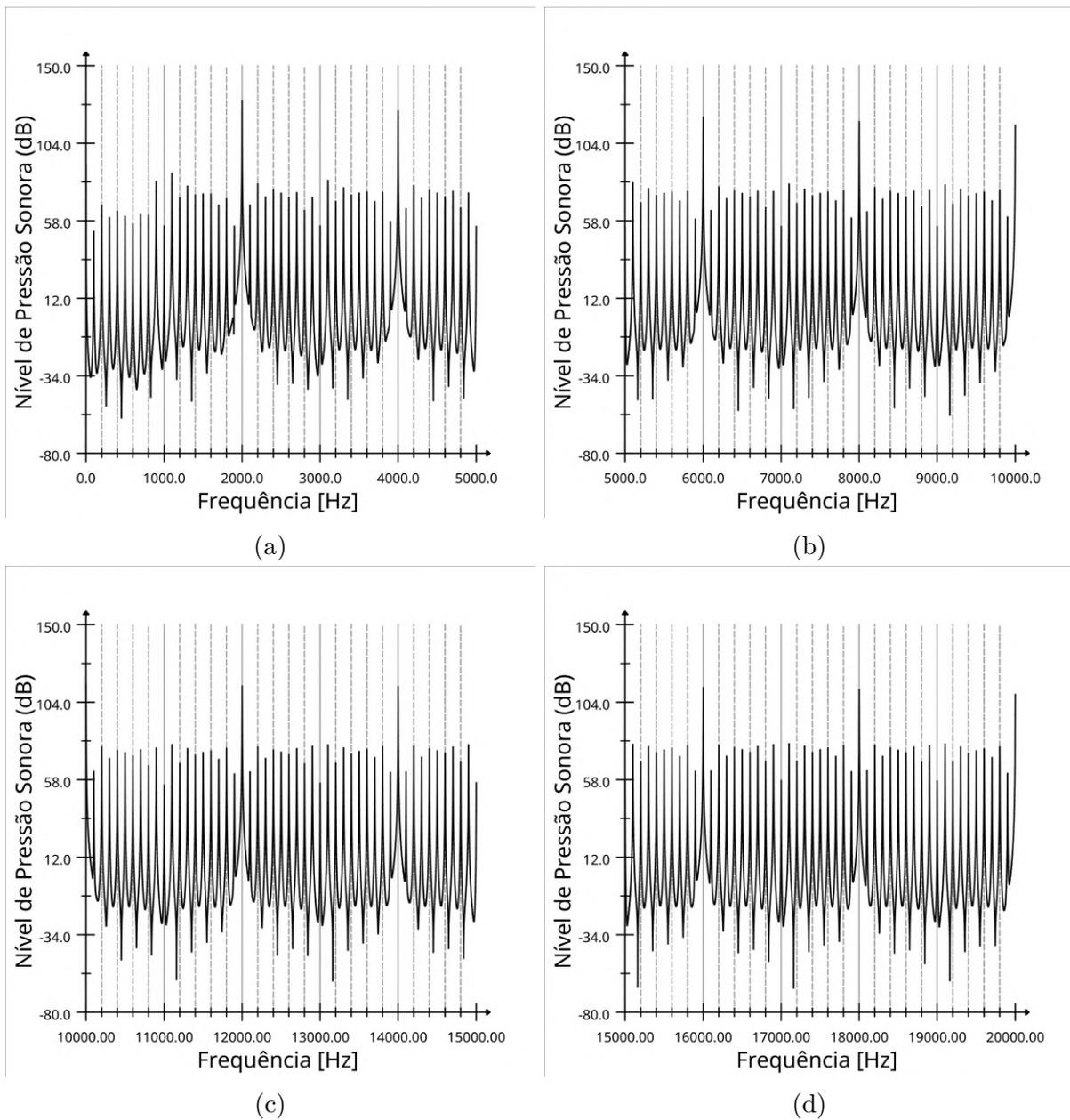


Figura 35 – Transformada de Fourier do sinal da pressão na sonda 1

5.6.1 Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.0105$ s

As figuras 36, 37 e 38 mostram os gráficos de distribuição de pressão em diferentes estágios da onda estacionária não linear de período τ_0 , e as figuras 39, 40 e 41 mostram os campos de velocidade associados aos mesmos estágios. Estes gráficos foram obtidos ao longo de um período a partir do instante $t_0 = 0.0105$ s, de modo que houve pouco tempo para que os efeitos não lineares provocassem a deformação da onda, que ainda tem a forma similar à linear.

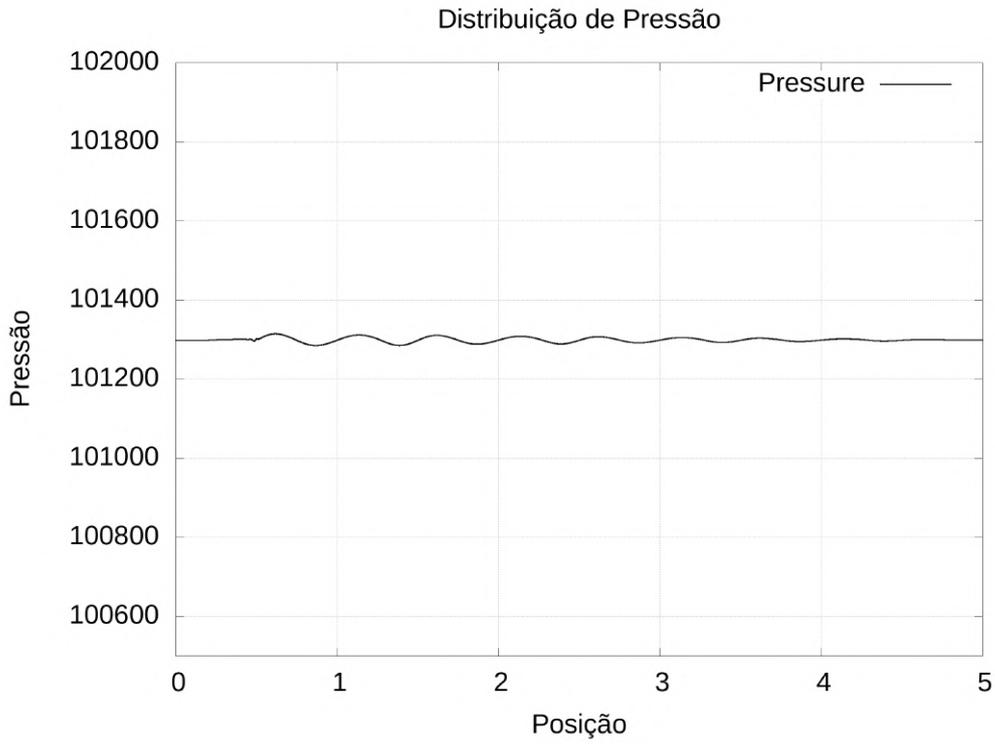


Figura 36 – Distribuição de pressão, $t = t_0$

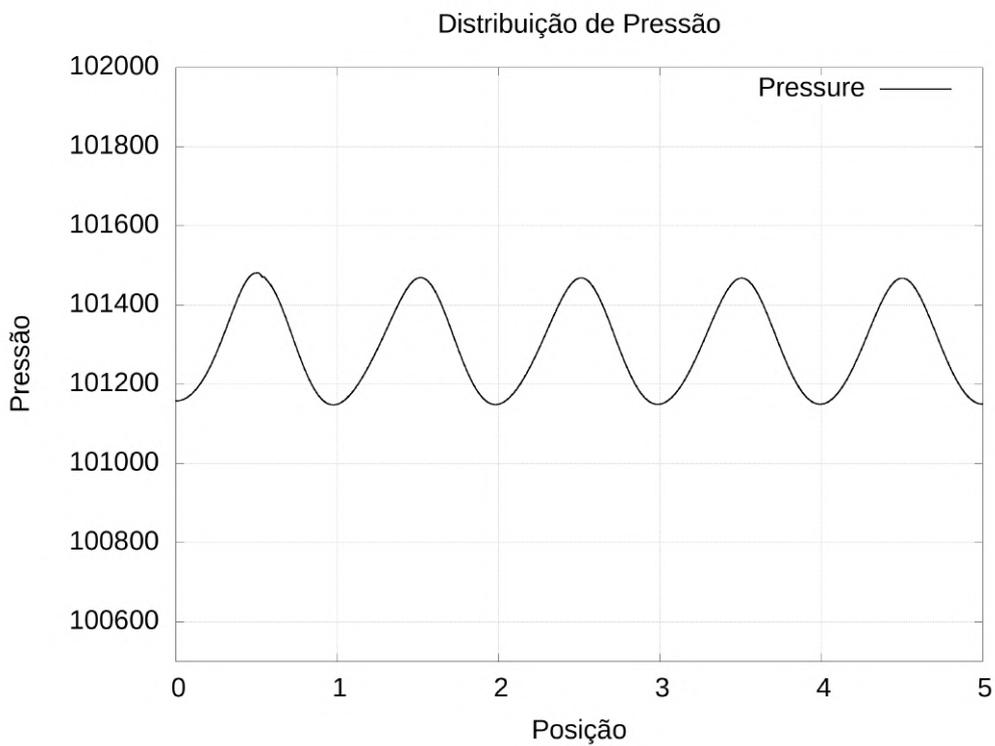


Figura 37 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

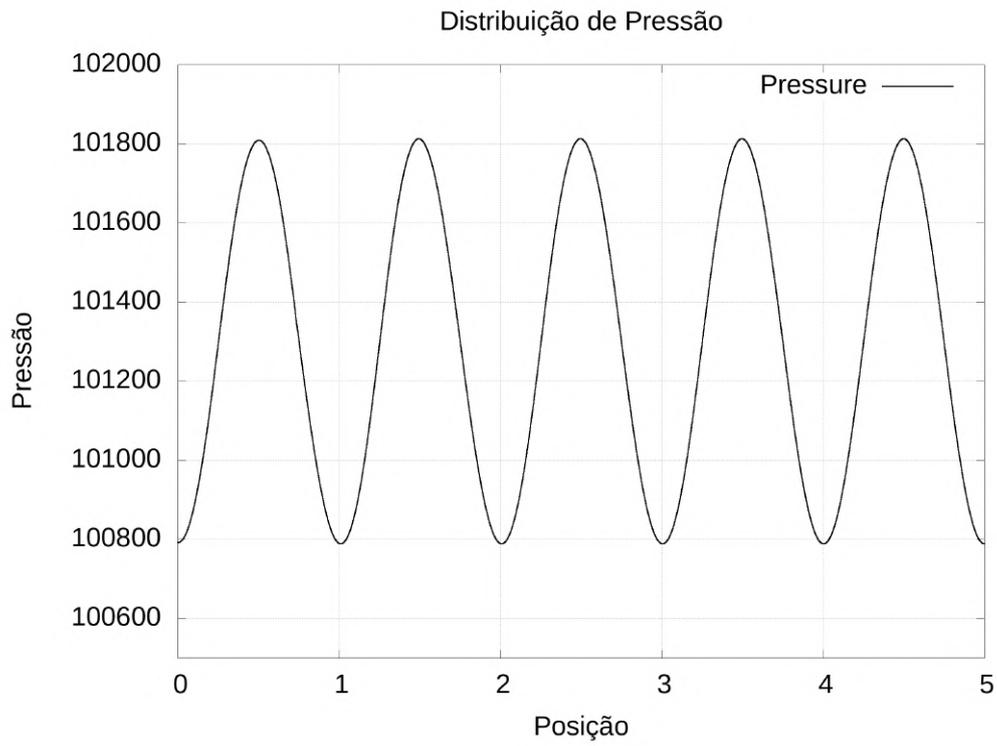


Figura 38 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

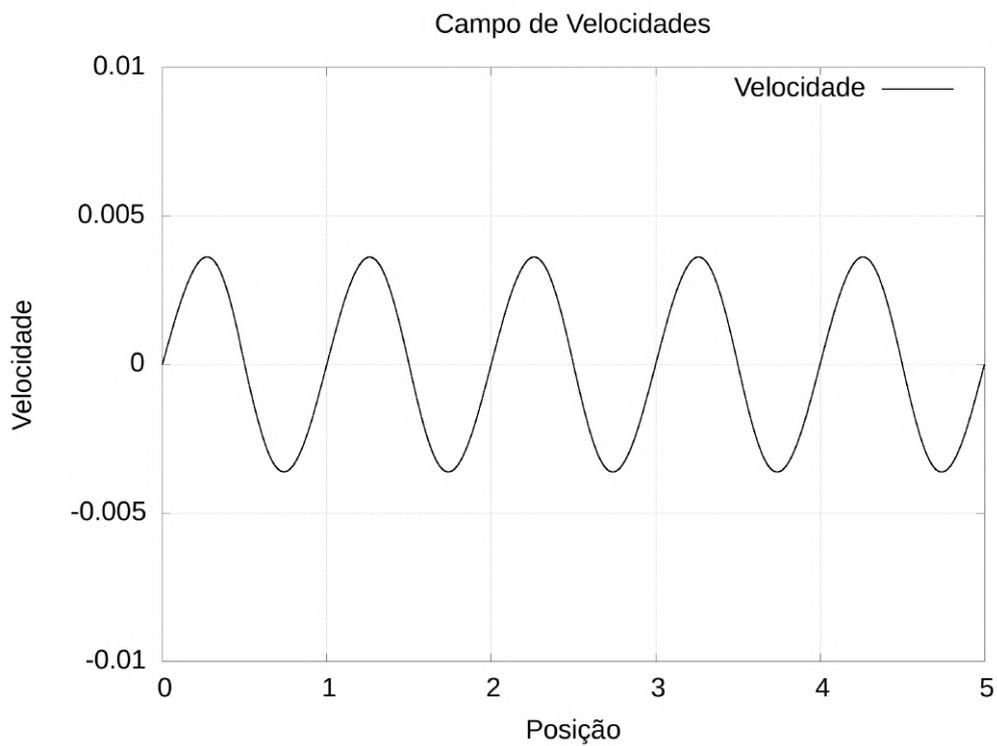


Figura 39 – Distribuição de velocidade, $t = t_0$

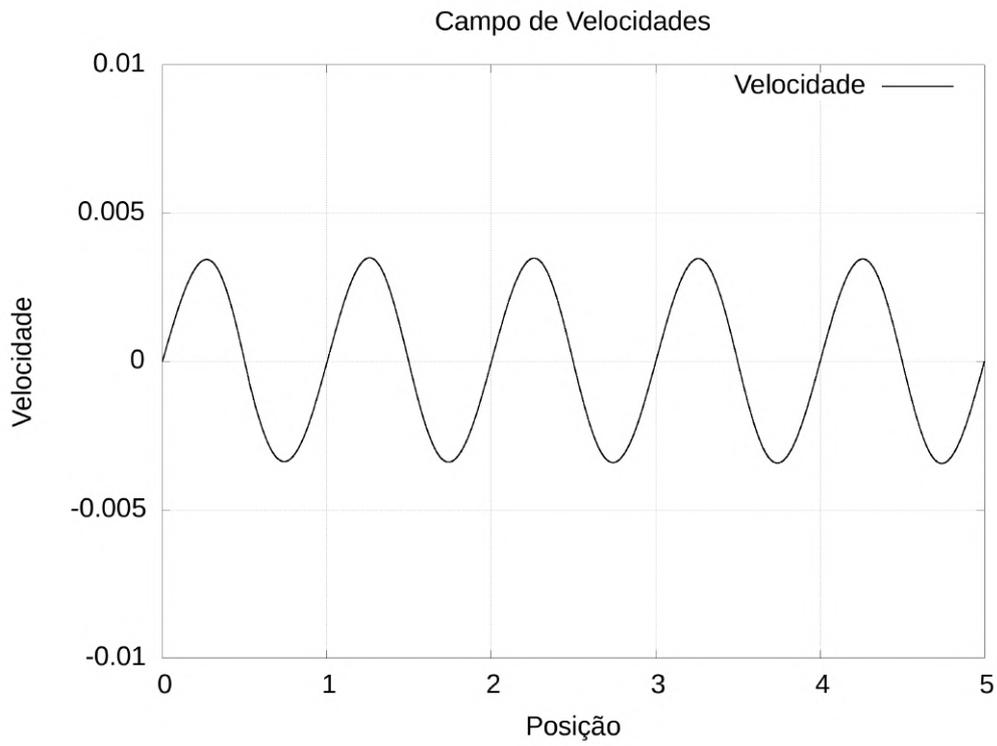


Figura 40 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

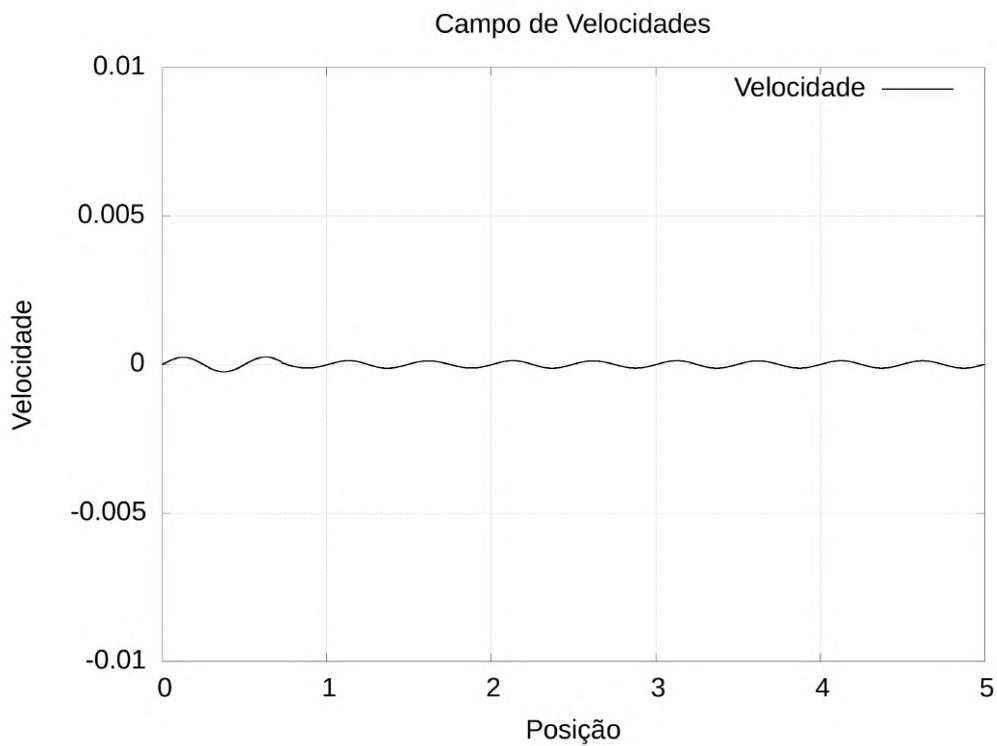


Figura 41 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

5.6.2 Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.0505$ s

As figuras 42, 43, 44 e 45 mostram a distribuição de pressão e as figuras 46, 47, 48 e 49 mostram os campos de velocidade correspondentes para diferentes instantes de uma onda estacionária com período τ_0 . Os gráficos foram obtidos a partir do instante de tempo $t_0 = 0.0505$ s, e mostram que os efeitos não lineares já influenciam a forma da onda, provocando distorções tanto na distribuição de pressão quanto no campo de velocidade.

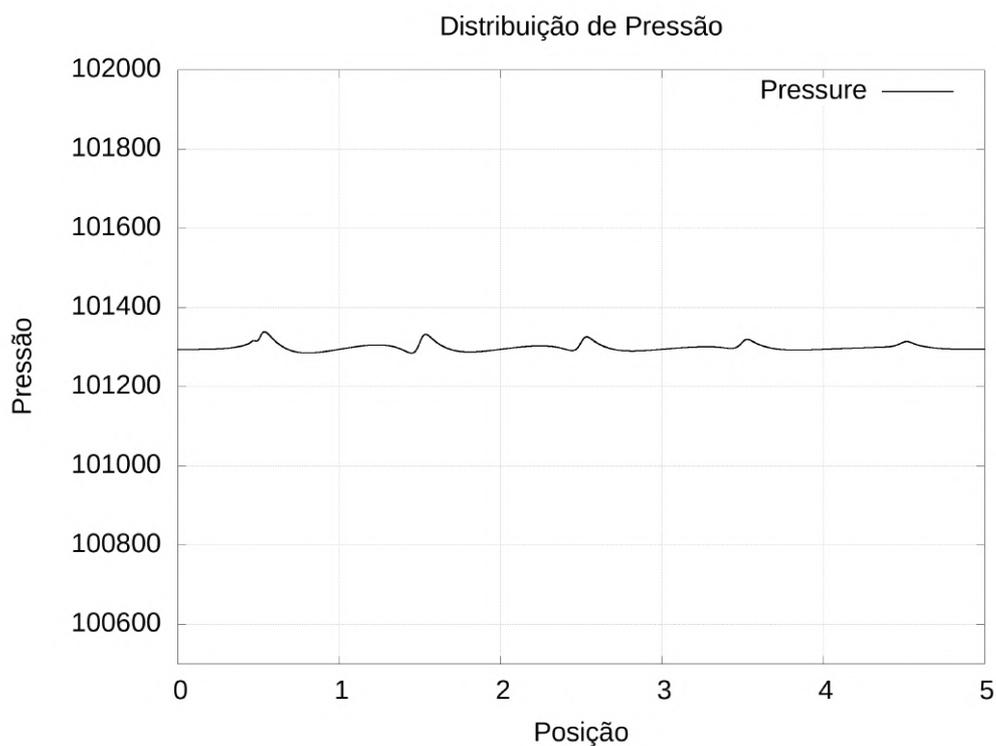


Figura 42 – Distribuição de pressão, $t = t_0$

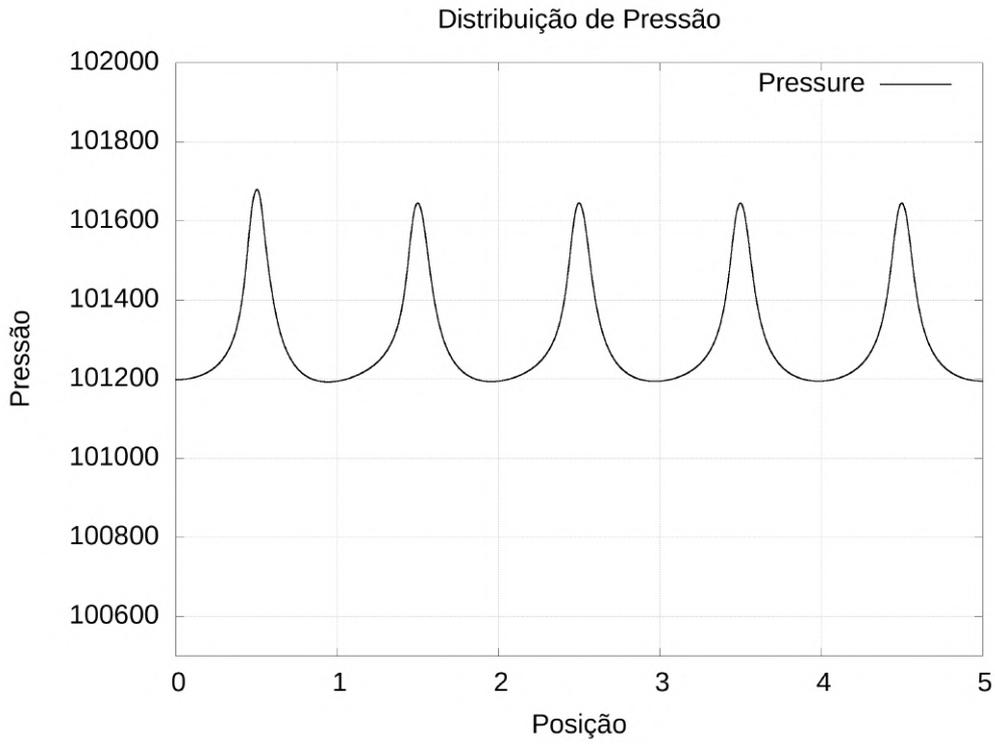


Figura 43 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

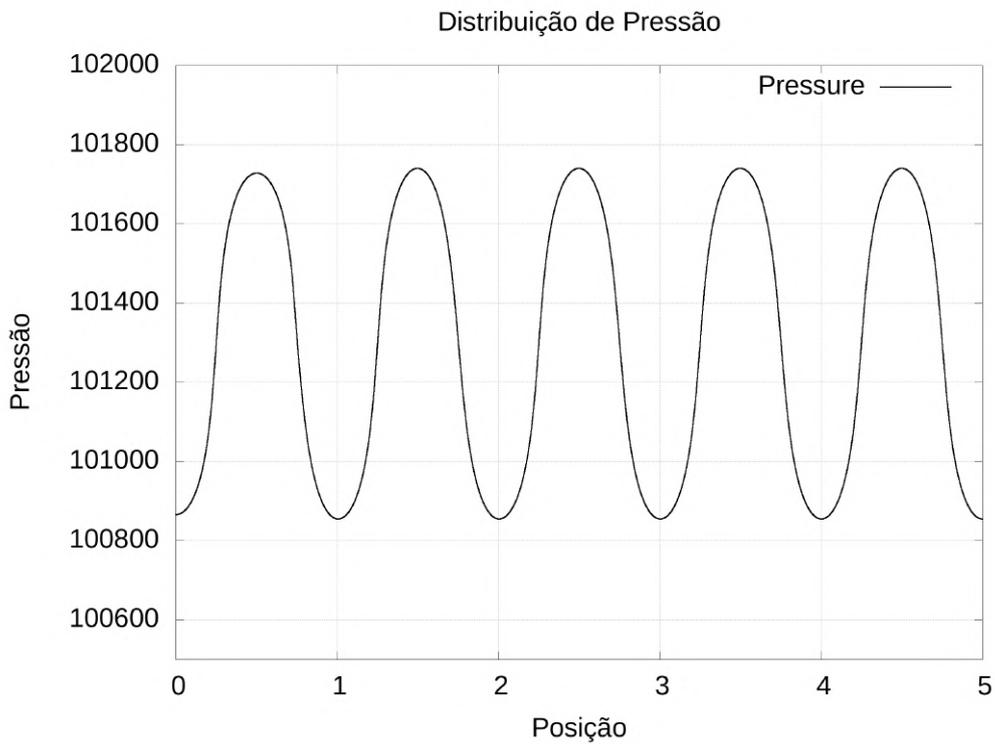


Figura 44 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

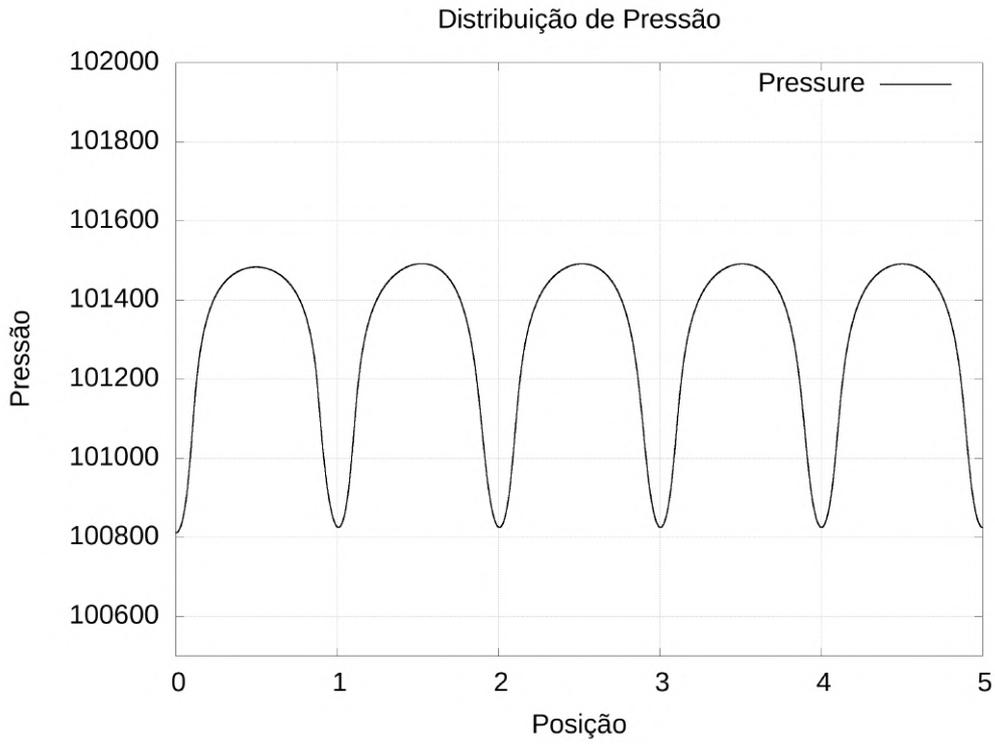


Figura 45 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$

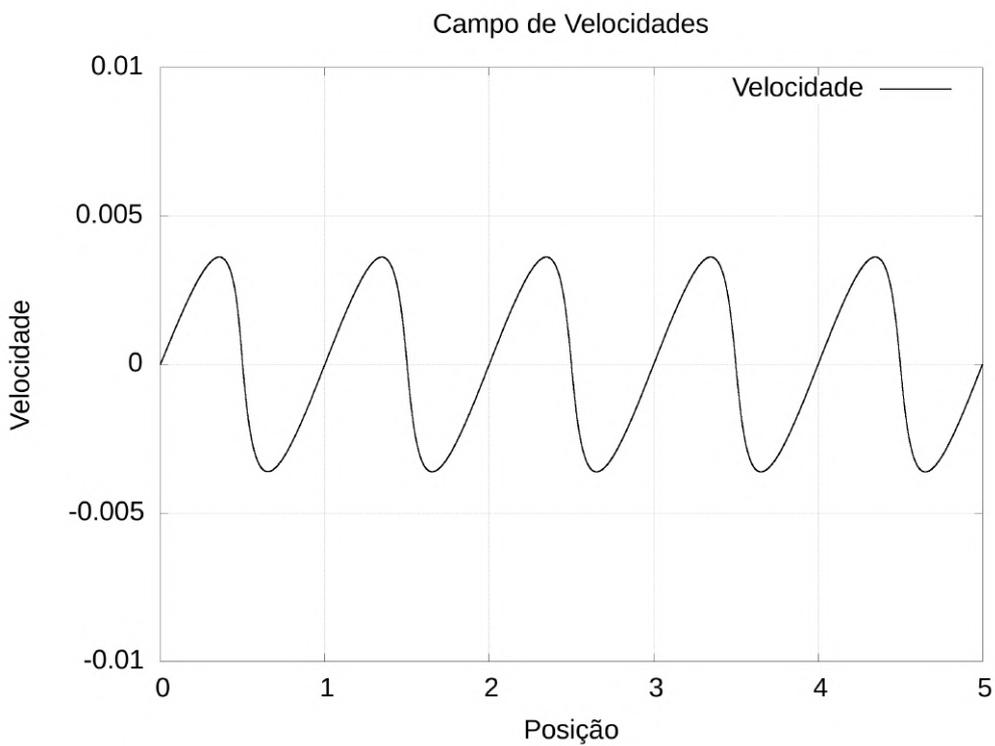


Figura 46 – Distribuição de velocidade, $t = t_0$

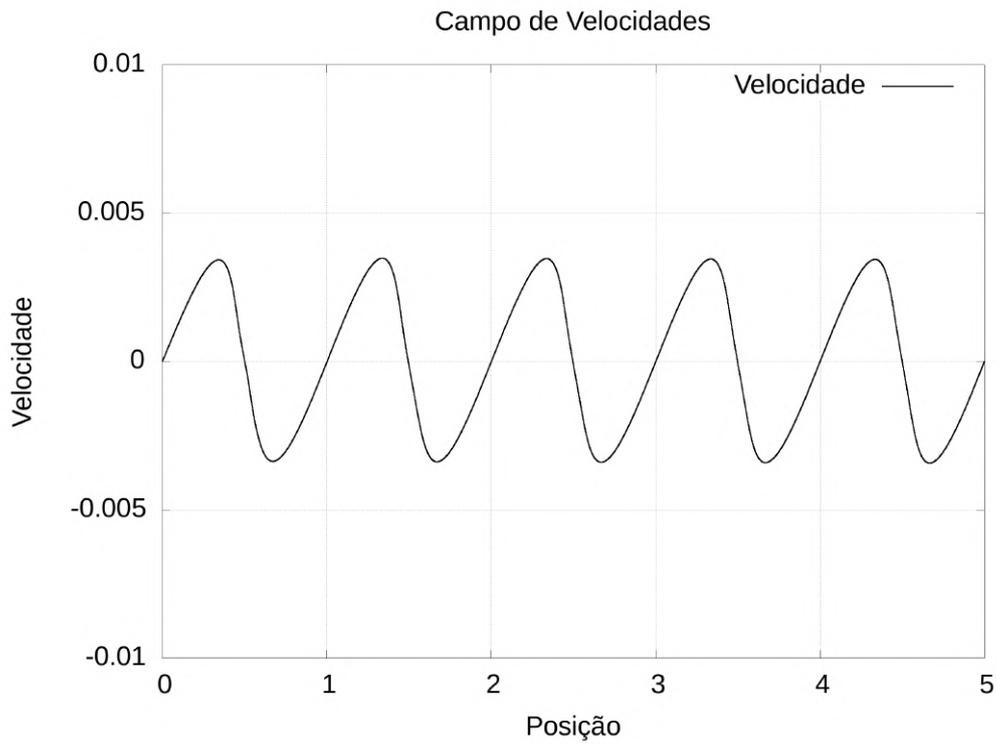


Figura 47 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

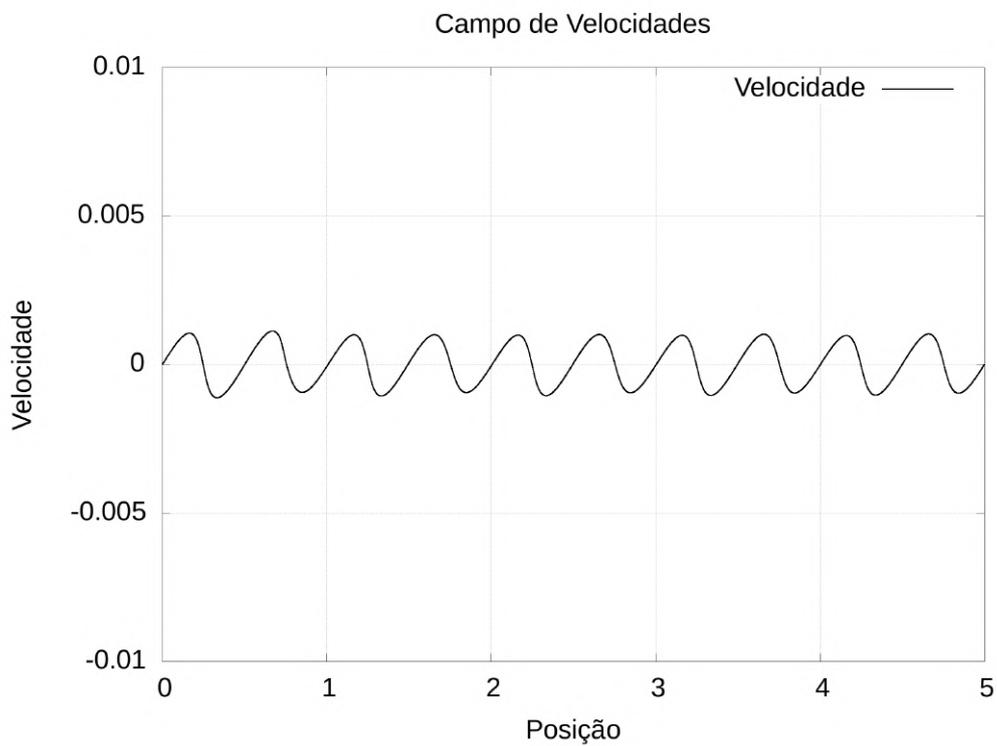


Figura 48 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

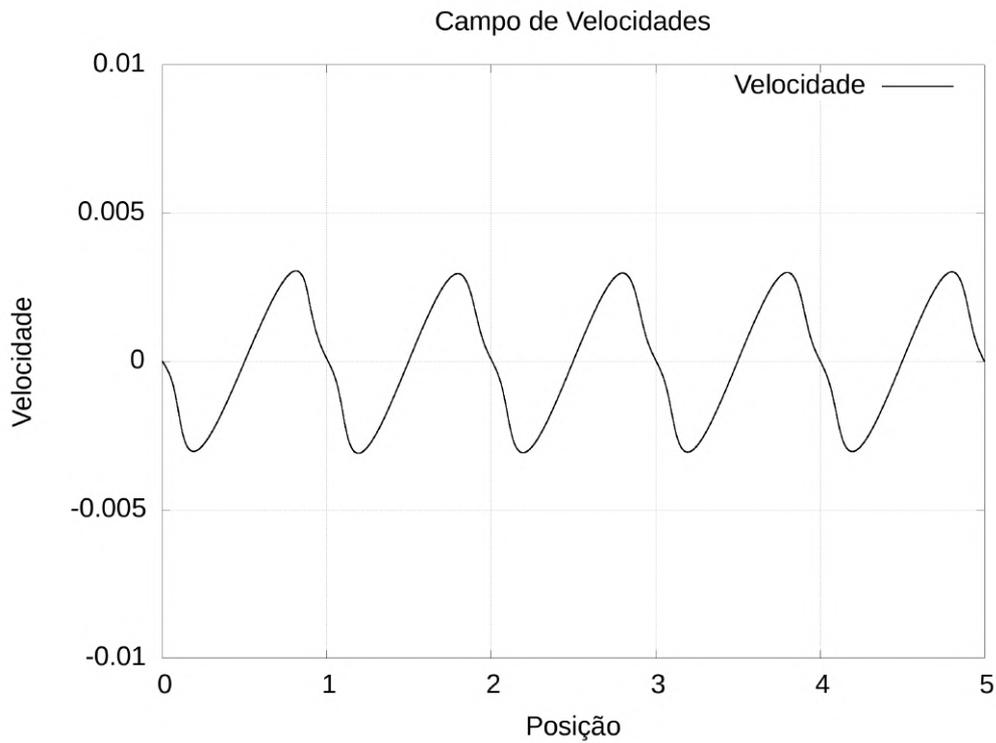


Figura 49 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$

5.6.3 Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.0755$ s

As figuras 50, 51, 52, 53 e 54 mostram os gráficos de distribuição de pressão para uma onda estacionária de período τ_0 , a partir do instante $t_0 = 0.0755$ s, e as figuras 55, 56, 57, 58 e 59 mostram os campos de velocidade correspondentes.

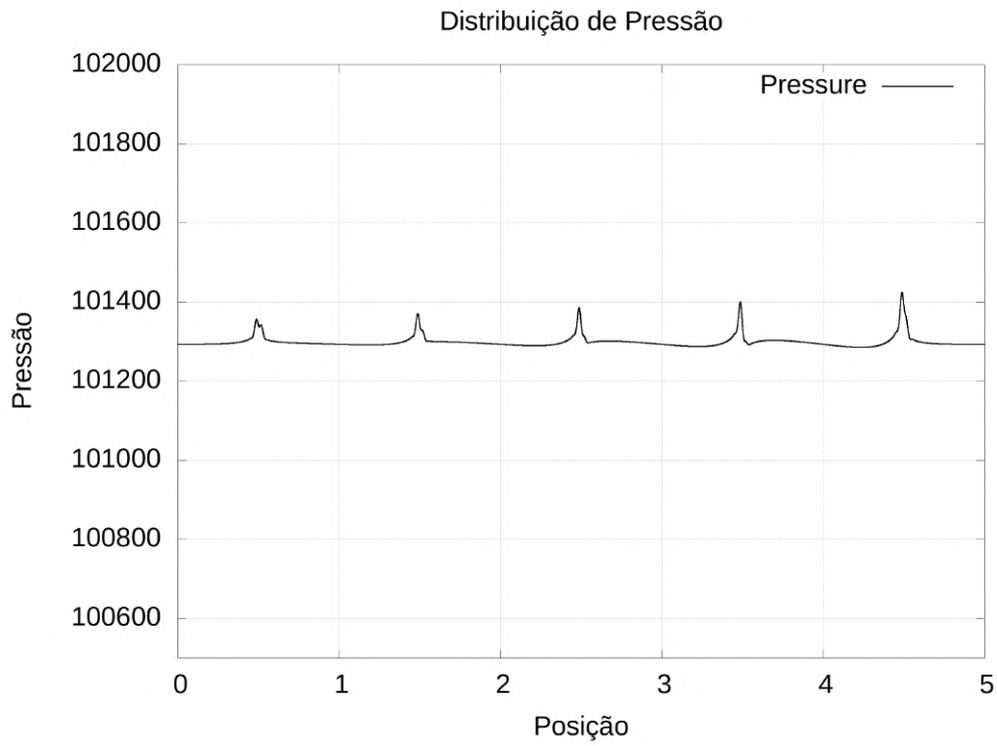


Figura 50 – Distribuição de pressão, $t = t_0$

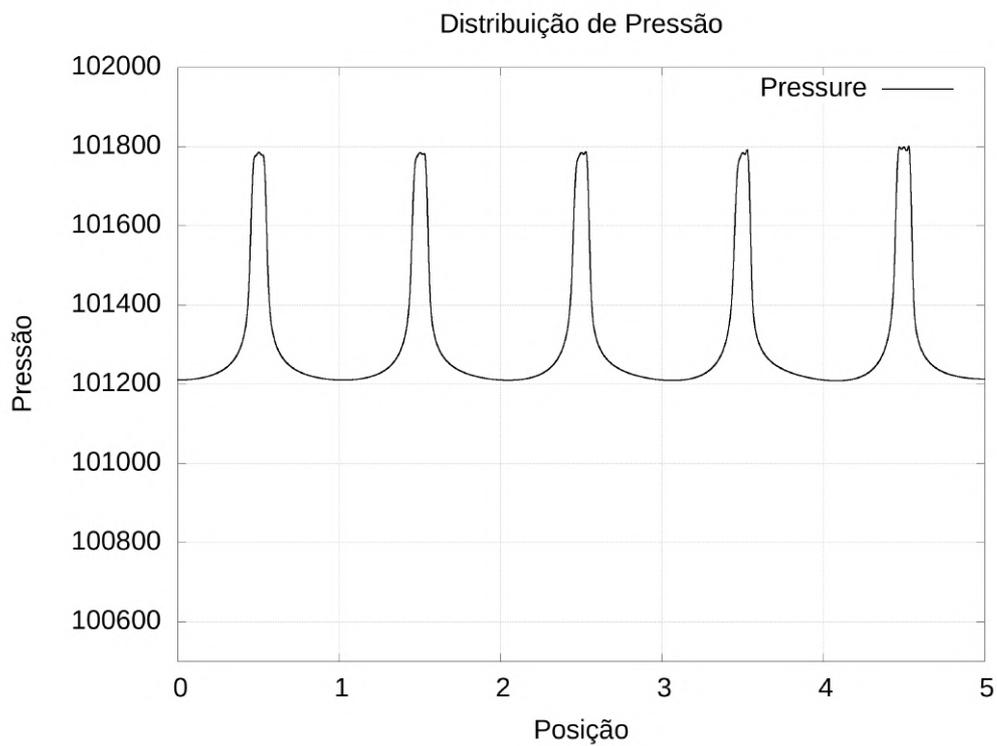


Figura 51 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

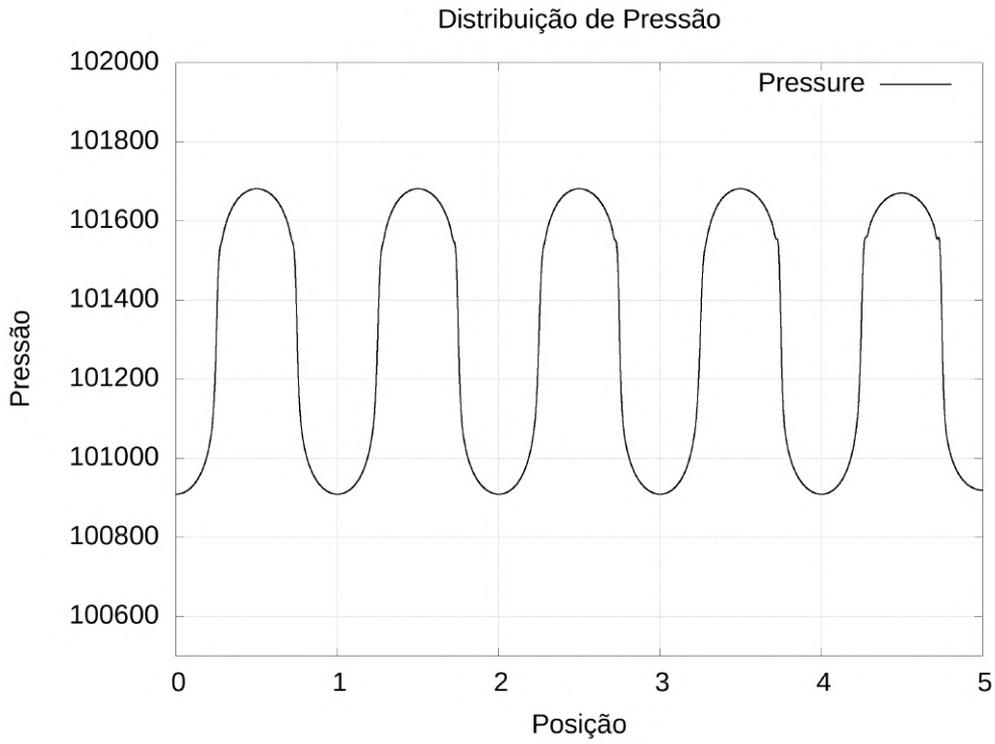


Figura 52 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

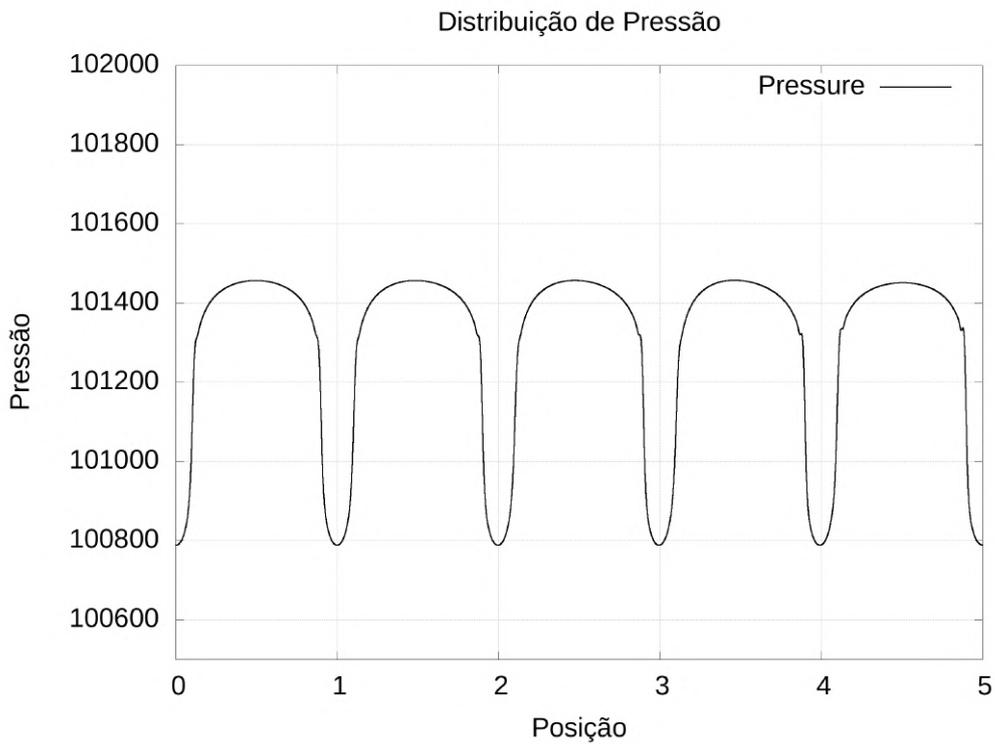


Figura 53 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$

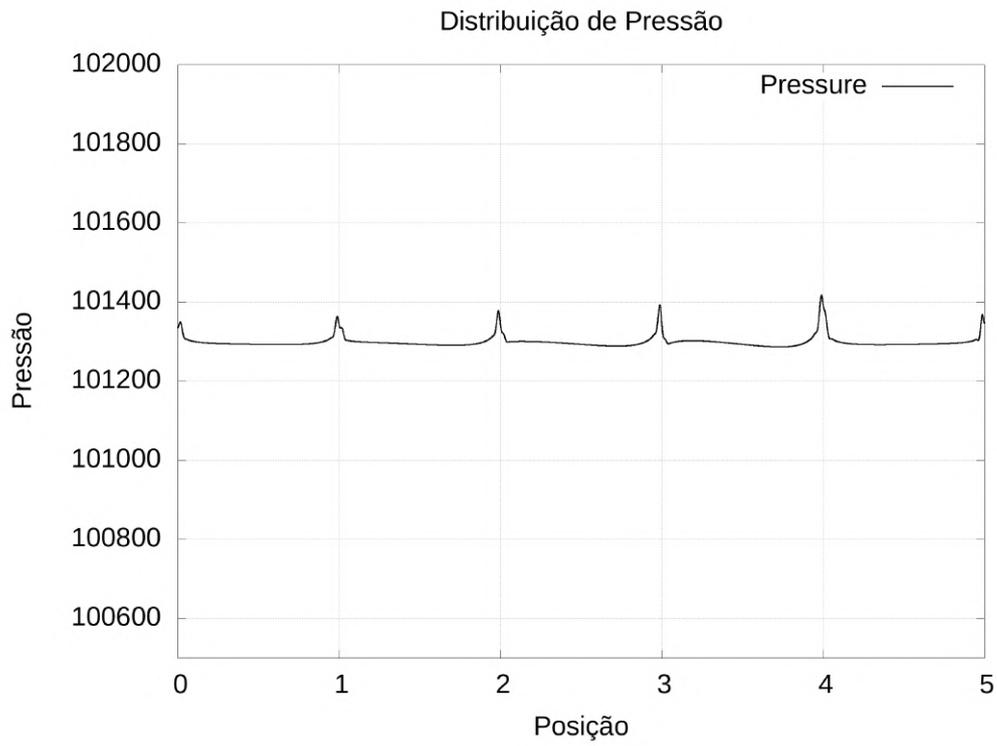


Figura 54 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$

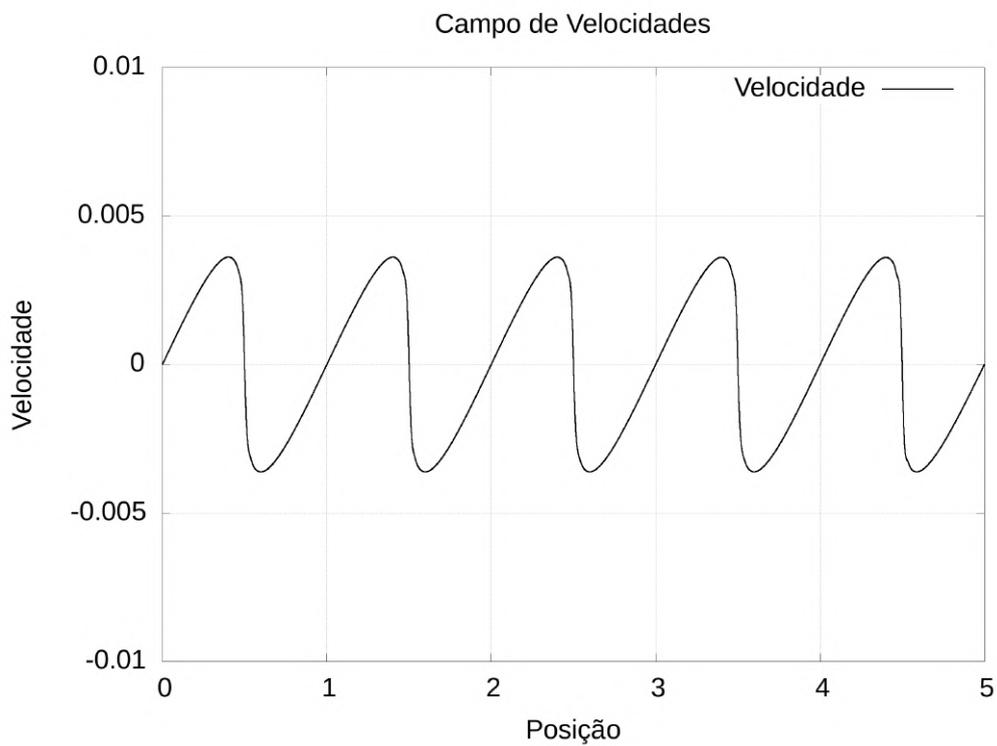


Figura 55 – Distribuição de pressão, $t = t_0$

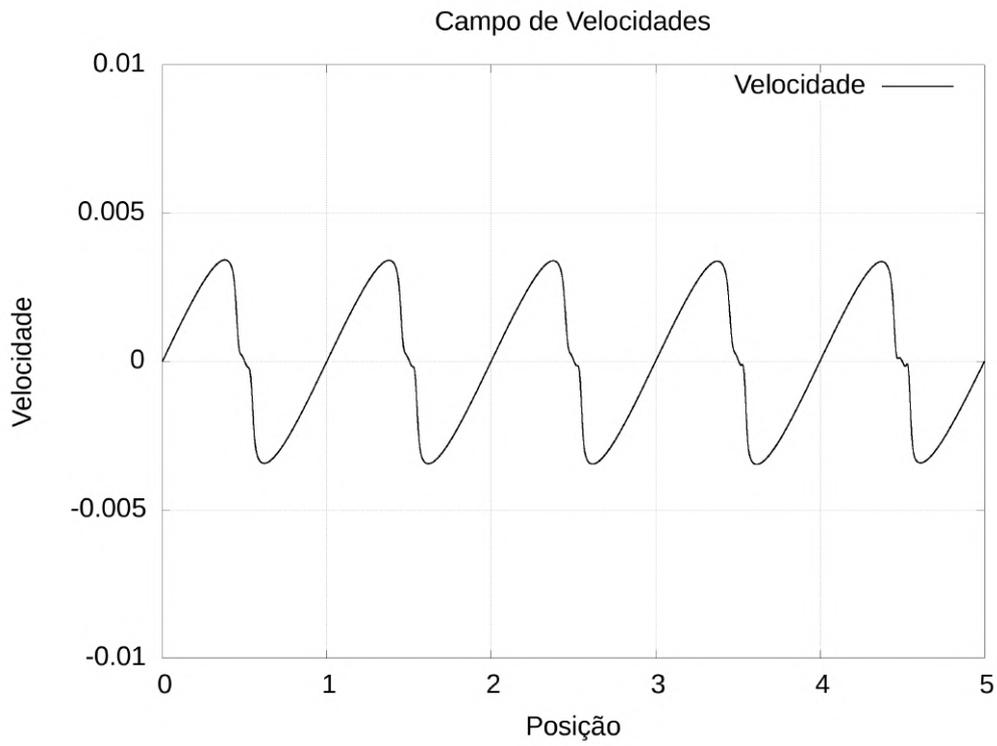


Figura 56 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

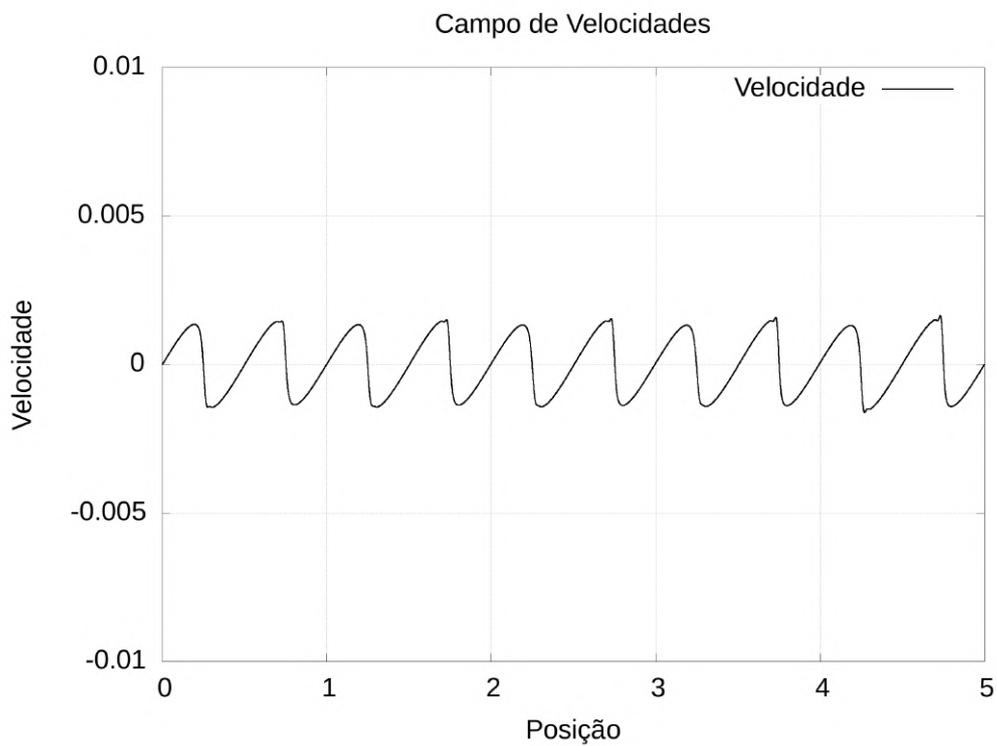


Figura 57 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

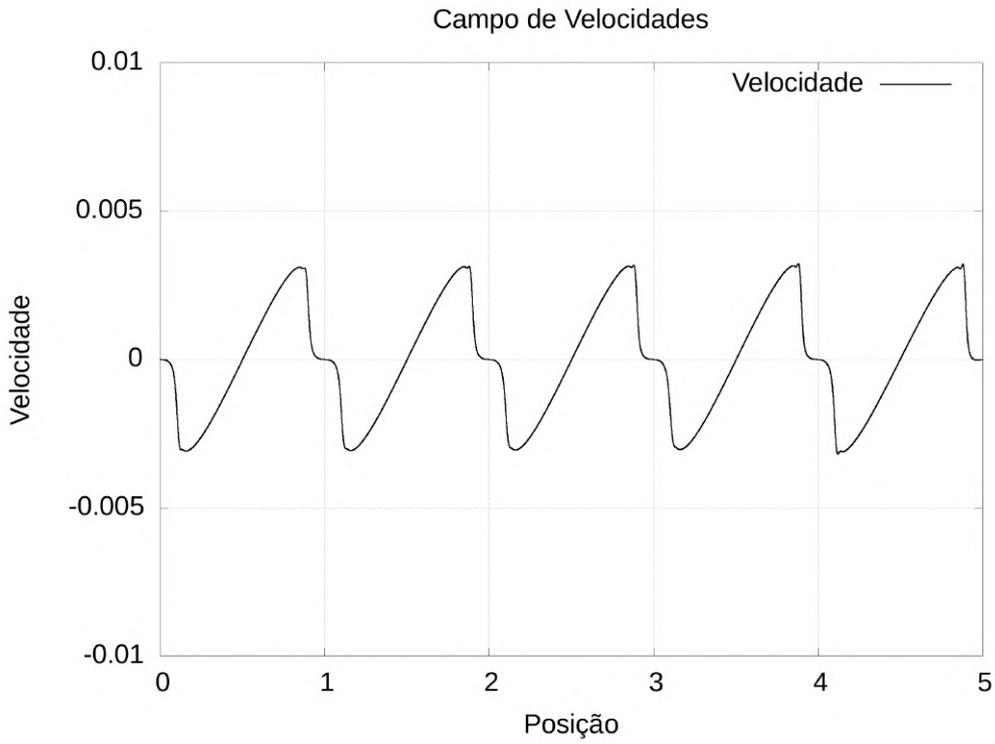


Figura 58 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$

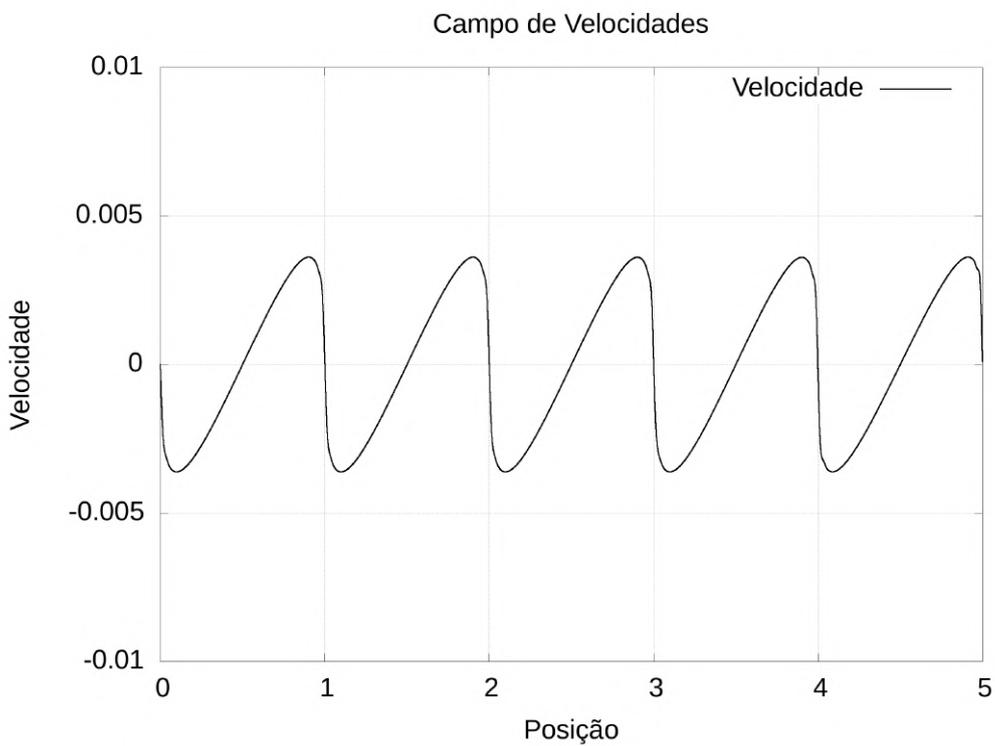


Figura 59 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$

Estes gráficos mostram uma forte distorção da forma da onda, com elevados gradientes de pressão e de velocidade, que indicam que ondas de choque estão sendo formadas.

5.6.4 Distribuições de pressão e velocidade no instante $t=0.2255$ s

As figuras 60, 61, 62, 63 e 64 mostram os gráficos de distribuição de pressão para diferentes etapas da onda estacionária, a partir do instante $t_0 = 0.2255$ s, e as figuras 65, 66, 67, 68 e 69 mostram os campos de velocidade correspondentes.

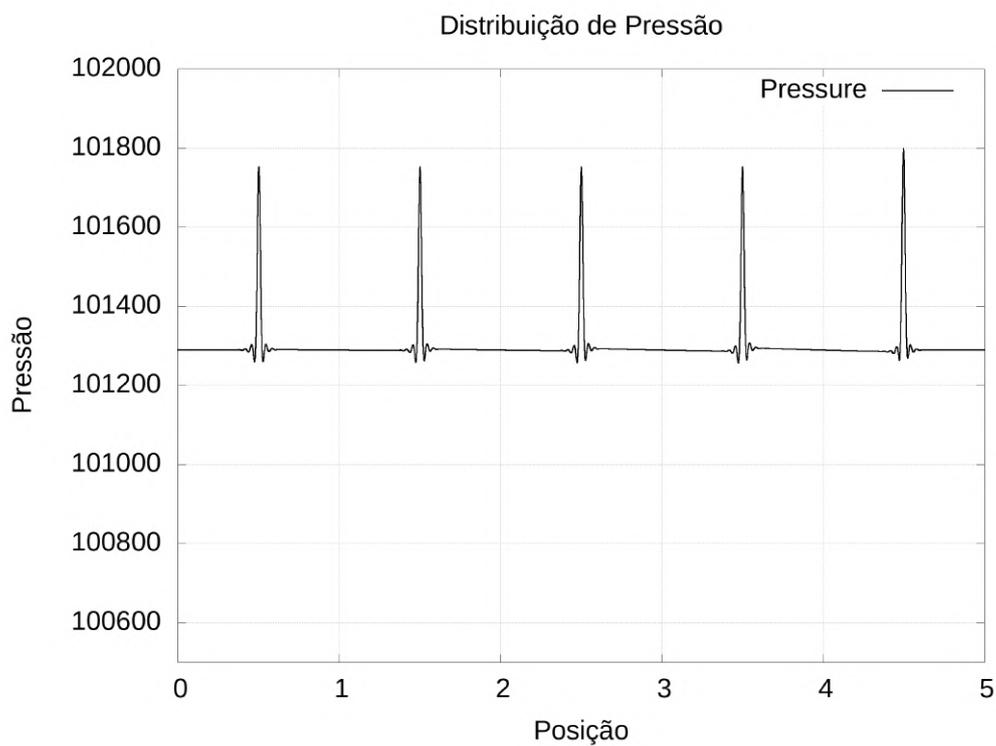


Figura 60 – Distribuição de pressão, $t = t_0$

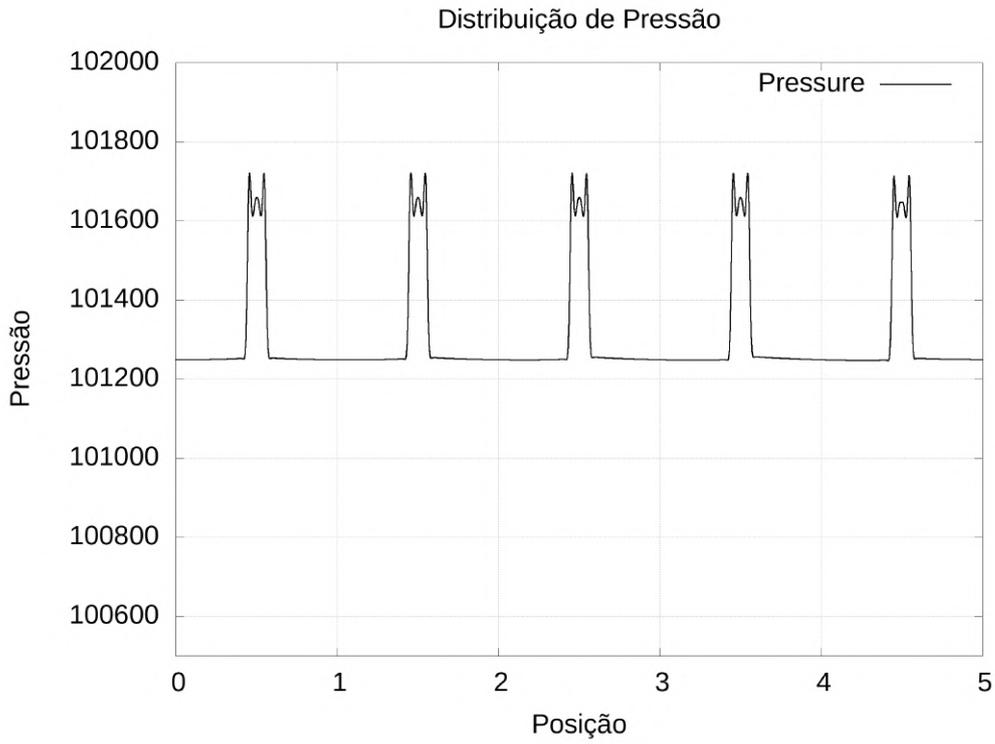


Figura 61 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

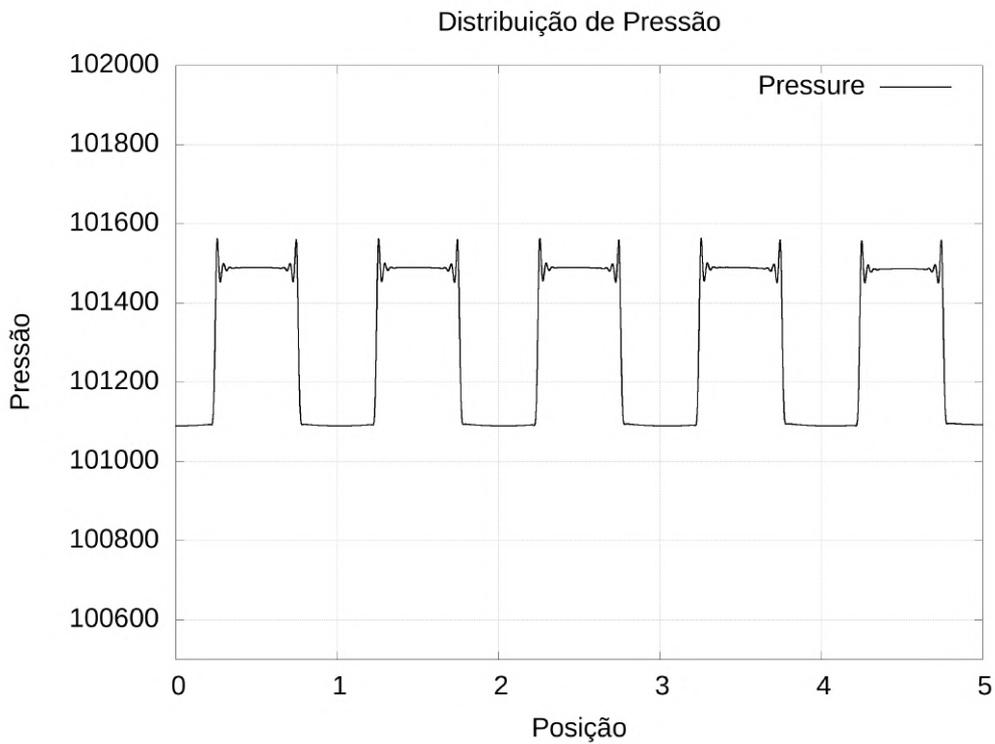


Figura 62 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

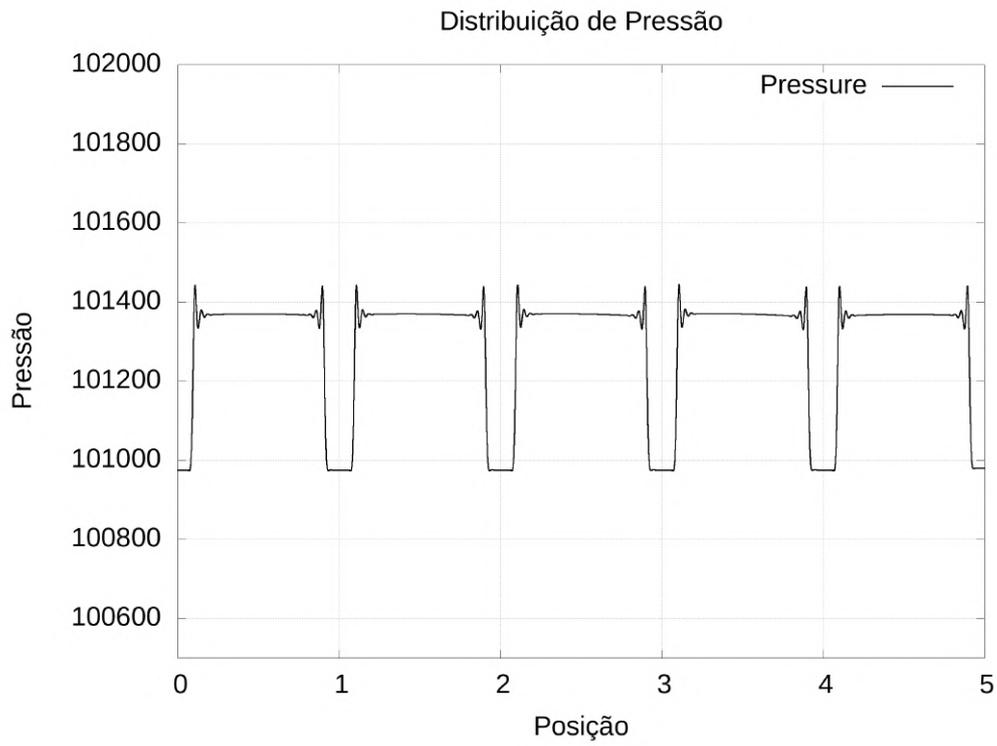


Figura 63 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$

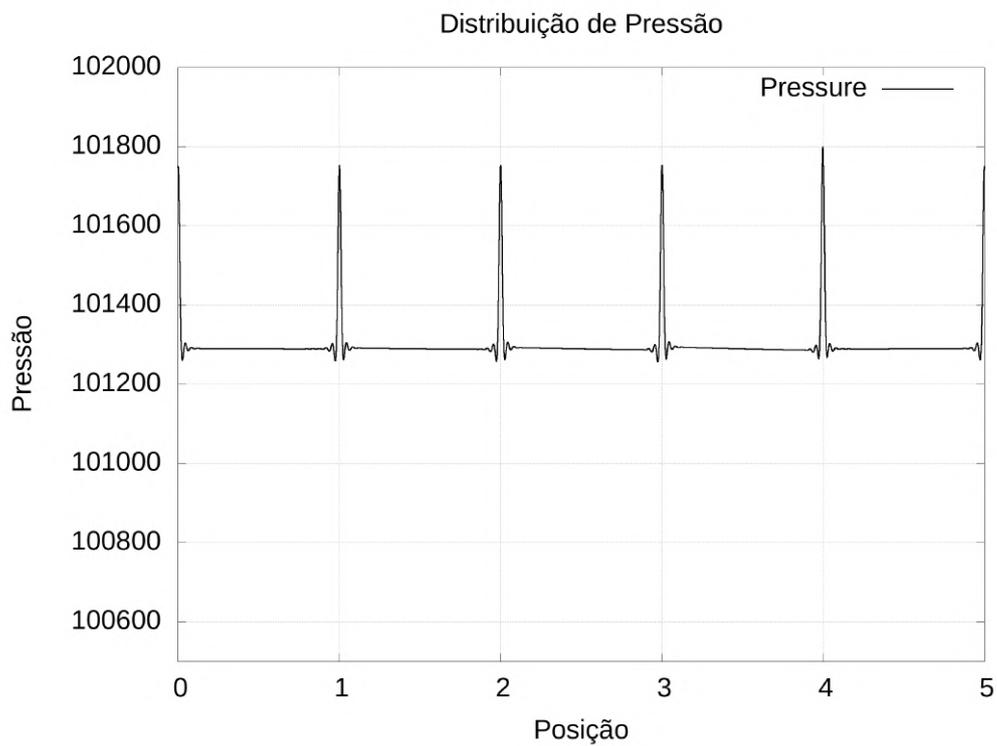


Figura 64 – Distribuição de pressão, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$

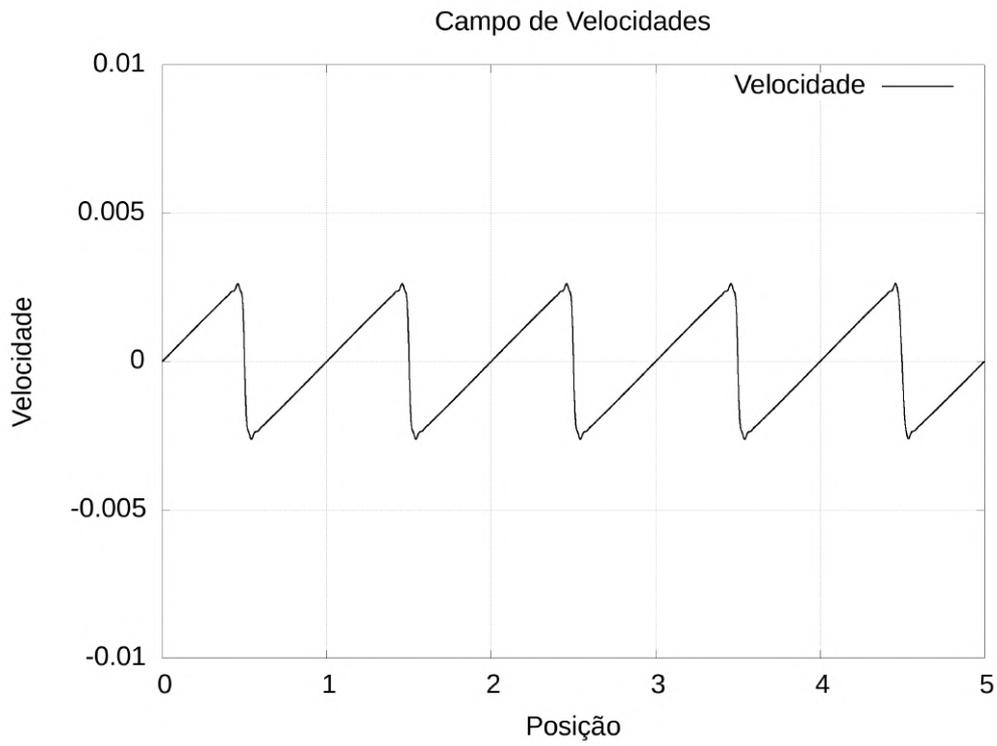


Figura 65 – Distribuição de velocidade, $t = t_0$

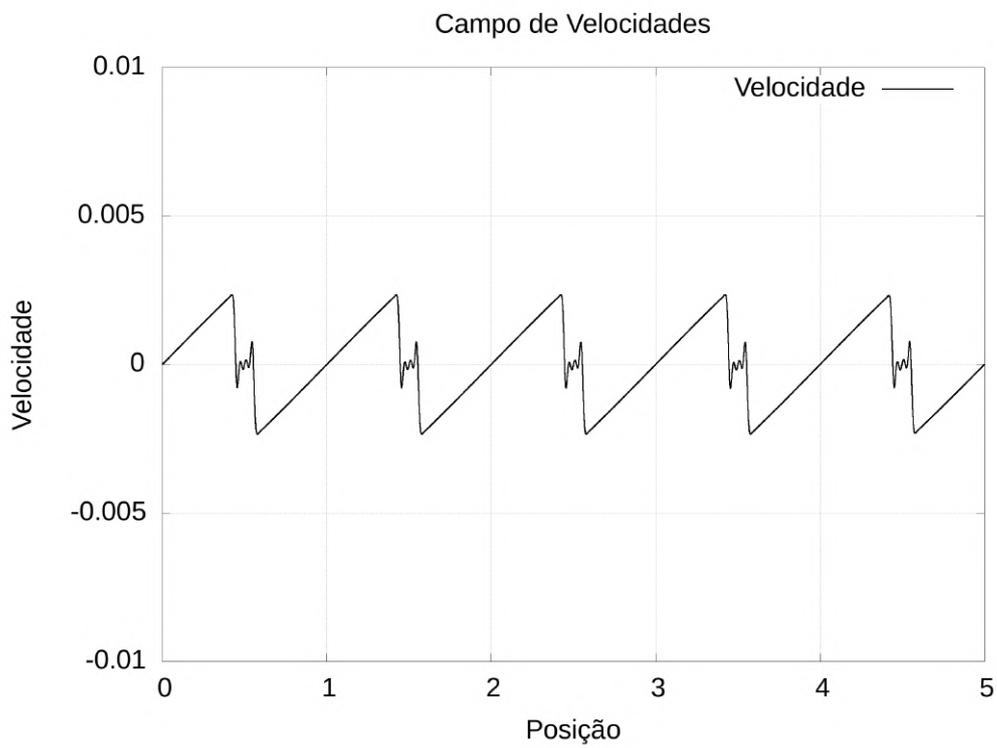


Figura 66 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{20}\tau_0$

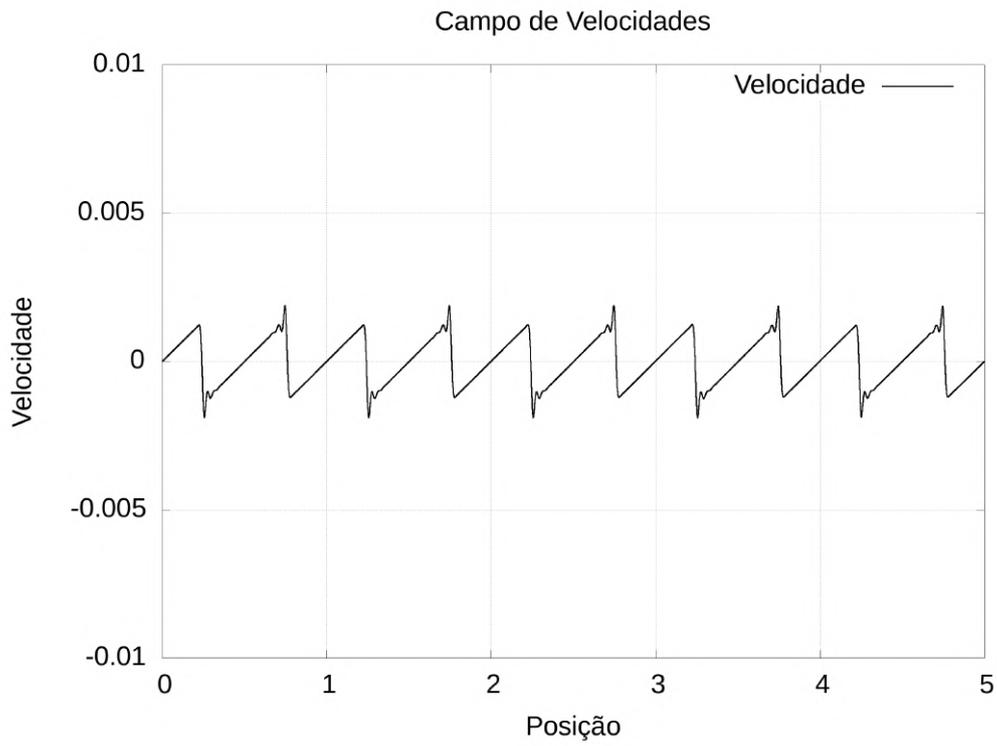


Figura 67 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{4}\tau_0$

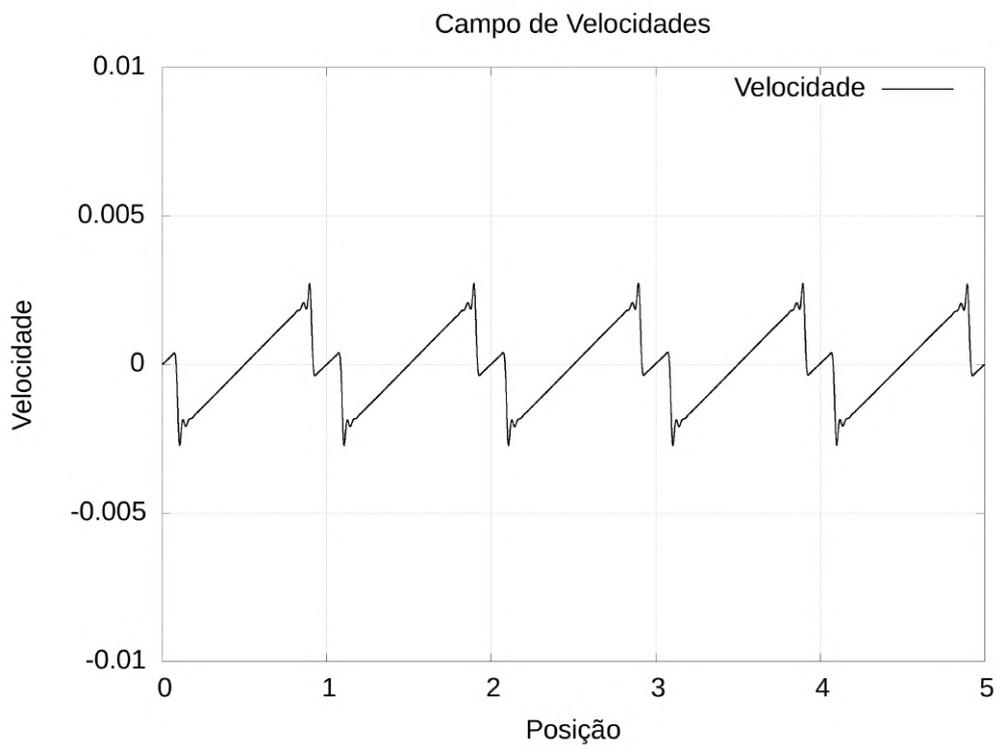


Figura 68 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{2}{5}\tau_0$

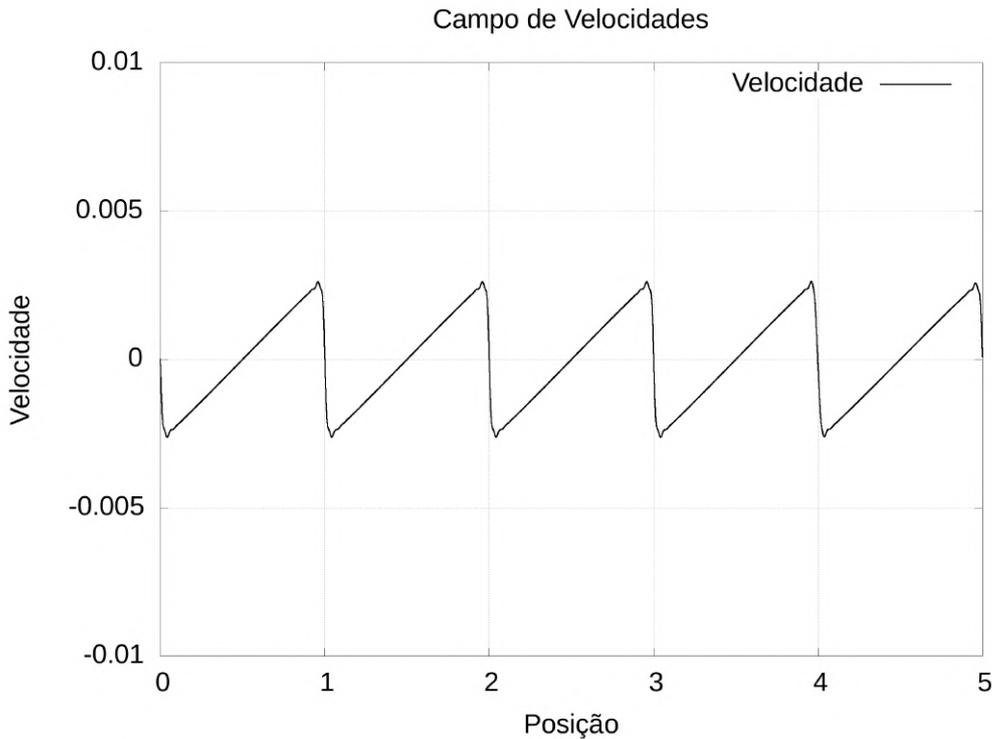


Figura 69 – Distribuição de velocidade, $t = t_0 + \frac{1}{2}\tau_0$

Nestes gráficos, é possível observar que a onda de pressão adquire um formato semelhante a uma onda quadrada, e a velocidade adquire um formato de dente de serra, isto é, um conjunto de ondas N. Além disso, os picos de pressão presentes nas figuras 60 e 64 são associados ao encontro de duas ondas de choque, como pode ser visto nos gráficos de campo de velocidade nas figuras 65 e 69.

5.7 Cancelamento em um Duto com Comprimento Igual a 10 Comprimentos de Onda

A partir dos resultados obtidos para as ondas estacionárias, foram feitas simulações de duas ondas estacionárias com o objetivo de atingir o cancelamento total do ruído dentro do duto. Para isso, as duas paredes, posicionadas a uma distância igual a dez comprimentos de onda uma da outra, oscilam com a mesma frequência, mesma amplitude e fase pelo tempo necessário para que a onda estacionária se estabeleça. Desta forma, duas ondas estacionárias em fases opostas se sobrepõem dentro do duto, de modo que sempre que a pressão é máxima em um dos nós de uma das ondas, a pressão é mínima no nó correspondente da outra onda. Assim, o ruído seria totalmente cancelado se não houvessem efeitos não lineares. As figuras 71 e 76 mostram a evolução do campo de pressão ao longo do tempo, até o cancelamento, para movimentos das paredes com amplitudes iguais a $1,0 \times 10^{-8}$ e $1,0 \times 10^{-4}$ metros, respectivamente.

Estas simulações foram feitas para diferentes amplitudes de oscilação dos pistões, e o nível de pressão sonora médio dentro do duto foi calculado com o objetivo de avaliar a eficácia do cancelamento. A figura 70 mostra as curvas obtidas para o nível de pressão sonora em função da amplitude da parede para a onda que se propaga livremente e para o cancelamento. Neste gráfico, é possível observar que, para baixas amplitudes de oscilação, a interação entre ondas estacionárias provoca uma redução de aproximadamente 40 dB no nível de pressão sonora, e as duas curvas são paralelas nesta região. Conforme a amplitude da parede aumenta, há uma diminuição da eficácia do cancelamento, e a diferença entre as duas curvas começa a diminuir. A partir de uma amplitude de aproximadamente $2,0 \times 10^{-4}$ metros, a deformação das ondas sonoras provoca o surgimento de ondas de choque antes do cancelamento ser atingido, e como ondas de choque são altamente irreversíveis, provocam uma redução da amplitude das oscilações de pressão. É essa redução de amplitude devido aos choques, e não o cancelamento, que provoca a redução no nível de pressão sonora observado para grandes amplitudes na curva de cancelamento.

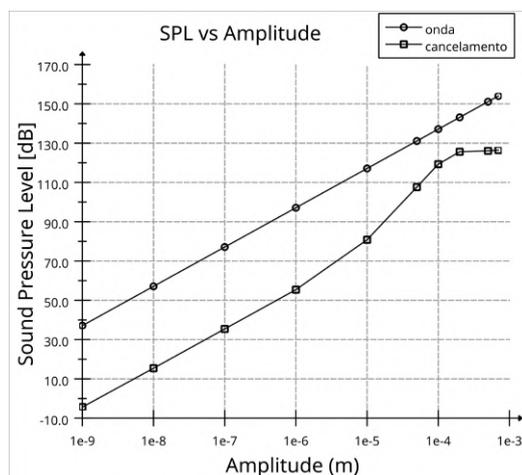


Figura 70 – Nível de Pressão sonora (SPL) em função da amplitude

5.7.1 Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,00001 mm

A figura 71 mostra a evolução, ao longo do tempo, do campo de pressão dentro do duto até o cancelamento, e a figura 72 mostra a variação de pressão ao longo do tempo em um ponto posicionado a um comprimento de onda de distância da parede do lado esquerdo, para uma amplitude de oscilação das paredes igual a $1,0 \times 10^{-8}$ metros. Estes gráficos mostram que, como a amplitude das ondas formadas é pequena, os efeitos não lineares não provocam uma deformação suficiente para interferir no cancelamento. O nível de pressão sonora da onda gerada pelo movimento da parede com esta amplitude é 57,11 dB e o nível de pressão sonora médio após o cancelamento é de 15,43 dB, de modo que houve uma redução de 41,68 dB na intensidade do ruído. No entanto, é possível observar, nas figuras 71f e 72b, que ainda há oscilação de pressão após o cancelamento.

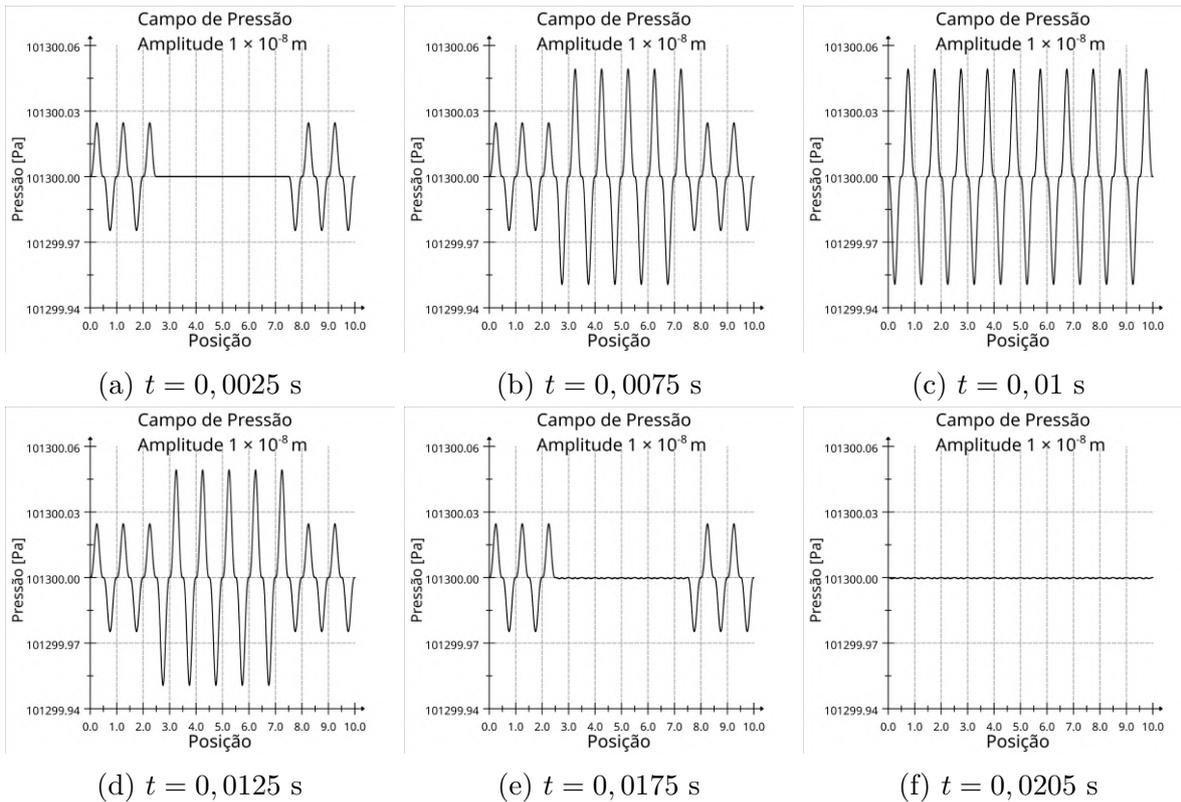


Figura 71 – Evolução do campo de pressão ao longo do tempo até o cancelamento, amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ m

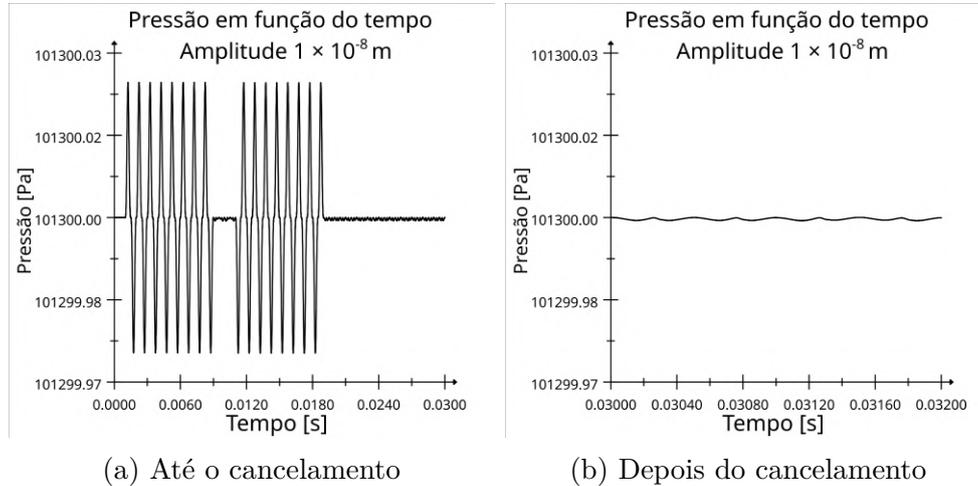


Figura 72 – Pressão em função do tempo, amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ m

A figura 73 contém os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão após o cancelamento, calculada com uma janela Hann. Estes gráficos mostram que a vibração do ar dentro do duto ocorre em todos os harmônicos da frequência natural do duto, dados pela equação 2.13 (50 Hz), que também é a frequência de formação das ondas estacionárias, e, da mesma forma que ocorreu para as ondas estacionárias, os harmônicos ímpares da frequência dos pistões (1000 Hz) têm uma amplitude pequena, enquanto os harmônicos pares têm uma amplitude maior. Neste caso, assim como foi observado para as ondas estacionárias, o ruído é puramente tonal, sem qualquer conteúdo de banda larga no sinal.

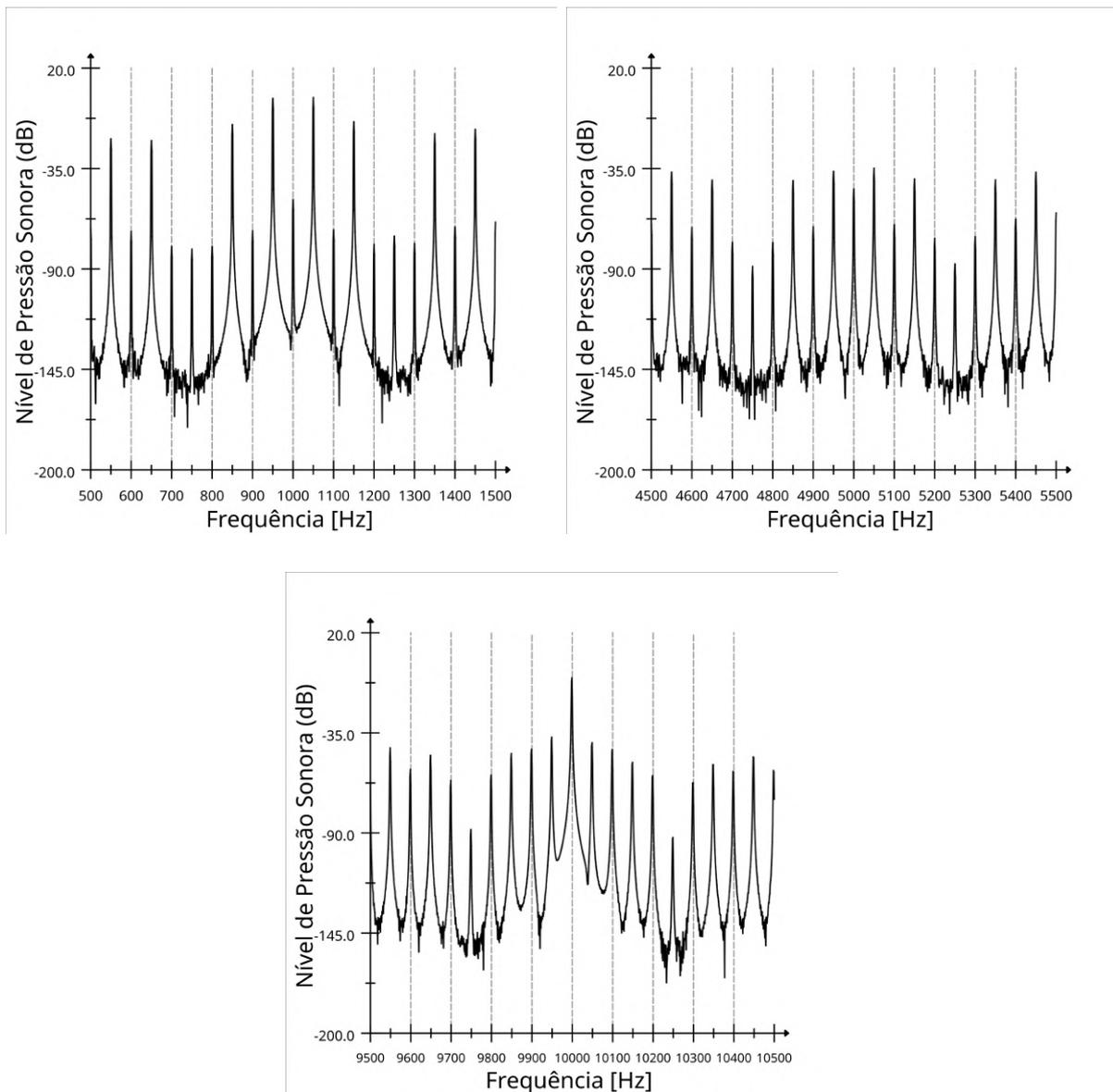


Figura 73 – Transformada de Fourier do sinal de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-8}$ m

A figura 74 mostra o diagrama de fases do sinal, depois do cancelamento. Neste trabalho foi feita uma adaptação do diagrama de fases clássico. Ao invés de apresentar a derivada de uma propriedade como função da propriedade, foram utilizadas duas propriedades do escoamento. Desta forma, não há necessidade de se calcular a derivada, e as duas propriedades também definem o estado do sistema de forma adequada. A figura 74 mostra que, depois de cada período, o sistema não retorna ao estado anterior, já que as curvas para diferentes períodos não se sobrepõem. Assim, mesmo depois do cancelamento, o sistema continua a variar ao longo do tempo, o que indica que os efeitos não lineares estão presentes mesmo para baixas amplitudes.

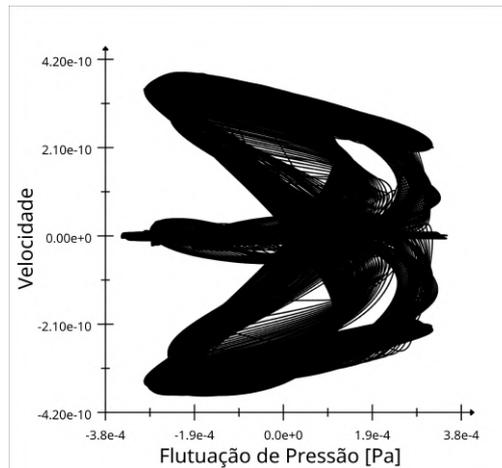


Figura 74 – Diagrama de Fases, Amplitude $1,0 \times 10^{-8}$ m

A figura 75 mostra um diagrama de Poincaré obtido a partir do diagrama de fases da figura 74. O diagrama de Poincaré é formado através da seleção dos pontos do diagrama de fases com um intervalo igual ao período correspondente à frequência dominante do problema analisado. Desta forma, enquanto o diagrama de fases mostra como o sistema evolui ao longo do tempo, o diagrama de Poincaré mostra como o sistema muda de um período para outro. Desta forma, o diagrama na figura 75 mostra que, depois de um período, o sistema não retorna ao estado original.

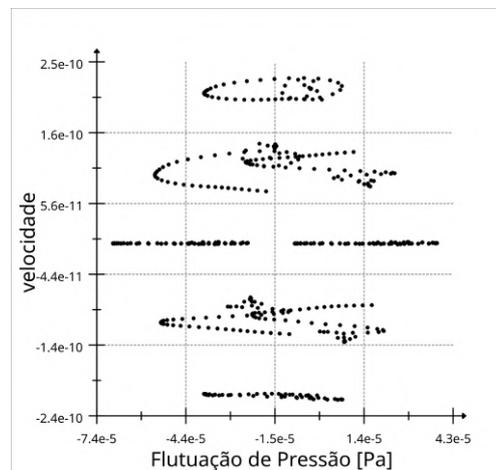


Figura 75 – Diagrama de Poincaré, Amplitude $1,0 \times 10^{-8}$ m

5.7.2 Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,1 mm

A figura 76 mostra a evolução do campo de pressão dentro do duto até o cancelamento, para uma amplitude de oscilação dos pistões igual a $1,0 \times 10^{-4}$ metros, e a figura 77 mostra os gráficos de pressão em função do tempo em uma posição a um comprimento de distância da parede do lado esquerdo. A figura 77a mostra o gráfico de pressão em função do tempo até o cancelamento e a figura 77b mostra o gráfico depois que o cancelamento já foi atingido. Neste caso, o nível de pressão sonora associado à onda sem interações é

137,11 dB, e o nível de pressão sonora médio calculado depois que o cancelamento foi atingido é 119,28 dB, o que equivale a uma redução de 17,83 dB.

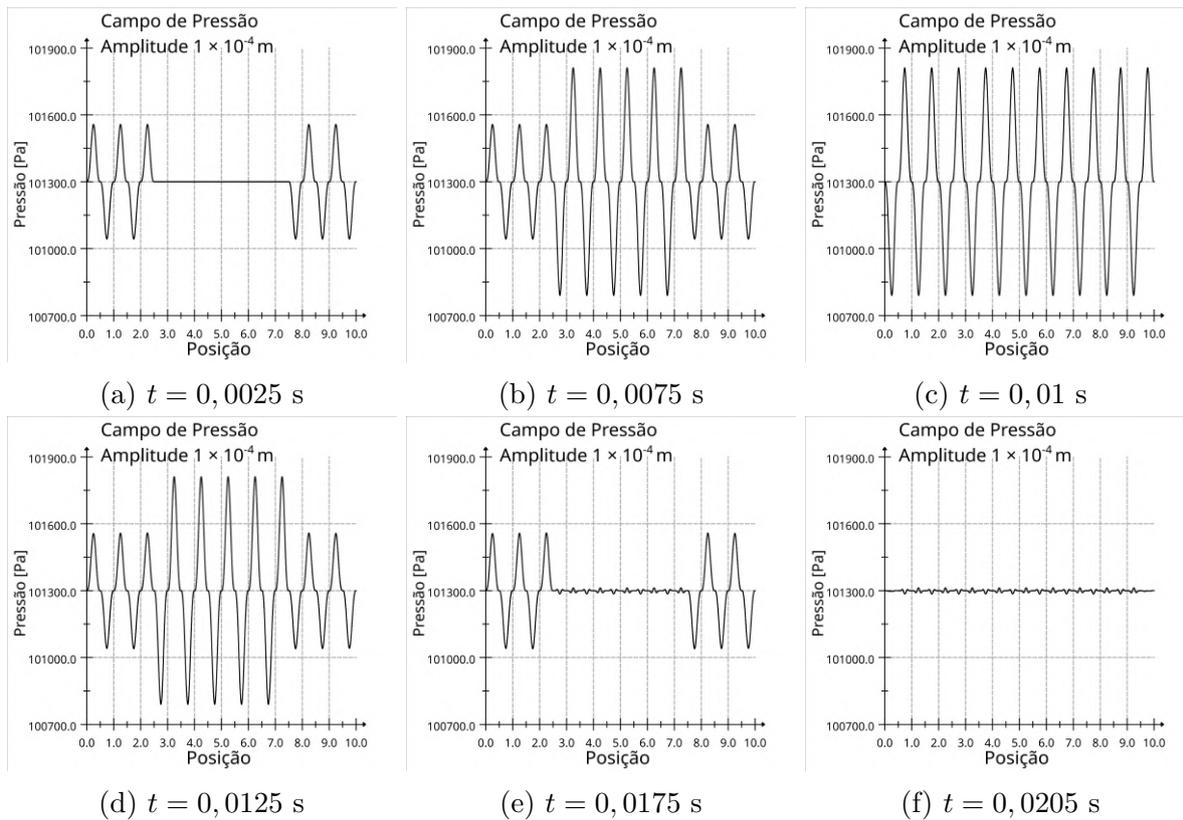


Figura 76 – Evolução do campo de pressão ao longo do tempo até o cancelamento, amplitude de $1,0 \times 10^{-4}$ m

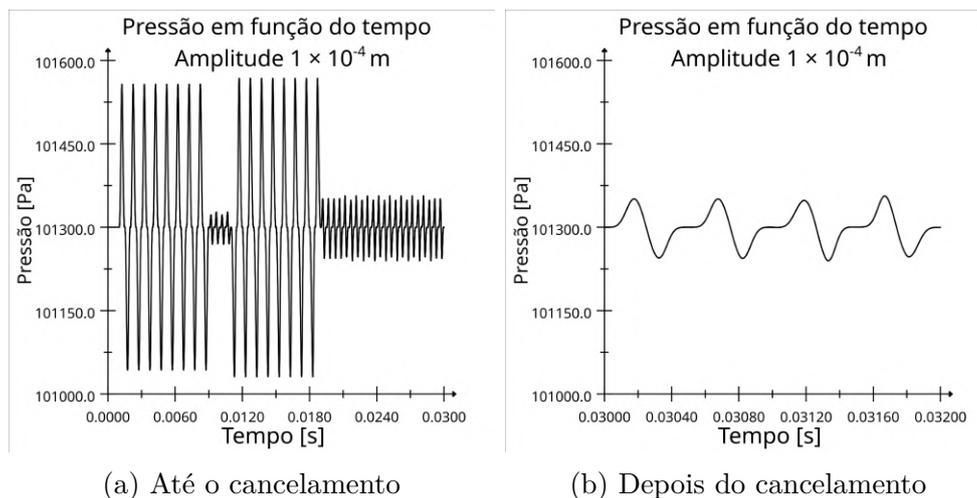


Figura 77 – Pressão em função do tempo, amplitude de $1,0 \times 10^{-4}$ m

O elevado nível de pressão sonora observado após o cancelamento, bem como os gráficos de distribuição de pressão e de pressão em função do tempo depois do cancelamento, respectivamente nas figuras 76f e 77b, mostram que o cancelamento é significativamente menos eficaz, se comparado com o observado com a amplitude de movimento das paredes igual a $1,0 \times 10^{-8}$ metros. Isso mostra que, quando a amplitude das oscilações

de pressão são maiores, a deformação das ondas sonoras é mais intensa e provoca uma quebra de simetria que impede que a interação entre as ondas leve ao cancelamento do ruído.

A figura 78 mostra os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão após o cancelamento, calculado com uma janela Hann, em diferentes intervalos de frequência. Nestes gráficos, aparecem picos em todos os múltiplos da frequência fundamental do duto, 50 Hz. Além disso, os múltiplos ímpares da frequência dos pistões têm amplitude significativamente menor que os múltiplos pares, o que é compatível com o observado para as ondas estacionárias e para o caso com movimento das paredes com amplitude igual a $1,0 \times 10^{-8}$ metros. Assim como para as ondas estacionárias e para o cancelamento com baixa amplitude, os gráficos mostram que o sinal de pressão é puramente tonal.

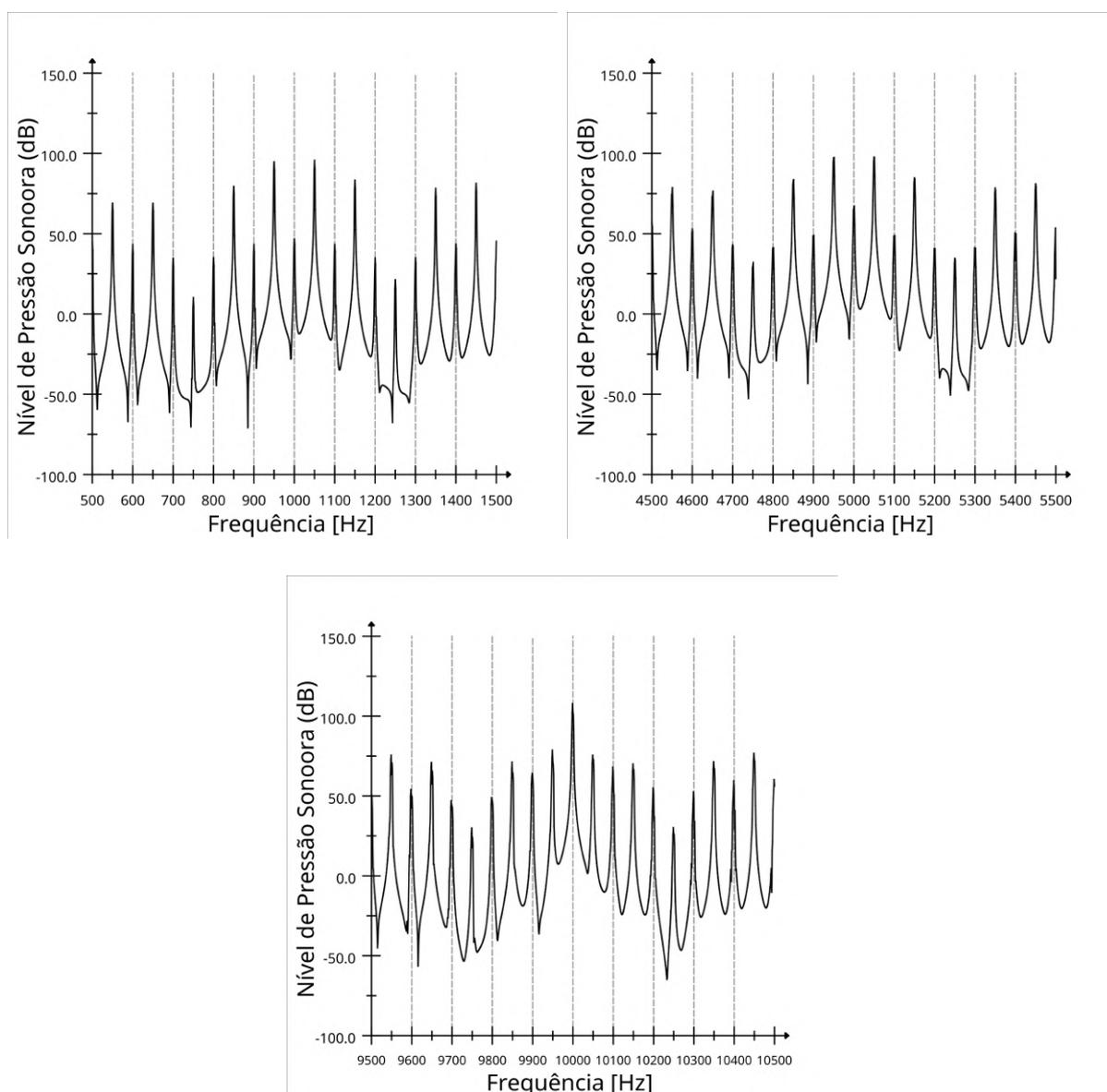


Figura 78 – Transformada de Fourier do sinal de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m

A figura 79 mostra o diagrama de fases do sinal na região de cancelamento. Este

gráfico mostra que, para o caso de amplitude do movimento dos pistões igual a $1,0 \times 10^{-4}$ metros, há uma variação maior entre as curvas de velocidade em função da pressão para diferentes períodos, quando comparadas com as curvas para uma amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ metros na figura 74.

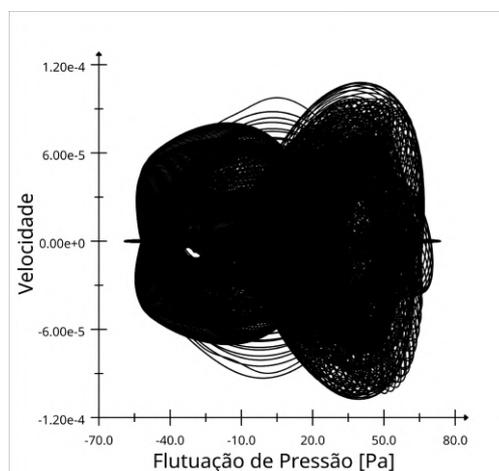


Figura 79 – Diagrama de Fases, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m

A figura 80 mostra o diagrama de Poincaré associado ao diagrama de fases da figura 79. Ao comparar os diagramas de Poincaré para amplitudes iguais a $1,0 \times 10^{-4}$ e $1,0 \times 10^{-8}$ com os respectivos diagramas de fases, é possível observar que, para o caso de maior amplitude, a variação de pressão dos pontos do diagrama de Poincaré é maior e tem uma tendência maior a ser positiva, enquanto para o caso de menor amplitude a variação de pressão é menor e mais simétrica com relação à pressão de referência, 101300 Pa. Isto indica também que, para oscilação de pressão com amplitude maior, os efeitos não lineares influenciam mais o sistema.

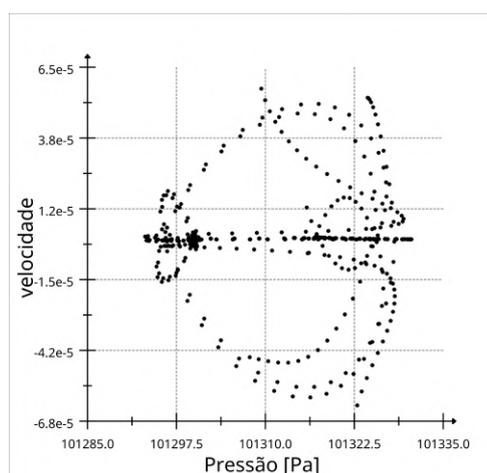


Figura 80 – Diagrama de Poincaré, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m

5.8 Cancelamento em um Duto com Comprimento Igual a 9 Comprimentos de Onda

Os resultados das seções anteriores foram obtidos através da simulação de ondas sonoras que interagem dentro de um duto com comprimento igual a dez comprimentos de onda das ondas emitidas pelos pistões. As análises no domínio da frequência mostraram que existe um intervalo de 50 Hz entre os picos dos gráficos das transformadas de Fourier. Como 50 Hz é a frequência fundamental do duto, foi feita uma simulação com um duto com comprimento igual a nove comprimentos de onda, com o objetivo de avaliar como os resultados dependem da distância entre as paredes.

A figura 81 mostra o gráfico da transformada de Fourier, com janelamento Hann, do sinal de pressão depois do cancelamento para este caso. Neste gráfico, é possível observar que os picos aparecem em um intervalo de aproximadamente 55,55 Hz, de modo que correspondem aos múltiplos da nova frequência fundamental do duto. Desta forma, é possível concluir que os resultados obtidos dependem do comprimento do duto.

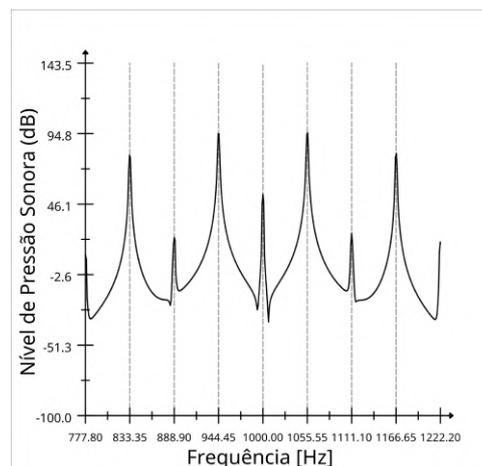


Figura 81 – Transformada de Fourier do sinal de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-4}$ m

5.9 Cancelamento em um Duto com Comprimento Igual a 1 Comprimento de Onda

Como os resultados apresentados nas seções 5.7 e 5.8 mostraram que, além dos múltiplos da frequência dos pistões, os múltiplos da frequência fundamental do duto, determinada pelo comprimento do duto, aparecem nas transformadas de Fourier do sinal de pressão, foram feitas simulações do cancelamento do ruído gerado pela oscilação de pistões distantes um comprimento de onda um do outro. Neste caso, a frequência fundamental é 500 Hz, de modo que há uma quantidade menor de picos entre os harmônicos da frequência de oscilação dos pistões, o que facilita a análise dos resultados. Além disso, um duto menor significa que o domínio computacional também é menor, o que permite

que sejam feitas simulações da interação entre mais pares de ondas estacionárias e com tempos finais maiores, já que o custo computacional é menor. Além disso, como o duto é menor, há menos tempo para que as ondas sonoras sejam deformadas pelos efeitos não lineares, de modo que é possível utilizar amplitudes de oscilação maiores sem que as ondas se transformem em ondas de choque antes do início do cancelamento.

5.9.1 Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,00001 mm

Para uma amplitude de 1.0×10^{-8} metros, foram feitas simulações do cancelamento do ruído a partir da interação entre um par de ondas estacionárias, da mesma forma que na seção 5.7, e a partir da interação entre cem pares de ondas estacionárias.

5.9.1.1 Cancelamento após a interação de 1 par de ondas estacionárias

A figura 82 mostra os gráficos de pressão em função do tempo até o cancelamento e depois que o cancelamento é atingido, que são semelhantes aos obtidos na seção 5.7 para um duto com comprimento igual a dez comprimentos de onda.

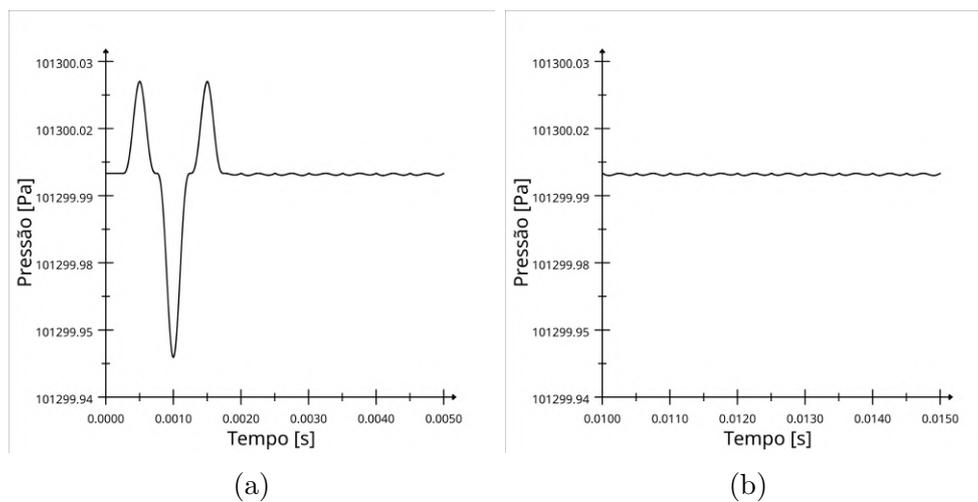


Figura 82 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

A figura 83 contém os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão depois do cancelamento, calculada com uma janela Hann. Nestes gráficos, é possível observar os harmônicos da frequência fundamental do duto, 500 Hz, e os harmônicos da frequência de oscilação dos pistões, 1000 Hz. Da mesma forma que para o duto com dez comprimentos de onda, todos os picos são bem definidos, de modo que não há conteúdo de banda larga no sinal.

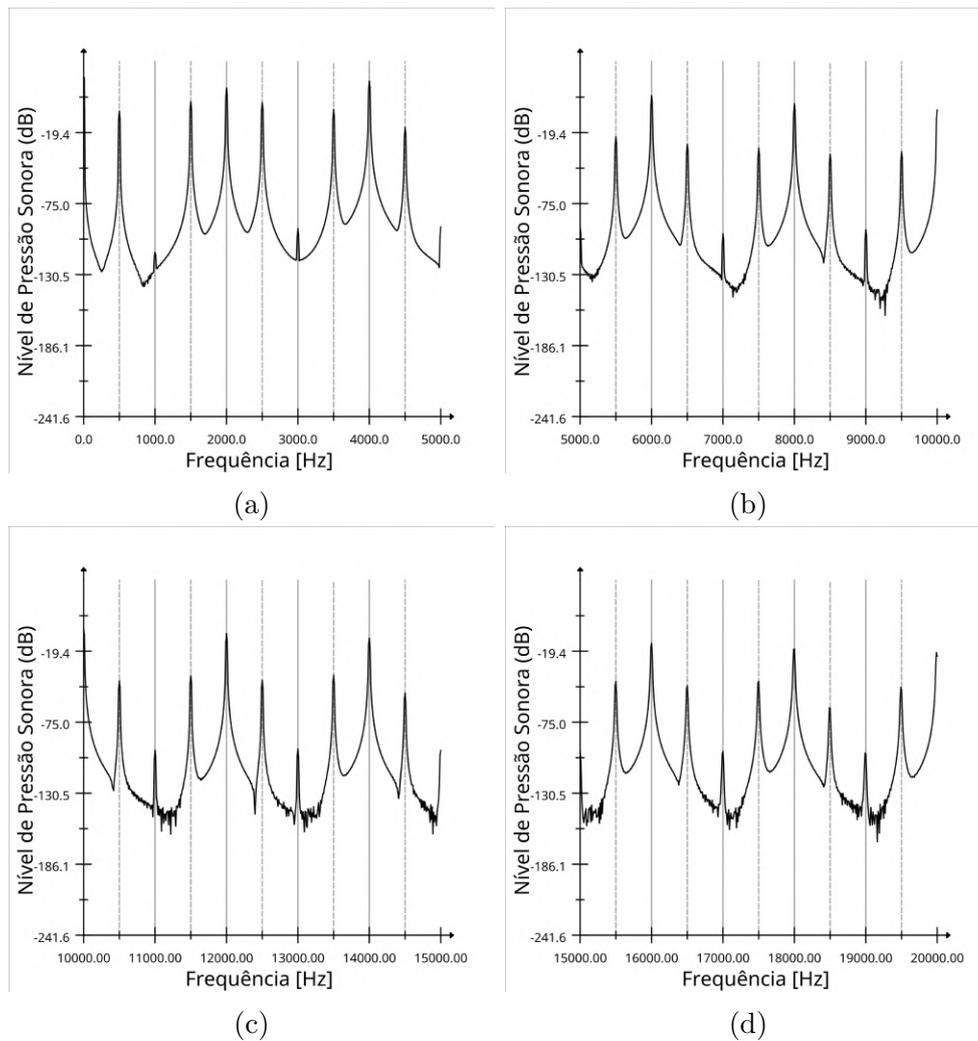


Figura 83 – Transformada de Fourier do sinal de pressão

5.9.1.2 Cancelamento após a interação de 100 pares de ondas estacionárias

A figura 84 mostra os gráficos de pressão em função do tempo em diferentes intervalos de tempo para o cancelamento obtido após a interação entre cem pares de ondas estacionárias. As figuras 84a, 84b e 84c mostram intervalos antes do fim do movimento das paredes, a figura 84d mostra o instante em que o cancelamento é atingido e a figura 84e mostra a pressão em função do tempo depois do cancelamento. É possível observar que, devido à sobreposição de diversas ondas, a oscilação de pressão observada após o cancelamento tem amplitude significativamente maior que após a interação de apenas um par de ondas estacionárias, no gráfico da figura 82b.

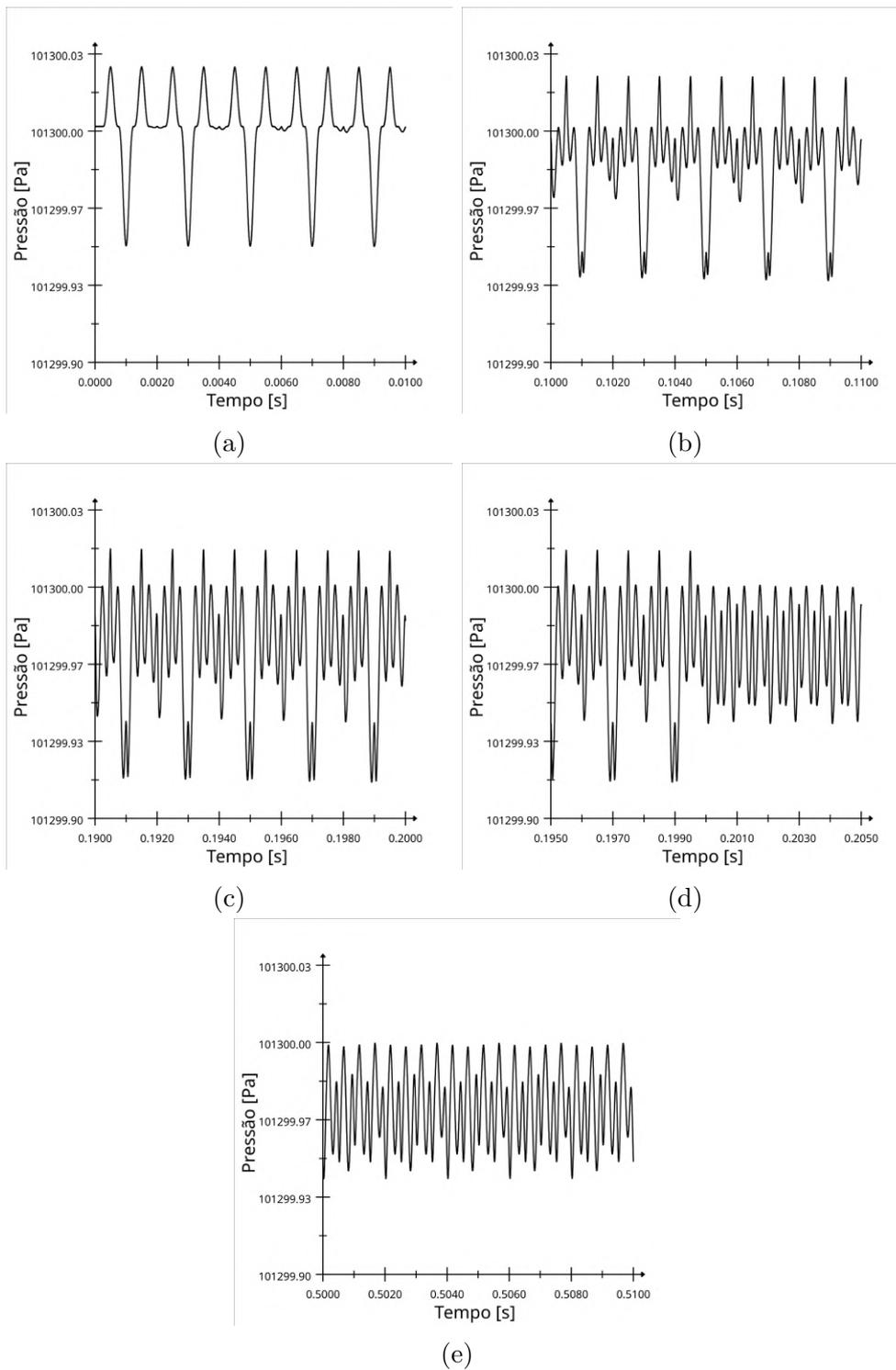


Figura 84 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

Os gráficos da figura 85 mostram a transformada de Fourier do sinal de pressão depois do cancelamento, calculada com uma janela Hann. Os gráficos mostram que, apesar de alteração na oscilação de pressão devido à interação entre cem pares de ondas estacionárias, o ruído observado após o cancelamento permanece tonal, da mesma forma que o ruído associado à interação de apenas um par de ondas estacionárias.

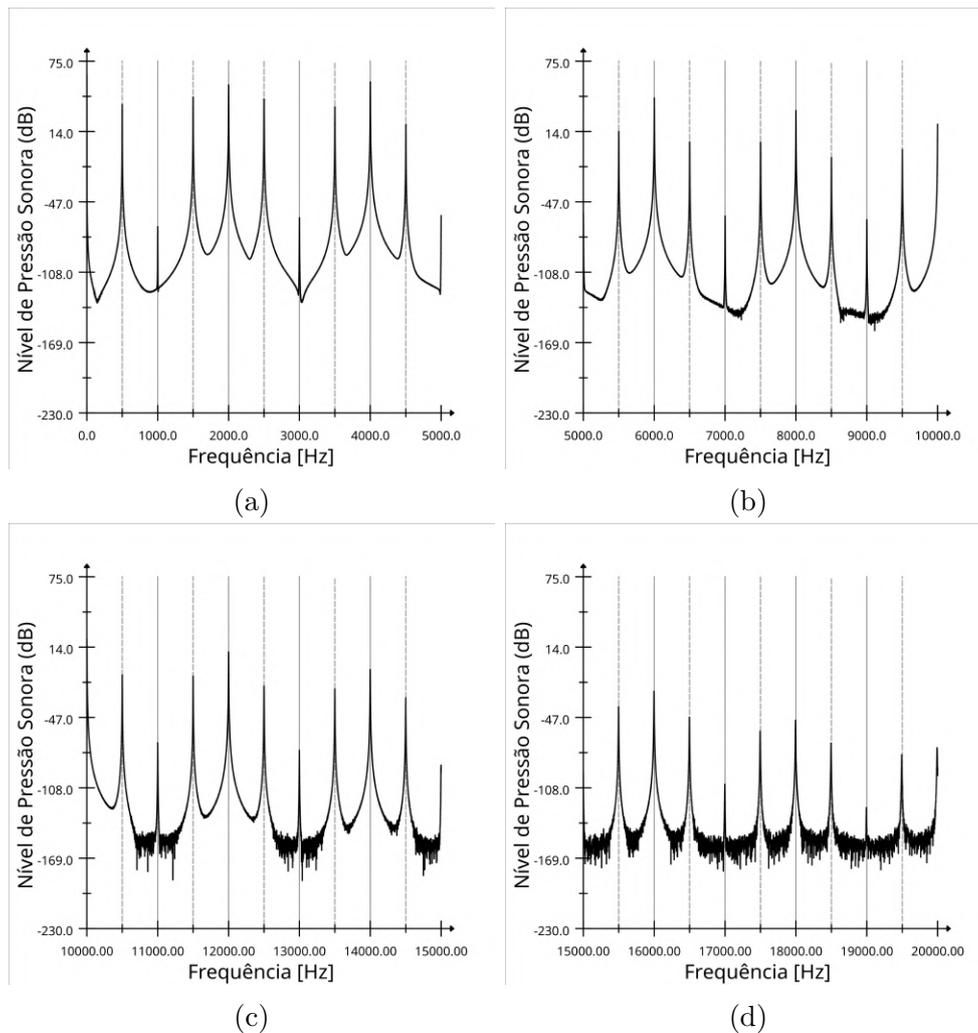


Figura 85 – Transformada de Fourier do sinal de pressão

5.9.2 Movimento dos pistões com amplitude igual a 1 mm

Com uma amplitude de movimento das paredes igual a $1,0 \times 10^{-3}$ metros, foram feitas simulações do cancelamento de ruído através da interação entre um par de ondas estacionárias, dez pares e cem pares de ondas. Foi possível utilizar uma amplitude igual a 1.0×10^{-3} metros neste caso porque, como o duto é menor, não há tempo suficiente para que sejam formadas ondas de choque antes do cancelamento. Para os casos de mais pares de ondas estacionárias há formação de ondas de choque antes do fim do movimento dos pistões, mas são formadas pela sobreposição de várias ondas, e não apenas pelo movimento dos pistões com uma amplitude grande o suficiente.

5.9.2.1 Cancelamento após a interação de 1 par de ondas estacionárias

A figura 86 mostra os gráficos de pressão em função do tempo em diferentes intervalos de tempo, em um ponto distante um quarto de comprimento de onda da parede do lado esquerdo. A figura 86a mostra o início do cancelamento, a figura 86b mostra a onda

deformada pelos efeitos não lineares, a figura 86c mostra o início da formação de ondas de choque, a figura 86d mostra a onda já com formato de dente de serra e a figura 86e mostra que, devido às ondas de choque, a amplitude de oscilação de pressão diminui ao longo do tempo.

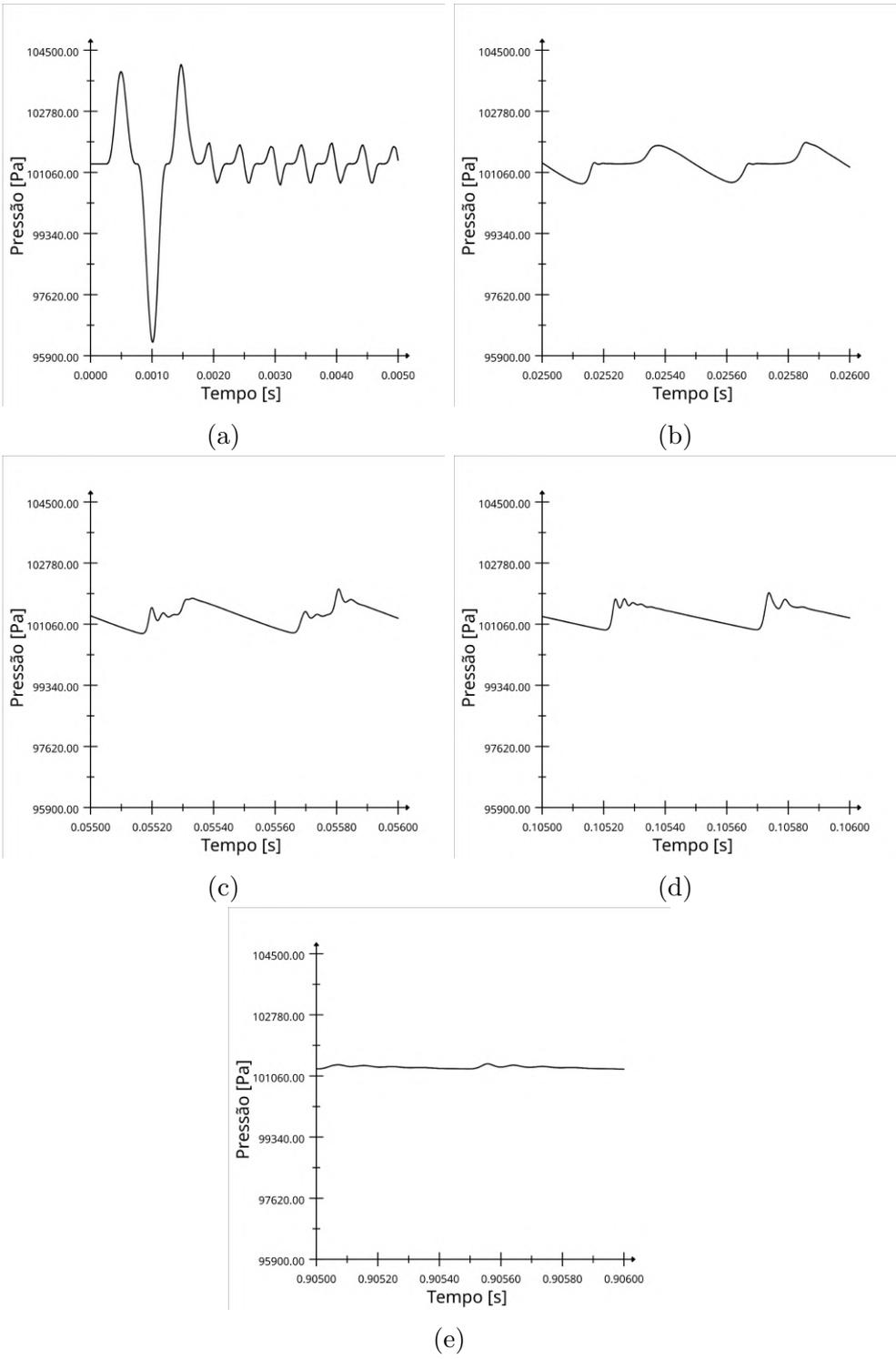


Figura 86 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

A figura 87 contém gráficos da transformada de Fourier, em diferentes intervalos de frequência, do sinal de pressão após o cancelamento. Estes gráficos são semelhantes aos obtidos em um duto com comprimento de dez comprimentos de onda apresentados

na seção 5.7, exceto que os picos estão nos múltiplos de 500 Hz, a frequência fundamental do duto neste caso. Da mesma forma que nos casos anteriores, o ruído é tonal, sem componente de banda larga.

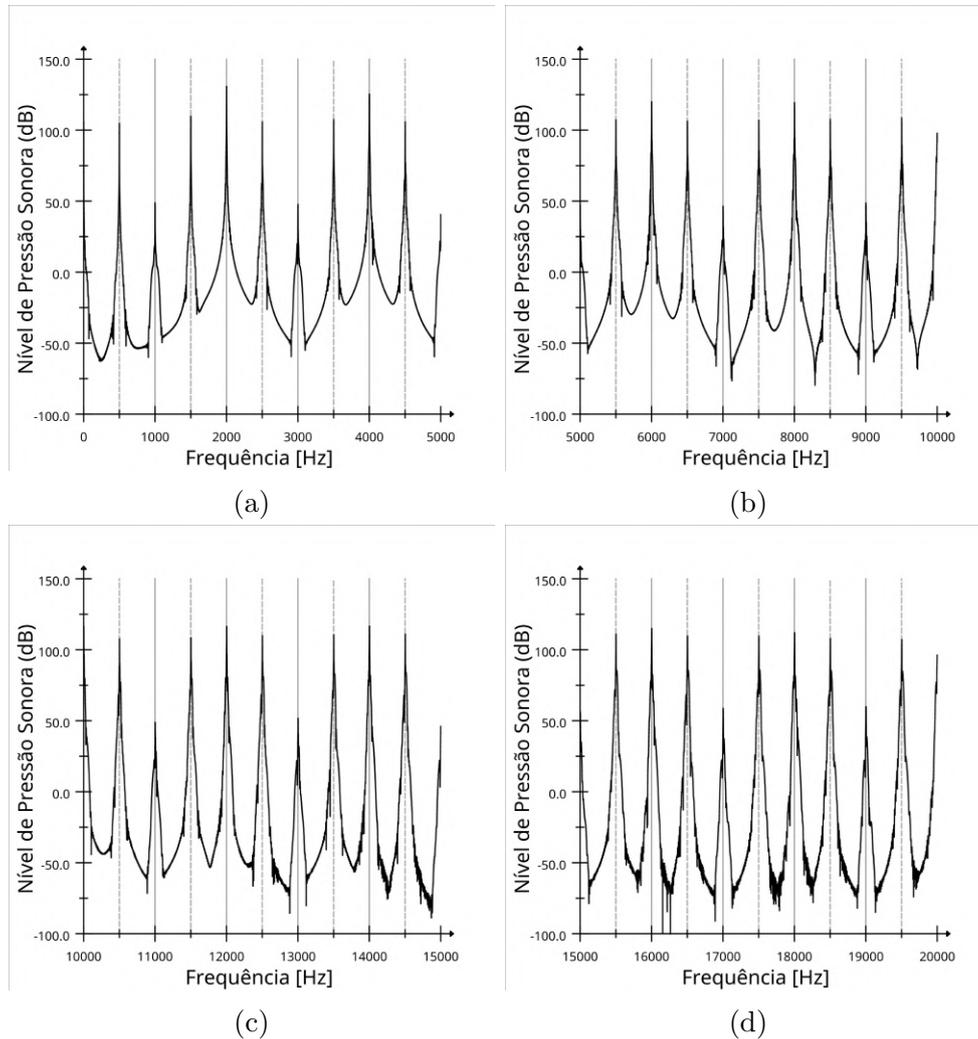


Figura 87 – Transformada de Fourier do sinal de pressão

5.9.2.2 Cancelamento após a interação de 10 pares de ondas estacionárias

A figura 88 mostra os gráficos de pressão em função do tempo, em diferentes instantes, em um ponto a um quarto de comprimento de onda de distância da parede esquerda, que resultam da interação entre dez pares de ondas estacionárias antes do cancelamento. Nos gráficos, é possível observar a formação de ondas de choque através dos efeitos não lineares. As ondas de choque eventualmente fazem com que a onda adquira um formato de dente de serra e, com o tempo, fazem com que a amplitude da variação de pressão diminua.

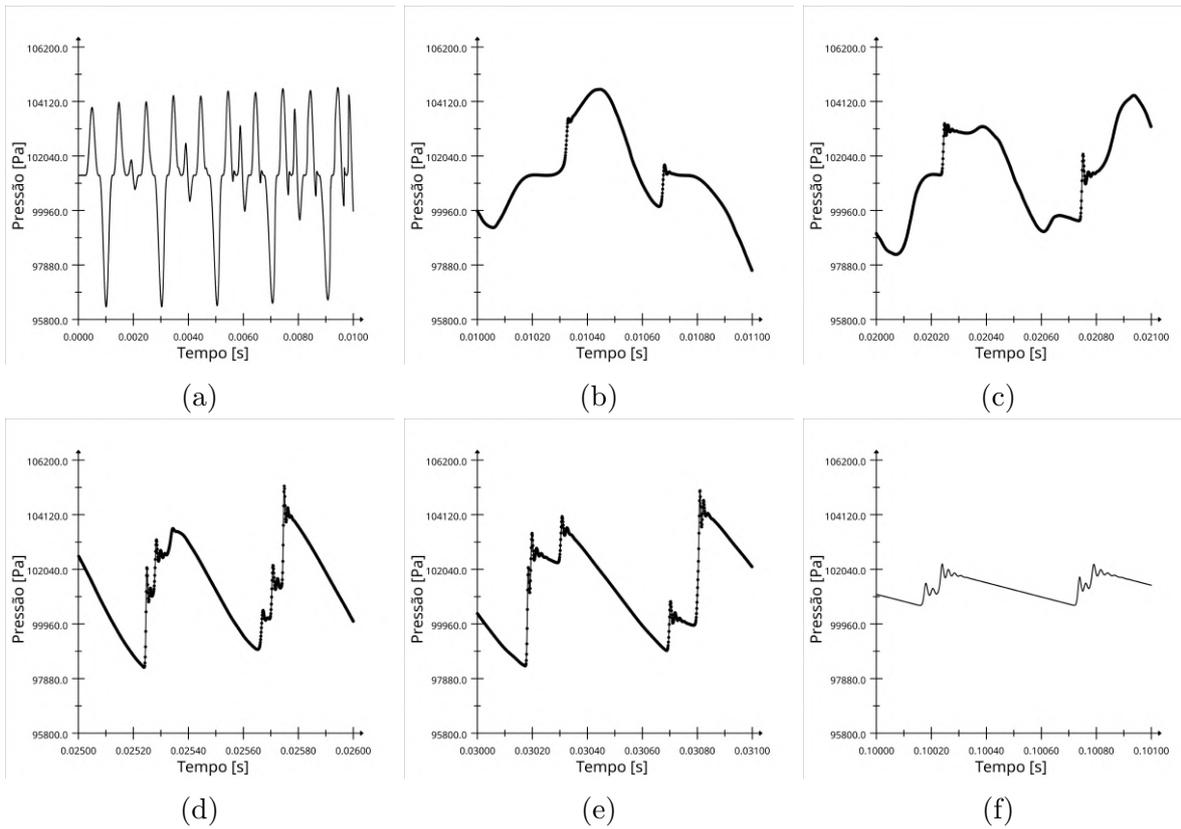


Figura 88 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

A figura 89 mostra os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão, obtido depois do cancelamento em uma posição distante um quarto de comprimento de onda da parede do lado esquerdo. Estes gráficos mostram que, dentro da região audível do espectro, o ruído é tonal, assim como foi observado para os casos anteriores.

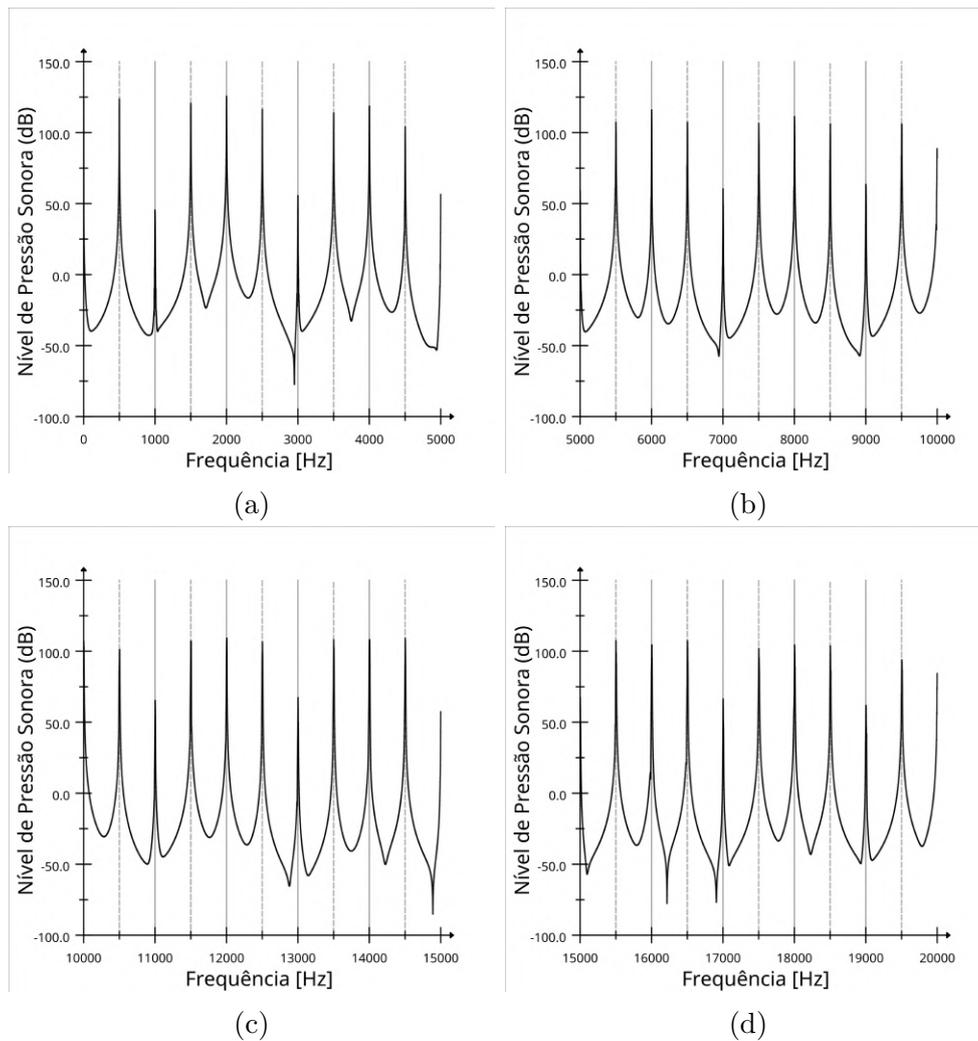


Figura 89 – Transformada de Fourier do sinal de pressão

5.9.2.3 Cancelamento após a interação de 100 pares de ondas estacionárias

A figura 90 mostra os gráficos de pressão em função do tempo, em diferentes instantes, em um ponto posicionado a um quarto de comprimento de onda de distância da parede esquerda, para o caso com interação entre cem pares de ondas estacionárias antes do cancelamento. Estes resultados são semelhantes aos obtidos para o caso com interação entre dez pares de ondas, e é possível observar ondas de choque que fazem com que a onda adquira um formato de dente de serra e, eventualmente, tenha a amplitude reduzida.

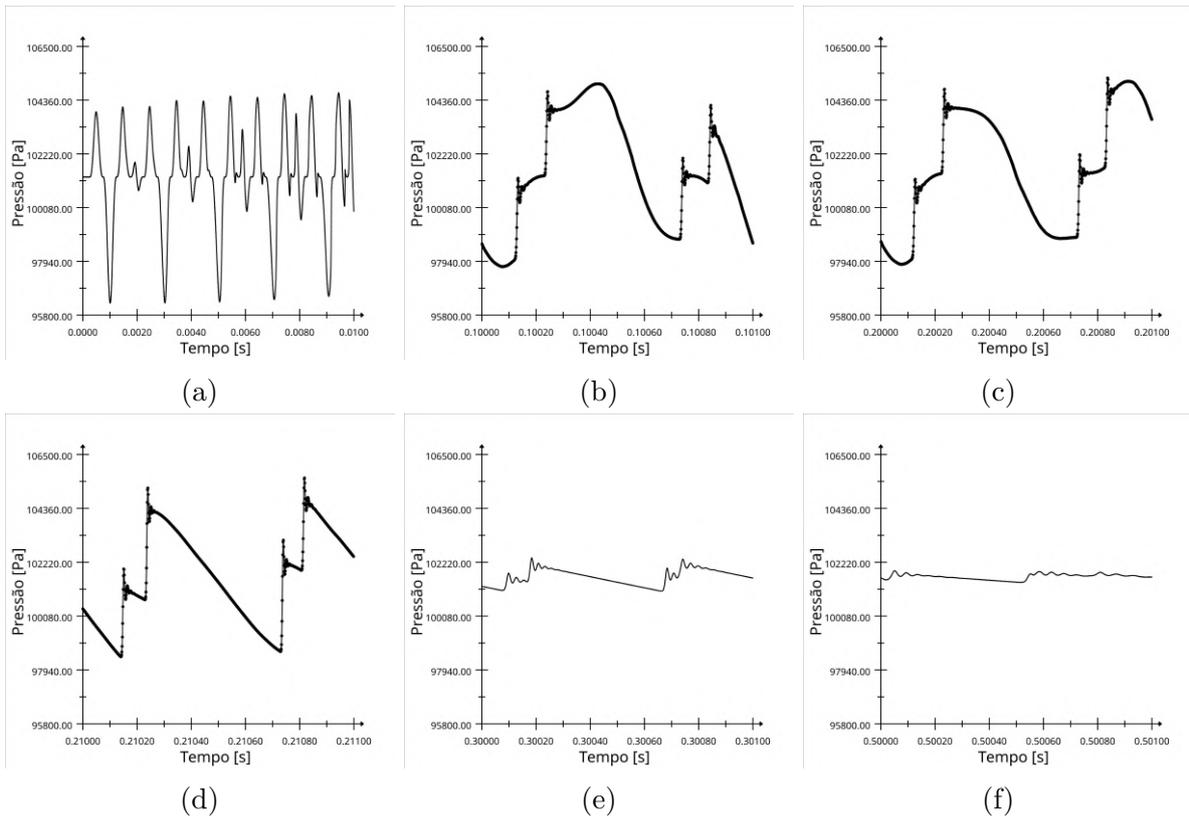


Figura 90 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

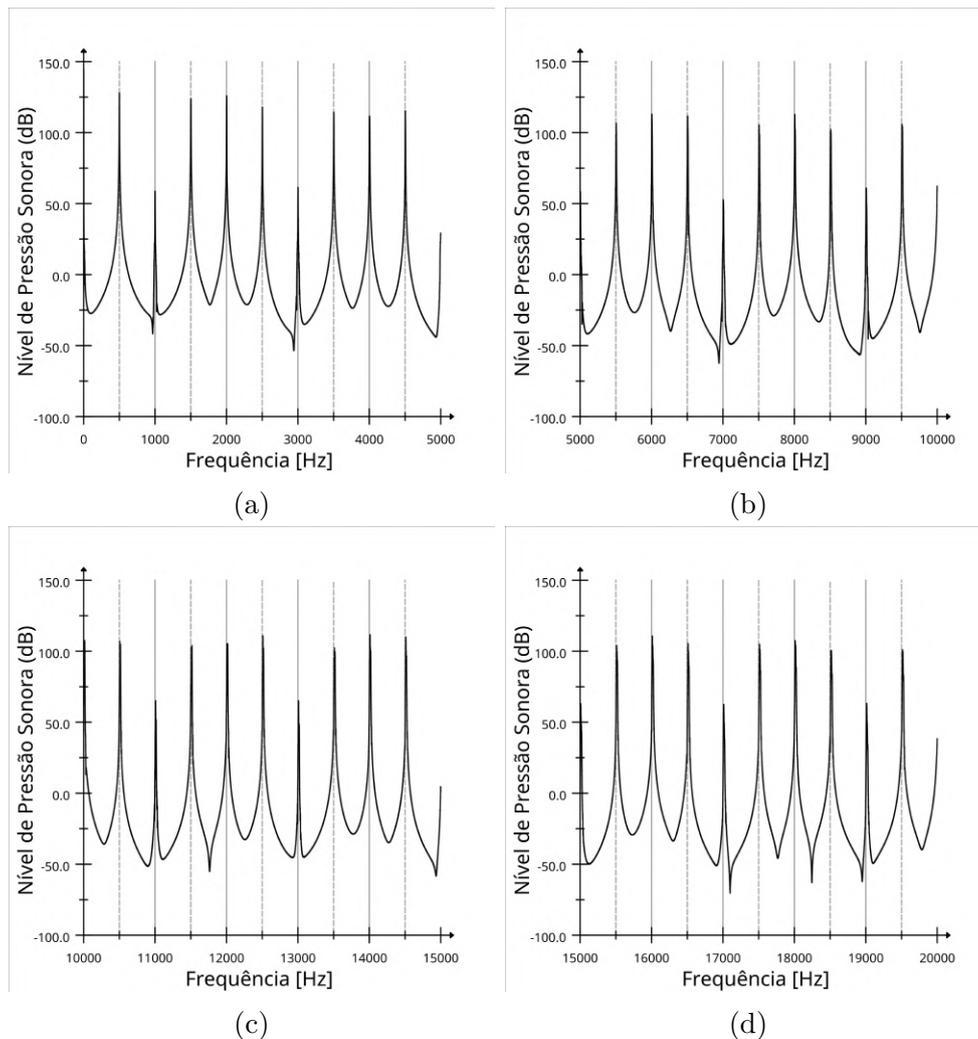


Figura 91 – Transformada de Fourier do sinal de pressão

A figura 91 apresenta os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão, depois fim do movimento das paredes. Nestes gráficos, é possível observar que o ruído é praticamente tonal no intervalo audível do espectro. No entanto, os gráficos da figura 92 mostram diversos picos das transformadas de Fourier dos sinais resultantes da interação entre dez pares e cem pares de ondas estacionárias. Nestes gráficos, é possível observar um alargamento dos picos e um aumento da frequência dos picos, que deixam de coincidir com os múltiplos das frequências dos pistões e do duto. Estes efeitos são mais significativos nas frequências mais altas e para o caso com interação entre cem pares. Isso indica que o aparecimento de ruído de banda larga ocorre inicialmente nas altas frequências e depende da quantidade de ondas sonoras que se cancelam.

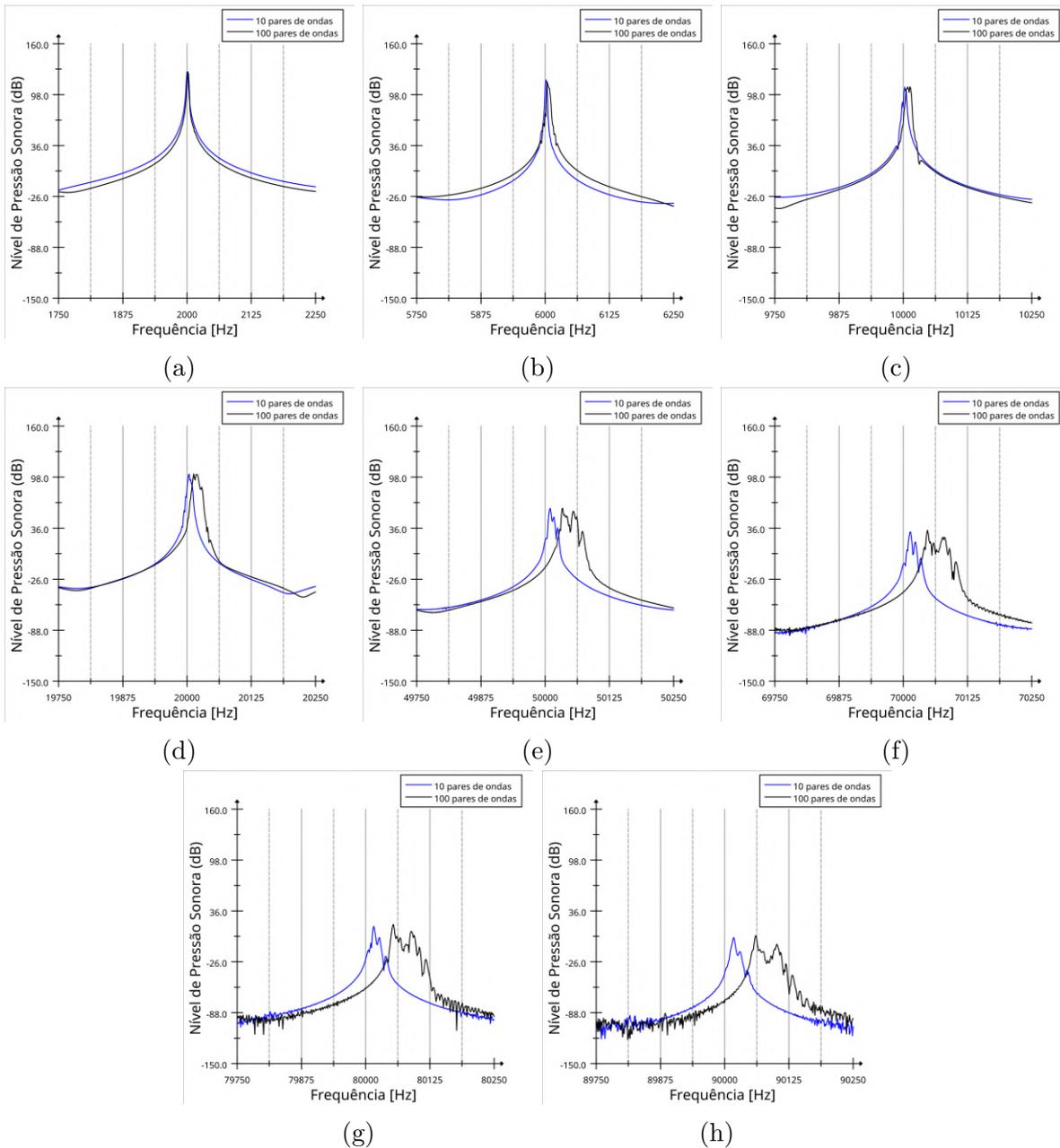


Figura 92 – Transformada de Fourier do sinal de pressão

O aumento da frequência dos picos é uma consequência da diminuição da amplitude das ondas ao longo do tempo, semelhante ao observado na transformada de Fourier de uma função do tipo $f(t) = e^{-t} \sin t$, por exemplo. Essa diferença é pequena o suficiente para não ser percebida nas frequências mais baixas, mas aparece nos harmônicos maiores já que estas frequências são múltiplas da frequência fundamental.

5.10 Sobreposição de Ondas Sonoras

Como os resultados da seção 5.9.2.3 mostraram que o surgimento de ruído de banda larga pode ser relacionado ao número de ondas estacionárias que interagem, foram feitas simulações nas quais as paredes permanecem oscilando até o fim, de modo que há

a formação e o cancelamento de ondas estacionárias de forma contínua ao longo de toda a simulação. O objetivo, neste caso, é analisar o ruído provocado pela interação entre as ondas sonoras, e não o ruído associado ao cancelamento. Além disso, em situações reais, não é comum que a emissão de ruído seja interrompida antes do período em que o ruído é analisado, de modo que a análise da interação entre ondas sonoras emitidas continuamente possa ser uma forma melhor, mesmo que ainda seja simplificada, de modelar problemas reais.

5.10.1 Movimento dos pistões com amplitude igual a 0,00001 mm

A figura 93 mostra os gráficos de pressão em função do tempo, a uma distância de um quarto de comprimento de onda da parede esquerda para diferentes instantes, que resulta do movimento contínuo das paredes com amplitude de 1.0×10^{-8} metros. Neste caso, como a interação entre cada par de ondas estacionárias provoca uma redução significativa da amplitude (como mostram os resultados da seção 5.7), não há um aumento significativo da amplitude de oscilação. A diminuição da pressão ao longo do tempo ocorre porque, para um duto com um comprimento de onda, na posição em que a pressão foi avaliada, a interação entre as ondas sonoras resulta na sobreposição de dois vales e, em seguida, no cancelamento, como mostram os gráficos da figura 82.

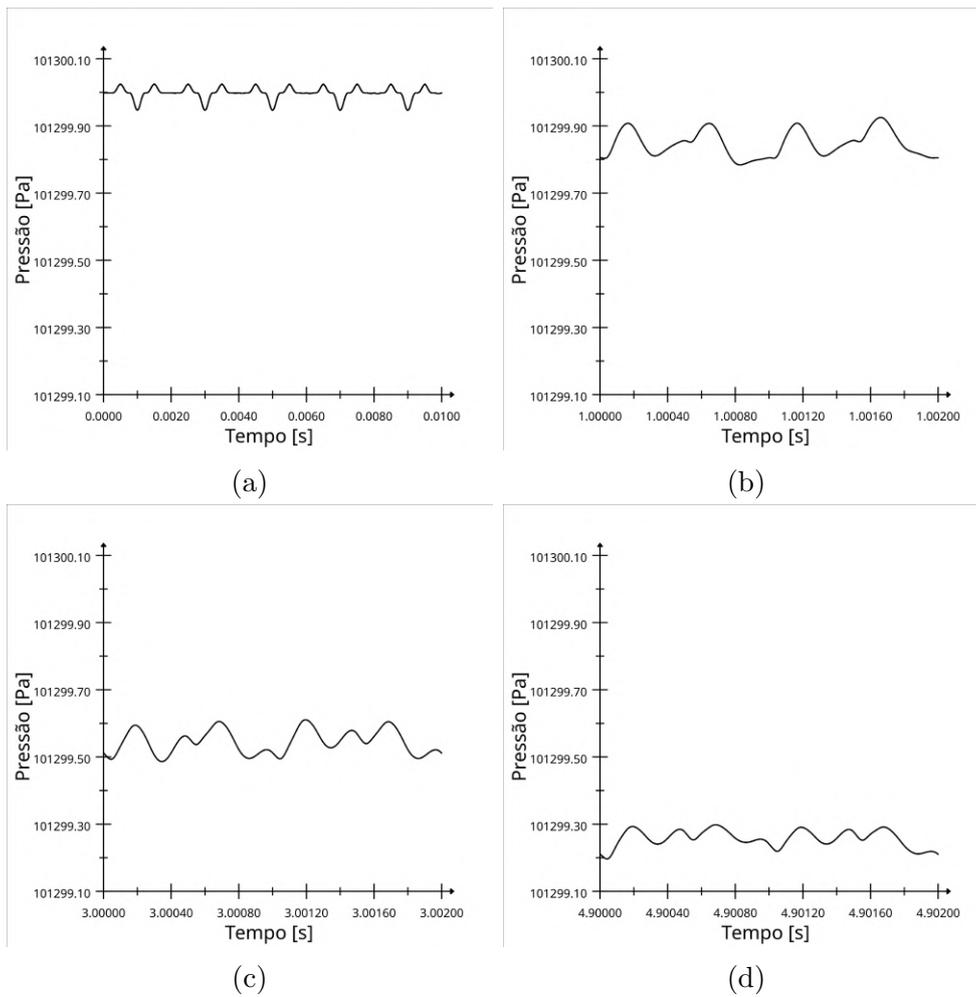


Figura 93 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

A figura 94 contém gráficos das transformadas de Fourier, com janela Hann, do sinal de pressão. Estes gráficos mostram que não há conteúdo de banda larga no sinal de pressão para amplitude de $1,0 \times 10^{-8}$ metros.

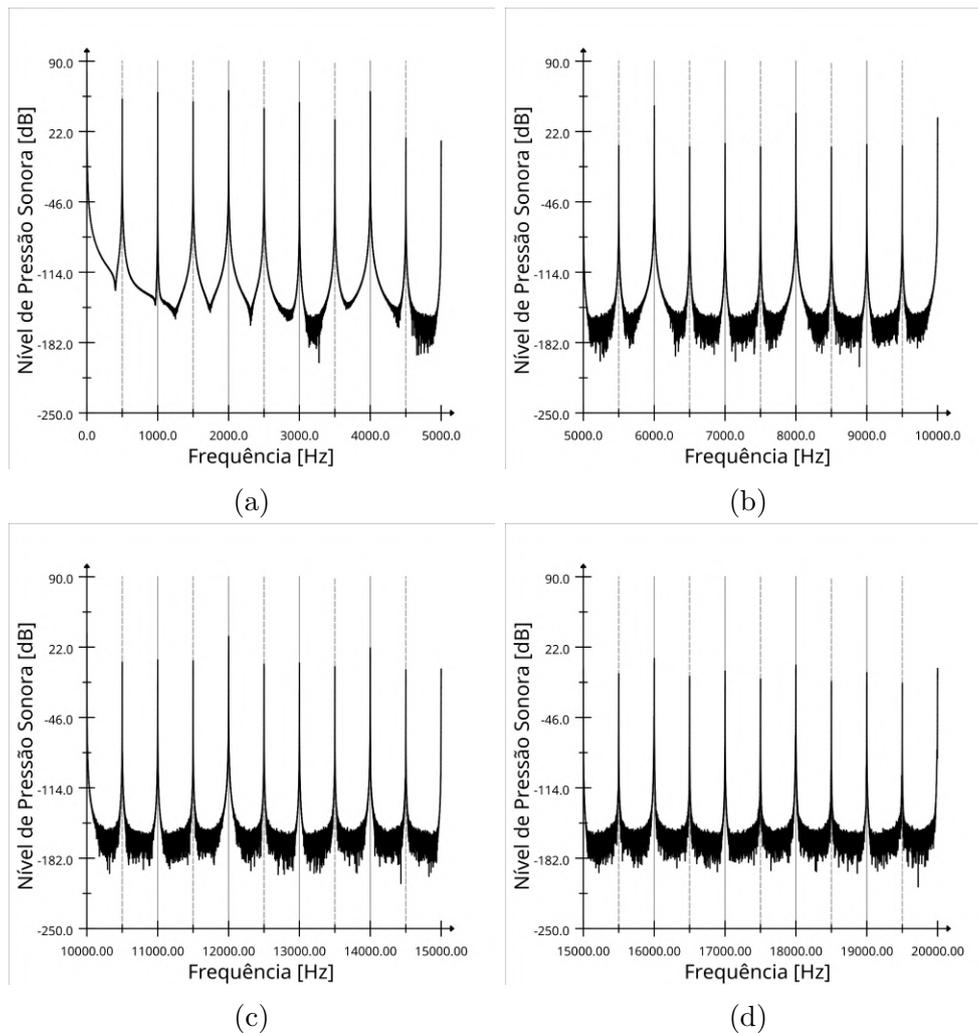


Figura 94 – Transformada de Fourier do sinal da pressão

5.10.2 Movimento dos pistões com amplitude igual a 1 mm

A figura 95 mostra o envelope das oscilações de pressão associado à interação entre ondas sonoras sem cancelamento, e a figura 96 mostra os gráficos de pressão em função do tempo para diferentes instantes de tempo. Através destes gráficos, é possível observar que, no início há um aumento da amplitude de oscilação, devido à sobreposição das ondas sonoras. Associado a esse aumento de amplitude, há a formação de ondas de choque. A partir de aproximadamente 3 segundos, o sistema entra em equilíbrio, em uma condição em que o aumento da amplitude devido à sobreposição de ondas sonoras é compensado pela redução da amplitude provocada pelas ondas de choque, de modo que a amplitude permanece aproximadamente constante.

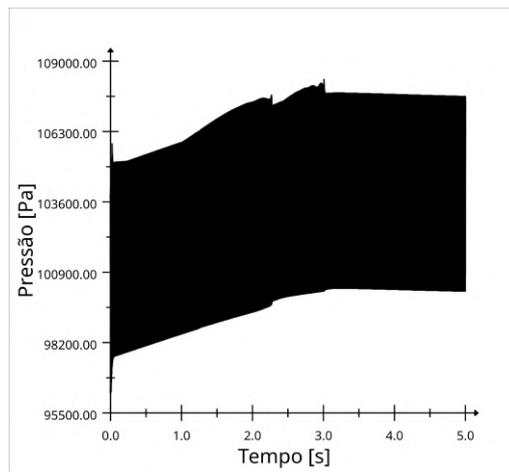


Figura 95 – Envelope de oscilação de pressão, Amplitude $1,0 \times 10^{-3}$ m

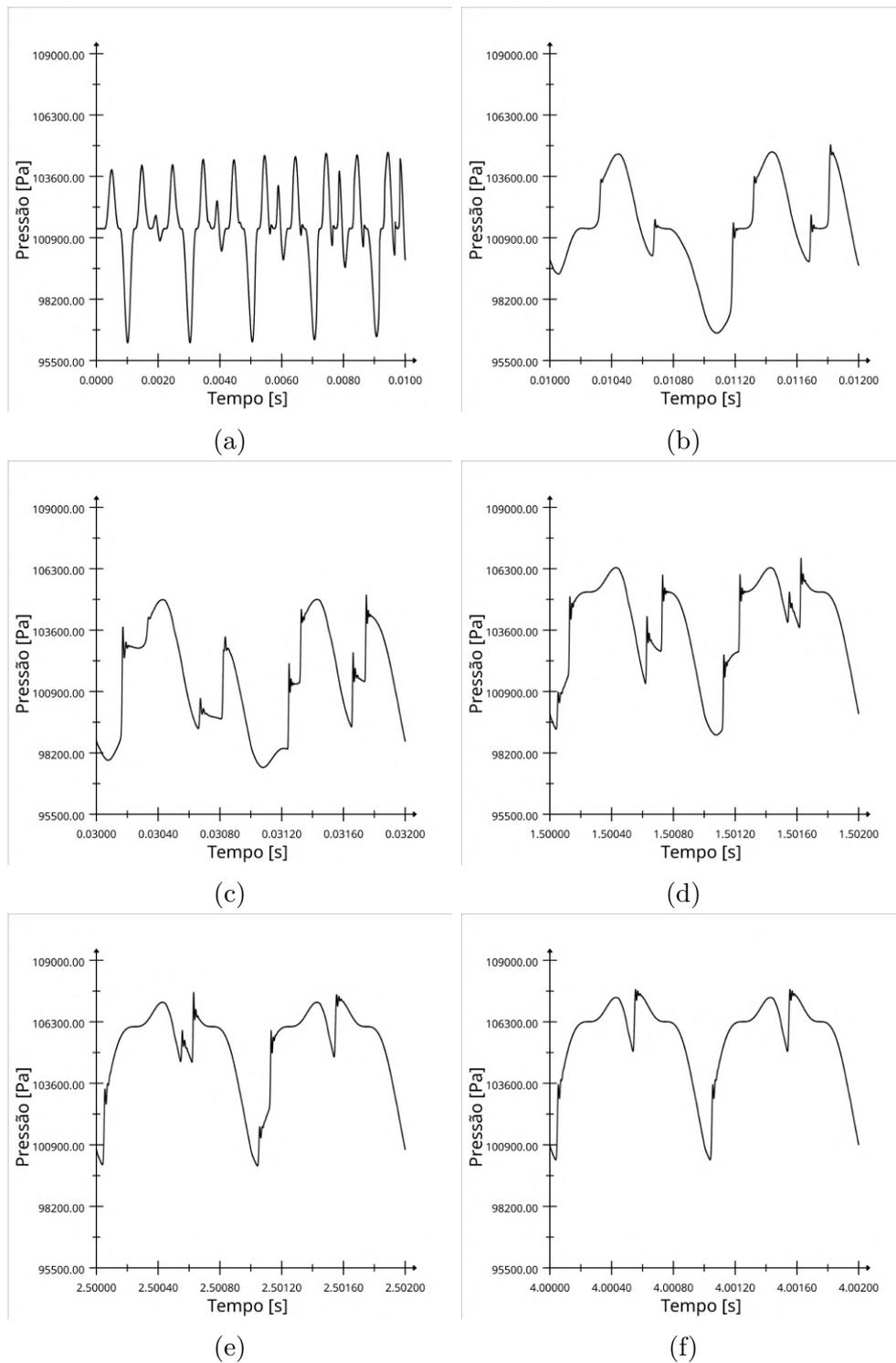


Figura 96 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

A figura 97 mostra os gráficos da transformada de Fourier, com janelamento Hann, do sinal de pressão obtido através da interação entre ondas sonoras. A transformada de Fourier foi calculada apenas para o trecho do sinal depois de 3 segundos, com o objetivo de avaliar o comportamento do sistema depois que o regime permanente é atingido. Estes gráficos mostram que, diferente do que era esperado, não há componente banda larga. Também não há ruído de banda larga para frequências mais altas, correspondentes às frequências dos picos na figura 92.

Também é possível observar que os harmônicos da frequência do duto, 500 Hz, que também é a frequência de formação de ondas estacionárias, não aparecem, de modo que as únicas frequências de oscilação são a frequência dos pistões e seus harmônicos. Isso provavelmente ocorre porque a presença de ondas de choque faz com que não sejam formadas ondas estacionárias, já que a interação entre os choques não resulta na formação dos nós e antinós.

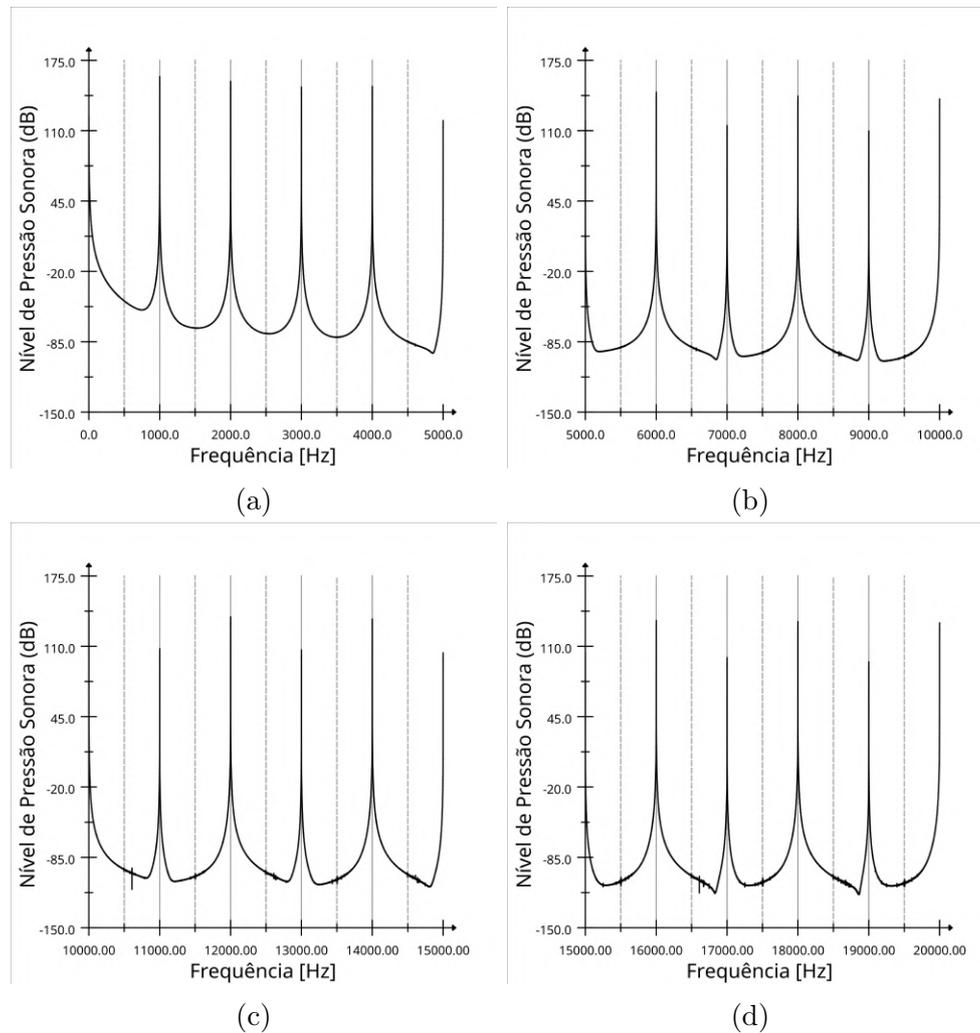


Figura 97 – Transformada de Fourier do sinal da pressão

5.10.3 Cancelamento após a interação de 2500 pares de ondas estacionárias

Como a simulação da interação entre ondas sonoras sem a interrupção do movimento dos pistões não resultou em ruído de banda larga, foi feita uma simulação do cancelamento do ruído após a interação de 2500 pares de ondas estacionárias, com amplitude do movimento de oscilação dos pistões igual a $1,0 \times 10^{-3}$ metros, que corresponde à interrupção do movimento dos pistões após 5 segundos, tempo final da simulação sem interrupção. O objetivo neste caso é testar a hipótese de que, apesar de um aumento do número de ondas estacionárias levar a um maior conteúdo de banda larga, como mostra a imagem 92, na seção 5.9.2.3, a interrupção do movimento dos pistões também contribui

para o surgimento de ruído de banda larga.

A figura 98 mostra o envelope de oscilação de pressão ao longo do tempo. É possível observar que, nos cinco primeiros segundos, este gráfico é igual ao da figura 95. A figura 99 mostra os gráficos de pressão em função do tempo em vários instantes, a partir do início do trecho sem movimento dos pistões. Estes gráficos mostram que, na ausência do movimento dos pistões, as ondas sonoras começam a sofrer deformações pelos efeitos não lineares, ondas de choque se formam e se combinam, e eventualmente a onda sonora adquire um formato de onda N e sua amplitude diminui, devido aos efeitos dissipativos do choque.

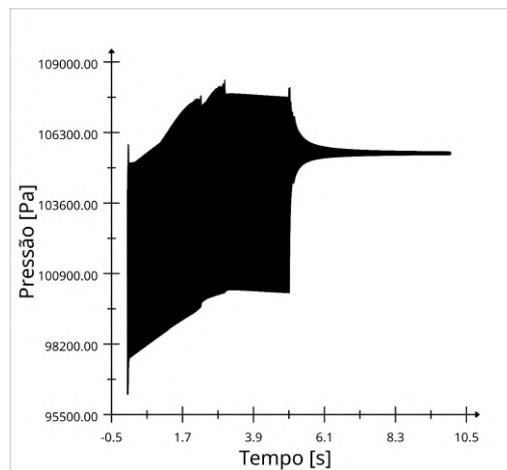


Figura 98 – Pressão em função do tempo, Amplitude $1,0 \times 10^{-3}$ m

A figura 100 mostra os gráficos da transformada de Fourier do sinal de pressão, depois do cancelamento, calculada com uma janela Hann. Nestes gráficos, é possível observar que não há ruído de banda larga na região audível. A transformada de Fourier também mostrou que, para frequências maiores, correspondentes às frequências dos picos da figura 92, o ruído também permanece tonal. No entanto, os gráficos mostram que o efeito de aumento da frequência dos picos, observado nos resultados da seção 5.9.2.3, foi ampliado, e é perceptível mesmo em frequências relativamente baixas, a partir de 3000 Hz, e a diferença para a frequência esperada aumenta com a frequência de forma rápida. Além disso, nestes gráficos aparecem novamente os harmônicos da frequência fundamental do duto, 500 Hz. Isso ocorre porque a dissipação de energia provocada pelas ondas de choque faz com que a amplitude de oscilação diminua e, eventualmente, as ondas de choque se transformam em ondas de Mach, e os fenômenos de interferência construtiva e destrutiva presentes nas ondas estacionárias voltam a acontecer.

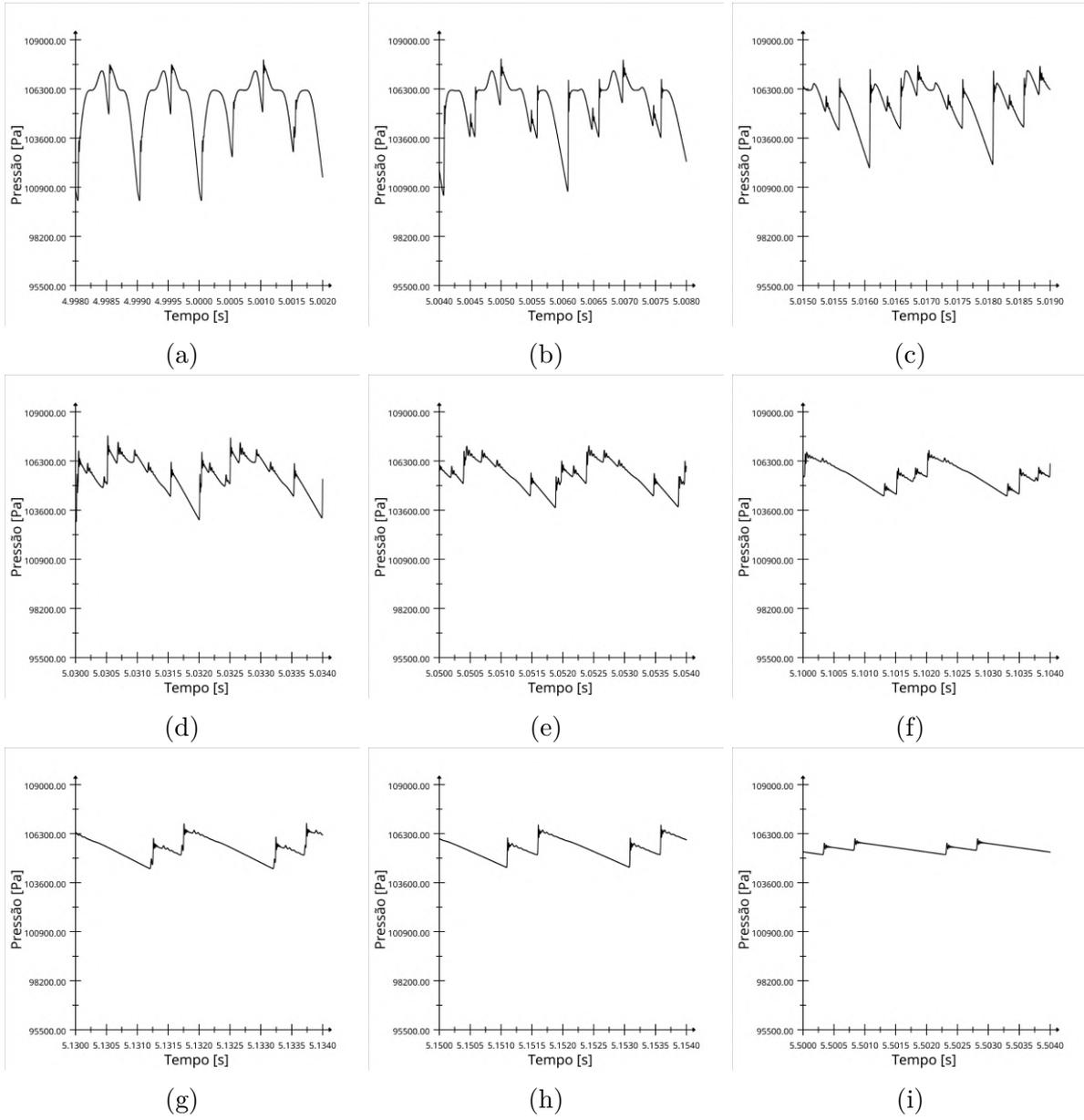


Figura 99 – Pressão em função do tempo em diferentes instantes

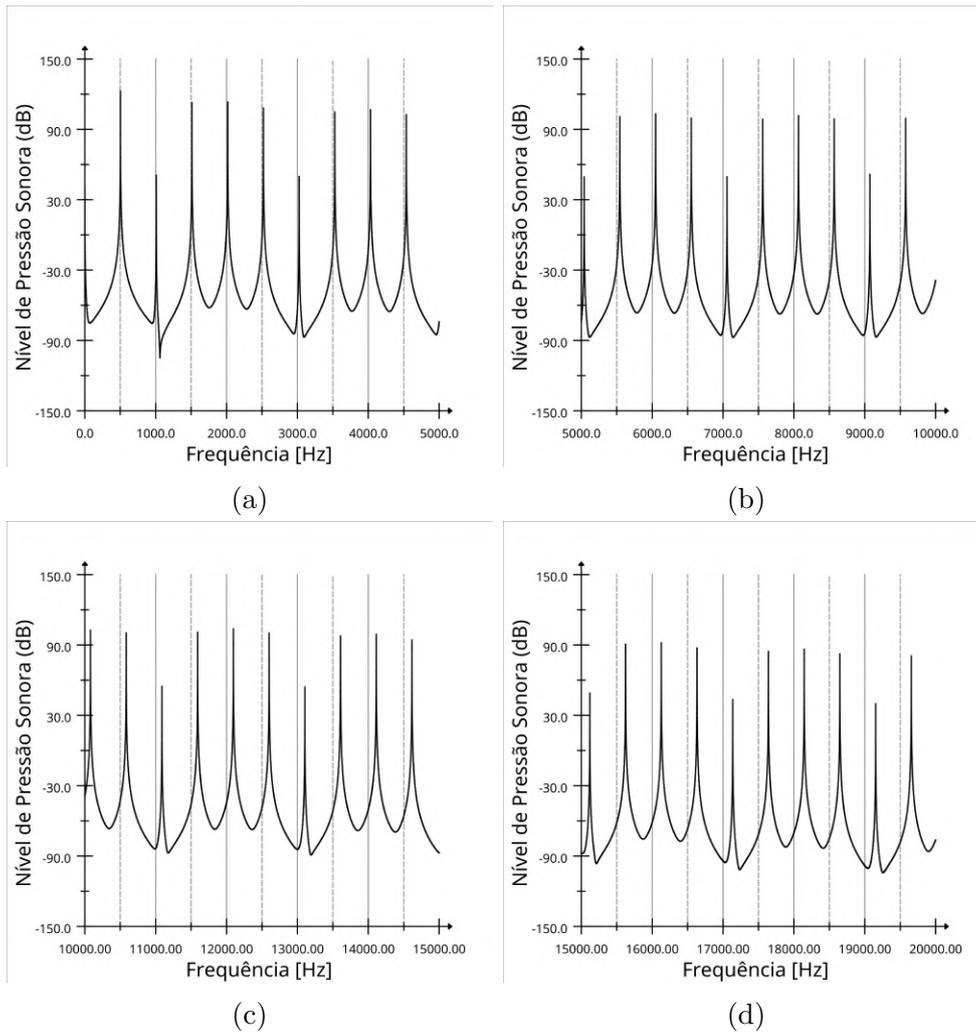


Figura 100 – Transformada de Fourier do sinal da pressão

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi implementada uma alteração na metodologia de fronteira imersa móvel, que permite que o deslocamento de paredes móveis influencie o escoamento em todos os passos de tempo, e não apenas quando a fronteira se desloca de um volume de controle para outro, e os resultados mostraram que este método permite a aplicação das condições de contorno de forma adequada. Esta alteração é fundamental no caso estudado neste trabalho, em que as fronteiras têm movimento com amplitude menor que o tamanho do volume de controle, mas pode ser necessário para casos em que os corpos imersos no escoamento se movem continuamente através do domínio, como em simulações de interação rotor estator, por exemplo.

Além disso, as simulações de propagação de ondas sonoras no duto aberto permitiram a observação da influência dos efeitos não lineares sobre a propagação da onda. Os resultados obtidos mostraram que, nas regiões de alta pressão, a velocidade de propagação da onda é maior que nas regiões de baixa pressão, já que a temperatura também é maior, de modo que os picos se afastam dos vales com o tempo. Além disso, o campo de velocidades induzido pela passagem da onda tem o mesmo sentido que a propagação da onda na fase de alta pressão e o sentido contrário na fase de baixa pressão, de modo que o transporte advectivo da onda também contribui para a deformação e, eventualmente, para a formação de ondas de choque. Estas simulações também mostraram que sempre há aumento de entropia durante a propagação da onda sonora, mas para os casos de amplitude baixa, pode ser razoável considerar que a propagação é isentrópica.

A simulação das ondas estacionárias deixou clara a diferença entre o caso linear e o não linear. A simulação do caso linear mostrou que a estratégia utilizada para gerar as ondas estacionárias funcionou, e os resultados obtidos estão de acordo com a teoria de acústica linear, com a forma da onda e as posições dos nós e dos antinós compatíveis com a teoria. A simulação do caso não linear, por sua vez, foi compatível com o esperado a partir da análise da deformação da onda pelos efeitos não lineares. É possível observar nos resultados apresentados na seção 5.6 que os efeitos não lineares aumentam com o tempo, e há uma transição da interação entre ondas sonoras para a interação entre ondas de choque. As análises espectrais mostraram que, tanto para o caso linear quanto para o não linear, o ruído resultante da formação das ondas estacionárias é tonal, com picos nos harmônicos da frequência de oscilação do pistão e nos harmônicos da frequência fundamental do duto.

Além disso, foi possível observar que, nos nós os picos correspondentes aos harmônicos ímpares têm uma amplitude significativamente menor que os observados nos antinós. Isso indica que, nos nós a frequência dominante é igual ao dobro da frequência dos pistões.

As simulações do controle ativo de ruído mostraram que, para baixas amplitudes de oscilação das paredes, é possível obter uma diminuição significativa da intensidade do ruído através da interação entre duas ondas estacionárias com fases opostas. Conforme a amplitude aumenta, no entanto, os efeitos não lineares se tornam mais relevantes e há uma quebra de simetria devido à deformação das ondas, de modo que a efetividade do cancelamento diminui. Estas simulações mostraram, no entanto, que mesmo para baixas amplitudes, há influência dos efeitos não lineares que impedem o cancelamento completo do ruído, o que é compatível com a observação feita por [Gurbatov, Rudenko e Saichev \(2011\)](#), que afirmam que qualquer oscilação periódica em um meio não dissipativo sofre ação dos efeitos não lineares e, eventualmente, se transforma em uma onda N.

Dessa forma, é possível concluir que, para avaliar se é necessário levar em consideração os efeitos não lineares em um problema de acústica, é necessário considerar não apenas a amplitude das ondas sonoras como também o tempo de propagação das ondas. As transformadas de Fourier dos sinais de pressão depois do cancelamento mostraram que, assim como com as ondas estacionárias, o ruído é predominantemente tonal, com picos nos harmônicos das frequências do pistão e do duto, com a exceção dos resultados obtidos para o cancelamento depois da interação entre dez e cem pares de ondas estacionárias com amplitude grande. Nestes casos, é possível observar um alargamento dos picos, apesar desse efeito ocorrer em frequências acima do limite da audição humana e com amplitudes baixas. Este efeito pode ser relacionado à oscilação numérica provocada pelos erros associados ao método numérico.

As simulações da interação entre ondas estacionárias sem cancelamento e do cancelamento depois da interação entre 2500 pares de ondas estacionárias mostraram que o aparecimento de ondas de choque impedem a formação de ondas estacionárias, e os harmônicos da frequência fundamental do duto desaparecem do espectro.

6.1 Trabalhos Futuros

Os resultados obtidos neste trabalho indicam diversas possibilidades de trabalhos futuros. É necessário realizar uma análise de convergência para avaliar como a modificação do método de fronteira imersa implementada neste trabalho afeta os resultados, de modo que, se houver uma melhora na precisão, esta modificação pode ser implementada na versão bidimensional do código VAT. Além disso, uma análise de convergência também pode esclarecer como os resultados obtidos dependem das discretizações espacial e temporal utilizadas. Também é necessário testar outros valores das constantes de dissipação artificial, para verificar se o aparecimento de banda larga em altas frequências é provocado

pela oscilação numérica.

Uma outra possibilidade de trabalho é utilizar outras ferramentas de processamento de sinais para analisar o ruído, por exemplo, que levem em consideração o campo de pressão em todo o domínio, e não apenas o sinal de pressão em um ponto. Além disso, é necessário buscar outra explicação para a origem do ruído de banda larga, já que a interação entre ondas sonoras não lineares resulta em um ruído tonal.

Também é possível aplicar a abordagem utilizada neste trabalho a outros problemas que envolvem ondas sonoras interagindo dentro de cavidades, como os liners acústicos utilizados para redução de ruído, por exemplo.

Referências

- ANDERSON, D. A.; TANNEHILL, J. C.; PLETCHER, R. H. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. 2. ed. [S.l.]: Taylor e Francis, 1997. Citado 4 vezes nas páginas 14, 15, 21 e 23.
- ANDERSON, J. D. *Computational FLuid Dynamics. An Introduction*. 3. ed. [S.l.]: Springer, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- BERTON, J.; ENVIA, E.; BURLEY, C. An analytical assessment of nasa's n+1 subsonic fixed wing project noise goal. In: . [S.l.: s.n.], 2009. Citado na página 1.
- ENFLO, B. O.; HEDBERG, C. M. *Theory of Nonlinear Acoustics in Fluids*. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 2002. Citado 7 vezes nas páginas iv, 3, 8, 9, 10, 11 e 12.
- GURBATOV, S.; RUDENKO, O.; SAICHEV, A. *Waves and Structures in Nonlinear Nondispersive Media*. [S.l.]: Springer, 2011. Citado na página 104.
- JAMESON, A.; SCHMIDT, W.; TURKEL, E. Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using runge-kutta time-stepping schemes. In: AIAA (Ed.). *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*. [s.n.], 1981. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.1981-1259>>. Citado na página 19.
- JOSEPH, P.; BRITCHFORD, K.; LOHEAC, P. A model of fan broadband noise due to rotor-stator interaction. In: *5th European Conference on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics (01/01/03)*. [s.n.], 2003. p. 45–54. Disponível em: <<https://eprints.soton.ac.uk/10347/>>. Citado na página 1.
- LIEPMANN, H. W.; ROSHKO, A. *Elements of Gas Dynamics*. 3. ed. [S.l.]: Dover Publications, INC., 2009. Citado 4 vezes nas páginas 3, 5, 6 e 33.
- LIGHTHILL, M. J. Viscosity effects in sound waves of finite amplitude. *Surveys in Mechanics*, p. 250–351, 1956. Eds. G. K. Batchelor and R. M. Davies (Cambridge University Press). Citado na página 8.
- MALDONADO, A. L. P. *Predição numérica do ruído tonal Para o Advanced Noise Control Fan*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Univeridade de Brasília, Brasília, 2012. Citado na página 1.
- MENDONÇA, A. F. de. *Simulação Numérica do Escoamento Transônico Laminar em uma Base Bidimensional*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Univeridade de Brasília, Brasília, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 20.
- MISERDA, R. F. B.; PIMENTA, B. G.; ROCHA, L. S. da. Numerical simulation of rotor-stator interaction noise in transonic cascades. *Journal of Propulsion and Power*, v. 36, n. 3, p. 363–380, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.2514/1.B37627>>. Citado 3 vezes nas páginas 19, 22 e 23.

NUSSENZVEIG, H. M. *Curso de física básica, 2: fluidos, oscilações e ondas, calor*. 5. ed. [S.l.]: Blucher, 2014. Citado na página 6.

PATEL, K.; NOVAK, C.; DEFOE, J. A novel numerical approach for generation and propagation of rotor-stator interaction noise. In: _____. *22nd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. [s.n.], 2016. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2016-2821>>. Citado na página 1.

PIMENTA, B. G. *Simulação numérica de ondas não lineares em dinâmica dos gases e ruído de interação rotor-estator em turbofans aeronáuticos*. Tese (Doutorado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Univeridade de Brasília, Brasília, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 13, 18 e 23.