

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Estudo e Simulação dos Algoritmos SIC, DSIC e PIC para Cancelamento de Interferência em Sistemas Multiportadora Baseados em GFDM

lago Passos da Silva

Brasília, Dezembro de 2017

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA Faculdade de Tecnologia

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

Estudo e Simulação dos Algoritmos SIC, DSIC e PIC para Cancelamento de Interferência em Sistemas Multiportadora Baseados em GFDM

lago Passos da Silva

Trabalho de Graduação submetido ao Departamento de Engenharia Elétrica como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro de Redes de Comunicação

Banca Examinadora

Prof. João Paulo Leite, Dr., ENE/UnB Orientador

Prof. André Noll Barreto, Dr., ENE/UnB Membro Convidado

Prof. Leonardo Aguayo, Dr., ENE/UnB Membro Convidado

À minha família e amigos. Sejamos realistas, eles não vão ler o trabalho. Que alguém os avise.

Agradecimentos

À minha mãe, pelo suporte ao longo de todos esses anos. Ao meu mentor e amigo de longa data, Flávio, pelas broncas oportunas. Ao professor João Paulo, pela orientação atenciosa.

Iago Passos da Silva

RESUMO

A variedade de especificações exigidas da forma de onda para a quinta geração de telefonia (5G) abriu espaço para um sistema flexível, como o GFDM (*Generalized Frequency Division Multiplexing*). No entanto, essa flexibilidade veio ao custo da ortogonalidade de suas subportadoras, causando perda de desempenho. Neste trabalho, serão apresentados os conceitos básicos de comunicações digitais, assim como os conceitos do sistema OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*), amplamente adotado em sistemas de comunicação digital. A partir dessa base, apresenta-se o GFDM e técnicas de cancelamento de interferência, visando a mitigação das perdas menciondas.

ABSTRACT

The variety of waveform specifications required for fifth-generation telephony (5G) has made room for a flexible system, such as GFDM (Generalized Frequency Division Multiplexing). However, this flexibility has come at the cost of the orthogonality of its subcarriers, causing loss of performance. In this document, we will present the basic concepts of digital communications, as well as the concepts of the OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) system, widely adopted in digital communication systems. From this foundation, the GFDM and interference cancellation techniques are presented, aiming at mitigating the mentioned losses.

SUMÁRIO

1	INTROD	DUÇÃO	1
	1.1	Μοτιναção	1
	1.2	Objetivo	2
	1.3	Organização do trabalho	2
2	Funda	ΜΕΝΤΑÇÃΟ ΤΕÓRICA	3
	2.1	Conceitos Básicos de Comunicações Digitais	3
	2.1.1	Modulações Digitais	3
	2.1.2	Primeiro Critério de Nyquist para ISI Nula	8
	2.1.3	CANAL AWGN	11
	2.1.4	Demodulação de Sinais Digitais	12
	2.1.5	Desvanecimento por Multipercurso	15
	2.2	OFDM	17
	2.2.1	Conceitos Básicos	17
	2.2.2	Implementação via Transformada Rápida de Fourier	20
	2.2.3	Prefixo Cíclico	20
	2.3	Conclusão Parcial	21
3	GFDM		23
	3.1	Introdução	23
	3.2	TRANSMISSOR	23
	3.3	Implementação Matricial - Transmissor	26
	3.4	RECEPTOR	29
	3.5	Implementação Matricial - Receptor	29
	3.6	Conclusão Parcial	33
4	CANCE	LAMENTO DE INTERFERÊNCIA	34
	4.1	INTRODUÇÃO	34
	4.2	Cancelamento de Interferência no Domínio do Tempo	34
	4.2.1	Basic Serial Interference Cancellation	35
	4.2.2	Double-sided Serial Interference Cancellation	37
	4.2.3	Parallel Interference Cancellation	38
	4.3	Cancelamento de Interferência no Domínio da Frequência	41
	4.4	Conclusão Parcial	46
5	CONCL	USÃO E TRABALHOS FUTUROS	47
	5.1	Trabalhos Futuros	48

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS				
6	APÊNDICE	52		

LISTA DE FIGURAS

2.1	Um trem de <i>bits</i> NRZ	3
2.2	Modulações básicas de banda passante, onde T é o tempo de <i>bit</i>	4
2.3	Área resultante da multiplicação entre cossenos desviados $1/2T_s$ em frequência	6
2.4	Área resultante da multiplicação entre seno e cosseno, nula em múltiplos do pe-	
	ríodo, indicando ortogonalidade.	6
2.5	Constelação BPSK.	8
2.6	Constelação QPSK.	8
2.7	Constelação 16-QAM.	9
2.8	Exemplo de pulso obedecendo os critérios de Nyquist - Adaptada de (Lathi, 2012).	10
2.9	Análise de pulso cosseno levantado.	10
2.10	Distribuição Gaussiana Multivariada em uma constelação BPSK	12
2.11	Distribuição Gaussiana em uma constelação BPSK	13
2.12	Distribuição Gaussiana Multivariada em uma constelação BPSK vs Constelação	
	BPSK Simulada.	14
2.13	Limiares de detecção de uma constelação 16-QAM.	14
2.14	Exemplo de multipercurso - Adaptado de (Andrews, 2007).	15
2.15	Exemplo de Perfil de Intensidade de Multipercurso - Adaptado de (Sklar, 1997)	15
2.16	Função de correlação de frequência espaçada (Sklar, 1997).	16
2.17	Desvanecimento seletivo em frequência.	17
2.18	Desvanecimento plano e seletivo em frequência - banda $< f_0$	17
2.19	Diagrama de blocos de um transmissor com multiportadoras individualmente mo-	
	duladas (Schulze, 2005)	18
2.20	Diagrama de blocos de um transmissor com multiportadoras moduladas por filtros	
	paralelos (Schulze, 2005).	19
2.21	Prefixo Cíclico em um sinal x com período de N amostras - Comprimento do	
	prefixo cíclico = v - Adaptado de (Andrews, 2007)	21
2.22	Subportadoras OFDM.	21
2.23	Envoltória de canal multipercurso.	22
2.24	Subportadoras OFDM em canal multipercurso	22
2 1	Discusses anisingly do your sistems CEDM Adopted to de (Estavois). Know dorf:	
3.1	Diagrama original de um sistema GFDM - Adaptado de (Fettweis; Krondorf;	22
2.2	Billiner, 2009).	23
3.2	Diminuição de prenxo cicilco por <i>Tau Buing</i> - Adaptado de (Fettweis; Krondori;	24
2.2	Biuner, 2009).	24
3.3 2.4	Diagrama apresentado posteriormente - Adaptado de (Datta et al., 2012b)	24 25
3.4 2.5	Particionamento de tempo e frequencia - Adaptado de (Michailow et al., 2014)	25
5.5 2.2	Diagrama de blocos de um sistema GFDM - Adaptado de (Michailow et al., 2014).	26
3.6	Grafico de uma matriz A - $K = 8$, $M_b = 5$.	27

3.7	Segunda coluna de uma matriz A - $K = 8, M_b = 5$	27
3.8	Disposição de prefixos cíclicos no GFDM e OFDM	28
3.9	BER para filtro casado - $M_b = 15$	30
3.10	BER para Zero-Forcing - $M_b = 15$	30
3.11	Exemplo de sinal recebido visto no domínio da frequência com sobreposição de	
	subportadoras - Adaptado de (Gaspar et al., 2013)	31
3.12	Pulso RRC, convoluído com si mesmo, comparado com o pulso RC almejado -	
	roll-off = 0, 25	31
3.13	4-QAM $K = 64 M_b = 5$	32
3.14	4-QAM $K = 64 M_b = 15$	32
3.15	4-QAM $K = 32 M_b = 5$	32
3.16	4-QAM $K = 64 M_b = 5$	32
11	Diagrama da um recentor com concelemente de interferência . A dentado de (Dette	
4.1	ot al. 2012h)	24
4.2	le fairre arbitrare a de SIC	34 25
4.2	k-esima subiteração do SIC.	33 26
4.5	K + k-estima subileração do SIC.	30
4.4	Diagrama de liuxo de um cancelamento de interferencia básico - Adaptado de	26
4 5	(Datta et al., 2012b).	36
4.5	<i>k</i> -esima subiteração do DSIC	31
4.6	Diagrama de fluxo de um cancelamento de interferência duplo - Adaptado de	~-
	(Datta et al., 2012b).	37
4.7	Primeira subiteração do PIC.	38
4.8	Segunda subiteração do PIC.	39
4.9	Desempenho de BER para DSIC variando o número de iterações - 8-QAM, $K =$	
	$64, M_b = 15, r = 0, 1$	40
4.10	Desempenho de BER para SIC, DSIC e PIC - 16-QAM, $K = 64$, $M_b = 15$, $r = 0,1$.	40
4.11	Faixas de transição dos filtros RRC.	42
4.12	64-QAM, $K = 128$, $M_b = 5$, $r = 0,4$	43
4.13	4-QAM, $K = 64$, $M_b = 15$, $r = 0,1$	45
6.1	Organização do símbolo GFDM.	52
6.2	Cancelamento da interferência da subportadora 3 na subportadora 0	54
6.3	Cancelamento da interferência da subportadora 0 na subportadora 1	55

LISTA DE ACRÔNIMOS

ASK	Amplitude Shift-Keying
AWGN	Additive White Gaussian Noise
BER	Bit Error Rate
BFDM	Bi-Orthogonal Frequency Division Multiplexing
DFT	Discrete Fourier Transform
DSIC	Double-Sided Serial Interference Cancellation
FBMC	Filter Bank Multicarrier
FFT	Fast Fourier Transform
F-OFDM	Filtered Orthogonal Frequency Division Multiplexing
FSK	Frequency Shift-Keying
GFDM	Generalized Frequency Division Multiplexing
ICI	Intercarrier Interference
IDFT	Inverse Discrete Fourier Transform
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
ISI	Intersymbol Interference
MF	Matched Filter
MIMO	Multiple-input and Multiple-output
NRZ	Non-Return to Zero
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
OOK	On-Off Keying
PAM	Pulse Amplitude Modulation
PIC	Parallel Interference Cancellation
PSK	Phase Shift-Keying
QAM	Quadrature Amplitude Modulation
RRC	Raised Root Cosine
SC-CP	Single Carrier - Cyclic Prefix
SIC	Serial Interference Cancellation
UFMC	Universal Filtered Multicarrier
WRAN	Wireless Regional Area Network
ZF	Zero-Forcing

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Com a necessidade cada vez maior de conectividade, e a demanda por altas taxas de transmissão de dados, cada geração de telefonia traz desafios maiores. O advento da Internet das Coisas, Internet Tátil, 5G (sistemas sem fio de quinta geração), MIMO (*multiple-input and multipleoutput*) e demais, exige dos modelos de transmissão requisitos bastante variados: baixa latência exigida pela Internet Tátil, e redes veiculares; baixo consumo de energia, necessário em comunicações M2M (*machine-to-machine*) e MTC (*machine type communication*); alta eficiência espectral demandada pelas redes WRAN (*wireless regional area network*) (Michailow et al., 2014). Com isso, cria-se assim a necessidade de um modelo generalizado, com o qual possamos experimentar e gerar resultados pertinentes para uma variedade maior de aplicações.

A solução utilizada atualmente, OFDM (*orthogonal frequency division multiplexing*), usada pela facilidade de implementação via transformada rápida de Fourier, já demonstra não atender os requisitos da nova geração. Seja pela necessidade de baixo consumo de energia, que torna o processo estrito de sincronização proibitivo, seja pela baixa latência demandada em redes veiculares, em que o uso de um prefixo cíclico para cada símbolo OFDM deixa a eficiência espectral a desejar. Além de sua alta radiação OOB (*out of band*) dificultar sua aplicação em rádio cognitivo (Michailow et al., 2014).

O GFDM *generalized frequency division multiplexing* se baseia no consolidado OFDM, porém, para trazer a flexibilidade necessária para atender as altas demandas, o sistema abandona a ortogonalidade entre suas subportadoras, ocorrendo então, interferência entre elas (Michailow et al., 2014). Pesquisadores propuseram esquemas de cancelamento de interferência para mitigação do fenômeno. Tais esquemas são o objeto de estudo desse trabalho.

A partir da proposta original do GFDM, visando uma forma de onda com radiação OOB baixa, os estudos subsequentes atacaram a ICI (*intercarrier interference*), uma vez que era claramente um limitante do sistema, o primeiro esquema de cancelamento foi proposto em (Datta et al., 2011), surgindo o SIC (*serial interference cancellation*). Visando um desempenho melhor no cancelamento, o DSIC foi proposto pouco depois, em (Datta et al., 2012b), desse os pesquisadores passam a analisar a viabilidade do GFDM em rádio cognitivo como se vê em (Datta; Arshad; Fettweis, 2012), (Panaitopol; Datta; Fettweis, 2012) e (Datta et al., 2012a). Entretanto, foi possível diminuir consideravelmente a complexidade do cancelamento com (Gaspar et al., 2013), que trouxe o cancelamento de interferência no domínio da frequência, que é o modelo utilizado nos estudos mais recentes. Posteriormente, abordou-se a ICI do GFDM com o OQAM, proporcionando ortogonalidade por meio de implementações alternativas do transmissor e receptor GFDM (Gaspar et al., 2015). Recentemente, publicações a respeito do GFDM se diversificaram. Há comparações entre diferentes propostas para o rádio cognitivo (Lizeaga et al., 2017), análises de desempenho sob erros de sincronização (Gaspar; Mendes; Pimenta, 2017), melhorias na equalização (Carrick; Reed, 2017), desenvolvimento de algoritmos rápidos para acesso dinâmico ao espectro (Zeng et al., 2017) e mais. E ainda no cancelamento de interferência, os avanços anteriores puderam ser aplicados na concepção de enlaces *full-duplex* no GFDM (Chung et al., 2016).

1.2 OBJETIVO

Este trabalho visa apresentar esquemas de cancelamento de interferência em sistemas GFDM, a fim de mitigar as altas taxas de erro de *bit*, que surgem devido a não ortogonalidade de suas subportadoras.

Os esquemas apresentados afetam apenas o receptor, não sendo necessárias alterações no transmissor GFDM. São eles: *serial interference cancellation, double-sided serial interference cancellation, parallel interference cancellation* e cancelamento de interferência no domínio da frequência, nos quais se estima a interferência, considerando o sinal recebido majoritariamente correto, pode-se aferir a interferência que é subsequentemente subtraída do sinal original para alcançar taxas de erro de *bit* melhores, ou seja inferiores.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 1 apresentou-se introdução, motivação, objetivos e organização do trabalho.

O Capítulo 2 expõe os conceitos básicos de comunicações digitais, junto das ideias que motivam o sistemas multiportadoras.

No Capítulo 3 apresentam-se o GFDM e os modelos usados para transmissão e recepção do sistema. Discute-se, ainda, a influência dos principais parâmetros no desempenho do sistema: número de subportadoras, número de subsímbolos, *roll-off* do pulso e tipo do receptor.

No Capítulo 4 discutem-se os esquemas de cancelamento de interferência propostos para o GFDM. Partindo dos resultados das simulações, compara-se o desempenho dos diferentes métodos.

O Capítulo 5 conclui o trabalho e apresenta propostas de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A comunicação digital cresceu rapidamente nas últimas décadas. A internet se ramificou no cotidiano das pessoas, trazendo uma pletora de aplicações e demandando uma qualidade maior dos sistemas de comunicação, seja pela entrega confiável de dados, seja pelo aumento das taxas de transmissão.

Com a telefonia celular seguindo os mesmos passos, é visível a necessidade de compreender como a transmissão digital de dados ocorre. Neste capítulo revisam-se conceitos por trás da transmissão de sinais digitais em canais de comunicações imperfeitos, que são essenciais para o entendimento do contexto do GFDM, e do trabalho em si.

2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE COMUNICAÇÕES DIGITAIS

2.1.1 Modulações Digitais

O conceito de modulação digital consiste em transformar símbolos digitais em sinais analógicos capazes de ser transmitidos, de forma a recuperar o símbolo original no receptor. Para isso, utitlizamos códigos de linha, como o NRZ, que vemos na Fig. 2.1, no qual representamos o *bit* 1 por um pulso retangular positivo, e o *bit* 0 por um pulso retangular negativo. Podemos utilizar diferentes critérios para formar essa série de pulsos que representam os *bits* de forma única, variando a amplitude do pulso, largura, posicionamento, e até forma, gerando diferentes códigos de linha. Transmissões nas quais os símbolos representam apenas um *bit* são chamadas de transmissões binárias.



Figura 2.1: Um trem de bits NRZ.

Em determinados canais de comunicação, podemos até transmitir o sinal dessa forma, em banda base. No entanto, para transmissões sem fio, precisamos conformar o sinal às características do canal de comunicação, que possui uma banda passante limitada. Técnicas de transmissão em banda passante se baseam no uso de portadoras. Alteramos então as características de uma portadora senoidal de alta frequência a partir do trem de *bits*, que podemos detectar posteriormente (Xiong, 2006).

As características da senoide que podemos usar são: amplitude, fase e frequência. Temos modulação por chaveamento de amplitude (ASK - *Amplitude Shift-Keying*), que se resume a transmitir a portadora com uma determinada amplitude para cada *bit* 1, e abruptamente mudar a amplitude da portadora para representar o *bit* 0. Quando a amplitude do *bit* 0 é nula, chamamos esse método de OOK (*On-Off Keying*). Podemos ainda chavear a fase da portadora (PSK - *Phase Shift-Keying*), transmitindo-a normalmente para o *bit* 1, e com fase invertida para o *bit* 0. Há também o chaveamento de frequência (FSK - *Frequency Shift-Keying*), na qual transmitimos o *bit* 1 com uma frequência um pouco maior do que a frequência central da portadora, e o *bit* 0 com uma menor. A Fig. 2.2 ilustra tais modulações.



Figura 2.2: Modulações básicas de banda passante, onde T é o tempo de bit.

Baseado nesses três métodos, podemos combiná-los para formar uma variedade de esquemas de modulação. Combinando modulação de fase e amplitude, chegamos, por exemplo, ao QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), ou combinando dois PSKs temos o QPSK (*Quadrature Phase Shift-Keying*) (Xiong, 2006). A fim de se compararem os vários esquemas, usam-se as métricas: eficiência de potência, complexidade e eficiência espectral.

Podemos medir eficiência de potência a partir da quantidade de energia de *bit* requerida para atingirmos uma mesma taxa de erro de *bit*. Dessa forma podemos comparar diversos esquemas de modulação, o que pode ser feito empírica ou analiticamente.

Complexidade é o poder computacional necessário para realização do sistema. É frequentemente medido em quantidade de multiplicações complexas necessárias. Geralmente surge como um problema na demodulação. Demodulações coerentes necessitam de sincronização que implicam a adição de módulos para garantir tal sincronia. Há demodulações não-coerentes que são menos complexas, porém com desempenho inferior em canais muito ruidosos.

Eficiência espectral pode ser medida pela quantidade de bits por segundo que podemos injetar no canal por Hertz (bps/Hz). Eficiência espectral é importante para sistemas de comunicação em geral, e é fator determinante em grande parte das decisões na elaboração de sistemas. Grande parte dos esforços dos projetistas são voltados a maximizar essa métrica (Xiong, 2006).

Banda é um recurso limitado e caro. Na tentativa de aumentar taxas de transmissão, e visto que os sistemas citados transmitem um *bit* por símbolo, projetistas poderiam reduzir o tempo de símbolo obtendo taxas de $\frac{1}{T_s}$ bps. Há ainda a possibilidade de aplicar sinalizações M-árias. Devido a isso, constantemente se usa um símbolo para representar não apenas um *bit*, mas $\log_2 M$ *bits*.

Tome-se como exemplo o ASK. Um ASK M-ário seria um sistema onde em vez de enviarmos A cos ($\omega_c t$) para representar o bit 0 e 2A cos ($\omega_c t$) para o bit 1, enviaríamos A cos ($\omega_c t$), 2A cos ($\omega_c t$), 3A cos ($\omega_c t$), ..., MA cos ($\omega_c t$), mapeando cada símbolo para um conjunto de $\log_2 M$ bits.

Observa-se que a implementação de um esquema M-ário em FSK será muito custosa em banda, seriam necessárias M frequências diferentes para a portadora. E mesmo que se tentasse diminuir a diferença de frequência entre os símbolos, chegaríamos a um limite no qual o demodulador não seria capaz de diferenciar estas frequências suficientemente bem. Para que ocorra o menor consumo de banda, podemos nos apoiar na ortogonalidade entre senóides de diferentes frequências. Entretanto, precisamos responder qual a menor diferença de frequência necessária para garantir ortogonalidade (Lathi, 2012).

A condição de ortogonalidade entre os sinais x(t) e y(t) em um intervalo de T_s segundos é,

$$\int_{0}^{T_s} x(t) y^*(t) dt = 0.$$
(2.1)

Aplicando para nosso protótipo de sinal,

$$\int_{0}^{T_s} A \cos(2\pi f_m t) A \cos(2\pi f_n t) dt = 0,$$
(2.2)

em que M e n são números naturais de 1 até M, e $m \neq n$. Resolvendo essa integral, temos

$$\frac{A^2}{2}T_s \frac{sen(2\pi(f_m + f_n)T_s)}{2\pi(f_m + f_n)} + \frac{A^2}{2}T_s \frac{sen(2\pi(f_m - f_n)T_s)}{2\pi(f_m - f_n)} = 0.$$
(2.3)

Veja que a única forma de igualarmos a zero é através dos senos nos numeradores, sabemos que seno de um múltiplo de π é zero. Para o menor espaçamento possível, a diferença entre M e n é 1 (ou -1), portanto só precisamos eliminar $2T_s$ do seno. Ou seja, se a diferença mínima entre as frequências forem $1/2T_s$, garantimos que o argumento do seno será um múltiplo de π , gerando ortogonalidade, como podemos ver na Fig. 2.3.

Diferente do ASK M-ário, o FSK não custa mais potência de transmissão, e sim mais banda. Visto que temos um valor mínimo para o espaçamento, pode-se concluir que a banda consumida aumenta linearmente com M.



Figura 2.3: Área resultante da multiplicação entre cossenos desviados $1/2T_s$ em frequência.

Para realizar o PSK M-ário, é necessário definir o conceito de quadratura, que deriva do fato de uma senóide e uma cossenóide de mesma frequência serem ortogonais, permitindo que a modulação de amplitude e fase em ambas ocorram independentemente. Como podemos ver na Fig. 2.4, dentro de períodos múltiplos de T_s , cosseno multiplicado pelo seno tem área nula, indicando ortogonalidade.



Figura 2.4: Área resultante da multiplicação entre seno e cosseno, nula em múltiplos do período, indicando ortogonalidade.

No caso particular do QPSK (*Quadrature Phase Shift-Keying*), símbolos não são diferenciados pela sua amplitude, usa-se apenas a fase para caracterização.

Sinais PSK podem ser escritos na forma,

$$\eta_{PSK}(t) = a_m g(t) \sqrt{\frac{2}{E_g}} \cos(\omega_c t) + b_m g(t) \sqrt{\frac{2}{E_g}} \sin(\omega_c t), \qquad (2.4)$$

em que
$$g(t) = rect\left(\frac{t - \frac{T_s}{2}}{T_s}\right)$$
, $a_m = Acos(\theta_m)$ e $b_m = -Asen(\theta_m)$ (Lathi, 2012).

O uso de $g(t)\sqrt{2/E_g}$ é para que $g(t)\sqrt{\frac{2}{E_g}}cos(\omega_c t)$ e $g(t)\sqrt{\frac{2}{E_g}}sen(\omega_c t)$ tenham energia normalizada entre 0 e T_s . Dessa forma, juntos eles formam uma base ortonormal importante, que vamos usar ao longo de todo o trabalho.

$$\psi_1(t) = g(t) \sqrt{\frac{2}{E_g}} \cos(\omega_c t), \qquad (2.5)$$

$$\psi_2(t) = g(t) \sqrt{\frac{2}{E_g}} sen(\omega_c t).$$
(2.6)

O uso de bases ortonormais na representação de sinais vem do entendimento do espaço de sinais. Algumas propriedades de espaços vetoriais facilitam muito a visualização e compreensão de conceitos mais complexos no estudo de sinais. Quando usamos sinais de energia, temos as propriedades necessárias para caracterizar um espaço vetorial. Podemos multiplicar e adicionar escalares e o sinal resultante terá energia finita.

Há produto escalar entre sinais nesse espaço, e é dado como

$$< x(t), z(t) > = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) z^{*}(t) dt,$$
 (2.7)

em que * denota o complexo conjugado. A partir dessa definição, tem-se que a energia de um sinal $x \operatorname{ser} a < x, x > \operatorname{ou} ||x||^2$, uma vez que a norma, ||x||, é $\sqrt{\langle x, x \rangle}$.

Definindo uma base, podemos representar sinais por um conjunto de coeficientes, que representam as componentes de dito sinal em cada vetor base. Considerando um sinal x(t) e um vetor base $\psi_k(t)$, o coeficiente a_k é

$$a_k = \langle x, \psi_k \rangle \,. \tag{2.8}$$

Para reconstruimos o sinal temos

$$x(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \psi_k(t).$$
(2.9)

Com isso, temos duas notações para o sinal. x(t) representa o sinal contínuo, x é nosso vetor sinal, um conjunto de coeficientes capazes de reconstruir x(t). No entanto, nota-se rapidamente que autores trocam entre as notações livremente, contando apenas com o contexto para a diferenciação (Schulze, 2005).

Considere como base, $\psi_1(t) \in \psi_2(t)$ apresentadas nas Eq. (2.5) e (2.6), podemos representar uma constelação BPSK (2-PSK) como na Fig. 2.5.

Em um esquema QPSK, teríamos uma constelação como a vista na Fig. 2.6.



Figura 2.5: Constelação BPSK.



Figura 2.6: Constelação QPSK.

No intuito de aumentar a eficiência de banda, modula-se tanto amplitude quanto fase. Isso é alcançado pelo QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*). Frequentemente estendendo-se para M-QAM. Um exemplo de constelação 16-QAM pode ser vista na Fig. 2.7.

2.1.2 Primeiro Critério de Nyquist para ISI Nula

Sabe-se que canais reais são limitados em banda. A tentativa de transmitir um sinal que ultrapassa a banda do canal leva à supressão de parte da potência do sinal. As bases que apresentamos na seção anterior faziam uso de uma janela retangular, uma limitação abrupta no tempo, que leva, teoricamente, a banda ocupada para infinito. A supressão mencionada se manifestaria como o espalhamento do pulso no tempo. Quando o pulso se espalha além da sua janela de tempo, temos interferência em pulsos vizinhos. Esse efeito é chamado Interferência Intersimbólica, ou ISI (*Intersymbol Interference*).



Figura 2.7: Constelação 16-QAM.

Em primeira análise, a transmissão com ISI nula é impossível. Para limitarmos o sinal em frequência, precisamos de um pulso não limitado no tempo, tal pulso sobreporia inúmeros outros, e teriamos novamente ISI. Nyquist propõe três critérios para que a sobreposição dos pulsos não acarrete interferência, usando pulsos desenhados para que não haja interferência no instante de decisão (instante de amostragem do sinal).

O primeiro desses critérios determina que o pulso utilizado tenha amplitude não nula no centro (t = 0), e amplitude nula em múltiplos de T_s , sendo T_s o intervalo entre pulsos sucessivos.

$$g(t) = \begin{cases} 1 & t = 0 \\ 0 & t = \pm nT_s \end{cases}$$
(2.10)

Sabemos que para sinalizar a uma taxa R_s , precisamos de no mínimo uma largura de banda $\frac{R_s}{2}$. O único pulso capaz de alcançar esse mínimo, e ainda obedecer ao primeiro critério de Nyquist, é o $sen(\pi R_s t)/(\pi R_s t)$, que se define $sinc(R_s t)$, sendo

$$sinc(x) = \frac{sen(\pi x)}{\pi x}.$$
(2.11)

O decaimento do *sinc* é muito lento, além de se tratar de um pulso infinito no tempo, começando em $-\infty$, portanto não praticável. O decaimento lento do *sinc* também faria com que o sistema fosse demasiadamente sensível à dessincronização.

Felizmente, Nyquist também mostra que se pode ter um pulso que decai mais rapidamente ao custo de um pouco mais de banda, $B = \frac{(1+r)R_s}{2}$, com $0 \le r \le 1$. Define-se r como o fator de *roll-off*, que representa numericamente quanto de banda extra está sendo usada para a realização do pulso. A prova dessas formulações pode ser vista em (Lathi, 2012).

Entre os pulsos que respeitam esse critério, está o pulso cosseno levantado (RC - Raised Cosine),



Figura 2.8: Exemplo de pulso obedecendo os critérios de Nyquist - Adaptada de (Lathi, 2012).

$$g(t) = \begin{cases} \frac{\pi}{4T_s} sinc\left(\frac{1}{2r}\right), & t = \pm \frac{T_s}{2r} \\ \frac{1}{T_s} sinc\left(\frac{t}{T_s}\right) \frac{cos\left(\frac{\pi rt}{T_s}\right)}{1 - \left(\frac{2rt}{T_s}\right)^2}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.12)

Visando a minimização da taxa de erros de *bit*, é necessário que o pulso seja convoluído duas vezes durante o processo, como demonstra-se na Seção 2.1.4. Isso significa que o pulso usado precisa respeitar o critério de Nyquist após convoluído com si mesmo. Sob essas condições, o pulso RC não se qualifica, como podemos ver na Fig. 2.9.



Figura 2.9: Análise de pulso cosseno levantado.

Para que o pulso seja convoluído duas vezes e o critério de Nyquist devidamente obedecido ainda usando o cosseno levantado como meta, o pulso usado há de ser, na frequência, a raiz do cosseno levantado. Surge então o pulso de mesmo nome, denominado RRC (*Root Raised Cosine*), definido no tempo pela Eq. (2.13).

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_s} \left(1 + r \left(\frac{4}{\pi} - 1 \right) \right), & t = 0 \\ \frac{r}{T_s \sqrt{2}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi} \right) sen \left(\frac{\pi}{4r} \right) + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) cos \left(\frac{\pi}{4b} \right) \right], & t = \pm \frac{T_s}{4r} \\ \frac{1}{T_s} \frac{sen \left[\pi \frac{t}{T_s} (1 - r) \right] + 4r \frac{t}{T_s} cos \left[\pi \frac{t}{T_s} (1 + r) \right]}{\pi \frac{t}{T_s} \left[1 - \left(4r \frac{t}{T_s} \right)^2 \right]}, & \text{caso contrário} \end{cases}$$
(2.13)

Graças a seu decaimento rápido, o pulso RRC pode ser truncado no tempo sem causar o uso de banda infinita.

2.1.3 Canal AWGN

O canal AWGN (*additive white gaussian noise*) é um modelo amplamamente adotado para análise de esquemas de modulação. Quando utilizado, temos a adição de ruído branco gaussiano aditivo como o único fator degradante no sinal, isso implica resposta frequencial plana, ausente até de desvanecimento.

A razão por trás do uso amplo do canal AWGN é o ruído térmico, que é bem reproduzido pelo modelo. O ruído térmico é causado pela vibração dos átomos nos condutores e afeta consideravelmente o desempenho de sistemas de comunicação. Pode-se calcular sua densidade espectral de potência por $N_0 = k_B T$, k_B representando a constante de Boltzmann $(1, 38 \cdot 10^{-23} J/K)$, e Té a temperatura equivalente de ruído do sistema de recepção. Modelar um sistema com um canal AWGN nos dá, por meio de uma formulação simples, uma visão do comportamento do mesmo.

AWGN é chamado aditivo, uma vez que o sinal recebido será a soma do ruído, w(t), e o sinal enviado, x(t).

$$y(t) = x(t) + w(t).$$

O ruído é branco devido à resposta frequencial plana. Isto é, a densidade espectral de potência do ruído é constante. A representação matemática para a densidade espectral de potência do AWGN sendo,

$$W(f) = \frac{N_0}{2}.$$

Analisando W(f), nota-se que um processo com essas características tem potência infinita, isso é uma idealização matemática (Xiong, 2006).

A característica gaussiana é verificada ao analisar valores que w(t) assume. A amplitude desses valores pode ser representada por uma distribuição de probabilidade normal de média zero.

É importante notar que essas propriedades dão variância infinita ao ruído, uma vez que temos potência infinita e a variância do ruído é sua potência. Entretanto, se correlatada com uma função ortonormal, temos que a variância, σ^2 , é dada por $N_0/2$, permitindo que a idealização matemática feita não prejudique sistemas onde a banda do sinal é menor que a banda do canal (Xiong, 2006).

Dessa forma tem-se que

$$w(t) \sim \mathcal{N}\left(0, \frac{W_0}{2}\right),$$
(2.14)

em que $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ é a distribuição normal, sendo μ a média, e σ^2 a variância,

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(n-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$
(2.15)

2.1.4 Demodulação de Sinais Digitais

Para a demodulação, é preciso definir um receptor que otimize as chances de acerto, que se denomina receptor ótimo. Sabe-se que a probabilidade de erro de *bit* cai monotonamente com o crescimento da SNR (*signal-to-noise ratio* - relação sinal-ruído). Tem-se que para otimizar a relação sinal-ruído, que é a razão entre a potência de um sinal e o ruído que o mesmo sofre, o filtro casado é o filtro ótimo (Lathi, 2012).

O ruído tem infinitas dimensões, sendo assim, se apresentará em todas as bases do sinal (Lathi, 2012). E o que se obtém é uma distribuição normal multivariada, que pode ser vista na Fig. 2.10.



Figura 2.10: Distribuição Gaussiana Multivariada em uma constelação BPSK.

Para a demodulação dos sinais, obtêm-se as componentes de um dado símbolo nas bases determinadas. Sendo assim,

$$\langle x(t), \psi_i(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_i(t)dt.$$
 (2.16)

Coletando amostras em múltiplos do tempo de símbolo, tem-se

$$\langle x(t), \psi_i(t) \rangle |_{t=kT_s} = \sum_k \int_{-\infty}^{\infty} x_k(t - kT_s)\psi_i(t)dt = x_i.$$
 (2.17)

Devido à existência de ruído térmico, vamos receber y(t) = x(t) + w(t).

$$\langle y(t), \psi_i(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\psi_i(t) + w(t)\psi_i(t)dt.$$
 (2.18)

Dado que w(t) é um processo gaussiano e branco, tem-se,

$$w_i = \int_{-\infty}^{\infty} w(t)\psi_i(t)dt.$$
(2.19)

Sendo w_i gaussiano (Lathi, 2012). Tem-se que o ruído pode ser considerado separadamente para cada base. Indicando que para uma constelação BPSK, como a vista na Fig. 2.5, pode-se modelar os símbolos recebidos como vemos na Fig. 2.11.



Figura 2.11: Distribuição Gaussiana em uma constelação BPSK.

Também pode ser visto na Fig. 2.11 que, uma vez que se tem um limiar de decisão (0 no exemplo), a probabilidade de erro será dada pela soma entre a integral, de menos infinito ao limiar, da densidade de probabilidade para x = 1 (área em cinza claro), e a integral, do limiar ao infinito, da densidade de probabilidade para x = 0 (área em cinza escuro). Tentando-se minimizar a probabilidade de erro, vê-se que o melhor limiar está na metade da distância entre os símbolos na constelação.

Isso implica que podemos traçar os limiares de detecção como um diagrama de Voronoi, da constelação. Os limiares de um esquema de modulação 16-QAM podem ser vistos na Fig. 2.13.



Figura 2.12: Distribuição Gaussiana Multivariada em uma constelação BPSK vs Constelação BPSK Simulada.



Figura 2.13: Limiares de detecção de uma constelação 16-QAM.

2.1.5 Desvanecimento por Multipercurso

A ISI sempre esteve presente nos sistemas de comunicação, apesar de ter graus diferentes de intensidade, dependendo do sistema, taxa e canal (Lathi, 2012). Como a ISI causada pela filtragem pode ser combatida por meio do uso de pulsos que seguem os critérios de Nyquist para ISI, focamos aqui na interferência intersimbólica induzida pelo canal. Ou seja, causada por multipercursos, que ocorrem pelo sinal se propagando por um meio onde há reflexão, difração e absorção das ondas eletromagnéticas.



Figura 2.14: Exemplo de multipercurso - Adaptado de (Andrews, 2007).

Uma vez que várias cópias do mesmo sinal no receptor sofrem perdas diferentes, e passando por caminhos diferentes chegam em tempos diferentes, obtém-se a formação do que se denomina perfil de intensidade de multipercurso. O perfil de intensidade de multipercurso diz como a potência média recebida, $S(\tau)$, se distribui ao longo do atraso das cópias, τ .



Figura 2.15: Exemplo de Perfil de Intensidade de Multipercurso - Adaptado de (Sklar, 1997).

Como visto na Fig. 2.15, multipercursos são apresentados como um espalhamento no atraso. Para a implementação na simulação, o perfil de intensidade de multipercurso é formado por várias componentes discretas, chamadas de *fingers*, em vez de componentes contínuas, como exemplificado. Tendo o perfil multipercurso, pode-se determinar o atraso máximo, ou seja, o tempo entre a primeira componente e a última componente com potência não negligenciável.

A definição do que é uma componente não negligenciável é muito imprecisa. Por isso, costuma-se usar como referência a média do espalhamento de atraso, η_{τ} , e seu desvio padrão, τ_{RMS} . Dessa forma,

$$\eta_{\tau} = \frac{\int_{0}^{\infty} \Delta \tau S_{\tau}(\Delta \tau) d(\Delta \tau)}{\int_{0}^{\infty} S_{\tau}(\Delta \tau) d(\Delta \tau)},$$
(2.20)

e,

$$\tau_{RMS} = \sqrt{\frac{\int_0^\infty (\Delta \tau - \eta_\tau)^2 S_\tau(\Delta \tau) d(\Delta \tau)}{\int_0^\infty S_\tau(\Delta \tau) d(\Delta \tau)}},$$
(2.21)

em que τ_{max} é um valor empírico, podendo ser aproximado como, $5\tau_{RMS}$ (Sklar, 1997).

Encontra-se que mediante a adição de um prefixo cíclico (uma cópia das últimas amostras a serem enviadas) no início do sinal, de forma que a quantidade de amostras tenha um tempo maior que o perfil máximo de atraso, resolvendo o problema da ISI. É possível adicionar zeros no lugar do prefixo cíclico, porém, transmitir cópias da cauda do sinal diminui a PAPR (*peak-to-average power ratio*) e facilita a equalização (Xiong, 2006).

Analogamente, no domínio da frequência define-se o que chamamos de banda de coerência. Este fenômeno pode ser visualizado por meio da transformada de fourier do perfil de intensidade de multipercurso, obtendo a função de correlação de frequência espaçada como vê-se na Fig. 2.16. Esse gráfico é gerado pela correlação entre um sinal e o mesmo deslocado em frequência para um dado canal. A banda de coerência, f_0 , é aproximadamente o inverso do atraso máximo, τ_{rms} . Ter subportadoras com banda menor do que a banda de coerência permite que as subportadoras sofram desvanecimento plano, em vez de desvanecimento seletivo em frequência.

Pode-se ver na Fig. 2.17 como seria ter uma subportadora de banda similar à banda coerência f_0 . Já na Fig. 2.18, veem-se duas possibilidades de um sistema com banda menor que a banda de coerência.



Figura 2.16: Função de correlação de frequência espaçada (Sklar, 1997).



Figura 2.17: Desvanecimento seletivo em frequência.



Figura 2.18: Desvanecimento plano e seletivo em frequência - banda < f_0 .

2.2 OFDM

2.2.1 Conceitos Básicos

Consideremos um esquema de transmissão monoportadora como M-PSK ou M-QAM, com duração de símbolo igual a T_s . Temos que a banda ocupada B seria próxima a $1/T_s$ (para pulsos cosseno levantado $B = (1 + r)/T_s$, r sendo o roll-off).

Visto que temos uma taxa $R_b = \log_2 M/T_s$, estamos limitados pelo espalhamento de atraso do canal. Uma forma de evitar essa limitação é dividir os dados em K trens de *bits* paralelos transmitidos em taxas inferiores. Esse esquema não gasta mais banda, já que cada subportadora consumiria B/K, e o símbolo poderia demorar K vezes mais para uma taxa fixa, visto de outra forma, dado um τ_{max} fixo, a taxa pode aumentar K vezes.

A questão que se coloca, então, por quê não usar K indiscriminadamente grande? Um símbolo muito longo é sensível demais a canais variantes no tempo, que é o caso predominante em comunicações sem fio. Precisamos que a frequência de Doppler máxima do canal, v_{max} , ponderada pelo tempo de símbolo, seja muito menor do que 1, $v_{max}T_s \ll 1$. Frente às condições apresentadas até agora para o funcionamento do sistema, nosso escopo de operação são canais que tem $v_{max}\tau_{max} \ll 1$.

Podemos implementar transmissão via multiportadoras de duas formas. O mais prático é por meio de K filtros adjacentes, usualmente aplicado em sistemas reais. Para fins didáticos costumas e explorar conceitualmente a idéia de K portadoras individuais sendo moduladas independentemente, conforme exporemos abaixo.

Para K portadoras individuais, modulamos os K trem de *bits* em suas próprias subportadoras com frequência f_k em banda base complexa, $e^{j2\pi f_k t}$. Complexa pois vamos usar símbolos que são representados pelo espaço bidimensional de sinais descrito na seção 2.1.1 (QAM, QPSK, BPSK). Vamos denotar esses símbolos como s_{kl} , k sendo o índice de frequência e l o índice de tempo. Considerando um pulso g(t) para a modulação, o sistema é descrito como

$$s(t) = \sum_{k} e^{j2\pi f_k t} \sum_{l} s_{kl} g(t - lT_s)$$
(2.22)

e pode ser visto na Fig. 2.19.



Figura 2.19: Diagrama de blocos de um transmissor com multiportadoras individualmente moduladas (Schulze, 2005).

No modelo mais prático, com implementação de K filtros paralelos (Schulze, 2005), começamos por obter tais filtros. O fazemos a partir do pulso de transmissão g(t). Obtendo cópias desse pulso desviadas em frequência,

$$g_k(t) = e^{j2\pi f_k t} g(t), (2.23)$$

de forma que $g_k(t)$ tem frequência f_k . A representação da envoltória complexa é

$$s(t) = \sum_{l} \sum_{k} s_{kl} g_k (t - lT_s).$$
(2.24)

Se definirmos $g_{kl} = g_k(t - lT_s)$, podemos reduzir a expressão acima para,

$$s(t) = \sum_{kl} s_{kl} g_{kl}(t).$$
 (2.25)

O diagrama de blocos desse sistema pode ser visto na Fig. 2.20.



Figura 2.20: Diagrama de blocos de um transmissor com multiportadoras moduladas por filtros paralelos (Schulze, 2005).

Assim como para o FSK, pode-se mostrar a diferença de frequência mínima entre portadoras para garantir ortogonalidade.

$$\langle g_k(t), g_z(t) \rangle = \int_0^{T_s} g_k(t)g_z(t)dt = 0 \quad k \neq z$$
 (2.26)

$$\int_{0}^{T_s} e^{j2\pi(f_k - f_z)t} dt = 0$$
(2.27)

$$\frac{sen(\pi(f_k - f_z)T_s)}{\pi(f_k - f_z)}e^{j\pi(f_k - f_z)t} = 0$$
(2.28)

Vê-se que para sustentar o resultado zero, é necessário que a diferença entre f_k e f_z seja um múltiplo de $1/T_s$.

2.2.2 Implementação via Transformada Rápida de Fourier

Note-se que, considerando a janela de tempo de apenas um quadro OFDM, podemos escrevêlo como sendo

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{T_s}} \sum_{-K/2}^{K/2} s_k e^{j2\pi \frac{k}{T_s}t} rect\left(\frac{t}{T_s} - \frac{1}{2}\right)$$
(2.29)

Essa formulação é equivalente à Transformada Inversa Discreta de Fourier - IDFT (*inverse discrete fourier transform*). Os símbolos seriam mapeados em frequência, uma vez processados estariam no domínio do tempo prontos para transmissão, no receptor usa-se a FFT (*fast fourier transform*) para recuperar o mapeamento. Mais importante ainda, isso significa que podemos implementar o OFDM via FFT, reduzindo a complexidade de K^2 para $\frac{K}{2} \log_2 K$ (Xiong, 2006). Muitas portadoras podem ser moduladas simultaneamente sem o emprego de vários osciladores.

2.2.3 Prefixo Cíclico

Sabe-se que as condições gerais de um meio sem fio são como as descritas na seção 2.1.5. Devido à detecção de múltiplos percursos deslocados no tempo, a ISI é inevitável em símbolos consecutivos. Precisa-se implementar um tempo de guarda, entre símbolos, para diferenciação clara entre eles. Considerando um tempo de guarda maior do que o espalhamento de atraso máximo, τ_{max} , do canal, é possível separar os símbolos corretamente no tempo.

Entretanto, com esse mesmo intervalo de tempo, podemos garantir equalização por um *tap* (coeficiente), reduzindo drasticamente a complexidade do receptor. Isso é feito substituindo-se o tempo de guarda por uma cópia do fim do símbolo, de período maior do que τ_{max} . A utilização da cópia do fim do símbolo, permite que o resultado da convolução linear do sinal com prefixo cíclico com o canal de comunicação, seja o mesmo de uma convolução circular do sinal sem prefixo algum com o canal de comunicação, fazendo com que a representação dos efeitos do canal no domínio discreto da frequência seja dada por uma multiplicação, permitindo que os efeitos sejam desfeitos pela divisão por apenas um coeficiente (Lathi, 2012). Podemos ver um exemplo de prefixo cíclico na Fig. 2.21.

Figura 2.21: Prefixo Cíclico em um sinal x com período de N amostras - Comprimento do prefixo cíclico = v - Adaptado de (Andrews, 2007).

Garantindo $v > \tau_{max}$, implica que os efeitos do canal no sinal sejam equivalentes a uma convolução circular da resposta impulsional do canal com o sinal. Isso é um resultado importante, já que estamos lidando com a Transformada Discreta de Fourier, na qual a dualidade clássica entre a convolução linear e a multiplicação não é válida. Entretanto, há dualidade da multiplicação com a convolução circular. A prova completa pode ser encontrada em (Lathi, 2012).

2.3 CONCLUSÃO PARCIAL

Como visto, a procura por taxas de transmissão de dados cada vez mais altas produziu um problema bastante pertinente na ISI. Foi visto também que a técnica de enviar-se múltiplos *bits* por símbolo é bastante eficaz em aumentar a taxa de transmissão. Entretanto, o sistema está sujeito a erros, seja pelo ruído térmico, seja pela ISI. Por sua vez, sistemas multiportadoras trouxeram formas convenientes de resolver o problema da ISI, produzindo um resultado que pode ser apreciado, de forma geral, nas Fig. 2.22, 2.23 e 2.24. No próximo capítulo, estudar-se-á o GFDM e suas particularidades.



Figura 2.22: Subportadoras OFDM.



Figura 2.23: Envoltória de canal multipercurso.



Figura 2.24: Subportadoras OFDM em canal multipercurso.

3 GFDM

3.1 INTRODUÇÃO

Conforme se caminha em direção à quinta geração de telefonia (5G), muitas formas de onda são propostas para atender diferentes demandas. O GFDM se propõe a atender as várias demandas com uma forma de onda generalizada, se adaptando aos diferentes cenários pela modificação de poucos parâmetros. Tendo características atraentes para cenários com alta fragmentação de espectro, como a baixa radiação OOB (*out of band*) demonstrada em (Fettweis; Krondorf; Bittner, 2009).

Neste capítulo, estudam-se o transmissor e receptor GFDM, assim como a representação matricial de ambos. A partir de resultados de simulação, vê-se também os principais parâmetros que afetam a BER (*bit error rate*).

3.2 TRANSMISSOR

Originalmente, o GFDM foi proposto como uma alternativa ao OFDM no uso oportunista de *white spaces* da TV analógica (Fettweis; Krondorf; Bittner, 2009). O transmissor GFDM segue a estrutura do diagrama exposto na Fig. 3.1.



Figura 3.1: Diagrama original de um sistema GFDM - Adaptado de (Fettweis; Krondorf; Bittner, 2009).

Cada uma das *K* subportadoras é modulada independemente, representando enlaces SC-CP (*Single carrier - Cyclic prefix*) independentes. Isso permite que cada uma tenha seu próprio pulso, viabilizando formas variadas para conformação do sinal ao canal. Uma vez que cada subportadora tem seu prefixo cíclico, e o mesmo tem que ser ajustado para considerar o comprimento dos filtros de transmissão e recepção, além do espalhamento do canal, emprega-se então *tail biting*, na intenção de melhorar a eficiência espectral (Fettweis; Krondorf; Bittner, 2009).

Tail biting consiste na retirada da resposta transitória gerada pelo filtro, que então é somada ao início do símbolo, servindo assim o mesmo propósito que o prefixo cíclico de simular uma convolução circular com o canal, e diminuindo o *overhead*, como se pode ver na Fig. 3.2. Esse efeito é alcançado por meio da aplicação dos pulsos de forma circular (Gaspar et al., 2013).



(1) Bloco de transmissão com CP, levando em consideração filtros de transmissão e recepção, assim como o canal.

Rx (3) Filtragem de transmissão gera resposta transitória.

Filtro

Canal



Transitória

(4) Tail biting, cortando a resposta transitória e adicionando-a ao sinal.



Figura 3.2: Diminuição de prefixo cíclico por Tail Biting - Adaptado de (Fettweis; Krondorf; Bittner, 2009).

Com o desenvolvimento do GFDM, o bloco referente ao *tail biting* passou a ser omitido, assim como passou-se a aplicar o prefixo cíclico apenas após a soma dos sinais das subportadoras, bloco que também é omitido frequentemente como podemos ver na Fig. 3.3.



Figura 3.3: Diagrama apresentado posteriormente - Adaptado de (Datta et al., 2012b).

Para que o sistema GFDM seja realmente capaz de generalizar um grande escopo de formas de onda, os dados não são divididos apenas em K subportadoras, mas também em M_b slots de tempo, também chamado de subsímbolos. Dessa forma, em um mesmo símbolo GFDM há divisão de frequências e de tempo, como mostra a Fig. 3.4. Nesse ponto é importante notar também que N representa o número de amostras de um pulso, ou seja, LM_b , em que L é o fator de sobreamostragem, seguindo $L \ge K$. Nesse trabalho, considera-se L = K, culminando em N também representar o número de símbolos QAM que um símbolo GFDM possui.



Figura 3.4: Particionamento de tempo e frequência - Adaptado de (Michailow et al., 2014).

Essa flexibilidade permite que tanto o OFDM como sistemas monoportadora possam ser modelados por um caso especial do GFDM, por meio da escolha de $K \in M_b$. Sendo o OFDM um GFDM com K subportadoras e apenas um *slot* de tempo, em que o pulso é uma porta retangular.

O diagrama exposto na Fig. 3.5 é o que será utilizado. Neste, obtém-se x é formado a partir de

$$x[n] = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=0}^{M_b-1} g[(n-mL) \mod N] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{k}{L}n\right) \cdot d_{k,m}, \quad n = 0, 1, ..., KM_b - 1, \quad (3.1)$$

em que N é o número de amostras por símbolo GFDM. $g[(n - mL) \mod N]$ controla a rotação circular do pulso citado acima. $\exp(j2\pi \frac{k}{L}n)$ controla o posicionamento das subportadoras no espectro. $d_{k,m}$ é o símbolo M-QAM que vai ser modulado no m-ésimo subsímbolo da k-ésima subportadora.



Figura 3.5: Diagrama de blocos de um sistema GFDM - Adaptado de (Michailow et al., 2014).

3.3 IMPLEMENTAÇÃO MATRICIAL - TRANSMISSOR

Conforme apresentado em (Alves et al., 2013). Com uma escolha apropriada de operações matriciais, pode-se representar a transmissão por apenas uma matriz. Considere

$$p_k(n) = \exp\left(j2\pi\frac{k}{L}n\right),\tag{3.2}$$

e,

$$g_m(n) = g\lfloor (n - mL) \mod N \rfloor, \tag{3.3}$$

 $g_m(n)$ sendo uma versão rotacionada circularmente de g(n).

Em (Alves et al., 2013) tem-se que x pode ser obtido por

$$\boldsymbol{x} = \mathbf{A}\boldsymbol{d},\tag{3.4}$$

em que,

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} g_0(n)p_0(n) \\ g_0(n)p_1(n) \\ \vdots \\ g_0(n)p_{K-1}(n) \\ g_1(n)p_0(n) \\ \vdots \\ g_{M-1}(n)p_{K-1}(n) \end{bmatrix}^T.$$
(3.5)

Para isso, organizam-se os símbolos QAM em um vetor d, da seguinte forma:

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} d_{0,0} \\ d_{1,0} \\ \vdots \\ d_{K-1,0} \\ d_{0,1} \\ d_{1,1} \\ \vdots \\ d_{K-1,M-1} \end{bmatrix},$$
(3.6)

em que $d_{k,m}$, representa o símbolo M-QAM modulado na k-ésima subportadora, e no m-ésimo subsímbolo.

Na Fig. 3.6 pode-se ver uma representação da forma da matriz A, em módulo. Pode-se observar que essa matriz tem uma linha para cada combinação entre m e k, representado pelo eixo com os índices de coluna. Cada coluna opera sobre seu símbolo correspondente do vetor d. Na Fig. 3.7 vê-se em detalhe a segunda coluna da matriz A.



Figura 3.6: Gráfico de uma matriz **A** - K = 8, $M_b = 5$.



Figura 3.7: Segunda coluna de uma matriz A - K = 8, $M_b = 5$.

Subsequentemente, se adiciona o prefixo cíclico, conforme a Fig. 3.8, que compara como o GFDM e o OFDM implementam o prefixo cíclico.

				tem	ро		\rightarrow						
	ds		$d_{3,0}$	d_3	3,1	d_{i}	3,2	$d_{3,3}$	d_{i}	3,4			
CEDM	ador	CD	$d_{2,0}$	d_2	2,1	d_2	2,2	$d_{2,3}$	d_2	2,4			
GFDM	port	Cr	$d_{1,0}$	d_1	.,1	d	1,2	$d_{1,3}$	d_{i}	1,4			
	dus		$d_{0,0}$	d_0),1	d_{i}	0,2	$d_{0,3}$	d_0	0,4			
			$d_{3,0}$		d_{3}	3,1		$d_{3,2}$		$d_{3,3}$		$d_{3,4}$	
OEDM			CP	$d_{2,0}$		CP d_{2}	2,1	CD	$d_{2,2}$	CD	$d_{2,3}$		$d_{2,4}$
OFDM		CP	$d_{1,0}$	CF	$d_{\tilde{z}}$	1,1	CF	$d_{1,2}$	CF	$d_{1,3}$	CP	$d_{1,4}$	
			$d_{0,0}$		d_0),1		$d_{0,2}$		$d_{0,3}$		$d_{0,4}$	

Figura 3.8: Disposição de prefixos cíclicos no GFDM e OFDM.

3.4 RECEPTOR

Considerando um canal com resposta impulsional h[n], no receptor tem-se

$$y[n] = x_{cp}[n] * h[n] + w[n],$$
(3.7)

em que x_{CP} representa o sinal transmitido com o prefixo cíclico, e w(n) é um vetor com amostras de ruído gaussiana de média zero e variância σ^2 (Alves et al., 2013).

O sinal recebido é usado para sincronização e estimação da resposta impulsional do canal. Em seguida o prefixo cíclico é removido e o sinal é equalizado. Assumindo que K é grande o suficiente para que a banda de cada subportadora seja menor do que a banda de coerência do canal, a resposta frequencial pode ser considerada plana (Alves et al., 2013). E a equalização pode ser feita, por exemplo, pelo equalizador *zero-forcing* como visto na Eq. (3.8).

$$z(n) = IFFT\left[\frac{FFT[x[n]]}{FFT[h[n]]}\right].$$
(3.8)

Neste trabalho, particularmente, não se considera a influência de multipercursos, apenas do ruído, eliminando a necessidade de implementar equalização e sincronização.

Viu-se no capítulo anterior que para otimizar o sinal-ruído deve-se utilizar filtro casado na recepção. O filtro casado é o complexo conjugado, invertido no tempo, do filtro de transmissão, ou seja, $g^*(-n)$. No entanto, o pulso RRC tem simetria par, culminando em $g^*(-n) = g^*(n)$. Sendo assim, com k = 0, 1, 2, ..., K - 1 e $m = 0, 1, 2, ..., M_b - 1$, obtém-se

$$\hat{d}[n=mL] = \left(\left(z \cdot \exp\left(-j2\pi \frac{k}{L}n\right) \right) \circledast g^* \right) [n], \tag{3.9}$$

em que \circledast denota uma convolução circular. E n = mL realiza a subamostragem necessária para reverter a sobreamostragem realizada na transmissão (Datta et al., 2012b).

3.5 IMPLEMENTAÇÃO MATRICIAL - RECEPTOR

Um receptor filtro casado pode ser visto com K receptores de apenas uma frequência em paralelo (Alves et al., 2013). O símbolo recebido em um dado subsímbolo e uma dada subportadora é

$$\hat{d}_{k,m} = \sum_{n=0}^{KM_b - 1} z[n] [g_m[n] p_k[n]]^*.$$
(3.10)

Parâmetro	Valor
Número de subportadoras (K)	64
Número de subsímbolos (M_b)	5; 15
Pulso	RRC
roll-off(r)	0,1; 0,3; 0,5
Receptor	ZF e MF
Modulação	4-QAM
Número de <i>bits</i> simulados para cada E_b/N_0	$3,84\cdot 10^7$
Canal	AWGN

Tabela 3.1: Parâmetros de simulação.

Analogamente à transmissão, pode-se representar a demultiplexação por operações matriciais (Alves et al., 2013), produzindo

$$\hat{\boldsymbol{d}} = \boldsymbol{A}^H \boldsymbol{z}. \tag{3.11}$$

Formula-se $\hat{d} = Bz$, sendo que $B = A^H$ representa o receptor filtro casado (Gaspar et al., 2013). Diferentes tipos de receptor são caracterizados por diferentes B.

Entre esses receptores está o receptor *zero-forcing*, em que a proposta é BA = I. Para isso, $B = A^{-1}$. No entanto, não se garante que A seja inversível, as colunas de A podem ser linearmente dependentes (Michailow et al., 2012), nesse caso se computa $B = (A^H A)^{-1} A^H$, sob essas condições BA = I (Kay, 1993 apud Michailow et al., 2012).

O receptor ZF (*zero-forcing*) trabalha de forma diferente em relação ao filtro casado. O filtro casado maximiza o sinal-ruído, mas para pulsos não ortogonais, permite a interferência entre subportadoras, ICI (*intercarrier interference*). O ZF amplifica o ruído, no entanto, é capaz de minimizar os efeitos da ICI. Os efeitos da ICI, tanto sobre o receptor filtro casado, quanto sobre o ZF dependem de B, particularmente do fator de *roll-off* (Michailow et al., 2012). Tais efeitos foram observados na simulação, e são demonstrados nas Fig. 3.9 e 3.10.



Figura 3.9: BER para filtro casado - $M_b = 15$.

Figura 3.10: BER para Zero-Forcing - $M_b = 15$.

Foi dito na Subseção 2.1.2 que o fator de *roll-off* representa quanto de banda extra um pulso usa para sua realização. Considerando isso, pode-se ver na Fig. 3.11 que o fator de *roll-off* vai afetar diretamente quanto ICI é gerada.



Figura 3.11: Exemplo de sinal recebido visto no domínio da frequência com sobreposição de subportadoras - Adaptado de (Gaspar et al., 2013).

O pulso RRC quando convoluído com si mesmo, produz o efeito do pulso RC, como mencionado no capítulo anterior. No GFDM, conforme M_b cresce, o pulso é truncado mais tarde, e conforme o RC se estende, o pulso começa a ter os zeros dessincronizados do que é proposto por Nyquist. O crescimento de M_b , para o receptor MF (*matched filter*), não só permite que esses zeros dessincronizados apareçam, interferindo nos outros pulsos, como aumenta o número de pulsos em uma mesma subportadora alavancando o crescimento da BER (*bit error rate*). De fato, pode-se ver na Fig. 3.12, que com apenas 3 tempos de símbolo de distância o resultado do RRC se desvia.



Figura 3.12: Pulso RRC, convoluído com si mesmo, comparado com o pulso RC almejado - roll-off = 0, 25.

Quanto esse efeito prejudica a BER pode ser visto nas Fig. 3.13 e 3.14, em que se compara um sistema com M_b 5 e 15, respectivamente, enquanto os demais parâmetros se mantêm. As figuras apresentam aproximadamente 1 dB de diferença para uma mesma eficiência.



Nas Fig. 3.15 e 3.16, pode se comparar a diferença de desempenho para um número de subportadoras diferentes. Nota-se que não há diferença significativa, o que é esperado, já que em um cenário multiportadora, com o pulso raiz de cosseno levantado, independente de quantas subportadoras há, uma determinada subportadora sofre interferência apenas das subportadoras adjacentes.



Figura 3.15: 4-QAM $K = 32 M_b = 5$.

Figura 3.16: 4-QAM $K = 64 M_b = 5$.

3.6 CONCLUSÃO PARCIAL

Neste capítulo foram vistos os fundamentos do GFDM, como realizar um transmissor e duas formas diferentes de implementar o receptor GFDM. Viu-se também, como o *roll-off* e M_b podem influenciar o desempenho deste sistema, o *roll-off* controlando quanta sobreposição há entre as subportadoras, e o crescimento de M_b destacando as falhas na aproximação do pulso raiz de cosseno levantado. No próximo capítulo, serão analisadas formas de cancelar a interferência entre as subportadoras, na tentativa de alcançar uma BER que se aproxima do OFDM em canal AWGN.

4 CANCELAMENTO DE INTERFERÊNCIA

4.1 INTRODUÇÃO

As características tão desejáveis do GFDM vieram ao custo da ortogonalidade de suas subportadoras, permitindo interferência entre subportadoras vizinhas. Neste capítulo, estudam-se técnicas para mitigar esse efeito, por meio do cancelamento de interferência que pode ser usado para atingir a BER do já conhecido OFDM em canal AWGN. *Basic Serial Interference Cancellation*, *Double-sided Serial Interference Cancellation* e *Parallel Interference Cancellation*, realizados no domínio do tempo, e um método para cancelamento no domínio da frequência.

4.2 CANCELAMENTO DE INTERFERÊNCIA NO DOMÍNIO DO TEMPO

No GFDM, se perde a ortogonalidade entre as subportadoras devido aos filtros de formatação de pulso. Considerando que usamos pulsos RRC, tem-se que uma subportadora sofre interferência apenas de suas vizinhas imediatas, como viu-se na Fig. 3.11. A ICI é o principal motivo da perda de performance do GFDM em relação à curva teórica (Datta et al., 2012b).

A partir de um sinal recebido, pode-se estimar a interferência sofrida por cada subportadora, gera-se então um sinal de cancelamento que é subtraído do sinal original. Repete-se a demodulação do sinal apenas para a subportadora cuja interferência foi cancelada, obtendo uma estimativa melhor para o símbolo transmitido. Essas operações são feitas pelo bloco de cancelamento de interferência, que pode ser visto na Fig. 4.1. Nas subseções a seguir, detalham-se três formas de realizar esse bloco.



Figura 4.1: Diagrama de um receptor com cancelamento de interferência - Adaptado de (Datta et al., 2012b).

4.2.1 Basic Serial Interference Cancellation

No esquema básico de cancelamento de interferência, SIC (*serial interference cancellation*), o algoritmo que realiza o cancelamento é feito em K subiterações para cancelar apenas a interferência das subportadoras precedentes, sendo necessárias mais K subiterações para cancelar a interferência das subportadoras sucedentes. Em uma **subiteração** i = k, a interferência da subportadora k - 1 é cancelada, em vermelho na Fig. 4.2, e a subportadora k é detectada, em verde na Fig. 4.2. Dentre os símbolos recebidos, $\{\hat{d}_k^{(i)}[m]\}_N$, o bloco de cancelamento de interferência seleciona os que representam dados da subportadora k - 1, $\hat{d}_{k-1}^{(i),e}[m]$, e passa tais símbolos pelo **transmissor** GFDM para criar o sinal de cancelamento de interferência, $\zeta_{(i)}[n]$. Observe que a notação para os índices k é feita em módulo K, de forma que se k = -1, k = K - 1, ou ainda k = K + 3, implicando k = 3 (Datta et al., 2012b).



Figura 4.2: k-ésima subiteração do SIC.

$$\zeta_{(i)}[n] = (d_{k-1}^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{k-1}{L}n\right).$$
(4.1)

Subtrai-se $\zeta_{(i)}[n]$ do sinal recebido z[n], obtendo assim $\hat{z}^{(i)}[n]$. Repete-se a demodulação para $\hat{z}^{(i)}[n]$, para se detectar apenas os símbolos da subportadora k.

$$\hat{z}_k^{(i)}[n] = \hat{z}^{(i)}[n] \cdot \exp\left(-j2\pi\frac{k}{L}n\right).$$
(4.2)

$$\hat{d}_{k}^{(i+1)}[m] = \left(\hat{z}_{k}^{(i)} \circledast g^{*}\right)[n = mL].$$
(4.3)

Repete-se para todas as subportadoras sequencialmente, utilizando para a estimativa de interferência seguinte, a subportadora conforme detectada na subiteração anterior. Em seguida, o processo ainda é feito mais K vezes, removendo interferência das k + 1-ésimas subportadoras, Fig. 4.3. O diagrama da Fig. 4.4 ilustra o procedimento.



Figura 4.3: K + k-ésima subiteração do SIC.



Figura 4.4: Diagrama de fluxo de um cancelamento de interferência básico - Adaptado de (Datta et al., 2012b).

Algoritmo 1: Serial interference cancellation.

1 receba todos símbolos com Bz**2** for i = 0 até K - 1 do k = i3 $d_{k-1}^{(i),e}$ = seleção de símbolos da subportadora k-14 module um sinal composto apenas de símbolos da k-1-ésima subportadora, formando $\zeta_{(i)}$ 5 demodule o sinal resultante de $(z - \zeta_{(i)})$ 6 selecione os símbolos da k-ésima subportadora, apenas 7 construa o vetor $\hat{d}^{(i+1)}$ com os símbolos recebidos 8 end 9 10 atualize os símbolos recebidos com \hat{d}^K for i = 0 até K - 1 do 11 k = i12 $d_{k+1}^{(i),e}$ = seleção de símbolos da subportadora k+113 module um sinal composto apenas de símbolos da k + 1-ésima subportadora, formando $\zeta_{(i)}$ 14 15 demodule o sinal resultante de $(z - \zeta_{(i)})$ selecione os símbolos da k-ésima subportadora, apenas 16 construa o vetor $\hat{d}^{(i+1)}$ com os símbolos recebidos 17 18 end

4.2.2 Double-sided Serial Interference Cancellation

No DSIC (*double-sided serial interference cancellation*), cancelam-se interferências de ambas subportadoras adjacentes. Considerando que se deseja detectar uma subportadora k, computa-se

$$\zeta_{(i)}[n] = (d_{k-1}^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{k-1}{L}n\right) + (d_{k+1}^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{k+1}{L}n\right).$$
(4.4)

Diferentemente do SIC, apenas K subiterações são necessárias, uma vez que se cancelam a interferência de ambas subportadoras adjacentes em apenas uma subiteração, como vê-se na Fig. 4.5.



Figura 4.5: k-ésima subiteração do DSIC.



Figura 4.6: Diagrama de fluxo de um cancelamento de interferência duplo - Adaptado de (Datta et al., 2012b).

Algoritmo 2: Double-sided serial interference cancellation.

1 receba todos símbolos com Bz**2** for j = 0 até J - 1 do for i = 0 até K - 1 do 3 $d_{k-1}^{(i),e}=$ seleção de símbolos da subportadora k-1 $d_{k+1}^{(i),e}=$ seleção de símbolos da subportadora k+14 5 module um sinal composto apenas de símbolos da k - 1 e k + 1-ésima subportadoras, 6 formando $\zeta_{(i)}$ demodule o sinal resultante de $(z - \zeta_{(i)})$ 7 selecione os símbolos da k-ésima subportadora, apenas 8 construa o vetor $\hat{d}^{(i+1)}$ com os símbolos recebidos 9 end 10 11 end

4.2.3 Parallel Interference Cancellation

Considerando um pulso RRC, interferente apenas nas subportadoras adjacentes, pode-se executar o cancelamento da interferência de todas as subportadoras pares simultaneamente, como pode se vê na Fig. 4.7, detectando todas subportadoras ímpares. Fazendo o contrário na subiteração seguinte, Fig. 4.8. Tendo isso em mente formula-se ζ como,

$$\zeta_{(i)}[n] = \begin{cases} (d_0^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{0}{L}n\right) + (d_2^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{2}{L}n\right) + \dots & i \text{ par} \\ (d_1^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{1}{L}n\right) + (d_3^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{3}{L}n\right) + \dots & i \text{ impar} \end{cases}$$
(4.5)



Figura 4.7: Primeira subiteração do PIC.



Figura 4.8: Segunda subiteração do PIC.

Alg	oritmo 3: Parallel interference cancellation.
1 re	cceba todos símbolos com Bz
2 fc	or $j = 0$ até $J - 1$ do
3	for $i = 0$ até $K - 1$ do
4	if <i>i é par</i> then
5	$d^{(i),e} =$ seleção de símbolos das subportadoras pares
6	module um sinal composto apenas de símbolos de $d^{(i),e}$, formando $\zeta_{(i)}$
7	demodule o sinal resultante de $(\boldsymbol{z} - \zeta_{(i)})$
8	selecione os símbolos das subportadoras ímpares, apenas
9	construa o vetor $\hat{d}^{(i+1)}$ com os símbolos recebidos
10	else
11	module um sinal composto apenas de símbolos de $d^{(i),e}$, formando $\zeta_{(i)}$
12	demodule o sinal resultante de $(\boldsymbol{z} - \zeta_{(i)})$
13	$d^{(i),e}$ = seleção de símbolos das subportadoras ímpares
14	selecione os símbolos das subportadoras pares, apenas
15	construa o vetor $\hat{d}^{(i+1)}$ com os símbolos recebidos
16	end
17	end
18 ei	nd

Quando se utiliza DSIC ou PIC, dependendo da ordem do QAM, é necessário mais de uma **iteração**, *J*, para atingir bons níveis de cancelamento de interferência (Gaspar et al., 2013). Por exemplo, quando se utiliza 8-QAM, são necessárias 2 iterações do DSIC para que o desempenho seja equivalente a BER teórica, o que pode ser visto na Fig. 4.9. Para 16-QAM são necessários 3 iterações para cancelar completamente a ICI (Datta et al., 2012b).

Por ser derivado diretamente do DSIC, o PIC necessita dos mesmos valores de J para uma determinada ordem do QAM.



Tabela 4.1: Parâmetros de simulação para as Fig. 4.9 e 4.10.

Figura 4.9: Desempenho de BER para DSIC variando o número de iterações - 8-QAM, K = 64, $M_b = 15$, r = 0,1.



Figura 4.10: Desempenho de BER para SIC, DSIC e PIC - 16-QAM, K = 64, $M_b = 15$, r = 0,1.

A partir da Fig. 4.10, assim como 4.9, conclui-se que os resultados estão de acordo com os vistos em (Datta et al., 2012b).

4.3 CANCELAMENTO DE INTERFERÊNCIA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Foi apresentado em (Gaspar et al., 2013), a realização do transmissor e receptor no domínio da frequência, resultando na diminuição de complexidade. Realizando o transmissor pelo domínio da frequência, temos uma nova forma de visualizar a implementação matricial. Em (Gaspar et al., 2013), obtemos x, por meio de

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{W}_{LM_b}^H \sum_{k=0}^{K-1} \boldsymbol{P}^{(k)} \boldsymbol{\Gamma}_{T_x}^{(L)} \boldsymbol{R}^L \boldsymbol{W}_{M_b} \boldsymbol{d_k}.$$
(4.6)

Para realizar essa forma de transmissão, é preciso organizar os símbolos em um vetor coluna d_k , que contém todos os símbolos modulados pela k-ésima subportadora, esse vetor tem tamanho M_b . O primeiro passo é levar d_k para o domínio da frequência, o que é feito por meio de uma multiplicação pela matriz da transformada discreta de Fourier W_{M_b} ,

$$\boldsymbol{W}_{M_b} = \left\{ \exp\left(-j2\pi \frac{p,c}{M_b}\right) \right\}_{M_b \times M_b},\tag{4.7}$$

com $p \in c$ variando entre $0 \in M - 1$, essa matriz realiza uma FFT (Gaspar et al., 2013).

Então, é necessário realizar no domínio da frequência o equivalente à sobreamostragem feita no domínio do tempo. Isso é realizado pela matriz \mathbf{R} . O fator de sobreamostragem, como citado acima, é K, resultando em uma matriz $\mathbf{R}^{(K)} = (\mathbf{I}_{M_b} \mathbf{I}_{M_b} ...)^T$, representando a concatenação de L, ou K, matrizes identidade \mathbf{I}_{M_b} de tamanho M_b por M_b (Gaspar et al., 2013).

Em seguida, cada subportadora é filtrada por $\Gamma_{T_x}^{(L)}$, essa matriz contém o pulso de transmissão, no domínio da frequência, $W_{LM}g_{T_x}$, na sua diagonal (Gaspar et al., 2013).

Para posicionar as subportadoras corretamente no espectro, utiliza-se uma matriz de permutação $P^{(k)}$. A formação dessa matriz é dada por,

$$\boldsymbol{P}^{(0)} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_{LM_b/2} & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \cdots & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} \\ \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \cdots & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \boldsymbol{I}_{LM_b/2} \end{pmatrix}^T$$
(4.8)

$$\boldsymbol{P}^{(1)} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \boldsymbol{I}_{LM_b/2} & \cdots & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} \\ \boldsymbol{I}_{LM_b/2} & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \cdots & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} & \boldsymbol{0}_{LM_b/2} \end{pmatrix}^T$$
(4.9)

Por último, voltamos para o domínio do tempo com uma multiplicação por $W_{LM_b}^H$, ou seja, essa matriz realiza uma IFFT, em que H representa o conjugado transposto.

Considerando essa formulação, a recepção é dada por

$$\hat{\boldsymbol{d}}_{k} = \boldsymbol{W}_{M_{b}}^{H}(\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{L}})^{T} \boldsymbol{\Gamma}_{R_{x}}^{(L)}(\boldsymbol{P}^{(\boldsymbol{k})})^{T} \boldsymbol{W}_{LM_{b}} \boldsymbol{z}, \qquad (4.10)$$

em que $\Gamma_{R_x}^{(L)}$ é formado por $W_{LM}g_{T_x}^H$. E \hat{d}_k são os símbolos recebidos na subportadora k, implicando na Eq. (4.10) ser aplicada K vezes para cada símbolo GFDM.

Descreve-se também em (Gaspar et al., 2013) um método para realização do DSIC no domínio da frequência.



Figura 4.11: Faixas de transição dos filtros RRC.

Modelando nosso receptor na frequência, Eq. (4.10), podemos rescrever o sinal recebido. Considerando $\Gamma^{(r)} \in \Gamma^{(f)}$, os flancos de subida e descida do filtro RRC na frequência, respectivamente, Fig. 4.11. Aplicar o filtro casado significa multiplicar flancos do mesmo tipo, $\Gamma^{(r)}\Gamma^{(r)}$ e $\Gamma^{(f)}\Gamma^{(f)}$. A interferência é causada por flancos diferentes que acabam se multiplicando no processo, $\Gamma^{(f)}\Gamma^{(r)}$ (Gaspar et al., 2013). Com isso, tem-se

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{k} = (\boldsymbol{R}_{L})^{T} \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{x}}}^{(\boldsymbol{L})} (\boldsymbol{P}^{k})^{T} \boldsymbol{W}_{LM} \boldsymbol{z}$$
(4.11)

$$=\underbrace{\Gamma^{(r)}\Gamma^{(r)}d'_{k}+\Gamma^{(f)}\Gamma^{(f)}d'_{k}}_{\text{sinal}}+\underbrace{\Gamma^{(f)}\Gamma^{(r)}d'_{k-1}+\Gamma^{(f)}\Gamma^{(r)}d'_{k+1}}_{\text{interferência}}$$
(4.12)

$$= \boldsymbol{d}_{k}^{'} + \Gamma^{(f)} \Gamma^{(r)} \left(\boldsymbol{d}_{k-1}^{'} + \boldsymbol{d}_{k+1}^{'} \right)$$
(4.13)

em que $d'_k = W_{M_b}d_k$, ou seja, se trata dos símbolos **enviados** na subportadora k, porém no domínio da frequência. Portanto nosso sinal de cancelamento é dado por

$$\zeta_{(j)}^{f}[n] = \mathbf{\Gamma}^{(r)} \mathbf{\Gamma}^{(f)} \mathbf{W}_{M_{b}} \left(\hat{d}_{k-1}^{(j-1)} + \hat{d}_{k+1}^{(j-1)} \right)$$
(4.14)

E precisa ser removido de \hat{z}_k , diferentemente dos esquemas anteriores que subtraíam o sinal de cancelamento diretamente do sinal recebido, z[n]. Como o processo ocorre ainda no domínio da frequência, adota-se o superescrito $f \text{ em } \zeta$.

Parâmetro	Valor
Número de subportadoras (K)	128
Número de subsímbolos (M_b)	5
Pulso	RRC
roll-off(r)	0,4
Receptor	MF
Modulação	64-QAM
Número de <i>bits</i> simulados para cada E_b/N_0	$3,84 \cdot 10^{6}$
Canal	AWGN

Tabela 4.2: Parâmetros de simulação para Fig. 4.12.

Similar ao DSIC, no cancelamento de interferência no domínio da frequência há a necessidade de múltiplas iterações para remover a interferência de um sinal com uma grande ordem de QAM. Como vê-se na Fig. 4.12. Isso nos leva a marcar os vetores com um subescrito ou superescrito (j), indicando a qual iteração pertence aquele dado.



Figura 4.12: 64-QAM, K = 128, $M_b = 5$, r = 0.4.

Sendo assim, o cancelamento de interferência no domínio da frequência pode ser feito por meio das instruções dispostas no Algoritmo 4, considerando que o superescrito (j) denota a iteração que produziu tal dado, (0) representando dados que não passaram por nenhuma iteração:



```
1 receba todas subportadoras com IFFT\left[\hat{z}_{k}^{(0)}\right]
 2 \alpha = demodule IFFT \left[ \hat{z}_{k}^{(0)} \right]
 3 module \alpha, obtendo \hat{d}_{k}^{(0)}
 4 for j = 0 até J - 1 do
           for k = 0 até K - 1 do
 5
                  \hat{\boldsymbol{z}}_{k}^{(j)} = \hat{\boldsymbol{z}}_{k}^{(0)} - \boldsymbol{\Gamma}^{(r)} \boldsymbol{\Gamma}^{(f)} FFT \left[ \hat{d}_{k-1}^{(j-1)} + \hat{d}_{k+1}^{(j-1)} \right]
 6
                  \alpha = atualize símbolos recebidos por meio de IFFT\left[\hat{z}_{k}^{(j)}\right]
 7
                   \beta = demodule \alpha
 8
                  module \beta, obtendo \hat{d}_k^{(j)}
 9
10
            end
11 end
```

Consideradas as particularidades de cada esquema, tem-se na Fig. 4.13 uma comparação do desempenho dos diferentes tipos de cancelamento.

Parâmetro	Valor	
Número de subportadoras (K)	64	
Número de subsímbolos (M_b)	15	
Pulso	RRC	
roll-off(r)	0,1	
Receptor	MF	
Modulação	8-QAM	
Canal	AWGN	

Tabela 4.3: Parâmetros de simulação para Fig. 4.13.

Os algoritmos realizados no domínio do tempo possuem complexidade descrita como:

$$\underbrace{\overrightarrow{LKM_b^2}}_{\text{cancelamento}} + \underbrace{JLM_b^2}_{\text{cancelamento}} .$$
(4.15)

O cancelamento de interferência no domínio do tempo tem complexidade:

$$\underbrace{LM_b \log_2 LM_b + KQM_b + KM_b \log_2 M_b}_{\text{cancelamento}} + \underbrace{JKM_b \log_2 M_b + JKM_b \log_2 M_b}_{\text{cancelamento}},$$
(4.16)

em que Q é o número de subportadoras que causam interferência na subportadora que se deseja detectar, usando o pulso raiz de cosseno levantado Q = 2.

Considerando que é uma limitação pra L ser maior ou igual a K, a complexidade do receptor no domínio do tempo é no mínimo $(KM_b)^2$, com duas variáveis afetando quadraticamente a complexidade. O cancelamento de interferência tem complexidade quadrática em relação a M_b . Assintoticamente, a complexidade cresce bastante.

No entanto, a implementação de ambos, receptor e cancelamento, no domínio da frequência, elimina o caráter quadrático da complexidade, fazendo com que essa implementação seja mais desejável em larga escala.



Figura 4.13: 4-QAM, K = 64, $M_b = 15$, r = 0,1.

Na Fig. 4.13 nota-se que para o cancelamento de interferência no domínio da frequência são necessárias menos iterações. Como dito anteriormente, os algoritmos se apoiam no fato da maioria dos *bits* estar corretos, no entanto, apenas no algoritmo realizado na frequência houve a tentativa de minimizar o erro propagado, mapeando os símbolos para o símbolo QAM mais próximo.

4.4 CONCLUSÃO PARCIAL

Neste capítulo, as diferentes formas de cancelamento de interferência foram expostas. Partindo dos resultados da simulação, o desempenho do DSIC, PIC e da cancelamento em frequência, são capazes de, junto ao GFDM, atingir taxas de erro equivalentes às do OFDM. Em (Gaspar et al., 2013), conclui-se que dentre os esquemas de cancelamento propostos até então, o cancelamento quando realizado no domínio da frequência, é o que nos dá menor complexidade. É possível notar, pelos resultados das simulações, que a diminuição em complexidade não veio ao custo do aumento da BER.

5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho, apresentaram-se os fundamentos de comunicações digitais. Observaramse os efeitos de canais multipercursos e do ruído térmico. Discutiu-se então, o sistema multiportadoras OFDM como uma das possíveis soluções para canais seletivos em frequência, motivando o uso de multiportadoras.

A partir dessas bases se introduziu o GFDM. Como apresentado no capítulo 3, o GFDM visa a flexibilidade para operar em vários cenários, sejam eles: baixo consumo de energia (*machine type communication, machine-to-machine*), baixa latência (Internet Tátil, *vehicle-to-vehicle*) e afins. Tal flexibilidade vem ao custo da ortogonalidade entre suas subportadoras, causando grande prejuízo em sua taxa de erros de *bit*.

Foi visto também os principais parâmetros que afetam o desempenho BER do GFDM. O aumento da taxa de erros de *bit* com o crescimento de M_b , pelo uso do pulso raiz de cosseno levantado no esquema de recepção de filtro casado, onde se aproxima os efeitos de um cosseno levantado. E, principalmente o *roll-off*, que controla diretamente quanto a banda de cada subportadoras sobrepõe as subportadoras adjacentes.

No entanto, foram propostos esquemas de cancelamento de interferência na literatura do GFDM, que foram abordados neste trabalho. Assim, estudou-se a possibilidade de que a interferência entre portadoras fosse mitigada, alcançando uma performance próxima, quando não equivalente, ao do sistema OFDM.

O primeiro esquema abordado foi o *serial interference cancellation*. O SIC não tem o desempenho almejado, cancelando apenas a interferência de uma das subportadoras adjacentes por vez. Entretanto, é um passo importante no entendimento dos esquemas subsequentes.

Em seguida, apresentou-se o DSIC (*double-sided serial interference cancellation*). O DSIC introduz o conceito de cancelar a interferência ambas subportadoras adjacentes em uma mesma subiteração, e é o primeiro esquema de cancelamento de interferência a alcançar as taxas de erros almejadas. O algoritmo considera que os símbolos recebidos estão corretos, e tenta aferir quanta banda interferente há, realizando a modulação desses símbolos separadamente. Devido a consideração da corretude dos símbolos recebidos, o processo pode precisar de mais iterações quando a BER inicial é pior, o que ocorre com o uso de ordens de QAM mais altas.

No PIC (*parallel interference cancellation*), se explora a possibilidade de realizar o DSIC, com menos subiterações. Cancelando a interferência de todas subportadoras ímpares em uma subiteração, e das pares na subiteração seguinte. O esquema é apenas uma adaptação do DSIC, mas pode diminuir o tempo de processamento, crítico em cenários que precisam de baixa latência.

Por último, expõe-se a realização do GFDM no domínio da frequência, para o estudo do cancelamento de interferência no domínio da frequência. Esse esquema de cancelamento não realiza modulações para estimar o sinal interferentes, mas infere a interferência diretamente das faixas de transição dos filtros raiz do cosseno levantado, reduzindo a complexidade. O sistema demonstra ser menos sensível a BER inicial, necessitando menos iterações para alcançar taxas similares ao OFDM.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Nos esquemas de cancelamento de interferência, é preciso estudar o desempenho dos mesmos em canais seletivos. Focando principalmente nas diferenças entre esquemas de cancelamento paralelo e serial, uma vez que erros na estimação de interferência se propagam de forma diferente neles.

É importante averiguar também, o desempenho do GFDM em um cenário multiusuário. Sendo esse, uma das possíveis aplicações do cancelamento de interferência. Considerando ainda o cenário multiusuário, é interessante que se estude um sistema MIMO-GFDM.

No que diz respeito ao GFDM, e a novas tecnologias de comunicação, é necessário investigar outros sistemas, como:

- FBMC (filter bank multicarrier)
- UFMC (universal filtered multicarrier)
- BFDM (*bi-orthogonal frequency division multiplexing*)
- F-OFDM (filtered OFDM)

FBMC utiliza bancos de filtros na transmissão e recepção, não faz uso de prefixo cíclico, e possui radição fora de banda consideravelmente menor do que os demais esquemas, incluindo o GFDM. FBMC, no entanto, não é muito desejável para sistemas que necessitam baixa latência, devido a respostas impulsionais longas (Michailow et al., 2014). O UFMC propõe manter as vantagens do FBMC, enquanto melhora o desempenho para aplicações de baixa latência, possivelmente sendo umas das comparações mais interessantes e se fazer com o GFDM, apesar de precisar de sincronização mais robusta.

O BFDM possui muitas das vantagens que vemos no GFDM, como alta eficiência espectral, capacidade de operar em cenários com fragmentação de espectro, incluindo a possibilidade de cancelar a interferência por meio de algoritmos iterativos. Entretanto, não aparenta ser capaz de operar em aplicações de baixa latência como a Internet Tátil (Farhang et al., 2014).

Sistemas F-OFDM trazem vantagens significativas na implementação devido o uso contínuo do OFDM nos últimos anos. Uma vez que o esquema é uma adaptação direta do OFDM, as tecnologias desenvolvidas para uso no OFDM podem ser reaproveitadas. Por meio da filtragem de sub-bandas de um OFDM comum, pode se reduzir consideravelmente a radiação fora de banda (Bi et al., 2017).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, B. M.; MENDES, L. L.; GUIMARãES, D. A.; GASPAR, I. S. Performance of GFDM over Frequency-Selective Channels. *REVISTA TELECOMUNICAÇÕES*, v. 15, p. 1–9, 2013.

ANDREWS, J. G. Fundamentals of WiMAX. [S.1.]: Pearson Education, Inc., 2007.

BI, M.; JIA, W.; LI, L.; MIAO, X.; HU, W. Investigation of F-OFDM in 5G Fronthaul Networks for Seamless Carrier-aggregation and Asynchronous Transmission. 2017 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), p. 1–3, 2017.

CARRICK, M.; REED, J. H. Improved GFDM Equalization in Severe Frequency Selective Fading. 2017 *IEEE 38th Sarnoff Symposium*, p. 1–6, 2017.

CHUNG, W.; HONG, D.; WICHMAN, R.; RIIHONEN, T. Interference Cancellation Architecture for Full-Duplex System with GFDM Signaling. 2016 24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), p. 788–792, 2016.

DATTA, R.; ARSHAD, K.; FETTWEIS, G. Analysis of spectrum sensing characteristics for cognitive radio GFDM signal. 2012 8th International Wireless Communications and Mobile Computing Conference (IWCMC), p. 356–359, 2012.

DATTA, R.; FETTWEIS, G.; KOLL'R, Z.; HORV'TH, P. FBMC and GFDM Interference Cancellation Schemes for Flexible Digital Radio PHY Design. 2011 14th Euromicro Conference on Digital System Design, p. 335–339, 2011.

DATTA, R.; MICHAILOW, N.; KRONE, S.; LENTMAIER, M.; FETTWEIS, G. Generalized Frequency Division Multiplexing in cognitive radio. *2012 Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, p. 2679–2683, 2012.

DATTA, R.; MICHAILOW, N.; LENTMAIER, M.; FETTWEIS, G. GFDM Interference Cancellation for Flexible Cognitive Radio PHY Design. *2012 IEEE 75th Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, p. 1–5, 2012.

FARHANG, A.; MARCHETTI, N.; FIGUEIREDO, F.; MIRANDA, J. P. Massive MIMO and Waveform Design for 5th Generation Wireless Communication Systems. 2014 6th International Symposium on Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), p. 457–460, 2014.

FETTWEIS, G.; KRONDORF, M.; BITTNER, S. GFDM - Generalized Frequency Division Multiplexing. *IEEE 69th Vehicular Technology Conference*, p. 1–4, 2009.

GASPAR, D.; MENDES, L.; PIMENTA, T. GFDM BER Under Synchronization Errors. *IEEE Communications Letters*, v. 21, p. 1743–1746, 2017.

GASPAR, I.; MATTHÉ, M.; MICHAILOW, N.; MENDES, L. L.; ZHANG, D.; FETTWEIS, G. Frequency-Shift Offset-QAM for GFDM. *IEEE Communications Letters*, v. 19, p. 1454–1457, 2015.

GASPAR, I.; MICHAILOW, N.; NAVARRO, A.; OHLMER, E.; KRONE, S.; FETTWEIS, G. Low Complexity GFDM Receiver Based On Sparse Frequency Domain Processing. *IEEE 77th Vehicular Technology Conference*, p. 1–6, 2013.

KAY, S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory. [S.I.]: Prentice Hall, 1993.

LATHI, B. P. Sistemas de Comunicações Analógicos e Digitais. Rio de Janeiro, RJ, Brasil: LTC, 2012.

LIZEAGA, A.; MENDICUTE, M.; RODRÍGUEZ, P. M.; VAL, I. Evaluation of WCP-COQAM, GFDM-OQAM and FBMC-OQAM for industrial wireless communications with Cognitive Radio. 2017 *IEEE International Workshop of Electronics, Control, Measurement, Signals and their Application to Mechatronics (ECMSM)*, p. 1–6, 2017.

MICHAILOW, N.; KRONE, S.; LENTMAIER, M.; FETTWEIS, G. Bit Error Rate Performance of Generalized Frequency Division Multiplexing. *IEEE Vehicular Technology Conference (VTC Fall)*, p. 1–5, 2012.

MICHAILOW, N.; MATTHÉ, M.; GASPAR, I. S.; CALDEVILLA, A. N.; MENDES, L. L.; FESTAG, A.; FETTWEIS, G. Generalized Frequency Division Multiplexing for 5th Generation Cellular Networks. *IEEE Transactions on Communications*, v. 62, p. 3045–3061, 2014.

PANAITOPOL, D.; DATTA, R.; FETTWEIS, G. Cyclostationary detection of cognitive radio systems using GFDM modulation. *2012 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, p. 930–934, 2012.

SCHULZE, H. Theory and Applications of OFDM and CDMA. [S.1.]: John Wiley & Sons Ltd, 2005.

SKLAR, B. Rayleigh fading channels in mobile digital communication systems. I. Characterization. *IEEE Communications Magazine*, v. 35, p. 136 – 146, 1997.

XIONG, F. Digital Modulation Techniques. [S.l.]: Artech House, 2006.

ZENG, Y.; LIANG, Y.-C.; CHIA, M. W.; PHAM, T. H. Fast Algorithms for FBMC and GFDM in Dynamic Spectrum Access. *2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, p. 1–6, 2017.

6. APÊNDICE

Exemplo 1: Mostra-se o procedimento de cancelamento de interferência básico.

Considerando o GFDM com K = 4, $M_b = 3$, e *roll-off* = 0,1. Com 16-QAM tem-se que a sequência 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, é:

Binário	Decimal	16-QAM
0000	0	-3-3j
0001	1	-3-1j
0010	2	-3+3j
0011	3	-3+1j
0100	4	-1-3j
0101	5	-1-1j
0110	6	-1+3j
0111	7	-1+1j
1000	8	3-3j
1001	9	3-1j
1010	10	3+3j
1011	11	3+1j

Tabela 6.1: Dados a serem transmitidos, *d*.

Os símbolos QAM que vemos na tabela 6.1, vão estar organizados no símbolo GFDM de acordo com a Fig. 6.1.

				tempo	\rightarrow
	as	,	-3+1j	-1+1	3+1j
CEDM	ador	CD	-3+3j	-1+3j	3+3j
GFDM	port	Cr	-3-1j	-1-1j	3-1j
	dus		-3-3j	-1-3j	3-3j

Figura 6.1: Organização do símbolo GFDM.

Para os parâmetros escolhidos, encontra-se a matriz A, para realização da modulação. Produzindo por meio de Ad, o sinal x:

$$\boldsymbol{x} = \{-6, 4160 + 0, 0000j; 1, 0252 - 3, 0757j; 0, 0000 - 0, 0000j; -1, 0252 - 3, 0757j; \dots -2, 1018 + 0, 0000j; 1, 0252 - 3, 0757j; 0, 0000 + 0, 0000j; -1, 0252 - 3, 0757j; \dots -6, 5267 - 0, 0000j; 1, 0252 - 3, 0757j; 0, 0000 + 0, 0000j; -1, 0252 - 3, 0757j \}$$

Pode-se verificar a interferência, analisando o resultado da demodulação Bx, que produz:

16-QAM Original	Demodulado (Bx)	Diferença
-3-3j	-3,4325 + 3,1533j	0,4325 - 0,1533j
-3-1j	-3,4325 + 1,0511j	0,4325 - 0,0511j
-3+3j	-3,4325 - 3,1533j	0,4325 + 0,1533j
-3+1j	-3,4325 - 1,0511j	0,4325 + 0,0511j
-1-3j	-1,1059 + 3,1533j	0,1059 - 0,1533j
-1-1j	-1,1059 + 1,0511j	0,1059 - 0,0511j
-1+3j	-1,1059 - 3,1533j	0,1059 + 0,1533j
-1+1j	-1,1059 - 1,0511j	0,1059 + 0,0511j
3-3j	3,5473 + 3,1533j	-0,5473 - 0,1533j
3-1j	3,5473 + 1,0511j	-0,5473 - 0,0511j
3+3j	3,5473 - 3,1533j	-0,5473 + 0,1533j
3+1j	3,5473 - 1,0511j	-0,5473 + 0,0511j

Tabela 6.2: Comparação símbolos QAM originais com os demodulados.

Apesar da diferença observada na tabela 6.2, os símbolos dispostos seriam demodulados corretamente. No entanto, por meio do algoritmo de cancelamento de interferência SIC, podemos demonstrar a diminuição da diferença entre os símbolos originais e os demodulados, que se traduz em uma melhora do desempenho BER em sistemas reais.

Iniciamos o cancelamento de interferência pela primeira subportadora, k = 0, cancelando o interferência que a mesma sofre da subportadora precedente, k = K = 3. Para isso, modulamos apenas a subportadora 3, a fim de sabermos a contribuição dela em x, computando a Eq. (4.1)

$$\zeta_{(i)}[n] = (d_{k-1}^{(i),e} \circledast g)[n] \cdot \exp\left(j2\pi \frac{k-1}{L}n\right),$$

podemos retirar os efeitos da subportadora 3 do sinal, para detectarmos a subportadora 0 sem interferência da 3, conforme indicado na Fig. 6.2.

$$\begin{split} \zeta_{(0)}[n] &= \{-1, 8373 + 1, 5696j; -2, 1240 + 1, 6164j; -1, 8443 + 1, 7149j; -1, 3620 + 1, 6164j; \ldots \\ &- 0, 5827 + 1, 5696j; 0, 3275 + 1, 6164j; 1, 1521 + 1, 7149j; 1, 8517 + 1, 6164j; \ldots \\ &1, 9267 + 1, 5696j; 1, 2885 + 1, 6164j; 0, 1533 + 1, 7149j; -0, 9977 + 1, 6164j \}, \end{split}$$



Figura 6.2: Cancelamento da interferência da subportadora 3 na subportadora 0.

que será subtraído de x, a diferença, $\hat{z}^{(0)}$, será usada para demodular apenas a subportadora 0, com as Eq. (4.2) e (4.3),

$$\hat{z}_{k}^{(i)}[n] = \hat{z}^{(i)}[n] \cdot \exp\left(-j2\pi \frac{k}{L}n\right),\$$
$$\hat{d}_{k}^{(i+1)}[m] = \left(\hat{z}_{k}^{(i)} \circledast g^{*}\right)[n = mL],$$

detectando apenas os símbolos pertencentes a subportadora 0, os símbolos utilizados para próxima subiteração se dispõem como na tabela 6.3

Símbolos pré SIC básico ($\hat{d}^{(0)}$)	Símbolos pós primeira subiteração SIC Básico $(\hat{d}^{(1)})$
-3,4325 + 3,1533j	-3.1179 + 3.1028j
-3,4325 + 1,0511j	-3.4325 + 1.0511j
-3,4325 - 3,1533j	-3.4325 - 3.1533j
-3,4325 - 1,0511j	-3.4325 - 1.0511j
-1,1059 + 3,1533j	-1.0391 + 3.1028j
-1,1059 + 1,0511j	-1.1059 + 1.0511j
-1,1059 - 3,1533j	-1.1059 - 3.1533j
-1,1059 - 1,0511j	-1.1059 - 1.0511j
3,5473 + 3,1533j	3.1183 + 3.1028j
3,5473 + 1,0511j	3.5473 + 1.0511j
3,5473 - 3,1533j	3.5473 - 3.1533j
3,5473 - 1,0511j	3.5473 - 1.0511j

Tabela 6.3: Comparação dos símbolos QAM originais com os símbolos obtidos após a primeira subiteração do cancelamento de interferência básico.

Na subiteção seguinte, vamos usar os símbolos que acabamos de detectar para estimar a interferência que a subportadora 0 causa na subportadora 1, de acordo com a Fig. 6.3, obtendo a tabela 6.4,



Figura 6.3: Cancelamento da interferência da subportadora 0 na subportadora 1.

Símbolos de $\hat{d}^{(1)}$	Símbolos de $\hat{d}^{(2)}$
-3.1179 + 3.1028j	-3,1179 + 3,1028j
-3.4325 + 1.0511j	-3,1538 + 1,2001j
-3.4325 - 3.1533j	-3,4325 - 3,1533j
-3.4325 - 1.0511j	-3,4325 - 1,0511j
-1.0391 + 3.1028j	-1,0391 + 3,1028j
-1.1059 + 1.0511j	-1,0487 + 1,2001j
-1.1059 - 3.1533j	-1,1059 - 3,1533j
-1.1059 - 1.0511j	-1,1059 - 1,0511j
3.1183 + 3.1028j	3,1183 + 3,1028j
3.5473 + 1.0511j	3,1616 + 1,2001j
3.5473 - 3.1533j	3,5473 - 3,1533j
3.5473 - 1.0511j	3,5473 - 1,0511j

Tabela 6.4: Comparação dos símbolos de $\hat{d}^{(1)}$ com os símbolos de $\hat{d}^{(2)}$.

As subiterações continuam até que se terminem todas as subportadoras, por último o processo se repete cancelando a interferência das subportadoras sucedentes. Ao fim, obtem-se os resultados dispostos na tabela 6.5.

16-QAM Original	Símbolos pós SIC Básico	Diferença
-3-3j	-3,1501 + 3,2109j	0,1505 - 0,1966j
-3-1j	-3,1505 + 0,8969j	0,1501 + 0,0976j
-3+3j	-3,1505 - 3,2109j	0,1505 + 0,2109j
-3+1j	-3,1538 - 0,9021j	0,1505 - 0,0976j
-1-3j	-1,0478 + 3,2109j	0,0479 - 0,1966j
-1-1j	-1,0479 + 0,8969j	0,0478 + 0,0976j
-1+3j	-1,0479 - 3,2109j	0,0479 + 0,2109j
-1+1j	-1,0487 - 0,9021j	0,0479 - 0,0976j
3-3j	3,1569 + 3,2109j	-0,1573 - 0,1966j
3-1j	3,1573 + 0,8969j	-0,1569 + 0,0976j
3+3j	3,1573 - 3,2109j	-0,1573 + 0,2109j
3+1j	3,1616 - 0,9021j	-0,1573 - 0,0976j

Tabela 6.5: Comparação dos símbolos QAM originais com os símbolos obtidos pós cancelamento de interferência básico.

Para efeito de comparação, a diferença entre os símbolos QAM originais e os detectados pelo filtro casado tinha 0, 1789 *joules* de energia média de interferência, enquanto que a diferença para os símbolos pós cancelamento de interferência básico possue 0, 0440 *joules*. Uma medida análoga é o EVM (*error vector magnitude* - Magnitude do vetor erro), os símbolos recebidos inicialmente tem um EVM igual a 0, 3860 *volts*, enquanto que os símbolos obtidos após o uso do algoritmo tem 0, 1988 *volts*.