



Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA
Engenharia Aeroespacial

**Correlação teórico-experimental e ajuste do
modelo estrutural dinâmico em elementos
finitos de uma asa de aeronave SAE**

Autor: Tiago Araujo Lima
Orientador: Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro

Brasília, DF
2019



Tiago Araujo Lima

**Correlação teórico-experimental e ajuste do modelo
estrutural dinâmico em elementos finitos de uma asa de
aeronave SAE**

Monografia submetida ao curso de graduação
em Engenharia Aeroespacial da Universidade
de Brasília, como requisito parcial para ob-
tenção do Título de Bacharel em Engenharia
Aeroespacial.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro

Brasília, DF

2019

Tiago Araujo Lima

Correlação teórico-experimental e ajuste do modelo estrutural dinâmico em elementos finitos de uma asa de aeronave SAE/ Tiago Araujo Lima. – Brasília, DF, 2019-

84 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA , 2019.

1. Vibração estrutural. 2. Asa de aeronave SAE. 3. Ajuste de modelo. I. Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva Carneiro. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Correlação teórico-experimental e ajuste do modelo estrutural dinâmico em elementos finitos de uma asa de aeronave SAE

CDU 02:141:005.6

Tiago Araujo Lima

Correlação teórico-experimental e ajuste do modelo estrutural dinâmico em elementos finitos de uma asa de aeronave SAE

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Aeroespacial.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 11 de junho de 2019 – Data da aprovação do trabalho:

**Prof. Dr. Sergio Henrique da Silva
Carneiro**
Orientador

Prof. Dr. Artem Andrianov
Convidado 1

**Prof. Dr. Manuel Nascimento Dias
Barcelos Júnior**
Convidado 2

Brasília, DF
2019

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo apresentar a correlação teórico-experimental estrutural dinâmica de um modelo de asa de aeronave de pequeno porte utilizada em competição SAE Aerodesign usando o Método dos Elementos Finitos (MEF) e otimização de parâmetros. Para isso, desenvolve-se os principais conceitos acerca da dinâmica estrutural que justificam o uso de modelagem numérica e a necessidade de se realizar esse tipo de estudo, além de explicar brevemente como o MEF funciona e os tipos de elementos usados. Depois, descreve-se o conceito de otimização associado à aplicação prática no software comercial ANSYS. Para a correlação, utiliza-se dois modelos em elementos finitos, um mais detalhado e um mais simplificado, sendo que o primeiro foi usado como referencial experimental a partir de um ajuste inicial tomando como base dados experimentais, e os primeiros modos de vibração observados. Discorre-se acerca das observações feitas com a comparação do modelo detalhado aos dados experimentais e do ajuste do modelo simplificado, tendo sido possível obter a aproximação de alguns dos modos de vibração. Além disso, deve-se destacar que a metodologia apresentada pode ser adaptada para diversos tipos de estudo, nos quais é interessante variar parâmetros de modelo para estudo dos resultados obtidos.

Palavras-chaves: Vibração estrutural. Asa de aeronave SAE. Ajuste de modelo.

Abstract

This work presents the theoretical-experimental structural dynamics correlation of a SAE Aerodesign aircraft wing model using the Finite Element Method (FEM) and parametric optimization. To do so, the main concepts about structural dynamics that justify the use of numerical modeling and show the necessity of this kind of study are developed, as well as a brief explanation about how FEM works and the type of elements used. Then, the optimization concept and its practical application with the commercial software ANSYS is described. To do the correlation, two models are used, one more detailed and another simplified, where the first was used as the experimental reference, after it was initially updated using experimental data, and the initial vibration modes observed. The observations after the comparison of the detailed and experimental data, and after the adjustment of the simplified model, are then explained, with the methodology presented being able to approximate some vibration modes. Furthermore, the methodology here presented may be used for a variety of studies, where model parameters variation is a requirement to analyse the obtainable results.

Key-words: Structural vibration. SAE aircraft wing. Model updating.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Sistema com duas massas e molas, Fonte:(DUMOND; BADDOUR, 2014).	18
Figura 2 – Sistema múltiplos graus de liberdade, Fonte:(INMAN, 2014).	19
Figura 3 – Sistema massa-mola-amortecedor, Fonte:(GÓMEZ-AGUILAR et al., 2015).	20
Figura 4 – Seções transversais dos elementos Beam188 e o Beam189, Fonte:(ANSYS INC., 2017).	23
Figura 5 – Beam188 (a esquerda) e Beam189 (a direita), Fonte:(ANSYS INC., 2017).	23
Figura 6 – Shell181, Fonte:(ANSYS INC., 2017).	25
Figura 7 – Solid186 (a esquerda) e Solid187 (a direita), Fonte:(ANSYS INC., 2017).	26
Figura 8 – Amostragem pelos métodos LHS e OSF, Fonte:(ANSYS INC., 2017).	30
Figura 9 – Meta-modelo de um parâmetro de entrada <i>IN</i> e outro de saída <i>OUT</i> .	33
Figura 10 – Gráfico de barras de sensibilidade.	34
Figura 11 – Representação original em CAD da asa.	36
Figura 12 – Disposição e numeração das nervuras, medidas em milímetros.	37
Figura 13 – Indicação dos materiais na asa.	38
Figura 14 – Nervuras modeladas.	40
Figura 15 – Vista inferior da asa modelada.	41
Figura 16 – Longarina modelada.	42
Figura 17 – Longarina e nervuras.	42
Figura 18 – Chapeamento e entelamento.	43
Figura 19 – Áreas “coladas”, Fonte (ANSYS INC., 2017).	44
Figura 20 – Seções da asa conectadas com combinação de pontos.	45
Figura 21 – Malha da seção central.	46
Figura 22 – Malha da seção intermediária.	46
Figura 23 – Malha da seção da ponta.	46
Figura 24 – Malha completa do modelo detalhado.	47
Figura 25 – Distribuição de elementos de massa concentrada no modelo detalhado.	48
Figura 26 – Deflexão da nervura 11.	50
Figura 27 – Deflexão da nervura 9.	50
Figura 28 – Deflexão da nervura 4.	51
Figura 29 – Primeiro modo de flexão do modelo detalhado.	52
Figura 30 – Primeiro modo de torção do modelo detalhado.	53
Figura 31 – Segundo modo de flexão do modelo detalhado.	53
Figura 32 – Condições de contorno (a esquerda) e mapa de cores da deflexão na direção y [mm] (a direita) da análise com carga aplicada na ponta para o modelo com nós combinados.	54
Figura 33 – Nervuras e longarina do modelo simplificado.	55

Figura 34 – Geometria completa do modelo simplificado.	55
Figura 35 – Malha da seção central para o modelo simplificado.	56
Figura 36 – Malha da seção intermediária para o modelo simplificado.	56
Figura 37 – Malha da seção da ponta para o modelo simplificado.	57
Figura 38 – Malha completa do modelo simplificado.	57
Figura 39 – Distribuição de elementos de massa concentrada no modelo simplificado.	58
Figura 40 – Primeiro modo de flexão do modelo simplificado.	59
Figura 41 – Primeiro modo de torção e flexão no plano do modelo simplificado. . .	59
Figura 42 – Medição da deflexão em ensaio estático para 2 kg de carga.	61
Figura 43 – Deflexão das nervuras 4 e 6 com a variação de cargas.	61
Figura 44 – Deflexão das nervuras 7/8 e 9 com a variação de cargas.	62
Figura 45 – Deflexão das nervuras 10 e 11 com a variação de cargas.	62
Figura 46 – Deflexão das nervuras com carga de 0.5 kg na ponta.	63
Figura 47 – Deflexão das nervuras com carga de 1 kg na ponta.	63
Figura 48 – Deflexão das nervuras com carga de 1.5 kg na ponta.	64
Figura 49 – Deflexão das nervuras com carga de 2 kg na ponta.	64
Figura 50 – Esquemático da numeração de pontos adotada no ensaio.	65
Figura 51 – Foto tirada no ensaio, com excitação pelo <i>shaker</i> no ponto 1, acelerômetro no ponto 16 e marcações de outros pontos de coleta de dado. . .	65
Figura 52 – Primeiro modo de flexão do modelo com combinação de nós.	66
Figura 53 – Primeiro modo de flexão do modelo com conexões com elementos de mola reajustado.	66
Figura 54 – Segundo modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e terceiro para o com molas nas junções (a direita).	67
Figura 55 – Terceiro modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e segundo para o com molas nas junções (a direita).	67
Figura 56 – Quarto modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e quinto para o com molas nas junções (a direita).	67
Figura 57 – Quinto modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e quarto para o com molas nas junções (a direita).	68
Figura 58 – Viga bidimensional com molas nas junções.	69
Figura 59 – Sensibilidade dos parâmetros de saída aos de entrada retirados do sistema de Correlação de Parâmetros.	74
Figura 60 – Sensibilidade dos parâmetros de saída aos de entrada retirados do sistema de Correlação de Parâmetros, com alteração da rigidez do chapeamento.	76

Lista de tabelas

Tabela 1 – Quantidade de pontos gerados a partir da quantidade de parâmetros de entrada para uma análise CCD.	31
Tabela 2 – Categorias de erro na criação de Superfícies de Resposta.	33
Tabela 3 – Propriedades dos materiais utilizados, Fonte: (MAMUTES DO CER- RADO AERODESIGN, 2018)	37
Tabela 4 – Erro de carregamento na ponta para a nervura 11 [%].	50
Tabela 5 – Erro de carregamento na ponta para a nervura 9 [%].	51
Tabela 6 – Erro de carregamento na ponta para a nervura 4 [%].	51
Tabela 7 – Erro na frequência natural para o primeiro modo de flexão do modelo detalhado [%].	52
Tabela 8 – Erro na frequência natural para o primeiro modo de torção do modelo detalhado [%].	53
Tabela 9 – Erro na frequência natural para o segundo modo de flexão do modelo detalhado [%].	54
Tabela 10 – Erro nas frequências naturais para os primeiros modos de flexão, torção e flexão no plano [%].	59
Tabela 11 – Frequências naturais correspondentes a cada modo de vibração [Hz]. . .	68
Tabela 12 – Exemplos de medida de erro para diferentes métodos de criação das Superfícies de Resposta para o modelo de viga com juntas.	70
Tabela 13 – Resultados calculados para o modelo de viga com juntas tridimensional.	71
Tabela 14 – Erro nas frequências naturais obtidas no caso teste.	72
Tabela 15 – Correlação antes do ajuste.	73
Tabela 16 – Resultados obtidos com o processo de otimização.	75
Tabela 17 – Erro observado para a tentativa de ajuste do modelo simplificado. . . .	75
Tabela 18 – Resultados obtidos com o processo de otimização variando a rigidez do chapeamento.	77
Tabela 19 – Erro observado para a tentativa de ajuste do modelo simplificado com modificação na rigidez do chapeamento.	77
Tabela 20 – Comparação das frequências naturais para os modelos de longarina em material compósito modelados com diferentes abordagens.	78
Tabela 21 – Comparação das frequências naturais para os modelos de longarina modelados com diferentes abordagens.	78

Lista de abreviaturas e siglas

APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
CAD	Desenho Assistido por Computador
CAE	Engenharia Assistida por Computador
CCD	Design de Compósito Central
EDO	Equação Diferencial Ordinária
LHS	Amostragem por Hipercubo Latino
MEF	Método dos Elementos Finitos
MOGA	Algoritmo Genético Multi-Objetivo
OSF	Preenchimento Otimizado de Espaço
RRM	Resíduo Relativo Máximo
RRVQM	Raiz Relativa do Valor Quadrático Médio

Lista de símbolos

Símbolos latinos

c	Coeficiente de amortecimento	[Ns/m]
c_i	Condições de restrição	
E	Módulo de elasticidade isotrópico	[GPa]
$f(v)$	Função objetivo	
G	Módulo de cisalhamento isotrópico	[GPa]
I	Momento de inércia	[m^4]
k_1, k_2	Rigidez da mola	[N/m]
m, m_1, m_2	Massa	[kg]
t	Tempo	[s]
x	Deslocamento no tempo	[m]
x_1, x_2	Deslocamentos na direção x	[m]
\dot{x}	Primeira derivada do deslocamento no tempo	[m/s]
\ddot{x}	Segunda derivada do deslocamento no tempo	[m/s^2]

Símbolos gregos

ω_n	Frequência natural	[rad/s]
ω_d	Frequência natural amortecida	[rad/s]
ϕ	Ângulo de fase	[rad]
ζ	Razão de amortecimento	[-]

Matrizes

K	Matriz de rigidez
M	Matriz de massa
\mathbf{u}	Modo de vibração
\mathbf{v}	Vetor de variáveis de otimização

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	Problemática	14
1.2	Justificativa	14
1.3	Objetivo geral	15
1.4	Objetivos específicos	15
1.5	Abordagem metodológica	16
1.6	Estrutura do trabalho	16
2	DINÂMICA ESTRUTURAL E MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	18
2.1	Análise de vibração de estruturas	18
2.1.1	Frequências naturais e modos de vibração	18
2.1.2	Amortecimento	20
2.2	Método dos elementos finitos e aplicação no ANSYS	21
2.2.1	Elementos de viga no ANSYS®	22
2.2.2	Elementos de casca no ANSYS	24
2.2.3	Elementos de sólido no ANSYS	26
2.2.4	Elementos de massa concentrada e mola no ANSYS	27
3	OTIMIZAÇÃO E AJUSTE DE MODELOS NUMÉRICOS	28
3.1	Otimização	28
3.1.1	ANSYS <i>DesignXplorer</i>	29
3.1.1.1	Sistema de Superfície de Resposta	30
3.1.1.2	Sistema de otimização	34
3.2	Ajuste de modelos numéricos dinâmicos	35
4	MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS	36
4.1	Geometria estudada e propriedades dos materiais	36
4.2	Construção do modelo detalhado	38
4.2.1	Modelagem em CAD	39
4.2.2	Criação dos elementos	43
4.3	Estudo de refinamento de malha do modelo detalhado	49
4.4	Construção do modelo simplificado	54
4.4.1	Construção do modelo	55
4.5	Estudo de refinamento de malha do modelo simplificado	58

5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	60
5.1	Comparação experimental	60
5.1.1	Estática	60
5.1.2	Dinâmica	65
5.2	Ajuste de modelo	69
5.2.1	Casos teste	69
5.2.2	Ajuste do modelo simplificado da asa	72
6	CONCLUSÃO	80
6.1	Sugestão de trabalhos futuros	81
	REFERÊNCIAS	82

1 Introdução

1.1 Problemática

O comportamento dinâmico de uma estrutura depende de características inerciais e das propriedades dos materiais da geometria, conforme apresentado por Inman (2014). Segundo Schwarz e Richardson (1999), há situações nas quais a estrutura age como um amplificador mecânico, sendo que certos tipos de carregamento podem gerar respostas maiores do que cargas estáticas de mesma magnitude. Isso demonstra a importância do estudo da dinâmica estrutural em projetos de engenharia.

O estudo de Han, Benaroya e Wei (1999) mostra como a solução analítica para o problema dinâmico se torna mais complexo mesmo para estruturas simples como vigas, quando certas simplificações geométricas não são consideradas para aumentar a precisão dos resultados obtidos. As estruturas aeronáuticas que, por sua vez, possuem diversos componentes de diferentes materiais e partes conectadas por junções, são muito mais complexas que vigas, o que torna inviável o desenvolvimento de um método analítico de solução. Tem-se então a necessidade do uso de métodos alternativos, dos quais duas soluções para esse tipo de projeto são o uso de métodos experimentais e análises numéricas.

Uma vantagem dos métodos numéricos é a possibilidade de se realizar diversos estudos em todas as fases de projeto, modificando geometria e materiais, minimizando a necessidade de construção de protótipos. Soriano (2009) classifica o Método dos Elementos Finitos (MEF) como a ferramenta numérica mais eficiente da atualidade para esse fim, sendo então uma solução indicada para a solução de problemas dinâmicos complexos. Porém, para que um modelo numérico possa ser usado em um projeto, é necessário garantir correlação, dentro de alguma tolerância, com a estrutura real.

1.2 Justificativa

Considerando o avanço da capacidade de processamento dos computadores, houve uma grande popularização das simulações de engenharia. Esses estudos numéricos têm ganhado tanto espaço que não só são desejáveis por equipes universitárias de competição para redução de custos com protótipos, como são fatores a serem avaliados na documentação do projeto, por exemplo. No contexto do aeromodelismo, utiliza-se o artifício da simulação numérica em componentes como fuselagem, trem de pouso, empenagens, asa, dentre outros.

Segundo Raymer (1992), os esforços gerados na asa pela ação da força de susten-

tação em manobras geralmente são as maiores aos quais as aeronaves estão submetidas. Ainda segundo o autor, até mesmo a fuselagem é quase sempre dimensionada estruturalmente por conta dessas cargas, ao invés das geradas pela pressão do ar agindo diretamente sobre ela. Portanto, o estudo desse componente é essencial para o sucesso do projeto da aeronave.

As asas de aeronave variam em tamanho, complexidade e materiais empregados dependendo de cada aplicação, fatores que devem ser avaliados para a modelagem numérica da estrutura em um projeto, além de outros como capacidade de processamento e tempo disponíveis para a análise. Dessa forma, é comum simplificar os modelos numéricos para adequar o tempo de obtenção dos resultados com o calendário de projeto. Faz-se necessário então o uso de técnicas de ajuste nos modelos numéricos para ser possível alcançar os resultados desejados (MARWALA, 2010).

1.3 Objetivo geral

Gerar um modelo detalhado em elementos finitos de uma asa de aeronave de competição SAE para a determinação das primeiras frequências naturais da estrutura e deflexão por diferentes carregamentos para correlação com dados obtidos experimentalmente, e outro modelo simplificado também em elementos finitos para ajuste em relação ao detalhado.

1.4 Objetivos específicos

- Gerar o modelo detalhado utilizando auxílio de software de Desenho Assistido por Computador (do inglês *Computer Aided Design* ou CAD) e o modelo simplificado utilizando apenas linhas e áreas diretamente no software de MEF, tomando como base o projeto de 2018 da equipe de competição Mamutes do Cerrado Aerodesign da Universidade de Brasília.
- Determinar os primeiros modos de vibração e frequências naturais correspondentes para ambos os modelos, e a deflexão da estrutura a carregamentos na ponta de asa do modelo detalhado.
- Comparar o modelo numérico detalhado com ensaios experimentais do projeto tomado como referência.
- Ajustar o modelo simplificado ao detalhado utilizando otimização de parâmetros.

1.5 Abordagem metodológica

As entidades geométricas do modelo detalhado serão construídas utilizando o software de CAD SolidWorks e serão exportadas para o ambiente do ANSYS Mechanical APDL, versão 18.1. O ambiente do APDL servirá para a geração da malha em elementos finitos utilizando-se elementos de casca, sólido, mola e massa concentrada, para realização do estudo de refinamento de malha, e para a determinação das frequências naturais e modos de vibração propostos. As malhas geradas em APDL serão exportadas para o ambiente Workbench ANSYS para a determinação de fatores de qualidade dos elementos utilizados.

O modelo simplificado consistirá apenas de elementos de viga, casca, molas e massa concentrada e será construído inteiramente no ambiente APDL, mas será exportado para o ANSYS Workbench para determinação dos fatores de qualidade da malha. Depois, o modelo e *script* de solução modal e obtenção de frequências naturais e respectivos modos de vibração será utilizado como *input* no ambiente de otimização do ANSYS Workbench, que ajustará parâmetros correspondentes a rigidez de molas nas junções de asa e do chapeamento com relação aos resultados gerados com o modelo detalhado.

1.6 Estrutura do trabalho

O primeiro capítulo do trabalho irá apresentar a introdução do trabalho, dando uma breve contextualização, apresentando as justificativas, objetivos geral e específicos, abordagem metodológica escolhida e a forma na qual o trabalho foi organizado.

O segundo trabalho apresentará os conceitos fundamentais para o estudo da vibração estrutural. O MEF também será apresentado, dando foco principal na apresentação dos elementos escolhidos para a construção dos modelos.

O terceiro capítulo irá apresentar o conceito de otimização focada na aplicação prática com o uso do software comercial ANSYS. Serão apresentadas funções disponíveis para otimização de parâmetros e métodos de análise. Também será apresentado o conceito de ajuste de modelo dinâmico.

O quarto capítulo irá descrever o processo de criação de ambos os modelos em elementos finitos. As metodologias de criação serão detalhadas para as duas abordagens escolhidas.

O quinto capítulo apresentará todos os resultados gerados com o modelo. Serão apresentadas os valores de deflexão do modelo detalhado e frequências naturais comparados com ensaios experimentais, o ajuste do modelo simplificado e discussões acerca dos resultados obtidos.

O último capítulo apresentará as conclusões obtidas e proposições para trabalhos futuros.

2 Dinâmica estrutural e método dos elementos finitos

Para que uma simulação numérica seja capaz de representar a realidade, é necessário antes compreender os conceitos físicos e matemáticos que descrevem os fenômenos de interesse e como o MEF e o estudo de vibração de estruturas funcionam. Sem essa compreensão, é possível que o modelo gerado seja incapaz de representar a estrutura real, mesmo que ele forneça resultados numéricos (AZEVEDO, 2003). Apresenta-se a seguir os conceitos relacionados a vibração estrutural e descreve-se parte da biblioteca de elementos do ANSYS.

2.1 Análise de vibração de estruturas

A vibração é o estudo de movimentos que se repetem ao longo do tempo com relação a um referencial (RAO, 2009a). Esse fenômeno pode ocorrer em qualquer tipo de sistema e é uma das áreas de interesse na mecânica estrutural por ser um fator de risco em determinadas condições de carregamento (INMAN, 2014). Para o estudo da vibração de sistemas existe uma série de definições fundamentais, apresentadas a seguir.

2.1.1 Frequências naturais e modos de vibração

Partindo de um sistema de dois graus de liberdade onde não há forças dissipativas ou ação de forças externas:

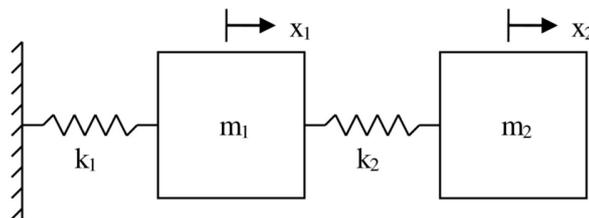


Figura 1 – Sistema com duas massas e molas, Fonte:(DUMOND; BADDOUR, 2014).

O equilíbrio de forças agindo sobre o sistema pode ser escrito matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = 0 \implies M\ddot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = 0 \quad (2.1)$$

onde M é definida como a matriz de massa, K como a matriz de rigidez e $\mathbf{x}(t)$ como o vetor de deslocamentos. Propondo solução do tipo exponencial para a equação 2.1 é

possível escrever:

$$x(t) = \mathbf{u}e^{j\omega t} \quad (2.2)$$

onde o vetor \mathbf{u} é um vetor de constantes de tamanho 2×1 que pode ser escrito como $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$.

Aplicando essa solução na equação 2.1 obtém-se:

$$(-\omega_n^2 M + K)\mathbf{u}e^{j\omega t} = 0 \therefore (-\omega_n^2 M + K)\mathbf{u} = 0 \quad (2.3)$$

sendo que a equação 2.3 só tem solução não trivial, onde o sistema não está parado ao longo do tempo, se \mathbf{u} for não nulo e $(-\omega_n^2 M + K)$ não possuir matriz inversa, configurando um problema de auto-valores e auto-vetores, descrito em mais detalhes na literatura no livro de Boldrini (1978). Para que a segunda condição seja satisfeita, o determinante de $(-\omega_n^2 M + K)$ deve ser nulo.

A condição $\det(-\omega_n^2 M + K) = 0$ implica na existência de um polinômio de ordem 2^n , onde n é o número de graus de liberdade do sistema, chamado de equação característica. Como o sistema da figura 2 só possui dois graus de liberdade, a equação característica será de quarta ordem, fornecendo dois pares de solução w_{n1}^2 e w_{n2}^2 :

$$\det(-w^2 M + K) = \det \begin{bmatrix} -\omega_n^2 m_1 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -\omega_n^2 m_2 + k_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$w^4 m_1 m_2 - w^2(m_1 k_2 + m_2 k_1 + m_2 k_2) + k_1 k_2 = 0 \quad (2.5)$$

Observa-se da equação 2.5 que as frequências naturais w_{n1} e w_{n2} devem ser dependentes da rigidez e inércia do sistema. Substituindo-se os valores de w_{n1} e w_{n2} na equação 2.2, observa-se então a existência de dois vetores \mathbf{u}_i , que são definidos os modos de vibração para cada frequência natural.

Quando se considera então um sistema de múltiplos graus de liberdade:

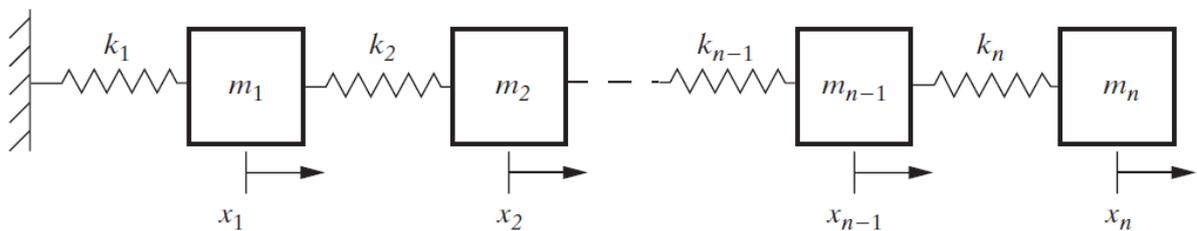


Figura 2 – Sistema múltiplos graus de liberdade, Fonte:(INMAN, 2014).

observa-se então que as matrizes M e K são de ordem $n \times n$, e que há n frequências naturais com n modos de vibração \mathbf{u}_i correspondentes.

2.1.2 Amortecimento

Todo sistema real possui forças dissipativas, e uma forma de se modelar esse tipo de comportamento é com o sistema massa-mola-amortecedor:

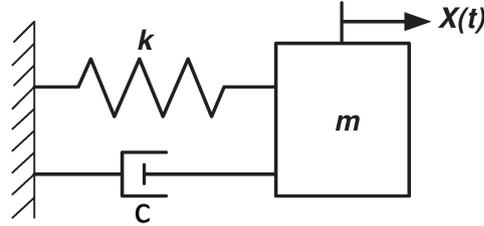


Figura 3 – Sistema massa-mola-amortecedor, Fonte:(GÓMEZ-AGUILAR et al., 2015).

no qual o amortecedor é o responsável por representar as forças dissipativas.

O amortecedor pode ser representado pelo modelo de amortecimento viscoso, no qual a força dissipativa é apenas $f = -c\dot{x}(t)$, onde c é definido como coeficiente de amortecimento (RAO, 2009a). Sendo assim, aplicando a Segunda Lei de Newton considerando a força dissipativa do amortecimento viscoso ao sistema de um grau de liberdade:

$$m\ddot{x}(t) = -kx(t) - c\dot{x} \quad (2.6)$$

$$[m\ddot{x}(t) + c\dot{x} + kx(t) = 0] \times \frac{1}{m} \quad (2.7)$$

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega_n\dot{x}(t) + \omega_n^2x = 0 \quad (2.8)$$

sendo que a razão de amortecimento é definida como $\zeta = c/2m\omega_n$. Essa razão é usada para definir os três tipos de solução para o problema amortecido: subamortecido ($0 < \zeta < 1$), superamortecido ($\zeta > 1$) e criticamente amortecido ($\zeta = 1$). O caso subamortecido é o de maior interesse para estudos de vibração, sendo que é o único que permite comportamento oscilatório do sistema, já que os casos super e criticamente amortecidos atenuam o movimento até o repouso sem que haja movimento repetitivo.

Partindo de uma solução exponencial, assim como para a equação 2.2, mas na forma $x(t) = ae^{\lambda t}$:

$$(m\lambda^2 + c\lambda + k)ae^{\lambda t} = 0 \quad (2.9)$$

$$\therefore m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \quad (2.10)$$

onde $\lambda = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$. Como $0 < \zeta < 1$, reescreve-se $\lambda = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}$

Substituindo os valores de λ na solução proposta e utilizando a identidade de Euler $e^{jt} = \cos(t) + jsin(t)$ obtém-se solução do tipo:

$$x(t) = Ae^{-\zeta\omega_n t} \sin(\omega_d t + \phi) \quad (2.11)$$

onde se define a frequência natural amortecida como $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$.

Essa solução mostra que há um decaimento do movimento do sistema ao longo do tempo, além de que o sistema não-amortecido nada mais é que um sistema amortecido com $\zeta = 0$. Com a noção frequências naturais, modos de vibração e amortecimento, é possível estudar o comportamento de um sistema sujeito a forças externas e suas implicações.

O conceito de amortecimento, quando estendido para sistemas de múltiplos graus de liberdade, gera sistemas de equação diferentes do que quando se desconsidera efeitos dissipativos. Para esse tipo de problema a solução não é direta como mostrado na seção 2.1.1, sendo necessário o uso de técnicas como a Análise Modal, descrita em maiores detalhes na literatura em livros como o de Inman (2014) e Rao (2009a).

Quando se considera um sistema real, contínuo, existem infinitos graus de liberdade. Uma abordagem usual é então discretizar os sistemas contínuos, de forma a se obter um número finito de graus de liberdade, o que pode ser feito a partir do método dos elementos finitos.

2.2 Método dos elementos finitos e aplicação no ANSYS

O marco inicial do MEF foi na década de 1950, com o avanço da análise matricial com o uso de computadores, como Soriano (2009) explica sobre o trabalho de Turner et al. (1956), apesar de outros autores como Moaveni (2008) creditarem trabalhos anteriores. Apesar de o início preciso do MEF não ser um consenso, as teorias ganharam popularidade, sendo aperfeiçoadas e generalizadas com o passar dos anos como mostra Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005).

Atualmente o MEF se estende a diversos campos do conhecimento. Na bibliografia há o livro de Hughes (2000), que parte de problemas de elasticidade unidimensional, passa por condução de calor e pela análise dinâmica, problemas clássicos de aplicação do método. Há também exemplos na ortopedia, com o trabalho de Ammar et al. (2011) que mostra a modelagem de uma mandíbula, ou na medicina, com o trabalho de Viscardi et al. (2010) que modela o escoamento dentro de uma aorta, que comprovam a versatilidade do método.

O MEF consiste na proposição de soluções aproximadas que substituem as leis exatas que descrevem um problema, sendo definidas em função de parâmetros nodais que formam os contornos de elementos. Esses elementos são utilizados para discretizar o meio contínuo, e são conectados por meio dos pontos nodais, o que garante a continuidade do modelo gerado (SORIANO, 2009). Um problema contínuo complexo descrito por equações diferenciais, como a vibração de um sistema como apresentado na seção 2.1, é então dividido em partes, para as quais é possível aplicar leis simples como polinomiais, que

permitem a transformação das EDOs em equações algébricas solucionadas matricialmente.

Para a modelagem de um problema há três passos básicos: pré-processamento, processamento e pós-processamento (PIDAPARTI, 2017). O primeiro consiste na identificação do problema, criação do domínio de análise, discretização com elementos finitos e aplicação de condições iniciais e de contorno. O segundo consiste na solução das matrizes que descrevem o problema, e o terceiro na obtenção de informações referentes a solução. Esses passos podem ser realizados manualmente, porém, o uso do MEF está muito associado aos softwares de Engenharia Assistida por Computador (do inglês *Computer Aided Engineering* ou CAE), que possuem variadas bibliotecas de elementos para diferentes aplicações e permitem a realização dos três passos descritos para uma análise, tornando o processo mais eficiente para modelos mais complexos.

O software comercial ANSYS é uma ferramenta de CAE que além de permitir pré-processar, processar e pós-processar modelos estruturais, permite a importação de geometrias feitas em softwares de CAD e otimizações de diferentes naturezas, além de muitas outras funções. O ANSYS APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), versão clássica do software, conta com elementos de viga, casca, sólido, mola-amortecedor, carga concentrada, elementos uni e bidimensionais, dentre outros. A compreensão da aplicabilidade de cada elemento é fundamental para a construção de um modelo robusto, por isso o software disponibiliza uma documentação que os descreve.

Os elementos descritos a seguir estão de acordo com a biblioteca de elementos do ANSYS versão 18.1 disponível em Ansys Inc. (2017).

2.2.1 Elementos de viga no ANSYS®

Os elementos de viga da versão 18.1 do ANSYS são o Beam188 e o Beam189, ambos tridimensionais¹ e baseados no modelo de viga de Timoshenko, portanto incluem deformação por cisalhamento. Os dois elementos possuem seis graus de liberdade por nó: deslocamento nas coordenadas locais x , y e z e rotação ao redor das direções locais x , y e z . É possível ainda adicionar um sétimo grau de liberdade que representa a magnitude de empenamento, que ocorre para vigas de seção transversal não circular submetidos a cargas de torção (SEABURG; CARTER, 1997).

A documentação recomenda que as vigas analisadas com esse tipo de elemento tenham esbeltez maior que 30. A esbeltez é definida como $\lambda = GAL^2/EI$, onde G é o módulo de cisalhamento, A a área de seção transversal, L o comprimento, E o módulo de elasticidade e I o momento de inércia.

Além das propriedades de material da viga, como módulo de elasticidade, coefici-

¹ Esses elementos são considerados tridimensionais por conta dos graus de liberdade que possuem, mas são essencialmente elementos linha.

ente de Poisson, densidade, calor específico, dentre outros, os elementos possuem diferentes opções de seção transversal:

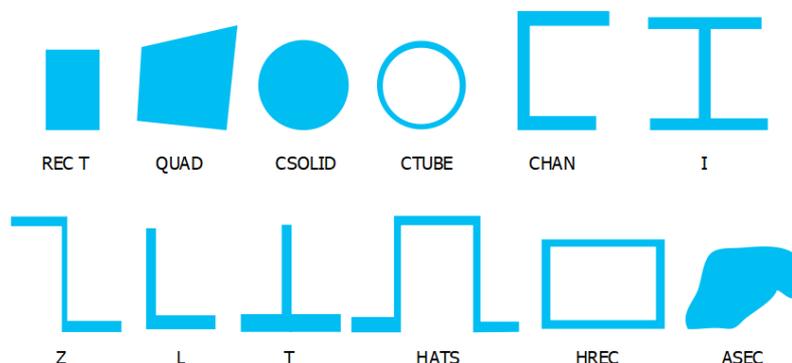


Figura 4 – Seções transversais dos elementos Beam188 e o Beam189, Fonte:(ANSYS INC., 2017).

Na figura 4 nota-se a variedade de seções transversais disponíveis para análise, as quais se define dimensões principais e as propriedades de área são calculadas pelo software. A única seção diferente é a denominada ASEC, que não possui formato específico e demanda que as propriedades de área sejam definidas manualmente. Também é possível definir que as dimensões (função *taper*) e formato da seção variem ao longo da viga. Por último, também é possível criar e malhar áreas que podem depois ser importadas como seção transversal, permitindo inclusive a aplicação de diferentes materiais para a representação de materiais compósitos.

Como dados de saída dos elementos é possível obter esforços axiais e momentos fletor e torsor, além de ser possível obter os *plots* de tensão e deformação normais por carregamento axial e de flexão. Há uma série de dados de entrada e saída a mais para os elementos dependendo da análise realizada e das opções de elemento ativas, todos disponíveis na documentação do ANSYS.

A diferença principal entre o Beam188 e o Beam189 é que o primeiro é linear por padrão, possuindo dois nós, enquanto o segundo é quadrático, com três. A imagem a seguir mostra o formato desses dois elementos:

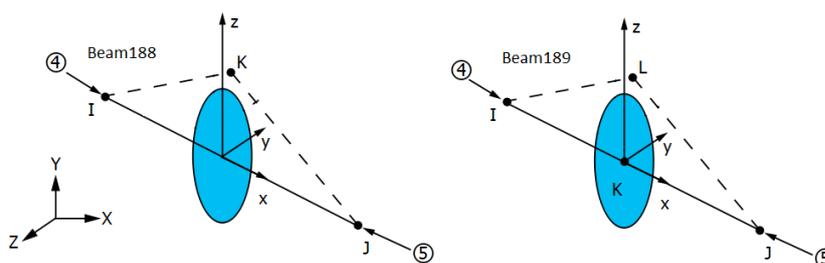


Figura 5 – Beam188 (a esquerda) e Beam189 (a direita), Fonte:(ANSYS INC., 2017).

Na figura 5 os eixos em letras maiúsculas XYZ representam coordenadas globais, enquanto que os em letras minúsculas xyz as locais. Para o Beam188, os nós do elemento são o I e o J , enquanto o ponto K é usado para definir a orientação do elemento. No Beam189 os nós são o I , o J e o K , enquanto o ponto L é usado para orientação. Os nós de orientação servem para determinar a direção da seção transversal (para visualização dessa orientação é necessário utilizar a comando `/ESHAPE,1`)

Por conta dessa diferença, a documentação garante que o Beam189 apresenta convergência de resultados muito mais eficiente do que o Beam188 com o refinamento da malha. Porém, o Beam188 pode ser usado com função de forma linear, quadrática ou cúbica, sendo que a de primeiro grau é recomendada para compatibilidade com outros elementos como o Shell181. Além disso, o ANSYS não recomenda o uso de contatos nodais entre elementos com nós intermediários como o Beam189 (ANSYS INC., 2017).

Por conta de limitações inerentes às opções de função de forma de segundo e terceiro grau para o Beam188, a documentação do ANSYS afirma que podem haver discrepâncias entre os resultados obtidos com Beam188 com função de forma quadrática e o Beam189. Essas diferenças ocorrem quando os nós internos do Beam189 são usados para a aplicação de condições de contorno ou iniciais, ou então quando esses nós não estão exatamente no meio do elemento. Essa diferença também pode ser observada quando se compara o Beam188 com função de forma quadrática a um elemento com dois nós internos, opção não disponível no ANSYS.

Em versões passadas haviam elementos de viga Beam3 e Beam4, baseados na teoria de viga de Euler-Bernoulli, que ainda podem ser utilizados. Porém, como a documentação do ANSYS recomenda o uso Beam188 e o Beam189, esses outros não serão descritos. Há também um elemento de viga para análises dinâmicas explícitas, o Beam161, que pode ser usado para estudos de impacto, por exemplo.

2.2.2 Elementos de casca no ANSYS

A biblioteca de elementos estruturais de casca do ANSYS possui opções de elementos para análises axissimétricas (Shell208 e Shell209), térmicas (Shell131 e Shell132), explícitas (Shell163), para análises bidimensionais (Plane182 e Plane183). As opções para análises estruturais tridimensionais² são elementos Shell181 e Shell281, ambos com seis graus de liberdade por nó como padrão: deslocamento nas coordenadas locais x , y e z e rotação ao redor das direções locais x , y e z . Também é possível considerar esses elementos como membranas, onde não há rigidez a rotação, desconsiderando-se esses graus de liberdade.

² Novamente o conceito de tridimensionalidade está associado aos graus de liberdade que o elemento possui, já que o elemento é associado apenas a áreas

De acordo com a documentação, tanto o Shell181 quanto o Shell281 são adequados para representar desde estruturas “finas” até “moderadamente espessas”. Porém, diferentemente dos elementos de viga, não é fornecido um valor como a esbeltez λ , no qual seria possível quantificar essa extensão de valores adequados. Como referência de espessuras do Shell181 na literatura, há o trabalho de Gaspar, Teixeira e Soares (2005) que o aplica para modelos de seção retangular de dimensões 2725x100x14 mm, e o de Liang et al. (2005) que o aplica para modelos de seção circular vazada de comprimento 6 mm, diâmetro externo 1,5 mm e espessura 0,1 mm. A razão entre maior dimensão do modelo e a espessura é de aproximadamente 195 para o primeiro caso e 60 para o segundo, o que mostra a aplicabilidade do Shell181 para diferentes casos.

Os elementos Shell181 e Shell281 têm formulação similar, ambos são adequados tanto para análises lineares quanto para não-lineares com grandes rotações e deformações, além de poderem ser usados na representação de compósitos em camadas (opção acessada diretamente ao se definir o *secdata* do elemento). A diferença é que o primeiro elemento é linear com quatro nós, enquanto o segundo é quadrático com oito.

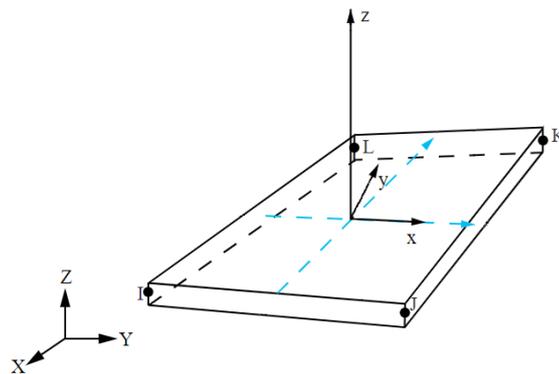


Figura 6 – Shell181, Fonte:(ANSYS INC., 2017).

A figura 6 mostra o elemento Shell181 com os quatro nós sendo representados por I , J , K e L . O Shell281 possui mais um nó entre cada par de nós em comparação com Shell181 da mesma forma que o Beam189 é em relação ao Beam188. Os eixos xyz representam as coordenadas locais do elemento, com a direção x apontando na direção entre os nós J e K como padrão.

Como dado de entrada do elemento, além das propriedades de material como para os elementos de viga, é possível fornecer a espessura, constante ou variável. Por conta da aplicação para compósitos em camadas, é possível usar diferentes tipos e orientações de materiais para cada uma. Os dados de saída podem ser tensões principais, forças no plano do elemento, deformações, e mais uma série de valores dependendo da análise realizada.

2.2.3 Elementos de sólido no ANSYS

Os elementos de sólido são essencialmente tridimensionais, havendo opções para análises térmicas (Solid70, Solid87 e Solid90), termo-estruturais (Solid5, Solid98, Solid226 e Solid227), dentre outras opções. Para análises estruturais existem o Solid185 e o Solid186, prismáticos, e o Solid285 e Solid187, tetraédricos. Os quatro possuem apenas os graus de liberdade correspondentes a translação nas direções x , y e z locais e são capazes de representar plasticidade, fluência, grandes deformações, mas apenas o Solid185 e o Solid186 são capazes de representar materiais em camadas, como o Shell181 e o Shell182. Como dados de saída, fornecem valores de tensões, deformações elásticas e plásticas, deformações por fluência e mais uma série de valores.

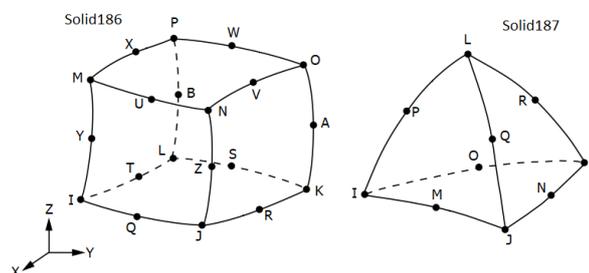


Figura 7 – Solid186 (a esquerda) e Solid187 (a direita), Fonte:(ANSYS INC., 2017).

A diferença do Solid186 para o Solid187, representados na figura 7, é que o primeiro não possui os nós internos, assim como o Beam188 e o Shell181 em comparação com o Beam189 e o Shell281. O mesmo se observa para o Solid285 em comparação com o Solid187. Sendo assim, o Solid185 e Solid285 são lineares, enquanto que o Solid186 e Solid187 são quadráticos.

Diferentemente dos elementos de viga e casca, os de sólido não apresentam recomendação de geometria para aplicação. Isso gera o questionamento de quando se deve usar obrigatoriamente um elemento de sólido ao invés de um de casca ou viga, considerando que a geometria estudada pode ser representada por todos esses elementos. Soriano (2003) explica que não há apenas uma maneira de representar uma estrutura pelo MEF, e apresenta um exemplo de viga engastada representada por elementos de viga, casca e sólido, com diferentes seções transversais. Os resultados apresentados pelo autor mostram que as diferentes abordagens têm diferentes performances para cada caso, concluindo que é necessário analisar cada situação para fazer a escolha do elemento a ser utilizado na análise.

2.2.4 Elementos de massa concentrada e mola no ANSYS

O elemento de massa concentrada Mass21 é um elemento pontual (possui apenas um nó) com seis graus de liberdade: deslocamento nas direções x , y e z e rotação ao redor das direções x , y e z , sendo capaz de representar um valor de massa ou inércia de rotação diferente para cada uma das direções. O elemento de massa concentrada é útil em análises que dependem da inércia da estrutura, como as de vibração. Nesse caso, é capaz por exemplo de representar componentes os quais a rigidez é desconsiderada, ou então é representada de alguma maneira alternativa, mas a massa ainda deve ser especificada, como Meireles (2007) faz para os parafusos de junções em um modelo de viga.

O elemento que representa um sistema mola-amortecedor simples é o Combin14, que não possui massa associada. O elemento possui dois nós, sendo capaz de representar conjuntos massa-mola longitudinais ou torcionais em casos uni, bi ou tridimensionais. Diferentemente do Mass21, esse elemento é empregado em componentes os quais a propriedade de interesse é apenas a rigidez, como Cunha, Foltête e Bouhaddi (2006) faz para representar parafusos de junções em um modelo de viga. Há também elementos mais complexos como o Combin37 que é capaz de ser controlado durante as análises em regime permanente, podendo ser ativado ou desativado durante os passos de tempo.

O paralelo entre os trabalhos de Meireles (2007) e Cunha, Foltête e Bouhaddi (2006) não só exemplifica o uso dos elementos Mass 21 e Combin14, como mostra que sistemas semelhantes (vigas com juntas de parafusos) podem ser modeladas de maneiras diferentes dependendo da aplicação.

3 Otimização e ajuste de modelos numéricos

Este capítulo apresentará uma breve descrição do conceito de otimização e da aplicação prática com a ferramenta *DesignXplorer* do ANSYS, utilizada no desenvolvimento deste trabalho. Depois, alguns conceitos relacionados a ajuste de modelos numéricos serão apresentados.

3.1 Otimização

O conceito de otimização está relacionado com achar o “melhor” valor para uma ou mais variáveis com um ou mais objetivos, obedecendo ou não a restrições, dentro de um contexto. Supondo por exemplo que se desejasse minimizar o peso (objetivo) de uma viga engastada sujeita a um carregamento na ponta, de forma que as tensões geradas na geometria estivessem sempre em um fator de segurança maior ou igual a 2 (restrição de saída), seria possível atribuir parâmetros às dimensões da seção transversal e variá-los dentro de uma faixa de valores (restrição de entrada) para se realizar o processo de otimização. Ou então supondo uma nervura de asa, novamente com o propósito de diminuir o peso e mantendo-se o fator de segurança para a distribuição de tensões acima de um valor predeterminado, seria possível reduzir ou mesmo retirar material nas regiões de menor concentração de tensão para otimizar essa estrutura. Ambas essas abordagens, respectivamente otimização paramétrica e topológica, têm teoria desenvolvida em maiores detalhes por Rao (2009b) e Bendsoe (2004).

De maneira simples, é possível definir matematicamente o problema de otimização como a minimização ou maximização de uma função que obedece a restrições. Define-se então um vetor v de variáveis, uma função $f(v)$ objetivo que deve ser maximizada ou minimizada e $c_i(v)$ que são funções que definem condições que as variáveis do vetor v devem satisfazer (NOCEDAL, 2006). Tem-se então que um problema simples de otimização pode ser escrito da forma:

$$\min[f(\mathbf{v})] \quad (\text{Objetivo}) \quad (3.1)$$

$$\mathbf{v}_1 < \mathbf{v} < \mathbf{v}_2 \quad (\text{Restrição de variável de entrada}) \quad (3.2)$$

$$c_1(\mathbf{v}) \geq 0 \quad (\text{Restrição de variável de saída}) \quad (3.3)$$

$$c_2(\mathbf{v}) = 0 \quad (\text{Restrição de variável de saída}) \quad (3.4)$$

A partir da definição do problema de otimização há diversas abordagens para solução, usando técnicas analíticas, gráficas e numéricas, conforme a necessidade do estudo. Na literatura há uma extensa lista de referências para o desenvolvimento teórico dos mé-

todos de otimização, como os já citados Rao (2009b), Bendsoe (2004) e (NOCEDAL, 2006), além de se citar os livros de Arora (2004) e Chong (2013).

Como aplicação prática de engenharia, existe uma série de pacotes de otimização incorporados a softwares de elementos finitos, como o *HyperWorks* da Altair, o *COMSOL Multiphysics* e o *DesignXplorer* presente no ANSYS Workbench, ou pacotes exclusivos de otimização que oferecem a possibilidade de interface com outros softwares como o ModeFRONTIER.

3.1.1 ANSYS *DesignXplorer*

A ferramenta *DesignXplorer* do ANSYS Workbench é um módulo de otimização paramétrica que pode ser utilizado com diversos ambientes de solução e até ambientes acoplados, como em estudos do tipo interação fluido-estrutura (ANSYS INC., 2017). A ferramenta identifica parâmetros de entrada, como os associados a geometria, propriedades de material e condição de contorno, e de saída, como valores de tensão, fator de segurança e temperatura, e, a partir da definição de funções objetivo, realiza a otimização dos parâmetros de entrada.

Dentro do *DesignXplorer* há quatro sistemas principais:

- Sistema de Correlação de Parâmetros: permite a geração de um estudo prévio de correlação entre os parâmetros de entrada e saída, fornecendo gráficos e tabelas de sensibilidade. Essa ferramenta é útil quando se propõe a utilização de muitos parâmetros no estudo de otimização, sendo possível verificar antes do início do processo se o custo computacional de todas essas variáveis é válido ou mesmo útil;
- Sistema de Superfície de Resposta: permite a geração de curvas que correlacionam os parâmetros de saída aos de entrada a partir de um espaço amostral gerado. Essa ferramenta é bastante útil para diminuir o custo computacional de modelos de solução demorada, já que nesse caso é preciso solucionar diretamente apenas casos o suficiente para gerar um espaço amostral, e o processo de otimização depois é realizado inteiramente a partir de um meta-modelo interpolado;
- Sistema de Otimização: é o campo no qual os objetivos e restrições são escolhidos, e o método de otimização propriamente dito é aplicado;
- Sistema de Análise Six Sigma: permite a análise de incertezas no modelo construído.

A seguir apresenta-se um detalhamento dos sistemas de Superfície de Resposta e o de Otimização.

3.1.1.1 Sistema de Superfície de Resposta

Para a geração das superfícies de resposta é necessário antes possuir um espaço amostral das variáveis de projeto. A construção desse espaço amostral é baseada no que se chama Design de Experimentos (do inglês *Design of Experiments* ou DOE), cuja maioria das diferentes técnicas têm como objetivo determinar amostras que representem o objeto de estudo com a menor quantidade de exemplos possível, determinando pontos com espaço relativamente próximos, mas não constantes entre si (KEANE, 2003). Aqui se define ponto como uma combinação de parâmetros de entrada que gera uma combinação de parâmetros de saída.

O tipo padrão de DOE utilizado pelo ANSYS é o chamado Design de Compósito Central (do inglês *Central Composite Design* ou CCD) ou Design de Box-Wilson (BOX; WILSON, 1951), mas destaca-se os métodos de Amostragem por Hipercubo Latino (do inglês *Latin Hypercube Sampling Design* ou LHS), baseado no método de Monte Carlo (OWEN, 1994), e o método de Preenchimento Otimizado de Espaço (em tradução livre de *Optimal Space-Filling Design* ou OSF), que é um LHS estendido com pós-processamento conforme a documentação do Ansys Inc. (2017).

O LHS gera aleatoriamente a amostragem de forma que não hajam pontos repetidos, cobrindo o espaço amostral mas sujeito a pontos desnecessariamente próximos, enquanto que o OSF uniformiza a distância entre os pontos para melhorar a representação gerada. A imagem abaixo compara os dois métodos para 20 pontos e dois parâmetros de entrada, sendo possível observar para o LHS, e conseqüentemente para o OSF, que não há dois pontos em uma mesma linha ou coluna do espaço amostral, e que os gerados pelo OSF são mais uniformemente espaçados:

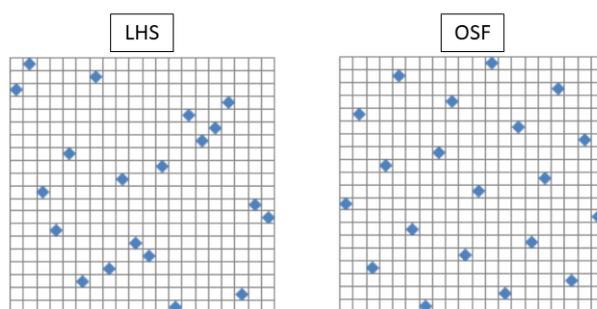


Figura 8 – Amostragem pelos métodos LHS e OSF, Fonte:(ANSYS INC., 2017).

Como dados de entrada, ambos os métodos permitem a definição da quantidade de pontos de amostragem a serem gerados. Dentre as opções disponíveis, destaca-se a opção de amostras CCD, opção padrão, que gera a mesma quantidade de pontos que uma análise CCD, com um limite de 20 parâmetros de entrada. A tabela abaixo mostra a relação da quantidade de pontos gerados a partir da quantidade de parâmetros de entrada:

Tabela 1 – Quantidade de pontos gerados a partir da quantidade de parâmetros de entrada para uma análise CCD.

Número de parâmetros de entrada	Número de pontos gerados
1	5
2	9
3	15
4	25
5	27
6	45
7	79
8	81

A outra opção a ser destacada para determinação de pontos gerados com os métodos LHS e OSF é a manual, sem limites de parâmetros de entrada. Destaca-se a opção de determinar a quantidade de ciclos de refinamento para uniformização do espaçamento do espaço amostral para o método OSF, independente da quantidade de parâmetros de entrada.

Os métodos LHS e OSF também apresentam a opção *seed value*. Considerando que ambos os métodos geram os pontos do espaço amostral aleatoriamente, o uso de diferentes valores para o *seed value* gera diferentes espaços amostrais, enquanto que é possível obter o mesmo espaço amostral usando sempre o mesmo valor de *seed value*.

Partindo do espaço amostral DOE, gera-se então as superfícies de resposta, também chamadas de meta-modelos. O método de geração padrão do ANSYS é a Agregação Genética (em tradução livre de Genetic Aggregation), algoritmo que escolhe e configura automaticamente o modelo de Superfície de Resposta que melhor correlaciona as variáveis de entrada e saída dentre os disponíveis no ANSYS (ANSYS INC., 2017). Esse algoritmo é baseado em algoritmo genético e gera populações de superfícies de resposta paralelamente para determinar qual o método melhor descreve o DOE construído, podendo combinar os diferentes métodos para melhorar as superfícies criadas. Cita-se também o método Kriging, usado por exemplo no trabalho de (KEANE, 2003), que permite refinamento automático das superfícies de resposta criadas para melhoria do meta-modelo.

Como forma de interpretação da qualidade das superfícies de resposta criadas, o ANSYS fornece medidas de erro detalhadas a seguir.

Considerando:

- y_i Valor do i-ésimo parâmetro de saída
- \hat{y}_i Valor do i-ésimo parâmetro de saída obtido com o meta-modelo
- \bar{y} Média aritmética dos valores y_i
- σ_y Desvio padrão dos valores de y_i
- N Quantidade de amostras

Define-se então:

- Resíduo Relativo Máximo (RRM): máxima distância de todos os pontos gerados pela superfície de resposta aos calculados diretamente, com valor ótimo de 0%

$$\text{Max}_{i=1:N} \left| \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} \right| \quad (3.5)$$

- Coeficiente de Determinação (R^2): porcentagem de variação do parâmetro de saída que pode ser determinado pela interpolação do meta-modelo, com melhor valor igual a 1

$$1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.6)$$

- Raiz Relativa do Valor Quadrático Médio (RRVQM): raiz quadrada da média da diferença dos valores interpolados e medidos ao quadrado, com melhor valor igual a 0

$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2} \quad (3.7)$$

- Erro Relativo Máximo Absoluto: máximo valor de resíduo relativo ao desvio padrão dos valores de saída reais, não calculados a partir do meta-modelo, com melhor valor igual a 0%

$$\frac{1}{\sigma_y} \text{Max}_{i=1:N} |(y_i - \hat{y}_i)| \quad (3.8)$$

- Erro Relativo Médio Absoluto: média dos resíduos relativo ao desvio padrão dos valores de saída reais, não calculados a partir do meta-modelo, com melhor valor igual a 0%

$$\frac{1}{\sigma_y} \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |(y_j - \hat{y}_j)| \quad (3.9)$$

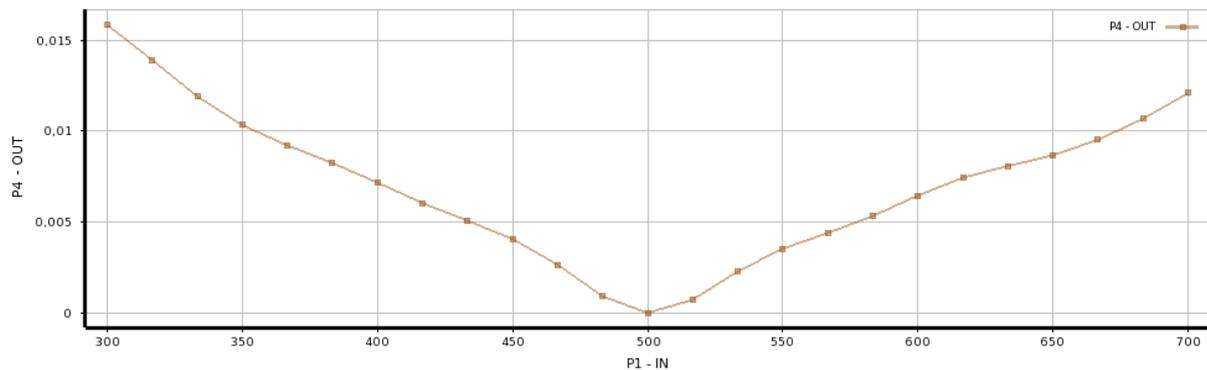
Deve-se ressaltar que durante a criação das superfícies de resposta é possível calcular pontos de saída diretamente, sem o meta-modelo, os chamados pontos de verificação. Esses pontos são usados para detalhar as medidas de erro apresentados acima, dividindo-os em três tipos de ponto diferentes, conforme nomenclatura do ANSYS:

Tabela 2 – Categorias de erro na criação de Superfícies de Resposta.

Tipo de ponto:	Erro corresponde a:
Ponto de aprendizado	Qualidade da interpolação
Ponto de verificação	Qualidade da predição
Validação cruzada dos pontos de aprendizado (apenas para Agregação Genética)	Estabilidade/confiabilidade da superfície de resposta

A interpretação correta da precisão das superfícies de resposta deve ser feita então tomando como base os erros descritos nas equações de 3.5 a 3.9 levando em consideração as categorias acima descritas.

A figura abaixo ilustra uma forma de se visualizar o meta-modelo criado diretamente no ANSYS. Nela, um parâmetro de saída *OUT* no eixo vertical varia com valores de um parâmetro *IN*:

Figura 9 – Meta-modelo de um parâmetro de entrada *IN* e outro de saída *OUT*.

Além disso, é possível também visualizar a sensibilidade dos parâmetros de saída aos de entrada, o que é útil para determinar os parâmetros a serem usados no processo de otimização. Para dois parâmetros de entrada *IN1* e *IN2* e dois de saída *OUT1* e *OUT2*, exemplifica-se o gráfico de barras fornecido pelo software para sensibilidade:

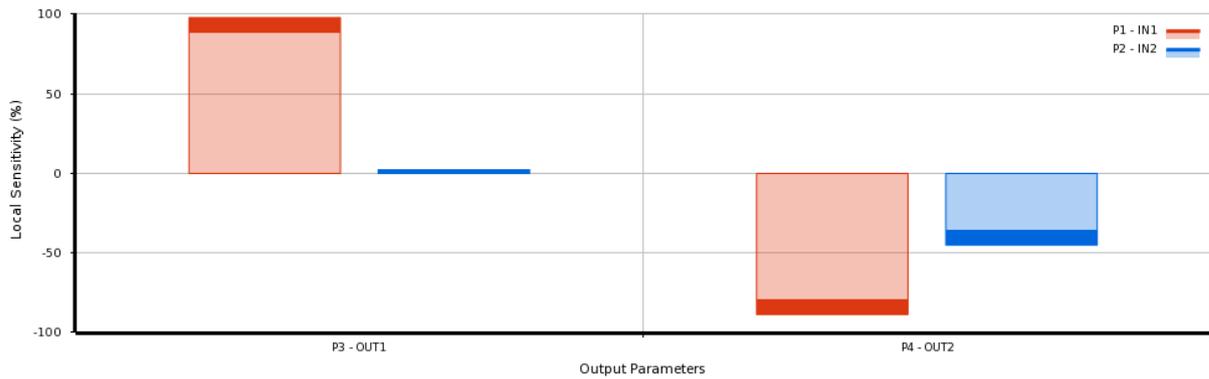


Figura 10 – Gráfico de barras de sensibilidade.

onde interpreta-se que aumentar o parâmetro $IN1$ causa um aumento no valor do $OUT1$, enquanto que a mudança no $IN2$ não afeta a saída desse mesmo parâmetro.

3.1.1.2 Sistema de otimização

Partindo das superfícies de resposta, ou mesmo optando por fazer a otimização diretamente, sem o uso de meta-modelos, deve-se selecionar o algoritmo de otimização. Dentre os métodos disponíveis apenas o método *Screening*, o Algoritmo Genético Multi-Objetivos (do inglês Multi-Objective Genetic Algorithm ou MOGA) e o Adaptativo Multi-Objetivo, baseado no MOGA, permitem otimização multi-objetivos. O primeiro é um método direto de amostragem não-iterativa baseado no algoritmo de Hammersley (DIWEKAR; KALAGNANAM, 1996), o segundo é baseado em algoritmo genético e o terceiro é baseado algoritmos genéticos com o uso de um método de Kriging (assim como o da geração de superfícies de resposta) para diminuir a quantidade de cálculos realizados. Na documentação do ANSYS é possível encontrar informações mais detalhadas sobre o funcionamento de cada método de otimização, além de livros e artigos de referência sobre os temas de criação de DOE, Superfícies de Resposta e Otimização.

Depois da definição do método de otimização define-se os objetivos e restrições. É possível definir relações laterais, do tipo $\mathbf{v}_1 < \mathbf{v} < \mathbf{v}_2$, de desigualdade, do tipo $c_1(\mathbf{v}) \geq \alpha_1$ sendo α_1 uma constante qualquer, e de igualdade, do tipo $c_1(\mathbf{v}) = \alpha_2$. Além disso, é possível determinar relações entre as variáveis, como por exemplo dizer que $c_1 \geq 2 \cdot c_2$, opções que tornam o processo de otimização mais robusto e versátil. A partir dessas configurações o ANSYS cria internamente as funções objetivo e de restrição e aplica os algoritmos de otimização para solução do problema, o que também tem desenvolvimento matemático detalhado na documentação do software.

3.2 Ajuste de modelos numéricos dinâmicos

O conceito de ajuste de modelos numéricos nasce da tendência de haverem discordância entre resultados experimentais e modelos numéricos, havendo a necessidade de melhorar os resultados calculados a partir de modificações nos modelos segundo Friswell e Mottershead (2013). Os autores ainda afirmam que o comportamento dinâmico de estruturas observado experimentalmente em certas condições pode ser significativamente afetado por pequenas diferenças nas juntas de componentes aparentemente idênticos, por exemplo. Surge então a necessidade de se identificar parâmetros na modelagem que geram incertezas na correlação numérico-experimental e corrigi-los.

Encontra-se na literatura diferentes abordagens para ajuste de modelo dinâmico, como o trabalho de Levin e Lieven (1998) que utiliza algoritmo genético, Brown, DeLessio e Jacobs (2019) que usa Superfícies de Resposta e o método *Screening*, e Marwala (2010) que apresenta uma série de técnicas voltadas para ajuste. Cita-se também o trabalho de Alkayem et al. (2018) sobre ajuste de modelos para detecção de dano.

Somando então o conceito de ajuste, que busca aproximar uma dada solução numérica a dados obtidos experimentalmente, à definição matemática de otimização, relacionada a minimização de funções, é intuitivo que há uma correlação e uma aplicabilidade prática das ferramentas apresentadas na seção 3.1. Porém, para ser possível fazer a correlação de duas frequências naturais vindas de fontes distintas, é necessário garantir que modos equivalentes estejam sendo comparados. Para tanto, um método recorrente na literatura é a ferramenta chamada MAC, do inglês *Modal Assurance Criterion*, definida como:

$$MAC_{ij} = \frac{|\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_j|^2}{\mathbf{u}_i^T \mathbf{u}_i \mathbf{u}_j^T \mathbf{u}_j} \quad (3.10)$$

sendo \mathbf{u}_i o vetor modal experimental e \mathbf{u}_j o numérico. O MAC é uma medida de qualidade de correlação modal, com o valor mais próximo de 1 sendo o mais ideal (CARNEIRO, 1993).

4 Modelagem em elementos finitos

Este capítulo mostrará todas as etapas do processo de criação dos modelos antes da realização das análises propostas, que compreendem descrição da estrutura, propriedades de materiais utilizados, passos de modelagem em software de CAD e indicação de algumas funções do APDL para esse tipo de modelagem.

4.1 Geometria estudada e propriedades dos materiais

A asa tomada como base foi utilizada no projeto de aeronave da equipe Mamutes do Cerrado da Universidade de Brasília na competição de Aerodesign da SAE Brasil de 2018. A asa tem 1,5 m de envergadura, cinco seções independentes e inicialmente possuía massa de 890 g. A imagem a seguir mostra a forma geral da asa, com indicação das seções, detalhes do mecanismo de conexão e nervuras em material sanduíche:

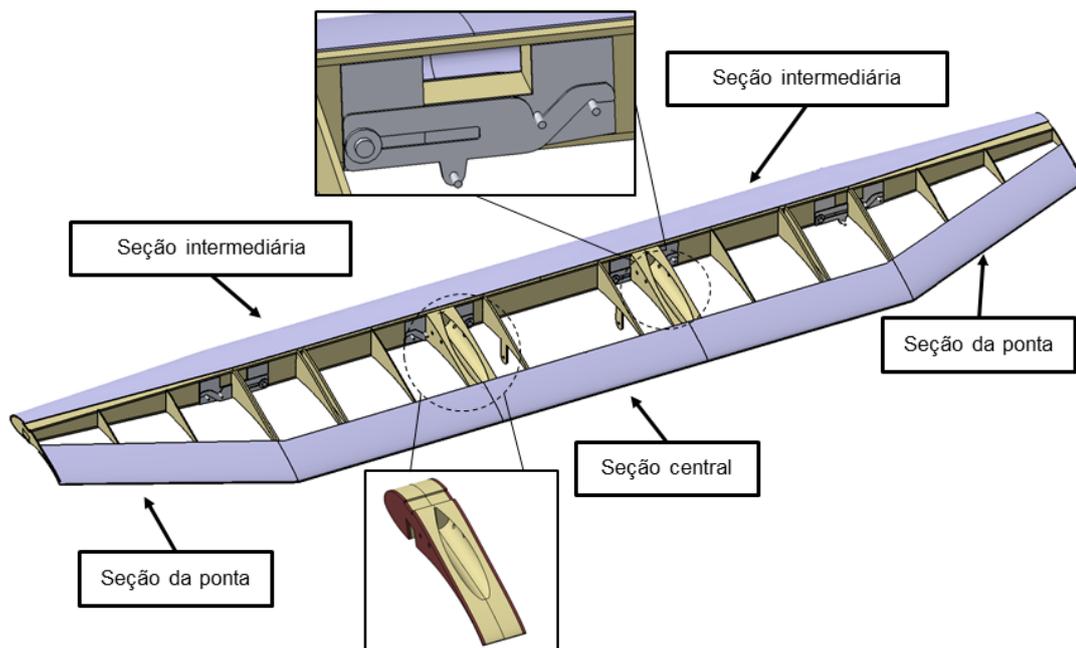


Figura 11 – Representação original em CAD da asa.

Deve-se considerar que há uma partição da longarina no meio do vão do mecanismo de conexão em destaque, detalhe não representado por simplificação no CAD original, mas que será representado em ambos os modelos numéricos.

A imagem a seguir mostra a disposição das nervuras e a numeração adotada para sua identificação na meia asa. As medidas das nervuras 1, 4, 5, 6, 9 e 10 são feitas no seu centro, enquanto que das 7 e 8 é feita no contato entre as duas e da 11 é feita na parte mais extrema da asa. As nervuras 2 e 3 são simétricas.

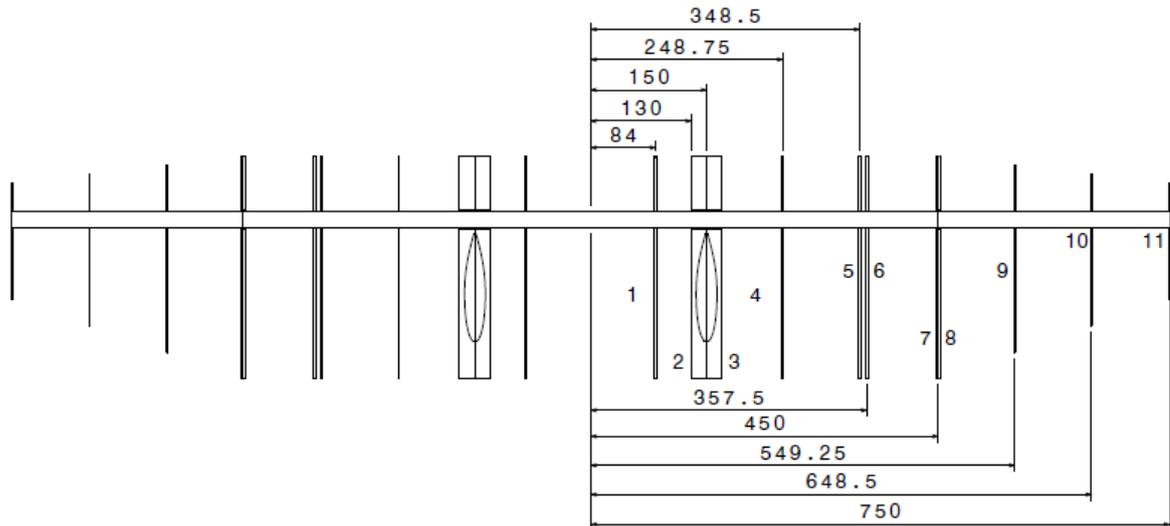


Figura 12 – Disposição e numeração das nervuras, medidas em milímetros.

Na tabela abaixo são apresentados os materiais usados na construção de todos os componentes. As propriedades foram fornecidas ou determinadas por meio de ensaios experimentais pela própria equipe de competição e consideram isotropia dos materiais:

Tabela 3 – Propriedades dos materiais utilizados, Fonte: (MAMUTES DO CERRADO AERODESIGN, 2018)

Material	Módulo de Elasticidade [GPa]	Coefficiente de Poisson [-]	Densidade [kg/m^3]
Balsa barra	0,49	0,48	155
Compensado	9,50	0,33	490
Divinycell [®]	0,05	0,40	60
Monokote [®]	3,72	0,30	1.950
Alumínio 6061-T6	71,5	0,33	2.810
Laminado de Fibra de Carbono	60	0,25	1.650

Considerando uma meia asa e a numeração apresentada na figura 12, esses materiais estão distribuídos maneira que:

- As longarinas são feitas de material sanduíche com núcleo de Divinycell[®] e lâminas de fibra de carbono de 2 mm de espessura;

- A nervura 1 tem 3,5 mm de espessura, sendo 3 mm de compensado e 0,5 mm de alumínio;
- As nervuras 2 e 3 são de material sanduíche com núcleo de Divinycell® de 16 mm e lâminas de compensado de 2 mm cada, totalizando 20 mm de espessura;
- As nervuras 4, 5, 6 e 7 são de compensado de 3 mm de espessura
- As nervuras 9, 10, 11 são de madeira balsa de 1,5 mm de espessura;
- O chapeamento é de madeira balsa de 1 mm de espessura;
- As junções são de alumínio de 0,5 mm de espessura;
- O entelamento é feito com o material Monokote®, de espessura média de cerca de 0,05 mm conforme o fabricante (FLITE,).

A imagem a seguir ilustra a disposição dos materiais nas partes da asa:

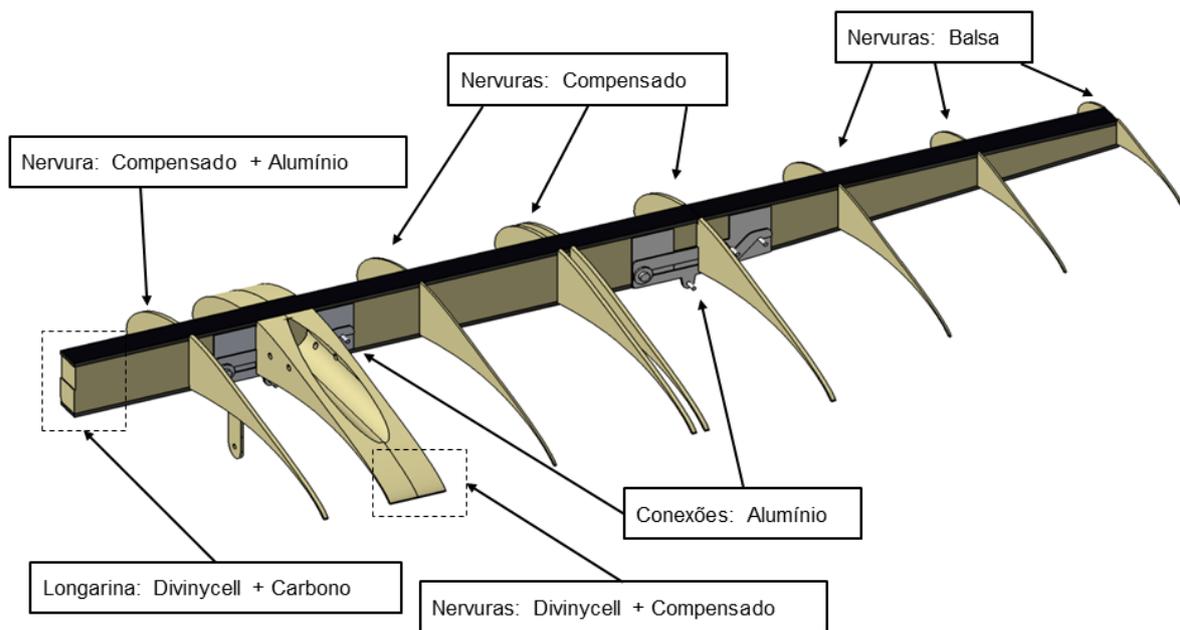


Figura 13 – Indicação dos materiais na asa.

4.2 Construção do modelo detalhado

A construção do modelo mais detalhado foi feita em duas etapas: a primeira consistiu na construção de volumes e superfícies usando o software de CAD SolidWorks e a segunda na criação da malha de elementos finitos usando o ambiente ANSYS APDL. Foi preferido usar um software de CAD na primeira etapa apenas por conveniência, sendo

que o processo poderia ter sido feito inteiramente no ANSYS®, apenas demandando mais tempo de trabalho. A exportação da geometria construída no SolidWorks foi feita usando o formato de arquivo Parasolid (.x_t), apontado pelo Guia de Conexão de Usuários (em tradução livre) do ANSYS como preferível (ANSYS INC., 2017). Nessa tipo de processo, deve-se utilizar o comando */FACET,NORML* no APDL para ser possível visualizar corretamente a geometria após importação.

4.2.1 Modelagem em CAD

A maior preocupação nessa etapa foi com a construção de uma geometria que permitisse variedade na conexão entre as diferentes partes da asa, o que será explicado com mais detalhes mais a frente, além da identificação das principais estruturas para representação no modelo. Tanto a asa real quanto o CAD usado no projeto da equipe de competição foram analisados atentamente antes do início do trabalho no SolidWorks para que fosse possível compreender as particularidades da geometria, e determinar possíveis simplificações a serem adotadas. Com base nesse estudo preliminar, foi feito um planejamento de como cada parte seria representada para satisfazer esses objetivos.

Um fator levado em conta na modelagem foi a simetria da asa no plano central paralelo às nervuras. Isso permitiu que o CAD fosse feito para apenas uma meia asa, para a qual a malha de elementos finitos seria criada e depois espelhada, reduzindo o tempo de trabalho. As nervuras foram as primeiras a serem criadas, partindo das mais próximas ao centro da asa até a ponta, em partes separadas que depois foram unidas em uma assemblagem.

Um detalhe importante é que quando se cria uma assemblagem com diferentes partes a ser exportada em formato Parasolid, a informação salva no arquivo .x_t é das coordenadas originais de cada parte. Sendo assim, não é possível movimentar as partes na assemblagem e usar relações de restrição típicas desse tipo de ambiente de softwares de CAD para criar a geometria completa, sendo necessário criar cada parte já na posição correta quando se usar o APDL. Por isso todas as nervuras foram criadas usando planos cartesianos xy com diferentes distâncias na direção z para cada uma, seguindo os valores apresentados na figura 12.

A imagem abaixo mostra como cada nervura foi modelada, com o plano xy para $z = 0$ representado pelos vetores em vermelho:

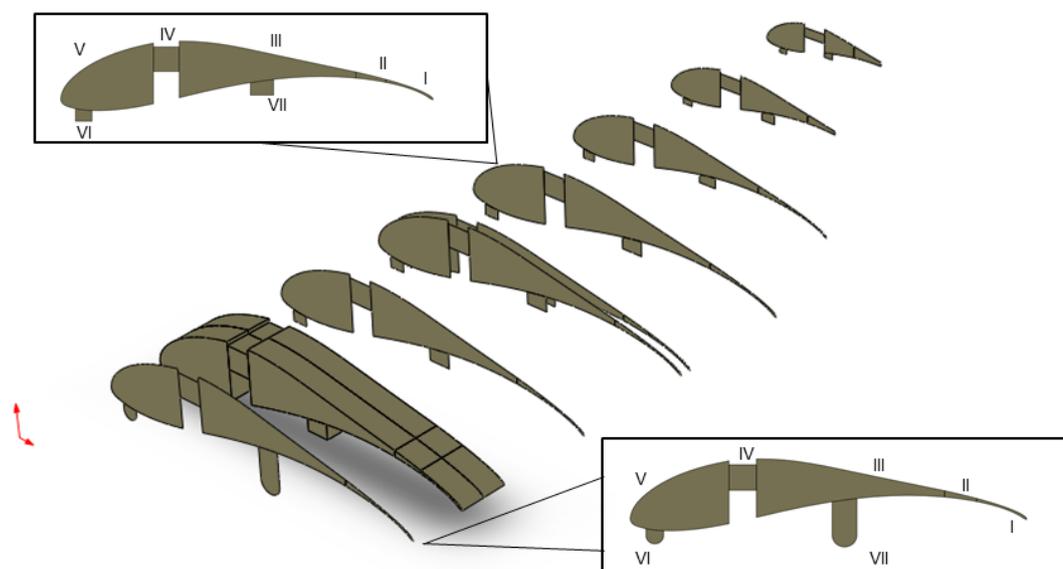


Figura 14 – Nervuras modeladas.

A figura 14 mostra que as nervuras estão divididas em áreas e volumes pequenos, enumeradas com algarismos romanos para as nervuras 1 e 8 como exemplo. Essas divisões foram planejadas para que a malha no chapeamento e entelamento, e no aileron caso fosse necessário, pudesse ser criada com maior controle, já que as áreas de referência seriam predominantemente quadriláteras, além de permitirem fazer a conexão dessas partes com as nervuras, como será explicado mais a frente.

Uma outra função dessas divisões de áreas nas nervuras é que a asa tomada como referência possuía uma série de danos no chapeamento do bordo de ataque e no entelamento. Essas divisões permitiram então representar o dano apenas pela exclusão da malha nas áreas correspondentes, dependendo das análises realizadas. A imagem abaixo mostra uma vista inferior da asa tomada como referência, onde é possível observar a região danificada do chapeamento e entelamento:



Figura 15 – Vista inferior da asa modelada.

A figura 14 também mostra como as nervuras foram bastante simplificadas, já que nenhum dos furos presentes na asa foram representados, nem mesmo o grande entalhe nas nervuras 2 e 3. Esses furos foram ignorados porque iriam requerer muito mais esforço computacional para a geração de uma malha de qualidade e possivelmente refinamentos locais, em comparação com a geometria adotada. A inclusão desses furos tornaria as análises muito mais dispendiosas e é uma decisão que será avaliada quando os resultados para o modelo forem apresentados.

A escolha de modelar a maior parte das nervuras com elementos de casca foi feita por elas serem relativamente “finas”, considerando que a razão entre a corda e a espessura é de cerca de 100 para todas essas. Em comparação com os trabalhos de Gaspar, Teixeira e Soares (2005) e Liang et al. (2005), a razão para essas nervuras pode ser considerada adequada para o uso de elementos de casca. As razões para as nervuras 2 e 3, porém, são de cerca de 15, valor 75% menor que do trabalho de Gaspar, Teixeira e Soares (2005). Não só por essa comparação, mas também pela possibilidade de incluir o entalhe nessas nervuras caso mais detalhe seja necessário em análises futuras, escolheu-se modelá-las usando elementos de sólido.

As demais partes do modelo foram criadas usando como referência a montagem das nervuras mostrada na figura 14. A primeira a ser modelada foi a longarina, criada inteiramente com volumes por possuir dimensões em quase toda a sua extensão de ordem semelhante, e para facilitar a conexão com as nervuras, feita com a área número *IV* na numeração adotada. Foram utilizados pontos e linhas das partes presentes na montagem para construção, além de algumas divisões a mais que definiram as áreas que depois seriam associadas às junções de alumínio, o que está detalhado mais a frente.

A imagem a seguir mostra a longarina, com as áreas destacadas em cinza ilustrando

a região das junções de alumínio:

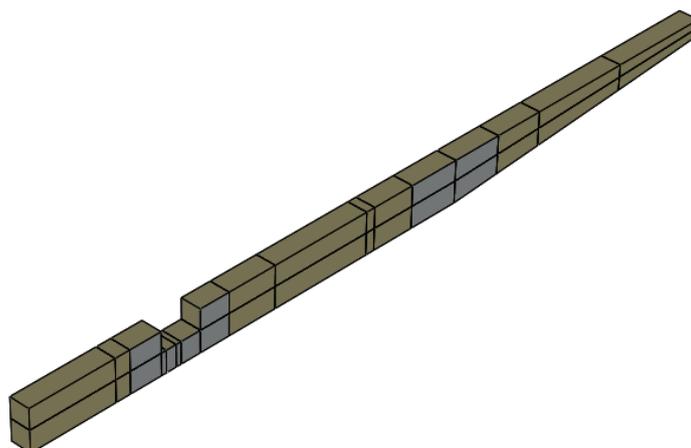


Figura 16 – Longarina modelada.

Com a figura 16 observa-se que toda a junção de alumínio foi simplificada a placas retangulares. Como cada parte da junção na asa real está sólida à respectiva seção de longarina, considerou-se esses componentes apenas para a distribuição de massa no modelo e não como mecanismo de conexão, sendo que a adição de mais detalhes traria as mesmas dificuldade associadas aos furos nas nervuras.

A montagem de todos os componentes modelados até essa etapa é mostrado a seguir:

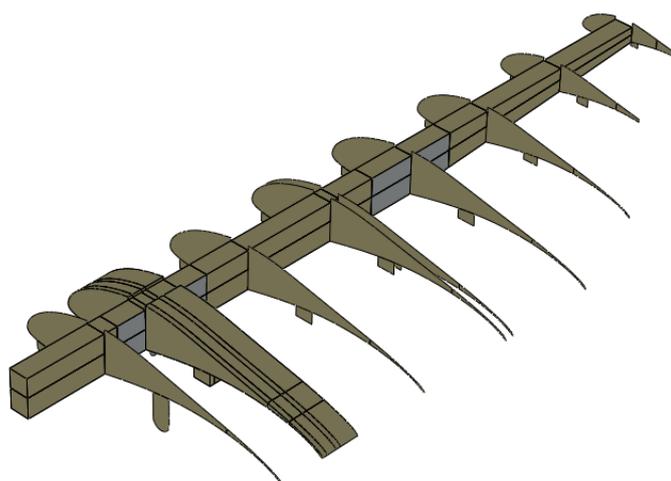


Figura 17 – Longarina e nervuras.

Em seguida foram modelados o chapeamento dos bordos de ataque e de fuga da asa usando as curvas dos perfis das nervuras como referência, e por último o entelamento, todos com superfícies. A figura abaixo mostra o chapeamento em cinza escuro e o ente-

lamento em vermelho, sendo a imagem no canto superior direito, a vista superior e no inferior direito, a inferior:

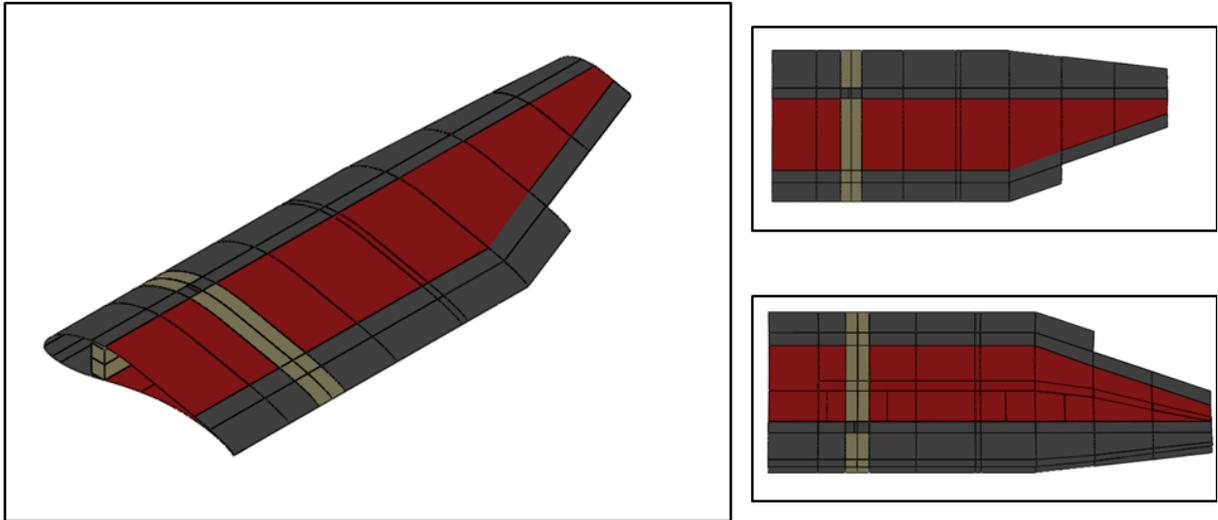


Figura 18 – Chapeamento e entelamento.

Com a figura 18 também observa-se como a divisão das nervuras nas áreas representadas pelos algarismos romanos na figura 14 foi usada na criação de áreas uniformes ao longo da asa.

O aileron também seguiu a mesma abordagem de modelagem, mas como foi retirado da asa real durante todos os ensaios, não será detalhado. O modelo final da figura 18 foi salvo em `.x_t` e exportado para o ANSYS APDL. A criação das malhas usadas na análise é detalhada a seguir.

4.2.2 Criação dos elementos

Segundo o Guia de Conexão de Usuários (em tradução livre) do ANSYS, deve-se garantir a continuidade do modelo quando se importa assemblagens em formato Parasolid porque as partes, apesar de possuírem pontos, linhas ou áreas coincidentes, não estão conectadas (ANSYS INC., 2017). No ambiente APDL, o primeiro passo com a geometria importada foi a conexão, levando em conta a separação em seções da asa observada na figura 11.

Conforme o Guia de Modelagem e Criação de Malhas (em tradução livre), para a conexão de geometria há basicamente duas opções: “colar” linhas, áreas e volumes adjacentes ou combinar pontos de distância abaixo de uma tolerância definida (ANSYS

INC., 2017). A opção de “colar” leva em conta a hierarquia de modelagem, sendo a ordem mais baixa pontos, passando por linhas, áreas e a mais alta sendo volume. Se duas áreas (hierarquia mais alta), são adjacentes por linhas diferentes (hierarquia mais baixa), mas coincidentes, é possível uni-las por uma única linha, “colando-as”.

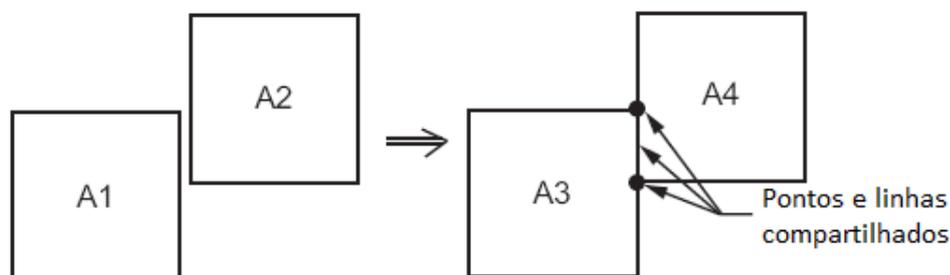


Figura 19 – Áreas “coladas”, Fonte (ANSYS INC., 2017).

A figura 19 mostra como funciona a opção de “colar” geometria. Supondo que as áreas A1 e A2 fossem adjacentes, é possível criar as áreas A3 e A4 que compartilham pontos e uma linha, conectando assim a geometria.

Segundo o Guia de Modelagem e Criação de Malhas, a opção de combinar pontos é mais eficiente que a de “colar” as geometrias, se o modelo tiver sido criado corretamente (ANSYS INC., 2017). Isso se deve ao fato de o comando ser aplicado a todos os pontos que obedecem a tolerância, enquanto que para “colar” áreas é necessário selecionar manualmente cada par, ou grupo de áreas, tornando o processo mais lento com relação a primeira opção, que foi escolhida. Quando a modelagem não é feita da maneira correta para a aplicação desse método há uma série de erros apontados pelo ANSYS, que serviram de indicativo para verificar se o modelo estava suficientemente preciso e conectado.

O padrão do comando de combinar pontos é unir aqueles cuja distância entre si é menor que 10^{-4} unidades de medida de distância no modelo, e essa distância é menor que 10^{-5} vezes a maior linha conectada aos pontos. Quando ambas as condições são satisfeitas, dois pontos são unidos, conforme o Guia de Modelagem e Criação de Malhas (ANSYS INC., 2017). A partir daí, linhas conectadas a dois pontos que se uniram também são combinadas, partindo para áreas e então volumes.

A consideração feita para a conexão usando combinação de pontos foi que as seções da asa, indicadas na figura 11, são sólidas entre si, sendo as regiões de junção as únicas onde pode haver deslocamento. Sendo assim, o comando de combinação foi executado três vezes, uma para cada seção.

A imagem a seguir mostra as seções da asa no ANSYS:

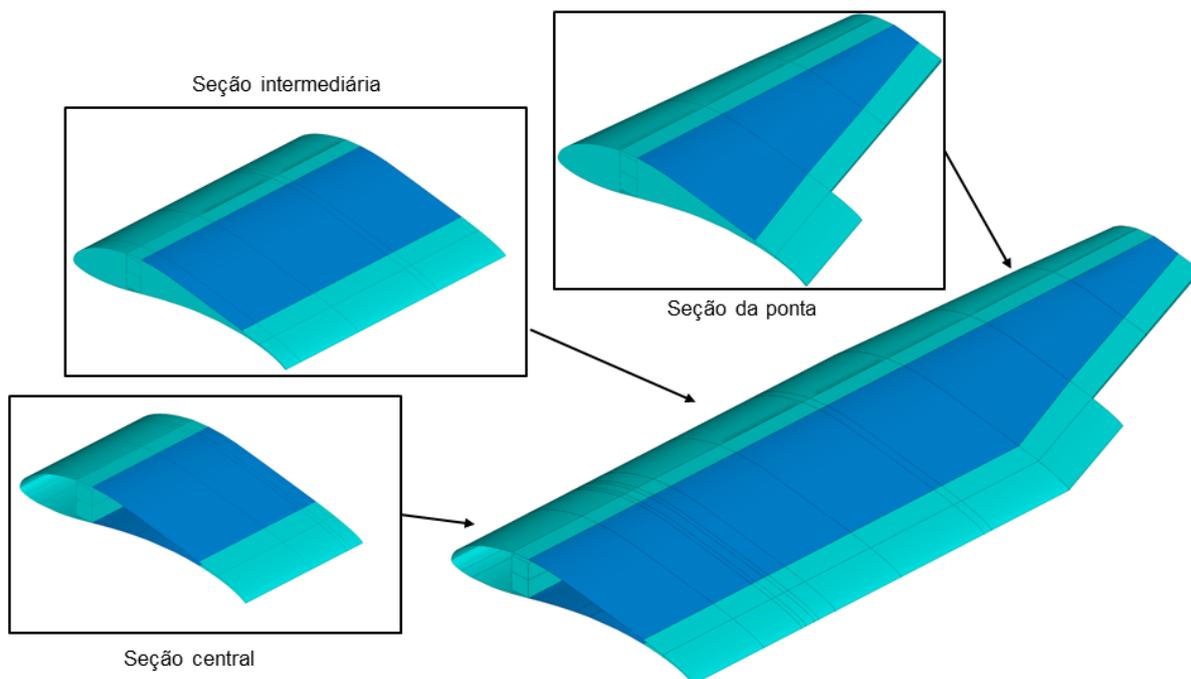


Figura 20 – Seções da asa conectadas com combinação de pontos.

Os elementos foram criados separadamente para cada uma dessas seções, mantendo-se iguais as malhas nas nervuras correspondentes às junções, o que será justificado mais a frente. Um detalhe importante a ser ressaltado é que, como descrito na seção 4.2.1, na região das nervuras 7 e 8 foi criada apenas um grupo de áreas. Esse grupo foi associado à seção intermediária da asa e malhado normalmente formando a nervura 7, depois foi simplesmente copiado e associado à seção da ponta, formando a nervura 8. Além disso, a malha nas regiões de dano não foi gerada inicialmente, conforme já explicado.

Foram geradas cinco densidades de malha diferentes para que fosse possível realizar o estudo de refinamento para verificar o modelo. As imagens a seguir mostram a menor densidade de malha utilizada em cada uma das seções: a mais à esquerda está completa; a do meio não possui chapeamento e entelamento; a mais à direita possui os elementos de casca das nervuras, longarina e junções, sendo possível observar a lâmina dos materiais sanduíche.

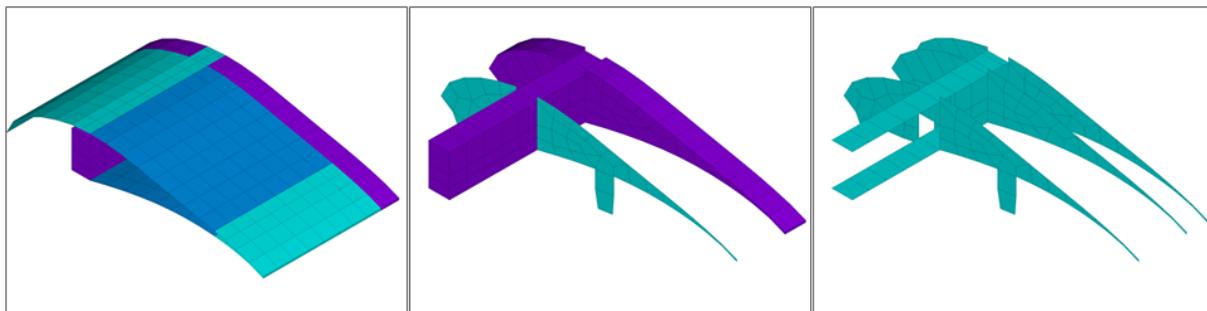


Figura 21 – Malha da seção central.

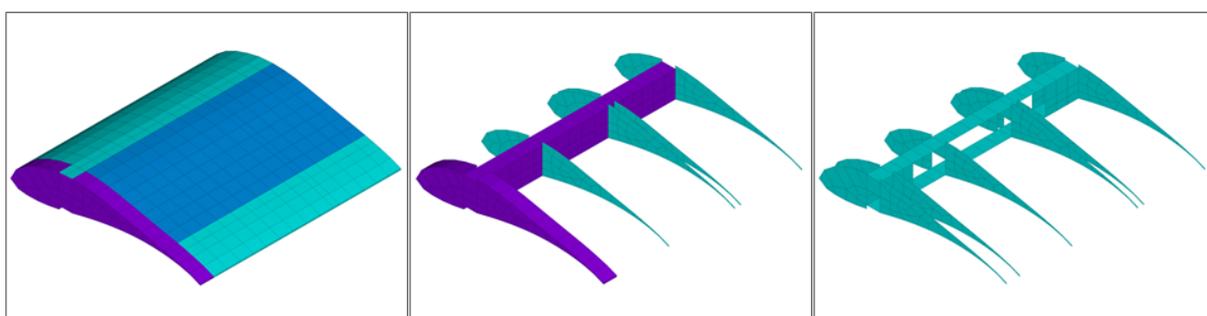


Figura 22 – Malha da seção intermediária.

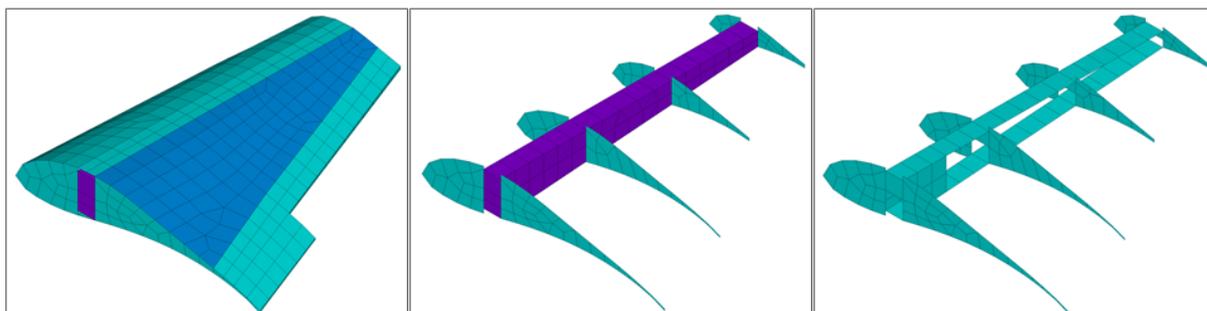


Figura 23 – Malha da seção da ponta.

A imagem a seguir mostra uma visão superior e uma inferior da asa completa em perspectiva:

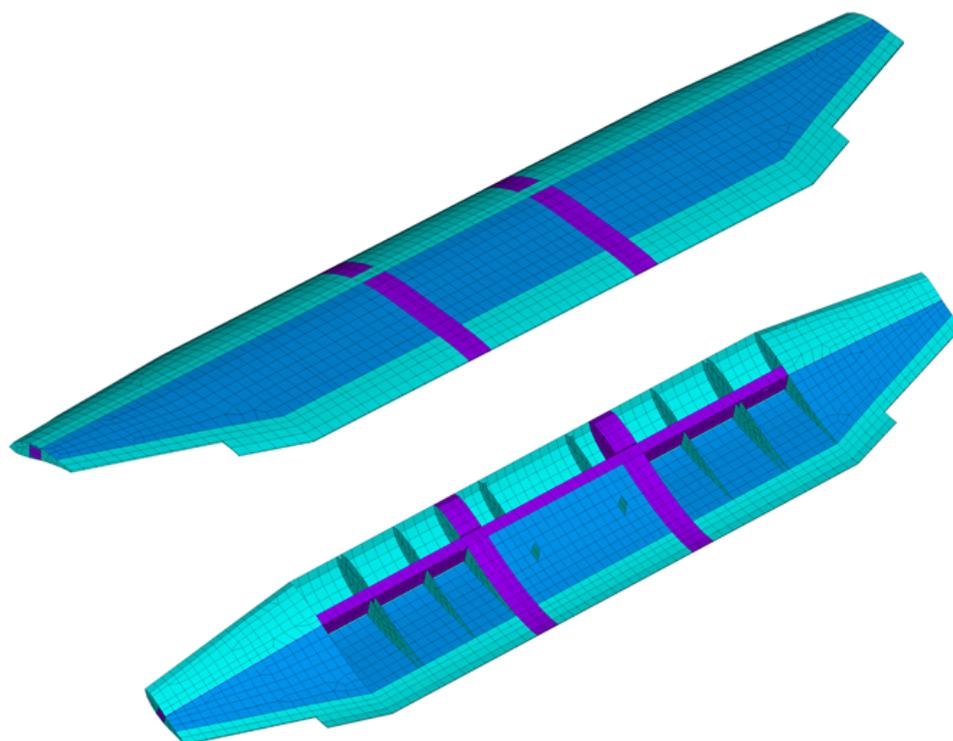


Figura 24 – Malha completa do modelo detalhado.

onde é possível observar as regiões correspondentes ao dano.

Os últimos elementos a serem distribuídos foram os de massa concentrada. Esses elementos foram necessários por haver diferenças de massa entre o modelo criado e a asa real, sendo de cerca de 12 g na seção central, 15 g na intermediária e 10 g na da ponta. Assumiu-se que essas diferenças se deram por conta da cola usada na fabricação das seções da asa.

A imagem a seguir mostra esses elementos de massa concentrada, colocados nas áreas correspondentes aos materiais sanduíche:

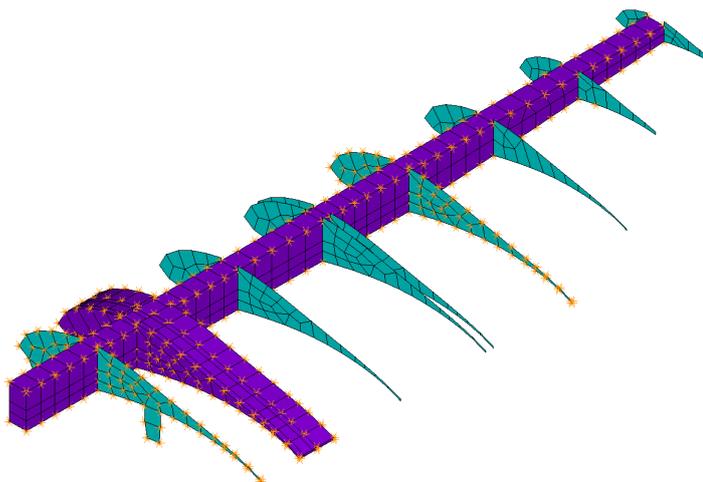


Figura 25 – Distribuição de elementos de massa concentrada no modelo detalhado.

Também foram distribuídos 16,5 g igualmente entre as nervuras 2 e 3 e entre as 7 e 8 por conta de uma modificação feita na asa real. Essa modificação foi realizada porque as junções da asa estavam com defeitos, apresentando uma certa folga, e, para ser possível correlacionar o modelo numérico com os ensaios experimentais, essa folga precisaria estar minimamente enrijecida. Portanto, adicionou-se cola nessas regiões, totalizando 16,5g a mais.

Com cada seção da asa já devidamente malhada, chega-se no ponto de descrever a conexão entre elas. As junções foram modeladas de três formas: combinando e acoplando os graus de liberdade conforme mostrado na documentação do Guia de Modelagem e Criação de Malhas Ansys Inc. (2017), e ligando por elementos de mola os nós coincidentes conforme Cunha, Foltête e Bouhaddi (2006) e Li (2000) mostram para ser possível ajustar a rigidez nessas partes do modelo.

Para a aplicação de representação da junção da asa, os três métodos só poderiam ser aplicados adequadamente se os nós dos elementos nessas regiões fossem coincidentes. Isso se justifica porque para a combinação e nós e acoplamento de graus de liberdade, caso as malhas não fossem iguais, poderiam haver nós desconectados, podendo gerar penetração local das seções de asa. Para a combinação por elementos de mola, não seria possível garantir que todos eles teriam a mesma orientação, o que poderia dificultar a determinação de um valor de rigidez que gerasse os resultados esperados. Isso então justifica os caminhos de modelagem explicados até então.

Foram utilizados os elementos Shell181 e Solid185 para as cascas e sólidos, respectivamente. O principal motivo foi a recomendação do Guia de Modelagem e Criação de Malhas do ANSYS de não se usar conexões nodais com elementos possuindo nós intermediários. Seria possível excluir os nós intermediários dos elementos Shell281 e Solid186

apenas nas regiões de junções, mas essa opção foi descartada para simplificar a geração das malhas. Como elemento de massa concentrada foi usado o Mass21 e de mola o Combin14.

É importante ressaltar que uma limitação na escolha de importação da geometria é que a numeração de pontos, linhas e áreas do modelo não são controladas. Caso o objeto de estudo seja simples, com poucos tipos diferentes de elementos, materiais e seções transversais, o caminho apresentado aqui de importar diretamente toda a geometria não será um obstáculo. Porém, em um modelo complexo como o estudado nesse trabalho, que possui diversos materiais e tem geometrias diferentes para várias das partes, ou mesmo no desenvolvimento de um projeto, no qual modificações acontecem constantemente, seria interessante importar a geometria parte a parte, criando a malha pra cada uma delas e salvando-as como arquivos do APDL (comando *cdwrite*¹). Depois, o que deveria ser feito seria apenas ler cada uma dessas malhas e fazer a conexão nodal onde necessário, o que seria equivalente a fazer a conexão de pontos na abordagem descrita até aqui, mas diretamente no modelo de elementos finitos.

4.3 Estudo de refinamento de malha do modelo detalhado

Para a realização do estudo de refinamento de malha, restringiu-se os nós das lâminas de carbono no intradorso da longarina de uma meia asa em todos os graus de liberdade para representar um engaste, e aplicou-se uma carga na ponta livre equivalente a 1 kg. Essas condições de contorno foram escolhidas por terem sido as aplicadas em ensaios estáticos que ainda serão descritos. É válido ressaltar que o objetivo do modelo não é representar a distribuição de tensões nas partes da asa, e que essa análise de refinamento tem como objetivo apenas analisar como cada densidade de malha representa a deflexão de diferentes seções. Para um estudo de estática estrutural ser desenvolvido, outras escolhas de modelagem e tipos de refinamento de malha seriam necessários, o que está fora do escopo deste trabalho.

Abaixo são apresentados os gráficos e erros associados que demonstram o estudo realizado, tomando como referência a deflexão no bordo de ataque de algumas nervuras. Define-se a direção y como a perpendicular ao plano da asa, e cada erro apresentado nas tabelas 4, 5 e 6 a seguir como $e_i = |d_i - d_{i-1}|/d_{i-1}$, sendo d o valor de deflexão:

¹ Caso o modelo também possuísse junções que deveriam ser modeladas após todos os elementos serem importados, seria interessante criar componentes (comando *cm*) para essas partes, o que facilitaria a seleção das entidades necessárias para a conexão.

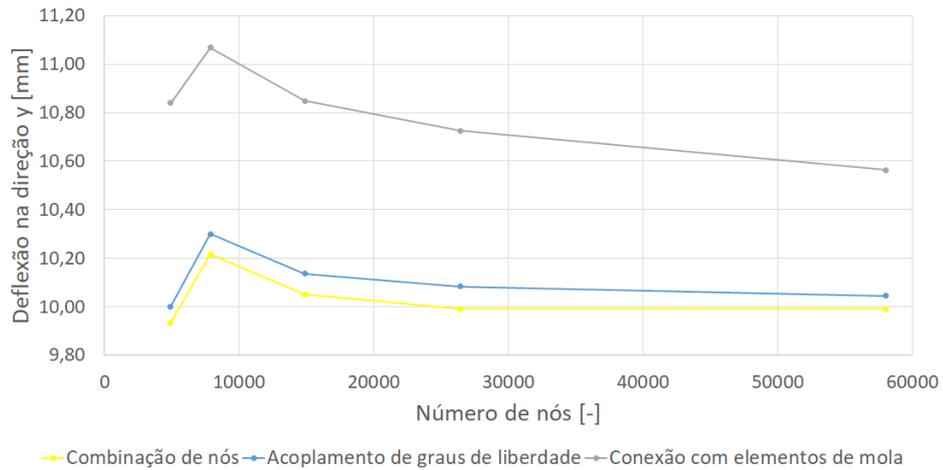


Figura 26 – Deflexão da nervura 11.

Tabela 4 – Erro de carregamento na ponta para a nervura 11 [%].

Número de nós [-]	Combinação de nós	Acoplamento dos graus de liberdade	Conexão com elementos de mola
4900	-	-	-
7878	2,8	3,0	2,1
14890	1,6	1,6	2,0
26406	0,6	0,5	1,1
58056	0,0	0,4	1,5

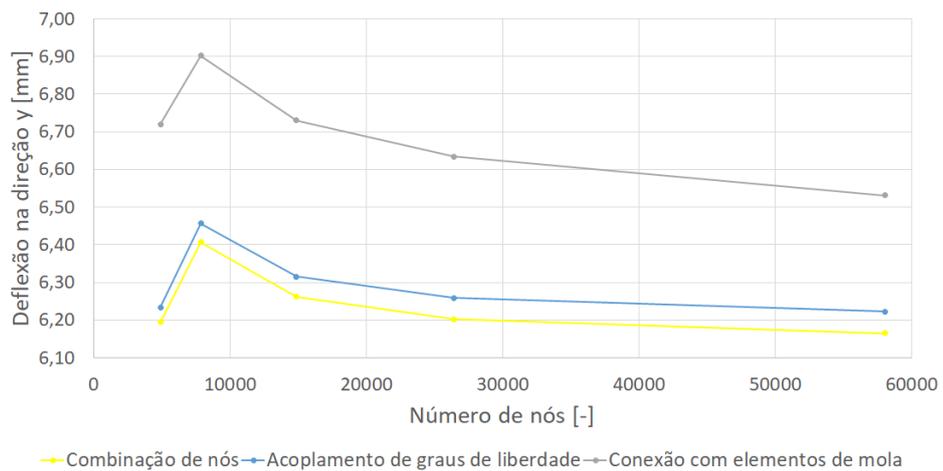


Figura 27 – Deflexão da nervura 9.

Tabela 5 – Erro de carregamento na ponta para a nervura 9 [%].

Número de nós [-]	Combinação de nós	Acoplamento dos graus de liberdade	Conexão com elementos de mola
4900	-	-	-
7878	3,4	3,6	2,7
14890	2,3	2,2	2,5
26406	1,0	0,9	1,4
58056	0,6	0,6	1,5

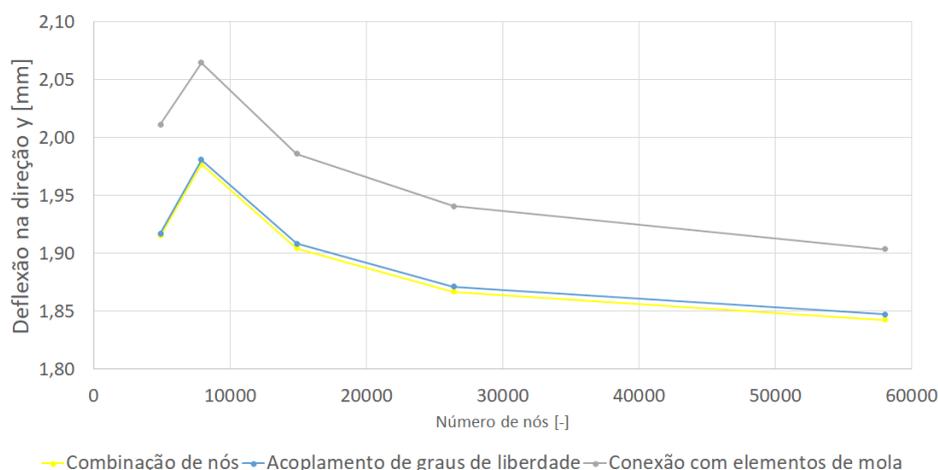


Figura 28 – Deflexão da nervura 4.

Tabela 6 – Erro de carregamento na ponta para a nervura 4 [%].

Número de nós [-]	Combinação de nós	Acoplamento dos graus de liberdade	Conexão com elementos de mola
4900	-	-	-
7878	3,2	3,3	2,7
14890	3,7	3,7	3,8
26406	2,0	2,0	2,3
58056	1,3	1,3	1,9

Observa-se que os resultados para conexão com elementos de mola são os que mais variam com o refinamento de malha. Isso se deve ao fato de que, aumentando-se a quantidade de elementos na região de junção, aumenta-se a quantidade de nós e, por consequência, a de elementos de mola. Então, mantendo-se constante a rigidez de cada elemento de mola no processo de refinamento de malha, aumenta-se globalmente a rigidez da junção, diminuindo-se a deflexão observada pela ação da carga aplicada.

O estudo também foi feito para o caso dinâmico. Foram avaliadas as frequências naturais do primeiro e segundo modos de flexão e o primeiro de torção considerando a

asa em condição livre-livre, sem nenhum tipo de apoio. Vale ressaltar que a mudança local de rigidez durante as análises conduzidas nesse ponto se mostrou fator impactante não só nas frequências obtidas, como também nos modos de vibração. Portanto, optou-se por conduzir o estudo de refinamento apenas para as conexões por combinação de nós e acoplamento de graus de liberdade.

Cada erro apresentado nas tabelas 7, 8 e 9 a seguir é definido como $e_i = |f_i - f_{i-1}|/f_{i-1}$, sendo f o valor da frequência natural:

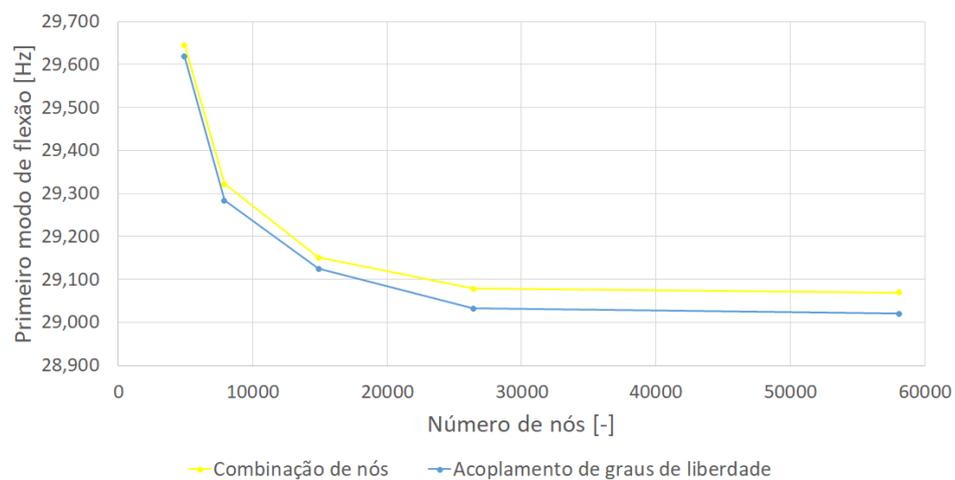


Figura 29 – Primeiro modo de flexão do modelo detalhado.

Tabela 7 – Erro na frequência natural para o primeiro modo de flexão do modelo detalhado [%].

Número de nós [-]	Combinação de nós	Acoplamento dos graus de liberdade
4900	-	-
7878	1,1	1,1
14890	0,6	0,5
26406	0,2	0,3
58056	0,0	0,0

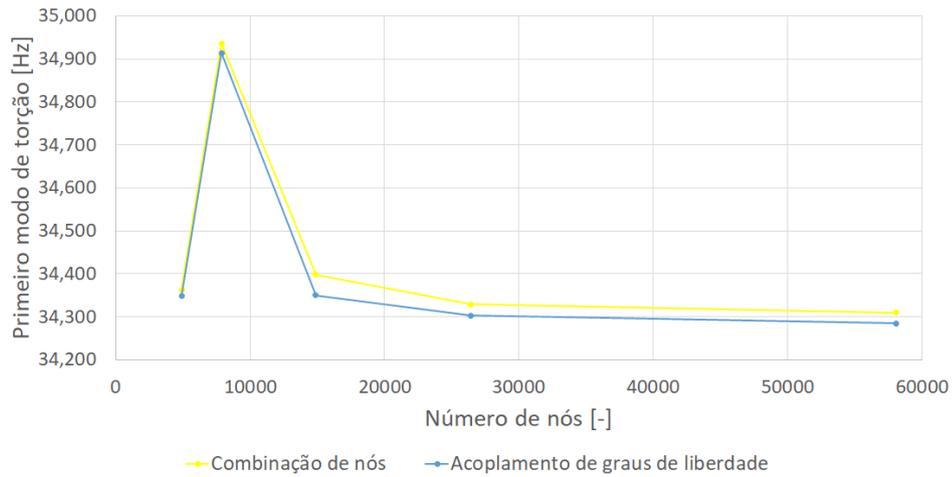


Figura 30 – Primeiro modo de torção do modelo detalhado.

Tabela 8 – Erro na frequência natural para o primeiro modo de torção do modelo detalhado [%].

Número de nós [-]	Combinação de nós	Acoplamento dos graus de liberdade
4900	-	-
7878	1,7	1,6
14890	1,5	1,6
26406	0,2	0,1
58056	0,1	0,1

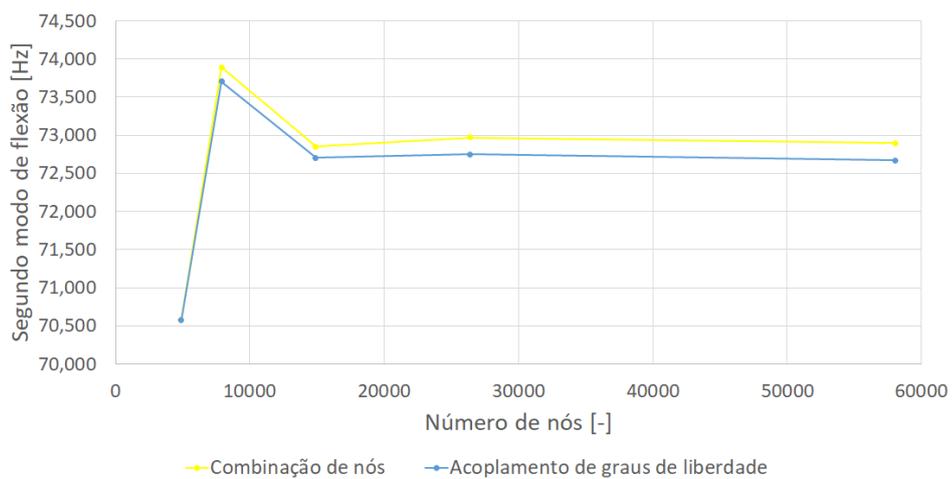


Figura 31 – Segundo modo de flexão do modelo detalhado.

Tabela 9 – Erro na frequência natural para o segundo modo de flexão do modelo detalhado [%].

Número de nós [-]	Combinação de nós	Acoplamento dos graus de liberdade
4900	-	-
7878	4,7	4,4
14890	1,4	1,4
26406	0,2	0,1
58056	0,1	0,1

A terceira malha de 14890 nós foi então escolhida para as análises. Considerou-se tempo de solução usando essa malha em relação às mais refinadas e que o maior erro observado não passou de 5% para o caso estático, enquanto que para o dinâmico foi ainda menor. A imagem a seguir mostra a deflexão da asa na direção y perpendicular ao plano da asa para o caso estático com a malha escolhida. Como o comportamento para as três modelagens das junções foi semelhante, usa-se apenas o caso com nós combinados para visualização:

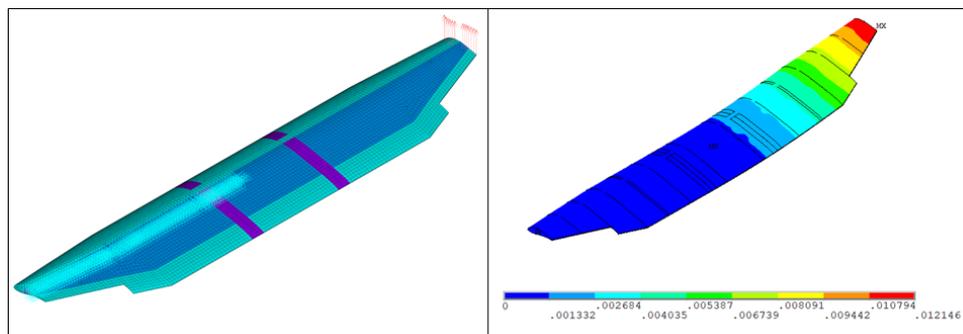


Figura 32 – Condições de contorno (a esquerda) e mapa de cores da deflexão na direção y [mm] (a direita) da análise com carga aplicada na ponta para o modelo com nós combinados.

4.4 Construção do modelo simplificado

O modelo simplificado foi construído utilizando apenas elementos de viga para a longarina e todas as nervuras, e elementos de casca para o chapeamento e entelamento, considerando todas as partes em alumínio apenas como massa distribuída. Com um modelo desse tipo são necessárias apenas áreas e linhas em um plano como referência para criar os elementos, portanto criá-lo diretamente no APDL seria mais vantajoso, pois isso permite o controle da numeração das entidades geométricas, sendo então a abordagem escolhida. Assim como no modelo detalhado, criou-se a geometria apenas para uma meia asa e depois apenas espelhou-se a malha.

4.4.1 Construção do modelo

As linhas correspondentes às nervuras foram criadas tomando como referência a corda de cada uma dessas geometrias, enquanto as áreas correspondentes ao chapeamento e entelamento foram criadas usando os espaços entre nervuras e longarina. A primeira imagem abaixo ilustra as linhas criadas no APDL correspondentes às nervuras, com a numeração de referência indicada, e a longarina. A segunda imagem ilustra a geometria completa com as áreas correspondentes ao chapeamento e entelamento, e destaque para cada uma das seções da asa:

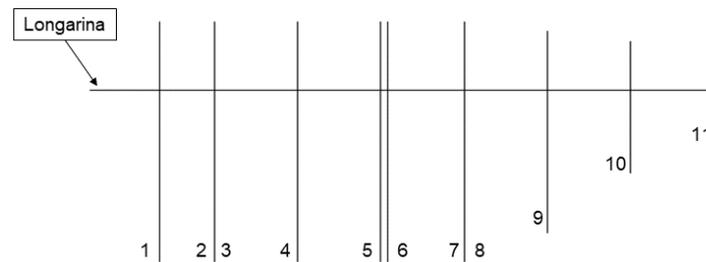


Figura 33 – Nervuras e longarina do modelo simplificado.

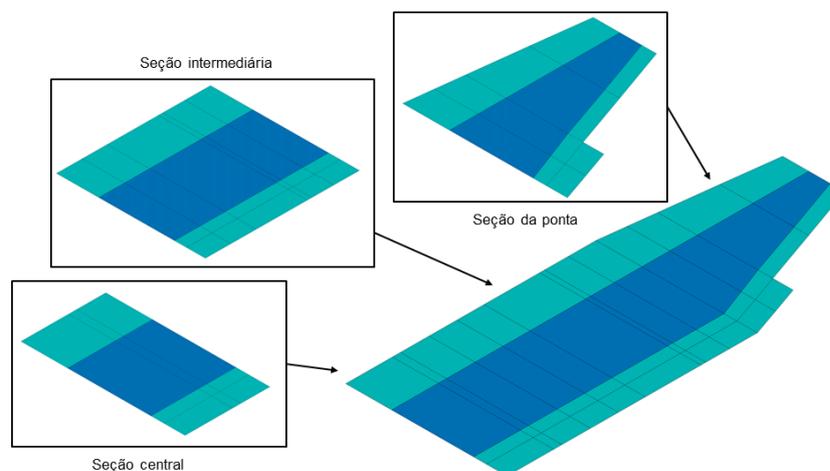


Figura 34 – Geometria completa do modelo simplificado.

Para os componentes feitos de compósito sanduíche, respectivamente a longarina e as nervuras 2 e 3, escolheu-se inicialmente modelá-los utilizando elementos de viga sobrepostos com seções transversais definidas com *offset*², com o objetivo de simplificar

² Quando se define a seção transversal de um elemento de viga ou casca no APDL, o software considera por padrão que essa seção está localizada no centro da entidade geométrica de referência. Supondo por exemplo que um elemento de casca possuísse espessura constante de 2 mm, o APDL consideraria que metade dessa espessura estaria para cima da área malhada, e a outra metade para baixo. Para alterar esse padrão deve-se usar o comando *secoffset* logo após o comando *sectype*, sendo necessário aplicar o comando */ESHAPE,1* para visualizar a espessura associada aos elementos. Com esse processo é possível alterar distribuição de massa e rigidez da estrutura com relação ao padrão do software.

o processo de geração da malha. Além disso, associou-se seções transversais variáveis aos elementos de viga correspondentes às nervuras (opção *taper* ao se definir o *sectype*³). Isso foi feito porque a geometria das nervuras não é constante, com a área se concentrando mais na região próxima à longarina, permitindo então aproximar mais a inércia dos elementos de viga do que se fossem utilizadas apenas seções constantes, mas mantendo a área e massa totais dos elementos com o mesmo valor que os calculados para a asa real e modelo mais detalhado.

Uma outra particularidade é que tanto o chapeamento quanto o entelamento são áreas planas. Portanto, considerou-se o dobro da espessura com relação às medidas na asa de referência para aproximar a distribuição de massa, enquanto que a inércia resultante dessa aproximação será avaliada mais a frente.

Também foram geradas cinco densidades de malha para o desenvolvimento do estudo de refinamento. As imagens a seguir mostram um exemplo de malha utilizada em cada uma das seções: a mais a esquerda está completa; a do meio não possui chapeamento e entelamento; a mais a direita possui os elementos correspondentes às nervuras e longarina, sendo possível observar a lâmina dos materiais sanduíche.

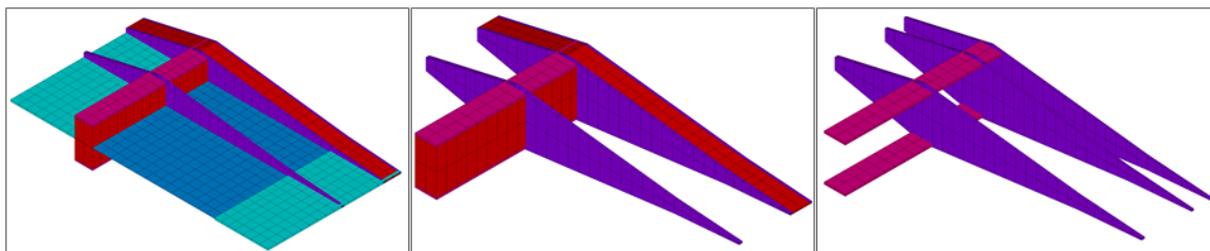


Figura 35 – Malha da seção central para o modelo simplificado.

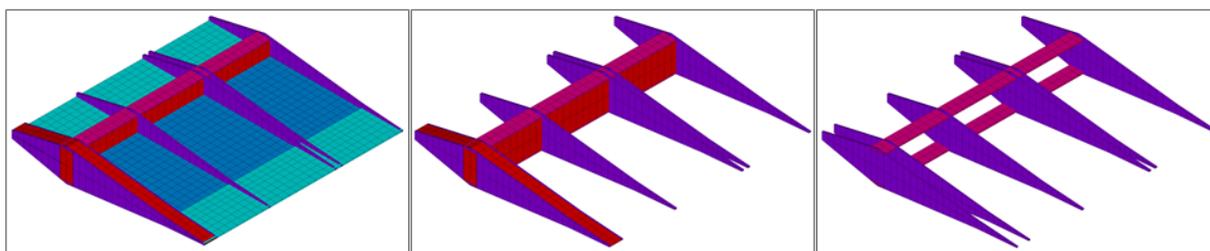


Figura 36 – Malha da seção intermediária para o modelo simplificado.

³ A opção *taper* depende da definição da localização exata de referência de cada seção. Portanto, o uso de parâmetros associados às coordenadas dos pontos utilizados para criação da linha malhada com elemento de viga com o comando **GET* é uma opção viável.

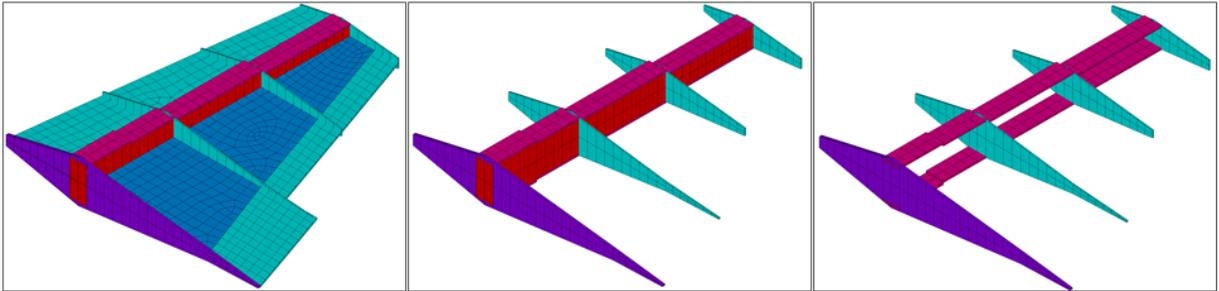


Figura 37 – Malha da seção da ponta para o modelo simplificado.

Inicialmente a parte da longarina na última seção também foi modelada usando seção transversal variável por conta do afilamento que ocorre nessa região. Porém, ao se executar o comando de espelhamento da malha, ocorria um erro na componente espelhada que deteriorava a malha nessa região. Portanto, optou-se por utilizar uma seção média que mantivesse a massa equivalente da longarina original.

A imagem abaixo mostra a asa completa, sem e com a visualização da seção transversal dos elementos:

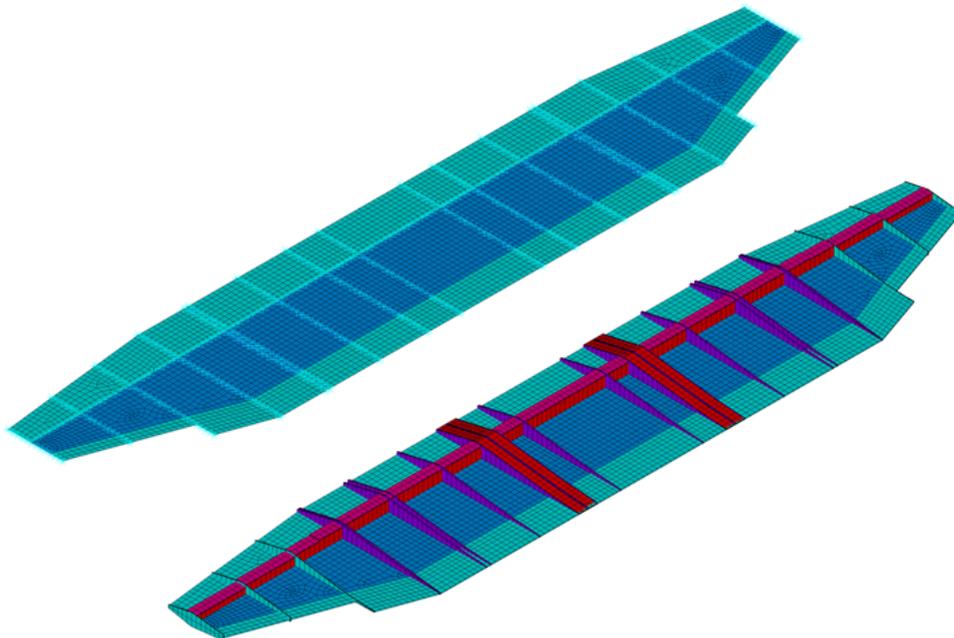


Figura 38 – Malha completa do modelo simplificado.

Por último, distribuiu-se os elementos de massa concentrada para ajustar a massa do modelo. Considerando as simplificações apresentadas até aqui, assumiu-se a princípio que o modelo teria limitações que deveriam ser confirmadas na etapa de ajuste. Portanto inicialmente escolheu-se distribuir os elementos de massa de tal forma a ajustar a massa

do modelo simplificado ao detalhado, considerando que o segundo, já ajustado a asa real, não possuísse dano no chapeamento e entelamento.

Foram distribuídos 20g na seção central na região da nervura de alumínio, 8g na região da conexão de alumínio e 13g correspondente ao restante da massa. Na seção intermediária foram distribuídos 8g na conexão com a seção central e mais 8g na conexão com a seção da ponta, além de 25g correspondente ao restante da massa. Por último, foram distribuídos 8g na região da conexão e mais 20g.

A imagem abaixo mostra os elementos de massa concentrada em amarelo:

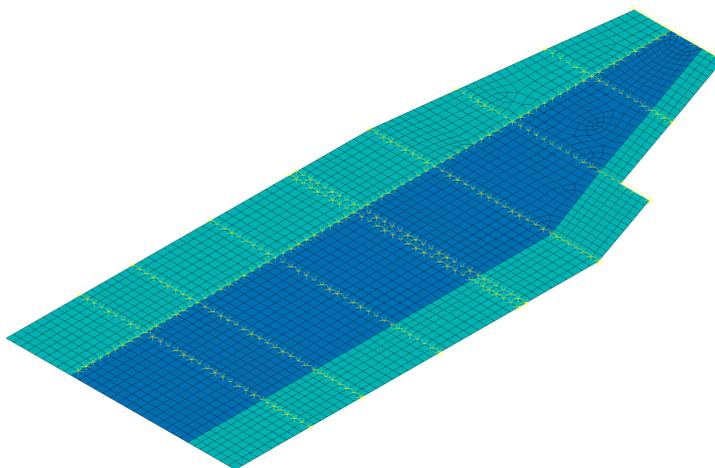


Figura 39 – Distribuição de elementos de massa concentrada no modelo simplificado.

Para esse modelo será utilizada combinação de nós nas junções para o estudo de refinamento de malha e conexão por elementos de mola nas junções nas análises realizadas.

4.5 Estudo de refinamento de malha do modelo simplificado

O estudo de refinamento de malha do modelo simplificado foi conduzido apenas para o caso dinâmico. Foram avaliadas as frequências naturais do primeiro modo de flexão, primeiro de torção e primeiro de flexão no plano considerando a asa em condição livre-livre. Por conta da mudança de rigidez com o refinamento de malha, considerou-se combinação de nós nas junções para condução desse estudo.

Cada erro apresentado nas tabelas é definido como $e_i = |f_i - f_{i-1}|/f_{i-1}$, sendo f o valor da frequência natural:

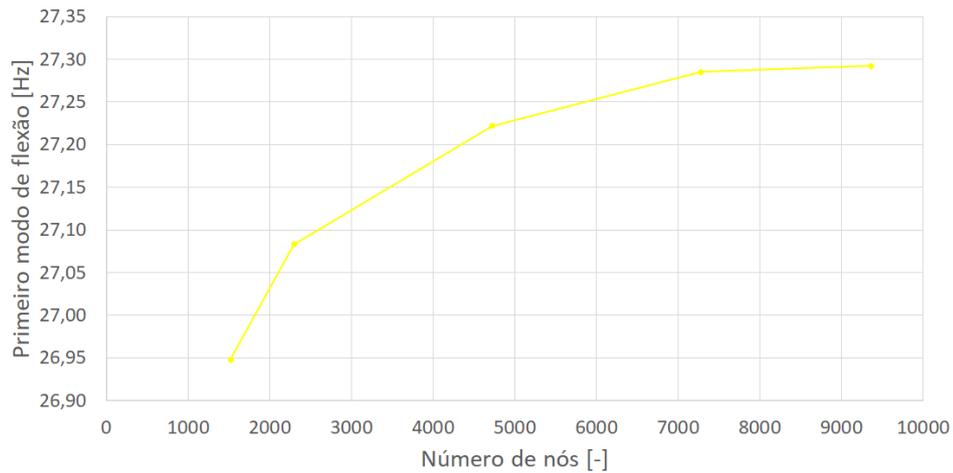


Figura 40 – Primeiro modo de flexão do modelo simplificado.

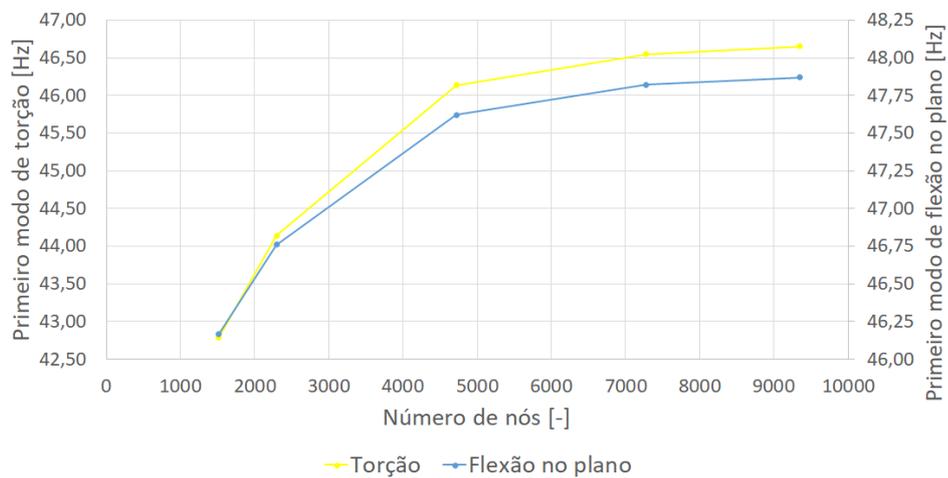


Figura 41 – Primeiro modo de torção e flexão no plano do modelo simplificado.

Tabela 10 – Erro nas frequências naturais para os primeiros modos de flexão, torção e flexão no plano [%].

Número de nós [-]	Flexão	Torção	Flexão no plano
1520	-	-	-
2296	0,5	3,1	1,3
4722	0,5	4,5	1,8
7280	0,2	0,9	0,4
9354	0,0	0,2	0,1

Utilizou-se então a terceira malha de 4722 nós para as análises realizadas, sendo considerado não somente que o erro com relação às mais refinadas é sempre menor que 1%, como também o tempo de solução, já que esse modelo seria utilizado em uma série de análises consecutivas.

5 Resultados e Discussão

Este capítulo apresentará inicialmente a comparação do modelo numérico detalhado da asa tomada como base. Foram realizados um ensaio estático e um dinâmico aos quais esse modelo foi comparado. Depois serão apresentados casos teste realizados utilizando a ferramenta de otimização do ANSYS Workbench. Por fim será apresentado o ajuste do modelo simplificado ao detalhado usando a ferramenta de otimização do ANSYS Workbench, com parâmetros relacionados a rigidez de elementos de mola nas juntas e do material do chapeamento.

5.1 Comparação experimental

5.1.1 Estática

Os ensaios estáticos foram conduzidos para avaliar principalmente a rigidez do objeto de estudo, e, sendo realizados antes do dinâmico, serviram para testar a linearidade da geometria de referência e para verificar a rigidez no modelo numérico. Dessa forma, seria possível fazer adaptações na geometria de referência (como enrijecimento de juntas) ou no modelo numérico, caso necessário.

Ao todo foram realizados quatro ensaios, os quais usaram carregamentos de 0.5, 1, 1.5 e 2 kg, todos colocados em uma ponta da asa. Enquanto isso, engastou-se a outra metade da asa pela longarina em uma superfície fixa, condição simulada durante a análise de refinamento de malha do modelo detalhado.

Para a coleta de dados, considerando que o objetivo inicial não era obter uma medida precisa de deflexão da asa, mas sim uma noção geral do seu comportamento, seguiu-se um procedimento simplificado de ensaio. Uma câmera foi posicionada em uma distância fixa da asa usando um tripé, permitindo coletar imagens da asa não defletida e após a aplicação da carga, sempre a uma mesma distância e posição. Tomando uma medida padrão com uma régua foi possível determinar o tamanho de cada pixel nas imagens coletadas e, sobrepondo as imagens defletidas a não defletida, foi possível determinar a distância entre pontos de referência no bordo de ataque de algumas nervuras.

A imagem abaixo demonstra a metodologia seguida para o carregamento de 2 kg, sendo possível ver os pontos de referência usados para o cálculo da deflexão do bordo de ataque de três nervuras em destaque:

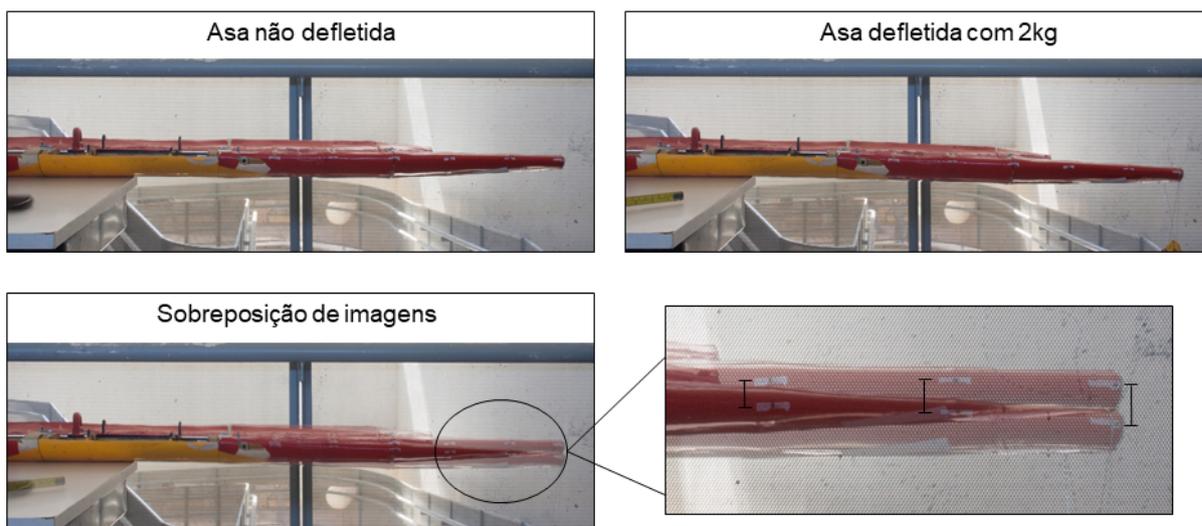


Figura 42 – Medição da deflexão em ensaio estático para 2 kg de carga.

Os resultados obtidos com o ensaio foram:

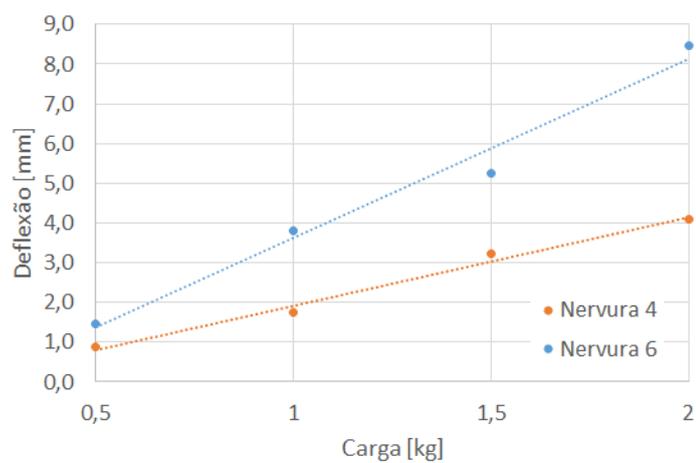


Figura 43 – Deflexão das nervuras 4 e 6 com a variação de cargas.

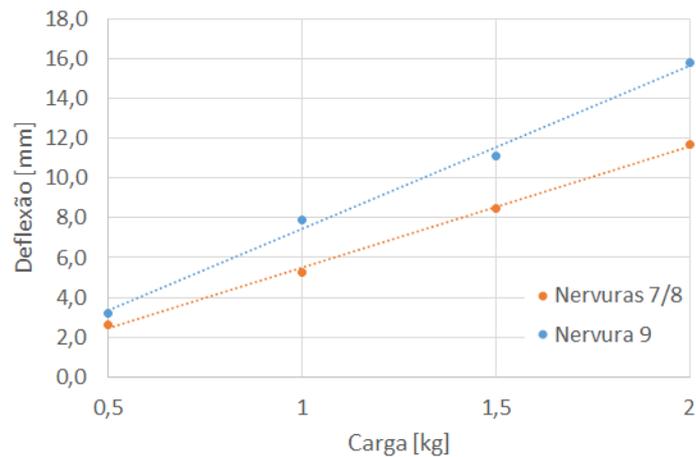


Figura 44 – Deflexão das nervuras 7/8 e 9 com a variação de cargas.

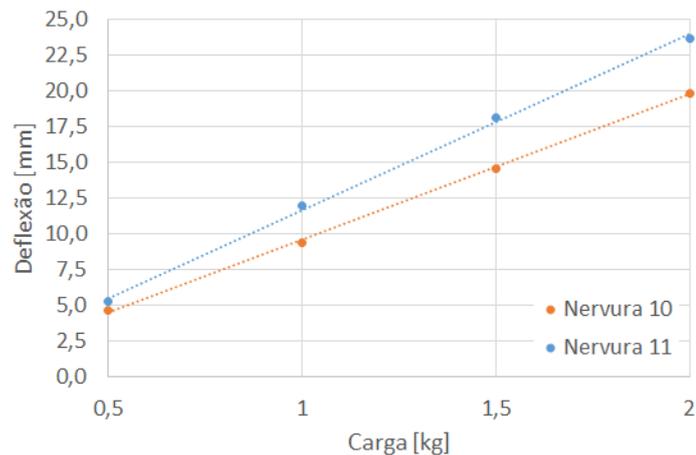


Figura 45 – Deflexão das nervuras 10 e 11 com a variação de cargas.

onde as linhas pontilhadas representam uma aproximação linear da distribuição de pontos.

As figuras 43, 44 e 45 mostram que a deflexão das nervuras se torna linear com a variação de cargas principalmente para a região mais a ponta da asa. Esse comportamento pode gerar uma grande dificuldade de ser reproduzido no modelo numérico, que não considera nenhuma não-linearidade. Porém, para melhorar os resultados experimentais seria necessário o desenvolvimento de testes mais detalhados que acabariam fugindo do escopo do trabalho.

A partir do resultado experimental foi então possível determinar valores de rigidez de mola para as junções do respectivo modelo numérico. Para tanto, o ensaio com 1 kg na ponta foi tomado como base, e tentou-se aproximar a deflexão obtida numericamente à experimental. O modelo mais próximo a esse caso foi então usado para gerar os resultados para 0,5, 1,5 e 2 kg.

Os resultados para cada tipo de modelagem são apresentados a seguir:

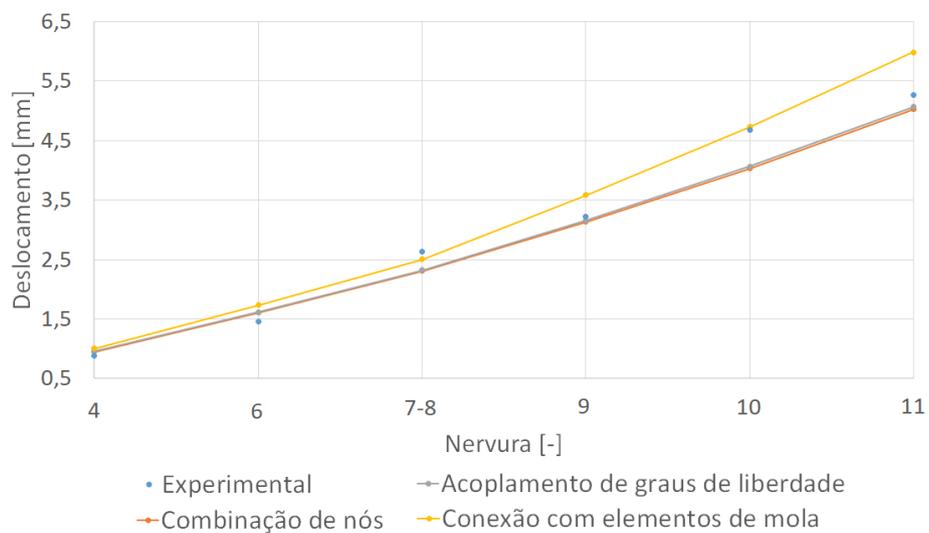


Figura 46 – Deflexão das nervuras com carga de 0.5 kg na ponta.

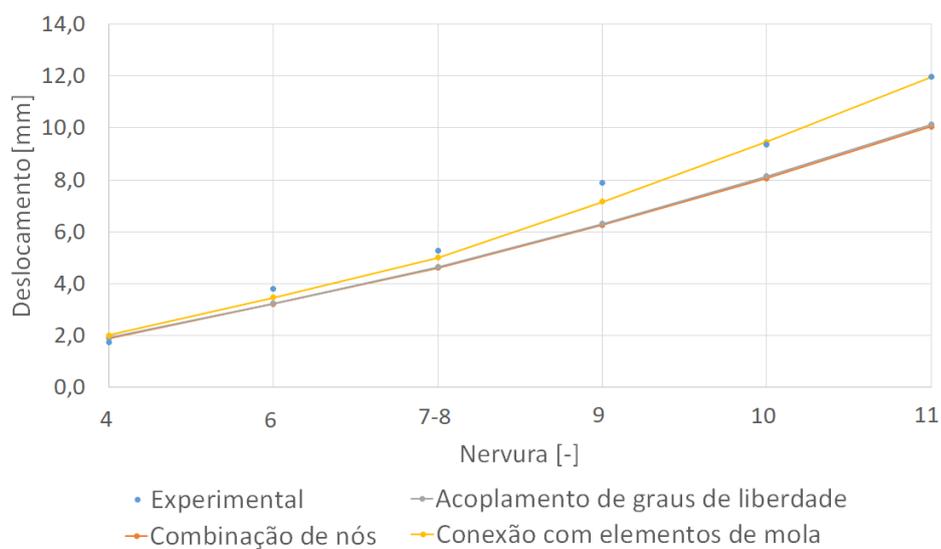


Figura 47 – Deflexão das nervuras com carga de 1 kg na ponta.

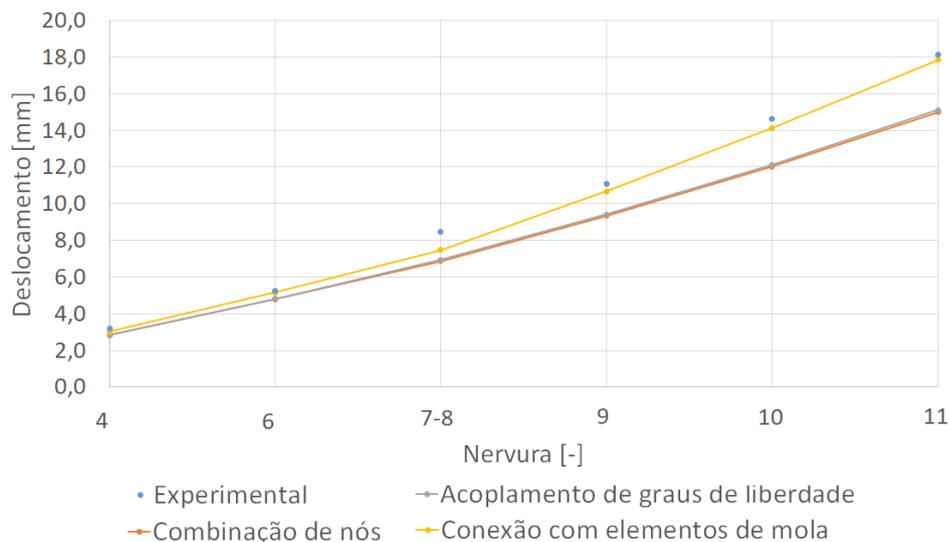


Figura 48 – Deflexão das nervuras com carga de 1.5 kg na ponta.

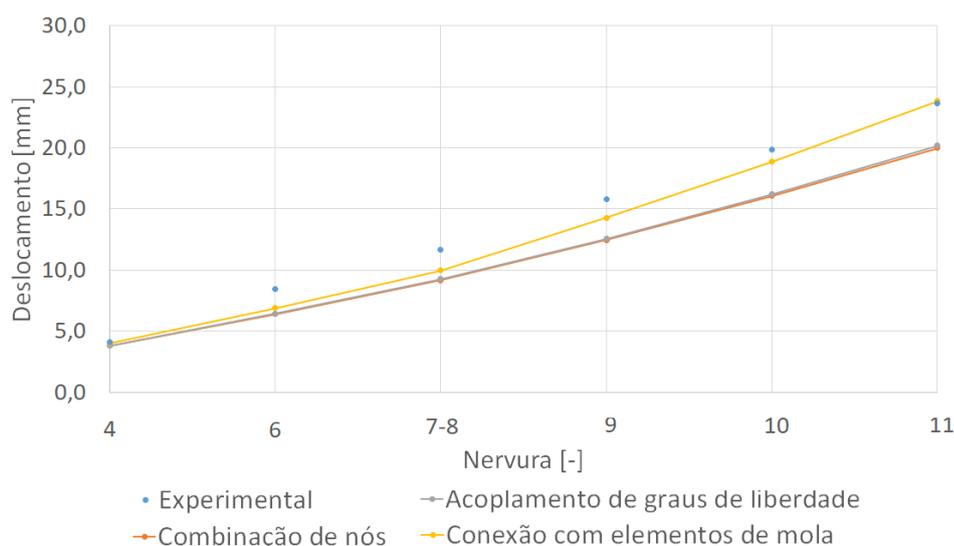


Figura 49 – Deflexão das nervuras com carga de 2 kg na ponta.

Os resultados mostram que tanto a combinação de nós quanto o acoplamento de graus de liberdade apresentam resultados muito próximos, diferindo na ordem de 10^{-2} mm para a maior parte dos resultados obtidos. É possível considerar que ambas as abordagens geraram o mesmo resultado, conforme previsto pelo Guia de Modelagem e Criação de Malhas (ANSYS INC., 2017). A modelagem das junções com elementos de mola, por sua vez, permitiu uma maior aproximação dos resultados numéricos com os experimentais, principalmente na ponta de asa, para os ensaios de 1, 1.5 e 2 kg realizados.

Apesar de apresentar resultados relativamente mais próximos ao experimento com relação as duas outras abordagens utilizadas, o modelo com elementos de mola ainda não apresentou performance satisfatória. Mesmo que não se tivesse considerado isotropia

para todos os materiais empregados, assume-se que não teria sido possível reproduzir o comportamento não-linear observado. Portanto, concluiu-se que o enrijecimento das junções com cola ainda não foi o suficiente para reparar o dano na asa.

5.1.2 Dinâmica

O ensaio de vibrações da asa foi feito no Laboratório de Vibrações no campus Darcy Ribeiro com o objetivo de determinar experimentalmente as frequências naturais da asa. A asa foi dividida em uma série de pontos no chapeamento em regiões coincidentes com a longarina e bordos de fuga de algumas nervuras para a realização do ensaio. O esquemático a seguir mostra as nervuras marcadas e a convenção para a numeração dos pontos adotada:

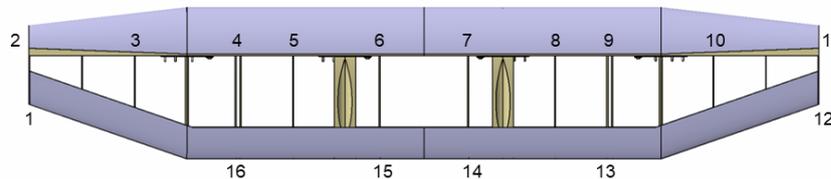


Figura 50 – Esquemático da numeração de pontos adotada no ensaio.

A estrutura foi colocada sobre apoios de espuma leve para emular uma condição de apoio do tipo livre-livre, e foi excitada com um *shaker*. A excitação foi feita exclusivamente no ponto 1, conforme a convenção adotada, e a resposta foi medida com um acelerômetro em todos os pontos de 1 a 16. Os dados gerados com o ensaio foram analisados na *toolbox* EasyMod do MATLAB.



Figura 51 – Foto tirada no ensaio, com excitação pelo *shaker* no ponto 1, acelerômetro no ponto 16 e marcações de outros pontos de coleta de dado.

Os resultados obtidos no ensaio não foram suficientes para determinar as frequências naturais da asa, sendo possível apenas determinar que a primeira frequência natural deve se encontrar na faixa entre 22 e 24 Hz em um modo de flexão, faixa de frequência

usada para reajuste manual da rigidez no modelo com molas nas junções. Isso foi necessário porque o modelo ajustado a partir do ensaio estático possuía primeira frequência natural em um modo de flexão de 26,77 Hz.

As imagens abaixo comparam o primeiro modo de flexão do modelo com combinação de nós e molas nas junções. O primeiro modo no modelo com acoplamento de graus de liberdade foi omitido por ser semelhante ao com combinação de nós, e frequência diferindo em menos de 0,2%. O mapa de cores corresponde a deflexão da asa:

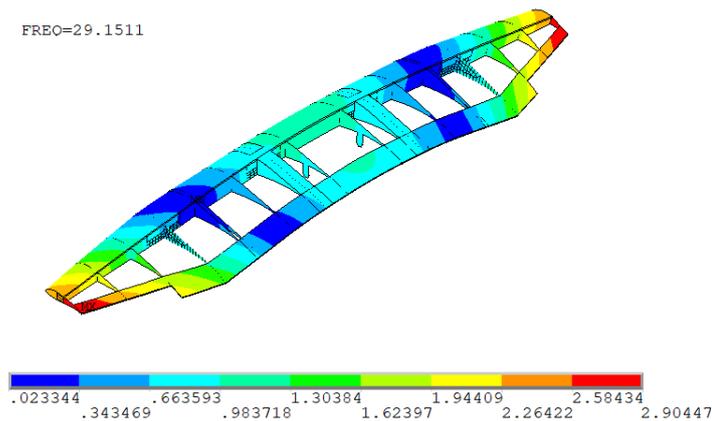


Figura 52 – Primeiro modo de flexão do modelo com combinação de nós.

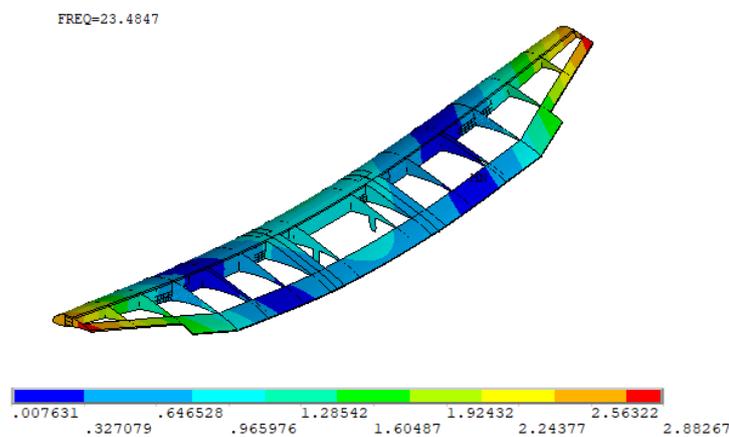


Figura 53 – Primeiro modo de flexão do modelo com conexões com elementos de mola reajustado.

Observa-se que a mudança na rigidez das molas na região das junções não só muda a frequência natural, como também o modo de vibração.

A seguir é apresentada a comparação do segundo ao quinto modos semelhantes entre a combinação de nós e o uso de molas nas junções:

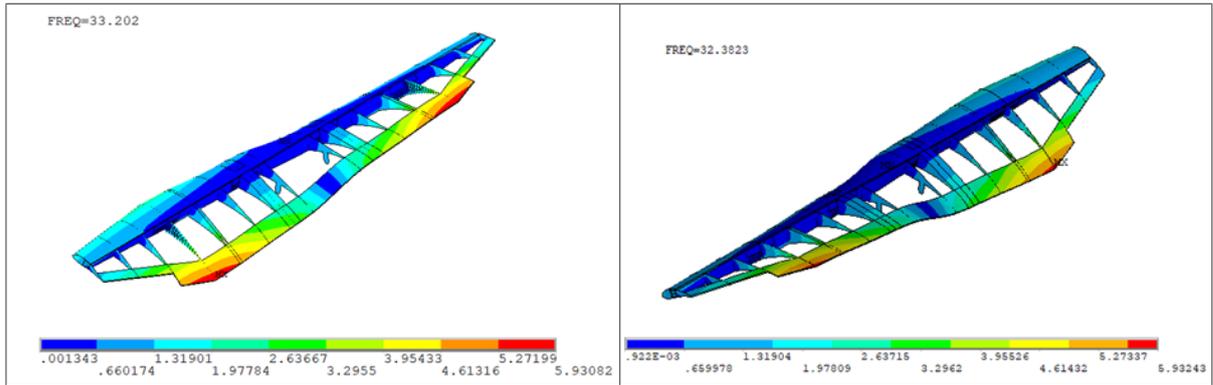


Figura 54 – Segundo modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e terceiro para o com molas nas junções (a direita).

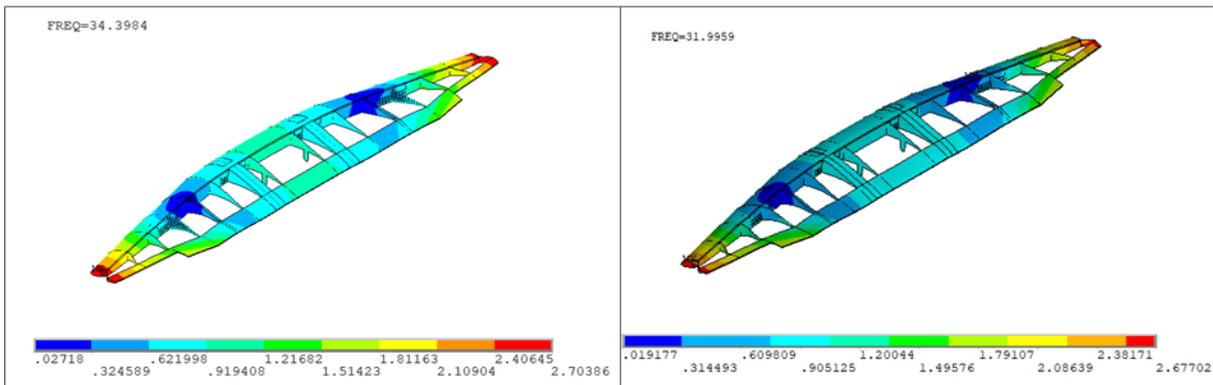


Figura 55 – Terceiro modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e segundo para o com molas nas junções (a direita).

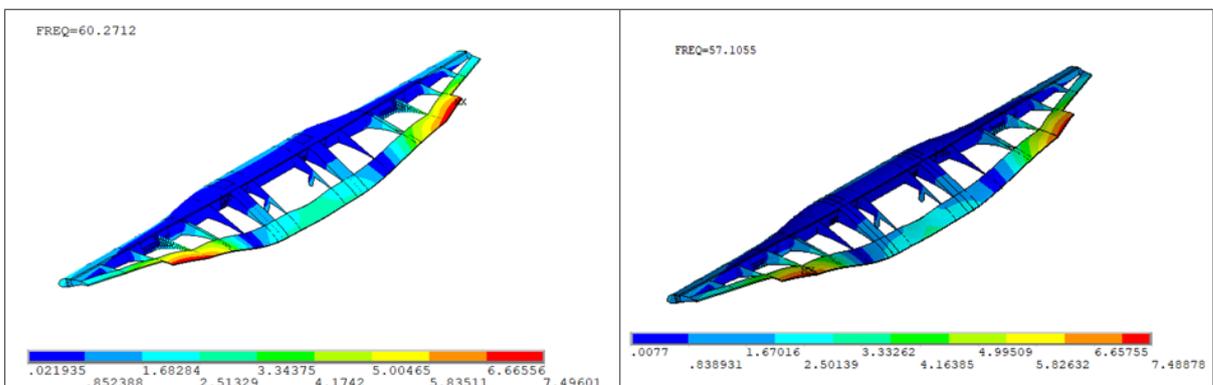


Figura 56 – Quarto modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e quinto para o com molas nas junções (a direita).

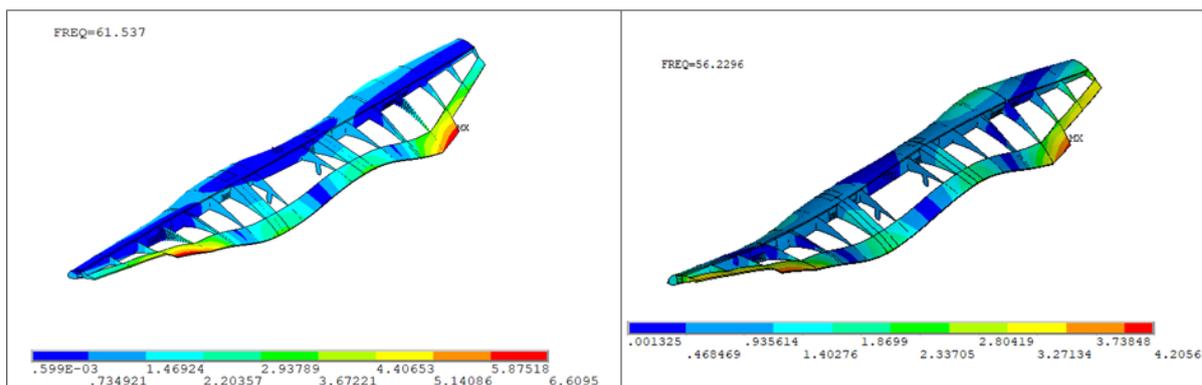


Figura 57 – Quinto modo para o modelo com combinação de nós (a esquerda) e quarto para o com molas nas junções (a direita).

Considerando que os modos observados para o modelo com graus de liberdade acoplado foram iguais aos apresentados para combinação de nós, e que adotou-se a numeração da sequência de modos com relação a esse segundo modelo, tem-se que as frequências naturais obtidas com cada uma das abordagens foi:

Tabela 11 – Frequências naturais correspondentes a cada modo de vibração [Hz].

Modo de vibração	Combinação de nós	Acoplamento de graus de liberdade	Conexão com elementos de mola
1	29,15	29,10	23,48
2	33,20	33,16	32,36
3	34,39	34,37	31,99
4	60,27	60,09	57,10
5	61,53	61,47	56,22

Os resultados na tabela 11 mostram o efeito da alteração da rigidez das junções nas frequências naturais do modelo, sendo possível alcançar a faixa para essa frequência sugerida no ensaio realizado. Porém, é importante ressaltar que os valores de rigidez de mola utilizados para gerar os resultados na tabela 11 foram diferentes dos ajustados no ensaio estático, mostrando incoerência na modelagem.

Apesar de o ensaio estático não ter seguido um procedimento rigoroso o bastante pra fornecer resultados em uma precisão mais adequada, assumiu-se que o comportamento não-linear observado é condizente com a realidade da asa estudada. Sendo assim, há a possibilidade do ensaio dinâmico ter fornecido um valor de primeira frequência natural próximo à realidade. Caso essas hipóteses sejam verdadeiras, o modelo com molas nas junções não seria capaz de reproduzir ambos os comportamentos estático e dinâmico da estrutura ao mesmo tempo, e possivelmente nem o dinâmico por si só, além de que o

processo de ensaio modal seria muito mais custoso caso se desejasse obter informações acerca de outros modos de vibração.

Considerando então a suposição de que a não-linearidade da asa estudada não permite que ela seja representada por um modelo linear apresentado até aqui, além de isso dificultar o processo de ensaio experimental, utiliza-se para as análises seguintes o modelo com molas nas junções ajustado à faixa de valores encontrada para a primeira frequência natural no ensaio dinâmico, e considera-o como a referência experimental a ser utilizada para ajuste do modelo simplificado. Para essa comparação escolheu-se inicialmente não representar o dano no modelo, dado que o chapeamento no segundo modelo está representado apenas como placas planas, conforme já explicado, o que será avaliado com a apresentação dos resultados obtidos.

5.2 Ajuste de modelo

5.2.1 Casos teste

Antes de se iniciar o ajuste do modelo simplificado foram feitos alguns estudos prévios utilizando modelos de viga com juntas para domínio da ferramenta de otimização do ANSYS Workbench, sendo possível testar alguns dos diversos métodos disponíveis.

O primeiro teste foi com uma viga bidimensional com três partes de um metro cada, com junção entre partes por um elemento de mola de rigidez a torção, e com seção transversal quadrada sólida de 20x20 mm. Adotou-se condição de contorno de engaste em uma das extremidades e acoplamento de todos os graus de liberdade além do qual se atribuiu rigidez à torção, e atribuiu-se propriedade de material como um aço genérico de módulo de elasticidade $E = 200$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$ e densidade $\rho = 7870$ kg/m^3 . A imagem a seguir mostra o modelo usado:

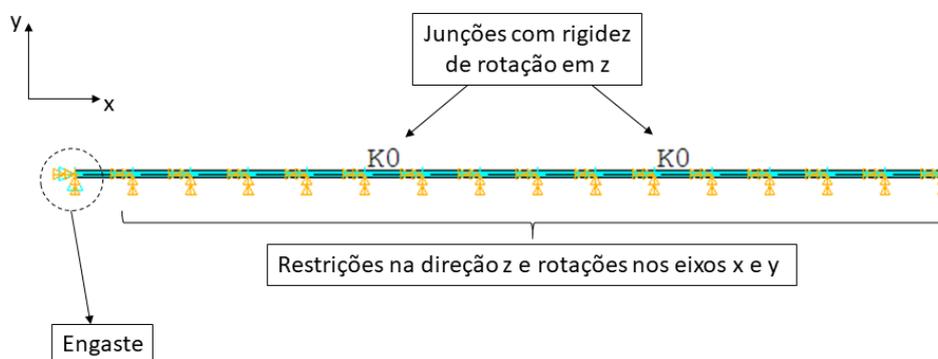


Figura 58 – Viga bidimensional com molas nas junções.

onde a rigidez inicial da mola mais a esquerda foi definida como $R1 = 500$ N/m e da

mais a direita como $R2 = 1000 \text{ N/m}$. As cinco primeiras frequências naturais e modos de vibração da viga foram determinados a partir dessa configuração de junta.

O objetivo do teste seria então usar o *script* de geração do modelo e solução no APDL como *input* no módulo de otimização do Workbench, parametrizando as grandezas de entrada correspondentes à rigidez das molas, e de saída correspondentes às frequências naturais e MAC com relação à simulação de referência. Dentro do ambiente de otimização, uma faixa de valores possíveis para cada rigidez seria determinada, respectivamente $100 < R1 < 1000 \text{ N/m}$ e $100 < R2 < 10000 \text{ N/m}$ por exemplo. A partir dessa faixa de valores, a ferramenta de otimização seria utilizada para minimizar o erro entre frequências calculadas e de referência, e maximizar os valores de MAC calculados, para que valores de rigidez de mola próximos aos originais de 500 e 1000 N/m fossem encontrados.

Para esse primeiro caso tentou-se inicialmente utilizar o módulo de otimização baseado em Superfícies de Resposta do ANSYS, prestando atenção principalmente nos diversos tipos de erros associados às superfícies de resposta geradas pelo software. Foi possível perceber, levando em conta todas as análises desenvolvidas, a existência de valores de erro para as superfícies de resposta dos modos de vibração de uma a duas ordens de grandeza maiores que os para as frequências naturais.

A tabela abaixo exemplifica valores de RRM e RRVQM das superfícies de resposta obtidas para dois métodos de geração diferentes, apenas para o primeiro modo de vibração, e considerando DOE do tipo CCD padrão. Apresenta-se esses valores para ilustrar casos típicos de erro observados durante as análises realizadas para o modelo de viga, no caso abaixo para pontos de aprendizado, que demonstram qualidade da interpolação:

Tabela 12 – Exemplos de medida de erro para diferentes métodos de criação das Superfícies de Resposta para o modelo de viga com juntas.

Método Agregação Genética		Método Kriging	
Frequência 1	MAC_{modo1}	Frequência 1	MAC_{modo1}
Resíduo Relativo Máximo (Melhor Valor = 0%)			
0,01%	38,02%	0,18%	28,86%
Raiz Relativa do Valor Quadrático Médio (Melhor Valor = 0%)			
0,01%	24,26%	0%	7,71%

A análise da tabela 12 mostra que há altos valores de resíduo para os modos de vibração, acima de 28%, e que as superfícies de resposta geraram em média, valores 7% diferentes dos observados para o método Kriging, de menor erro, conforme o método RRVQM. Porém, considerando que a mudança da rigidez das molas nas faixas adotadas não foi suficiente para alterar os modos de maneira significativa, com o valor de MAC se mantendo sempre acima de 0,99, foi possível utilizar o método de Superfícies de Resposta. É válido ressaltar que para nenhum dos métodos de criação de Superfície de Resposta

apresentados utilizou-se a opção para refinamento dos meta-modelos, o que poderia ter sido feito para melhorar os resultados obtidos, mas que não foi necessário para essa etapa.

A partir das superfícies de resposta para frequências e MAC, utilizou-se o método de otimização MOGA. O software forneceu para essas configurações três pares de rigidez, respectivamente de 499,88 e 999,98 N/m, 500 e 998,82 N/m e 500,37 e 997,95 N/m, o que se considerou como um resultado de sucesso para o caso estudado.

A segunda parte dos testes iniciais consistiu em retirar as restrições na direção z e ao redor dos eixos x e y da viga da figura 58 e em acrescentar molas de rigidez à torção ao redor do eixo z , mantendo-se as demais características apresentadas, mas com rigidez original nas juntas como $R1 = 1000$ N/m e $R2 = 1500$ ao redor das direções y e z para a primeira junta, respectivamente, e $R3 = 5500$ N/m e $R4 = 6000$ ao redor das direções y e z para a segunda.

Partindo de $500 < R1 < 1500$ N/m, $1000 < R2 < 2000$ N/m, $4500 < R3 < 6500$ N/m e $5000 < R4 < 7000$ N/m usando o método de Superfícies de Respostas, observou-se a mesma limitação que para o caso bidimensional na criação das superfícies relacionadas aos modos de vibração, apesar de esses modos também não mudarem com a alteração das rigidezes nas faixas propostas, com o MAC sempre acima de 0,99.

Apresenta-se a seguir três grupos de rigidez de solução fornecidos pelo software com o primeiro valor correspondente ao retirado das superfícies de resposta e o segundo, entre parênteses, calculado diretamente usando as rigidezes propostas no modelo de viga. Destaca-se que para todos os casos o valor de MAC foi acima de 0,99, e que cada coluna “Solução” corresponde a um grupo de parâmetros de entrada e saída encontrados como solução:

Tabela 13 – Resultados calculados para o modelo de viga com juntas tridimensional.

	Referência	Solução 1	Solução 2	Solução 3
R1 [N/m]	1000	995	934	1045,3
R2 [N/m]	1500	1551,9	1439,5	1473,9
R3 [N/m]	5500	5623,5	5719,9	5355,4
R4 [N/m]	6000	6009,4	6150,9	5746
$Freq_1$ [Hz]	1,250	1,246 (1,249)	1,228 (1,228)	1,267 (1,264)
$Freq_2$ [Hz]	1,374	1,386 (1,384)	1,362 (1,363)	1,366 (1,369)
$Freq_3$ [Hz]	9,309	9,319 (9,318)	9,304 (9,300)	9,316 (9,313)
$Freq_4$ [Hz]	9,527	9,542 (9,543)	9,519 (9,522)	9,497 (9,496)
$Freq_5$ [Hz]	21,599	21,653 (21,651)	21,6 (21,599)	21,608 (21,606)

A tabela abaixo mostra o erro dos resultados de referência e os gerados com as rigidezes calculadas diretamente com o modelo, calculados como $|f_{ref} - f_{calculado}|/f_{ref}$:

Tabela 14 – Erro nas frequências naturais obtidas no caso teste.

	Solução 1 [%]	Solução 2 [%]	Solução 3 [%]
$Freq_1$	0,08	1,76	1,12
$Freq_2$	0,72	0,80	0,36
$Freq_3$	0,09	0,09	0,04
$Freq_4$	0,16	0,08	0,32
$Freq_5$	0,24	0	0,03

Após esses testes iniciou-se então o ajuste do modelo da asa.

5.2.2 Ajuste do modelo simplificado da asa

O primeiro passo para o ajuste do modelo simplificado foi determinar os modos de vibração para as cinco primeiras frequências naturais do modelo detalhado sem a presença de dano, o que modificou os modos de vibração observados com relação aos apresentados anteriormente. Como esses dados deveriam simular resultados obtidos experimentalmente, construiu-se os vetores modais usando os nós nas mesmas posições em que os sensores foram colocados para medição no ensaio dinâmico realizado (figura 50), levando em conta apenas os graus de liberdade na direção perpendicular ao plano da asa, assim como teria sido possível obter com o experimento realizado. Cada vetor modal foi então normalizado para ter maior componente sempre igual a 1, de forma a facilitar a determinação do MAC com o modelo simplificado.

A tabela abaixo mostra os valores iniciais obtidos com o modelo simplificado antes do ajuste em comparação com o modelo de referência, com os modos de vibração indicados entre parênteses:

Tabela 15 – Correlação antes do ajuste.

	Referência	Modelo sem ajuste	Erro [%]
$Freq_1$ [Hz]	23,62 (Flexão)	27,22	15,24
MAC_{modo1}	-	0,99	-
$Freq_2$ [Hz]	36,98 (Flexão no plano)	47,61	28,74
MAC_{modo2}	-	0,99	-
$Freq_3$ [Hz]	53,88 (Torção)	46,13	14,38
MAC_{modo3}	-	0,93	-
$Freq_4$ [Hz]	61,95 (Flexão)	63,90	3,14
MAC_{modo4}	-	0,35	-
$Freq_5$ [Hz]	76,52 (Flexo-torção)	75,09	1,86
MAC_{modo5}	-	0,88	-

Criou-se então o arquivo em APDL utilizado como *input* no Workbench, que depois foi conectado ao módulo de otimização, sendo construído seguindo as seguintes etapas:

- Leitura do modelo de asa simplificado previamente salvo como extensão .db do APDL, formato que salva apenas informações do modelo em elementos finitos, sem entidades geométricas;
- Criação dos parâmetros de entrada $R1$, $R2$, $R3$, $R4$, $R5$ e $R6$, correspondentes a rigidez das molas nas direções x , y , e z e ao redor desses mesmos eixos, respectivamente, e o parâmetro M . Os parâmetros R_i foram relacionados aos elementos da junção mais próxima ao centro da asa, e o parâmetro M foi usado para as junções mais distantes, de forma que a rigidez dessas molas foi escrito como $M \cdot R_i$ ¹;
- Solução modal;
- Atribuição de parâmetros de saída para os valores de frequência e MAC para cada um dos modos usando os vetores de referência do modelo completo.

Antes do processo de otimização utilizou-se o sistema de Correlação de Parâmetros, que forneceu uma análise de sensibilidade dos parâmetros de saída aos de entrada:

¹ Todos os elementos de mola já estavam definidos no arquivo .db. O que se fez foi selecionar os elementos desejados para cada caso, e, usando o comando *EMODIF*, substituir a constante real dos elementos de mola. Isso reduziu o tempo de análise por descartar a necessidade de sempre se construir o modelo numérico do início.

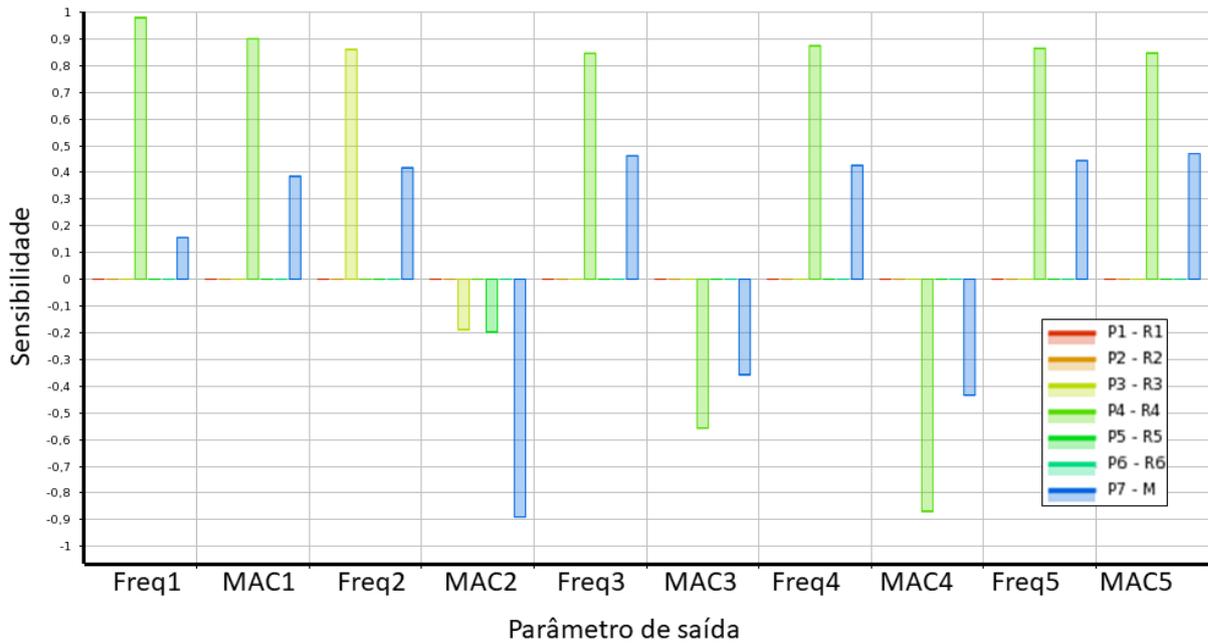


Figura 59 – Sensibilidade dos parâmetros de saída aos de entrada retirados do sistema de Correlação de Parâmetros.

portanto optou-se por variar apenas os parâmetros R3, R4 e M.

Partindo então de um DOE do tipo CCD padrão, e método de criação de superfícies de resposta do tipo Agregação Genética sem pontos de refinamento (onde observou-se o mesmo comportamento de erros que para os casos teste), utilizou-se o algoritmo MOGA para ajuste do modelo. Como funções objetivo, escolheu-se que o software deveria procurar valores de rigidez que gerassem frequências naturais idênticas aos de referência e que maximizassem os valores de MAC, todos ao mesmo tempo.

A tabela abaixo mostra valores encontrados pelo processo de otimização para os parâmetros de entrada. Os primeiros valores apresentados correspondem aos calculados a partir das superfícies de resposta e os entre parênteses aos verificados diretamente com o modelo de elementos finitos. Destaca-se que as colunas denominadas como “Solução” 1, 2 e 3 correspondem a diferentes combinações de parâmetros de entrada e saída encontrados com as configurações explicadas para o programa.

Tabela 16 – Resultados obtidos com o processo de otimização.

	Referência	Solução 1	Solução 2	Solução 3
R3 [N/m]	-	40.767	43.500	46.167
R4 [N/m]	-	515,83	514,17	587,50
M [-]	-	2,17	2,05	0,85
$Freq_1$ [Hz]	23,62	24,77 (24,39)	24,73 (24,36)	24,26 (24,13)
MAC_{modo1}	-	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)
$Freq_2$ [Hz]	36,98	40,41 (40,92)	40,46 (40,98)	40,39 (40,93)
MAC_{modo2}	-	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)
$Freq_3$ [Hz]	53,88	46,24 (45,44)	46,23 (45,41)	45,73 (44,86)
MAC_{modo3}	-	0,97 (0,95)	0,97 (0,95)	0,97 (0,95)
$Freq_4$ [Hz]	61,95	59,35 (58,72)	59,29 (58,57)	56,13 (56,25)
MAC_{modo4}	-	0,59 (0,66)	0,59 (0,67)	0,73 (0,78)
$Freq_5$ [Hz]	76,52	72,64 (72,85)	72,60 (72,81)	72,06 (72,24)
MAC_{modo5}	-	0,56 (0,58)	0,56 (0,58)	0,44 (0,53)

onde o erro obtido, calculado como $|f_{ref} - f_{calculado}|/f_{ref}$ a partir dos valores retirados diretamente do modelo, foi:

Tabela 17 – Erro observado para a tentativa de ajuste do modelo simplificado.

	Solução 1 [%]	Solução 2 [%]	Solução 3 [%]
$Freq_1$	3,25	3,13	2,15
$Freq_2$	10,65	10,81	10,68
$Freq_3$	15,66	15,72	16,74
$Freq_4$	5,21	5,45	9,20
$Freq_5$	5,03	4,84	5,59

Considerando os valores de erro para as frequências naturais apresentados na tabela 17 e os valores de MAC apresentados na tabela 16, concluiu-se que não foi possível fazer o ajuste do modelo simplificado. Inicialmente tentou-se variar a faixa de valores permitidos para as rigidezes, mas os resultados continuaram distantes do objetivo.

Surgiu então a hipótese de que a simplificação no chapeamento da asa, representado apenas como placas planas, fosse uma limitação muito severa no modelo. Realizando-se então a solução modal sem o chapeamento, percebeu-se resultado próximo ao apresentado na tabela 16. Sendo assim, concluiu-se que a abordagem escolhida para modelagem do chapeamento não estava sendo capaz de reproduzir adequadamente a rigidez do componente.

A solução adotada foi utilizar como parâmetro de entrada, além dos relacionados à rigidez das molas, o módulo de elasticidade do material do chapeamento, considerando que a rigidez de uma estrutura está ligada a sua geometria e material constituinte, conforme a teoria de mecânica dos materiais desenvolvida na literatura no livro de Beer E.

Russell Johnston (2009). Dessa forma, seria possível ajustar a rigidez do chapeamento no modelo simplificado.

Seguindo novamente a metodologia de solução explicada para o primeiro caso, mas utilizando um parâmetro E para a rigidez do chapeamento, e utilizando novamente o módulo de Correlação Paramétrica, obteve-se o seguinte gráfico de sensibilidade:

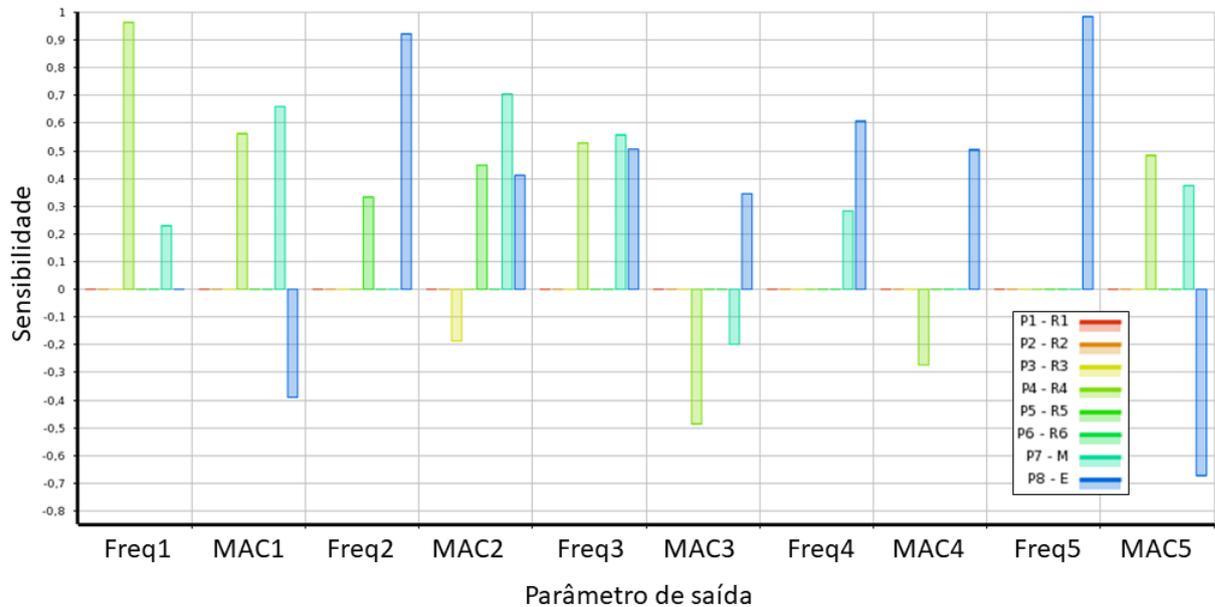


Figura 60 – Sensibilidade dos parâmetros de saída aos de entrada retirados do sistema de Correlação de Parâmetros, com alteração da rigidez do chapeamento.

portanto os parâmetros variados foram apenas R3, R4, M e E.

Novamente partindo de um DOE do tipo CCD padrão, e utilizando Agragação Genética com pontos de refinamento para melhorar as superfícies geradas, e utilizando o algoritmo MOGA, com todas as frequências naturais e valores de MAC como objetivo, obteve os seguintes resultados, considerando os primeiros valores interpolados e os entre parênteses os verificados. As colunas denominadas como “Solução” 1, 2 e 3 correspondem a diferentes combinações de parâmetros de entrada e saída encontrados:

Tabela 18 – Resultados obtidos com o processo de otimização variando a rigidez do chapeamento.

	Referência	Solução 1 [%]	Solução 2 [%]	Solução 3 [%]
R3 [N/m]	-	29.450	30.850	28.450
R4 [N/m]	-	183,25	245,75	208,25
M [N/m]	-	9,40	6,95	8,67
E [MPa]	-	482	462	588
$Freq_1$ [Hz]	23,62	23,32 (23,39)	23,84 (23,85)	23,58 (23,64)
MAC_{modo1}	-	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)
$Freq_2$ [Hz]	36,98	37,60 (37,62)	36,92 (36,92)	38,95(38,97)
MAC_{modo2}	-	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)	0,99 (0,99)
$Freq_3$ [Hz]	53,88	46,09 (46,12)	46,09 (46,08)	46,45 (46,39)
MAC_{modo3}	-	0,96 (0,96)	0,96 (0,96)	0,96 (0,96)
$Freq_4$ [Hz]	61,95	65,32 (70,44)	62,84 (58,72)	71,30 (77,43)
MAC_{modo4}	-	0,80 (0,90)	0,68 (0,52)	0,90 (0,85)
$Freq_5$ [Hz]	76,52	72,21 (72,21)	71,18 (71,40)	77,80 (77,78)
MAC_{modo5}	-	0,69 (0,72)	0,75 (0,75)	0,59 (0,54)

onde o erro obtido, calculado como $|f_{ref} - f_{calculado}|/f_{ref}$ a partir dos valores retirados diretamente do modelo, foi:

Tabela 19 – Erro observado para a tentativa de ajuste do modelo simplificado com modificação na rigidez do chapeamento.

	Solução 1 [%]	Solução 2 [%]	Solução 3 [%]
$Freq_1$	0,96	0,97	0,08
$Freq_2$	1,70	0,16	5,38
$Freq_3$	14,40	14,47	13,90
$Freq_4$	13,70	5,21	24,98
$Freq_5$	5,63	6,69	1,64

Com a análise das tabelas 18 e 19, percebe-se diminuição no erro observado para a primeira e segunda frequências naturais quando se modifica a rigidez do chapeamento. Enquanto isso, foi possível melhorar a correlação dos modos 4 e 5 com a referência, apesar de os valores de frequência ainda terem ficado distantes. Porém, o mais curioso nessa etapa foi perceber que o valor da terceira frequência natural, em um modo de torção, quase não foi afetado pela mudança de rigidez no chapeamento. Isso instigou o surgimento da hipótese de que algum outro componente além do chapeamento estaria comprometendo os resultados obtidos.

A suposição feita a seguir foi que modelar a longarina em material compósito com elementos de viga sobrepostos teria sido uma abordagem válida. Para verificar essa possibilidade, modelou-se a longarina de diferentes formas: usando elementos de sólido e casca assim como no modelo detalhado; usando apenas elementos de sólido; usando apenas

elementos de casca com seção transversal definida como um material compósito; com três elementos de viga sobrepostos; e criando uma seção customizada de viga com três partes as quais se atribuiu as propriedades de cada material do compósito. A solução modal foi realizada em cada um desses modelos de longarina engastando-se uma das extremidade e deixando a outra livre. A tabela a seguir mostra os resultados obtidos para cada uma das abordagens em diferentes modos de vibração:

Tabela 20 – Comparação das frequências naturais para os modelos de longarina em material compósito modelados com diferentes abordagens.

Todos os valores em Hz	1ª Flexão no plano	1ª Flexão	2ª Flexão no plano	1ª Torção	3ª Flexão no plano	2ª Flexão	2ª Torção
Sólido e Casca	4,44	15,19	27,81	48,52	77,67	86,26	147,70
Sólido	4,64	15,26	29,04	48,57	81,11	86,83	148,10
Casca	4,47	15,19	27,97	46,99	78,09	86,15	143,20
Viga (3 sobrepostas)	4,44	15,25	27,72	189,52	77,47	88,47	251,14
Viga (Seção criada)	4,43	15,08	27,66	17,10	76,87	83,05	51,30

Comparando-se o modelo de longarina com vigas sobrepostas com os modelos mais complexos, concluiu-se que esse tipo de abordagem tem maior rigidez à torção. Como análise complementar, os testes foram novamente realizados com todos os modelos a não ser o de casca apenas, considerando que os três materiais da longarina fossem fibra de carbono. A tabela a seguir mostra os resultados obtidos para cada uma das abordagens em diferentes modos de vibração:

Tabela 21 – Comparação das frequências naturais para os modelos de longarina modelados com diferentes abordagens.

Todos os valores em Hz	1ª Flexão no plano	1ª Flexão	2ª Flexão no plano	2ª Flexão	3ª Flexão no plano	1ª Torção	4ª Flexão no plano
Sólido e Casca	4,85	10,67	30,33	66,30	84,71	163,59	165,34
Sólido	5,05	10,76	31,61	66,85	88,29	162,63	172,37
Viga (3 sobrepostas)	4,83	10,65	30,18	66,09	84,26	164,39	178,55
Viga (Seção criada)	4,83	10,65	30,18	66,14	84,24	161,54	164,37

Esses resultados sugerem que a limitação para a abordagem com vigas é a grande diferença de propriedades físicas entre os materiais do compósito, visto que quando as propriedades são iguais o modelo apresenta comportamento semelhante às modelagens mais detalhadas. Partindo dessas observações, supôs-se que seria possível enfim ajustar o modelo simplificado caso se alterasse a modelagem da longarina. Isso motivou a remodelagem da asa trocando a longarina por um modelo de casca, que apresentou resultados mais próximos aos modelos mais detalhados nos testes isolados.

Porém, os resultados obtidos a partir dessa remodelagem também não se mostraram satisfatórios. O que se observou foi que, caso se usasse a rigidez do chapeamento nas faixas de valores utilizados nas análises anteriores, a asa perdia a rigidez à torção, comprometendo a observação dos modos de vibração de flexão. Enquanto que o aumento do módulo de elasticidade do chapeamento para aumentar a rigidez à torção comprometia

o comportamento em flexão, aumentando as frequências naturais observadas. Concluiu-se com essas observações que os resultados obtidos anteriormente só foram atingidos por conta da elevada rigidez à torção da longarina modelada, que compensava a deficiência do chapeamento.

A partir das limitações observadas, considera-se que tentar ainda reproduzir o modelo detalhado com o dano seria um esforço desnecessário, a não ser que alguma modificação fosse feita no modelo simplificado para que a rigidez do chapeamento fosse bem reproduzida, o que não pôde ser feito.

6 Conclusão

A proposta deste trabalho era apresentar uma metodologia para modelagem e correlação teórico-experimental de uma asa de aeronave de competição SAE, ajustando o modelo numérico a partir da otimização de parâmetros inicialmente relacionados a rigidez de juntas, e depois também relacionados a rigidez do chapeamento.

Na primeira parte do trabalho apresentou-se duas metodologias distintas para modelagem da asa. A primeira, mais detalhada, foi realizada com o auxílio de software de CAD para construção da geometria, e com o APDL para a construção da malha em elementos finitos, possuindo elementos de sólido, casca, massa concentrada e mola. O segundo, mais simples, foi construído inteiramente no APDL com elementos de casca, viga, massa concentrada e mola, sendo usado posteriormente no processo de ajuste. Para ambas as abordagens detalhou-se o procedimento de modelagem e justificou-se os caminhos escolhidos, apresentando ao fim um estudo de refinamento de malha para cada modelo.

Na fase de comparação experimental do modelo detalhado com o objeto de estudo, observou-se que a não-linearidade causada pelo dano nas junções e chapeamento da asa pode ser fonte de grandes obstáculos para modelagem em elementos finitos. Esperava-se que o modelo numérico, partindo de uma mesma configuração de rigidez nas junções de mola, fosse capaz de reproduzir minimamente os comportamentos dinâmico e estático experimentais. Porém, não foi possível obter esse resultado por conta dessas dificuldades inerentes ao objeto de estudo, tendo sido necessário tomar o modelo detalhado como referencial experimental para as análises seguintes.

Na fase de ajuste de parâmetros, foi possível por meio dos casos teste verificar o funcionamento da ferramenta de otimização *DesignXplorer* do ANSYS Workbench, obtendo-se valores de erro menores que 2% para as frequências naturais calculadas.

Depois, na fase de ajuste do modelo simplificado, verificou-se que os parâmetros relacionados à rigidez na direção ao longo da longarina e ao redor da direção ao longo da corda do perfil, além do relacionado à rigidez no chapeamento, são os de maior impacto na variação das frequências naturais e modos de vibração. Porém, observou-se uma grande dificuldade em aproximar os resultados do modelo detalhado pelo simplificado, principalmente por conta da simplificação adotada no chapeamento, que não era capaz de reproduzir a rigidez em uma direção sem comprometer as demais. Apesar disso, a metodologia proposta se mostrou capaz de oferecer diferentes opções de solução, um resultado positivo e que pode ser aproveitado em uma série de estudos.

Como resultado adicional, descobriu-se uma limitação na modelagem de vigas de material sanduíche com elementos de viga no comportamento a torção. Verificou-se que,

quando a geometria é composta por dois materiais, sendo um muito mais denso e rígido que o outro, o comportamento a torção do modelo em elementos finitos é comprometido, o que se observou para ambas as abordagens testadas. Esse comportamento deve ser levado em conta quando em processos de simplificação de modelos em elementos finitos com materiais compósitos.

Por último, apesar de não ter sido possível reproduzir o comportamento do modelo detalhado a partir do simplificado, foi possível determinar a fonte de todas as barreiras encontradas. Além disso, mostrou-se ser possível ajustar um modelo com juntas a partir da rigidez de elementos de mola, e apresentou-se uma metodologia para estudo de modelos paramétricos aplicável a estudos além do apresentado com esse trabalho.

6.1 Sugestão de trabalhos futuros

Tanto a metodologia de modelagem em elementos finitos como a de ajuste de modelo utilizando otimização paramétrica podem ser utilizados em uma série de trabalhos no futuro.

No que se refere a correlação teórico-experimental de estruturas aeronáuticas, para qualquer trabalho a ser realizado no futuro deve-se usar uma estrutura não danificada. A partir desse referencial, técnicas diferentes de modelagem, inclusive de juntas, podem ser exploradas. Além disso, deve-se aplicar outras técnicas para comparação dos dados modais, como por exemplo a partir de funções de resposta em frequência. É necessário também aumentar a quantidade de pontos com que se constrói o vetor modal para a determinação do número MAC, de forma a aumentar a precisão da correlação.

Na parte de otimização paramétrica, o processo aplicado nesse trabalho pode ser usado em diversas frentes de pesquisa diferentes, talvez não como objetivo, mas como um caminho para facilitar as análises. É possível utilizá-lo para determinar propriedades precisas de material a partir de dados experimentais para aumento de precisão de modelos numéricos, por exemplo, já que muitas vezes os *datasheets* disponíveis podem não estar completos o bastante.

Referências

- ALKAYEM, N. F. et al. Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms: a survey. *Neural Computing and Applications*, Springer, v. 30, n. 2, p. 389–411, 2018. Citado na página 35.
- AMMAR, H. H. et al. Three-dimensional modeling and finite element analysis in treatment planning for orthodontic tooth movement. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics*, 2011. Citado na página 21.
- ANSYS INC. *ANSYS Academic Research Mechanical Help System*. Release 18.1. Southpointe, 2600 ANSYS Drive, Canonsburg, PA 15317, 2017. Citado 14 vezes nas páginas 6, 22, 23, 24, 25, 26, 29, 30, 31, 39, 43, 44, 48 e 64.
- ARORA, J. S. *Introduction to optimum design*. 2nd ed. ed. [S.l.]: Elsevier/Academic Press, 2004. ISBN 0120641550,9780120641550,0071001239,9780071001236. Citado na página 29.
- AZEVEDO, I. F. M. *Método dos Elementos Finitos*. first. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, 2003. Citado na página 18.
- BEER E. RUSSELL JOHNSTON, J. T. D. D. F. M. F. P. *Mechanics of Materials, Fifth Edition*. 5. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Higher Education, 2009. ISBN 0073529389,9780073529387. Citado na página 76.
- BENDSOE, O. S. M. P. *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*. 2nd. ed. [S.l.: s.n.], 2004. ISBN 9783540429920,3540429921. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- BOLDRINI, J. L. *Álgebra Linear*. third. São Paulo: Harper & Row Do Brasil, 1978. Citado na página 19.
- BOX, G. E.; WILSON, K. B. On the experimental attainment of optimum conditions. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, Wiley Online Library, v. 13, n. 1, p. 1–38, 1951. Citado na página 30.
- BROWN, A. M.; DELESSIO, J. L.; JACOBS, P. W. Natural frequency testing and model correlation of rocket engine structures in liquid hydrogen: Phase i, cantilever beam. In: *Model Validation and Uncertainty Quantification, Volume 3*. [S.l.]: Springer, 2019. p. 291–299. Citado na página 35.
- CARNEIRO, S. H. d. S. *Ajuste do modelo dinâmico de sistemas multicorpos flexíveis*. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1993. Citado na página 35.
- CHONG, S. H. Z. E. K. P. *An Introduction to Optimization*. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 2013. ISBN 1118279018,9781118279014. Citado na página 29.
- CUNHA, J.; FOLTÊTE, E.; BOUHADDI, N. Aplicação da técnica de ajuste de modelos em estática para identificação da rigidez de ligações parafusadas de perfis pultrudados. *Ciência & Engenharia*, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 48.

- DIWEKAR, U. M.; KALAGNANAM, J. R. Robust design using an efficient sampling technique. *Computers & chemical engineering*, Elsevier, v. 20, p. S389–S394, 1996. Citado na página 34.
- DUMOND, P.; BADDOUR, N. A structured approach to design-for-frequency problems using the cayley-hamilton theorem. *SpringerPlus*, v. 3, 05 2014. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 18.
- FLITE, T. *Top Flite Monokote*. Disponível em: <<https://www.horizonhobby.com/pdf/MonoKote-Instructions.pdf>>. Citado na página 38.
- FRISWELL, M.; MOTTERSHEAD, J. E. *Finite element model updating in structural dynamics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. v. 38. Citado na página 35.
- GASPAR, B.; TEIXEIRA, A. P.; SOARES, C. G. Assessment of the efficiency of kriging surrogate models for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, n. 37, p. 24–34, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 41.
- GÓMEZ-AGUILAR, J. et al. Modeling of a mass-spring-damper system by fractional derivatives with and without a singular kernel. *Entropy*, v. 17, p. 6289–6303, 09 2015. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 20.
- HAN, S. M.; BENAROYA, H.; WEI, T. Dynamics of transversely vibrating beams using four engineering theories. *Journal of Sound and vibration*, Elsevier Science, v. 225, n. 5, p. 935–988, 1999. Citado na página 14.
- HUGHES, T. J. R. *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. first. [S.l.]: Dover Publications, 2000. Citado na página 21.
- INMAN, D. J. *Engineering Vibration*. fourth. [S.l.]: Pearson, 2014. Citado 5 vezes nas páginas 6, 14, 18, 19 e 21.
- KEANE, A. Wing optimization using design of experiment, response surface, and data fusion methods. *Journal of Aircraft*, v. 40, n. 4, p. 741–750, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 30 e 31.
- LEVIN, R.; LIEVEN, N. Dynamic finite element model updating using simulated annealing and genetic algorithms. *Mechanical systems and signal processing*, Elsevier, v. 12, n. 1, p. 91–120, 1998. Citado na página 35.
- LI, W. L. A new method for structural model updating joints stiffness identification. *Elsevier Science*, 2000. Citado na página 48.
- LIANG, D. K. et al. Finite element analysis of the implantation of a balloon-expandable stent in a stenosed artery. *International Journal of Cardiology*, n. 104(3), p. 314–318, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 41.
- MAMUTES DO CERRADO AERODESIGN. *Relatório de Estruturas e Ensaios Estruturais*. St. Leste Projeção A - Gama Leste, Brasília - DF, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 37.
- MARWALA, T. *Finite Element Model Updating Using Computational Intelligence Techniques: Applications to Structural Dynamics*. 1st edition.. ed. [S.l.]: Springer, 2010. ISBN 1849963223,9781849963220,9781849963237. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 35.

- MEIRELES, J. F. B. d. *Análise Dinâmica de Estruturas por Modelo de Elementos Finitos Identificados Experimentalmente*. Tese (Doutorado) — :Universidade do Minho, Guimarães, Portugal, 2007. Citado na página 27.
- MOAVENI, S. *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. third. [S.l.]: Pearson, 2008. Citado na página 21.
- NOCEDAL, S. W. J. *Numerical Optimization*. 2nd ed. ed. [S.l.]: Springer, 2006. (Springer series in operations research). ISBN 9780387303031,0387303030. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- OWEN, A. B. Controlling correlations in latin hypercube samples. *Journal of the American Statistical Association*, Taylor & Francis, v. 89, n. 428, p. 1517–1522, 1994. Citado na página 30.
- PIDAPARTI, R. M. *Engineering Finite Element Analysis*. [S.l.]: Morgan & Claypool Publishers, 2017. Citado na página 22.
- RAO, S. *Vibrações Mecânicas*. fourth. [S.l.]: Pearson, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 18, 20 e 21.
- RAO, S. S. *Engineering Optimization - Theory and Practice*. 4. ed. [S.l.]: Wiley, 2009. ISBN 9780470183526,0470183527. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.
- RAYMER, D. P. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. second. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1992. Citado na página 14.
- SCHWARZ, B. J.; RICHARDSON, M. H. Experimental modal analysis. *CSI Reliability week*, Orlando FL, v. 35, n. 1, p. 1–12, 1999. Citado na página 14.
- SEABURG, P. A.; CARTER, C. J. *Torsional analysis of structural steel members*. United States of America, 1997. (Steel Design Guide Series, v. 9). Citado na página 22.
- SORIANO, H. L. *Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas*. first. São Paulo: Edusp, 2003. Citado na página 26.
- SORIANO, H. L. *Elementos Finitos: Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas*. first. [S.l.]: Editora Ciência Moderna, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 21.
- TURNER, M. J. et al. Stiffness and deflection analysis of complex structures. *journal of the Aeronautical Sciences*, v. 23, n. 9, p. 805–823, 1956. Citado na página 21.
- VISCARDI, F. et al. Comparative finite element model analysis of ascending aortic flow in bicuspid and tricuspid aortic valve. *Artificial Organs*, n. 34(12), p. 1114–1120, 2010. Citado na página 21.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. *The finite element method: its basis and fundamentals*. [S.l.]: Elsevier Science, 2005. Citado na página 21.