Universidade de Brasília
Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia
Departamento de Economia

Um Modelo de Concorrência Imperfeita para Bens Perfeitamente Substitutos

Gustavo L. Rocha Lima

Monografia apresentada como requisito
para conclusão do Bacharelado em Ciências Econômicas

Orientador
Prof. Leandro Gonçalves do Nascimento

Brasília
2019

Universidade de Brasília
Faculdade de Administração, Contabilidade e Economia
Departamento de Economia

Um Modelo de Concorrência Imperfeita para Bens Perfeitamente Substitutos

Gustavo L. Rocha Lima

Monografia apresentada como requisito
para conclusão do Bacharelado em Ciências Econômicas

Prof. Leandro Gonçalves do Nascimento (Orientador)
Eco/UnB

Prof. José Guilherme de Lara Resende
Eco/UnB

Brasília, 17 de Julho de 2019

Dedicatória

Às cinzas do nosso passado,
que alimentam nosso futuro,
e às nossas cinzas futuras,
que alimentarão outras passadas.

Agradecimentos

Agradeço aos meus professores e colegas,
aos meus amigos,
aos meus pais e familiares:
todos indispensáveis à execução deste trabalho.

Resumo

A situação de um mercado cujo bem possui substitutos perfeitos é muito recorrente e interessante. Exemplos são os mercados de qualquer bem cujo uso dispensa o uso de bens do mesmo tipo e o mercado de combustíveis automotivos. Este trabalho busca estudar as relações internas entre as variáveis relevantes quando as firmas têm poder de mercado em um contexto de dois bens através de um modelo de equilíbrio parcial com e sem informação perfeita. Resulta que os equilíbrios se assemelham à competição a la Bertrand, com informação perfeita; e concorrência monopolística, na sua ausência.

Palavras-chave: Organização Industrial, Concorrência Imperfeita, Subtituição Perfeita

Abstract

The market setup where the good to be marketed has perfect substitutes is both frequent and interesting. Examples range from any good whose consumption makes other good useless to fuel for everyday vehicles. In order to achieve this goal, partial equilibrium models with market power will be used, in the context of a two good analysis, with and without the perfect information assumption. In conclusion, the equilibria resembles Bertrand competiton when there is perfect information, and monopolistic competion when there isn't.

Keywords: Industrial Organization, Imperfect Competition, Perfect Substitutes

Sumário

Capítulo 1

Introdução

O presente trabalho busca estabelecer um modelo para o comportamento de mercados de bens perfeitamente substitutos, partindo de estruturas de mercado imperfeito, isto é onde uma firma ou várias ofertam bens perfeitamente substitutos e têm poder de mercado. A importância deste tema revela-se em algumas situações de decisão de preço interessantes. Primeiramente, quaisquer bens que cumpram a mesma função (ou seja, do ponto de vista do consumidor seus consumos concomitantes não são desejáveis) se enquadram na categoria de bens perfeitamente substitutos. Os exemplos são muitos: a decisão, por exemplo, sobre a compra de uma cadeira de determinado modelo, ou lâmpada, ou manteiga de determinada marca[1], entre outros. Assim, a decisão de preço desses bens se enquadra na análise proposta aqui caso a estrutura de mercado seja como proposto.

O mercado é constituído, basicamente por duas estruturas que precisam ser definidas. A primeira parte a ser delimitada é a demanda, a segunda a oferta. Para especificá-las formalmente, será empregada a teoria do consumidor clássica e teoria de concorrência imperfeita. Quanto à demanda, uma vez que os casos de interesse são de bens substitutos perfeitos, basta definir função de utilidade que se comporte de acordo.

A segunda parte da estrutura, onde se concentrarão a maior parte dos esforços explicativos, é a oferta. Ela receberá a maior parte da atenção porque incorpora, na sua descrição, as relações de interesse deste trabalho, uma vez que é na maneira como descrevemos o comportamento das firmas e da oferta que transparece a competição imperfeita. Além disso, o modelo de assimetria de informação abordado mais adiante é aquele onde os consumidores detêm a informação e a firma não.

Sendo assim, surgem alguns modos de descrever a oferta que se adaptam à discussão proposta aqui. Um é o de monopólio clássico, descrito notavelmente por Robinson (1933), e hoje incorporado no pensamento econômico, que consiste essencialmente de uma

[1]É natural pensar, nesse caso, nos modelos que seguem a tradição de Chamberlin(1933). A relação deles com a modelagem proposta aqui será abordada.

firma ofertante que detém todo mercado. Assim, estudam-se os casos onde a firma monopolista oferta dois bens perfeitamente substitutos em duas circunstâncias, conhecendo perfeitamente a demanda que enfrenta e desconhecendo-a.

Outro modo de descrever a oferta adequado é o oligopólio. No escopo deste trabalho, será estudado um caso particlar de oligopólio, que é o duopólio de preços. Assim como o monopólio clássico, a exposição será repartida em um modelo com informação perfeita e outro sem.

Com essas duas estruturas delimitadas, será possível tentar compreender melhor as relações de preço, custo, demanda e produção em mercados de bens perfeitamente substitutos e fornecer alguma intuição sobre o funcionamento de tais mercados na presença e ausência de assimetria de informação, assim como relacionar as diferentes formas de competição imperfeita.

Feitas essas considerações, passemos ao desenvolvimento dos modelos.

Capítulo 2

Modelos com informação perfeita

Os modelos abordados neste capítulo têm como hipótese a informação perfeita, ou seja, que o ofertante conhece a demanda do mercado onde irá operar. A implicação disto é um modelo profundamente determinístico, onde as hipóteses, associadas aos parâmetros, apontam para valores bem definidos de quantidade consumida, preço e bem-estar.

Uma consideração inevitável sobre esse modelo, ainda que não relacionada a informação, é a influência do tempo e de outras variáveis de fora da modelagem. Estes fatores são considerados exógenos, e podem afetar o resultado do modelo somente através da alteração dos parâmetros. A modelagem aqui proposta, como qualquer outra abstração de realidade, não tenta substituí-la, mas sim estilizar e clarificar determinadas relações. E como todo modelo, especialmente na economia, deve ser encarado como uma previsão tendencial do comportamento, não como representação absoluta.

Deixando essa ressalva, podemos continuar a elaboração do modelo.

2.1 Comportamento do consumidor

O primeiro passo para modelar o comportamento do comsumidor de maneira precisa e consistente é delimitar uma função de utilidade. Para atender às condições necessárias para ser interpretada como uma demanda por bens perfeitamente substitutos, consideraremos que os consumidores (ou um consumidor que represente o mercado) resolve a seguinte problema de maximização, supondo que sua renda é suficientemente alta:

$$\max_{q_1,q_2} \qquad u(q_1, q_2) = \phi(\alpha q_1 + q_2) - p_1 q_1 - p_2 q_2 \tag{2.1}$$

onde α é um parâmetro constante e ϕ é uma transformação crescente e côncava. É possível mostrar que, nessas condições, as demandas serão multivaloradas quando $\frac{p_1}{p_2} = \alpha$.

Armstrong e Vickers (2016) propõem uma maneira de maximizar uma família de funções de utilidade, caracterizadas por gerar excedente do consumidor homotético, que enquadra a família de funções proposta acima. Em seu trabalho, os autores mostram que, para funções de utilidade caracterizadas por $u(\mathbf{q}) = h_1(\mathbf{q}) + g(h_2(\mathbf{q}))$, onde $h_1(.)$ e $h_2(.)$ são homogêneas de grau 1 e $g(.)$ é crescente e côncava, não só o excedente será homotético, mas a solução do problema do consumidor pode ser obtida em duas etapas. Para ver que a utilidade em 2.1 se enquadra nessa família, considerando $h_1(\mathbf{q}) = 0$, $h_2(\mathbf{q}) = \alpha q_1 + q_2$ e $g(.) = \phi(.)$.

A maximização da utilidade se dá, então, primeiro pela minimização do gasto sujeito à quantidade composta, $h_2(\mathbf{q}) = \alpha q_1 + q_2$, ser igual a 1. A primeira otimização se traduz, simplesmente, em encontrar o menor gasto possível para consumir uma unidade do bem composto, ou seja:

$$e(p_1, p_2) = \min_{q_1, q_2} : \{p_1 q_1 + p_2 q_2 \mid \alpha q_1 + q_2 = 1\} \tag{2.2}$$

onde $e(p_1, p_2)$ é uma função de dispêndio unitária. Essa função pode ser interpretada como o preço para o bem composto. Na situação aqui apresentada, a função dispêndio terá a seguinte configuração:

$$e(p_1, p_2) = \begin{cases} p_1, & \text{se } p_1/p_2 < \alpha \\ p_2, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

É importante notar que, já agora, depreende-se que se a razão de preços for menor que α, somente o bem 1 será consumido e, caso contrário, só o bem 2 será consumido. O próximo passo é escolher a quantidade composta ótima, por meio da maximização de $\phi(Q) - e(p_1, p_2)Q$. A condição de primeira ordem será $\phi'(Q) = e(p_1, p_2)$.

A demanda resultante dessa maximização será, por fim, igual a:

$$q_1 = \begin{cases} \frac{\phi'^{-1}(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}, & \text{se } \frac{p_1}{p_2} < \alpha \\ 0, & \text{se} \frac{p_1}{p_2} > \alpha \end{cases} \qquad \text{e} \qquad q_2 = \begin{cases} \phi'^{-1}(p_2), & \text{se } \frac{p_1}{p_2} > \alpha \\ 0, & \text{se} \frac{p_1}{p_2} < \alpha \end{cases}$$

Quando a razão de preços for igual ao parâmetro α, o consumidor fica indiferente ao consumo misto dos dois bens. Isso significa que, nesse caso, que a demanda não será representada por um ponto, mas sim um conjunto, caracterizado pelas quantidades: $(q_1^*, q_2^*) = (\lambda\frac{\phi'^{-1}(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}, (1-\lambda)\phi'^{-1}(p_2)$, com $\lambda \in [0, 1]$. Isto, ainda que seja relevante do ponto de vista da formalização do modelo, não afetará a solução do problema de maximização do lucro. Daqui em diante, será relevado, de uma maneira geral, este fato, feita a constatação de que os equilíbrios e a análise seguirão inalterados.

Esse tipo de utilidade permite agregação e o seu entendimento como representante da demanda de todo um mercado. A utilidade é o excedente do consumidor são idênticos, e o excedente total é dado por: $ET = u(q_1, q_2) - c_1q_1 - c_2q_2$, supondo custos marginais constantes. Além disso, como vimos, o excedente do consumidor será homotético nas quantidades.

Essa utilidade faz parte das utilidades ditas quase-lineares, que são caracterizadas pelo retorno marginal da moeda constante e normalizado para 1. Ao empregar uma função assim, a utilidade é expressa em unidades monetárias e tem a mesma interpretação do excedente do consumidor. Além disso, a demanda resultante tem a propriedade de não depender da renda caso esta seja suficientemente alta.

Na estrutura de demanda desenhada acima não é possível delimitar demandas inversas. Isto ocorre por que um mesmo preço para o bem 1 pode gerar várias quantidades demandas, ou melhor dizendo, vários pares de quantidade estão associados ao mesmo preço, fazendo com que a demanda inversa seja uma correspondência. Para exemplificar, note que o par de quantidades $(0, q_2)$ é relacionado a qualquer preço do bem 1 maior do que $\phi'(q_2)$ [1].

O comportamento do consumidor, incorporando o traço de interesse, que é a substituição perfeita, e também incorporando a relação negativa entre demanda e preço. Esta definição possibilita que iniciemos a seção seguinte, para desenvolver o lado da oferta e os equilíbrios sob concorrência imperfeita.

2.2 Monopólio com substituição perfeita

A primeira abordagem será feita, como dito anteriormente, a partir do modelo clássico de monopólio. Em essência, as hipóteses serão que há um único ofertante ou os ofertantes de dois dados bens perfeitamente substitutos se comportam como um único monopolista maximizador de lucro (estrutura condizente com um mercado cartelizado) e a função de demanda do mercado é conhecida.

O sistema de demandas que representará as quantidades consumidas dos dois bens será descrito por [2]:

$$q_1 = \begin{cases} \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}, & \text{se } \frac{p_1}{p_2} < \alpha \\ 0, & \text{se } \frac{p_1}{p_2} > \alpha \end{cases} \quad \text{e} \quad q_2 = \begin{cases} f(p_2), & \text{se } \frac{p_1}{p_2} > \alpha \\ 0, & \text{se } \frac{p_1}{p_2} < \alpha \end{cases}$$

No caso de igualdade de preços, a demanda será representada por um conjunto de possíveis valores entre 0 e o valor ótimo, assim como na seção anterior foi descrito.

[1] De modo tal que $p_1(0, q_2) = \{x \in R | x > \phi'(q_2)\}$

[2] As demandas apresentadas abaixo, de acordo com a seção anterior, iguais a: $f(x) = \phi'^{-1}(x)$

Nas equações acima, o α representa um parâmetro de utilidade dos dois bens. Tal parâmetro pode ser interpretado comoa razão das utilidades marginais de cada bem[3]. É importante notar que, em nosso caso, essa relação é constante, e ela representa o quanto, em unidades monetárias, um bem é valorado com relação a outro.

Conhecendo esse sistema de demandas, a firma monopolista ou o cartel maximizarão seu lucro. O problema da monopolista será descrito por:

$$\max_{p_1,p_2} \quad \pi(p_1,p_2) = q_1(p_1)(p_1-c_1) + q_2(p_2)(p_2-c_2)$$

A rigor, o lucro não será uma função, mas sim uma correspôncia, uma vez que da demanda ser multivalorada na quando a razão de preços é α. Isto faz com que não seja possível derivar diretamente. Ainda assim, podemos analisar a maximização em dois conjuntos, um com $p_2/p_1 > \alpha$ e outro com o caso contrário, e encontrar os equilíbrios. Teremos dois conjuntos de pares de preços que têm de ser comparados para obter o equilíbrio, dados os parâmetros. São eles:

$$\begin{cases} p_1^* = c_1 - \frac{f(\frac{p_1^*}{\alpha})}{f'(\frac{p_1^*}{\alpha})}\alpha \\ p_2^* > \frac{p_1^*}{\alpha} \end{cases} \qquad \text{ou} \qquad \begin{cases} p_2^* = c_2 - \frac{f(p_2^*)}{f'(p_2^*)} \\ p_1^* > \frac{p_2^*}{\alpha} \end{cases}$$

É adequado ao escopo deste trabalho supor que os equilíbrios p_1^* e p_2^* são únicos e de fato máximos. Note que os equilíbrios da esquerda induzem o consumidor a comprar somente bem 1, e os da direita bem 2. Cada qual terá associado um lucro e, sendo assim, podemos propor que o monopolista irá escolher os equilíbrios com oferta de bem 1 quando:

$$\frac{f(\frac{p_1^*}{\alpha})}{\alpha}(p_1^* - c_1) > f(p_2^*)(p_2^* - c_2)$$

Podemos discriminar esses equilíbrios com base nos parâmetros c_1, c_2 e α. O que resulta disso é a seguinte asserção: se $\frac{c_1}{\alpha} < c_2$, então o equilíbrio será com o bem 1; e se $\frac{c_1}{\alpha} > c_2$, será com o bem 2.

Para ver por que a proposição acima de fato é verdadeira é necessário observar o comportamento da função lucro nos pontos ótimos. Para tanto, separemos em duas partes, $\pi_1 = (p_1 - c_1)(\frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha})$ e $\pi_2 = (p_2 - c_2)f(p_2)$. A ideia é comparar π_1 e π_2. Note que, quando $\frac{c_1}{c_2} = \alpha$, os lucros serão iguais no máximos, ou seja, $\pi_1^* = \pi_2^*$, pois se trata da maximização de uma mesma função. Pelo teorema do envelope, a derivada de π_1^* com relação ao custo c_1 é negativa, e de π_2^* é nula. Decorre disso que um aumento em c_1

[3]Formalmente: $\alpha = \frac{\frac{\partial u}{\partial q_1}}{\frac{\partial u}{\partial q_2}}$

implica, necessariamente, em $\pi_1^* < \pi_2^*$ e faz com que $\frac{c_1}{c_2} > \alpha$, como proposto. A mesma lógica mostra a primeira parte da asserção.

A conclusão é, portanto, que os equilíbrios terão a seguinte constituição:

$$\text{Se } \frac{c_1}{\alpha} < c_2 : \begin{cases} p_1^* = c_1 - \frac{f(\frac{p_1^*}{\alpha})}{f'(\frac{p_1^*}{\alpha})}\alpha \\ p_2^* > \frac{p_1^*}{\alpha} \end{cases} , \qquad \text{se } \frac{c_1}{\alpha} > c_2 : \begin{cases} p_2^* = c_2 - \frac{f(p_2^*)}{f'(p_2^*)} \\ p_1^* > \alpha p_2^* \end{cases}$$

É interessante notar que, dentre os infinitos equilíbrios, um deles é aquele onde a firma simpesmente age como um monopolista enfrentando a demanda de cada um dois bens separadamente, ou seja: $p_1^* = c_1 - \frac{f(\frac{p_1^*}{\alpha})}{f'(\frac{p_1^*}{\alpha})}\alpha$ e $p_2^* = c_2 - \frac{f(p_2^*)}{f'(p_2^*)}$, $\forall\ c_1, c_2$

A solução de preços ótimos de equilíbrio não possuirá nada análogo a uma descontinuidade com relação aos custos, ainda que seja impossível realizar uma previsão para o preço, pois existem múltiplas possibilidades. É notável o fato de que o custo do bem 1 não terá impacto na margem sobre seu preço de equilíbrio se $c_1 > \alpha c_2$ (a solução determina somente que $p_1^* > \alpha p_2^*$).

Ainda assim, os preços terão uma relação com o parâmetro α, uma vez que ele sempre determina o nível mínimo de substituição. Isso é interessante por que leva a concluir que há um papel importante nesse parâmetro, que faz com que a relação dos custos e dos equilíbrio seja mediada por ele. Surge uma tendência, ainda que não muito clara, de que a razão de preços orbite o parâmetro.

Uma outra característica desse modelo é que, dados custos desiguais ($\frac{c_1}{\alpha} \neq c_2$), somente um bem será comercializado. Isso é reflexo da forma da demanda, com substituição perfeita por todos consumidores em um mesmo nível α. Mesmo com informação perfeita é possível propor modelos onde haja diferentes consumidores com diferentes preferências, de modo que no equilíbrio haja oferta dos dois bens.

Quanto ao bem-estar associado a esse modelo, podemos facilmente ver que ele terá alguma perda de peso-morto, pelo simples fato de existir uma forte tendência a preços superiores ao custo marginal. Comparando esse modelo ao modelo com um único bem, no entanto, é argumentável que o consumidor sairá melhor na presença do outro bem quando este último tiver custo mais baixo. Se assim for, o bem 2 representa uma tecnologia mais eficiente e por isso pode aumentar o excendente total da economia, apesar da ineficiência.

2.3 Duopólio em preços

Se considerássemos, por exemplo, que cada um dos dois bens possui um vendedor independente e maximizador de lucro, o problema mudaria de figura e se igualaria à competição de preços com bens homogêneos (modelo de Bertrand). Vives (1999) faz uma boa revisão e análise desse tema. A determinação dos equilíbrios, nesse caso, se caracteriza pela competição entre as firmas, de modo tal que, em uma guerra de preços, as firmas levem o preço a ser igual ao custo marginal (se os custos marginais forem iguais).

No caso clássico de Bertrand, quando há diferença entre os custos marginais, o preço equilíbrio costuma não estar bem definido quando $p \in \mathbf{R}$, por uma razão de descontinuidade na função de lucro. É possível, no entanto, determinar que o preço tende a estar próximo do custo marginal mais alto.

Aplicando a mesma lógica, podemos achar os equilíbrios quando a substituição é feita não quando a razão de preços excede um, mas quando ela excede um parâmetro fixo α. É possível interpretar tal situação como uma maneira de generalização o equilíbrio a la Bertand.

Na seção anterior, a não fizemos suposição sobre o que acontece quando a razão de preços se iguala a α. A suposição mais comum, em modelos de Bertrand, é de que a demanda se divide quando ocorre igualdade. Não seria totalmente sem sentido supor que o consumidor opta pelo ofertante com menor custo marginal. Esta última suposição faria com que os equilíbrio ficassem bem definidos, e não só como tendência. Na definição seguinte, utiliza-se a definição clássica.

Sendo assim, os lucros se configuram da seguinte maneira, sendo π_1 o lucro da firma que oferta o bem 1, e π_2 o lucro da firma do bem 2:

$$\pi_1 = \begin{cases} \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}(p_1 - c_1), & \text{se } p_1/p_2 < \alpha \\ \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{2\alpha}(p_1 - c_1), & \text{se } p_1/p_2 = \alpha \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \pi_2 = \begin{cases} f(p_2)(p_2 - c_2), & \text{se } p_1/p_2 > \alpha \\ \frac{f(p_2)}{2}(p_2 - c_2), & \text{se } p_1/p_2 = \alpha \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Há dois tipos distintos de equilíbrio neste caso. Um se dá quando o custo de um produtor é muito diferente do custo do outro. Nesse caso, o preço de monopólio (isto é, que maximiza o lucro irrestritamente) de quem possui o custo mais baixo pode estar abaixo do custo marginal do outro. Neste caso, o equilíbrio será igual ao de monopólio. O segundo caso ocorre quando os custos estão suficientemente próximos, então equilíbrio será pautado pelo maior custo marginal, de modo tal que: se $c_1 = \alpha c_2$, então $p_1 = c_1$ e $p_2 = c_2$, de modo que $\frac{p_1}{p_2} = \alpha$. Caso $c_1 > \alpha c_2$, o equilíbrio será com $p_2 \to \frac{c_1}{\alpha}$ e $p_1 \geq c_1$, de modo que $\frac{p_1}{p_2} > \alpha$. No último caso, $c_1 < \alpha c_2$ então $p_1 \to c_2\alpha$ e $p_2 > c_2$.

A argumentação para esse segundo par de equilíbrios é idêntica àquela do jogo de Bertrand clássico. Primeiro, seja $c_1 > \alpha c_2$. Neste caso, qualquer $p_2 > \frac{c_1}{\alpha}$ permite que a ofertante do bem 1 ponha seu preço de modo tal que $\frac{p_1}{p_2} < \alpha$ e $p_1 > c_1$, resultando em lucro positivo para 1. Nesse caso, a firma 2 teria incentivos para baixar ainda mais seu preço de modo a obter todo mercado, até o limite onde a firma 1 teria lucro 0. Esse limite é com $p_2 \to \frac{c_1}{\alpha}$ por baixo[4], e a única maneira da firma 1 conseguir atrair a demanda seria colocando seu preço menor que c_1, para reduzir a razão de preços. Isso, no entanto, resultaria em prejuízo.

A mesma análise é feita para o equilíbrio com $p_1 \to \alpha c_2$ equilíbrio, trocando as firmas. Assim, chegamos a um equilíbrio de preços que pode ser expresso de maneira semelhante à seção anterior[5]:

$$\text{Se } \frac{c_1}{\alpha} < c_2 : \begin{cases} p_1^* \to \min\{\alpha c_2, p_1^{**}\} \\ p_2^* = c_2 \end{cases} , \qquad \text{se } \frac{c_1}{\alpha} > c_2 : \begin{cases} p_2^* \to \min\{\frac{c_1}{\alpha}, p_2^{**}\} \\ p_1^* = c_1 \end{cases}$$

Comparação dos equilíbrios

A soma dos lucros no duopólio será menor ou igual à do monopólio (quando a variável de escolha é preço), pois a solução descrita acima seria factível para o monopolista, ou seja, ele poderia escolhê-la, e se não o faz é por que há outra possibilidade melhor ou igual.

As propriedades de bem-estar dos equilíbrios são semelhantes, uma vez que ambos têm perda de peso-morto maior igual a zero. No caso de duopólio, no entanto, há uma tendência a preços menores e ineficiência menores, além do fato de que os preços serão competitivos sempre que $c_1 = \alpha c_2$.

2.3.1 Exemplo

Para exemplificar todos esses, vamos calcular os equilíbrios de um monopólio com as características ditas quando enfrenta consumidor que possui demandas lineares e parâmetro $\alpha = 0.7$.

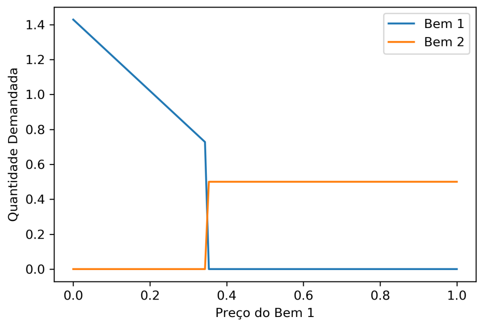
As demandas serão descritas pelo seguinte sistema:

$$q_1 = \begin{cases} \frac{A - \frac{B}{\alpha} p_1}{\alpha}, & \text{se } p_1/p_2 < \alpha \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \qquad \text{e} \qquad q_2 = \begin{cases} A - Bp_2, & \text{se } p_1/p_2 \geq \alpha \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

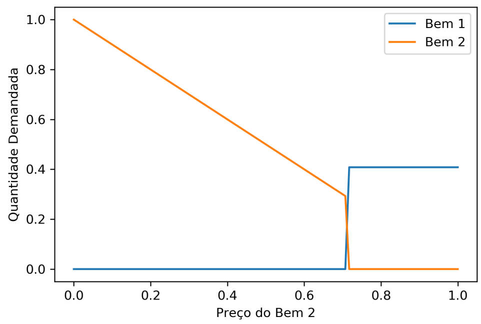
No caso da igualdade, as terão várias possibilidades, como foi comentado na seção anterior. Graficamente, as demandas serão:

[4] Não podemos escrever com igualdade se supormos que a firma 1 oferta mesmo com lucro 0. Sob a hipótese contrária, de que as firmas ofertam somente se o lucro for estritamente positivo, podemos usar a igualdade.

[5] p_1^{**} é a solução de monopólio para a firma 1, e p_2^{**} para a firma 2.

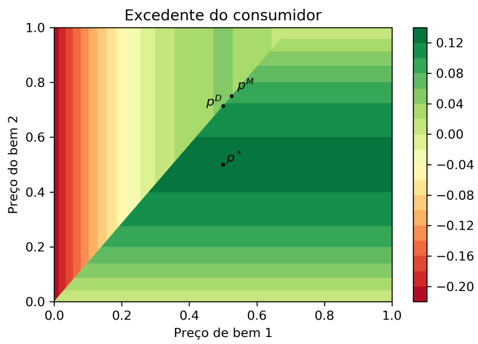


(a) A=B=1, $p_2 = 0.5$

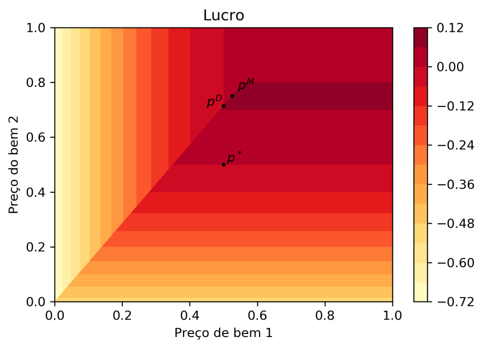


(b) A=B=1, $p_1 = 0.5$

Quanto aos lucros e o excedente no equilíbrio, estes se comportarão como explicitado nos gráficos seguintes.



(a) A=B=1, $c_1 = c_2 = 0.5$



(b) A=B=1, $c_1 = c_2 = 0.5$

Capítulo 3

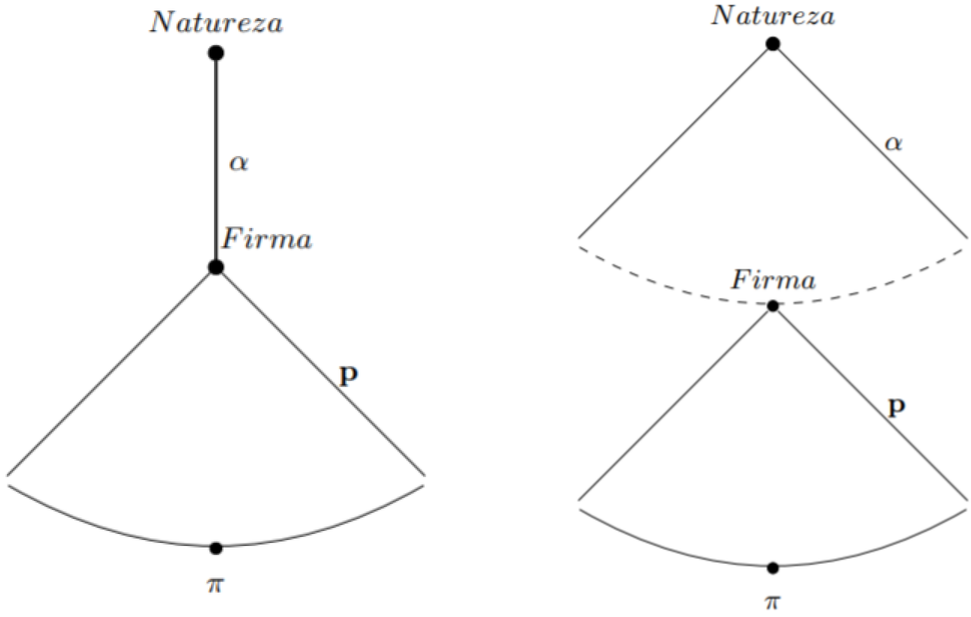
Modelos com incerteza

Os efeitos da incerteza

O tratamento a ser dado a incerteza neste trabalho será bem específico. A hipótese que exprime claramente o modo como a incerteza irá afetar a decisão da monopolista no modelo é a de que a firma desconhece a relação de utilidades marginais do consumidor (ou consumidores), apesar de conhecer a sua utilidade. Como fonte de informação, a ofertante, por hipótese, acredita que essa relação segue uma determinada distribuição.

A parte da demanda dessa estrutura, na óptica da firma, é afetada qualitativamente pela possibilidade de existirem diferentes parâmetros. Um parâmetro negativo ou nulo, por exemplo, representaria um "bem mal"ou um bem neutro. Estes caso não fazem parte da análise proposta. Um parâmetro muito elevado está associado a uma demanda elevada.

Para ilustrar com mais clareza a situação, seguem abaixo duas árvores representando o processo decisório da firma. A primeira é do caso com informação perfeita, quando a natureza escolhe o tipo α do consumidor, e então a firma conhece esse tipo e maximiza seu lucro de acordo. A segunda árvore, do caso com informação imperfeita, a natureza escolhe o tipo, contudo a firma não o observa. Como fonte de informação a firma tem, por sua vez, um conhecimento sobre a distribuição do parâmetro.



(a) Informação Perfeita

(b) Informação Imperfeita

O efeito da incerteza sobre a expectativa da monopolista sobre a demanda se dá em dois sentidos: quanto ao *tamanho* e quanto ao *grau de substituição* entre os bens. A primeira parte dificulta o estudo comparativo entre o caso determinístico e o modelo exposto a seguir.

Além disso, ao postular que a função a ser maximizada é o lucro esperado, subentende-se neutralidade ao risco por parte da ofertante, uma vez que a dispersão dos potenciais lucros não importa, somente o valor médio. Em alguns outros trabalhos isso é tratado de maneira diferente, como Dana (1999), McCall (1971) e Smith (1969).

3.1 Maximização de lucro esperado

A expressão do lucro esperado dependerá, então, de uma distribuição de $\rho(\alpha)$ que for considerada adequada pelo monopolista. Assim, o problema é equivalente a considerarmos que a firma enfrenta um contínua de consumidores com utilidade dependente de α que é distruibuído de acordo com a função $\rho(\alpha)$. Assim, o problema se torna:

$$\max_{p_1,p_2} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \pi(p_1, p_2, \alpha)\rho(\alpha)d\alpha$$

O sistema de demandas, por possuir as características de substituição perfeita comentadas no capítulo anterior, permite quebrar a integral em duas partes e reescrevê-la em função da razão de preços. Isso ocorre pois a firma sabe que uma razão de preços maior ou menor vai levar os consumidores a demandar um ou outro bem. Fazendo essa operação e reorganizando os termos de modo conveniente, obtemos por fim que o problema do monopolista será [1]:

$$\max_{p_1,p_2} \quad (p_1 - c_1)\int_{\frac{p_1}{p_2}}^{+\infty} \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}\rho(\alpha)d\alpha + (p_2 - c_2)f(p_2)\int_{-\infty}^{\frac{p_1}{p_2}} \rho(\alpha)d\alpha$$

É possível, no problema acima, definir demandas esperadas [2]. As demandas esperadas mantêm a propriedade de ser decrescescentes nos preços dos próprios bens. Isso é importante, e faz com que o problema de maximização de lucro esperado seja semelhante ao problema de maximização de lucro com demandas interdependentes. Além disso, é possível mostrar até que, em termos esperados para a firma, os bens serão considerados substitutos imperfeitos e as derivadas cruzadas serão ambas positivas e iguais[3] a $\frac{f(p_2)}{p_2}p(\frac{p_1}{p_2})$, supondo a derivabilidade das demandas.

As condições de primeira ordem do problema (quando as supomos suficientes) trazem algumas intuições sobre o comportamento da firma nesse caso. A derivada do lucro esperado com relação ao preço do bem 1 será $\frac{\partial\pi}{\partial p_1}$ igual a:

$$\left[\underbrace{\int_{\frac{p_1}{p_2}}^{+\infty} f'\Big(\frac{p_1}{\alpha}\Big)\frac{\rho(\alpha)}{\alpha^2}d\alpha}_{A_1} - \underbrace{\frac{f(p_2)}{p_1}\rho(\frac{p_1}{p_2})}_{A_2}\right](p_1 - c_1) + \underbrace{\int_{\frac{p_1}{p_2}}^{+\infty} \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}\rho(\alpha)d\alpha}_{B} + \underbrace{\frac{\rho(\frac{p_1}{p_2})f(p_2)(p_2 - c_2)}{p_2}}_{C}$$

O aumento do preço do bem 1 afeta o lucro por três canais: o primeiro é o impacto do aumento de preços sobre a quantidade demandada. Ele é, portanto, negativo, e pode, nesse caso, ser decomposto em duas partes: uma diz respeito ao movimento característico da demanda de cair dado um aumento de preços (A_1). A segunda parte de queda da demanda diz respeito à diminuição da proporção de pessoas que comprarão o bem 1 (A_2). É basicamente o fato de que, ao aumentar a razão de preços, a firma espera que alguns consumidores substituam bem 1 por bem 2. O segundo canal, típico da maximização de lucros, é o aumento de receita dado o aumento do preço, representado por B. Note que, uma vez que o intervalo de tipos α dos consumidores que irá consumir bem 1 depende da razão de preços, esta também afeta o formato da demanda. Por fim, a proporção de pessoas que irão consumir o bem 2 aumenta, o que constitui o terceiro canal de relação entre o lucro e o preço do bem 1, representado por C.

[1] A função f está definida exatamente da mesma maneira que no capítulo anterior

[2] $f_1^E(p_1,p_2) = \int_{\frac{p_1}{p_2}}^{+\infty} \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha}p(\alpha)d\alpha$ e $f_2^E(p_1,p_2) = f(p_2)\int_{-\infty}^{\frac{p_1}{p_2}} p(\alpha)d\alpha$

[3] Isso é esperado, uma vez que todo impacto da variação de um preço sobre o consumo do outro bem se dá através da variação das probabilidades de consumo e estas somam sempre 1

Algo importante a ser notado é que o comportamento dessa função de demanda esperada será semelhante ao daquelas que possuem substituição imperfeita. Em outras palavras, os equilíbrios de preço serão equivalentes àqueles de um caso onde há demandas determinísticas que são iguais às demandas esperadas. Mudariam, naturalmente, as quantidades transacionadas e o lucro auferido de fato.

A derivada do lucro esperado com relação a p_2 terá constituição semelhante. Será dada por:

$$\int_{-\infty}^{\frac{p_1}{p_2}} \rho(\alpha)d\alpha \left(f'(p_2)(p_2 - c_2) + f(p_2)\right) - \frac{f(p_2)\ p_1\ \rho(\frac{p_1}{p_2})(p_2 - c_2)}{p_2^2} + \frac{\rho(\frac{p_1}{p_2})f(p_2)(p_1 - c_1)}{p_2}$$

A principal conclusão é que, na presença de informação imperfeita em uma configuração bem específica (que é quando o ofertante desconhece o valor da razão de preços para qual os consumidores substituem um bem por outro) o monopolista pode se comportar como se enfrentasse uma demanda de bens substitutos imperfeitos. Esta conclusão depende da distribuição especificada.

O problema de demandas unitárias

A utilização de demandas unitárias, isto é, aquelas onde os consumidores compram 1 unidade do bem 1 caso a relação de preços seja menor que α, e bem 2 caso contrário; é bem atraente, porém não seria possível encontrar solução, pois o lucro não seria limitado nos preços.

Observando que, dada uma relação de preços, o monopolista terá seu lucro dado por uma vez o preço do bem que for consumido menos uma vez o custo. Assim, quanto mais ele aumentar o preço, desde que mantenha constante a razão de preços, mais irá aumentar seu lucro.

Com mais formalidade, note que $\pi = (p_1 - c_1)\int_{\frac{p_1}{p_2}}^{+\infty} \rho(\alpha)d\alpha + (p_2 - c_2)\int_{-\infty}^{\frac{p_1}{p_2}} \rho(\alpha)d\alpha$ nesse caso. O limite da função lucro quando um do preços vai a infinito, utilizando as propriedades da função de densidade,se torna: $\lim_{p_1 \to \infty} \pi = \lim_{p_1 \to \infty} p_1 - c_1 = \infty$. Dito isso, é necessário que a função de demanda esperada seja decrescente nos preços para que o problema esteja bem-definido.

3.1.1 Duopólio com informação imperfeita

Assim como fizemos no capítulo anterior, podemos supor que cada um dos bens é comercializado por uma firma monopolista diferente. Uma ressalva deve ser feita sobre a percepção das firmas acerca das demandas esperadas. Para obtermos resultados consistentes com os modelos canônicos, é necessário supor que essa crença seja igual, de modo tal que cada firma acredite que a função $f(.)$ tem um mesmo formato e que o parâmetro α tem uma mesma distribuição. Ao quebrar essa suposição, não necessariamente se inviabiliza a interpreteção do modelo, porém seu resultado certamente será mais complexo.

Assumindo, então, que os ofertantes enfretam o mesmo sistema de demandas, o modelo resultante tem resultados sobre preços e demanda esperada idêntico ao modelo de concorrência monopolística, onde firmas competem com diferentes produtos que são altamente substitutos entre si.

Tal situação também é bem descrita por Vives (1999) e Tirole (1988). O equilíbrio resultante deste modelo de competição é tal que, se os bens são substitutos (como é o nosso caso), os preços serão menores no duopólio que no monopólio, a soma dos lucros também será menor. Somente o excedente do consumidor e o social serão maiores.

Comparando o índice de Lerner

Com a finalidade de traçar uma comparação entre o modelo de monopólio clássico com um único produto, o modelo de monopólio multiproduto e o modelo com assimetria de informação apresentado aqui, vamos definir o índice de Lerner no presente caso.

Essencialmente, a paritr das demandas esperadas definidas na seção anterior[4], podemos, como está descrito em Vives (1999), resumir os resultados na seguinte tabela:

Estrutura de Mercado	Índice de Lerner
Duopólio Conc. Monopolística	$\frac{p_i - c_i}{p_i} = \frac{1}{\lvert\epsilon_i\rvert}$
Monopólio Multiproduto	$\frac{p_i - c_i}{p_i} = \frac{1}{\lvert\epsilon_i\rvert}(1 + \frac{(p_j - c_j)f_j'^E}{f_i^E})$

É interessante notar que, dado a substituição expressa pela demanda esperada, é possível afirmar que o índice de Lerner do duopólio será menor que o do monopólio (Weyl e Fabinger, 2013).

Demanda esperada e demanda realizada

No modelo elaborado neste capítulo, a firma possui uma expectativa sobre o consumidor e age de acordo, escolhendo um preço antes da concretização da demanda e do conhecimento dos consumidores que serão atendidos. A decisão de quantidade ofertada, por sua vez, é feita depois. Estritamente, não é uma preocupação deste trabalho analisar o processo pelo qual se desenvolve, de maneira precisa, a produção da firma.

[4] $f_1^E(p_1, p_2) = \int_{\frac{p_1}{p_2}}^{+\infty} \frac{f(\frac{p_1}{\alpha})}{\alpha} p(\alpha) d\alpha$ e $f_2^E(p_1, p_2) = f(p_2) \int_{-\infty}^{\frac{p_1}{p_2}} p(\alpha) d\alpha$

Assim, ainda que a firma tenha uma expectativa na qual confie, representada pelo sistema de demanda esperado, a demanda realizada, por se tratar de um evento estocástico, muito frequentemente divergirá da demanda esperada. Logicamente, assumiu-se que a ofertante do bem é capaz de produzir sob demanda e, portanto, a decisão de estoques e coisas afins não cumpre papel relevante na análise. As principais conclusões são sobre as relações entre os preços e custos.

Capítulo 4

Considerações finais

4.1 Alguns exemplos

Mercado de combustíveis para automóveis

Um exemplo característico desse tipo de mercado, que motivou em parte esse trabalho, é o mercado de varejo de combustíveis. Desde um olhar inicial, já é claro que álcool e gasolina para automóveis são substitutos e que cada consumidor, individualmente, irá consumir somente um dos dois bens.

Além disso, é notável que há uma relação bem definida de eficiência entre os dois combustíveis, sendo essa relação o fato de que o etanol tem rendimento igual a sete décimos do rendimento da gasolina. No modelo apresentado, isso representaria, se assumirmos que todos consumidores acreditam nessa relação e se comportam de acordo, um parâmetro α determinístico e igual a $0,7$. Se este for o caso, um monopolista ou um cartel podem muito bem ter conhecimento disso e agir de acordo, situação que implica nos equilíbrios descritos no capítulo sobre modelos determinísticos.

Assim, era de se esperar que o custo dos combustíveis não afetassem o preço de mercado um do outro, exceto no caso onde a razão dos custos, $\frac{c_1}{c_2}$, cruza o valor crítico de α. Se isto acontece, o equilíbrio muda qualitativamente. De uma maneira mais ilustrativa, quando o custo da gasolina for menor que o custo do etanol dividido por $0,7$, o monopolista irá escolher preços que inibam o consumo de álcool *e* maximizem o lucro com consumo de gasolina. Se os custos variarem de modo tal que o custo do etanol passe a ser menor do que sete décimos do custo da gasolina, a situação se inverte. É isso que ilustram os gráficos do capítulo 2. Ao fim da análise, essa situação tende a assemelhar-se ao monopólio clássico com demandas independentes, com a diferença de que somente um bem será comercializado.

A hipótese de um parâmetro bem determinado, apesar de interessante, parece contra-intuitiva em uma análise mais demorada, uma vez que é natural que os consumidores não se atentem somente pela eficiência energética do combustível e por isso tenham preferências heterogêneas. Nestas circunstâncias, o modelo com incerteza se enquadra melhor, uma vez que considera a possibilidade de diferentes valores para α, de acordo com a distribuição escolhida. Como dito anteriormente, há duas maneiras de interpretar uma situação como essa, equivalentes do ponto de vista analítico. A primeira é consierar que o monopolista está enfrentando um contínuo de consumidores, discriminados entre si pelo parâmetro. A função densidade vai determinar "quantos"consumidores há com cada valor de α. O valor esperado representa a soma dos lucros com cada consumidor. A segunda maneira de compreender, que parece mais intuitiva, é analisar como se a firma soubesse que há no mercado um número finito de consumidores com parâmetro oriundo de um processo estocástico descrito pela função de densidade.

As conclusões de assumir a segunda hipótese são interessantes. Os equilíbrios se tornam equilíbrios típicos de um monopólio multiproduto, isto é, quando há uma firma que detém a venda de mais de um bem. Assim, os equilíbros se tornam mais precisos e, sob as condições suficientes para tanto, são únicos. A depender da função de densidade escolhida, é de se esperar que o custo do álcool tenha efeito sobre o preço da gasolina e vice-versa.

Concorrência monopolística

A estrutura de preferências descrita no início do capítulo 2 permite interpretar uma situação um pouco mais geral, onde os consumidores escolhem entre bens de uma mesma categoria, de modo tal que cada consumidor consome somente um tipo de bem dessa categoria. Um exemplo possível, como citado anteriormente, é o caso de cadeiras ou celulares. Nesse caso, como foi exposto por Armstrong e Vickers, os consumidores maximizarão sua utilidade considerando os diversos bens como um bem composto.

A conclusão mais interessante, nesse caso, é que o modelo aqui apresentado justifica o uso de sistemas de demandas típicos da concorrência monopolística (mesmo quando é notável que os consumidores, individualmente, tratem os bens como substitutos perfeitos) para analisar a dinâmica dos preços e quantidades transacionadas esperadas.

A análise que resulta pode ser resumida no seguinte resultado: uma estrutra de mercado percebida pelos ofertantes como sendo de concorrência monopolística pode ser oriunda de uma assimetria de informação sobre a valoração de cada consumidor sobre bens diferenciados mas perfeitamente substitutos.

É possível extrapolar essa situação para varejistas que comercializam um bem homogêneo, mas acreditam que os consumidores possuem preferências idiossincráticas sobre cada vendedor. As diferenças entre consumidores podem surgir de qualquer fonte: posição geográfica, marketing, ou puro gosto. Com isso quero dizer, essencialmente, que os ofertantes de um bem homogêneo creem que os consumidores estão dispostos a pagar valores diferentes para cada vendedor. Nesse caso, se os produtores supõe uma distribuição para essas preferências (um ditribuição para o parâmetro α), a situação se torna exatamente a situação descrita nesta seção, ou seja, o comportamento dos preços é similar ao caso da concorrência monopolística.

4.2 Conclusão

Este trabalho empreendeu o esforço de caracterizar alguns possíveis modelos para mercado que são descritos por demandas perfeitamente substitutos no caso de 2 bens. Primeiramente, um modelo de monopólio sob informação perfeita foi apresentado, seguido de um modelo para afrouxar a restrição de informação perfeita.

As conclusões do modelo determinístico sugerem vários possíveis equilíbrios de preço, determinados pelo parâmetro de eficiência α. A principal previsão sobre os preços é que sua a relação irá depender da razão de custos. Notavelmente: se $\frac{c_1}{c_2} < \alpha$, então o bem 1 será comercializado ao seu preço de monopólio e o bem 2 terá um preço alto o suficiente para não ser comprado ($p_2 > \frac{p_1^*}{\alpha}$). A análise se inverte caso a inequação seja o contrário. Assim, podemos concluir que a relação de preços oscila algum lugar em torno do parâmetro da utilidade.

Quando a hipótese é que cada bem é comercializado por uma firma diferente, os resultados se tornam idênticos àqueles obtidos utilizando um modelo de competição a la Bertand, com a diferenciação feita somente pelo fato de existir o parâmetro de utilidade (o que não altera a interpretação qualitativa). Neste caso, se houver diferença nos custos marginais o equilíbrio não será competitivo. O preço resultante, contudo, será menor ou igual ao preço de monopólio, implicando em uma perda de peso morto menor ou igual. O modelo com assimetria de informação sobre o parâmetro, foi construído usando uma função de densidade para α. Nesse caso, postulando que o monopolista irá maximizar seu lucro esperado, resulta que ele enfrenta uma demanda esperada que depende do formato da função de utilidade atribuída ($\phi(.)$) e da função de densidade. Sob as hipóteses de continuidade e derivabilidade da densidade, obtêm-se um sistema de demandas esperadas contínuo e derivável.

O segundo modelo, portanto, é passível de duas interpretações. A primeira, supondo que há somente uma firma maximizadora de lucro esperado, alinha suas conclusões sobre preço e quantidade esperada às do monopólio multiproduto. A segunda, supondo uma firma para cada produto, têm resultados de acordo com o modelo de concorrência monopolística, feitas as ressalvas sobre igualdade de crenças.

Referências

Armstrong, M. and Vickers, J., *Multiproduct Pricing Made Simple.* CEPR Discussion Paper No. DP11692, 2016.

Blume, C e Blume, S., *Matemática para Economistas*, Editora Bookman, São Paulo, 2004.

Chamberlin, E. *The Theory of Monopolistic Competition*, Cambridge: Harvard University Press, 1933.

Dana, J. D. *Equlibrium Price Dispertion Under Uncertainty: The Roles of Cost CApacity and Market Structure*, The RAND Journal of Economics, 1999.

Edwards, C. Reviewed Works: The Theory of Monopolistic Competition by Edward Chamberlain; The Economics of Imperfect Competition by Joan Robinson The American Economic Review, vol. 23, no. 4, 1933, pp. 683–685.

Smith, K. *The Effect of Uncertainty on Monopoly Price, Capital Stock and Utilization of Capital.* Journal of Economic Theory, 1969.

McCall, J. T. *Probabilistic Microeconomics*, The RAND Journal of Economics, 1971.

Ritz, R. *Oligopolistic competition and welfare*, Cambridge Working Papers in Economics 1680, Faculty of Economics, 2016.

Robinson, J. *The Economics of Imperfect Competition*, London: Macmillan, 1933.

Tirole, J. *The Theory of Industrial Organization* , The MIT Press, Boston, 1988.

Vives, X. *Oligopoly Pricing: Old Ideas and New Tools*, The MIT Press, Boston, 1999.

Weyl, G. e Fabinger, M. *Pass-through as an economic tool: principles of incidence under imperfect competition*, Journal of Political Economy 121(3), pp. 528-583, 2013.