

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO

Sincronismo de Frequência em Sistemas OFDM

Lucas Silveira Lobão Buss

Brasília, Julho de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROJETO FINAL DE GRADUAÇÃO

Sincronismo de Frequência em Sistemas OFDM

Lucas Silveira Lobão Buss

*Projeto Final de Graduação submetido ao Departamento de Engenharia
Elétrica como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro de Redes de Comunicação*

Banca Examinadora

Prof. João Paulo Leite, UnB/ ENE (Orientador)

Prof. Leonardo Aguayo, UnB/ FGA

Prof. Franklin da Costa Silva, UnB/ ENE

Dedicatória

A minha mãe Eliete, que sempre me apoiou e não mediu esforços para que chegasse até aqui.

Lucas Silveira Lobão Buss

Agradecimentos

Ao professor João Paulo Leite, pela orientação, apoio e confiança.

Ao meu amigo Guilherme, pelo incentivo e grande ajuda em momentos de aperto.

Às minhas amigas, Marina, Lorrany, Letícia e Ivana, que dispuseram de um tempo para leitura deste trabalho e sugeriram correções com um toque feminino.

Aos meus amigos de curso, por todo companheirismo ao longo dos anos de graduação.

Aos demais amigos, pelos momentos de alegrias.

A Universidade de Brasília, pela oportunidade de fazer o curso.

Lucas Silveira Lobão Buss

RESUMO

OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplex*) é uma modulação eficiente espectralmente e muito utilizada nos dias atuais, que pode ser implementada via IDFT (*Inverse Discrete Fourier Transform*) e DFT (*Discrete Fourier Transform*). O OFDM visa enfrentar os problemas de um canal seletivo em frequência, ao aumentar o tempo de símbolo. Ao fazer um tempo de guarda cíclico de tamanho maior ou igual ao tempo de espalhamento do canal, elimina-se a ISI (*Intersymbol Interference*), mantendo a ortogonalidade entre as portadoras. Porém o sinal OFDM é sensível a desvios de frequência que podem destruir a ortogonalidade entre as portadoras. É estudado um algoritmo para se estimar o desvio de frequência, permitindo compensá-lo, evitando, assim, perdas em SNR (*signal-to-noise ratio*).

ABSTRACT

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplex) is a spectrally efficient modulation and widely used nowadays, that can be implemented via IDFT (Inverse Discrete Fourier Transform) and DFT (Discrete Fourier Transform). OFDM aims to solve the problems of a frequency selective channel by increasing the symbol time. By making a cyclic guard time larger or equal than to the channel spreading time, the ISI (Intersymbol Interference) is eliminated, maintaining the orthogonality between the carriers. However, the OFDM signal is sensitive to frequency offsets that can destroy the orthogonality between the carriers. An algorithm is studied to estimate the frequency offset, allowing compensate it, avoiding losses in signal-to-noise ratio (SNR).

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
1.2	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	1
1.3	OBJETIVOS	2
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	2
2	O CANAL RÁDIO MÓVEL	3
2.1	INTRODUÇÃO	3
2.2	CARACTERIZAÇÃO DO CANAL RÁDIO MÓVEL	3
2.2.1	RUÍDO GAUSSIANO ADITIVO BRANCO	3
2.2.2	ESPAÇO LIVRE	3
2.2.3	MECANISMOS DE PROPAGAÇÃO	4
2.2.4	DESVANECIMENTO	4
2.3	DESVANECIMENTO DE LARGA ESCALA	5
2.3.1	PERDA DE PERCURSO MÉDIA	5
2.3.2	SOMBREAMENTO	6
2.4	DESVANECIMENTO DE PEQUENA ESCALA	7
2.4.1	PERFIL DE INTENSIDADE MULTIPERCURSO	8
2.4.2	FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO ESPAÇADA NA FREQUÊNCIA	9
2.4.3	CANAL SELETIVO EM FREQUÊNCIA	10
2.4.4	FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO ESPAÇADA NO TEMPO	12
2.4.5	ESPECTRO DE POTÊNCIA DOPPLER	13
2.4.6	DESVANECIMENTO LENTO E RÁPIDO	14
2.5	DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH	14
2.6	CONCLUSÃO	15
3	OFDM	16
3.1	INTRODUÇÃO	16
3.2	SINAL OFDM	17
3.2.1	DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DE UM SINAL OFDM	18
3.2.2	SINAL OFDM DE BANDA PASSANTE	20
3.3	MODULADOR E DEMODULADOR OFDM	20
3.4	EXTENSÃO CÍCLICA	22
3.5	CONCLUSÃO	23
4	DESVIO DE FREQUÊNCIA EM OFDM	24
4.1	INTRODUÇÃO	24
4.2	MODELO DE DESVIO DE FREQUÊNCIA	24
4.3	ESTIMANDO O DESVIO DE FREQUÊNCIA	29
4.4	SIMULAÇÕES EM MATLAB	32
4.5	CONCLUSÃO	37
5	CONCLUSÃO	38
5.1	PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	38

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Efeitos do desvanecimento de pequena e larga escala. Adaptado de [1]	5
Figura 2.2: Ilustração de multipercurso típico. Adaptado de [4].....	7
Figura 2.3: Resposta de um canal multipercurso a um pulso estreito versus tempo de atraso, como uma função da posição da antena. Adaptado de [1]	8
Figura 2.4: Perfil de intensidade multipercurso. Adaptado de [1]	9
Figura 2.5 : Função de correlação espaçada na frequência. Adaptado de [1]	9
Figura 2.6: Canal seletivo em frequência. Adaptado de [1].....	11
Figura 2.7: Canal não seletivo em frequência. Adaptado de [1]	11
Figura 2.8: Ocorre um nulo na função de transferência do canal, tornando o canal seletivo em frequência mesmo com $f_0 > 1/T_s$. Adaptado de [1].....	12
Figura 2.9: As funções de espectro de potência Doppler e correlação espaçada no tempo. Adaptada de [1]	13
Figura 2.10: envoltória do sinal com desvanecimento de Rayleigh típico. Adaptado de [1]......	15
Figura 3.1: Densidade espectral das subportadoras OFDM. Retirado de [5]......	19
Figura 3.2: Densidade espectral de um sinal OFDM. Retirado de [5].	19
Figura 3.3: Esquema simplificado de transmissor OFDM analógico. Adaptado de [5].....	20
Figura 4.1: Comportamento das funções $\sin p\pi N/2$ e $2pN/2$ para $p \leq N/2$; $N = 120$	27
Figura 4.2: SNR mínima teórica versus desvio de frequência relativo, ϵ	29
Figura 4.3: Desvio de frequência relativo de 0,25, sem correção. 16QAM	33
Figura 4.4 Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 16QAM.....	34
Figura 4.5 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 4 - PSK	35
Figura 4.6 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 8 - PSK	35
Figura 4.7 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 32QAM	36
Figura 4.8 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 64QAM	36
Figura 4.9 - Desvio de Frequência Real vs Estimado	37

LISTA DE SIGLAS

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
ASK	<i>Amplitude Shift Keying</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
IDFT	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
ISI	<i>Intersymbol Interference</i>
ICI	<i>Inter-carrier Interference</i>
LAN	<i>Local Area Network</i>
LTE	<i>Long Term Evolution</i>
PAPR	<i>Peak-to-average power ratio</i>
PSK	<i>Phase Shift Keying</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>
RF	<i>Radio Frequency</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
WiMAX	<i>Worldwide Interoperability for Microwave Access</i>
WSSUS	<i>Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

x_n	Símbolo OFDM
X_K	Dados modulados
N	Número de subportadoras totais
H_k	Função de transferência do canal
w_n	Envoltória complexa do ruído gaussiano aditivo branco
y_n	Símbolo OFDM afetado pelo canal e desvio de frequência
ε	Desvio de frequência relativo
Y_k	Dados recuperados
I_k	Interferência entre subportadoras
W_k	Transformada do ruído
r_n	Símbolo OFDM duplicado
R_{1k}	Primeiro símbolo de dados
R_{2k}	Segundo símbolo de dados
Y_{1k}	Primeiro símbolo de dados com efeito do AWGN
Y_{2k}	Segundo símbolo de dados com efeito do AWGN
$\hat{\varepsilon}$	Estimativa de desvio de frequência relativo

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Com o advento da Internet e da popularização do smartphone, a necessidade de transmitir dados aumenta a cada ano, em especial em redes de telefonia móvel. Além disso, novas aplicações surgem constantemente e o desejo por altas taxas de transmissão aumenta. Tal cenário requer uma evolução constante na área de comunicação móvel.

Nesse contexto, observa-se cada vez mais a necessidade do uso eficiente dos recursos disponíveis em canais rádio móveis para que haja altas taxas. Para atingir este objetivo, muitos sistemas de comunicação podem fazer uso de uma técnica sofisticada conhecida como OFDM (*Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*)

O OFDM torna-se uma escolha em comunicações de redes sem fio amplamente utilizadas atualmente como, por exemplo, *Wireless LANs* (802.11 a/g/n), WiMAX e sistemas celulares LTE. O OFDM é uma técnica multiportadora que consiste em distribuir símbolos de transmissão em diversas subportadoras, de modo a conseguir robustez em um canal com a presença do multipercurso, sem que haja perda nas taxas de transmissão. Tal façanha é consequência da ortogonalidade entre subportadoras.

1.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O OFDM, apesar de ser uma boa escolha em sistemas de comunicações devido a suas características que o tornam robusto em canais de multipercurso, apresenta uma grande sensibilidade quanto a sincronização.

A sincronização é importante para sistemas OFDM, assim como em sistemas com única portadora, porém, devido a existência de múltiplas subportadoras, um desvio de frequência e erros de fase podem causar interferência entre suas próprias subportadoras, portanto, há uma degradação mais acentuada em SNR (*signal-to-noise ratio*) do que em sistemas com uma única portadora. Além disso, a falta de sincronismo pode destruir a ortogonalidade entre subportadoras levando a altas taxas de erros de bits. Assim, o OFDM perderia sua capacidade de proporcionar boas taxas de transmissão.

O problema atacado neste trabalho no tocante ao sincronismo é o de desvio de frequência, que pode ser causado pelo canal, por inaccurácias de um oscilador ou por efeito Doppler.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho propõe o estudo de um algoritmo para estimar o desvio de frequência, assume-se que o desvio de frequência acomete todas as subportadoras de forma igual. A partir da estimativa foi possível criar uma simulação em que o desvio de frequência pudesse ser compensado, e assim, evitar de forma satisfatória que o sinal fosse degradado de forma severa.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em seis capítulos. A presente introdução compõe o primeiro capítulo.

No capítulo 2 é apresentada a modelagem do canal sem fio, mostrando os principais efeitos de propagação que afetam os sistemas de comunicação sem fio. São apresentadas as formulações dos efeitos de perda de percurso, sombreamento, tipos de desvanecimento e como estes interferem no sinal transmitido no meio sem fio. Este capítulo serve de base para se entender quais os problemas de canal o OFDM visa combater.

O capítulo 3 mostra a teoria de OFDM, mostrando as propriedades de um sinal OFDM e como pode ser implementado, o seu espectro e como é utilizado um tempo de guarda para se reduzir interferência entre canais.

Em seguida, no capítulo 4 é apresentado como um desvio de frequência pode ser prejudicar a performance do OFDM, é mostrado neste capítulo como pode-se estimar o desvio de frequência e assim compensá-lo. Foram incluídos resultados de simulações em MATLAB para a fim de levantar curvas de desempenho, mostrando de forma mais clara os efeitos do desvio de frequência e sua correção.

Finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões do trabalho e potenciais propostas de continuidade.

2 O CANAL RÁDIO MÓVEL

2.1 INTRODUÇÃO

Em sistemas de comunicação sem fio, composto essencialmente por transmissor, canal e receptor, é importante realizar um estudo sobre o canal, pois diversos fenômenos acometem um sinal transmitido em um meio sem fio, principalmente devido à mobilidade dos terminais. Assim, é possível projetar um sistema de comunicação, escolhendo os parâmetros de potência, antenas, modulações, entre outros, a depender da complexidade do sistema, que atenda aos requisitos desejados em um determinado canal rádio móvel.

A seguir, será estudado o canal rádio móvel, utilizado como base para justificar a escolha do OFDM em diversos sistemas de comunicação.

2.2 CARACTERIZAÇÃO DO CANAL RÁDIO MÓVEL

O canal de rádio móvel, por não ser determinístico e depender da faixa de frequências utilizada, não é de fácil modelagem, exigindo estudos teóricos e dados estatísticos para sua caracterização. Assim, serão dadas as bases para se modelar e entender um canal rádio móvel.

2.2.1 RUÍDO GAUSSIANO ADITIVO BRANCO

No estudo de canais rádio móveis, considera-se primeiramente um canal AWGN (*Additive White Gaussian Noise*), pois este nos permite entender relações básicas de performance. A principal fonte de degradação da performance em um canal AWGN é proveniente de ruído térmico gerado pelo receptor. O ruído térmico geralmente tem densidade de potência plana na banda do sinal e média zero.

2.2.2 ESPAÇO LIVRE

Um modelo simples de canal é apresentado a seguir. Assume-se que o sinal é propagado no espaço livre, sendo degradado conforme a distância entre o transmissor e o receptor aumenta. O espaço livre ideal considera que o meio de propagação não absorve e nem reflete o sinal e é perfeitamente uniforme. Considera-se também que a Terra está muito distante do sinal propagado. O modelo para caracterizar a perda de percurso em

espaço livre permite expressar a potência recebida em termos da potência transmitida atenuada por um fator. Tal fator é baseado na fórmula de Friis, e quando a antena de recepção é isotrópica é dado por

$$L_S (d) = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2, \quad (2.1)$$

em que L_S é o fator de atenuação, chamado de perda de percurso, d é a distância entre transmissor e receptor e λ é comprimento de onda do sinal. Assim, percebe-se que a perda de percurso cresce quadraticamente com a frequência do sinal e a distância.

2.2.3 MECANISMOS DE PROPAGAÇÃO

A maior parte das comunicações terrestres sofre reflexão, difração e espalhamento do sinal propagado pelo solo e diversos obstáculos, tornando, assim, o modelo de perda no espaço livre inapropriado para prever o comportamento do sinal recebido.

É preciso entender quais são os três principais mecanismos físicos que afetam a propagação do sinal no canal rádio móvel para melhor caracterizá-lo. O primeiro mecanismo é a reflexão que ocorre quando o sinal encontra com uma superfície lisa de dimensões maiores do que o comprimento de onda. A difração ocorre quando o caminho entre o receptor é obstruído por um obstáculo com dimensões semelhantes ao comprimento de onda, causando ondas secundárias formadas atrás do obstáculo. O espalhamento ocorre quando a onda colide com algo rugoso ou encontra um obstáculo com menores dimensões que o comprimento de onda do sinal, causando um espalhamento do sinal em todas as direções.

2.2.4 DESVANECIMENTO

Os mecanismos de propagação causam flutuações no sinal, conhecidas como desvanecimento. Há dois tipos de desvanecimento que o canal pode causar no sinal: desvanecimento de larga e de pequena escala. O desvanecimento de larga escala representa a atenuação na média da potência do sinal devido a movimentos em grandes áreas. Já o desvanecimento de pequena escala é caracterizado por mudanças drásticas no sinal recebido por conta de pequenas mudanças no canal entre transmissor e receptor.

O sinal recebido $r(t)$ é geralmente escrito como sendo o sinal enviado, $s(t)$, convoluído com a resposta do canal, $h_C(t)$, conforme a Eq.(2.2)

$$r(t) = s(t) * h_c(t). \quad (2.2)$$

Devido aos efeitos do canal, pode-se escrever o sinal recebido como tendo um componente de larga escala, $m(t)$, e outro de pequena escala, $r_0(t)$, conforme a Eq.(2.3)

$$r(t) = m(t) \times r_0(t). \quad (2.3)$$

A Fig 2.1 ilustra a contribuição dos componentes de pequena e larga escala na potência do sinal recebido, conforme o receptor se locomove.

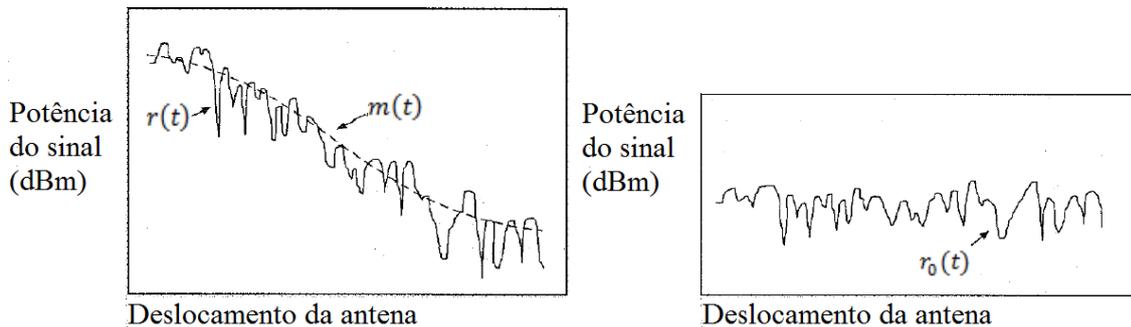


Figura 2.1: Efeitos do desvanecimento de pequena e larga escala. Adaptado de [1]

2.3 DESVANECIMENTO DE LARGA ESCALA

O desvanecimento em larga escala depende de dois fatores. O primeiro, associado basicamente à distância entre transmissor e receptor, é chamado perda de percurso. O segundo trata dos fenômenos associados ao sombreamento. Ambos serão discutidos a seguir.

2.3.1 PERDA DE PERCURSO MÉDIA

Para se descrever de uma forma mais acurada diversos ambientes de propagação, modelos empíricos são desenvolvidos usando dados experimentais. Okumura realizou as primeiras medidas de perda de percurso considerando diversas alturas de antenas e distâncias. Hata transformou as medidas de Okumura em fórmulas paramétricas [1]. Demonstra-se a perda de percurso média na relação paramétrica expressa em (2.4)

$$\bar{L}_p(d) \propto \left(\frac{d}{d_0}\right)^n \quad (2.4)$$

ou em decibéis, pela Eq. (2.5)

$$\bar{L}_P(d)(dB) = L_S(d_0)(dB) + 10n \log(d/d_0). \quad (2.5)$$

Em que $\bar{L}_P(d)$ é a perda de percurso média em função da distância, d , entre receptor e transmissor, d_0 é a distância de referência, $L_S(d_0)$ é uma medida de campo da perda de caminho em d_0 ou a perda no espaço livre calculada no ponto d_0 , n é um parâmetro que leva em consideração a altura da antena, a frequência utilizada e o meio de propagação. Se $n = 2$, temos uma onda se propagando no espaço livre; se $n < 2$ há uma onda guiada, como observado em uma rua urbana; e se $n > 2$ dispomos de um ambiente com diversas obstruções.

2.3.2 SOMBREAMENTO

O modelo de perda de percurso média tenta quantificar a perda na potência do sinal entre transmissor e receptor, em relação à distância. Porém, muitos outros fatores podem ter um efeito na potência total recebida. Por exemplo, árvores e construções podem estar entre o transmissor e o receptor, causando uma degradação no sinal recebido. Por outro lado, uma linha de visada pode aparecer, causando um aumento na potência recebida.

Como não é possível levar em conta todo o ambiente de propagação e suas mudanças, uma variável aleatória é introduzida para contabilizar estes efeitos, chamados de sombreamento. Ao considerarmos as variações em torno da média introduzidas a partir da variável aleatória, X_σ , a Eq. (2.5) se torna

$$L_P(d)(dB) = L_S(d_0)(dB) + 10n \log_{10}(d/d_0) + X_\sigma(dB), \quad (2.6)$$

em que X_σ (dB) é uma variável aleatória gaussiana de média 0 e desvio padrão σ . Esta variável aleatória geralmente é modelada a partir de medições práticas e depende do local onde ocorre a transmissão e da distância entre receptor e transmissor. X_σ tipicamente apresenta valores correlacionados entre distâncias que diferem de alguns metros entre o receptor e o transmissor, sendo assim caracterizado um desvanecimento de larga escala.

2.4 DESVANECIMENTO DE PEQUENA ESCALA

O desvanecimento de pequena escala advém dos efeitos de multipercurso. É necessário, então, entender como modelar um sinal que foi refletido diversas vezes, ou seja, um sinal com propagação multipercurso. O multipercurso pode ser entendido como diversas cópias de um mesmo sinal que chegam em diferentes tempos e com diversas atenuações, o que pode causar grandes flutuações no sinal recebido em sua amplitude, fase e ângulo de chegada devido às interferências construtivas e destrutivas. Neste caso, mover o transmissor ou o receptor por distâncias muito pequenas pode mudar drasticamente o sinal, mesmo que a perda de percurso e o sombreamento não tenham se alterado com a curta distância.

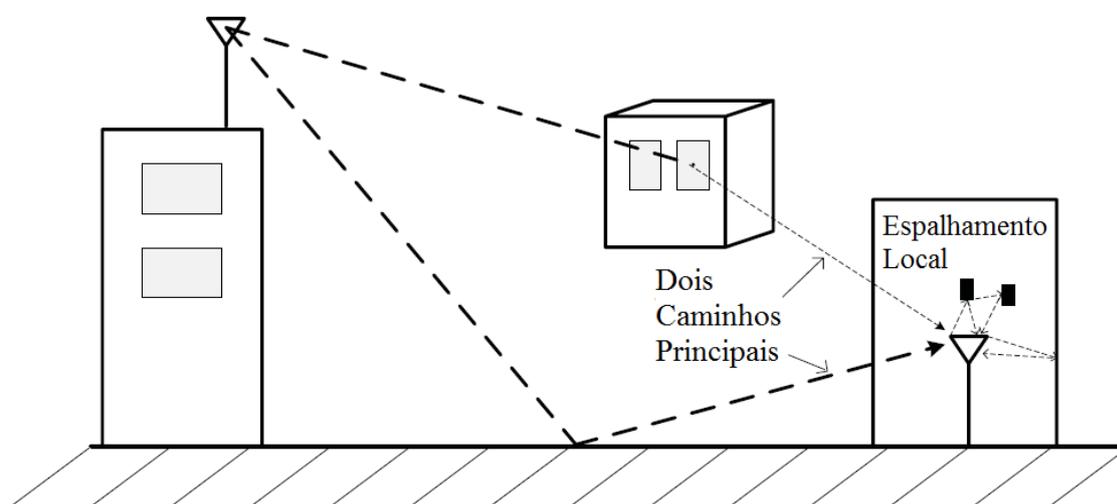


Figura 2.2: Ilustração de multipercurso típico. Adaptado de [4]

O desvanecimento de pequena escala se manifesta através de dois mecanismos: espalhamento no tempo dos pulsos e variabilidade do canal ao longo do tempo. O primeiro pode ser observado quando enviamos um pulso estreito no canal e o pulso se alarga no tempo. O segundo ocorre quando após um dado tempo de observação do canal, este se comporta de uma forma no início da observação e de outra forma distinta ao final.

A Fig. 2.3 ilustra as consequências dos dois mecanismos, mostrando a resposta de um canal multipercurso para um pulso estreito versus atraso, como uma função da posição da antena, ou tempo, ao se assumir velocidade constante, como ocorre na Fig. 2.3. Ainda na Fig. 2.3 é importante distinguir as duas referências de tempo. O tempo de atraso τ refere-se ao mecanismo de espalhamento. O tempo de transmissão ou tempo de observação t , é relacionado ao movimento da antena, e é percebido como a variabilidade do canal. Na

Fig. 2.3 cada quadro representa o perfil de potência do pulso recebido para uma antena em uma posição $0,4\lambda$ distante do adjacente, em que λ é o comprimento de onda da portadora.

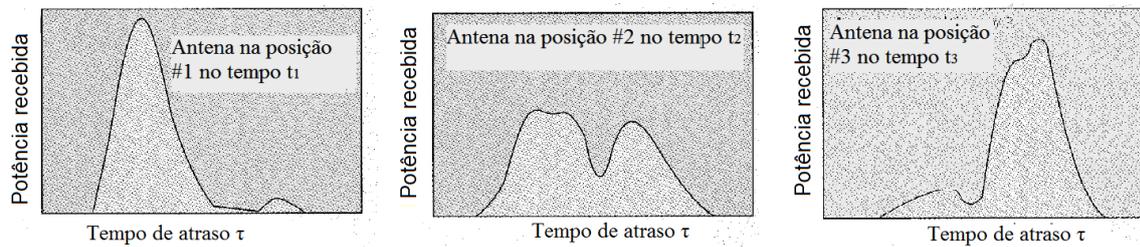


Figura 2.3: Resposta de um canal multipercurso a um pulso estreito versus tempo de atraso, como uma função da posição da antena. Adaptado de [1]

Para cada um dos casos mostrados na Fig. 2.3, a resposta muda completamente em relação ao tempo de atraso do maior componente, número de cópias do sinal, magnitude do sinal e a potência total recebida.

As seções 2.4.1 e 2.4.2 vão tratar do espalhamento no tempo dos pulsos e as seções 2.4.4 e 2.4.5 vão tratar da variância do canal no tempo, analisados no domínio do tempo e da frequência, respectivamente. Cada uma dessas seções mostra uma função definida por Bello [1] em seu modelo de canal WSSUS (*wide-sense stationary uncorrelated scattering*). Este modelo trata as variações de sinal, que chegam com atrasos diferentes, como não correlacionadas.

2.4.1 PERFIL DE INTENSIDADE MULTIPERCURSO

A primeira função que ajuda a entender o efeito de espalhamento no tempo é o perfil de intensidade de multipercurso, $S(\tau)$. Esta função relaciona densidade de potência e o tempo de atraso. Compreender essa função é entender como a potência média varia com o tempo de atraso. Para um impulso transmitido, o tempo, T_m , entre o primeiro e o último componente recebido, representa o máximo espalhamento do atraso. Note que para um sistema ideal, a função $S(\tau)$ seria um impulso ideal. A Fig. 2.4 mostra a função $S(\tau)$ versus o tempo de atraso para um sistema com a presença do multipercuso.

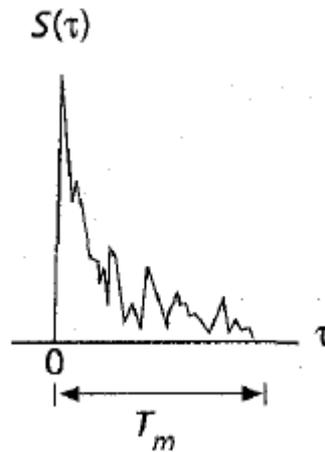


Figura 2.4: Perfil de intensidade multipercurso. Adaptado de [1]

2.4.2 FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO ESPAÇADA NA FREQUÊNCIA

Aplicando a transformada de Fourier em $S(\tau)$, temos a função $R(\Delta f)$ na frequência, denominada de função de correlação espaçada em frequência. $R(\Delta f)$ representa a correlação para a resposta do canal de dois sinais como uma função da diferença da frequência dos dois sinais. Assim, esta função nos ajuda a entender como dois sinais de frequências distintas se comportam em um mesmo canal. A banda de coerência, f_0 , é uma medida estatística, em que na faixa de frequências da banda de coerência, temos um canal com mesmo ganho e fase linear, ou seja, um sistema sem distorção na banda f_0 . A Fig. 2.5 ilustra a função de correlação espaçada em frequência, $R(\Delta f)$ versus a diferença de frequência Δf .

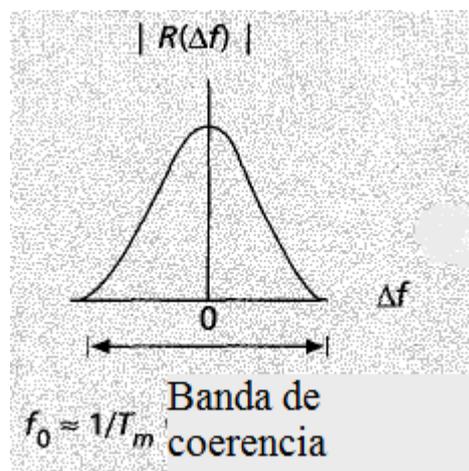


Figura 2.5 : Função de correlação espaçada na frequência. Adaptado de [1]

Como ilustrado na Fig. 2.5, T_m pode ser utilizado como uma aproximação de f_0 , pois T_m e f_0 estão relacionados pela transformada de Fourier. Assim, uma das formas de se estimar a banda de coerência é dada pela relação (2.7)

$$f_0 \approx 1/T_m . \quad (2.7)$$

Uma vez que para um mesmo T_m , podem-se obter diversos perfis de $S(\tau)$, é preciso então ter uma medida para a melhor caracterização do que ocorre no domínio do tempo. Esta medida é a raiz do valor quadrático médio do tempo de espalhamento dada pela Eq.(2.8)

$$\sigma_\tau = \sqrt{\overline{\tau^2} - (\bar{\tau})^2}. \quad (2.8)$$

A partir da medida na Eq.(2.8), pode-se estimar a banda de coerência por algumas fórmulas. Se a banda de coerência for definida como o intervalo de frequência em que a função de transferência do canal tem uma correlação de pelo menos 0,9, então a banda de coerência é aproximadamente a relação dada em (2.9)

$$f_0 \approx \frac{1}{50\sigma_\tau}, \quad (2.9)$$

já outra aproximação de banda de coerência para um intervalo de frequências com uma correlação de 0,5 é dada em (2.10)

$$f_0 \approx \frac{1}{5\sigma_\tau}. \quad (2.10)$$

Uma definição empregada para comunicações na ionosfera é

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sigma_\tau}. \quad (2.11)$$

2.4.3 CANAL SELETIVO EM FREQUÊNCIA

Outro conceito importante é o desvanecimento seletivo em frequência. Este ocorre se $T_m > T_s$, ou seja, se temos um tempo máximo de atraso maior que o tempo de símbolo, significa que temos a presença de interferência intersimbólica, pois as componentes de multipercurso interferem no próximo símbolo a ser recebido. Se temos $T_s > T_m$, isto implica

em um desvanecimento não seletivo em frequência, caso em que todos os componentes de multipercurso chegam dentro do tempo de símbolo, e não há interferência intersimbólica, embora os componentes de multipercurso possam degradar o sinal em sua SNR.

Para o domínio da frequência, temos que o canal é seletivo em frequência se $f_0 < 1/T_s$. Ou seja, para componentes de frequência fora da banda de coerência do sinal, o canal irá tratar de forma diferente daquelas que estão dentro da banda de coerência. Podemos entender o canal seletivo em frequência como um filtro para algumas frequências do sinal. Por outro lado, temos um canal não seletivo em frequência se $f_0 > 1/T_s$, assim, todas as componentes de frequência irão ser tratadas de forma correlacionada. A condição de $f_0 > 1/T_s$ nem sempre garante que o canal será não seletivo em frequência, pois pode ocorrer de a banda de coerência estar fora da banda do sinal. As Fig. 2.6, 2.7 e 2.8 ilustram esses três casos, em que W é a banda do sinal, considerada como $1/T_s$.

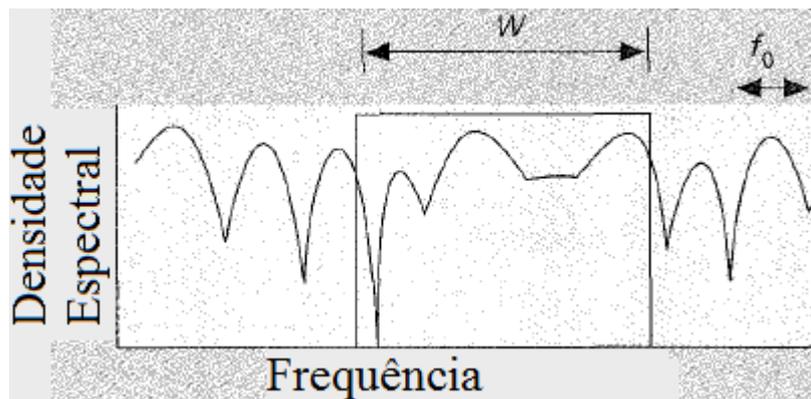


Figura 2.6: Canal seletivo em frequência. Adaptado de [1]

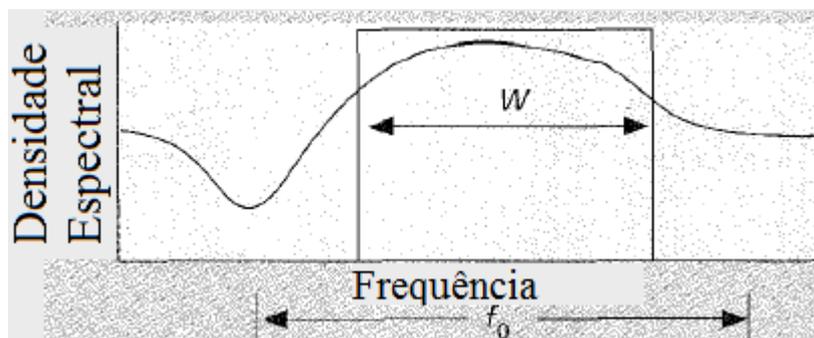


Figura 2.7: Canal não seletivo em frequência. Adaptado de [1]

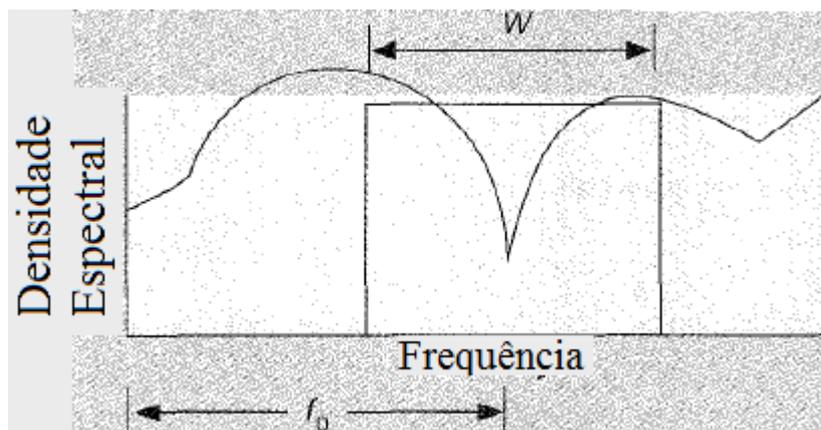


Figura 2.8: Ocorre um nulo na função de transferência do canal, tornando o canal seletivo em frequência mesmo com $f_0 > 1/T_s$. Adaptado de [1]

2.4.4 FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO ESPAÇADA NO TEMPO

A principal causa de variabilidade no tempo do canal é o efeito Doppler, que produz a mudança de frequência no sinal devido ao deslocamento. A variabilidade no tempo do canal pode ser entendida também através das mudanças nos percursos, entre transmissor e receptor devido ao deslocamento dos terminais.

Para se entender a variabilidade no tempo do canal é definida a função de correlação espaçada no tempo, $R(\Delta t)$. Essa função é a autocorrelação da resposta do canal a uma senoide.

Uma senoide é enviada em um tempo t_1 e após em um tempo t_2 é enviada outra, em um canal rádio móvel, sendo $\Delta t = t_2 - t_1$. O tempo de coerência, T_0 , é a duração esperada na qual as duas senoide permanecem correlacionadas. Assim, pode-se dizer que T_0 é o tempo esperado em que a resposta do canal é essencialmente invariante.

Uma expressão para $R(\Delta t)$ para uma velocidade constante de deslocamento entre transmissor e receptor, para uma onda contínua não modulada, é dada pela Eq.(2.12)

$$R(\Delta t) = J_0(kV\Delta t). \quad (2.12)$$

Em que J_0 é a função de Bessel de primeira ordem, $k = 2\pi/\lambda$, V é a velocidade de deslocamento entre transmissor e receptor e $V\Delta t$ é a distância percorrida.

2.4.5 ESPECTRO DE POTÊNCIA DOPPLER

Tirando-se a transformada de Fourier de $R(\Delta t)$ obtemos $S(\nu)$, o espectro de potência Doppler, que é dado pela Eq.(2.13), para uma antena de recepção vertical com ganho azimutal constante, e uma distribuição uniforme dos sinais que chegam.

$$S(\nu) = \frac{1}{\pi f_d \sqrt{1 - \left(\frac{\nu}{f_d}\right)^2}}, \quad (2.13)$$

em que, f_d , é a máxima frequência de desvio Doppler, chamado também de espalhamento Doppler, é dado na Eq(2.14)

$$f_d = \frac{V}{\lambda}, \quad (2.14)$$

em que, V , é a velocidade com que transmissor e receptor se distanciam.

Podemos relacionar f_d e T_0 , pois ambos estão relacionados por uma transformada de Fourier. A relação é expressa em (2.15)

$$T_0 \approx \frac{1}{f_d} \quad (2.15)$$

A Fig. 2.9 mostra a função $R(\Delta t)$, e $S(\nu)$.

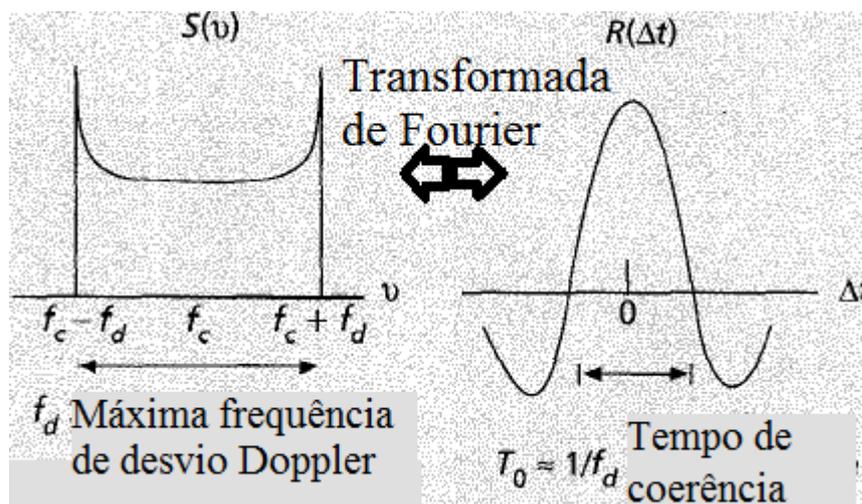


Figura 2.9: As funções de espectro de potência Doppler e correlação espaçada no tempo. Adaptada de [1]

O espalhamento de Doppler, f_d ou $1/T_0$, é considerado como a taxa típica de desvanecimento do canal. Anteriormente T_0 foi descrito como o tempo esperado em que a resposta do canal é essencialmente invariante. Quando T_0 é definido mais precisamente como a duração de tempo cuja resposta do canal para uma senoide tenha uma correlação maior que 0,5, a relação entre T_0 e f_d torna-se em (2.16):

$$T_0 \approx \frac{9}{16\pi f_d} \quad (2.16)$$

Uma definição de T_0 pode ser obtida a partir da média geométrica das relações (2.15) e (2.16), o que leva a Eq(2.17)

$$T_0 = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_d^2}} = \frac{0.423}{f_d}. \quad (2.17)$$

2.4.6 DESVANECIMENTO LENTO E RÁPIDO

Podemos classificar o canal como sendo de desvanecimento lento ou rápido. O canal com desvanecimento rápido é aquele em que $T_0 < T_s$. Traduzindo, o tempo em que o canal se comporta de forma correlacionada é curto em relação ao tempo de símbolo, ou seja, para um dado pulso, o canal muda diversas vezes, tornando o pulso distorcido. Isto causa problemas de sincronismo e perdas em SNR. O desvanecimento lento é aquele em que $T_0 > T_s$, assim, o tempo de símbolo é menor que o tempo de coerência do sinal, ou seja, o canal permanece invariante durante a transmissão do símbolo.

2.5 DISTRIBUIÇÃO DE RAYLEIGH

Se o sinal recebido contém um componente de visada, um componente que não sofreu o multipercurso, e outros componentes de multipercurso, então a amplitude do sinal recebido pode ser bem modelada utilizando a distribuição de probabilidades de Rice. Se não há componente de visada e há apenas componentes de multipercurso, o que frequentemente ocorre, então a envoltória do sinal recebido é melhor caracterizada a partir da distribuição de probabilidades de Rayleigh na Eq. (2.18)

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right] & \text{para } r \geq 0 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.18)$$

Em que r é a amplitude do envelope do sinal recebido e $2\sigma^2$ é a pré-deteção média de potência do sinal multipercurso. A Fig. 2.10 mostra uma simulação de um desvanecimento Rayleigh, com velocidade constante do receptor a 120km/h e frequência da portadora em 900MHz.

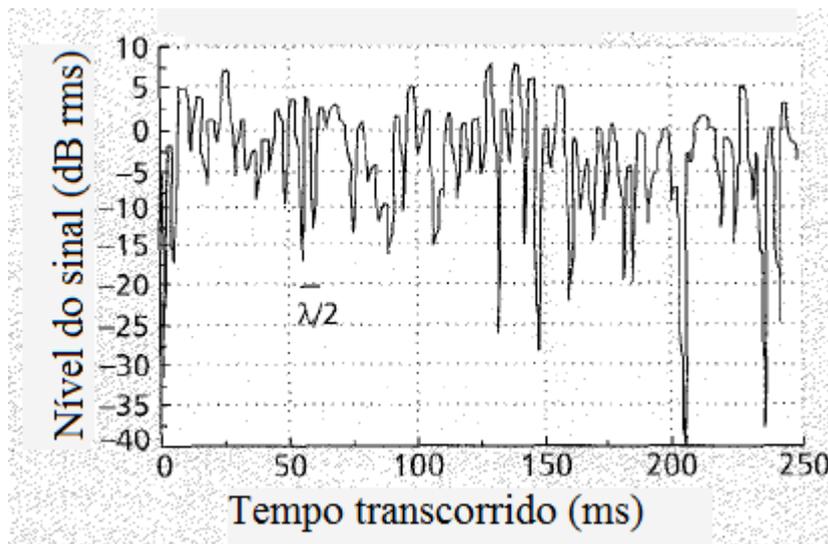


Figura 2.10: envoltória do sinal com desvanecimento de Rayleigh típico. Adaptado de [1].

2.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo, os principais elementos que contribuem para o desvanecimento em um canal foram caracterizados. Dois tipos de desvanecimento, grande e pequena escala, foram descritos em dois pontos de vista: tempo e frequência. A partir dessa caracterização foi possível categorizar o canal quanto a seletividade em frequência, e quanto a rapidez do desvanecimento.

Nos próximos capítulos, será possível compreender como um sistema OFDM lida com algumas limitações do canal, ao se aumentar o tempo de símbolo, sem haver queda na taxa de transmissão para isto.

3 OFDM

3.1 INTRODUÇÃO

Recentemente modulações multiportadoras estão recebendo cada vez mais atenção devido a inúmeras vantagens. Uma vantagem é poder transmitir N símbolos de dados em N portadoras paralelamente, reduzindo a taxa de símbolos original em N vezes em cada portadora, aumentando o tempo de símbolo em N vezes. Assim, o efeito de interferência intersimbólica, descrito na seção 2.43, que ocorre quando o máximo espalhamento do atraso é maior que o tempo de símbolo, pode ser reduzido e a equalização no receptor será mais fácil, evitando-se degradações no sinal que surgiriam em esquemas com portadora única, sem que seja preciso reduzir a taxa de transmissão. Portanto, o OFDM visa combater tal problema, que surge principalmente em canais com a presença do multipercurso ao mesmo tempo que alcança boas taxas de transmissão.

As múltiplas portadoras são chamadas de subportadoras. A banda de frequência ocupada por uma subportadora é chamada de sub-banda. A grande vantagem do OFDM é permitir sobreposição das sub-bandas adjacentes. Com uma determinada separação entre as frequências centrais das sub-bandas, é possível obter uma ortogonalidade entre as subportadoras. No receptor as subportadoras podem ser separadas por correlatores sem que seja necessário a filtragem de cada uma delas.

Uma vez que a banda de frequências é dividida em várias bandas estreitas e o tempo de símbolo é alongado, o sinal se torna menos sensível a desvanecimentos rápidos, outra vantagem é a resistência contra ruídos de banda larga.

Porém uma das desvantagens do OFDM é a necessidade de ter as frequências de cada subportadoras bem definidas, uma vez que a ortogonalidade entre as subportadoras depende do correto espaçamento na frequência entre uma subportadora e outra.

O capítulo está organizado da seguinte forma: na seção 3.2 será discutido a modelagem do sinal do OFDM, em seguida na seção 3.3 será mostrado como se implementar um modulador e um demodulador de forma prática utilizando-se da transformada discreta de Fourier. A seção 3.4 mostrará o uso de extensão cíclica para se evitar interferência inter-simbólica e inter-canais, e por fim, é apresentada a conclusão do capítulo na seção 3.5.

3.2 SINAL OFDM

Uma forma de se escrever um sinal OFDM de banda base é dado pela Eq. (3.1)

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} s_i(t) = \sum_{i=0}^{N-1} A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.1)$$

em que A_i , f_i , φ_i e N são a amplitude, a frequência, a fase da i -ésima subportadora e o número de subportadoras, respectivamente. T é o período de um símbolo de dados. Os parâmetros de uma subportadora variam de acordo com a modulação escolhida. O parâmetro A_i varia se a modulação for ASK (*amplitude shift key*). Caso a modulação seja PSK (*phase shift key*), A_i é mantido constante e φ_i é determinado de acordo com os dados de entrada. Já na modulação QAM (*quadrature amplitude modulation*) tanto A_i quanto φ_i variam, sendo definidos pelos dados de entrada. Este sinal é definido como banda base, uma vez que o sinal poderá ser modulado para uma alta frequência antes de ser enviado.

O parâmetro f_i deverá ser definido de tal forma que mantenha a ortogonalidade entre as subportadoras. Para isto, deve satisfazer a seguinte relação expressa em (3.2)

$$\int_0^T s_i(t)s_j(t)dt = 0, \quad (3.2)$$

em que $s_i(t) = A\cos(2\pi f_i t + \varphi_i)$ e $s_j(t) = A\cos(2\pi f_j t + \varphi_j)$, assim, resolvendo-se a integral sobre um período qualquer, com $f_i = iR_s = \frac{i}{T}$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$, obtém-se a Eq.

(3.3)

$$\begin{aligned} \int_0^T s_i(t)s_j(t) dt &= \int_0^T A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) A_j \cos(2\pi f_j t + \varphi_j) dt \\ &= \begin{cases} A_0^2 T \cos^2(\varphi_0), & i = j = 0 \\ \frac{1}{2} A_i^2 T, & i = j \neq 0 \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Por consequência, é possível mostrar que o espaçamento entre subportadoras deverá ser de $\frac{1}{T} = R_s$. Se esta condição for seguida, a ortogonalidade será mantida e independe dos valores adotados em A_i , φ_i , A_j e φ_j , ou seja, se as frequências forem bem definidas, a ortogonalidade existirá, independentemente da modulação escolhida para cada subportadora.

3.2.1 DENSIDADE ESPECTRAL DE POTÊNCIA DE UM SINAL OFDM

Assumindo que os dados são aleatórios e estacionários no sentido-amplo, pode-se dizer que a densidade espectral de potência, PSD (em inglês, *power spectral density*) é a soma das densidades espectrais de potência de todas as subportadoras. Assim, escreve-se a Eq. (3.4)

$$S(f) = \sum_{i=0}^{N-1} S_i(f). \quad (3.4)$$

Sabe-se que para um processo estocástico estacionário no sentido amplo qualquer, $x(t)$, pode-se estabelecer a relação (3.5) pelo teorema de Wiener-Khinchin.

$$R_X(\tau) \stackrel{TF}{\Leftrightarrow} S_X(\omega), \quad (3.5)$$

em que $R_X(\tau)$ é a autocorrelação do processo $x(t)$ e $S_X(\omega)$ é sua densidade espectral de potência.

Para um sinal digital pode-se utilizar a Eq. (3.6), em que $P(\omega)$ é a transformada de Fourier do pulso transmitido no tempo.

$$R_y(\tau) \Leftrightarrow S_y(\omega) = \frac{|P(\omega)|^2}{T_b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-jn\omega T_b}. \quad (3.6)$$

Considerando o que foi dado a Eq.(3.6) pode-se chegar a expressão da densidade espectral de potência para uma subportadora expressa na Eq. (3.7). Para isto tem que se considerar o pulso transmitido como $A_i \cos(2\pi f_i t + \varphi_i)$ multiplicado por uma função rect de largura T , a transformada do pulso resulta em sinc's deslocadas em f_i . Para dados descorrelacionados apenas o valor de R_0 é não nulo e igual a $A_{avg}^2/2$. Assim,

$$S_i(f) = \frac{A_{avg}^2 T}{2} \left[\left(\frac{\sin(\pi(f - f_i)T)}{\pi(f - f_i)T} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\pi(-f - f_i)T)}{\pi(-f - f_i)T} \right)^2 \right], \quad i \neq 0. \quad (3.7)$$

Para $i = 0$ a expressão para a densidade espectral de potência se torna

$$S_0(f) = \frac{A_{avg}^2 T}{2} \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 \quad (3.8)$$

Combinando as Eqs.(3.4) (3.7) e (3.8) e tomando apenas a parte positiva das frequências obtém-se a expressão para a densidade espectral de potência

$$S(f) = \sum_{i=0}^{N-1} \left(\frac{\sin(\pi(f - f_i)T)}{\pi(f - f_i)T} \right)^2, \quad f \geq 0 \quad (3.9)$$

Um gráfico que mostra a densidade espectral de quatro subportadoras moduladas é plotado na Fig 3.1, cada uma delas tem forma de onda da função sinc². Em seguida, na Fig. 3.2 é mostrado o somatório de cada uma delas, mostrando a densidade espectral do sinal OFDM equacionado na Eq. (3.9).

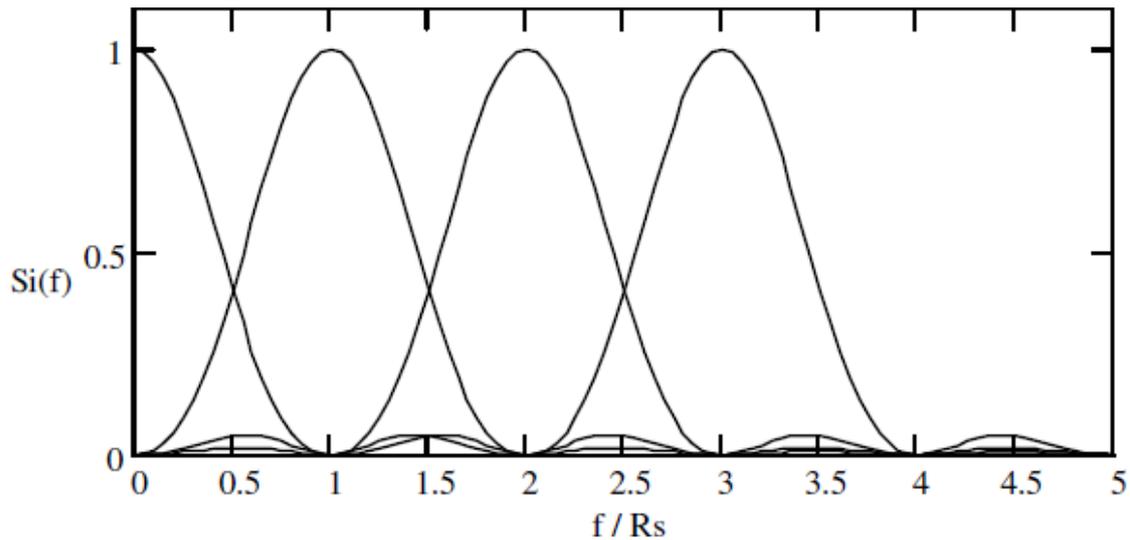


Figura 3.1: Densidade espectral das subportadoras OFDM. Retirado de [5].

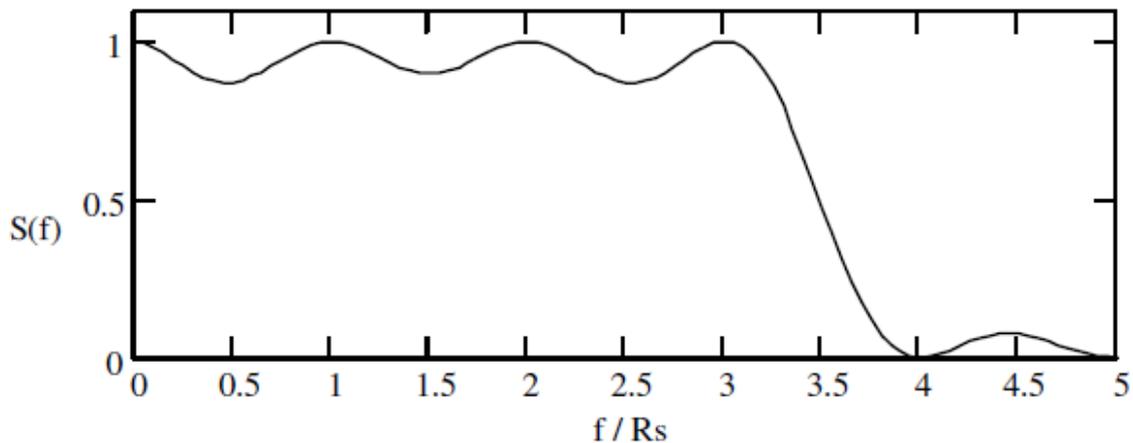


Figura 3.2: Densidade espectral de um sinal OFDM. Retirado de [5].

Através da figura e da equação, percebe-se que a densidade espectral de potência é um somatório de sinc². O primeiro nulo da primeira sinc² coincide com o máximo da próxima. O nulo da PSD composta acontece em N/T e entre um nulo e outro acontece em 2N/T.

3.2.2 SINAL OFDM DE BANDA PASSANTE

Quando uma banda de RF (rádio frequência) é alocada para um sinal OFDM, as frequências das subportadoras são alocadas de forma simétrica em torno de uma frequência central, f_c . As novas frequências das subportadoras são descritas na Eq. (3.10).

$$f_i = f_c - \frac{N-1}{2T} + \frac{i}{T}, \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.10)$$

Agora o sinal OFDM banda-passante pode ser escrito na Eq. (3.11), a diferença entre o sinal banda-base para o banda-passante é basicamente a nova frequência deslocada para f_c . Note que a ortogonalidade será mantida, uma vez que a demodulação não é feita na banda RF. Ao se receber um sinal banda passante, este será convertido novamente para banda-base e só então será demodulado.

$$s(t) = \sum_{i=0}^{N-1} A_i \cos \left[2\pi \left(f_c - \frac{N-1}{2T} + \frac{i}{T} \right) t + \varphi_i \right], \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.11)$$

A PSD do sinal banda passante continua sendo a soma das PSD de cada subportadora e uma vez que cada subportadora foi deslocada na frequência, a PSD do sinal banda passante é uma versão deslocada da PSD apresentada em (3.9)

3.3 MODULADOR E DEMODULADOR OFDM

Há duas maneiras de se implementar o sinal OFDM. A primeira é utilizando-se osciladores. É a solução mais intuitiva para se implementar o OFDM. Esta solução está ilustrada na Fig. 3.3

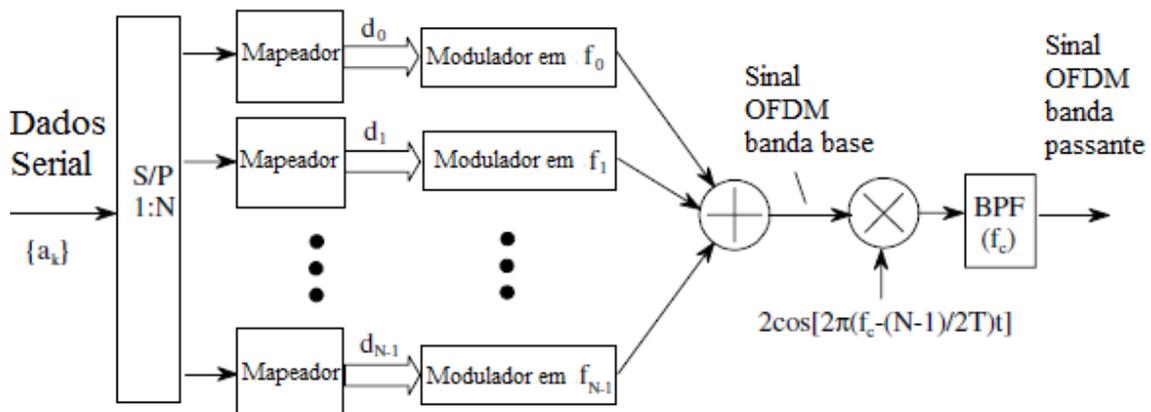


Figura 3.3: Esquema simplificado de transmissor OFDM analógico. Adaptado de [5]

Neste tipo de implementação, é necessário primeiramente paralelizar os dados e em seguida multiplicar pelas subportadoras. Tal solução não é prática, devido ao número de componentes, sendo um modulador para cada subportadora, se N for muito grande a complexidade do transmissor aumenta e isto implica também em maior dificuldade de manter o sincronismo entre os moduladores. Na demodulação também é necessário um demodulador para cada subportadora. Além disso, para manter a ortogonalidade é necessário o uso de filtros de alta qualidade no demodulador.

A segunda forma é utilizando-se da Transformada Discreta de Fourier e sua inversa. O sinal banda passante na Eq.(3.11) pode ser escrito como

$$s(t) = \text{Re} \left\{ \left(\sum_{i=0}^{N-1} d_i e^{2\pi j \frac{i}{T} t} \right) e^{2\pi j \left(f_c - \frac{N-1}{2T} \right) t} \right\}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.12)$$

em que d_i é um símbolo de dados modulado definido como um número complexo na Eq. (3.13)

$$d_i = A_i \exp(j \varphi_i) = I_i + jQ_i; \quad I_i = A_i \cos \varphi_i \quad e \quad Q_i = A_i \sin \varphi_i, \quad (3.13)$$

$i = 0, 1, \dots, N-1,$

com respeito a menor frequência de uma subportadora, o envelope complexo do sinal banda passante é

$$\tilde{s}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i e^{2\pi j \frac{i}{T} t}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.14)$$

O sinal banda base descrito na Eq.(3.1) pode ser escrito como

$$\tilde{s}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} d_i e^{2\pi j \frac{i}{T} t}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.15)$$

Assim, o sinal OFDM banda base é a parte real do envelope complexo do sinal banda passante. Se o envelope complexo for amostrado com período de $\Delta t = T/N$ e for adicionado um fator normalizador de $1/N$, é obtido

$$s_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} d_i e^{2\pi j \frac{in}{N}}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.16)$$

Esta expressão é a IDFT (*inverse discrete Fourier transform*). Este fato implica em que as amostras do envelope complexo de um sinal OFDM podem ser gerados por uma IDFT. Se

o receptor receber s_n sem distorção, será possível obter os símbolos d_i por uma DFT (*discrete Fourier transform*) dado por

$$d_i = \sum_{n=0}^{N-1} s_n e^{-2\pi j \frac{in}{N}}, \quad i = 0, 1, \dots, N-1 \quad (3.17)$$

3.4 EXTENSÃO CÍCLICA

Utiliza-se um tempo de guarda para evitar ISI. A extensão cíclica surge como uma forma de se eliminar além da ISI a ICI.

Para um OFDM de tempo discreto, aquele implementado por uma DFT e IDFT, temos um canal discreto, geralmente complexo, dado por

$$\mathbf{h} = \{h_0, h_1, \dots, h_{M-1}\} \quad (3.18)$$

Se \mathbf{h} tem um tamanho de $M \leq N$ então a extensão cíclica adiciona as últimas $M-1$ amostras na frente do sinal original. Por exemplo, para $M = 3$, $N = 6$, tem-se,

$$\text{Símbolo Original : } \mathbf{s} = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\}$$

$$\text{Símbolo Estendido : } \mathbf{s}' = \{s_4, s_5, s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5\} \quad (3.19)$$

$$\text{Resposta Impulsional do canal : } \mathbf{h} = \{h_0, h_1, h_2\}$$

A saída do canal é a convolução linear do símbolo estendido com a resposta do canal.

$$\begin{aligned} x_0 &= s_0 h_0 + s_5 h_1 + s_4 h_2 \\ x_1 &= s_0 h_1 + s_1 h_0 + s_5 h_2 \\ &\vdots \end{aligned} \quad (3.20)$$

Para $N = 6$ pode-se escrever o número total de símbolos recebidos sob a notação matricial, como,

$$\mathbf{x} = \mathbf{s} \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & h_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 & h_2 \\ h_2 & 0 & 0 & 0 & h_0 & h_1 \\ h_1 & h_2 & 0 & 0 & 0 & h_0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Da Eq. (3.21) acima, as amostras de saída do canal são determinadas apenas a partir do símbolo atual \mathbf{s} . E portanto, não há ISI. Ainda sobre a Eq. (3.21) pode-se se escrever a

saída do canal como uma convolução circular entre a resposta do canal e o símbolo na Eq. (3.22)

$$\mathbf{x} = \mathbf{s} \circledast \mathbf{h} \quad (3.22)$$

Em que \circledast representa a convolução circular.

De acordo com a teoria de DFT, há uma relação entre a convolução circular e a multiplicação interligados por uma DFT. Assim, obtém-se

$$x_n = s_n \circledast h_n \stackrel{DFT}{\iff} H_k S_k = X_k \quad (3.23)$$

Desta forma, pode-se reescrever o conjunto de símbolos recebidos após a DFT como $S_k = \frac{X_k}{H_k}$, indicando que o símbolo transmitido pode ser obtido dividindo-se o conjunto de símbolos recebidos pela resposta do canal, quando conhecido.

3.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo procurou-se abordar a técnica de OFDM em um contexto matemático, mostrando-se como representar um sinal OFDM em banda base e passante. Também foi estudada uma forma de se implementar uma modulação OFDM, ressaltando-se a necessidade e a eficácia do emprego de prefixos cíclicos. No entanto, o cenário abordado no capítulo é ideal, não sendo considerado um dos principais problemas que podem comprometer a eficiência do OFDM, um desses problemas é o chamado desvio de frequência, que será tratado no escopo deste trabalho.

4 DESVIO DE FREQUÊNCIA EM OFDM

4.1 INTRODUÇÃO

O OFDM apresenta vantagens para resolver os problemas de ISI ao se fazer o tempo de símbolo maior que o tempo de espalhamento do canal, em canais rádio móveis seletivos em frequência. Porém há uma grande desvantagem quanto à sensibilidade ao desvio de frequência do canal, causada por inaccurácias do oscilador e ao efeito Doppler. As consequências são a redução da amplitude do sinal recebido e a introdução de ICI (*intercarrier interference*) entre subportadoras que não são mais ortogonais entre si, levando uma queda na SNR. Portanto, é necessário que o desvio de frequência seja compensado para se obter um sinal sem os efeitos de ICI.

Este capítulo está dividido da seguinte forma: primeiramente é apresentado uma modelagem para o desvio de frequência na seção 4.2, após, na seção 4.3, é apresentado um algoritmo de máxima verossimilhança, que é capaz de estimar o desvio de frequência. Na seção 4.4 são incluídas simulações em MATLAB e seus resultados, que empregam o estimador de desvio de frequência e o compensam, e por último, é apresentada a conclusão do capítulo.

4.2 MODELO DE DESVIO DE FREQUÊNCIA

O modelo de desvio de frequência a seguir foi proposto em [3]. Um símbolo OFDM pode ser escrito como o somatório apresentado na Eq. (4.1), tal somatório é idêntico a uma transformada inversa discreta de Fourier

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=-K}^K X_k e^{\frac{2\pi jnk}{N}}; N \geq 2K + 1; n = 0, 1, 2, \dots, N - 1; \quad (4.1)$$

que consiste em $2K + 1$ exponenciais complexas as quais foram moduladas com $2K + 1$ valores modulantes complexos, X_k .

A DFT da Eq. (4.1) é a sequência de N pontos que resulta nos valores de X_k .

$$X_K = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{\frac{-2\pi jnk}{N}}. \quad (4.2)$$

A Eq. (4.1) e a Eq. (4.2) definem uma maneira de se implementar o OFDM de forma prática com ortogonalidade.

Após passar por um canal banda passante, a envoltória complexa da sequência recebida é

$$y_n = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi j n (k+\varepsilon)}{N}} \right] + w_n, \quad (4.3)$$

em que, H_k , é a função de transferência do canal na k -ésima frequência, ε é o desvio de frequência relativa do canal, definido como o desvio de frequência sobre o espaçamento entre subportadoras. w_n é a envoltória complexa do ruído gaussiano aditivo branco.

Assume-se durante este capítulo que a resposta impulsional do canal não muda durante o tempo de símbolo mais o tempo de guarda, o que significa não varia no tempo e corresponde a um canal de desvanecimento lento.

Ao se fazer a demodulação de um sinal OFDM afetado por desvio de frequência, o sinal se torna

$$Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} y_n e^{\frac{-2\pi j k n}{N}}, \quad (4.4)$$

substituindo, y_n , dado na Eq. (4.3), na Eq. (4.4), obtém-se a Eq. (4.5)

$$Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi j n (k+\varepsilon)}{N}} \right] + w_n \right\} e^{\frac{-2\pi j k n}{N}}, \quad (4.5)$$

separando a exponencial complexa em duas e retirando os termos que não dependem de k do somatório obtém-se

$$Y_k = \sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi j n \varepsilon}{N}} \left\{ \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi j n k}{N}} \right] + w_n \right\} e^{\frac{-2\pi j k n}{N}}. \quad (4.6)$$

O primeiro somatório da Eq. (4.6) pode ser entendido como uma soma geométrica de $2k + 1$ termos e pode ser reescrito como [2]

$$\sum_{n=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi j n \varepsilon}{N}} = \frac{1 - e^{-2\pi j \varepsilon}}{1 - e^{-\frac{2\pi j \varepsilon}{N}}} = e^{-\frac{j\pi \varepsilon (N-1)}{N}} \frac{\sin(\pi \varepsilon)}{\sin\left(\frac{\pi \varepsilon}{N}\right)}, \quad (4.7)$$

substituindo o resultado da Eq. (4.7) no primeiro somatório da Eq. (4.6) obtém-se a expressão para Y_k na Eq. (4.8)

$$Y_k = e^{-\frac{j\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\sin\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi jnk}{N}} \right] + w_n \right\} e^{-\frac{2\pi jkn}{N}}. \quad (4.8)$$

Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação com o termo $e^{-\frac{2\pi jkn}{N}}$, e em seguida cancelando o termo $e^{-\frac{2\pi jkn}{N}}$ com o termo $e^{\frac{2\pi jnk}{N}}$ e então retirando do somatório de índice n o que não depende de n, obtém-se

$$Y_k = e^{-\frac{j\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\sin\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k \right] + \sum_{n=0}^{N-1} \left\{ w_n e^{-\frac{2\pi jkn}{N}} \right\}. \quad (4.9)$$

Com mais algumas manipulações, para se isolar um termo referente ao ICI, então o k-ésimo elemento da sequência de DFT no receptor consiste em três componentes

$$Y_k = e^{\frac{j\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{N \sin\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)} (X_k H_k) + I_k + W_k, \quad (4.10)$$

o primeiro componente é valor do símbolo modulado, X_k , modificado pela função de transferência do canal, H_k , este componente sofre redução da amplitude e um deslocamento de fase decorrentes do desvio de frequência. O segundo termo é a ICI causada pelo desvio de frequência, e é dada por

$$I_k = \sum_{\substack{l=-K \\ l \neq k}}^K (X_l H_l) \left\{ \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{N \cdot \sin\left(\frac{(l-k+\varepsilon)\pi}{N}\right)} \right\} e^{\frac{j\pi\varepsilon(N-1)}{N}} e^{-\frac{j\pi(l-k)}{N}}, \quad (4.11)$$

O terceiro componente refere-se a W_k , que é a DFT de w_n . Observe que $N \sin\left(\frac{\pi\varepsilon}{N}\right)$ na Eq.(4.10) pode ser substituído por $\pi\varepsilon$, pois N é muito maior que $\pi\varepsilon$ e o seno pode ser aproximado pelo seu próprio argumento, quando este é pequeno. Assim,

$$Y_k \cong e^{\frac{j\pi\varepsilon(N-1)}{N}} \frac{\sin(\pi\varepsilon)}{\pi\varepsilon} (X_k H_k) + I_k + W_k. \quad (4.12)$$

Para se avaliar propriedades estatísticas da ICI, é assumido que $E[X_k] = 0$, ou seja, os valores modulados tem média igual a zero, e $E[X_k X_l^*] = |X|^2 \delta_{lk}$, portanto, os valores modulados são descorrelacionados entre si. Assim, $E[I_k] = 0$, e

$$E[|I_k|^2] = |X|^2 \sum_{\substack{l=-K \\ l \neq k}}^K E\{|H_l|^2\} \frac{\{\sin(\pi\varepsilon)\}^2}{\left\{N \cdot \sin\left(\frac{(l-k+\varepsilon)\pi}{N}\right)\right\}^2}, \quad (4.13)$$

o ganho médio do canal, $E\{|H_l|^2\}$, é constante e igual a $|H|^2$ e pode ser retirado do somatório. O termo $\{\sin(\pi\varepsilon)\}^2$ também pode ser retirado do somatório, então é feita uma mudança de variável $p = l - k$ e dessa forma a Eq. (4.13) se torna

$$E[|I_k|^2] = |X|^2 |H|^2 \{\sin(\pi\varepsilon)\}^2 \sum_{\substack{p=-K-k \\ p \neq 0}}^{K-k} \frac{1}{\left\{N \cdot \sin\left(\frac{(p+\varepsilon)\pi}{N}\right)\right\}^2}. \quad (4.14)$$

Tornando $\varepsilon = 0$ pode-se estabelecer um limite superior para o somatório da Eq. (4.14). O somatório consiste em $2K$ termos positivos e está contido em um intervalo maior $-2K \leq p \leq 2K$, uma vez que p depende do valor de k . Lembre-se da Eq. (4.1) que $2K \leq N - 1$ e note que o argumento do somatório é periódico com período N , o argumento é uma função par de p sobre o ponto $p = N/2$. Assim, os $2K$ termos positivos do somatório são um subconjunto de N termos nos intervalos $-\frac{N}{2} \leq p \leq -1$ e $1 \leq p \leq \frac{N}{2}$ para cada k . Consequentemente,

$$\sum_{\substack{p=-K-k \\ p \neq 0}}^{K-k} \frac{1}{\left\{N \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{N}\right)\right\}^2} < 2 \sum_{p=1}^{N/2} \frac{1}{\left\{N \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{N}\right)\right\}^2}. \quad (4.15)$$

Observe que $\left\{\sin\left(\frac{p\pi}{N}\right)\right\}^2 \geq \left(\frac{2p}{N}\right)^2$ para $|p| \leq \frac{N}{2}$ conforme pode ser visto na Fig.4.1.

Assim,

$$2 \sum_{p=1}^{N/2} \frac{1}{\left\{N \cdot \sin\left(\frac{p\pi}{N}\right)\right\}^2} < 2 \sum_{p=1}^{N/2} \frac{1}{\{2p\}^2}. \quad (4.16)$$

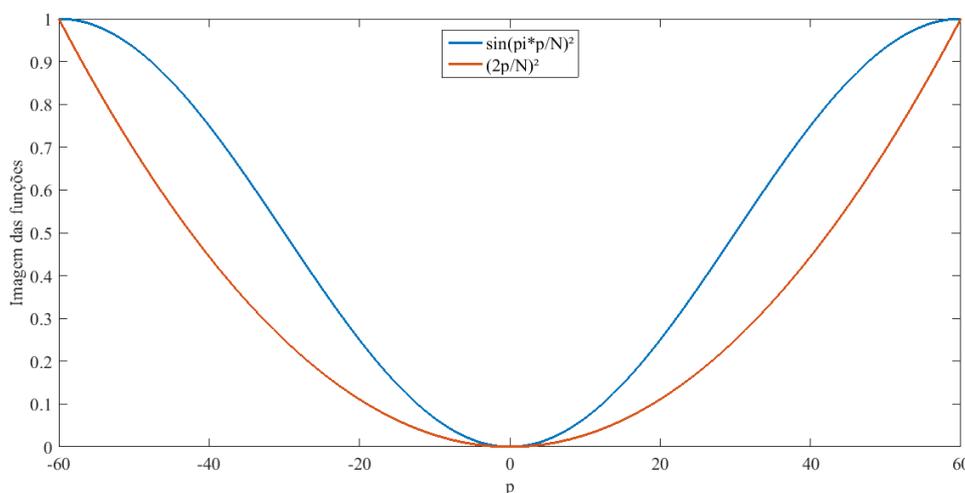


Figura 4.1: Comportamento das funções $\left\{\sin\left(\frac{p\pi}{N}\right)\right\}^2$ e $\left(\frac{2p}{N}\right)^2$ para $|p| \leq \frac{N}{2}$; $N = 120$.

Reescreve-se os limites do somatório para obter uma soma infinita conhecida e demonstrada por Euler. A Eq. (4.17) define um limite teórico para o somatório.

$$2 \sum_{p=1}^{N/2} \frac{1}{(2p)^2} < 2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(2p)^2} = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{(p)^2} = \frac{\pi^2}{12} = 0,882. \quad (4.17)$$

O resultado do somatório da Eq. (4.14) pode ser determinado numericamente. O maior valor que o somatório pode assumir é no caso $2K = N - 1$ e $\varepsilon = 0,5$. Assim, é definido um limite superior para o somatório no valor de 0,5947. Então reescreve-se a Eq.(4.14) como,

$$E[|I_k|^2] \leq |X|^2 |H|^2 \{\sin(\pi\varepsilon)\}^2 0,5947; \quad |\varepsilon| \leq 0,5. \quad (4.18)$$

A Eq. (4.18) apresenta um limite superior para a variância do ICI para valores de desvio de frequência de $\pm 0,5$. A Eq. (4.18) pode ser utilizada para dar um limite inferior para a SNR de saída do DFT para as portadoras OFDM em um canal AWGN e desvio de frequência, assim,

$$SNR \geq \frac{|X|^2 |H|^2 \left\{ \frac{\sin \pi\varepsilon}{\pi\varepsilon} \right\}^2}{\{0,5947 |X|^2 |H|^2 (\sin \pi\varepsilon)^2 + E[|W_k|^2]\}}. \quad (4.19)$$

É possível notar que

$$\frac{|X|^2 |H|^2}{E[|W_k|^2]} = \frac{E_c}{N_0}, \quad (4.20)$$

em que, E_c , é a média da energia de uma subportadora individual recebida e $N_0/2$ é a densidade espectral de potência do ruído AWGN no canal de transmissão. A Eq. (4.19) pode ser reescrita como

$$SNR \geq \frac{\frac{E_c}{N_0} \left\{ \frac{\sin \pi\varepsilon}{\pi\varepsilon} \right\}^2}{\left\{ 1 + 0,5947 (\sin \pi\varepsilon)^2 \frac{E_c}{N_0} \right\}}, \quad (4.21)$$

Um gráfico da Eq. (4.21) é feito para se verificar o mínimo valor da SNR e pode ser visto na Fig.4.2. São traçadas quatro linhas referentes a diversos valores de E_c/N_0 iguais a 11,17,23 e 29dB e o desvio de frequência relativo, ε , é variado entre 0 e 0,5. É possível verificar que, para uma pequena variação de ε , há uma grande perda na SNR. Por exemplo, para a curva de $E_c/N_0 = 29$ dB, e o desvio de frequência relativo, $\varepsilon = 0,1$, a SNR decai em aproximadamente 18dB, resultando em uma SNR de apenas 12,22dB.

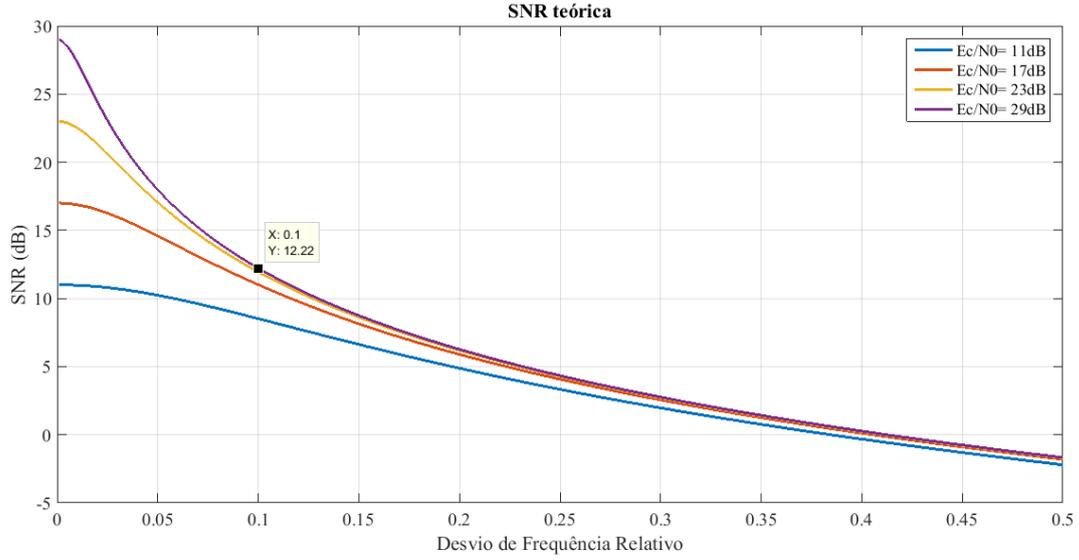


Figura 4.2: SNR mínima teórica versus desvio de frequência relativo, ε .

4.3 ESTIMANDO O DESVIO DE FREQUÊNCIA

Para se fazer a estimativa do desvio de frequência, envia-se um símbolo OFDM repetido, e é então recebido, na ausência de ruído, a sequência de $2N$ pontos.

$$r_n = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi j n(k+\varepsilon)}{N}} \right]; n = 0, 1, \dots, 2N - 1. \quad (4.22)$$

O k -ésimo elemento de uma DFT de N pontos dos primeiros N pontos da Eq (4.22) é

$$R_{1k} = \sum_{n=0}^{N-1} r_n e^{\frac{-2\pi j n k}{N}}; k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (4.23)$$

e o k -ésimo elemento da DFT da segunda metade da sequência na Eq.(4.22) é

$$R_{2k} = \sum_{n=N}^{2N-1} r_n e^{\frac{-2\pi j n k}{N}}; k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (4.24)$$

é possível alterar o limite do somatório da Eq (4.24) e manter a igualdade, conforme escrito na Eq. (4.25)

$$R_{2k} = \sum_{n=0}^{N-1} r_{n+N} e^{\frac{-2\pi j n k}{N}}; k = 0, 1, 2, \dots, N - 1, \quad (4.25)$$

mas a partir da Eq.(4.22) é possível escrever

$$r_{n+N} = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi j(n+N)(k+\varepsilon)}{N}} \right] \quad n = 0, 1, \dots, 2N - 1, \quad (4.26)$$

aplicando a propriedade distributiva da multiplicação no expoente e separando as exponenciais, obtém-se

$$r_{n+N} = \frac{1}{N} \left[\sum_{k=-K}^K X_k H_k e^{\frac{2\pi j n(k+\varepsilon)}{N}} e^{2\pi j k} e^{2\pi j \varepsilon} \right] \quad n = 0, 1, \dots, 2N - 1. \quad (4.27)$$

Porém, $e^{2\pi j k} = 1$, para todo valor de k inteiro, e então é possível escrever a igualdade

$$r_{n+N} = r_n e^{2\pi j \varepsilon} \rightarrow R_{2k} = R_{1k} e^{2\pi j \varepsilon}. \quad (4.28)$$

Incluindo o AWGN, são obtidas as relações

$$Y_{1k} = R_{1k} + W_{1k}; \quad k = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (4.29)$$

$$Y_{2k} = R_{1k} e^{2\pi j \varepsilon} + W_{2k}; \quad k = 0, 1, 2, \dots, N - 1. \quad (4.30)$$

A Eq.(4.30) pode ser reescrita utilizando a fórmula de Euler e considerando $2\pi\varepsilon = \theta$ resultando na Eq.(4.31)

$$Y_{2k} = R_{1k}(\cos(\theta) + j \sin(\theta)) + W_{2k}. \quad (4.31)$$

Assim é possível perceber que o sinal e ICI é alterado entre a primeira e a segunda DFT por uma rotação de fase, proporcional ao desvio de frequência. Através das observações na Eq. (4.29) e na Eq.(4.30) é possível obter uma estimativa do desvio de frequência para uma demodulação satisfatória. Para que a estimativa seja feita com sucesso é necessário que a resposta do canal e o desvio de frequência não mude durante o período de dois símbolos. A estimativa será demonstrada a seguir.

Considere a representação de M valores complexos, $\{Z_k\}$, por um vetor linha de $2M$ termos da seguinte forma

$$\mathbf{Z} = [Z_{1R} \ Z_{2R} \ \dots \ Z_{MR} \ Z_{1I} \ Z_{2I} \ \dots \ Z_{MI}] = [\mathbf{Z}_R \ \mathbf{Z}_I]. \quad (4.32)$$

Assim podemos reescrever a Eq (4.29) e (4.31) da forma

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{R}_1 + \mathbf{W}_1, \quad (4.33)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{R}_1(\cos(\theta) + j \sin(\theta)) + \mathbf{W}_2, \quad (4.34)$$

a Eq.(4.34) pode ser escrita na forma matricial resultando em

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{R}_1 H(\theta) + \mathbf{W}_2, \quad (4.35)$$

em que $H(\theta)$ é dado pela matriz de rotação $2M \times 2M$ e \mathbf{I} é a matriz identidade

$$H(\theta) = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{S} \\ -\mathbf{S} & \mathbf{C} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \cos(\theta) \mathbf{I} \quad e \quad \mathbf{S} = \sin(\theta) \mathbf{I}. \quad (4.36)$$

A estimativa por máxima verossimilhança do parâmetro θ , dadas as observações de \mathbf{Y}_1 e \mathbf{Y}_2 é o valor de θ que maximiza a função de densidade de probabilidade conjunta e condicional das observações. Ou seja,

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} [f(\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2 | \theta)], \quad (4.37)$$

que pode ser reescrito como

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} [f(\mathbf{Y}_2 | \theta, \mathbf{Y}_1) f(\mathbf{Y}_1 | \theta)] \quad (4.38)$$

porém θ não dá nenhuma informação sobre \mathbf{Y}_1 , então

$$f(\mathbf{Y}_1 | \theta) = f(\mathbf{Y}_1) \quad (4.39)$$

assim é possível reescrever a Eq.(4.38) como

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} [f(\mathbf{Y}_2 | \theta, \mathbf{Y}_1)] \quad (4.40)$$

Para se encontrar a função de densidade em (4.40) note que

$$\mathbf{Y}_2 = (\mathbf{Y}_1 - \mathbf{W}_1) H(\theta) + \mathbf{W}_2 \quad (4.41)$$

Assim,

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{Y}_1 H(\theta) + \mathbf{W}_2 - \mathbf{W}_1 H(\theta) \quad (4.42)$$

Se \mathbf{W}_2 e \mathbf{W}_1 são vetores aleatórios gaussianos, com média zero e variância σ^2 , então a densidade condicional em (4.38) é multivariada gaussiana com valor médio igual a $\mathbf{Y}_1 H(\theta)$. A matriz de covariância $2M \times 2M$ é

$$K = E \left[(\mathbf{W}_2 - \mathbf{W}_1 H(\theta))^t (\mathbf{W}_2 - \mathbf{W}_1 H(\theta)) \right] = 2\sigma^2 \mathbf{I} \quad (4.43)$$

Nota-se que K é independente de θ , portanto

$$\hat{\theta} = \max_{\theta} [f(\mathbf{Y}_2 | \theta, \mathbf{Y}_1)] = \min_{\theta} [J(\theta)] \quad (4.44)$$

Em que

$$J(\theta) = (\mathbf{Y}_2 - \mathbf{Y}_1 H(\theta)) (\mathbf{Y}_2 - \mathbf{Y}_1 H(\theta))^t \quad (4.45)$$

Usando o fato que

$$H(\theta)[dH(\theta)/d\theta]^t + [dH(\theta)/d\theta]H(\theta)^t = 0 \quad (4.46)$$

Pode-se encontrar que

$$\frac{dJ(\theta)}{d(\theta)} = -\mathbf{Y}_2[dH(\theta)/d\theta]^t \mathbf{Y}_1^t - \mathbf{Y}_1[dH(\theta)/d\theta]H(\theta)\mathbf{Y}_2^t \quad (4.47)$$

Usando (4.36), segue que a partir de (4.47) é identicamente zero quando $\hat{\theta} = \theta$ então

$$\sin(\hat{\theta}) [\mathbf{Y}_{2R}\mathbf{Y}_{1R}^t + \mathbf{Y}_{2I}\mathbf{Y}_{1I}^t] = \cos(\hat{\theta}) [\mathbf{Y}_{2I}\mathbf{Y}_{1R}^t + \mathbf{Y}_{2R}\mathbf{Y}_{1I}^t] \quad (4.48)$$

e portanto,

$$\hat{\theta} = \tan^{-1}[\mathbf{Y}_{2I}\mathbf{Y}_{1R}^t + \mathbf{Y}_{2R}\mathbf{Y}_{1I}^t]/[\mathbf{Y}_{2R}\mathbf{Y}_{1R}^t + \mathbf{Y}_{2I}\mathbf{Y}_{1I}^t] \quad (4.49)$$

Assim,

$$\hat{\theta} = \tan^{-1}\left\{\frac{(\sum_{k=1}^M \text{Im}[Y_{2k}Y_{1k}^*])}{(\sum_{k=1}^M \text{Re}[Y_{2k}Y_{1k}^*])}\right\} \quad (4.50)$$

Utilizando a condição que foi considerada inicialmente, $2\pi\varepsilon = \theta$ temos o estimador para o desvio de frequência dado na Eq.(4.51). Este é um resultado intuitivamente satisfatório, uma vez que na ausência do ruído, o ângulo entre Y_{2k} e Y_{1k}^* é $2\pi\varepsilon$, para cada k .

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \tan^{-1}\left\{\frac{(\sum_{k=-K}^K \text{Im}[Y_{2k}Y_{1k}^*])}{(\sum_{k=-K}^K \text{Re}[Y_{2k}Y_{1k}^*])}\right\} \quad (4.51)$$

4.4 SIMULAÇÕES EM MATLAB

Para se validar o algoritmo proposto na seção 4.3, foram feitas algumas simulações a fim de comprovar o seu funcionamento a partir de curvas de BER (*bit error rate*). Foram criados códigos que simulam um canal com a presença de um desvanecimento de Rayleigh e com a presença do AWGN. O canal Rayleigh foi simulado a partir da soma de duas variáveis aleatórias gaussianas.

O sistema OFDM foi modelado utilizando-se 64 subportadoras, com uma banda de transmissão de 20MHz. Das 64 subportadoras apenas 52 carregaram dados, enquanto as 12 subportadoras restantes são virtuais, ou seja, não carregam dados e servem apenas para evitar *aliasing* no espectro do sinal OFDM. O tempo de guarda foi fixado em $\frac{1}{4}$ do período da FFT. Um modelo de sistema OFDM em MATLAB pode ser encontrado em [7].

O símbolo OFDM foi repetido antes da transmissão. Para gerar o desvio de frequência o sinal OFDM foi multiplicado por uma exponencial complexa de modo a se adequar ao que foi proposto na seção 4.3, sendo aplicado em toda transmissão dos símbolos repetidos.

Na recepção foi incluída a equalização do canal, ou seja, dividiu-se o que foi recebido pela resposta do canal.

A Fig 4.3 mostra a curva de BER para um $\varepsilon = 0,25$, escolhido como exemplo, sem o uso do algoritmo de correção do desvio de frequência. Foi usada a modulação 16 QAM. Os pontos são os resultados simulados e a linha refere-se a curva teórica.

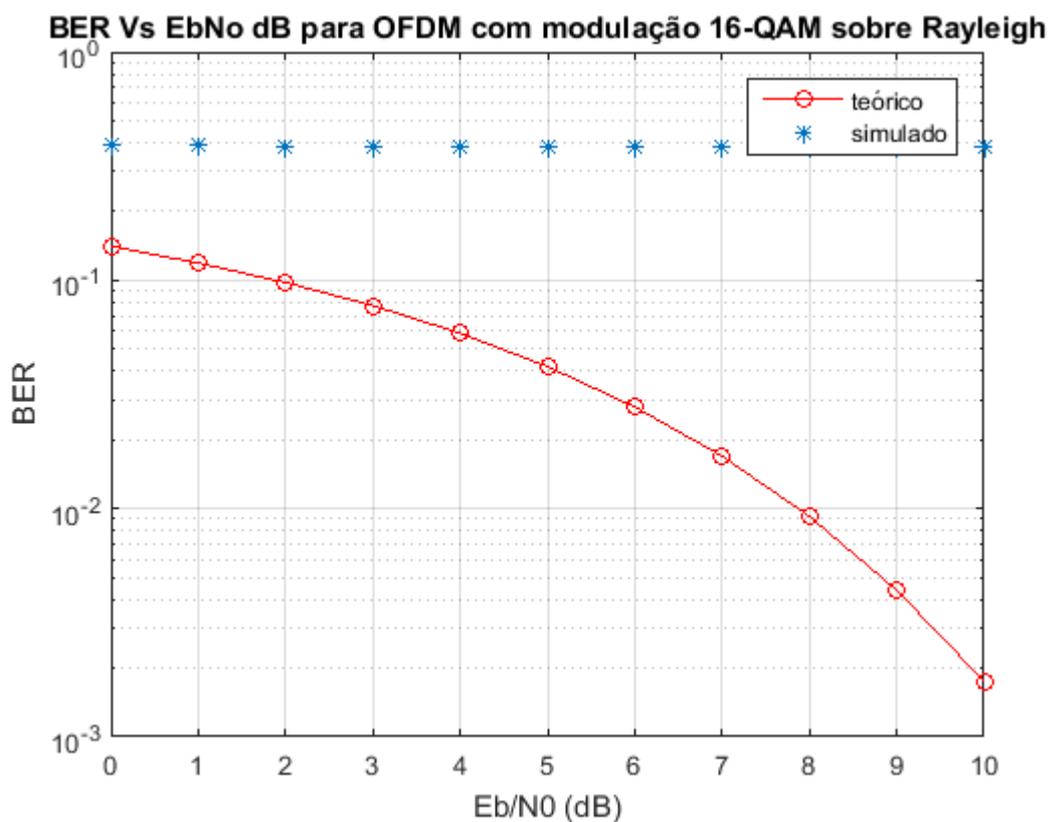


Figura 4.3: Desvio de frequência relativo de 0,25, sem correção. 16QAM

É possível ver a partir da Fig 4.3 que a curva simulada está bem distante da curva teórica, mostrando que um desvio de frequência causa uma elevada taxa de erros na demodulação do sinal, tornando-o inutilizável.

Em seguida foi aplicada a correção do desvio de frequência, que foi definido como 0,25. A correção foi feita a partir do algoritmo que estima o desvio de frequência. Esse algoritmo foi utilizado em cada par de símbolos duplicados enviados. Com a estimativa foi

possível compensar o desvio de frequência, ao multiplicar o sinal por uma exponencial complexa. A Fig 4.4 mostra a curva experimental bem próxima a teórica, com o desvio de frequência compensado.

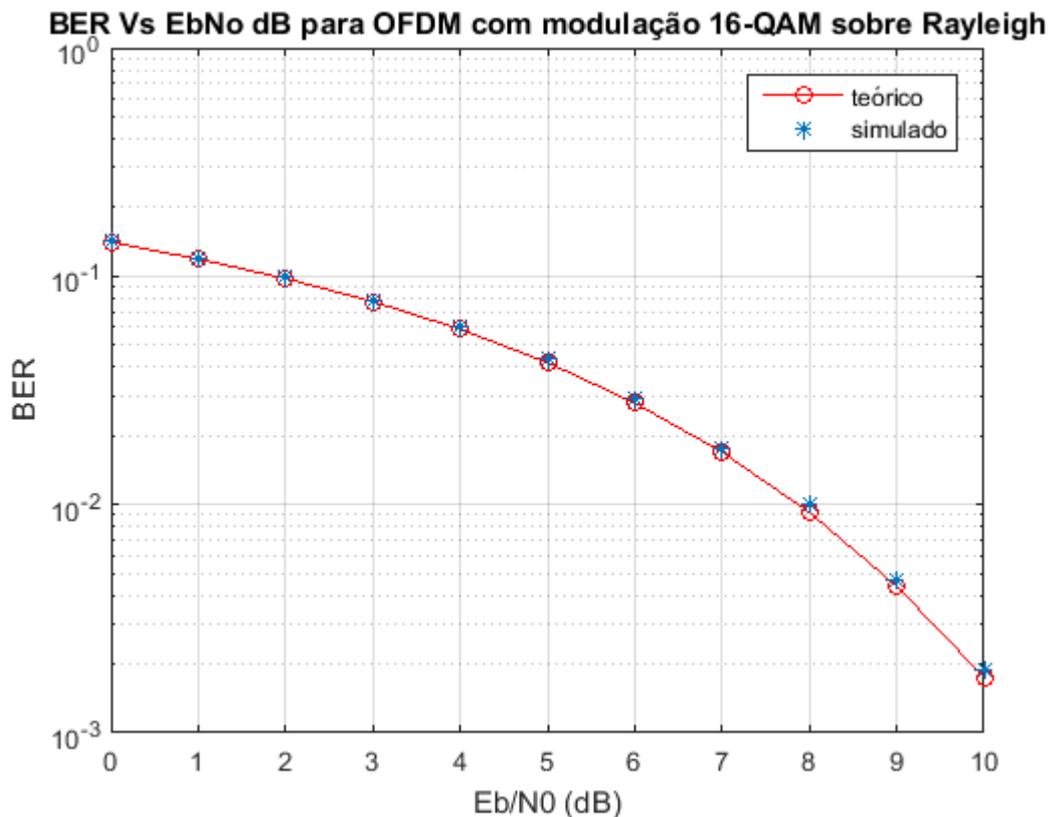


Figura 4.4 Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 16QAM

Ao longo do trabalho, também foi empregada a remoção de desvio de frequência em diferentes modulações, o que resultou nas curvas descritas pelas Figuras 4.5 até a 4.8. Nestas curvas é possível observar que a curva simulada consegue acompanhar razoavelmente bem a curva teórica. As curvas que mostram a BER em sistemas com o desvio de frequência, mas sem a correção não foram incluídas, uma vez que para o desvio de frequência utilizado, $\epsilon = 0,25$, há um desempenho idêntico mostrado na Figura 4.3, com uma alta taxa de BER.

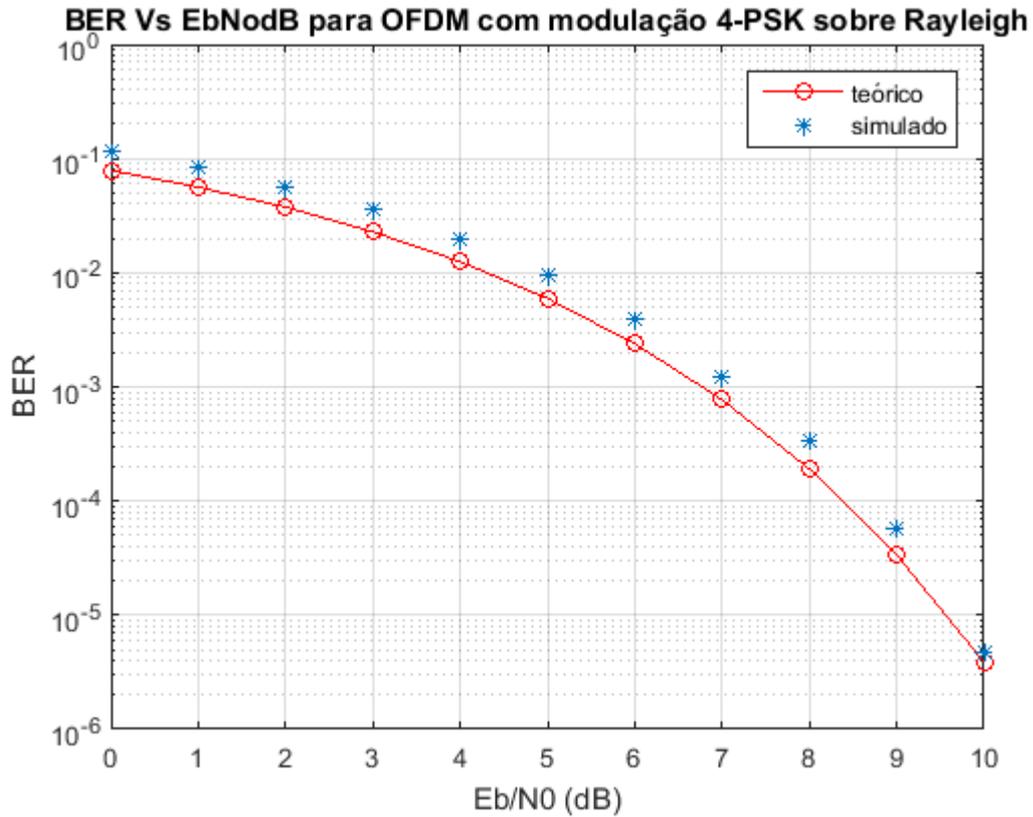


Figura 4.5 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 4 - PSK

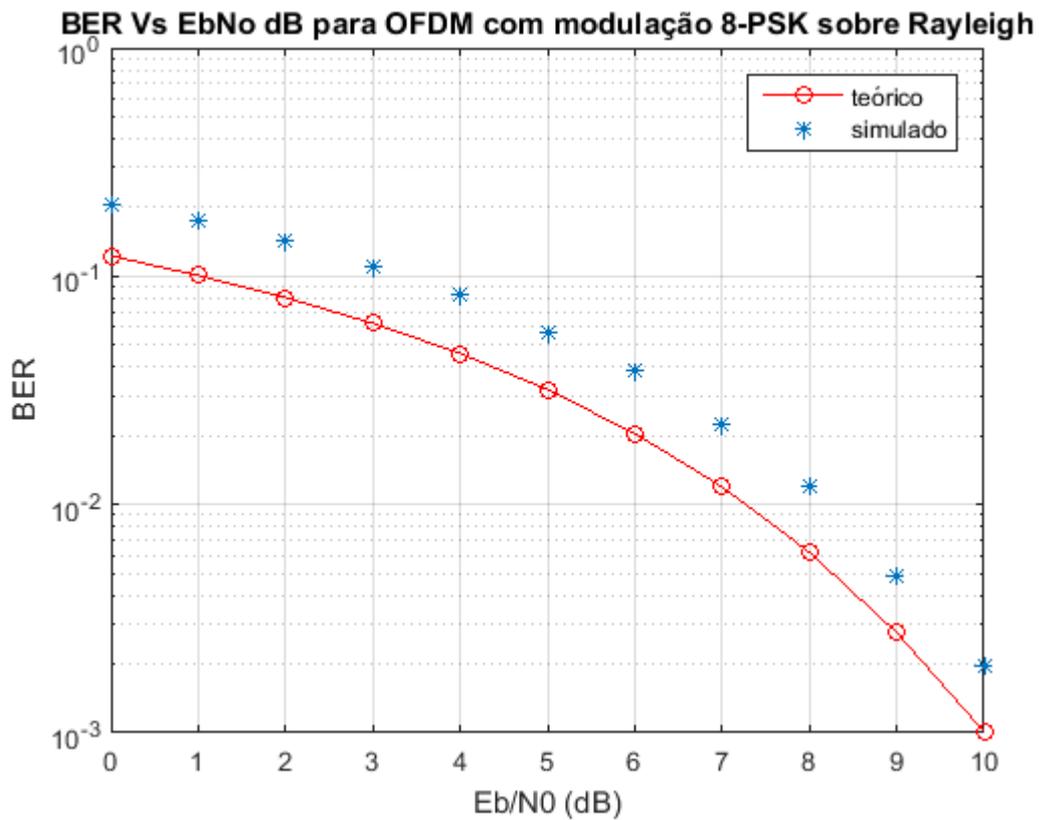


Figura 4.6 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 8 - PSK

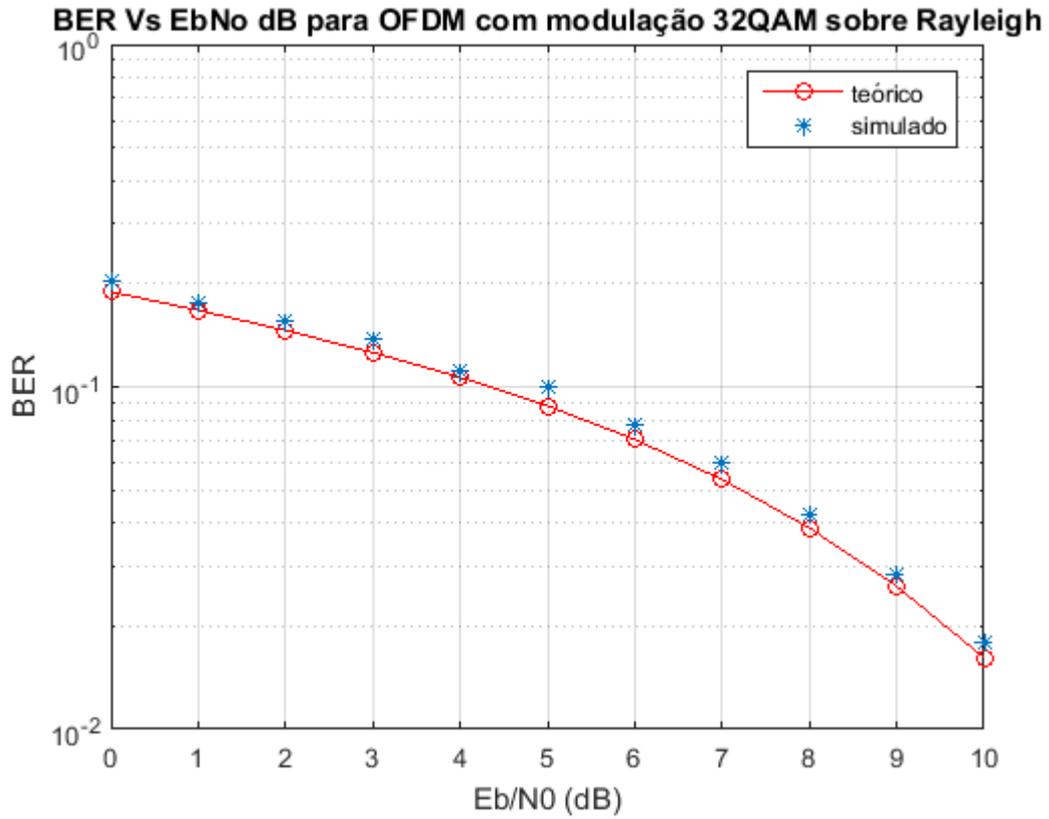


Figura 4.7 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 32QAM

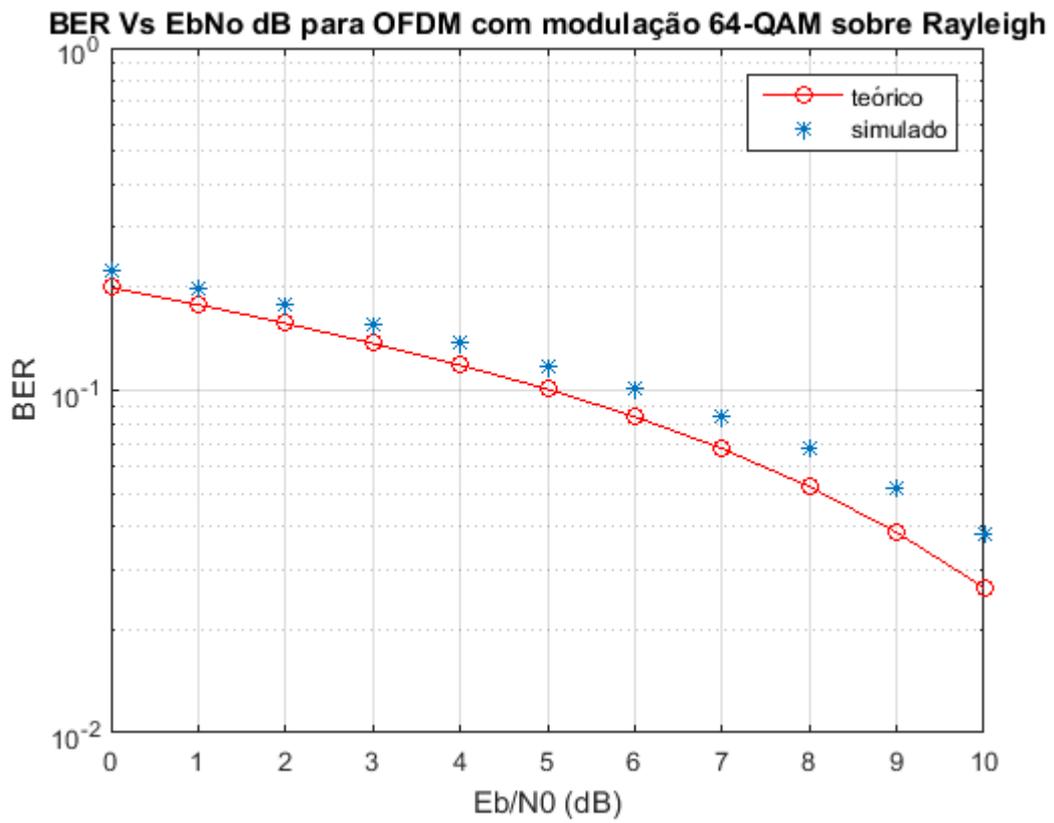


Figura 4.8 - Desvio de frequência relativo de 0,25, com correção. 64QAM

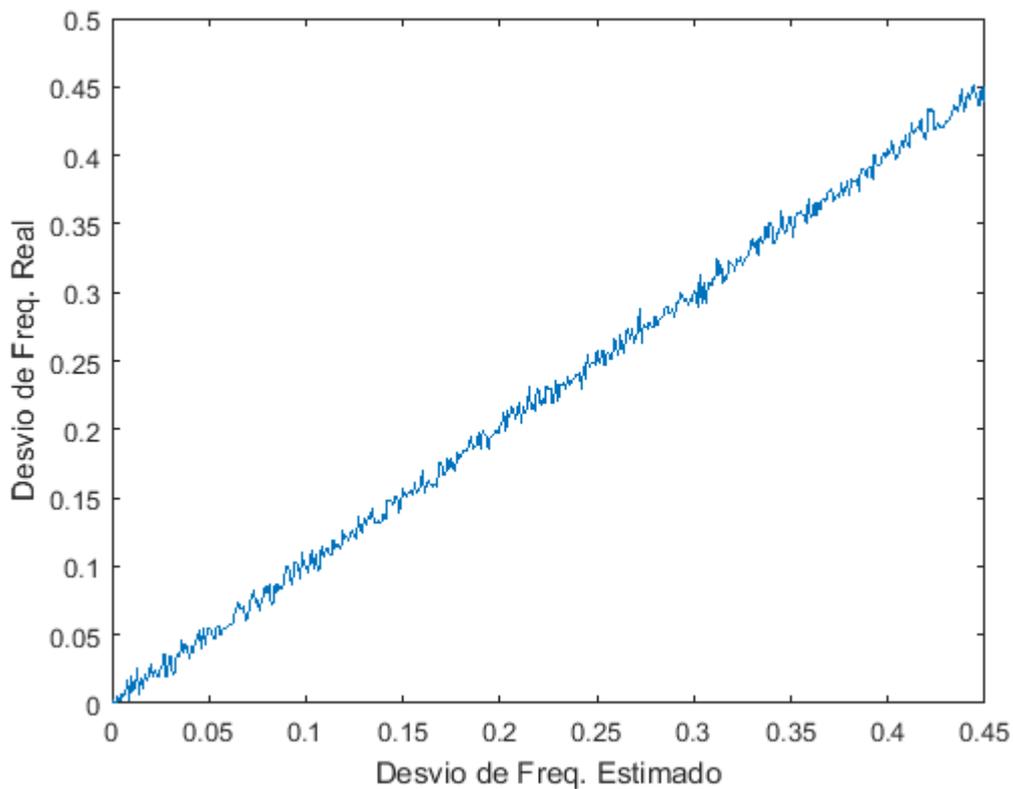


Figura 4.9 - Desvio de Frequência Real vs Estimado

Na Fig 4.9 foi feito um gráfico do valor estimado versus o valor real, na presença de ruído AWGN e é possível ver que segue bem uma reta, mostrando uma boa correlação entre os valores estimados e real.

4.5 CONCLUSÃO

Ao final do capítulo, verificou-se que o desvio de frequência, de fato, é um fenômeno que acomete profundamente o sinal OFDM, causando um intenso efeito de degradação na curva de SNR e BER, uma vez que compromete a ortogonalidade. Foram realizadas simulações que permitiram verificar o efeito desse fenômeno sobre os sinais OFDM, independente da modulação utilizada.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho constituiu em um estudo de um algoritmo para estimar um desvio de frequência em sistemas OFDM. Foi visto que um pequeno desvio de frequências causa grandes perdas em SNR. A partir da estimativa para o desvio de frequência, foi possível compensar o desvio e assim obter taxas de erros de bit compatíveis com as teóricas.

Para que o objetivo do trabalho fosse alcançado, foi necessário um estudo prévio sobre o OFDM e sobre a caracterização do canal. Assim, foi estudado os tipos de desvanecimento que um sinal pode sofrer e como o OFDM torna-se uma escolha adequada a canais com a presença do multipercurso.

5.1 PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

O trabalho abordou o estudo de um algoritmo para se estimar o desvio de frequência, porém a modelagem do problema restringe-se apenas ao desvio de frequência, outro modelo pode incluir o ruído de fase e assim pode-se trabalhar com um modelo mais completo. Para se conseguir a sincronização há alguns outros métodos sugeridos, que utilizam principalmente a característica cíclica do prefixo OFDM.

Em um trabalho futuro poderá ser abordado também outros problemas que podem ocorrer em um sistema OFDM. Pode-se citar problemas com amplificadores e conversores analógicos para digitais, pois o sinal OFDM apresenta uma grande PAPR (*peak-to-average power ratio*) o que coloca estresse sobre esses dois dispositivos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Sklar, Bernard. "Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems Part I: Characterization" *IEEE Communications magazine* 35.9 (1997): 136-146
- [2] Oppenheim, Alan V. "Discrete-Time Signal Processing" *Pearson Education India*, (1999).
- [3] Moose, Paul H. "A technique for Orthogonal Frequency Division Multiplexing Frequency Offset Correction" *IEEE transactions on Communications*, Vol. 42, No 10, (1994)
- [4] Andrews, Jeffrey G.; Ghosh, Arunabha; Muhamed, Rias. "Fundamentals of WiMAX: understanding broadband wireless networking" *Upper Saddle River: Prentice Hall*, (2007).
- [5] Xiong, Fuqin. "Digital modulation techniques". *Artech House*, (2006).
- [6] Schulze, Henrik; Lüders, Christian. "Theory and applications of OFDM and CDMA: Wideband wireless communications" *John Wiley & Sons*, (2005).
- [7] Viswanathan, Mathuranathan. "Simulation of digital communication systems using Matlab." *Mathuranathan Viswanathan at Smashwords* (2013).