



Universidade de Brasília

Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Gestão de Políticas  
Públicas

Departamento de Administração

**LUCAS NÓBREGA DE SÁ**

**DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES NO BRASIL:**

Quantas ações compõem uma carteira livre de risco não sistemático de um  
investidor de longo prazo na Bolsa de Valores brasileira

Brasília – DF

2020

LUCAS NÓBREGA DE SÁ

DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES NO BRASIL:

Quantas ações compõem uma carteira livre de risco não sistemático de um investidor de longo prazo na Bolsa de Valores brasileira

Monografia apresentada ao Departamento de Administração como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Administração.

Professor Orientador: Ph.D., Carlos Henrique Marques da Rocha.

Brasília – DF

2020

LUCAS NÓBREGA DE SÁ

**DIVERSIFICAÇÃO DE CARTEIRA DE AÇÕES NO BRASIL:**

Quantas ações compõem uma carteira livre de risco não sistemático de um investidor de longo prazo na Bolsa de Valores brasileira

A Comissão Examinadora, abaixo identificada, aprova o Trabalho de Conclusão do Curso de Administração da Universidade de Brasília do aluno

**Lucas Nóbrega de Sá**

Ph.D., Carlos Henrique Marques da Rocha

Brasília, 19 de Fevereiro de 2020

Dedico esse trabalho ao meu filho Hiro, que é minha maior motivação. À minha família por todo suporte ao longo da vida.

## RESUMO

Segundo Markowitz (1952) a seleção de uma carteira de investimentos é um processo fundamental para um investidor avesso a risco que deseja maximizar a relação risco-retorno de seus ativos. Essa pesquisa tem como objetivo identificar o grau ótimo de diversificação de uma carteira de ações de um investidor de longo prazo na Bolsa de Valores brasileira. No longo prazo, utilizando-se do método de Statman (1987) de cálculo do desvio padrão de carteiras aleatórias compostas por 1 até 182 ações foi observado que o grau ótimo de diversificação é de 30 ações para um investidor de longo prazo. Também foi possível observar que o custo de transação não tem um impacto relevante para uma carteira diversificada de longo prazo. A pesquisa concluiu que o risco não sistemático pode ser mitigado através da diversificação de ações.

**Palavras-chave:** diversificação de carteira, gestão de carteira, investimentos no longo prazo, risco não sistemático, mercado de ações.

## **ABSTRACT**

According to Markowitz (1952) the portfolio selection of assets it is a fundamental procedure to a risk averse investor that intend to maximize the risk-return relation of the portfolio. This research has the main objective of identify the optimal diversification of a stock portfolio for a long-term investor in the Brazilian stock market. In the long-term, according to Statman (1987) method was measured the standard deviation of random portfolios composed by 1 to 182 stocks. The results have shown that in the Brazilian stock market 30 stocks is the optimal portfolio diversification size and the variant of transaction costs it was marginal to the diversify a portfolio in the long-term. This essay concludes that the unsystematic risk of a stock portfolio can be mitigated by diversification.

**Keywords:** portfolio diversification, portfolio selection, long-term investments, unsystematic risk, stock market.

## LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1** - Série histórica Selic acumulada no período entre 2009 e 2019 .....6
- Gráfico 2** - Fronteira eficiente e pontos das carteiras com mínima variância ..... 16
- Gráfico 3** - Distribuição do desvio-padrão das carteiras compostas por n ativos .. 32

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Distribuição da participação de homens e mulheres no total de investidores pessoa física na Bolsa B3 (2009-2019) .....	15
<b>Tabela 2</b> – Custo médio de corretagem praticado pelo mercado em 21/02/2020 para compra de ações no mercado à vista via plataformas online .....	24
<b>Tabela 3</b> - Tabela de resultados dos desvios-padrão das carteiras aleatórias compostas por n ações .....	26
<b>Tabela 4</b> - 20 empresas com os maiores desvios-padrão da amostra em ordem decrescente .....	30

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	10
1.1 Contextualização .....	10
1.2 Formulação do problema .....	11
1.3 Proposição .....	11
1.4 Objetivo Geral .....	12
1.5 Objetivos Específicos .....	12
1.6 Justificativas .....	12
1.7 Hipóteses .....	13
1.8 Estrutura da Pesquisa .....	13
2. REFERENCIAL TEÓRICO .....	14
2.1 Mercado acionário brasileiro .....	14
2.2 Teoria de Moderna de Carteira .....	16
2.3 Capital Asset Pricing Model (CAPM) .....	19
2.4 Risco não sistemático .....	20
2.5 Grau ótimo de diversificação em um portfólio de ações .....	20
3. METODOLOGIA .....	23
3.1 População e amostra .....	23
3.2 Tipo e descrição geral da pesquisa .....	23
4. RESULTADOS E ANÁLISE EMPÍRICA .....	26
4.1 Elevado Grau de dispersão dos desvios-padrão de empresas de menor valor de mercado .....	30
4.2 Alta correlação entre aumento de diversificação e redução do risco não sistemático da carteira .....	31
5. CONCLUSÃO .....	33
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	34

## **1. INTRODUÇÃO**

### **1.1. Contextualização**

O mercado de capitais brasileiro vive um momento de crescimento exponencial, segundo dados da B3 – Brasil, Bolsa, Balcão (resultado da fusão entre a CETIP e a BM&F Bovespa), o número de investidores cadastrados na instituição apresentou um crescimento percentual de 331,43% no período de 10 anos, superando os 1,8 milhões de investidores. Esse fenômeno se deve em grande parte a queda da taxa básica de juros, a taxa Selic. Esse fato impulsionou os investidores e diversificarem suas carteiras de investimentos a fim de maximizar a relação risco-retorno de seus ativos. Como tendência de países com mercados de capitais mais maduros, naturalmente ocorreu uma migração de capitais da renda fixa para renda variável, uma vez que apesar da segurança dos ativos, os títulos de renda fixa passaram a ser menos atrativos.

No que se refere a investimentos é inevitável se discutir os riscos que implícitos de cada ativo. Nesse sentido, o risco total de um ativo segundo Damodaran (2015) é resultado da soma do risco sistemático, que depende de fatores macroeconômicos e não são controlados pelo investidor; e pelo risco não sistemático, que se refere ao risco que pode mitigado por meio da diversificação do portfólio. Sendo assim, nesta pesquisa será dado um enfoque sobre o risco não sistemático em uma carteira de ações, com objetivo de mensurar qual seria o número ótimo de ações que o investidor deve possuir para selecionar uma carteira livre desse risco.

A diversificação de ativos que compõe uma carteira é um aspecto fundamental quando se discute sobre investimentos no campo de estudos de Finanças. Para se mensurar o grau ótimo de diversificação de ações no mercado de capitais brasileiro, foi utilizado o modelo proposto por Statman (1987), que calcula o desvio-padrão de carteiras aleatórias compostas por n ativos obedecendo uma progressão aritmética de razão um. Dessa forma, será possível investigar qual será o número ideal de ações para uma carteira livre de risco não sistemático. Além disso, será realizada uma análise de benefício de se adicionar mais uma ação a carteira em relação ao custo de se adquirir esse ativo.

Por fim, espera-se que com os resultados desse estudo o investidor de longo prazo no Brasil possua maiores condições de tomar suas decisões de investimento e consiga selecionar carteiras com melhor relação risco-retorno.

## **1.2. Formulação do Problema**

A literatura mostra formalmente que a diversificação em carteiras de ações reduz à exposição do investidor ao risco não sistemático (Damodaran, 2015). Até mesmo importantes fundos de investimento (*hedge funds*) são resistentes a possuir um grande número de ações em suas carteiras; usualmente, as suas carteiras têm entre dez e vinte ações diferentes ações.

Eid Jr (1991) e Oliveira e Paula (2008) concluíram que a quantidade ideal que um investidor brasileiro deve manter em carteira é de doze ações. E que os altos custos de transação no mercado contribuem para um baixo nível de diversificação, deixando claro a alta sensibilidade do número de ações aos custos de transação.

O mercado financeiro brasileiro na última década passou por um processo de digitalização, o que proporcionou o acesso a investimentos na bolsa de valores a mais de 1,8 milhão de investidores. Isto foi possível porque, as corretoras adotaram plataformas 100% online e porque a concorrência no setor provocou queda nas taxas de corretagem, reduzindo os custos de transação para o investidor.

Statman (1987) argumenta que o posicionamento dos investidores quanto ao número de ações na carteira pode ser explicado por meio da teoria comportamental do portfólio. Ocorre que Statman (1987) não incorporou os custos de transação na sua análise. Nesse sentido, é interessante analisar até quanto o custo de transação interfere no modelo proposto por Statman (1987).

## **1.3. Proposição**

O mercado financeiro brasileiro na última década sofreu um processo de digitalização exponencial, o que proporcionou o acesso a investimentos na bolsa de

valores acessível a mais de 1,8 milhão de investidores. Em primeiro lugar, devido a corretoras com plataformas 100% online e, em segundo lugar, devido à concorrência acirrada nesse setor gerando a queda nas taxas de corretagem, logo uma redução nos custos de transação para o investidor.

Nesse sentido, é interessante analisar quanto o custo de transação interfere no modelo proposto por Statman no cenário atual brasileiro, tendo em vista que com o aumento da concorrência entre corretoras de valores mobiliários (CTVM) os custos de corretagem de intermediação de ações estão em patamares mais comparáveis aos que eram cobrados nos Estados Unidos quando Statman realizou seu estudo, diferentemente do que ocorria em pesquisas já realizadas no Brasil. Dito isso, **quantas ações compõem uma carteira livre de risco não sistemático de um investidor de longo prazo na Bolsa de Valores brasileira?**

#### **1.4. Objetivo Geral**

Em resposta a questão de pesquisa, o objetivo desse estudo é avaliar qual seria o grau ótimo de diversificação de uma carteira de ações de um investidor de longo prazo na Bolsa de Valores brasileira.

#### **1.5. Objetivos Específicos**

De modo a tornar possível o cumprimento do objetivo geral, foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

- a) Mensurar os desvios padrões das 182 carteiras compostas por n ações até chegarmos ao desvio padrão da carteira de mercado;
- b) Mensurar o custo médio de transação praticado no Brasil para adquirir uma nova ação a uma carteira;
- c) Comparar os resultados da pesquisa com evidências da literatura.

## **1.6. Justificativa**

Os estudos que utilizaram o mesmo método dessa pesquisa no Brasil foram realizados há mais de dez anos, logo, não conseguiram mensurar a mudança estrutural que ocorreu na curva de juros do país, que gerou um aumento da demanda por ativos no período entre 2009 e 2019. Além disso, a variável custos de transação é fundamental para o cálculo do grau ótimo de diversificação do modelo de Statman (1987). Essa variável também sofreu mudanças significativas dentro do período estudado. Dessa forma, se torna relevante estudar o quanto essas mudanças nas variáveis do modelo podem ter gerado alterações no grau ótimo de diversificação de ativos no Brasil.

## **1.7. Hipóteses**

Abaixo serão apresentadas as hipóteses que serão testadas empiricamente neste estudo:

- H<sub>1</sub> Com a redução nos custos de transação para se adicionar mais uma ação a carteira hipotética o grau ótimo de diversificação possivelmente será maior do que o observado na literatura;
- H<sub>2</sub> A carteira de mercado composta por 182 ações possivelmente será livre de risco não sistemático;
- H<sub>3</sub> Os desvios-padrão das carteiras de ações no mercado brasileiro devem ser mais elevados do que dos estudos realizados nos EUA, tendo em vista a baixa maturidade do mercado.

## **1.8. Estrutura da pesquisa**

Essa pesquisa é composta por quatro etapas. A etapa a seguir apresenta a fundamentação teórica do trabalho, discutindo as principais teorias encontradas na literatura a respeito do tema abordado, provendo o leitor do trabalho de informações para

entendimento das próximas etapas. A segunda etapa consiste na apresentação da metodologia utilizada. Por fim, na terceira e na quarta etapa são apresentados e analisados os resultados, e as considerações finais e sugestões de trabalhos futuros, respectivamente.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1. Mercado acionário brasileiro**

Esta pesquisa tem como objeto de estudo o mercado acionário brasileiro sob um recorte de 10 anos. Dessa forma, para embasamento teórico inicia-se discutindo sobre o funcionamento do mercado de capitais, para ao final entender o grau ótimo de diversificação dos ativos negociados.

Segundo Ross et al (2013, p. 256) a BM&FBovespa (atualmente chamada de B3) é a principal instituição brasileira de intermediação de operações no mercado de capitais, figurando como a maior Bolsa de Valores da América Latina. Tem papel fundamental como *clearing house*, realizando a compensação, liquidação e custódia de ativos. Dessa forma, assegura que não haja risco de contraparte (perda potencial gerada pelo descumprimento de um agente em um contrato) para os contratos negociados.

O mercado acionário brasileiro vem se destacando, nas últimas décadas, pelo acelerado processo de queda nas taxas de juros, o que vem contribuindo para a migração dos recursos alocados em renda fixa para a renda variável. Segundo estatísticas fornecidas pela B3, o aumento de investidores pessoa física nos últimos 10 anos foi da magnitude de 231,43%, como demonstrado na Tabela 1.

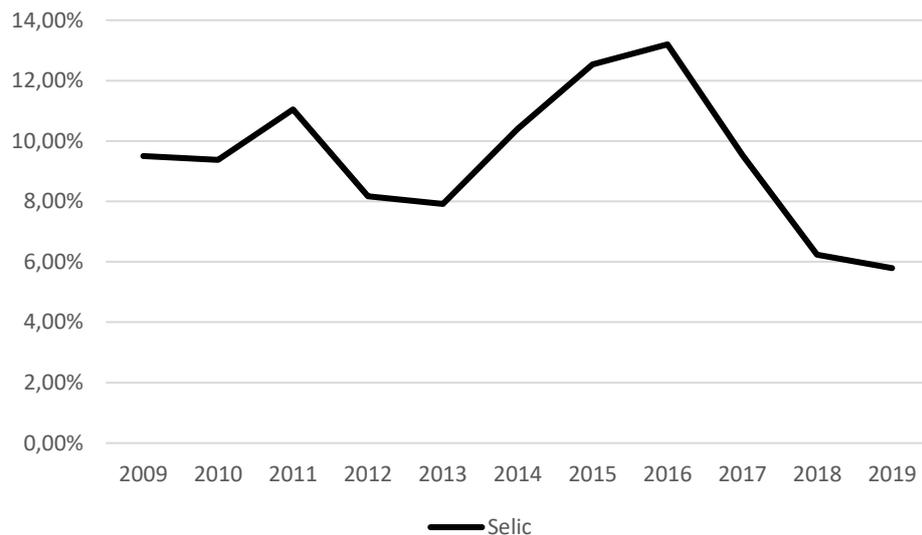
**Tabela 1 – Distribuição da participação de homens e mulheres no total de investidores pessoa física na Bolsa B3 (2009-2019)**

Ano	Homens		Mulheres		Total PF Quantidade
	Quantidade	%	Quantidade	%	
2009	416.302	75,37%	136.062	24,63%	552.364
2010	459.644	75,24%	151.271	24,76%	610.915
2011	437.287	74,98%	145.915	25,02%	583.202
2012	438.601	74,70%	148.564	25,30%	587.165
2013	440.727	74,79%	148.549	25,21%	589.276
2014	426.322	75,57%	137.794	24,43%	564.116
2015	424.682	76,23%	132.427	23,77%	557.109
2016	433.759	76,90%	130.265	23,10%	564.024
2017	477.887	77,13%	141.738	22,87%	619.625
2018	633.899	77,94%	179.392	22,06%	813.291
2019	1.398.777	76,40%	431.968	23,60%	1.830.745

Fonte: [http://www.b3.com.br/pt\\_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/historico-physicals-fisicas/](http://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/consultas/mercado-a-vista/historico-physicals-fisicas/)

O investidor pessoa física no Brasil estava acostumado a um retorno do ativo livre de risco anômalo para padrões internacionais. Com os níveis de taxa básica de juros mais baixos da história econômica do país como pode ser visto no Gráfico 1, foi natural um crescimento de investidores em renda variável como dito anteriormente.

**Gráfico 1 – Série histórica Selic acumulada no período entre 2009 e 2019**



Fonte: Economatica

Não obstante, o mercado de capitais vive um novo paradigma, em que antes apenas um grupo seleto de investidores tinha acesso a negociação de ações, em que os operadores realizavam as operações presencialmente na sede da Bolsa em São Paulo. Atualmente, todos os processos são digitais. Investidores de todos os rincões do Brasil têm condições de negociar valores mobiliários através de um celular com acesso à Internet, esse fato que trouxe mais eficiência e reduziu custos para o investidor.

A demanda é também crescente por modelos que expliquem qual seria a forma mais eficiente de alocar esses recursos oriundos da renda fixa. Por isso, neste estudo serão discutidos os modelos seminais de diversificação de ativos, e logo em seguida, será abordado o conceito de risco não sistemático e como mitigá-lo através da diversificação de ativos.

## **2.2. Teoria Moderna de Carteira**

A moderna Teoria de carteiras (em inglês, Modern Portfolio Theory - MPT) foi o trabalho seminal para introdução do conceito de diversificação de ativos na academia, servindo de base para modelos fundamentais para a precificação de ativos, como o *capital asset pricing model* (CAPM) (Elton & Gruber, 1977; Elton et al, 2004), que será apresentado posteriormente neste trabalho.

De acordo com Markowitz (1952) o processo de seleção de uma carteira se divide em duas etapas. A primeira consiste na análise empírica dos ativos e termina com a expectativa futura do retorno desses ativos. A segunda etapa se inicia com as expectativas de retornos futuros e termina na seleção da carteira. Dessa forma, o autor espera que o investidor avesso a risco maximize a relação risco-retorno de seus investimentos, considerando-o um indivíduo puramente racional em suas decisões.

A teoria em questão proporciona condições algébricas para se calcular o risco de uma carteira, não apenas de um ativo, realizando uma ponderação entre a participação desse ativo na carteira e seu desvio-padrão. Como pode ser observado na fórmula abaixo proposta por Markowitz (1959), considerando 3 ativos (A, B e C):

$$\sigma_p = (\omega_A^2 \times \sigma_A^2) + (\omega_B^2 \times \sigma_B^2) + (\omega_C^2 \times \sigma_C^2) + 2 \times \omega_A \times \omega_B \times COV_{A,B} + 2 \times \omega_A \times \omega_C \times COV_{A,C} + 2 \times \omega_B \times \omega_C \times COV_{B,C} \quad (1)$$

$\sigma_p$  : desvio-padrão da carteira;

$\omega$  : peso do ativo na carteira;

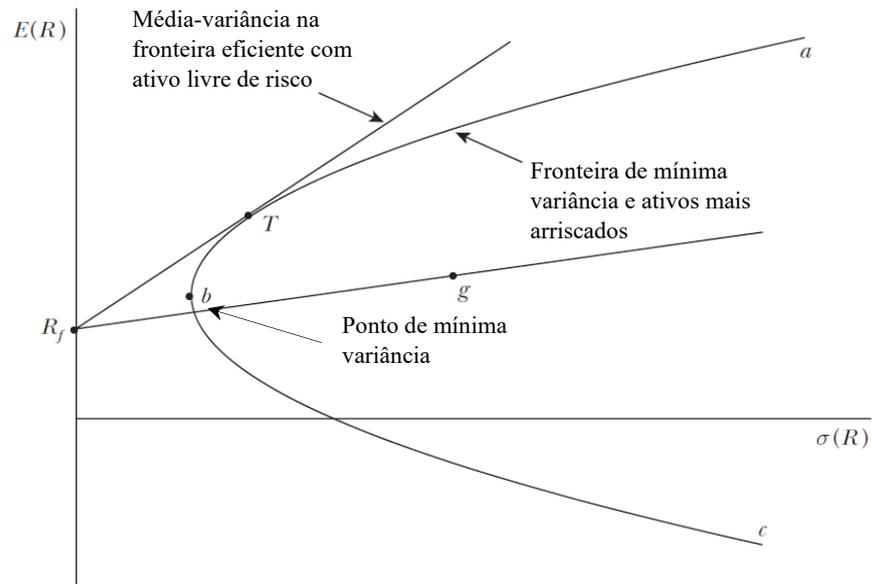
$\sigma^2$ : a variância do ativo;

$COV_{A,B}$ : covariância relativa entre o ativo A e ativo B.

A partir desse modelo, houve uma mudança representativa na forma de analisar uma carteira de ativos, distintamente de um ativo específico. Dessa forma, se iniciou uma maior ênfase em sinergias e a correlação entre ativos financeiros.

O gráfico 2 a seguir, ilustra como a teoria propõe as alocações ótimas. No eixo das abcissas do Gráfico se encontra o risco da carteira medido pelo desvio padrão do retorno da carteira. No eixo das ordenadas tem-se o retorno esperado da carteira. Por último, a curva abc, chamada de fronteira de mínima variância, que combina os retornos esperados das carteiras de ativos mais arriscados para minimizar a variância em diferentes níveis de retorno esperado. Com isso, o modelo se propõe a encontrar as carteiras mais eficientes, que segundo Fama e French (2004), estão no interior da curva abc, nas combinações de menor desvio-padrão, pois apenas os pontos dentro deste intervalo são eficientes em média-variância.

**Gráfico 2 – Fronteira eficiente e pontos das carteiras com mínima variância**



Fonte: Fama e French (2004, p. 27)

Um conceito fundamental introduzido por Sharpe (1964) foi a linha do mercado de títulos (conhecida na língua inglesa como *capital market line* – CML). Essa linha representa graficamente qual é o prêmio de risco de risco que o investidor assume ao adquirir um ativo. Ela ilustra as taxas de retorno das carteiras mais eficientes, comparando com o ativo livre de risco.

### 2.3. Capital Asset Pricing Model (CAPM)

O Capital Asset Pricing Model foi criado por Sharpe (1964) com objetivo de calcular o retorno esperado de uma ação com a fórmula a abaixo:

$$E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \times \beta_i \quad (2)$$

Onde,

$E(R_i)$ : o retorno esperado para o ativo;

$R_f$  : o retorno do ativo livre de risco;

$E(R_m)$ : o retorno esperado do mercado;

$\beta_i$ : coeficiente de sensibilidade do ativo em relação ao benchmark de mercado.

Segundo Sharpe (1964) partindo do pressuposto da eficiência do mercado, o investidor racional é capaz de selecionar um ponto da Capital Market Line com alta taxa de retorno esperado apenas incorrendo em um risco adicional a essa carteira desejada. Dessa forma, o mercado apresenta ao investidor dois vieses: o puro valor do dinheiro no tempo (medido pela taxa de livre de risco) e o prêmio pelo risco (o retorno esperado adicional por unidade de risco assumido).

Se como já citado anteriormente o MPT dava sustentação algébrica para mensurar as carteiras de média-variância mais eficientes. Com isso, o Capital Asset Pricing Model (CAPM) tornou possível realizar testes preditivos entre relações de risco e retorno esperado dessas carteiras, como pode ser observado na equação proposta por Sharpe.

Como crítica ao modelo Damodaran (2015) aponta que o CAPM assume que não há custos de transação e que todos os ativos são infinitamente divisíveis e negociados. Além disso, não são consideradas possíveis informações privilegiadas e que investidores possam encontrar ativos precificados abaixo do preço de mercado. Dessa forma, a teoria ignora as principais variáveis que possam impedir o investidor de diversificar sua carteira. Outro conceito basilar que Damodaran introduz a respeito do modelo é o de carteira de mercado, que é a carteira composta por todos os ativos arriscados (exceto o ativo livre de risco) negociados no mercado

Confrontando o CAPM e o MPT, é notório que os retornos esperados dos ativos no CAPM não podem exceder um determinado nível de risco, determinados pelo coeficiente beta ( $\beta_i$ ). Já no MPT os retornos esperados podem assumir qualquer valor que o investidor desejar. Dessa forma, o CAPM direciona o investidor para a fronteira eficiente, enquanto MPT amplia o horizonte para diversas fronteiras eficientes, desde que o haja investidores que possuam diferentes retornos esperados,

variâncias e covariâncias em seus portfólios. Essa limitação do CAPM se deve em grande parte a localização da fronteira eficiente depende principalmente do preciso dimensionamento da carteira de mercado e de uma precisa mensuração do coeficiente beta do ativo.

#### 2.4. Risco não sistemático

Segundo Bali (2005, p. 910) o risco não sistemático se refere ao risco intrínseco a um ativo exclusivamente, excluindo a volatilidade do ativo que não pode ser relacionada com o risco de mercado. Dessa forma, o esse risco específico do ativo pode ser eliminado por meio da diversificação de ativos dentro de uma carteira.

O efeito da diversificação pode ser observado na equação abaixo exposta por Damodaran (2015):

$$R_p = (\omega_1 \times R_1 + \omega_2 \times R_2 + \dots + \omega_n \times R_n) + (\omega_1 \times \beta_{1,1} + \omega_2 \times \beta_{1,2} + \dots + \omega_n \times \beta_{1,n}) \times F_1 + (\omega_1 \times \beta_{2,1} + \omega_2 \times \beta_{2,2} + \dots + \omega_n \times \beta_{2,n}) \times F_2 \dots \dots \quad (3)$$

$R_p$ : Retorno esperado da carteira;

$\omega_1, \omega_2, \omega_n$  : Peso do ativo na carteira;

$R_1$ : Retorno esperado do ativo;

$\beta_{i,j}$ : coeficiente beta do fator i em relação ao ativo j;

$F_j$ : fator de incerteza

Vale mencionar novamente que o risco intrínseco de um ativo desaparece como resultado da diversificação. De acordo com Ross et al (2013) para um investidor diversificado apenas risco o sistemático é importante. Por isso, a questão sobre qual seria o grau ótimo de diversificação de ativos se torna tão relevante, e será a questão discutida no tópico a seguir.

## 2.5. Grau ótimo de diversificação em um portfólio de ações

Os primeiros a explorar o grau de diversificação de um portfólio de ações foram Evans e Archer (1968), no modelo deles foram construídas 60 carteiras de  $n$  ações aleatórias, negociadas no índice Standard & Poor's no período entre janeiro de 1958 a julho de 1967. As ações foram selecionadas aleatoriamente dentre uma amostra de 470 empresas. Após realizar a combinação de mais de 2.400 carteiras, os autores observaram um padrão assintótico do desvio padrão com a adição de uma nova ação, o que implicava em um aumento marginal por consequência da diversificação.

Elton e Gruber (1977) afirmam que quando um investidor seleciona o número de ações que irá compor sua carteira, ele precisa analisar o custo de oportunidade da seleção desses ativos levando em consideração o risco, para assim atingir uma diversificação mais eficaz em detrimento do aumento dos custos de transação e a consequente redução do retorno por adicionar mais ações a carteira. Os autores concluíram que um portfólio com dez ações possuía uma redução de 51% do risco da carteira. Em uma carteira com vinte ações, 56% do risco não sistemático era eliminado. Alinhados aos resultados obtidos por Evans e Archer (1968), foi notório que o benefício da diversificação é marginal, quando se comparou um portfólio com trinta e mil ativos, cujos riscos eram praticamente os mesmos. Upson (1975), observou que o desvio padrão de um portfólio contendo apenas uma ação era de 41% enquanto o de um com 128 ações é de apenas 3%.

Blume e Friend (1975) foram pioneiros em apontar os custos de transação como uma variável relevante para o cálculo do grau ótimo de diversificação e também constataram que mais de 70% dos investidores americanos avaliados estavam abaixo do grau ótimo de diversificação em seus portfólios. Os pesquisadores constataram que 34% da amostra estudada de investidores americanos possuíam apenas uma ação em seu portfólio, e apenas 11% possuía mais de dez ações.

Com uma metodologia similar à de Evans e Archer (1968) e Blume e Friend (1975), foi construído o modelo de Statman (1987), a partir da seleção de quinhentas ações negociadas no índice S&P. O modelo consistiu na construção de carteiras de ações aleatórias desde uma carteira composta por apenas uma ação até uma com cem ativos. Dessa forma, o benefício de adicionar uma nova ação é o resultado da diferença entre o retorno esperado da carteira hipotética e o retorno esperado da

carteira de mercado. Nos níveis em que o benefício é superior ao custo de se adicionar uma nova ação a carteira, ainda é vantajoso para o investidor continuar diversificando para reduzir o risco não sistemático. Os resultados da pesquisa chegaram ao número quarenta ações para um investidor não alavancado e trinta para um investidor alavancado. Resultado semelhante ao observado por Benjelloun (2010) que concluiu que o intervalo entre quarenta e cinquenta ações é considerado ótimo para atingir a diversificação de um portfólio de ações, contradizendo outros teóricos que afirmam que a diversificação ótima é atingida a partir de cem ativos.

No que tange ao mercado de capitais brasileiro Sanvicente e Bellato (2003), utilizando a metodologia desenvolvida por Statman (1987) no período entre 1997 e 2002, chegaram a um número de diversificação ótima no mercado brasileiro de vinte e cinco ações, apesar do custo de transação no período ser cinco vezes superior aos custos americanos. Nesse sentido, os autores recomendam um baixo grau de diversificação devido aos elevados custos de transação se adicionar uma nova ação a carteira.

Eid Jr (1991) em seu estudo utilizando a metodologia de Statman (1987) conseguiu reduzir o risco não sistemático da carteira em 87% com o grau de diversificação ótimo de doze ações. O mesmo grau ótimo de diversificação de uma carteira de ações no Brasil foi observado na pesquisa de Oliveira e Paula (2008).

Goetzmann e Kumar (2008) realizaram um estudo que analisou investidores pessoa física nos Estados Unidos durante o período de 6 anos, com dados de uma das maiores corretoras imobiliárias do país. Os pesquisadores concluíram que os custos de transação e o tamanho do patrimônio do investidor não tem grande correlação com o grau de diversificação da carteira.

### **3. MÉTODOS E TÉCNICAS DE PESQUISA**

#### **3.1. População e amostra**

Segundo dados fornecidos pela B3 e coletados na base de dados Economatica, no período entre 2 de janeiro de 2009 e 2 de janeiro de 2019, houve a negociação de um total de 538 ações. Entretanto, como o objetivo desta pesquisa é mensurar o grau ótimo de diversificação de uma carteira de um investidor de longo prazo, considerou-se apenas as empresas que negociaram recorrentemente durante o período. Desse modo, chegou-se à amostra de 182 ações, considerando-se tanto ações ordinárias como preferenciais da mesma empresa.

#### **3.2. Tipo e descrição geral da pesquisa**

A pesquisa se baseia em identificar em um horizonte de dez anos, o número ideal de ações que compõem uma carteira livre de risco não sistemático no mercado de ações brasileiro. Utilizando-se a base de dados Economatica, foi aplicado o filtro de todas as ações que foram negociadas na Bolsa de São Paulo, no período entre janeiro de 2009 a janeiro de 2019. Com isso foram criadas carteiras compostas por ações aleatórias e com números crescentes de ações com pesos iguais. Assim foi realizado o cálculo do desvio padrão de cada carteira afim de identificar o número de ações em que a variação do desvio padrão em adicionar uma nova ação nessa carteira fosse desprezível para o risco não sistemático da carteira.

O estudo fez uso de um método empírico de análise de dados, utilizando o modelo de Statman (1987) adaptado ao objetivo da pesquisa, uma vez que foi analisado o desvio padrão das ações em um período de dez anos. Diferentemente do modelo original, não foi considerada a hipótese de um investidor alavancado, tendo em vista que o perfil de um investidor de longo prazo tende a ser não alavancado, aplicando apenas recursos superavitários.

Goetzmann e Kumar (2008) verificaram que os custos de transação e o tamanho do patrimônio do investidor não tem grande correlação com o grau de diversificação da carteira. Por isso foram desconsiderados para o modelo, tendo em vista que atualmente existem corretoras que não cobram taxa de corretagem, nem de custódia. Além disso, os custos do mercado chegaram em patamares que para o investidor de

longo prazo esses custos se tornam marginais. De acordo com Oliveira e Paula (2008) a média dos custos fixos de corretagem praticados no mercado era de 22,96 reais. A maior parte das corretoras apresentadas no estudo não atuam mais no mercado ou foram adquiridas. Dessa forma, foram selecionadas para efeito de comparabilidade as corretoras que possuem maior volume de operações no ano de 2019. Foram utilizados os custos fixos de corretagem para compra de ações a vista, como pode ser observado na tabela abaixo.

**Tabela 2 – Custo médio de corretagem praticado pelo mercado em 21/02/2020 para compra de ações no mercado à vista via plataformas online**

<b>Corretora</b>	<b>Custo de corretagem fixa no mercado à vista</b>	
Ativa	R\$	15,00
Órama	R\$	4,90
Mirae	R\$	0,99
Banco Inter	R\$	-
Rico	R\$	10,00
Clear Corretora	R\$	-
Easynvest	R\$	4,99
XP Investimentos	R\$	18,90
Genial Investimentos	R\$	5,00
Santander Corretora	R\$	5,00
Bradesco Corretora - Ágora	R\$	18,00
Banco do Brasil	R\$	20,00
Itaú Corretora	R\$	10,00
Nova futura investimentos	R\$	6,98
Coinvalores	R\$	15,00
Elite Investimentos	R\$	25,00
Terra Investimentos	R\$	14,50
Toro Investimentos	R\$	8,90
<b>Custo médio de transação</b>	<b>R\$</b>	<b>9,45</b>

Fonte: aba custos operacionais dos *sites* de cada corretora

Comparado ao custo praticado pelo mercado de distribuição de ações em 2008, houve uma redução de 142,96% no custo de transação para se adquirir uma nova ação para uma carteira.

#### 4. RESULTADOS E ANÁLISE EMPÍRICA

Serão discutidos a seguir os resultados da pesquisa, encontrados a partir da metodologia descrita anteriormente. Os testes estatísticos realizados com os dados coletados divergiram discretamente do resultado esperados de acordo com a literatura sobre o assunto, tanto no Brasil, como no exterior. Primeiramente serão apresentados os resultados. Em seguida, serão analisados os principais pontos a respeito dos resultados.

**Tabela 3 - Tabela de resultados dos desvios-padrão das carteiras aleatórias compostas por n ações**

<b>Número de ações da carteira (n)</b>	<b>Desvio padrão das Carteiras Aleatórias</b>
1	83,46480442
2	32,78550595
3	17,77054943
4	3,101891028
5	10,216964
6	60249,70459
7	25196,6067
8	1,953094341
9	0,514634236
10	2,258434971
11	1,897962156
12	0,219116121
13	0,406929874
14	1,255672639
15	0,332745176
16	0,217064783
17	1,192739817
18	1,017791227
19	0,118511143
20	0,246740291
21	0,128303292
22	0,231181976
23	1,289118732
24	0,152182518
25	0,18541191
26	0,170212119
27	0,348104004
28	0,43016
29	2,911897914

30	0,068647939
31	0,035202066
32	0,214481138
33	0,243003994
34	0,082940071
35	0,057814255
36	0,023507183
37	0,13279454
38	0,384916364
39	0,091048384
40	0,052543614
41	0,061895828
42	0,113590191
43	0,013256913
44	8,163403658
45	0,100411909
46	0,015671695
47	0,02233873
48	6,9718572
49	0,077085427
50	25979,63377
51	0,058806495
52	20,79947462
53	20,00479396
54	0,051710074
55	0,021381157
56	528,0891881
57	0,087137481
58	0,690760063
59	0,017086003
60	0,015498203
61	0,092789502
62	16899,06863
63	0,040750176
64	0,166763132
65	0,028689178
66	0,048784636
67	0,010177141
68	0,517479775
69	13643,5322
70	0,016076068
71	0,059337815
72	0,016197456
73	4,209002314
74	0,091281212
75	0,068039142
76	0,016828207
77	10954,13261

78	415,0662838
79	0,034004692
80	0,008839236
81	0,006824402
82	0,055729896
83	0,119109935
84	0,293049135
85	0,007114299
86	0,039976023
87	58,31160904
88	0,120802454
89	153,919145
90	0,275512588
91	0,026602
92	0,0868578
93	0,032364009
94	0,013201918
95	0,029737218
96	0,025573426
97	0,024538122
98	0,118428229
99	0,009410577
100	0,007903552
101	102,6562622
102	0,010255712
103	0,01609474
104	0,025015802
105	0,017864418
106	0,060549107
107	0,223709049
108	1,905603541
109	0,002656148
110	1,866415976
111	0,00388326
112	0,01119809
113	0,55549317
114	0,039409641
115	0,003435804
116	0,013381857
117	0,36575164
118	0,01280236
119	1,578685108
120	0,008588812
121	0,005692493
122	0,138994877
123	0,006500026
124	0,011220305
125	0,007607783

126	0,098501694
127	0,0096189
128	0,009288671
129	0,032648163
130	0,004538456
131	0,038518918
132	0,002134668
133	0,004379055
134	0,397563543
135	0,00235734
136	0,027874233
137	0,000965686
138	0,001481514
139	2,910448753
140	0,007228799
141	0,001778702
142	0,1296482
143	0,009032644
144	0,000420548
145	0,030166134
146	0,024945002
147	0,005329335
148	0,002384127
149	0,006092698
150	0,002601239
151	0,001847868
152	94,86481195
153	0,003481738
154	0,00494472
155	3,259452548
156	0,112766018
157	0,003244008
158	0,030850214
159	89,33243046
160	0,005606029
161	0,004219149
162	0,012197058
163	2444,466991
164	0,00925963
165	0,006794725
166	2,038633554
167	0,003682329
168	0,004936707
169	15,17708624
170	0,004223349
171	0,008021881
172	0,001068544
173	0,250159821

174	0,015285528
175	0,001440408
176	0,507740423
177	0,004142833
178	0,00724615
179	0,003255305
180	0,065620781
181	0,003718374
182	0,001628857

#### 4.1. Alto grau de dispersão dos desvios-padrão de empresas de menor valor de mercado

Nos resultados apresentados foi notório que os desvios-padrão das carteiras aleatórias foram significativamente superiores aos observados literatura sobre o tema. Isso se deve a dois fatores relevantes: a distorção do desvio-padrão se acentua no longo prazo e também devido ao fato de algumas empresas de baixo valor de mercado (*small caps*) acabam tendo um grande impacto no cálculo do desvio padrão quando compõe a carteira. Na tabela 3 a seguir são apresentadas em ordem decrescente as 20 ações com maiores desvios-padrão da amostra.

**Tabela 4 – 20 empresas com os maiores desvios-padrão da amostra em ordem decrescente**

<b>Ação</b>	<b>Classe</b>	<b>Código</b>	<b>Desvio Padrão do fechamento de 02Jan09 até 02Jan19 Em moeda orig ajust p/ prov</b>
J B Duarte	PN	JBDU4	8058,970913
Lupatech	ON	LUPA3	1587,02224
PDG Realt	ON	PDGR3	1471,455563
Viver	ON	VIVR3	1103,593206
MMX Miner	ON	MMXM3	658,340527
Eneva	ON	ENEV3	236,894951
Dimed	ON	PNVL3	148,7266884
Recrusul	PN	RCSL4	147,3337314
Rossi Resid	ON	RSID3	125,0318261

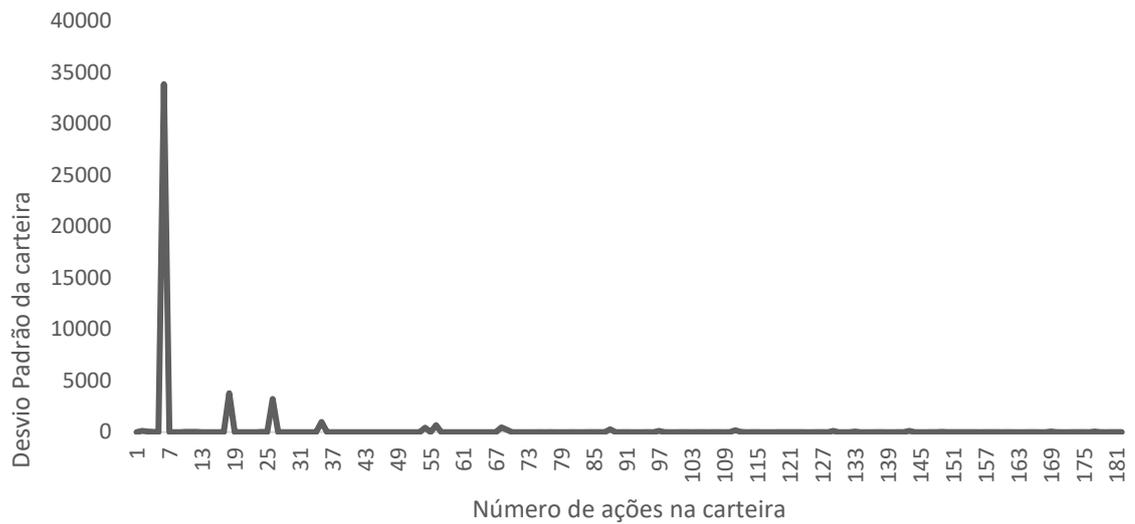
Telebras	ON	TELB3	85,23506401
Terra Santa	ON	TESA3	84,02552426
Plascar Part	ON	PLAS3	59,69976587
Oi	ON	OIBR3	47,75164159
Pomifrutas	ON	FRTA3	46,4597786
Telebras	PN	TELB4	45,31635168
Inepar	ON	INEP3	39,16267957
Inepar	PN	INEP4	38,99297003
Paranapanema	ON	PMAM3	26,33087949
Gafisa	ON	GFSA3	24,54145096
RaiaDrogasil	ON	RADL3	24,35592176

Estes ativos se assemelham em dois aspectos: ou são empresas em recuperação judicial, fato que gerou grande destruição de valor para seus acionistas e volatilidade em seu valor de mercado; ou são empresas de alto crescimento. Em comum, são todas empresas de baixo valor de mercado (*small caps*). Esse fato é o principal motivo para os risco não-sistemático das carteiras ser mais elevado em um mesmo grau de diversificação, uma vez que nas pesquisas realizadas são utilizados como benchmark o índice Bovespa e o IBrX-100, que possuem um viés de concentração em ativos de alta qualidade e de elevado valor de mercado (*blue chips*) como grandes Bancos e empresas de commodities, excluindo empresas pequenas que geram grandes assimetrias para o resultado da pesquisa.

#### **4.2. Alta correlação entre aumento de diversificação e redução do risco não sistemático da carteira**

De acordo com os resultados apresentados se observa uma alta correlação entre o aumento da diversificação e a redução do risco não-sistemático da carteira, uma vez que foi verificado um comportamento logaritmo no desvio padrão das 182 carteiras muito semelhante ao apresentado pela literatura. Em grande parte, isso se deve a redução do risco devido a diminuição dos pesos dos ativos e a covariância entre eles. No gráfico a seguir é possível analisar a distribuição do desvio padrão de acordo com a adição de mais uma ação a carteira hipotética composta por  $n$  ações sorteadas aleatoriamente.

**Gráfico 3 – Distribuição do desvio-padrão das carteiras compostas por n ativos**



De acordo com o método utilizado foi possível se estimar um intervalo aproximado de diversificação, que comprovou as premissas estabelecidas no início do trabalho. Assim como no estudo de Statman (1987) é notório que a partir de trinta ações não se gera um benefício significativo na adição de novos ativos. Nesse sentido, levando em consideração os baixos custos de transação estima-se que o grau ótimo de diversificação de ações tenha aumentado desde o último estudo desenvolvido por Oliveira e Paula (2008), que no período foi estimado o número de doze ações.

## 5. CONCLUSÃO

Sob uma perspectiva de longo prazo foram confirmadas as premissas estabelecidas na primeira parte da pesquisa. Assim como foi observado na literatura, verificou-se a redução do risco não-sistemático de uma carteira de ações a medida em que houve um aumento da diversificação de ativos. Há uma grande probabilidade de os resultados assimétricos observados estarem associados a grande volatilidade do mercado de capitais brasileiro, em que foi notório que o desvio padrão de algumas empresas no longo prazo obtiveram uma grande dispersão da maioria das carteiras sorteadas aleatoriamente. Como pontos em comum das empresas que apresentaram alto grau de dispersão está o fato de serem empresas concordatárias ou de alto crescimento, além do fato de todas serem empresas de baixo valor de mercado.

Por fim, observou-se que uma redução significativa nos custos de transação para aquisição de novas ações, o que contribuiu para o aumento do grau ótimo de diversificação de ativos. Nesse sentido, utilizando a metodologia de Statman (1987) se estima que o grau ótimo de diversificação de uma carteira de ações para um investidor de longo prazo na bolsa brasileira é de trinta ações.

Para pesquisas futuras seria recomendável segmentar amostras de empresas de acordo com seu valor de mercado, dessa forma, seria possível comparar esses grupos e gerar análises que possam ter grande contribuição para o mercado e para o meio acadêmico.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Benjelloun, H. (2010). Evans and Archer - forty years later. *Investment Management and Financial Innovations*. Vol. 7. P 98-104

Damodaran, Aswath. (2015). *Applied Corporate Finance. Fourth Edition*. P 54-82

Eid Jr., W. (1991). A redução do risco das carteiras de investimento através de diversificação aleatória. Dissertação (Mestrado em Administração), EAESPFGV, São Paulo.

Elton, E. J. & Gruber, M. J. (1977). *Risk reduction and portfolio size: an analytical solution*. *Journal of Business*. Vol. 50. P 415-437

Evans, J. L. & Archer, S. H. (1968). *Diversification and the reduction of dispersion: An empirical analysis*. *Journal of Finance*. Vol. 9. P 761-767

Fama, E. F. & French, K. R. (2004). *The capital asset pricing model: theory and evidence*. *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 18. P 25-45

Goetzmann, W. N. Kumar, A. (2008). *Equity Portfolio Diversification*. *Review of Finance*, Vol. 12. P 433-463

Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. *The Journal of Finance*, P 77-91

Oliveira, F., Paula,. (2008). Determinando o Grau Ótimo de Diversificação para Investidores Usuários de *Home Brokers*. Revista Brasileira de Finanças. Vol. 6. Pp. 437-461.

Roger B. Upson, Paul F. Jessup & Keishiru Matsumoto (1975). *Portfolio Diversification Strategies*, *Financial Analysts Journal*. Vol. 31. P 86-88

Ross, S. A., Westerfield, R. W., & Jaffe, J. F. (2013). Fundamentos da Administração Financeira. Nona Edição. Bookman, São Paulo. Cap 13. P 424-440

Sharpe, W. F. (1972). *Diversification and portfolio risk*. *Financial and Analyst Journal*, Vol 19, P 425-442

Statman, M. (1987). *How many stocks make a diversified portfolio?* *Journal of Financial and Quantitative Analysis*. Vol. 22. P 353-362

Sanvicente, A. Z. & Bellato, L. L. N. (2003). Determinação Do Grau Necessário de Diversificação de Uma Carteira de Ações No Mercado de Capitais Brasileiro. FAPESP, São Paulo.

Statman, M. (2004), *The Diversification Puzzle*, *Financial Analysts Journal*. Vol. 60. P 44-52

## APÊNDICE

**Tabela de ações consideradas na amostra e seus respectivos desvios-padrão**

Número	Empresa	Classe	Código	Desvio Padrão do fechamento de 02Jan09 até 02Jan19 Em moeda orig ajust p/ prov
1	Abc Brasil	PN	ABCB4	3,505717012
2	Alpargatas	PN	ALPA4	2,950629261
3	Amazonia	ON	BAZA3	5,208740005
4	Ambev S/A	ON	ABEV3	5,64167498
5	Atompar	ON	ATOM3	1,385037332
6	B2W Digital	ON	BTOW3	9,404578983
7	B3	ON	B3SA3	5,409037973
8	Banco Pan	PN	BPAN4	2,305609188
9	Banestes	ON	BEES3	0,678431773
10	Banrisul	ON	BRSR3	5,509816141
11	Banrisul	PNB	BRSR6	3,32015759
12	Bombril	PN	BOBR4	2,653649733
13	BR Brokers	ON	BBRK3	17,3884977
14	BR Malls Par	ON	BRML3	2,797755885
15	Bradesco	ON	BBDC3	5,58803423
16	Bradesco	PN	BBDC4	5,643533327
17	Bradespar	ON	BRAP3	7,189320656
18	Bradespar	PN	BRAP4	7,160316466
19	Brasil	ON	BBAS3	7,038453965
20	Brasilagro	ON	AGRO3	2,173300711
21	Braskem	ON	BRKM3	13,33261273
22	Braskem	PNA	BRKM5	12,95976309
23	BRF SA	ON	BRFS3	14,91583546
24	CCR SA	ON	CCRO3	3,499397343
25	Celesc	PN	CLSC4	6,569621435
26	Cemig	ON	CMIG3	2,697119474
27	Cemig	PN	CMIG4	2,111907594
28	Cesp	ON	CESP3	2,86657416
29	Cesp	PNA	CESP5	3,604382188
30	Cesp	PNB	CESP6	3,294312567
31	Cia Hering	ON	HGTX3	8,0037874
32	Coelce	PNA	COCE5	10,94051677
33	Comgas	ON	CGAS3	13,17301409
34	Comgas	PNA	CGAS5	12,50885605
35	Copasa	ON	CSMG3	10,06338437
36	Copel	ON	CPLE3	3,442227423
37	Copel	PNB	CPLE6	3,824818589
38	Cosan	ON	CSAN3	8,63617986
39	Cosern	ON	CSRN3	4,540307298

40	Coteminas	ON	CTNM3	6,156684741
41	Coteminas	PN	CTNM4	6,450498138
42	CPFL Energia	ON	CPFE3	4,354340605
43	Cr2	ON	CRDE3	22,11399123
44	Cristal	PNB	CRPG6	5,541358146
45	Csu Cardsyst	ON	CARD3	2,375715718
46	Cyre Com-Ccp	ON	CCPR3	3,108368206
47	Cyrela Realt	ON	CYRE3	2,868775831
48	Dimed	ON	PNVL3	148,7266884
49	Duratex	ON	DTEX3	1,953133582
50	Eletrabras	ON	ELET3	5,791843845
51	Eletrabras	PNB	ELET6	5,457583873
52	Emae	PN	EMAE4	2,731514966
53	Embraer	ON	EMBR3	5,546401899
54	Energias BR	ON	ENBR3	2,470776697
55	Energisa	PN	ENGI4	1,420431661
56	Eneva	ON	ENEV3	236,894951
57	Engie Brasil	ON	EGIE3	6,056740413
58	Equatorial	ON	EQTL3	19,95511848
59	Eternit	ON	ETER3	5,973902124
60	Even	ON	EVEN3	1,458880884
61	Eztec	ON	EZTC3	4,504271803
62	Fer Heringer	ON	FHER3	3,716922627
63	Ferbasa	ON	FESA3	6,243488095
64	Ferbasa	PN	FESA4	4,184194869
65	Forja Taurus	PN	FJTA4	10,6979855
66	Gafisa	ON	GFSA3	24,54145096
67	Generalshopp	ON	GSHP3	0,004582704
68	Gerdau	ON	GGBR3	3,467050239
69	Gerdau	PN	GGBR4	4,760290448
70	Gerdau Met	ON	GOAU3	6,592112164
71	Gerdau Met	PN	GOAU4	8,095670899
72	Gol	PN	GOLL4	6,301448652
73	GP Invest	A	GPIV33	1,407960533
74	GPC Part	ON	GPCP3	7,621246616
75	Grazziotin	PN	CGRA4	5,393818281
76	Grendene	ON	GRND3	2,279410978
77	Guararapes	ON	GUAR3	3,800782227
78	Habitasul	PNA	HBTS5	2,480695409
79	Haga S/A	PN	HAGA4	1,054156551
80	Helbor	ON	HBOR3	1,879283911
81	Hercules	PN	HETA4	5,772075609
82	Hypera	ON	HYPE3	6,935972591
83	Ideiasnet	ON	IDNT3	10,96573134
84	IGB S/A	ON	IGBR3	3,547442362
85	Iguatemi	ON	IGTA3	8,03680294
86	Inds Romi	ON	ROMI3	2,603087248
87	Indusval	PN	IDVL4	15,75085352

88	Inepar	ON	INEP3	39,16267957
89	Inepar	PN	INEP4	38,99297003
90	lochp-Maxion	ON	MYPK3	5,68325356
91	Itausa	ON	ITSA3	1,92587154
92	Itausa	PN	ITSA4	2,049903389
93	ItauUnibanco	ON	ITUB3	5,538544778
94	ItauUnibanco	PN	ITUB4	6,252323663
95	J B Duarte	PN	JBDU4	8058,970913
96	JBS	ON	JBSS3	2,723048271
97	JHSF Part	ON	JHSF3	1,824306023
98	Joao Fortes	ON	JFEN3	23,98611834
99	Kepler Weber	ON	KEPL3	9,493267555
100	Klabin S/A	PN	KLBN4	0,942936085
101	Le Lis Blanc	ON	LLIS3	17,22039406
102	Light S/A	ON	LIGT3	3,291007274
103	Localiza	ON	RENT3	5,977694185
104	Log-In	ON	LOGN3	14,9022343
105	Lojas Americ	ON	LAME3	3,198607444
106	Lojas Americ	PN	LAME4	4,452014308
107	Lojas Marisa	ON	AMAR3	7,132606815
108	Lojas Renner	ON	LREN3	8,39346331
109	Lopes Brasil	ON	LPSB3	5,592587966
110	Lupatech	ON	LUPA3	1587,02224
111	M.Diasbranco	ON	MDIA3	13,25168023
112	Mangels Indl	PN	MGEL4	10,92892643
113	Marcopolo	ON	POMO3	1,166653143
114	Marcopolo	PN	POMO4	1,30404597
115	Marfrig	ON	MRFG3	4,523822139
116	Merc Brasil	PN	BMEB4	1,016315702
117	Minerva	ON	BEEF3	2,889076202
118	Minupar	ON	MNPR3	15,14824449
119	MMX Miner	ON	MMXM3	658,3405527
120	MRV	ON	MRVE3	2,238815091
121	Multiplan	ON	MULT3	5,053870241
122	Natura	ON	NATU3	3,53828175
123	Odontoprev	ON	ODPV3	3,549568067
124	Oi	ON	OIBR3	47,75164159
125	Oi	PN	OIBR4	22,73266606
126	P.Acucar-Cbd	PN	PCAR4	20,34440035
127	Paranapanema	ON	PMAM3	26,33087949
128	PDG Realt	ON	PDGR3	1471,455563
129	Petrobras	ON	PETR3	7,367822824
130	Petrobras	PN	PETR4	5,448799732
131	Pettenati	PN	PTNT4	0,814964036
132	Pine	PN	PINE4	1,747407408
133	Plascar Part	ON	PLAS3	59,69976587
134	Pomifrutas	ON	FRTA3	46,4597786
135	Porto Seguro	ON	PSSA3	10,27034219

136	Positivo Tec	ON	POSI3	4,487244155
137	RaiaDrogasil	ON	RADL3	24,35592176
138	Randon Part	ON	RAPT3	1,638856285
139	Randon Part	PN	RAPT4	2,012144045
140	Recrusul	PN	RCSL4	147,3337314
141	Rni	ON	RDNI3	2,979243164
142	Rossi Resid	ON	RSID3	125,0318261
143	Sabesp	ON	SBSP3	7,784301889
144	Sanepar	PN	SAPR4	2,877817191
145	Santander BR	PN	SANB4	3,630215095
146	Sao Carlos	ON	SCAR3	8,742449319
147	Sao Martinho	ON	SMTO3	4,939761441
148	Saraiva Livr	PN	SLED4	8,815994179
149	Schulz	PN	SHUL4	1,272366767
150	Sid Nacional	ON	CSNA3	4,642303692
151	SLC Agricola	ON	SLCE3	4,982736115
152	Springs	ON	SGPS3	5,590103577
153	Sul America	UNT N2	SULA11	4,664653054
154	Suzano S.A.	ON	SUZB5+SUZB3	9,230050162
155	Taesa	UNT N2	TAE11	5,192634553
156	Tecnisa	ON	TCSA3	2,343183773
157	Tegma	ON	TGMA3	6,93662961
158	Telebras	ON	TELB3	85,23506401
159	Telebras	PN	TELB4	45,31635168
160	Telef Brasil	ON	VIVT3	6,231413802
161	Telef Brasil	PN	VIVT4	7,530621359
162	Terra Santa	ON	TESA3	84,02552426
163	Tex Renaux	PN	TXRX4	1,294085046
164	Tim Part S/A	ON	TIMP3	2,368164722
165	Totvs	ON	TOTS3	6,931412538
166	Tran Paulist	PN	TRPL4	3,164756724
167	Trisul	ON	TRIS3	0,593075916
168	Triunfo Part	ON	TPIS3	2,379023051
169	Tupy	ON	TUPY3	4,393021033
170	Unipar	ON	UNIP3	8,187481365
171	Unipar	PNB	UNIP6	7,942643878
172	Usiminas	ON	USIM3	6,343954232
173	Usiminas	PNA	USIM5	6,265416174
174	Vale	ON	VALE3	9,730904484
175	Valid	ON	VLID3	8,757513754
176	Viavarejo	ON	VVAR3	2,027115511
177	Viver	ON	VIVR3	1103,593206
178	Weg	ON	WEGE3	4,562399676
179	Wetzel S/A	PN	MWET4	11,91870637
180	Wilson Sons	ON	WSON33	7,499945834
181	Wlm Ind Com	PN	WLMM4	2,497724984
182	Yduqs Part	ON	YDUQ3	7,398761342

---