

PROJETO DE GRADUAÇÃO

**Deteccção e quantificação de dano em vigas
utilizando propagação de ondas**

Por,

Lucas Silva Barreto

Brasília, 3 de dezembro de 2019

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA

FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

PROJETO DE GRADUAÇÃO

Detecção e quantificação de dano em vigas utilizando propagação de ondas

Por,

Lucas Silva Barreto

Relatório submetido como requisito parcial para obtenção
do grau de Engenheiro Mecânico

Banca Examinadora

Profa. Marcela Rodrigues Machado, UnB/ENM (Orientadora) _____

Prof. Adriano Todorovic Fabro, UnB/ENM _____

Prof. Marcus Vinicius Girão de Moraes, UnB/ENM _____

Brasília 3 de dezembro de 2019

Agradecimentos

Diversas pessoas são responsáveis direta, ou indiretamente, pela conclusão deste trabalho. Em primeiro lugar gostaria de agradecer à professora Marcela Machado, pela orientação durante todo este tempo. Sua paciência e atenção foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Muito obrigado!

Agradeço ao meu pai, Ricardo, e à minha mãe, Auxiliadora, que sempre me deram tudo que poderia precisar e querer. O apoio incondicional de vocês dois me permitiram ir mais além, e tenho a plena certeza que terminar a graduação é uma vitória para vocês também. Obrigado por tudo!

Agradeço a meus irmãos, Luan e Luanna, por estarem sempre do meu lado e tornar essa passagem no mundo mais feliz, engraçada e divertida. Nossos momentos de descontração foram fundamentais para eu poder espairecer a cabeça, e espero que possamos ser sempre amigos e que as atribuições do dia-a-dia nunca afastem nossa amizade. Vai ser uma honra estar nas suas formaturas em um futuro próximo, meus Banditos Pequenos.

À minha namorada Thamyris, minha Morena, que foi fundamental na reta final da graduação, período em que passei pelo momento mais difícil da minha vida. Você me serviu de suporte e porto seguro. Eu acredito que juntos podemos ir mais longe! Conte sempre comigo, minha amiga, parceira e amor.

Gostaria de agradecer a Seu Zé Mauro, Dona Marta e Juninho pelas comidas nos fins de semana, pelas brincadeiras e pelo companheirismo. Saber que vocês também estavam torcendo para a conclusão da graduação em engenharia aquece meu coração e serei sempre grato por isso.

Agradeço a toda minha família, de Aracaju e Brasília, por sempre me apoiarem e fazerem parte da minha formação como ser humano. O carinho de vocês é surreal, e tenho a plena certeza que tenho os melhores tios e primos do mundo. E a todos os meus amigos que fiz nessas cidades, meu muito obrigado pelas conversas, discussões e rolês que fizemos ao longo da vida.

Finalmente, agradeço à Universidade de Brasília, à Faculdade de Tecnologia e ao Departamento de Engenharia Mecânica por terem me permitido utilizar suas instalações de maneira pública e gratuita a fim de concluir minha aprendizagem profissional.

*I met a traveller from an antique land
Who said: Two vast and trunkless legs of stone
Stand in the desert. Near them, on the sand,
Half sunk, a shattered visage lies, whose frown,
And wrinkled lip, and sneer of cold command,
Tell that its sculptor well those passions read
Which yet survive, stamped on these lifeless things,
The hand that mocked them and the heart that fed:
And on the pedestal these words appear:
'My name is Ozymandias, king of kings:
Look on my works, ye Mighty, and despair!
Nothing beside remains. Round the decay
Of that colossal wreck, boundless and bare
The lone and level sands stretch far away.
(Ozymandias, 1818, escrito por Percy Shelley)*

Resumo

A identificação de danos em estruturas complexas, tais como pontes, carros e aeronaves, é de vital importância para o monitoramento de parâmetros que podem afetar sua confiabilidade. O presente projeto aborda a identificação de trincas em vigas de Euler-Bernoulli usando propagação de ondas e diferentes índices de dano. Este trabalho realiza análises numéricas de detecção de dano em vigas do tipo Euler-Bernoulli utilizando o Método do Elemento Espectral. É apresentado a formulação do Método do Elemento Espectral para um elemento de viga com e sem dano não propagante, bem como são apresentados os principais métodos de identificação de dano e processamento de sinais utilizados na área. Para mostrar a aplicação das técnicas, são calculados os índices de dano considerando tanto sinais determinísticos quanto sinais aleatórios. Os resultados mostram que os índices de dano são capazes de identificar a presença de dano condicionado à distância do ponto de aplicação do pulso. Também é mostrado a presença de ruído no sinal influencia pouco alguns índices de dano, o que os torna interessantes em aplicações experimentais.

Palavras-chaves: Detecção de dano, Monitoramento estrutural, Método do elemento espectral, Propagação de ondas.

Abstract

Damage identification in complex structures, such as bridges, vehicles and airplanes is extremely important for monitoring of parameters that can affect the reliability of the system. This project addresses damage identification on Euler-Bernoulli beams using wave propagation and different damage indexes. This work conducts numerical analysis of damage detection in Euler-Bernoulli beams using the Spectral Element Method. It is presented the formulation of the Spectral Element Method for the beam type element with and without damage, as well as the main methods for damage identification and signal processing are presented. To report the application of the techniques, the damage index are calculated considering deterministic and random signals. Results show that damage indexes are able to identify the presence of damage conditioned to the distance of the pulse application point. It is also shown that the presence of noise have little influence in some damage indexes, which makes them interesting in experimental applications.

Key-words: Damage detection, Structural health monitoring, Spectral element method, Wave propagation.

Lista de Figuras

Figura 1 – Acidente do Vôo Aloha Airlines 243, ocorrido em 29 de abril de 1988.	2
Figura 2 – Colapso da Ponte Injaka, ocorrido em 06 de julho de 1988.	2
Figura 3 – Parte de viaduto que desabou na parte sul do Eixo Rodoviário de Brasília, ocorrido em 06 de fevereiro de 2018.	3
Figura 4 – Representação estrutural: (a) Estrutura física; (b) Modelo do elemento espectral (MACHADO et al., 2012).	9
Figura 5 – Elemento espectral de viga saudável com dois nós (MACHADO et al., 2012).	9
Figura 6 – Elemento espectral de viga semi-infinito (MACHADO et al., 2012).	11
Figura 7 – Elemento espectral de viga trincado.	12
Figura 8 – Secção transversal da viga trincada na posição da trinca.	14
Figura 9 – Estrutura do teste com o elemento saudável	20
Figura 10 – Estrutura do teste com o elemento saudável	21
Figura 11 – Força de excitação para a viga: pulso com frequência central de 50kHz	21
Figura 12 – Resposta obtida para a viga saudável	22
Figura 13 – Resposta obtida para a viga com trinca de 30%.	22
Figura 14 – Índice de Dano RMSD não normalizado.	23
Figura 15 – Índice de Dano MAPD não normalizado.	23
Figura 16 – Índice de Dano COV não normalizado.	23
Figura 17 – Índice de Dano CCD não normalizado.	24
Figura 18 – Respostas em aceleração desconsiderando ruído com trinca em $L_1 = 0,5L$	24
Figura 19 – Respostas em aceleração considerando ruído de 5% com trinca em $L_1 = 0,5L$	25
Figura 20 – Respostas em aceleração considerando ruído de 10% com trinca em $L_1 = 0,5L$	25
Figura 21 – Índices de dano desconsiderando ruído para trinca localizada em $L_1 = 0,5L$	25
Figura 22 – Índices de dano considerando ruído de 5% para trinca localizada em $L_1 = 0,5L$	26

Figura 23 – Índices de dano considerando ruído de 10% para trinca localizada em $L_1 = 0, 5L$.	26
Figura 24 – Respostas em aceleração desconsiderando ruído com trinca em $L_1 = 0, 18L$.	27
Figura 25 – Respostas em aceleração considerando ruído de 5% com trinca em $L_1 = 0, 18L$.	27
Figura 26 – Respostas em aceleração considerando ruído de 10% com trinca em $L_1 = 0, 18L$.	27
Figura 27 – Índices de dano desconsiderando ruído para trinca localizada em $L_1 = 0, 18L$.	28
Figura 28 – Índices de dano considerando ruído de 5% para trinca localizada em $L_1 = 0, 18L$.	28
Figura 29 – Índices de dano considerando ruído de 10% para trinca localizada em $L_1 = 0, 18L$.	29
Figura 30 – Respostas em aceleração desconsiderando ruído com trinca em $L_1 = 0, 82L$.	29
Figura 31 – Respostas em aceleração considerando ruído de 5% com trinca em $L_1 = 0, 82L$.	30
Figura 32 – Respostas em aceleração considerando ruído de 10% com trinca em $L_1 = 0, 82L$.	30
Figura 33 – Índices de dano desconsiderando ruído para trinca localizada em $L_1 = 0, 82L$.	30
Figura 34 – Índices de dano considerando ruído de 5% para trinca localizada em $L_1 = 0, 82L$.	31
Figura 35 – Índices de dano considerando ruído de 10% para trinca localizada em $L_1 = 0, 82L$.	31
Figura 36 – MAPA RMSD desconsiderando ruído.	32
Figura 37 – MAPA RMSD considerando ruído de 5%.	32
Figura 38 – MAPA RMSD considerando ruído de 10%.	32
Figura 39 – MAPA MAPD desconsiderando ruído.	33
Figura 40 – MAPA MAPD considerando ruído de 5%.	33
Figura 41 – MAPA MAPD considerando ruído de 10%.	33
Figura 42 – MAPA COV desconsiderando ruído.	33
Figura 43 – MAPA COV considerando ruído de 5%.	34
Figura 44 – MAPA COV considerando ruído de 10%.	34
Figura 45 – MAPA CCD desconsiderando ruído.	34
Figura 46 – MAPA CCD considerando ruído de 5%.	34
Figura 47 – MAPA CCD considerando ruído de 10%.	35

Lista de abreviaturas e siglas

CCD	Desvio do Coeficiente de Correlação
COV	Covariância
CWT	Transformada Wavelet Contínua
DI	Índice de Dano
NDTE	Avaliação e Testagem Não-Destrutivas
FEM	Método dos Elementos Finitos
MAPD	Desvio Médio Absoluto Percentual
RMS	Valor Quadrático Médio
RMSD	Desvio do Valor Quadrático Médio
SEM	Método do Elemento Espectral
SHM	Monitoramento da Integridade Estrutural

Lista de símbolos

a	Profundidade da trinca
A	Área da seção transversal
b	Base da seção transversal
c	Flexibilidade local da trinca
η	Fator de perda histerético
E	Módulo de Elasticidade
F	Força externa
h	Altura da seção transversal
I	Momento de inércia
i	Número imaginário
k	Número de onda
L	Comprimento
ψ	Função Wavelet
ρ	Densidade
S	Área da seção transversal
θ	Flexibilidade adimensional da trinca
\hat{v}	Deslocamento no domínio da frequência
W	Transformada Wavelet
ω	Frequência circular

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Contextualização e Motivação	1
1.2	Objetivos	3
1.3	Estrutura do Trabalho	3
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	4
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	8
3.1	Método do Elemento Espectral	8
3.1.1	Elemento espectral de viga saudável Euler-Bernoulli	9
3.1.2	Elemento espectral de viga semi-infinito	11
3.1.3	Elemento espectral de viga trincado	12
3.1.4	Flexibilidade no local da trinca	14
3.2	Índices de dano	15
3.3	Wavelets para gerar o pulso	17
4	RESULTADOS	20
4.1	Trinca na posição $L_1 = 0,5L$	24
4.2	Trinca na posição $L_1 = 0,18L$	26
4.3	Trinca na posição $L_1 = 0,82L$	29
4.4	Mapas dos índices de dano	31
4.5	Discussão dos resultados obtidos	32
5	CONCLUSÕES	36
5.1	Considerações finais	36
5.2	Propostas para trabalhos futuros	37
	REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização e Motivação

A presença de danos em aeronaves, automóveis e pontes comprometem seu funcionamento e põem sua segurança em risco. É de interesse geral, portanto, que o dano seja identificado de forma simples, rápida e eficiente. Assegurar a integridade de estruturas significa evitar perdas, tanto econômicas quanto humanas.

A corrosão de gasodutos é um grande problema para as indústrias petroquímicas e de óleo e gás, visto que a maior parte da rede de dutos é instalada no subterrâneo e a inspeção visual não pode ser aplicada da maneira apropriada. [Cawley \(1997\)](#) notou que ao utilizar Ondas Lamb para detectar evidências de corrosão em gasodutos teve o custo associado para identificar corrosão reduzido drasticamente. [Halfpenny \(1999\)](#) cita a necessidade da indústria petroquímica para análise de fadiga feita de forma rápida, onde nos anos 1980 as plataformas do tipo "jaqueta" começavam a ser projetadas e a fadiga destas estruturas eram um problema importante.

[Gopalakrishnan, Ruzzene e Hanagud \(2011\)](#) afirmam que o monitoramento estrutural permite que a manutenção baseada em tempo de uso evolua para uma abordagem mais eficaz, tal como a manutenção baseada na condição da estrutura. Este tipo de manutenção permite que o sistema de sensores da estrutura monitore a resposta do sistema e avise o operador alguma anomalia detectada durante o monitoramento. Desta forma, ações corretivas podem ser aplicadas à estrutura antes que a mesma entre em colapso.

Saber avaliar a integridade de estruturas em tempo real é muito importante para os fabricantes, usuários e responsáveis pela manutenção. Assim, o monitoramento estrutural permite a utilização ideal da estrutura, minimiza o tempo de inatividade e evita falhas catastróficas, além de mudar drasticamente o planejamento de serviços de manutenção, conforme descrito por [Balageas, Fritzen e Güemes \(2010\)](#).

A melhoria da segurança é sem dúvida uma motivação significativa, particularmente depois de acidentes amplamente divulgados. Um dos mais famosos é o da descompressão explosiva no voo 243 da Aloha Airlines em 1988, o qual foi causado por manutenção insatisfatória da aeronave (Figura 1). No campo da engenharia civil, o descaso com regras usuais de gestão de projetos e controle de fabricação resultou no colapso da

Ponte Injaka, localizada na África do Sul em 1998 (Figura 2). Para citar um exemplo mais recente, recorda-se que uma parte de um viaduto desabou na região central de Brasília, o qual apresentava uma extensa lista de problemas, os quais variavam desde infiltrações e corrosão da armadura de proteção até descolamentos do concreto e fendas abertas. A principal causa apontada pelos laudos técnicos foi a falta de manutenção adequada por parte da equipe responsável (Figura 3).



Figura 1 – Acidente do Vôo Aloha Airlines 243, ocorrido em 29 de abril de 1988.



Figura 2 – Colapso da Ponte Injaka, ocorrido em 06 de julho de 1988.



Figura 3 – Parte de viaduto que desabou na parte sul do Eixo Rodoviário de Brasília, ocorrido em 06 de fevereiro de 2018.

1.2 Objetivos

Neste Projeto de Graduação o foco principal é analisar e comparar métodos de identificação de dano através de índices de dano, bem como a influência de ruído e da localização da trinca. Além disso, foi proposta uma análise de mapas para a visualização dos índices com variações paramétricas.

1.3 Estrutura do Trabalho

O Capítulo 2 traz uma revisão bibliográfica a respeito do modelo numérico de identificação de danos, explicando sua formulação e como funciona a detecção de trincas utilizando o elemento espectral de vigas. O Capítulo 3 expõe a metodologia do processo de modelagem dinâmica e proposta dos índices de dano selecionados. No Capítulo 4, os resultados obtidos pelo método numérico são apresentados, bem como as respectivas análises. Por fim, o Capítulo 5, apresenta as conclusões inferidas para este trabalho e perspectivas para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos maiores progressos da engenharia ao longo do século XX foi o de monitoramento de integridade estrutural nas indústrias civil, mecânica e aeroespacial. A identificação de danos em estágio inicial possuem um papel extremamente relevante do ponto de vista econômico e de segurança. Ao processo de implementação de estratégias para o monitoramento de integridade estrutural dá-se o nome de *Structural Health Monitoring* (SHM).

[Doebeling et al. \(1996\)](#) apresenta um sistema de classificação de métodos de identificação de dano com quatro níveis:

- Nível 1: Determinação do dano presente na estrutura.
- Nível 2: Determinação da localização geométrica do dano.
- Nível 3: Quantificação da severidade do dano.
- Nível 4: Predição do tempo de vida restante da estrutura.

O Nível 1 procura evidências da existência de algum dano na estrutura analisada. O Nível 2 determina onde o dano se encontra, e qual o tipo de dano está presente. Técnicas experimentais de dinâmica de estruturas podem ser utilizadas para os dois primeiros níveis. O Nível 3 lida com a extensão do dano e o Nível 4 realiza um prognóstico sobre a vida útil da estrutura. Usualmente, modelos analíticos são necessários para lidar com os dois últimos níveis, a menos que hajam dados disponíveis da estrutura para níveis variados de dano.

[Sohn et al. \(2003\)](#) afirma que a premissa básica para a maioria dos métodos de identificação de dano é que a presença de dano altera propriedades de massa, rigidez ou dissipação de energia de um sistema, que por sua vez altera a resposta dinâmica do sistema. Com este direcionamento, diversos pesquisadores desenvolveram diversos métodos de detecção de dano baseados em técnicas da análise modal tradicional. [Cawley e Adams \(1979\)](#) demonstraram que medir as frequências naturais de uma estrutura era um método interessante para detectar em baixas frequências mudanças no comportamento global do sistema. No entanto, defeitos pequenos como trincas não são detectados observando pa-

râmetros modais. [Palacz e Krawczuk \(2002\)](#) justificam que, em alta frequência, modelos estruturais modais estão mais sujeitos a incerteza de parâmetros.

Diante do exposto, modelos estruturais baseados em propagação de ondas são considerados apropriados já que são sensíveis a mudanças na impedância dinâmica local. [Lee e Staszewski \(2003\)](#) afirmam que abordagens baseadas em ondas têm a capacidade de avaliar quantitativamente danos maiores que metade do tamanho de seu comprimento de onda. Ao longo dos anos muitas técnicas analíticas foram desenvolvidas, e dentre elas destaca-se a análise espectral.

[Lee \(2009\)](#) discorre sobre a história da análise espectral, também conhecida como análise de Fourier ou análise no domínio da frequência, que começou com o trabalho pioneiro "Theorie analytique de la chaleur (Teoria analítica do calor)" publicado em 1822 por Joseph Fourier. Combinando diversos métodos anteriores, tais como o método dos elementos finitos (FEM), o método da rigidez dinâmica (DSM) e o método de análise espectral (SAM), [Narayanan e Beskos \(1978\)](#) formularam o método do elemento espectral (SEM).

[Doyle \(1997\)](#) publicou um livro baseado em trabalhos de seus colaboradores onde aplica o princípio do Método do Elemento Espectral para a análise da propagação de ondas em estruturas. [Lee \(2009\)](#) e colaboradores também apresentam uma extensiva aplicação do Método do Elemento Espectral para vários problemas de dinâmica estrutural. Nas últimas décadas, vários pesquisadores têm também se dedicado a pesquisas nesta área com aplicações na detecção de danos: [Palacz e Krawczuk \(2002\)](#) e [Krawczuk, Palacz e Ostachowicz \(2003\)](#). [Machado e Santos \(2015\)](#) e [Machado, Adhikari e Santos \(2017\)](#) apresentam a modelagem de um elemento espectral de viga trincada que foi utilizado como base neste trabalho.

[Sohn et al. \(2003\)](#) afirma que, nos termos mais gerais, os danos podem ser definidos como mudanças introduzidas em um sistema que afeta negativamente seu desempenho atual ou futuro. Implícito nessa definição é o conceito de que o dano não é significativo sem uma comparação entre dois estados diferentes do sistema, um dos quais é assumido como representando o estado inicial e, muitas vezes, não danificado .

[Mitra e Gopalakrishnan \(2016\)](#) destaca que monitorar a performance de uma estrutura, realizar prognóstico de dano e prever o tempo de serviço restante de um projeto estrutural são aspectos que ganharam importância e relevância desde o início da prática da engenharia. Tal avaliação se deu com testes não destrutivos (Non-Destructive Testing and Evaluation - NDT&E) e um de seus ramos nas últimas duas décadas deu origem ao monitoramento de integridade estrutural (SHM). A pesquisa em SHM visa a identificação de dano em tempo real, alertando à adição de dano na estrutura e prevendo o tempo de serviço remanescente. Isto leva a confiabilidade estrutural e redução dos custos e tempo de manutenção. SHM é fundamentalmente diferente de NDT&E, primariamente porque o primeiro almeja a implementação do sistema enquanto a estrutura encontra-se em ope-

ração, para que o prognóstico do dano seja feito em tempo real e que haja a mínima intervenção manual no sistema.

Diversos tipos de monitoramento estrutural foram propostos e implementados nas últimas duas décadas (MITRA; GOPALAKRISHNAN, 2016). Técnicas baseadas em vibração é uma área de pesquisa bastante comum, com diversos artigos e livros dedicados sobre o tema. Outro candidato é o monitoramento estrutural baseado em propagação de ondas, o qual atraiu atenção substancial nas duas últimas décadas. As vantagens do método de propagação de ondas são: (a) Os transdutores necessários são baratos, e podem ser incorporados facilmente na estrutura; e geralmente possuem peso reduzido, (b) tem a capacidade de examinar áreas grandes com um número relativamente pequeno de transdutores; (c) envolve excitação em alta frequência e portanto pode detectar danos pequenos, ao contrário de técnicas de análise modal.

Ostachowicz et al. (2012) discute diversas formas de ondas elásticas visando aplicações em SHM. Uma das mais comuns é a onda de Lamb, que se propaga através de placas finas e cascas em estado planos de tensões. Como tais estruturas são uma parte substancial de aeronaves, tal fato resultou em uma popularidade muito grande das Ondas de Lamb.

Su e Ye (2009) investigam, nos últimos anos, um grande aumento de interesse na utilização de ondas de Lamb para a identificação de dano estrutural, intensificando a pesquisa e o desenvolvimento nesta área nas duas últimas décadas. Atualmente, em diversas aplicações de engenharia, esta técnica emergente é a principal candidata para facilitar o acompanhamento contínuo e automatizado da integridade estrutural de projetos de forma efetiva. Em comparação com outras técnicas de identificação de dano não destrutivas, como escaneamento ultrassônico e radiografia, desenvolvidas a mais de meio século. A identificação de dano utilizando ondas de Lamb está em franca expansão, apresentando diversos desafios técnicos que ainda não possuem solução imediata.

A maioria dos casos de sinais recebidos de ondas de Lamb são apresentados no domínio do tempo (SU; YE, 2009). Um sinal deste tipo registra, de forma inerente, o histórico de propagação de ondas de Lamb pela estrutura. Desta forma mostra de maneira clara informações sobre as ondas, como a existência de diversos modos de onda, velocidade de propagação, atenuação e dispersão com a distância, bem como espalhamento a partir de contorno estrutural ou dano.

Na formulação dos índices de dano, Samman e Biswas (1994) apresentaram técnicas de reconhecimento de padrões para quantificar mudanças em sinais de aceleração para pontes. Giurgiutiu e Rogers (1998), Tseng e Naidu (2002), Monaco, Franco e Lecce (2000), Lecce, Viscardi e Zumpano (2001) e Ho e Ewins (2000) utilizaram as métricas de dano exploradas no presente trabalho.

Uma vasta literatura sobre técnicas de monitoramento estrutural utilizando a propagação de ondas vem sendo alavancada nas últimas décadas pelo desenvolvimento de

sensores e equipamentos. O foco deste trabalho é na detecção e quantificação utilizando os índices de dano propostos na literatura. Além de demonstrar a técnica utilizada, foi apresentado uma comparação dos índices, analisando a influência da severidade e da localização do dano no desempenho dos indicadores estudados.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Método do Elemento Espectral

Visto que o comportamento dinâmico de estruturas é de grande importância em projetos de engenharia, é necessário que este seja modelado e simulado de maneira eficiente e econômica. O método de elementos finitos (FEM) é um dos métodos computacionais mais poderosos e populares, utilizado em várias áreas da ciência. Entretanto, em problemas de propagação de ondas em média e altas frequências, este método requer um custo computacional extremamente elevado. Proposto por [Narayanan e Beskos \(1978\)](#), o método do elemento espectral (SEM) consiste no desenvolvimento matricial de um elemento, baseado na solução analítica da equação da onda escrita em função do deslocamento no domínio da frequência.

O método do elemento espectral (SEM) é uma técnica relativamente nova, que combina a flexibilidade geométrica, as características comuns e as vantagens competitivas dos métodos de baixa ordem (FEM) com a exatidão alta e a convergência rápida dos métodos de ordem mais alta (métodos espectrais).

O SEM é semelhante ao método dos elementos finitos em relação à formulação. A grande diferença é que no SEM a matriz de rigidez elementar é escrita no domínio da frequência. Conseqüentemente, esta formulação espectral permite a descrição exata da dinâmica de propagação de ondas nestes elementos. Uma das vantagens do SEM é que o número de elementos a ser utilizado precisa coincidir somente com o número de descontinuidades da estrutura a ser analisada. Somente um elemento espectral é equivalente a um número infinito dos elementos finitos convencionais (Figura 4).

Outra vantagem significativa deste método é o uso do elemento “throw-off”. Este elemento comporta-se no sentido que é um conduto para a propagação de energia para fora do sistema. Ele pode ser utilizado especialmente quando o tempo de interesse é curto e a estrutura é grande. Entretanto, este tipo não pode ser modelado pela rigidez do elemento finito convencional, fazendo com que o comprimento deste elemento seja muito grande.

Adiante será apresentado o desenvolvimento das formulações do método do elemento espectral para estruturas do tipo viga. Para cada teoria apresentada é mostrado o equacionamento matemático para a obtenção da equação diferencial do movimento. Em

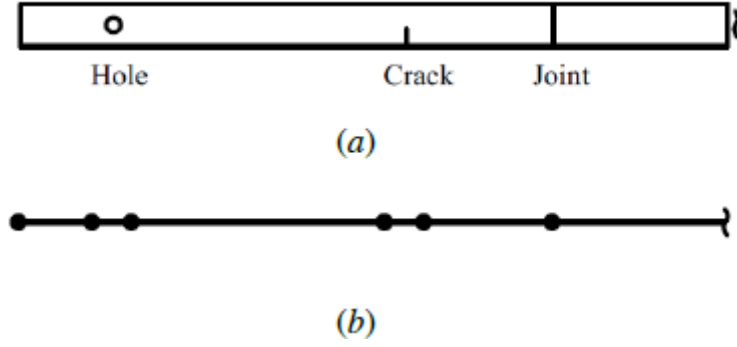


Figura 4 – Representação estrutural: (a) Estrutura física; (b) Modelo do elemento espectral (MACHADO et al., 2012).

seguida, descrevem-se os processos para a obtenção das matrizes de rigidez dinâmica de um elemento espectral finito com dois nós, de um elemento espectral semi-infinito com um nó (“throw-off”) e de um elemento espectral finito com dois nós incluindo uma trinca em uma posição arbitrária ao longo da viga.

Para o elemento espectral trincado, apresenta-se um modelo de trinca que consiste em uma flexibilidade localizada, a qual é obtida com base no teorema de Castigliano e nas leis de Mecânica da Fratura. Utilizando o elemento espectral pode-se obter a solução exata do comportamento de uma viga em alta frequência com um baixo esforço computacional. Desta forma, Pereira (2009) afirma que é possível inferir que o Método do Elemento Espectral pode ter uma grande influência sobre técnicas modernas de previsão do comportamento dinâmico e detecção de falhas estruturais.

3.1.1 Elemento espectral de viga saudável Euler-Bernoulli

Os deslocamentos nodais \hat{v} e $\hat{\phi}$ e as forças nodais \hat{V} e \hat{M} presentes na viga de comprimento L são apresentados na Figura 5, esta possui dois nós com dois graus de liberdade e duas cargas nodais em cada nó.

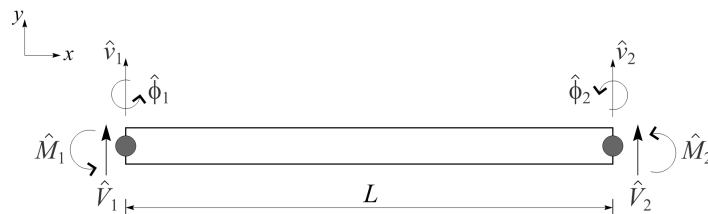


Figura 5 – Elemento espectral de viga saudável com dois nós (MACHADO et al., 2012).

A solução geral por propagação de ondas para este elemento é apresentado na Equação 3.1:

$$\hat{v}(x, \omega) = a_1 e^{-ikx} + a_2 e^{-kx} + a_3 e^{-ik(L-x)} + a_4 e^{-k(L-x)} \quad (3.1)$$

onde

$$\mathbf{e}(x, \omega) = [e^{-ikx} \quad e^{-kx} \quad e^{-ik(L-x)} \quad e^{-k(L-x)}]$$

$$\mathbf{a} = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4]^T$$

Os deslocamentos nodais espectrais e inclinações do elemento de viga finito podem ser relacionados ao campo de deslocamento como

$$d = \begin{Bmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{\phi}_1 \\ \hat{v}_2 \\ \hat{\phi}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{v}(0) \\ \hat{v}'(0) \\ \hat{v}(L) \\ \hat{v}'(L) \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Substituindo a Equação 3.1 na Equação 3.2, têm-se:

$$d = \begin{Bmatrix} e(0, \omega) \\ e'(0, \omega) \\ e(L, \omega) \\ e'(L, \omega) \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

onde

$$\mathbf{a} = \mathbf{H}_B(\omega)^{-1} \mathbf{d} \quad (3.4)$$

sendo

$$\mathbf{H}_B(\omega) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & e^{-ikL} & e^{-kL} \\ -ik & -k & ike^{-ikL} & ke^{-kL} \\ e^{-ikL} & e^{-kL} & 1 & 1 \\ -ike^{-ikL} & -ke^{-kL} & ik & k \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

O campo de deslocamentos nodais do elemento de viga pode ser então representado em termos de seus graus de liberdade, representados pelo vetor \mathbf{d} , pela eliminação do vetor de constantes \mathbf{a} , portanto:

$$\hat{v} = e(x, \omega) H_B^{-1}(\omega) \mathbf{d} \quad (3.6)$$

As forças cortantes e os momentos de flexão nodais espectrais definidos para a viga podem também ser relacionados às forças e momentos definidos:

$$f = \begin{Bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{M}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \hat{M}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -V(0) \\ -M(0) \\ V(L) \\ M(L) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\hat{v}(0)''' \\ -\hat{v}(0)'' \\ \hat{v}(L)''' \\ \hat{v}(L)'' \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Aplicando as condições de contorno na Equação 3.7:

$$f = EI \begin{Bmatrix} -ik^3 & k^3 & ie^{-ikL}k^3 & e^{-kL}k^3 \\ k^2 & -k^2 & e^{-ikL}k^2 & -e^{kL}k^2 \\ ie^{-ikL}k^3 & -e^{kL}k^3 & -ik^3 & k^3 \\ -e^{-ikL}k^2 & e^{-kL}k^2 & -k^2 & k^2 \end{Bmatrix} \mathbf{a} = G(\omega)\mathbf{a} \quad (3.8)$$

Substituindo a Equação 3.2 na Equação 3.8, pode-se relacionar a força com o deslocamento da forma:

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}(\omega)\mathbf{H}_B^{-1}(\omega)\mathbf{d} = \mathbf{S}_B(\omega)\mathbf{d} \quad (3.9)$$

onde $\mathbf{S}_B(\omega) = \mathbf{G}(\omega)\mathbf{H}_B^{-1}(\omega)$ é a matriz de rigidez dinâmica da viga de Euler-Bernoulli.

3.1.2 Elemento espectral de viga semi-infinito

O elemento espectral de viga semi-infinito pode ser considerado como um caso particular do elemento espectral da viga saudável onde o nó 2 tende a infinito (Figura 6).

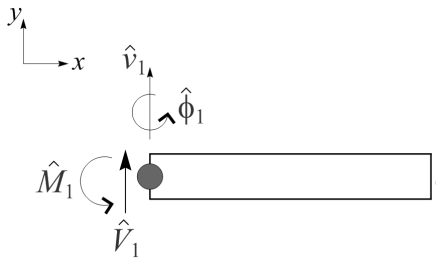


Figura 6 – Elemento espectral de viga semi-infinito (MACHADO et al., 2012).

Similar a teoria para o elemento espectral de viga desenvolvido anteriormente, a construção do elemento espectral de viga semi-infinito segue a mesma linha, assim aplicando a mesma teoria, a matriz de rigidez dinâmica espectral do elemento throw-off pode ser expressa como:

$$\hat{\mathbf{K}}_t = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} (i-1)k^3 & ik^2 \\ ik^2 & (i-1)k^3 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

3.1.3 Elemento espectral de viga trincado

O elemento espectral de viga com uma trinca transversal e não propagante (KRAWCZUK, 2002) está ilustrado na Figura 7. O elemento contém dois nós com dois graus de liberdade por nó, onde L é o comprimento, L_1 é a posição da trinca em relação ao nó 1 e a é o comprimento (profundidade) da trinca. A trinca é modelada por uma flexibilidade local adimensional representada por θ , a qual é calculada pelo teorema de Castigliano e as leis da mecânica da fratura (TADA; PARIS; IRWIN, 1973).

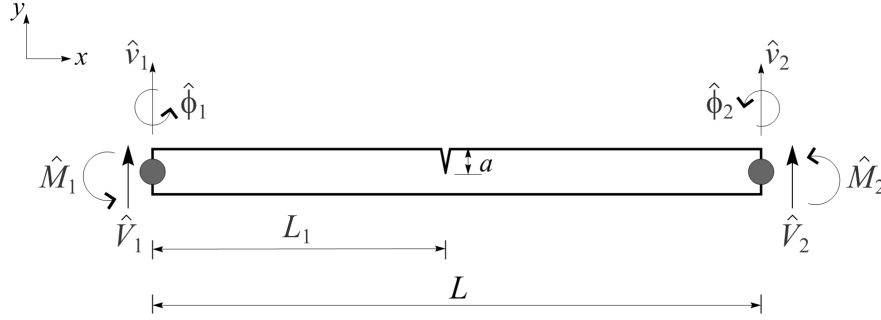


Figura 7 – Elemento espectral de viga trincado (MACHADO et al., 2012).

A solução aplicada a esse elemento é dividida em duas partes, ao lado esquerdo ($\hat{v}^l(x)$) e direito ($\hat{v}^r(x)$) da trinca, temos assim os deslocamentos nodais dados por:

$$\hat{v}^l(x) = a_1 e^{-i(k_1 x)} + a_2 e^{-(k_2 x)} + a_3 e^{-i k_1 (L_1 - x)} + a_4 e^{-k_2 (L_1 - x)} \quad [0 \leq x \leq L_1] \quad (3.11)$$

$$\hat{v}^r(x) = a_5 e^{-i k_1 (L_1 + x)} + a_6 e^{-k_2 (L_1 + x)} + a_7 e^{-i k_1 (L - (L_1 + x))} + a_8 e^{-k_2 (L - (L_1 + x))} \quad [0 \leq x \leq L - L_1] \quad (3.12)$$

Os coeficientes de $a_i, (i = 1 : 8)$ podem ser calculados como uma função dos deslocamentos espectrais nodais, levando em conta as condições de contorno para o elemento. Assim, para o elemento de viga trincado devem ser consideradas as condições de contorno nas extremidades da viga e na posição da trinca conforme segue:

- No lado esquerdo do elemento para $(x = 0)$:

$$\hat{v}^l(x) = \hat{v}_1 \quad \frac{\partial \hat{v}^l(x)}{\partial x} = \hat{\phi}_1 \quad (3.13)$$

- Na posição da trinca são considerados o deslocamento e a rotação para $\hat{v}^l(x)$ então $x = L_1$, e para $\hat{v}^r(x)$ onde $(x = 0)$,

$$\begin{aligned} \hat{v}^l(x) &= \hat{v}^r(x), \\ \frac{\partial \hat{v}^r(x)}{\partial x} - \frac{\partial \hat{v}^l(x)}{\partial x} &= \theta \frac{\partial^2 \hat{v}^r(x)}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^2 \hat{v}^l(x)}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \hat{v}^r(x)}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial^3 \hat{v}^l(x)}{\partial x^3} &= \frac{\partial^3 \hat{v}^r(x)}{\partial x^3} \end{aligned} \quad (3.14)$$

- No lado direito do elemento, assim ($x = L - L_1$)

$$\hat{v}^r(x) = \hat{v}_r \quad \frac{\partial \hat{v}^r(x)}{\partial x} = \hat{\phi}_2 \quad (3.15)$$

Em seguida, levando em conta as fórmulas que descrevem os deslocamentos espectrais nodais, Equações 3.13 à Equação 3.15, para a esquerda e direita da trinca, aplicando as condições de contorno e escrevendo matricialmente tem-se

$$\mathbf{H}_c(\omega) = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & a & b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -ik & -k & ik a & kb & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a & b & 1 & 1 & -a & -b & -c & -d \\ (ik + \theta k^2)a & (k - \theta k^2)b & \theta k^2 - ik & -k - \theta k^2 & -ika & -kb & ikc & kd \\ -ik^2 a & k^2 b & -k^2 & k^2 & k^2 a & -k^2 b & k^2 c & -k^2 d \\ -ik^3 a & -k^3 b & -ik^3 & k^3 & -ik^3 a & k^3 b & ik^3 c & -k^3 d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f & g & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -ikf & -kg & ik & k \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde $a = e^{ikL_1}$, $b = e^{-kL_1}$, $c = e^{-ik(L-L_1)}$, $d = e^{-k(L-L_1)}$, $f = e^{-ikL}$, $g = e^{-kL}$.

A Equação 3.16 recai na formulação geral do elemento, onde $\mathbf{d} = \mathbf{H}_c(\omega)\mathbf{a}$. Os coeficientes podem ser relacionados aos deslocamentos espectrais nodais pela seguinte relação:

$$a_i = H_{ci1}^{-1}\hat{v}_1 + H_{ci2}^{-1}\hat{\phi}_1 + H_{ci3}^{-1}\hat{v}_2 + H_{ci4}^{-1}\hat{\phi}_2 \quad (3.17)$$

Neste ponto, a matriz $\mathbf{H}_c(\omega)$ originalmente de dimensão 8x8 se reduz a uma matriz 8x4. Este processo se dá conforme a Equação 3.17, onde H_{cij}^{-1} representa os elementos da matriz inversa da Equação 3.16. As forças espectrais nodais podem ser representadas pela diferenciação dos deslocamentos espectrais \hat{v}^l e \hat{v}^r com relação a x , e então podem ser representadas como no caso geral, tal que $\mathbf{f} = \mathbf{G}(\omega)\mathbf{a}$ e na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \hat{f}_1 \\ \hat{f}_2 \\ \hat{f}_3 \\ \hat{f}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ik^3 & -k^3 & -ik^3 a & k^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k^2 & k^2 & -k^2 a & k^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ik^3 f & -k^3 g & -ik^3 & k^3 \\ -k^2 f & k^2 g & -k^2 & k^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

A partir das cargas e deslocamentos nodais, da Equação 3.18 e da Equação 3.16, a matriz de rigidez dinâmica dependente da frequência do elemento de viga de Euler-

Bernoulli com uma trinca transversal aberta e não propagante pode ser calculada relacionado a força aos deslocamentos nodais,

$$\mathbf{f}_{[4x1]} = \mathbf{G}_c(\omega)_{[4x8]} \mathbf{H}_c^{-1}(\omega)_{[8x4]} \mathbf{d} = \mathbf{S}_c(\omega)_{[4x4]} \mathbf{d} \quad (3.19)$$

sendo $\mathbf{S}_c(\omega)$ uma matriz 4x4 que descreve a matriz de rigidez dinâmica da viga trincada.

3.1.4 Flexibilidade no local da trinca

O coeficiente de flexibilidade da trinca θ , é calculado usando o teorema de Castigliano, onde a flexibilidade na posição da trinca para um elemento espectral de viga unidimensional pode ser obtido por:

$$c = \frac{\partial^2 U}{\partial P^2} \quad (3.20)$$

onde U denota a energia de deformação elástica devido à trinca e P é a carga nodal no elemento. Considerando que somente o modo I da trinca está presente no elemento de viga, a energia de deformação elástica pode ser expressa como:

$$U = \frac{1 - \nu^2}{E} \int_{S_c} K_I^2 dS_c \quad (3.21)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson, S_c é a área trincada e K_I é um fator de intensidade de tensão correspondendo ao modo I da trinca, o qual pode ser representado por:

$$K_I = \frac{6M}{bh^2} \sqrt{\pi\alpha} f\left(\frac{\alpha}{h}\right) \quad (3.22)$$

onde b é a base e h a altura da seção transversal da viga, α é a variação da profundidade da trinca (Figura 8), M é o momento fletor na posição da trinca e f é uma função de correção do fator de intensificação de tensão do modo I, o qual pode ser escrita como:

$$f\left(\frac{\alpha}{h}\right) = \sqrt{\frac{2h}{\pi\alpha} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2h}\right)} \frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin\left(\frac{\pi\alpha}{2h}\right)\right)^4}{\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2h}\right)} \quad (3.23)$$

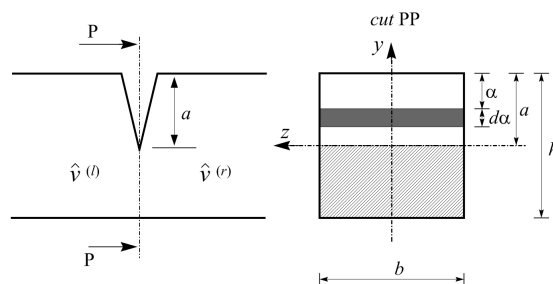


Figura 8 – Seção transversal da viga trincada na posição da trinca.

O coeficiente c usado para calcular a flexibilidade da trinca pode ser expressado da seguinte forma:

$$c = \frac{72\pi}{bh^2} \int_0^{\bar{a}} \bar{\alpha} f^2(\bar{\alpha}) d\bar{\alpha} \quad (3.24)$$

onde $\bar{a} = \frac{a}{h}$ e $\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{h}$. A flexibilidade local adimensional é dado por:

$$\theta = \frac{EIc}{L} \quad (3.25)$$

3.2 Índices de dano

Farrar e Worden (2006) define *dano* como qualquer mudança introduzida em um sistema que afeta de forma adversa sua performance atual ou futura. Neste aspecto, o conceito de dano só traz significado consigo se houver a comparação entre dois estados diferentes de um sistema, um dos quais é o estado inicial ou *saudável*. Várias abordagens foram desenvolvidas para definir e extrair características do sinal em diferentes áreas para identificar o dano estrutural, e dentre estas técnicas são destacados os índices de dano. Os índices de dano são o algoritmo de identificação de dano mais simples já desenvolvido, e consiste em uma fórmula que é aplicada em todo o sinal e retorna um valor escalar, ou seja, um simples número. Este valor escalar é uma medida da quantidade de dano presente na estrutura. (GIURGIUTIU, 2007) afirma que o desenvolvimento de índices de dano e algoritmos de identificação de dano permanecessem uma área em aberto para a aplicação prática de métodos de monitoramento estrutural.

Su e Ye (2009) enumeram características de sinais provenientes de Ondas Lamb que podem ser utilizadas no desenvolvimento de índices de dano incluem o tempo de propagação, valor RMS, variância do sinal, amplitude pico-a-pico, taxa de atenuação de energia, dentre outras.

Índices de dano baseados no valor RMS, DI_{RMS} , baseado na variância $DI_{Variance}$, e uma combinação de ambos (denominado *root mean square deviation* (RMSD)), são definidos respectivamente como:

$$DI_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}} \quad (3.26)$$

$$DI_{Variance} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.27)$$

$$RMSD = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2}} \quad (3.28)$$

onde \bar{x} representa a magnitude média do sinal discretizado da Onda Lamb contendo N pontos de amostra, x_i , ($i = 1, 2, \dots, N$); y_i , ($i = 1, 2, \dots, N$), é o sinal capturado sob outro estado da estrutura, como na presença de dano por exemplo. Portanto, DI_{RMS} e DI_{RMSD} são dois índices de dano associados com a energia do sinal, enquanto $DI_{Variance}$ indica a variabilidade do sinal comparada com o valor médio da magnitude. No entanto, os índices

DI_{RMS} e $DI_{Variance}$ só avaliam um sinal por vez, o que não possibilita a comparação entre um estado saudável e um estado com trinca da estrutura.

Tseng e Naidu (2002) afirmam que o índice RMSD é o mais apropriado índice de dano para observar os sinais de dois estados de uma estrutura. Além da caracterização de dano com o índice RMSD, três outros índices de dano são adotados para selecionar o índice de dano mais apropriado. Os índices de dano são definidos como a média absoluta do desvio percentual (MAPD), a covariância (Cov) e o desvio de coeficiente de correlação (CCD).

O MAPD entre dois sinais x_i e y_i é definido como:

$$MAPD = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{y_i - x_i}{x_i} \right| \quad (3.29)$$

O índice MAPD é similar ao índice RMSD e avalia a média dos desvios em cada ponto individual do sinal.

A covariância avalia o produto ponderado dos desvios a partir de sua respectiva média. Matematicamente, covariância é avaliada como:

$$Cov = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) \quad (3.30)$$

onde \bar{x} e \bar{y} são os valores médios dos dois sinais analisados.

A covariância é a medida da relação entre dois sinais e é utilizada para determinar se dois sinais se comportam de maneira similar na faixa analisada. Quando os picos de um sinal correspondem a picos do outro sinal, o valor da covariância obtido é positivo. Quando os vales de um sinal correspondem aos picos do outro, e vice-versa, a covariância é negativa.

O CCD é igual à covariância dos dois sinais dividida pelos desvios padrões, e é dado por:

$$CCD = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N \sqrt{(y_i - \bar{y})^2} \sum_{i=1}^N \sqrt{(x_i - \bar{x})^2}} \quad (3.31)$$

Segundo Tung e Yen (2005), o CCD mede a relação linear entre os dois sinais de maneira similar à covariância, com a única diferença sendo que o CCD é normalizado para ser independente da unidade de medida.

Giurgiutiu (2007) afirma que, para as fórmulas 3.28,3.29,3.30 e 3.31, o sinal x deve corresponder ao estado saudável da estrutura e o sinal y deve corresponder ao estado com dano.

3.3 Wavelets para gerar o pulso

Devido à limitação da Análise de Fourier Convencional, que é apropriada para sinais de vibração em regime permanente, mas provê uma representação fraca de sinais no domínio do tempo, foram desenvolvidas ferramentas de processamento de sinais no domínio do tempo para a detecção de dano.

Na engenharia civil, [Newland \(1993\)](#) foi um dos primeiros pesquisadores que propôs aplicar a técnica de wavelets para analisar a vibração de estruturas. Quando um sinal não-linear é classificado como não-estacionário, as características das respostas em regime transiente e mudanças nas propriedades do sinal de estruturas com dano pode ser descrito e analisado de maneira precisa a partir da Transformada Wavelet Contínua (CWT). O sinal é decomposto em wavelets, pequenas oscilações que são altamente localizadas no tempo, onde a transformada de Fourier decompõe o sinal em infinitos senos e cossenos, perdendo toda a informação referente a localização no tempo.

A análise wavelet transforma um sinal em wavelets que são bem localizadas na frequência e no tempo. A transformada wavelet contínua (CWT) de uma função $f(t)$ é uma transformada wavelet definida como:

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\psi_{a,b}^*(t)dt \quad (3.32)$$

onde

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (3.33)$$

Representa a família de funções wavelet escolhida, denominada função wavelet-analisadora ou wavelet-mãe. O parâmetro a se refere a escala, b é um parâmetro de translação ou localização da função wavelet-mãe e $\psi_{a,b}^*(t)$ é o complexo conjugado de $\psi_{a,b}(t)$.

A seleção de tipo apropriado de wavelet é essencial para a detecção de dano efetiva baseada em análise wavelet. Algumas das CWT mais utilizadas são: Morlet, Paul, Gabor, Derivada de uma Gaussiana (DOG), Symlet, Coiflet, wavelets bi-ortogonais e pulso *Tone Burst*. Por exemplo, a wavelet de Morlet consiste de uma onda plana modulada por uma função Gaussiana, bem localizada nos domínios do tempo e da frequência.

[Melhem e Kim \(2003\)](#) realizaram uma revisão global da detecção de dano em estruturas utilizando análise wavelet. Explicaram que a detecção de dano utilizando métodos baseados em wavelets poderiam ser divididos utilizando duas categorias: a primeira categoria considera a variação dos coeficientes de wavelet e é usada para detectar a presença e severidade do dano. A segunda classe de métodos permite a localização do dano considerando a perturbação local e a irregularidade dos coeficientes de wavelet no domínio espacial próximo da localização do dano. A última categoria é baseada nas reflexões da

onda causadas pelo dano local, e envolve estimar tanto a posição quanto o tamanho do dano.

Neste trabalho, seguindo a abordagem de [Palacz e Krawczuk \(2002\)](#), o sinal de excitação é um pulso *Tone Burst* obtido através de um sinal senoidal de frequência definida modulado por uma janela triangular, a qual tem como objetivo minimizar o efeito de vazamento do sinal (*leakage*). [Su e Ye \(2009\)](#) afirma que a largura de banda do sinal é inversamente proporcional à duração do sinal. Dessa forma, para uma excitação *Tone Burst* com um certo número de pontos, quanto maior é a frequência menor é o tempo de duração e mais larga é a sua largura de banda. Assim, para manter a energia do *Tone Burst* concentrada em torno da frequência desejada, o seu número de pontos do tempo deve ser aumentado à medida que a frequência desejada for aumentada. Neste trabalho a janela triangular foi usada tanto para concentrar a energia em torno da frequência desejada, quanto para determinar a quantidade de ciclos que a força de excitação irá ter.

O fenômeno de propagação de ondas pode ser descrito mais facilmente ao analisar a resposta de uma estrutura ao excitar o sistema com um pacote de onda. A transformada Wavelet é uma técnica bastante conhecida no processamento de sinais e imagens, com aplicações em ramos como geofísica, biomedicina, exploração de petróleo em alto mar e a indústria cinematográfica. Conforme descrito por [Su e Ye \(2009\)](#), uma wavelet pode ser resumida como uma forma de onda com uma duração limitada. A Transformada Contínua Wavelet (*Continuous Wavelet Transform - CWT*) permite utilizar a base funcional de uma única função base, chamada de wavelet mãe, $\psi(t)$, que pode ser expressa por:

$$WT_{\psi}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (3.34)$$

onde $\psi(t)$ é a wavelet mãe e t é o domínio do tempo. O parâmetro de translação b indica a localização da janela móvel wavelet na transformada wavelet, e o parâmetro de dilatação a indica a largura da janela wavelet. Diferentes tipos de funções podem ser utilizadas para criar a wavelet mãe. Contudo deve-se satisfazer a condição de admissibilidade para garantir a existência da transformada wavelet inversa dada por

$$C_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\mathcal{F}_{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (3.35)$$

onde \mathcal{F}_{ψ} denota a transformada de Fourier de $\psi(t)$. O sinal $x(t)$ pode ser recuperado ou reconstruído pela transformada wavelet inversa, de $WT_{\psi}(a, b)$ expressa por:

$$x(t) = \frac{1}{C_{\psi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} WT_{\psi}(a, b) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) - \frac{1}{a^2} da db \quad (3.36)$$

Os sinais *tone burst* são tipicamente utilizados para excitar ondas guiadas pela devido ao conteúdo espectral, que é basicamente ondas seno usualmente moduladas por

janelas Hanning, triangular, Gauss, que propagam como pacotes de onda. São formulados conforme [Chen et al. \(2017\)](#) e [Wang, Peter e Dordjevich \(2010\)](#):

$$x(t)_{excitation} = \sin(\omega t + \phi) \left(0.08 + 0.46 \left(1 - \cos\left(\frac{\omega t}{N}\right) \right) \right) \quad (3.37)$$

ou expressos conforme [Ostachowicz et al. \(2012\)](#) e [Giurgiutiu \(2007\)](#):

$$x(t)_{excitation} = \sin(2\pi f_c t) \cdot Han(t) \quad (3.38)$$

onde ω , ϕ e N são a frequência circular central, a fase e o número de ciclos, respectivamente. O parâmetro f_c é a frequência portadora do pulso e Han é a janela Hanning expressa por,

$$Han(t) = 0.5[1 - \cos(2\pi t/N/f_c)], t \in [0, N/f_c] \quad (3.39)$$

A vantagem de utilizar o sinal *tone burst* como a wavelet mãe é que os sinais refletidos têm formatos similares ao modo excitado pelo *tone burst*. Ademais, qualquer ruído, descontinuidade e modo indesejado que não possua uma forma similar ao sinal de excitação pode ser removido com facilidade na análise do sinal.

Desta forma, considerando um sinal contínuo no tempo $x(t)$, para obter o pulso é preciso multiplicar este sinal pela janela $w(t)$. Assim, o pulso $x_w(t)$ é definido como:

$$x_w(t) = w(t)x(t) \quad (3.40)$$

Neste trabalho $x(t)$ é uma função seno e o janelamento é a função Hanning definida na equação [3.39](#).

4 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos por meio de simulações realizadas no software MATLAB. Para as simulações foi considerada uma viga com comprimento de $L = 4m$, com altura da seção transversal $h = 0,03m$ e largura da seção transversal $b = 0,01m$. As propriedades do material da viga são: módulo de elasticidade $E = 210GPa$, densidade $\rho = 7800kg/m^3$ e fator de amortecimento $\eta = 0,01$. Neste trabalho é introduzido um termo de amortecimento através da aplicação de um módulo de elasticidade complexo, $E_c = E(1 + i\eta)$. As investigações numéricas são conduzidas com a finalidade de verificar a integridade estrutural de uma viga do tipo Euler-Bernoulli. Os danos são simulados considerando uma trinca aberta não propagante.

Durante o trabalho, todos os exemplos numéricos foram realizados utilizando vigas do tipo livre-livre (modeladas a partir do Método do Elemento Espectral) conectadas a um elemento espectral semi-infinito, com uma força de excitação no primeiro nó. Os elementos espectrais saudável e trincado têm as mesmas geometrias e propriedades descritas para o modelo de viga apresentado no início do capítulo. O elemento espectral semi-infinito tem as mesmas propriedades do saudável. Ilustrações acerca da estrutura da simulação podem ser observadas nas Figuras 9 e 10.

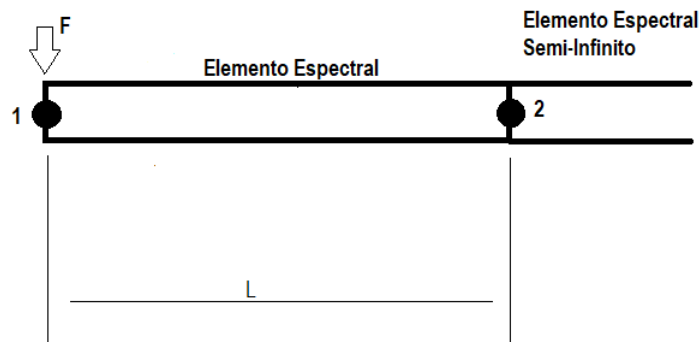


Figura 9 – Estrutura do teste com o elemento saudável

Conforme citado na seção 3.3, o sinal de excitação utilizado é um pulso gerado da modulação de uma função seno por uma janela *Hanning*. O pulso foi obtido com 20 períodos da função seno com um tempo de duração da janela de 0,10 ms e frequência de

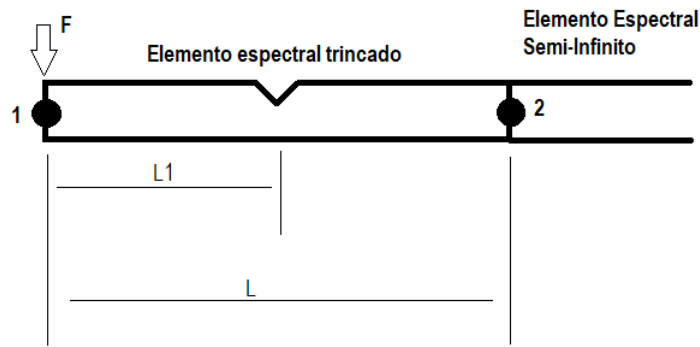


Figura 10 – Estrutura do teste com o elemento saudável

50 kHz. A Figura 11 mostra o sinal do pulso no domínio do tempo.

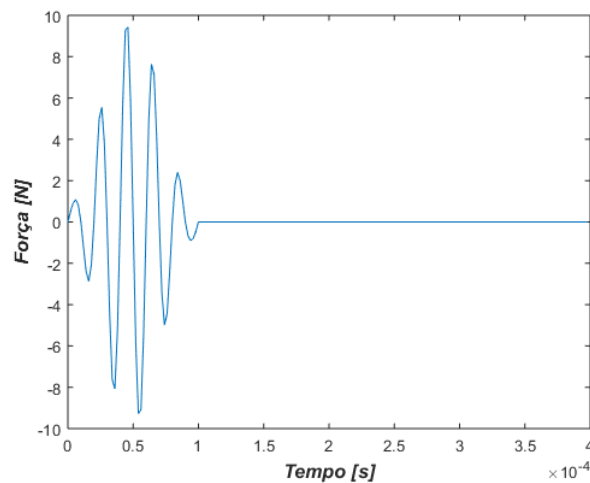


Figura 11 – Força de excitação para a viga: pulso com frequência central de 50kHz

Todas as simulações foram realizadas aplicando a força no nó 1 e medindo a resposta em aceleração da viga no mesmo ponto. Com a finalidade de demonstrar as diferenças dos sinais entre o elementos saudável e o trincado, mostra-se na Figuras 12 e 13 as respostas em aceleração da viga sem dano e com dano de 30%, respectivamente. A trinca encontra-se posicionada na metade da viga, ou seja, em $L_1 = 0,5L$.

Primeiramente são apresentadas as respostas em aceleração no estado saudável e trincado. Há duas variáveis analisadas neste trabalho ao observar as influências destas na simulação: a profundidade da trinca e a localização da mesma. Para observar a influência da profundidade da trinca nos resultados obtidos, foram escolhidos 7 valores para esta grandeza: 1%, 5%, 10%, 15%, 20%, 25% e 30%. Os percentuais referem à razão da profundidade da trinca com a altura da seção transversal da viga. Para investigar a influência da profundidade da trinca na resposta da estrutura, foram escolhidos três valores: um ponto na metade da viga, em $L_1 = 0,5L$; um ponto mais próximo da aplicação do pulso, em $L_1 = 0,18L$; e um ponto mais afastado do pulso e mais próximo do elemento *throw-off*, em $L_1 = 0,82L$. Os dois últimos valores foram escolhidos visando não posicionar a trinca

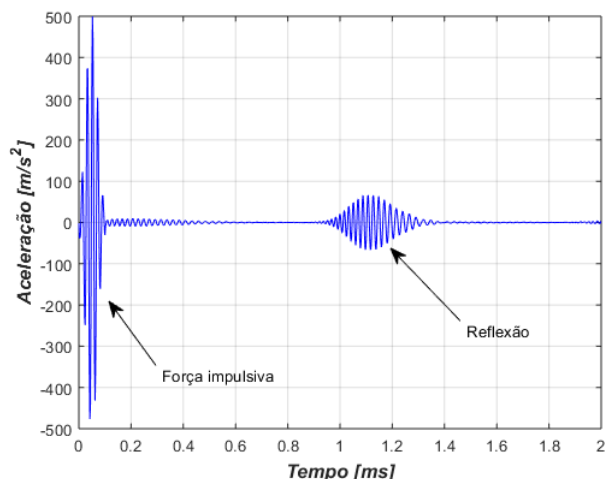


Figura 12 – Resposta obtida para a viga saudável

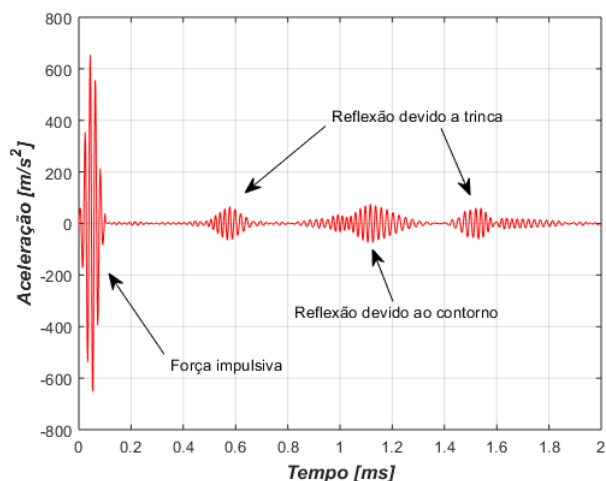


Figura 13 – Resposta obtida para a viga com trinca de 30%.

na presença de nós dos primeiros modos de vibrar da viga. Para facilitar a visualização dos resultados, as respostas foram representadas em paralelo para observar as diferenças encontradas. Por fim, para lidar com a aleatoriedade presente na aquisição de sinais na prática, foram feitas simulações das respostas nos casos descritos com a adição de ruído branco com 5% e 10 % do desvio padrão dos sinais analisados.

Os índices de dano estudados foram calculados a partir dos sinais obtidos. No entanto, as amplitudes dos resultados obtidos não possuem a mesma grandeza, como pode ser observado nas Figuras 14, 15, 16 e 17. Para que fosse possível comparar os índices de dano, os mesmos foram normalizados dividindo o resultado pelo maior valor absoluto encontrado, para que os resultados mostrassem valores entre zero e um, onde zero o índice acusa que a viga está saudável, enquanto valores maiores acusam a presença da trinca.

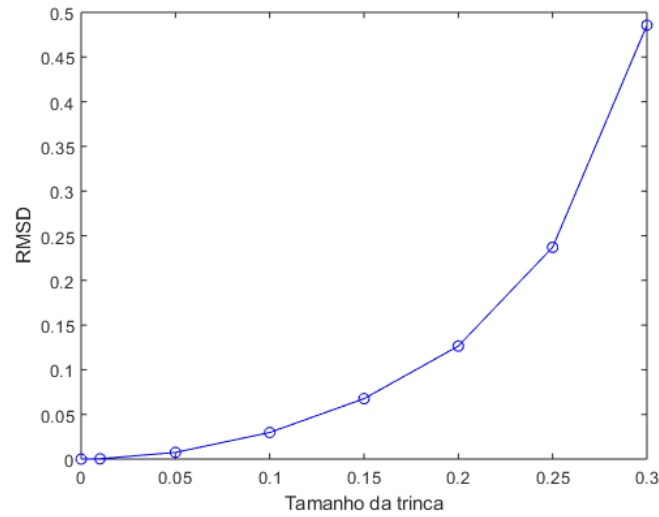


Figura 14 – Índice de Dano RMSD não normalizado.

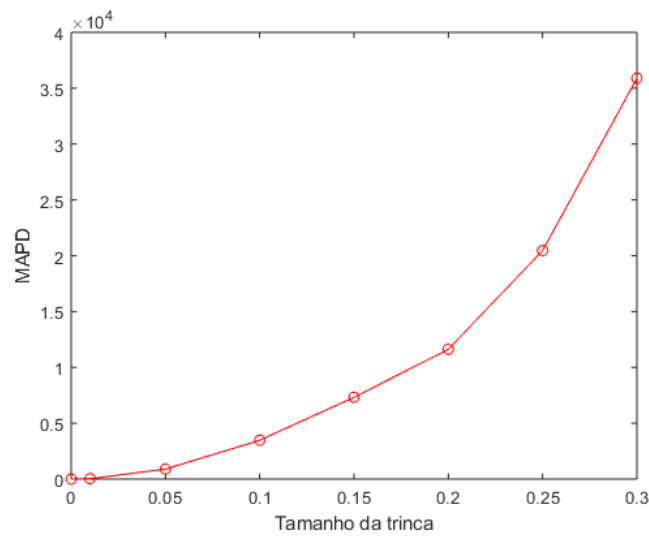


Figura 15 – Índice de Dano MAPD não normalizado.

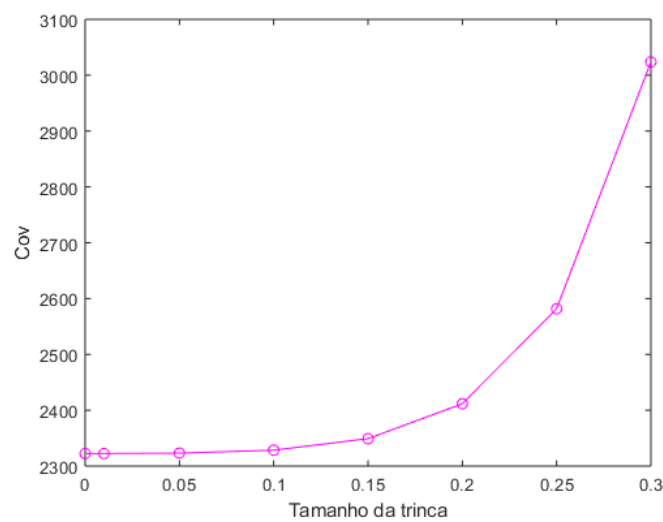


Figura 16 – Índice de Dano COV não normalizado.

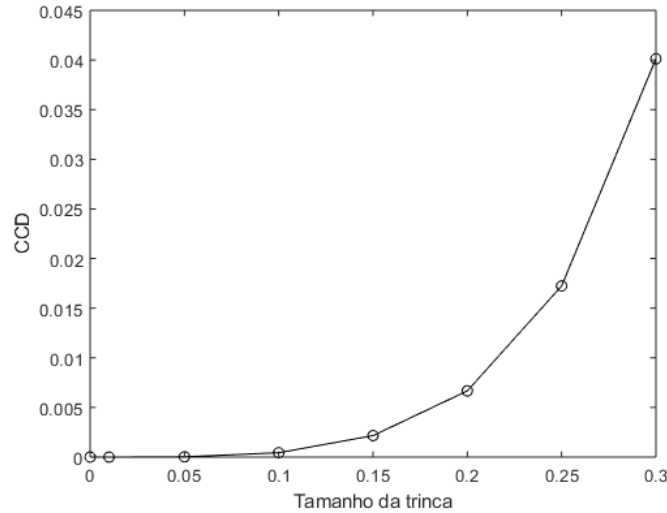


Figura 17 – Índice de Dano CCD não normalizado.

4.1 Trinca na posição $L_1 = 0,5L$

Inicialmente, a trinca foi posicionada na metade da viga, onde o dano encontra-se equidistante entre o local de excitação e a extremidade refletora do pulso. O resultado obtido desconsiderando ruído encontra-se na Figura 18. Os resultados com a adição de ruído de 5% e 10% encontram-se nas Figuras 19 e 20, respectivamente. Visualmente é difícil notar diferenças significativas entre as repostas sem ruído e com ruído de 5%. No entanto, na resposta com ruído de 10% percebe-se a presença de perturbações aleatórias no sinal, o que contamina o sinal determinístico e pode influenciar a detecção de dano na estrutura.

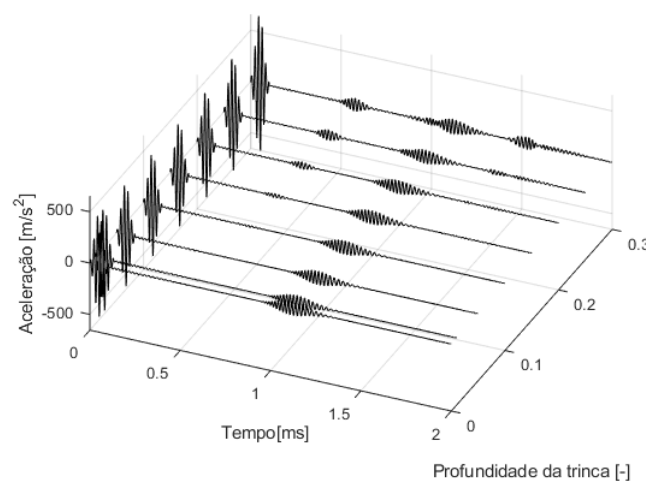


Figura 18 – Respostas em aceleração desconsiderando ruído com trinca em $L_1 = 0,5L$.

Nestas figuras, observa-se que não há uma diferença significativa entre as repostas das estruturas saudável e trincada para profundidades pequenas (1% e 5%). Assim, nestes casos, não é possível identificar de forma visual a presença de trinca na estrutura.

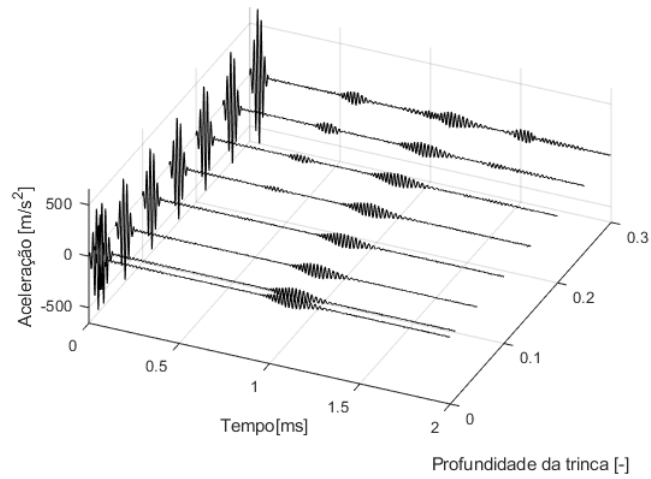


Figura 19 – Respostas em aceleração considerando ruído de 5% com trinca em $L_1 = 0,5L$.

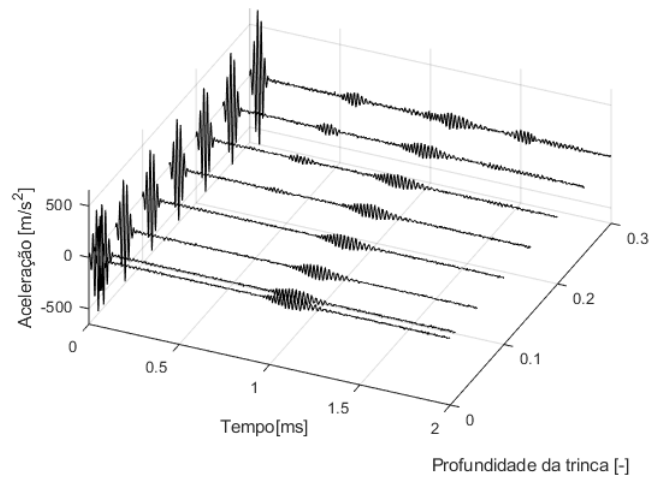


Figura 20 – Respostas em aceleração considerando ruído de 10% com trinca em $L_1 = 0,5L$.

Os resultados para os índices de dano RMSD, MAPD, COV e CCD estão representados nas Figuras 21, 22 e 23:

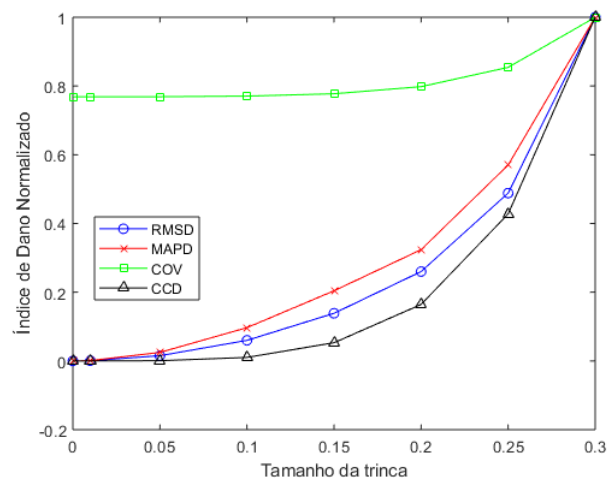


Figura 21 – Índices de dano desconsiderando ruído para trinca localizada em $L_1 = 0,5L$.

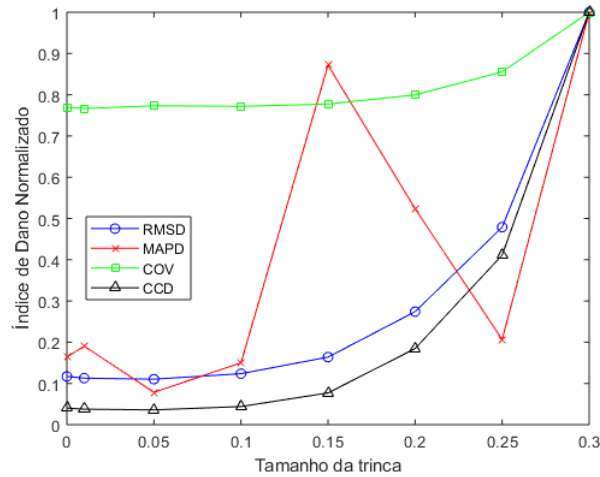


Figura 22 – Índices de dano considerando ruído de 5% para trinca localizada em $L_1 = 0,5L$.

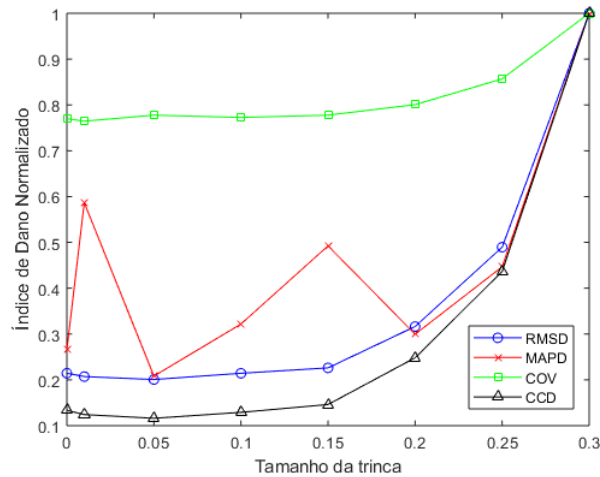


Figura 23 – Índices de dano considerando ruído de 10% para trinca localizada em $L_1 = 0,5L$.

À exceção do índice MAPD, os índices de dano se comportam de maneira crescente: ao aumentar a profundidade da trinca acusa-se um maior valor para o índice de dano, e desta forma, cumprem seu papel para avaliar a influência da trinca na propagação das ondas na viga. No entanto, o índice de dano COV demonstra um comportamento atípico se comparado com os demais índices de dano. Mesmo com uma trinca bastante pequena (1% da altura da seção transversal da viga), o referido parâmetro estatístico acusa um índice de dano de 77%, mantendo-se pouco sensível ao aumento da profundidade do dano.

4.2 Trinca na posição $L_1 = 0,18L$

Em seguida, a trinca foi posicionada em $L_1 = 0,18L$, onde o dano encontra-se mais próximo ao local de aplicação do pulso. Após realizar as simulações, percebeu-se que a ordem de magnitude da resposta em aceleração com a trinca de profundidade de

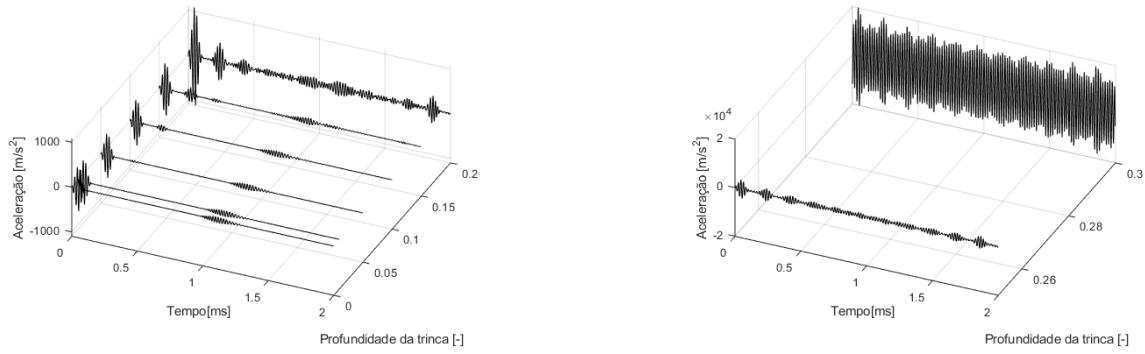


Figura 24 – Respostas em aceleração desconsiderando ruído com trinca em $L_1 = 0, 18L$.

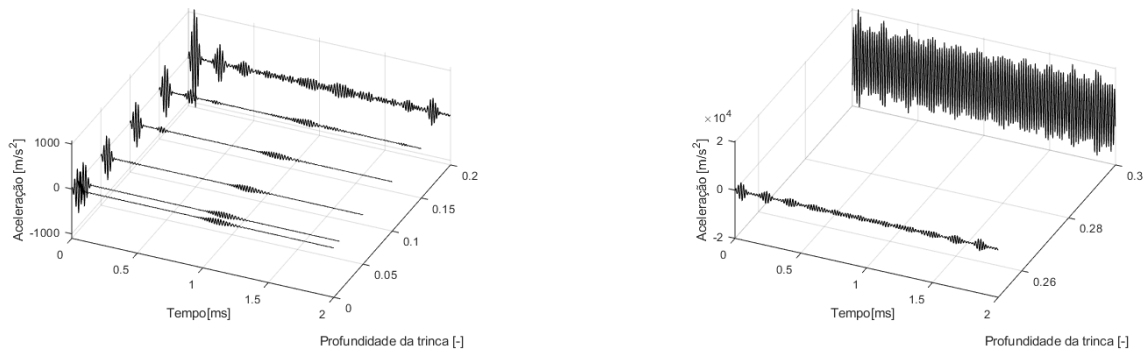


Figura 25 – Respostas em aceleração considerando ruído de 5% com trinca em $L_1 = 0, 18L$.

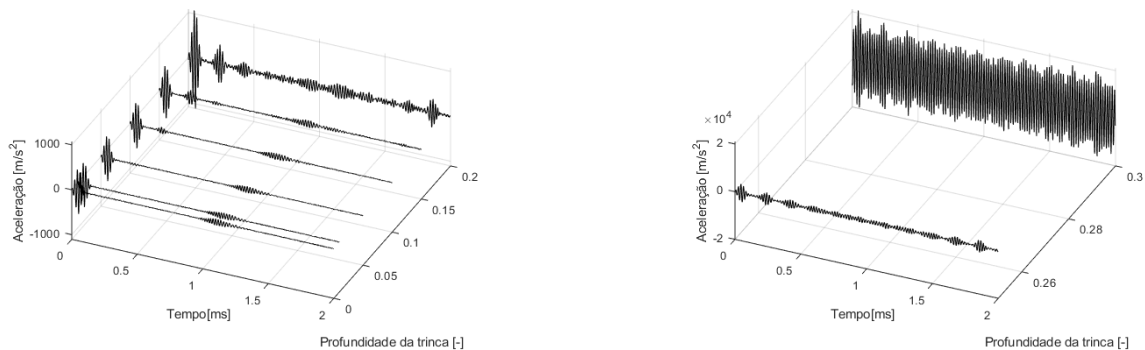


Figura 26 – Respostas em aceleração considerando ruído de 10% com trinca em $L_1 = 0, 18L$.

25% e 30%. Assim, para melhorar a visualização dos resultados estes foram separados em duas figuras, uma dedicada para as respostas com trincas de 25% e 30% e outra figura mostrando as demais respostas. Os resultados obtidos com a trinca na posição $L_1 = 0, 18L$ são mostrados da Figura 24, 25 e 26:

À vista dos resultados obtidos, cogita-se que quando a trinca encontra-se tão próxima do ponto de aplicação do pulso, a profundidade de 25% já demonstra que o sinal obtido já não possui correspondência com o fenômeno estudado. Além disso, à exceção do índice CCD, os índices de dano não apresentam sensibilidade ao aumentar a profundidade da trinca e o ruído não influencia os resultados, como pode ser observado nas Figuras 27,

28 e 29.

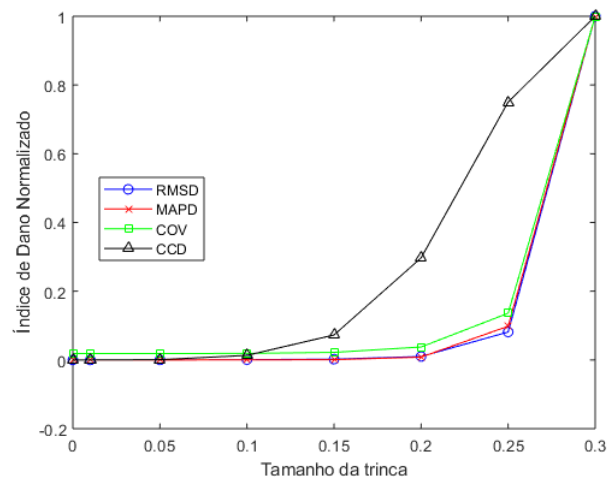


Figura 27 – Índices de dano desconsiderando ruído para trinca localizada em $L_1 = 0, 18L$.

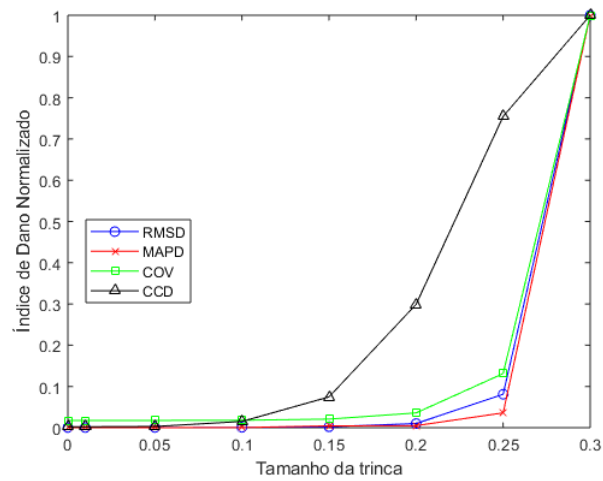


Figura 28 – Índices de dano considerando ruído de 5% para trinca localizada em $L_1 = 0, 18L$.

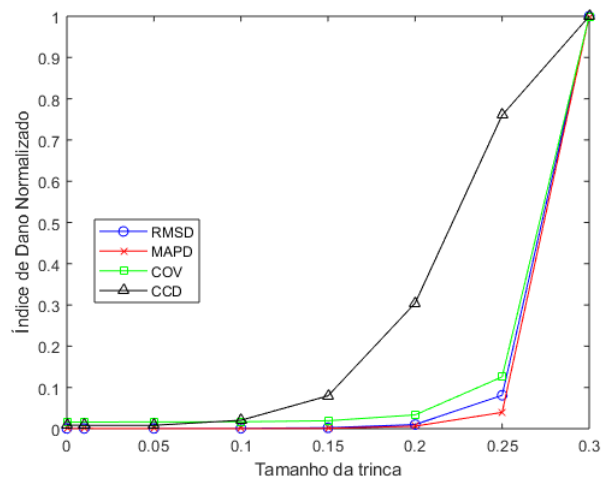


Figura 29 – Índices de dano considerando ruído de 10% para trinca localizada em $L_1 = 0,18L$.

4.3 Trinca na posição $L_1 = 0,82L$

Por último, a trinca foi posicionada em $L_1 = 0,82L$, encontrando-se mais longe do local de aplicação do pulso. Os resultados obtidos com a trinca na posição $L_1 = 0,82L$ são mostrados nas Figuras 30, 31 e 32. Visualmente, observa-se que tanto as respostas nesta localização da trinca quanto os índices de dano são semelhantes aos resultados obtidos com a trinca em $L_1 = 0,5L$. Os índices de dano calculados estão representadas nas Figuras 33, 34 e 35.

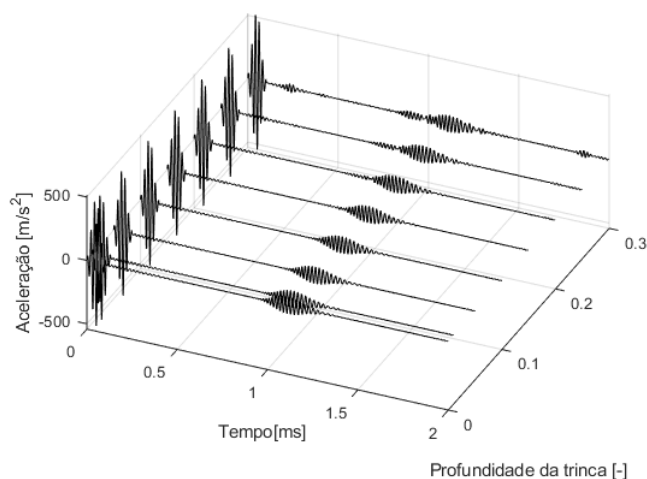


Figura 30 – Respostas em aceleração desconsiderando ruído com trinca em $L_1 = 0,82L$.

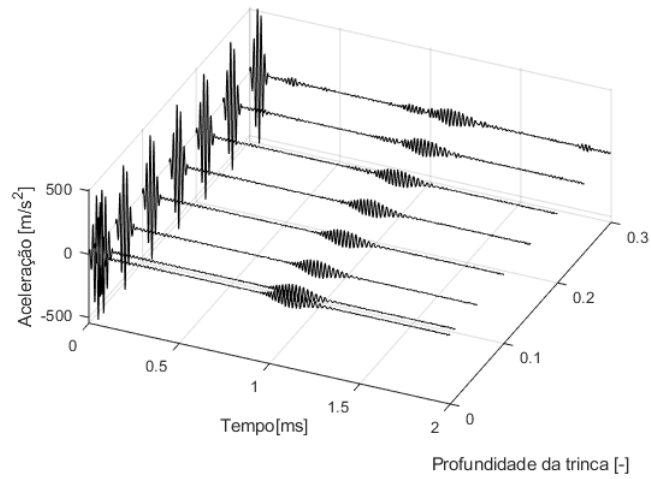


Figura 31 – Respostas em aceleração considerando ruído de 5% com trinca em $L_1 = 0,82L$.

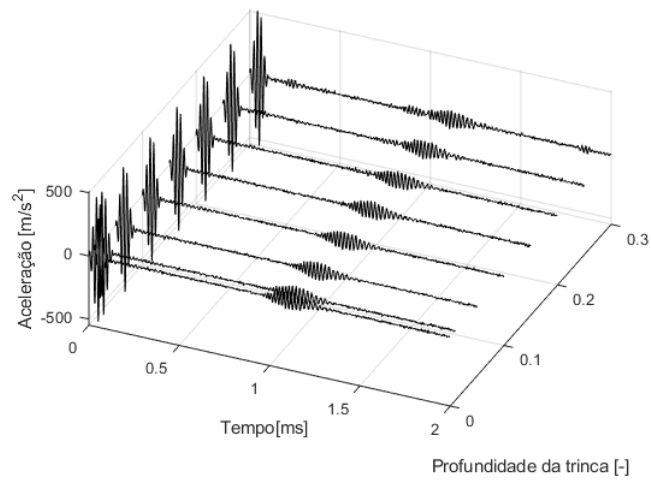


Figura 32 – Respostas em aceleração considerando ruído de 10% com trinca em $L_1 = 0,82L$.

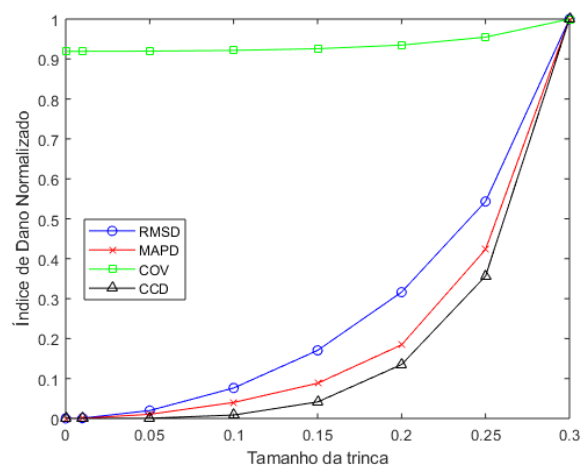


Figura 33 – Índices de dano desconsiderando ruído para trinca localizada em $L_1 = 0,82L$.

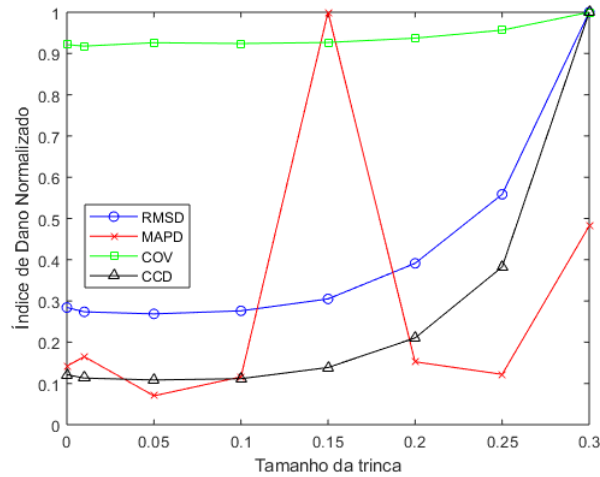


Figura 34 – Índices de dano considerando ruído de 5% para trinca localizada em $L_1 = 0,82L$.

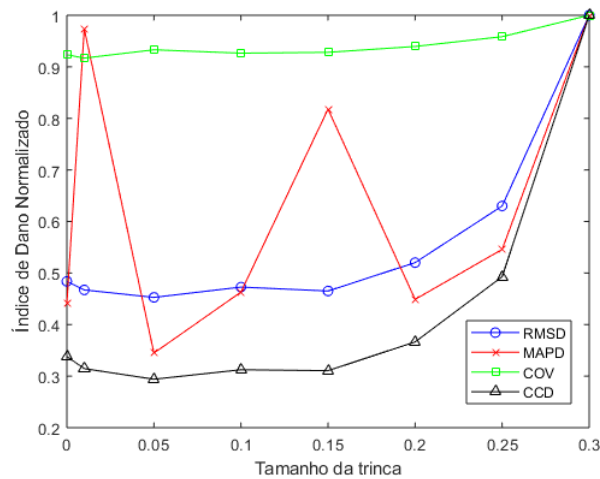


Figura 35 – Índices de dano considerando ruído de 10% para trinca localizada em $L_1 = 0,82L$.

4.4 Mapas dos índices de dano

Analisando os resultados obtidos, conclui-se que os testes foram realizados para diversas profundidades de trinca e posições na viga, e para cada teste obteve-se uma resposta à excitação no domínio do tempo. Ao aumentar a profundidade da trinca em todos os casos, a reflexão da onda fica mais evidente. No entanto, a variação da posição da trinca ao longo da viga foi feita escolhendo 7 valores que podem não descrever a totalidade do comportamento na faixa de profundidade de 1% até 30%. É neste cenário que a utilização de gráficos em três dimensões são úteis para realizar uma análise mais aprofundada, demonstrando o comportamento dos indicadores de forma mais completa, variando de forma mais refinada tanto a localização quanto a profundidade da trinca. Os mapas para os índices de dano estão da Figura 36 até a Figura 47.

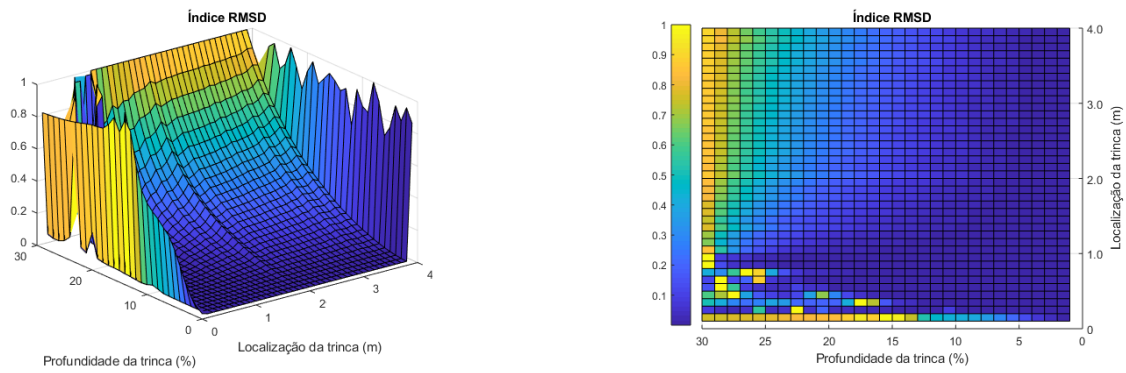


Figura 36 – MAPA RMSD desconsiderando ruído.

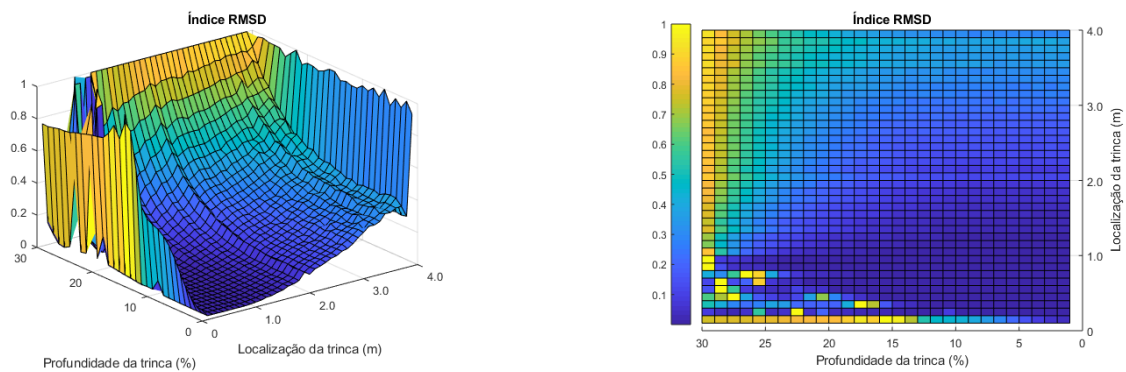


Figura 37 – MAPA RMSD considerando ruído de 5%.

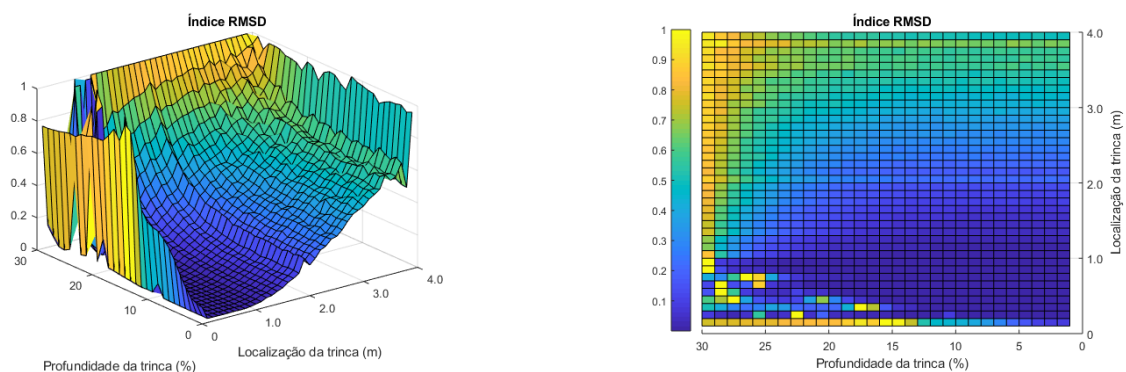


Figura 38 – MAPA RMSD considerando ruído de 10%.

4.5 Discussão dos resultados obtidos

Ao analisar os índices de dano estudados, foi possível chegar a alguns resultados interessantes. Mesmo quando o dano possui profundidade de 1%, o índice RMSD apresenta valores diferentes de zero, o que mostra a alta sensibilidade deste índice com relação à presença de dano. A adição de ruído branco nas simulações não muda o comportamento do índice, apenas reduz a suavidade da curva e aumenta a quantidade de pontos críticos.

O índice MAPD foi claramente o que teve desempenho mais comprometido ao adicionar o ruído branco no sinal. Isto pode ser explicado pelo fato do cálculo ser feito considerando as variações absolutas entre os dois sinais.

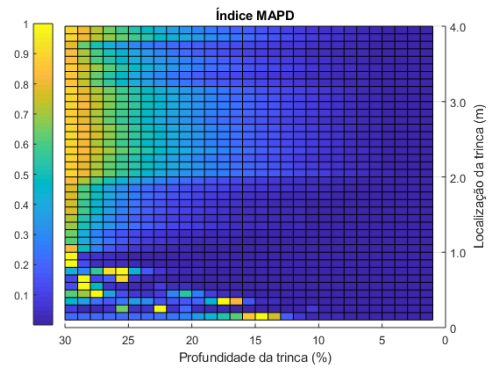
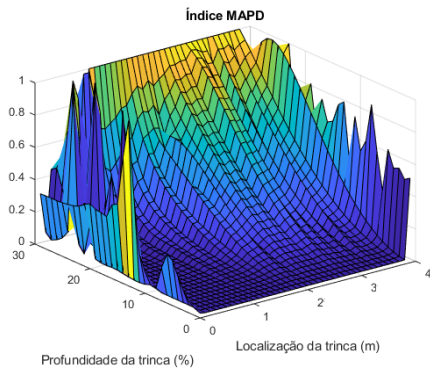


Figura 39 – MAPA MAPD desconsiderando ruído.

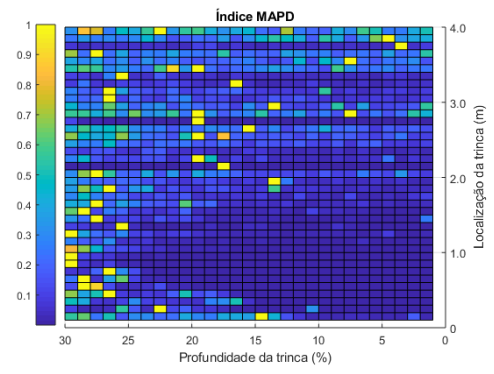
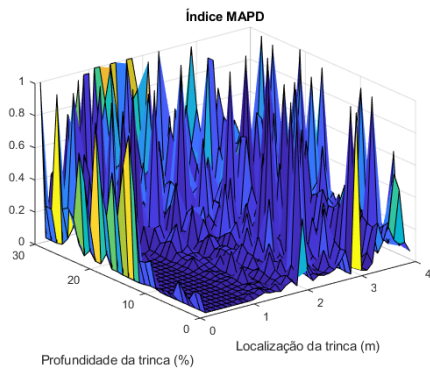


Figura 40 – MAPA MAPD considerando ruído de 5%.

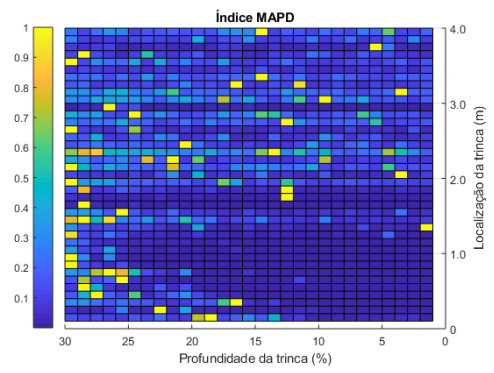
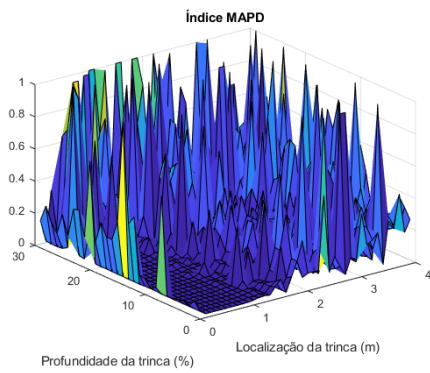


Figura 41 – MAPA MAPD considerando ruído de 10%.

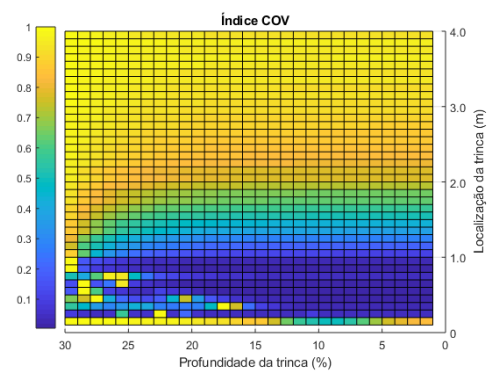
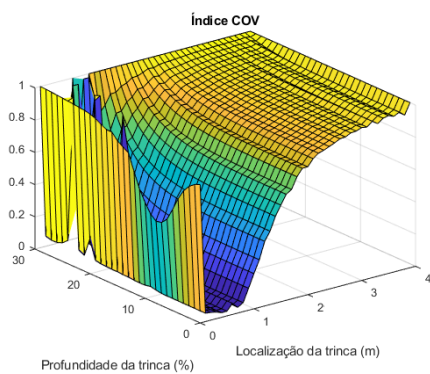


Figura 42 – MAPA COV desconsiderando ruído.

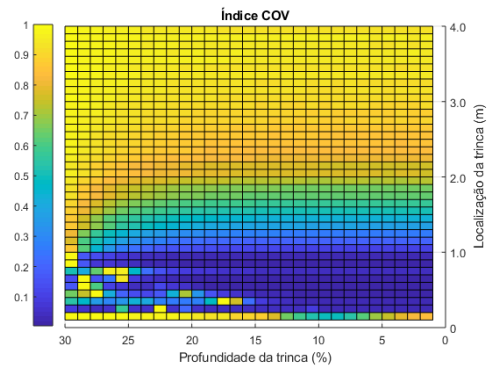
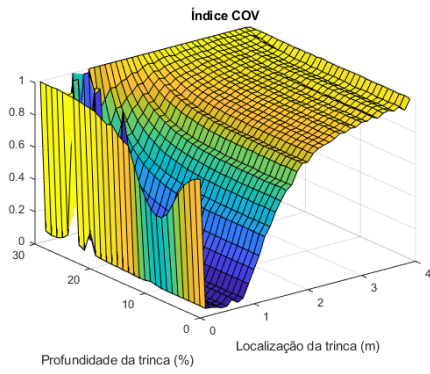


Figura 43 – MAPA COV considerando ruído de 5%.

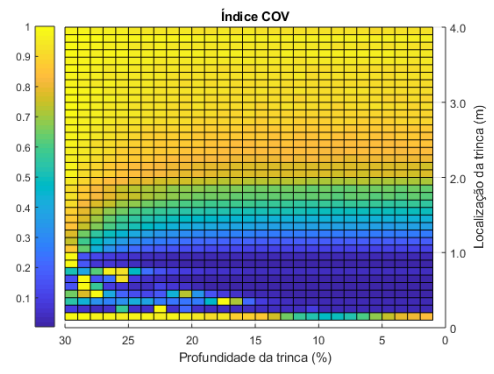
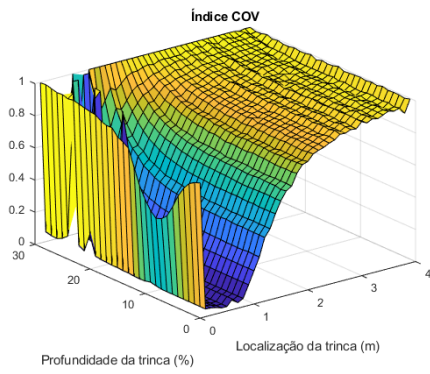


Figura 44 – MAPA COV considerando ruído de 10%.

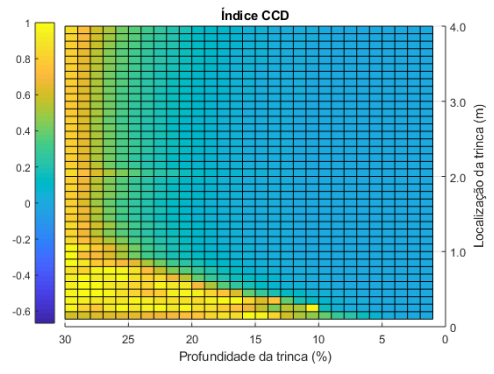
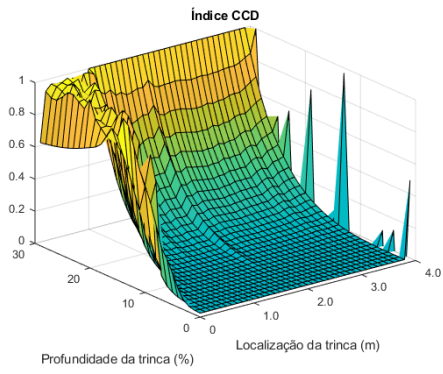


Figura 45 – MAPA CCD desconsiderando ruído.

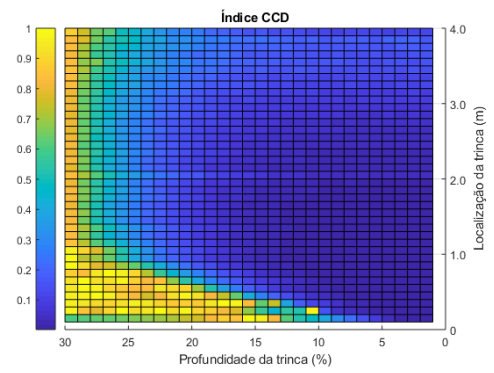
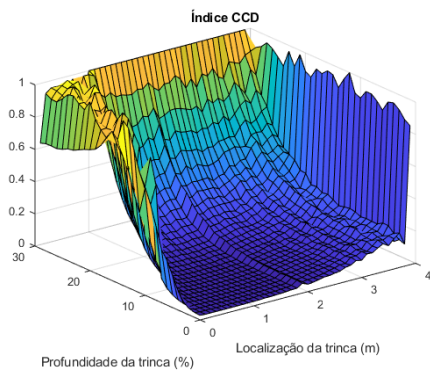


Figura 46 – MAPA CCD considerando ruído de 5%.

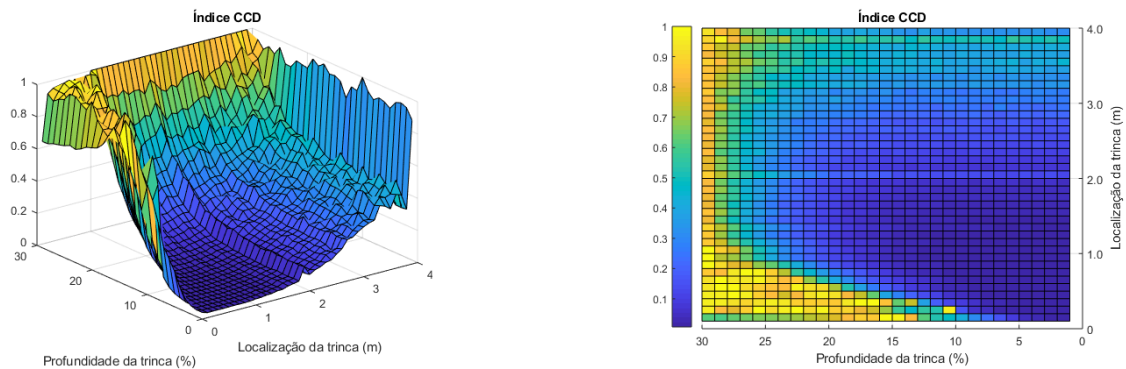


Figura 47 – MAPA CCD considerando ruído de 10%.

Os valores da covariância aumentam quando o tamanho da trinca cresce, porém com muito menos sensibilidade ao dano, permanecendo em patamares praticamente constantes quando o dano é muito pequeno, além de mudar pouco com a adição de ruído.

O índice CCD possui comportamento próximo ao do RMSD, e desta forma os mesmo comentários valem para o desvio do coeficiente de correlação.

Em resumo, a tendência dos índices de aumentarem à medida em que aumenta-se a profundidade da trinca pode ser explicada pelo fato que a energia dissipada (e portanto a diferença entre os sinais) aumenta quando o tamanho da trinca cresce.

Analisando as figuras em duas dimensões do índice RMSD, percebe-se que este apresenta um comportamento consistente, não variando muito seus valores ao aumentar o ruído nos sinais. Já para o índice MAPD, é notável que o mesmo não possui regularidade ao adicionar ruído, indicando valores próximos de 1 mesmo quando o tamanho ainda é bastante pequeno. O índice COV indica valores muito elevados quando a trinca está mais longe da aplicação do pulso e possui baixa sensibilidade à profundidade da trinca, o que pode ser problemático no contexto de monitoramento estrutural. Por fim, o índice CCD um comportamento parecido com o do RMSD, com variações graduais à medida em que varia-se a profundidade da trinca e é pouco afetado pela localização da trinca ao longo da viga. Desta forma, os índices RMSD e CCD apresentam um desempenho superior aos outros índices de dano ao sinalizarem a presença de trincas nas vigas estudadas.

5 CONCLUSÕES

5.1 Considerações finais

Este projeto de graduação se propôs a estudar o comportamento de índices de dano encontrados na literatura no contexto de propagação de ondas em vigas de Euler-Bernoulli.

Inicialmente foi feita uma revisão da modelagem de uma viga de Euler-Bernoulli pelo Método do Elemento Espectral, seguida da formulação do elemento espectral de viga semi-infinito e do elemento espectral de viga trincado, com o cálculo da flexibilidade da trinca a partir do Teorema de Castigliano.

A simulação numérica foi realizada considerando vigas de material homogêneo do tipo livre-livre. Na análise realizada todos os parâmetros foram considerados como determinísticos. Foram utilizados quatro índices de dano disponíveis na literatura, que resultam em valores escalares relacionando os sinais provindos de estados na presença e na ausência de dano. As métricas de dano foram calculadas variando o tamanho da profundidade da trinca, onde esperava-se maiores diferenças em comparação com o estado saudável da estruturas, e variando a posição, observando se a distância da trinca em relação à aplicação do pulso e sua reflexão iriam desempenhar um papel importante na identificação dos danos. Além disso, foi acrescentado ruído branco nos sinais obtidos, a fim de estudar a influência do mesmo nos indicadores estudados.

As respostas das vigas foram simuladas utilizando o Método do Elemento Espectral, e os índices de dano propostos foram calculados e normalizados para que o desempenho de cada um pudesse ser avaliado. Os índices RMSD e CCD foram considerados os mais adequados para avaliar a presença de trincas nos casos apresentados, visto que seus valores variam pouco conforme muda-se a localização da trinca, e demonstram ser sensíveis ao aumento da profundidade da trinca. Estas duas características se apresentam como promissoras no ramo do monitoramento de estruturas. O índice MAPD, ao desconsiderar a presença do ruído, demonstra ser eficaz na detecção de dano. No entanto, ao adicionar um ruído de 5% e 10% este indicador apresenta comportamento errático, não demonstrando padrões observáveis que possam indicar correlação entre seus valores e o tamanho da trinca. Por último, o índice COV é considerado pouco eficaz quando a trinca

é localizada após a metade da trinca, ou seja, entre $L_1 = 0,5L$ e $L_1 = L$. Ao variar de maneira irrisória nesta faixa descrita, o índice não pode ser considerado confiável para avaliar a severidade do dano em uma viga com esta configuração.

De forma geral, a adição de ruído afeta drasticamente o índice MAPD, que assume um comportamento errático, indicando que seu valor não possui correspondência com a profundidade da trinca. Contudo, no tocante aos demais índices de dano o ruído afeta apenas a suavidade das curvas dos índices de dano. Quanto à posição da trinca, conclui-se que quando o dano encontra-se próximo à aplicação do pulso, ou seja assumindo valores menores que $L_1 = 0,25L$, os índices RMSD, MAPD, COV não são adequados para assegurar a presença de dano na estrutura. O índice CCD apresenta uma transição mais gradual dos seus valores à medida em que a profundidade da trinca aumenta, o que leva a crer que este índice de dano seja superior aos demais quando a trinca encontra-se na faixa de valores descrita.

5.2 Propostas para trabalhos futuros

Diversas linhas de pesquisa podem ser desenvolvidos a partir do tema estudado. Sugere-se validar o modelo através de ensaios experimentais, particularmente utilizando sensores piezoelétricos. Seria interessante também estudar outros tipos de defeitos aplicados à estrutura, como furos e juntas. Implementar um código computacional que avaliasse o dano com algoritmos genéticos e redes neurais seria um avanço significativo para reconhecer de forma mais eficaz os padrões de presença de dano nos sinais obtidos. Finalmente, aplicar a metodologia descrita neste trabalho a estruturas mais complexas como vigas Timoshenko, placas e cascas aumentaria a aplicabilidade em mais elementos estruturais.

Referências

- BALAGEAS, D.; FRITZEN, C.-P.; GÜEMES, A. *Structural health monitoring*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010. v. 90. Citado na página 1.
- CAWLEY, P. Long range inspection of structures using low frequency ultrasound. *Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures*, University of Sheffield Sheffield, UK, p. 1–17, 1997. Citado na página 1.
- CAWLEY, P.; ADAMS, R. D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 14, n. 2, p. 49–57, 1979. Citado na página 4.
- CHEN, J. et al. The design of a novel mother wavelet that is tailor-made for continuous wavelet transform in extracting defect-related features from reflected guided wave signals. *Measurement*, Elsevier, v. 110, p. 176–191, 2017. Citado na página 19.
- DOEBLING, S. W. et al. *Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review*. [S.l.], 1996. Citado na página 4.
- DOYLE, J. F. *Wave propagation in structures : spectral analysis using fast discrete Fourier transforms*. Second. New York: Springer-Verlag New York, Inc., 1997. (Mechanical engineering). Citado na página 5.
- FARRAR, C. R.; WORDEN, K. An introduction to structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, The Royal Society London, v. 365, n. 1851, p. 303–315, 2006. Citado na página 15.
- GIURGIUTIU, V. *Structural health monitoring: with piezoelectric wafer active sensors*. [S.l.]: Elsevier, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 19.
- GIURGIUTIU, V.; ROGERS, C. A. Recent advancements in the electromechanical (e/m) impedance method for structural health monitoring and nde. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Smart Structures and Materials 1998: Smart Structures and Integrated Systems*. [S.l.], 1998. v. 3329, p. 536–548. Citado na página 6.
- GOPALAKRISHNAN, S.; RUZZENE, M.; HANAGUD, S. *Computational techniques for structural health monitoring*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2011. Citado na página 1.
- HALFPENNY, A. A frequency domain approach for fatigue life estimation from finite element analysis. In: TRANS TECH PUBL. *Key Engineering Materials*. [S.l.], 1999. v. 167, p. 401–410. Citado na página 1.

- HO, Y.; EWINS, D. Numerical evaluation of the damage index. *Structural Health Monitoring*, v. 1999, p. 995–1011, 2000. Citado na página 6.
- KRAWCZUK, M. Application of spectral beam finite element with a crack and iterative search technique for damage detection. *Finite Elements in Analysis and Design*, Elsevier, v. 38, n. 6, p. 537–548, 2002. Citado na página 12.
- KRAWCZUK, M.; PALACZ, M.; OSTACHOWICZ, W. The dynamic analysis of a cracked timoshenko beam by the spectral element method. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier, v. 264, n. 5, p. 1139–1153, 2003. Citado na página 5.
- LECCE, L.; VISCARDI, M.; ZUMPANO, G. Multifunctional system for active noise control and damage detection on a typical aeronautical structure. In: INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICS AND PHOTONICS. *Smart Structures and Materials 2001: Smart Structures and Integrated Systems*. [S.l.], 2001. v. 4327, p. 201–212. Citado na página 6.
- LEE, B.; STASZEWSKI, W. Modelling of lamb waves for damage detection in metallic structures: Part ii. wave interactions with damage. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 12, n. 5, p. 815, 2003. Citado na página 5.
- LEE, U. *Spectral element method in structural dynamics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009. Citado na página 5.
- MACHADO, M.; ADHIKARI, S.; SANTOS, J. D. A spectral approach for damage quantification in stochastic dynamic systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, v. 88, p. 253–273, 2017. Citado na página 5.
- MACHADO, M.; SANTOS, J. D. Reliability analysis of damaged beam spectral element with parameter uncertainties. *Shock and Vibration*, Hindawi, v. 2015, 2015. Citado na página 5.
- MACHADO, M. R. et al. Quantificação de incertezas e análise de confiabilidade em problemas mecânicos. [sn], 2012. Citado 3 vezes nas páginas vi, 9 e 11.
- MELHEM, H.; KIM, H. Damage detection in concrete by fourier and wavelet analyses. *Journal of Engineering Mechanics*, American Society of Civil Engineers, v. 129, n. 5, p. 571–577, 2003. Citado na página 17.
- MITRA, M.; GOPALAKRISHNAN, S. Guided wave based structural health monitoring: A review. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 25, n. 5, p. 053001, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.
- MONACO, E.; FRANCO, F.; LECCE, L. Experimental and numerical activities on damage detection using magnetostrictive actuators and statistical analysis. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 11, n. 7, p. 567–578, 2000. Citado na página 6.
- NARAYANAN, G.; BESKOS, D. Use of dynamic influence coefficients in forced vibration problems with the aid of fast fourier transform. *Computers & Structures*, Elsevier, v. 9, n. 2, p. 145–150, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 8.
- NEWLAND, D. E. Harmonic wavelet analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, The Royal Society London, v. 443, n. 1917, p. 203–225, 1993. Citado na página 17.

- OSTACHOWICZ, W. et al. Guided waves in structures for shm. *J. Wiley&Sons*, Wiley Online Library, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 19.
- PALACZ, M.; KRAWCZUK, M. Analysis of longitudinal wave propagation in a cracked rod by the spectral element method. *Computers & structures*, Elsevier, v. 80, n. 24, p. 1809–1816, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 18.
- PEREIRA, F. N. *Propagação de ondas e detecção de danos com modelos de barra de alta ordem pelo método do elemento espectral*. 2009a. Tese (Doutorado) — Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009. Citado na página 9.
- SAMMAN, M. M.; BISWAS, M. Vibration testing for nondestructive evaluation of bridges. ii: results. *Journal of Structural Engineering*, American Society of Civil Engineers, v. 120, n. 1, p. 290–306, 1994. Citado na página 6.
- SOHN, H. et al. A review of structural health monitoring literature: 1996–2001. *Los Alamos National Laboratory, USA*, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 5.
- SU, Z.; YE, L. *Identification of damage using Lamb waves: from fundamentals to applications*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2009. v. 48. Citado 3 vezes nas páginas 6, 15 e 18.
- TADA, H.; PARIS, P. C.; IRWIN, G. R. The stress analysis of cracks. *Handbook, Del Research Corporation*, 1973. Citado na página 12.
- TSENG, K. K.; NAIDU, A. Non-parametric damage detection and characterization using smart piezoceramic material. *Smart Materials and Structures*, IOP Publishing, v. 11, n. 3, p. 317, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 16.
- TUNG, Y.-K.; YEN, B. C. *Hydrosystems engineering uncertainty analysis*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2005. Citado na página 16.
- WANG, X.; PETER, W. T.; DORDJEVICH, A. Evaluation of pipeline defect's characteristic axial length via model-based parameter estimation in ultrasonic guided wave-based inspection. *Measurement Science and Technology*, IOP Publishing, v. 22, n. 2, p. 025701, 2010. Citado na página 19.