



**ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS MULTIPORTADORA
DO TIPO CÓDED-GFDM (CGFDM) PARA
MITIGAÇÃO DE INTERFERÊNCIA INTERPORTADORA
SEM AUMENTO DA POTÊNCIA DE RUÍDO**

ANANDA ELLEN RODRIGUES OLIVEIRA

**PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS MULTIPORTADORA
DO TIPO CODED-GFDM (CGFDM) PARA
MITIGAÇÃO DE INTERFERÊNCIA INTERPORTADORA
SEM AUMENTO DA POTÊNCIA DE RUÍDO**

ANANDA ELLEN RODRIGUES OLIVEIRA

Orientador: PROF. DR. JOÃO PAULO LEITE, ENE/UNB

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**PUBLICAÇÃO -
BRASÍLIA-DF, 22 DE MARÇO DE 2019.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

**ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE SISTEMAS MULTIPORTADORA
DO TIPO CODED-GFDM (CGFDM) PARA
MITIGAÇÃO DE INTERFERÊNCIA INTERPORTADORA
SEM AUMENTO DA POTÊNCIA DE RUÍDO**

ANANDA ELLEN RODRIGUES OLIVEIRA

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO ACADÊMICO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

APROVADA POR:

Prof. Dr. João Paulo Leite, ENE/UnB
Orientador

Prof. Dr. Paulo Henrique Portela de Carvalho, ENE/UnB
Examinador interno

Prof. Dr. Leonardo Aguayo, FGA/UnB
Examinador interno

BRASÍLIA, 22 DE MARÇO DE 2019.

FICHA CATALOGRÁFICA

OLIVEIRA, ANANDA ELLEN RODRIGUES

Análise e Simulação de Sistemas Multiportadora do Tipo Coded-GFDM (CGFDM) para Mitigação de Interferência Interportadora sem Aumento da Potência de Ruído

2019xv, 64p., 201x297 mm

(ENE/FT/UnB, Graduação, Engenharia Elétrica, 2019)

Projeto Final de Graduação - Universidade de Brasília

Faculdade de Tecnologia - Departamento de Engenharia Elétrica

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, ANANDA ELLEN RODRIGUES (2019) Análise e Simulação de Sistemas Multiportadora do Tipo Coded-GFDM (CGFDM) para Mitigação de Interferência Interportadora sem Aumento da Potência de Ruído. Projeto Final de Graduação em Engenharia Elétrica, Publicação, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 64p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Ananda Ellen Rodrigues Oliveira

TÍTULO: Análise e Simulação de Sistemas Multiportadora do Tipo Coded-GFDM (CGFDM) para Mitigação de Interferência Interportadora sem Aumento da Potência de Ruído.

GRAU: Graduação ANO: 2019

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta projeto final de Graduação e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte desta projeto final de Graduação pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Ananda Ellen Rodrigues Oliveira

Quadra 02 conjunto C, casa 419, setor Norte. Gama - DF.

Agradecimentos

Primeiramente, a Deus, que em meio a um relacionamento conturbado durante tanto anos juntos, com dúvidas, medos e muita pequenez de minha parte, jamais me abandonou ou desistiu de mim, me provendo com seu amor e força, quando nem eu mesma tinha.

Aos caros ao meu coração, que me apoiaram de tantas formas, de tantos jeitinhos maravilhosos e iluminados, minha família, base para que eu pudesse chegar até o fim, e a todos os amigos que nunca saíram de perto de mim, mesmo quando eu precisei ser ausência. Nesse momento consigo lembrar de cada nome, com amor e sentimento de gratidão que não cabe.

Ao professor Dr. João Paulo Leite, que foi capaz de me orientar no caminho certo em que eu precisava percorrer, por vezes me tirando do meu comodismo.

Por fim, a mim, que fui minha maior barreira física e emocional nesses anos, mas também fui a pessoa que mais acreditou em mim mesma, e que mesmo quando eu tinha certeza que deveria desistir, fui capaz de ser mais resiliente do que eu achava ser possível.

RESUMO

Sistemas multiportadora surgiram como uma alternativa de contornar a complexidade da recepção nos sistemas monoportadora. Nesse contexto, surge o OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação ortogonal por divisão na frequência), uma técnica de transmissão por multiplexação que se utiliza do envio de subportadoras ortogonais, permitindo uma implementação mais fácil do sistema. Além disso, o OFDM é atrativo por alcançar detecção menos complexa, eficiência do uso de banda e eliminar as interferências interportadora e intersimbólica. Características essas que tornaram o sistema atrativo para a escolha de compor o conjunto de soluções do padrão LTE (*Long Term Evolution*).

Entretanto, em um contexto de evolução das tecnologias para o 5G (*Fifth-Generation*, do inglês, Quinta Geração), o OFDM mostrou limitações em atender vários dos requisitos exigidos por essas tecnologias. Dessa forma surgiu o GFDM (*generalized frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação generalizada por divisão na frequência), um esquema de multiplexação que usa conceitos semelhantes aos do OFDM. O GFDM, entretanto, abre mão da ortogonalidade do OFDM, permitindo que se tenha interferência interportadora e usa filtros de transmissão para modular o sinal.

O uso desses filtros permite a redução da emissão fora da banda, mas ao permitir que ocorra interferência, acaba exigindo técnicas mais sofisticadas de detecção e equalização do sinal. Ainda assim, os receptores MF (*Matched Filter*), ZF (*Zero Forcing*) e MMSE (*Minimum Mean Square Error*), disponíveis para o GFDM, não se mostram capazes de eliminar completamente a auto-interferência causada pelo transmissor do GFDM, sem que com isso permita o aumento a potência do ruído. Fazendo com que o GFDM apresente um desempenho inferior se comparado ao OFDM.

Diante disso, o trabalho apresenta uma técnica de processamento que visa eliminar essa interferência causada pela presença do filtro no sistema GFDM, utilizando-se um esquema de transmissão do sinal de forma codificada, chamado CGFDM (*coded generalized frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação generalizada por divisão na frequência codificada). O sistema surge por causa da necessidade de mitigar completamente a interferência sem aumento da potência do ruído, degradando o sinal. A técnica ainda permite que o uso de um receptor MF seja capaz eliminar a interferência, isso por causa da característica unitária da matriz de auto-interferência total do sistema.

Os resultados das simulações mostram que o desempenho do GFDM frente ao uso dos receptores ZF e MF sofre degradação, relacionando com a presença de interferência ICI no sistema. Por fim, comparando os resultados encontrados com o desempenho do CGFDM, mostrando que a interferência pode ser completamente mitigada com o uso dessa técnica de processamento, conforme esperado, garantindo que o nível de ruído não aumente.

ABSTRACT

Multi-carrier systems came up as an alternative to outline the complexity of reception in mono-carrier systems. In that context, OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) is a multiplexing transmission technique that uses the delivery of orthogonal subcarriers, allowing easier implementation of the system. In addition, OFDM is attractive for achieving a less complex detection, bandwidth efficiency and eliminating interchannel and intersymbol interference. These characteristics have made the system attractive to its choice to be part of the set of LTE (Long Term Evolution) standard solutions.

However, in a context of technology's evolution for 5G, OFDM showed limitations in reaching several requirements demanded by these technologies. Thus, GFDM (generalized frequency division multiplexing), has emerged as a multiplexing scheme that uses similar concepts to those of OFDM. The GFDM, however, gives up the OFDM orthogonality, and it allows inter-carrier interference and uses transmission filters to modulate the signal.

The use of these filters allows the reduction of out-of-band emission, but by allowing interference to occur, it requires more demanding techniques for signal detection and equalization. However, the available receivers for the GFDM like MF (Matched Filter), ZF (Zero Forcing) and MMSE (Minimum Mean Square Error), are not able to completely eliminate self-interference caused by the GFDM transmitter, without this increasing the noise enhancement. This makes GFDM have worse performance compared to OFDM.

Therefore, the work's objective to present a processing technique that objective is to eliminate this interference caused by the presence of the filter in the GFDM system, using a transmission scheme in a signal coded form, called CGFDM (coded generalized frequency division multiplexing). The system emerges from the need to completely mitigate interference without noise enhancement, which degrades the signal. The technique still allows the use of an MF receiver to be able to eliminate the interference, this is due to the unitary character of the system's total self-interference matrix.

Simulations results shows that the GFDM's performance within the use of ZF and MF receptors undergoes degradation, relating to the presence of ICI interference in the system. Finally, comparing the results with CGFDM's performance, showing that the interference can be completely mitigated with the use of this processing technique, as expected, ensuring that there is not noise enhancement.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	4
1.3	OBJETIVO	5
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	5
2	ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING (OFDM)	7
2.1	INTRODUÇÃO	7
2.2	MODELAGEM MATEMÁTICA E PROPRIEDADES DO OFDM	8
2.2.1	ORTOGONALIDADE	9
2.2.2	MODULADOR E DEMODULADOR OFDM	10
2.2.3	TRANSFORMADA DE FOURIER	12
2.2.4	EXTENSÃO CÍCLICA	15
2.2.5	ABORDAGEM MATRICIAL	17
2.2.6	RUÍDO	20
2.2.7	EQUALIZAÇÃO	20
2.3	SISTEMA: MODELO E PARÂMETROS	21
2.4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	23
2.5	CONCLUSÃO	29
3	GENERALIZED FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING (GFDM)	30
3.1	INTRODUÇÃO	30
3.2	MODELAGEM MATEMÁTICA DO GFDM	31
3.2.1	SINAL GFDM	31
3.2.2	GFDM: ESCOLHA DO FILTRO	33
3.2.3	MODULADOR GFDM	34
3.2.4	DEMODULADOR GFDM	37
3.2.5	RUÍDO	38
3.3	SISTEMA: MODELO E PARÂMETROS	39
3.4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	40
3.5	CONCLUSÃO	47
4	CODED-GENERALIZED FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING (CGFDM) .	48

4.1	INTRODUÇÃO	48
4.2	MODELAGEM MATEMÁTICA DO CGFDM	50
4.2.1	MODULADOR E DEMODULADOR CGFDM	50
4.2.2	DEMODULADOR CGFDM	54
4.2.3	PROPRIEDADES DA MATRIZ DE AUTO-INTERFERÊNCIA.....	55
4.3	SISTEMA: MODELO E PARÂMETROS	58
4.4	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	59
4.5	CONCLUSÃO	64
5	CONCLUSÃO	65
5.1	PROPOSTA PARA FUTUROS TRABALHOS	67
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	68
A	BREVE TEORIA SOBRE SISTEMAS DISCRETOS E FILTROS DIGITAIS	70
A.1	SISTEMAS DE FASE LINEAR	70
A.2	SISTEMAS CAUSAIS E NÃO-CAUSAIS DE FASE LINEAR GENERALIZADA	71

LISTA DE FIGURAS

1.1	Principais serviços que o 5G pretende alcançar. Fonte: [Matthé et al. 2017]....	3
2.1	Densidade espectral de potência de subportadoras individuais.....	10
2.2	Esquema de Implementação simplificado do OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].....	11
2.3	Esquema de Implementação do Transmissor do OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].....	12
2.4	Esquema de Implementação do Receptor do OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].....	13
2.5	Algoritmos da transformada rápida de Fourier. Adaptado de [Xiong 2006].	16
2.6	Esquema de Implementação OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].	22
2.7	BER para o OFDM e para o Sistema Monoportadora no canal AWGN, com modulação 16-QAM e $N = 64$	24
2.8	BER para o OFDM e para o Sistema Monoportadora no canal AWGN, com modulação 64-QAM e $N = 128$	25
2.9	Canal seletivo em frequência com 5 coeficientes.	26
2.10	BER para o OFDM em resposta a um canal seletivo.	27
2.11	Complexidade computacional do OFDM.....	28
3.1	Emissão do sinal nas bandas adjacentes. Adaptado de [Michailow et al. 2014]	31
3.2	Comparação entre o bloco de símbolos do OFDM, sistema monoportadora e do GFDM. Adaptado de [Michailow et al. 2014]	32
3.3	Diagrama de bloco do modulador GFDM. Adaptado de [Matthé et al. 2017]...	35
3.4	Implementação do modulador GFDM. Adaptado de [Farhang-Boroujeny 2015]	36
3.5	Sinal GFDM. Adaptado de [Gaspar 2016]	37
3.6	Diagrama de bloco do modulador GFDM. Adaptado de [Matthé et al. 2017]...	40
3.7	BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o ZF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal AWGN. Para valores de $\alpha = 0, 1$, $\alpha = 0, 5$ e $\alpha = 0, 9$	41
3.8	BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o MF-GFDM e o ZF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$ e $\alpha = 0, 1$, no canal AWGN.	42

3.9	BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o MF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal AWGN. Para valores de $\alpha = 0, 1$, $\alpha = 0, 5$ e $\alpha = 0, 9$	43
3.10	BER para o ZF-GFDM e MF-GFDM em resposta a um canal seletivo.	45
3.11	Complexidade computacional do OFDM e do GFDM.....	46
4.1	Filtro de transmissão do GFDM e do CGFDM considerando um filtro com tamanho de $K = 8$ e $M = 3$	51
4.2	BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o CGFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal AWGN. Com $\alpha = 0, 1$, $\alpha = 0, 5$ e $\alpha = 0, 9$	60
4.3	BER para o CGFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal seletivo. Para valores de $\alpha = 0, 1$, $\alpha = 0, 5$ e $\alpha = 0, 9$	61
4.4	BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o ZF-GFDM, MF-GFDM e CGFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$ e $\alpha = 0, 5$, no canal AWGN.	62
4.5	Complexidade computacional para o GFDM e para o CGFDM	63
4.6	NEF para GFDM e CGFDM para $K = 64$ e diferentes valores de M	63

LISTA DE TABELAS

2.1	Parâmetros de Simulação	21
2.2	Ganhos do Canal Seletivo	21
3.1	Receptores do GFDM	38
3.2	Resposta dos Receptores do GFDM	39
3.3	Parâmetros de Simulação	39
4.1	Parâmetros de Simulação	58
A.1	Propriedades dos Sistemas de Fase Linear	71
A.2	Propriedades dos Sistemas de Fase Linear Generalizados.....	71
A.3	Características dos Sistemas de Fase Linear	73

LISTA DE TERMOS E SIGLAS

3GPP	<i>Third-Generation Partnership Project</i>
4G	<i>Fourth Generation</i>
5G	<i>Fifth Generation</i>
ADSL	<i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i>
ATSC	<i>Advanced Television System Committee</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
CDM	<i>Coded Division Multiplexing</i>
CGFDM	<i>Coded Generalized Frequency Division Multiplexing</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
FDM	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GFDM	<i>Generalized Frequency Division Multiplexing</i>
ICI	<i>Interchannel Interference</i>
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronic Engineers</i>
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
IoT	<i>Internet of Things</i>
ISI	<i>Intersymbol Interference</i>
LTE	<i>Long Term Evolution</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>

MF	<i>Matched Filter</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
MU-MIMO	<i>Multiuser Multiple-Input Multiple-Output</i>
NCM	<i>Number of Complex Multiplications</i>
NEF	<i>Noise Enhancement Factor</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>
OQAM-GFDM	<i>Offset Quadrature Amplitude Modulation-GFDM</i>
P/S	Paralelo-Serial
QoS	<i>Quality of Service</i>
S/P	Serial-Paralelo
SBTVD-T	Sistema Brasileiro de Televisão Digital-Terrestre
SNR	<i>Signal Noise Ratio</i>
TDM	<i>Time Division Multiplexing</i>
VSF	<i>Vestigial Side Band</i>
W-GFDM	<i>Windowed-GFDM</i>
WRAN	Wireless Regional Area Network
ZF	<i>Zero Forcing</i>

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contextualização

Os sistemas de portadora única ou monoportadora enviam um conjunto de dados em sequência, chamados de símbolos, que modularão apenas uma portadora. O sistema ATSC (*Advanced Television System Committe*), por exemplo, cuja implantação visava a transmissão de TV digital, por volta de 1998, se utiliza de uma modulação chamada de 8-VSB (*8-vestigial side band*, do inglês, banda lateral vestigial), que modula uma portadora em uma banda de 6 MHz.

A modulação permite que o sinal seja enviado em determinado meio de transmissão (o canal de comunicação) escolhido, adaptando-se às características do mesmo. Entretanto, a modulação de sistemas monoportadora apresenta dificuldades com relação à transmissão e a recepção correta do sinal, uma vez que o efeito da ISI (*intersymbol interference*, do inglês, interferência intersimbólica) causado pela dispersão do canal (transmissão por multipercurso), estará presente e exigirá um processo de equalização mais complexo. Além disso, o ruído do canal afetará toda a banda, comprometendo o sinal transmitido.

Em contraposição a esse tipo de modulação, a transmissão por multiportadora consiste no envio do sinal de forma paralela, por meio de várias portadoras dentro da faixa de banda requerida. Cada portadora será chamada de uma subportadora do sinal. A vantagem do uso desse tipo de modulação, se encontra na possibilidade de redução da taxa de transmissão de cada subportadora e conseqüente aumento na duração de cada símbolo. O que permite obter sinais menos sensíveis aos efeitos do canal e da ISI.

Quando se trata do envio de vários sinais, a modulação por multiportadora encontra grande importância quando técnicas de multiplexação são envolvidas no processo de modulação. Assim, os vários sinais são transmitidos no mesmo canal e serão recuperados pelo receptor. CDM (*coded division multiplexing*, do inglês, multiplexação por divisão codificada), TDM (*time division multiplexing*, do inglês, multiplexação por divisão no tempo) e FDM (*frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação por divisão na frequência),

são exemplos do uso da modulação por multiportadora que usam a técnica de multiplexação.

Ao surgir como uma solução aos problemas por portadora única, com o envio paralelo dos símbolos, o FDM, entretanto, não consegue resolver completamente o problema da interferência intersimbólica e da interferência interportadora, interferências ISI e ICI (*interchannel interference*, do inglês, interferência interportadora) respectivamente. Nesse contexto, surge o OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação ortogonal por divisão na frequência), por volta de 1968.

A técnica foi patenteada em 1970 nos EUA, e traz em seu escopo algumas melhorias frente ao FDM. Sua principal motivação conta com a eliminação da ISI, já que o aumento da duração do símbolo que a técnica proporciona, torna o sinal mais robusto e menos afetado pela interferência. Além disso, no contexto da recepção, o FDM requer N filtros passa-faixa com resposta acentuada, ou seja, alto fator de qualidade no receptor. O OFDM, por sua vez, utiliza-se da separação por correlatores, não requerendo um filtro para cada subportadora.

O OFDM têm sido amplamente utilizado na transmissão sem fio de sistemas digitais móveis. O padrão de LTE (*Long Term Evolution*), padronizado pela 3GPP (*3rd Generation Partnership Project*), comumente conhecido como 4G (*Fourth Generation*, do inglês, Quarta Geração), é uma das aplicações mais conhecidas e mais recente dessa técnica. Mas as características do OFDM, o tornou a escolha para diversos outros padrões de comunicação, como a rede sem fio Wi-fi, padrão IEEE 802.11a/n, desenvolvido pela Organização Profissional IEEE (*Institute of Electrical and Electronic Engineers*). Além dos citados, também está presente no sistema de TV digital brasileiro terrestre, SBTVD-T (Sistema Brasileiro de Televisão Digital-Terrestre) e na tecnologia de transmissão de dados ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*). A tecnologia ADSL é utilizada em linhas telefônicas permitindo alta taxa de transmissão.

Apesar de ser amplamente utilizado e de ter alcançado resultados que elevou o nível de comunicação tal como se conhece atualmente, o OFDM também apresenta algumas limitações, de acordo com [Michailow et al. 2014]. Se por um lado a técnica permitiu alta confiabilidade de cobertura devido à sua robustez e o alcance de altas taxas de dados, por outro, apresenta uma queda considerável de desempenho em situações em que a perda de sincronização acontece. Ainda que tenha diminuído o uso ineficiente de largura de banda, em relação ao FDM, continua sendo uma técnica ineficiente nesse aspecto. Isso porque uma parcela significativa do sinal é alocado para o prefixo cíclico, necessário para que se realize a convolução circular, de acordo com as propriedades da transformada de Fourier.

Em meio a um cenário atual de ampliação das necessidades presentes na comunicação, o mercado se prepara para a chegada do 5G (*Fifth Generation*, do inglês, Quinta Geração). Entretanto, de acordo com [Michailow et al. 2014], estudos vêm mostrando que o OFDM mostra dificuldades em atender tantos requisitos, com qualidade, para a gama de serviços que o 5G nasceu pretendendo lidar. É possível ver na Fig. 1.1 os principais cenários pretendidos pelo 5G, tais como a já conhecida IoT (*Internet of Things*, do inglês, Internet das Coisas) e a

Internet Tátil. Cada um desses serviços exigem requisitos muito específicos que precisam ser atendidos. Um exemplo, de acordo com [Matthé et al. 2017], se refere à Internet Tátil, que exige baixa latência, alta disponibilidade e segurança. Ela nasce com a intenção de permitir interação por meio do tato entre os sentidos humanos e as máquinas. Para isso é preciso garantir que a resposta do sistema seja rápida e confiável.

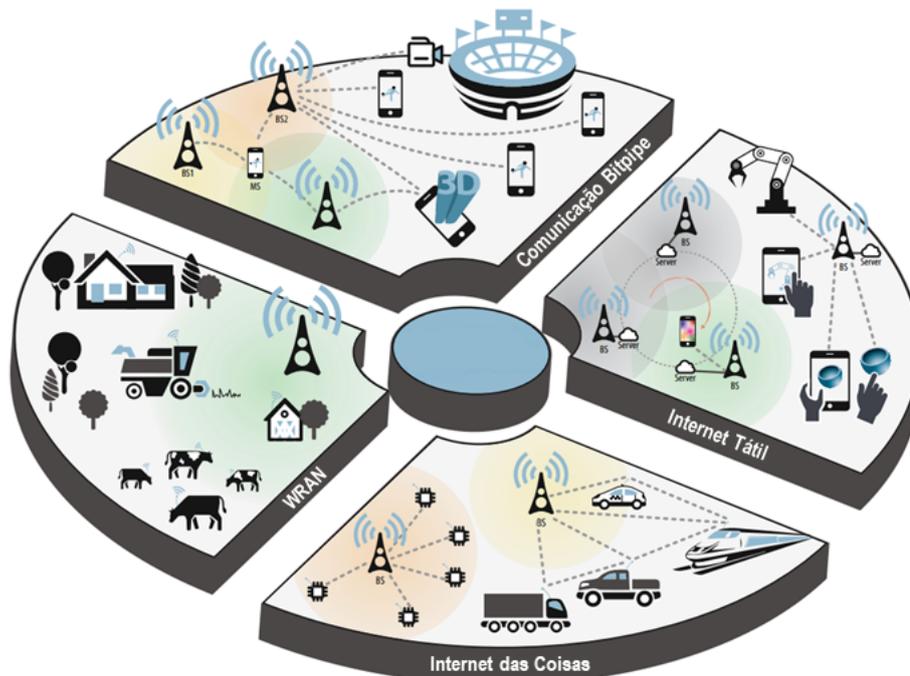


Figura 1.1: Principais serviços que o 5G pretende alcançar. Fonte: [Matthé et al. 2017]

Apesar da robustez contra a interferência ISI e sua fácil implementação usando conceitos da transformada de Fourier, foi dito que o OFDM vêm mostrando dificuldades para atender com qualidade os diversos desafios que o 5G pretende alcançar. Seu sincronismo requer um consumo de energia grande, o que é um problema quando se trata do cenário da IoT, que requer um alívio nesse sincronismo e conseqüente melhoria na eficiência energética do sistema. Pode-se citar também a melhoria com relação à latência que o cenário da Internet Tátil deseja alcançar, em que o uso do prefixo cíclico nos sinais OFDM apresentam uma eficiência espectral que se mostra como uma limitação do sistema para esse cenário. Além disso, o OFDM apresenta uma alta emissão fora da banda que se torna um desafio para alocação dinâmica de espectro, que é uma demanda requerida pelo cenário WRAN (*Wireless Regional Area Network*).

Nesse contexto muito se conjecturou sobre qual seria a técnica usada para a camada física do 5G, e durante algum tempo muitos candidatos surgiram. Entre eles, o trabalho vai destacar uma nova técnica emergente que surgiu pretendendo atender a todos as requisitos de QoS (*quality of service*, do inglês, qualidade de serviço) que surgiram com o 5G. Essa técnica chamada de GFDM (*generalized frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação generalizada por divisão na frequência), surge com princípios de implementação semelhantes

ao OFDM, mas sem se preocupar com a ortogonalidade característica deste.

O GFDM surgiu por volta de 2009 e foi apresentado como um forte candidato para sistemas de comunicação sem fio, pois sua estrutura se mostra bastante flexível no tempo-frequência. Essa característica de flexibilidade pode ser valiosa na hora de atender tantos requisitos diferentes. Isso porque o GFDM acaba sendo compatível com diversas outras técnicas de transmissão, como exemplo técnicas de MIMO (*multiple-input multiple-output*, do inglês, múltiplas-entradas múltiplas-saídas), conforme [Towliat 2018]. Além disso, graças a isso, é possível escolher a forma de onda que mais se adequa à aplicação do sistema, possibilitando uma considerável redução fora da banda de interesse, problema que o OFDM apresenta.

Desde o surgimento do GFDM convencional, houve tentativas de melhora de seu desempenho. Entre elas, pode se citar o OQAM-GFDM (*offset quadrature amplitude modulation*-GFDM, do inglês, modulação de amplitude em quadratura-GFDM), que não é escopo de estudos deste trabalho, por isso recomenda-se [Matthé et al. 2017] para maior aprofundamento de sua implementação, que usa expansões de Gabor independentes para modulação do símbolo ou na componente real ou na componente imaginária. Graças a sua implementação, o OQAM-GFDM permite que a flexibilidade do GFDM aumente a depender da escolha dos fatores do sistema.

Como já citado, o GFDM abre mão da ortogonalidade inflexível exigida pelo OFDM, e utiliza protótipos de filtros para modular as subportadoras. Com isso, o próprio sistema permite ISI e ICI no modulador, que será retirada com técnicas eficientes de recepção no demodulador. Entretanto, o GFDM se torna ainda falho com relação à coerente detecção do sinal, como será mostrado no presente trabalho. Ainda em [Matthé et al. 2017], é possível encontrar um estudo sobre sincronização e estimação de canal para o GFDM, de forma a melhorar o desempenho do sistema diante da interferência causada pelo transmissor.

Será visto que a implementação do GFDM leva em conta conceitos e estruturas já estudadas anteriormente pelo OFDM. Significa dizer que algoritmos e conceitos utilizados para o OFDM podem ser adaptados à estrutura do GFDM. Essa perspectiva facilitará o entendimento do sistema GFDM, face ao que será estudado para o OFDM. Além disso, pensando nas semelhanças e diferenças entre ambos os sistemas, seus desempenhos serão colocados em comparação. Vale dizer, entretanto, que a adaptação do OFDM para obter o GFDM vem às custas de complexidade, já que o GFDM apresenta um aumento de complexidade quando comparado ao OFDM, mas como dito, também virá com uma estrutura mais flexível e capaz de reduzir a emissão fora da banda.

1.2 Definição do Problema

A estrutura do sistema GFDM é formada pela modulação dos símbolos por filtros no transmissor. Entretanto, devido a natureza dos filtros em permitir sobreposição entre subpor-

tadoras, tem-se uma estrutura de modulação que permite interferência ICI. O sistema, então, abre mão de combater a interferência causada no transmissor, permitindo portadoras não ortogonais. Contrapondo o modulador, opta-se por receptores mais confiáveis na demodulação do sinal, buscando cancelar a interferência causada na transmissão.

O preço dessa escolha está no aumento da potência do ruído que os receptores possíveis para o GFDM causam. A técnica se mostrará ineficaz quando se trata de uma recepção limpa, ou seja, sem ruído. Basicamente isso acontece porque, ao usar os receptores para compensar a interferência, a matriz que contém os coeficientes do filtro de transmissão levará ao aumento da potência do ruído do sinal, degradando o desempenho do sistema quando se tenta remover essa interferência.

Esse problema será resolvido com a transmissão dos símbolos GFDM seguindo um outro modelo, que será chamado de CGFDM (*coded generalized frequency division multiplexing*, do inglês, multiplexação generalizada por divisão de frequência codificada). O sistema permite que a recepção do sinal seja feita por um simples receptor MF, garantindo que a interferência do sinal seja removida totalmente, sem que a potência do ruído do sinal aumente. Apesar do uso do MF e da capacidade de mitigação completa do CGFDM, ele apresenta considerável aumento de complexidade computacional para implementação do sistema, com relação ao GFDM convencional que será implementado.

1.3 Objetivo

O objetivo do presente trabalho é analisar o desempenho do GFDM frente à seus receptores MF e ZF, e assim apresentar uma técnica capaz de eliminar completamente a interferência causada pela estrutura do filtro de transmissão que modula os símbolos complexos. Pra isso, será usada uma técnica de envio dos símbolos de forma codificada.

Essa codificação permite que a recepção do sinal seja feita com completa remoção da interferência, como desejado, mas sem que isso cause aumento da potência do ruído. Apresentando melhor desempenho se comparado ao desempenho dos receptores do GFDM, cujo ruído está presente quando se consegue eliminar a interferência.

Mostrando ao final que a matriz de auto-interferência do CGFDM, que contém todos os coeficientes do filtro, é unitária e portanto capaz de eliminar a interferência do sistema completamente, sem aumento da potência do ruído. Fazendo com que o CGFDM consiga apresentar um desempenho ótimo.

1.4 Estrutura do Trabalho

O trabalho está organizado em 5 capítulos, iniciando com a presente introdução. Segue no Capítulo 2, a apresentação do modelo e das propriedades do OFDM, com simulações e

análise do desempenho do sistema para o contexto de canal, modulação e recepção escolhida. O Capítulo 3, apresenta a modelagem matemática e as propriedades do modelo do GFDM, apresentando simulações do sistema, e por fim comparando-o com o desempenho do OFDM. Também apresenta a resposta do GFDM frente à dois de seus receptores disponíveis. No Capítulo 4 é apresentado a técnica de transmissão do sinal conhecida por CGFDM, suas características e propriedades, mostrando seus resultados de desempenho frente ao GFDM e ao OFDM. Por fim, no capítulo 5, serão feitas as conclusões finais do trabalho e possíveis propostas para a continuidade do trabalho.

Capítulo 2

Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

2.1 Introdução

A modulação por multiportadora apresenta uma vantagem em relação à portadora única que se encontra na redução da taxa de símbolo R_s do sinal. Com a transmissão multiplexada em N portadoras, a taxa de cada subportadora R_i passa a ser N vezes menor, conforme a Eq. (2.1):

$$R_i = \frac{R_s}{N}. \quad (2.1)$$

A consequência imediata que essa técnica alcançou, se dá no aumento da duração de cada símbolo, que passou a ser N vezes maior que o original, tornando o sinal mais robusto ao efeito da ISI, causada pela dispersão temporal do canal. Assim, com a divisão da banda de frequência em bandas menores e a redução da sensibilidade ao desvanecimento por multipercurso do canal, de acordo com [Xiong 2006], a técnica permite que a equalização seja feita de forma mais fácil no receptor.

Com relação à recepção do sinal de um sistema multiportadora, ainda no processo de transmissão é enviado uma parcela de dados que servirão como uma banda de guarda. Dessa forma, quando as frequências das subportadoras não estiverem sobrepostas, usa-se um filtro para separar cada sub-banda. Uma sub-banda, representa uma faixa de frequência ocupada pelo sinal, que modula uma subportadora. Entretanto, ainda a abordagem por multiportadora se vê ineficaz quando se trata da utilização de banda, trazendo à tona a tentativa de aumentar a eficiência do sistema. Largura de banda é um recurso escasso, e a busca pela redução de seu uso, consiste em uma grande motivação para pesquisas na área.

Nesse contexto, a transmissão das subportadoras já permitindo uma sobreposição de espectros que seja controlada, apresenta uma forma viável de contornar o problema o uso

eficiente de banda. Segundo [Xiong 2006], é possível enviar o mesmo sinal de forma sobreposta e de possível recepção, mas com uso menor de largura de banda. O raciocínio que se segue é que cada subportadora adjacente será espaçada por determinado valor de frequência previamente acordado. Posto isso, a recepção desse sinal, poderá ser feita apenas com correlatores, já que pode-se garantir que esse espaçamento entre as subportadoras ocorrerá da forma prevista. Nesse contexto, o método de multiplexação, que será conhecido como multiplexação ortogonal, ganha forças.

O presente capítulo apresentará os principais aspectos do sistema OFDM, apresentando a modelagem do sistema, com uma visão geral de suas principais propriedades. Por fim, trazendo uma demonstração de seu desempenho sob determinadas condições.

2.2 Modelagem Matemática e Propriedades do OFDM

Algumas características que o OFDM traz em relação ao FDM é que o faz amplamente utilizável e requerido para comunicação. Como já exposto anteriormente, além do envio simultâneo de vários sinais, a técnica ainda apresenta fácil implementação em comparação ao FDM. Isso se dá pelo uso da transformada de Fourier, que será exposto mais a frente. Também, a eficiência de largura de banda alcançada pela ortogonalidade entre as subportadoras e eliminação da interferência, ambas vantagens já citadas.

Neste trabalho, o sinal OFDM que será usado para estudos, terá sua forma descrita em banda base, seguindo descrição feita em [Xiong 2006]. Essa escolha para a representação do sinal é baseada apenas na facilidade de visualização do sinal. Assim, sua forma em banda passante será omitida no primeiro momento. É válido dizer, nesse ponto, que apesar do trabalho usar a formulação matemática do sinal em banda base, ele é modulado antes da transmissão.

Sabendo que N representa o número de subportadoras e considerando T_s , a duração do símbolo, tal que $T_s = \frac{N}{R_s}$, o sinal completo pode ser expresso pelas parcelas de cada sub sinal s_i . Assim, A_i representa a amplitude do sub sinal i , f_i , sua frequência e ϕ_i , sua fase. A Eq. (2.2) representa o sinal OFDM s , que pode ser representado pelo sua somatória.

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i(t) = \sum_{i=0}^{N-1} A_i \cos(2\pi f_i t + \phi_i), \quad 0 \leq t \leq T_s. \quad (2.2)$$

Com a representação do sinal em mãos, é preciso garantir que a ortogonalidade entre as subportadoras do sinal. Para que as subportadoras sejam ortogonais entre si, o espaçamento de frequência mínimo entre as subportadoras deve seguir a relação $\frac{1}{T_s}$. A ortogonalidade do sinal será vista adiante.

2.2.1 Ortogonalidade

No OFDM, a frequência de cada subportadora será especialmente selecionada de forma que cada subportadora seja ortogonal entre si, isso significa dizer que cada uma delas será alocada nos pontos em que as demais cruzarão o zero, fazendo com que essa escolha de frequências traga o aspecto ortogonal do sinal OFDM.

Para que as subportadoras sejam ortogonais entre si, já foi abordado que elas devem ter um espaçamento mínimo de frequência de $\frac{1}{T_s}$. Portanto, é possível definir cada frequência da subportadora, conforme descrito na Eq. (2.3):

$$f_i = i \frac{1}{T_s}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (2.3)$$

Sabendo disso, é possível definir que dois sub-sinais quaisquer s_i e s_j serão ortogonais entre si, se não houver correlação entre eles. Para isso, a verificação feita pela Eq. (2.4) mostra que, apenas quando f_i for diferente de f_j , o resultado da integral será zero. E conforme mostrado em [Xiong 2006], as subportadoras em questão não têm correlação entre si, sendo ortogonais. Assim, a ortogonalidade será garantida conforme espaçamento relacionado pela Eq. (2.3).

$$\int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = \int_0^T A_i \cos(2\pi f_i t + \phi_i) A_j \cos(2\pi f_j t + \phi_j) dt. \quad (2.4)$$

Para ver o que acontece com o sinal, basta realizar a transformada de Fourier do sinal $s(t)$. A Fig. 2.1 traz a representação da densidade espectral de potência, DEP, em banda base das subportadoras individualmente, sem levar em conta a amplitude das subportadoras moduladas. Como aproximação e considerando um aspecto de simplicidade, a frequência da primeira da subportadora f_0 será definida como zero.

Quando se trata da recepção, a ortogonalidade requer sincronização entre as frequências centrais f_i e f_j das subportadoras e suas fases ϕ_i e ϕ_j para que não haja interferência entre os sinais recebidos. Diferente do FDM, que requer N filtros passa-banda para a separação das bandas, o OFDM será feito por correladores, não requerendo um filtro para cada subportadora. Entretanto, esse tipo de recepção é complexo e portanto, cara. Mas a característica da ortogonalidade permite que sejam usados os conceitos da transformada de Fourier, já que conforme a Fig. 2.1, é possível ver que cada subportadora está localizada no ponto de cruzamento zero das demais. Assim, como será visto adiante, de acordo com as propriedades da transformada de Fourier uma convolução no domínio do tempo representa um produto no domínio da frequência, o que permite que a equalização do sinal no receptor seja alcançada apenas por uma relação de multiplicação. Essa característica permite que o sinal OFDM tenha uma recepção mais fácil que o sinal FDM, sendo um de seus atrativos.

Ainda como um atrativo do OFDM com sua implementação mais fácil devido ao uso dos conceitos da transformada de Fourier, a implementação do sistema pode ser feita usando os

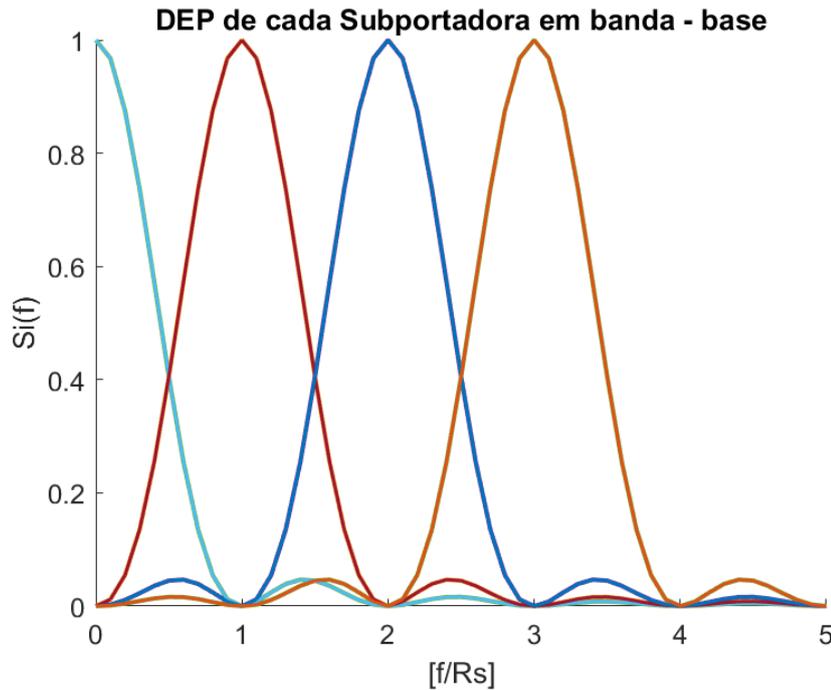


Figura 2.1: Densidade espectral de potência de subportadoras individuais.

algoritmos de FFT (*fast Fourier transform*, do inglês, transformada rápida de Fourier direta) e IFFT (*inverse fast Fourier transform*, do inglês, transformada rápida de Fourier inversa), que garantem uma implementação com baixa complexidade computacional.

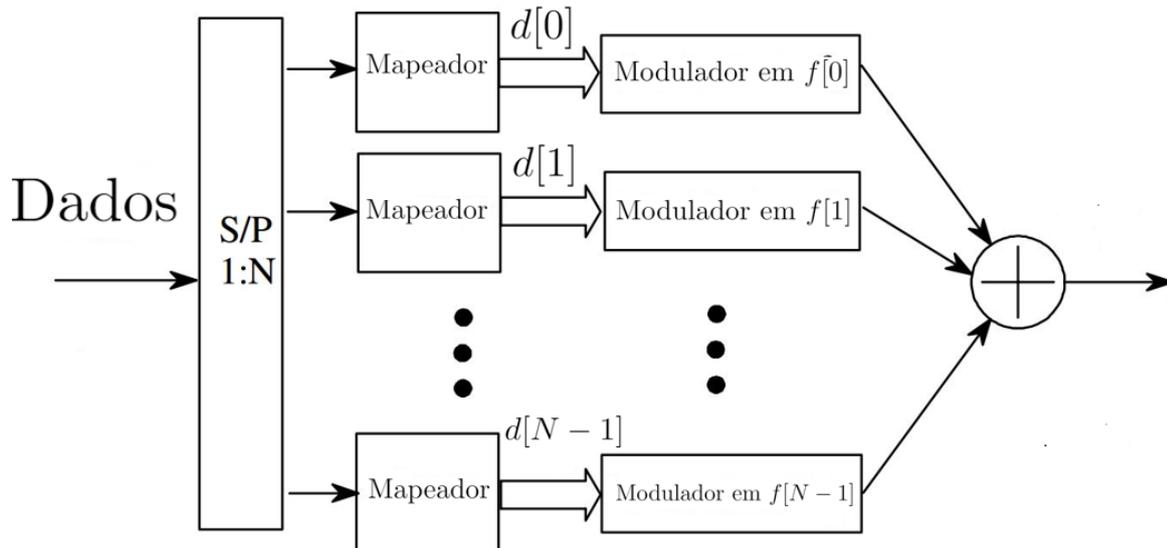
2.2.2 Modulador e Demodulador OFDM

Para entender o uso da transformada de Fourier como uma saída para uma implementação mais fácil do sistema, primeiro é preciso compreender as estruturas de modulação e demodulação do OFDM. Isso porque a forma mais direta de implementação do sinal s , mostrado pela Eq. (2.2), é separando em N fluxos, para que possam modular na frequência da subportadora.

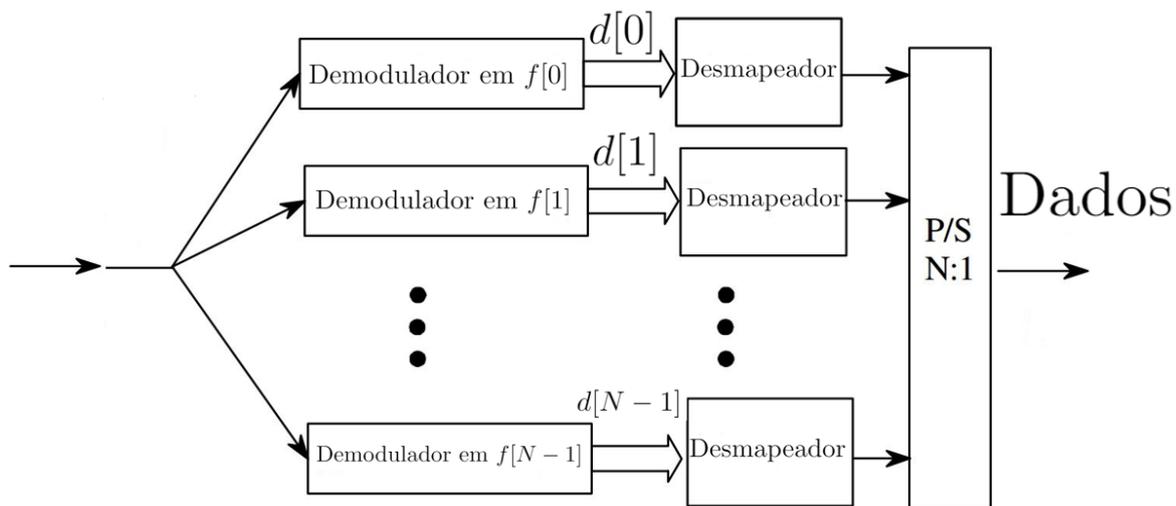
Cada um desses fluxos, que podem ser identificados como os diferentes subcanais do modulador, será mapeado em um símbolo $d[i]$, representado pela Eq. (2.5). Sendo que a parte real $I[i] = A_i \cos(\phi_i)$ representa a componente em fase de $d[i]$ e $Q[i] = A_i \sin(\phi_i)$, em quadratura. Cada símbolo vai, então, modular uma subportadora.

$$d[i] = A_i e^{j\phi_i} = I[i] + jQ[i], \quad i = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (2.5)$$

Nesse ponto, é interessante ver que cada um dos subcanais podem ser modulados de forma diferente. Isso se torna uma vantagem do OFDM, pois cada aplicação pode requerer uma modulação que responda melhor às condições de transmissão no canal. Um modelo, retirado de [Xiong 2006], é mostrado nas Figs. 2.2(a) e 2.2(b). Nele, a saída de cada ma-



(a) Implementação do transmissor.



(b) Implementação do receptor.

Figura 2.2: Esquema de Implementação simplificado do OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].

peador fornecerá um símbolo $d[i]$, e este entrará em seu respectivo modulador para que seja modificado na frequência da subportadora, conforme já discutido. Isso constitui o modulador básico do OFDM. O resto se segue pela escolha com relação ao envio do sinal em banda base ou banda passante e as considerações necessárias antes do envio.

Quanto ao demodulador, após se obter o sinal em banda base novamente, este demodulará cada subportadora na frequência correspondente $f[N]$, para que se recupere a versão recebida de $d[i]$. Cada demodulador depende do formato de seu modulador correspondente para que a recepção seja feita de forma correta. Após o demapeador e a conversão dos sinais paralelos em serial, tem-se o sinal s .

O esquema parece simples de entender, e o que se tem como estrutura física são N moduladores e N demoduladores completos. A descrição do que pode representar cada

modulador ou demodulador será omitida, mas a saber, uma implementação possível seria com filtros. Essa abordagem, no entanto, pode ser um problema quando se considera fatores como sincronização. Entretanto, ainda que questões como essa fossem resolvidas, quando o número de subportadoras fosse muito alto o esquema poderia se tornar grande e caro, na prática.

É nesse contexto que o uso da transformada de Fourier será uma alternativa de implementação melhor que a descrita anteriormente. A abordagem se dá pelo uso da envoltória complexa do sinal, que será amostrada por um período de amostragem $t = T_s/N$. A transformada será apresentada a seguir e com ela, também a transformada rápida de Fourier, que será usada efetivamente para a implementação. As Figs. 2.3 e 2.4 representam o esquema de implementação do sistema OFDM, que será o norte para os estudos que se seguem. A Fig. 2.3 mostra o transmissor e a Fig. 2.4, o receptor.

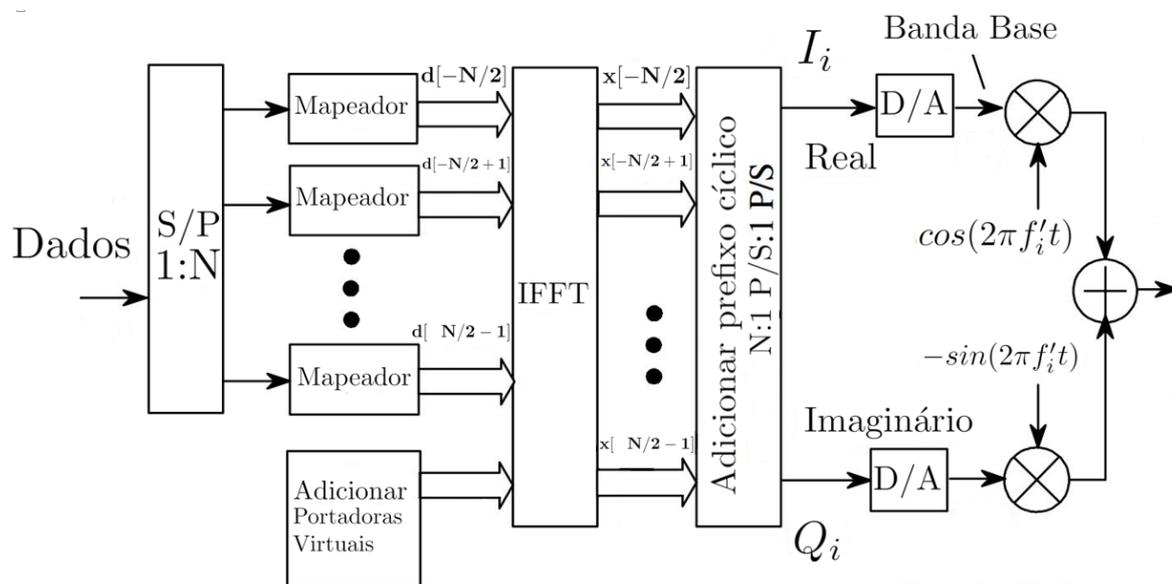


Figura 2.3: Esquema de Implementação do Transmissor do OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].

2.2.3 Transformada de Fourier

2.2.3.1 Transformada Discreta Fourier - DFT

Para a implementação do OFDM, que será feita, no final, pela IFFT/FFT do sinal, é necessário entender as propriedades e modelagem intrínsecas da DFT (*discrete Fourier transform*, do inglês, transformada discreta de Fourier). Como ponto de partida, será considerado uma sequência $x[n]$ qualquer de tamanho finito, representada no domínio do tempo, com o comprimento de N amostras dentro do intervalo $n = 0, 1, \dots, N - 1$. A ela, é associada uma sequência periódica $\tilde{x}[n]$ tal que, a sequência $x[n]$ pode ser recuperada tomando $\tilde{x}[n]$ em um

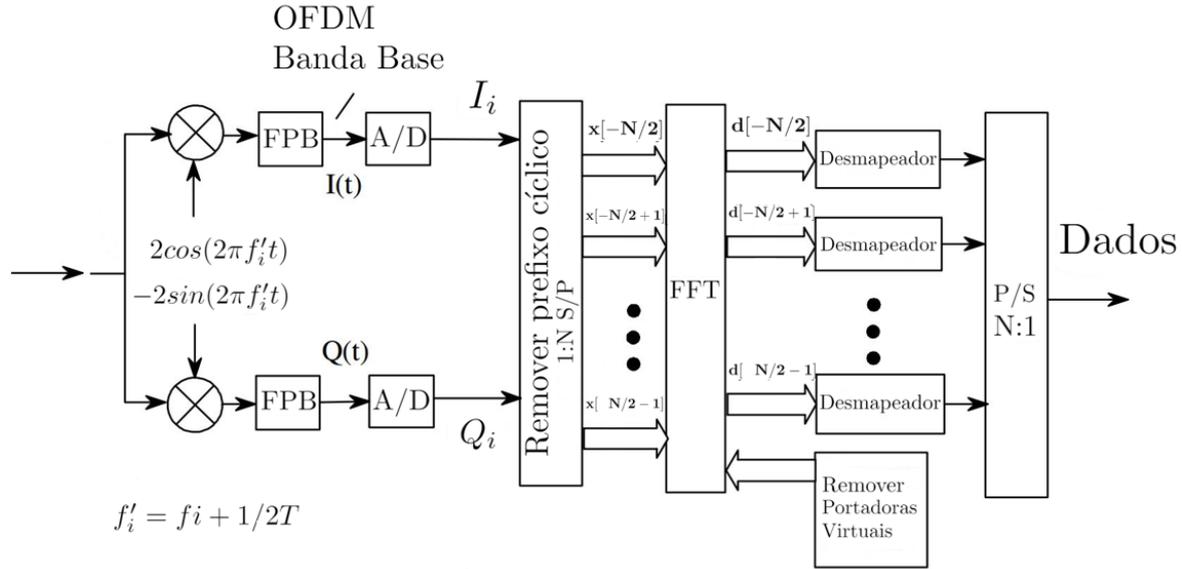


Figura 2.4: Esquema de Implementação do Receptor do OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].

período, conforme mostrado na Eq. (2.6), de [Oppenheim 2010]:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(n - kN). \quad (2.6)$$

A relação entre as duas sequências permite que $x[n]$ possa ser representada pelas amostras da transformada discreta de Fourier da sequência periódica, quando essas são igualmente espaçadas em frequência. Isso acontece porque, sendo $\tilde{x}[n]$ periódica, ela possui representação em série de Fourier, cujo intervalo de estudos será propositalmente considerado entre $n = 0, 1, \dots, N - 1$, e não infinito. Isso porque, todas as componentes distintas com frequências inteiras e múltiplas de $\frac{1}{N}$ podem ser definidas em apenas N exponenciais periódicas. Assim, a representação do sinal discreto em sua série pode ser visto na Eq. (2.7), em que $\tilde{X}[k]$ são os coeficientes da série de Fourier:

$$\tilde{x}[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] e^{j\frac{2\pi}{N}kn}. \quad (2.7)$$

Tomando o domínio da frequência, o raciocínio é análogo para $\tilde{X}[k]$ da sequência periódica. Ou seja, a série de Fourier é recuperada extraindo um período de $\tilde{X}[k]$, que também é uma sequência periódica. Para facilitar a notação, será definido que $W_N = e^{-\frac{j2\pi}{N}}$. As relações das séries de Fourier são mostradas nas Eqs. (2.8) e (2.9).

$$\tilde{x}[n] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{X}[k] W_N^{-kn}, & 0 \leq n \leq N - 1. \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$\tilde{X}[k] = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}[n] W_N^{kn}, & 0 \leq k \leq N-1. \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.9)$$

As séries de Fourier dos sinais periódicos podem ter sua representação incorporada na estrutura da transformada de Fourier discreta no tempo. O raciocínio para isso leva em conta que a DFT de um sinal periódico pode ser representada como um trem de pulsos no domínio da frequência, em que $\tilde{x}[n]$, periódica, é resultado de uma convolução não periódica de $x[n]$ com um trem de pulsos unitário periódico, e a transformada de Fourier é amostrada pelo espaçamento de frequência mínima para que se possa recuperar a sequência $x[n]$ por meio de suas amostras.

Usando uma abordagem teórica para demonstrar, isso significa dizer que as amostras da transformada de Fourier da sequência aperiódica $x[n]$ podem ser encontradas a partir dos coeficientes da série de Fourier de uma sequência $\tilde{x}[n]$, que é obtida pela soma das várias réplicas de $x[n]$. Tomando um número suficiente de amostras igualmente espaçadas, a transformada de Fourier pode ser recuperada por $\tilde{x}[n]$, e conseqüentemente $x[n]$.

Por fim, quando se considera a representação dos coeficientes da série de Fourier de $x[n]$, essa se chamará de transformada de Fourier discreta. Então a DFT e a IDFT (*inverse discrete Fourier transform*, do inglês, transformada de Fourier discreta inversa), podem finalmente ser representadas pelas Eqs. (2.10) e (2.11), respectivamente.

$$X[k] = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}, & 0 \leq k \leq N-1. \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.10)$$

$$x[n] = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}, & 0 \leq n \leq N-1. \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (2.11)$$

2.2.3.2 Propriedade da Convolução

Entre as diversas propriedades da Transformada Discreta, será destacada a convolução circular da DFT. Isso porque, ao invés de realizar a convolução linear, a DFT realiza a convolução circular. Quando se realiza a convolução via DFT, é preciso garantir que o comprimento da DFT seja pelo menos maior que o resultado que seria obtido quando da convolução linear dos sinais, dessa forma, a convolução linear seria realizada corretamente, do contrário o que ocorre é a convolução circular. Considerando duas sequências $x_1[n]$ e $x_2[n]$ quaisquer, a convolução circular entre eles pode ser representada pela equação da convolução circular, que é análoga à representação da convolução linear, conforme descrito na Eq. (2.12). Para

simplificação, representar-se-á $x[n]$, mostrada na Eq. (2.6), pela notação $\tilde{x}[n] = [x[((n))]_N]$.

$$x_3[n] = \sum_{m=0}^{N-1} x_1[((m))]_N x_2[((n-m))]_N, \quad 0 \leq n \leq N-1. \quad (2.12)$$

De acordo com [Oppenheim 2010], na convolução linear, o resultado envolve uma multiplicação de uma sequência inicial revertida no tempo e uma versão linearmente deslocada de outra, também revertida no tempo. Os sucessivos valores da sequência resultado da convolução são obtidos pelo deslocamento sucessivo ao longo de um eixo linear. Quando se considera a convolução circular, essa operação é feita entre uma sequência que é circularmente revertida no tempo e uma outra circularmente deslocada.

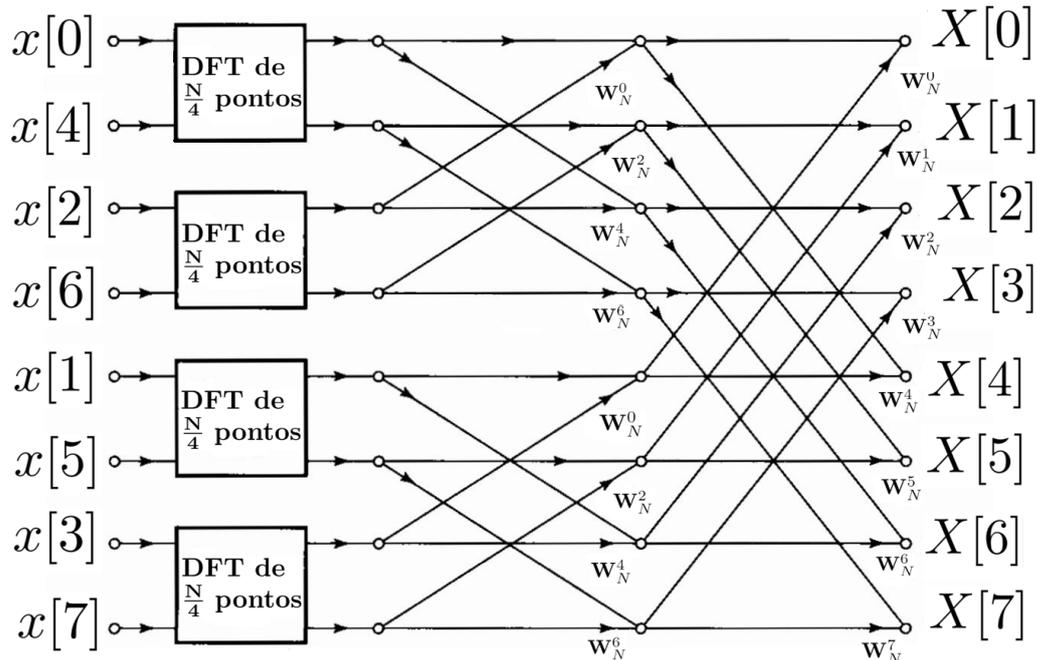
2.2.3.3 Transformada Rápida de Fourier - FFT

Uma das principais atratividades do OFDM está na baixa complexidade de implementação do modelo. Isso ocorre por causa do desenvolvimento dos algoritmos da FFT e IFFT, que se baseiam na decomposição do cálculo da DFT em sequências de menor comprimento. Dentre os tipos existentes, serão brevemente mostrados os algoritmos de decimação no tempo e na frequência, cujos princípios são análogos. A análise, que usará uma abordagem teórica apenas, será feita pelo algoritmo de decimação no tempo.

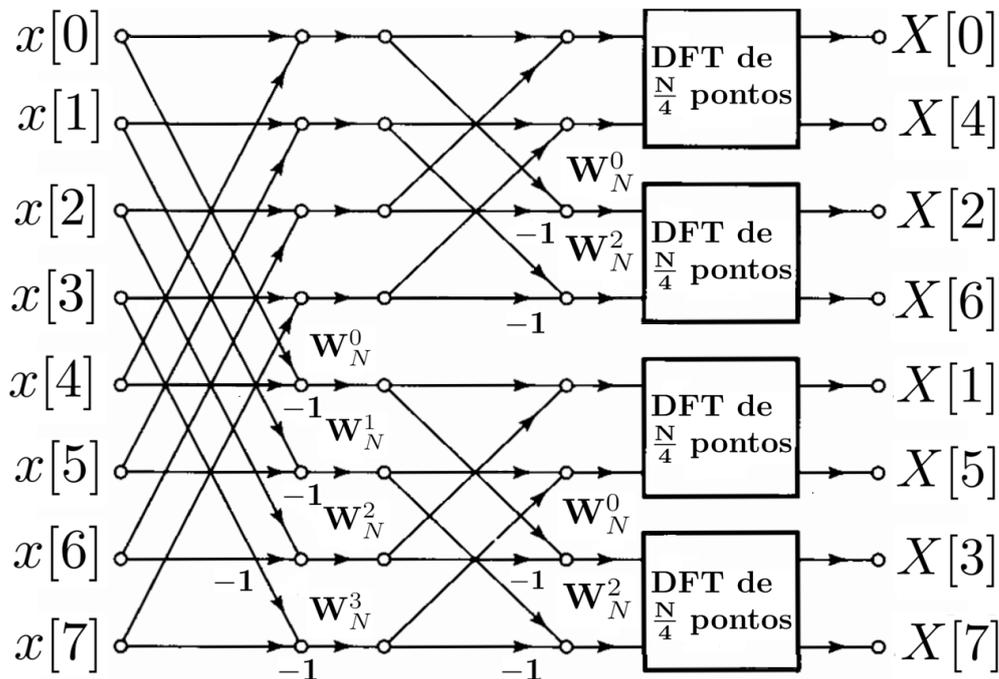
Inicialmente a sequência é separada em duas, uma contendo os índices pares e a outra, os ímpares. Ambos os sinais discretos possuirão comprimento $\frac{N}{2}$. Aqui, a DFT das duas parcelas da sequência é feita com uma redução da complexidade dos cálculos em pelo menos metade. O deslocamento circular reverso é feito novamente e o sinal discreto com N amostras pode ser recuperado pela somatória dos sinais discretos com $\frac{N}{2}$ amostras. Quando N é muito elevado, talvez uma redução de complexidade pela metade ainda não seja o suficiente, o procedimento será repetido para as sequências de $\frac{N}{2}$ amostras, que agora serão obtidos pela soma das sequências com $\frac{N}{4}$ amostras. Seguindo essa abordagem, o algoritmo permite que a transformada discreta de Fourier seja calculada de forma rápida e com complexidade computacional da ordem de $\log_2(N)$, em detrimento da complexidade de ordem N^2 para a DFT e IDFT. As Figs. 2.5(a) e 2.5(b) exemplificam as estruturas dos algoritmos de decimação no tempo e na frequência, considerando um algoritmo que se repita para sequência de $\frac{N}{4}$ amostras. Com a relação entre os dois algoritmos, o sistema OFDM pode ser construído. Detalhes sobre a redução de complexidade do algoritmo pode ser vistos em [Oppenheim 2010].

2.2.4 Extensão Cíclica

De acordo com [Oppenheim 2010], com o aumento da duração do símbolo, e sua consequente robustez, o sinal passa a ser menos afetado pelo efeito da ISI, interferência causada pela resposta ao impulso do canal, cuja dispersão está presente. Ainda assim, os efeitos da



(a) Algoritmo da FFT decimação no tempo considerando $\frac{N}{4}$ amostras.



(b) Algoritmo da FFT decimação na frequência considerando $\frac{N}{4}$ amostras.

Figura 2.5: Algoritmos da transformada rápida de Fourier. Adaptado de [Xiong 2006].

ICI permanecem e para que sejam contornados, uma extensão cíclica, também conhecido como prefixo cíclico, é adicionado ao sinal. Além disso, conforme as propriedades já estudadas da transformada de Fourier com relação a realização da convolução circular, o uso do prefixo cíclico entra no contexto da necessidade de se alcançar a convolução circular do sinal de forma que ao se realizar a DFT, o sinal possa ser recuperado corretamente. O prefixo cíclico é determinado a partir do sinal s na entrada do canal, em que se replica uma parte de tamanho $L - 1$ do final do sinal s e o acrescenta ao seu início. Nesse caso, L representa o tamanho do canal. Esse novo sinal, que será chamado sinal estendido s_{ext} é que será convoluído com o canal.

Um abordagem matricial, baseada em [Lathi 2010], será usada para entender como o prefixo cíclico se encaixa no modelo OFDM e qual a sua relação com a transformada de Fourier. E assim, entender como é feita a recepção do modelo.

2.2.5 Abordagem Matricial

Voltando às Figs. 2.3 e 2.4, que representam a base do sistema que será implementado, e levando em conta o que já foi exposto do modelo OFDM, para que o sistema funcione de forma sincronizada e a FFT possa ser realizada, é necessário garantir que a convolução circular ocorra na saída do canal. Contudo, o que se tem na entrada do canal é a realização da convolução linear. Dessa forma, é imprescindível que utilizando-se da convolução linear, o sistema seja capaz de chegar à convolução circular. Isso pode ser feito considerando um certo *aliasing* na sequência inicial. Assim, se uma convolução circular tem seu comprimento suficiente em relação aos comprimentos das sequências iniciais, então o *aliasing* resultante será evitado. Será nesse momento que a convolução linear será igual à circular. Para entender como isso acontecerá, a abordagem de estudos será mudada para melhor atender as particularidades do sistema.

Para uniformização, será usada uma abordagem matricial para o estudo da implementação do sistema. As matrizes expressas pelas Eqs. (2.13) e (2.14) representam as operações DFT e IDFT, respectivamente.

$$\mathbf{W}_N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

$$\mathbf{W}_N^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W_N^{-1} & \dots & W_N^{-(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & W_N^{-(N-1)} & \dots & W_N^{-(N-1)^2} \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Elas seguem a mesma modelagem da transformada discreta de Fourier já feita anteriormente. Portanto, considerando um vetor coluna de símbolos \mathbf{d} , representado pela Eq. (2.15), a transformada de Fourier inversa poderá ser performada pela simples multiplicação entre \mathbf{d} e \mathbf{W}_N^{-1} . Na referida equação, o vetor \mathbf{d} é formado pelo conjunto dos símbolos $d[i]$ já mostrados. Note que a escolha decrescente para representação dos vetores é uma escolha baseada na melhor visualização do que está ocorrendo, sendo adaptada dos conceitos apresentados em [Lathi 2010], mas que não é única.

$$\mathbf{d} = [d[N - 1], d[N - 2], \dots, d[0]]^T. \quad (2.15)$$

Seguindo conforme o modelo de implementação do receptor do sistema OFDM, representado pela Fig 2.4, o sinal de entrada no canal, tal como já foi apresentado, pode ser representado por suas componentes discretas. Assim, a partir de agora \mathbf{s} , descrito pela Eq. (2.16), se refere ao sinal discreto na entrada do canal. O sinal \mathbf{s} é obtido pela soma das componentes após a realização da operação da DFT.

$$\mathbf{s} = [s[N - 1], s[N - 2], \dots, s[0]]^T. \quad (2.16)$$

E \mathbf{s}_{ext} representa o vetor de símbolos \mathbf{s} acrescido do prefixo cíclico antes da entrada do canal, conforme a Eq. (2.17):

$$\mathbf{s}_{ext} = [s[N - 1], s[N - 2], \dots, s[0], s[N - 1], \dots, s[N - L]]^T. \quad (2.17)$$

Na prática, o que acontece na saída do canal é a convolução linear. No entanto, devido a propriedade da convolução circular da DFT, que é realizada em detrimento da tradicional convolução linear, é preciso que o \mathbf{s} realize a convolução circular com o canal. Para isso, o acréscimo do prefixo cíclico ao sinal, que pode ser visto aqui como uma espécie de *aliasing*, fará com que a operação de convolução circular seja realizada. Pois nesse ponto, as duas convoluções resultam no mesmo resultado.

Agora considerando o efeito do canal no sistema, a Eq. (2.18) representa as componentes discretas, que mostram a resposta do canal ao impulso:

$$\mathbf{h} = [h[0], h[1], \dots, h[L]]. \quad (2.18)$$

O resultado prático é que o canal \mathbf{h} será convoluido com \mathbf{s} . Essa operação de convolução entre o canal e o sinal será aqui representada pela matriz de convolução linear \mathbf{M}_{linear} ,

descrita pela Eq. (2.19):

$$\mathbf{M}_{linear} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h[0] & h[1] & h[L] \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Então, para o sinal $y[n]$ na saída do canal, representado pela relação da Eq. (2.20) retirada de [Lathi 2010], a equação matricial que se segue é a multiplicação entre \mathbf{M}_{linear} e \mathbf{s}_{ext} .

$$y[n] = \sum_{i=0}^L h[i]s[n-1] + w[n], \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (2.20)$$

A Eq. (2.21), que descreve uma equação matricial, e representa a saída do canal \mathbf{y} , é o resultado que se espera do processo de convolução linear, em que $\mathbf{y} = [y[N-1], y[N-2], \dots, y[0]]^T$ é um vetor coluna.

$$\begin{bmatrix} y[N-1] \\ y[N-2] \\ \vdots \\ y[L] \\ \vdots \\ y[0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & h[0] & h[1] & h[L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s[N-1] \\ s[N-2] \\ \vdots \\ s[0] \\ s[N-1] \\ \vdots \\ \vdots \\ s[N-L] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w[N-1] \\ w[N-2] \\ \vdots \\ w[L] \\ \vdots \\ w[0] \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

Conforme explorado, o acréscimo do prefixo cíclico é o responsável por fazer com o que o resultado da operação $\mathbf{M}_{linear}\mathbf{s}_{ext}$ seja o mesmo resultado da operação de convolução circular com o sinal discreto original \mathbf{s} . No modelo matricial abordado, $\mathbf{M}_{ciclica}$ representa a matriz de convolução circular, ou simplesmente matriz cíclica, resultante da escolha da extensão cíclica:

$$\mathbf{M}_{ciclica} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h[L] & \ddots & \ddots & 0 & h[0] & \ddots & h[L-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h[1] & \vdots & h[L] & 0 & 0 & 0 & h[0] \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

A convolução circular, que é efetivamente realizada pela DFT, será então feita pela multiplicação entre $\mathbf{M}_{ciclica}$ e \mathbf{s} . Portanto, recordando do que foi apresentado até agora, a equação matricial \mathbf{y}_l , representada abaixo, possui o mesmo resultado que a equação matricial \mathbf{y} . Ou seja, o resultado da Eq. (2.22) é o mesmo da Eq. (2.23), e $\mathbf{y} = \mathbf{y}_l$. A utilização do prefixo cíclico então, permitindo a realização da convolução circular em detrimento da convolução linear, possibilitará a eliminação completa da ISI, conforme desejado.

$$\begin{bmatrix} y_l[N-1] \\ y_l[N-2] \\ \vdots \\ y_l[L] \\ \vdots \\ y_l[0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 & 0 \\ 0 & h[0] & h[1] & \dots & h[L] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h[L] & \ddots & \ddots & 0 & h[0] & \vdots & h[L-1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h[1] & \vdots & h[L] & 0 & 0 & 0 & h[0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s[N-1] \\ s[N-2] \\ \vdots \\ s[L] \\ \vdots \\ s[0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w[N-1] \\ w[N-2] \\ \vdots \\ w[L] \\ \vdots \\ w[0] \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

2.2.6 Ruído

A *priori*, apesar de ser omitido para os estudos da implementação do modelo OFDM, o ruído está sempre presente em sistemas de comunicação. Para o OFDM a necessidade de tratamento do ruído não seria diferente, apesar de não ser escopo de estudo do presente trabalho. Sendo assim, será feita uma formulação matemática do ruído complexo, de acordo com o vetor descrito pela Eq. (2.20). A Eq. (2.20) mostra o ruído complexo que é somado com operação de convolução do canal com o sinal. Cada termo $w[n]$ representa a parcela de ruído que inevitavelmente será acrescida ao sinal. A Eq (2.24) representa o vetor coluna dos componentes complexos do ruído.

$$\mathbf{w} = [w[N-1], w[N-2], \dots, w[L], \dots, w[0]]^T. \quad (2.24)$$

2.2.7 Equalização

Na saída do canal, com a retirada do prefixo cíclico e consequente realização da convolução linear, a recuperação do sinal pela DFT, leva o sinal do domínio do tempo para a frequência. Assim, garantindo que não há interferência ICI e nem seletividade, a equalização do OFDM para recuperar o sinal original pode ser feita por uma simples multiplicação, relação mostrada na Eq. (2.25), sem fazer quaisquer outras considerações com relação ao tipo de equalizador que será usado. A seguinte relação é possível porque segue a propriedade da convolução da transformada de Fourier, que fala que uma convolução no domínio do tempo

Tabela 2.1: Parâmetros de Simulação

Parâmetro	Valor
Modulação	16-QAM,64-QAM
Número de subportadoras (N)	64, 128
Ordem do Canal (L)	4

Tabela 2.2: Ganhos do Canal Seletivo

Coefficientes $h[i]$	Ganho
$h[0]$	$0,3486 + j0,4408$
$h[1]$	$0,0265 - j0,2359$
$h[2]$	$0,4760 + j0,2259$
$h[3]$	$0,2531 - j0,0632$
$h[4]$	$-0,4058 + j0,0552$

representa uma multiplicação no domínio da frequência.

$$S[k] = dec \left(\frac{Z[k]}{H[k]} \right) = dec(H[k]^{-1}Z[k]). \quad (2.25)$$

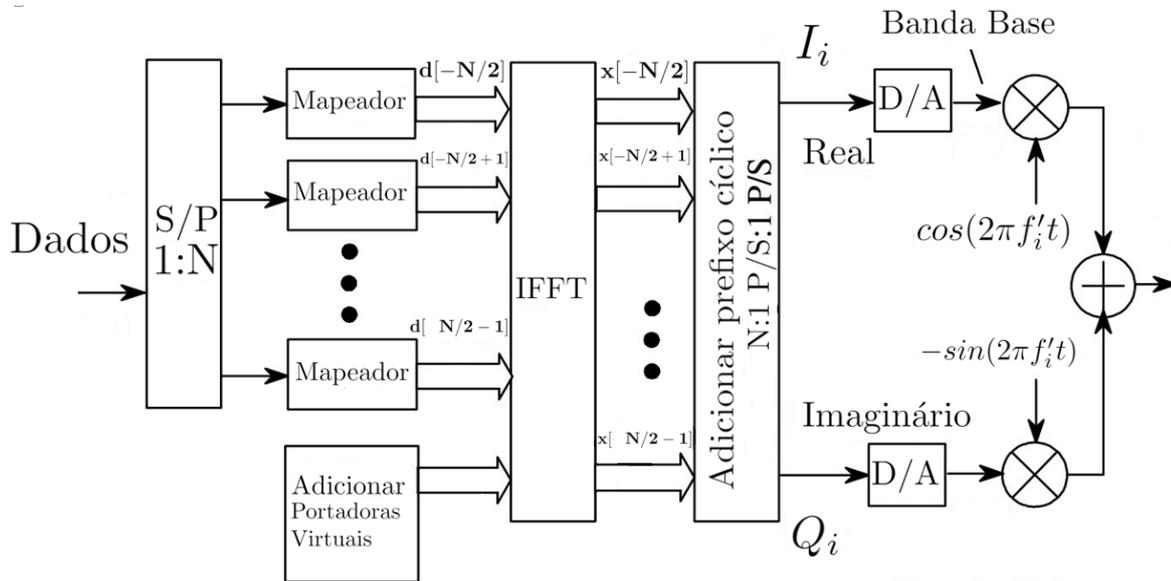
A equalização requer apenas um conhecimento do ganho do canal e de um detector ótimo *dec*, sendo uma implementação mais simples que N filtros que o esquema FDM exigia, além de permitir a detecção correta do sinal sem efeito do canal, como anteriormente previsto nas vantagens do OFDM. Vantagem essa que o sistema portadora não encontra, por exigir processos mais sofisticados para a equalização.

Uma superestimação do canal é possível. A vantagem estaria na eliminação completa da ISI, mas nesse caso será acrescida ao prefixo cíclico uma redundância de tamanho r , que depende do tamanho do canal. Assim, o aumento do prefixo para uma mesma largura de banda, cuja taxa de símbolo cai segundo a Eq. (2.26), tem como consequência uma queda da eficiência espectral. Isso é indesejado uma vez que banda é um recurso escasso, e portanto caro. Dessa forma o conhecimento do comportamento do canal e o quanto de atraso ele está inserindo ao sinal se faz importante.

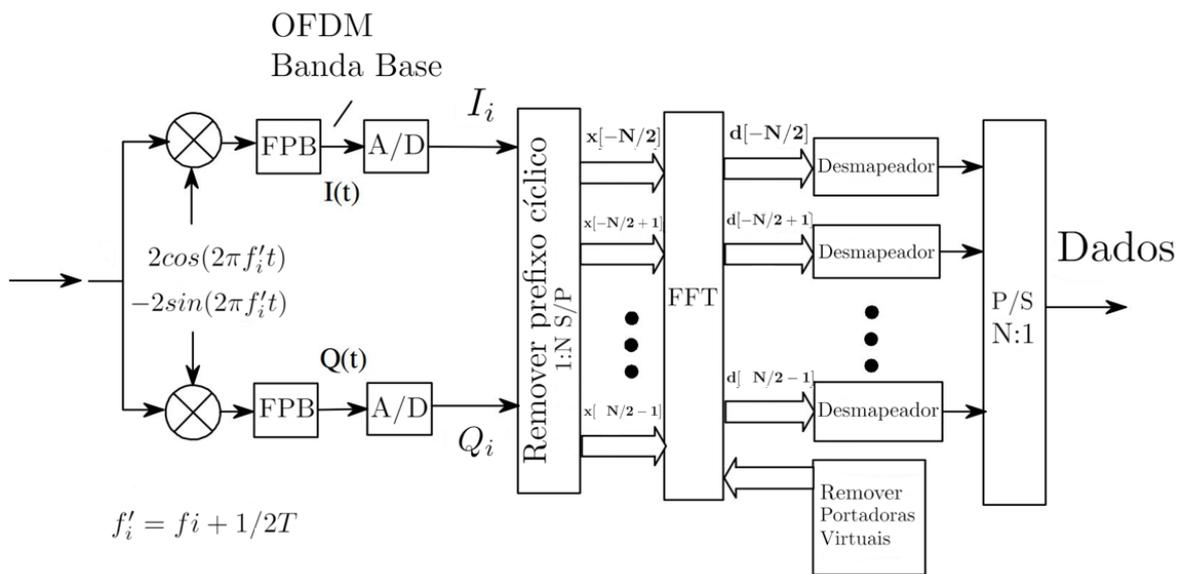
$$R_s = \frac{N}{(N + L + r)T_s}. \quad (2.26)$$

2.3 Sistema: modelo e parâmetros

Após os conceitos abordados durante o presente capítulo, o funcionamento do sistema será descrito de forma breve, conforme os conceitos já estudados. Novamente, recordando do modelo do sistema OFDM mostrado pelas Figs. 2.3 e 2.4, já amplamente conhecidas, é possível entender como se dá a implementação do modelo. Para melhor visualização as referidas figuras foram concatenadas e reproduzidas na Fig. 2.6.



(a) Implementação do transmissor.



(b) Implementação do receptor.

Figura 2.6: Esquema de Implementação OFDM. Adaptado de [Xiong 2006].

Para a descrição do modelo, alguns pontos importantes do sistema serão abordados, outros serão omitidos, pois são comuns a outros tipos de implementação. Por isso, considerando a Fig. 2.6, o que acontece após o acréscimo do prefixo cíclico não será abordado no presente trabalho. Também na recepção do sinal, o modelo considera apenas a remoção do prefixo e segue conforme a figura.

O sinal inicial, que é gerado de forma aleatória no código de simulação, é separado em N subportadoras por um conversor serial-paralelo S/P, tornando-se um sinal multiportador. Após o conversor, o sinal é modulado conforme algum tipo de modulação escolhido para melhor atender as características do sistema de comunicação. O sinal em frequência é então trazido para o domínio do tempo, utilizando o algoritmo de IFFT e um prefixo cíclico é acrescentado antes da entrada no canal. Um passo extra se dá na modulação do sinal em fase e em quadratura e seu deslocamento para banda-passante, não sendo objeto de análise aqui. O sinal é finalmente enviado. Na saída do canal, o esquema funciona exatamente de forma espelhada ao da transmissão. Ou seja, o prefixo cíclico é retirado, garantindo a realização da operação de convolução circular, e então trazido para o domínio da frequência novamente pela FFT. Se o sistema funcionou de forma sincronizada, é possível recuperar o sinal apenas com uma equalização do tipo mostrada pela Eq. (2.25).

Para a análise do sistema, a Tabela 2.1 descreve os parâmetros que serão utilizados nas simulações.

2.4 Resultados de simulação

No Capítulo 1 foi visto que o sistema OFDM é capaz de eliminar completamente a interferência interportadora, interferência ICI. Assim, espera-se que o OFDM seja capaz de apresentar um desempenho semelhante ao desempenho de um sistema monoportadora, já que este não é afetado por essa interferência.

A Fig. 2.7 compara o desempenho da BER (*bit error rate*, do inglês, taxa de erro de *bit*) de um sistema monoportadora teórico com o desempenho do OFDM para uma modulação de 16-QAM e $N = 64$ subportadoras. Nesse caso, ambos os sinais estão respondendo à passagem por um canal AWGN (*Additive White Gaussian Noise*). Analisando o gráfico, é possível ver que ambos os sistemas apresentam curvas BER vs. $\frac{Eb}{N_0}$ semelhantes, ou seja, apresentam o mesmo desempenho. Sendo esse um resultado esperado, já que um sistema monoportadora e um sistema multiportadora sem a presença da ISI se comportam da mesma forma.

Uma vez que um sistema monoportadora não apresenta ICI, a BER para esse sistema segue uma resposta teórica de taxa de erro de *bit*, ou seja, o sistema monoportadora possui um ótimo desempenho no canal AWGN. Dessa forma, o OFDM, que é capaz de seguir a mesma curva é tido como um sistema ótimo sem influência da interferência.

Com o desempenho semelhante, a motivação para escolha de um dos dois sistemas está na questão da equalização. Isso porque o sistema monoportadora exige equalizações complexas e o OFDM, como visto, pode ser equalizado de forma simplificada por causa da inserção do prefixo cíclico, sendo este um grande motivador de sua escolha para o conjunto de soluções do padrão LTE.

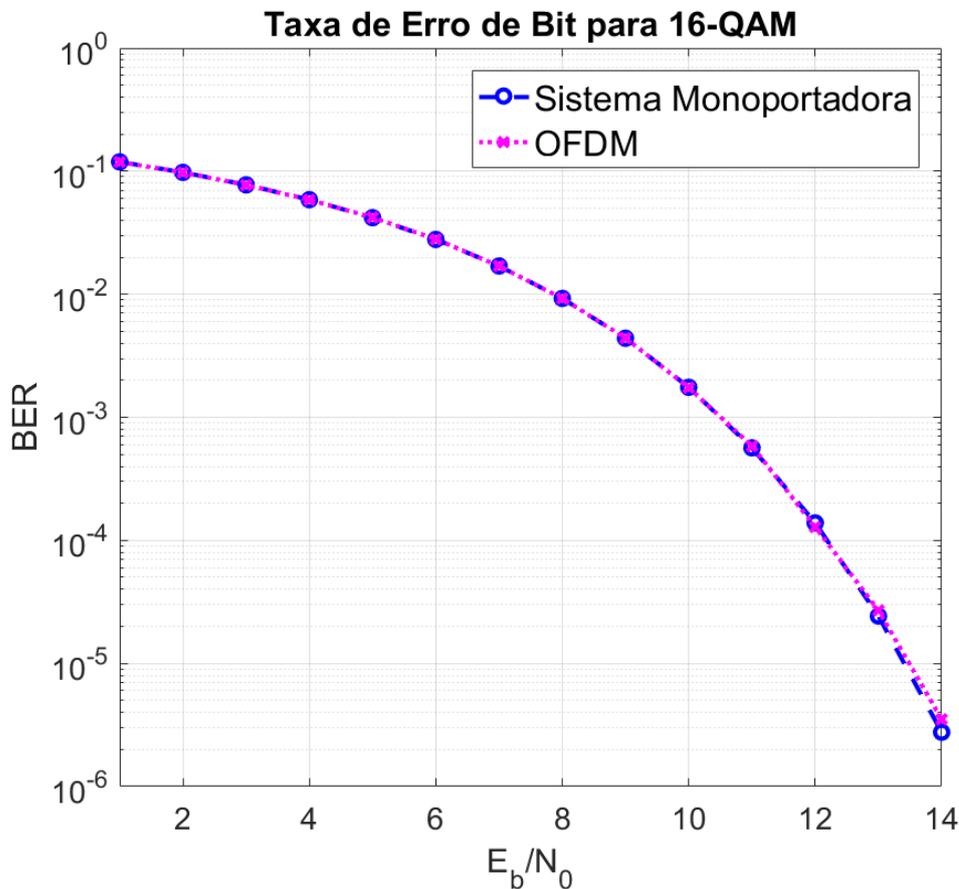


Figura 2.7: BER para o OFDM e para o Sistema Monoportadora no canal AWGN, com modulação 16-QAM e $N = 64$.

Da mesma forma se segue à análise para a Fig. 2.8, simulada para uma modulação 64-QAM e $N = 128$. Novamente, o OFDM reflete o mesmo desempenho que o sistema monoportadora, mostrando por meio de simulações o resultado esperado entre ambos os sistemas.

Conforme estudado, a sobreposição controlada que o OFDM permite devido à garantia de que as subportadoras são ortogonais, melhora o aproveitamento do espectro. Com isso, é possível enviar uma quantidade maior de informações em uma mesma banda, garantindo um uso mais eficiente desta, uma vez que, olhando pelo outro lado, a mesma quantidade de informação pode ser transmitida com um uso menor de banda. Uma visualização disso é mostrada na Fig. 2.1, no início do presente capítulo, em que as subportadoras estão sobrepostas ortogonalmente, ou seja, com densidade máxima nos cruzamentos zeros das subportadoras adjacentes.

Esse resultado garante que além de ser um sistema que consegue trabalhar eliminando a influência da interferência, o OFDM também apresenta uma maior eficiência do uso de banda se comparado ao sistema monoportadora.

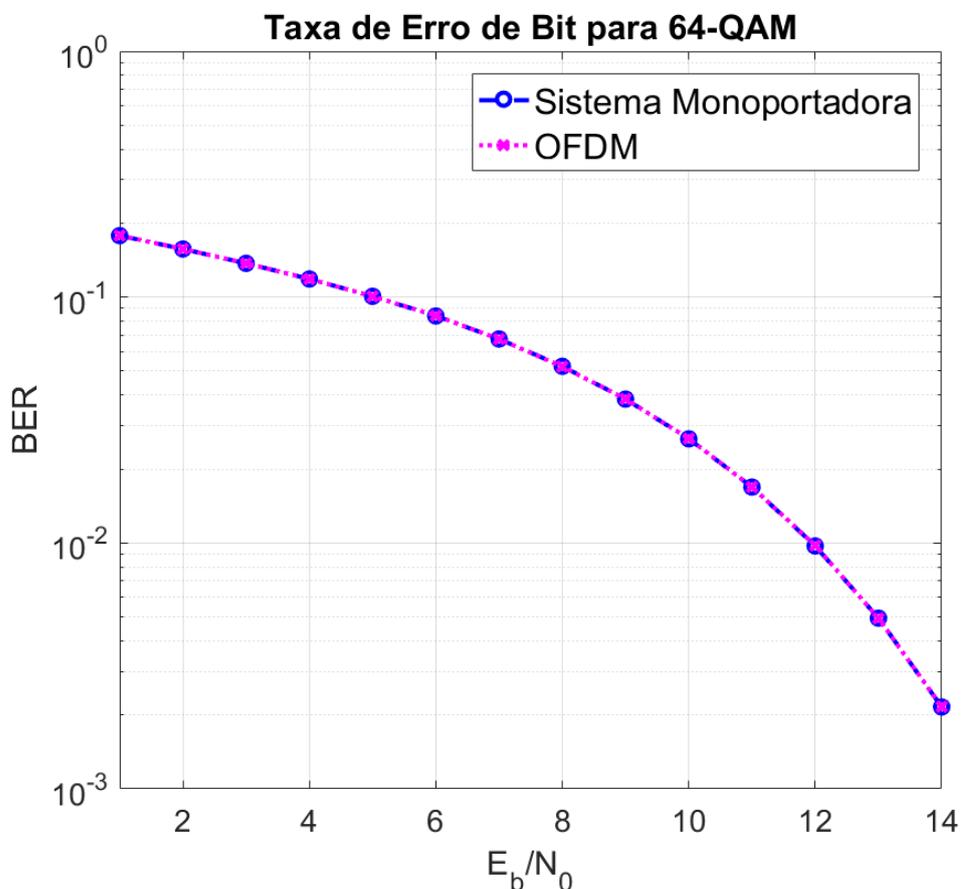


Figura 2.8: BER para o OFDM e para o Sistema Monoportadora no canal AWGN, com modulação 64-QAM e $N = 128$.

As mesmas simulações foram replicadas para um canal seletivo em frequência da forma mostrada pela Fig. 2.9, cujos ganhos absolutos são mostrados na Tabela 2.2. Um canal seletivo em frequência é caracterizado por uma duração prolongada dos componentes de multipercurso, causando interferência entre os símbolos. Recomenda-se [Sklar 1997] para um estudo mais aprofundado de conceitos básicos sobre o tema.

As Figs. 2.10(a) e 2.10(b) mostram o comportamento do sistema na presença de um canal seletivo que simula o comportamento de Rayleigh, com ordem $L = 4$. A Fig. 2.10(a) foi simulada para uma modulação 16-QAM, com $N = 64$, enquanto a Fig. 2.10(b), 64-QAM e $N = 128$.

Pela Fig. 2.10 é possível ver que para esse canal, o desempenho do sistema OFDM acaba sofrendo uma degradação considerável, quando comparado com a resposta do OFDM na presença de um canal AWGN, com os desempenhos mostrados pelas Fig. 2.7 e 2.8.

Analisando o decaimento da Fig. 2.10(b) em relação ao decaimento da Fig. 2.8, cujos

parâmetros de simulação são os mesmos, vê-se que na primeira o decaimento é mais lento, enquanto na segunda é mais rápido, mostrando que o OFDM na presença do canal seletivo possui um desempenho pior do que o OFDM na presença do canal seletivo para os mesmos valores de $\frac{E_b}{N_0}$, conforme discutido.

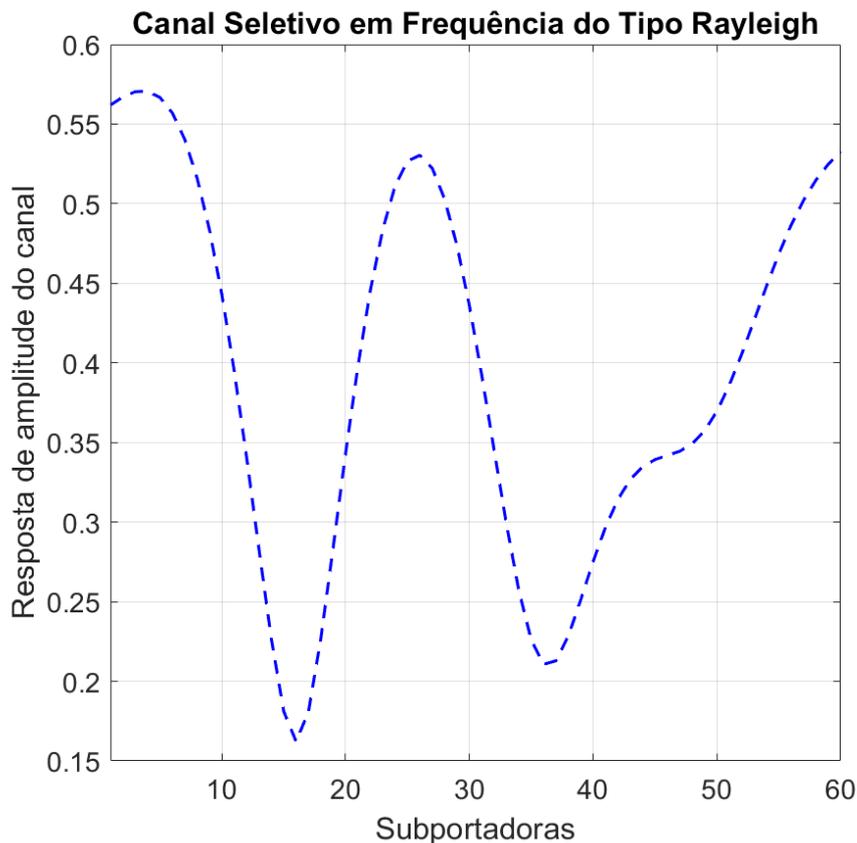


Figura 2.9: Canal seletivo em frequência com 5 coeficientes.

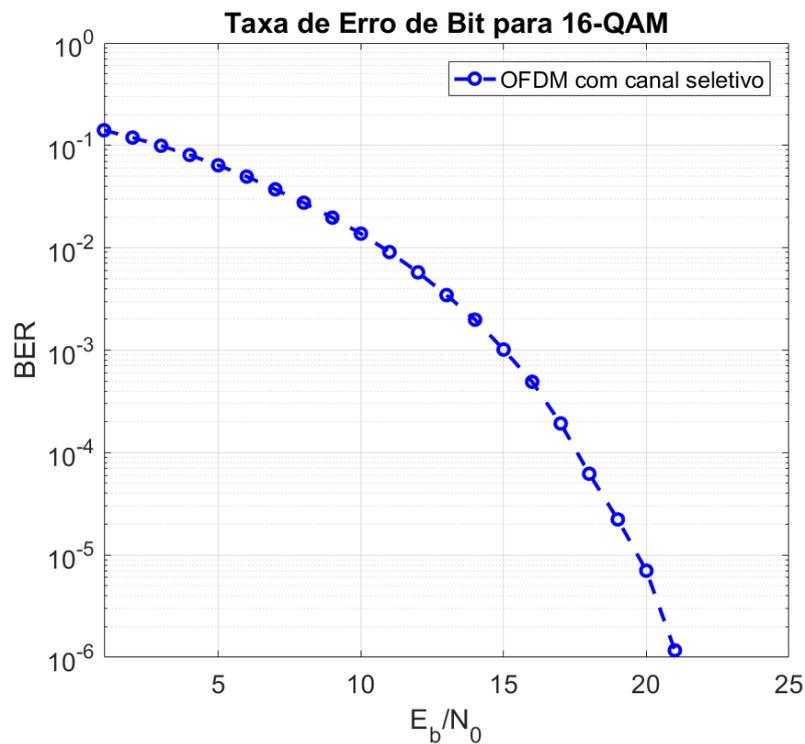
Para o canal seletivo, o que acontece é que o sinal sofre um desvanecimento seletivo por causa da perda de SNR (*signal noise ratio*, do inglês, razão sinal-ruído). Isso porque o canal seletivo insere ganhos diferentes para cada subportadora, degradando a resposta do sistema.

Por fim, as simulações realizadas para o sistema refletem outra forte característica dessa implementação do OFDM, abordada anteriormente. Pois mesmo com o relevante aumento dos parâmetros de simulação, o sistema acaba apresentando rápida resposta nas simulações. Isso acontece graças a complexidade reduzida que se alcança com o uso da FFT.

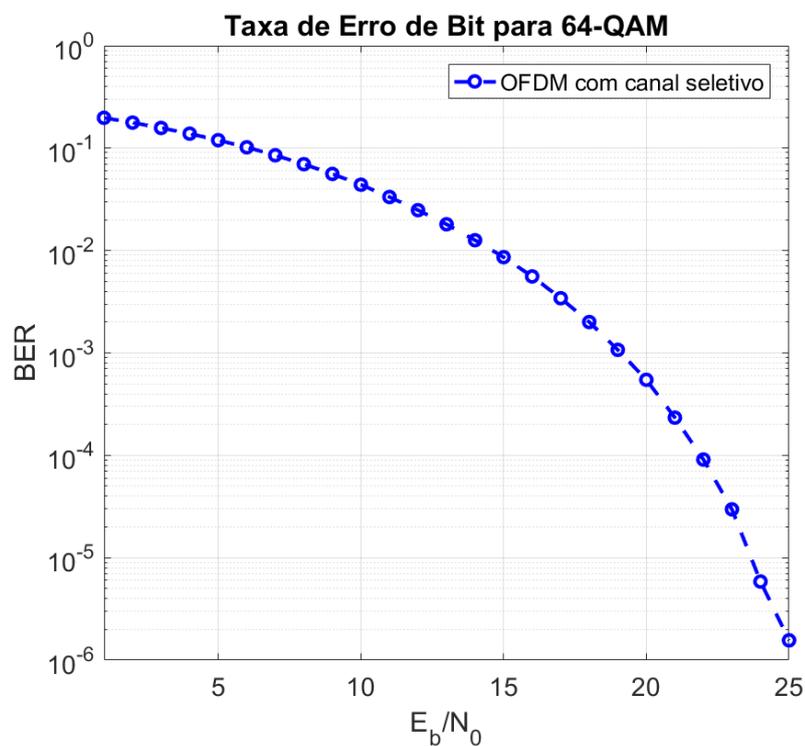
Conforme descrito, quando a implementação do OFDM por meio da transformada de Fourier acontece, o sistema apresenta uma complexidade computacional de N^2 . Por esse motivo, o uso dos algoritmos da transformada rápida de Fourier para a implementação do OFDM se tornaram tão amplamente difundidos.

As Figs. 2.11(a) e 2.11(b) mostram o ganho com redução de complexidade que a implementação com FFT proporciona. Ao se utilizar a FFT, a complexidade computacional do sistema passa a ser calculada por $\log_2(N)$, permitindo uma considerável redução da comple-

xidade computacional. Esse resultado se caracteriza em uma vantagem quando da realização das simulações para uma grande quantidade de subportadoras. Novamente, um resultado já esperado, seguindo os conceitos estudados.

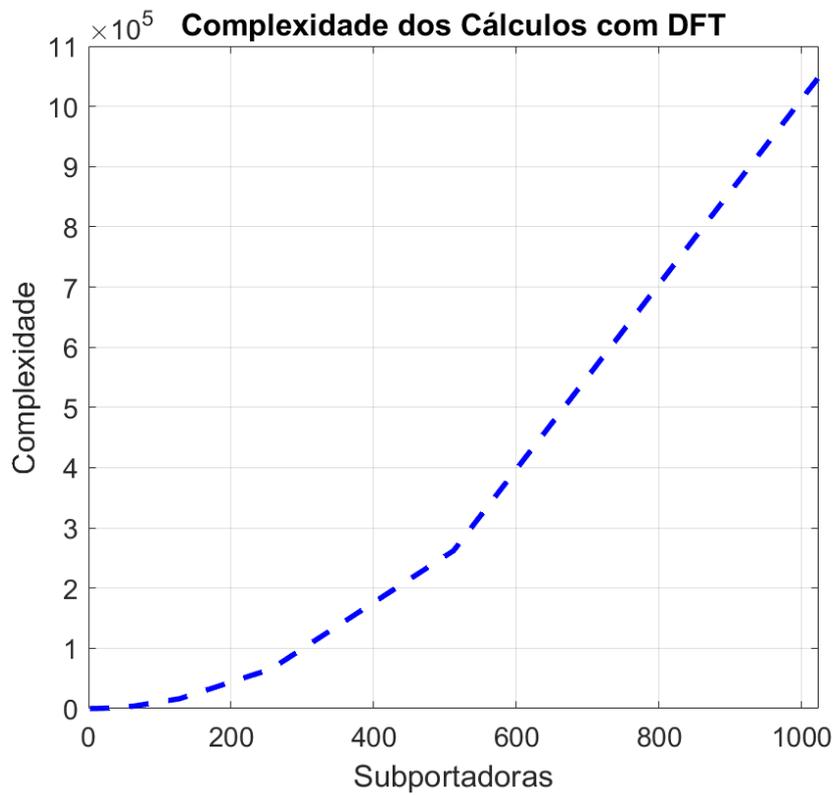


(a) BER em resposta a um canal seletivo, com modulação 16-QAM e $N = 64$.

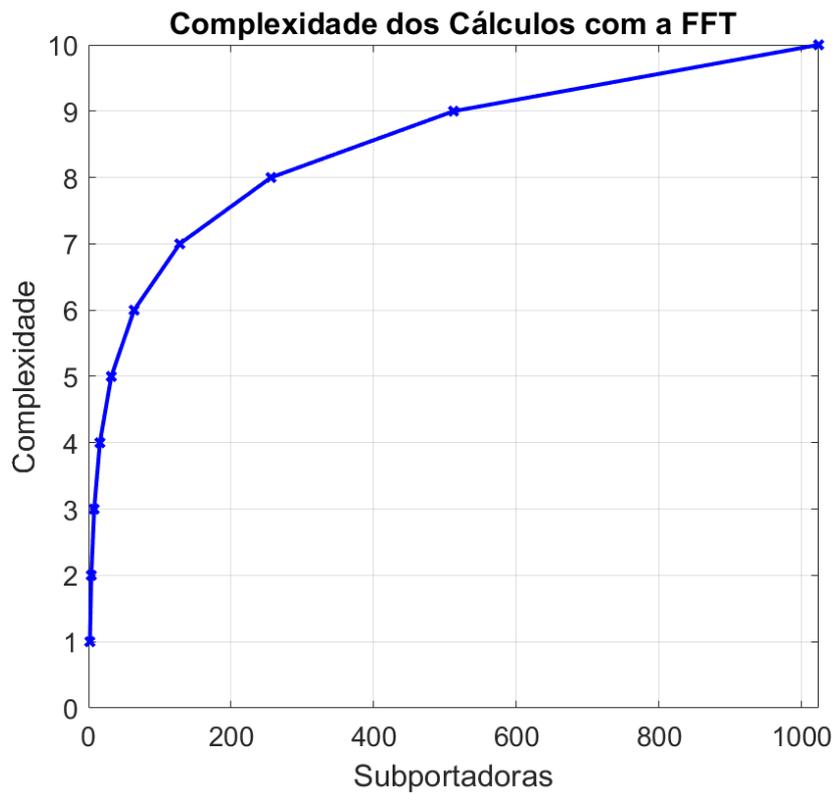


(b) BER em resposta a um canal seletivo, com modulação 64-QAM e $N = 128$.

Figura 2.10: BER para o OFDM em resposta a um canal seletivo.



(a) Complexidade computacional com o uso da DFT.



(b) Complexidade computacional com o uso da FFT.

Figura 2.11: Complexidade computacional do OFDM

2.5 Conclusão

Com o uso de sistemas multiportadora como solução aos sistemas de monoportadora, surge o OFDM. Um sistema que usa técnicas de multiplexação para a transmissão do sinal, buscando contornar a ICI e a ISI. Para isso, o sistema funciona com um esquema de subportadoras ortogonais entre si, o que garante uma eficiência do uso de banda, uma vez que essas subportadoras estão sobrepostas ortogonalmente.

O OFDM também se torna atrativo, graças ao tipo de implementação usada no seu modulador e demodulador. Uma vez que o uso da transformada de Fourier exige que o sistema utilize um prefixo cíclico para a realização da conversão e essa extensão do sinal permite que este seja preservado. Ou seja, a implementação permite que o sinal se torne mais robusto contra interferências. Além disso, a possibilidade do uso de algoritmos FFTs permite uma considerável redução da complexidade do sistema.

Os resultados mostram que o sistema responde de forma satisfatória à modelagem proposta. Com desempenho ótimo quando se considera um canal AWGN, alcançando uma BER semelhante à de um sistema monoportadora. Entretanto, quanto ao uso de um canal seletivo, uma vez que nenhuma consideração extra foi feita com relação ao canal, o sistema apresenta distorção de seu desempenho.

A implementação da recepção do OFDM, que utiliza uma equalização simples graças às propriedades da transformada de Fourier, para o caso do canal seletivo não prevê portadoras nulas para contornar a interferência que está sendo inserida pelo canal seletivo, uma vez que não foi feito nenhum estudo prévio sobre o canal. Sendo essa uma proposta para trabalhos futuros.

Por fim, com o advento do 5G e de tecnologias que exigem maior disponibilidade, o problema da perda de sincronização que o OFDM apresenta se tornou um problema que vêm amplamente sendo discutido atualmente. Além disso, como foi visto, o sistema perde um pouco da eficiência alcançada quando surge a necessidade de superestimação do canal. Nesse sentido, surge um esquema de transmissão por multiplexação que usa dos princípios do OFDM, mas que permite uma maior flexibilização da ortogonalidade. Abrindo mão dessa característica, esse sistema pretende alcançar melhor desempenho em outros requisitos dessas tecnologias. Nesse contexto, surge o GFDM.

Capítulo 3

Generalized Frequency Division Multiplexing (GFDM)

3.1 Introdução

Conforme a descrição introduzida pelo Capítulo 1, o GFDM é uma técnica de multiplexação por multiportadora que possui aspectos muito parecidos com o OFDM. Entretanto, o GFDM não modula mais o sinal por um pulso retangular, mas passa a filtrar as subportadoras antes por um protótipo de filtro que reduz a emissão fora da banda, um problema que antes o OFDM apresentava. Para isso, o GFDM abre mão da ortogonalidade e ao fazer isso, ele permite que aconteça a ISI. Devido ao uso de protótipos de filtros no modulador.

Assim como o OFDM, o modulador também apresenta blocos independentes, separados por um conversor S/P. No entanto, as subportadoras simples vistas no OFDM, em que cada subportadora é formada por um sub-símbolo, serão agora substituídas por um bloco de dados formado por símbolos complexos composto por K subportadoras, em que cada subportadora é composta por M sub-símbolos. A ideia é filtrar as subportadoras com filtros deslocados circularmente, que poderão permitir um aumento da interferência do tipo ISI ou até do tipo ICI, a depender de sua escolha. Sendo assim, a escolha do protótipo do filtro é importante, pois um filtro passa-faixa que apresente uma resposta maximizada dentro da banda escolhida, poderá controlar a resposta a uma faixa limitada. Isso permite que o sinal possua pouca energia nas subportadoras adjacentes, e com isso limite a ICI, permitindo que esta ocorra apenas com as subportadoras adjacentes.

A Fig. 3.1, adaptada de [Michailow et al. 2014], é meramente ilustrativa e serve para exemplificar o que foi falado. Comparando os resultados obtidos pela literatura, é possível ver que o OFDM apresenta maior emissão fora da banda do sinal que o GFDM. Isso acontece devido a escolha do filtro para modulação do sinal, uma vantagem em relação ao OFDM. Na Fig. 3.1, W-GFDM (*windowed*-GFDM) representa um tipo de sistema que não será abordado, o GFDM janelado. Para maior aprofundamento sobre esse sistema basta consultar

[Michailow et al. 2014].

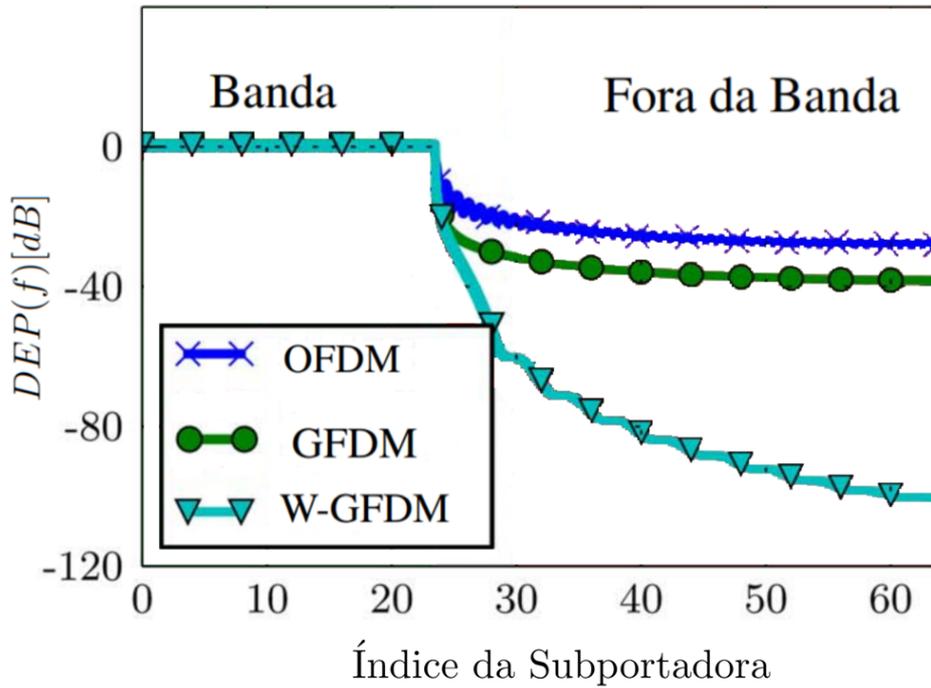


Figura 3.1: Emissão do sinal nas bandas adjacentes. Adaptado de [Michailow et al. 2014]

Após a transmissão ocorrer, o sistema GFDM apresenta em seu receptor técnicas de recepção eficientes para que se possa eliminar essa interferência gerada na estrutura do filtro presente no modulador GFDM. Em geral, três são os receptores usados no GFDM: receptor ZF (*Zero Forcing*), receptor MF (*Matched Filter*) e receptor MMSE (*Minimum Mean Square Error*).

Este capítulo traz a formulação do sinal GFDM, com base em conceitos já estudados no Capítulo 2. Apresenta os principais aspectos do modelo do sistema GFDM e mostra seu desempenho na condição de meio escolhida. Por fim, faz uma comparação do sistema GFDM com o OFDM.

3.2 Modelagem Matemática do GFDM

3.2.1 Sinal GFDM

Assim como o OFDM, o sinal discreto GFDM $s[n]$ é formado por N símbolos complexos \mathbf{d} . Entretanto, o GFDM tem uma estrutura formada por um bloco de \mathbf{d} símbolos compostos por K subportadoras e M instantes de tempo (sub-símbolos), em que cada símbolo complexo será representado por $d[m, k]$. Como dito, cada bloco possui N amostras, em que $N = KM$. A Fig. 3.2 mostra a diferença entre o bloco de símbolos complexos do OFDM e do sistema monoportadora com o bloco de símbolos GFDM. Nela é possível observar que agora cada subportadora do GFDM possui M sub-símbolos, diferente do OFDM em que esse valor é

sempre igual a 1. Dessa forma para $M = 1$, o bloco do símbolos do GFDM se assemelha ao do OFDM.

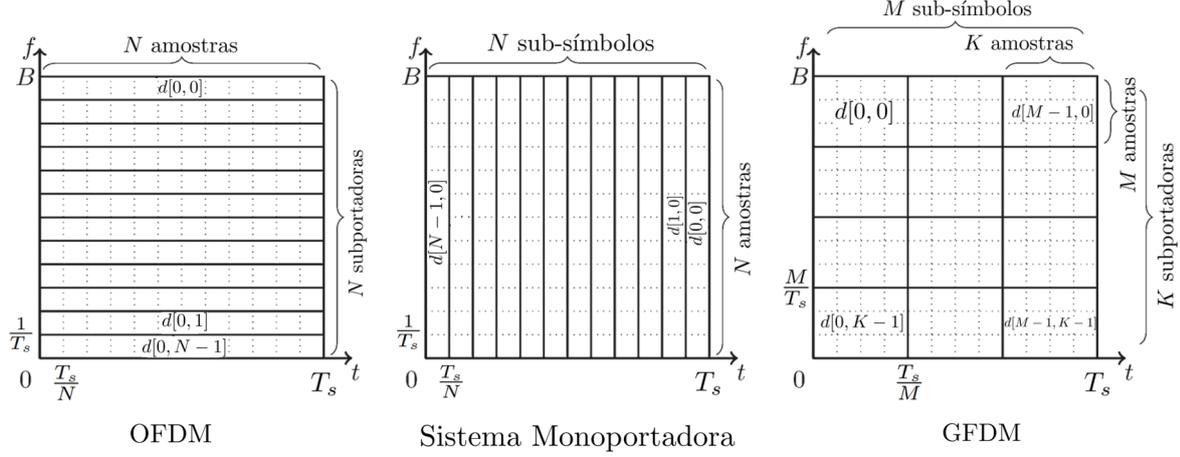


Figura 3.2: Comparação entre o bloco de símbolos do OFDM, sistema monoportadora e do GFDM. Adaptado de [Michailow et al. 2014]

Cada $d[m, k]$ será modificado por um formato de pulso com coeficientes $g_{m,k}$, sendo definido de acordo com o protótipo do filtro escolhido. A Eq. (3.1) mostra a saída do transmissor.

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d[m, k] g_{m,k}[n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (3.1)$$

$$g_{m,k}[n] = g[(n - mK)_N] e^{j\frac{2\pi}{K}nk}, \quad (3.2)$$

em que $g_{m,k}[n]$ é definido pela Eq. (3.2). A representação dos coeficientes do protótipo do filtro $g_{m,k}[n]$ mostra claramente que o filtro é deslocado circularmente, a um passo de K amostras no domínio do tempo. Isso é importante porque é o deslocamento circular que vai ser responsável por cuidar do atraso entre as colunas do bloco. Conforme [Towliat 2018], $(\cdot)_N$ representa o operador de módulo- N .

A modelagem do filtro será melhor abordada posteriormente. Após a transmissão por um canal, que será modelado por uma matriz circular \mathbf{H} , de tamanho $N \times N$, o sinal recebido será da forma apresentada pela Eq. (3.3), em que os termos \mathbf{y} , \mathbf{s} e \mathbf{w} representam as versões vetoriais das amostras do sinal recebido $y[n]$, do sinal enviado $s[n]$ e do ruído $w[n]$, respectivamente, considerando que $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w}. \quad (3.3)$$

Seguindo os passos feitos no Capítulo 2, uma abordagem matricial será usada para modelar o transmissor e o receptor GFDM, e as formas apresentadas serão abordadas com mais detalhes nas próximas seções. Para recuperar o sinal GFDM, o sinal na saída do canal \mathbf{y} ,

será equalizado por uma matriz \mathbf{Q} . Por fim, conforme abordagem já analisada no capítulo 2, basta uma operação do tipo mostrada pela Eq. (3.4) para recuperação do sinal. Na Eq. (3.4), $\tilde{\mathbf{s}}$ é o sinal recuperado na saída do demodulador GFDM:

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{Q}\mathbf{y}. \quad (3.4)$$

3.2.2 GFDM: Escolha do Filtro

Como anteriormente citado, uma das vantagens do GFDM é a redução da emissão nas subportadoras adjacentes, isso acontece porque a estrutura do GFDM permite uma maior flexibilidade com o uso de filtros para a modulação do sinal. Assim, a escolha do protótipo do filtro influenciará nas propriedades espectrais do sinal GFDM, inclusive na resposta da BER.

No Apêndice A é apresentado um estudo breve sobre filtros digitais lineares, caso seja do interesse do leitor. O estudo objetiva melhor compreender a construção do filtro e as considerações que se leva em conta, já que não é objeto a ser aprofundado no presente trabalho. Usados como referência para os desenvolvimentos do trabalho, [Farhang-Boroujeny 2015], [Martin 1998] e [Mirabbasi 2003] apresentam uma classe de filtros com resposta ao impulso finita baseado em um dos métodos de projetos apresentados no Apêndice. Comparando as Eqs. (A.10), (A.11), (A.12) e (A.13) do referido apêndice, com a Eq. (3.5), retirada de [Farhang-Boroujeny 2015], é possível ver que o sistema GFDM adota o que no Apêndice A foi chamado de tipo I das classes de filtros apresentadas.

$$g[n] = \begin{cases} c_0 + 2 \sum_{k=1}^{(K-1)/2} c_k \cos\left[\frac{2\pi kn}{L}\right], & 0 \leq n \leq L-1, \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (3.5)$$

em que L representa o tamanho do filtro, sendo definido por KN , com K se referindo ao fator de sobreposição e N sendo o espaçamento entre os zeros. Finalmente, a Eq. (3.5) é rearranjada para a Eq. (3.6). Esse formato mostra que o filtro é caracterizado por $2K - 1$ coeficientes \tilde{c}_k não zeros, quando se considera todo o L .

$$g[n] = \sum_{k=-K+1}^{K-1} \tilde{c}_k e^{j\frac{2\pi kn}{L}}, \quad (3.6)$$

em que

$$\tilde{c}_k = \begin{cases} c_k, & 0 \leq k \leq K-1. \\ c_{-k}, & -K+1 \leq k \leq -1. \end{cases} \quad (3.7)$$

Para ilustração, a seguir serão dados alguns exemplos de protótipos de filtros bastante utilizados pelos sistemas de comunicação, cujas funções de transferência possuem resposta em frequência do tipo retangular, cosseno levantado, triangular etc. Durante os estudos do

presente trabalho, os filtros que comumente apareceram nos estudos dos sistemas foram os filtros retangular, cosseno levantado e o filtro raiz do cosseno levantado, por este motivo eles serão os filtros representados. O filtro retangular foi visto no Capítulo 2, devido ao pulso retangular do OFDM. Já os filtros cosseno levantado e raiz do cosseno levantado são melhores explorados nos capítulos que se seguem, incluindo o presente capítulo. Em [Michailow et al. 2014], é possível obter as respostas em frequência para os filtros mencionados, representadas pelas Eqs. (3.8), (3.9) e (3.10), respectivamente.

$$G_{rect}[f] = \begin{cases} A, & -\tau \leq f \leq \tau, \\ 0, & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.8)$$

$$G_{rc}[f] = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \text{lin}_\alpha \left(\frac{f}{M} \right) \right) \right], \quad (3.9)$$

$$G_{rrc}[f] = \sqrt{G_{rc}[f]} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\pi \text{lin}_\alpha \left(\frac{f}{M} \right) \right) \right]}, \quad (3.10)$$

em que A representa a amplitude do filtro, $-\tau \leq f \leq \tau$ o intervalo de frequência, e lin_α uma função linear truncada que descreve a área de *roll-off*, representado por α , no domínio da frequência. Na Eq. (3.10), a definição de $\text{lin}_\alpha \left(\frac{f}{M} \right)$ é descrita em [Michailow et al. 2014], sendo definida por $\text{lin}_\alpha \left(\frac{f}{M} \right) = \min \left[1, \max \left[0, \left(\frac{1+\alpha}{2\alpha} + \frac{|f/M|}{\alpha} \right) \right] \right]$.

Dos três filtros, o filtro raiz do cosseno levantado será o mais explorado nos sistemas do GFDM deste trabalho. Essa escolha se dá pela sua facilidade de implementação e por ser tão amplamente usado nos sistemas tradicionais atualmente, devido a sua resposta.

3.2.3 Modulador GFDM

De posse da descrição do sinal GFDM, dos resultados obtidos para o filtro, e considerando a adaptação das Eqs. (3.6) e (3.7) para a notação em (3.2), escolhida para o filtro, será desenvolvido a implementação do modulador GFDM. Da mesma forma como foi feito anteriormente para o OFDM, a abordagem usada será matricial, para melhor caracterizar o que acontece no sistema. E para implementar o modulador, a Fig. 3.3 mostra como acontece o processo passo a passo.

Na Fig. 3.3, $d[n]$ representa o sinal gerado a ser transmitido, que será separado pelo conversor S/P e que modula as K subportadoras. Novamente, sendo K o número de subportadoras e M , de sub-símbolos, o sistema GFDM transmitirá um bloco de $N = KM$ amostras, que serão moduladas por um filtro, com o passo de deslocamento de K no domínio do tempo. As amostras $d[m, k]$, para $m = 0, 1, \dots, M - 1$, formam um vetor coluna que contém todos os m sub-símbolos e é da forma $\mathbf{d}_m = [d[m, 0], d[m, 1], \dots, d[m, k - 1]]$, possuindo $K \times 1$ amostras. O bloco GFDM será formado por todos os K vetores \mathbf{d}_m , conforme

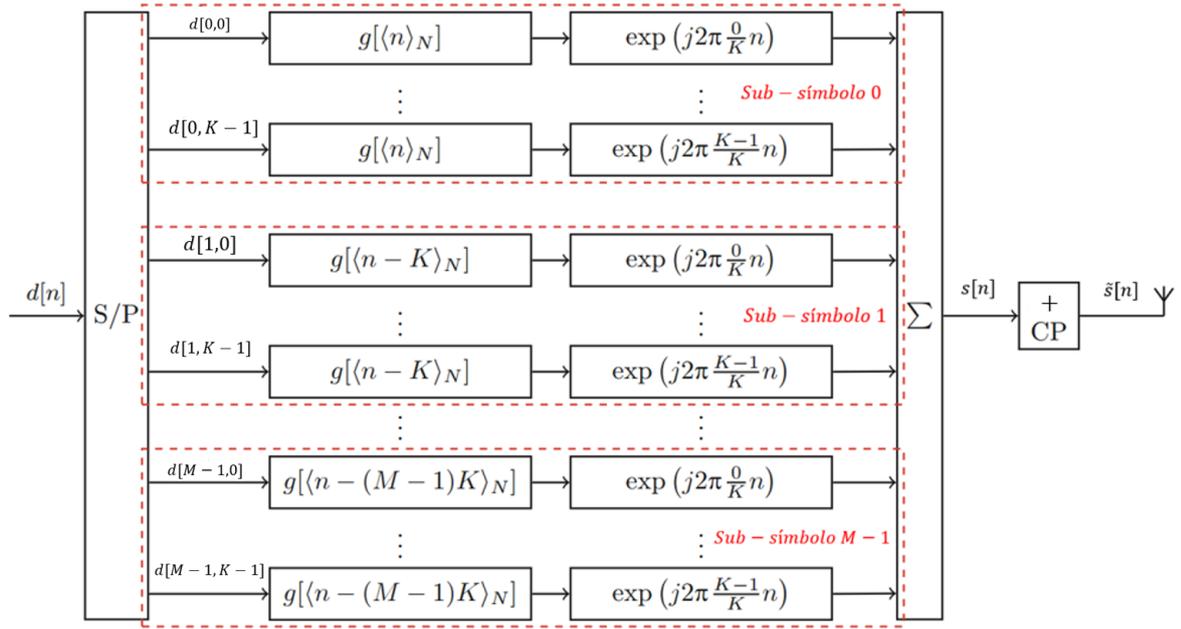


Figura 3.3: Diagrama de bloco do modulador GFDM. Adaptado de [Matthé et al. 2017]

a Eq. (3.11), em que $k = 0, 1, \dots, K - 1$. Portanto \mathbf{d} será formado por $N \times 1$ amostras. A partir do que se segue neste trabalho, todos os vetores apresentados sem notação na abordagem serão vetores coluna.

$$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_0^T, \mathbf{d}_1^T, \dots, \mathbf{d}_{M-1}^T]. \quad (3.11)$$

A sequência $s[n]$, da Eq. (3.1), também pode ser representado pela sua forma vetorizada, em que, considerando $n = 0, 1, \dots, N - 1$, \mathbf{s} é da forma mostrada na Eq. (3.12):

$$\mathbf{s} = [s[0], s[1], \dots, s[N - 1]]. \quad (3.12)$$

Conforme a Fig. 3.3, é possível ver que os coeficientes filtro podem ser representados matricialmente, e serão descritos por uma matriz circular chamada de \mathbf{M}_A . Para isso, será considerado que \mathbf{G}_m é uma matriz definida que possui todos os K coeficientes de $g_{m,k}[n]$ da forma mostrada abaixo:

$$\mathbf{G}_m = \begin{bmatrix} g_{m,0}[0] & g_{m,1}[0] & \dots & g_{m,K-1}[0] \\ g_{m,0}[1] & g_{m,1}[1] & \dots & g_{m,K-1}[1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m,0}[N-1] & g_{m,1}[N-1] & \dots & g_{m,K-1}[N-1] \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

A matriz \mathbf{M}_A , cujo formato é mostrado pela Eq. (3.14), será denominada a partir de agora de matriz de auto-interferência, devido a característica já discutida dos filtros, de permitir que

ocorra interferência do tipo ISI. Seu tamanho é de $N \times N$:

$$\mathbf{M}_A = [\mathbf{G}_0, \mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_{M-1}]. \quad (3.14)$$

A Fig. 3.3 que detalha o passo-a-passo envolvido na construção do modulador GFDM, pode não ser tão clara com relação a semelhança entre o GFDM e o OFDM. Para isso, é mostrado na Fig. 3.4 o modulador de forma detalhada, que permite ver porque o OFDM é usado como base para entender o GFDM. Isso porque duas são as operações que vão transparecer na Fig. 3.4, a presença da transformada de Fourier e do deslocamento circular, que trata do atraso. Ambas as operações também estão presentes na Fig. 3.3, podendo, entretanto, passar despercebido em uma análise mais superficial. Ambas as operações citadas são representadas nos blocos do filtro e da exponencial, $g[(n - (M - 1)K)_N]$ e $e^{j2\pi\frac{K-1}{K}n}$, respectivamente, da Fig. 3.3.

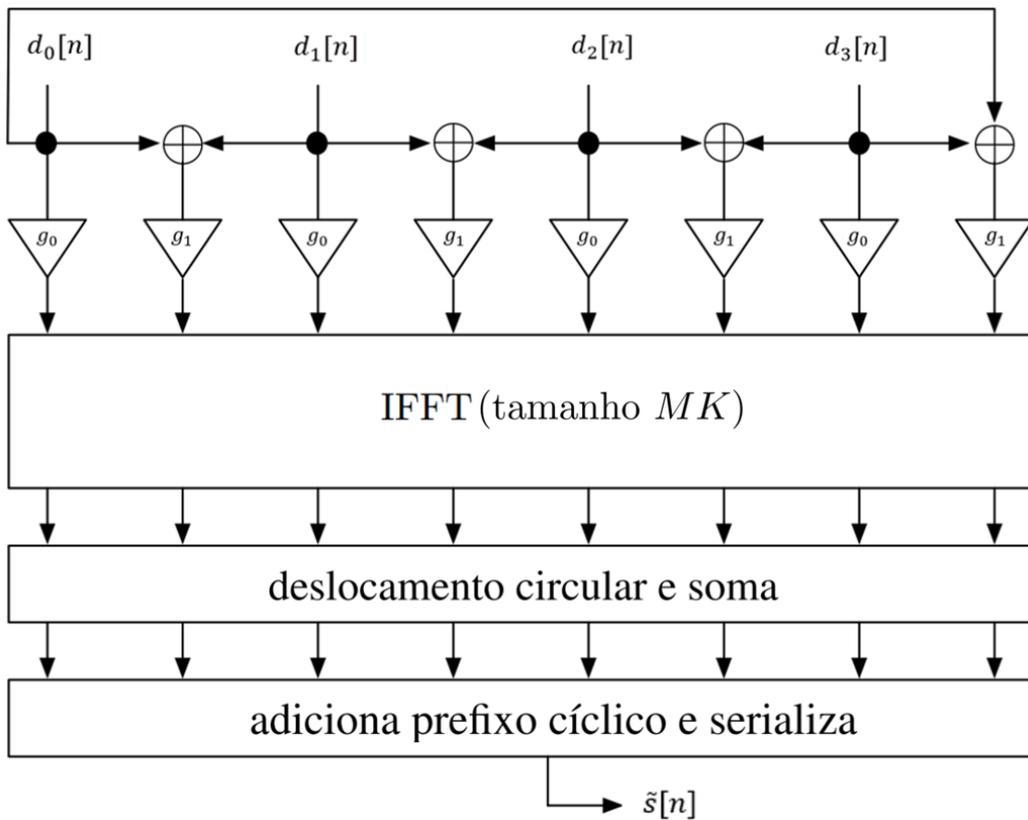


Figura 3.4: Implementação do modulador GFDM. Adaptado de [Farhang-Boroujeny 2015]

Por fim, voltando a abordagem matricial, o sinal GFDM descrito na Eq. (3.12), poderá ser reescrito pela Eq. (3.15). Por fim, para que a transmissão seja realizada, um prefixo cíclico será adicionado à \mathbf{s} , que possui $N \times 1$ amostras, para que a sobreposição entre dois blocos sucessivos seja evitada. Pela Fig. 3.3, pode ser visto que o prefixo cíclico é adicionado após a composição do sinal GFDM, ou seja, para todo o bloco de símbolos com N amostras e não mais para cada subportadora, como era no OFDM. Com isso, o GFDM se mostra como um

sistema mais eficiente no uso da banda do que o OFDM.

$$\mathbf{s} = \mathbf{M}_A \mathbf{d}. \quad (3.15)$$

A Fig. 3.5 consegue deixar transparente a modulação do GFDM, tal como foi abordado até aqui. Nela pode-se observar o bloco de símbolos que será transmitido, modulado por um filtro do tipo mostrado pela Eq. (3.2). Também é possível observar a interferência interportadora no domínio do tempo e da frequência, causada pelo uso desses filtros, como foi amplamente discutido até o presente momento. Entendendo o sinal GFDM que será transmitido, é possível entender a importância de uma recepção eficiente, capaz de eliminar essa interferência.

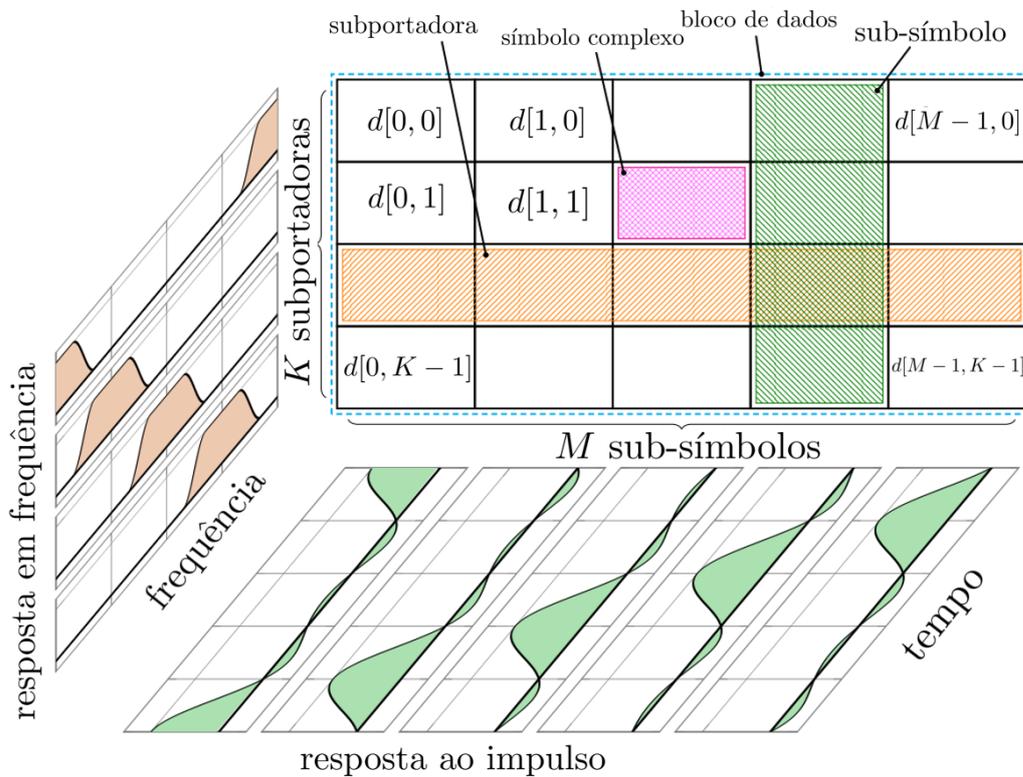


Figura 3.5: Sinal GFDM. Adaptado de [Gaspar 2016]

3.2.4 Demodulador GFDM

Para o demodulador GFDM, as abordagens matriciais já vistas para o OFDM serão trazidas novamente. Considerando novamente que \mathbf{H} é a matriz do canal e \mathbf{w} , o vetor ruído, a saída do canal é representada pela Eq. (3.16):

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w}. \quad (3.16)$$

Recordando do que foi dito no início, ao permitir interferência, o GFDM se propõe a

Tabela 3.1: Receptores do GFDM

Receptor	Equação \mathbf{Q}
ZF	$\mathbf{Q} = (\mathbf{H}\mathbf{M}_A)^{-1}$
MF	$\mathbf{Q} = \mathbf{M}_A^H \mathbf{H}^{-1}$
MMSE	$\mathbf{Q} = (\mathbf{R}_w + \mathbf{M}_A^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{M}_A)^{-1} \mathbf{M}_A^H \mathbf{H}^H$

compensar com uma recepção eficiente. De acordo com [Towliat 2018], três são os receptores disponíveis para o GFDM: receptor ZF, MF e o MMSE. A Tabela 3.1 mostra a matriz de recepção \mathbf{Q} de cada um dos receptores considerados. Para o receptor MMSE, \mathbf{R}_w representa a matriz de covariância do ruído.

Considerando \mathbf{Q} a matriz de recepção para o sinal e os conceitos que o OFDM já trouxe, é possível recuperar os símbolos \mathbf{d} por Eq. (3.17). Para isso, é importante ver que a Eq. (3.16) pode ser reescrita por $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{M}_A\mathbf{d} + \mathbf{w}$. Para a recuperação do sinal, representado por $\tilde{\mathbf{d}}$, basta que \mathbf{y} seja substituído na Eq. (3.15).

$$\tilde{\mathbf{d}} = \mathbf{Q}\mathbf{y}. \quad (3.17)$$

Por fim, basta apenas definir quem é \mathbf{Q} e entender qual o seu efeito na recuperação do sinal. Cada um dos três filtros apresentará uma matriz \mathbf{Q} diferente, conforme descrito pela Tabela 3.1, e portanto uma resposta diferente dentro do sistema a que se insere. Conforme [Towliat 2018], o ZF, de implementação mais simples que os outros, é capaz de remover completamente a interferência causada pelo filtro e pelo canal. Em troca, ele gera mais ruído, permitindo um aumento da potência resultante deste. Já o MF, é capaz de evitar qualquer aumento na potência do ruído, entretanto, como \mathbf{M}_A não é ortogonal, ele é incapaz de remover completamente a interferência causada por ela. Por fim, O MMSE consegue estabelecer um compromisso entre os dois aspectos, ou seja, entre a remoção da interferência e o ruído. Não eliminando a interferência completamente, mas também diminuindo sem que o ruído aumente. Ao final, o MMSE será capaz de apresentar um desempenho melhor que os desempenhos de ZF e MF. A Tabela 3.2 resume os conceitos abordados.

3.2.5 Ruído

Conforme abordado, cada receptor apresentado permite que o sistema possua uma resposta diferente com relação ao ruído acrescido pelo canal. Pela Tabela 3.1, é possível ver que as respostas desses receptores dependem da matriz de auto-interferência do sistema e da matriz do canal.

Portanto para entender como a escolha do receptor influencia na percepção do ruído pelo sistema, será definido uma métrica matemática chamada de NEF (*noise enhancement factor*, do inglês, fator de aumento do ruído), que pode ser definido como $\eta = \|\mathbf{M}_A^{-1}\|^2$.

Tabela 3.2: Resposta dos Receptores do GFDM

Receptor	Resposta quanto à Interferência	Resposta quanto ao Ruído
ZF	Remoção completa da interferência	Aumento da potência do ruído
MF	Remoção parcial da interferência	Sem aumento da potência do ruído
MMSE	Remoção parcial da interferência	Aumento parcial da potência do ruído

Tabela 3.3: Parâmetros de Simulação

Parâmetro	Valor
Modulação	16-QAM
Número de subportadoras (K)	64
Número de sub-símbolos (M)	7
<i>Roll-off</i> α	0,1; 0,5; 0,9
Filtro $g_{k,m}[n]$	Raiz do cosseno levantado
Receptor	ZF, MF
Ordem do Canal (L)	4

Quando uma matriz é normalizada, seu fator NEF é igual a um. Idealmente, deseja-se que o NEF seja sempre igual a um, dessa forma têm-se matrizes unitárias com valores singulares pequenos. Para o GFDM, por exemplo, $\eta > 1$ sempre, isso porque só é possível alcançar um NEF ideal quando se usa um filtro perfeitamente retangular. Já foi visto no Capítulo 2 que isso acontece no OFDM.

3.3 Sistema: modelo e parâmetros

Após os conceitos estudados, considerando o modelo já amplamente conhecido do GFDM, representado pela Fig. 3.6, é possível descrever de forma breve o funcionamento do sistema, recordando o que foi abordado até o presente.

O sinal inicial com N amostras, forma o bloco GFDM de K subportadoras e M sub-símbolos. O bloco é separado por um conversor serial-paralelo S/P e depois modulado conforme algum tipo de modulação escolhida para melhor atender as características do sistema de comunicação. Na saída do modulador, têm-se os símbolos complexos.

Os símbolos passam por um filtro deslocado circularmente, que também será definido conforme as características requisitadas. Para as simulações, será escolhido o filtro raiz do cosseno levantado. A saída do filtro é levada ao domínio do tempo, utilizando os conceitos da transformada de Fourier inversa. Por fim, um prefixo cíclico é acrescentado antes da entrada no canal e o sinal é enviado. Na saída do canal, o prefixo cíclico é retirado, o sinal é então trazido para o domínio da frequência por meio da FFT. A recepção acontece por uma equalização, conforme escolha do receptor, descrita pela Eq. (3.17).

Para a análise do sistema, a Tabela 3.3 descreve os parâmetros que serão utilizados nas simulações.

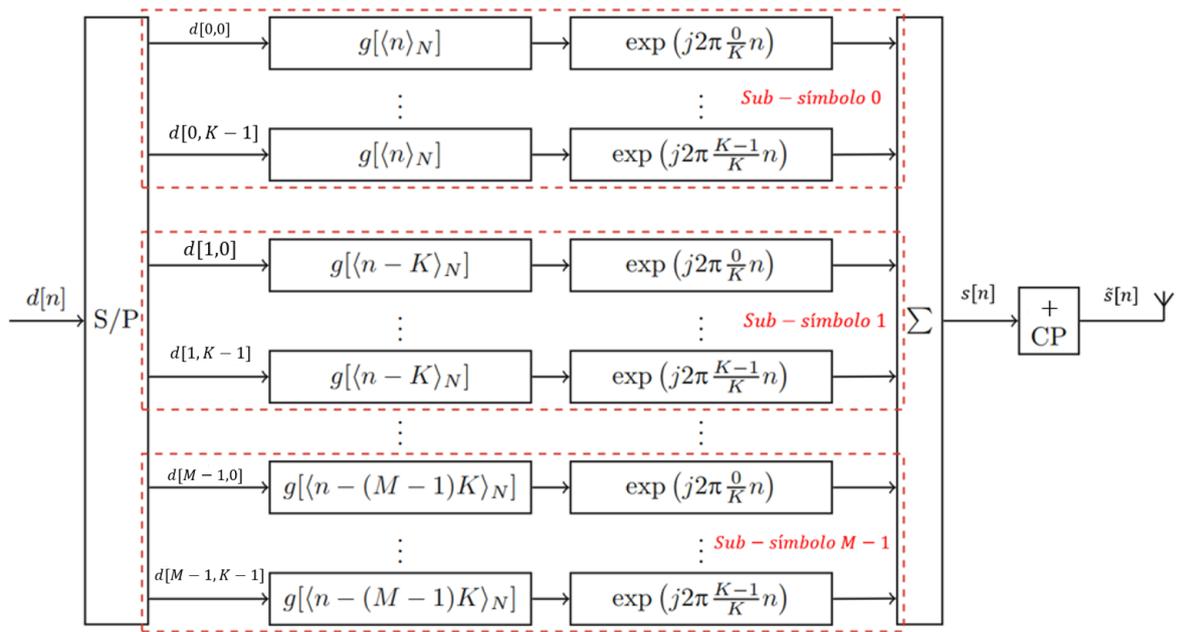


Figura 3.6: Diagrama de bloco do modulador GFDM. Adaptado de [Matthé et al. 2017]

Será usado um filtro do tipo raiz do cosseno levantado devido sua grande de utilização nos sistemas atuais, além de fácil implementação. Para isso, considerar-se-á três fatores de *roll-off* α diferentes para análise de sua influência na resposta do sistema.

Com relação à recepção, serão escolhidos para análise os receptores ZF e MF, para fins de comparação entre os dois. Por fim, para análise, será considerado apenas a modulação 16-QAM para a comparação entre os sistemas. Não sendo a única modulação possível.

3.4 Resultados de simulação

Para o sistema GFDM, abrir mão da ortogonalidade e usar um filtro para emissão fora da banda torna a escolha do filtro importante. Assim como a melhor escolha para o fator de *roll-off* α , uma vez que este influência no aumento da potência do ruído que o sistema detecta.

Para as simulações que se seguem, foi escolhido um filtro raiz do cosseno levantado e para a escolha do fator α , que será responsável pelo aumento da banda do filtro, tornando o sinal se torne mais suscetível à ruído, foram simulados diferentes casos. A Fig. 3.7 mostra o desempenho do GFDM considerando um receptor ZF, com diferentes escolhas para α , sendo $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$. Para a simulação, está sendo usado 16-QAM, $K = 64$ subportadoras e $M = 7$ sub-símbolos.

Quando $\alpha = 0,1$, o filtro é mais seletivo, apresentando um decaimento mais abrupto. Com um filtro mais seletivo, a interferência que ele causa nas portadoras adjacentes é mínimo, o que faz com que o GFDM se assemelhe à estrutura do OFDM. Sendo assim, o desempenho do GFDM vai se comportar de forma semelhante ao desempenho do OFDM.

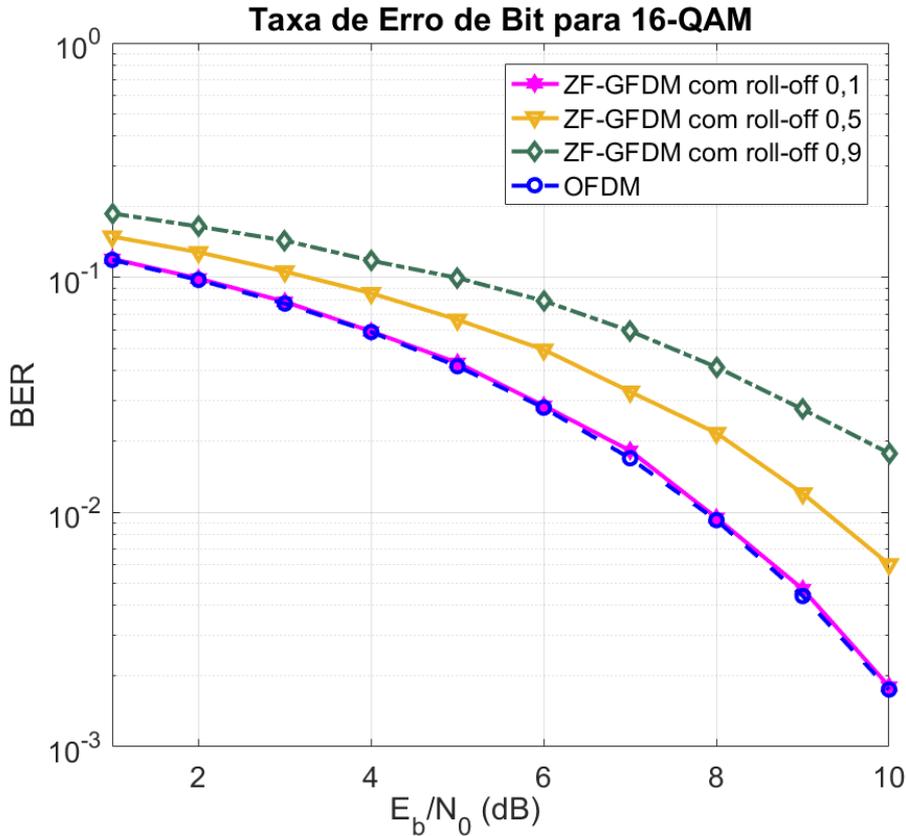


Figura 3.7: BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o ZF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal AWGN. Para valores de $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$.

Esse resultado pode ser visto pela Fig. 3.7, em que o GFDM com $\alpha = 0,1$ apresenta uma curva BER vs. $\frac{E_b}{N_0}$ igual à curva do OFDM.

Entretanto, a medida que α aumenta maior a interferência gerada pelo filtro, e o sinal sofre maior degradação devido ao aumento do ruído. A Fig. 3.7 mostra que, para $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$, o desempenho do GFDM vai se tornando menor quando comparado ao OFDM e ao próprio GFDM com $\alpha = 0,1$, conforme esperado.

Foi abordado que o receptor MF não é capaz de eliminar completamente a interferência do sistema, apresentando uma degradação de desempenho que o receptor ZF não possui. A Fig. 3.7 mostra isso, quando o receptor ZF para $\alpha = 0,1$ apresentou um desempenho ótimo, em que o GFDM apresenta a mesma resposta da curva para o OFDM. Dessa forma, o receptor ZF foi capaz de eliminar completamente essa interferência. Entretanto, para o receptor MF isso não se mantém, conforme era esperado.

A Fig. 3.8 mostra que as respostas esperadas para cada receptor, que estão descritas na Tabela 3.2, se mantém nas simulações. A Fig. 3.8 faz uma comparação do desempenho do GFDM usando os dois receptores. Nela é possível ver que o desempenho do GFDM quando usa o receptor MF é pior se comparado ao desempenho do sistema quando o receptor se dá com o ZF. Para as simulações de ambos os estão sendo considerados os parâmetros 16-QAM,

$K = 64$, $M = 7$ e $\alpha = 0, 1$.

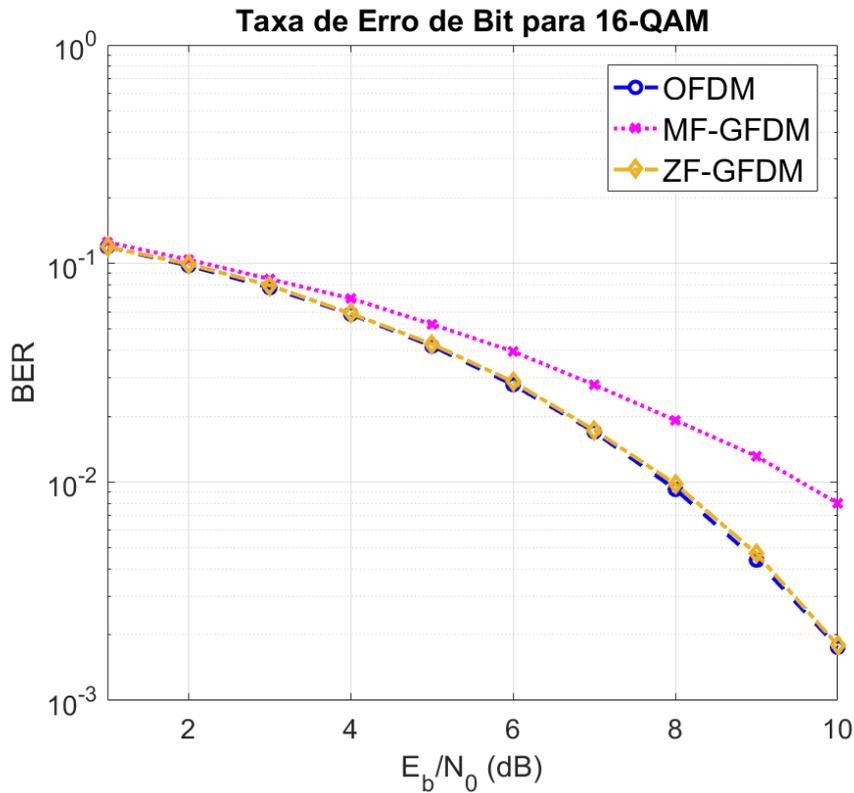


Figura 3.8: BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o MF-GFDM e o ZF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$ e $\alpha = 0, 1$, no canal AWGN.

Da mesma forma feita anteriormente, será analisado o desempenho do GFDM usando um receptor MF. A simulação mostrada na Fig. 3.9 para diferentes valores de α mostra o quanto a degradação dada pelo fator de *roll-off*, juntamente com a resposta do MF, é capaz de degradar o desempenho do sistema.

É importante citar que o sistema desenvolvido para este trabalho não faz qualquer tratamento extra para cancelamento de interferência no uso do MF. De acordo com [Towliat 2018], um tratamento para cancelamento de interferência sucessiva é necessário para mitigar a interferência após o receptor MF, por causa de suas características de resposta já observadas.

Ao reproduzir os resultados para um canal seletivo em frequência, simulado com as mesmas características do canal seletivo para o sistema OFDM, novamente um canal com ordem $L = 4$. Nas Figs. 3.10(a) e 3.10(b), ambos os sistemas estão sendo simulados com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$ e para diferentes valores de *roll-off*. É possível ver que as características de resposta se mantêm entre os diferentes fatores α , isso quer dizer, que ambos os sistemas respondem melhor, quanto menor for α .

As Figs. 3.10(a) e 3.10(b) mostram novamente uma degradação no desempenho dos sistemas, quando comparados ao desempenho dos mesmos na presença do canal AWGN. É

possível ver que o canal seletivo causa mais degradação no ZF-GFDM, pois apesar dele ser capaz de eliminar a interferência, ele sofre aumento na potência do ruído.

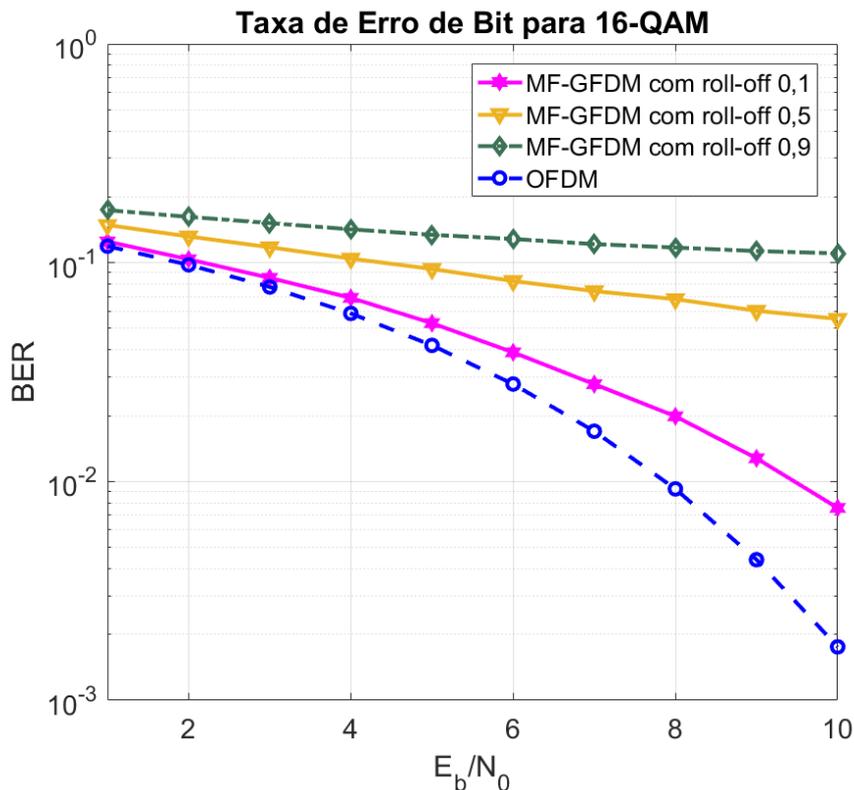


Figura 3.9: BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o MF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal AWGN. Para valores de $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$.

O esquema do GFDM é capaz de alcançar uma robustez muito maior que o OFDM. Isso acontece porque cada subportadora é formada por sub-símbolos. Quanto maior for a escolha para o M , menos suscetível à interferência o sistema vai ser, entretanto maior será a latência do sistema. Nas simulações isso pôde ser observado quando foi considerado um valor de $M = 31$. O tempo de processamento do sistema aumentava bastante independente da escolha para K . Para mais informações sobre essa característica do GFDM, basta consultar [Michailow et al. 2014].

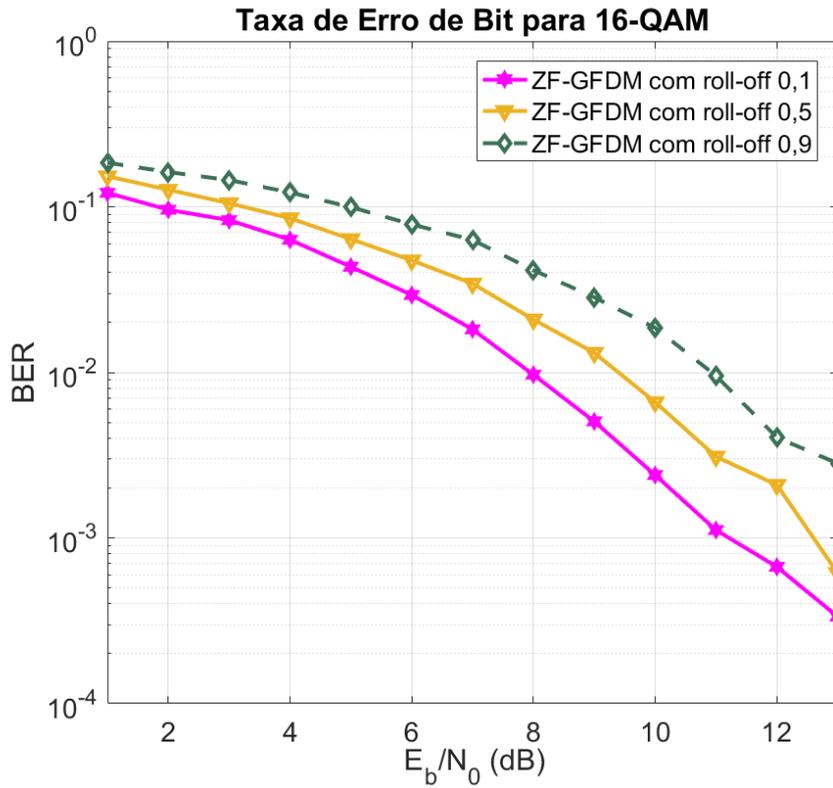
A escolha de M permite que GFDM apresente uma melhor performance na presença de um canal seletivo do que o OFDM, pois de acordo com [Michailow et al. 2014], o uso dos sub-símbolos promove uma melhor resolução espectral, que permite uma melhor equalização do sinal. Isso faz com que o GFDM consiga mitigar melhor a seletividade em frequência. Dessa forma, comparando a resposta do OFDM na presença de um canal seletivo, nas Figs. 2.10(a) e 2.10(b), com o desempenho do ZF-GFDM e do MF-GFDM, nas Figs. 3.10(a) e 3.10(b), é possível ver que o GFDM é capaz de obter melhor desempenho do que o OFDM.

Por fim, de acordo com [Towliat 2018] e com [Farhang et al. 2016] é possível fazer uma estimativa para comparação da complexidade computacional entre os sistemas utilizando-

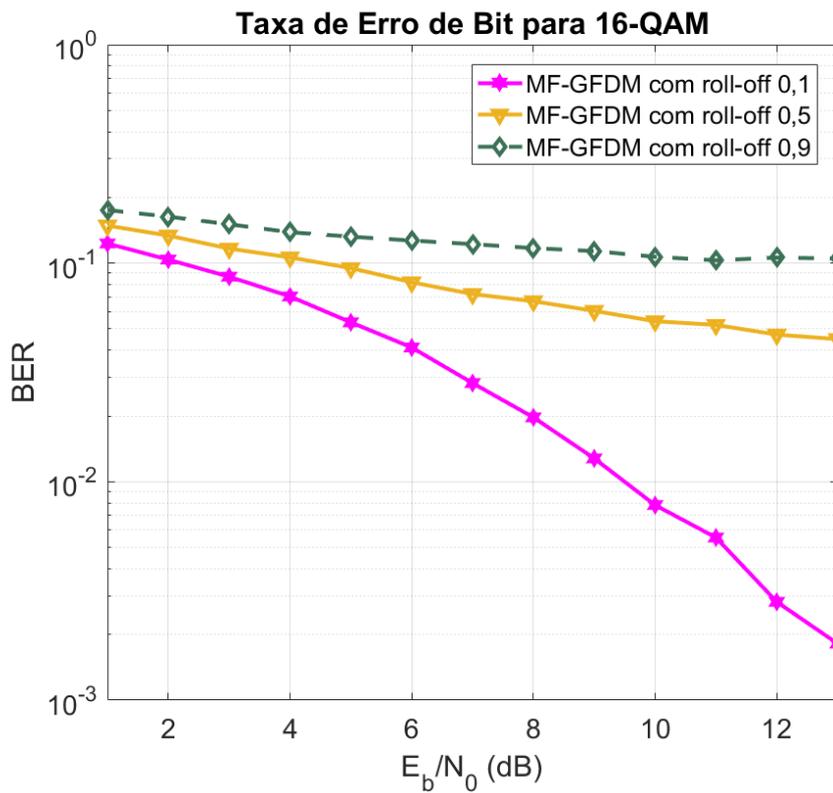
se o NCM (*number of complex multiplications*, do inglês, número de multiplicações complexas) que seus receptores exigem. Para o receptor OFDM conforme o desenvolvido no Capítulo 2, a complexidade computacional seria de aproximadamente $\frac{\log_2(N)}{2}$. Enquanto que para o GFDM, para os dois receptores abordados, essa complexidade seria aproximadamente $MK(\log_2 MK + \log_2 M + P)$, em que P , representa *span* do filtro.

As Figs. 3.11(a) e 3.11(b) fazem uma comparação da complexidade entre o sistema de recepção do OFDM que foi implementado no Capítulo 2, e do GFDM. No caso do GFDM, a complexidade é a mesma para os dois receptores estudados, MF e ZF. Essa simplificação se dá por causa das considerações feitas para os dois receptores, sem qualquer tratamento extra para ambos.

Como já foi dito, cada subportadora do GFDM agora possui M sub-símbolos, enquanto que no OFDM esse valor de sub-símbolos era igual a um. Isso aumenta a complexidade computacional do esquema e conseqüentemente o tempo de processamento deste, como já abordado. As Figs. 3.11(a) e 3.11(b) mostram esse comportamento do sistema. Para as simulações, o valor de K do GFDM foi fixado para melhor visualização e comparação dos esquemas, considerando $K = 32$, $K = 64$, $K = 128$ e $K = 256$. Note que para comparação da complexidade computacional de ambos os esquemas, é preciso considerar o ponto em que as curvas do GFDM possuem $M = 1$, assim como no OFDM, e comparar para os diversos K . Por fim, foi usado um valor de $P = 1$ para o *span* do filtro.

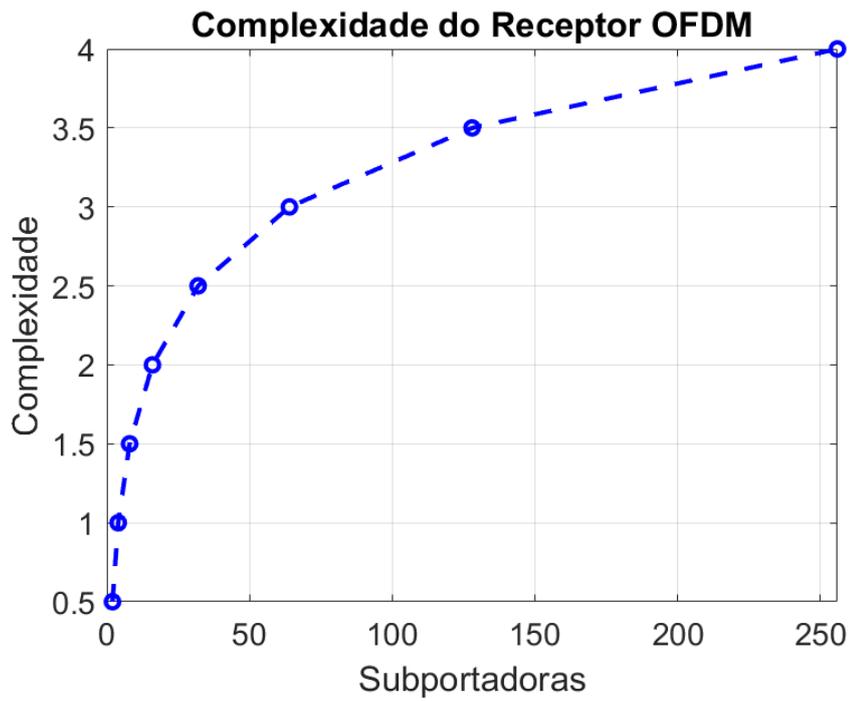


(a) BER do ZF-GFDM em resposta a um canal seletivo, com modulação 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$. Para valores de $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$.

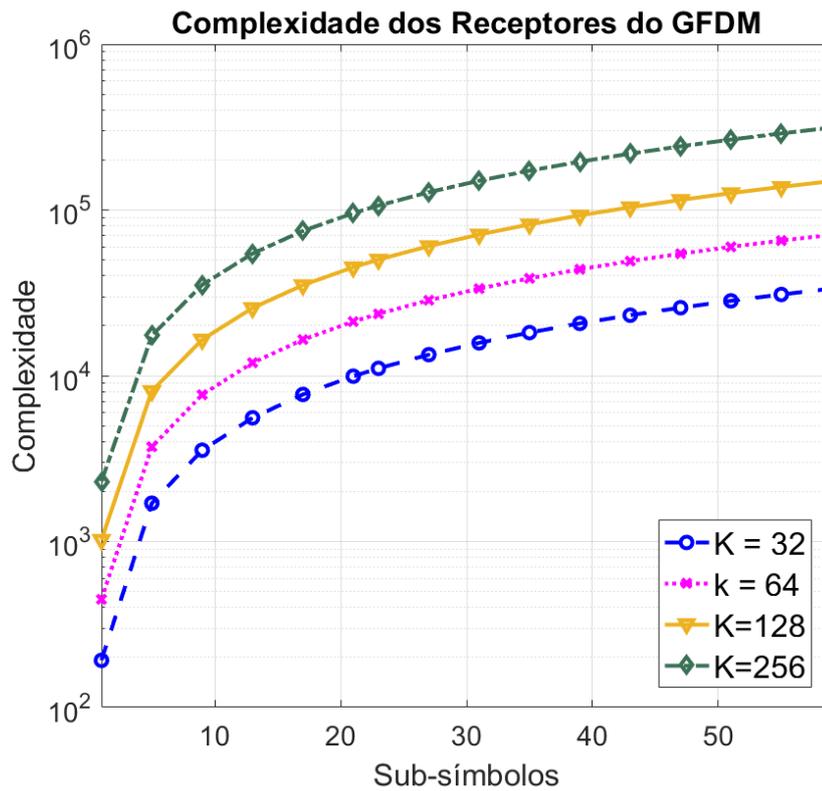


(b) BER do MF-GFDM em resposta a um canal seletivo, com modulação 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$. Para valores de $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$.

Figura 3.10: BER para o ZF-GFDM e MF-GFDM em resposta a um canal seletivo.



(a) Complexidade computacional do OFDM.



(b) Complexidade computacional do GFDM.

Figura 3.11: Complexidade computacional do OFDM e do GFDM

3.5 Conclusão

O GFDM surgiu em um contexto de desenvolvimento das novas tecnologias para o 5G, como uma alternativa para substituição ao OFDM. Isso porque algumas exigências dessas novas tecnologias, não eram preenchidas pelo OFDM. Além disso, o OFDM é um sistema que usa o prefixo cíclico para cada subportadora, perdendo com isso eficiência de banda. Nesse quesito, o GFDM adiciona um prefixo cíclico por bloco, ou seja, após todo o processamento do sinal de entrada, antes do envio do sinal GFDM é adicionado apenas um prefixo cíclico para todo o sinal. Isso permite que o sistema apresente uma eficiência de banda ainda maior que o OFDM.

O GFDM começa por abrir mão da ortogonalidade exigida pelo OFDM. Sua estrutura de modulação é formada por um protótipo de filtro que vai modular cada subportadora, uma técnica que permite que a emissão fora da banda possa ser reduzida. Apesar disso, o uso de filtros leva à uma auto-interferência gerada entre os símbolos transmitidos, permitindo que ocorra interferência. Isso faz com que o GFDM encontre a necessidade de compensar a interferência nos receptores.

Três são os receptores disponíveis para o GFDM, MF, ZF e MMSE. Nenhum dos três é capaz de eliminar completamente a interferência, sem causar aumento na potência do ruído. No trabalho foram analisados a resposta de dois deles, o receptor ZF e o receptor MF. Conforme visto nos resultados, o receptor ZF é capaz de apresentar um desempenho melhor do que o receptor MF. Isso porque ele é capaz de eliminar completamente a interferência, coisa que o MF não é capaz. Entretanto, o receptor ZF permite aumento da potência do ruído, o que pode ser um problema quanto maior for a SNR.

Então, foi visto que a escolha coerente para o filtro e seus parâmetros se torna importante para o desempenho do sistema. Uma vez que quando se alterou o fator de *roll-off*, ambos os receptores apresentaram degradação do desempenho na presença de um canal AWGN. Mostrando mais uma vez que ambos os receptores apresentam problemas na detecção do sinal. Dessa forma, apenas quando o fator de *roll-off* é baixo, o GFDM consegue alcançar o desempenho do OFDM, independente do receptor escolhido.

Na presença de um canal seletivo, conforme esperado, o sistema apresenta maior distorção de seu desempenho, além disso os resultados para diferentes fatores *roll-off*, se repetiram. Mostrando que o sistema sofre maior degradação de seu desempenho a medida que aumenta-se α .

Por fim, viu-se que o sistema GFDM é um sistema com maior complexidade do que o sistema OFDM.

Diante dos resultados de desempenho apresentados pelos receptores do sistema GFDM, a seguir será desenvolvido uma técnica de transmissão dos símbolos do GFDM, que permite que mitigar a interferência sem que se aumente o ruído do sistema. Essa novo esquema de transmissão codificada dos símbolos será chamado de CGFDM.

Capítulo 4

Coded-Generalized Frequency Division Multiplexing (CGFDM)

4.1 Introdução

O Capítulo 3 apresentou a descrição do GFDM, que é um sistema que se utiliza de pulsos não ortogonais na transmissão, abrindo mão da ortogonalidade entre as subportadoras. Essa escolha traz, como consequência imediata, que os símbolos transmitidos apresentarão sobreposição entre suas subportadoras adjacentes, permitindo que ocorra interferência entre elas, interferência conhecida como ICI. A ICI pôde ser matematicamente descrita em termos de uma modelagem pela matriz de auto-interferência do modulador, que tem sua composição baseada pelos coeficientes de pequenos valores singulares do filtro, conforme descrição em [Towliat 2018].

Como amplamente discutido no Capítulo 3, qualquer ação para eliminar ou compensar a ICI, afetará o desempenho do sistema no lado do receptor do GFDM. A depender da escolha que se fizer para o receptor, a eliminação da interferência pode ser completa, mas com o custo de aumento da potência do ruído, ou ainda a potência do ruído pode não ser afetada, mas o sistema não será capaz de eliminar a ICI completamente. A Tabela 3.1, que foi apresentada no Capítulo 3, mostrou um resumo dos desempenhos que cada receptor do GFDM pode alcançar. Nesses receptores, os valores singulares da matriz de auto-interferência levam ao ruído, o que degrada o desempenho do sistema no processo de remoção da interferência.

O CGFDM é um sistema que usa uma técnica que transmite uma versão codificada dos símbolos. Essa codificação dos símbolos leva a uma nova matriz de auto-interferência cujos valores singulares são iguais a um, sendo portanto uma matriz unitária. Essa característica da matriz de modelagem do sistema permite que a interferência seja removida sem que se tenha aumento na potência do ruído.

Ao final do processo de transmissão do sinal CGFDM, uma recepção simples com um receptor MF poderá ser usada para remover completamente a interferência mencionada an-

teriormente, desempenho que esse receptor não é capaz de alcançar no GFDM, como visto. Soma-se a esse fato a vantagem de não haver degradação devido ao aumento do nível de ruído.

O modelo do sistema CGFDM segue uma modelagem similar à do GFDM. De fato, o GFDM será usado como base para aquele. Assim, faz-se necessário retomar de forma breve alguns conceitos já estudados anteriormente.

No Capítulo 3 foi visto que o sinal GFDM tem uma estrutura em bloco composta por K subportadoras e M sub-símbolos. Cada bloco do GFDM possui $N = K \times M$ amostras complexas \mathbf{d} , em que os símbolos complexos $d[m, k]$ serão modulado por um filtro cujos coeficientes são representados por $g_{m,k}$. A saída do transmissor é mostrada pela Eq. (4.1):

$$s[n] = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d_{m,k} g_{m,k}[n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (4.1)$$

A Eq. (4.2) define cada coeficiente $g_{m,k}[n]$, cuja representação matricial forma a estrutura das matrizes dos coeficientes \mathbf{G}_m , descritas no Capítulo 3. Por fim, com as matrizes \mathbf{G}_m , de tamanho $N \times K$, é possível obter a matriz de auto-interferência do sistema $\mathbf{M}_A = [\mathbf{G}_0, \mathbf{G}_1, \dots, \mathbf{G}_{M-1}]$, de tamanho $N \times N$.

$$g_{m,k}[n] = g[(n - mK)_N] e^{\frac{j2\pi}{K} nk}. \quad (4.2)$$

O sinal recebido será da forma apresentada pela Eq. (4.3) e a recuperação do sinal GFDM na saída do canal, \mathbf{y} , será obtida por meio de equalização. Para a modelagem matemática, a representação para a matriz de equalização foi definida anteriormente como \mathbf{Q} . Conforme abordagem já analisada no Capítulo 2, basta uma operação do tipo mostrada pela Eq. (4.4), para se obter a versão recebida do sinal transmitido. Novamente, $\tilde{\mathbf{s}}$ é o sinal recuperado na saída do demodulador GFDM.

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{w}, \quad (4.3)$$

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{Q}\mathbf{y}. \quad (4.4)$$

Sabendo que o GFDM será usado como base para a modelagem do sistema CGFDM e de posse do modelo do GFDM que foi apresentado, é importante apontar que a principal característica em que ambos se diferenciam com relação às suas modelagens, se refere à transmissão em blocos. Enquanto que o GFDM é formado por um bloco com N amostras dos símbolos complexos modulados por um filtro, o sinal CGFDM apresenta dois blocos consecutivos de $2N$ amostras. Cada um destes blocos apresentará a mesma modelagem, mas se diferenciarão com relação aos seus símbolos complexos, que apresentarão formações invertidas.

Assim, com a transmissão codificada dos símbolos, o sistema apresentará uma matriz de auto-interferência unitária, cuja característica permite que a interferência seja removida sem que se tenha aumento da potência do ruído, e sem que se precise de um processo de recepção complexo.

O presente capítulo traz a formulação do sinal CGFDM, que terá como base o modelo descrito no Capítulo 3. Será mostrado os principais aspectos do sistema CGFDM, seu desempenho para os parâmetros escolhidos e uma comparação com o desempenho do GFDM.

4.2 Modelagem Matemática do CGFDM

4.2.1 Modulador e Demodulador CGFDM

De acordo com [Towliat 2018], a transmissão do sinal do sistema do CGFDM é feita em duas etapas, em que os símbolos $d_{m,k}$ serão transmitidos em dois blocos com $2M \times K$ amostras cada, não mais em apenas um bloco de $M \times K$, como no GFDM. O processo de transmissão segue o mesmo esquema do sistema base, o GFDM, e será vista com detalhes adiante.

É preciso garantir a sincronização da transmissão entre os dois blocos, para que eles sejam transmitidos sequencialmente. O primeiro bloco de símbolos será chamado de bloco regular e, o segundo, de bloco invertido. É uma escolha feita para facilitar a construção do texto ao longo do trabalho.

4.2.1.1 Transmissão do Bloco Regular

Usando os conceitos e as notações apresentadas para o GFDM, a Eq. (4.5) representa o sinal CGFDM na entrada do canal. O primeiro ponto de divergência com relação ao GFDM que é importante citar se refere ao fato de que o sinal CGFDM é composto por 2 vezes a quantidade de sub-símbolos em cada subportadora do símbolo, possuindo uma janela maior que o sinal GFDM. Isso impacta no tamanho do filtro, que deverá aumentar proporcionalmente.

$$s'[n] = \sum_{m=0}^{2M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d'_{m,k} g'_{m,k}[n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (4.5)$$

em que $d'_{m,k}$ representa cada símbolo transmitido no m -ésimo instante de tempo (sub-símbolo) da k -ésima subportadora, e $g'_{m,k}[n]$ representa o coeficiente do filtro. No modulador do CGFDM, o banco de filtros $g'[n]$ é formado por uma versão deslocada no tempo-frequência do filtro do GFDM, $g[n]$. Sendo assim, a Eq. (4.2) na descrição do GFDM, se torna nesse sistema a Eq. (4.6). Note que há um fator para normalização da potência do sinal

$s'[n]$, sendo de $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$g'_{m,k}[n] = \frac{1}{\sqrt{2}}g \left[\left(n - m\frac{K}{2} \right)_N \right] e^{\frac{j2\pi}{K}nk}. \quad (4.6)$$

Analisando as Eqs. (4.2) e (4.6), é possível notar que o passo de deslocamento no domínio do tempo do filtro do sistema GFDM é de K , enquanto que o filtro do CGFDM é deslocado a um passo de $\frac{K}{2}$. Já considerando a análise no domínio da frequência, o passo de deslocamento permanece o mesmo ambos os sistemas, sendo de $\frac{1}{K}$. A Fig. 4.3 é ilustrativa e mostra a relação que ambos os filtros possuem, nela foi considerado um filtro do tipo raiz do cosseno levantado para responder um sistema GFDM com $K = 8$ e $M = 3$. Pela Fig. 4.3 é possível ver que o filtro para o CGFDM é duas vezes maior que o filtro para o GFDM, conforme visto. A importância desse conceito será visto mais adiante.

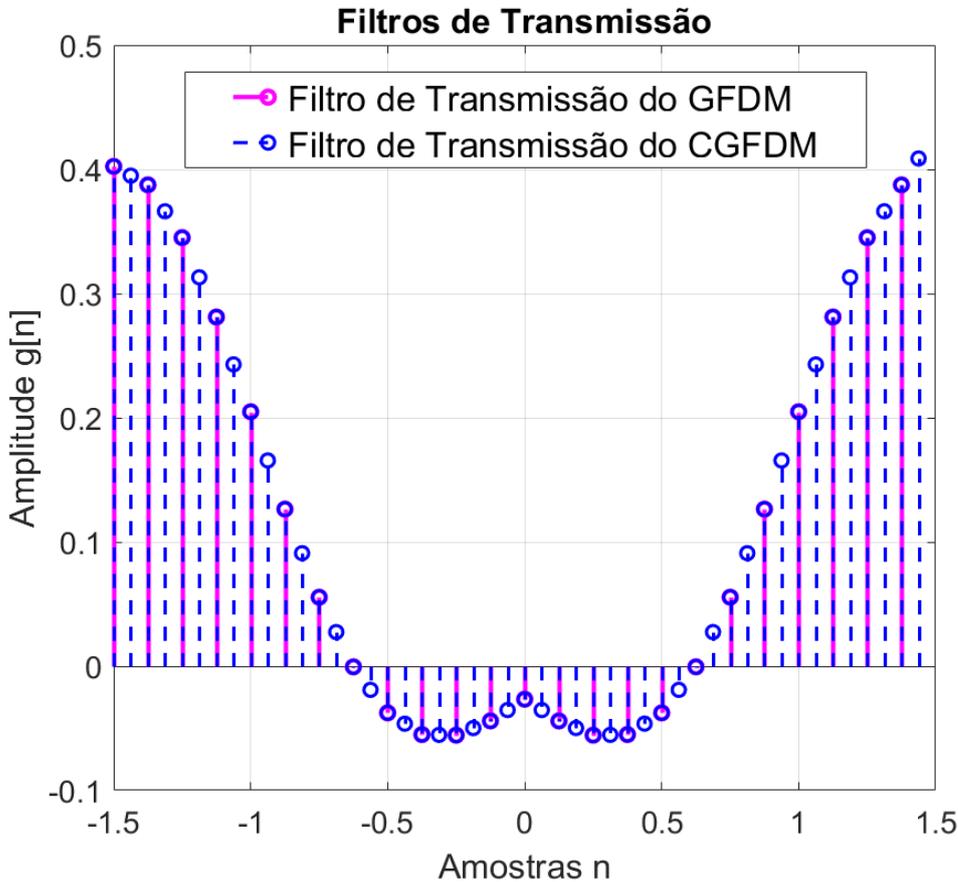


Figura 4.1: Filtro de transmissão do GFDM e do CGFDM considerando um filtro com tamanho de $K = 8$ e $M = 3$.

A abordagem para entender a organização do sistema não será diferente da abordagem dos capítulos anteriores, ou seja, utilizando a apresentação matricial. Seguindo o mesmo padrão do Capítulo 3, primeiro será definido um vetor coluna de símbolos \mathbf{d}' , representado pela Eq. (4.7). Este vetor contém as amostras $d'[m, k]$ e é formado por todos os K vetores

\mathbf{d}'_m , em que $k = 0, 1, \dots, K - 1$.

$$\mathbf{d}' = [\mathbf{d}'_0{}^T, \mathbf{d}'_1{}^T, \dots, \mathbf{d}'_{2M-1}{}^T]. \quad (4.7)$$

Considerando que $m = 0, 1, \dots, 2M - 1$, é possível ver que o vetor \mathbf{d}'_m é formado por m sub-símbolos $\mathbf{d}'_m = [d'[m, 0], d'[m, 1], \dots, d'[m, k - 1]$. Note que agora o vetor de símbolos \mathbf{d}' possui $2N \times 1$ amostras, lembrando que $N = KM$, não mais $N \times 1$ como no caso do GFDM.

A sequência $s'[n]$ da Eq. (4.5) também pode ser representado pela sua forma vetorizada, em que \mathbf{s}' possui $N \times 1$ amostras e é mostrado pela Eq. (4.8):

$$\mathbf{s}' = [s'[0], s'[1], \dots, s'[N - 1]]. \quad (4.8)$$

O sinal CGFDM \mathbf{s}' a ser transmitido pelo canal pode ser descrito pela Eq. (4.9), em que \mathbf{M}'_A é a matriz de auto-interferência do primeiro bloco. A matriz de auto-interferência do sistema é redefinida, se comparada à do GFDM, e pode ser expressa como $\mathbf{M}'_A = [\mathbf{G}'_0, \mathbf{G}'_1, \dots, \mathbf{G}'_{2M-1}]$.

$$\mathbf{s}' = \mathbf{M}'_A \mathbf{d}'. \quad (4.9)$$

Portanto \mathbf{M}'_A passa a ser uma matriz de tamanho $N \times 2N$, que também possui todos os termos dos coeficientes do filtro do CGFDM. Coeficientes esses, representados na matriz de coeficientes do filtro \mathbf{G}'_m descrita pela Eq. (4.10):

$$\mathbf{G}'_m = \begin{bmatrix} g'_{m,0}[0] & g'_{m,1}[0] & \dots & g'_{m,K-1}[0] \\ g'_{m,0}[1] & g'_{m,1}[1] & \dots & g'_{m,K-1}[1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g'_{m,0}[N-1] & g'_{m,1}[N-1] & \dots & g'_{m,K-1}[N-1] \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Assim como foi visto no Capítulo 3, para que a transmissão seja realizada, um prefixo cíclico será adicionado à \mathbf{s}' para que a sobreposição entre dois blocos sucessivos seja evitada. Com isso o CGFDM garante uma maior eficiência em relação ao OFDM, da mesma forma que o GFDM apresentou. Por fim, seguindo os passos discutidos para os sistemas anteriores, após a remoção do prefixo cíclico na saída do canal tem-se como resultado o vetor mostrado pela Eq. (4.11), em que \mathbf{H} representa a matriz circular do canal e \mathbf{w}' , o vetor ruído.

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}\mathbf{s}' + \mathbf{w}' = \mathbf{H}\mathbf{M}'_A \mathbf{d}' + \mathbf{w}'. \quad (4.11)$$

Até aqui, o sistema CGFDM, segue o mesmo esquema do GFDM. Significa dizer que, para receber o sinal basta analisar qual receptor melhor adequa-se à aplicabilidade do sis-

tema. Entretanto, conforme já foi dito, nenhuma das três opções de receptores para o GFDM, conseguiria manter um desempenho sem degradação. Para contornar isso, o CGFDM, por meio da codificação realizada no transmissor, permite que apenas um receptor MF consiga obter o desempenho ideal, ou seja, remover completamente a interferência, sem que se tenha qualquer aumento da potência do ruído.

Para entender o processo, será usada uma modelagem matemática que separa os instantes de tempo em ímpar e par. Sendo assim, é possível reescrever a Eq. (4.11) separando os termos conforme vê-se na Eq. (4.12). Na primeira parte da equação, é mostrado os termos pares e na segunda o termos ímpares. Seguindo essa abordagem, é possível ver que o sistema introduz uma certa interferência entre os símbolos, que será eliminada mais adiante.

$$\mathbf{y}' = \mathbf{H}([\mathbf{G}'_0, \dots, \mathbf{G}'_{2M-2}][\mathbf{d}'_0{}^T, \dots, \mathbf{d}'_{2M-2}{}^T]^T + [\mathbf{G}'_1, \dots, \mathbf{G}'_{2M-1}][\mathbf{d}'_1{}^T, \dots, \mathbf{d}'_{2M-1}{}^T]^T). \quad (4.12)$$

De acordo com a descrição obtida em [Towliat 2018], essa separação será útil pois os instantes de tempo com índice par, possuem uma relação com a matriz de auto-interferência do GFDM. De fato, ao analisar de forma comparativa os termos das Eqs. (4.6) e (4.2), é possível ver que a relação $[\mathbf{G}'_0, \mathbf{G}'_2, \dots, \mathbf{G}'_{2M-2}] = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{M}_A$ é consistente, lembrando que \mathbf{M}_A é a representação matricial dos coeficientes do filtro do sistema GFDM. A visualização dessa relação pode ser feita analisando a resposta da Fig. 4.3, que compara o filtro do sistema GFDM com o filtro do CGFDM.

Reformulando a Eq. (4.12) para que ela seja melhor analisada por meio de expressões reduzidas, os termos ímpares do filtro passarão a ser denominados por \mathbf{M}_B , cuja definição é dada por $\mathbf{M}_B = \sqrt{2}[\mathbf{G}'_1, \mathbf{G}'_3, \dots, \mathbf{G}'_{2M-1}]$. Também os coeficientes $d_{m,k}$, divididos nos instantes de tempo mencionados, par e ímpar, serão denominados por \mathbf{x}_p e por \mathbf{x}_i , cujas definições são $\mathbf{x}_p = [\mathbf{d}'_0{}^T, \mathbf{d}'_2{}^T, \dots, \mathbf{d}'_{2M-2}{}^T]^T$ e $\mathbf{x}_i = [\mathbf{d}'_1{}^T, \mathbf{d}'_3{}^T, \dots, \mathbf{d}'_{2M-1}{}^T]^T$. Ambos os vetores \mathbf{x}_p e \mathbf{x}_i apresentam $N \times 1$ amostras. Assim a Eq. (4.11) de saída do canal passará a ser descrita pela Eq. (4.13):

$$\mathbf{y}' = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{H}(\mathbf{M}_A\mathbf{x}_p + \mathbf{M}_B\mathbf{x}_i) + \mathbf{w}'. \quad (4.13)$$

4.2.1.2 Transmissão do Bloco Invertido

O processo de transmissão do segundo bloco não difere em nada do primeiro estudado. Os dados iniciais são os mesmos, assim como o filtro usado. A modelagem matemática também segue as mesmas definições, conforme mostrado pela Eq. (4.14).

$$s''[n] = \sum_{m=0}^{2M-1} \sum_{k=0}^{K-1} d''_{m,k} g'_{m,k}[n], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (4.14)$$

A diferença entre os dois blocos está na codificação dos dados de informação, resultando em um sinal diferente. Para o bloco regular os vetores \mathbf{x}_p e \mathbf{x}_i representam os dados obtidos nos índices pares e ímpares do vetor de dados \mathbf{d}' , conforme abordado anteriormente. Já para a transmissão do bloco invertido, os novos vetores de dados \mathbf{x}'_p e \mathbf{x}'_i representam os dados tomados nos mesmo índices. Entretanto \mathbf{x}'_p e \mathbf{x}'_i serão apresentados como uma versão invertida dos vetores do primeiro regular, sendo definidos como $\mathbf{x}'_p = -\mathbf{J}\mathbf{x}_i^*$ e $\mathbf{x}'_i = \mathbf{J}\mathbf{x}_p^*$.

De posse das novas definições e sabendo que o esquema de modulação do bloco é o mesmo do anterior, é possível usar a definição trazida pela Eq. (4.13) diretamente, e substituir os devidos termos nela. Como conclusão, tem-se que o sinal recebido no bloco invertido pode ser escrito conforme a Eq. (4.15):

$$\mathbf{y}'' = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{H}(-\mathbf{M}_A\mathbf{J}\mathbf{x}_i^* + \mathbf{M}_B\mathbf{J}\mathbf{x}_p^*) + \mathbf{w}'', \quad (4.15)$$

em que \mathbf{J} é uma matriz unitária de inversão, de tamanho $N \times N$, definida pela Eq. (4.16):

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

4.2.2 Demodulador CGFDM

Já foi explicitado que uma das vantagens do GFDM codificado se dá na fácil recepção do sistema. Além de eliminar completamente a interferência, sem custo de degradação causada pelo ruído, o sistema exige que apenas um receptor MF seja implementado em seu demodulador. Para definir quem é \mathbf{Q} , primeiro é preciso enxergar quem é a matriz final do canal \mathbf{H} e a matriz final de auto-interferência, sendo então possível montar o receptor. Para isso, as Eqs. (4.13) e (4.15) podem ser concatenadas, formando uma equação de matrizes descrita pela Eq. (4.17):

$$\begin{bmatrix} \mathbf{y}' \\ \mathbf{y}''^* \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{H}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_A & \mathbf{M}_B \\ \mathbf{M}_B^*\mathbf{J} & -\mathbf{M}_A^*\mathbf{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{w}' \\ \mathbf{w}'' \end{bmatrix}. \quad (4.17)$$

Com o resultado, a matriz total do canal $\mathbf{\Xi}$ pode ser definida como:

$$\mathbf{\Xi} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{H}^* \end{bmatrix}, \quad (4.18)$$

e a matriz total de auto-interferência do CGFDM, Λ :

$$\Lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_A & \mathbf{M}_B \\ \mathbf{M}_B^* \mathbf{J} & -\mathbf{M}_A^* \mathbf{J} \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

A matriz de auto-interferência Λ possui tamanho $2N \times 2N$ e é uma matriz unitária. Por isso, seu fator de aumento de ruído NEF é igual a um, o que permite o uso do receptor MF.

Por fim, de posse das matrizes e considerando a equação definida para o filtro casado, descrita pela Tabela 3.1, o receptor MF capaz de mitigar a interferência do sistema CGFDM sem que haja aumento na potência do ruído, é definido como $\mathbf{Q} = \Lambda^H \Xi^{-1}$.

Da mesma forma que o GFDM trouxe para a recuperação do sinal, no sistema do CGFDM para recuperar \mathbf{s} , basta a relação $\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{Q}\mathbf{Y}$, em que $\mathbf{S} = [\mathbf{x}_p, \mathbf{x}_i]^T$ e $\mathbf{Y} = [\mathbf{y}', \mathbf{y}''^*]^T$. Assim, pela Eq. (4.20):

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{Q}\mathbf{Y} = \Lambda^H \Xi^{-1} \mathbf{Y}, \quad (4.20)$$

é possível ver que basta que a matriz Λ seja unitária para se ter recuperar o sinal. Isso porque, como será visto adiante, uma matriz unitária segue a relação $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_N$. Substituindo \mathbf{Y} na Eq. (4.20), a Eq. (4.21) mostra a relação.

$$\tilde{\mathbf{S}} = \Lambda^H \Xi^{-1} \mathbf{Y} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Lambda^H \Xi^{-1} \Xi \Lambda \mathbf{S}] = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Lambda^H \Lambda \mathbf{S}]. \quad (4.21)$$

Portanto, um dos fatores que permite que o desempenho esperado para o sistema seja alcançado, passa pelo fato de ser possível alcançar uma matriz unitária, pois atende a igualdade $\Lambda^H \Lambda = \mathbf{I}_N$. Dessa forma é possível alcançar $\tilde{\mathbf{S}} = \frac{1}{\sqrt{2}} [\Lambda^H \Lambda \mathbf{S}] = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{S}$. Assim, faz-se necessário mostrar que Λ de fato é unitária. A próxima sessão mostrará a propriedade de unicidade da matriz.

4.2.3 Propriedades da Matriz de Auto-Interferência

Com os resultados em mãos, foi visto que para que eles sejam coerentes, é preciso garantir que a matriz de auto-interferência do CGFDM seja unitária. Mas para isso, inicialmente será definido o que é uma matriz unitária.

Considerando uma matriz quadrada \mathbf{U} qualquer. Para que ela seja uma matriz unitária precisa satisfazer a condição $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{I}_N$, em que \mathbf{I} é uma matriz identidade e N representa o tamanho da matriz. Ou seja, uma matriz é dita unitária se, e somente se, ela possuir uma inversa que é igual ao seu transposto conjugado.

Para mostrar a unicidade de Λ , começa-se pela definição. Portanto ao se realizar a operação $\Lambda^H \Lambda$, as operações de simplificação necessárias e lembrando dos significados dos

operadores hermitiano e conjugado, tem-se que:

$$\Lambda^H \Lambda = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_A^H \mathbf{M}_A + \mathbf{J} \mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_B^* \mathbf{J} & \mathbf{M}_A^H \mathbf{M}_B - \mathbf{J} \mathbf{M}_B^T \mathbf{M}_A^* \mathbf{J} \\ \mathbf{M}_B^H \mathbf{M}_A - \mathbf{J} \mathbf{M}_A^T \mathbf{M}_B^* \mathbf{J} & \mathbf{M}_B^H \mathbf{M}_B + \mathbf{J} \mathbf{M}_A^T \mathbf{M}_A^* \mathbf{J} \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

Para reduzir a expressão acima, será definido que $\Psi = \mathbf{M}_A^H \mathbf{M}_A$, $\Phi = \mathbf{M}_B^H \mathbf{M}_B$ e $\Theta = \mathbf{M}_A^H \mathbf{M}_B$. Assim a Eq. (4.23) representa o resultado inicial que será usado como base para as análises.

$$\Lambda^H \Lambda = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Psi + \mathbf{J} \Phi^* \mathbf{J} & \Theta - \mathbf{J} \Theta^T \mathbf{J} \\ \Theta^H - \mathbf{J} \Theta^* \mathbf{J} & \Phi + \mathbf{J} \Psi^T \mathbf{J} \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Para os resultados que se seguirão, será usada como referência para a análise a matriz Ψ . Supondo que sua construção seja obtida pela junção de $2K$ submatrizes de tamanho $K \times K$, Ψ^{m_1, m_2} , é fácil ver que cada submatriz pode ser descrita como $\Psi^{m_1, m_2} = \mathbf{G}_{m_1}^H \mathbf{G}_{m_2}$. Lembrando que os termos da matriz de coeficiente \mathbf{G}_m foram definidos pela \mathbf{M}_A descrita na introdução do presente capítulo. Assim, de acordo com a Eq. (4.2) do filtro do GFDM, o k -ésimo termo da submatriz $\psi_{k_1, k_2}^{m_1, m_2}$ é descrito pela Eq. (4.24):

$$\psi_{k_1, k_2}^{m_1, m_2} = \sum_{n=0}^{N-1} g_{m_1, k_1}^*[n] g_{m_2, k_2}[n] = \sum_{m=0}^{N-1} g[n] g[(n + \Delta m K)_N] e^{-j2\pi m \frac{\Delta k}{K}}, \quad (4.24)$$

em que $\Delta k = k_1 - k_2$ e $\Delta m = m_1 - m_2$. A primeira conclusão que se pode obter é de que cada termo ψ depende apenas da diferença dentre os termos, ou seja, de Δk e de Δm . Assim é possível simplificar a representação $\psi_{k_1, k_2}^{m_1, m_2}$ para $\psi_{\Delta k}^{\Delta m}$.

Antes de prosseguir, o mesmo raciocínio será extrapolado para as matrizes Φ e Θ . Assim para Φ é considerado a definição dada para a matriz \mathbf{M}_B na modelagem do sistema CGFDM. Seguindo a linha anterior, é possível ver que os termos das submatrizes $\phi_{\Delta k}^{\Delta m}$ podem ser representados como uma versão dos termos das submatrizes $\psi_{\Delta k}^{\Delta m}$.

No caso da matriz Θ , após algumas manipulações dos coeficientes do filtro, é visto a presença de um fator de deslocamento nos coeficientes. Por fim, as Eqs. (4.25) e (4.26) mostram os as k -ésimas entradas das m -ésimas submatrizes de Φ e de Θ , respectivamente.

$$\phi_{\Delta k}^{\Delta m} = (-1)^{\Delta k} \psi_{\Delta k}^{\Delta m} = (-1)^{\Delta k} \sum_{n=0}^{N-1} g[n] g[(n + \Delta m K)_N] e^{-j2\pi m \frac{\Delta k}{K}}. \quad (4.25)$$

$$\theta_{\Delta k}^{\Delta m} = \sum_{n=0}^{N-1} g[n] g \left[\left(n + \Delta m K + \frac{K}{2} \right)_N \right] e^{-j2\pi m \frac{\Delta k}{K}}. \quad (4.26)$$

Voltando ao caso da matriz Ψ , a Eq. (4.24) mostra que Ψ é simétrica em seus termos.

Para efeito de comparação observa-se um sistema com $K = 2$ subportadoras e $M = 1$ sub-símbolos, em que Δk pode assumir os valores $\Delta k = 0, 1$ e $\Delta m = 0$. A matriz Ψ de tamanho 2×2 , pode ser obtida pelos termos:

$$\Psi = \Psi^0 = \begin{bmatrix} \psi_0^0 & \psi_{-1}^0 \\ \psi_1^0 & \psi_0^0 \end{bmatrix}. \quad (4.27)$$

Devido à já mencionada simetria da matriz, a ação de transpor Ψ pode ser reescrita como $\psi_{-\Delta k}^{-\Delta m}$. Ou seja, a matriz transposta Ψ^T tem seus termos definidos pela Eq. (4.28), tendo como base a Eq. (4.24).

$$\psi_{-\Delta k}^{-\Delta m} = \sum_{m=0}^{N-1} g[n]g[(n - \Delta m K)_N] e^{j2\pi m \frac{\Delta k}{K}}. \quad (4.28)$$

Por sua vez, quando se reescreve a Eq. (4.28) é possível ver que os termos representam o conjugado da matriz Ψ . Sendo assim, as propriedades da matriz permitem concluir que $\Psi^T = \Psi^*$. E como uma forma de escrever o conjugado da matriz é por meio da matriz de inversão \mathbf{J} , tem-se como primeiro resultado que $\Psi^T = \Psi^* = \mathbf{J}\Psi\mathbf{J}$.

Seguindo o mesmo raciocínio, como a matriz Φ já foi vista como versão da matriz Ψ , a mesma conclusão é possível. Entretanto, o mesmo não pode ser dito da matriz Θ . Isso acontece devido ao fator de deslocamento de $\frac{K}{2}$ nos coeficientes do filtro.

Resumindo as análises que foram feitas até agora, tem-se a igualdade $\Psi^T = \Psi^* = \mathbf{J}\Psi\mathbf{J}$. Da mesma forma, para a matriz Φ segue que $\Phi^T = \Phi^* = \mathbf{J}\Phi\mathbf{J}$, e por fim $\Theta^T = \mathbf{J}\Theta\mathbf{J}$.

A partir dos resultados mostrados, é facilmente obtido a simplificação da matriz $\Lambda^H \Lambda$, sendo importante lembrar que manipulando $\mathbf{J}\Psi^T\mathbf{J}$, chega-se em $\mathbf{J}\Psi^T\mathbf{J} = \Psi$:

$$\Lambda^H \Lambda = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Psi + \Phi & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \Phi + \Psi \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

De acordo com [Towliat 2018], dado que o filtro escolhido é normalizado, tem-se que $\psi_0^0 = 1$. E como há cruzamentos em zero no protótipo do filtro para cada Δm , tem-se que se $\Delta k = \Delta m = 0$, então $\psi_{\Delta k}^{\Delta m} + \phi_{\Delta k}^{\Delta m} = 2$. Caso contrário, $\psi_{\Delta k}^{\Delta m} + \phi_{\Delta k}^{\Delta m}$ assume valores nulos.

Dessa forma, ao considerar o primeiro termo que aparece na Eq. (4.25), pode-se concluir que $\psi_{\Delta k}^{\Delta m} + \phi_{\Delta k}^{\Delta m} = 2\mathbf{I}_N$. Assim, como resultado final $\Lambda^H \Lambda = \mathbf{I}_{2N}$, uma matriz unitária, como pode ser visto pela Eq. (4.30):

$$\Lambda^H \Lambda = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2\mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & 2\mathbf{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N & \mathbf{0}_N \\ \mathbf{0}_N & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}. \quad (4.30)$$

Finalmente, como visto que Λ é unitária, seus valores singulares são iguais a 1, o que

Tabela 4.1: Parâmetros de Simulação

Parâmetro	Valor
Modulação	16-QAM
Número de subportadoras (K)	64
Número de sub-símbolos (M)	7
Roll-off α	0,1; 0,5; 0,9
Filtro $g_{k,m}[n]$	Raiz do cosseno levantado
Receptor	MF
Ordem do Canal (L)	4

significa que é possível usar apenas um receptor MF para remoção completa da interferência. E como $\|\Lambda^H\| = 1$, a remoção completa é feita sem que tenha aumento da potência do ruído.

Finalmente, um ponto interessante a se deixar claro do esquema CGFDM relaciona-se a sua taxa de transmissão. Conforme abordado, o CGFDM envia de forma sincronizada dois blocos de símbolos com $2M \times K$ símbolos cada. Entretanto, sabendo que o bloco invertido é apenas uma versão dos símbolos do bloco regular, a eficiência de banda do CGFDM permanece a mesma que o GFDM, sendo representada pela Eq. (4.31):

$$\beta_{CGFDM} = \frac{2MK}{2N + 2r}, \quad (4.31)$$

em que r representa o tamanho do prefixo cíclico. Isso acontece porque apesar de ter maior tamanho, o período de transmissão do sinal também aumenta, durando no total $2N + 2r$ instantes de tempo. A saber, para o GFDM tem-se que $\beta_{GFDM} = \frac{MK}{N+r}$. Assim, a eficiência de ambos os esquemas são iguais, mostrando que o CGFDM não perde em eficiência.

4.3 Sistema: modelo e parâmetros

De posse dos resultados matemáticos, tendo como base o modelo do GFDM, é possível descrever de forma breve o funcionamento do CGFDM, recordando os conceitos estudados até o momento.

O esquema de implementação será seguido da mesma forma como foi feito para o GFDM, com os blocos sendo separado por um conversor serial-paralelo S/P e depois modulado conforme algum tipo de modulação escolhido para melhor atender as características do sistema de comunicação, tendo na saída do modulador os símbolos complexos.

Os símbolos passam por um filtro deslocado circularmente, que também será definido conforme as características requisitadas. Para as simulações, novamente será usado filtro raiz do cosseno levantado, de forma a ser possível a comparação entre os dois sistemas. A saída do filtro é levada ao domínio do tempo, utilizando os conceitos da transformada de Fourier inversa. Por fim, um prefixo cíclico é acrescentado antes da entrada no canal e o sinal é enviado. Na saída do canal, o prefixo cíclico é retirado, o sinal é então trazido para o

domínio da frequência novamente por meio da transformada de Fourier. A recepção acontece por uma equalização, conforme escolha do receptor.

Entretanto, é preciso lembrar que esse processo acontece duas vezes. Primeiro com o bloco regular, que carrega os $2M \times K$ símbolos complexos do sinal CGFDM e que são modulados pelo filtro deslocado circularmente a um passo de $\frac{K}{2}$. Só depois, o bloco invertido é enviado, e modulado com o mesmo filtro.

Ao receber os dois blocos, o sistema finalmente junta o que foi recebido e usa um receptor MF para a recepção do sinal corretamente.

Para a análise do sistema, a Tabela 4.1 descreve os parâmetros que serão utilizados nas simulações.

Com relação à escolha do filtro raiz do cosseno levantado, que será usado novamente no CGFDM, considerar-se-á novamente três valores diferentes de *roll-off* α , para análise da resposta do sistema.

Com relação à recepção, foi visto que apenas um receptor MF é necessário para correta detecção do sinal. Por fim, para análise, será considerado apenas a modulação 16-QAM para a comparação entre os sistemas, $K = 64$ subportadoras e $M = 7$ sub-símbolos, mesmos parâmetros usados para o GFDM para melhor comparação dos resultados.

4.4 Resultados de simulação

Com o objetivo de eliminar a interferência, o CGFDM envia uma versão codificada dos símbolos complexos. Ao final do processo, ele é capaz de detectar esses símbolos apenas com um receptor MF. No GFDM, foi visto que esse receptor não é capaz de eliminar a interferência do sistema. E também que quanto maior o fator de *roll-off* considerado, maior é a degradação que o sistema sofre.

Foi visto que o GFDM não responde da forma desejada quando se considera um fator α maior que 0, 1. No Capítulo 3 essa análise foi feita para $\alpha = 0, 5$ e $\alpha = 0, 9$. Isso acontece por causa da resposta do filtro para os demais valores de α , que insere interferência nas portadoras adjacentes, como abordado no Capítulo 3.

Nesse quesito, o CGFDM consegue obter uma resposta melhor que o GFDM, já que ele é capaz de eliminar essa interferência causada pelo filtro. A Fig. 4.2 mostra a resposta do CGFDM para diferentes valores de α . Os mesmos valores usados para análise do GFDM. Para as simulações estão sendo usados 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$.

A Fig. 4.2, simulada com canal AWGN, mostra que o resultado esperado se confirmou, uma vez que independente da escolha do fator α , o CGFDM é capaz de responder de forma ótima, eliminando completamente a interferência causada pelo filtro. É possível ver que o sistema tem o mesmo desempenho do OFDM, cujo desempenho é mostrado no Capítulo 2,

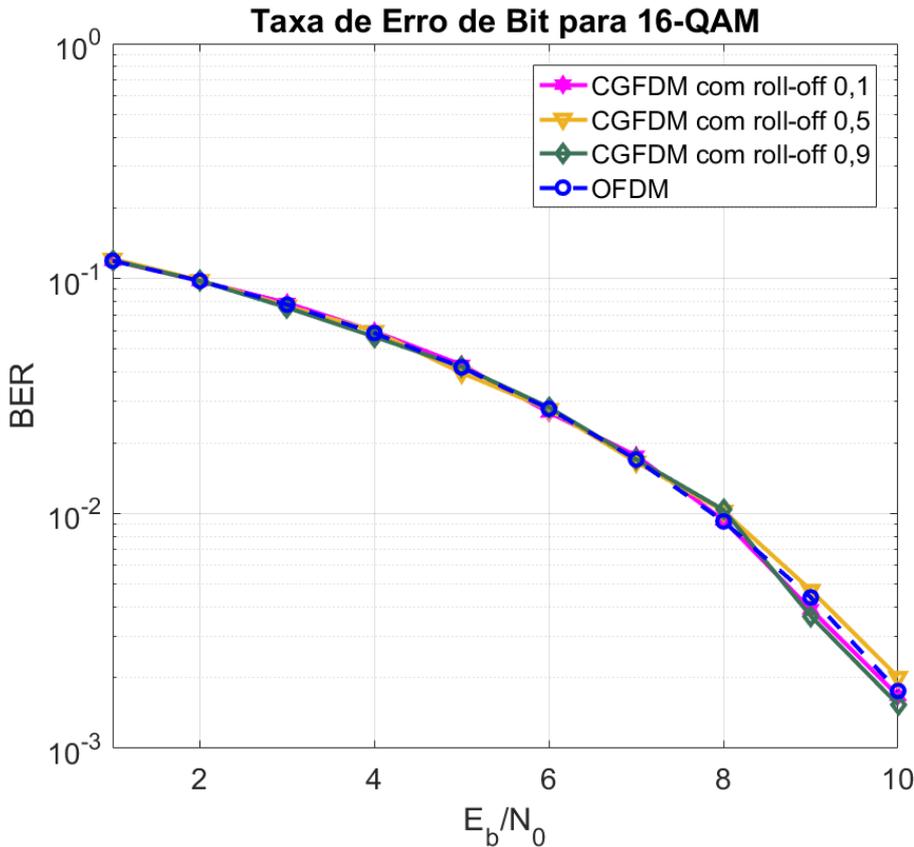


Figura 4.2: BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o CGFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal AWGN. Com $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$.

sendo capaz até de apresentar melhor resposta quanto maior a SNR.

Quando se considera um canal seletivo, simulado com as mesmas características dos capítulos anteriores e ordem $L = 4$, a Fig. 4.3 mostra que novamente o CGFDM é capaz de eliminar a interferência, independente do valor de *roll-off*. Os parâmetros para a simulação são 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$. Quando comparado ao desempenho frente ao AWGN, sistema apresenta degradação de seu desempenho, como esperado, e assim como visto no Capítulo 3, o CGFDM é capaz de apresentar desempenho melhor que o OFDM na presença do canal seletivo simulado.

A Fig. 4.4 traz o OFDM com modulação 16-QAM, $N = 64$ subportadores, o MF-GFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ subportadoras, $M = 7$ sub-símbolos e fator $\alpha = 0,5$, o ZF-GFDM com 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$ e $\alpha = 0,5$ e o CGFDM com 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$ e fator $\alpha = 0,5$. A escolha do valor do fator de *roll-off* de $\alpha = 0,5$ se dá para melhor análise do que acontece com o CGFDM em comparação com a resposta do MF-GFDM e do ZF-GFDM. Isso porque, considerando um $\alpha = 0,1$ o ZF-GFDM tem um desempenho semelhante ao OFDM.

Na Fig. 4.4, que compara todos os esquemas estudados, é possível ver a degradação que o GFDM sofre devido às respostas de seus dois receptores ZF e MF, resultados já vistos e

amplamente analisados no Capítulo 3. Dessa forma, fica evidente a resposta do CGFDM, que apresenta o mesmo desempenho ótimo do sistema OFDM, sem sofrer degradação graças à interferência. Isso mostra que para o CGFDM, a interferência foi completamente eliminada.

Retomando as considerações sobre complexidade computacional do GFDM já vistas no Capítulo 3, e considerando a complexidade computacional para o receptor CGFDM descrita por [Towliat 2018], é possível comparar ambos os esquemas. A complexidade computacional para o receptor do CGFDM, de acordo com [Towliat 2018] é de aproximadamente $2MK(2\log_2 2MK + \log_2 2M + P + 1)$. A Fig. 4.5 faz uma comparação da complexidade entre o ZF/MF-GFDM e o CGFDM. Para as simulações das curvas, primeiro foi fixado K como sendo $K = 64$, depois com $K = 128$, para ambos os sistemas. E novamente, $P = 1$.

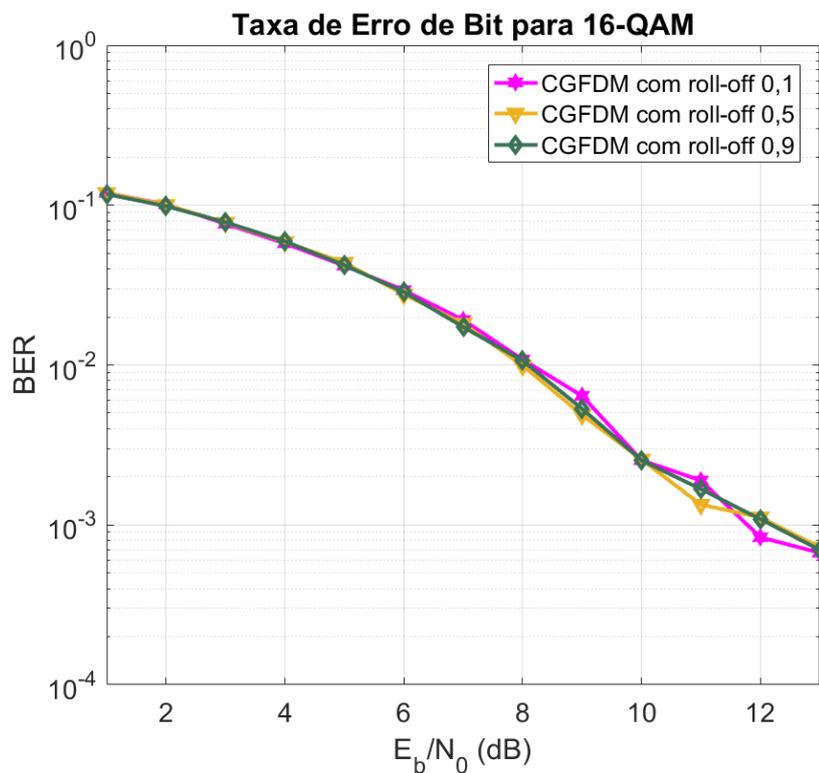


Figura 4.3: BER para o CGFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$ e $M = 7$, no canal seletivo. Para valores de $\alpha = 0,1$, $\alpha = 0,5$ e $\alpha = 0,9$.

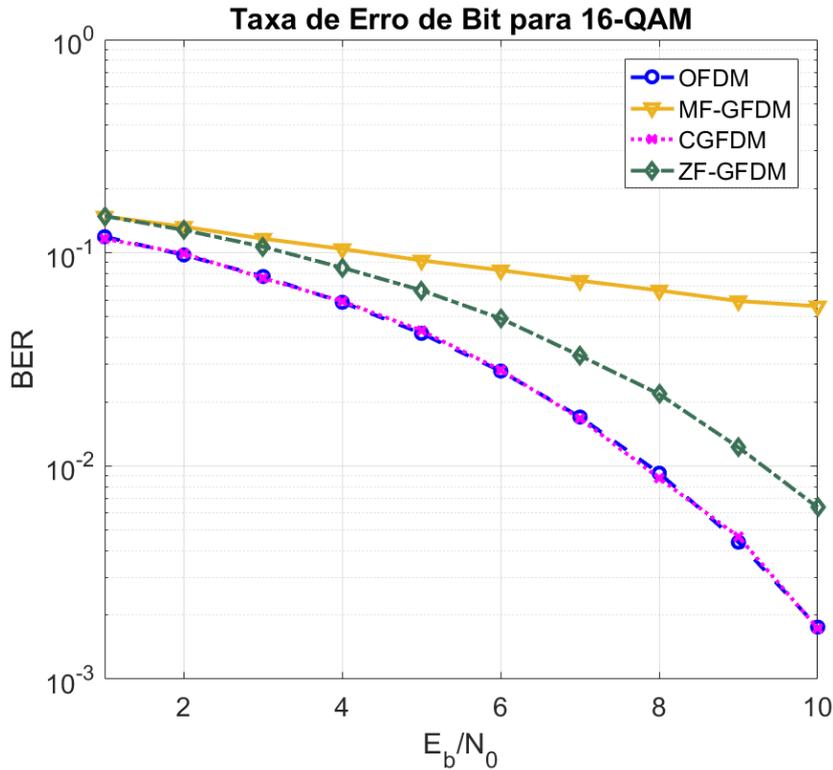


Figura 4.4: BER para o OFDM com modulação 16-QAM e $N = 64$ subportadoras, e BER para o ZF-GFDM, MF-GFDM e CGFDM com modulação 16-QAM, $K = 64$, $M = 7$ e $\alpha = 0, 5$, no canal AWGN.

Por fim, a Fig. 4.6 mostra o fator de aumento de ruído NEF para diferentes valores de sub-símbolos e os valores de α usados para as simulações. Na Fig. 4.6 é possível ver de forma clara todos os resultados discutidos até o momento. Para o GFDM, quanto maior α maior a degradação devido ao ruído que o sistema sofrerá. Entretanto, note que para o CGFDM, o NEF permaneceu igual a um, conforme esperado, não degradando a resposta do sistema. Isso mostra que além de eliminar a interferência, conforme resultados mostrados pela Fig. 4.4, o esquema o fez sem aumento da potência do ruído.

Como visto nos resultados para $\alpha = 0, 1$, é possível ver que o NEF do GFDM é baixo e quase se assemelha ao NEF do CGFDM, implicando que o sistema quase não apresenta degradação. Para o ZF essa degradação foi nula, para o MF a degradação ocorreu, mas em menor grau do que para os outros valores de α .

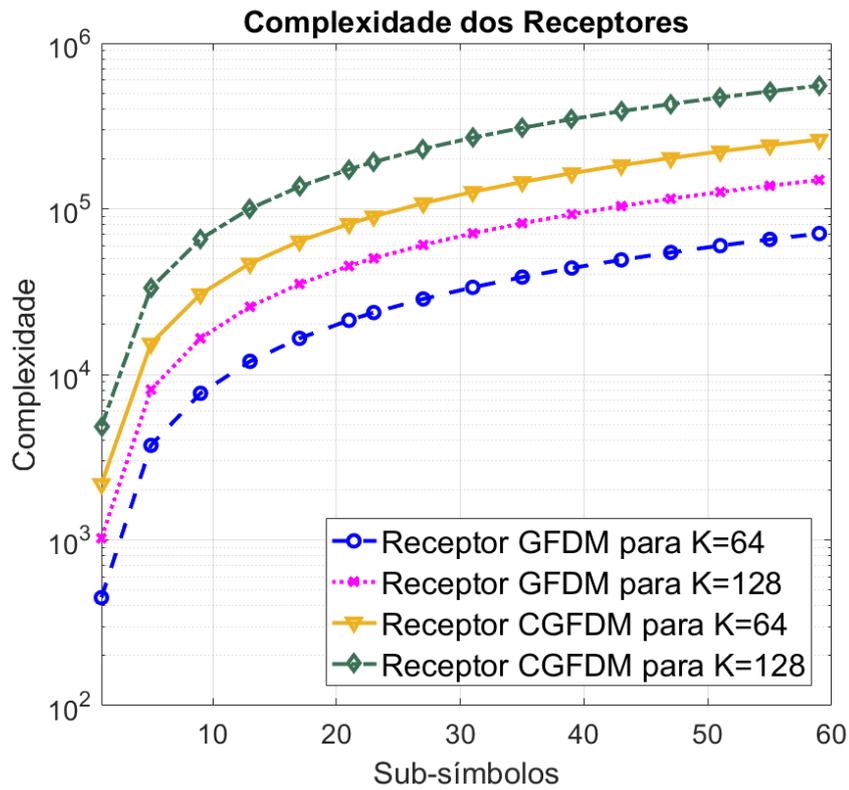


Figura 4.5: Complexidade computacional para o GFDM e para o CGFDM

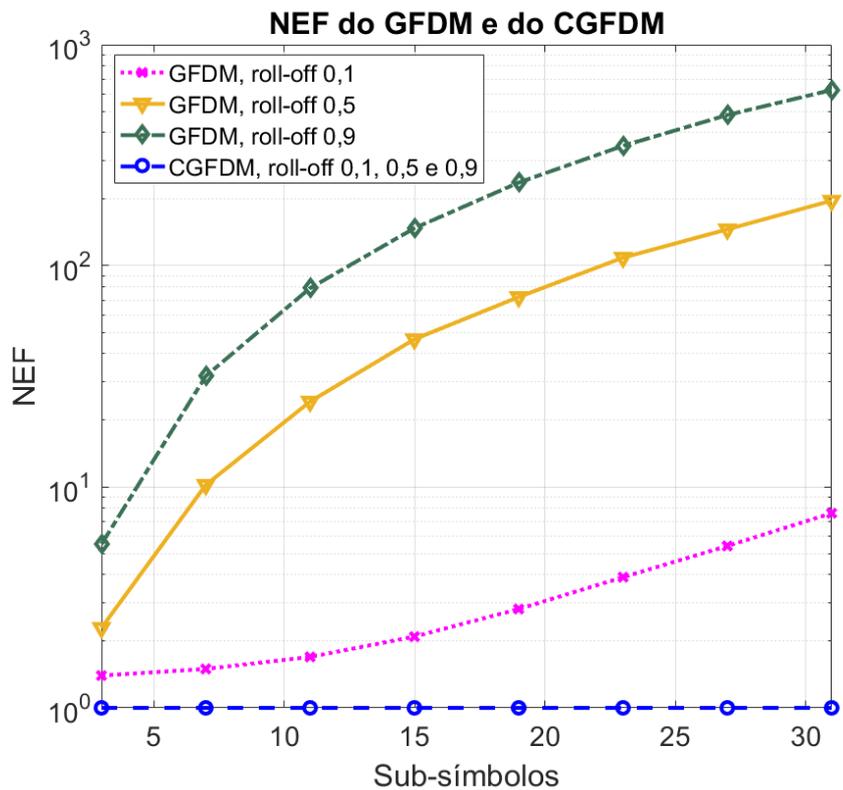


Figura 4.6: NEF para GFDM e CGFDM para $K = 64$ e diferentes valores de M .

4.5 Conclusão

O CGFDM surge devido à necessidade de mitigação da interferência causada pela escolha dos filtros no sistema GFDM. No Capítulo 3 foi visto que o sinal GFDM é modulado por um filtro, que causa interferência. Uma tentativa de compensar essa interferência se dá com o uso dos receptores ZF, MF e MMSE. Entretanto, foi visto por meio de simulações, que o GFDM sofre degradação de seu desempenho na presença de seus receptores, cujas características de resposta são diferentes.

Para eliminar a interferência do GFDM, é usado um esquema de transmissão dos símbolos de forma codificada chamado de CGFDM que permite que isso aconteça, sem que com isso o sistema sofra degradação devido à presença de ruído.

Após as simulações realizadas, viu-se que o sistema CGFDM foi capaz de eliminar completamente a interferência do sistema, independente da escolha do fator de *roll-off* do filtro, conforme resultado esperado. Novamente, quando simulado na presença de um canal seletivo, o sistema apresentou pior desempenho, em relação ao seu desempenho na presença do canal AWGN, como esperado. E com isso o sistema CGFDM foi capaz de apresentar o mesmo desempenho do sistema OFDM na presença do canal AWGN, entretanto, seu desempenho foi melhor se comparado ao desempenho do OFDM na presença do canal seletivo.

Por fim, a comparação dos resultados obtidos para o fator de aumento de ruído mostrou que o CGFDM não só foi capaz de eliminar a interferência, como desejado, como o fez sem aumento da potência do ruído, que degradaria o desempenho do sistema.

Capítulo 5

Conclusão

O presente trabalho pretende apresentar uma técnica que visa eliminar a interferência no sistema do GFDM que é causada pela presença do filtro, sem que a técnica para eliminação causasse aumento da potência do ruído no sistema, e mostrar por meio de simulações o desempenho frente ao desempenho do GFDM sem o uso da técnica. Para isso, utilizando uma técnica de envio dos símbolos complexos de forma codificada.

Para entender o modelo do GFDM, inicialmente foi estudado o OFDM, uma técnica de multiplexação que envia o sinal multiplexado por meio de subportadoras ortogonais. O OFDM surgiu como evolução para sistemas monoportadora, cujas técnicas de equalização era muito complexas. Sua atratividade se dá por uma implementação mais fácil do modulador e demodulador, por meio de algoritmos da transformada de Fourier, que permite uma equalização bem menos complexa do sinal. Além disso, o sistema se vê capaz de eliminar completamente interferência ISI e ICI.

Os resultados obtidos para o OFDM mostram que ele se comporta de forma semelhante a um sistema monoportadora sem interferência na presença de um canal AWGN, com desempenho ótimo e livre de interferência, conforme esperado. Mas que na presença de um canal seletivo, o sistema apresentou degradação em seu desempenho, causada pela queda da SNR.

Com o modelo do OFDM e seus resultados em mãos, pôde-se desenvolver a modelagem para o GFDM. Foi visto que o OFDM pode ser usado como base para entender a implementação do GFDM. Entretanto, a primeira diferença importante de se destacar entre os dois modelos se dá pelo uso dos filtros de transmissão não-ortogonais pelo GFDM. Para isso, o GFDM abre mão da ortogonalidade do OFDM, para que com o uso de filtros, possa reduzir a emissão das subportadoras fora da banda.

Com isso, o GFDM passou a apresentar interferência ICI, uma vez que os filtros causam auto-interferência entre os símbolos transmitidos. Para contornar isso, o GFDM passou a usar receptores para compensar a interferência na detecção do sinal. Entre os receptores disponíveis para o GFDM, MF, ZF e MMSE, foi analisado a resposta do sistema para os receptores MF e ZF.

Os resultados obtidos para esses dois receptores mostraram que eles não são capazes de eliminar essa interferência causada pelo transmissor completamente, sem perda de degradação devido ao ruído. Apesar do receptor ZF conseguir eliminar a interferência causada pelo filtro, não foi capaz de lidar com o ruído do sistema e quanto ao receptor MF, este não foi capaz de eliminar a interferência, conforme esperado.

Entre eles, o receptor ZF foi capaz de apresentar melhor desempenho para diferentes fatores de *roll-off* que o receptor MF. Entretanto, vale citar que nenhuma técnica de cancelamento sucessivo de interferência foi usada após este receptor, como seria o necessário, de acordo com [Towliat 2018]. Também foi visto que apenas quando o fator de *roll-off* do filtro foi de 0, 1 é que o receptor ZF conseguiu um desempenho semelhante ao OFDM.

Diante dos resultados de desempenho que foram obtidos pelo sistema GFDM na presença de seus dois receptores, foi desenvolvido uma técnica de transmissão dos símbolos do GFDM para que fosse possível eliminar a interferência do GFDM. O esquema foi chamado de CGFDM e surgiu devido à necessidade de mitigação da auto-interferência causada pelo filtro transmissor.

Para eliminar a interferência do GFDM, a técnica usou um esquema de transmissão dos símbolos de forma codificada que permitiu detectar o sinal apenas com o receptor MF. Para isso enviou-se o sinal em dois blocos de tamanho $2M \times K$, que introduz interferência entre si. Pode se dizer que a introdução dessa interferência pelo próprio envio dos sinais foi controlada e que a detecção do sinal com o MF foi possível graças a construção da matriz de auto-interferência total do sistema CGFDM.

Para garantir que o sistema eliminasse a interferência precisou-se mostrar que essa matriz era unitária e que com isso o sinal poderia ser recuperado. Após o desenvolvimento do sistema e demonstrações necessárias, foram realizadas as simulações de desempenho do CGFDM em um canal AWGN.

Os resultados obtidos para as simulações do CGFDM mostraram que ele foi capaz de eliminar completamente a interferência do sistema para qualquer escolha dos parâmetros do filtro e com isso controlar o aumento da potência do ruído. Por meio dos resultados mostrados para o fator de aumento de ruído, foi visto que enquanto para o GFDM com os receptores ZF e MF aumentou-se bastante, para o CGFDM ele permaneceu sempre constante em um.

Por fim, os resultados mostraram que CGFDM foi capaz de apresentar um desempenho igual ao OFDM, ou seja, sem degradação no desempenho do sistema. Sendo assim capaz de eliminar a interferência e lidar com o ruído do sistema, usando um receptor MF, conforme era esperado.

5.1 Proposta para futuros trabalhos

Durante a realização do trabalho foi visto vários aspectos que ainda poderiam ser estudados a partir do que foi desenvolvido. Algumas propostas para que o trabalho possa ser estendido são apresentados abaixo:

- Desenvolvimento de algoritmos de equalização mais eficientes para o sistema GFDM;
- Adaptação do sistema GFDM para receptores MMSE e análise do desempenho de outros receptores;
- Análise do desempenho do sistema GFDM e CGFDM frente a outros canais de comunicação.
- Adaptação do sistema GFDM e suas diversas variações (ZF-GFDM, MF-GFDM, MMSE-GFDM, CGFDM etc) para técnicas de transmissão e recepção para canais em sistemas de múltiplas-entradas e múltiplas-saídas (MIMO);
- Desenvolvimento de outros filtros de transmissão para o sistema GFDM e para o sistema CGFDM;
- Desenvolvimento de outras técnicas para cancelamento de interferência para sistemas GFDM, como o MFSIC-GFDM citado em [Towliat 2018];
- Adaptação do sistema OFDM para técnicas de transmissão e recepção para canais em sistemas de multiusuários com múltiplas-entradas e múltiplas-saídas (MU-MIMO), técnica presente no novo padrão IEEE 802.11ax
- Desenvolvimento de técnicas para estimação do canal no sistema OFDM para eliminação da influência da interferência

Referências Bibliográficas

- [Farhang et al. 2016] Farhang, A., Marchetti, N., and Doyle, L. E. (2016). Low-Complexity Modem Design for GFDM. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 64(6):1507–1518.
- [Farhang-Boroujeny 2015] Farhang-Boroujeny, B. e Moradi, H. (2015). Derivation of GFDM based on OFDM principles. *2015 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, pages 2680–2685.
- [Gaspar 2016] Gaspar, I. S. (2016). Waveform Advancements and Synchronization Techniques for Generalized Frequency Division Multiplexing. *Technische Universitat Dresden*.
- [Lathi 2010] Lathi, B. P e Ding, Z. (2010). Modern Digital and Analog Communication Systems. *Oxford University Press*, 4th Edição.
- [Martin 1998] Martin, K. W. (1998). Small side-lobe filter design for multitone data-communication applications. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 45(8):1155–1161.
- [Matthé et al. 2017] Matthé, M., Gaspar, I. S., Mendes, L. L., Zhang, D., Danneberg, M., Michailow, N., and Fettweis, G. (2017). Generalized Frequency Division Multiplexing: A Flexible Multi-Carrier Waveform for 5G. *Springer International Publishing Switzerland*, pages 223–259.
- [Michailow et al. 2014] Michailow, N., Matthé, M., Gaspar, I. S., Caldevilla, A. N., Mendes, L. L., Festag, A., and Fettweis, G. (2014). Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks. *IEEE Transactions on Communications*, 62(9):3045–3061.
- [Mirabbasi 2003] Mirabbasi, S. e Martin, K. (2003). Overlapped complex-modulated transmultiplexer filters with simplified design and superior stopbands. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 50(8):456–469.
- [Oppenheim 2010] Oppenheim, A. V. e Schafer, R. W. (2010). Discrete-Time Signal Processing. *Prentice Hall*, 3th Edição.
- [Sklar 1997] Sklar, B. (1997). Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems Part I: Characterization. *IEEE Communications Magazine*, pages 90–100.

[Towliat 2018] Towliat, M. e Asgari Tabatabaee, S. M. J. (2018). GFDM Interference Mitigation Without Noise Enhancement. *IEEE Communications Letters*, 22(5):1042–1045.

[Xiong 2006] Xiong, F. (2006). Digital Modulation Techniques. *Artech House*, 3th Edição.

Apêndice A

Breve Teoria Sobre Sistemas Discretos e Filtros Digitais

Um estudo breve sobre filtros de fase linear será desenvolvido, para que a construção do protótipo do filtro se torne mais clara. Quando se considera o projeto de filtros, alguns requisitos são desejados em geral, como a busca por uma magnitude da resposta em frequência aproximadamente constante na banda desejada, e também fase zero na banda. Entretanto, como isso raramente é possível em sistemas causais, cujos valores de saída dependem dos valores de entrada, distorção será permitida.

Quando se permite a distorção de fase não-linear, o resultado pode gerar um efeito no formato do sinal, o que, de acordo com [Oppenheim 2010], não é desejável na maioria dos casos. No entanto, quando se garante a fase linear, com passos inteiros, o efeito é apenas um sinal deslocado no tempo. Resgatando e analisando a Eq. (3.2) do Capítulo 3, é possível ver uma semelhança do conceito abordado acima. Ou seja, os coeficientes são apenas deslocados no tempo por passos inteiros K .

A.1 Sistemas de Fase Linear

Inicialmente, considera-se um sistema LTI (*linear time invariant*, do inglês, linear invariante no tempo) com resposta em frequência sobre um período conforme a Eq. (A.1), cujo atraso é ideal. Conforme [Oppenheim 2010], α representa o atraso introduzido pelo sistema. As propriedades do sistema são descritas na Tabela A.1, que possui magnitude e atraso de grupo constantes e fase linear, conforme mostrado.

$$G_i(e^{jw}) = e^{-jw\alpha}, \quad |w| \leq \pi. \quad (\text{A.1})$$

Ao realizar a transformada de Fourier inversa de $G_i(e^{jw})$, o resultado será uma *sinc* deslocada em α . Considerando uma entrada $x[n]$ qualquer, de acordo com [Oppenheim 2010],

Tabela A.1: Propriedades dos Sistemas de Fase Linear

Propriedade	Equacionamento	Resposta
Magnitude	$ G_i(e^{jw}) $	$= 1$
Fase	$\angle G_i(e^{jw})$	$= -w\alpha$
Atraso de Grupo	$-\frac{d(\angle G_i(e^{jw}))}{dw}$	$= \alpha$

Tabela A.2: Propriedades dos Sistemas de Fase Linear Generalizados

Casualidade	Propriedade	Equacionamento	Resposta
Não Casual	Magnitude	$ G_i(e^{jw}) $	$= A(e^{jw})$
	Fase	$\angle G_i(e^{jw})$	$= -w\alpha + \beta$
	Atraso de Grupo	$-\frac{d(\angle G_i(e^{jw}))}{dw}$	$= \alpha$
Causal com $g[M - n]$	Magnitude	$ G_i(e^{jw}) $	$= A_p(e^{jw})$
	Fase	$\angle G_i(e^{jw})$	$= -w\frac{M}{2}$
	Atraso	$-\frac{d(\angle G_i(e^{jw}))}{dw}$	$= \frac{M}{2}$
Causal com $-g[M - n]$	Magnitude	$ G_i(e^{jw}) $	$= A_i(e^{jw})$
	Fase	$\angle G_i(e^{jw})$	$= -w\frac{M}{2} + \frac{\pi}{2}$
	Atraso	$-\frac{d(\angle G_i(e^{jw}))}{dw}$	$= \frac{M}{2}$

a saída $y[n]$ do sistema apresentará um simples deslocamento das amostras do sinal de entrada, caso $\alpha = n_d$, em que n_d é um número inteiro. O resultado é mostrado na Eq. (A.2). Se o atraso for positivo, ou seja $\alpha \geq 0$, o deslocamento representa um atraso no tempo, caso contrário, um avanço. Por fim, caso a magnitude não seja constante, e o sistema seja apresentado da forma $|G(e^{jw})|e^{-jw\alpha}$, os resultados serão parecidos, podendo aparecer algum tipo de simetria.

$$y[n] = x[n] * \frac{\text{sen}(\pi(n - \alpha))}{\pi(n - \alpha)} = x[n - n_d]. \quad (\text{A.2})$$

Avançando nos conceitos já abordados, para uma abordagem mais generalizada, será discutido dois casos: primeiro o caso não causal e só depois os sistemas causais.

A.2 Sistemas Causais e Não-Causais de Fase Linear Generalizada

Um sistema de fase linear generalizada terá sua resposta em frequência representada na forma mostrada na Eq. (A.3) em que tanto α , quanto β são constantes. Ele é assim chamado porque é somada a fase uma constante. $A(e^{jw})$ é uma função real dependente de w . As propriedades são mostradas na Tabela A.2.

$$G(e^{jw}) = A(e^{jw})e^{-j(w\alpha + \beta)}, \quad |w| \leq \pi. \quad (\text{A.3})$$

Entretanto, é preciso encontrar uma equação da transformada inversa de Fourier, considerando as constantes α e β , que satisfaça a condição para que o atraso de grupo seja constante, vista no sistema anterior. Ou seja, que $-\frac{d(\angle G_i(e^{jw}))}{dw} = \alpha$. De acordo com [Oppenheim 2010], a Eq. (A.4) é condição necessária, mas não suficiente, para que o sistema tenha atraso de grupo constante.

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} g[n] \text{sen}[w(n - \alpha) + \beta] = 0, \forall w. \quad (\text{A.4})$$

As condições suficientes para garantir que a Eq. (A.3) ocorra, resultam em duas classes de sistemas de fase linear generalizada. O primeiro define $\beta = 0$ ou π , $2\alpha = M$ é inteiro e $h[2\alpha - n] = h[n]$, resultando em $A(e^{jw})$, par e real. Já o segundo, que segue a escolha de $\beta = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, $2\alpha = M$ inteiro e $h[2\alpha - n] = -h[n]$, garante a condição e resulta $A(e^{jw})$ ímpar. Essas escolhas não são as únicas.

Agora, se o sistema de fase linear generalizado for causal, a condição na Eq. (A.4) será revista para $n \geq 0$ apenas. Nesse caso, as duas classes mostradas anteriormente resultariam na transformada de Fourier inversa $g[n] = 0$. De acordo com [Oppenheim 2010], esses sistemas, cuja resposta ao impulso é finita de tamanho $(M + 1)$, terão suas respostas em frequência definidas de acordo com as condições mostradas nas Eqs. (A.5) e (A.6).

$$g[n] = \begin{cases} g[M - n], & 0 \leq k \leq N - 1. \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

$$g[n] = \begin{cases} -g[M - n], & 0 \leq n \leq N - 1. \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Assim, se a primeira condição mostrada pela Eq. (A.5) for atendida, então a resposta em frequência do sistema será da forma apresentada na Eq. (A.7), em que $A_p(e^{jw})$ é par, real e periódica. Mas, caso se for a condição na Eq. (A.6), o sistema será representado de acordo com a Eq. (A.8), em que $A_i(e^{jw})$, também real e periódico, é ímpar. As propriedades estão resumidas na Tabela A.2.

$$G(e^{jw}) = A_p(e^{jw})e^{-jw\frac{M}{2}}. \quad (\text{A.7})$$

$$G(e^{jw}) = jA_i(e^{jw})e^{-jw\frac{M}{2}} = A_i(e^{jw})e^{-jw\frac{M}{2} + j\frac{\pi}{2}}. \quad (\text{A.8})$$

Uma vez garantida as condições, o sistema será causal com fase linear generalizada. No entanto, apesar de serem suficientes, as condições não são necessárias. As expressões desenvolvidas nas Eqs. (A.7) e (A.8) são úteis para os projetos de filtros. De posse das

Tabela A.3: Características dos Sistemas de Fase Linear

Característica	Tipo I	Tipo II	Tipo III	Tipo IV
Resposta ao Impulso	Simétrica	Simétrica	Assimétrica	Assimétrica
valor de M	Inteiro e Par	Inteiro e Ímpar	Inteiro e Par	Inteiro e Ímpar
Atraso α	$\frac{M}{2}$	$\frac{M+1}{2}$	$\frac{M}{2}$	$\frac{M+1}{2}$

equações, é possível definir alguns tipos de sistemas com resposta ao impulso finita. Todos de fase linear generalizada. E serão divididos em 4 tipos, que dependem de escolhas para M e da simetria.

As características são resumidos na Tabela A.3. Quando a resposta ao impulso é simétrica, significa dizer que $g[n] = g[M - n]$, e assimétrica, quando $g[n] = -g[M - n]$, ambas no intervalo $0 \leq n \leq M$. Considerando uma resposta em frequência do formato representado na Eq. (A.9), a forma em frequência de cada sistema está representado pelas Eqs. (A.10), (A.11), (A.12) e (A.13), para os tipos *I*, *II*, *III* e *IV*, respectivamente.

$$G(e^{jw}) = \sum_{n=0}^M g[n]e^{-jw}, \quad (\text{A.9})$$

$$G(e^{jw}) = e^{-jw\frac{M}{2}} \sum_{k=0}^{M/2} a[k]\cos(wk), \quad a[0] = g\left[\frac{M}{2}\right], \quad a[k] = 2g\left[\left(\frac{M}{2}\right) - k\right], \quad (\text{A.10})$$

$$G(e^{jw}) = e^{-jw\frac{M+1}{2}} \sum_{k=1}^{(M+1)/2} b[k]\cos\left[w\left(k - \frac{1}{2}\right)\right], \quad b[k] = 2g\left[\left(\frac{M+1}{2}\right) - k\right], \quad (\text{A.11})$$

$$G(e^{jw}) = je^{-jw\frac{M}{2}} \sum_{k=1}^{(M)/2} c[k]\sen(wk), \quad c[k] = 2g\left[\left(\frac{M}{2}\right) - k\right], \quad (\text{A.12})$$

$$G(e^{jw}) = je^{-jw\frac{M}{2}} \sum_{k=1}^{(M+1)/2} d[k]\sen\left[w\left(k - \frac{1}{2}\right)\right], \quad d[k] = 2g\left[\left(\frac{M+1}{2}\right) - k\right]. \quad (\text{A.13})$$